ALEX REIS DA SILVA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA NO ENSINO MÉDIO

LAVRAS – MG

2013

ALEX REIS DA SILVA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós- Graduação Profissional em Matemática, área de concentração em Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Agnaldo José Ferrari

LAVRAS – MG

2013

ALEX REIS DA SILVA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós- Graduação Profissional em Matemática, área de concentração em Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 14 de março de 2013.

Dra. Grasiele Cristiane Jorge	UNICAMP
Dra. Amanda Castro Oliveira	UFLA

Dr. Agnaldo José Ferrari
Orientador

LAVRAS – MG

2013

A Graziela, minha esposa, companheira, por ser minha fortaleza, meu porto seguro durante toda minha caminhada;

A João Gabriel, meu filho, meu sonho, minha vida, que serviu de inspiração e motivação para que este projeto se tornasse realidade;

A meus pais, Jacir e Almerinda, que me deram a vida e estiveram ao meu lado durante todos os momentos.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

A Deus, por todas as graças e benções que vem de seu infinito amor e por seu Espírito Santo que ilumina todos os meus passos;

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), o DEX (Departamento de Ciências Exatas) e a SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), pela oportunidade concedida para a realização do mestrado;

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas, pelos ensinamentos transmitidos e harmoniosa convivência;

A CAPES pela concessão de bolsa de estudos;

Ao professor Doutor Osnel Broche Cristo, pela amizade, ensinamentos, atenção, dedicação que foram de grande relevância para realização desse trabalho;

Ao professor Dr. Agnaldo José Ferrari, pela orientação, paciência, amizade, ensinamentos, atenção, dedicação que foram de grande relevância para realização desse trabalho;

Aos amigos mestrandos, pelo companheirismo durante todo o curso, e em especial, ao amigo mestrando Fernando de Paulo Brito, pela preciosa ajuda na realização desse trabalho;

A meus irmãos, Ana Paula, Alan e André Luis, que muitas vezes me socorreram e me auxiliaram na caminhada;

Ao meu sogro e sogra, José Loreto e Zélia, pelas várias vezes que se dispuseram a ajudar para que fosse possível concluir o curso;

A meus companheiros de serviço que acreditaram e me motivaram a realizar esse sonho, em especial a Luciene de Carvalho Figueiredo Kilo, por sua paciência e compreensão;

A Israel Vitor Vicente, pela inestimável ajuda no desenvolvimento do software de jogo Gemp.

RESUMO

O autor deste projeto visa apresentar uma proposta alternativa para o ensino da geometria espacial métrica, que é ensinada nos anos finais do Ensino Médio, por meio do uso de softwares de visualização e softwares de jogos como uma estratégia para minimizar as dificuldades na visualização geométrica e apropriação de seus conceitos e definições. Foi feito um estudo sobre a história do ensino da geometria e sobre as propostas atuais do governo, com o intuído de se compreender a situação atual do ensino da mesma. O estudo foi realizado por meio de pesquisas bibliográficas. Com o resultado da pesquisa elaborou-se o projeto, cuja proposta é a de desenvolver as habilidades e competências geométricas por meio de algumas etapas. Para a realização dessas etapas foram utilizados materiais concretos, o software educacional wingeom e o software de jogo Gemp, que foram idealizados pelos autores deste projeto para a conclusão do mesmo. Por esse meio desta proposta espera-se que o ensino da geometria espacial métrica possa ser realizado de forma diferenciada e motivadora propiciando um melhor entendimento por parte do discente.

Palavras-chave: Geometria espacial métrica. Visualização. Softwares. Aprendizagem.

ABSTRACT

This project aims at presenting an alternative proposal for teaching metric spatial geometry, which is taught during the final high school years using visual and game softwares as a strategy to minimize the difficulty in geometric visualization and the appropriation of its calculations and definitions. We performed a study on the history of geometry teaching and on the government's current proposal seeking to understand the present teaching situation of the same. The study was performed through bibliographical researches. With the results of the research, we elaborated a project which aims at developing geometrical abilities and competencies through a few stages. In order to perform these stages, we used concrete materials, the Wingeom educational software and the Gemp game software, which were idealized by the authors of this project for its conclusion. We hoped that the teaching of metric spatial geometry might be done in a different and motivating manner through this project, providing the students' better understanding.

Keywords: Metric spatial geometry. Visualization. Softwares. Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O processo ensino-aprendizagem é um desafio ao professor. Os alunos muitas vezes não se interessam pelos métodos tradicionais de aprendizagem que se tornaram, ao longo do tempo, desmotivantes em relação aos recursos tecnológicos que passaram a fazer parte da vida dos adolescentes inseridos no processo de globalização que traz a informações de forma instantânea. Frente a essa realidade, a busca pela motivação leva o professor a utilizar de meios, como jogos e recursos tecnológicos, antes vistos apenas como lazer pelos alunos (SMOLE et al., 2008).

O professor de Matemática compartilha desse dilema, pois o desenvolvimento matemático do aluno do Ensino Médio inicia-se pelo entendimento de vários teoremas e definições que, por meio da abordagem convencional, muitas vezes não são apropriados pelos discentes (BRASIL, 1997). O interesse do professor por novas abordagens é fundamental para renovar o ensino da Matemática deixando-a mais relacionada com o cotidiano do aluno, facilitando a sua aprendizagem. Um método que pode ser bastante eficaz é o uso de softwares.

A Geometria Espacial, estudada nos anos finais do Ensino Médio, contribui para o desenvolvimento de habilidades que auxiliam o discente em outras áreas do conhecimento. O professor de matemática, com o intuito de fazer o aluno adquirir conhecimento geométrico, pode apropriar-se de novos saberes e se familiarizar com metodologias inovadoras, por isso, o autor do presente projeto tem por objetivo apresentar uma proposta alternativa para o ensino da geometria espacial métrica de forma a desenvolver as habilidades e competências necessárias ao entendimento da mesma.

A utilização de softwares na aprendizagem pode fazer com que o aluno se torne sujeito ativo do conhecimento, tendo que interpretar, refletir, articular, questionar, debater, pesquisar, argumentar, ou seja, não só conhecer o conteúdo, mas adquirir a capacidade de utilizar a geometria em seu cotidiano (SMOLE et al., 2008).

No segundo capítulo foi realizada uma pesquisa sobre a história do ensino da geometria. Dividiu-se a história do ensino da geometria em três seções, sendo que a primeira sobre a aprendizagem da geometria no período pré-helênico, a segunda do período helênico até o descobrimento do Brasil e a terceira sobre o ensino da geometria no Brasil.

O terceiro capítulo traz uma análise do ensino da geometria espacial métrica e posicional na atualidade e para tanto se baseia nos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais), nos CBC's (Currículos Básicos Comuns) e em alguns livros didáticos que são utilizados nas redes públicas de educação.

O quarto capítulo versa sobre a importância da visualização geométrica no processo de aprendizagem da geometria espacial. Apresenta e orienta sobre o uso de um software educacional, o wingeom, como auxilio didático no desenvolvimento dessa habilidade.

O quinto capítulo discorre sobre um software de jogo, o Gemp, idealizado pelos autores desse projeto. O Gemp propõe uma maneira diferenciada e motivadora de se trabalhar os conceitos de geometria espacial métrica. Os procedimentos para o uso do Gemp são detalhados com o intuito de facilitar seu manuseio.

O sexto capítulo propõe-se uma sequência didática que pode ser utilizada pelo professor no ensino da geometria espacial métrica. Essa proposta está dividida em algumas etapas, sendo que em um primeiro momento o aluno é instigado a trabalhar com materiais concretos, em seguida passa ao uso do software wingeom com o intuito de reconhecer os elementos do sólido de uma maneira dinâmica. O wingeom também é utilizado para relacionar as variáveis das fórmulas geométricas com sua localização nos sólidos.

Feita essa relação é proposto que sejam feitas atividades para o aperfeiçoamento das habilidades trabalhadas. Por fim, o jogo Gemp é usado como atividade para se identificar dificuldades e aprimorar os conceitos aprendidos.

No apêndice, com o objetivo de consolidar o ensino da geometria espacial métrica, encontram-se as perguntas incluídas no software de jogo Gemp. Elas são dividas em três grupos: prismas, pirâmides e corpos redondos.

De acordo com as diretrizes do Profmat, os mestrandos, Alex Reis da Silva, autor deste projeto e Fernando de Paulo Brito que expôs uma proposta para o ensino da geometria espacial posicional, realizaram parte de suas pesquisas em conjunto, logo são comuns aos dois projetos os capítulos "história do ensino da geometria espacial" e "a geometria segundo os parâmetros curriculares" e parte dos capítulos "a importância da visualização geométrica no ensino da geometria" e "jogos no ensino da geometria".

O projeto realizado tem por finalidade ser uma proposta de apoio que ajude o aluno a adquirir habilidades e competências geométricas. Essas habilidades serão de grande importância na própria formação como cidadão e na sequência dos próprios estudos tornando o aprendizado mais rico e dinâmico. Propõe-se também, auxiliar os professores dando-lhes a possibilidade de se utilizarem dos métodos aqui trabalhados, em outros conteúdos matemáticos, tornando o ensino e a aprendizagem mais prazerosos e eficazes.

2 HISTÓRIA DO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

O presente trabalho, com o objetivo de propor novas práticas para o ensino da Geometria Espacial, se inicia por meio de uma fundamentação histórica que procura abordar o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da mesma ao longo do tempo. O conhecimento da história da matemática ajuda o professor a compreendê-la para melhor transmiti-la, como destaca Ambrósio (2010, p. 29):

> Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma ideia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral...Conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje.

2.1 A geometria pré-helênica

Segundo Eves (1992), as primeiras considerações que o homem fez em relação à geometria são muito antigas e parecem ter se originado de simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. Para Pavanello (1989) é difícil precisar quando o homem começou a desenvolver o conhecimento geométrico, o que parece é que foi construído de forma empírica, como resposta às necessidades de ordens práticas da comunidade, como a necessidade de demarcação de terras e a construção de moradias mais avançadas para abrigar homens, animais e alimentos.

Antes do surgimento da escrita, o homem neolítico, por meio de seus desenhos, já mostrava uma preocupação com as relações espaciais, pois em seus potes, tecidos e cestas mostravam exemplos de congruências e simetrias (BOYER, 1974).

Com a criação da escrita a geometria passa a ser registrada. Cada civilização antiga tinha sua forma de fazer registros: a civilização egípcia fazia seus registros em pedras e papiros, que devido ao clima excepcionalmente seco do Egito, resistiram ao tempo; a civilização babilônica usava barras de argila cozida, que são imperecíveis; os hindus e chineses usavam para escrever fibras de entrecascas de árvores e bambu, que são muito perecíveis (EVES, 1992). Justamente pela fragilidade desses materiais, poucos relatos da geometria dos hindus e chineses resistiram ao tempo, sendo que a maior parte do conhecimento preservado desta época se deve aos egípcios e babilônios.

Os mais antigos registros datam de 3.000 anos a.C., são antigas tábuas de argila cozida, do império babilônico, desenterradas na Mesopotâmia. Elas mostram que a geometria babilônica antiga estava intimamente relacionada com a mensuração prática (EVES, 1992).

Segundo Eves (1992), todas essas civilizações evoluíram seu conhecimento à geometria científica, isto é, ao ponto de extrair certas propriedades e ter a noção de leis e regras geométricas. Nesse nível de conhecimento geométrico a indução, o ensaio, o erro e o conhecimento empírico eram os instrumentos de descoberta.

Por volta de 800 A.C. começa o declínio cultural das civilizações egípcia e babilônica que começam a passar a hegemonia cultural para uma nova civilização, a grega.

2.2 A geometria helênica

A civilização grega não se iniciou com uma tradição matemática e literária, mas havia um desejo ansioso de aprender, e não demorou em melhorar o que lhe ensinaram (BOYER, 1974). Muitos dos registros matemáticos gregos originais se perderam, mas destes, muitos foram traduzidos por outras culturas, possibilitando hoje, o conhecimento das contribuições geométricas desenvolvidas pelos gregos.

O grande diferencial no ensino e aprendizagem da geometria grega está no fato de que para eles apenas conclusões empíricas não eram suficientes para descrever os fatos geométricos, mas sim o raciocínio lógico dedutivo (EVES, 1992). Com os gregos, o ensino geométrico passa a ser fundamentado em demonstrações e deduções.

Foi Tales de Mileto, um dos sete sábios da antiguidade, o precursor do uso do raciocínio dedutivo nas demonstrações geométricas. Tales não teve mérito por ter formulado vários teoremas, mas por ter chegado a eles por métodos lógicos (PAVANELLO, 1989).

O próximo grande passo dos gregos se deu com a fundação da escola pitagórica fato responsável por estabelecer o que se conhece como método postulacional, no qual as afirmações são provadas por raciocínios dedutivos rigorosos a partir de postulados – proposições iniciais explicitamente formuladas (BERNAL, 1978 apud PAVANELLO, 1989).

O auge do desenvolvimento da geometria pela civilização grega se deu com os três geômetras gregos mais importantes da antiguidade: Euclides que escreveu vários tratados de geometria, sendo o mais expressivo os “Elementos” que, embora faça uma compilação da realização de seus predecessores, se difere pela precisão com a linguagem e o rigor do raciocínio; Arquimedes, considerado o maior matemático da antiguidade, se destacou pelo fato de seus trabalhos serem originais, sendo que dez deles tratados chegaram a nosso tempo; Apolônio, chamado entre seus contemporâneos de “o grande geômetra”, teve como principal obra “Secções Cônicas” que é um estudo exaustivo sobre o assunto e supera completamente os estudos anteriores (EVES, 1992).

Apesar de poder ser usada de forma prática, a geometria para os gregos é vista mais como formativa, ajudando a desenvolver o raciocínio e a inteligência, como destaca Pavanello (1989, p. 37):

> O estudo da geometria não tem para os gregos objetivos práticos – embora esses conhecimentos possam ser aplicados quando conveniente, como, por exemplo, na astronomia, na navegação, na guerra. A geometria é vista como uma ciência formativa, seu estudo conduzindo a hábitos de raciocínio e ao refinamento da inteligência. A geometria ocupa um lugar de destaque na Academia de Platão justamente porque este está convencido de que seu estudo fornece o melhor treino para a mente, sendo, pois, essencial para o desenvolvimento dos filósofos e dos governantes de seu Estado ideal.

O interesse geométrico dos gregos diminui após o período destes grandes eruditos, tendo um pequeno reflorescimento com Pappus, já no final do século III da nossa era. O trabalho de criação dá lugar ao da compilação, o cientista dá lugar ao orientador (PAVANELLO, 1989).

Após os gregos, a geometria sai de foco em relação ao ensino, sendo que até meados do século XI eram os hindus e os árabes quem desenvolvia a matemática, mas dando pouca ênfase a geometria. Com isso, nesse período houve pouco desenvolvimento no ensino da geometria.

2.3 O ensino da geometria no Brasil

No século XIII surgem as primeiras universidades, inicialmente destinadas ao clero, mas depois abriram-se aos leigos. Nelas eram estudadas as sete artes, das quais a geometria fazia parte. No século XIV com a peste e com a Guerra dos Cem Anos, a matemática ficou estagnada.

Segundo Valente (2007), por cerca de duzentos anos, desde a chegada dos portugueses ao Brasil, o ensino foi dominado pelos jesuítas que não se interessavam pelo ensino da Matemática. Não haviam professores capacitados para lecioná-la, apesar de que estiveram no Brasil professores europeus em missão e trabalhos de cartografia, astronomia e engenharia, mas não para lecionarem. Poucas escolas jesuítas lecionavam matemática, pois eles não a reconheciam como algo importante para a formação do homem.

Foi por uma ordem do imperador D. João IV, ao final do século XVII, que a geometria e a aritmética começaram a integrar à cultura escolar, no Colégio de Santo Antão, com o objetivo de preparar os alunos que fariam as aulas de Artilharia e Fortificação. O curso de Artilharia e Fortificação foi o embrião da escolaridade militar, para onde iriam os filhos dos militares e dos nobres em busca da carreira das armas. Em 1738 o curso torna-se regular e obrigatório a todos os oficiais que quiserem ser promovidos ou nomeados e tem duração de cinco anos (VALENTE, 2007).

Os dois primeiros livros didáticos do Brasil, baseados em perguntas e respostas, foram de José Fernandes Pinto Alpoim, um dos primeiros engenheiros militares a atuar no Brasil. Os livros que tinham por objetivo ajudar o estudo dos novos soldados, mas podiam também atender a objetivos didático-pedagógicos, trabalhando a matemática elementar que hoje é estudada nos Ensinos Médio e Fundamental.

Com a necessidade do aprimoramento das forças portuguesas, em 1782 foi criada a Academia Real dos Guardas Marinha e tinha como material didático a obra de Bézout, que não estava preocupado com o rigor matemático e buscava explorar a intuição dos alunos. Logo a obra de Bézout foi substituída pela do brasileiro Vilela Barbosa estava mais preocupado com o rigor matemático, com isso a geometria prática que era referência desde Alpoim dá lugar a geometria especulativa, isto é, a geometria mais rigorosa que parte de teoremas e axiomas até a conclusão de determinado conceito (MENESES, 2007).

Em 1810, o príncipe regente e futuro rei, D. João VI cria o curso de Matemática na Academia Real Militar, destinada ao ensino das ciências exatas e da engenharia em geral, dando um grande passo para o ensino da geometria no Brasil. A obra adotada como material didático foi a do autor francês Legendre, que baseava-se, grosso modo, nas obras de Euclides. Legendre também tinha uma preocupação com o rigor matemático, mas sua obra foi substituída pela de Lacroix que faz um sutil equilíbrio entre rigor e aceitação de verdades "evidentes" (VALENTE, 2007).

A Academia Real dos Guardas Marinha vem a constituir-se em uma escola secundária enquanto que a Academia Real Militar em um curso superior. Essas duas academias que modelaram as origens do ensino de Matemática, criando programas escolares e estruturando os conteúdos a ensinar. O ensino primário foi organizado logo após a secundária e a superior era responsável por ensinar as primeiras noções de geometria, em particular as necessárias para a medição de terrenos (MENESES, 2007).

Com a criação da escola secundária a geometria passa a ser valorizada como pré-requisito para o ingresso em cursos superiores, como Academias Médico-Cirúrgicas e escolas Politécnicas. A geometria deixa de ser vista como uma matéria ligada às necessidades militares e passa a ser considerada uma disciplina de suma importância para o candidato ao curso superior, fazendo parte da cultura geral escolar.

Em meados do século XIX, a escola secundária divide-se em dois tipos: uma para os trabalhadores, orientada ao preparo dos estudantes para o trabalho, por isso dava ênfase às aplicações práticas dos princípios da geometria e a segunda para a elite, orientada ao desenvolvimento das capacidades intelectuais preparando os estudantes para o ensino superior, por isso a geometria enfatizava os processos dedutivos (PAVANELLO, 1989).

No início do século XX as ciências matemáticas, aritmética, álgebra e geometria, que antes eram estudadas separadamente, se juntam para formar uma única disciplina, chamada matemática. É proposto que os problemas matemáticos deveriam ser voltados para a realidade e de acordo com a vida dos educandos.

Em meados do século XX, a preocupação com a adequação do ensino, frente ao desenvolvimento científico, desencadeia o Movimento da Matemática Moderna, o MMM. Esse movimento deu mais ênfase à álgebra e à aritmética. Em relação à geometria foi proposto um maior rigor e ênfase a postulados e axiomas, o que levou muitos professores a terem dificuldade de ensiná-la, destinando o seu ensino ao final do ano letivo o que tinha muitas vezes como consequência o não ensino da mesma.

Com a criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), de 1996, e o Plano Nacional de Educação (PNE), de 2001, o ensino da geometria volta a ser foco do processo ensino-aprendizagem.

3 A GEOMETRIA SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES

Objetiva-se neste capítulo analisar as orientações de como devem ser trabalhados os temas de geometria no Ensino Médio, principalmente a geometria espacial de posição e métrica.

3.1 Os parâmetros curriculares nacionais - PCN's

A Matemática, de um modo geral, deve ser trabalhada visando ao desenvolvimento de um conjunto de competências. No caso específico da geometria espacial isso também deve ocorrer de maneira que o aluno possa perceber a relação existente entre o que ele estiver estudando na sala de aula e o mundo, assim, o que ele estiver aprendendo passa a ter mais significado. Os PCN's (BRASIL, 1997, p. 119) nos dizem que

> A abordagem tradicional, que se restringe a métrica do calculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas paralelas nas pinturas e esculturas. Ensinar geometria no Ensino Médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas pelos alunos.

Os PCN's (BRASIL, 1997) propõem que a geometria no Ensino Médio deva ser tratada em quatro unidades temáticas, a saber: geometria plana, espacial, métrica e analítica. Nesse trabalho abordaram-se as unidades, espacial e métrica, onde a espacial trata das posições relativas ao paralelismo, perpendicularismo, intersecções e outras. A métrica trata do cálculo de superfícies, volumes, comprimentos e estabelece a relação entre esses.

Ainda segundo os PCN’s (BRASIL, 1997), o ensino da geometria não deve ser trabalhado observando apenas as relações métricas com cálculos de comprimentos áreas e volumes, mas devem-se levar em conta as relações geométricas, considerando as propriedades das posições relativas das congruências e semelhanças de figuras planas e espaciais. Analisar e reconhecer as diferentes representações das figuras planas espaciais tais como desenho, planificação e construção com instrumentos. Com o aprofundamento dessas ideias, o aluno pode conhecer um sistema dedutivo analisando o significado de postulados e teoremas. Destaca ainda os PCN’s (BRASIL, 1997, p. 124) que:

> Não se trata da memorização de um conjunto de postulados e de demonstrações, mas da oportunidade de perceber como a ciência Matemática valida e apresenta seus conhecimentos, bem como propiciar o desenvolvimento do pensamento lógico dedutivo e dos aspectos mais estruturados da Matemática.

Os PCN’s (BRASIL, 1997) também propõem que se deve usar a composição e a decomposição de figuras para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. Motivando o trabalho com figuras inscritas, nos quais os problemas devem ser propostos como aplicação do que aprenderam.

De acordo com os PCN’s (BRASIL, 1997), esses são os conteúdos e as habilidades propostas para as unidades temáticas:

a) Geometria espacial:

Elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.

- Interpretar e associar objetos sólidos e suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.

b) Métrica:

Áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.

- Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos.
- Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativas, por exemplo, de recipientes, refrigeradores, veículos de carga, moveis, cômodos, espaços públicos.
- Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.

Uma proposta de organização dos temas de geometria espacial é que sejam trabalhados no 2ª ano do Ensino Médio a distribuição desse conteúdo junto aos demais, deve-se levar em consideração o número de aulas semanais. Se o número for menor do que quatro aulas o professor deve garantir a compreensão da Matemática como ciência e evitar o excesso de cálculos de áreas e volumes. A principal estratégia de abordagem dos conteúdos indicada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, PCNem’s, é a resolução de problemas relacionados com a realidade dos alunos.

> Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNem's privilegia o tratamento de situações problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado (BRASIL, 1997, p. 129).

3.2 A geometria espacial segundo os CBC's

Os CBC's (MINAS GERAIS, 2006) de Geometria são documentos oficiais do Estado de Minas Gerais baseados nas diretrizes curriculares nacionais para o Ensino Médio e nas orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Esses são os documentos que devem servir de base para o trabalho dos professores da educação básica de Minas Gerais. Os CBC's orientam os professores para o desenvolvimento de habilidades e competências dos seus alunos de modo a estimular a criatividade. Os CBC's (MINAS GERAIS, 2006, p. 34) dizem ainda que:

> Vale ressaltar que as propostas curriculares de matemática para os ensinos fundamental e médio sugerem que se trabalhe com as atividades que proporcionem o desenvolvimento da criatividade do aluno, bem como se abra um espaço na sala de aula para o aluno expor suas dúvidas, observações e relatos sobre as atividades, de forma oral ou escrita.

No caso específico da Geometria o professor deve saber de maneira coerente aproveitar o conhecimento de experiências e observações do aluno junto ao mundo real. Esse conhecimento prévio deve servir de base e motivação para desenvolver o aprendizado, incluindo a Geometria formalizada ao seu conhecimento. A geometria deve estimular a capacidade de observação e criatividade do aluno, visualizando ou descrevendo objetos. Esse também deve ser um momento para que o aluno utilize o raciocínio lógico dedutivo para validar os resultados percebendo assim o estudo da matemática como ciência.

No Ensino Médio espera-se que o aluno tenha maturidade para formalizar os aspectos da Geometria que eram observados e deduzidos de maneira intuitiva no ensino fundamental.

> No Ensino Médio, a Geometria é estudada levando-se em conta três aspectos: o tratamento formal, lógico-dedutivo dos fatos referentes a figuras planas e espaciais; o desenvolvimento de técnicas de medição indireta (usando semelhança de triângulos ou trigonometria) e a algebrização da Geometria por meio da introdução de um modelo para a Geometria Euclidiana Plana (geometria analítica) (MINAS GERAIS, 2006, p. 37).

Os CBC's (MINAS GERAIS, 2006) orientam o trabalho do professor com um foco na contextualização e resolução de problemas. O docente pode usar de sua habilidade e observação para traduzir os teoremas e postulados em situações do cotidiano de forma a facilitar a compreensão e motivar o interesse pelo aprendizado da geometria.

A geometria deve ser trabalhada em espiral, sendo abordada durante todo o ano letivo e utilizada nas outras áreas do conhecimento de uma forma interdisciplinar propiciando a consolidação do conhecimento geométrico. Segundo os CBC's (MINAS GERAIS, 2006, p. 41):

> O conhecimento matemático é construído na escola básica passo a passo, desde as séries iniciais, num crescendo de complexidade. Com frequência é impossível aprender alguns tópicos sem uma boa base em outros, por exemplo, o tópico geometria espacial depende muito do estudo de triângulos.

De acordo com os CBC's (MINAS GERAIS, 2006), assim como os PCN's (BRASIL, 1997) a geometria espacial deve ser trabalhada no 2° ano do Ensino Médio, começando por uma apresentação dos sólidos geométricos e seus elementos visando sempre desenvolver habilidades, como por exemplo, reconhecer os sólidos e identificar seus elementos. O próximo passo seria reconhecer a planificação de uma figura tridimensional e identificar as posições relativas de retas e planos, usando como base as faces e as arestas desses sólidos. Por fim desenvolver a capacidade de resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas e volumes de figuras tridimensionais. Veja algumas sugestões de atividades contidas nos CBC's (MINAS GERAIS, 2006, 74):

> Utilizar modelos feitos de canudo ou papelão na exploração de propriedades de figuras tridimensionais e seus elementos. Algumas dessas figuras podem ser confeccionadas pelos próprios alunos, que terão oportunidade de identificar propriedades características da figura a ser construída. Podem ser explorados, por exemplo, a fórmula de Euller as posições relativas entre retas, entre retas e planos e entre planos no espaço.
> Identificar simetrias nos sólidos platônicos, que podem ser confeccionados pelos alunos ou pelo professor propor a confecção de um painel com ilustrações de sólidos geométricos, que ocorrem na natureza. Apresentar uma figura tridimensional e pedir sua planificação e vice-versa. Pedir para calcular o preço para se construir uma caixa retangular, conhecendo se o preço do centímetro quadrado do material a ser utilizado para confeccioná-la. Calcular o volume de solido mergulhado completamente em um recipiente com água e comparando o resultado com a fórmula que fornece o seu volume.
> Construir modelos, por exemplo, em sabão, e efetuar cortes para analisar as seções obtidas.
> Utilizar pilhas de discos feitos em madeira ou papelão para formarem sólidos de mesma altura e com as respectivas seções de mesma área.

Como se pode perceber com essas orientações, os CBC's (MINAS GERAIS, 2006) visam o uso de material concreto e a utilização de situações do cotidiano dos alunos contextualizadas em problemas possibilitando a construção do aprendizado e desenvolvimento de habilidades.

3.3 O ensino de geometria espacial segundo alguns livros didáticos

Nessa seção será realizada uma breve analise nos seguintes livros didáticos de Ensino Médio, indicados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), “Matemática Paiva” de Manoel Paiva, “Matemática ciências e aplicações” de Gelson Iezzi e outros e “Matemática contextos e aplicações” de Luiz Roberto Dante.

Segundo Paiva (2009), o estudante do Ensino Médio deve entender três estágios do pensamento científico: concreto, concreto-abstrato e abstrato, considerando-se a abstração como o pensamento sobre um objeto ausente, que pode existir completamente ou não.

A partir daí ele propõe algumas atividades começando pela de manipulação de materiais concretos e passando para a abstração de outras situações. A exposição do conteúdo é feita por meio da apresentação das figuras espaciais e as atividades de consolidação buscam estabelecer uma relação entre o conteúdo apresentado e algo da realidade como, por exemplo, alguma atividade profissional.

A sugestão de Iezzi et al. (2010) é de o professor começar por uma revisão dos tópicos de geometria plana trabalhados anteriormente realizando uma pesquisa das relações nas figuras planas e o cálculo das suas áreas. Passando para a geometria espacial com seus postulados, proposições, teoremas e demonstrações. Iezzi et al. (2010) ainda ressaltam a importância do uso de material concreto para ilustrar e ajudar a formar alguns conceitos como, por exemplo, usar uma caixa de sapatos para identificar retas paralelas ou concorrentes. Na geometria métrica o autor ressalta a importância da planificação dos sólidos para facilitar a dedução das fórmulas para o cálculo de superfícies, ele também destaca que o aluno deve comprovar por meio de alguma experiência a relação entre as medidas de capacidade e volume como o litro e o decímetro cúbico. É importante também que o professor destaque para os alunos que muitas descobertas matemáticas feitas de modo experimental só vieram a ser demonstradas muito tempo depois.

Dante inicia seu trabalho com geometria espacial apresentando um contexto histórico como motivação. Segundo Dante (2011, p. 20):

> Tão importante quanto os números é a geometria, que permite compreender o espaço, sua ocupação e medida; as superfícies suas formas, regularidades e medidas; e as relações entre todas essas figuras geométricas.

Dante (2011) nos diz que o aluno nesta fase está bastante familiarizado com os elementos geométricos, facilitando assim a apresentação desses conceitos de forma lógica. Esse também é o momento de se apresentar novos conceitos para os alunos como, por exemplo, o de retas reversas, é importante também mostrar que eles fazem parte de nossas vidas. Na geometria métrica é apresentada uma abordagem histórica, do princípio de Cavalieri. Para o estudo dos corpos redondos é feito uma ligação para se aplicar os conceitos às praticas sociais em relação à água no mundo.

Atualmente existe uma grande preocupação com o ensino da geometria, e no que se refere a esta pesquisa, pelo ensino da geometria espacial. Existem muitas orientações dadas pelos PCN’s (BRASIL, 1997) e pelos CBC’s (MINAS GERAIS, 2006) para direcionar trabalho docente na educação básica. O trabalho do professor como mediador pode contribuir para despertar no discente o interesse pelo conhecimento geométrico, de forma que o mesmo possa desenvolver habilidades e competências para se tornar um cidadão ativo e participativo.

4 A IMPORTÂNCIA DA VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA NO ENSINO DA GEOMETRIA

Segundo Lorenzato (2006, p. 5), Arquimedes fazia descobertas matemáticas por meio de imagens e objetos e construía assim novos saberes. Arquimedes evidenciou isso quando escreveu a Eratóstenes, mais ou menos no ano 250 a. C. dizendo: “É meu dever comunicar-te particularidades de certo método que poderás utilizar para descobrir, mediante a mecânica, determinadas verdades matemáticas [...] as quais eu pude demonstrar, depois, pela geometria”.

Segundo Lorenzato (2006) muitos educadores nos últimos séculos ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como instrumento facilitador na aprendizagem de matemática. Neste trabalho ressalta-se essa importância, propondo-se o uso de objetos concretos passando para visualização das figuras geométricas em softwares.

O objetivo dos autores com essa proposta é facilitar a percepção e a abstração dos elementos geométricos pelo aluno, enriquecendo o processo ensino aprendizagem por meio de uma nova abordagem.

4.1 A geometria por meio do software Wingeom

O programa Wingeom, de domínio público, foi criado por Richard Parris da Philips Exeter Academy e tem por objetivo a construção de figuras planas e espaciais. Ele permite a interação por meio da visualização por diversos ângulos, a formatação de seus elementos de várias maneiras e o cálculo de suas medidas. O programa pode ser instalado no Windows nas versões 95, 98, ME, XP, Vista e 7, ocupa apenas 144 Kb de memória e foi traduzido em Português por Franciele

Cristine Mielke. Para conseguir uma versão grátis é só acessar o endereço <http://math.exeter.edu/rparris/wingeom.html> e fazer o download.

O software tem em sua barra de ferramentas inicial duas opções, Janela e Ajuda. Para iniciar a atividade deve-se clicar em Janela, onde abrirá o seguinte menu:

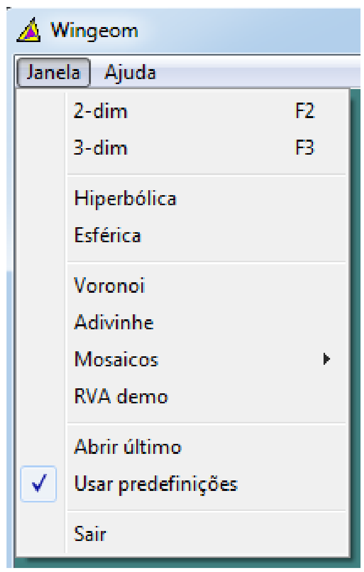


Figura 1 Opções do menu Janela

Para desenvolver atividades com a geometria espacial deve-se clicar em 3-dim, ou dar o comando F3, para abrir a janela gráfica 3D:

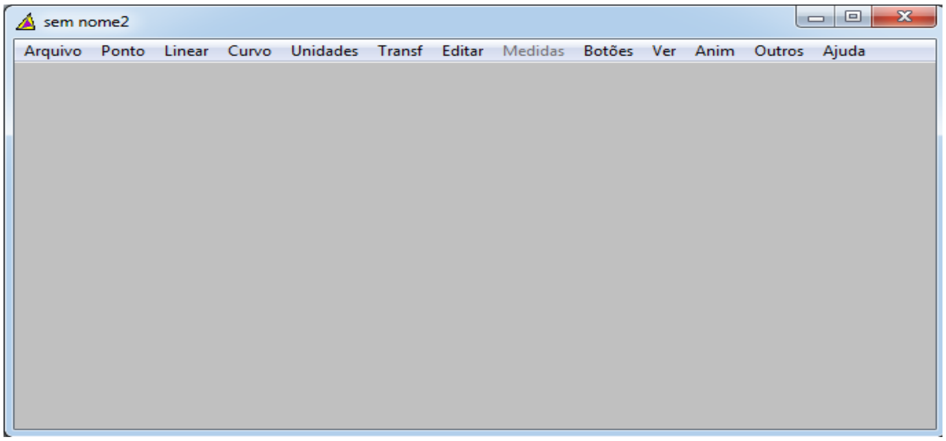


Figura 2 Janela gráfica 3D

4.1.1 A Janela Gráfica

A janela gráfica 3-dim é composta de uma barra de ferramentas e de uma região para construções geométricas. Cada menu da barra de ferramentas conta com uma ajuda, que explica o uso de todas as ferramentas pertencentes a esse menu. A região para construções geométricas conta com eixos coordenados (x, y, z) para orientação espacial, para exibi-los ou ocultá-los deve-se usar o comando Crtl + A.

A janela gráfica pode ter sua estrutura básica modificada, como cor do plano de fundo, fonte padrão etc. Essas formatações podem ser feitas por meio do menu Outros.

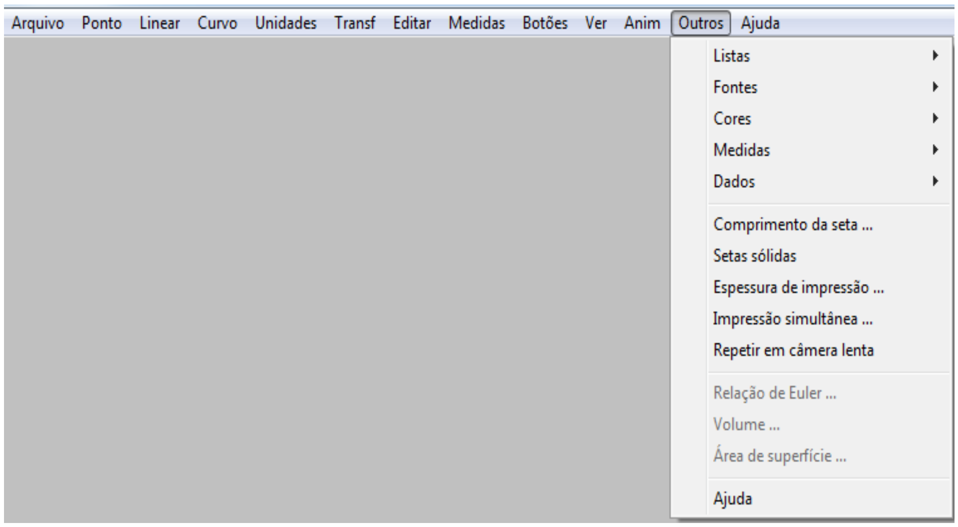


Figura 3 Janela do menu Outros

4.1.2 Inserção de elementos geométricos

A janela gráfica traz cada ponto reconhecido por suas coordenadas espaciais. A construção dos elementos geométricos pode estar condicionada à referência de alguns de seus pontos, por isso, antes de iniciar alguma tarefa é recomendável que sejam inseridos alguns pontos no sistema coordenado.

Procedimentos para se inserir alguns dos elementos geométricos:

a) Ponto: Ponto → Coordenadas (absoluta).
b) Segmento ou face: Linear → Segmento ou Face
c) Poliedros: Unidades → Poliedros
d) Sólidos de revolução: Curvo

4.1.3 Formatação de elementos geométricos

A percepção visual é enriquecida pelo Wingeom por meio de ferramentas de formação de seus elementos lineares e curvos. Elas permitem a mudança de cor, a medição, a duplicação~~,~~ etc~~.~~. Essas formatações podem ser feitas por meio do menu Editar.

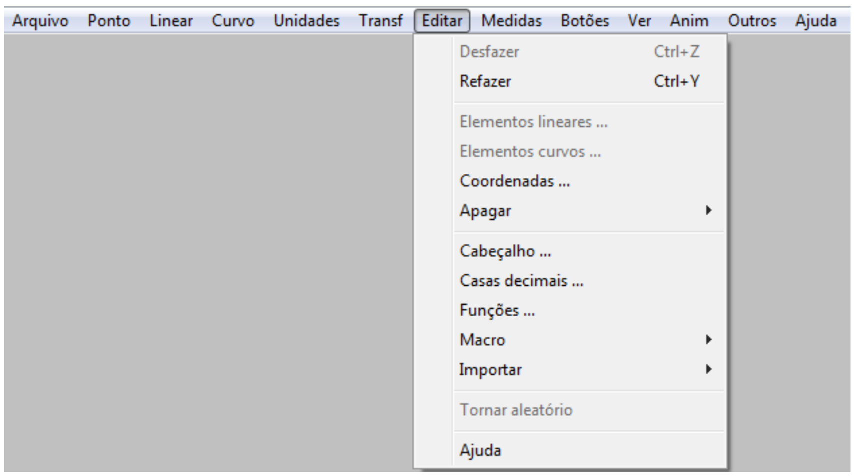


Figura 4 Janela do menu Editar

As formatações em relação ao tamanho da figura, estilo de ponto, rotação da figura, estilo da legenda, aparência dos eixos são feitas por meio do menu Ver.

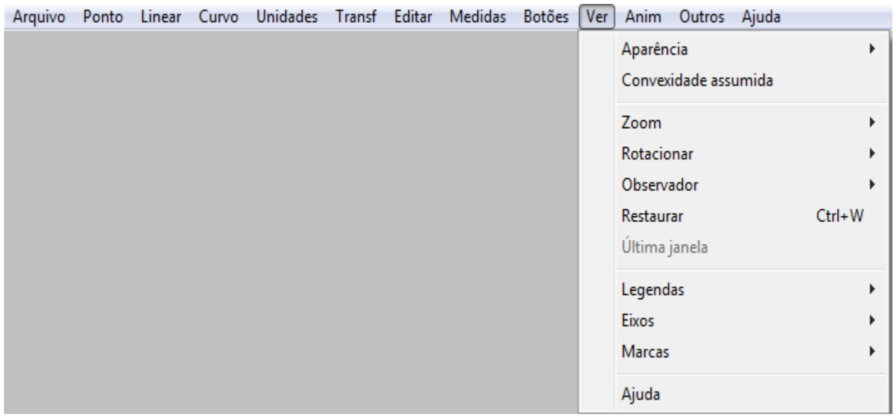


Figura 5 Janela do menu Ver

Algumas das ferramentas mais utilizadas para o ensino dos sólidos geométricos estão relacionadas na tabela abaixo com o intuito de otimizar o desenvolvimento do projeto.

Tabela 1 Relação de alguns comandos do software Wingeom

Ferramenta	**Elemento**	**Caminho**
Cor	Elementos lineares	Editar → Elementos lineares → Selecionar a face que é indicada por seus vértices → cor ou transparente
	Eixos	Ver → eixos → cor
	Fundo	Outros → cor → fundo
	Legendas	Ver → legendas → cor
	Elementos Curvos	Editar → Elementos curvos → Selecionar a curva ou superfície que é indicada por seus vértices → cor ou transparente
	Segmento arco do ângulo sinal de perpendicular raio/vetor	Ver → marcas → marcas → onde(vértices) → tipo → espessura → cor

“Tabela 1, continua”

Ferramenta	**Elemento**	**Caminho**
Inserir	Poliedros	Unidades → Poliedros
	Superfícies (Cone, Cilindro, Esfera)	Unidades → Superfícies
	Ponto	Ponto → coordenadas (absoluta)
	Segmento	Linear → segmento ou face → vértices
	Texto	Botão direito do mouse
Ver	Segmento	Ver → marcas → marcas → onde(vértices) → tipo
	arco do ângulo sinal de perpendicular raio/vetor	Ver → marcas → marcas → onde(vértices) → tipo
	Segmento ocultos	Ver → aparência → pintada – pontilhada
	Aumentar	Ver → zoom → mais (ou PgUp)
	Diminuir	Ver → zoom → menos (ou PgDn)
	Rotacionar– cima	Ver → rotacionar → para cima (ou seta para cima)
	Rotacionar– baixo	Ver → rotacionar → para baixo (ou seta para baixo)
	Rotacionar– direita	Ver → rotacionar → para direita (ou seta para direita)
	Rotacionar– esquerda	Ver → rotacionar → para esquerda (ou seta para esquerda)
Formatação	Eixos	Ver → eixos → eixos (ou Crtl A)
	Legendas	Ver → legendas
	Pontos	Ver → legendas → tipo ou tamanho
Medições	Segmento	Medidas→digitar as extremidades (AB)→Enter
	Área	Medidas→digitar todos os vértices→Enter
	Volume	Outros→volume→digitar todos os vértices→calcular

5 JOGOS NO ENSINO DA GEOMETRIA

Segundo Smole et al. (2008), o potencial para o ensino e aprendizagem de matemática por meio de jogos é bastante conhecido. O uso dos jogos visa o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização. Essas habilidades estão relacionadas ao raciocínio lógico, os jogos possibilitam uma situação de prazer e aprendizagem.

O Ensino Médio é uma fase na qual os educadores oferecem uma grande resistência ao uso de jogos na sala de aula, acreditando-se que o aprendizado de matemática nessa fase deve ser algo muito sério e não divertido (SMOLE et al., 2008).

O processo ensino-aprendizagem se torna bem mais eficaz com a inserção de situações de jogos, pois o aluno se torna bem mais interessado e passa a desenvolver não apenas o conteúdo matemático, mas adquire também habilidades que lhe serão úteis em todos os campos de convivência. Isso pode ser confirmado por Smole et al. (2008, p. 27):

> Nossos estudos mostram que, quando as situações de jogos são bem aproveitadas, todos ganham. Ganha o professor por que tem possibilidade de propor formas diferenciadas de os alunos aprenderem, permitindo um maior envolvimento de todos e criando naturalmente uma situação de atendimento à diversidade, uma vez que cada jogador é quem controla seu ritmo, seu tempo de pensar e de aprender. Ganha o aluno que aprenderá mais matemática, ao mesmo tempo em que desenvolve outras habilidades que lhe serão úteis por toda a vida e não apenas para matemática.

Diante das potencialidades dos softwares de jogos se torna cada vez mais interessante o seu uso em sala de aula, em vista disto o presente projeto inclui um software de jogo planejado com o intuito de consolidar o aprendizado de geometria espacial posicional.

5.1 O software de Jogo Gemp

O software de jogo “Gemp” (Geometria Espacial Métrica e Posicional) foi idealizado pelos autores do presente projeto e desenvolvido pelo programador Israel Vitor Vicente, com o intuito de estimular o interesse do aluno em relação à aprendizagem da geometria espacial métrica e posicional.

Antes de iniciar o jogo o aluno passa por uma janela onde ele tem dois ícones: iniciar e opções. No ícone opções ele pode escolher por responder apenas perguntas de geometria espacial métrica, ou de geometria espacial posicional ou ainda das duas juntas. Se for direto ao ícone iniciar ele responderá a perguntas dos dois conteúdos.

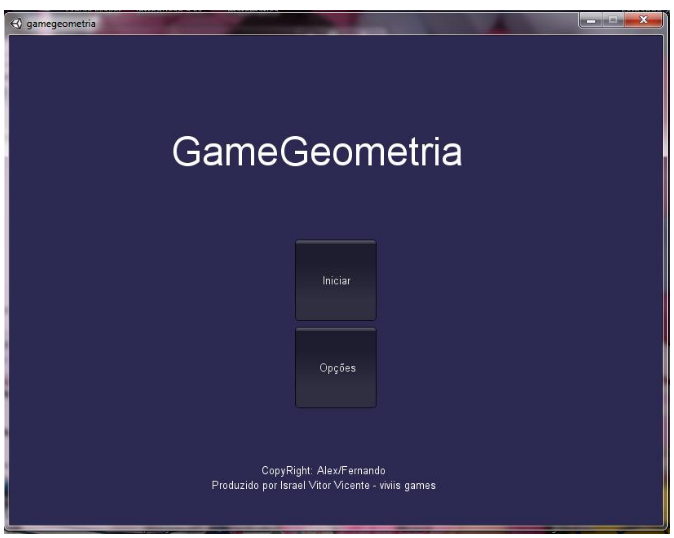


Figura 6 Janela inicial do Software de Jogo Gemp

O software Gemp é composto de três fases sendo que a primeira aborda conhecimentos sobre prismas, a segunda sobre pirâmides e a terceira sobre corpos redondos.

O ambiente gráfico de cada fase pode ser visto nas figuras a seguir:

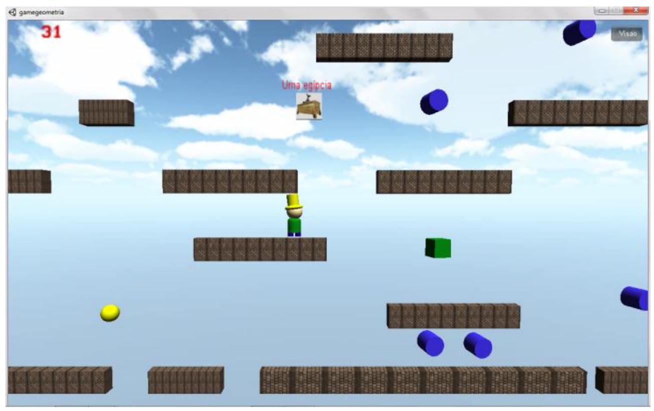


Figura 7   Ambiente virtual fase prismas

Figura 8   Ambiente virtual fase pirâmides

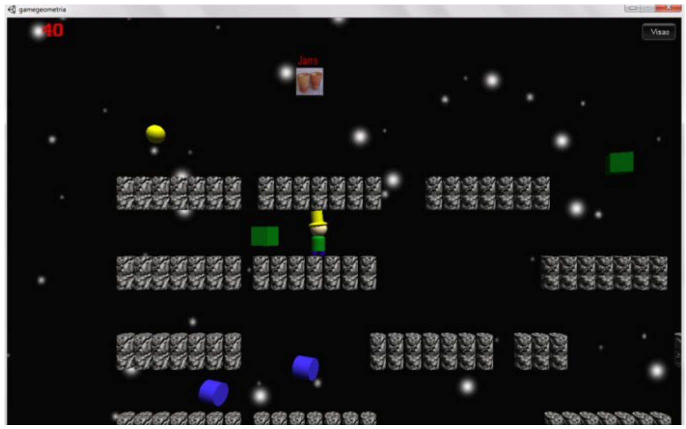


Figura 9 Ambiente virtual fase corpos redondos

Cada fase contém dez ícones que acionados dão acesso a uma pergunta que é escolhida aleatoriamente entre cinco perguntas de geometria espacial métrica e cinco perguntas de geometria espacial posicional. A mudança de fase está condicionada a obrigatoriedade de se responder as dez perguntas de cada fase e também ao fato de não zerar a pontuação, se zerar os pontos ele perde o jogo.

Os movimentos na plataforma gráfica são: para frente e para trás por meio das setas do teclado e pular por meio da barra de espaço do teclado. Para pegar os sólidos distribuídos pela plataforma gráfica e acessar as perguntas deve ser acionado o comando pular.

O jogador inicia o jogo com trinta pontos, podendo ganhar um ponto a cada sólido alcançado durante o percurso e cinco pontos por pergunta respondida corretamente. Ao cair da plataforma perde dez pontos e se errar a resposta da pergunta também perde dez pontos. Para responder a uma questão o jogador deve escolher uma entre quatro das opções, tendo escolhido deverá clicar no ícone da opção, e em seguida em continuar.

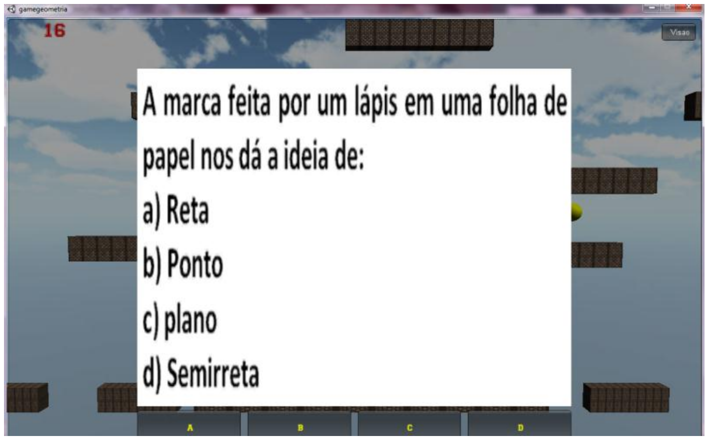


Figura 10 Janela da pergunta com os ícones das alternativas

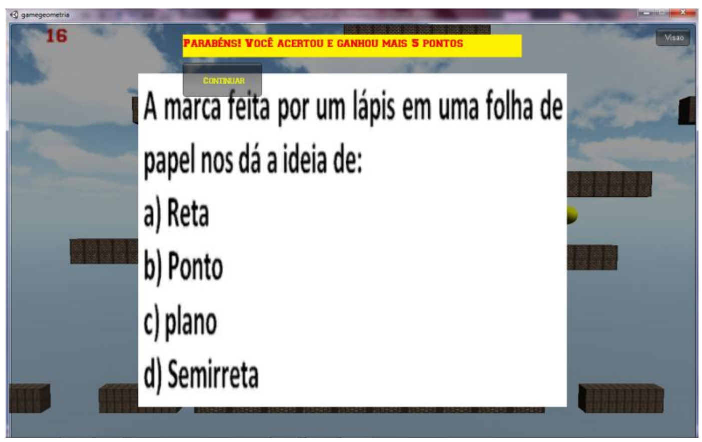


Figura 11 Janela da pergunta após a resposta

O jogador pode movimentar-se para a direita ou para a esquerda utilizando as respectivas teclas do teclado e pode pular utilizando a barra de espaço. A janela permite mudança de zoom apenas em dois modos que podem ser alternados por meio do ícone “visão” que se localiza no canto direito superior do jogo.

Ao finalizar o jogo o software expõe ao jogador a quantidade de acertos e pontuação, para que ele possa analisar o seu desempenho.

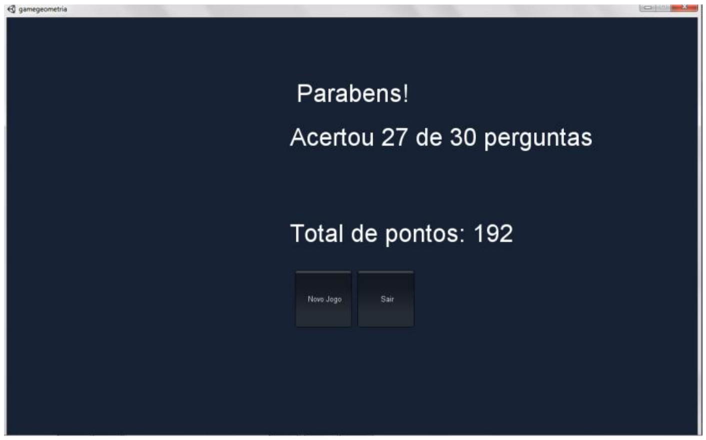


Figura 12 Tela final do software de jogo Gemp

6 UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA

A presente proposta não aborda definições e conceitos geométricos, pois tem por objetivo enriquecer o processo ensino aprendizagem enfatizando o desenvolvimento da habilidade visual e da abstração por meio de softwares e de materiais concretos. A proposta não substitui o uso de outros recursos, como por exemplo, o livro didático que muitas vezes é um instrumento de apoio que o docente utiliza para apresentar aos alunos as definições e conceitos geométricos, pelo contrário, o projeto deve ser acrescentado aos recursos já utilizados pelo professor.

O docente deverá utilizar as etapas da proposta respeitando o tempo de aprendizagem e a apropriação do conhecimento geométrico pelos alunos.

Para motivar o interesse dos alunos o professor deve apresentar o software de jogo Gemp antes de iniciar o projeto, realçando para o aluno que o projeto será finalizado como o jogo e que para “zerá-lo” será necessário que se apropriem do conhecimento geométrico durante o projeto.

6.1 Pré-requisitos

Em um primeiro momento o professor deve observar se os alunos já adquiriram algumas habilidades necessárias ao aprendizado da geometria espacial. Fazem parte desses pré-requisitos o uso do teorema de Pitágoras, habilidades referentes à geometria espacial posicional, a noção de geometria plana: área das principais figuras planas e suas propriedades, diagonal, apótema etc. Se for preciso o professor deve fazer uma revisão desses pré-requisitos para garantir o entendimento dos alunos e facilitar o desenvolvimento do projeto.

Os livros didáticos do Ensino Médio costumam dividir o ensino dos sólidos em cinco grupos: Prismas, Cilindros, Cones, Pirâmides e Esferas. O professor poderá aplicar o projeto separadamente para cada um desses grupos, possibilitando que o aluno aprenda de forma gradativa e sem uma excessiva carga de informação. Não será definida uma quantidade exata de aulas para cada etapa, pois se entende que o tempo varia de acordo com a realidade de cada turma e de aulas que o professor tem a disposição para desenvolvê-lo.

As etapas não serão descritas para o ensino de apenas um sólido, mas serão dadas informações sobre todos, para ajudar o professor no entendimento do projeto.

6.2 Reconhecendo os sólidos por meio de materiais concretos

O professor pode pedir aos alunos que tragam embalagens ou objetos que lembrem o sólido a ser estudado. Em posse desse material concreto o docente poderá separar os alunos em grupos, motivando a discussão. O objetivo com essa etapa é definir o sólido e fazer com que os alunos reconheçam as principais características e elementos que o compõem.

Figura 13 Exemplos de objetos que lembram os sólidos geométricos

É recomendado que o professor não dê a definição do sólido, mas que instigue os alunos a perceberem as principais características que o definem, fazendo as devidas anotações para que no final do processo possa ser feito um resumo de suas propriedades possibilitando assim a construção da definição do mesmo.

Em um primeiro momento pode-se identificar os vértices, arestas e faces do sólido e a partir dessa localização analisar a posição e características comuns desses elementos em todos os objetos trazidos pelos alunos. O professor pode aproveitar esse momento para esclarecer possíveis dúvidas sobre vértices, arestas e faces e lembrar o teorema de Talles.

Em seguida procede-se um estudo das superfícies refletindo sobre os polígonos que formam as faces laterais e as bases, o padrão com que eles aparecem e em que quantidade. Se o professor achar conveniente, pode propor aos alunos que tentem lembrar as fórmulas das áreas dos polígonos encontrados.

Como última atividade sugere-se que os grupos identifiquem onde fica o volume dos objetos utilizados.

Terminadas as atividades começa-se o debate para se construir a definição do sólido, podendo utilizar a noção de suficiente[1] e necessário[2].

Como proposta para a próxima etapa pode-se pedir aos alunos que pesquisem informações e curiosidades sobre o sólido e seus elementos para enriquecer a aprendizagem e incentivar a pesquisa.

6.3 Reconhecimento dos elementos dos sólidos por meio do software Wingeom

Essa etapa tem por objetivo desenvolver a visualização geométrica em relação aos elementos do sólido e para isso o professor pode utilizar o software Wingeom, se possível, por meio da sala de informática ou do data show.

Em um primeiro momento, deve-se desenhar o sólido na janela gráfica 3-dim e analisar o sólido por meio da definição construída na etapa anterior.

---

[1]Suficiente: aquilo que basta, o que satisfaz.
[2] Necessário: o que é indispensável, essencial ou básico.

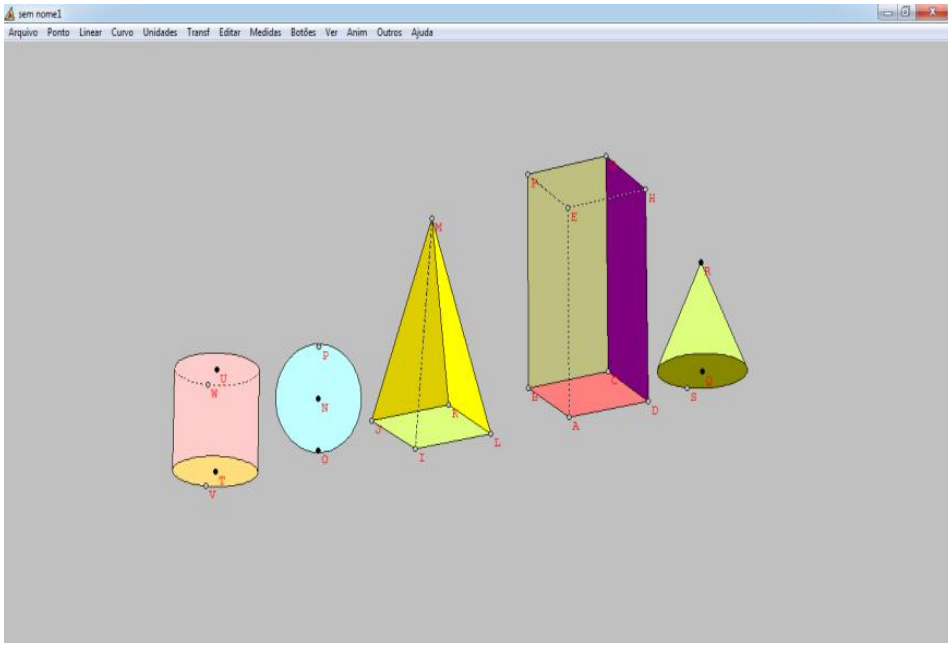
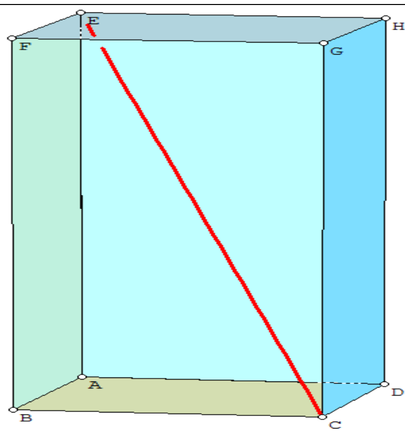
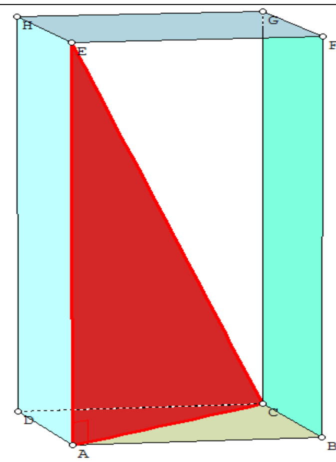
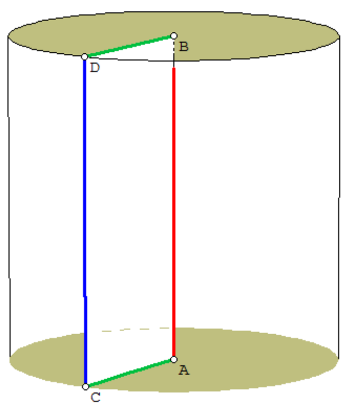
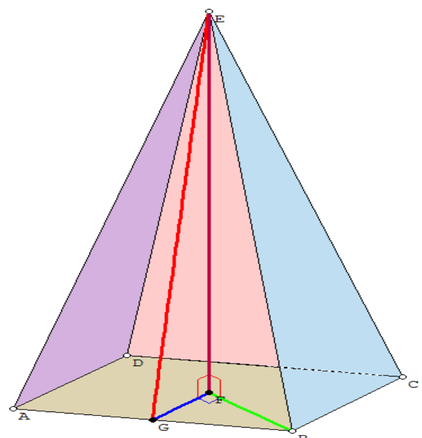


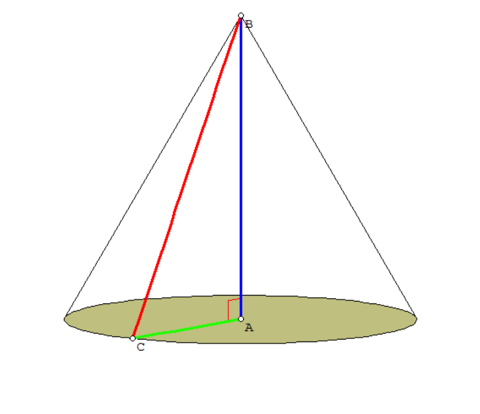
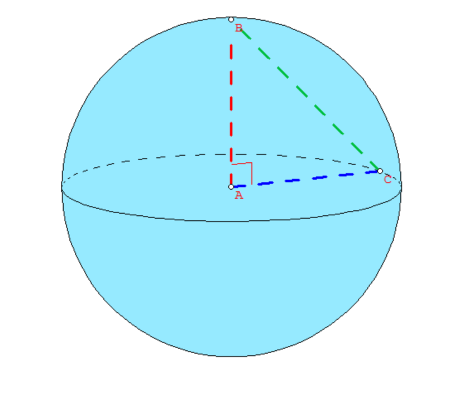
Figura 14 Exemplos da construção de sólidos Wingeom

Os elementos como diagonal, apótema, altura, raio, diâmetro etc. devem ser evidenciados no sólido, por meio da mudança da espessura e da cor, para que os alunos possam analisar sua posição e visualizá-los por diversos ângulos e a partir daí construírem mentalmente o sólido com seus elementos, como os exemplos da tabela que vem a seguir.

Tabela 2 Visualização dos elementos dos sólidos por meio do Wingeom

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>EC – Diagonal do Prisma</td>
<td>AE – altura do prisma
AC – diagonal da base
EC – diagonal do prisma
EAC – Triângulo Retângulo em A</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>AC ou BD – raio da base
DC – geratriz</td>
<td>EF – altura da pirâmide
EG – apótema da pirâmide
FG – apótema da base
FB – raio da base</td>
</tr>
</table>

"Tabela 2, continua"

	
AB – altura do cone AC – raio da base BC – geratriz do cone ABC – triângulo retângulo em A	AB – altura da meia esfera AB ou AC – raio da esfera ABC – triângulo retângulo em A

Em seguida evidenciar triângulos retângulos que são usados para relacionar os diversos segmentos do sólido, realçando aos alunos a importância do teorema de Pitágoras no manuseio dos sólidos.

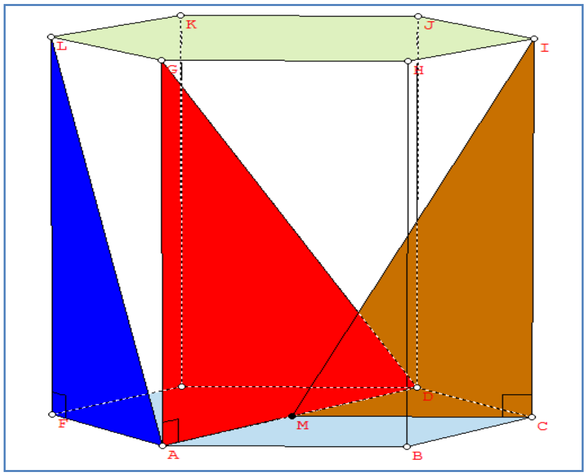


Figura 15 Triângulos retângulos no prisma

Para finalizar a etapa deixá-los brincar com o Wingeom procurando e analisando nos sólidos com bases diferentes os seus elementos. Durante o processo buscar entre os alunos informações e curiosidades que estejam relacionadas ao assunto.

Como tarefa para a próxima etapa pedir aos alunos que pesquisem as relações matemáticas existentes no sólido como áreas, volumes, medidas dos principais elementos como diagonais, apótemas, alturas, teorema de Pitágoras etc.

6.4 Geometria espacial – teoria

Com o aluno conhecendo a definição do sólido e visualizando seus elementos, a terceira etapa tem por objetivo fazer com que ele seja capaz de mentalmente associar as partes do sólido com os cálculos matemáticos a eles relacionados.

Por meio da pesquisa feita, dar início a uma discussão que leve os alunos a construírem uma tabela que contenha as principais fórmulas dos sólidos que serão estudados. A tabela de fórmulas pode ter ser formada como a que vem a seguir, ficando a critério do professor o acréscimo de mais fórmulas.

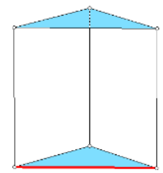
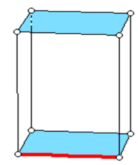
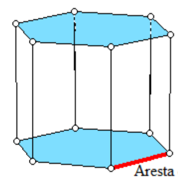
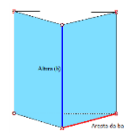
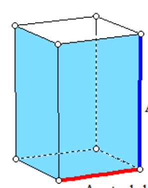
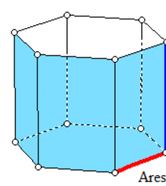
Tabela 3 Algumas fórmulas da geometria espacial métrica

Elemento	Fórmula
Área da base do Prisma	**Área da base do polígono da base**
Área lateral do Prisma	$A_l = nlh$
Área total do prisma	$A_t = 2A_b + A_L$
Volume do prisma	$V = A_b . h$
Diagonal do prisma quadrangular regular	$D = \sqrt{c^2 + l^2 + h^2}$
Área da esfera	$A_b = 4\pi r^2$
Volume da esfera	$A_b = \frac{4\pi r^3}{3}$
Área da base da Pirâmide	**Área da base do polígono da base**
Área lateral da pirâmide	$A_l = n\frac{la_p}{2}$
Área total da pirâmide	$A_t = A_b + A_L$
Volume da pirâmide	$V = \frac{A_b . h}{3}$
Área da base do cilindro	$A_b = \pi r^2$
Área lateral do cilindro	$A_l = 2\pi rh$
Área total do cilindro	$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$
Volume do cilindro	$A_b = \pi r^2 h$

Depois dessa discussão, propor uma análise geométrica das fórmulas por meio do Wingeom. Nessa análise, as variáveis geométricas das fórmulas devem ser localizadas e destacadas para que os alunos possam tornar o mais preciso possível à criação mental dos sólidos a serem estudados e serem capazes de construírem e localizar mentalmente os elementos utilizados nas fórmulas.

As tabelas a seguir sugerem algumas possíveis construções feitas no wingeom para ajudar a aperfeiçoar a associação entre as fórmulas dos sólidos e a visualização geométrica de seus elementos:

Tabela 4 Comparação das variáveis geométricas contidas nas fórmulas dos prismas com sua representação geométrica construída no wingeom

Elemento	**Tipo de prisma**	**Fórmula**	**Wingeom**
	Prisma triangular regular	$A_b = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$	
Área da base (A_b) (É a área do polígono da base)	Prisma quadrangular regular	$A_b = l^2$	
	Prisma hexagonal regular	$A_b = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$	
Área lateral (A_L) (A_L = n.lh)	Prisma triangular regular	$A_l = 3lh$	
Área lateral (A_L) (A_L = n.lh)	Prisma quadrangular regular	$A_l = 4lh$	
	Prisma hexagonal regular	$A_l = 6lh$	
Área Total	Todos os prismas	$A_t = 2A_b + A_L$	

“Tabela 4, continua”

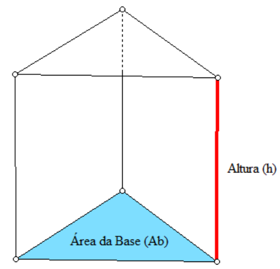
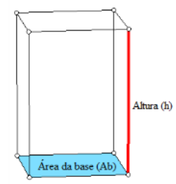
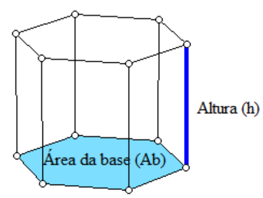
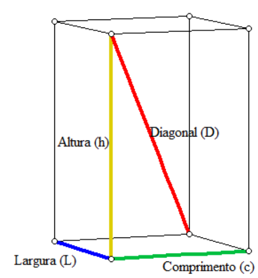
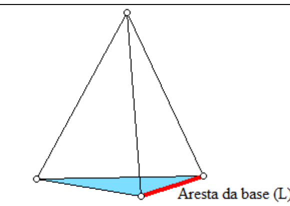
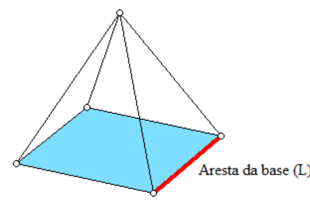
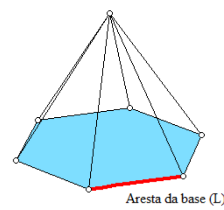
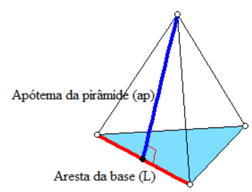
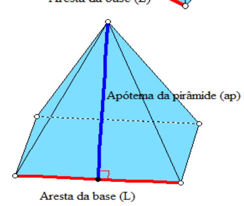
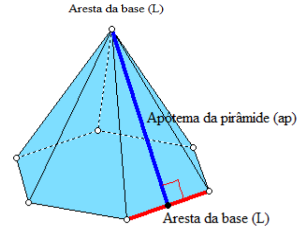
Elemento	Tipo de prisma	Fórmula	Wingeom
	Prisma triangular regular	$V = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} . h$	
Volume (V = A_b.h)	Prisma quadrangular regular	$V = l^2 h$	
	Prisma hexagonal regular	$V = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2} . h$	
Diagonal	Prisma quadrangular regular	$D = \sqrt{c^2 + l^2 + h^2}$	

Tabela 5 Comparação das variáveis geométricas contidas nas fórmulas das pirâmides com sua representação geométrica construída no wingeom

Elemento	Tipo de pirâmide	Fórmula	Wingeom
	Pirâmide triangular regular	$A_b = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$	
Área da base (A_b) (É a área do polígono da base)	Pirâmide quadrangular regular	$A_b = l^2$	
	Pirâmide hexagonal regular	$A_b = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$	
	Pirâmide triangular regular	$A_l = 3\frac{la_p}{2}$	
Área lateral (A_L) ($A_L = n.\frac{la_p}{2}$)	Pirâmide quadrangular regular	$A_l = 4\frac{la_p}{2}$	
	Pirâmide hexagonal regular	$A_l = 6\frac{la_p}{2}$	
Área Total	Todas as pirâmides	$A_t = A_b + A_L$	

“Tabela 5, conclusão”

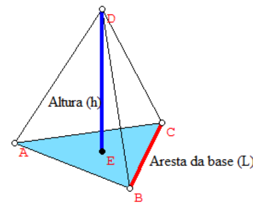
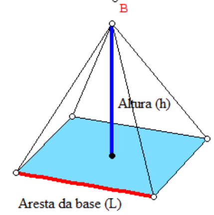
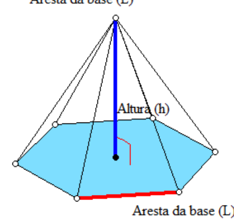
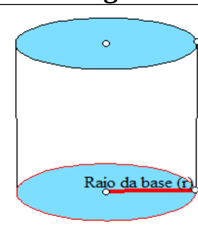
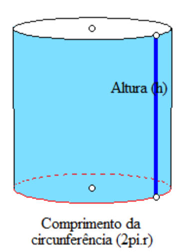
Elemento	Tipo de pirâmide	Fórmula	Wingeom
	Pirâmide triangular regular	$V = \frac{l^2\sqrt{3}}{12}.h$	
Volume ($V = \frac{Ab.h}{3}$)	Pirâmide quadrangular regular	$V = \frac{l^2h}{3}$	
	Pirâmide hexagonal regular	$V = \frac{l^2\sqrt{3}}{2}.h$	

Tabela 6 Comparação das variáveis geométricas contidas nas fórmulas do cilindro com sua representação geométrica construída no wingeom

Elemento	Fórmula	Wingeom
Área da base (A_b)	$A_b = \pi r^2$	
Área lateral (A_L)	$A_l = 2\pi r h$	

"Tabela 6, conclusão"

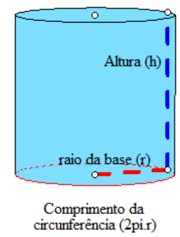
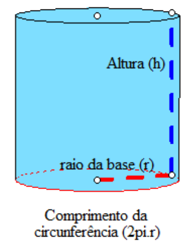
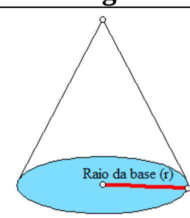
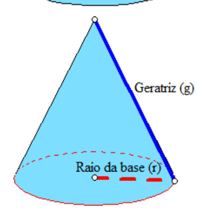
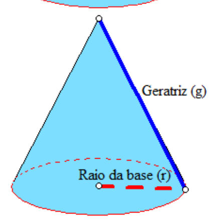
Elemento	Fórmula	Wingeom
Área total (A_T)	$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r h$	
Volume ($V = A_b.h$)	$A_b = \pi r^2 h$	

Tabela 7 Comparação das variáveis geométricas contidas nas fórmulas do cone com sua representação geométrica construída no wingeom

Elemento	Fórmula	Wingeom
Área da base (A_b)	$A_b = \pi r^2$	
Área lateral (A_L)	$A_l = \pi r g$	
Área total (A_T)	$A_T = \pi r^2 + \pi r g$	

"Tabela 7, conclusão"

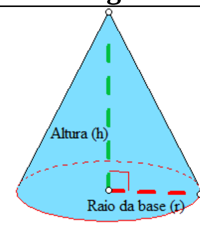
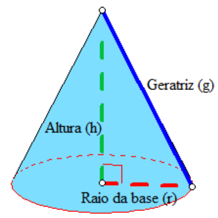
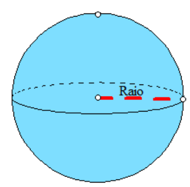
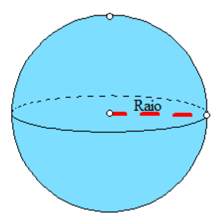
Elemento	Fórmula	Wingeom
Volume	$A_b = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$	
Relação geratriz, altura e raio	$g^2 = h^2 + r^2$	

Tabela 8 Comparação das variáveis geométricas contidas nas fórmulas da esfera com sua representação geométrica construída no wingeom

Elemento	Fórmula	Wingeom
Área	$A_b = 4\pi r^2$	
Volume	$A_b = \dfrac{4\pi r^3}{3}$	

Após vinculação das variáveis geométricas das fórmulas a sua representação geométrica, o professor pode propor que desenhem o sólido no wingeom e pedir para evidenciar algum elemento como diagonal, apótema, área da base, área da face lateral, raio, diâmetro e em seguida que faça o cálculo da medida desse elemento em seu caderno. Tendo feito o cálculo pedir para o aluno conferir o resultado por meio do wingeom.

Para finalizar a etapa o professor deve sugerir uma situação problema de forma que o aluno faça um esboço do sólido e utilize os cálculos matemáticos para encontrar a solução da situação problema. No momento da correção do exercício pode-se criar um debate analisando se houve uma melhora na localização e utilização dos elementos do sólido e na associação dos mesmos as fórmulas matemáticas.

6.5 Consolidação da aprendizagem por meio do Jogo

Para finalizar o projeto o professor pode lançar aos alunos o desafio de "zerarem" o software de jogo Gemp que aborda a geometria espacial métrica.

É recomendado que a atividade possa ser feita em equipe para que os alunos possam trocar ideias, dialogar, debater sobre os temas abordados nas perguntas tornando mais enriquecedora a dinâmica.

Durante a atividade os alunos vão rever as definições, propriedades e cálculos relativos à matéria, sendo assim uma oportunidade de consolidarem o conhecimento sobre a mesma e de perceberem os pontos em que ainda estão com dificuldade.

O professor pode propor a atividade como uma forma de avaliação ou ainda premiar os alunos ou equipes de alunos que conseguirem terminar o jogo em um tempo estipulado e também aquele que conseguir a maior pontuação.

Após a atividade introduzir uma discussão com o intuito de abordar as principais dificuldades encontradas em relação ao conteúdo apresentado no jogo e a partir destas informações fazer uma revisão geral da matéria enfatizando a importância do domínio do conteúdo e da capacidade de se conseguir visualizar mentalmente o sólido e seus elementos.

6.6 Dificuldades esperadas

Durante o desenrolar do projeto podem surgir algumas dificuldades que merecem a atenção do professor, sendo importante que sejam minimizadas para que o desenvolvimento do mesmo não seja prejudicado.

Algumas dessas possíveis dificuldades serão citadas a seguir:

a) Falta de domínio dos pré-requisitos para a aprendizagem da geometria espacial métrica;
b) Ausência de recursos tecnológicos no ambiente escolar;
c) Falta de domínio pelo professor dos recursos tecnológicos;
d) Desinteresse dos alunos em realizar as etapas do projeto;
e) Carência dos alunos em relação aos recursos tecnológicos fora do ambiente escolar;

Como o projeto é aberto a mudanças e depende do ambiente, do perfil dos alunos, do conhecimento tecnológico do professor entre outros fatores, poderão aparecer novas dificuldades que levarão o professor a desenvolver estratégias que possibilitarão o enriquecimento do projeto fazendo que ele se torne mais eficiente e até mesmo estendendo sua aplicação a outras situações.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho tratou-se do ensino da geometria espacial métrica nas séries finais do Ensino Médio abordando a visualização no desenvolvimento da abstração geométrica e utilizou, como recursos didáticos, a manipulação de materiais concretos, o software Wingeom e o software de jogo Gemp.

Com o intuito de obter a melhoria no ensino-aprendizagem da geometria espacial métrica foi desenvolvida uma sequência didática possibilitando ao aluno utilizar os novos recursos tecnológicos tornando o aprendizado mais dinâmico, atrativo e de fácil compreensão e visualização dos elementos a serem estudados, transcendendo a forma tradicional de ensino.

A escolha do tema geometria espacial métrica se deu pela variedade de aplicações e situações em que a mesma aparece e pela dificuldade que os alunos apresentam em relacionar a teoria estudada com o seu cotidiano. O uso de softwares trouxe uma facilidade para o desenvolvimento do projeto, pois é uma ferramenta que é de interesse dos alunos e possibilita uma maior interação do mesmo com o conteúdo, propiciando a evolução em sua capacidade visual e abstração de conceitos geométricos espaciais métricos.

A sequência didática proposta pode ser adaptada a outras áreas do conhecimento, pois os recursos digitais vêm se tornando cada vez mais acessível aos alunos que muitas vezes se mostram interessados em utilizá-los, fato esse que pode contribuir para o processo ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS

AMBROSIO, U. d'. **Educação matemática:** da teoria à prática. 19.ed.Campinas: Papirus, 2010. 120 p.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: EDUSP, 1974. 175 p.

BRASIL. Secretaria de Educação do Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais:**ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf Consultado>. Acesso em: 11 dez. 2012.

DANTE, L.R. **Matemática contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2011. v. 2, 736 p.

EVES, H. **Historia da geometria**. São Paulo:Atual, 1992.v.3, 155 p.

IEZZI, G. et al. **Matemática ciências e aplicações**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010. v. 2, 172 p.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. 178 p.

MENESES, R. S. **Uma história da geometria escolar no Brasil:** de disciplina a conteúdo. 2007. 172 f. (Mestrado em Educação Matemática) - Pontíficia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

MINAS GERAIS. Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais. **Proposta Curricular - CBC:** Ensino Médio:matemática.Belo Horizonte, 2006. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/aveonline40/banco_objetos_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D_Matem%C3%A1tica%20final.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2013.

PAIVA, M. **Matemática Paiva**. São Paulo: Moderna, 2009. v. 2, 312 p.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria:** uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

SMOLE, K. S. et al. **Jogos de matemática:** 1º a 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008. 120 p.

VALENTE, V. R.**Uma história da matemática escolar no Brasil**, **1730 - 1930**. 2. ed. São Paulo: Annablume; FAPESP, 2007. 214 p.

APÊNDICE

APÊNDICE A - Perguntas inseridas no Software Gemp

A seguir estão arroladas as perguntas inseridas no software de jogo Gemp. Estas perguntas forma elaboradas para consolidar algumas habilidades, entre as quais podemos citar: conhecer e entender as definições dos sólidos geométricos, ser capaz de visualizar mentalmente os elementos dos sólidos para solucionar uma situação problema, relacionar os elementos dos sólidos entre si e com as relações matemáticas e interpretar problemas da geometria espacial métrica e resolvê-los utilizando a teoria da mesma. As perguntas podem ser utilizadas também como uma forma de avaliação dando suporte ao professor para que o mesmo analise o que foi bem assimilado e o que ainda falta para o aluno assimilar.

As perguntas de geometria espacial métrica estão organizadas de acordo com os ícones de acesso as perguntas no jogo, sendo cinco perguntas por ícone.

Perguntas da primeira fase, prismas:

Ícone 01

01) **c) 8 vértices, 12 arestas, 6 faces**
Quantos vértices, arestas e faces tem, respectivamente, um prisma quadrangular,?
a) 8 vértices, 10 arestas e 6 faces
b) 10 vértices, 12 arestas e 8 faces
c) 8 vértices, 12 arestas, 6 faces
d) 10 vértices, 12 arestas e 6 faces

02) **a) 18**
Um prisma que possui 12 vértices, 8 faces, tem quantas arestas?
a) 18
b) 19
c) 20
d) 21

03) **d) É um poliedro convexo que possui duas faces congruentes paralelas, chamadas bases, e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por paralelogramos.**
O que é um prisma?
a) É um polígono convexo que possui duas faces congruentes paralelas, chamadas bases, e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por paralelogramos.
b) É um polígono convexo que possui duas faces semelhantes paralelas, chamadas bases, e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por paralelogramos.
c) É um poliedro convexo que possui duas faces semelhantes paralelas, chamadas bases, e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por paralelogramos.
d) É um poliedro convexo que possui duas faces congruentes paralelas, chamadas bases, e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por paralelogramos.

04) **a) São prismas cujas bases são polígonos regulares.**
O que são prismas regulares?
a) São prismas cujas bases são polígonos regulares.
b) São prismas cujas faces são polígonos regulares.
c) São prismas cujas bases são poliedros regulares.
d) São prismas cujas faces são poliedros regulares.

05) **b) V + F = A + 2**
A relação de Euler para poliedros convexos é:
a) V + A = F + 2
b) V + F = A + 2
c) F + A = V + 2
d) F + A = V + 1

Ícone 2

6) **b) É um prisma quadrangular regular cuja altura é igual à medida da aresta da base.**

O que é um cubo?

a) É um prisma de bases quadradas.

b) É um prisma quadrangular regular cuja altura é igual à medida da aresta da base.

c) É um prisma de faces laterais quadradas.

d) É um prisma quadrangular cuja altura é igual à medida de uma das arestas da base.

7) **c) $A = 6a^2$**

Sendo **a** aresta do cubo, a fórmula da área desse cubo é:

a) $A = 36a^2$

b) $A = 36a^3$

c) $A = 6a^2$

d) $A = 6a^3$

8) **d) 384 cm^2de papel de presente.**

Para revestir uma caixa cúbica de 8 cm de altura precisaremos de:

a) 512 cm^2 de papel de presente.

b) 5,12 dm^2 de papel de presente.

c) 38,4 dm^2 de papel de presente.

d) 384 cm^2 de papel de presente.

9) **b) 343 L**

Uma caixa d'água cúbica de 70 cm de altura comporta quantos litros de água?

a) 3, 43 L

b) 343 L

c) 34,3 L

d) 0,343 L

10) **c) hexaedro**

O cubo também pode ser chamado de:

a) tetraedro

b) cuboedro

c) hexaedro

d) quadraedro

Ícone 3

11) **d) V = $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}h$**
A fórmula do volume do prisma regular hexagonal de aresta da base **a** e altura **h**, é:
a) V = $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}h$
b) V = $\frac{3a^2\sqrt{2}}{2}h$
c) V = $\frac{3a^2\sqrt{2}}{4}h$
d) V = $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}h$

12) **b) 8 faces**
Um prisma de base hexagonal tem:
a) 10 vértices
b) 8 faces
c) 12 arestas
d) 1 base

13) **a) 240 cm²**
Dado um prisma de base hexagonal com aresta da base medindo 5 cm e de altura 8 cm, sua área lateral mede:
a) 240 cm²
b) 24 cm²
c) 40 cm²
d) 400 cm²

14) **b) 4500 L**
João comprou uma piscina na forma de um prisma de base hexagonal de $\sqrt{3}$m de altura e aresta da base medindo 1m. Quantos litros de água serão necessários para encher a piscina?
a) 3500 L
b) 4500 L
c) 5000 L
d) 4000 L

15) **d) base hexagonal**
Entre os prismas regulares de mesma altura e de perímetro da base igual, o de maior volume é o de:
a) base triangular
b) base quadrada
c) base retangular
d) base hexagonal

Ícone 4

16) **c) as arestas laterais não formam um ângulo de 90^0 em relação à base.**
Em um prisma triangular oblíquo:
a) as arestas laterais formam um ângulo de 90^0 em relação à base.
b) as faces laterais são retangulares.
c) as arestas laterais não formam um ângulo de 90^0 em relação à base.
d) o polígono que forma a face lateral tem ângulos de 90^0.

17) **a) $(270 + 18\sqrt{3})$cm²**
João Gabriel comprou um presente que será empacotado em uma caixa que tem a forma de um prisma regular de base triangular que tem 15 cm de altura e aresta da base 6 cm. Quantos cm² de papel de presente serão necessários para revestir esta caixa?
a) $(270 + 18\sqrt{3})$cm²
b) $(90 + 9\sqrt{3})$cm²
c) $(270 + 9\sqrt{3})$cm²
d) $(90 + 18\sqrt{3})$cm²

18) **c) 6 vértices**
Um prisma de base triangular tem:
a) 8 arestas
b) 6 faces
c) 6 vértices
d) 3 lados

19) **c) 0,06 m³**
Para encher uma viga que tem a forma de um prisma triangular regular, de altura $2\sqrt{3}$m e aresta da base 0,2 m serão necessários quantos m³ de concreto?
a) 6 m³
b) 0,6 m³
c) 0,06 m³
d) 0,006 m³

20) **d) 90 dm²**
Em um prisma regular de base triangular cuja aresta lateral mede 6 dm e aresta da base mede 5 dm tem área lateral igual a:
a) 30 dm
b) 30 dm^2
c) 90 dm
d) 90 dm^2

Ícone 5

21) **c) 240**
Um prisma reto tem por base um triângulo retângulo cujos catetos medem 6 m e 8 m. Se a altura desse prisma é igual à hipotenusa do triângulo da base, então seu volume, em m^3, é igual a:
a) 600
b) 480
c) 240
d) 960

22) **a) $5\sqrt{2}$ cm**
Quanto mede a diagonal de um paralelepípedo de dimensões 3cm, 4 cm e 5 cm?
a) $5\sqrt{2}$ cm
b) $10\sqrt{2}$ cm
c) 5 cm
d) $2\sqrt{5}$ cm

23) **c) d = $\sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{c}^2}$**
A fórmula da diagonal de um prisma retangular de dimensões **a**, **b** e **c** é:
a) d = $\sqrt{a^2 + b^2}$
b) d = $\sqrt{(a + b)^2}$
c) d = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
d) d = $\sqrt{(a + b + c)^2}$

24) **c) pentagonal**
O prisma que possui 10 vértices, 7 faces e 15 arestas é o de base:
a) triangular
b) quadrangular
c) pentagonal
d) hexagonal

25) **b) ele é reto.**
Se as faces laterais do prisma são retangulares então:
a) ele é oblíquo.
b) ele é reto.
c) ele é obtuso.
d) ele é agudo.

Ícone 6

26) **d) 400 cm²**
Sabendo que as arestas da base de um prisma reto de base pentagonal medem 8 cm e sua altura 10 cm, sua área lateral mede:
a) 80 cm
b) 800 cm²
c) 40 cm
d) 400 cm²

27) **c) 18 m³**
José fez um buraco de 12 m² na forma de um prisma pentagonal e de 1,5 m de profundidade. Se ele pretende construir uma piscina, qual será o volume máximo da piscina?
a) 30 m³
b) 24 m³
c) 18 m³
d) 12 m³

28) **c) 15**
Um prisma de base pentagonal possui quantas arestas?
a) 5
b) 10
c) 15
d) 20

29) **d) 360 cm²**
Dado que as arestas da base de um prisma reto de base pentagonal medem 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm e 8 cm e sua altura é de 15 cm, sua área lateral é:
a) 3600 cm
b) 360 cm
c) 3600 cm²
d) 360 cm²

30) **a) $A_T = 5A_{fl} + 2A_b$**
Sendo A_{fl} a área da face lateral e A_b a área da base de um prisma pentagonal, a sua área total pode ser dada pela fórmula:
a) $A_T = 5A_{fl} + 2A_b$
b) $A_T = A_{fl} + A_b$
c) $A_T = 2A_{fl} + 5A_b$
d) $A_T = A_{fl} + 2A_b$

Ícone7

31)**b) paralelepípedo**
O prisma reto de base retangular também é chamado de:
a) hexaedro regular
b) paralelepípedo
c) paralelogramo
d) tetraedro

32) **c) Três**
Um prisma de base retangular tem quantas dimensões?
a) Uma
b) Duas
c) Três
d) Quatro

33) **c) 1440 L**
Uma caixa d’água de base retangular de dimensões 1,5 m, 0,8 m e 1,2 m comporta quantos litros?
a) 14,4 L
b) 144 L
c) 1440 L
d) 14400 L

34) **a) V = abc**
O volume de um paralelepípedo reto de dimensões **a**, **b** e **c** é dado pela relação:
a) $V = abc$
b) $V = (a + b + c)^2$
c) $V = (a + b + c)^3$
d) $V = ab + ac + bc$

35) **d) A = 2(ab + ac + bc)**
A área total de um prisma reto de base retangular de dimensões **a**, **b** e **c** é:
a) A = ab + ac + bc
b) A = abc
c) A = $(ab + ac + bc)^2$
d) A = 2(ab + ac + bc)

Ícone 8

36) **b) A = 2ac + 2bc**
A área lateral de um prisma reto retângulo de dimensões **a**, **b** da base e altura **c** é dada por:
a) A = abc
b) A = 2ac + 2bc
c) A = 2ab + 2bc + 2ac
d) A = ac + bc + ab

37) **d) Um paralelepípedo reto-retângulo.**
O que é um ortoedro?
a) Qualquer prisma reto.
b) Um prisma cuja base tem oito arestas.
c) Um prisma de oito faces.
d) Um paralelepípedo reto-retângulo.

38) **c) três pares de faces paralelas.**
Um paralelepípedo tem:
a) Seis faces retangulares.
b) todos os ângulos retos.
c) três pares de faces paralelas.
d) base retangular.

39) **c) Quatro faces laterais.**
Todo paralelepípedo tem:
a) Seis faces laterais.
b) Cinco faces laterais.
c) Quatro faces laterais.
d) três faces laterais.

40) **a) 180 cm³**
Qual o volume de um prisma reto de base retangular de dimensões 10 cm, 6 cm e 3 cm?
a) 180 cm^3
b) 180 cm
c) 1800 cm^2
d) 180 cm^2

Ícone 9

41) **b) multiplicar a área da base pela altura.**
Para calcular o volume desse prisma basta:
a) multiplicar a medida da aresta da base pela medida da altura.
b) multiplicar a área da base pela altura.
c) somar a medida da aresta da base com a da altura.
d) somar a área da base com a área lateral.

42) **c) ao dobro das arestas da base.**
A quantidade de vértices de um prisma tem valor numérico igual:
a) a quantidade das arestas da base.
b) a quantidade das arestas laterais.
c) ao dobro das arestas da base.
c) ao dobro da quantidade de faces que compõem as bases.

43) **a) reto ou oblíquo.**
Um prisma pode ser classificado em:
a) reto ou oblíquo.
b) reto ou obtuso.
c) agudo ou obtuso.
d) agudo ou oblíquo.

44) **d) algo cortado.**
O significado etimológico da palavra prisma é:
a) o que reluz.
b) algo reto.
c) o que reflete.
d) algo cortado.

45) **d) tetraedro.**
O cubo não é um:
a) ortoedro.
b) hexaedro.
c) paralelepípedo.
d) tetraedro.

Ícone 10

46) **c) menor que a medida da aresta lateral.**
Em um prisma oblíquo a medida de sua altura é:
a) igual a medida da aresta lateral.
b) maior que a medida da aresta lateral.
c) menor que a medida da aresta lateral.
d) diferente da medida da aresta da base.

47) **d) aresta lateral igual a altura.**
Os prismas oblíquos não têm com característica:
a) faces laterais não perpendiculares a base.
b) aresta lateral oblíqua à base.
c) faces laterais são paralelogramos.
d) aresta lateral igual à altura.

48) **b) A = n(ah)**
Se um prisma oblíquo tem um polígono regular de n lados em sua base, sendo **a** a medida da aresta da base e **h** a altura do prisma, então sua área lateral será:
a) $A = na^2h$
b) $A = n(ah)$
c) $A = n(a + h)$
d) $A = (a + h)^2$

49) **d) Ângulos**
Se tornarmos um prisma reto em oblíquo mantendo as mesmas dimensões o que muda?
a) Volume
b) Área
c) base
d) Ângulos

50) **c) 360 L**
Dado um prisma oblíquo de base quadrada de aresta 6 dm e altura 10 dm, podemos dizer que seu volume é:
a) 60 dm³
b) 600 dm³
c) 360 L
d) 3600 L

Perguntas da segunda fase, pirâmides:

Ícone 01

01) **c) 5 vértices, 8 arestas, 5 faces**
Quantos vértices, arestas e faces tem, respectivamente, uma pirâmide de base quadrangular,?
a) 4 vértices, 6 arestas e 4 faces
b) 4 vértices, 8 arestas e 6 faces
c) 5 vértices, 8 arestas, 5 faces
d) 5 vértices, 6 arestas e 5 faces

02) **c) 12**
Uma pirâmide que possui 7 vértices, 7 faces, tem quantas arestas?
a) 11
b) 13
c) 12
d) 14

03)**d) a projeção ortogonal do vértice coincide com o centro do polígono da base.**
Uma pirâmide é reta quando:
a) o polígono da base for um retângulo.
b) a projeção ortogonal da aresta lateral forma um ângulo reto com a aresta da base.
c) o polígono da base é regular.
d) a projeção ortogonal do vértice coincide com o centro do polígono da base.

04) **a) um terço do volume de um prisma que tenha mesma área da base e mesma altura.**

O volume de uma pirâmide é igual a:

a) um terço do volume de um prisma que tenha mesma área da base e mesma altura.

b) metade do volume de um prisma que tenha mesma área da base e mesma altura.

c) um quarto do volume de um prisma que tenha mesma área da base e mesma altura.

d) de um prisma que tenha mesma área da base e mesma altura.

05) **b) V + F = A + 2**

A relação de Euler para as pirâmides é:

a) V + A = F + 2

b) V + F = A + 2

c) F + A = V + 2

d) F + A = V + 1

Ícone 2

6) **a) São todas as pirâmides triangulares.**

O que são tetraedros?

a) São todas as pirâmides triangulares.

b) São somente as pirâmides triangulares em que todas as faces são triângulos equiláteros.

c) São todas as pirâmides triangulares regulares.

d) São todas as pirâmides cujas bases têm quatro lados.

7) **c) $A = a^2\sqrt{3}$**

Sendo **a** aresta do tetraedro regular, a fórmula de sua área é:

a) $A = a^2\sqrt{2}$

b) $A = a^3\sqrt{3}$

c) $A = a^2\sqrt{3}$

d) $A = 4a^2\sqrt{2}$

8) **d) 110,72 cm² de papel de presente.**
Para revestir uma caixa na forma de um tetraedro regular de 8 cm de aresta precisaremos de: (Considere $\sqrt{3}$ = 1,73 e $\sqrt{2}$= 1,41)
a) 27,68 cm de papel de presente.
b) 110,72 cm de papel de presente.
c) 27,68 cm² de papel de presente.
d) 110,72 cm² de papel de presente.

9) **b) Platão**
O tetraedro regular é um dos poliedros de:
a) Euclides
b) Platão
c) Pitágoras
d) Arquimedes

10) **c) tetraedro**
A pirâmide de base triangular também pode ser chamada de:
a) triedro
b) diedro
c) tetraedro
d) hexaedro

Ícone 3

11) **d) V = $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}h$**
A fórmula do volume da pirâmide de base hexagonal de aresta da base **a** e altura **h**, é:
a) V = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}h$
b) V = $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}h$
c) V = $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}h$
d) V = $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}h$

12) **b) 7 faces**
Uma pirâmide de base hexagonal tem:
a) 8 vértices
b) 7 faces
c) 18 arestas
d) 2 bases

13) **a) $A_T = A_B + 6A_L$**
Sendo A_L a área de uma face lateral e A_B a área da base de uma pirâmide hexagonal regular. A sua área total (A_T) é:
a) $A_T = A_B + 6A_L$
b) $A_T = 2A_B + 6A_L$
c) $A_T = A_B + A_L$
d) $A_T = 2A_B + A_L$

14)**b)** $A_L = 3ab$
A área lateral (A_L) de uma pirâmide de base hexagonal regular de aresta $\underline{a}$ e apótema da pirâmide $\underline{b}$ é:
a) $A_L = 6ab$
b) $A_L = 3ab$
c) $A_L = 2ab$
d) $A_L = ab$

15) **d) base hexagonal**
Qual pirâmide tem 7 vértices?
a) a de base triangular
b) a de base quadrada
c) a de base retangular
d) a de base hexagonal

Ícone 4

16) **c) eneágono**
Uma pirâmide não será considerada de base quadrangular se sua base for um:
a) quadrado
b) losango
c) eneágono
d) paralelogramo

17) **a)** $V = \frac{a^2h}{3}$
O volume de uma pirâmide quadrangular regular de aresta da base $\underline{a}$ e altura $\underline{h}$ é?
a) $V = \frac{a^2h}{3}$
b) $V = \frac{a^2h}{4}$
c) $V = \frac{a^2h}{2}$
d) $V = a^2h$

18) **a) 8 arestas**
Uma pirâmide de base quadrangular tem:
a) 8 arestas
b) 6 faces
c) 6 vértices
d) 4 lados

19) **c)** $A_L = 2ab$
A área lateral (A_L) de uma pirâmide de base quadrangular regular de aresta a e apótema da pirâmide b é:
a) $A_L = 4ab$
b) $A_L = 3ab$
c) $A_L = 2ab$
d) $A_L = ab$

20)**a)** $A_T = A_B + 4A_L$
Sendo A_L a área de uma face lateral e A_B a área da base de uma pirâmide quadrangular regular. A sua área total (A_T) é:
a) $A_T = A_B + 4A_L$
b) $A_T = 2A_B + 4A_L$
c) $A_T = A_B + A_L$
d) $A_T = 2A_B + A_L$

Ícone 5

21)**b) trapézio**
A face lateral de um tronco de pirâmide tem a forma de um:
a) triângulo
b) trapézio
c) retângulo
d) cone

22) **d) são de tamanhos diferentes.**
Em relação às bases de um tronco de pirâmide, temos que:
a) as duas bases são iguais.
b) são desproporcionais.
c) são polígonos de formas diferentes
d) são de tamanhos diferentes.

23) **b) 9 arestas**
Um tronco de pirâmide de base triangular tem:
a) 4 vértices
b) 9 arestas
c) 6 faces
d) 6 arestas

24) **b) quadrangular**
O tronco de pirâmide que possui 8 vértices, 6 faces e 12 arestas é o de base:
a) triangular
b) quadrangular
c) pentagonal
d) hexagonal

25) **c) V =** $\boldsymbol{\frac{h}{3}(B+\sqrt{Bb}+b)}$
Sendo B a área da base maior, b a área da base menor e h a altura do tronco, a fórmula do volume de um tronco de pirâmide é:
a) V = $\frac{h}{3}(B+b)$
b) V = h$(B+\sqrt{Bb}+b)$
c) V = $\frac{h}{3}(B+\sqrt{Bb}+b)$
d) V = h$(B+b)$

Ícone 6

26) **d) oblíqua**
Uma pirâmide em que as arestas laterais não são congruentes é chamada de:
a) perpendicular
b) suplementar
c) obtusa
d) oblíqua

27) **c) altura da face lateral**
O apótema da pirâmide é o mesmo que:
a) altura da base
b) altura da pirâmide
c) altura da face lateral
d) aresta lateral

28) **a) $c^2 = a^2 + (\frac{b}{2})^2$**

Sendo a o apótema de uma pirâmide, b a aresta da base e c a aresta lateral, temos que:

a) $c^2 = a^2 + (\frac{b}{2})^2$

b) $c^2 = a^2 + b^2$

c) $a^2 = b^2 + c^2$

d) $a^2 = b^2 + (\frac{c}{2})^2$

29) **d) apótema da pirâmide**

Em uma pirâmide a altura da face lateral relativa ao lado da base é chamada de:

a) raio da pirâmide

b) vértice da pirâmide

c) base da pirâmide

d) apótema da pirâmide

30) **a) 85 cm²**

Uma pirâmide quadrada de aresta da base medindo 5 cm e apótema da pirâmide medindo 6 cm, tem área total igual a:

a) 85 cm²

b) 145 cm²

c) 110 cm²

d) 120 cm²

Ícone 7

31) **d) 360 cm²**

Uma pirâmide hexagonal de aresta da base medindo 10 dm e apótema da pirâmide medindo 12 dm, tem área lateral igual a:

a) 720 dm²

b) 120 dm²

c) 240 dm²

d) 360 dm²

32) **c) Três**

Uma pirâmide tem quantas dimensões?

a) Uma

b) Duas

c) Três

d) Quatro

33) **c) do número de arestas da base**
A quantidade de faces laterais de uma pirâmide depende:
a) do número de vértices da pirâmide
b) do comprimento da base
c) do número de arestas da base
d) da altura da pirâmide

34) **a) reta**
Quando as faces laterais da pirâmide são congruentes dizemos que a pirâmide é?
a) reta
b) congruente
c) perpendicular
d) aguda

35) **d) em que base têm arestas congruentes.**
Uma pirâmide regular é aquela:
a) em que as faces laterais são triângulos equiláteros.
b) em que todas as faces têm áreas iguais
c) em que as faces laterais têm arestas congruentes.
d) em que base tem arestas congruentes.

Ícone 8

36) **b) 750 cm³**
Uma caixa de presente tem a forma de uma pirâmide de base quadrada de 15 cm de aresta da base e 10 cm de altura. Qual o volume da caixa?
a) 2250 cm³
b) 750 cm³
c) 1125 cm³
d) 450 cm³

37) **d) octaedro**
Se tivermos duas pirâmides congruentes de bases quadradas e juntá-las pelas bases formando um novo sólido, esse sólido será:
a) ortoedro
b) prisma
c) hexaedro
d) octaedro

38) **c) são iguais.**
Se tivermos duas pirâmides de mesma altura e de mesma área da base, mas uma com base triangular e outra com base hexagonal, podemos dizer em relação a seus volumes que:
a) um é o triplo do outro.
b) um é o dobro do outro.
c) são iguais.
d) um é o quádruplo do outro.

39) **c) poliedro**
A pirâmide é:
a) corpo redondo
b) polígono
c) poliedro
d) uma região plana.

40) **a) altura da pirâmide**
A distância do vértice de uma pirâmide ao plano da base é chamada de:
a) altura da pirâmide
b) apótema da pirâmide
c) raio da pirâmide
d) apótema da base

Ícone 9

41) **b) multiplicar a área da base pela altura e dividir por três.**
Para calcular o volume de uma pirâmide basta:
a) multiplicar a medida da aresta da base pela medida da altura e dividir por três.
b) multiplicar a área da base pela altura e dividir por três.
c) somar a medida da aresta da base com a da altura e multiplicar por três.
d) somar a área da base com a área lateral.

42) **c) ao das faces da pirâmide.**
A quantidade de vértices de uma pirâmide tem valor numérico igual:
a) a quantidade das arestas da base.
b) a quantidade das faces laterais.
c) ao das faces da pirâmide.
c) ao dobro da quantidade de faces da pirâmide.

43) **a) reto ou oblíquo.**
Uma pirâmide pode ser classificada em:
a) reto ou oblíquo.
b) reto ou obtuso.
c) agudo ou obtuso.
d) agudo ou oblíquo.

44) **d) quatro faces.**
O significado da palavra tetraedro é:
a) três faces
b) cinco faces
c) duas faces.
d) quatro faces.

45) **d) polígono.**
O tetraedro não é um:
a) pirâmide.
b) poliedro.
c) sólido.
d) polígono.

Ícone 10

46) **c) menor que a medida da aresta lateral.**
Em uma pirâmide oblíqua a medida de sua altura é:
a) igual à medida da aresta lateral.
b) maior que a medida da aresta lateral.
c) menor que a medida da aresta lateral.
d) diferente da medida da aresta da base.

47) **d) faces laterais com áreas diferentes.**
As pirâmides oblíquas têm como característica:
a) faces laterais perpendiculares à base.
b) arestas laterais congruentes.
c) faces laterais são triângulos equiláteros.
d) faces laterais com áreas diferentes.

48) **b) oblíqua**
Uma pirâmide em que a altura não passa pelo centro do polígono da base, é chamada de:
a) obtusa
b) oblíqua
c) aguda
d) descentralizada

49) **d) em um único ponto.**
Em uma pirâmide, as faces laterais se encontram em quantos pontos?
a) depende do polígono da base.
b) em dois pontos
c) em infinitos pontos
d) em um único ponto.

50) **c) 120 L**
Dado uma pirâmide oblíqua de base quadrada de aresta 6 dm e altura 10 dm, podemos dizer que seu volume é:
a) 20 dm^3
b) 200 dm^3
c) 120 L
d) 1200 L

Perguntas da terceira fase, corpos redondos:

Ícone 01

01) **c) cilindro equilátero**
O cilindro cujo diâmetro da base tem a mesma medida da altura é chamado?
a) cilindro congruente
b) cilindro igualitário
c) cilindro equilátero
d) cilindro regular

02) **c) congruentes**
As bases de um cilindro são:
a) oblíquas
b) congruentes
c) obtusas
d) reflexivas

03) **d) um cilindro**
Girando-se uma região retangular em torno de uma reta que contém um de seus lados obtém-se:
a) um cone
b) um prisma
c) uma esfera
d) um cilindro

04) **a) sólido de revolução**
O cilindro é considerado:
a) sólido de revolução
b) sólido de evolução
c) sólido circular
d) sólido platônico

05) **b) geratrizes**
Em um cilindro, os segmentos paralelos ao eixo cujas extremidades são pontos das circunferências das bases são chamados:
a) apótemas
b) geratrizes
c) medianas
d) diagonais

Ícone 2

6) **b) retangular.**
A superfície lateral planificada do cilindro reto é uma região:
a) quadrada
b) retangular
c) cilíndrica
d) circular

7) **c) $A = 2\pi rh$**
Dado um cilindro de raio da base r e altura h, a medida de sua área lateral é?
a) $A = 2rh$
b) $A = \pi rh$
c) $A = 2\pi rh$
d) $A = \pi r^2 h$

8) **d) $2\pi r^2$**
Dado um cilindro de raio da base r, a medida da área de suas bases é?
a) $A = \pi r$
b) $A = \pi r^2$
c) $A = 2\pi r$
d) $A = 2\pi r^2$

9) **b) $2\pi r(h+r)$**
Dado um cilindro de raio da base r e altura h, a medida de sua área total é?
a) $A = 2rh(\pi+h)$
b) $A = 2\pi r(h+r)$
c) $A = 2\pi r(\pi+h)$
d) $A = 2rh(h+r)$

10) **c) prisma**
O volume do cilindro é obtido da mesma maneira que o volume de que outro sólido?
a) cone
b) pirâmide
c) prisma
d) esfera

Ícone 3

11) **d) $\pi r^2 h$**
Dado um cilindro de raio da base r e altura h, o seu volume é?
a) $V = \pi rh$
b) $V = 2\pi r^2 h$
c) $V = 2\pi rh$
d) $V = \pi r^2 h$

12) **b) reto**
Em um cilindro, para que o eixo, a altura e a geratriz tenham a mesma medida, ele tem que ser?
a) oblíquo
b) reto
c) congruente
d) padronizado

13) **a) altura**
A distância entre os planos das bases de um cilindro é chamada de:
a) altura
b) geratriz
c) eixo
d) raio

14) **d) a geratriz**
Se transformarmos um cilindro reto em oblíquo sem alterar sua altura, o seu elemento que mudará de medida será:
a) o raio da base
b) o diâmetro da base
c) a área da base
d) a geratriz

15) **b) a altura e o eixo**
Em um cilindro oblíquo continuam tendo medidas iguais:
a) a altura e a geratriz
b) a altura e o eixo
c) a geratriz e o raio da base
d) a geratriz e o eixo

Ícone 4

16) **a) a geratriz**
Em um cone reto, o raio do setor circular é:
a) a geratriz
b) a altura
c) o eixo
d) a base

17) **a) $g^2 = h^2 + r^2$**
Em um cone reto, de altura h, geratriz g e raio da base r, têm-se que:
a) $g^2 = h^2 + r^2$
b) $h^2 = g^2 + r^2$
c) $r^2 = g^2 - h^2$
d) $g^2 = h^2 - r^2$

18) **c) as geratrizes têm medidas diferentes**
Em um cone oblíquo:
a) o ângulo entre o eixo e a base é de 90^0
b) a medida da altura é igual à medida da geratriz
c) as geratrizes têm medidas diferentes
d) a geratriz, a altura e o eixo formam um triângulo retângulo.

19) **c) prisma**
Não é considerado um sólido de revolução:
a) cilindro
b) cone
c) prisma
d) esfera

20) **d) $A_L = \pi rg$**
Em um cone de altura h, raio da base r e geratriz g, têm-se que sua área lateral (A_L) é?
a) $A_L = \pi rh$
b) $A_L = \pi hg$
c) $A_L = \pi rhg$
d) $A_L = \pi rg$

Ícone 5

21) **d) $A_B = \pi r^2$**
Em um cone de altura h, raio da base r e geratriz g, têm-se que sua área da base (A_B) é?
a) $A_B = \pi h^2$
b) $A_B = \pi g^2$
c) $A_B = 2\pi r$
d) $A_B = \pi r^2$

22) **a) $A_T = \pi r(g + r)$**
Em um cone de altura h, raio da base r e geratriz g, têm-se que sua área total (A_T) é?
a) $A_T = \pi r(g + r)$
b) $A_T = \pi g(g + r)$
c) $A_T = \pi r(g + h)$
d) $A_T = \pi r(r + h)$

23) **b) V = $\frac{\pi r^2 h}{3}$**
Em um cone de altura h, raio da base r e geratriz g, têm-se que seu volume (V) é?
a) V = $\frac{\pi r h}{3}$
b) V = $\frac{\pi r^2 h}{3}$
c) V = $\frac{\pi r g}{3}$
d) V = $\frac{\pi r^2 g}{3}$

24) **c) a um terço do volume do cilindro**
O volume de um cone de mesma área da base e mesma altura de um cilindro é igual:
a) a metade do volume do cilindro
b) a um quarto do volume do cilindro
c) a um terço do volume do cilindro
d) ao volume do cilindro

25) **a) equilátero**
Todo cone reto que tem a medida da geratriz igual ao dobro da medida do raio da base é chamado de:
a) equilátero
b) perpendicular
c) quadrado
d) reto

Ícone 6

26) **b) altura**
O segmento de reta perpendicular traçado do vértice ao plano da base de um cone é chamado de:
a) eixo
b) altura
c) geratriz
d) raio

27) **a) cone reto**
Em um cone, se o eixo é perpendicular à base, ele é denominado:
a) cone reto
b) cone oblíquo
c) cone retângulo
d) cone obtuso

28) **b) cone oblíquo**
Em um cone, se o eixo não é perpendicular à base, ele é denominado:
a) cone reto
b) cone oblíquo
c) cone retângulo
d) cone obtuso

29) **d) um setor circular**
Em um cone, a planificação da superfície lateral tem a forma de:
a) um círculo
b) um retângulo
c) um quadrado
d) um setor circular

30) **a) sólido de revolução**
O cone é um:
a) sólido de revolução
b) poliedro
c) polígono
d) sólido regular

Ícone 7

31) **b) esfera**
O conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a r de um ponto c, é chamado de:
a) hexaedro
b) esfera
c) círculo
d) tetraedro

32) **a) superfície esférica**
A "casquinha" ou fronteira da esfera é chamada de:
a) superfície esférica
b) superfície circular
c) região esférica
d) região circular

33) **b) sólido de revolução**
A esfera é um:
a) poliedro
b) sólido de revolução
c) polígono
d) sólido regular

34) **d) a seu diâmetro**
O eixo da esfera corresponde:
a) a seu raio
b) a sua geratriz
c) a seu centro
d) a seu diâmetro

35) **c) $A = 4\pi r^2$**
A área de uma superfície esférica é:
a) $A = \pi r^2$
b) $A = 3\pi r^2$
c) $A = 4\pi r^2$
d) $A = 2\pi r^2$

Ícone 8

36) **d) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$**
O volume de uma esfera é?
a) $V = \frac{1}{3}\pi r^3$
b) $V = \frac{2}{3}\pi r^3$
c) $V = \frac{5}{3}\pi r^3$
d) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

37) **b) decímetro quadrado**
Uma esfera poderia ter sua área medida em:
a) metro
b) decímetro quadrado
c) centímetro
d) milímetro cúbico

38) **d) três**
A esfera é um objeto com quantas dimensões:
a) nenhuma
b) uma
c) duas
d) três

39) **c) 21%**
Se aumentarmos o raio de uma esfera em 10%, sua superfície aumentará?
a) 11%
b) 10%
c) 21%
d) 20%

40) **d) 33,1%**
Se aumentarmos o raio de uma esfera em 10%, seu volume aumentará?
a) 10%
b) 11,1%
c) 22,1%
d) 33,1%

Ícone 9

41) **b) multiplicar a área da base pela altura.**
Para calcular o volume de um cilindro basta:
a) multiplicar a medida da aresta da base pela medida da altura.
b) multiplicar a área da base pela altura.
c) somar a medida da aresta da base com a da altura.
d) somar a área da base com a área lateral.

42) **c) tronco do cone**
Se seccionarmos um cone paralelamente à base, formam-se dois novos sólidos, sendo que um será um cone menor e o outro sólido é chamado de:
a) base do cone
b) secção do cone
c) tronco do cone
d) geratriz do cone

43) **a) reto ou oblíquo.**
Um cilindro pode ser classificado em:
a) reto ou oblíquo.
b) reto ou obtuso.
c) agudo ou obtuso.
d) agudo ou oblíquo.

44) **d) 21%**
Se a altura de um cone for mantida e o raio da base aumentado em 10%, seu volume aumentará?
a) 11%.
b) 10%.
c) 20%.
d) 21%.

45) **c) 19%.**
Se a altura de um cone for mantida e o raio da base for reduzido em 10%, seu volume diminuirá?
a) 9%.
b) 10%.
c) 19%.
d) 20%.

Ícone 10

46) **c) o diâmetro da base é igual a sua altura**
Se um cilindro é equilátero, então:
a) o raio da base é igual a sua altura
b) o raio da base é igual a sua geratriz
c) o diâmetro da base é igual a sua altura
d) o diâmetro da base é igual a aresta lateral

47) **d) geratriz igual a altura.**
Os cilindros oblíquos não têm como característica:
a) geratrizes não perpendiculares a base.
b) eixo oblíquo à base.
c) base circular.
d) geratriz igual a altura.

48) **b) o líquido ocupará um terço do volume do copo**
Em um copo cilíndrico será derramado o líquido de um copo cônico. Sabendo-se que o copo cônico está cheio e que os copos tem mesma altura e mesmo raio da base, podemos dizer que:
a) o copo ficará cheio
b) o líquido ocupará um terço do volume do copo
c) o líquido ocupará a metade do volume do copo
d) o líquido ocupará um quarto do volume do copo

49) **d) Ângulos**
Se tornarmos um cone reto em oblíquo mantendo as mesmas dimensões, o que muda?
a) Volume
b) Área
c) base
d) Ângulos

50) **c) 360πL**
Dado um cilindro oblíquo de raio da base medindo 6 dm e altura 10 dm, podemos dizer que seu volume é:
a) $60\pi dm^3$
b) $600\pi dm^3$
c) $360\pi L$
d) $3600\pi L$