



**Universidade Estadual do Piauí  
Pró-reitora de Pesquisa e  
Pós-Graduação - PROP  
Programa de Mestrado Profissional em  
Matemática em Rede Nacional**



**O REGISTRO E SUAS POTENCIALIDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
E PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO  
ENSINO MÉDIO**

**CARLOS ALBERTO DA SILVA**

**TERESINA  
2020**

CARLOS ALBERTO DA SILVA

**O REGISTRO E SUAS POTENCIALIDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
E PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO  
ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Piauí (UESPI), como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.

**TERESINA**

**2020**

S586r Silva, Carlos Alberto da.

O registro e suas potencialidades na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos no ensino médio / Carlos Alberto da Silva. – 2020.

75 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Piauí - UESPI, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Teresina - PI, 2020.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

“Orientador: Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.”

1.Potencialidades do registro. 2. Conceitos matemáticos. 3. Matemática – Ensino médio. I. Título.

CDD: 510.07

**CARLOS ALBERTO DA SILVA**

**O REGISTRO E SUAS POTENCIALIDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
E PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO  
ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Matemática do  
PROFMAT/UESPI, como requisito obrigatório para obtenção do grau de MESTRE  
em Matemática.

Área de concentração: MATEMÁTICA

Aprovado por:



---

Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo – Presidente e Examinador  
Universidade Federal do Piauí – UFPI



---

Prof. Dr. Fábio Soares da Paz  
Universidade Federal do Piauí – UFPI



---

Profa. Dra. Valdirene Gomes de Sousa  
Universidade Estadual do Piauí – UESPI



---

Prof. Dr. Arnaldo Silva Brito  
Universidade Estadual do Piauí – UESPI(Suplente)

TERESINA

2020

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da Universidade, do autor e do orientador.

**Carlos Alberto da Silva** graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Piauí (UESPI). É especialista em Matemática pelo INSTITUTO PROMINAS e concluiu o Curso de Mestrado PROFMAT/UESPI. É professor efetivo do Instituto Federal do Piauí, na cidade de São Raimundo Nonato.

Dedico este trabalho à minha família: mãe Maria Divina, primos, tios, à minha sogra Antonieta Soares, a qual desde o primeiro dia que os nossos olhos se cruzaram sempre me incentivou a ir além dos meus limites e, em especial, à minha esposa Vanessa Soares que, diariamente, está ao meu lado na luta em busca do aprendizado e de novas realizações.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, os meus agradecimentos estão voltados a Deus, Senhor que pode tudo e através de sua inspiração foi possível a caminhada que traçou meus passos na direção desse feito grandioso para a formação do perfil de um profissional de várias áreas da sabedoria, e em particular, da educação.

Agradeço aos profissionais que aqui passaram pela turma do PROFMAT-UESPI (2018-2020), os quais não mediram esforços na busca de transmitir o conhecimento da forma mais positiva possível, com toda a dedicação e cuidados necessários, lapidando e corrigindo vícios adquiridos com o tempo, na procura de entregar à sociedade um profissional com uma formação acadêmica o mais próximo possível do ideal.

Quero aqui, também, agradecer a meu orientador, professor doutor Neuton Alves de Araújo, pelos direcionamentos proporcionados durante a caminhada de toda a minha pesquisa. A frase “o que falta é mais leitura” é sem sombra de dúvidas a válvula propulsora que nos torna mais críticos e conscientes das situações com as quais possamos nos defrontar no percurso da nossa caminhada.

Aos amigos da turma de mestrado, quero externar minha gratidão em tê-los comigo por esses 2 anos e meio de convívio. Posso dizer, irmãos, que com cada um dos senhores eu aprendi um pouco, internalizei o que de melhor cada um demonstrou nesse período; a dedicação empenhada; a luta dos fins de semana para chegar a Teresina, enfim, uma caminhada em que o gostinho da vitória não tem preço.

Gratidão à minha família, mãe, primos, tias e tios, amigos, aos profissionais que fazem parte do IFPI - campus São Raimundo Nonato, pela preocupação externalizada nas várias viagens realizadas em busca dessa conquista, pelas trocas de ideias e pelo apoio moral.

Não poderei deixar de agradecer às contribuições dos membros da Banca Examinadora. Suas contribuições, certamente, foram muito valiosas!

Por fim, agradecer à minha esposa Vanessa Raquel Soares Borges, que esteve presente em todos os momentos nessa empreitada. Mulher de fibra, guerreira, com quem, por muitas vezes, passei noites às claras, estudando para as avaliações. Na verdade, esteve presente em toda a caminhada que realizei para vencer essa etapa. Obrigada pela participação ativa nas decisões que foram



tomadas para a concretização desse projeto que foi a defesa de dissertação pelo PROFMAT.

No mais, agradecer à Universidade Estadual do Piauí - UESPI, Campus Torquato Neto, e à Coordenação do PROFMAT - UESPI, em nome do professor Doutor Arnaldo Brito, pelas possibilidades que vêm oferecendo àqueles que almejam crescimento intelectual e profissional. O meu muito obrigado!

Todo o reflexo psíquico resulta de uma relação, de uma interação real entre um sujeito material vivo, altamente organizado, e a realidade material que o cerca. Quanto aos órgãos do reflexo psíquico, eles são ao mesmo tempo os órgãos desta interação, os órgãos da atividade vital (LEONTIEV, 1978, p. 93).

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objeto de estudo a importância do registro (produção textual) e suas potencialidades na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos. O seu objetivo geral é analisar as possibilidades de os registros dos processos metodológicos, na resolução de situações-problema e na produção de significações, contribuírem para a apropriação dos conceitos matemáticos no Ensino Médio. E, como objetivos específicos: - criar condições que possibilitem aos alunos do Ensino Médio o registro escrito na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos; - reconhecer o movimento de pensamento, a partir do registro escrito, com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema; - identificar as significações desenvolvidas pelos alunos investigados, acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas. Tomamos como referencial teórico os princípios teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade. Trata-se de uma pesquisa de campo do tipo explicativa, em conformidade com Vigostki (2007). A pesquisa foi realizada com 12 (doze) alunos do 2º ano do Ensino Médio Técnico em Informática. Os dados produzidos para a análise ocorreram de forma remota, no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia (IFPI), Campus de São Raimundo Nonato, via plataforma *Googleforms*, através da aplicação de um questionário. Com a análise e discussão dos dados produzidos, constatamos que o registro escrito se mostrou como uma ferramenta de grande relevância no processo de apropriação de conceitos matemáticos. Dentre outras de suas potencialidades, evidenciamos: o processo evolutivo da linguagem escrita; a autonomia dada ao aluno na organização de suas ideias matemáticas; as novas significações acerca das situações-problemas até aí desprovidas de sentidos para os alunos e a superação de práticas tradicionais limitadas às fórmulas e cálculos.

**Palavras-Chave:** Potencialidades do Registro. Significações. Apropriação de Conceitos Matemáticos. Ensino Médio.

## ABSTRACT

This research has as object of study - the importance of registration (textual production) and its potentialities in problem solving as well as in the production of meanings of mathematical concepts. Its general objective is to analyze the possibilities of the records of methodological processes, in the resolution of problem situations and the production of meanings contribute to the appropriation of mathematical concepts in high school. And, as specific objectives: - create conditions that allow high school students have a written record in the resolution of problem situations and in the production of meanings of mathematical concepts; recognize the movement of thought from the written record with emphasis on the steps that direct the movement performed by students in solving problem situations; - identify the meanings developed by the students about the potentialities of the record in the resolution of problem situations and in the production of meanings of proposed mathematical concepts. We take as theoretical framework the theoretical and methodological principles of Historical-Cultural /Activity Theory. It is a field research of explanatory features, according to Vigostki (2007). The research was conducted with 12 (twelve) 2nd year high school students in computer technician. The production of the data for the analysis occurred remotely at the Federal Institute of Education Science and Technology (IFPI) Campus of São Raimundo Nonato, via Google Forms platform, through the application of a questionnaire. From the analysis and discussion of the produced data, we found that the written record proved to be a tool of great relevance in the process of appropriation of mathematical concepts. Among others of its potentialities, we highlight: the evolutionary process of written language; the autonomy given to the student in the organization of his mathematical ideas; new meanings about the problems-situations so far meaningless for students and the overcoming of traditional practices limited to formulas and calculations.

**Keywords:** Record potentialities. Meanings. Appropriation of Mathematical Concepts. High school.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – IFPI, Campus de São Raimundo Nonato .....	47
Figura 2-Situação-problema 01 .....	54
Figura 3- Resolução do aluno $A_2$ .....	56
Figura 4- Resolução do $A_{10}$ .....	57
Figura 5 –Situação-problema 02 .....	58
Figura 6- Resolução do $A_7$ .....	59
Figura 7- Resolução do $A_{10}$ .....	59
Figura 8 - Resolução do $A_5$ .....	60
Figura 9 - Resolução do $A_{12}$ .....	61
Figura 10 –Situação problema 03 .....	62
Figura 11 - Resolução do $A_1$ .....	63
Figura 12 - Resolução do $A_{12}$ .....	64

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Resultados da situação-problema 01.....	55
Gráfico 2 - Resultados da situação-problema 02.....	58
Gráfico 3 - Resultados da situação-problema 03.....	62
Gráfico 4 - Resultados da Questão 04.....	65
Gráfico 5 - Resultados da Questão 05.....	66

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Sobre gênero.....	48
Tabela 2- Idade/Quantidade.....	48
Tabela 3 - Origem de formação do Ensino fundamental .....	48
Tabela 4 - Cidade de origem/Quantidade de Alunos/Distância a São Raimundo Nonato.....	49

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>COLE</b>	Congresso de leitura do Brasil
<b>COVID</b>	Corona Vírus Disease (Doença do Corona vírus)
<b>IFPI</b>	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
<b>PI</b>	Piauí
<b>PROEN</b>	Pró-reitora de Ensino
<b>PROFMAT</b>	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
<b>SELEM</b>	Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática
<b>UESPI</b>	Universidade Estadual do Piauí
<b>UERJ</b>	Universidade Estadual do Rio de Janeiro
<b>ZPD</b>	Zona de Desenvolvimento Proximal



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
<b>2 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CUTURAL: ALGUMAS REFLEXÕES TEÓRICAS .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1 Considerações iniciais sobre a organização do ensino.....</b>	<b>23</b>
<b>2.2 Aprendizagem e desenvolvimento: que relações?.....</b>	<b>30</b>
<b>2.3 O desenvolvimento de significações (significados e sentidos) de conceitos matemáticos.....</b>	<b>35</b>
<b>2.4 O registro e suas potencialidades na produção de significações de conceitos matemáticos .....</b>	<b>39</b>
<b>3 PERCURSO METODOLOGICO DA PESQUISA.....</b>	<b>45</b>
<b>3.1 Abordagem metodologica da pesquisa.....</b>	<b>45</b>
<b>3.2 Ambiente da pesquisa .....</b>	<b>46</b>
<b>3.3 Participantes da pesquisa.....</b>	<b>48</b>
<b>3.4 Instrumentos de produção de dados .....</b>	<b>50</b>
<b>3.5 Procedimentos de análise de dados:.....</b>	<b>51</b>
<b>4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>53</b>
<b>4.1 O movimento de pensamento a partir do registro escrito com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema.....</b>	<b>53</b>
<b>4.2 Significações desenvolvidas pelos alunos investigados acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas .....</b>	<b>65</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>71</b>
<b>APÊNDICE A . .....</b>	<b>73</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Durante o processo de formação de uma sociedade, faz-se necessário que a mesma seja incumbida de princípios e regras que venham a direcionar as ações, quer sejam de um indivíduo quer sejam de um grupo, que irão atuar em prol do bem-estar da coletividade. Dessa forma, cultura, política, crenças, religiosidade são fatores que devem sempre estar em equilíbrio, contribuindo, portanto, com/para o desenvolvimento do meio.

Nessa perspectiva, para entender como o desenvolvimento dessa sociedade se processa, faz-se necessário que os sujeitos inseridos na mesma sejam atuantes e participem de forma crítico-reflexiva de todas as transformações que venha a sofrer o meio. Pelo viés da Teoria Histórico-Cultural, que tem como expoente maior o bielorusso Vygotsky, o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos se dá a partir das interações sociais (o meio) de suas condições objetivas e subjetivas produzidas neste meio.

Vygotsky era formado em Direito e Medicina, no entanto, encontrou na Arte, na Literatura e na Psicologia seus principais campos de pesquisa, aprofundando-se em Psicologia, onde desenvolveu vários estudos que trouxeram contribuições sobre a influência do comportamento dos indivíduos em sociedade, na sua formação. Para ele, no campo da aprendizagem, conhecer o processo era mais significativo do que o resultado, pois é no processo que se possibilita a verificação da produção do conhecimento.

Retomando à problemática do desenvolvimento cognitivo, ao entender tal processo, torna-se possível compreender as relações existentes entre os fatores determinantes do meio, bem como a si mesmo e, assim, identificar as ações que possam contribuir para o desenvolvimento social deste meio e, conseqüentemente, do próprio sujeito.

Contudo, para que se tenha o enquadramento das ações do sujeito dentro daquilo que se espera, faz-se necessário, antes de ser um indivíduo munido de ações capazes de proporem mudanças imediatas, submetê-lo a um processo de formação psíquico-conceitual de reconhecimento sobre os símbolos e elementos inseridos no seu entorno, a fim de possibilitar a comunicação com os demais membros da comunidade.

Essa submissão busca internalizar no indivíduo as noções concatenadas de significações e conceitos dos elementos que serão os facilitadores da comunicação e a apropriação dos mesmos no momento de uso, tanto para repassar como para receber algo, discernindo bem a sua funcionalidade. E, no campo da Matemática, o processo não é diferente, visto que o desenvolvimento do conhecimento envolve um encadeamento de nexos conceituais os quais o sujeito deve levar consigo nas etapas seguintes, com o fim de auxiliá-lo a obter êxito posterior, sendo capaz de interpretar e explicar as representações simbólicas, entendendo o significado predeterminado, apropriando-se, portanto, dos conceitos matemáticos.

Corroborando com o propósito de internalizar os fundamentos sobre significante e significado no campo matemático, Duval (2009) nos revela, em suas palavras, que o sujeito precisa entender as formas de elaboração dos conceitos matemáticos. Isso implica em rever sua significação, bem como os processos de aquisição e funcionamento. Assim sendo, é no processo de ensino e aprendizagem que se deve proporcionar formas de se efetivar a apropriação de conceitos matemáticos. Além disso, levar o aluno a tomar consciência da necessidade de ser um sujeito atuante, capaz de propor transformações e de se inserir cada vez mais ao meio do qual é integrante.

É nessa perspectiva, de propor formas de efetivar o conhecimento, que nós professores atuamos como mediadores, como organizadores do ensino da Matemática. Para tanto, devemos participar da relação entre o conhecimento e o aluno, na qual devemos ter a sensibilidade de identificar formas de intervenção que irão exigir desse aluno que ele entre em atividade na perspectiva da Teoria da Atividade em Leontiev, para que o motivo e o objetivo da atividade do ensino realmente coincidam. Caso contrário, tal processo será apenas uma ação, desprovida de significados.

No palco dessa discussão, recorreremos às contribuições teóricas de Oliveira (2002, p. 22) que, no seu entender, apoiada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, não se pode deixar de trazer à tona a relevância da categoria mediação nesse processo de apropriação de conceitos matemáticos, compreendida em termos genéricos como "[...] o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento."

Sendo assim, entendemos que o próprio processo ensino e aprendizagem é uma relação que se faz necessária a presença de intermediadores (o próprio professor, os recursos didático-pedagógicos, a linguagem etc.), para repassar o que se pretende, buscando provocar transformações cognitivas, psicológicas e conceituas no indivíduo. A presença do intermediador também é importante para verificar como a apropriação do conceito proposta chegou ao mediado, observando as distorções existentes entre o pretendido e o apropriado, produzindo, assim, um *feedback* que possibilita uma reflexão sobre os meios utilizados para a transmissão do conhecimento.

Essas reflexões vão ao encontro da premissa de Leontiev, teórico russo que deu prosseguimento aos estudos de Vygotsky - em decorrência de seu falecimento precoce, acometido pela tuberculose - culminando na Teoria da Atividade. Para Leontiev (1978), o reflexo generalizado da realidade elaborada pela humanidade e fixado sob a forma de conceitos de um saber - no caso deste estudo, do saber matemático ou mesmo de um saber-fazer - é o que caracteriza a significação, a qual pode se dá tanto no plano do social (significado) quanto no pessoal, da subjetividade (sentido).

Diante do exposto, levantam-se algumas indagações acerca da atividade pedagógica do professor de Matemática, aqui compreendida como a unidade atividade de ensino e atividade de aprendizagem: o professor está organizando o ensino de forma a criar as condições para mediar a produção de significações e a apropriação de conceitos matemáticos pelos alunos? Na atualidade, o professor de Matemática está possibilitando o aluno a vivenciar um ambiente de aprendizagem ou simplesmente impõe conceitos e definições matemáticas em desconexo com a realidade do aluno, ou seja, desprovidos de significados e sentido?

Se por hipótese a resposta for a última opção, entendemos que qualquer docente está fadado ao fracasso de sua atividade pedagógica, pois com a evolução - em destaque, a tecnológica - há a necessidade de se pensar e criar novas estratégias metodológicas. Cabe ao professor conscientizar-se de que apenas as aulas expositivas e recursos limitados à lousa, pincel e livro didático, na perspectiva da lógica formal, não garantem a efetivação na aprendizagem, além de proporcionar um desenvolvimento limitado, desconectado com o meio real. Atualmente, com a revolução tecnológica (internet, redes sociais, smartphones, dentre tantos outros

recursos), utilizar somente os livros didáticos tornou-se algo obsoleto e cada vez mais distante da realidade dos nossos discentes.

Contudo, se o professor está buscando ser um organizador do ensino, um intermediador e, para tanto, propõe atividades que refletem em mudanças de atitudes, reações e transformações, de modo que os alunos internalizem, se apropriem dos conceitos e, portanto, produzam sentidos e significados dos mesmos, isso, certamente, fará com que os alunos se tornem sujeitos capazes de provocar mudanças em seu meio, seja física, seja filosófica ou cultural.

Para Vygotsky (2009), o desenvolvimento se dá pelas relações sociais, na convivência, como aquilo que vai se constituindo dentro do sujeito (no caso deste estudo, dos alunos). O autor em evidência ainda pontua que o desenvolvimento das funções psicológicas superiores (criatividade, imaginação, pensamento, formação de conceitos, memória, raciocínio lógico etc.) decorre, na verdade, de condições específicas, como é o caso da aprendizagem matemática. Esta só será efetivada e concretizada mediante a organização, o planejamento e o uso de ferramentas mediadoras (instrumentos e signos).

Nessa visão, entendemos que, criando um ambiente de aprendizagem, partindo do meio social do aluno, certamente, usufruiremos de um espaço com maiores possibilidades de aprendizagem matemática. Na verdade, é no seu meio onde o aluno encontra os elementos que se correlacionam com os conceitos trabalhados na sala de aula, na escola, passando a se apropriar dos conceitos teóricos e científicos - papel principal da escola - reconhecendo também relações matemáticas presentes em situações do dia a dia.

É oportuno destacar que, levando em conta à minha experiência enquanto professor de Matemática da Educação Básica (Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio) nas duas últimas décadas, meu olhar vem incidindo sobre a importância do registro (produção textual) e suas potencialidades na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos, culminando no **objeto de estudo** desta pesquisa.

Registrar as conclusões ou constatações as quais se chegam, após as leituras, auxilia a examinar como o conhecimento se processou no aluno em formação, indicando a forma desenvolvida e, portanto, o seu movimento de pensamento. Dito de outro modo, é possível observarmos as justificativas das respostas dadas pelos alunos, a partir do modo como eles explicam para os colegas

o seu pensamento, o seu raciocínio. Enfim, o registro “[..] é também um recurso muito interessante não só para o professor, que pode, assim, perceber o caminho do raciocínio e do pensamento do aluno e fazer intervenções mais pontuais, caso seja necessário” (NACARATO; LOPES, 2009, p. 147).

Assim compreendido, o aluno tem a possibilidade de visualizar como o conhecimento está sendo tecido, identificando as suas incoerências e providenciando as possíveis correções. Já para o professor, esses registros também assumem papel importante, uma vez que através deles se adquire uma ferramenta que serve de parâmetro da efetividade de seu trabalho, da sua atividade pedagógica.

Feitas as considerações, levantamos a **questão-problema** que norteou este estudo: quais potencialidades o registro imprime (produção textual) na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos a alunos do Ensino Médio?

Para tanto, partimos do entendimento de que as significações desenvolvidas pelos alunos de conceitos matemáticos revelam como o motivo, sendo esse real, compreensível, contribui para uma aprendizagem de conceitos provida de sentidos. Como diz Leontiev (1978), o sentido consciente traduz a relação do motivo ao fim. Isso se faz necessário na aprendizagem matemática, a fim de que os alunos possam também produzir significados ao que está sendo estudado.

Assim, tomamos como **objetivo geral** de nossa investigação analisar as possibilidades de os registros dos processos metodológicos, na resolução de situações-problema e na produção de significações, contribuir para a apropriação dos conceitos matemáticos no Ensino Médio. E, como **objetivos específicos**, temos:

- criar condições que possibilitem aos alunos do Ensino Médio o registro escrito na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos;
- reconhecer o movimento de pensamento, a partir do registro escrito, com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema;
- identificar as significações desenvolvidas pelos alunos investigados acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas.

Diante do exposto, esperamos que esse trabalho possibilite aos professores de Matemática da Educação Básica, sobretudo, de escolas públicas, refletirem sobre a sua atividade pedagógica e, assim, adotarem o registro como uma das possibilidades de organização do ensino, fazendo-os atribuírem significados e sentidos em suas práticas e, conseqüentemente, na atividade de aprendizagem dos alunos, no intuito de proporcionar uma matemática que contribua para a formação humana e integral dos alunos.

Além da introdução, já apresentada, a presente dissertação de Mestrado contempla ainda mais quatro seções distribuídas da seguinte forma: na seção segunda, trazemos reflexões teóricas sobre a organização do ensino de Matemática na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, com ênfase no registro enquanto proposta metodológica. Já na terceira seção, apresentamos e explicamos os aspectos metodológicos da pesquisa. Por sua vez, a quarta seção foi dedicada à discussão e análise dos dados produzidos na pesquisa. E, na quinta e última seção, apresentamos as Considerações Finais.

## 2 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CUTURAL: ALGUMAS REFLEXÕES TEÓRICAS

Por termos adotado a Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade como referencial teórico balizador deste estudo, para esta seção, trouxemos algumas reflexões teóricas sobre a organização do ensino de Matemática. Para tanto, a subdividimos em momentos, a saber: *Considerações iniciais sobre a organização do ensino; Aprendizagem e desenvolvimento: que relações?; O desenvolvimento de significações (significados e sentidos) de conceitos matemáticos; O registro e suas potencialidades na produção de significações de conceitos matemáticos.*

### 2.1 Considerações iniciais sobre a organização do ensino

O processo de apropriação do conhecimento e formação da consciência de um sujeito é uma rede complexa que sofre fortes influências constantemente, desde à sua base, a fase da infância, até à velhice. Nesse percurso, o indivíduo passa por várias transformações, adquirindo habilidades, saberes, conceitos, definindo princípios e formando bases de interesses daquilo que virá a direcionar sua vida em sociedade.

Nessa dualidade de conceber o conhecimento, o indivíduo já nasce inserido em organismos indissociáveis de sua pessoa, que podem contribuir significativamente para a formação da sua personalidade. Vida familiar, classe social, estrutura escolar, alimentação, religião, política, formas de mediação com as redes sociais e com o outro, enfim, são exemplos de fatores que, certamente, contribuem para o desenvolvimento da apropriação de conceitos e, conseqüentemente, do desenvolvimento de sua consciência.

Na verdade, os indícios que comprovam a influência desses organismos no desenvolvimento humano se verificam quando o indivíduo busca externalizar, através de signos e ações, os reflexos psíquicos provocados na mente e que exigem uma atividade positiva para sua existência. Gestos, falas, desenhos, símbolos, escrita são algumas das formas de linguagens que permitem a comunicação entre os componentes de uma comunidade e que evidenciam traços significativos registrados pela mente humana. Como enfatiza Leontiev (1978, p. 273), esse desenvolvimento da consciência e da apropriação de conceitos não se dá de uma



única vez, ou ainda, podemos dizer de uma forma pronta e acabada. É culminância de toda uma “apropriação dos objetos e fenômenos que trazem em si a atividade das gerações precedentes e resulta de todo o desenvolvimento intelectual do gênero humano, do desenvolvimento do homem enquanto ser genérico.”.

Para Vygotsky (2009), as funções psicológicas superiores (comportamento volitivo, memória seletiva, criatividade, pensamento, planejamento, atenção voluntária, imaginação etc.) decorrem das condições objetivas e subjetivas apresentadas no meio em que os sujeitos estão inseridos. Portanto, o desenvolvimento dessas funções psicológicas não se exprime de forma passiva, mas, sim, a partir de um processo em que nos constituímos no outro, ou seja, nós aprendemos com o outro, pela mediação de signos e instrumentos.

Aqui, dentre essas formas de analisar o desenvolvimento do psíquico e da formação da consciência, chama-nos a atenção a contribuição que a palavra escrita imprime ao processo de internalização do conhecimento e à formação da consciência. Recorrendo às contribuições de Mandel (2011, p. 18), o qual afirma que

[...] se a redução do pensamento abundante em palavras ditas ajuda a cristalizar esse pensamento, por sua vez, a passagem da língua oral para a língua visual ajuda na reformulação de sua depuração ao mesmo tempo que em sua memorização corporal.

Disto depreendemos que a palavra escrita contribui para mostrar a síntese de um pensamento já constituído, processado, onde o trabalho da mente humana produz a destilação, sob movimentos psíquicos, das influências externas à sua vontade, constituindo um elemento interno consciente, externalizando-se na palavra escrita.

Para o autor em evidência, a ação da produção de escrever nos auxilia bastante na busca de respostas internas de um organismo em formação. Mandel (2011, p. 7) ainda complementa, dizendo:

Escrever inventa um corpo de pensamento. Escrever esculpe a língua, a reinventa do silêncio [...]. Escrever é diante de nós, uma surpresa ou um segredo, uma inspiração longínqua que nos religa ao mundo.

Assim, entendemos que, quem é responsável por observar as escritas pode entender um pouco o mundo de quem escreveu, suas limitações, suas apropriações e, por conseguinte, como a sua mente se processa, se desenvolve.

É oportuno destacarmos que, quando Mandel (2011, p. 7) diz que o ato de “escrever é diante de nós, uma surpresa ou um segredo [...]”, temos nesse momento uma ação real de revelação, ou anúncio, do já internalizado no seu consciente. Na esteira dessa discussão, destacamos o pensamento de Mesquida (2000, p.16), para quem “[...] o homem individual é caudatário do social. Daí que o desenvolvimento psíquico resulta da teia de ações culturais, políticas e sociais, tecida pelas formações sociais ao longo da sua história”. Assim, percebemos que o homem se torna um produto do meio.

Observamos, então, a presença de organismos já consolidados que nos dão o direcionamento para entender que, ao partirmos para o campo do processo de ensino e aprendizagem, devemos ter em mente que o mesmo está ligado a fatores históricos, sociais, culturais e que esses fatores podem servir de uma grande fonte de concentração de energias, no intuito de propiciar elementos que sejam reveladores de características que possam tornar esse processo provido de significações (sentidos e significados).

Devemos, assim, independente do campo de saber escolar, incentivar os nossos alunos a escreverem o que pensam sobre a problemática apresentada pelo professor, para que possamos visualizar a sua realidade de mundo. Desta forma, produzindo e sendo um sujeito ativo - capaz de transformar a realidade na qual está inserido - o aluno torna-se um indivíduo capaz de enxergar o produto de sua ação, está aberto a mudanças, e, assim, é capaz também de produzir novas significações na direção da produção consciente.

Conseqüentemente, a escola e o professor devem criar meios que possibilitem planejamentos de atividades que busquem superar os obstáculos didáticos que tanto o aluno quanto o professor têm sobre determinado conteúdo, para que, assim, o aluno aprenda, aproprie-se dos conceitos teórico-científicos e, conseqüentemente, se desenvolva.

Diante de todo esse fenômeno de desenvolvimento e formação da mente humana, estão presentes fatores históricos, sociais e culturais, como já pontuado. E, nessa conjuntura teórico-perceptiva, ainda recorrendo às contribuições de Mesquida (2000), o autor afirma que estudar as contribuições desses fatores no processo de

formação da mente humana se tornou o grande objeto de estudo do russo Vygotsky e de seus colaboradores no início do século XX, dentre outros, Luria e Leontiev. Mais tarde, os estudos encabeçados por Vygotsky resultariam em uma grande contribuição para a ciência, culminando na Teoria Histórico Cultural, cujas pesquisas ainda estão muito presentes no campo da educação.

Pelo viés desta Teoria, de acordo com Leontiev (1978, p.89),

A consciência humana não é uma coisa imutável. Alguns dos seus traços característicos são, em dadas condições históricas concretas, progressivos, com perspectiva de desenvolvimento, outros são sobrevivências condenadas a desaparecer.

Na nossa análise, entendemos que durante o processo de evolução, o que acontece com a formação do homem é uma reestruturação dos elementos já constituídos pela história, aprimorando alguns e/ou substituindo outros, no intuito de dar lugar a novos, de maior abrangência, ou seja, de maiores potencialidades de desenvolvimento.

Sobre essa problemática, Marx (1977, p. 24) nos afirma que,

na produção social da sua existência, os homens estabelecem relações determinadas, necessárias, independentes da sua vontade, relações de produção que correspondem a um determinado grau de desenvolvimento das forças produtivas materiais[...] O modo de produção da vida material condiciona o desenvolvimento da vida social, política e intelectual geral. Não é a consciência dos homens que determina o seu ser; é o seu ser social que, inversamente, determina a sua consciência.

Do exposto, vemos que o homem representa o produto das relações entre esses fatores, os quais condicionam as ações produtivas que o homem realizar e assim acabam por dá formação ao desenvolvimento do seu ser nas variadas etapas de sua vida e ações produtivas.

Assim, vale reforçarmos que, na fase da infância, o indivíduo começa o seu desenvolvimento e dá início à formação da sua consciência por influência familiar, com base nos reflexos da interação com os objetos do seu entorno, das ações de correlação dos adultos e com os adultos, sob as circunstâncias e condições que o meio familiar, organismo social e culturalmente constituído, oferece.

Essa ação de correlação com o adulto nessa fase ocorre em um processo de interação e ajuste, em que as crianças reagem de acordo com aquilo que prende a

sua atenção e as motiva a ativar alguma reação e, dependendo da reação, o adulto toma partido, de forma a ajustar o resultado da ação, caso seja necessário, para a ação objetiva daquela situação. Nesse movimento, “[...] o homem encontra um sistema de significações pronto, elaborado historicamente, e apropria-se dele tal como se apropria de um instrumento, esse precursor material da significação” (LEONTIEV, 1978, p. 96).

Desse modo, o homem no seu processo de desenvolvimento, de humanização, começa a entender que para as ações, existem resultados positivados como aceitáveis (acerto) ou inaceitáveis (erro). Com base nisso, ele começa a desenvolver o senso crítico da tomada de decisão e, assim, passa a ter uma possível previsão do que irá acontecer ao final da ação. A título de exemplificação, temos a ação de um recém-nascido que chora quando tem fome e, como reação, a possível ação da mãe que lhe dar o peito para a amamentação. A partir de então, o bebê começa a internalizar, involuntariamente, que para aquela ação, choro, existe a reação, a amamentação.

Um outro exemplo é o de uma criança, quando não tem conhecimento do fogo e presencia uma vela acesa. Uma das ações que tende a aplicar é querer tocar o fogo, aquilo que prende sua atenção. Como reação, a mãe busca instruir o filho sobre o adjetivo “quente”, do fogo, que, todavia, a criança, por muitas vezes, ainda não tem a capacidade de internalizar a significação da palavra “quente”.

O sentido da reação feita pela mãe foi de ajustar a ação do filho, mediante aquela situação que fez surgir um elemento novo (fogo), de tal modo que, ao se deparar com um evento semelhante, o filho identifique a ação conveniente para o dado contexto, evitando tocá-lo. Assim, a criança vai se apropriando e internalizando, de maneira dinâmica, a ação ideal para que tenha domínio da situação naquilo que lhe cabe.

Todo esse contato com o meio faz com que a criança, antes de ir à escola, leve consigo uma bagagem de saberes, assimilações, simbologias, palavras e definições, uma linguagem própria, que coaduna com a sua realidade, seu meio social, sua cultura, todo o ambiente que foi propício para sua formação até ali.

Ao ingressar na escola, onde ela terá contato sobre os conceitos teórico-científicos e passará a ser instigada a realizar as atividades de leitura e escrita, ela sofrerá um desconforto, devido ao processo de reformulação das apropriações que antes foram feitas no convívio familiar. Segundo Mesquida (2000, p. 56), a

“aprendizagem escolar [...] trata-se de um processo em que se faz aparecer estruturas novas e se aperfeiçoam as antigas”.

Assim, é necessário que a comunidade escolar tenha um planejamento que leve em consideração todas as características intrínsecas ao meio do aluno, para que suas ações não sejam apenas a transmissão de um acúmulo de conteúdos vagos, sem relação com o meio que o indivíduo convive, impossibilitando-o de se tornar um sujeito ativo na comunidade, emancipado.

Ainda a respeito dessas ideias, Mesquita (2000, p. 20-27) diz que:

[...] para compreender o pensamento faz-se necessário situar-se no contexto que lhe deu origem e o qual ele expressa. O pensamento é, pois, uma função das variáveis do conjunto social [...] a atividade humana é movimento e movimento é a atividade na direção da superação dos momentos que contingenciam o ser humano e impedem o exercício da liberdade de imaginação, de criação, de produção e produção da história.

Nessa perspectiva, podemos afirmar que as crianças, ao chegarem na escola, não são neutras, sem nenhum tipo de apropriação de conceitos e sem consciência preexistente. Toda a sua vivência já internalizou percepções que a ajudaram a imprimir suas ações durante toda a atuação pacífica em sociedade, percepções essas desenvolvidas no seu meio familiar.

Isto posto, acreditamos ser o marco inicial do processo de aprendizagem escolar, identificar como o aluno desenvolveu a apropriação de determinado conhecimento no seu meio social, que habilidades ele desenvolveu e como aprendeu a lidar com aquela situação no dia a dia. Nesse ponto, cabe ao professor identificar essas bases sólidas do cotidiano, para traçar estratégias de como fazer a associação com as bases científicas, agora propostas pela inserção do mesmo na escola, no intuito de propiciar uma forma mais acessível de o discente internalizar a proposta que a escola está buscando transmitir e assim se superar quanto ao avanço no seu desenvolvimento.

Sobre o papel da aprendizagem escolar, Mesquita (2000, p. 47) destaca que:

Acredita Vygotski que a aprendizagem escolar desempenha uma função fundamental no desenvolvimento do aluno e que o papel do professor possui um valor essencial, pois é com ajuda do professor que a criança reconstrói o conhecimento científico[...]. Estes, para Vygotski, não se desenvolvem no processo de assimilação de um

sistema de conhecimento, mas se formam ao longo de sua atividade prática e de sua comunicação com as que a cercam.

Do exposto, com destaque ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, compreende-se que o conhecimento é concatenado com conhecimentos pré-existentes, e de forma complementar, dando um alargamento a conceitos e conteúdos já propostos em momentos anteriores. Para tanto, faz-se necessária uma retórica, no intuito de identificar o nexos que liga o passado ao presente, buscando despertar no aluno uma previsão de futuro.

É aqui que cabe a nós, professores de Matemática, ou melhor, educadores matemáticos, significarmos a Matemática como uma ferramenta que contribui com a/na formação humana dos nossos alunos, como tão bem, em outras palavras, explicita Fiorentini (2012, p. 3):

O educador matemático [...] tende a conceber a matemática como um meio ou um instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação pela matemática.

Assim compreendido, entendemos que, para que isso se configure como uma verdade, como uma tomada de consciência, o professor de Matemática deve identificar as potencialidades que o aluno já possui, bem como suas inquietações e divergências, obtendo, dessa forma, um plano de fundo para poder planejar a sua ação de maneira satisfatória, para o aluno poder se desenvolver.

No nosso entender enquanto educador matemático e pesquisador, o registro (produção textual), por exemplo, quando aplicado como um princípio metodológico na resolução de situações-problema propostas pelo professor ou mesmo elaboradas pelo próprio aluno, constitui-se numa estratégia pedagógica com potencialidades para revelar indícios do movimento de pensamento matemático do alunado. É o momento em que este mostra suas habilidades e raciocínio, promovendo um ato do seu subconsciente, onde ele sai da inércia e participa ativamente da produção. Desse modo, o aluno expõe elementos a partir da maneira como se apropriou de um dado conhecimento.

Leontiev (1978, p.118) sintetiza que quanto mais é afastada a produção educacional na escola da aplicação direta no meio, menos sentido fará ao aluno,

fazendo com que o mesmo não busque se envolver ativamente nas atividades propostas, tornando-se algo ineficaz para o seu desenvolvimento.

No intuito de reduzir esse distanciamento, em matemática, o professor deve identificar meios que possam revelar o modo de produção psíquica do aluno, para, assim, ajudá-lo a superar as deficiências. Não podemos esquecer que a palavra é um elemento que transmite muito sobre a realidade de um indivíduo e, para Leontiev (1978, p. 115), “o desenvolvimento da comunicação verbal faz aparecer ações de palavras, isto é, ações tendo um fim especial: transmissão verbal, comunicação de um certo conteúdo”. Nessa perspectiva, adotar o registro como estratégia metodológica, levando o aluno a escrever, a nos revelar o processo de resolução do problema, certamente, criará possibilidades para que o professor identifique as deficiências do aluno, assim como para que o próprio aluno tenha uma visão do seu movimento de pensamento, formação da consciência e da apropriação de conceitos teórico-científicos.

Feitas essas considerações, em síntese, o aluno torna-se capaz de criar e se reinventar, transformando o processo ensino e aprendizagem em algo ativo, no sentido de desenvolvimento, sempre em movimento. Para tanto, “a mudança só é possível na medida em que se origina e envolve movimento - ele é a “dynamis” de toda a modificação de qualquer transformação” (MESQUIDA, 2000, p. 21).

## **2.2 Aprendizagem e desenvolvimento: que relações?**

O indivíduo junto com sua comunidade ou grupo, em todo o processo de desenvolvimento, encontra-se em constantes situações que requerem uma tomada de decisão no sentido de provocar mudanças de estado, do inativo para o ativo, mudanças de cunho filosófico, cultural ou social, e que acabam por contribuir para a evolução ou retrocesso da comunidade e o desenvolvimento de novas funções psíquicas no sujeito.

Inúmeras dessas reações são provocadas por acontecimentos impostos pelo meio, que marcam historicamente o processo de desenvolvimento. Esses fatos desencadeiam transformações, evoluções comportamentais a todo o grupo (mudança filogenética), assim como individuais (mudança ontogenética), recordando que, dentro do grupo ou comunidade, cada integrante é único, com suas

necessidades, diferenças, individualidades, e tem sempre alterações na sua aprendizagem.

Essas mudanças surgem quando o sujeito (ou grupo), diante das imposições manifestadas pelo meio, apropria-se do conhecimento daquilo que vem a ser objeto da sua ação, assim, promovendo uma reação e incorporando novas atitudes, um acultramento de novos elementos, aperfeiçoando o conhecimento anterior e, por conseguinte, acarretando a ampliação de sua concepção.

Essa apropriação, segundo a Teoria Histórico-Cultural, acontece quando o sujeito age pela provocação de uma necessidade interna, e reage a um estímulo, com intuito de satisfazer essa necessidade. Para isso, é necessário que ele estabeleça uma ponte de conexão entre a necessidade e o objeto solução, tornando-se necessária a aprendizagem de um meio de comunicação entre esses dois polos.

Sob essa perspectiva teórica, a comunicação é o elo que fará com que o sujeito, agindo sobre um estímulo, alcance esse objeto. Para essa ação, é importante que o sujeito veja a necessidade de aprendizagem do meio de comunicação, através da sua decodificação, posto que só é possível mediante um sistema de linguagem, no qual seus signos e significados tornem essa aprendizagem possível.

Assim, quando um grupo passa a manipular um sistema de linguagem e a entender sua função, esse grupo sofre uma transformação no seu meio cultural, pois aprende a identificar os signos que a compõem e também a decodificar o seu sentido. Dessa forma, ao estabelecer seus significados, evolui, tornando-se cada vez mais propício a aprender algo novo.

Desse modo, compreendemos que a comunicação agiliza o processo de desenvolvimento do meio, faz com que cada sujeito aja com mais consciência e com ações concatenadas com um sentido fim, transformando o meio, modificando-o, entendendo as modificações e se modificando, de acordo com as reações que o meio produz sobre seus atos.

Logo, o indivíduo, agindo de forma consciente sobre o meio e observando as reações que o mesmo produz, será capaz de produzir os conhecimentos sobre os efeitos das suas ações e, assim, ser um produtor de conhecimento. Mas isso só se torna possível se ele for o ser agente da transformação, o que provoca o efeito da ação sobre a causa. Desse modo, dá-se movimento ao processo de aprendizagem.



Quanto ao momento da aquisição do conhecimento, isso dependerá bastante das ações do aprendiz em todo o processo. Existem aqueles conhecimentos que o sujeito em formação só os adquire nas suas relações com o meio e com o outro, apropriando-se naturalmente. Há também os conhecimentos aos quais, pelas suas transformações ontogênicas concebidas, o indivíduo não tem acesso direto pelo simples contato com o meio. Surge, então, o que os estudiosos chamam de 'desenvolvimento das funções psicológicas superiores'. É aquele que acontece sempre através de um processo de mediação. Por meio deste, entende-se que o indivíduo em desenvolvimento não tem como alcançar o conhecimento a ser apropriado. Então, para isso, faz-se necessário a presença do mediador.

O mediador vai propiciar ao sujeito a possibilidade de percepção da existência de elementos que ligam o estímulo à resposta pretendida, que são chamados de 'elementos mediadores', consolidados como as ferramentas de conexão para o desenvolvimento das funções superiores.

Vale ressaltar que, os elementos mediadores são os instrumentos e os signos. Os instrumentos criam os meios para que o sujeito haja sobre o objeto e, assim, dê continuidade ao processo de aprendizagem de maneira abstrata, saindo de um caso geral e levando para situações particulares. Dessa forma, a função dos signos são as decodificações que nos permitem dominar os instrumentos através da abstração já internalizada de conhecimentos. Os instrumentos e os signos, juntos, facilitam o processo de ensino e aprendizagem, posto que eles agilizam, mediando a ligação entre o estímulo do indivíduo e a resposta procurada.

Sadovsky (2007, p. 18) reitera que:

De fato, a relação que existe entre o conhecimento e as situações matemáticas trabalhadas faz com que seja relevante considerar também a influência do meio cultural no ensino-aprendizagem da Matemática. Porém, o professor, responsável por esse processo, vem desempenhando um papel de mediador entre o conhecimento matemático e o educando, portanto deve estar atento para "no que, como, quando e porque" ensinar aquele determinado conteúdo naquele momento.

É nesse ponto que destacamos o papel da escola, juntamente com o professor, para propiciar o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. É na escola que o indivíduo vai ter contato com uma linguagem, articulada, organizada historicamente, consolidada em suas bases. E é aqui onde o professor, ao organizar

o ensino, precisa desenvolver a sua consciência, superar as práticas tradicionais, entendendo que não basta somente o aluno desenvolver habilidades e competências, desprovidas de significados e sentidos dos conceitos. Conforme sustenta Moura (2010), só haverá a efetiva aprendizagem dos conceitos matemáticos, como atividade - questão a ser tratada mais adiante - se o professor for o mediador, estabelecendo as devidas orientações e organizando o ensino na relação aluno e objeto de apropriação de conceitos.

Nessas condições, lembramos que a escola deve ser aquela que trabalha com o sistema de comunicação mais desenvolvido, que é a palavra. Nessa direção, Mesquida (2000, p. 54), com base nas concepções de Vygotski, diz que:

A relação entre pensamento e linguagem, antes de 'ser uma coisa é um processo, é o movimento do pensamento em direção à palavra e da palavra na direção do pensamento...o pensamento não se exprime na palavra mas nela se realiza... todo pensamento possui um movimento, um desenvolvimento e cumpre uma determinada função, realiza um determinado trabalho, resolve um certo problema'.

Assim, seja ela verbal, escrita ou em sinais, a palavra tem um corpo completo, uma consciência e um sentido. Nessa perspectiva, Leontiev (1978, p.115), acrescenta: "o desenvolvimento da comunicação verbal faz aparecer ações de palavras, isto é, ações tendo um fim especial: transmissão verbal, comunicação de um certo conteúdo".

Com base nisso, vemos que a palavra traduz um sentido organizado do processo de pensamento concreto e sintetiza um objetivo. Toda essa articulação busca transmitir um conhecimento mais elaborado, desenvolvido com base em vários acontecimentos e sintetizados nas suas propriedades, dando, assim, entrada para a apropriação dos conceitos científicos.

Quando o sujeito em formação se apropria do conceito científico das coisas, ele tem uma visão ampla dos seus conhecimentos, os quais o possibilitará ver além da sua cultura, internalizando a generalização dos fatos e ressignificando suas abstrações. No campo escolar, o professor e a escola precisam estabelecer um trabalho que leve como plano de fundo a realidade do aluno, levem em consideração o meio social, cultural, histórico do sujeito em seu processo de aprendizagem.

Agindo dessa forma, a escola cria a possibilidade de identificar as potencialidades que o discente já adquiriu dentro da sua cultura, seja nas relações

interpessoais, nas assimilações intrapsicológicas, e conseqüentemente ajudará a buscar uma interconexão entre o que se pretende ensinar e a sua aplicabilidade no meio.

Na esteira desse raciocínio, entendemos que o professor deve buscar fazer a conexão entre o conhecimento cotidiano e o conhecimento científico, promovendo uma apropriação entre os conceitos, resignificando-os. Contudo, o ator de todo esse processo de apropriação do conhecimento dever ser o próprio aluno, sendo o professor apenas um mediador entre o conhecimento do aluno e o conhecimento real, atuando em um espaço chamado Zona de Desenvolvimento Proximal (ZPD).

Sobre a ZPD, Vygotsky (2001, p. 97) esclarece que:

[...] a zona de desenvolvimento proximal da criança é a distância entre seu desenvolvimento real, determinado com a ajuda de tarefas solucionadas de forma dependente, e o nível de seu desenvolvimento potencial, determinado com a ajuda de tarefas solucionadas pela criança com orientação de adultos e em cooperação com seus colegas mais capazes.

Nesse espaço – o da ZPD - o professor apenas ajusta o conhecimento do aluno (nível de desenvolvimento potencial), para que ele dê continuidade ao processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, deve criar condições para que o aluno produza novas significações do que ele já desenvolveu psicologicamente até o seu significado real (nível de desenvolvimento real). Isso porque, de acordo com Mesquida (2000, p. 17), a “[...] apropriação do saber não ocorre de forma passiva: a criança é um ser ativo que se apropria do saber e do fazer, internalizando-os, de acordo com a compreensão dos mesmos”.

Assim, entendemos que, nesse movimento, em que o aluno começa a abstrair e generalizar os conceitos, se dá início à aprendizagem. Pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, o desenvolvimento (aqui estamos falando de desenvolvimento cognitivo, psíquico, intelectual) só ocorre em decorrência da mediação de signos e instrumentos em atividade. Em outros dizeres, só há aprendizagem mediante uma situação desencadeadora de aprendizagem, aquela que se contrapõe às tarefas de memorização, de perguntas sem contextualização, desprovidas de significados. Podemos destacar como exemplo situações desencadeadoras de aprendizagem, tendo em vista a nossa experiência vivenciada nesta pesquisa de mestrado, a situações-problema mediadas pelo registro

(produção textual). Em síntese, o professor precisa criar as condições objetivas e subjetivas para que o aluno aprenda e, conseqüentemente, se desenvolva.

### **2.3 O desenvolvimento de significações (significados e sentidos) de conceitos matemáticos**

De acordo com Leontiev (1983), é a partir das atividades que realiza que o ser humano desenvolve suas significações. O que essas significações - que a priori são sociais (apenas significados) - se tornam para o ser humano é o que denominamos de sentidos (agora se tornam pessoais; são significações que estão no plano da subjetividade, do que penso, do que critico). Pensando nisso é que compreendemos que não basta o aluno se apropriar de conceitos e mais conceitos matemáticos sem estabelecer uma relação com o que se aprende, pois, como diz o autor em evidência (2004), os conhecimentos adquiridos convertem-se para ele em conhecimentos vivos, que medeiam sua relação com o mundo.

Sendo assim, o que move o aluno não é só o que ele viu na teoria, mas a conexão estabelecida por ele, ou seja, o sentido atribuído ao que aprendeu, repercutindo esse aprendizado na maneira de pensar e agir, dando a outros meios de estabelecerem suas próprias significações.

Nessa direção, reforçamos que o êxito nesse processo não consiste somente na apropriação de conceitos, mas também no motivo de realizar a atividade proposta pelo professor. Para nós, em conformidade com Leontiev (1978, p. 97), “[...] o motivo designa aquilo em que a necessidade se concretiza de objetivo nas condições consideradas e para as quais a atividade se orienta, o que estimula”. Longarezi e Puentes (2017, p. 47) nos trazem uma situação ilustrativa para uma melhor compreensão desse conceito:

Os motivos do estudo têm uma significação importante. Suponhamos que o motivo principal de estudo de um estudante é preparar-se para sua atividade futura, e um outro motivo é obter boas notas para evitar cenas desagradáveis em casa. No primeiro caso, o estudante procura compreender profundamente o que estuda para conhecer melhor a realidade e a atividade prática. No segundo, a atitude no estudo será puramente formal, e o estudante apenas tentará responder bem às aulas. Por isso, uma das tarefas educativas mais importantes é criar motivos sérios para o estudo.

Nessas condições, o que impulsiona o aluno à direção da atividade é o motivo. E mais: atividade não é simplesmente uma ação onde, por exemplo, o aluno resolveu a situação-problema apresentada apenas para não perder pontos. Por atividade, na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, entendemos que se trata de

[...] processos que são psicologicamente caracterizados pelo fato de aquilo para que tendem no seu conjunto (o seu objeto – **os conceitos matemáticos**) coincidir sempre com o elemento objetivo que incita o paciente – **sujeito** - a uma dada atividade, isto é, com o motivo - **a apropriação dos conceitos matemáticos** (LEONTIEV, 1978, p. 296, grifos nossos).

Feitas as ponderações, compreendemos que há a necessidade de os alunos e os professores reconhecerem cada vez mais a importância da utilização de determinados mecanismos matemáticos e as significações que os mesmos passam a ocupar em sua vida no desenvolvimento de atividades. Para Leontiev (1978, p. 94), “A significação é aquilo que num objeto ou fenômeno se descobre objectivamente num sistema de ligações, de interações e de relações objetivas”. Assim, temos que esses mecanismos trazem consigo reconhecidas relações objetivas, estruturadas e que se apropriadas pelo sujeito, contribuem na construção de um pensamento consciente.

Nesse sentido, um aspecto relevante levantado por Leontiev (1978, p. 94) é o de que:

A significação é refletiva e fixada na linguagem, o que lhe confere estabilidade. Sob forma de significações linguísticas, constitui o conteúdo da consciência social... torna-se assim a consciência real dos indivíduos objetivando em si o sentido subjetivo que o refletido tem para ele.

Desta maneira, a linguagem matemática deve fazer parte do conteúdo social do indivíduo para que, dessa maneira, se internalize as suas significações, através de abstrações, e faça sentido no seu desenvolvimento psíquico.

Contudo, para que tal prática se torne social, faz-se necessária a participação do indivíduo, para que assim ocorra uma transformação interna no reconhecimento do sentido. Por isso, é importante destacar que a atividade é o caminho que fará jus à internalização do sentido daquela significação.

Partindo dessa lógica, Leontiev (1978, p. 97) destaca que “[...] sentido é antes de mais nada uma relação que se cria na vida, na actividade no sujeito”. É por isso que em atividade de ensino e de aprendizagem se criam possibilidade de identificar o sentido de determinada significação, provocando desenvolvimento da consciência e internalizando a existência de elementos correlacionados.

Como se vê, desenvolver o raciocínio matemático não é tarefa fácil. Como toda e qualquer forma de conhecimento, ele é um processo, que desde a infância o sujeito já internaliza alguns elementos básicos, antes mesmo de frequentar a escola. Desenvolver o pensamento em ideias relacionadas a quantidades, números, espaço, distância, formas geométricas; conhecer a existência de gráficos são comportamentos essenciais para que o raciocínio matemático tome sentido no decorrer do processo de aprendizagem, a fim de se possa reconhecer nesses elementos, mediante a abstração e generalização, a presença e função social e política da matemática.

Diante disso, vemos que o meio social-cultural se torna um grande impulsionador do processo de aprendizagem matemática. Ele não traz em si apenas atividades corriqueiras que levem o indivíduo a pensar matematicamente e desenvolver mentalmente habilidades de abstração matemática. Mas, como pontua Leontiev (1978, p. 90): “[...] actualmente está provado que os diferentes processos se reajustam efetivamente no decurso do desenvolvimento histórico”. Então, os processos vão se modificando com o decorrer dos anos em consonância com as exigências históricas que vão surgindo.

Assim, quando o indivíduo tem contato com a matemática na sala de aula, ele já tem internalizados os conhecimentos matemáticos desenvolvidos no seu dia a dia perante seu meio social, conforme o seu entendimento e suas significações, que são construídos historicamente. Logo, na escola, ele passará pelo processo de conceituação científica que é a ressignificação dos conhecimentos adquiridos de forma técnica, mais abrangente e generalizada.

Fazer essa conexão entre o social-cultural e o científico será a válvula propulsora que irá contribuir significativamente para que o indivíduo tenha sucesso no seu desenvolvimento. Nesse caso, caberá ao professor identificar a melhor maneira de auxiliar o aluno para a aquisição desses conceitos, planejando, encontrando os melhores meios para que isso não se torne uma utopia.

E, no campo da Educação Matemática não tem como desvincular essa passagem do histórico-cultural para o científico, se nesse caminho o aluno não tomar conhecimento dos signos matemáticos. O conceito de signos assume grande relevância nos estudos de Vygotsky, sobre o qual Mesquida (2000, p. 50-51) afirma que

Os signos têm uma natureza social enquanto produtos da evolução sociocultural e da ação comunicativa que se realiza na interação social, e se tornam individuais através do processo de internalização. São meio de influenciar os outros e a si mesmo (MESQUIDA, 2000, p. 50-51).

Nessa perspectiva, percebemos a necessidade do trabalho com os signos matemáticos para a evolução no processo de aprendizagem do alunado. Os números, as operações, as formas, a álgebra são signos históricos, constituídos em interação social, frutos de uma necessidade específica de comunicação. Estes têm em sua natureza a possibilidade de sintetizar a ação do homem e transformá-la em mais objetiva, através do sequenciamento de pensamentos e ordenamento de ações, direcionando para o desenvolvimento de uma consciência lógica.

Assim, mais uma vez reforçamos que o papel da escola na aprendizagem é o de intermediar a internalização desses signos para que o aluno passe a modificar o seu interior psíquico e, com suas ações, o seu exterior. Para Mesquida (2000, p. 56), a “aprendizagem escolar [...] trata-se de um processo em que se faz aparecer estruturas novas e se aperfeiçoam as antigas [...]”, fazendo o aluno se apropriar de elementos novos e aperfeiçoar os que a vida lhe proporcionou.

Nesse contexto, ficará a cargo do professor propor atividades de ensino com ação intencional de transformar, mediante a utilização dos signos matemáticos, a capacidade de abstração e apropriação dos conceitos matemáticos, bem como refletir sobre sua prática pedagógica, se está adequada para a realidade do aluno no processo ensino e aprendizagem; entender que o seu planejamento é que orientará a atividade do aluno e, por fim, mediar o desenvolvimento no aluno às suas funções psicológicas superiores.

Mediante todo esse processo, teremos construído bases sólidas para que o aluno consiga internalizar o verdadeiro sentido que a Matemática deverá ter em nossas vidas e, assim, se aproprie dessas estruturas para a promoção do seu desenvolvimento intelectual.

## **2.4 O registro e suas potencialidades na produção de significações de conceitos matemáticos**

A matemática é uma disciplina imprescindível no processo de desenvolvimento do raciocínio lógico, reconhecimento de padrões e aplicação de técnicas que facilitam o processo de ensino-aprendizagem do sujeito. Contudo, por vezes, esse processo tem se pautado apenas no ensino, no método utilizado, quando se usam notas para avaliar a aprendizagem e nada se sabe sobre o desenvolvimento do processo na ótica do aluno.

Para que o processo tenha realmente sucesso e promova o desenvolvimento do aluno, o professor tem o papel preponderante na organização do ensino. Ele é o sujeito que deve criar as condições para que esse desenvolvimento ocorra, a partir da elaboração de atividades de ensino em que os alunos se sintam motivados, ou seja, em que motivos e objetivos da atividade possam realmente coincidir.

Uma característica que pode viabilizar a aprendizagem do aluno é a sensibilidade do educador em analisar alguns fatores sociais, culturais e históricos que estão presentes no cotidiano deste aluno. Signos, símbolos, e os vários tipos de linguagem são elementos que passam a integrar a vida do sujeito naturalmente, a partir do seu nascimento, agregando os organismos que irão influenciar no seu relacionamento com o meio.

Diante do exposto, é necessário que a escola insira no seu planejamento as características locais, para que o processo educativo tenha um verdadeiro sentido ao aluno, não se limitando apenas a elementos que fiquem no plano da objetividade, a resultados numéricos, tornando a aprendizagem apenas uma ação, um ativismo.

Em relação à Matemática, estudos revelam que o ensino está cada vez mais deficitário, necessitando de reformulações que a direcionem para um ensino que possibilite uma aprendizagem promotora do desenvolvimento. Segundo Rodrigues e Sforni (2010, p. 544):

Apesar de a Matemática ser uma disciplina presente na educação escolar desde as séries iniciais, pesquisas têm demonstrado que a aprendizagem dos conteúdos desta área de conhecimento constitui um obstáculo para grande número de estudantes. Os altos índices de evasão e repetência, bem como os resultados de processos avaliativos governamentais denunciam que, tanto nas escolas públicas como nas particulares, os alunos não têm se apropriado



adequadamente desse conteúdo [...] a Matemática constitui mais uma das disciplinas que contribuem para o fracasso escolar.

De fato, o que contribuiu possivelmente para esse resultado foi a imposição de uma matemática sem nexos com a realidade do aluno, que desconsidera o seu meio, deixando de ser uma matemática com aplicação direta, tornando o aluno apenas um mero executor de tarefas, sem assim ampliar a sua visão global de conhecimento matemático.

Nessa ótica, o professor deve atuar sistematicamente, identificando as potencialidades do aluno desenvolvidas pelo seu meio social e relacioná-las ao que se pretende ensinar, para depois possibilitar a apropriação do conhecimento científico. Desse modo, o professor estará propondo uma aprendizagem articulada e promovendo um aprendizado com potencialidades para o desenvolvimento, fazendo a interrelação do cotidiano com o científico e viabilizando o reconhecimento dos conceitos de maneira articulada.

Para Vygotsky (2007, p. 103), “[...] o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer”. Sob essa perspectiva teórica, acreditamos que, fazendo a relação do desenvolvimento histórico-social com o desenvolvimento científico, o discente terá mais capacidade de apropriação entre os mesmos e como consequência terá desenvolvimento mental melhor organizado.

Portanto, para que o aluno atribua sentido ao ensino da Matemática, faz-se necessário que ele esteja concatenado com elementos preexistentes na realidade sociocultural do educando, criando, assim, possibilidades de apropriações conceituais que contribuam na direção do seu desenvolvimento. Nas ações, o professor terá o papel de intervir de forma intencional, sem desprezar aquilo que o aluno tem de apropriação conceitual, apenas ampliando as bases já consolidadas no sentido de superar esse conhecimento espontâneo, buscando dá ressignificações e introduzindo o científico de forma bem evidenciada.

Desse modo, como uma proposta metodológica - a fim de que o professor tenha um diagnóstico do pensamento já constituído, ou melhor, do movimento de pensamento do aluno - apresentamos os registros, nos quais observaremos a sua linguagem já adquirida e decodificações já formadas. Além disso, tais registros tornam-se um material para o professor fazer análises, rever a sua própria atividade

pedagógica como forma de desencadear ações que possam mediar a apropriação de conceitos. Duval (2011, p. 81), a esse respeito, explicita que é:

[...] preciso se exprimir para si e para os outros para poder tomar consciência e a expressão verbal abre via para o pensamento”. Exprimir-se não é codificar um pensamento já explícito, mas objetivá-lo por si mesmo, tomar consciência, mesmo quando endereçamos a outro. A expressão linguística é um ato oposto da codificação, à medida que o pensamento só emerge com as palavras que começam a dizê-lo, ou seja, a língua não tem apenas função de comunicação, mas também função cognitiva.

Estamos de acordo com as ideias de Duval (2011) pois, através dos registros produzidos pelos alunos, momento em que eles expõem sua forma de enxergar a resolução de uma situação, é que o professor analisa como anda o pensamento no entorno daquilo que está sob análise e, assim, tem um direcionamento de como está o seu movimento de pensamento. Com os registros, o professor é capaz de identificar e avaliar não apenas o resultado final, que tem sua relevância, mas também o desenvolvimento do conhecimento, através da externalização do que o aluno possui internamente.

Desse modo, o professor será capaz de verificar até que ponto o aluno agiu na direção do pensamento pretendido, pontuando seus erros. Assim, enquanto mediador do processo, atua sobre os mesmos, a fim de sanar os problemas surgidos no momento da aprendizagem. Com essa metodologia, o educador consegue conduzir o estudante ao pensamento constituído no real, possibilitando-o, desta forma, refazer seus conceitos reiterados agora com um significado correto, dando assim prosseguimento ao processo de ensino-aprendizagem.

Na Matemática, o conhecimento sobre os registros tecidos pelos alunos na resolução de problemas é muito relevante para o professor, pois ajuda-o a traçar um perfil do aluno e identificar suas necessidades, deficiências, dando possibilidade de fazer sínteses de como está a aprendizagem. Esses registros revelam o grau de aquisição de conceitos matemáticos e ao mesmo tempo atua como um parâmetro no qual o professor avalia o desenvolvimento do seu trabalho.

Para uma maior fundamentação no desenvolvimento desse trabalho de Mestrado, mergulhamos em leituras de algumas obras nacionais desenvolvidas por grandes pesquisadores que tiveram como objetivo investigar, em linhas gerais, as contribuições dos registros escritos, a existência de elementos que revelassem o

desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos de Matemática e o quanto, de fato, os discentes aprendiam a partir dessa metodologia.

No trabalho intitulado “Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica”, publicado em 2008, desenvolvido pela professora doutora Regina Luzia de Corio de Buriasco e, na época, o doutorando João Ricardo Viola dos Santos, os autores afirmam que “a produção escrita dos alunos se apresenta como uma rica fonte para buscar entender o processo de ensino e aprendizagem” (BURIASCO; SANTOS, 2008, p. 12-13) e que problemas de múltiplas escolhas não evidenciam precisamente o que um aluno aprendeu na escola. Eles complementam, dizendo que

a produção escrita possibilita tanto conhecer quais conteúdos os alunos demonstram saber, os erros que comentem e suas dificuldades, quanto ter uma compreensão de como utilizam seus conhecimentos escolares. (BURIASCO; SANTOS, 2008, p.17)

Na esteira dessa discussão, os autores ainda acrescentam que:

Quando um aluno resolve uma questão e deixa seus registros escritos, estes marcam o caminho que percorreu por meio de suas estratégias e procedimentos, possibilitando análises de seus modos de lidar com a questão. Essas análises [...] mostram-se como uma alternativa para conhecer mais de perto a atividade matemática dos alunos. (BURIASCO; SANTOS, 2008, p. 40)

Com base no exposto, depreendemos que os alunos, por meio dos seus registros realizados durante a resolução de um problema, desenvolvem meios de visualizarem a formação dos seus conhecimentos e suas apropriações.

Nesse trabalho, os autores (2008) demonstram uma afinidade por questões do estilo “abertas”, aquelas nas quais os alunos devem argumentar os processos utilizados para desenvolvimento de um problema proposto, pois esse tipo de questão possibilita ao aluno externar o seu conhecimento adquirido, revelando assim, sua aprendizagem. Destacam, ainda, a importância de um olhar sobre o caráter da avaliação como sendo uma “prática de investigação” tanto por parte dos alunos, para reverem suas dificuldades e dá sequência a sua aprendizagem, quanto para os professores, porque através dela o professor tem uma visão sobre a realização de seu trabalho.

Em um outro trabalho orientado pela professora Regina Luzia de Corio de Buriasco, e que tem uma sinergia com o tema em questão, publicado em 2009, cujo título é “Problema proposto ou problema resolvido: qual a diferença”, de Jader Otavio Dalto, encontramos uma posição que confirma a importância do papel da avaliação no processo de ensino e aprendizagem. Para os autores, os erros cometidos pelos alunos durante a realização de uma avaliação devem ser vistos sob uma ótica de interrogação, a fim de despertar no docente o senso de identificar os elementos que fundamentaram tal ação considerada negativa. Usar o erro como um campo de pesquisa pode ser mais revelador, uma vez que através dele se percebe o quanto o aluno está internalizando de conteúdo, do que um simples ato de analisar a resolução idêntica esperada pelo professor.

Já para Borasi (1987, *apud* BURIASCO; DALTO, 2009, p. 451), “os erros cometidos pelos estudantes podem, entre outras coisas, serem utilizados para uma exploração matemática”, podendo, portanto, dá subsídios para ações norteadoras que atuarão no intuito de dirimir essa discrepância e assim contribuir para o sucesso dos alunos.

No estudo, “A escrita nas aulas de matemática: diversidades de registros e suas potencialidades”, publicado em 2013, de Adair Mendes Nacarato, a obra destaca o fortalecimento de uma comunidade de educadores matemáticos “preocupados com novas formas de trabalho em sala de aula, que possibilitassem significações para a matemática escolar” (NACARATO, 2013, p. 64), e principalmente preocupados com a leitura e escrita em sala de aula. Ficou evidenciado na leitura deste trabalho que a realização de alguns eventos e seminários nos quais os temas principais de discussão eram as práticas escolares que envolviam leitura e escrita para as aulas de matemática contribuíram bastante para o surgimento dessa comunidade de professores de matemática. Tais eventos proporcionavam um ambiente de reflexão sobre a atividade de ser um educador matemático, pois eram explanadas vivências diárias em sala de aula e cada um apresentava um pouco de sua realidade.

Segundo Nacarato (2013), essas preocupações começaram a ter ponto de luz a partir das reformulações curriculares ocorridas em 1980, devido à demanda das exigências da sociedade da época, exemplificadas pela autora como: “trabalhadores matematicamente letrados, aprendizagem para a vida toda e educação para todos” (NACARATO, 2013, p. 65).

E com as ocorrências do Seminário de Educação Matemática na estrutura organizacional do Congresso de Leitura do Brasil (COLE), criado em 2003, e depois pela sua substituição pelo I Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática, em 2012 (I SELEM), na universidade de São Francisco, deu-se a criação de espaços de efetivação das discussões acerca de novas formas de realização do trabalho em sala de aula.

Nacarato (2013, p. 66) afirma que “[...] à medida que os alunos escrevem em contextos matemáticos, apoiando-se em ferramentas de língua materna, eles vão se apropriando dos conceitos matemáticos e refinando-os, até chegar aos verdadeiros conceitos científicos”. Desse ponto de vista, é no seu meio social que o sujeito se desenvolve e evolui, interagindo e relacionando-se com o já constituído nele. Essas constatações vão ao encontro das premissas da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade.

Nacarato (2013, p. 67) considera ainda que a escola não deve renegar essa realidade da qual o discente é inserido: “[...] a sala de aula de matemática precisa garantir práticas de letramento, pois elas propiciarão a circulação de diferentes gêneros discursivos que possibilitarão a constituição do pensamento matemático”. Eis aqui a relevância da escrita para a formação do pensamento. A autora enfatiza que “a escrita ajuda o aluno a pensar matematicamente, pois a ação de escrever permite-lhe tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que escreveu e reestruturar sua escrita” (NACARATO, 2013, p.67).

No geral, os trabalhos analisados revelam contribuições da escrita para a formação do pensamento matemático e, lógico, para o letramento matemático. A necessidade do desenvolvimento de práticas de leitura em aulas de Matemática tem que se tornar algo cultural para que, desse modo, possamos possibilitar a apropriação dos conceitos matemáticos e, evidentemente, do seu desenvolvimento.

Portanto, faz-se necessário retomar à afirmação de que aprendizagem vai muito além da simples aplicação de mecanismos predeterminados, da repetição, que tende apenas ao resultado que já é definido. A aprendizagem tem que ser transformadora, fazendo do sujeito um ser capaz de se apropriar dos conceitos já elaborados pela humanidade e, assim, atuar na produção de conhecimento, através de interação com o meio e com os outros, produzindo novas significações. Nesse caso, o registro se apresenta como possibilidade, para que essa aprendizagem se efetive.

### 3 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Traçar o caminho da realização de uma pesquisa nunca foi uma tarefa simples, pois as transformações socioculturais constantes não nos possibilitam enxergar a realidade dos acontecimentos. Nesse contexto, a metodologia aplicada requer cautela em sua escolha, sobretudo quando se depara com uma situação que nos leva a reavaliar as estratégias metodológicas, como está sendo a problemática causada pela pandemia provocada pelo vírus Sars-CoV-2 – que disseminou a covid19. Isso nos deu novos direcionamentos para este estudo.

Feito o comentário, nesta seção são detalhados os procedimentos metodológicos que foram empregados para o desenvolvimento desta pesquisa, com a finalidade de se atingir os objetivos e encontrar respostas para o problema (questão norteadora) apresentado. Para facilitar a compreensão do leitor, a seção foi subdividida em cinco subseções, sendo assim nomeadas: *abordagem metodológica da pesquisa; ambiente da pesquisa; participantes da pesquisa; instrumentos de produção de dados; procedimentos de análise de dados.*

#### 3.1 Abordagem metodológica da pesquisa

Para um melhor direcionamento no entorno do objetivo geral desta pesquisa e da problemática levantada, e tendo em vista os princípios teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, norteadores deste estudo, e também por entendermos que no processo de captação do nosso objeto de estudo - a importância do registro (produção textual) e suas potencialidades na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos – apenas a descrição desse objeto não nos daria elementos para encontrarmos respostas ao nosso problema de pesquisa, trabalhamos com a pesquisa de campo do tipo explicativa.

Para Vigotski (2007), em seu método explicativo, o corpo só mostra o que é em movimento. Desse modo, faz-se necessário explicar os fenômenos em investigação e não somente descrevê-los, evitando se limitar às características externas desse fenômeno, desse objeto, tendo em vista o desenvolvimento do processo em si. Nessas condições, fica evidenciado que os diferentes aspectos da atividade psíquica, do comportamento dos sujeitos, não podem ser compreendidos como episódios isolados. O que devemos fazer é captar o fenômeno em seu

processo de desenvolvimento e de mudanças, inclusive partindo do comportamento fossilizado, automatizado, sob a influência dos fatores históricos, sociais e culturais vivenciados nesse processo de desenvolvimento e de transformação.

Desta forma, enveredamos pela pesquisa de campo explicativa, devido ao grande potencial que a mesma imprime ao transmitir a veracidade dos fatos e, assim, revelar qualitativamente a realidade do universo histórico, sociocultural trabalhado. Outro ponto que identificamos como positivo neste formato de pesquisa é que a mesma nos introduz na cena da investigação, tendo contado direto com os participantes, mesmo via remota, faz com que haja interação entre pesquisador e sujeitos da pesquisa no seu espaço natural, participando da sua cultura e, portanto, passando a entender como se processa o seu desenvolvimento psíquico consciente.

Contudo, Trujillo (1982, p. 229) esclarece que:

A pesquisa de campo propriamente dita não deve ser confundida com a simples coleta de dados (esta última corresponde a segunda fase de qualquer pesquisa); é algo mais que isso, pois exige contar com controles adequados e com objetivos preestabelecidos que discriminam suficientemente o que deve ser coletado.

Logo, é necessário que o pesquisador já tenha em mente os objetivos reais que ele pretende alcançar indo a campo, senão acabará apenas gerando um acúmulo de dados desconexos com o seu problema objeto de pesquisa e desvirtuando a finalidade desta.

### **3.2 Ambiente da pesquisa**

O campo de pesquisa é o espaço ao qual o pesquisador seleciona para lançar uma investigação, sobre um objeto específico, gerador de uma problemática, para que assim ele consiga embasamento em todas as decisões que corroboram para se chegar a uma solução para o objeto em estudo.

Assim, cabe enfatizarmos que os dados produzidos para a análise desta pesquisa ocorreram de forma remota no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – IFPI, Campus de São Raimundo Nonato (Figura 1). Trata-se de uma escola de Ensino Médio Técnico e que também oferece as modalidades de cursos subsequentes e superior.

São Raimundo Nonato tem várias cidades e povoados no seu entorno. Dessa forma, contribui para que o IFPI receba alunos de variadas culturas e de diferentes

localidades, como poderá ser visto na Tabela 4. Ao ingressarem no IFPI, passam a semana toda na cidade. Grande parte desses alunos moram de aluguel com outros alunos, e alguns só voltam às suas casas no fim de semana, quando não têm aulas aos sábados.

**Figura 1** - Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – IFPI, Campus de São Raimundo Nonato



**Fonte:** Arquivo do pesquisador.

Pelo fato de fazer parte do quadro de professores desta instituição, conhecer a missão da mesma e também conhecer um pouco da realidade dos alunos, além de perceber alguns déficits de aprendizagens, o pesquisador resolveu escolhê-la como o ambiente de pesquisa.

Atualmente, a escola conta com Laboratórios de Informática, Gastronomia, Física, Matemática, e todos são utilizados. Há 741 alunos matriculados; 69 professores; uma equipe pedagógica composta por 05 profissionais; 09 coordenadores de cursos/áreas; 01 chefe de departamento; 05 profissionais atuando no apoio ensino/disciplina; 01 assistente social; 01 psicólogo e 01 dentista.

Quanto ao espaço físico, a escola dispõe de 15 salas de aula, 2 laboratórios de gastronomia, 2 laboratórios de Informática, 01 refeitório amplo para os alunos, 01 refeitório para os profissionais da escola, 01 biblioteca (bem procurada por alunos e docentes, que conta com a presença de bibliotecários), 01 quadra de esporte bem ampla, além de uma quantidade de banheiros que atende a toda a comunidade escolar. Possui alguns recursos de ensino: notebook, impressora, data show, caixa



de som, entre outros. Nela, são promovidas algumas atividades, como gincanas, feiras culturais, sendo uma delas realizada uma vez por semana - a feira do agricultor, momento este em que os agricultores da região vão expor produtos agrícolas, artesanais e outros.

### 3.3 Participantes da pesquisa

O público alvo dessa pesquisa foram os alunos do 2º ano do Ensino Médio Técnico em Informática, turno tarde, com o intuito de identificarmos as potencialidades que os seus registros escritos produzem para colaborar para a apropriação dos conceitos matemáticos durante a realização de situações-problema. Por isso, buscamos como meio a análise dos registros escritos (produção textual) desses discentes.

No geral, nesta turma, são 31 alunos matriculados e que frequentam as aulas. A fim de apresentarmos o perfil desses alunos, empregamos as Tabelas 1, 2, 3 e 4.

**Tabela 1- Sobre gênero**

<b>Masculino</b>	<b>Feminino</b>
19	12

**Fonte:** Sistema Q-acadêmico

**Tabela 2- Idade/Quantidade**

<b>IDADE(ANOS)</b>	<b>QUANTIDADE DE ALUNOS</b>
16	19
17	9
18	3

**Fonte: Q-** Sistema Q-acadêmico

**Tabela 3 - Origem de formação do Ensino fundamental**

<b>ENSINO PÚBLICO</b>	<b>ENSINO PRIVADO</b>
15	16

**Fonte:** Sistema Q-acadêmico

**Tabela 4** - Cidade de origem/Quantidade de Alunos/Distância a São Raimundo

Nonato

<b>CIDADE</b>	<b>QUANTIDADE(ALUNOS)</b>	<b>DISTÂNCIA A SÃO RAIMUNDO (em Km)</b>
Campina Grande (PB)	1	965
Remanso (BA)	1	100
Caracol (PI)	1	90,5
Várzea Branca (PI)	1	39
Canto do Buriti (PI)	1	110
São Lourenço (PI)	1	23,8
Anísio de Abreu (PI)	3	53,2
Jurema (PI)	1	65,5
Campo Alegre de Lurdes (BA)	2	70,1
São Raimundo Nonato (PI)	12	Local da pesquisa
Teresina (PI)	6	520
Goiânia (GO)	1	1382

Fonte: Sistema Q-acadêmico

Na análise das tabelas, observamos que a turma não apresenta tantas distorções quanto à idade/série e ainda são todos jovens, com idade entre 16 e 18 anos.

Vale explicitarmos que, embora o universo de alunos da turma em investigação seja constituído por 31 alunos, apenas 12 participaram da pesquisa. A justificativa se dá em decorrência, sobretudo, do ensino remoto por conta da COVID-19, uma vez que nem todos os alunos tinham condições objetivas para participar ativamente deste estudo. O entrave encontrado foi que, para a aplicação dessa modalidade de ensino classificada como remota, fazia-se necessário o uso de internet ou pelo menos dados móveis, o que justifica o fato de nem todos terem participado. Nessa condução dada à pesquisa, optamos por preservar a imagem e os nomes dos alunos, adotando os seguintes codinomes: **A<sub>1</sub>**, **A<sub>2</sub>**, **A<sub>3</sub>**, ..., **A<sub>12</sub>**.

### 3.4 Instrumentos de produção de dados

Na operacionalização da pesquisa, fez-se necessário estabelecermos algumas técnicas que pudessem nos proporcionar indicativos de quais instrumentos seriam apropriados para a produção de dados necessários para o pesquisador traçar a trajetória que o leve a identificar o foco da problemática e desenvolver soluções. Corroborando essa ideia, Chizzotti (2006, p. 51) diz que essa necessidade se justifica porque tal etapa “[...] pressupõe a organização criteriosa da técnica e a confecção de instrumentos adequados de registro e leitura dos dados colhidos no campo”.

Ciente disso, vemos a necessidade de técnicas e instrumentos mais adequados possíveis para que as informações coletadas trouxessem em si a veracidade dos fatos ali observados e, assim, dessem-nos uma maior confiabilidade na busca da solução.

Mas, em decorrência de um grande problema de saúde pública mundial ocasionado pelo vírus Sars-CoV-2, causador do covid-19, fez-se necessário reprogramarmos as técnicas de coleta de dados e as etapas a serem seguidas, a fim de que a pesquisa pudesse ser desenvolvida. Desde o dia 16 de março de 2020, todas as atividades de todos os Campi do Instituto Federais do estado do Piauí foram suspensas, obstaculizando a continuidade da pesquisa.

Isso provocou uma falta de contato presencial com os alunos até 30 de junho de 2020, quando a portaria do Governo Federal, nº 544, de 16 de junho de 2020, autoriza a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais no país, enquanto durar a pandemia da Covid-19. Ademais, o IFPI regulamenta em 19 de junho de 2020 a instrução normativa da PROEN/IFPI/01, que direciona os procedimentos a serem tomados para a realização das aulas na modalidade remota, com o intuito de levar aos alunos formas educacionais que utilizem as tecnologias digitais, na busca de diminuir o abalo educacional revelado nesse período.

Portanto, somente neste período, após a implementação dessas autorizações, é que foi possível reunir uma quantidade significativa de alunos em salas virtuais de aprendizagem e, desta forma, a saída foi recorrer a plataformas digitais que pudessem auxiliar na produção de informações acerca do objeto de estudo, centro dessa pesquisa.

Diante desse cenário, através da plataforma *Googleforms*, foi possível aplicar um questionário de cunho qualitativo (APÊNDICE A) que nos possibilitasse a produção de dados com elementos, a fim de atingirmos os objetivos específicos desta pesquisa: - reconhecer o movimento de pensamento a partir do registro escrito com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema; - identificar as significações desenvolvidas pelos alunos investigados acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas.

Neste caso, disponibilizamos um prazo de 24 horas, para que o alunado pudesse desenvolver melhor os registros na resolução das atividades, conforme a proposta pretendida neste trabalho.

### **3.5 Procedimentos de análise de dados**

No empreendimento dos procedimentos de dados, é pertinente destacarmos que essa pesquisa consistiu na realização de três etapas: a exploratória, a executória e a de verificação. Na primeira etapa, buscamos levantar informações para possíveis análises que pudessem contribuir com a elaboração de material para aplicação empírica. Já na segunda, colocamos em prática os materiais construídos para a aplicação empírica, objeto que constituiu a fase primeira. E na última etapa, de posse dos dados coletados com base na segunda etapa, fizemos a análise, interpretação e explicação dos mesmos, no intuito de atingirmos os propósitos da pesquisa.

Após a revisão de literatura, alicerçados na Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, apresentamos a proposta de pesquisa aos alunos e criamos as condições que possibilitem a estes alunos do Ensino Médio o registro escrito na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos, via remota. Logo, identificamos que a plataforma digital *Googleforms* poderia fazer a mediação. Nesta plataforma, elaboramos um questionário (APÊNDICE A), com situações-problema envolvendo conceitos matemáticos do 2º do Ensino Médio e indagações abordando as significações desenvolvidas pelos alunos sobre a relevância dos registros (leitura e escrita) no processo de apropriação do conhecimento matemático.

Contudo, para a elaboração desse questionário, contamos com a colaboração de uma pedagoga da instituição, que nos ajudou bastante a tecer um texto de fácil compreensão aos discente, e também tivemos a colaboração do coordenador da turma, por se tratar de alunos de Ensino Médio integrado ao técnico, dando-nos novos horizontes que poderíamos explorar.

De posse dos dados produzidos através do Questionário, para uma melhor compreensão da análise dos dados, trabalhamos com categorias. Para Oliveira (2016, p. 97, grifo nosso),

[...] precisamente, essas categorias são específicas e resultantes da coleta de dados na realidade empírica. Portanto, as categorias empíricas emergem da pesquisa de campo, onde para cada questão formulada ou para cada item do roteiro de entrevista (**no caso da nossa pesquisa, do questionário**) estabelecemos as categorias empíricas.

Desse modo, em conformidade com Oliveira (2016), estabelecemos duas categorias, a saber:

- 1) O movimento de pensamento, a partir do registro escrito com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema;
- 2) Significações desenvolvidas pelos alunos investigados acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas.

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção, com base no ambiente de aprendizagem que foi criado, via remota, em que se trabalhou com a leitura e escrita, tendo o registro como elemento mediador no processo de apropriação de conceitos matemáticos do 2º ano do Ensino Médio, apresentamos a análise e discussão dos dados obtidos através da aplicação do questionário composto de 5 (cinco) questões (APÊNDICE A), a fim de atingirmos o objetivo geral deste estudo e, assim, encontrarmos respostas para a sua questão problema.

Para tanto, com o propósito de melhor apreendermos o objeto de estudo investigado - a importância do registro (produção textual) e suas potencialidades na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos -, os dados foram organizados em duas categorias centrais: *O movimento de pensamento a partir do registro escrito com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema; Significações desenvolvidas pelos alunos investigados acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas.*

### **4.1 O movimento de pensamento a partir do registro escrito com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema**

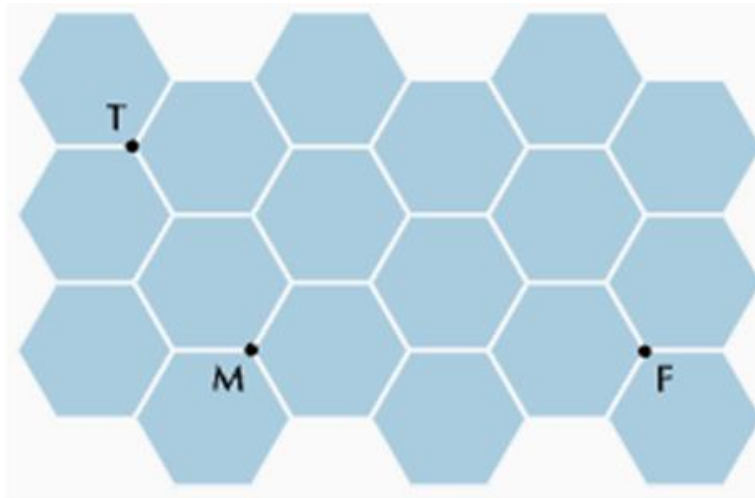
Os dados que contemplam as duas categorias de análise foram produzidos via plataforma *Googleforms*, através da aplicação, junto aos alunos, de um questionário (APÊNDICE A), a fim de reconhecermos o movimento de pensamento a partir do registro escrito, com ênfase nas etapas que direcionam o movimento empregado pelos alunos na resolução de situações-problema.

Face o exposto, passemos à análise e discussão das respostas das três primeiras situações-problema apresentadas pelos 12 (doze) alunos, participantes deste estudo.

Na primeira questão do questionário, como mostrado na Figura 2, trabalhamos com uma situação-problema envolvendo a aplicação da Lei dos Cossenos, elaborada pela Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ).

**Figura 2 – Situação-problema 01**

01) (UERJ) Um piso plano é revestido de hexágonos regulares congruentes cujo lado mede **10 cm**. Na ilustração de parte desse piso, T, M e F são vértices comuns a três hexágonos e representam os pontos nos quais se encontram, respectivamente, um torrão de açúcar, uma mosca e uma formiga. Ao perceber o açúcar, os dois insetos partem no mesmo instante, com velocidades constantes, para alcançá-lo. Admita que a mosca leve **10 segundos** para atingir o ponto T. Despreze o espaçamento entre os hexágonos e as dimensões dos animais. A menor velocidade, em centímetros por segundo, necessária para que a formiga chegue ao ponto T no mesmo instante em que a mosca, é igual a:



(A) 3,5

(B) 5,0

(C) 5,5

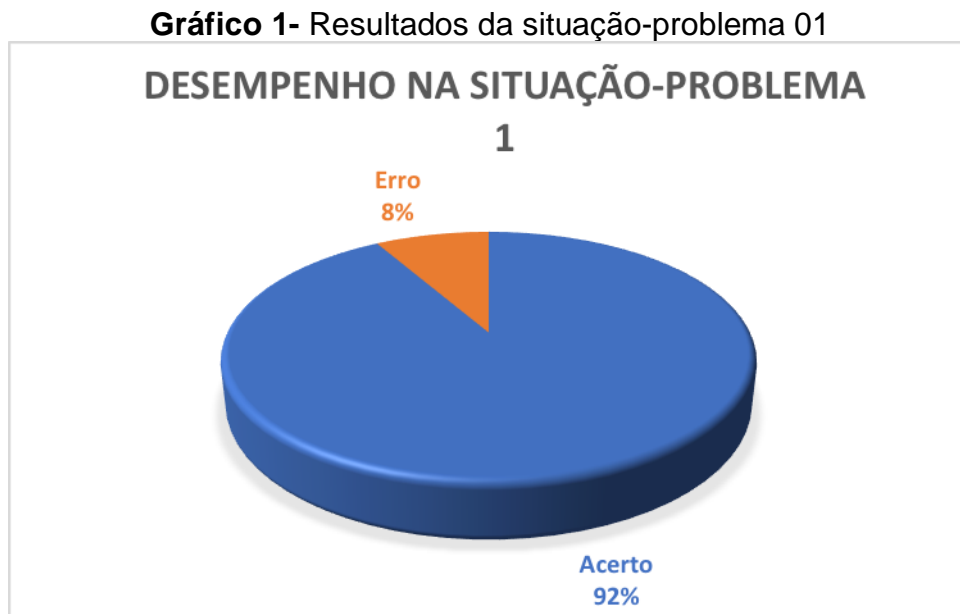
(D) 7,0

**Fonte:** Universidade Estadual do Rio de Janeiro

Sobre a situação-problema 1, foi constatado que: 11 alunos investigados não encontraram dificuldades em sua resolução, uma vez que eles responderam corretamente à questão e apenas 1 errou o problema apresentado. Outro ponto a ser destacado é o de que na resolução do problema proposto, eles apresentam, através dos registros escritos, passo a passo, o movimento do pensamento matemático, o que nos revela indícios da apropriação do conceito da Lei dos Cossenos.

Todavia, sobre o aluno que não obteve êxito na resolução do problema podemos constatar que há uma possível distorção quanto à sua visualização mental sobre as formas de um triângulo. O aluno em questão possivelmente tenha assimilado e internalizado que todo triângulo se reduz a triângulo retângulo, como podemos visualizar na figura 3, apresentada logo após o gráfico 1, que apresenta,

em linha gerais, o desempenho dos alunos na resolução da primeira situação-problema.



**Fonte:** Dados empíricos da pesquisa.

Agora apresentamos a resolução do aluno chamado de  $A_2$ , que não obteve êxito completamente no problema apresentado.



Figura 3 – Resolução do aluno A<sub>2</sub>

Os hexágonos têm lados iguais a 10 cm, logo,  $TM = 30\text{cm}$ ,  $MF = 50\text{cm}$ , desprezando os espaços entre os hexágonos.

$TF = ? = \text{hipotenusa, "pitágorasinha"}$ .

$$TF^2 = 30^2 + 50^2$$

$$TF = 70\text{cm}$$

Só pegar a velocidade média agora.

$$\Delta v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad TF = \frac{70\text{cm}}{10\text{s}}, \quad TF = 7\text{cm/s}$$

ALTERNATIVA 10.

Fonte: Fonte: Dados empíricos da pesquisa.

Nota-se que ele registrou perfeitamente os elementos a serem utilizados para a resolução do problema. Contudo, devido à redução do seu pensamento à assimilação de um triângulo retângulo, usou perfeitamente o Teorema de Pitágoras, o que desta forma determina um resultado diferente do pretendido pelo problema. Mesmo assim, na questão, ele ainda coloca o valor exato, imaginando que passaria despercebido pelo professor-pesquisador.

Percebemos que esse aluno talvez não tenha desenvolvido tal habilidade de reconhecimento das formas de um triângulo, o que possa ser o fator que o levou para a resposta imprecisa.

Nesse momento apresentaremos a resolução de um aluno que obteve êxito na situação-problema 1.

**Figura 4 - Resolução do A<sub>10</sub>**

The image shows a student's handwritten solution on lined paper. On the left, a triangle is drawn with vertices T, M, and F. Side TM is labeled '30cm', side MF is labeled '50cm', and the angle at M is labeled '60°'. The side TF is labeled 'TF = ?'. To the right of the diagram, the student uses the Law of Cosines to find the length of TF. The calculations are as follows:

$$TF^2 = TM^2 + MF^2 - 2 \cdot TM \cdot MF \cdot \cos 60^\circ$$

$$TF^2 = (30)^2 + (50)^2 - 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot (-\cos 60^\circ)$$

$$TF^2 = 900 + 2500 - 3.000 \cdot (-0,5)$$

$$TF^2 = 900 + 2500 + 1.500$$

$$TF^2 = 4.900 \Rightarrow TF = 70\text{cm} //$$

Below the calculations, the student calculates the velocity:

$$v = \frac{70\text{cm}}{10\text{s}} = \boxed{7\text{cm/s}}$$

There is a note: '↓ na (b) 7,0 //'. At the bottom, there is a handwritten explanation in Portuguese:

Nessa primeira questão, eu liguei os pontos e, assim, formei um triângulo. Depois dei a lei quanto mediam os lados que chama de: TM e MF. A partir da Lei dos Cossenos descobri o valor do lado TF. Por fim, dividi o lado TF por 10, uma vez que a formiga precisa chegar no mesmo instante que a mosca.

**Fonte:** Dados empíricos da pesquisa.

Na análise das duas resoluções da primeira situação-problema, através dos registros, já foi possível observar a relevância que esse momento apresenta aos 9alunos, provocando-os a exporem suas estratégias metodológicas e como eles organizam o seu pensamento na resolução de situações-problemas. Foi interessante também observar o sentimento de autonomia, distanciando-se daquelas resoluções em que o aluno apresenta apenas as fórmulas e a aplicação das mesmas. Precisamos, portanto, promover oportunidade aos alunos, para que eles falem, se expressem não somente através da fala oral, mas também da fala escrita (dos registros escritos).

Pelo viés da Teoria Histórico-Cultural, a apropriação dos conceitos se dá, sobretudo, mediada pela fala. Várias são as funções que a palavra possui. Na verdade,

As palavras nos permitem compartilhar experiências, pensamentos, sentimentos, e também ocultá-los [...] por ela agimos com o outro e sobre o outro: apoiamos, dirigimos a atenção, pedimos, prometemos, damos ordens, negociamos, discutimos, polemizamos, trapaceamos. [...] Por elas e com elas nos aproximamos do outro. Acolhemos sua palavra, ouvimos e reconhecemos nos seus modos de dizer os fragmentos da realidade a que dirige sua tenção, os modos como apreende a realidade e como a organiza. [...] No jogo das palavras, construímos a nossa própria identidade, dizemos o mundo e nos dizemos no mundo (FONTANA; CRUZ, 1997, p. 80).

Especificamente sobre situação-problema 02, proposta no questionário, levantamos a possibilidade de o aluno enxergar o ângulo formado entre dois ponteiros de um relógio (horas, minutos), como podemos observar na Figura 5:

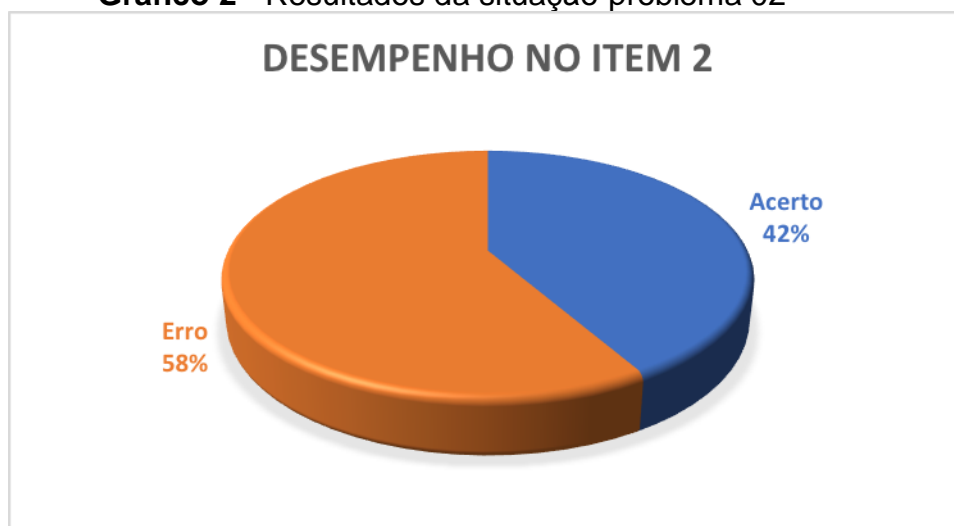
### Figura 5 – Situação-problema 02

02) Em um relógio analógico, qual é o ângulo formado pelos ponteiros dos minutos e das horas às 2h30min?

**Fonte:** Matemática: ciência e aplicações: ensino médio, volume 2 / Gelson Iezzi. . . [et. al.] . – 9. ed. – São Paulo: Saraiva, 2016. Adaptada. Questão 12, p. 13.

Com base no Gráfico 2, tivemos um panorama dos dados obtidos acerca desta situação:

**Gráfico 2 - Resultados da situação-problema 02**



**Fonte:** Próprio autor

De acordo com as nossas análises, dos 12 alunos participantes deste estudo, 7 alunos, ou seja, 58%, não conseguiram responder corretamente a situação-problema 02, embora tenham apresentado os registros escritos do seu movimento de pensamento. Um fato observado nos registros dos alunos é que eles não levaram em consideração o deslocamento do ponteiro das horas, na medida em que o tempo

passa, apenas o ponteiro dos minutos. Isso pode ser visualizado nas Figuras 6 e 7, as quais ilustram os registros de dois alunos que não obtiveram êxito no desenvolvimento do problema em análise.

**Figura 6- Resolução do A7**

2.º) \* Passo 1 - encontrar o ângulo dos ponteiros de minuto e hora em uma volta completa:

$$12h = 360^\circ$$

$$60\text{min} = 360^\circ$$

\* Passo 2 - utilizando os valores acima vamos fazer regra de 3 e encontrar os ângulos para 2h 30m:

$12h = 360^\circ$	$60\text{min} = 360^\circ$
$2h = x^\circ$	$30\text{min} = x^\circ$
$12x = 2 \cdot 360$	$60x = 30 \cdot 360$
$12x = 720$	$60x = 108000$
$x = \frac{720}{12} = 60^\circ$	$x = \frac{108000}{60} = 180^\circ$

Fonte: Dados empíricos da pesquisa.

**Figura 7- Resolução do A10**

02/2

$12h = 360^\circ$  }  $2 \cdot 360 = 12x \Rightarrow x = 60$

$2h = x$

$60\text{min} = 360^\circ$  }  $360 \cdot 30 = 60x \Rightarrow x = 180$

$30\text{min} = x$

$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ , Ângulo Menor =  $360 - 120 = 240^\circ$

Aplicuei uma regra de três para descobrir quantos graus correspondia duas horas em um relógio, e outra regra de três para os minutos. Depois, só subtraí.

Fonte: Dados empíricos da pesquisa.

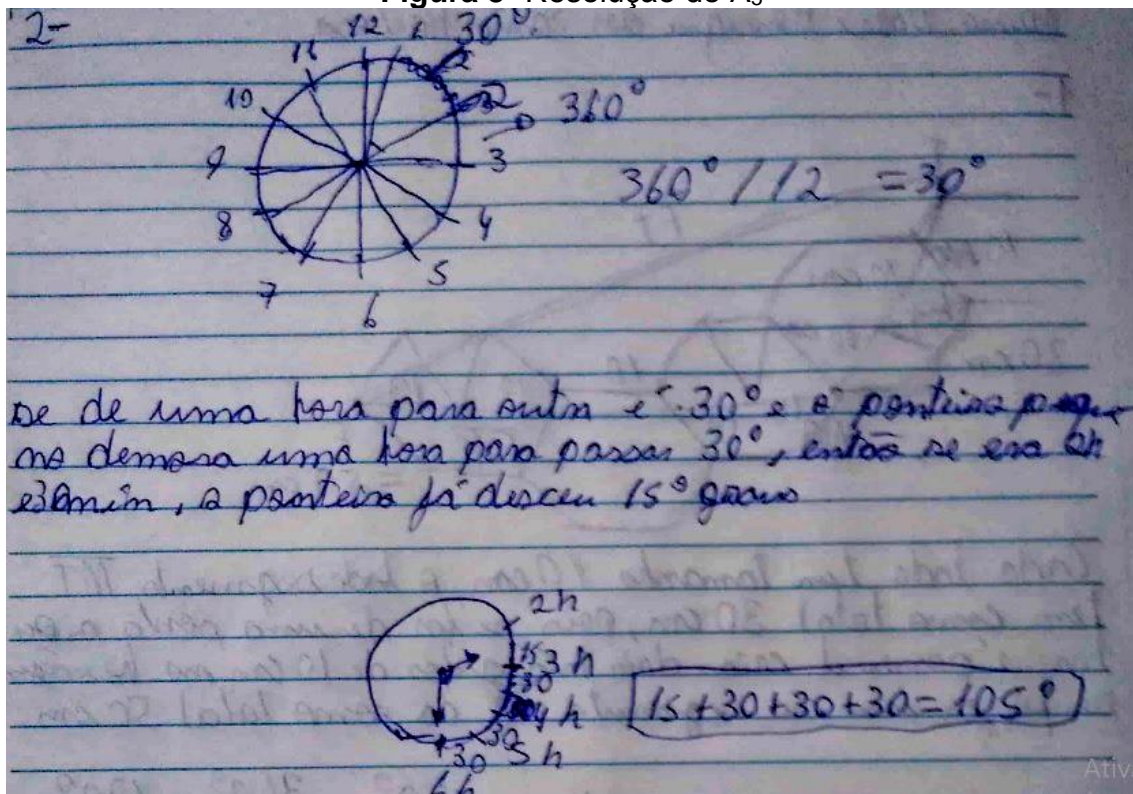
Ficam evidenciadas nas Figuras 6 e 7 que os dois alunos imaginaram a posição do ponteiro que indica a hora como um ponto fixo, considerando apenas o deslocamento do ponteiro dos minutos. Logo, podemos perceber que estes alunos



ainda não conseguiram responder à questão de forma independente. Isso significa dizer, trazendo à tona o conceito de ZDP, que as funções psicológicas para estes alunos realizarem tal situação-problema ainda não foram tão bem assimiladas por eles, havendo, portanto, a necessidade de o professor auxiliá-los mais e melhor, com a ajuda dos registros, propondo novas atividades, com o fito de que ocorra o desenvolvimento real desses alunos.

Em seguida, apresentamos, respectivamente, nas Figuras 8 e 9, imagens dos registros de dois alunos que obtiveram 100% de êxito na resolução da situação-problema 02.

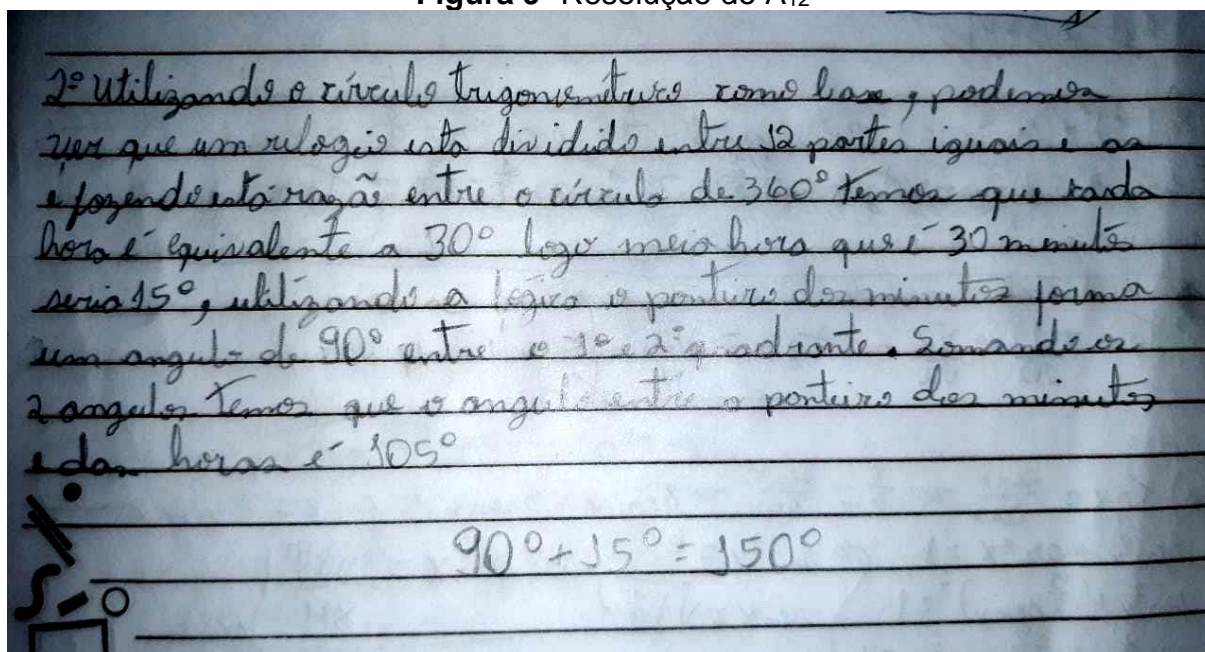
**Figura 8-** Resolução do A<sub>5</sub>



Fonte: Dados empíricos da pesquisa.

Temos acima a resolução da situação-problema 2, realizada pelo aluno identificado como A<sub>5</sub>, e logo abaixo apresentamos a resolução do aluno A<sub>12</sub>.

**Figura 9-** Resolução do A<sub>12</sub>



**Fonte:** Dados empíricos da pesquisa.

Observamos no registro feito pelo aluno identificado como A<sub>5</sub> todo o cuidado em repartir um círculo em 12 fatias e que na sua resolução, considerou 3 fatias completas e a metade de outra fatia, o que fez chegar à resposta matematicamente procurada e correta.

Já o aluno identificado como A<sub>12</sub> fez um desenvolvimento similar, porém, podemos observar que, ao final do seu trabalho, ele registrou um resultado diferente ao que foi revelado pelos seus procedimentos o que, possivelmente, pode ter se dado como fator que tirou sua atenção ao concluir a situação-problema proposta.

Dando continuidade à análise e discussão dos resultados apresentados pelos alunos - insistindo um pouco mais na questão de estratégias empregadas por eles no desenvolvimento das situações-problemas propostas, empregando os registros escritos - na situação-problema 3 do questionário (Figura 10), envolvemos o conceito de perímetro da circunferência, no qual o intuito era calcular o número de vezes que aquela medida caberia dentro de um certo espaço.

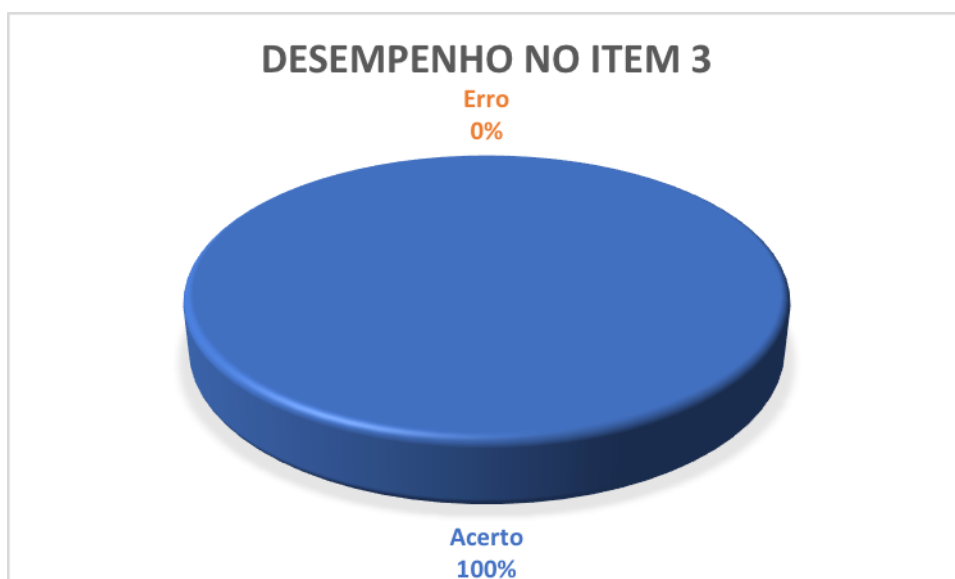
**Figura 10-** Situação-problema 03

03) Supondo que o pneu de um carro de passeio, como o carro abaixo, possua 0,5 m de raio e que ele percorreu 6280 m. Quantas voltas deu um pneu desse carro?



**Fonte:** Disponível em: [www.brainly.com.br/tarefa/4146441](http://www.brainly.com.br/tarefa/4146441). Acesso em: em 2 jun. 2020. Adaptada.

Trata-se de um problema do cotidiano, o que contribuiu para que os alunos não encontrassem dificuldades na interpretação e resolução do problema. Da amostra analisada, tivemos um resultado satisfatório, o que está expresso no Gráfico 3.

**Gráfico 3 -** Resultados da situação-problema 03

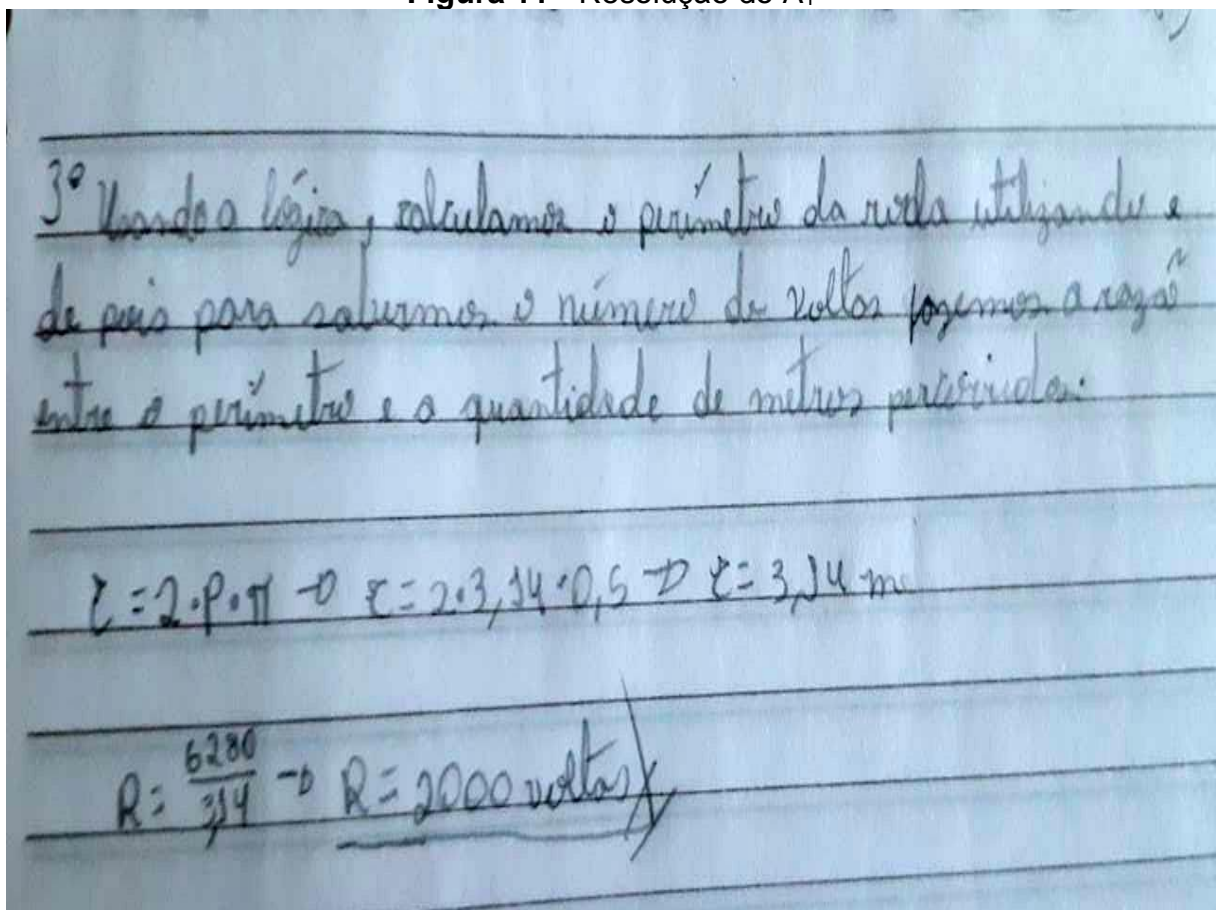
**Fonte:** Dados empíricos da pesquisa.

Dos dados que extraímos, observamos que 100% dos alunos obtiveram êxito, o que fortalece ainda mais a importância do registro escrito como estratégia metodológica, levando o aluno a pensar matematicamente, de forma mais reflexiva. Isso vai ao encontro das reflexões de Nacarato (2013, p. 70), ao pontuar que:

A escrita ajuda o aluno a pensar matematicamente, pois a ação de escrever permite-lhe tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que escreveu e reestruturar sua escrita. Há um movimento reflexivo que contribui para a matematização. Matematizar é um processo que pressupõe a interação com o outro, e as ideias matemáticas constituem e são constituídas por diferentes significações, diante das possibilidades de representação e comunicação do nosso pensamento.

Além disso, ao se considerar a nossa pesquisa, a forma como o problema é desenvolvido ganha um motivo a mais que faz com que o próprio aluno consiga entender o seu desenvolvimento. É o que podemos observar nas duas imagens abaixo que retratam o processo desenvolvido por dois participantes da pesquisa: A<sub>1</sub> e A<sub>12</sub>.

**Figura 11 - Resolução do A<sub>1</sub>**



**Fonte:** Dados empíricos da pesquisa



Figura 12 - Resolução do A<sub>12</sub>

$$C = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 = 3,14 \text{ metros}$$

$$C = \frac{6280}{3,14} = 2000 \text{ voltas}$$

Pela lógica, tive que calcular o perímetro do pneu e para isso utilizei a fórmula da circunferência  $= 2 \cdot r \cdot \pi$ .  
 Sabendo assim que um volta inteira do pneu é igual 3,14 em, dividi a quantidade de que o carro percorreu sobre o volta completa do pneu.

Fonte: Dados empíricos da pesquisa.

Observamos nas resoluções acima que, mesmo com suas dificuldades, os alunos A<sub>1</sub> e A<sub>12</sub> desenvolveram o seu raciocínio, tornando as resoluções mais contundentes e precisas, o que facilita para o professor e até para o próprio aluno a análise da formação do conhecimento aplicado e a identificação dos pontos passíveis de reformulações.

Feitas a análise e a discussão dos resultados dessa primeira categoria, podemos sintetizar que são potencialidades do registro no processo de apropriação de conceitos matemáticos: o processo evolutivo da linguagem escrita; a autonomia dada ao aluno na organização de suas ideias matemáticas; novas significações acerca das situações-problemas até aí, possivelmente, desprovidas de sentidos para os alunos, enfim, a superação de práticas tradicionais limitadas às fórmulas e aos cálculos. Isso, certamente, traz implicações relevantes para o ensino de matemática e para os processos de escrita. Em outras palavras, como diz Nacarato (2013, p. 66), ao adotar essa metodologia do registro escrito na resolução de situações-problema, os alunos “[...] apoiando-se nas ferramentas da língua materna, eles vão se apropriando dos conceitos matemáticos e refinando-os, até chegar aos verdadeiros conceitos científicos”.

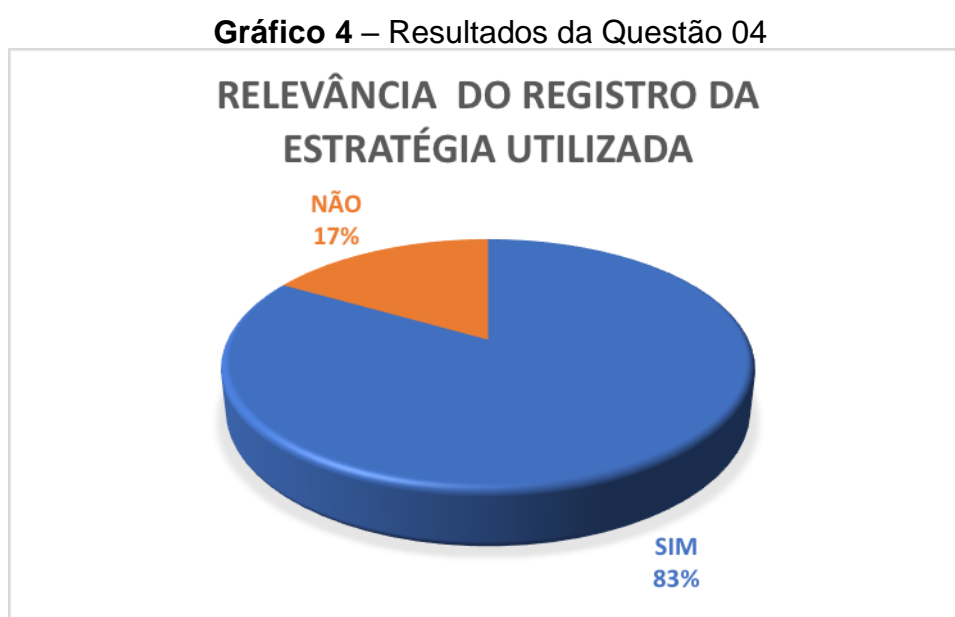
## 4.2 Significações desenvolvidas pelos alunos investigados acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas

No intuito de investigarmos sobre as significações desenvolvidas pelos alunos, sujeitos dessa pesquisa, acerca das potencialidades do registro na resolução de situações-problema e produção de significações de conceitos matemáticos propostas, fizemos duas perguntas, que correspondem as situações 4 e 5 do questionário proposto. A seguir, apresentamos os dois questionamentos apresentados, e logo após a segunda, discorreremos nossas análises.

- *Para vocês, essa estratégia metodológica, ou seja, de o aluno explicar o seu caminho e o seu pensamento empregados para resolver situações-problema sobre conceitos matemáticos do Ensino Médio, é importante para uma melhor compreensão e aprendizagem da matemática? Por quê? (QUESTÃO 4 – QUESTIONÁRIO).*

- *Na sua história de vida enquanto aluno da Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio), você lembra de algum(a) professor(a) trabalhar nessa perspectiva metodológica? Se sim, nos relate sobre essa experiência com a produção textual (o registro) na resolução de problemas matemáticos (QUESTÃO 5 – QUESTIONÁRIO).*

Para a Questão 04, obtivemos o seguinte resultado apresentado no gráfico 4 logo abaixo.



**FONTE:** Próprio autor

Apresentamos aqui alguns fragmentos das falas escritas dos(as) alunos(as) investigados acerca desses questionamentos:

Pessoalmente acho que a autoexplicação é o melhor método para o ensino. Para o camarada explicar o que ele faz, ele obrigatoriamente precisa entender o que ele fez (**A<sub>2</sub>**).

Sim. Cada um de nós pensamos de maneira diferente, por isso acho que é importante ver como o aluno chegou naquele resultado (**A<sub>9</sub>**).

Acho que perderia tempo ao fazer os cálculos e explicar como chegar à resolução. Porém, seria interessante (**A<sub>1</sub>**).

Na minha experiência só dificultou mais, porque eu não sabia explicar muito bem, além de ser muito tempo para pensar em uma explicação. Eu gosto de metodologia, mas para que ela realmente funcionasse pra mim teria que ter mais tempo e questões mais fáceis de explicar (**A<sub>12</sub>**).

E para a Questão 05, obtivemos o resultado apresentado abaixo no gráfico 5.

**Gráfico 5** - Resultados da Questão 05



**FONTE:** Próprio autor

Aqui, para explicar esse resultado, apresentamos também fragmentos das falas escritas dos(as) alunos(as) investigados:

Não tive nenhum professor com essa metodologia (**A<sub>9</sub>**).

Não. Nenhum dos meus professores anteriores trabalharam com essa didática (**A<sub>11</sub>**).

Ao analisarmos os registros escritos dos alunos, produzidos através do questionário, no geral, observamos que as significações desenvolvidas contribuem para o processo de interpretação e compreensão do problema matemático. No entanto, há aqueles que afirmam que nunca tiveram essa metodologia antes em suas histórias de vida discentes, a exemplo de **A<sub>9</sub>** e **A<sub>11</sub>**. Todavia, **A<sub>9</sub>**, mesmo afirmando que nunca teve nenhum professor que empregasse essa mesma metodologia antes, entende que “cada um de nós pensamos de maneira diferente, por isso acho que é importante ver como o aluno chegou naquele resultado”.

Dessa forma, **A<sub>9</sub>** passa a reconhecer que uma das potencialidades do registro está na oportunidade de o aluno compreender como chegou ao resultado da situação-problema. Corroborando as ideias de **A<sub>9</sub>**, temos **A<sub>2</sub>**, que complementa: “pessoalmente acho que a autoexplicação é o melhor método para o ensino. Para o camarada explicar o que ele faz, ele obrigatoriamente precisa entender o que ele fez”. Na verdade, **A<sub>2</sub>** reconhece a necessidade de o aluno trabalhar com a autoexplicação, a ponto de afirmar que se trata do melhor método de ensino. Identificamos, então, mais uma das potencialidades do registro: possibilitar ao aluno a autoexplicação do seu raciocínio matemático no desenvolvimento de uma situação-problema, atribuindo, portanto, sentido ao conceito matemático apropriado.

Na nossa análise, afirmamos que tal recurso metodológico potencializou o processo de apropriação de conceitos matemáticos do Ensino Médio, pois os alunos passaram a significar a Matemática não só como números, mas como um instrumento que também pode contribuir na produção textual, no letramento, a partir da leitura e escrita.

No entanto, somos conscientes de que demanda muito mais tempo, como foi criticado por **A<sub>12</sub>**: “eu gosto de metodologia, mas para que ela realmente funcionasse pra mim teria que ter mais tempo e questões mais fáceis de explicar (**A<sub>12</sub>**)”.

Diante dos registros escritos dos alunos participantes deste estudo, ficou evidenciado, como entende Serrão (2006, p. 169), que “as significações com as quais os estudantes se deparam no exercício da prática de ensino traziam (ou trazem) a síntese histórica da cultura da escola e da cultura escolar”. Isso vai ao encontro do conteúdo das significações atribuídas por esses alunos, ao discorrem sobre essa problemática.

Nesse sentido, entendemos que o professor deve ser o organizador do ensino, pois ele é o principal mediador da apropriação dos conhecimentos teóricos matemáticos. Por isso, durante o decorrer do processo, o professor tem que refletir e adequar suas práticas, de modo a atender os desafios em sala de aula.

A partir dessa perspectiva analítica, constatamos, em linhas gerais, que a mudança deve acontecer desde a formação que se dá na realização dos Cursos de Licenciatura em Matemática, uma vez que esse trabalho desempenhado nas universidades, com alunos ainda em formação, poderá refletir de forma significativa no ensino básico, quando estes, então alunos, tornarem-se professores em suas práticas diárias no contexto escolar.

Por essa razão, há a necessidade de refletirmos, enquanto professores de Matemática, sobre a nossa atividade pedagógica, posto que se a academia tem formado profissionais que em sua atuação docente ainda não se atentam a essa metodologia no que diz respeito ao ensino da Matemática, cabe a nós a reformulação do nosso fazer docente, buscando assim novas estratégias metodológicas, novas possibilidades de mediação da aprendizagem matemática.

Tendo em vista a constatação que nossa pesquisa revela, de que 83% dos alunos pesquisados disseram não ter, em toda a sua vivência escolar, encontrado professores que trabalhassem na perspectiva do registro (produção textual), entendemos que esses professores responsáveis pela formação cognitiva desses alunos deixaram de explorar um recurso muito importante no processo de ensino e aprendizagem: a percepção através da escrita. Sem ela, os alunos têm mais dificuldades de apropriação, acabando por consolidar um processo de formação lento e cheio de falhas decorrentes.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa seção, trouxemos a síntese das conclusões que podemos formar no desenvolvimento dessa pesquisa, a fim de tornar possível a resposta que a norteou: quais potencialidades do registro (produção textual) na resolução de problemas e produção de significações de conceitos matemáticos a alunos do Ensino Médio?

Para encontrar tal resposta, buscamos no seu ambiente de aprendizagem alguns elementos que pudessem nos direcionar a algo plausível, que abordasse principalmente a aprendizagem da matemática, que é o campo principal aqui pretendido.

De início, realizamos estudos com aspectos voltados para a Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, em publicações de Vygotsky, Leontiev e seguidores, a fim de obtermos o subsídio teórico que nos proporcionasse as diretrizes a serem seguidas durante toda a trajetória metodológica. Entendemos que a aprendizagem tem uma grande ligação com o meio social ao qual os discentes estão inseridos e, portanto, estudando esse meio, podemos entender a forma de aprendizagem do aluno.

Prosseguimos com nossa pesquisa, disponibilizando aos discentes, a aplicação de um questionário on-line, para que assim pudéssemos vislumbrar os dois últimos objetivos específicos estabelecidos para esse trabalho.

Ficou evidente, na pesquisa aqui realizada, que uma parcela significativa dos alunos compreendem como positiva a metodologia de se fazer a resolução de problemas, realizando-se conjuntamente o registro do processo de todo o movimento de pensamento percorrido, visto que isso acaba por revelar seu desenvolvimento cognitivo. Evidenciou-se, porém, que grande parte dos discentes não está acostumado com essa proposta metodológica, o que nos leva a acreditar que os mesmos apenas desenvolvem a habilidade de calcular, sem formular uma significação àquilo que é praticado, ao fazer o uso da escrita.

Essa pesquisa nos revelou também que há a necessidade da busca de agregar novos elementos à didática realizada pelos professores de Matemática, no intuito de proporem atividades que remetam aos alunos um momento de reflexão e produção de significados e sentidos quanto ao processo de ensino e aprendizagem e sua efetividade.

Logo, o registro escrito mostrou-se como uma ferramenta potencializadora no processo de apropriação de conceitos matemáticos no 2º ano do Ensino Médio. Dentre outras de suas potencialidades, evidenciamos: o processo evolutivo da linguagem escrita; a autonomia dada ao aluno na organização de suas ideias matemáticas; novas significações acerca das situações-problema, até aí possivelmente desprovidas de sentidos para os discentes, e a superação de práticas tradicionais limitadas às fórmulas e cálculos.

Todavia, sabemos que essa pesquisa não esgota todos as linhas que verificam a relevância do registro escrito para a educação e muito menos tenta fazer do registro a única forma de aprendizagem. Buscamos, aqui, vislumbrar o quão os registros escritos, instituídos a partir dos anos iniciais do sujeito em formação, podem contribuir para o desenvolvimento significativo da aprendizagem dos discentes, tornando-os, assim, sujeitos críticos e humanizados matematicamente.

## REFERÊNCIAS

- BAGNE, J.; NACARATO, A. M. A prática do diálogo em sala de aula: uma condição para elaboração conceitual da matemática nos alunos. **Revista Reflexão e ação**, Santa Cruz do Sul, v.20, n. 2, p. 186-214, jul./dez. 2012.
- DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução L. F LEVY; M.R.A SILVEIRA. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar**: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011. v. 1.
- FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: livros Horizonte, 1978.
- LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (orgs.). **Ensino desenvolvimental**: Antologia. Livro 1. Uberlândia, MG: EDUFU, 2017.
- MANDEL, L. **O poder da escrita**. São Paulo: Rosari, 2011. 192p.
- MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.
- MESQUIDA, P. **Piaget e Vygotsky**: um diálogo inacabado. Champagnat, 2000.
- NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- NACARATO, A. M. A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria & Prática**, Campinas, v. 31, n. 61, p. 63-79, nov. 2013.
- OLIVEIRA, M. K. Vygotsky: **aprendizado e desenvolvimento**: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 2002.
- OIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016.
- RODRIGUES, V. L. G. de C.; SFORNI, M. S. de F. Análise da apropriação d conceito de volume sob a perspectiva da teoria da atividade. **Ciência & Educação**. v. 16, n. 3, p. 543-556, 2010.
- SADOVSKV, P. Falta fundamentação didática no ensino de Matemática. **Revista Nova Escola**. Fundação Vitor Civita, edição 199, janeiro/fevereiro. 2007.



SANTOS, E. R. dos.; BURIASCO, R. C. de. Análise de produção escrita em matemática como uma estratégia de ensino: algumas considerações. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.17, n.1, p. 119-136, 2015.

SANTOS, J. R. V. dos; BURIASCO, R. L. C. de. Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica. **Zetetiké**. Cempem – FE, Unicamp, v.16, n. 30, jul./dez., 2008.

SERRÃO, M. I. B. **Aprender a ensinar**: a aprendizagem do ensino no curso de pedagogia sob o enfoque histórico-cultural. São Paulo: Cortez, 2006.

SHEFFER, N. F.; BRESSAN, J. Z.; CORRÊA, R. M. Narrativas matemáticas: linguagem verbal e não-verbal, a argumentação e os registros de representação na discussão do tema funções com auxílio de tecnologias. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Eds.). **Tecnologias e Educação Matemática**: ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM-DNE, 2010. v. 7p. 45–61.

TRUJILLO F. A. **Metodologia da pesquisa científica**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1982.

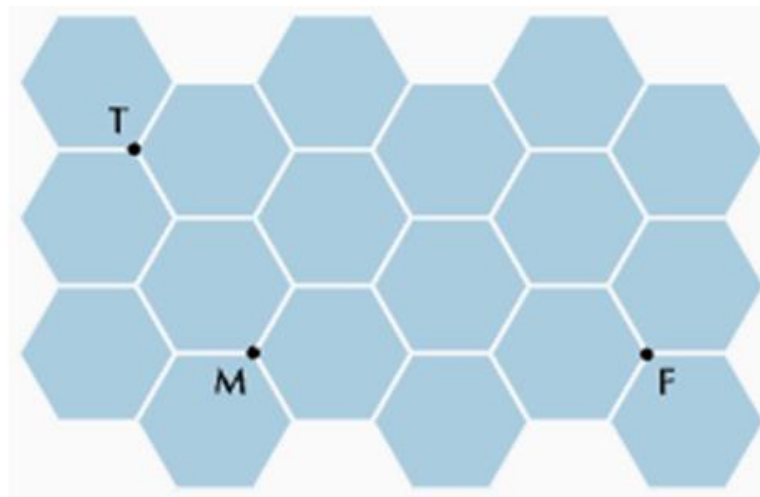
VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

## APÊNDICE A – Questionário on-line

Prezados alunos, nas questões 01, 02, e 03, apresentamos situações-problemas envolvendo conceitos matemáticos do Ensino Médio já trabalhados nesta(s) turma(s). Com a finalidade de observarmos o pensamento matemático, como são desenvolvidos os cálculos para se chegar aos resultados esperados dessas situações-problemas, solicitamos que vocês expliquem, a partir de uma produção textual (do registro), passo a passo o caminho do raciocínio e do pensamento percorridos nesse processo. Fiquem à vontade para usar desenhos, caso julguem necessários.

01) (UERJ) Um piso plano é revestido de hexágonos regulares congruentes cujo lado mede **10 cm**. Na ilustração de parte desse piso, T, M e F são vértices comuns a três hexágonos e representam os pontos nos quais se encontram, respectivamente, um torrão de açúcar, uma mosca e uma formiga. Ao perceber o açúcar, os dois insetos partem no mesmo instante, com velocidades constantes, para alcançá-lo. Admita que a mosca leve **10 segundos** para atingir o ponto T. Despreze o espaçamento entre os hexágonos e as dimensões dos animais. A menor velocidade, em centímetros por segundo, necessária para que a formiga chegue ao ponto T no mesmo instante em que a mosca, é igual a:



(A) 3,5

(B) 5,0

(C) 5,5

(D) 7,0

02)(Questão adaptada) Em um relógio analógico, qual é o ângulo formado pelos ponteiros dos minutos e das horas às 2h30min?

03)(Questão adaptada) Supondo que o pneu de um carro de passeio, como o carro abaixo, possua 0,5m de raio e que ele percorreu 6280 m. Quantas voltas deu um pneu desse carro?



04) Para vocês, essa estratégia metodológica, ou seja, de o aluno explicar o seu caminho e o seu pensamento empregados para resolver situações-problema sobre conceitos matemáticos do Ensino Médio, é importante para uma melhor compreensão e aprendizagem da matemática? Por quê?

05) Na sua história de vida enquanto aluno da Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio), você lembra de algum(a) professor(a) ter trabalhado nessa perspectiva metodológica? Se sim, nos relate sobre essa experiência com a produção textual (o registro) na resolução de problemas matemáticos.