Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Um olhar sobre a Educação Inclusiva de Deficientes Visuais – Estratégias de Ensino de Trigonometria e Geometria Espacial

Marcos Wildson Alves Nery

Teresina
2013

Marcos Wildson Alves Nery

Dissertação de Mestrado:

Um olhar sobre a Educação Inclusiva de Deficientes Visuais – Estratégias de Ensino de Trigonometria e Geometria Espacial

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Matemática, da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. Newton Luís Santos

Teresina

2013

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Comunitária Jornalista Carlos Castello Branco
Serviço de Processamento Técnico

N456o Nery, Marcos Wildson Alves
Um olhar sobre a educação inclusiva de deficientes visuais – estratégias de ensino de trigonometria e geometria espacial / Marcos W. A. Nery.- 2013
167f.

Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013.
Orientação: Prof. Dr. Newton Luís Santos

1. Matemática-Estudo e Ensino. 2. Educação Inclusiva. 3. Cegos- Educação. I. Título.

CDD: 510.7

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SBM

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **Mestre em Matemática**, intitulada **"Um olhar sobre a Educação Inclusiva de Deficientes Visuais – Estratégias de Ensino de Trigonometria e Geometria Espacial.**", defendida por **MARCOS WILDSON ALVES NERY** em **6/8/2013** e aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Newton Luis Santos
Presidente da Banca Examinadora

Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior (UFPI)
Examinador

Profa. Msc. Márcia Raika e Silva Lima (SEDUC)
Examinador

A meu pai, Seu Dedé, que
Sempre conseguiu “ver” antes de todos
O melhor nas pessoas.

Agradecimentos

Agradeço a Deus sem O qual nada teria sido possível.

À minha esposa Henriqueta pelo companheirismo incondicional e pela força dada em todas as minhas decisões.

Ao Prof. Dr. Newton Luís Santos, pelas orientações, pela cordialidade, pela atenção, pela paciência e pela competência em ensinar.

Aos professores do PROFMAT-UFPI pelo compromisso, seriedade e competência com que tratam a educação.

Ao querido amigo Prof. MSc. Mário Gomes (Xuxa) pelas carinhosas palavras de incentivo e pelos equipamentos emprestados.

Aos amigos de turma do PROFMAT, em particular meus irmãos de curso Janiel, Valtércio e Zaigla pelos momentos compartilhados de angústias, alegrias, descontração e de discussão que deram ao curso um toque especial, tornando-o mais agradável.

Aos meus pais, Seu Dedé e Dona Rosa, minhas irmãs, Ceciane, Carine e Caliane e minha filha Clarice por compreenderem minhas ausências e ainda me apoiarem.

À D. Alice minha sogra que foi sempre muito querida e amiga nas muitas horas em que eu precisei de um socorro.

À CAPES pelo apoio financeiro que possibilitou a concretização deste Mestrado.

"*Apresento com clareza tudo o que você deve aprender; não falo através de metáforas obscuras, mas com simplicidade, já que o diálogo é exercício entre amigos. Veja, este que está à sua frente é Prometeu, o que trouxe o fogo para a humanidade.*".

Ésquilo.

Resumo

Este trabalho visa mostrar aspectos da educação Matemática no Brasil sob um perfil histórico bem como a situação da inclusão de jovens cegos no Ensino Básico no Brasil, mais especificamente na cidade de Teresina, capital do estado do Piauí, bem como propor estratégias de apresentação de conteúdos de Matemática para crianças e jovens cegos do Ensino Básico incluídos em turmas regulares. Os conteúdos abordados são tópicos de Trigonometria e de Geometria Espacial em virtude de exigirem abstração e representações formais por meio de desenhos que são, por natureza, incompatíveis com a condição de um aluno cego.
Palavras-chave: Educação Matemática, Matemática inclusiva, Educação de jovens cegos.

Abstract

This work aims to show aspects of mathematics education in Brazil under a historical profile as well as the situation of the inclusion of blind youngsters in Basic Education in Brazil, more specifically in the city of Teresina, capital of the state of Piauí, and it proposes strategies for presentation of Mathematical contents for blind children and youngsters included in regular classes. The subjects covered are topics of Trigonometry and Geometry Space by virtue of requiring abstraction and formal representations through drawings which are by nature incompatible with the condition of a blind student.
Keywords: Mathematics Education, Mathematics Inclusive, Education of young blind.

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Certa vez indaguei aos alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio:

– O que seria da humanidade sem a Matemática?

Um turbilhão de respostas desordenadas e colocações desconexas explodiu na sala. De respostas criativas e algumas até dissolutas o que mais pude discernir foi a de que "seria ótimo!". Tal reação não foi nem de longe estranha para mim pois já a esperava. O que me deixou decididamente surpreso foi a resposta de uma aluna que até então eu não sabia como ia proceder para ensinar-lhe Trigonometria e Geometria Espacial visto tratar-se de uma aluna cega. Camila era o seu nome e ela disse simplesmente:

– Ia ser muito ruim professor!

Intrigado com sua resposta pois achava que ela, talvez até mais que os outros alunos que não tinham a sua deficiência visual, tivesse uma verdadeira ojeriza à simples menção ao nome da nobre ciência perguntei-lhe o porque de sua resposta ao que ela respondeu:

– Ora professor, poderia até ter suas vantagens a ausência do conhecimento da Matemática na humanidade mas as desvantagens seriam muito maiores.

Nesse momento, estranhamente, a sala com quase 60 alunos estava no mais absoluto silêncio ouvindo nossa discussão.

– Explique melhor Camila.

– Bom, sem a Matemática não moraríamos em casas confortáveis, não teríamos os recursos tecnológicos de hoje, não teríamos meios de transportes como carros, motocicletas e aviões e talvez até morássemos ainda em cavernas.

– E as vantagens?

– Bom, a vantagem é que talvez vivêssemos em um mundo não poluído visto que não teríamos a tecnologia para o poluir ou desmatar. Mas acho também que a população mundial (humana) seria menor pois talvez nem fôssemos mais a espécie dominante.

– E nem estaríamos tendo essa conversa não é Camila!

Disse eu embasbacado com aquela mocinha cega com ideias tão lúcidas.

Relato esse acontecimento marcante para mim como o recordo, apropriando-me por vezes de uma linguagem não comum aos modernos adolescentes com o intuito de melhor ilustrá-la.

Naquele dia resolvi que teria que fazer algo por ela. Melhor, decidi que queria fazer algo que contribuísse para o ensino de Matemática de jovens cegos.

A problemática da inclusão de jovens cegos em turmas regulares além de outros tantos exteriores reside também no fato de que aspectos da teoria Matemática exigem além de uma simbologia adequada o uso de figuras, gráficos e desenhos para embasamento teórico. Tal metodologia utilizada em turmas regulares é absolutamente ineficaz em se tratando de um aluno com deficiência visual incluído nessa turma.

O principal objetivo do presente trabalho é o de propor estratégias e técnicas de apresentação de conteúdos matemáticos abstratos para jovens cegos incluídos em turmas regulares do Ensino Médio. A abordagem escolhida foi a da utilização de recursos pedagógicos diversos, com ênfase da aplicação do Multiplano® para a apresentação de conteúdos da Matemática como a Trigonometria e a Geometria Espacial devido seu caráter abstrato e da necessidade de representação gráfica de suas características e propriedades.

No capítulo 2 do trabalho é apresentado um breve histórico do ensino da Matemática no Brasil desde o período colonial até os dias atuais bem como do ensino da Matemática e a Educação Especial no Brasil cujo embasamento teórico foi fornecido por estudos qualitativos das obras de Gomes (2012), Miorim (1998) e de Valente (1999) para os aspectos históricos e concernente à Educação Especial foram consultadas as obras de Sá, et al (2007) bem como livros e periódicos editados pelo Ministério da Educação do Brasil.

O capítulo 3 apresenta a classificação mais atual das deficiências visuais utilizando como parâmetros a Tabela Snellen, em Brasil (2008), Conde (20–) e Meneses e Santos (2002) bem como um estudo quantitativo de dados estatísticos sobre os deficientes visuais na cidade de Teresina (PI) em conformidade com dados do IBGE.

Tratamos no capítulo 3 sobre o Sistema Braille, sua história e de seu criador Louis Braille, são apresentados os equipamentos usados na educação de deficientes visuais, o código Braille e o código de Matemática unificado, conforme Brasil (2006), Brasil (2007), Campo (2004), Ferronato (2002) e Lemos, et al. (1999).

Os capítulos 5 e 6 versam sobre a apresentação de estratégias de ensino de tópicos de Matemática, mais especificamente Trigonometria e Geometria Espacial, cuja fundamentação teórica foi feita à partir de estudos qualitativos de Carmo, et al. (1992), Iezzi (2004) e Lima et al. (2000).

Capítulo 2

Breve histórico do ensino da Matemática no Brasil

2.1 A Educação Matemática no Brasil Colônia

Do período que vai de 1549 até 1759 o ensino no Brasil era de exclusiva competência da Companhia de Jesus. Por ser uma ordem jesuíta e ter esta ordem uma ideologia clássico-humanista, davam ênfase às línguas e humanidades.

A Matemática ensinada pelos jesuítas era estritamente prática, cujo objetivo central era apenas quanto colocada para resolver problemas triviais do cotidiano da colônia. Era ensinada quase exclusivamente a escrita dos números e as operações aritméticas mais básicas, mesmo assim, apenas uma pequena elite tinha acesso aos ensinamentos.

Os jesuítas fundaram 17 escolas superiores espalhadas por todo o território brasileiro nos seus mais de 200 anos de permanência no Brasil. Os nobres e a elite concluíam o ensino superior fundamentalmente na Universidade de Coimbra, e, mesmo assim, pouco se aprendia ou ensinava acerca de Matemática visto que era tida como uma *"ciência vã"* (MIORIM,1998). Dos 17 colégios jesuítas em apenas 8 existia algum tipo de ensino de Matemática.

2.2 O ensino da Matemática no Brasil Colônia pós-jesuíta

Com a expulsão dos jesuítas do Brasil em 1759, começaram a surgir novas aulas, cursos e escolas, incluindo o aparecimento das primeiras escolas laicas. Em 1772, foi publicado um alvará pelo governo de Portugal instituindo as "aulas régias", onde disciplinas eram ministradas isoladamente: gramática, latim, grego, filosofia e retórica, e, depois, conteúdos matemáticos: aritmética, geometria e trigonometria. Tais aulas, por serem avulsas, eram dadas em diferentes locais, sem articulação entre as disciplinas, sem planejamento de trabalho escolar. Os professores recrutados, contratados e pagos pelo governo mostravam-se ignorantes, sem competência alguma no conteúdo que lecionavam e sem qualquer senso pedagógico. (MIORIM, 1998). Com frequência as pessoas eram ameaçadas para garantir alunos nos cursos de Geometria, pois a presença às aulas régias era muito baixa.

A primeira tentativa de estabelecer uma estrutura de ensino regular no Brasil se deu no ano de 1699 quando a coroa portuguesa decide impulsionar a formação de oficiais militares em terras além-mar criando a Aula de Artilharia e Fortificações, entretanto, ainda em 1710 a aula ainda não havia começado pela ausência de livros escritos em português (VALENTE, 1999).

Apenas em 19 de agosto de 1738 graças à Ordem Régia da coroa portuguesa a Aula de Artilharia e Fortificações iniciou. A primeira escola oficial que iniciou efetivamente a ensinar Matemática no Brasil foi a Academia Real de Marinha substituída pela Academia Real Militar que foi criada apenas em 1810. Nela foram implementadas mudanças profundas para o estudo da Matemática passando-se a se ensinar o curso completo de Matemática, de ciências físicas e químicas e de história natural.

O curso da Academia Real Militar era constituído de 7 anos. No 1º ano os conteúdos matemáticos eram conteúdos do ensino secundário, enquanto os outros, conteúdos de nível superior. Com o tempo isto foi ficando claro e bem definido. A mesma definição aconteceu com a Academia Real dos Guardas-Marinha. Nos cursos técnicos-militares começa a surgir o rol de conteúdos da escola secundária brasileira do século XIX.

2.3 O ensino da Matemática no Brasil Império

Após a Independência do Brasil os filhos da elite brasileira não mais eram enviados para estudar em Portugal. Fez-se então necessário, em 1827, a criação dos “Cursos Jurídicos” (Ciências Jurídicas de Olinda e de São Paulo). A partir dessa criação estabeleceu-se que os candidatos a ingressar no curso deveriam prestar exames de língua francesa, gramática latina, retórica, filosofia racional e moral e geometria, este, para quem desejasse ingressar em estudos superiores (VALENTE, 1999).

Nesse ponto a Matemática, a partir da cobrança da geometria para ingresso nos Cursos Jurídicos, passa a ter um caráter diferente: de técnico instrumental, servindo prioritariamente ao comércio e à formação militar, ascendendo à categoria de saber de cultura geral (VALENTE, 1999).

Desse fato em diante foram criados vários liceus em todo o país. Estes conectavam ou tentavam conectar aulas isoladas de todos os assuntos. O ensino público secundário dessa época aplicava-se a estudos clássicos e humanísticos, sendo o ensino científico deixado para os preparatórios para exames de seleção.

A Matemática do Secundário iniciava como Curso Preparatório o que durou até 1931 pelo menos. Seu objetivo único era preparar o estudante para os Exames de Seleção aos Cursos Universitários. Ou seja, a função de se aprender Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria desde 1827 era ser aprovado no Vestibular, coisa que acontece até hoje!

No ano de 1827, o Seminário de São Joaquim, no Rio de Janeiro, foi transformado no Colégio Pedro II, estabelecimento de educação secundária, o que constituiu um esforço em criar-se um curso secundário estruturado, sendo este criado como colégio padrão.

Criado para servir de um exemplo nacional para os cursos preparatórios, o Colégio Pedro II não era uma escola da formação do adolescente, mas um preparatório para os cursos superiores. Isto acontecia em todo o país, em escolas públicas e particulares. Todos os livros didáticos dever-se-iam basear nos programas do Pedro II. As disciplinas das séries letivas eram as dos exames preparatórios, exclusivamente. Isto mudou totalmente o caráter técnico que a disciplina possuía nas Academias Militares, e, passam a ser cultura geral escolar. Após a proclamação da República não havia sentido em manter-se o nome Colégio Pedro II então, no período de 1898 a 1911 passou a chamar-se Ginásio Nacional, continuando a ser referência em todo o país.

2.4 O ensino da Matemática no Brasil República (República velha - 1889 até 1930)

A proclamação da República se deu em um momento extremamente desfavorável no Brasil. Crise financeira agravada em muito pela guerra com o Paraguai e o endividamento com a Inglaterra, falta de justiça social, voto censitário, ensino público para poucos, ideais positivistas ganhando força no país e elevado índice de analfabetismo (cerca de 85% da população) foram justificativas naturais para que, em 15 de novembro de 1889, fosse derrubada a Monarquia e instaurada a República Federativa e Presidencialista no Brasil. No mesmo dia foi instaurado o governo provisório em que o Marechal Deodoro da Fonseca assumiu a presidência da República.

Alçado ao posto de Ministro da Instrução, Correios e Telégrafos, Benjamin Constant (1836-1891), foi o responsável por uma reforma do ensino, em 1890, que ficou conhecida pelo seu nome.

Graças à sua reforma a Matemática era tida como a mais importante das ciências. Isso em grande parte graças ao ideário positivista do filósofo francês Auguste Comte (1798-1857), ao qual aderiram Benjamin Constant e o grupo de militares brasileiros que lideraram a proclamação da República. Assim, essa disciplina adquiria grande relevância na proposta da Reforma Benjamim Constant, particularmente nos sete anos que compunham a educação secundária.

No tocante ao ensino primário, o início da República foi o momento da implementação de um novo modelo de organização: o dos grupos escolares. Tal modelo reunia as classes em séries, estruturadas progressivamente, com cada série numa sala, com um professor, e grupos de quatro ou cinco séries reunidos em um mesmo prédio.

Uma reforma significativa relativas à educação primária e à formação de professores para esse nível ocorreu no Brasil na década de 1920. Vinculavam-se ao movimento pedagógico conhecido, entre outras designações, como Escola Nova ou Escola Ativa. Podem-se destacar duas ideias básicas comuns às diferentes correntes escolanovistas: o *"princípio da atividade"* e o *"princípio de introduzir na escola situações da vida real"*. Tais ideias trouxeram mudanças no ensino dos anos iniciais da escolarização, com reflexos específicos na abordagem da Matemática (MIORIM, 1998).

Ainda segundo MIORIM, esse movimento de renovação pedagógica não alcançou logo a educação secundária, que continuou pautando sua ação *"num ensino livresco, sem relação com a vida do aluno, baseado na memorização e na assimilação passiva dos conteúdos"* (Miorim, 1998).

Tais ideais modernizadores foram introduzidos em um contexto mais amplo nas escolas secundárias brasileiras apenas a partir do ano 1931 após vários decretos que se propunham a organizar a educação no país. Juntos esses decretos formaram a que ficou conhecida como a reforma Francisco Campos. [1]

2.5 O ensino da Matemática no Brasil República (Segunda República - 1945 até 1964)

A reforma Francisco Campos propunha que a disciplina Matemática deveria priorizar o desenvolvimento mental do aluno e que tal atividade fosse reiterada de tal maneira que o estudante fosse *"um descobridor e não um receptor passivo de conhecimentos"*. (GOMES, 2012)

A reforma estruturou o ensino secundário do seguinte modo: A primeira etapa era o curso primário, após vinha o curso fundamental, de cinco anos. A Matemática estava presente em todos eles. Completado o ensino fundamental o aluno seguia para um curso complementar, com duração de dois anos, já dirigido para o ensino superior almejado. No curso voltado para as carreiras de medicina, farmácia e odontologia, a Matemática era disciplina obrigatória em um dos dois anos; para os que desejassem ser engenheiros, químicos ou arquitetos, ela estava presente em todo o curso.

A educação brasileira passou por novas reformas no período que vai de 1942 a 1946. O ensino secundário foi organizado em dois ciclos: o ginasial, de quatro anos, e o colegial, de três anos, nas modalidades clássico e científico. Criou-se o ramo secundário técnico-profissional, subdividido em industrial, comercial e agrícola, além do normal, para formar professores para a escola primária. (GOMES, 2012)

O ensino da Matemática no Brasil se modificaria muito a partir do final da década de 1950. Muitos matemáticos e professores de Matemática se envolveram, desde essa época, no movimento internacional que ficou conhecido como o Movimento da Matemática Moderna.

[1] Francisco Campos foi Ministro da Educação e Saúde no governo Getúlio Vargas.

Um dos efeitos da disseminação das ideias do Movimento da Matemática Moderna foi uma diminuição da presença dos conteúdos geométricos nas práticas pedagógicas realizadas nas escolas, tanto pelo papel de relevo adquirido pela álgebra quanto pela falta de subsídios dos professores para efetivar as propostas modernistas para a geometria (GOMES,2012).

2.6 O ensino da Matemática no Brasil (1970 até os dias atuais)

O aspecto mais relevante a ser destacado na história da organização do ensino brasileiro foram as mudanças trazidas pela Lei de Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus (LDB 5692) de 1971. Essa lei dividiu o ensino em dois níveis. O primeiro grau, com duração de oito anos, unia os antigos primário e ginásio sem a necessidade de que o estudante se submetesse, como anteriormente, ao chamado Exame de Admissão que o habilitava a prosseguir os estudos depois dos quatro primeiros anos de escolarização. O 2º grau foi proposto como curso de preparação profissional, buscando desviar parte da demanda pelo ensino superior, que não oferecia vagas suficientes para todos os concluintes da escola secundária.

No final dos anos 1970, surgem críticas ao Movimento da Matemática Moderna em muitos países. Pessoas de grande credibilidade entre os matemáticos, como Morris Kline[2], nos Estados Unidos, e René Thom[3], na França, posicionam-se contra as propostas do movimento. Critica-se a ênfase na Matemática pela Matemática, em seu formalismo e nos aspectos estruturais, assim como a preocupação excessiva com a linguagem e os símbolos. No Brasil, a crítica à Matemática Moderna e a discussão sobre seu fracasso no ensino, no final da década de 1970 e início dos anos 1980, fizeram parte de um contexto de renovação dos ideais educacionais, estimulado pelo fim da ditadura militar. Como alternativa às ideias da chamada educação modernista destacam-se a preocupação com

[2]Morris Kline (01/05/1908 - 10/06/1992) professor e escritor sobre a história, filosofia e ensino de Matemática. Dentre outros livros escreveu "Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math" editado pela IBRASA no Brasil em 1976, com o título "O Fracasso da Matemática Moderna" onde critica duramente as ideias desse movimento. (GOMES, 2012)

[3]René Frédéric Thom (02/09/1923 - 25/10/2002) matemático francês. Recebeu a Medalha Fields em 1958. Era também opositor ao ideário do Movimento da Matemática Moderna. (GOMES, 2012)

uma abordagem histórica dos temas, a ênfase na compreensão dos conceitos, levando-se em conta o desenvolvimento dos alunos, a acentuação na importância da geometria e a eliminação do destaque conferido aos conjuntos, à linguagem simbólica e ao rigor e à precisão na linguagem matemática.

Em 1996 publicou-se a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que contém os principais parâmetros relacionados à educação em nosso país, inclusive sua estruturação.

As mudanças ocorridas em relação às recomendações para o ensino da Matemática vinculadas à crise do Movimento da Matemática Moderna, à emergência e ao desenvolvimento da área da Educação Matemática, com a realização de um número enorme de pesquisas que contemplam muitas tendências e os mais diversos contextos em que se ensina a Matemática, têm repercutido nas propostas curriculares mais recentes. Entre elas, a de maior relevo é a dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, de responsabilidade do Ministério da Educação - MEC, publicada em 1997-1998.

Posteriormente, surgiram propostas análogas para o Ensino Médio, a Educação de Jovens e Adultos e a Educação Indígena, também vinculadas ao MEC. Todas essas propostas incorporaram os resultados de pesquisas acadêmicas em Educação Matemática no Brasil e no exterior, desde o final da década de 1970. Elas trazem alguns elementos comuns, como a colocação da necessidade de incorporação, nas práticas pedagógicas escolares, das tecnologias da informação e da comunicação, dos jogos e materiais concretos, da história da Matemática, e almejam, sobretudo, que os conhecimentos matemáticos na formação escolar básica tenham realmente significado para os estudantes, ultrapassando a simples preparação para as carreiras profissionais que eventualmente venham a seguir.

2.7 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino da Matemática

No texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio encontramos a orientação de que o ensino de Matemática no Ensino Médio deve limitar-se a uma complementação e aprofundamento do que foi ensinado no Ensino Fundamental visto que os alunos nessa fase têm uma pressuposta maturidade o que possibilita uma melhor evolução na aprendizagem.

> *"A LDB/96, ao considerar o Ensino Médio como última e complementar etapa da Educação Básica, e a Resolução CNE/98, ao instituir as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, que organizam as áreas de conhecimento e orientam a educação à promoção de valores como a sensibilidade e a solidariedade, atributos da cidadania, apontam de que forma o aprendizado de Ciências e de Matemática, já iniciado no Ensino Fundamental, deve encontrar complementação e aprofundamento no Ensino Médio. Nessa nova etapa, em que já se pode contar com uma maior maturidade do aluno, os objetivos educacionais podem passar a ter maior ambição formativa, tanto em termos da natureza das informações tratadas, dos procedimentos e atitudes envolvidas, como em termos das habilidades, competências e dos valores desenvolvidos."* (PCN - 1997)

A proposta dos PCNs para o ensino da Matemática faz com que esta volte a ter, como em fases anteriores da educação no Brasil, um caráter de aplicação prática, preferencialmente relacionada a uma realidade do aluno, o que equivale a dizer que a natureza propedêutica da educação Matemática é hoje aceitável.

> *"Um Ensino Médio concebido para a universalização da Educação Básica precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas. O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural."* (PCN - 1997)

A Educação Matemática no Brasil segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais está normatizada em competências e habilidades, a saber:

Representação e comunicação

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.

- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Investigação e compreensão

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

Contextualização sócio-cultural

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

2.8 O ensino da Matemática e a Educação Especial no Brasil

A educação especial no Brasil tem seu início em 1854, no regime imperial brasileiro, quando D. Pedro II fundou uma instituição para acolher meninos cegos, o Instituto Imperial dos Meninos Cegos, hoje Instituto Benjamim Constant, no Rio de Janeiro.

Em 1961, o atendimento educacional às pessoas com deficiência passa a ser fundamentado pelas disposições da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN, Lei nº 4.024/61, que aponta o direito dos "excepcionais" à educação, preferencialmente dentro do sistema geral de ensino. (SÁ, 2007)

A Lei nº 5.692/71 que alterou a LDBEN de 1961 não consegue dar um impulso a um sistema de ensino adequado que atendesse às necessidades educacionais especiais uma vez que reforça o direcionamento dos alunos com deficiências para as classes e escolas especiais.

O Centro Nacional de Educação Especial - CENESP foi criado pelo MEC em 1973. Foi, à época, o órgão encarregado da administração da educação especial no Brasil que buscou estimular ações educacionais para pessoas com deficiência e às com superdotação, porém tais ações eram restritas a campanhas assistenciais e a umas poucas iniciativas estaduais.

Em 5 de outubro de 1988 foi promulgada a Constituição Federal que em seu artigo 3º, inciso IV apresenta como um dos seus objetivos fundamentais "promover o bem de todos, sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade e quaisquer outras formas de discriminação" (BRASIL, 1988). No seu artigo 205, a educação é definida como um direito de todos que garante o completo desenvolvimento da pessoa, o exercício da cidadania e a qualificação para o trabalho. No artigo 206, inciso I, estabelece a "igualdade de condições de acesso e permanência na escola" (BRASIL, 1988) como um dos princípios para o ensino e garante, como dever do Estado, a oferta do atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino.

A Lei nº 8.069/90, denominada Estatuto da Criança e do Adolescente - ECA, no seu artigo 55, reforça os dispositivos legais já existentes quando determina que "os pais ou responsáveis têm a obrigação de matricular seus filhos ou pupilos na rede regular de ensino" (BRASIL,2004) . Também nessa década, outros documentos como a Declaração

Mundial de Educação para Todos (1990) e a Declaração de Salamanca (1994) passam a influenciar a formulação das políticas públicas da educação inclusiva. (BRASIL,2004)

O capítulo V, artigo 58, da Lei das Diretrizes e Bases Nacionais, LDBEN, classifica educação especial "como modalidade de educação escolar, oferecida, preferencialmente, na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais"[4].

O §1º, do artigo 58 da mesma Lei, diz: "haverá, quando necessário, serviços de apoio especializado, na escola regular, para atender às peculiaridades da clientela de educação especial".

Aqui observa-se que é dada devida referência aos alunos com necessidades especiais no entanto não as caracteriza, ficando a cargo do professor identifica-las e solicitar apoio especializado.

A educação de pessoas com deficiência visual não é desvinculada da de outras deficiências como as deficiências mentais o que me parece ser um equívoco visto que as abordagens para os dois casos são completamente diferentes.

O artigo 59, também da LDB, garante que os sistemas de ensino assegurarão para o atendimento aos alunos com necessidades educacionais especiais (NEE) currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específica. Coisa que dificilmente acontece nas escolas de ensino regular que, via de regra, não estão preparadas para oferecer atendimento diferenciado a alunos com deficiências (déficits ou superdotação).

Em tese, as adaptações curriculares constituem-se em medidas ou conjuntos de medidas que buscam flexibilizar e adequar o currículo geral, tornando-o apropriado à especificidade dos alunos com necessidades especiais. Todavia tais medidas são normalmente tomadas pela "linha de frente" da educação que são os professores que, ao se deparar com situações que envolvem a educação de crianças ou jovens com deficiência, buscam por, seus próprios meios, ajustar-se à nova situação proporcionando ao educando uma possibilidade de orientação mais adequada.

É fato inconteste que desde a época do Brasil império várias tentativas e regulamentações vêm sendo feitas no sentido de promover uma melhor integração das pessoas com necessidades especiais nas escolas. Entretanto todo o apoio para alunos e professores, deve ser integrado e associado a uma reestruturação das escolas e das classes. O

[4]O termo "portador de deficiência" não é mais adequado ou mesmo aceitável a expressão correta é pessoa "com deficiência"

treinamento para capacitação de professores e auxiliares da educação deve ser promovido preferencialmente pelo Estado no sentido de que esses profissionais apreendam técnicas e estratégias de ensino para jovens com necessidades especiais incluídos em turmas regulares.

A regulamentação da Lei por si só não qualifica o profissional e este, por sua vez, se vê obrigado a criar suas próprias técnicas de ensino ou simplesmente desiste do aluno deixando-o a margem do processo ensino-aprendizagem.

Capítulo 3

Das Deficiências Visuais

3.1 Classificação das Deficiências visuais

De acordo com o Decreto 3.298, de 20/12/1999, pessoa portadora de deficiência é aquela que apresenta, em caráter permanente, perda ou anormalidade de uma estrutura ou função psicológica, fisiológica ou anatômica que gere incapacidade para o desempenho de atividade, dentro do padrão considerado normal. (BRASIL, 2004)

É considerada portadora de deficiência visual quando apresenta acuidade visual igual ou menor que 20/200 no melhor olho, após a melhor correção, ou campo visual 21inferior a 20º (tabela de Snellen), ou ocorrência simultânea de ambas as situações (art. 3º, I e II, combinado com art. 4º, III). (BRASIL, 2004)

Em 1966 a Organização Mundial de Saúde (OMS) registrou 66 diferentes definições de cegueira, utilizadas para fins estatísticos em diversos países. Para simplificar o assunto, um grupo de estudos sobre a Prevenção da Cegueira da OMS, em 1972, propôs normas para a definição de cegueira e para uniformizar as anotações dos valores de acuidade visual com finalidades estatísticas. (CONDE, 2012)

De um trabalho conjunto entre a American Academy of Ophthalmology e o Conselho Internacional de Oftalmologia, vieram extensas definições, conceitos e comentários a respeito, transcritos no Relatório Oficial do IV Congresso Brasileiro de Prevenção da Cegueira (vol-1, págs. 427/433, Belo Horizonte, 1980). Na oportunidade foi introduzido, ao lado de "cegueira", o termo "visão subnormal" ou "baixa visão". (CONDE, 2012)

Segundo Conde, diversamente do que poderíamos supor, o termo cegueira não é absoluto, pois reúne indivíduos com vários graus de visão residual. Ela não significa, necessariamente, total incapacidade para ver, mas, isso sim, prejuízo dessa aptidão em níveis incapacitantes para o exercício de tarefas rotineiras.

Segundo os PCNs (1999) deficiência visual "É a redução ou perda total da capacidade de ver com o melhor olho e após a melhor correção ótica". (BRASIL, 1999). Manifesta-se como:

Cegueira: caracteriza-se por perda da visão, em ambos os olhos, com visão de menos de 0,1% no melhor olho após correção, ou um campo visual não excedente a 20 graus, no maior meridiano do melhor olho, mesmo com o uso de lentes de correção. Sob o enfoque educacional, a cegueira representa a perda total ou o resíduo mínimo da visão que leva o indivíduo a necessitar do Método Braile como meio de leitura e escrita, além de outros recursos didáticos e equipamentos especiais para sua educação.

Visão reduzida: caracteriza-se por acuidade visual entre 6/20 e 6/60, no melhor olho, após correção máxima. Sob o enfoque educacional, trata-se de resíduo visual que permite ao educando ler impressos a tinta, desde que se empreguem recursos didáticos e equipamentos especiais.

Na escala Snellen a caracterização da deficiência visual é feita da seguinte forma:

- Boa ou normal: de 20/20 a 20/40 em pelo menos um dos olhos, o olho de menor visão;
- moderada: de 20/50 a 20/70;
- grave: de 20/80 a 20/200;
- cegueira: menor que 20/200.

O que significa que, se alguém possui visão 20/20 (pés), quando fica a 6 metros do quadro de teste de visão (Snellen), é capaz de enxergar o que um ser humano normal enxergaria.

Se alguém possui uma visão 20/40, isso significa que, quando fica a 6 metros do quadro, é capaz de enxergar o que um ser humano normal veria se estivesse a 12 metros. 20/100 é a visão de alguém que está a 6 metros e consegue ver o que uma pessoa normal veria se estivesse a 30 metros de distância.

3.2 Dados estatísticos sobre deficientes visuais na cidade Teresina - PI

Os resultados do Censo Demográfico 2010 apontaram 45.606.048 pessoas que declararam ter pelo menos uma das deficiências investigadas, correspondendo a 23,9% da população brasileira. Dessas pessoas, 38.473.702 se encontravam em áreas urbanas e 7 132 347, em áreas rurais. De acordo com o Censo 18,8% da população brasileira possui algum tipo de deficiência visual, ou seja, quase 36 milhões de brasileiros (35.874.213) declararam-se com alguma deficiência visual moderada ou severa. (BRASIL, 2010)

Distribuição percentual da população residente, por tipo de deficiência, segundo o sexo e os grupos de idade - Brasil - 2010

Sexo e Grupos de idade	Distribuição percentual da população residente (%)						
		Tipo de deficiência					
	Total (1) (2)	Pelo menos Uma das deficiências Enumeradas (1)	Visual	Auditiva	Motora	Mental ou Intelectual	Nenhuma dessas deficiências (2)
Total	**100,0**	**23,9**	**18,8**	**5,1**	**7,0**	**1,4**	**76,1**
0 a 14 anos	100,0	7,5	5,3	1,3	1,0	0,9	92,5
15 a 64 anos	100,0	24,9	20,1	4,2	5,7	1,4	75,0
65 anos ou mais	100,0	67,7	49,8	25,6	38,3	2,9	32,3
Homens	**100,0**	**21,2**	**16,0**	**5,3**	**5,3**	**1,5**	**78,8**
0 a 14 anos	100,0	7,3	4,8	1,4	1,0	1,0	92,7
15 a 64 anos	100,0	22,2	17,1	4,5	4,5	1,6	77,8
65 anos ou mais	100,0	64,6	47,3	28,2	30,9	2,8	35,4
Mulheres	**100,0**	**26,5**	**21,4**	**4,9**	**8,5**	**1,2**	**73,5**
0 a 14 anos	100,0	7,8	5,9	1,3	1,0	0,7	92,2
15 a 64 anos	100,0	27,6	23,1	4,0	6,8	1,2	72,4
65 anos ou mais	100,0	70,1	51,7	23,6	44,0	3,0	29,9

Figura 3.1: Tabela 1 - Deficiência no Brasil 2010 Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010

Com uma população de 814.230 habitantes Teresina possui, segundo Censo 2010, uma população residente de 171.184 pessoas com algum tipo de deficiência visual, ou seja, 21,02% de sua população declarou-se com alguma deficiência visual.

População Residente em Teresina com deficiência visual

DESCRIÇÃO	NÚMERO DE PESSOAS	(%) DA POPULAÇÃO
Não consegue de modo algum (Cegueira)	2.033	0,25%
Grande dificuldade (Baixa visão)	28.192	3,46%
Alguma dificuldade (Deficiência moderada)	140.959	17,31%

Figura 3.2: Tabela 2 - Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010

Em 2010, dos 74.383 jovens teresinenses de 15 a 19 anos 57.537 frequentavam a escola e 341 jamais a frequentaram. Existem 52.635 jovens frequentando o ensino médio regular, dos quais 39.219 em instituições públicas (105 escolas estaduais e 2 federais) e 13.416 em particulares (64 escolas). Acredita-se que a maioria dos alunos matriculados em instituições particulares de ensino tenha idade adequada ou bem próxima da adequada à série cursada, entretanto o mesmo não acontece nas instituições públicas onde distorções são mais comumente verificadas.

Os resultados da Tabela 3 se referem à matrícula inicial na Creche, Pré-Escola, Ensino Fundamental e Ensino Médio (incluindo o médio integrado e normal magistério) da Educação Especial, das redes estaduais e municipais, urbanas e rurais em tempo parcial e integral e o total de matrículas nessas redes de ensino na cidade de Teresina segundo o Censo Escolar 2012. (BRASIL, 2010)

A análise dos dados apresentados pelo Censo Escolar 2011 mesmo quando comparados com dados do Censo Demográfico 2010 nos levam a concluir que existe uma grande defasagem entre o número de alunos matriculados em escolas especiais ou incluídos em escolas regulares e o número de alunos especiais em idade escolar.

Matrícula inicial da Educação Especial em Teresina

	Matrícula inicial									
	Educação Especial (Alunos de Escolas Especiais, Classes Especiais e Incluídos)									
	Educação Infantil				Ensino Fundamental				Médio	
	Creche		Pré- escola		Anos Iniciais		Anos Finais			
	Parcial	Integral	Parcial	Integral	Parcial	Integral	Parcial	Integral	Parcial	Integral
TERESINA										
Estadual Urbana	0	0	0	0	165	55	120	11	80	11
Estadual Rural	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0
Municipal Urbana	13	1	109	8	978	46	191	0	0	0
Municipal Rural	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
Estadual e Municipal	13	1	109	8	1.152	101	311	11	85	11

Figura 3.3: Tabela 3 - Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010

Capítulo 4

O Sistema Braille

4.1 A Maravilhosa invenção de Louis Braille

Uma extraordinária contribuição para a educação de crianças e jovens com deficiência visual foi a invenção, por Luis Braille, de um código de escrita e leitura para cegos que leva seu nome, o Código Braille.

Nascido em Coupvray, na França a 4 de janeiro de 1809, Louis ficou cego aos três anos, provavelmente quando brincava na oficina do pai. Ao ferir-se no olho esquerdo com uma ferramenta pontiaguda perdeu a visão desse. A infecção que se seguiu ao ferimento alastrou-se ao olho direito. Aos cinco anos, Louis Braille ficara completamente cego.

Por sua notável facilidade em aprender o que ouvia Louis, aos 10 anos, ganhou uma bolsa do Institut Royal des Jeunes Aveugles de Paris (Instituto Real de Jovens Cegos de Paris), cujo fundador, Valentin Haüy, foi um dos primeiros a criar um programa para ensinar os cegos a ler.

As primeiras experiências de Haüy envolviam a gravação em alto-relevo através de costuras de letras grandes, em papel grosso e lançaram a base para desenvolvimentos futuros. A desvantagem do sistema de Haüy era a de que apesar de as crianças aprenderem a ler, não podiam escrever.

Em 1821, Charles Barbier apresentou um método de comunicação chamado de sonografia (ou código militar). Tratava-se de um sistema táctil que usava pontos em relevo dispostos num retângulo com seis linhas e duas colunas. Barbier era um capitão reformado da artilharia francesa e sua criação tinha aplicação práticas no campo de batalha que era a de ler mensagens sem usar a luz que poderia revelar posições. Usava-se uma sovela ou punção para marcar pontinhos em relevo em papelão, que então podiam ser sentidos no escuro pelos soldados. Louis contava então com 12 anos.

A sonografia consistia em uma tabela de trinta e seis quadrados, cada quadrado representando um som básico da linguagem humana. Duas fileiras com até seis pontos cada uma eram gravadas em relevo no papel. O número de pontos na primeira fileira indicava em que linha horizontal da tabela de sons vocálicos se encontrava o som desejado, e o número de pontos na segunda fileira designava o som correto naquela linha. Por fim, a sonografia foi adotada no instituto o que levou Braille a dedicar-se ao método, passando os dois anos seguintes esforçando-se em simplificá-lo.

Braille afinal desenvolveu um método eficiente e elegante que se baseava numa célula, ou cela, matricial com três linhas e duas colunas. O sistema apresentado por Barbier, era baseado em 12 pontos, ao passo que o sistema desenvolvido por Braille, mais simples, contava com apenas 6 pontos.

Em 1824, aos 15 anos, Louis Braille terminou o seu sistema de células com seis pontos incluindo a notação numérica e musical. Pouco depois, ele mesmo começou a ensinar no instituto e, em 1829, publicou o seu método exclusivo de comunicação que hoje tem o seu nome. Exceto por algumas pequenas melhorias, o sistema permanece basicamente o mesmo até hoje.

Em 1878, um congresso internacional realizado em Paris, com a participação de onze países europeus e dos Estados Unidos, estabeleceu que o Sistema Braille deveria ser adotado de forma padronizada, para uso na literatura, exatamente de acordo com a proposta de estrutura do sistema, apresentada por Louis Braille em 1837. A aplicação do Sistema Braille à Matemática foi também proposta por seu inventor na versão do Sistema editada em 1837. Nesta, foram apresentados os símbolos fundamentais para os algarismos, bem como as convenções para a Aritmética e para a Geometria.(BRASIL, 2006)

4.2 A Matemática para cegos

O Instituto Benjamin Constant e a Fundação Dorina Nowill são as mais importantes e tradicionais instituições de ensino para deficientes visuais no Brasil. Foi no Imperial Instituto dos Meninos Cegos que, em 1854, foi adotado pela primeira vez no Brasil o Sistema Braille.

Na década de 40 a tabela Taylor foi adotada para a transcrição em Braille dos símbolos da Matemática, todavia, na década de 70 as duas instituições buscaram a unificação dos códigos de Matemática e ciências, uma vez que essa tabela não mais acompanhava a evolução dos símbolos usados na Matemática.

Uma Comissão para Estudo e Atualização do Sistema Braille em uso no Brasil foi criada no ano de 1991 com a participação de especialistas de várias instituições ligadas à educação de cegos no Brasil. Em maio de 1994 decidiu-se a adoção do Código Matemático Unificado para a Língua Castelhana no Brasil com as devidas adequações à língua portuguesa.

Historicamente a utilização do Sistema Braille para a educação de pessoas com deficiência visual no Brasil abrange três períodos principais:

De **1854** a **1942** - A primeira instituição da América Latina a adotar o Sistema Braille foi o Imperial Instituto dos Meninos Cegos, em 1854. Essa instituição é hoje o Instituto Benjamim Constant no Rio de Janeiro.

De **1942** a **1963** - Ocorreram as primeiras alterações na simbologia Braille usada no Brasil, pois até então era utilizado o alfabeto Braille de origem francesa que foi adaptado de modo a atender à reforma ortográfica da Língua Portuguesa ocorrida em 1942.

Em novembro de 1945 a portaria Ministerial nº 552 regulamentou o uso do Braille no Brasil, denominando-o "Braille Oficial para a Língua Portuguesa".

Em dezembro de 1942 a Lei no 4.169 oficializa as convenções Braile para uso na escrita e leitura dos cegos e o Código de Contrações e Abreviaturas Braille, revogando-se automaticamente a Portaria nº. 552, até então em vigor. Os termos dessa lei vieram a criar dificuldades para o estabelecimento de acordos internacionais e logo caiu em desuso.

De **1963** a **1995** - Alguns fatos marcantes para a educação de cegos no Brasil podem ser destacados nesse período:

Em janeiro de 1963 foi assinado um convênio entre o Brasil e Portugal para a padronização do Braille integral, ou grau I[1] e para a adoção do código de abreviaturas usado em Portugal no Brasil. Tal uniformização só foi de fato efetivada em 1966.

Em maio de 1994 foi adotado o Código Matemático Unificado para a Língua Castelhana no Brasil onde, educadores e técnicos da Fundação para o Livro do Cego no Brasil e do Instituto Benjamin Constant, dentre outros, complementaram a tabela Tay-

[1]O Braille integral era também conhecido por Braille Grau I e o Braille abreviado por Grau II.

lor acrescendo-lhes símbolos Braille aplicáveis à teoria de conjuntos. Ainda em 1994 foi adotada uma tabela unificada para a Informática em virtude do número crescente de profissionais cegos nessa área.

Em 1999 foi criada a Comissão Brasileira do Braille (CBB) pelo Ministério da Educação através da Portaria nº 319, de fevereiro de 1999, o que permitiu, dentre outras coisas, a assinatura do Protocolo de Colaboração Brasil/Portugal nas Áreas de Uso e Modalidades de Aplicação do Sistema Braille.

4.3 Equipamentos usados na Educação de Deficientes Visuais

Todas as formas de expressão sejam elas artísticas, culturais ou educacionais estão intimamente ligadas à visualização. Não é diferente no ensino da Matemática o que, no entanto, não deve constituir uma barreira ao aprendizado de alunos com deficiência visual.

Alguns equipamentos auxiliam o professor na tarefa de educar jovens alunos cegos e/ou com baixa visão incluídos em turmas de alunos não cegos. São equipamentos encontrados com relativa facilidade no mercado, no entanto seus preços nem sempre estão alinhados à realidade financeira da maioria dos professores do Brasil. Em um próximo capítulo serão abordadas estratégias de construção e criação de alguns desses equipamentos utilizando materiais de baixo custo visando superar essa barreira financeira.

São eles:

4.3.1 Reglete de Mesa

É uma régua dupla que pode ser feita de madeira, plástico ou alumínio utilizada para a grafia Braille que abre e fecha através de dobradiças no canto esquerdo, e em cuja abertura é inserido o papel. Na régua superior existem retângulos vazados, cada um compreendendo 6 pontos, na disposição de uma “cela” Braille e na inferior podemos encontrar várias “celas” Braille todas em baixo relevo.

O punção é o instrumento furador com uma base de apoio e uma ponteira metálica usada para pressionar os pontos desejados para cada letra nas “celas” da reglete.

Figura 4.1: Reglete de mesa e punção - Fonte: Arquivo particular

4.3.2 Soroban

O soroban é um instrumento matemático manual de origem chinesa (Suan Pan) que foi importado pelo Japão em 1662. Foi trazido ao Brasil por imigrantes japoneses no começo do século XX (1908) e adaptado para o uso de cegos em 1949 por Joaquim Lima de Moraes.

Constitui-se de duas partes, separadas por uma régua horizontal. Na sua parte inferior apresenta 4 contas em cada eixo e a régua apresenta, de 3 em 3 eixos, um ponto em relevo destinado, a separar as classes dos números. É comum que tenha 21 eixos e é um instrumento utilizado pelo deficiente visual desde sua alfabetização tendo uso aliado a sua vida cotidiana. É excepcional para atividades educativas que envolvam contagens, cálculos e operações matemáticas.

Figura 4.2: Soroban - Fonte: Arquivo particular

4.3.3 Sólidos Geométricos

Elementos indispensáveis no ensino de Geometria Espacial os sólidos podem ser feitos com materiais de alto custo como o acrílico e o alumínio ou de custo mais módico como o EVA, o papelão ou a madeira.

Para a educação de alunos com ou sem deficiências visuais constituem um instrumento de percepção tátil e de apropriação de conceitos de forma e volume, bem como dos elementos notáveis dos sólidos. Podem ser construídos pelo professor ou pelos alunos nos mais variados materiais.

Figura 4.3: Sólidos Geométricos - Fonte: Arquivo particular

4.3.4 Multiplano®

Notável criação do professor Rubens Ferronato o Multiplano® possui fabricação industrial e devido às suas múltiplas aplicações na educação de alunos com ou sem deficiência visual terá capítulos nesse trabalho especialmente dirigidos a estratégias de ensino de Trigonometria e Geometria Espacial com sua utilização.

Figura 4.4: Multiplano® - Fonte: Arquivo particular

4.3.5 Geoplano

É um recurso didático-pedagógico constituído de madeira ou plástico com pinos regularmente espaçados que pode ser retangular ou circular. Muito utilizado no ensino de geometria plana e também pode ser adaptado ao ensino de alunos com deficiências visuais. Seu conceito é bem próximo do Multiplano® porém de aplicabilidade mais limitada. Pode ser facilmente construído pelo professor.

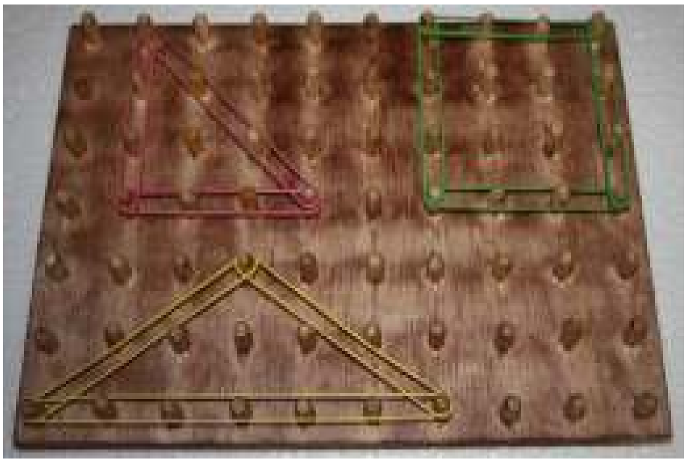


Figura 4.5: Geoplano circular - Fonte: Arquivo particular

4.3.6 Geoplano circular

Com características semelhantes às do Geoplano retangular essa versão destaca-se pela facilidade de visualização de polígonos planos e seus elementos. Pode ser construído pelo professor a custo muito baixo com uma simples placa de madeira e pregos.

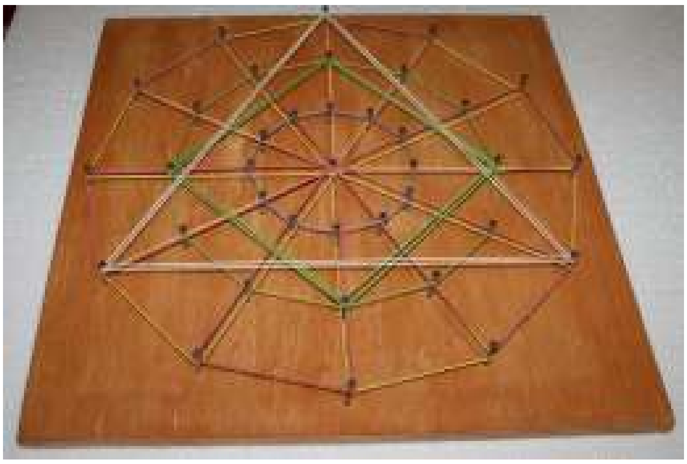


Figura 4.6: Geoplano - Fonte: Arquivo particular

4.4 O Código Braille e o Código Matemático Unificado

Na inclusão de alunos com deficiência visual em escolas regulares nem sempre são dadas as condições necessárias ao professor para desenvolver seu trabalho. Na verdade o que normalmente acontece é o professor tomar conhecimento da frequência de um aluno cego em sua turma apenas quando ele inicia sua primeira aula. Entretanto isso não deve tornar-se um obstáculo ao aprendizado do aluno nem tão pouco dos demais.

Cabe ao professor sim inovar e buscar meios e estratégias para efetivamente incluir o aluno em suas aulas respeitando-o e às suas dificuldades inerentes da sua condição e não o deixando a parte das atividades realizadas por todos.

O primeiro passo ou pelo menos um dos mais importantes é fazer com que a comunicação não seja uma via de mão única. Deve-se verbalizar tudo o que for escrito ou explicado no quadro e deve-se permitir ao aluno ser ouvido para, com sensibilidade, perceber o que se deve fazer para melhor se fazer entender.

Um pré-requisito absolutamente necessário nessa comunicação é que o professor tenha conhecimentos mínimos da linguagem Braille. Mesmo que de maneira rudimentar, associado apenas ao seu conteúdo deve-se conhecê-la para a necessária produção de dispositivos que facilitem e proporcionem uma aprendizagem diligente. Apresento nesse escopo alguns elementos do sistema Braille objetivando motivar profissionais da área de educação ao contato e possível apreensão desse método de comunicação e futuro aprofundamento para que melhor possa oferecer seus misteres.

Sendo o professor um incentivador da assimilação de conhecimentos, hábitos e habilidades por parte dos seus educandos por que não ele mesmo ser também um partícipe desse processo fazendo o que diz para fazer?

O sistema Braille é um sistema de leitura e escrita em relevo constituído por sinais formados por pontos organizados em uma tabela de três linhas e duas colunas formando um retângulo denominado *cela Braille* ou *célula Braille*.

A identificação dos pontos de cada cela é estabelecida pela sua posição relativa. Os pontos são numerados de cima para baixo e da esquerda para a direita, ou seja: No conjunto matricial da Figura 3.8 temos: $a_{11} = 1$, $a_{21} = 2$, $a_{32} = 3$, $a_{12} = 4$, $a_{22} = 5$ e $a_{23} = 6$.

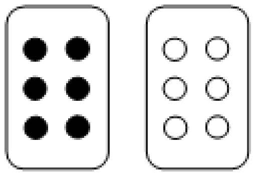


Figura 4.7: Sinal fundamental e cela vazia - Fonte: Arquivo particular

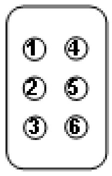


Figura 4.8: Identificação dos pontos de uma cela - Fonte: Arquivo particular

As possíveis combinações dos pontos são denominadas sinais simples. Por causa de sua configuração cada cela Braille pode representar um número finito de sinais, ou seja, o número de caracteres que podem ser representados pelo alfabeto Braille é a soma das combinações $C_{6,1} + C_{6,2} + C_{6,3} + C_{6,4} + C_{6,5} + C_{6,6} = 63$ caracteres possíveis[2]. O Sistema Braille é o processo de escrita em relevo mais adotado em todo o mundo e se aplica não só à representação dos símbolos literais, mas também à dos matemáticos, químicos, fonéticos, informáticos, musicais, etc.

O sistema Braille pode ser lido com uma ou duas mãos da esquerda para a direita como a leitura convencional ocidental à tinta, porém a escrita é feita da direita para a esquerda utilizando para isso a reglete e o punção (Figura 3.1). Deve ser escrita somente uma letra por cela (ponto a ponto) separando cada palavra por uma em branco. Obviamente só se utiliza uma face do papel.

Segundo o projeto da Grafia Braille para a Língua Portuguesa cujo uso é recomendado em todo o território nacional[3], os 63 sinais simples do Sistema Braille, adiante apresentados numa sequencia denominada ordem Braille, distribuem-se sistematicamente por 7 séries a saber:

1ª série: Constituída por 10 sinais, todos superiores, pelo que é denominada série superior. Serve de base às 2ª, 3ª e 4ª séries, bem como de modelo à 5ª.

[2]A cela Braille quando vazia, é também considerada por alguns especialistas como um sinal. O que perfaz um total de 64 caracteres possíveis.

[3]Portaria do MEC n° 2.678 de 24 de setembro de 2002

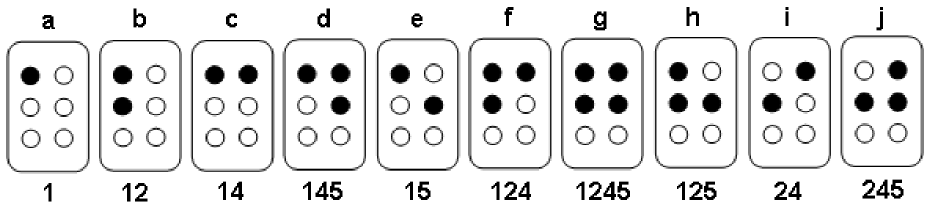


Figura 4.9: Primeira série - Fonte: Arquivo particular

2ª série: obtém-se juntando a cada um dos sinais da 1ª série o ponto 3.

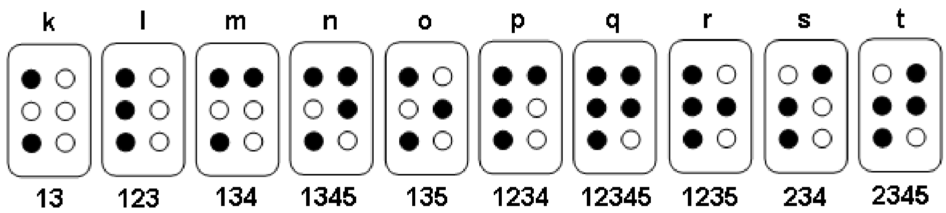


Figura 4.10: Segunda série - Fonte: Arquivo particular

3ª série: resulta da adição dos pontos 3 e 6 aos sinais da série superior.

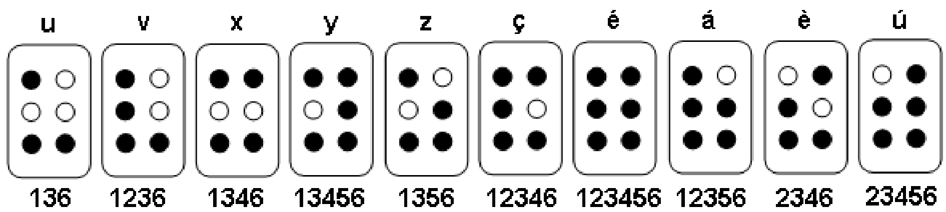


Figura 4.11: Terceira série - Fonte: Arquivo particular

4ª série: é formada pela junção do ponto 6 a cada um dos sinais da 1ª série.

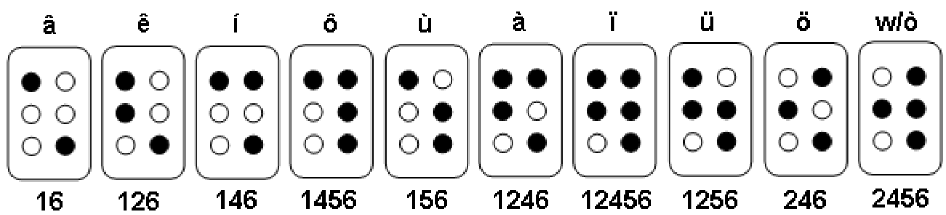


Figura 4.12: Quarta série - Fonte: Arquivo particular

5ª série: é toda formada por sinais inferiores, pelo que também é chamada série inferior, e reproduz formalmente a 1ª série.

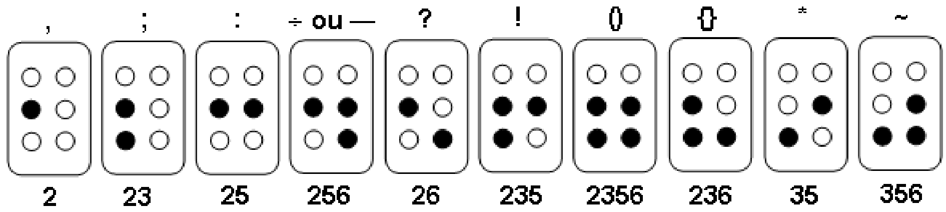


Figura 4.13: Quinta série - Fonte: Arquivo particular

6ª série: não deriva da 1ª série e desenvolve-se pelos pontos 3, 4, 5, 6, e consta apenas de 6 sinais.

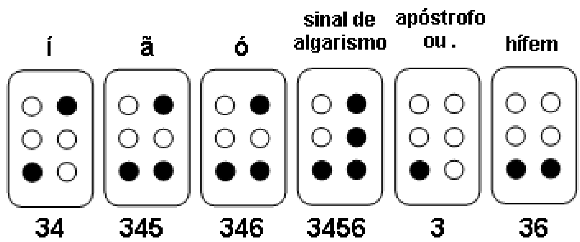


Figura 4.14: Sexta série - Fonte: Arquivo particular

7ª série: também não se baseia na 1ª série. É formada unicamente pelos 7 sinais da coluna direita.

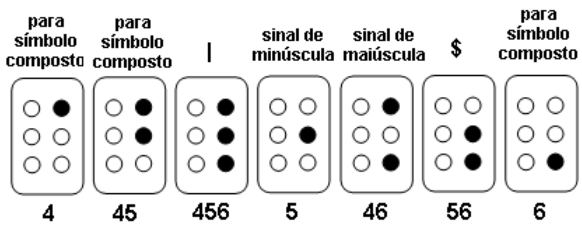


Figura 4.15: Sétima série - Fonte: Arquivo particular

O alfabeto utilizado para a escrita em língua portuguesa é representado pelos símbolos:

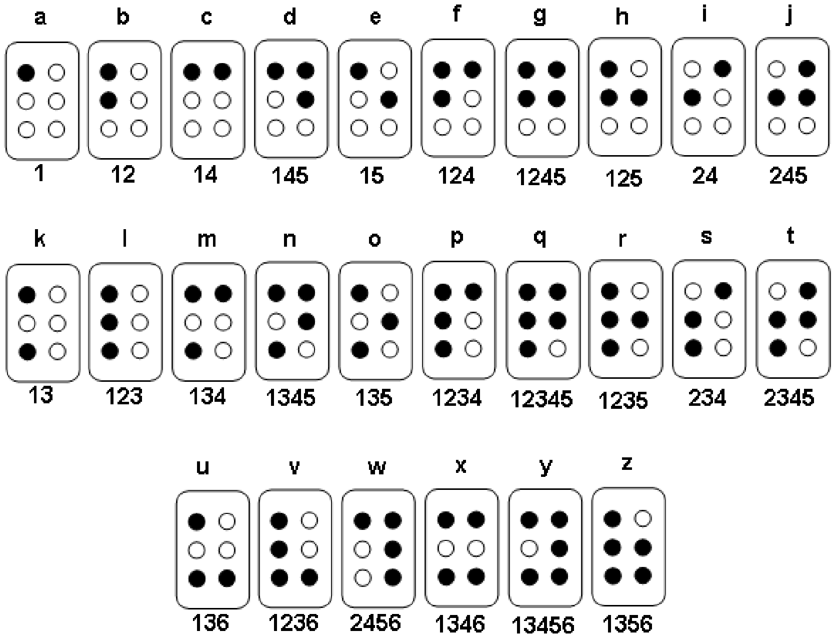


Figura 4.16: Alfabeto tinta/braille - Fonte: Arquivo particular

Os algarismos escritos em Braille são símbolos compostos, ou seja, necessitam de duas celas para serem representados onde a primeira cela corresponde ao símbolo indicativo de número e a segunda a um dos caracteres correspondentes às letras a, b, c, d, e, f, g, h, i ou j.

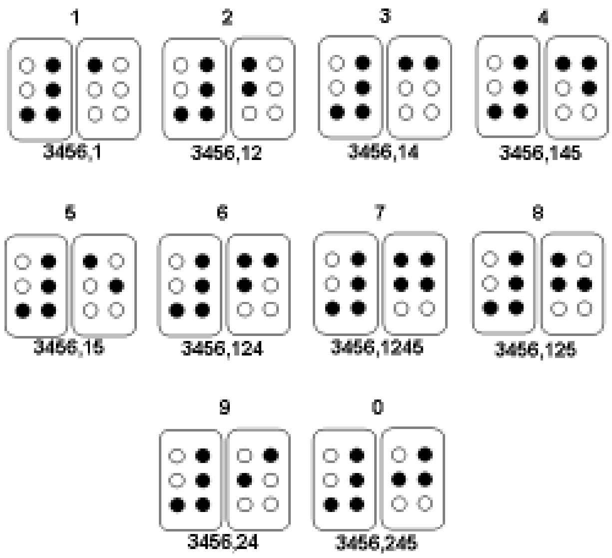


Figura 4.17: Algarismos tinta/Braille - Fonte: Arquivo particular

Das letras do alfabeto grego clássico optei por elencar apenas as mais utilizadas na Matemática do Ensino Médio da forma como comumente são apresentadas, ou seja, algumas em minúsculo e outras em maiúsculo.

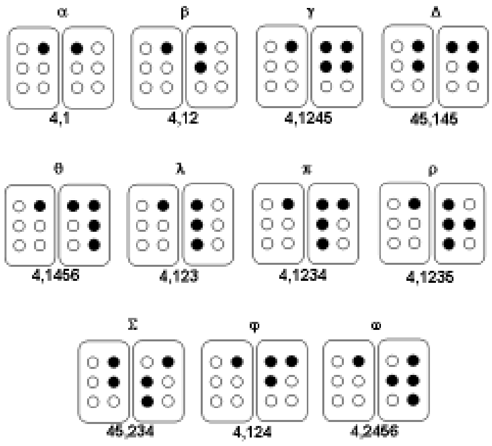


Figura 4.18: Letras gregas em Braille - Fonte: Arquivo particular

O Código Braille é abrangente em todos os sentidos da comunicação escrita e é empregado observando-se as regras de ortografia oficial, entretanto para que a normatização fosse completa fez-se necessário a criação de sinais exclusivos à escrita Braille. São eles:

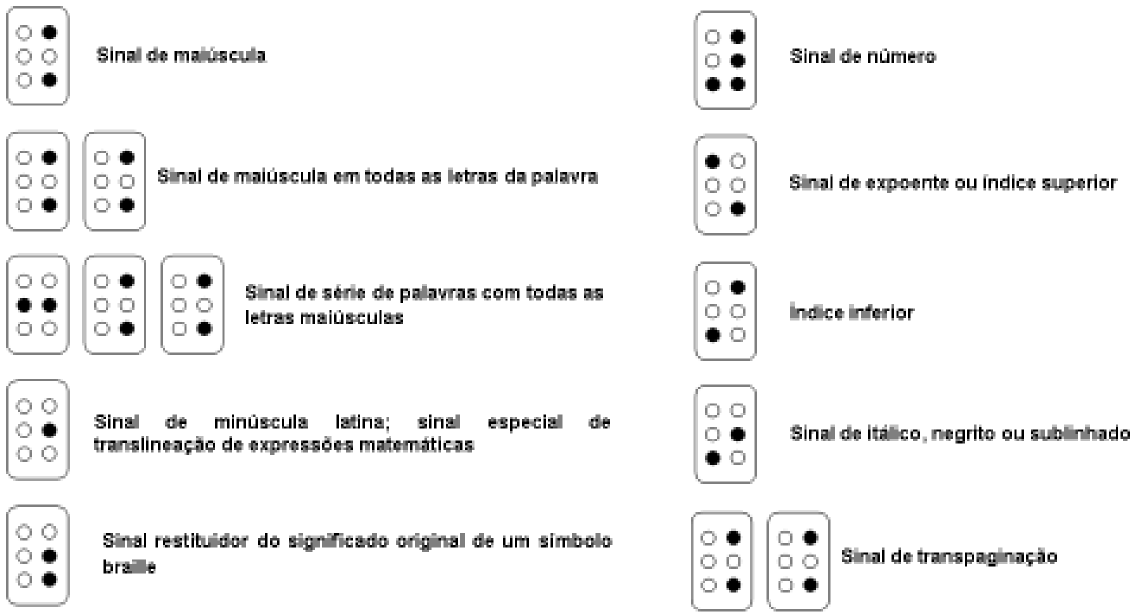


Figura 4.19: Símbolos exclusivos do Braille

O Código Matemático Unificado (CMU), foi aprovado na "Reunión de Representantes de Imprentas Braille de Habla Hispana'", Montevidéu, junho de 1987 e normatizou a simbologia Braille utilizada em Matemática para os países de língua portuguesa e hispânica.

O CMU tem tantos símbolos quanto os correspondentes a tinta. Abaixo apresento os utilizados com números e os mais empregados em trigonometria e em geometria plana e espacial.

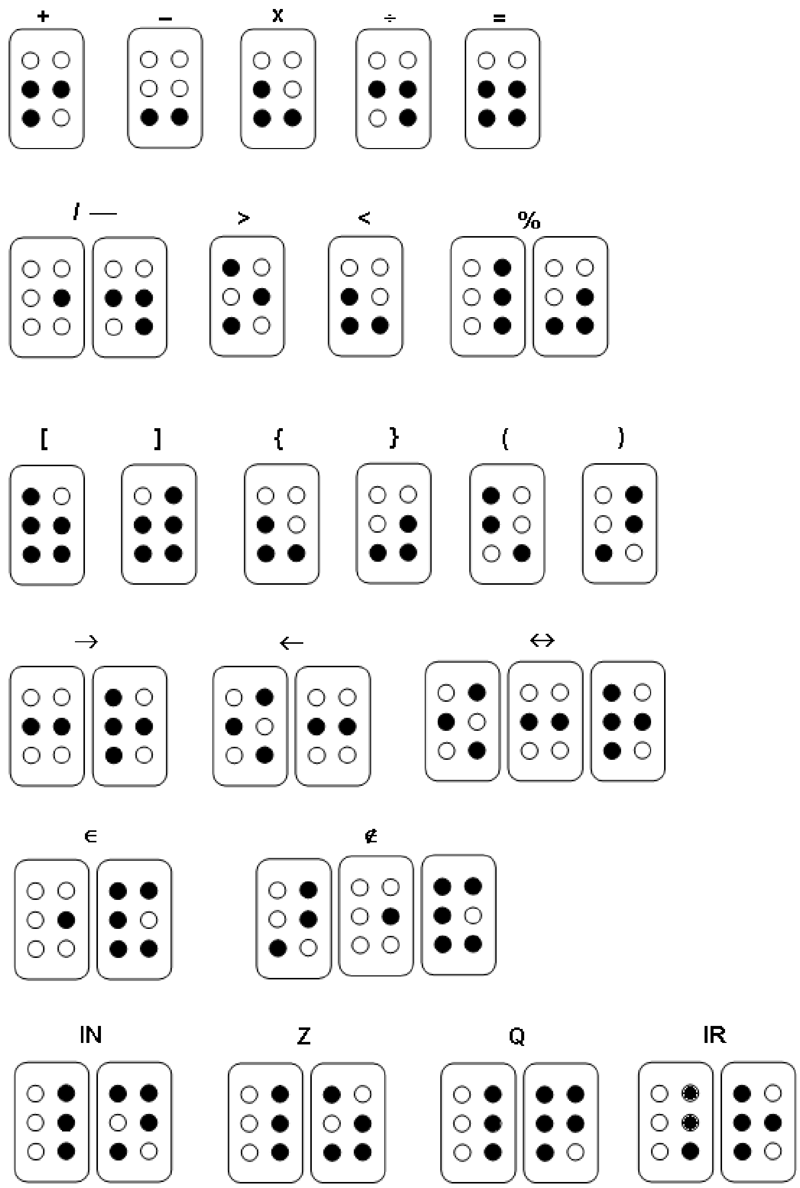


Figura 4.20: Símbolos usados em/com números - Fonte: Arquivo particular

A simbologia Braille apresentada na figura seguinte trata da representação de ângulos e arcos bem como de suas unidades de medida, grau e radiano. Também temos representadas as simbologias das razões trigonométricas.

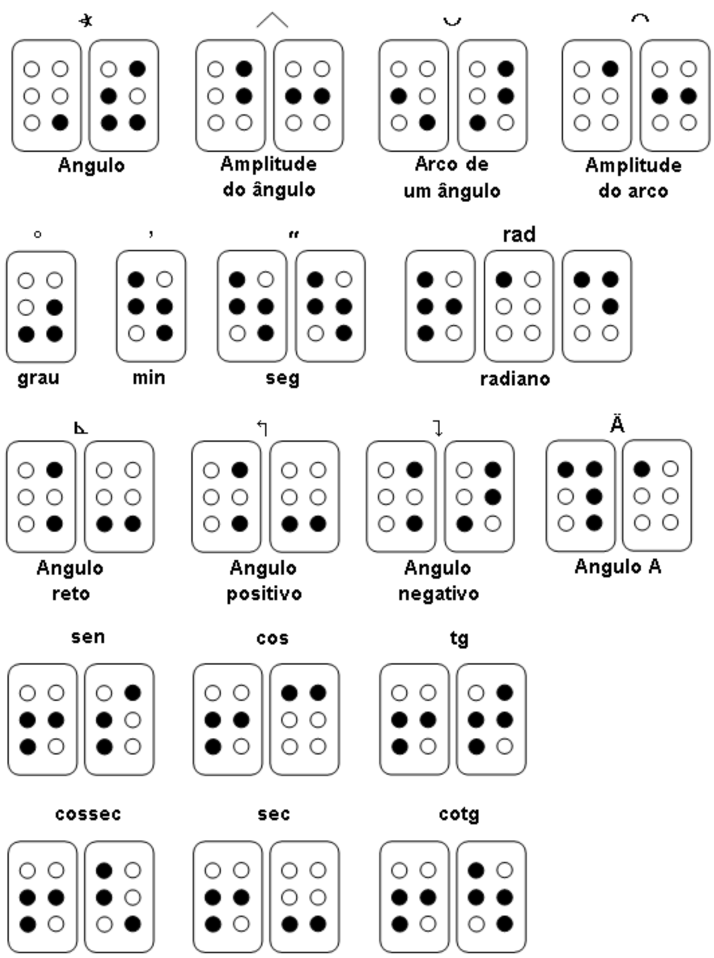
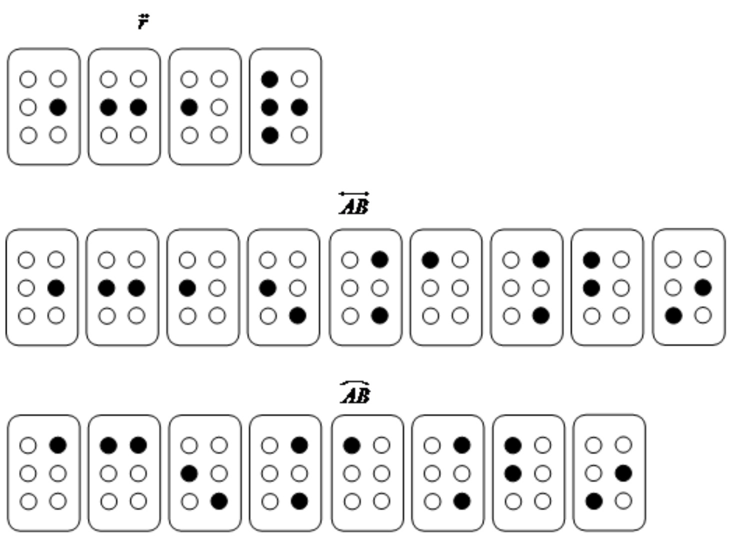


Figura 4.21: Símbolos usados em Trigonometria - Fonte: Arquivo particular

No que toca às geometrias (plana e espacial) a simbologia Braille é tão abrangente quanto a simbologia a tinta. Apresentam-se a seguir as notações para segmentos e suas inter-relações bem como notações para polígonos especiais ou notáveis.



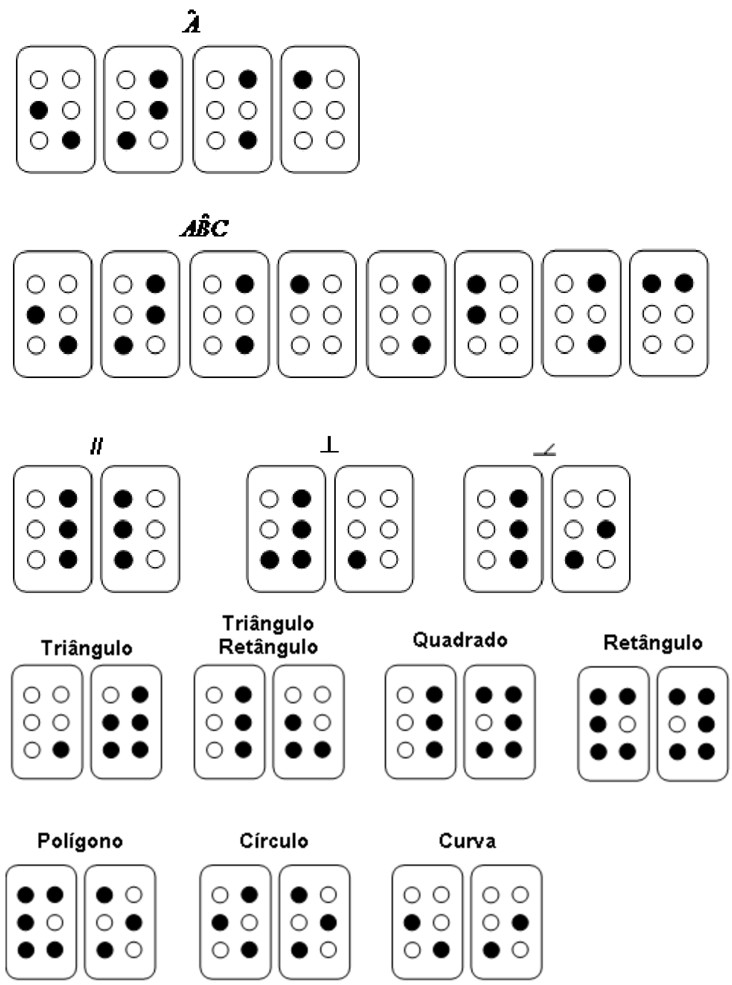


Figura 4.22: Símbolos usados em Geometria - Fonte: Arquivo particular

Com o conhecimento dessa simbologia apresentada o professor está apto a fazer-se compreender graficamente por um aluno com deficiência visual.

Capítulo 5

Estratégias de ensino de tópicos de Trigonometria para alunos com deficiência visual incluídos em turmas regulares do Ensino Médio

Alunos com deficiência visual quando incluídos em turmas regulares, ao contrário do que se possa pensar, não se caracterizam como um fardo a ser suportado pelo professor, mas sim como um aliado que potencializa suas aulas visto que as estratégias que o profissional deve criar para atender as necessidades das duas clientelas, cegos e não cegos, tornam as aulas mais atraentes e inovadoras para todos.

O que acontece, via de regra, quando da inclusão de um aluno com deficiência visual em turmas regulares é que o professor não recebe nenhuma preparação de como lidar com a nova situação. Há casos em que o professor toma conhecimento da presença do aluno com deficiência visual apenas na sua primeira aula.

Por outro lado o fato da não preparação prévia do professor ou a falta de treinamento não deve caracterizar a impossibilidade de incluir o aluno com deficiência nas atividades normais dos outros alunos. Criar estratégias para que isso aconteça é inerente à condição de educador e, particularmente o professor de Matemática, isso não é uma tarefa que não possa ser cumprida com relativa facilidade.

O uso de tecnologias, equipamentos e técnicas já existentes pode e deve se aliar ao bom senso e sensibilidade do educador para tornar suas aulas atrativas e esclarecedoras utilizando estratégias próprias que podem ser concebidas apenas percebendo as necessidades e características individuais de seus alunos.

Nos tópicos a seguir são apresentadas estratégias para o ensino de temas de Trigonometria, em turmas regulares do Ensino Médio à partir do 1º ano com alunos com deficiência visual incluídos, que poderão servir de referência no sentido de nortear a criação de outras tantas.

5.1 O ciclo de raio unitário o segredo para o aprendizado da Trigonometria

Um dos capítulos mais importantes do ensino da Trigonometria no Ensino Médio quase nunca é tratado com o zelo e profundidade necessários e tampouco lhe é dado o devido valor. Esse capítulo é o estudo da função de Euler e a medida de ângulos ou mais especificamente o estudo do ciclo trigonométrico.

Todo estudante que ingressa no Ensino Médio acha trivial e óbvio conceitos como cateto oposto sobre hipotenusa ou cateto oposto sobre cateto adjacente, pois os trazem memorizados como bagagem do Ensino Fundamental. Porém, quase sempre, sentem muita dificuldade em visualizar tais conceitos em uma circunferência o que é ainda mais agravado pelo fato das medidas de arcos e ângulos serem agora em outra unidade que não o grau.

Para o aluno com deficiência visual existe um fator complicador ainda maior já que grande parte (senão toda) da teoria é visual pois necessita de desenhos, gráficos e tabelas para auxiliar sua compreensão.

Nesse capítulo nos propomos a apresentar o assunto de maneira simples e prática lançando mão de estratégias que coloquem o aluno cego em contato com a teoria mantendo, porém, o formalismo necessário e característico da Matemática, em particular da Trigonometria.

Para essa aula é necessário que o aluno tenha conhecimento prévio dos seguintes temas:

- Semelhança de triângulos;
- Elementos do triângulo retângulo e suas relações métricas;
- Razões trigonométricas do triângulo retângulo.

- Elementos da circunferência e suas relações métricas.

O material utilizado para a aula consiste em:

- Papel 40 kg tamanho A4;
- Material de desenho: lápis, régua, compasso, esquadro e transferidor.
- Tinta dimensional relevo 3D;
- Multiplano®.

5.1.1 Razões trigonométricas no triângulo retângulo

No primeiro momento é aconselhado que o professor revise conceitos elementares que o aluno já traz consigo do ensino fundamental que são as razões trigonométricas no triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente[1].

$$\sin\alpha = \frac{\mathit{cateto\ oposto}}{\mathit{hipotenusa}}, \cos\alpha = \frac{\mathit{cateto\ adjacente}}{\mathit{hipotenusa}} \text{ e } \tan\alpha = \frac{\mathit{cateto\ oposto}}{\mathit{cateto\ adjacente}}$$

Para tanto o professor faz uma figura de um triângulo retângulo no quadro enfatizando seus elementos: ângulos e lados (catetos e hipotenusa) e estimula os alunos a verbalizarem as razões trigonométricas associadas aos ângulos agudos do triângulo.

No entanto essa estratégia não é adequada a um aluno com deficiência visual que tem que ser incluído no processo. Por isso o professor lança mão de simples artifícios:

1. Previamente o professor prepara em papel 40 kg a figura de um triângulo retângulo coberto com tinta dimensional enfatizando os mesmos elementos expostos no quadro[2] e o oferece ao aluno para que os perceba pelo tato.

[1]Importante! Na presença de um ou mais alunos com deficiência visual deve-se verbalizar com clareza tudo o que for escrito no quadro bem como descrever figuras e gráficos.

[2]A identificação de ângulos e lados em Braille é recomendada até para que o aluno perceba a preocupação do professor em conectar-se a ele através de uma linguagem comum.

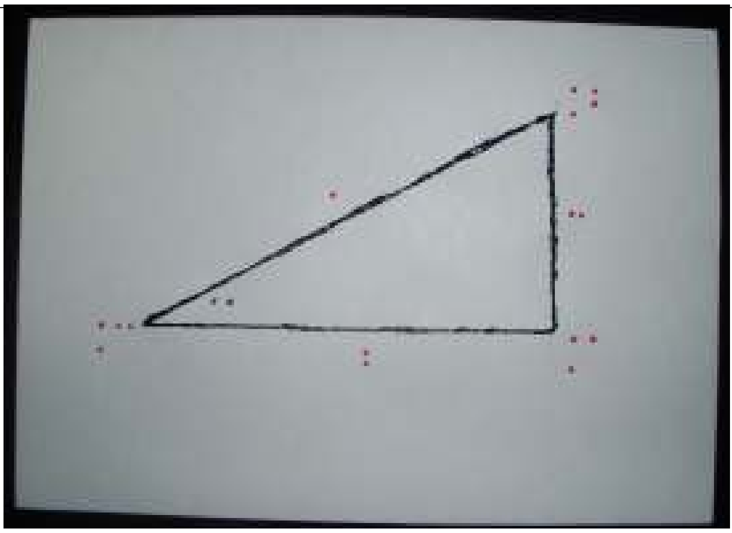


Figura 5.1: Triângulo Retângulo em papel 40kg - Fonte: Arquivo particular

2. O professor usa o Multiplano® compondo a figura de um triângulo retângulo com os pinos e elásticos para que o aluno cego possa tocar.

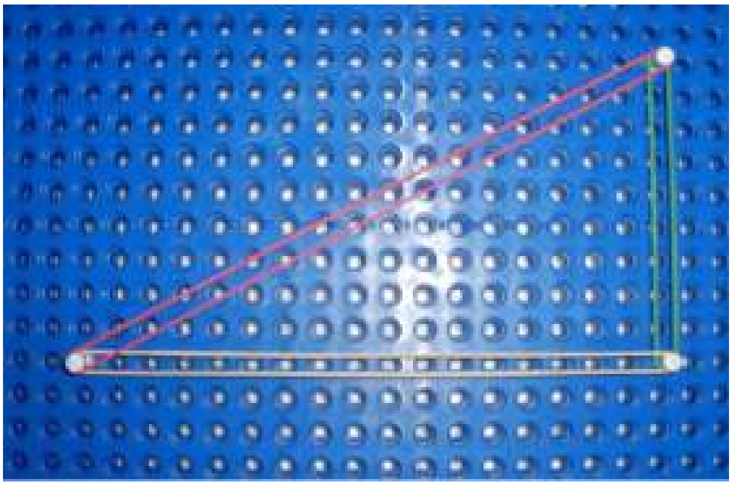


Figura 5.2: Triângulo retângulo no Multiplano® - Fonte: Arquivo particular

É importante salientar nesse ponto que as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente dependem apenas dos ângulos agudos para os quais estão relacionados e não do tamanho do triângulo retângulo que os contém. Para tanto é conveniente mostrar que quaisquer triângulos retângulos que possuírem ângulos agudos correspondentes congruentes são semelhantes e apesar de possuírem seus lados com medidas distintas seus ângulos terão mesmas razões trigonométricas.

Os alunos podem contar os pontinhos que servem de medida dos lados dos triângulos e calculando suas razões tiram suas conclusões confirmando esse fato. Outros exemplos

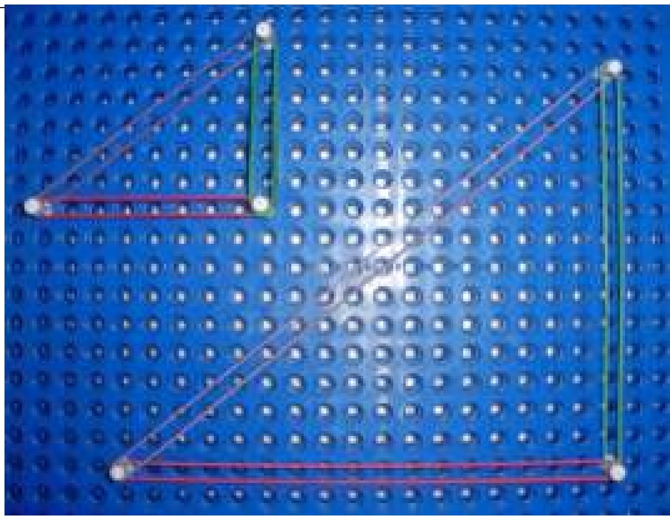


Figura 5.3: Triângulos retângulos semelhantes no Multiplano® - Fonte: Arquivo particular

de triângulos semelhantes com outras medidas podem e devem ser dados para solidificar esse conceito.

5.1.2 Problemas com relógios

Com o intuito de fazer com que o aluno perceba que arcos de circunferência estão associados a ângulos centrais que os determinam pode-se lançar mão de problemas de baixa complexidade como os problemas envolvendo ponteiros de um relógio.

Sabendo que o mostrador de um relógio analógico convencional está dividido em doze espaços onde cada um correspondente a 1 hora (60 minutos) para o ponteiro das horas (menor) ou 5 minutos para o ponteiro dos minutos (maior) podemos fazer as seguintes associações:

- Se uma volta completa na circunferência corresponde a 360^o (trezentos e sessenta graus) então cada um desses espaços corresponde a um doze avos de volta, ou seja: 360^o dividido por 12 que é igual a 30^o.

- Por conseguinte para o ponteiro das horas 60 minutos correspondem a um arco de 30^o e para o ponteiro dos minutos 5 minutos também correspondem a um arco de 30^o. De posse dessas reflexões o aluno está apto para raciocinar e resolver o primeiro exemplo:

– Qual o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando este marcar 2 horas e 30 minutos?

Para o aluno com visão um simples desenho no quadro será suficiente, mas para o aluno com deficiência visual lançamos mão de uma representação no Multiplano® que também pode, e deve, ser apresentada a todos os alunos com o intento de proporcionar a interação entre todos. O professor pode também preparar previamente, em papel 40 kg, figuras cobertas com tinta dimensional reproduzindo situações distintas de tempo marcadas em um relógio para que o aluno se aproprie do conhecimento através do tato.

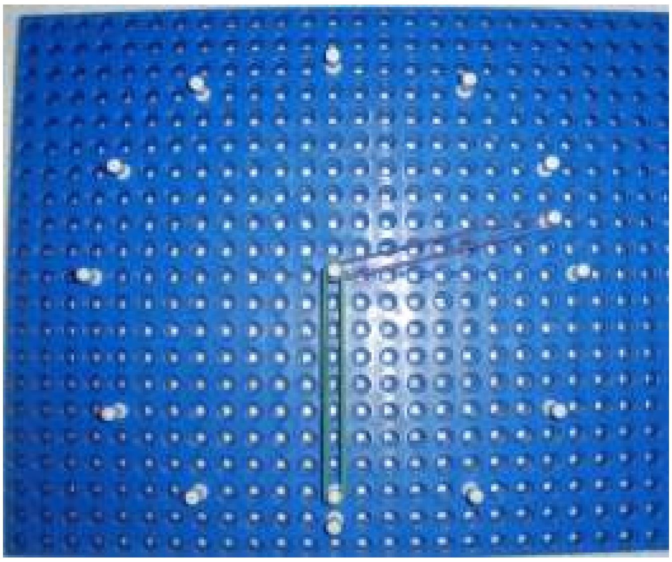


Figura 5.4: Ângulo entre os ponteiros de um relógio no Multiplano® - Fonte: Arquivo particular

Uma simples regra de três é suficiente para resolver esse e outros problemas do gênero. Deve-se nesse momento incentivar os alunos a utilizarem estratégias próprias de resolução. Ora orientando-se pelo ponteiro dos minutos ora pelo ponteiro das horas.

A conexão entre arcos e ângulos deve então ser feita observando-se o fato que fixando-se o raio de uma circunferência arcos com comprimentos distintos estão associados a ângulos com medidas distintas. Ou seja, se 360º é a medida de um arco de volta completa cuja medida é dada por $C = 2\pi r$ então o comprimento l de um arco de medida α (em graus) é dado por $l = \dfrac{\alpha\pi r}{180^o}$. Para fixação do conteúdo devem ser feitos exemplos numéricos e exercícios.

5.1.3 Unidades de medida de arcos e ângulos

Fazer com que o aluno entenda que pontos de uma circunferência estão, como a reta numérica, associados a números reais não é uma tarefa fácil já que eles, frequentemente costuma apegar-se aos conhecimentos adquiridos ainda no Ensino Fundamental. Se esse aluno possui uma deficiência visual as exposições teóricas exigem cuidados ainda maiores. Conceitos e características do ciclo trigonométrico devem ser apresentados de maneira concatenada, induzindo o a tirar suas conclusões e por fim concluir a teoria com o formalismo necessário.

Tomemos então um ângulo de medida α qualquer e tracemos circunferências concêntricas de raios distintos centradas no vértice O do ângulo de medida α.

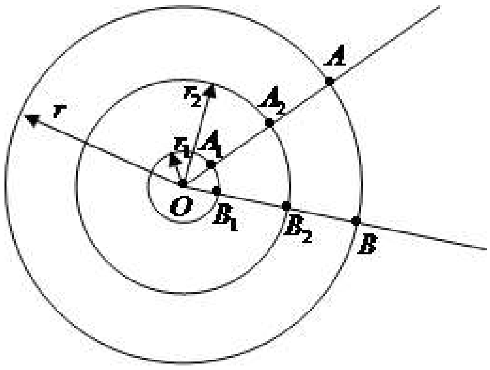


Figura 5.5: Ângulo e circunferências concêntricas - Fonte: Arquivo particular

A representação feita no quadro também pode ser feita com o uso do Multiplano®.

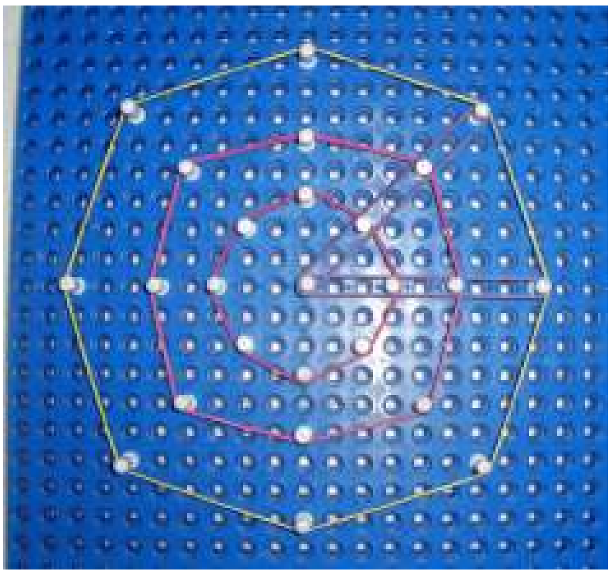


Figura 5.6: Ângulo e circunferências concêntricas no Multiplano® - Fonte: Arquivo particular

Da figura encontramos as seguintes relações entre as medidas dos arcos e os raios das circunferências:

$$\frac{\widehat{A_1B_1}}{r_1} = \frac{\widehat{A_2B_2}}{r_2} = \frac{\widehat{AB}}{r} = \text{constante}$$

O que nos leva a concluir que $\dfrac{\widehat{AB}}{r} = \alpha$ que é a medida do ângulo α em radianos.

Conclusões:

1. α não depende do raio da circunferência particular.

2. Se aos ângulos orientados $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ correspondem aos números α e β para $A\hat{O}C$ corresponde $\alpha + \beta$.

3. Se para um ângulo orientado $A\hat{O}B$ corresponde um número α, para um ângulo $k \cdot \left(A\hat{O}B\right)$, com $k \in \mathbb{R}$, corresponde um número $k \cdot \alpha$.

Desse modo podemos definir a medida de um ângulo em radianos (rad) como a razão constante entre o arco que esse ângulo determina sobre qualquer circunferência de centro no vértice e o raio da referida circunferência. Consequentemente um ângulo cuja medida é 1 radiano (1 rad) corresponde a um arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência.

Pode-se deduzir ainda que, em uma circunferência de raio unitário o comprimento de um arco de meia volta é $l = \dfrac{180^o \cdot \pi \cdot 1}{180^o} = \dfrac{180^o \cdot \pi}{180^o} = \pi$, por conseguinte a relação entre as unidades de medidas de ângulos é tal que 180º correspondem a πrad.

É comum que os alunos sempre utilizem o recurso da regra de três para as transformações de graus para radianos e de radianos para graus, o que não é adequado. Portanto cabe ao professor estimula-los a fazer cálculos mentais como 30º é igual a 180º dividido por 6 portanto correspondem a $\dfrac{\pi}{6}$.

5.1.4 Arcos e ângulos na circunferência

De posse da relação existente entre a medida de um ângulo e o seu correspondente em radianos o professor deve propor que os alunos dividam uma circunferência de raio unitário em 4, 8 e 12 partes enfatizando os quadrantes e, mais especificamente no 1º quadrante, os arcos oriundos de ângulos notáveis: 30º, 45º e 60º comumente estudados no Ensino Fundamental.

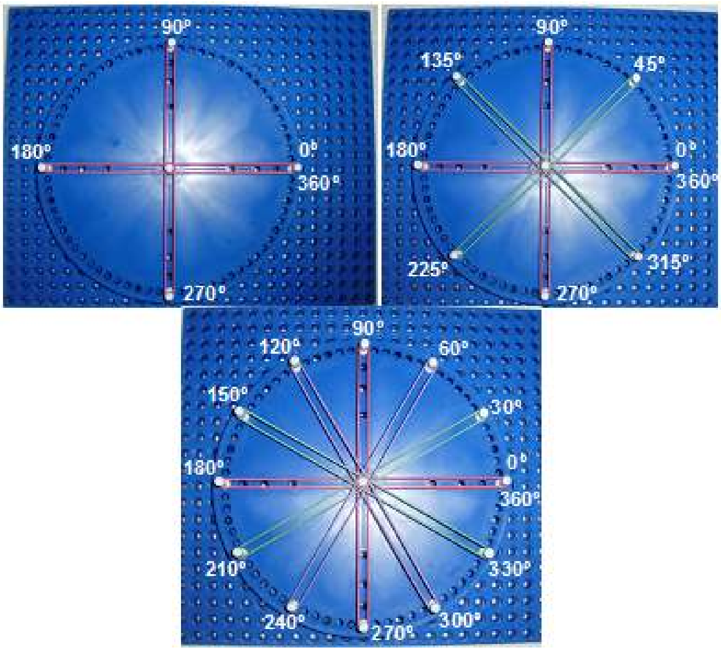


Figura 5.7: Ângulos na circunferência - Fonte: Arquivo particular

Os alunos, nesse ponto, devem ser levados a perceber que ao dividirmos uma circunferência em quatro, oito ou doze partes iguais os ângulos centrais formados são múltiplos dos ângulos de 30º, 45º e 60º estudados ainda no ensino fundamental e que os arcos correspondentes têm, por sua vez, a mesma medida dos ângulos que os determinam.

A sugestão da adoção de uma circunferência de raio unitário deve-se ao fato que os alunos podem, com o auxílio do professor, perceber que os comprimentos dos arcos encontrados correspondem às suas medidas em radianos o que lhes dá a primeira noção de arcos e ângulos associados a números. É importante salientar que tudo o que for apresentado necessita ser devidamente verbalizado para que os alunos com deficiência visual façam suas anotações e cálculos visto que estão aptos a fazê-los e as figuras feitas no quadro devem ser repetidas no Multiplano® para que percebam os procedimentos mediante o toque. É de bom alvitre escolher alunos sem deficiência visual para reproduzir as figuras feitas no quadro no Multiplano® para apresentá-las a seus colegas cegos ou com baixa visão. Isso fortalece laços de amizade, entendimento e aceitação como também solidifica o aprendizado.

Nesse momento é apropriado que o professor apresente a circunferência trigonométrica com seus arcos notáveis enfatizando as relações de simetria existentes bem como seus eixos, agora introduzidos como eixo das abscissas (Ox) e das ordenadas (Oy).

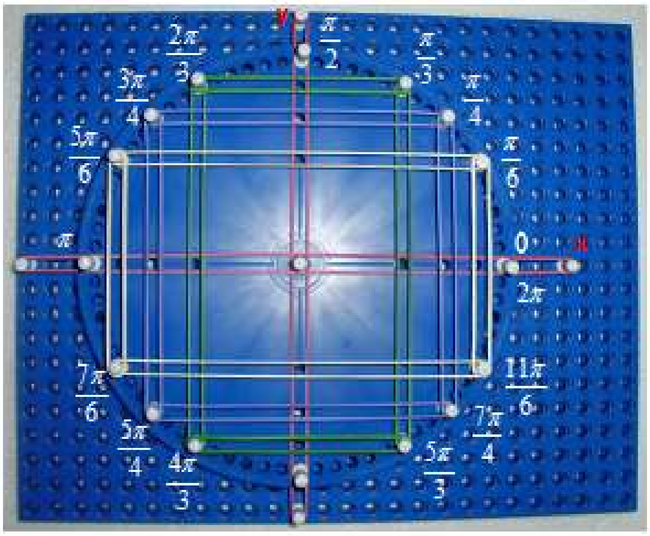


Figura 5.8: O ciclo trigonométrico - Fonte: Arquivo particular

A origem do ciclo trigonométrico precisa ser devidamente identificada e associada ao arco de medida zero (comprimento e medida em radianos) assim como o arco de volta completa está associado ao número 2π enfatizando o fato que esses dois arcos são arcos côngruos, pois têm imagem no mesmo ponto do ciclo.

Torna-se necessário que a partir desse ponto cada conceito e cada definição sejam conectados ao que já foi exposto. Inicialmente podemos destacar que podemos dar infinitas voltas ao ciclo trigonométrico e que cada volta completa dada estamos percorrendo um comprimento equivalente a 2π unidades de comprimento ou ainda estamos percorrendo um arco de medida 2π radianos a cada volta completa tudo isso independente do sentido do percurso, seja no anti-horário seja no horário.

Porém, para uma formalização necessária convencionemos como volta positiva a volta efetuada no sentido anti-horário e volta negativa no sentido horário, sempre partindo do ponto correspondente ao número zero. Nesse momento é necessário que os alunos sejam induzidos a perceber que em um percurso de infinitas voltas no ciclo cada um de seus pontos estará relacionado a infinitos números reais correspondentes ao comprimento de um arco de α radianos na primeira volta, $\alpha + 2\pi$ na segunda volta, $\alpha + 2 \cdot 2\pi$ na terceira volta,...$\alpha + 2k\pi$ na k-ésima volta, onde k é um número inteiro ($k \in \mathbb{Z}$).

Por exemplo, ao darmos uma volta completa no ciclo trigonométrico e passarmos novamente pelo ponto correspondente ao arco de medida $\frac{\pi}{6}$ teremos percorrido um arco de comprimento $\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6}$ unidades e de medida $\frac{13\pi}{6}\mathtt{rad}$, ou seja, o ponto correspondente ao arco de medida $\frac{\pi}{6}$ é imagem do número real $\frac{\pi}{6}$ e de infinitos outros números reais cuja expressão que os identifica é $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

Essa é uma maneira bastante intuitiva de apresentar os rudimentos desse assunto tão importante e necessário à compreensão da Trigonometria para alunos que ainda não tenham tido contato com a Trigonometria na circunferência. Entretanto torna-se necessária a complementação formal que, nesse ínterim, os alunos estão aptos a assimilar com mais facilidade.

5.1.5 A função de Euler

A função de Euler recebe esse nome em homenagem ao seu criador o matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783).

Consideremos em um sistema de coordenadas cartesianas uma circunferência de raio unitário centrada no ponto $O\,(0,0)$. Fixemos na circunferência o ponto $A\,(1,0)$ doravante chamado de origem dos arcos e uma orientação. Ao percorrermos os pontos do círculo no sentido anti-horário o estaremos fazendo no sentido positivo, o sentido negativo portanto será o horário. A circunferência, munida da orientação acima definida, será denominada de ciclo trigonométrico sendo designado por $\mathcal{C}$.

Definimos como medida algébrica de um arco $\widehat{AP}$ de $\mathcal{C}$ como sendo o comprimento deste, associado a um sinal positivo caso o sentido de A para P seja o anti-horário e, caso contrário, a um sinal negativo.

É fácil ver que pelo fato da circunferência ter sido inicialmente tomada com raio unitário a medida do arco $\widehat{AP}$ em radianos corresponde ao módulo do seu comprimento.

Definamos agora a função de Euler $E : \mathbb{R} \to \mathcal{C}$ que faz corresponder a cada $t \in \mathbb{R}$ o ponto $P = E\,(t) = (x, y)$ da circunferência unitária tal que:

i) Se $t = 0$ então $P = A$, ou seja,$P = E\,(0) = (1, 0)$.

ii) Se $t > 0$ realizamos o percurso sobre a circunferência $\mathcal{C}$ a partir do ponto $(1, 0)$ no sentido anti-horário e anotamos $P = E\,(t)$ como ponto final desse percurso, isto é, a medida do arco $\widehat{AP}$ será t.

iii) Se $t < 0$ realizamos o percurso sobre a circunferência no sentido horário cujo comprimento é igual a $|t|$ e anotamos $P = E\,(t)$ como ponto final desse percurso.

"A função de Euler $\mathsf{E} : \mathbb{R} \to \mathcal{C}$ pode ser imaginada como o processo de enrolar a reta $\mathbb{R}$, identificada a um fio inextensível, sobre a circunferência $\mathcal{C}$ (pensada como um carretel) de modo que o ponto $0 \in \mathbb{R}$ caia sobre o ponto $\mathsf{A}(1,0) \in \mathcal{C}$."(Lima-2006)

Como exemplo prático podemos tomar o ciclo trigonométrico representado no Multiplano® da figura abaixo onde são apresentados os pontos

$\mathsf{E}(0) = \mathsf{A}(1,0)$, $\mathsf{E}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \mathsf{B}(0,1)$, $\mathsf{E}(\pi) = \mathsf{A}'(-1,0)$, $\mathsf{E}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \mathsf{B}'(0,-1)$ e $\mathsf{E}(2\pi) = \mathsf{A}(1,0)$.

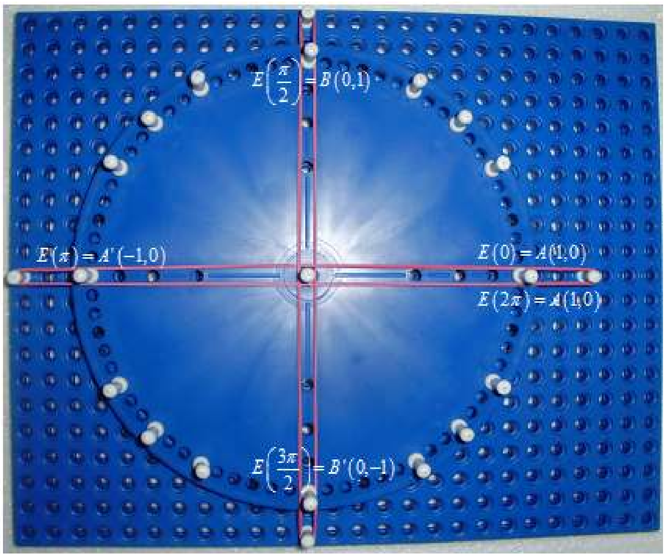


Figura 5.9: Imagens da função de Euler - Fonte: Arquivo particular

A função de Euler não é uma função injetora, ou seja, a números reais distintos podem estar associados ao mesmo ponto no círculo trigonométrico. Um exemplo disso mostrado na figura anterior são os pontos $\mathsf{E}(0) = \mathsf{A}(1,0) = \mathsf{E}(2\pi)$

Generalizando temos que tomando $\mathsf{t}_1 > 0$ e a medida de um arco AP igual a t_1, associados a P existem dois arcos com medidas e sentidos diferentes. Se $\mathsf{AP} = \mathsf{t}_1$ (no sentido anti-horário) temos $\mathsf{t}_2 < 0$ tal que $\mathsf{AP} = \mathsf{t}_2$ (no sentido horário), isto é, $\mathsf{t}_1 - \mathsf{t}_2 = 2\pi$ e $\mathsf{E}(\mathsf{t}_1) = \mathsf{E}(\mathsf{t}_2) = \mathsf{P}$.

Se P é a imagem de t_o, P será também a imagem de $\mathsf{t}_o \pm 2\pi$, $\mathsf{t}_o \pm 4\pi$, etc..., ou seja, P é a imagem de todos os elementos do conjunto $\{\mathsf{t} \in \mathbb{R} / \mathsf{t} = \mathsf{t}_o + 2\mathsf{k}\pi, \mathsf{k} \in \mathbb{Z}\}$.

Dizemos então que todos os arcos com origem em A e extremidade em P têm a forma $\mathsf{t}_o + 2\mathsf{k}\pi, \mathsf{k} \in \mathbb{Z}$ e esses arcos, por ter mesma extremidade são chamados de "arcos côngruos".

5.1.6 Seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico

Tomemos agora no ciclo trigonométrico supracitado um ponto P formando um arco $\widehat{\mathsf{AP}}$ onde, sem perda de generalidade, $0 < \mathsf{P} < \frac{\pi}{2}$ cuja medida é α.

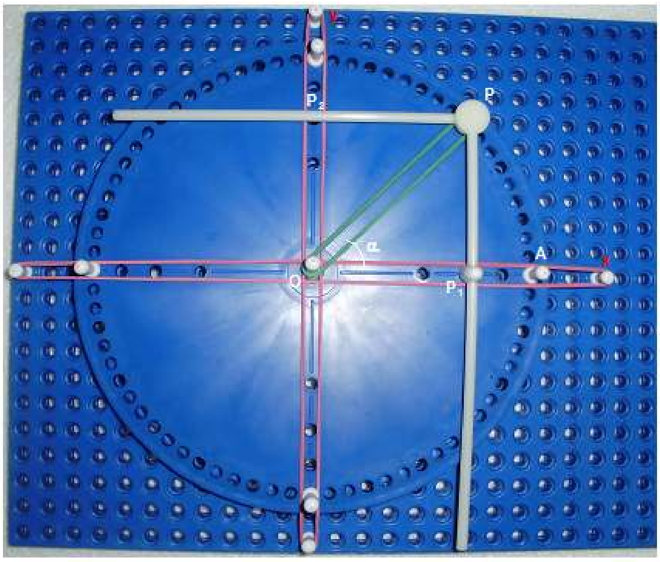


Figura 5.10: Ângulo com perpendiculares aos eixos coordenados - Fonte: Arquivo particular

Tracemos então, partindo de P as perpendiculares aos eixos coordenados $\overline{\mathsf{PP}_1}$ e $\overline{\mathsf{PP}_2}$. O triângulo OPP_1 é retângulo logo:

$$\cos\alpha = \frac{\mathsf{OP}_1}{\mathsf{OP}} \text{ e } \sin\alpha = \frac{\mathsf{PP}_1}{\mathsf{OP}}$$

Como $\mathsf{OP} = 1$ (pois o ciclo possui raio unitário) e $\overline{\mathsf{PP}_1} \equiv \overline{\mathsf{PP}_2}$ temos que:

$$\cos\alpha = \mathsf{OP}_1 \text{ e } \sin\alpha = \mathsf{OP}_2$$

Isto posto, doravante serão conhecidos os eixos coordenados no ciclo trigonométrico por "eixo dos senos" $(\mathsf{O}x)$ e "eixo dos cossenos" $(\mathsf{O}y)$.

Em outras palavras, temos que a função de Euler $E : \mathbb{R} \to \mathcal{C}$ fica mais bem definida por $E(t) = (\cos t, \sin t)$ em que $x = \cos t$ e $y = \sin t$, que são respectivamente a abscissa e a ordenada do ponto $E(t)$ do ciclo trigonométrico.

A partir desse ponto os alunos estarão aptos a resolver exercícios com o intento de melhor apreender os conteúdos apresentados e dar prosseguimento aos estudos da Trigonometria na circunferência.

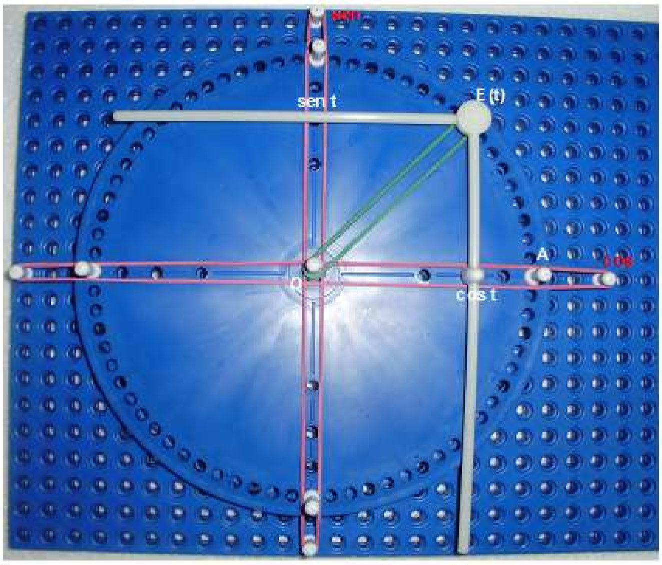


Figura 5.11: Eixos do ciclo trigonométrico - Fonte: Arquivo particular

O uso do Multiplano® como acessório à compreensão de alunos com deficiência visual também contribui para uma melhor assimilação por parte dos alunos sem deficiência uma vez que a ferramenta possui caráter inovador o que desperta a curiosidade e a imaginação tão necessárias ao aprendizado da Matemática.

Agora tracemos uma reta tangente ao ciclo trigonométrico cujo ponto de tangência é o ponto A, origem dos arcos. Prolongando o segmento $\overline{OP}$ até que este intersecte a reta tangente encontramos o ponto Q.

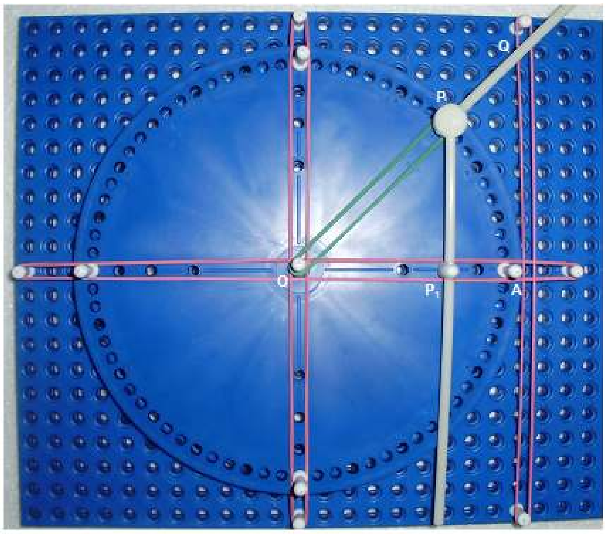


Figura 5.12: Tangente no ciclo trigonométrico - Fonte: Arquivo particular

Os triângulos OPP_1 e OQA são semelhantes pois são retângulos com um ângulo (α)

em comum, o que nos leva a concluir que:

$$\frac{OP_1}{OA} = \frac{PP_1}{AQ} \Leftrightarrow \frac{\cos\alpha}{1} = \frac{\sin\alpha}{AQ} \Leftrightarrow AQ = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow AQ = \tan\alpha$$

Assim, a reta que passa pelo centro do ciclo trigonométrico e pela extremidade do arco $\widehat{AP}$ intersecta a reta tangente ao ciclo trigonométrico em um ponto que determina um segmento com uma extremidade em A cuja medida é numericamente igual à tangente da medida do arco $\widehat{AP}$ que é α.

Desse ponto em diante os alunos têm condições de resolver exercícios aplicando as características do ciclo trigonométrico apresentadas nas aulas sem que sejam necessárias as malfadadas decorebas. A forma lúdica da apresentação inicial ajuda a fixação da teoria uma vez que os alunos, com ou sem deficiência visual, presenciaram a materialização dos conceitos apresentados.

A formalização da teoria dá ao tema o caráter de seriedade necessárias e também auxilia-os a apreender os próximos conteúdos todos intimamente ligados à função de Euler e suas características.

5.2 O cálculo de distâncias inacessíveis

O estudo e desenvolvimento da Trigonometria são anteriores à era cristã. Os egípcios e os babilônios já haviam utilizado as relações existentes entre os lados e ângulos de um triângulo antes dos gregos para resolver problemas. Porém, foi o fascínio pelo movimento dos astros que impulsionou o desenvolvimento da Trigonometria. Vem daí o fato da Trigonometria figurar bastante cedo associada à Astronomia e ao cálculo de medidas inacessíveis.

Para o cálculo de medidas inacessíveis a Trigonometria no triângulo retângulo, por vezes, mostra-se insuficiente por seus recursos. Para tanto, faz-se necessário a utilização de outros procedimentos trigonométricos como os da Trigonometria dos triângulos quaisquer.

Nesse contexto temos dois dos principais teoremas que servem a esse propósito. São eles: A Lei dos Cossenos e a Lei dos Senos.

É fácil perceber que sem os recursos e metodologias adequadas ensinar esses dois importantes tópicos da Trigonometria para um aluno com deficiência visual incluído em uma turma regular de Ensino Médio não é uma tarefa fácil. Entretanto, com criatividade e a utilização do Multiplano® as aulas tornar-se-ão dinâmicas, elucidativas e com resultados satisfatórios.

5.2.1 Lei dos cossenos

A contextualização histórica de uma teoria tão rica de aplicabilidades como a Lei dos Cossenos é sempre melhor aproveitada com uma problematização coerente de uma situação admissível, como por exemplo:

– É possível conhecermos a medida de um lado de um triângulo não retângulo conhecendo as medidas de seus dois lados adjacentes e do ângulo entre eles?

Obviamente o professor, nesse ínterim, já deve ter resolvido problemas onde aplicara a Trigonometria no triângulo retângulo mais de uma vez para encontrar uma medida desconhecida e essa deve ser a resposta dada por grande parte da turma.

Partindo desse princípio básico elementar podemos facilmente demonstrar a Lei dos Cossenos.

Inicialmente tomamos um triângulo ABC acutângulo de base $\overline{AB}$ destacando a altura relativa à base.

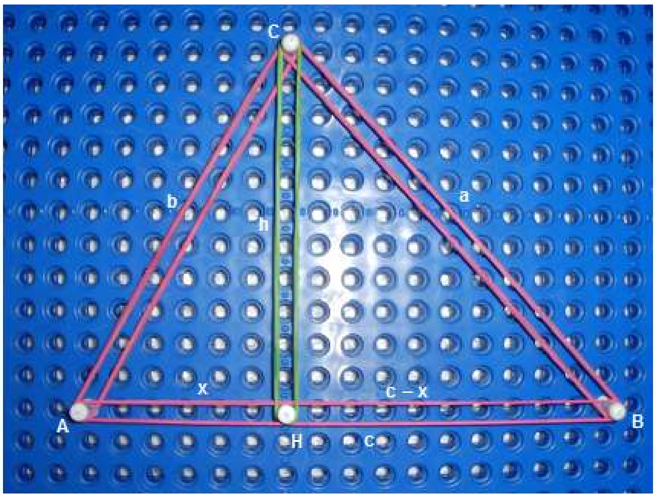


Figura 5.13: Triângulo acutângulo com altura em destaque - Fonte: Arquivo particular

As medidas dos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, bem como da altura $\overline{CH}$ são, respectivamente, **a**, **b**, **c** e **h**. A projeção $\overline{AH}$ do lado $\overline{AC}$ sobre $\overline{AB}$ tem medida **x**. Então, aplicando, no triângulo retângulo ACH o cosseno do ângulo $\hat{A}$, encontramos:

$$\cos\hat{A} = \frac{AH}{AC} \Leftrightarrow \cos\hat{A} = \frac{x}{b} \Leftrightarrow x = b \cdot \cos\hat{A} \tag{5.1}$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos ACH e BCH temos:

$$(AC)^2 = (CH)^2 + (AH)^2 \Leftrightarrow b^2 = h^2 + x^2 \Leftrightarrow h^2 = b^2 - x^2 \tag{5.2}$$

$$(AC)^2 = (CH)^2 + (BH)^2 \Leftrightarrow a^2 = h^2 + (c - h)^2 \tag{5.3}$$

Substituindo (4.1) e (4.2) em (4.3) resulta que:

$$a^2 = \left(b - b \cdot \cos \hat{A}\right)^2 + \left(c - b \cdot \cos \hat{A}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$a^2 = b^2 - 2 \cdot \cos \hat{A} + b^2 \cdot \cos^2 \hat{A} + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} + b^2 \cdot \cos^2 \hat{A} \Leftrightarrow$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \tag{5.4}$$

Tomemos agora um triângulo ABC obtusângulo de base $\overline{AB}$ destacando a altura relativa à base.

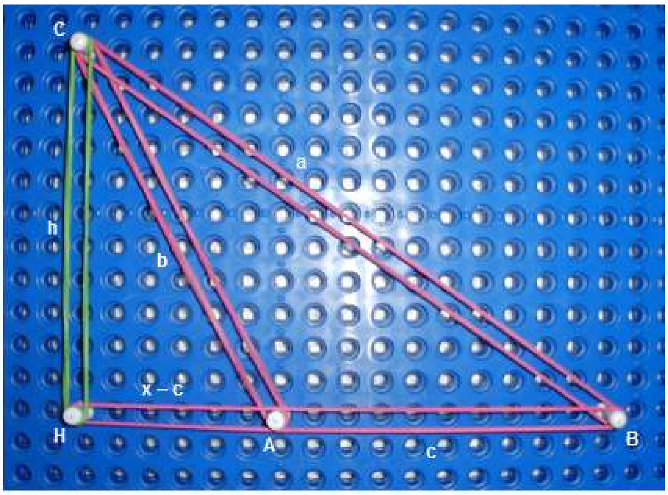


Figura 5.14: Triângulo obtusângulo com altura em destaque - Fonte: Arquivo particular

As medidas dos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, bem como da altura $\overline{CH}$ são, respectivamente, **a**, **b**, **c** e **h**. A projeção $\overline{AH}$ do lado $\overline{AC}$ sobre $\overline{AB}$ tem medida $(x - c)$. Então, aplicando, no triângulo retângulo ACH o cosseno do ângulo $\left(\pi - \hat{A}\right)$, encontramos:

$$\cos\left(\pi - \hat{A}\right) = \frac{AH}{AC} \Leftrightarrow \cos\left(\pi - \hat{A}\right) = \frac{x - c}{b} \Leftrightarrow -\cos\left(\hat{A}\right) = \frac{x - c}{b} \Leftrightarrow$$

$$x = c - b \cdot \cos \hat{A} \tag{5.5}$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos ACH e BCH temos:

$$(AC)^2 = (CH)^2 + (AH)^2 \Leftrightarrow b^2 = h^2 + (x - c)^2 \Leftrightarrow h^2 = b^2 - (x - c)^2 \Leftrightarrow$$

$$h^2 = b^2 - x^2 + 2cx - c^2 \tag{5.6}$$

$$(AC)^2 = (CH)^2 + (BH)^2 + \Leftrightarrow a^2 = h^2 + x^2 \tag{5.7}$$

Substituindo (4.5) e (4.6) em (4.7) resulta que:

$$a^2 = b^2 - x^2 + 2cx - c^2 + x^2 \Leftrightarrow$$

$$a^2 = b^2 + 2cx - c^2 \Leftrightarrow$$

$$a^2 = b^2 + 2c\left(c - b \cdot \cos\hat{A}\right) - c^2 \Leftrightarrow$$

$$a^2 = b^2 + 2c^2 - 2bc \cdot \cos\hat{A} - c^2 \Leftrightarrow$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \tag{5.8}$$

O que mostra que a Lei dos cossenos é válida para qualquer triângulo pois sendo o triângulo ABC retângulo em $\hat{A}$ temos que $\cos\hat{A} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Além disso, temos, analogamente:

$$b^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{B} \tag{5.9}$$

e

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C} \tag{5.10}$$

Portanto, podemos concluir que: Em todo triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros lados, menos o dobro do produto dessas medidas pelo cosseno do ângulo que eles formam.

De posse dessa informação o professor deve dar alguns exemplos com baixo nível de complexidade seguido de um exemplo com contextualização de complexidade mais elevada para que os alunos possam treinar a interpretação do problema e correta aplicação do Teorema.

5.2.2 Lei dos senos

Observemos agora uma situação problema para iniciarmos uma aula cujo tema é a Lei dos Senos:

– Uma praça foi erguida com formato circular. Em seu interior foram construídas três ciclovias que juntas formam um triângulo cujos vértices são pontos da circunferência da praça. Sabendo que o ângulo formado por duas dessas ciclovias é de 60º e que a oposta a esse ângulo mede 80 metros. Podemos, a partir desses dados, encontrar a área da praça dada por $A = \pi \cdot r^2$, onde **r** é o raio da praça?

Com dados aparentemente tão desconexos não será nem uma surpresa respostas negativas quanto à possibilidade da resolução do problema. Mesmo levando-se em conta que a Lei dos Senos deve ter sido estudada no 9º ano do Ensino Fundamental é possível que grande parte dos alunos não perceba que sua utilização é essencial para a elucidação do caso.

Alguns alunos mais arrojados tentarão aplicar Trigonometria nos dois triângulos retângulos obtidos por uma perpendicular que parte do vértice do ângulo conhecido e cujo pé é um ponto da ciclovia de medida 80 m. Porém logo descobrirão que essa estratégia é indevida.

O problema consiste em se identificar a medida do raio da praça visto que essa é a única medida desconhecida necessária ao cálculo de sua área superficial.

Para o aluno com deficiência visual essas ponderações são perfeitamente admissíveis visto que possuem um poder de abstração surpreendente. Entretanto faz-se necessário a utilização de recursos e estratégias adequadas para a potencialização do raciocínio e consequente apreensão do conhecimento.

Inicialmente devemos construir no Multiplano® a situação descrita no problema, ou seja, um triângulo ABC inscrito em um círculo de raio **r**.

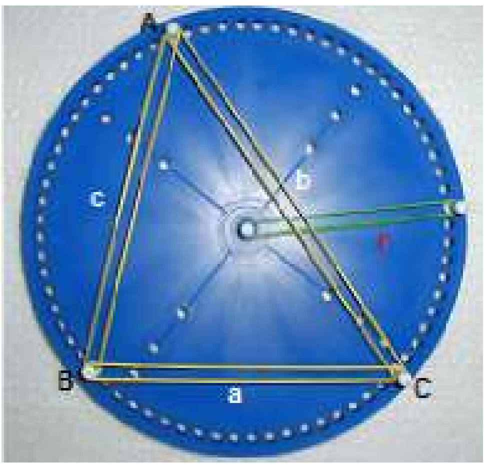


Figura 5.15: Triângulo inscrito em círculo - Fonte: Arquivo particular

Seja o triângulo ABC inscrito em um círculo de centro **O** e raio **r**. Definimos as medidas dos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ respectivamente por **a**, **b** e **c**. Tomemos a corda $\overline{BD}$ passando pelo centro do círculo.

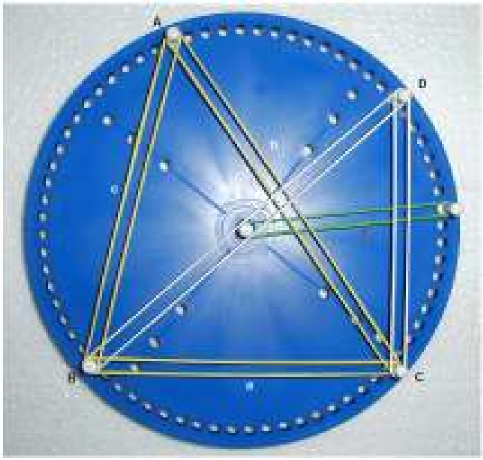


Figura 5.16: Triângulos inscritos em círculo - Fonte: Arquivo particular

É fácil perceber que o triângulo BCD é retângulo em C, pois o lado $\overline{BD}$ tem medida igual ao diâmetro do círculo $(\mathbf{2r})$. Assim, temos que:

$$\sin D = \frac{BC}{BD} \Leftrightarrow \sin D = \frac{BC}{2r} \Leftrightarrow 2r = \frac{BC}{\sin D} \tag{5.11}$$

Como $B\hat{A}C \equiv B\hat{D}C$ pois são ângulos inscritos que determinam o mesmo arco então:

$$\sin D = \sin A \tag{5.12}$$

De (4.11) e (4.12) resulta que:

$$2r = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow 2r = \frac{a}{\sin A} \tag{5.13}$$

Analogamente se demonstra que:

$$2r = \frac{b}{\sin B} \text{ e } 2r = \frac{c}{\sin C}$$

Assim:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \tag{5.14}$$

Que se enuncia como:

Lei dos Senos:

"Em todo triângulo, as medidas dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos e a razão de proporcionalidade é a medida do diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo."

Com essa importante ferramenta é simples compreender que no problema proposto temos:

$$2r = \frac{80}{\sin 60^o} \Leftrightarrow 2r = \frac{80}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \therefore r = \frac{80 \cdot \sqrt{3}}{3} m$$

Resultado esse que dá a necessária condição de calcular a área da praça:

$$A = \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow A = \pi \cdot \left(\frac{80\sqrt{3}}{3}\right)^2 \therefore A = \frac{6400\pi}{3} m^2$$

Ou seja, a praça possui aproximadamente $6.700 m^2$ de área.

Capítulo 6

Estratégias de ensino de tópicos de Geometria Espacial para alunos com deficiência visual incluídos em turmas regulares do Ensino Médio

Alunos do Ensino Médio enfrentam uma transição, via de regra, muito difícil que é a aplicação dos conceitos e propriedades da Geometria Plana na Geometria Espacial. Isso é facilmente explicado pelo simples fato que melhor compreendemos a natureza bidimensional das coisas do que sua tridimensionalidade.

Para ilustrar essa dificuldade podemos tomar um exemplo clássico e recorrente da Geometria que é o de mostrar que a altura h de um triângulo equilátero ABC de lado l é dada por $h = \dfrac{l\sqrt{3}}{2}$. Porém se tomarmos um tetraedro regular $ABCD$ de lado l e sugerirmos aos alunos que mostrem que a distância d entre duas arestas opostas é dada por $d = \dfrac{l\sqrt{2}}{2}$ a confusão pode até ser generalizada.

No primeiro caso, mesmo tendo o aluno dificuldade em fazer a demonstração ele poderá comprová-la por meio da intuição ou mesmo verificando experimentalmente entretanto no segundo caso a intuição não é sua aliada e tampouco a experimentação o é pois mesmo a figura em perspectiva do tetraedro não o ajuda a entender a situação. Em se tratando de um aluno cego isso é, obviamente, impossível.

Recursos como o Geoplano e o Geoplano Circular são excelentes para auxiliar na compreensão do que o professor facilmente representa com o pincel (ou giz) no quadro sobre os conceitos e propriedades inerentes da Geometria Plana, porém mostram-se ineficazes quando se discutem figuras espaciais por seu caráter tridimensional. Por sua natureza pedagógica especial o Multiplano® e os sólidos geométricos podem auxiliar sobremaneira à tarefa de fazer-se entender sobre os conceitos e propriedades apresentados na Geometria Espacial.

O objetivo desse capítulo é apresentar estratégias para a apresentação de conteúdos de Geometria Espacial para alunos incluídos em turmas regulares do Ensino Médio, notadamente tópicos sobre o ensino de Pirâmides (tetraedro regular).

6.1 Feche os olhos e imagine!

Parece inevitável que ao ensinarmos geometria espacial usemos com certa frequência a expressão:

– Imagine que...

Sempre que é necessário fazer-se entender nos meandros dos conceitos e características peculiares da geometria espacial.

O problema é que o que um Matemático imagina com facilidade em duas, três ou mesmo quatro dimensões não é tão fácil para o aluno do Ensino Médio. Para um aluno com deficiência visual isso é uma tarefa ainda mais árdua.

O desafio da apreensão do conhecimento nesse caso consiste em "ver" mentalmente objetos espaciais, girando-os, cortando-os e manipulando-os de todas as formas conhecendo os pontos, segmentos e planos que os constituem. O exercício mental é de fundamental importância, mas sem uma introdução adequada torna-se impossível sua prática uma vez que as representações planificadas em perspectiva de figuras espaciais não são de grande valia para um aluno destreinado e/ou desprovido da visão.

6.2 Determinação da altura do triângulo equilátero com o uso do Multiplano®.

Demonstrações elementares como o da altura de um triângulo equilátero em função do seu lado são facilmente compreendidas por alunos do Ensino Médio visto que, além de sua simplicidade, é um assunto estudado ainda no Ensino Fundamental.

Para um jovem deficiente visual o processo não é tão fácil se forem utilizados apenas os recursos normalmente adotados para alunos sem deficiência como desenhos expositivos no quadro.

A figura abaixo mostra como deve ser representado o triângulo equilátero no Multiplano®.

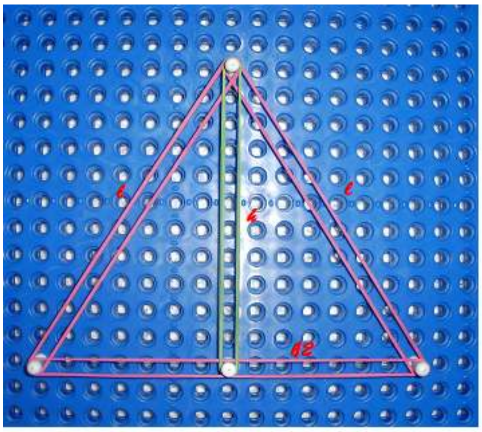


Figura 6.1: Triângulo equilátero - Fonte: Arquivo particular

Os lados congruentes e sua altura são evidenciados para que o aluno perceba facilmente esses detalhes. Feito isso é só verbalizar a aplicação do Teorema de Pitágoras com um dos triângulos retângulos realçados na representação para que o aluno conclua que a altura h em função do lado l é dada por $h = \dfrac{l \cdot \sqrt{3}}{2}$.

6.3 Cálculo da distância entre um vértice e o lado oposto de um tetraedro regular.

A visualização de figuras espaciais quando apresentadas por figuras no quadro nem sempre é uma tarefa fácil para os alunos. Esse tipo de apresentação é obviamente inútil para alunos com deficiência visual. A figura abaixo mostra uma apresentação adequada, com o uso do Multiplano®, tanto para alunos cegos quanto para alunos sem deficiência visual pois permite que se observem todas as suas características como vértices e faces. Com mais algumas simples incrementações ao procedimento pode-se observar inclusive aspectos como alturas das faces, geratrizes e distâncias entre pontos.

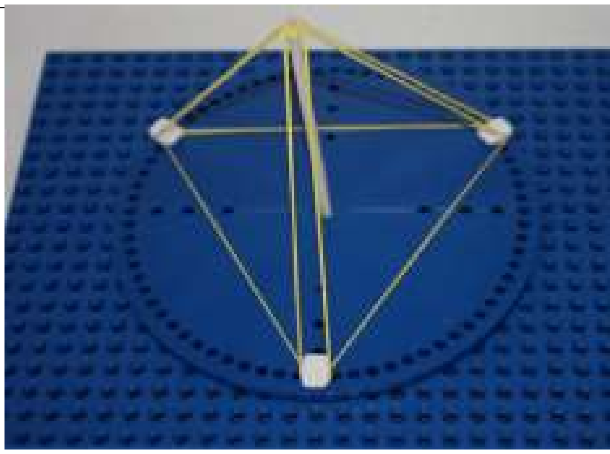


Figura 6.2: Tetraedro Regular - Fonte: Arquivo particular

Para o cálculo da distância entre um vértice e o lado oposto de um tetraedro regular podemos utilizar como acessório ao Multiplano® um simples recorte de papel 40 kg (por ser menos flexível) no formato de um triângulo equilátero onde o atravessaremos com um palito de churrasco para mostrar a distância procurada.

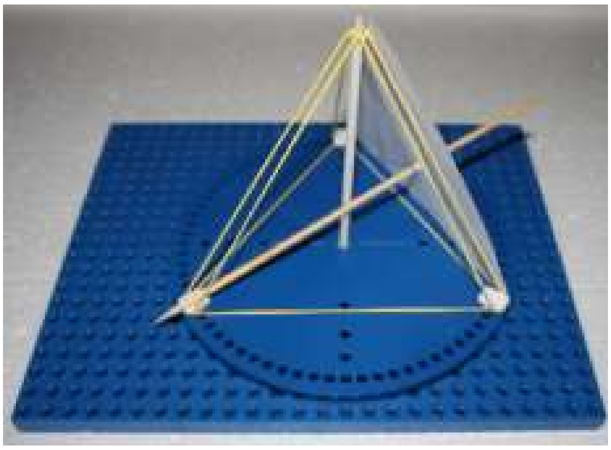


Figura 6.3: Distância entre vértice e lado oposto do tetraedro regular - Fonte: Arquivo particular

Com esse expediente é pode-se fazer com que os alunos percebam a distância a ser encontrada "in loco" o que facilita sobremaneira a compreensão do problema.

Vê-se, por exemplo, que a distância é a medida do segmento de reta que liga o vértice ao baricentro do triângulo equilátero que é a face oposta.

Feitas as recapitulações de conceitos como: pontos notáveis dos triângulos e aplicações do Teorema de Pitágoras deve-se induzir os alunos a perceber que a distância procurada nada mais é que a medida de um cateto de um triângulo retângulo ABC cujos vértices

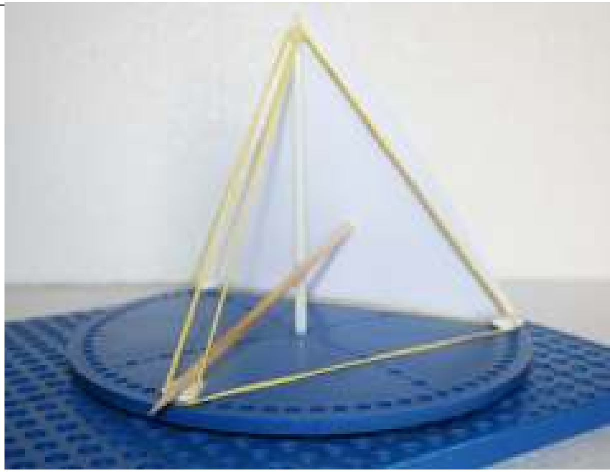


Figura 6.4: Distância entre vértice e lado oposto do tetraedro regular - Fonte: Arquivo particular

são, respectivamente:

A: vértice do tetraedro.

B: baricentro do triângulo equilátero da face oposta ao vértice A.

C: ponto médio da base da face oposta.

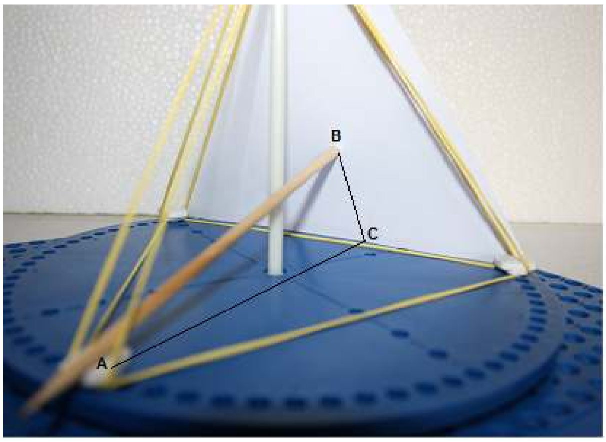


Figura 6.5: Distância entre vértice e lado oposto do tetraedro regular - Fonte: Arquivo particular

Desse modo tornamos muito mais favorável a apreensão do conhecimento através da identificação dos elementos envolvidos bem como da indução de que eles mesmos cheguem às suas conclusões no sentido de resolver o problema usando recursos e conhecimentos disponíveis.

Capítulo 7

Considerações Finais

Não é nenhuma novidade o fato de que a Educação no Brasil não vem recebendo, historicamente, a devida atenção, sendo muitas vezes relegada a um segundo plano ou mesmo restrita a classes mais favorecidas economicamente. Mesmo reconhecendo avanços significativos ao longo da nossa história a Educação brasileira ainda carece de propósito e de investimentos condizentes a uma nação que pretende alçar-se à categoria de país desenvolvido tecnológica e socialmente.

Progressos expressivos também são registrados na Educação de pessoas com necessidades especiais. Porém, a inclusão de alunos com necessidades especiais em escolas regulares, mesmo amparada por lei, ainda não é uma realidade inconteste. Faltam na maioria das escolas estruturas adequadas e profissionais especialmente treinados para o ensino de turmas onde a inclusão é uma realidade.

O que acontece hoje é que o educador tem que criar seus próprios métodos para ensinar alunos incluídos em turmas regulares e isso acrescentado ao fato de que os alunos que não possuem necessidades especiais também não podem e não devem ficar à margem do processo ensino/educação. Normalmente tais procedimentos são feitos única e exclusivamente pela boa vontade do profissional sem que sequer tenha existido uma preparação prévia ao elemento inclusão.

Em se tratando da Educação de jovens cegos incluídos em escolas regulares sempre existiram profissionais preocupados em dar uma contribuição maior. Louis Braille na França e o professor Rubens Ferronato no Brasil equiparam-se pela grandeza de suas contribuições para a educação de pessoas com deficiência visual. Suas criações motivadoras e apaixonadas trouxeram um significado maior à expressão "igualdade de direitos e oportunidades". O Sistema Braille e o Multiplano® cada um a seu modo oferecem possibilidades inter-relacionadas de uma perfeita comunicação entre o cego e o vidente.

Assim é o mister do professor. Sempre buscando aperfeiçoar seus métodos, discursos e estratégias buscando que seus alunos sintam-se seguros ao serem conduzidos nessa maravilhosa jornada que é a educação. E para que o profissional seja capaz de os guiar adequadamente é necessário que tenha espírito e atitude de educador e não apenas de um mero repetidor de conteúdos.

O professor de Matemática moderno deve dominar e adotar em suas aulas as mais variadas técnicas de comunicação e de explanação de conteúdos. Deve ser ciente de turmas heterogêneas em todos os sentidos e deve saber lidar com as diferenças. É um profissional modelo, formador de opiniões e por isso e graças a isso deve estar sempre atualizado em novas tecnologias e estratégias de ensino.

Cabe exclusivamente ao educador inteirar-se de métodos de comunicação com alunos com deficiência como o Método Braille e o Sistema Libras uma vez que a interação professor/aluno deve ser uma constante no processo ensino/aprendizagem. A utilização de ferramentas como o Multiplano® em sala de aula mostra-se decididamente eficiente já que pode ser utilizada em qualquer momento do curso de Matemática do Ensino Médio e com qualquer clientela ou seja, com alunos com ou sem deficiência visual.

Nesse trabalho buscamos mostrar que o Método Braille é um instrumento de fácil aprendizado e de imenso potencial de utilização pelo professor e deve ser visto como pré-requisito indispensável na formação de novos professores e também de professores experientes.

Vimos também que o Multiplano® pode e deve ser utilizado nas mais variadas aulas de conteúdos da Matemática do Ensino Médio, pois enfatiza o que foi explanado e descrito por desenhos no quadro para alunos sem deficiência e torna-os acessíveis a alunos com deficiência visual.

É importante salientar que o papel fundamental de agente transformador da Educação no Brasil é o professor e isso depende exclusivamente de suas práticas e posturas ante seus alunos. Informar-se, inteirar-se multidiciplinarmente e utilizar-se de todos os recursos disponíveis para a eficiência de suas aulas é uma obrigação profissional que está intimamente ligada à escolha do ofício.

A grande expectativa desse trabalho reside no simples fato de que as estratégias apresentadas podem e devem ser implementadas por professores da rede regular de Ensino Básico com ou sem alunos com deficiência visual incluídos e que elas devem ser transmitidas para o maior número de profissionais da educação para que os mesmos sejam também agentes repetidores para outros tantos.

Uma extensão desse trabalho seria a aplicação das estratégias utilizadas adaptadas para o ensino de Matemática para alunos cegos incluídos em turmas regulares de Ensino Superior.

Referências Bibliográficas

[1] BRASIL. Câmara dos Deputados. Portador de deficiência visual - guia legal Informações sobre a legislação federal referente ou aplicável à pessoa portadora de deficiência visual. Centro de Documentação e Informação Coordenação de Publicações Brasília - 2004.

[2] BRASIL, Constituição da república federativa do Brasil, 1988. Disponível em: http://http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/ConstituicaoCompilado.htm. Visitado em: 30/05/2013.

[3] BRASIL, IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2010. Disponível em: ftp://geoftp.ibge.gov.br/mapas_estatisticos/censo_2010/mapa_municipal_estatistico/pi/ e http://www.ibge.gov.br/english/estatistica/populacao/censo2010/caracteristicas_da_populacao/resultados_do_universo.pdf. Visitado em: 30/05/2013.

[4] BRASIL, DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO - DOU de 06/09/2012 (nº 174, Seção 1, pág. 12, Anexo II).

[5] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. Grafia Braille para a língua portuguesa / elaboração: Cerqueira, Jonir Bechara... [et al.]. Secretaria de Educação Especial. Brasília: SEESP, 2006.

[6] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica - Brasília: Ministério da Educação, 1999.

[7] BRASIL, Ministério da Saúde e Ministério da Educação. Triagem de acuidade visual manual de orientação. Brasília/DF, 2008.

[8] BRASIL, Ministério da Educação Secretaria da Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino médio. Brasília/DF, 2008.

[9] BRASIL, Ministério da Educação; Secretaria de Educação Especial. Educação inclusiva - a construção do conceito de número e o pré-soroban - Brasília, 2006.

[10] BRASIL, Ministério da Educação; Secretaria de Educação Especial. Inclusão: revista da educação especial, vol. 1, n. 1 (out.2005). - Brasília, 2006.

[11] BRASIL, Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial. Departamento Nacional. - Curso de capacitação da escrita do sistema Braille para docentes do SENAI: manual e cadernos - Brasília: SENAI/DN, 2007.

[12] BRASIL, Presidência da República / Secretaria Especial dos Direitos Humanos - Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei nº 8.069/1990) - Brasília - 2004.

[13] CAMPO, José Enrique Fernández Del, - Braille y Matemática Primera edición: Madrid, 2004

[14] CARMO, Manfredo Perdigão do; MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. Trigonometria e Números Complexos, Coleção do Professor de Matemática, SBM, Rio de Janeiro, 1992.

[15] CONDE, Antonio João Menescal - Definindo a cegueira e a visão subnormal `http://www.ibc.gov.br/?itemid=94` Visitado em: 30/05/2013

[16] DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar Vol. 10, Atual Editora, São Paulo, 1993.

[17] FERRONATO, Rubens. A Construção de Instrumento de Inclusão no Ensino da Matemática. 2002, 124f, Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

[18] GOMES, Maria Laura Magalhães. História do ensino da Matemática: uma introdução - Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

[19] IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar Vol. 3, Atual Editora, São Paulo, 2004.

[20] LEMOS, Edison Ribeiro; CERQUEIRA, Jonir Bechara; VENTURINI, Jurema Lucy; ROSSI, Teresinha Fleury de Oliveira. Louis Braille: sua vida e seu sistema. São Paulo: Fundação Dorina Nowill para cegos, 1999.

[21] LIMA, Elon; CARVALHO, Paulo Cezar; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto. A Matemática do Ensino Médio, volumes 1, 2 e 3. Coleção do Professor de Matemática, SBEM, 2000.

[22] MIORIM, Maria Ângela. Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo: Atual, 1998.

[23] MENEZES, Ebenezer Takuno de; SANTOS, Thais Helena dos. "Deficiência visual" (verbete). Dicionário interativo da educação brasileira - EducaBrasil. São Paulo: Midiamix Editora, 2002, `http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=87`. Visitado em: 30/05/2013.

[24] SÁ, Elizabet Dias de; CAMPOS, Izilda Maria de; SILVA, Myriam Beatriz Campolina. Formação continuada a distância de professores para o atendimento educacional especializado deficiência visual - Gráfica e Editora Cromos - Curitiba - PR - SEESP / SEED / MEC Brasília/DF, 2007.

[25] VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma história da Matemática escolar no Brasil, 1730-1930. São Paulo: Annablume; FAPESP, 1999.