Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação e Humanidades
Faculdade de Formação de Professores

Juliana Gonçalves Nunes

A Olimpíada Brasileira de Matemática nível A no município de São Gonçalo: uma proposta de intervenção

São Gonçalo
2020

Juliana Gonçalves Nunes

A Olimpíada Brasileira de Matemática nível A no município de São Gonçalo: uma proposta de intervenção

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Priscila Petito
Coorientadora: Profª. Dra. Marcele Câmara

São Gonçalo
2020

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CEH/D

N972
TESE

Nunes, Juliana Gonçalves.
A Olimpíada Brasileira de Matemática nível A no município de São Gonçalo : uma proposta de intervenção / Juliana Gonçalves Nunes. – 2020.
166f.

Orientadora: Profª. Dra. Priscila Petito.
Coorientadora: Profª. Dra. Marcele Câmara.

Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Formação de Professores.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática - Metodologia - Teses. I. Petito, Priscila. II. Câmara, Marcele. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Formação de Professores. IV. Título

CRB-7 / 6150 CDU 371.3:51

Assinatura Data

Juliana Gonçalves Nunes

A Olimpíada Brasileira de Matemática nível A no município de São Gonçalo: uma proposta de intervenção

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em 30 de outubro de 2020.

Banca Examinadora:

Profª. Dra. Priscila Petito (Orientadora)
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

Profª. Dra. Marcele Câmara (Coorientadora)
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

Profª. Dra. Maria de Fátima Lins Barbosa de Paiva Almeida
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

Prof. Dr. Fabiano dos Santos Souza
Universidade Federal Fluminense

São Gonçalo
2020

DEDICATÓRIA

À minha família, namorado e amigos que estiveram ao meu lado me apoiando durante todo esse trajeto.

Para mim, é impossível existir sem sonho. A vida na sua totalidade me ensinou como grande lição que é impossível assumi-la sem risco.

Paulo Freire

RESUMO

NUNES, J. G. *A Olimpíada Brasileira de Matemática nível A no município de São Gonçalo*: uma proposta de intervenção. 2020. 166 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020.

Considerando a falta de projetos voltados para o primeiro segmento do Ensino Fundamental, principalmente na área de Matemática, elaboramos um plano de ação voltado para professores desse segmento. A questão principal era discutir a viabilidade da execução de um plano de ação para a formação continuada de professores, onde o objetivo é incentivar as práticas de Resolução de Problemas nos anos iniciais, apresentar a proposta de resolução de problemas sugerida por George Pólya e aproximar a OBMEP das atividades regulares de sala de aula. Em 2018, a OBMEP foi estendida para alunos dessa faixa etária com a criação da OBMEP nível A que, sendo bastante recente, faz com que não existam muitas propostas de ações deste tipo disponível. Pensando na perspectiva do professor em sala de aula, elaboramos um material autoexplicativo que pudesse ser utilizado de forma simples, onde selecionamos problemas, atividades e desafios, além de todos os problemas da OBMEP nível A de 2018 e 2019. A ideia não é fazer destas competições uma avaliação como impostura e sim aproveitar o movimento que existe no país para proporcionar a oportunidade de discutir outras formas de apresentar a matemática para os alunos da Educação Básica. As ideias foram propostas em um projeto piloto e mostraram-se bastante promissoras. Neste sentido, este texto visa contribuir para este processo com a elaboração de um material, acompanhado de estratégias de ação, para que professores desenvolvam essas ações em suas escolas.

Palavras-chave: Resolução de problemas. OBMEP Nível A. Ensino da Matemática.

ABSTRACT

NUNES, J. G. *The Brazilian Mathematics Olympiad level A in the municipality of São Gonçalo*: an intervention proposal. 2020. 166 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020.

Considering the lack of projects aimed at the first segment of Elementary Education, mainly in Mathematics area, we have developed an action plan for this segment teachers. The main issue was to discuss the feasibility of implementing an action plan for the continuing education of teachers, where the objective is to encourage Problem Solving practices in the years initials, submit a solving problem proposal suggested by George Pólya and bring OBMEP closer to regular classroom activities.In 2018, OBMEP was extended to students of this age group with the creation of OBMEP level A, being quite recent, so there are not many proposals for actions of this type available. Thinking about the perspective of the teacher in the classroom, we developed a self-explanatory material that can be used in a simple way, where we select problems, activities and challenges, in addition to all the problems of OBMEP level A of 2018 and 2019. The idea is not to make these competitions an assessment as to imposture, but to enjoy the movement that exists in the country to provide an opportunity to discuss other ways of presenting mathematics to students of Basic Education. The ideas were proposed in a pilot project and were very promising. In this sense, this text aims to contribute for this process with the preparation of material, accompanied by an action strategy, for teachers develop these actions in their schools.

Keywords: Problem solving. OBMEP nivel A. Teaching Mathematics.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Terminei minha graduação em Matemática em 2014 na Universidade Federal Fluminense (UFF) e em 2017 iniciei o mestrado na Faculdade de formação de professores (FFP- UERJ) no município de São Gonçalo. Há sete anos trabalho como professora na rede privada sendo dois anos em São Gonçalo. Ao longo desses anos de formação e experiência profissional tenho observado a falta de interesse e motivação dos alunos em resolver problemas, considerando-os apenas como aplicação de conteúdo prévio que muitas vezes não dominam com segurança para utilizá-los na resolução. Entendemos que isso ocorra por alguns motivos como, por exemplo, a ausência deste tipo de abordagem desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O que nos fez ter um olhar diferenciado para a prática da Resolução de Problemas ainda nos anos iniciais. O ponto fundamental de reflexão foi tentar, inicialmente, divulgar este tipo de abordagem, tornando cada professor um possível multiplicador da ideia. Por esse incômodo, tanto meu como das minhas orientadoras, consideramos uma proposta promissora desenvolver um projeto voltado exclusivamente para os professores do primeiro segmento do Ensino Fundamental com este objetivo.

Contrário ao ensino da matemática de forma repetitiva, com ênfase em memorizações e excesso de formalização, tem se observado desde o final da década de 70, a nível mundial, um crescimento dos estudos e investigações sobre a Resolução de Problemas. Muitos foram os pesquisadores que se dedicaram a essa área da Educação Matemática como Dante, Pozo e Onuchic entre outros, sendo George Pólya um dos precursores do tema.

A Resolução de Problemas também tem sido abordada em diversos documentos oficiais, como os PCNs (Paramêtros Curriculares Nacionais) e mais recentemente a BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Os dois tem como principal finalidade nortear os trabalhos dos educadores por todo o Brasil e ambos apontam a Resolução de Problemas como uma das habilidades a ser desenvolvida com os aluno.

A Resolução de Problemas pode ser um dos temas mais difíceis de serem desenvolvidos na sala de aula. As aulas devem ser preparadas cuidadosamente, o que exige uma quantidade maior de tempo nessas preparações, os problemas devem ser bem escolhidos, estes devem ser capazes de motivar e desafiar a curiosidade dos estudantes.

São muitos os objetivos alcançados quando implementamos a prática de Resolução de Problemas. Segundo (DANTE, 1998), desenvolver essa habilidade ajuda os alunos a enfrentar situações novas, equipa os alunos com estratégias de resolução, faz o aluno pensar produtivamente, entre outras. Porém, estão os professores preparados para essa abordagem? E como seria aplicada tal prática em sala de aula? Baseado na heurística de George Pólya, e usando como referência os problemas encontrados na OBMEP Nível A, buscamos junto aos professores, uma forma de intervir e refletir sobre tais perguntas.

Baseada em problemas, a OBMEP (Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) teve sua primeira aplicação em 2005 apenas para alunos da rede pública, a partir do 6° do Ensino Fundamental. Em 2017, a OBMEP se amplia para alunos da rede privada, aumentando consideravelmente o número de inscritos. No ano seguinte, a OBMEP se estende aos alunos do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental, sendo criada a OBMEP nível A.

A primeira OBMEP nível A foi aplicada no dia 30 de outubro de 2018. O munícipio de São Gonçalo (RJ), que necessita de projetos voltados para a edcação básica e onde atuo como professora, inscreveu todas as suas escolas que atendiam a essa faixa etária. Levando em consideração que a OBMEP seria aplicada pela primeira vez para alunos tão jovens e em sua maioria com pouca experiência em resolver problemas, presenciei essa primeira aplicação na Escola Municipal Professora Maria Amélia Areas Ferreira, localizada na cidade de São Gonçalo, no bairro Engenho Pequeno.

Um dos objetivos da OBMEP, de acordo com o próprio site da avaliação (OBMEP, 2020), é estimular e promover o estudo da Matemática. Porém, como não transformá-la em mais uma prova classificatória que distancia ainda mais certos alunos da matemática? Em geral, os problemas da OBMEP são interessantes e desafiadores e poderiam ser utilizados como instrumento metodológico. Isso traria a OBMEP mais constantemente para a sala de aula e não transformaria o dia da aplicação da avaliação em um dia isolado do restante das atividades.

O objetivo principal da pesquisa era saber se seria possível construir esse material e apresentar a heurística de Resolução de Problemas proposta por Pólya. A fim de contribuir para esta discussão, no dia 21 de setembro de 2019, apresentamos um projeto piloto na UERJ. Tínhamos como público alvo os alunos da pedagogia, futuros professoresque não são especialistas na área da Matemática, assim como os professores do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental . Buscávamos incentivar a utilização de problemas em sala de aula através dos problemas da OBMEP, apresentar a heurística de Pólya e debater com esses futuros professores as dificuldades enfrentadas na prática escolar. Foi notório que a ideia proposta é bastante promissora e foi bem recebida.

Após observar a primeira aplicação da OBMEP nível A e debater com os professores nesse projeto piloto, desenvolvemos um material como incentivo as práticas de Resolução de Problemas. Nosso material foi pensado na pespectiva dos professores dos anos iniciais, os problemas e atividades buscam refletir o seu ponto de vista no momento de apresentar um conteúdo. Norteamos nosso material a partir dos problemas da OBMEP nível A e lá encontramos todas as questões de 2018 e 2019 distribuídas em 9 tópicos. Além desses problemas da OBMEP nível A, o material possui atividades, charadas, desafios e problemas de manipulação voltados para os temas abrangidos na OBMEP. Esses problemas buscam desenvolver o raciocínio matemático de forma ativa e despertar o interesse por investigações matemáticas.

Nosso primeiro capítulo é destinado a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBMEP). Na primeira seção do capítulo, apresentamos os objetivos desejados com a aplicação desta avaliação, e a forma com que é estruturada em níveis e fases. Fizemos um breve histórico, onde ressaltamos a expansão da avaliação nos últimos anos, e a recente criação da OBMEP nível A. Na segunda seção, descrevemos a aplicação da primeira OBMEP nível A. Buscamos detalhar como a avaliação foi recebida por alunos e equipe pedagógica, além de todas as adversidades enfrentadas em sua aplicação. Na última seção, analisamos de forma geral as questões da OBMEP, procurando configurá-las como problemas matemáticos. Utilizamos a classificação de problemas, segundo Dante, para destacar as características e particularidades que podem ser observadas em todos os níveis da OBMEP.

No segundo capítulo, apresentamos o método de George Pólya para a Resolução de Problemas. Na primeira seção, descrevemos a metodologia proposta por ele em sua obra *A Arte de Resolver Problemas*. Destacamos a sequência de quatro fases que devem ser consideradas ao resolver um problema e a proposta descrita por ele para ensinar a resolver problemas através de indagações e sugestões que encaminhem o aluno à solução. Essas duas abordagens foram exemplificadas através de um problema resolvido retirado de seu livro. Já na segunda seção, utilizamos o método descrito por Pólya em cinco problemas da OBMEP nível A de 2018 e 2019. Classificamos esses problemas segundo as habilidades da BNCC e apresentamos uma sugestão de resolução para cada problema, orientado pelo método de Pólya descrito na seção anterior.

No terceiro capítulo, buscamos uma aproximação dos problemas da OBMEP com a sala de aula. Não apenas como uma prova avaliativa, mas como um instrumento valioso na Resolução de Problemas. Iniciamos nosso capítulo, descrevendo o projeto piloto que apresentamos na FFP/UERJ para alunos do curso de pedagogia. Na segunda seção, detalhamos o material que havia sido elaborado e que foi utilizado no projeto piloto. Esse material, visava incentivar a resolução de problemas, utilizando a metodologia de Pólya, através dos problemas da OBMEP nível A. A partir das experiências e do que foi observado no projeto piloto, verificamos a necessidade de aprimorar o material utilizado para que se tornasse mais independente e dinâmico. Esse novo material foi descrito na terceira seção deste capítulo. Na quarta seção, apresentamos nossa proposta de intervenção, onde elaboramos um plano de ação, para ser desenvolvido com os professores da rede Municipal de São Gonçalo.

1 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA (OBMEP)

1.1 Histórico OBMEP

Em 2005 foi realizada a primeira Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que contou com a participação de 10,5 milhões de alunos de mais de 31 mil escolas públicas municipais, estaduais e federais de todo o Brasil. A prova foi dirigida aos alunos do 6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e aos alunos do 1°, 2° e 3° ano do Ensino Médio. A partir de 2017, a OBMEP se integra a OBM (Olímpiada Brasileira de Matemática) estendendo a aplicação da prova também para alunos da rede privada. Com isso, em 2017, a prova bateu recorde de inscrições chegando a 53.231 escolas inscritas na primeira fase com 18,2 milhões de alunos.

A OBMEP é um projeto do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e conta com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC).

A prova é dividida em duas fases, a primeira fase é composta por 20 questões de múltipla escolha e a segunda fase por 6 questões discursivas. Cada uma das duas fases possui três níveis, nível 1 destinado aos alunos do 6° e 7° ano do Ensino Fundamental, nível 2 para alunos do 8° e 9° ano do Ensino Fundamental e nível 3 para alunos do Ensino Médio.

De acordo com o próprio site da OBMEP (OBMEP, 2020), a prova possui como objetivos:

- Estimular e promover o estudo da matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Figura 1 - Logotipo OBMEP

Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br>.

Visando estimular e promover o estudo da matemática cada vez mais cedo, a partir de 2018 a OBMEP foi ampliada para alunos do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental. A primeira Olimpíada Brasileira de Matemática, nível A, contou com a participação de mais de um milhão e meio de alunos de 20 mil escolas públicas. Ou seja, além dos níveis 1, 2 e 3, a prova conta agora com o nível A, empenhando-se em despertar nos alunos desde cedo o interesse pela matemática.

Diferentemente dos outros níveis, a OBMEP nível A conta apenas com a primeira fase e, inicialmente, vem sendo aplicada apenas para alunos da rede pública. Em 2018, seu primeiro ano de aplicação, a prova era composta de 20 questões objetivas. A partir de 2019 a prova passou a ser composta por 15 questões objetivas com 5 alternativas, sendo apenas uma correta.

Em uma parceria entre o IMPA e a prefeitura de Nova Iguaçu, ocorreu no dia 30 de agosto de 2018 uma prova piloto para alunos do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental. Nos mesmos moldes da OBMEP, essa aplicação já tinha como objetivo ampliar para todo o Brasil a Olímpiada Brasileira de Matemática para esse nível.

A primeira aplicação da OBMEP nível A ocorreu em 30 de outubro de 2018. A Prefeitura Municipal de São Gonçalo (RJ), junto com a Secretaria de Educação do município inscreveu todas as suas 95 escolas, que possuíam o Ensino Fundamental I para participarem da realização da prova.

Neste trabalho pontuamos diversos benefícios de utilizar os problemas da OBMEP durante as atividades curriculares, porém considerando a OBMEP como uma avaliação externa aplicada em todo o território brasileiro devemos ter cautela com essa abordagem. Primeiramente, em nosso trabalho não estamos interessados em resultados quantitativos desta avaliação, pois esta abordagem desconsidera todo o processo de ensino-aprendizagem, tornando a avaliação externa o foco/fim da aprendizagem e não o meio como estamos propondo. Além disso, estamos lidando com uma prova já reconhecida no país, com questões interessantes e, sendo assim, nossa proposta é utilizar este recurso como aliado, tendo em vista que está presente em grande parte das escolas. Mas é importante salientar que entendemos que a simples aplicação da prova nas escolas tende a reforçar as desigualdades e gerar possíveis desconfortos para professores e alunos que se sintam em condições desfavoráveis para tal. Como é possível observar são muitos os pontos de discussão sobre o tema da avaliação externa o que foge dos objetivos deste trabalho e em (ESTEBAN; FETZNER, 2015) pode ser lido mais sobre o assunto.

1.2 Aplicação da primeira OBMEP nível A

A primeira Olímpiada Brasileira de Matemática nível A, destinada a alunos do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental da rede pública, foi aplicada no dia 30 de outubro de 2018. Nesta data participei da aplicação do exame na Escola Municipal Professora Maria Amélia Areas Ferreira, localizada na cidade de São Gonçalo no bairro Engenho Pequeno.

De acordo com as normas da OBMEP, os responsáveis pela inscrição das escolas são as secretarias de educação de cada município, inscrição que ocorreu entre os dias 11 de setembro e 10 de outubro de 2018. A secretaria de São Gonçalo inscreveu todas as escolas de sua dependência que possuíam 4° e 5° anos do Ensino Fundamental. A inscrição aconteceu mesmo durante o período da greve da educação de São Gonçalo que teve início no dia 30 de julho e só chegou ao fim depois de um acordo com a prefeitura no dia 16 de outubro de 2018.

No dia da aplicação, enquanto os alunos entravam nas salas, surgiu uma indefinição na forma como seria feita a impressão da folha de prova. A diretora não sabia se as provas já estavam na escola ou se deveriam ser impressas por ela e, alguns instantes antes da hora marcada, as provas foram encontradas na biblioteca. É valido ressaltar que é de responsabilidade das secretarias de educação de cada município a impressão e distribuição de todos os itens do material da OBMEP.

As informações gerais foram transmitidas aos alunos pela diretora do colégio, foi informado o tempo de prova, o preenchimento do cartão com as informações do aluno além de ressaltar a importância de resolver as questões de forma adequada. Em seguida, a professora da turma orientou os alunos com as instruções mais específicas da prova, como o preenchimento do cartão resposta e o preenchimento do cabeçalho com as informações do aluno.

Os alunos sentiram dificuldade ao preencher seus dados no início da avaliação, alguns não sabiam sua data de nascimento e tinham dificuldades em escrever seus nomes utilizando letra de forma. Uma parte do tempo foi dedicado pela professora para solucionar esses problemas. Não ocorreram problemas no preenchimento do cartão resposta, os alunos relataram já estarem acostumados pois a Prova Brasil possuía a mesma configuração.

Figura 2 - Aplicação da OBMEP nível A/2018

Fonte: O autor, 2019.

No turno da tarde, a prova teve início efetivamente às 14 horas e uma parte dos alunos começou a entregar por volta de 14 horas 30 min e às 15 horas todos os alunos já haviam terminado. No fim da prova, conversando com alguns alunos sobre a dificuldade das questões, a maior parte relatou que a prova estava entre fácil e médio. Porém, isso não foi verificado durante a realização da prova, os alunos sentiram dificuldade na interpretação de algumas questões assim como em alguns comandos. A professora foi solicitada em vários momentos por alguns alunos.

A OBMEP é a maior competição escolar do mundo. São muitos os riscos em incluir alunos tão jovens em uma avaliação de grande escala como esta. Ao acompanhar a aplicação desta primeira OBMEP nível A, o objetivo era verificar o comportamento das crianças ao lidar como uma prova composta em sua maioria de problemas. E além disso, entender como a avaliação seria explorada pela escola, ou seja, se seria utilizada como um instrumento metodológico ou apenas como mais uma prova avaliativa.

A OBMEP não pode ser observada como mais uma avaliação externa excludente e focada em resultados. De acordo com Libâneo, avaliar é “um processo de acompanhamento sistemático de desempenho escolar dos alunos em relação aos objetivos, para sentir o seu progresso, detectar as dificuldades, retomar a matéria quando os resultados não são satisfatórios" (LIBÂNEO, 1994). Avaliar quantitativamente e não qualitativamente, segundo (PERRENOUD, 1999) "não informa muito como se operam a aprendizagem e a construção dos conhecimentos na mente de cada aluno, ela sanciona seus erros sem buscar os meios para compreendê-los e para trabalhá-los.".

Conversando com a professora da turma, percebi que não seria realizado um trabalho posterior a avaliação. Os resultados foram observados apenas como uma forma classificatória e a prova se tornaria algo independente dos trabalhos desenvolvidos durante o restante do ano letivo. Além disso, mesmo notando a dificuldade de alguns alunos em resolver problemas, não foi notado um interesse em desenvolver essa habilidade durante as aulas.

De acordo com o passo a passo entregue a todas as escolas participantes, a responsabilidade pela correção das provas seria da própria escola. A máscara de correção, espécie de gabarito que facilita a correção de questões de múltipla escolha, constava no material enviado pelas secretarias. E a responsabilidade de estabelecer, definir e providenciar a premiação dos alunos com melhor desempenho seria das secretarias de cada município.

O objetivo da Secretaria municipal de Educação de São Gonçalo, inicialmente, é incentivar a participação dos alunos, além de estimular o gosto pela Matemática, sem foco em resultados. Esta foi a opção feita nestas primeiras experiências com a OBMEP nível A, não fazer a correção e estabelecer premiação. Por esse motivo não foi realizado um levantamento dos dados e dos resultados obtidos pelos alunos nessa primeira OBMEP nível A.

Como descrito neste trabalho, nas experiências iniciais da Prefeitura municipal de São Gonçalo, não era esperado que houvesse grande articulação entre a OBMEP e o plano pedagógico das escolas. Na primeira OBMEP nível A aplicada, em 2018, o cenário escolar no município era delicado em um ano com uma longa greve. É importante ressaltar que a iniciativa de participar da OBMEP nasceu a partir das ações de um dos professores da rede municipal, Jean Carlo da Silva Cordeiro que fazia este trabalho nas escolas que atuava. Percebendo que os alunos passavam a lidar com a Matemática de forma diferente nestas escolas e após insistentes propostas do professor Jean, a Secretaria Municipal de Educação resolveu desenvolver estas ações em todo município. Entretanto, esta iniciativa chegou como algo imposto pela secretaria, sem que entendessem muito sobre este processo de construção do projeto ou sobre a própria OBMEP nível A, uma vez que a OBMEP era popular até então somente entre os profissionais que atuavam no segundo segmento do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

1.3 Análise geral das questões da OBMEP

Muitas questões da OBMEP são voltadas para a resolução de problemas. Mas o que configura um problema matemático? São muitos os autores que se dedicam ao tema. Para (VILA; CALLEJO, 2006) se configura um problema "...uma situação que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la.". Já para (SILVEIRA, 2001) um problema matemático "é toda situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para quem tenta resolvê-lo, e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado."

Os problemas são classificados em seis diferentes tipos segundo (DANTE, 1998):

- Exercício de reconhecimento: são exercício onde o aluno necessita lembrar de um conceito específico. Desenvolver uma definição ou uma propriedade previamente aprendida.
- Exercícios de algoritmos: são exercícios onde o aluno apenas resolve um algoritmo específico já visto anteriormente.
- Problemas padrão: são problemas que não necessitam de estratégias de resolução, apenas a aplicação de um algoritmo, que aparece de forma clara no enunciado.
- Problemas-processo ou heurísticos: são problemas que não se resolvem de imediato, precisa-se de uma estratégia de resolução. Os algoritmos utilizados não estão escritos de forma clara no enunciado.
- Problemas de aplicação: são chamados de situações-problemas, retratam algum problema real do dia a dia que seja necessário o uso da matemática como forma de resolução.
- Problemas de quebra-cabeça: são em geral jogos e atividades práticas, constituem a matemática recreativa. Precisam de um pouco de sorte e dedicação para resolvê-los.

A maior parte dos problemas da OBMEP se enquadram, segundo a classificação de Dante, em problemas-processo ou heurísticos. São problemas que não possuem uma solução imediata, requerem uma estratégia de resolução. O problema da Figura 3 apresenta algumas dessas características e foi retirado da primeira fase da OBMEP nível 1 de 2017.

Podemos observar que o problema nem mesmo apresenta objetos numéricos, a comparação entre os sólidos é feita através das representações das balanças. A solução é

Figura 3 - OBMEP 2017, nível 1

Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

encontrada depois de investigar cada uma das informações que cada balança apresenta. Não existe um algoritmo claro que resolva o problema, nem mesmo é um algoritmo que irá resolvê-lo.

Nas duas balanças da direita, percebemos que o sólido laranja é mais pesado que o verde e que o sólido azul é mais pesado que o vermelho, pois as balanças penderam para baixo nesses lados. Na primeira balança, em equilibrio, observamos que o sólido vermelho possui o mesmo peso que os sólidos amarelo e laranja juntos. Ou seja, ambos os sólidos são mais leves que o sólido vermelho. Dessa forma, teríamos os três pesos mais leves: verde, laranja, amarelo. Os mais pesados seriam os pesos azul e vermelho, onde sabemos que o azul é o mais pesado. A resposta correta seria o item A.

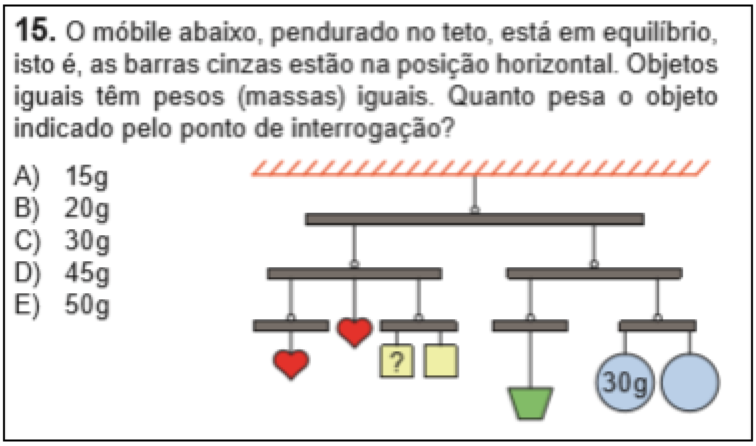
Quando apresentados da maneira correta, os problemas da OBMEP podem ser capazes de aguçar a curiosidade dos alunos, tornando a busca pela solução algo até mesmo prazeiroso. Para Pólya, um bom problema possui essa eficácia.

> O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. (PÓLYA, 1995)

Porém, se o aluno for submetido a sujeito passivo no processo de aprendizagem por meio da metodologia de resolução de problemas, não se sentirá desafiado, não desenvolverá seu criatividade e muito menos sentirá o prazer de descobrir a solução. É necessário que o aluno investigue as informações do problema, precisa de tempo para compreender e querer resolvê-lo, e mais tempo ainda para que uma boa ideia lhe ocorra.

O exemplo da Figura 4 segundo as classificações de Dante, se enquadraria em problemas-processo ou heurístico ou, dependendo da maneira apresentada, um problema

Figura 4 - OBMEP/2019, nível A



Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

de quebra-cabeça. Sendo desafiado a resolvê-lo, o fará quase de forma recreativa. Retirado da OBMEP nível A de 2019, o único objeto numérico que aparece é o peso da bola azul.

Apenas através da figura, retiramos as seguintes informações:

- Todas as barras pequenas estão equilibradas, assim como a barra maior as barras de tamanho médio.
- O objeto verde possui o mesmo peso de duas bolas azuis.
- Um coração possui o mesmo peso de dois objetos amarelos.
- O peso de dois corações mais o peso de dois quadrados amarelos é o mesmo do objeto verde mais duas bolas azuis.

Logo, o objeto verde pesa 60 gramas. Todos os objetos do lado direito (2 bolas azuis e 1 objeto verde) da figura pesam juntos 120 gramas, o que pelo equilibrio da balança faz com que todos os objetos do lado esquerdo (2 corações e 2 quadrados) também pesem 120 gramas. Como um coração pesa o mesmo que dois quadrados, o lado esquerdo pesa o mesmo que 6 quadrados. Dessa forma, como 6 quadrados pesam 120 gramas, um quadrado pesará 20 gramas. Letra B.

A solução desses problemas envolvem etapas que não estão descritas no enunciado, é necessário uma estratégia para resolvê-los. Porém, será possível ensinar boas estratégias de resolução de problemas? No capítulo a seguir utilizaremos a heurística apresentada por Pólya no livro *"How to Solve it"* de 1978, como forma de responder essa pergunta.

2 UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE PÓLYA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA OBMEP

2.1 George Pólya

George Pólya foi um matemático húngaro reconhecido por seus trabalhos em diversas áreas da matemática, incluíndo educação matemática. Foi levando em consideração experiências pessoais em sua fase estudantil que obteve um olhar diferenciado para a Resolução de Problemas.

Acreditava que resolver problemas deveria ser uma das habilidades desenvolvidas com os alunos em sala de aula. Por isso, desde o ínicio de sua carreira, dedicou-se a Resolução de Problemas como uma metodologia, que além de despertar o interesse pela Matemática, também seria capaz de deixar marcas significativas no processo de ensino-aprendizagem.

Em 1945, George Pólya publicou o livro *"How to Solve it"*, conhecido em português como *"A Arte de Resolver Problemas"'*. Neste livro, Pólya sugere quatro etapas no momento de resolver um problema, são elas:

- Compreensão do problema;

  Primeiramente só resolve um problema quem é capaz de compreender seu enunciado e, quando se trata de alunos muito jovens, essa é uma fase de grande importância. Só se interessará pelo problema quem de fato compreendê-lo e quem for capaz de indentificar o que está sendo questionado. Nesta fase o professor auxilia na interpretação do enunciado do problema, e discretamente destaca as partes principais que serão proveitosas na resolução.

  Pórem, além de compreender o problema, para Pólya este é o momento de apresentá-lo, e um tempo deverá ser investido neste etapa. O professor deverá aguçar a curiosidade do aluno, despertar seu interesse pelo problema, discutir junto com eles as informações principais.

  > Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado a uma apresentação natural e interessante.(PÓLYA, 1995)

  Quanto mais familiarizado com o problema e mais motivado em resolvê-lo ele estiver, mais opções de resolução ele encontrará e consequentemente chegará mais facilmente a solução. Só depois de constatado que todos compreenderam e estão decididos e motivados a obter a solução poderemos partir para a próxima fase.

- Estabelecimento de um plano

  Esta etapa configura-se pela elaboração de um plano que resolva tal problema. Neste momento o aluno precisa buscar na memória algum problema correlato que já tenha resolvido anteriormente, dessa forma, poderia utilizar algum resultado já obtido ou aproveitar algum método utilizado em problemas anteriores. Para estabelecer esse plano de ação, é importante planejar os cálculos que realizará e se necessário construir uma figura ou um esquema que auxilie na resolução.

  Para Pólya, este é o momento principal da resolução, pois é a ideia que resolve o problema e esta poderá surgir de uma maneira rápida e inesperada ou depois de várias tentativas sem sucesso. Para ele, cabe ao professor possibilitar que surjam tais ideias.

> A melhor coisa que pode um professor fazer pelo seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa. As indagações e sugestões que passamos a discutir tendem a provocar tal ideia. (PÓLYA, 1995)

- Execução do plano

  Com o plano elaborado, este é o momento da execução de tal plano. Quando bem elaborado, em geral, não espera-se que o aluno tenha problemas nesta etapa. Mas se a elaboração do plano, na segunda etapa, contiver muitas influências externas, ou seja, se grande parte do plano foi assumido como verdade pelo aluno, este poderá encontrar dificuldades na execução do plano, o que poderá levar ao desinteresse e consecutivamente ao abandono das tentavivas.

- Retrospecto

  Terminado o problema, encontrada a solução, temos ainda uma importante etapa pela frente. Partindo para o próximo problema sem uma análise do que foi realizado perderá uma proveitosa parte do processo. O estudante precisará analisar os procedimentos utilizados e os resultados obtidos, cabe ao professor incentivar essa etapa do processo. Para Pólya esta é uma fase de grande importância, quando bem desenvolvida é o momento de consolidação do conhecimento e poderá assim aperfeiçoar sua capacidade de resolver problemas.

> Examine o método que o levou à resolução, para caracterizá-lo e utilizá-lo em outros problemas. Examine o resultado e procure utilizá-lo em outros problemas. (PÓLYA, 1995)

Vale ressaltar que seguindo essas quatro etapas que acabamos de descrever, a solução obtida não será o mais importante de todo o trabalho. O caminho percorrido terá o mesmo ou maior valor. Dessa forma o problema terá sido explorado em suas diversas formas de resolução, desenvolvendo estratégias e incentivando o espírito investigativo. O aluno desempenhará a maior parte do trabalho, enraizando de forma mais eficaz os conceitos desenvolvidos e gerando o gosto pelo trabalho independente.

Além dessas quatro etapas, outro ponto de destaque em seu livro A Arte de Resolver Problemas são as indagações sugeridas no momento de apresentar um problema. Essas indagações consistem em perguntas elaboradas pelos professores que naturalmente encamihem o estudante à solução do problema. Essas perguntas deverão ser simples e naturais e devem acontecer no desenrolar das quatros etapas já discutidas acima. Dessa forma, não estaríamos ensinando a resolver um problema específico e sim a elaborar as próprias estratégias de resolução de um problema, seja ele qual for.

No exemplo que segue, retirado do livro A Arte de Resolver Problemas (PÓLYA, 1995), são observadas as indagações sugeridas por Pólya e as quatro fases sendo desenvolvidas.

***Problema**: Calcular a diagonal de um paralelepípedo retângulo do qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura.*

1. *Compreensão do problema*

   — *Qual é a incógnita?*
   — *O comprimento da diagonal de um paralelepípedo.*
   — *Quais são os dados?*
   — *O comprimento, a largura e a altura do paralelepípedo.*
   — *Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?*
   — x.
   — *Quais as letras que escolheria para o comprimento, a largura e a altura?*
   — a, b *e* c.
   — *Qual é a condicionante que relaciona* a, b *e* c *com* x*?*
   — x *é a diagonal do paralelepípedo no qual* a, b *e* c *são, respectivamente, o comprimento, a largura e a altura.*
   — *Trata-se de um problema razoável? Ou seja, a condicionante é suficiente para determinar a incógnita?*
   — *Sim, ele é razoável. Se conhecermos* a, b *e* c*, conheceremos o paralelepípedo. Se o paralelepípedo ficar determinado, a sua diagonal também o ficará.*

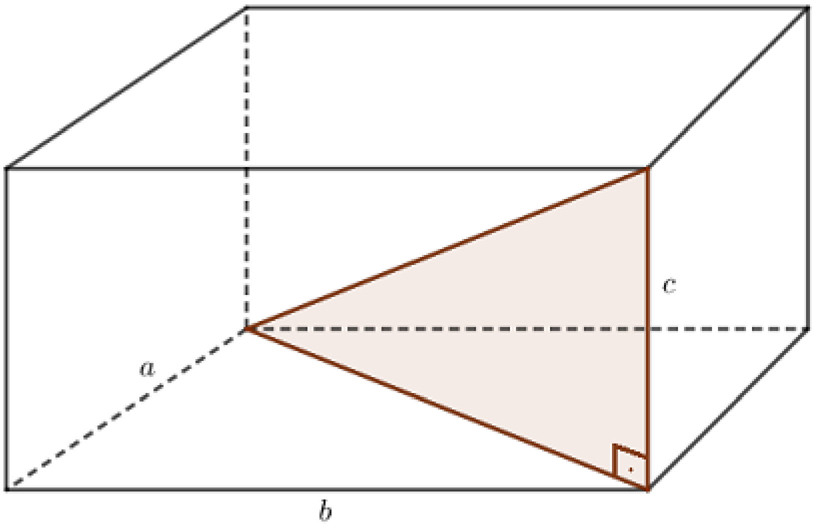
2. *Estabelecimento de um plano:*

— *Conhece um problema correlato?*
— *.....*
— *Então, qual é a incógnita?*
— *A diagonal de um paralelepípedo.*
— *Conhece algum problema que tenha a mesma incógnita?*
— *Não. Ainda não resolvemos nenhum problema em que entrasse a diagonal de um paralelepípedo.*
— *Conhece algum problema que tenha uma incógnita semelhante?*
— *.....*
— *Repare, a diagonal é um segmento, um segmento de reta. Nunca resolveu um problema cuja incógnita fosse o comprimento de uma linha?*
— *Claro que já resolvemos desses problemas. Por exemplo, calcular um lado de um triângulo retângulo.*
— *Está certo. Eis um problema relacionado já resolvido. É possível utilizá-lo?*
— *.....*
— *Teve sorte de se lembrar de um problema relacionado ao seu e que já resolveu antes. Não gostaria de o utilizar? É possível introduzir algum elemento auxiliar para possibilitar a sua utilização?*
— *.....*
— *Olhe aqui, o problema de que se lembrou refere-se a um triângulo. Há algum triângulo na sua figura?*
— Não gostaria de ter um triângulo na figura?
— Que tipo de triângulo gostaria de ter na figura?
— Não pode ainda calcular a diagonal, mas já disse que é capaz de calcular o lado de um triângulo. Então, o que fará agora?
— Poderia calcular a diagonal se ela fosse o lado de um triângulo?

Quando afinal, com ajuda maior ou menor, os estudantes conseguirem introduzir o elemento auxiliar decisivo, que é o triângulo retângulo em destaque na Figura 5, o professor deverá estar convicto que seus alunos vêem bastante adiante, antes de encorajá-los a passar aos cálculos.

— *Acho que foi uma boa ideia traçar aquele triângulo. Agora tem um triângulo, mas a incógnita?*
— *A incógnita é a hipotenusa do triângulo. Podemos calculá-la pelo teorema de Pitágoras?*

Figura 5 - Figura do aluno



Fonte: O autor, 2019.

— *Sim, se forem conhecidos os dois catetos. Mas não são?*
— *Um cateto é dado, é c. O outro, parece que não é difícil de achar. Sim, o outro cateto é a hipotenusa de um outro triângulo rectângulo.*
— *Muito bem! Agora vejo que já tem um plano.*

3. *Execução do plano:*

Ele percebe o triângulo do qual a incógnita x é a hipotenusa e a altura dada c é um dos catetos; o outro cateto é a diagonal de uma face. Deve-se, possivelmente, insistir para que o estudante adote uma notação apropriada. Ele deve escolher y para denotar o outro cateto, que é a diagonal da face cujos lados são a e b. Assim conseguirá perceber com maior clareza a ideia da resolução, que consiste em introduzir um problema auxiliar cuja incógnita será y. Por fim, calculando um triângulo após outro, ele poderá chegar a ver a Figura 5.

.

$x^2 = y^2 + c^2$

$y^2 = a^2 + b^2$

e daí, eliminando a incógnita auxiliar y:

$x^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

O professor não terá motivo de interromper o aluno se este executar correctamente as operações, a não ser, possivelmente, para alertá-lo de que deverá verificar cada passo. Assim, o professor pode argumentar.

— *É possível perceber claramente que o triângulo de lados x, y e c é retângulo?*

O estudante a isto poderá responder honestamente "Sim, é", mas é possível que ele fique muito embaraçado se o professor, não contente com a convicção intuitiva do aluno, continuar a inquirir:

— *Pode então demonstrar que o triângulo é retângulo?*

Por isso, é melhor que o professor não faça esta pergunta até que a turma tenha uma boa base de Geometria Espacial. Mesmo neste caso, há o risco de que a resposta a uma pergunta incidental se torne a dificuldade principal para a maioria dos alunos.

4. *Retrospecto:*

Os estudantes tinham finalmente chegado à solução: se as três arestas de um paralelepípedo retângulo, que se originam num mesmo vértice, são a, b e c, a diagonal será:

$x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

— *É possível verificar o resultado?*
— *Utilizou todos os dados?*
— *Todos os dados aparecem na sua fórmula que exprime a diagonal?*
— *O comprimento, a largura e a altura desempenham funções no nosso problema; este é simétrico em relação a a, b, e c. A expressão obtida para a diagonal será simétrica em relação a a, b, c? Ela permanecerá inalterada quando a, b e c forem permutados entre si?*
— *O nosso problema é de Geometria Espacial: calcular a diagonal de um paralelepípedo de dimensões dadas a, b e c. Ele é análogo a outro problema da Geometria*

Plana: calcular a diagonal de um retângulo de dimensões dadas a e b. O resultado do nosso problema "espacial" será análogo ao resultado do problema "plano"?
— Se a altura c decrescer até se anular, o paralelepípedo transformar-se-á num paralelogramo. Se fizer $c = 0$ na sua fórmula, obterá a fórmula correta para a diagonal de um paralelogramo retângulo?
— Se a altura c crescer, a diagonal também crescerá. A sua fórmula mostra isto?
— Se todas as três dimensões do paralelepípedo crescerem numa determinada proporção, a diagonal também crescerá nessa mesma proporção. Se, na sua fórmula, substituir a, b e c por 12a, 12b e 12c, respectivamente, a expressão da diagonal, devido a essa substituição, também deverá ficar multiplicada por 12.
Estará certo isto?
— Se a, b e c estiverem expressos em metros, a fórmula fornecerá a diagonal também em metros. Mas se mudar todas as medidas para centímetros, a fórmula deverá continuar válida. Estará certo isto?

Lembrando que, como ele mesmo ressalta, esse método de questionar não deverá ser um método engessado, as perguntas podem variar e se moldar de acordo com as necessidades encontradas.

> Este método de questionar não é rígido. E ainda bem, pois, nestes assuntos, qualquer procedimento rígido, mecânico, pedante, será forçosamente prejudicial. O nosso método permite uma certa elasticidade e variação, admite abordagens diversas, pode e deve ser aplicado de tal maneira, que as questões apresentadas pelo professor possam ter ocorrido ao próprio aluno. (PÓLYA, 1995)

Neste sentido, fundamental reconhecer o espaço e saber escolar, as características da turma e escolher bem os problemas para desenvolver de forma satisfatória os passos da metodologia proposta. Não acreditamos na OBMEP como uma prova avaliativa, classificatória e excludente, dessa forma a avaliação não estaria alcançando seus objetivos iniciais. Os problemas que podem ser encontrados em seu banco de questões se configura um material variado que aborda diversos temas. Uma proposta seria utilizar esse material em sala de aula, como apoio para metodologia de Resolução de Problemas. Porém, apenas resolver esses problemas em paralelo com outras atividades ou apenas para fixar conteúdos não apresentaria grandes benefícios. Selecionamos alguns problemas da OBMEP nível A dos anos de 2018 e 2019 para aplicarmos a heurística de Pólya como proposta de abordagem desses problemas em sala de aula.

2.2 Resolução das questões da OBMEP 2018/2019 nível A segundo Pólya e classificação segundo as habilidades da BNCC

A Resolução de Problemas tem sido presente em diversas reformas curriculares como nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

> Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1997)

E mais recentemente com a criação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Neste documento normativo que determina os pilares da Educação Básica regular, a Resolução de Problemas está inserida em diversas partes do documento. Inicialmente, o tema é tratado tanto nas competências gerais que os alunos devem desenvolver ao longo de todas as três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio) como nas competências específicas da área de matemática. A resolução de problemas é abordada na segunda competência geral da seguinte forma:

> 2 - Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018).

Uma das dez competências específicas da matemática para o Ensino Fundamental propõe:

> 6 - Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2018).

A BNCC possui um sequenciamento das aprendizagens que é expresso através de um código. Esse código, é composto por 8 caracteres e possui a seguinte configuração EF05MA19.

- O primeiro par de letras indica a etapa de Ensino (EI - Educação Infantil, EF - Ensino Fundamental e EM - Ensino Médio).
- O primeiro par de números indica o ano ou o bloco de anos a que se refere a aprendizagem ou habilidade. Para representar um bloco de anos, o primeiro número deve corresponder ao primeiro ano do bloco e o segundo número o último ano do bloco referido, exemplo EF15, representa do 1° ao 5° do Ensino Fundamental.

- O segundo par de letras é uma abreviação do componente curricular ou da área e cada disciplina possui sua abreviação.
- O segundo par de números indica a posição da aprendizagem ou da habilidade na numeração sequencial do ano (ou bloco de anos).

Nosso exemplo, apresentado anteriormente EF05MA19, corresponde a habilidade 19 da disciplina de matemática, para o 5° ano do Ensino Fundamental.

A seguir, aplicamos a heurística de Pólya em cinco problemas que foram selecionados da OBMEP nível A de 2018 e 2019. Apresentamos uma sugestão de peguntas e respostas para cada problema que direcionem o aluno na resolução do problema. Cada pergunta realizada pelo professor é direcionada pela resposta anterior do aluno, como no exemplo de Pólya apresentado anteriormente, portanto impede que os exemplos abaixo sejam aplicados de forma mecânica.

1. Questão 8/2018

    - Classificação segundo as habilidades da BNCC:

      (EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

    - Uma proposta de resolução dos problemas da OBMEP nível A baseada na heurística de George Pólya:

        - O que estamos procurando?
          R: Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz.

        - Neste ano, em qual dia da semana foi o aniversário de Antônio?
          R: Domingo.

        - Quantos dias depois do aniversário de Antônio será o aniversário de Beatriz?
          R:17 dias depois.

        - Quantos são os dias da semana?
          R: sete dias.

Figura 6 - OBMEP 2018/Questão 8

8. Beatriz faz aniversário 17 dias depois de seu colega Antônio. Neste ano o aniversário de Antônio será domingo. Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz?

A) Sábado
B) Domingo
C) Segunda-feira
D) Terça-feira
E) Quarta-feira

Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

Vamos pensar em um problema correlato.

– Se hoje é uma quinta-feira dia 20, na próxima quinta-feira será dia?
R: $20 + 7 = 27$, dia 27.

– Se o aniversário de Antônio foi domingo, sete dias depois também será domingo?
R: Sim.

– E 14 dias depois do aniversário de Antônio?
R: Também será um domingo.

– 17 dias depois terá se passado quantas semanas completas?
R: Duas semanas.

– E sobrou quantos dias?
R: Três dias.

– O que podemos fazer para determinar que dia da semana será o aniversário de Beatriz?
R: Duas semanas depois do aniversário de Antônio será um domingo, agora basta determinamos que dia será 17 dias depois.

Elaborado um plano de ação, poderá executá-lo.
R: 14 dias depois será um domingo, dessa forma três dias depois será uma quarta-feira.

Encontrado o resultado do problema, não deixe de consolidar tal aprendizado explorando o problema de outras formas.

- Se Antônio fez aniversário no domingo, a cada sete dias será qual dia da semana?
  R: A cada sete dias teremos um domingo.

- Pensando nos múltiplos de sete, a cada 7, 14, 21, 28, 35... dias, teremos qual dia da semana?
  R: Um domingo.

- E quando não for um múltiplo de sete, como procederemos? Lembre do problema que acabamos de resolver.
  R: Devemos determinar o número de semanas completas que se passaram, em seguida determinar a quantidade de dias que faltam.
  Seria interessante sugerir que eles pensem no múltiplo de sete mais próximo do número que queremos.

- E 39 dias depois será que dia da semana?
  R: O múltiplo de sete mais próximo é o 35, logo se passaram cinco semanas e quatro dias. Será uma quinta-feira.

  Letra E

2. Questão 12/2018

   - Classificação segundo as habilidades da BNCC:

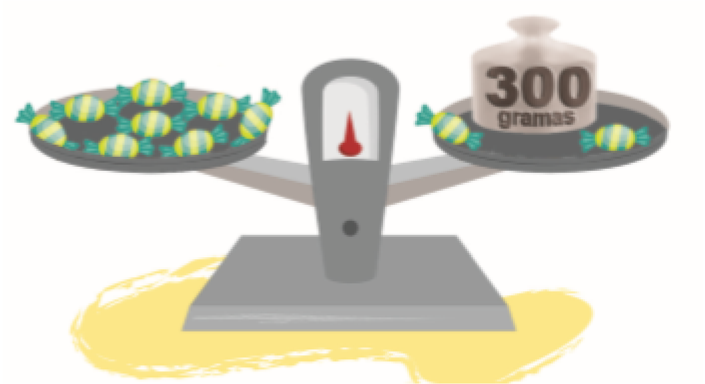
     (EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

   - Uma proposta de resolução dos problemas da OBMEP nível A baseada na heurística de George Pólya:

     - O que estamos procurando?
       R: O peso de cada bombom.

Figura 7 - OBMEP 2018/Questão 12

12. Os 10 bombons da balança têm o mesmo peso. Quantos gramas pesa cada um?



A) 40
B) 50
C) 60
D) 80
E) 100

Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>

- O que significa a balança estar equilibrada? Primeiramente é importante que o aluno identifique a importância da balança, a balança equilibrada significa que os objetos nos dois lados possuem o mesmo peso.

- Quantos bombons há no lado esquerdo da balança?
  R: Oito bombons.

- Todos têm o mesmo peso?
  R: Sim (essa informação é obtida no texto da questão).

- Quantos e quais objetos há no lado direito da balança?
  R: Dois bombons e um peso de 300 gramas.

- Se retirarmos a mesma quantidade de bombons de cada lado, a balança continuará equilibrada?
  R: Sim.

- Se retirarmos dois bombons de cada lado, quais objetos teríamos em cada prato?
  R: Teríamos seis bombons de um lado e do outro o peso de 300 gramas.

- O que isso significaria?
  R: Que seis bombons juntos pesariam 300 gramas.

  Agora você já poderá executar seu plano.
  R: Como cada um dos bombons tem o mesmo peso $300 : 6 = 50$, cada um deles pesa 50 gramas.

- E se não tivéssemos a informação que os 10 bombons tem o mesmo peso, seria possível encontrarmos o peso de cada um deles?
  R: Para esse problema não seria possível.

- Se o peso de 300 gramas fosse retirado do prato da direita, a balança continuaria equilibrada?
  R: Não.

- O que aconteceria com a balança?
  R: O prato da direita subiria, pois estaria mais leve.

  Letra B

3. Questão 14/2018

   - Classificação segundo as habilidades da BNCC:

     (EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.

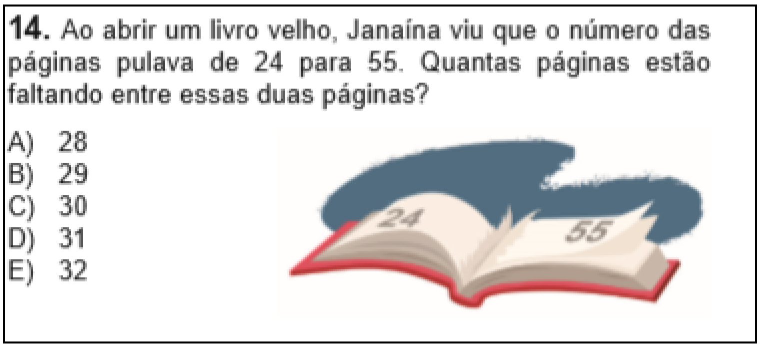
   - Uma proposta de resolução dos problemas da OBMEP nível A baseada na heurística de George Pólya:

     - O que estamos procurando?
       R: O número de páginas entre a página 24 e a página 55.

     - Nessa contagem, devemos incluir as páginas 24 e 55?
       R: Não, apenas as páginas entre elas.

     - Vamos pensar em um problema correlato: Em uma fila com sete pessoas, a primeira recebe uma ficha de número 3, a segunda uma ficha de número

Figura 8 - OBMEP 2018/Questão 14



14. Ao abrir um livro velho, Janaína viu que o número das páginas pulava de 24 para 55. Quantas páginas estão faltando entre essas duas páginas?

A) 28
B) 29
C) 30
D) 31
E) 32

Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

quatro, assim por diante até que a última receba uma ficha de número sete. Seguindo o pensamento utilizado acima, teremos quantas pessoas entre a primeira e a última pessoa dessa fila? Se preferir faça um esquema da situação apresentada.
R: Três pessoas.

– Como deveríamos proceder para determinar esse resultado de outra maneira sem utilizar um esquema?
R: $7 - 3 = 4$?

– Esse resultado estaria correto?
R: Não.

– A subtração entre dois números significa que das sete pessoas dessa fila, retiramos as três primeiras. Ou seja, nessa fila não retiramos a sétima pessoa, apenas retiramos a terceira.
R: Por isso, o resultado encontrado é uma unidade a mais do que sabemos ser o resultado correto.

– Correto, como procederemos?
R: Faremos a subtração e retiraríamos uma unidade.

– Agora poderá executar seu plano com o problema inicial.
R: $55 - 24 = 31$, Retirando uma unidade $31 - 1 = 30$.

– Resposta correta. Como devemos proceder para determinar o número de objetos entre dois objetos em uma sequência numérica?

R: Fazemos a operação de subtração entre os dois objetos do extremo e retiramos uma unidade.

- Se o objetivo fosse tirar cópias da página 24 até a 55. Essas duas páginas entrariam na contagem?
  R: Sim.

- Como procederíamos?
  R: $55 - 24 = 31$.

- Novamente essa subtração representaria que dos 55 objetos retiramos os 24 primeiros, ou seja, esse resultado não contaria com o objeto 24. Como devemos contar esse objeto, como devemos proceder?
  R: Podemos somar uma unidade ao resultado, $31 + 1 = 32$
  Neste momento, proponha que o aluno escreva as duas conjecturas que acabou de realizar.
  R: Para determinar o número de objetos entre dois objetos em sequência, fazemos a operação de subtração e em seguida retiramos uma unidade. Para determinar o número de objetos de um número até outro em sequência, fazemos a operação de subtração e adicionamos uma unidade ao resultado.

  Letra C

4. Questão 8/2019

   - Classificação segundo as habilidades da BNCC:

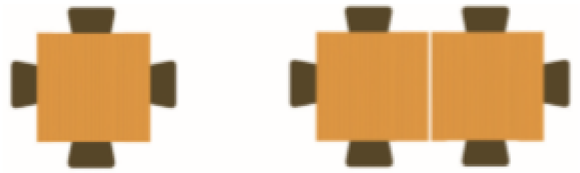
     (EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.

   - Uma proposta de resolução dos problemas da OBMEP nível A baseada na heurística de George Pólya:

     - Quantas cadeiras cabem ao redor de cada mesa?
       R: Quatro cadeiras.

Figura 9 - OBMEP 2019/Questão 8

8. As mesas da cantina da escola são quadradas, e ao redor de cada uma delas cabem quatro cadeiras, como mostra a figura da esquerda. Quando duas mesas estão juntas, há lugar para 6 cadeiras, como na figura à direita.



Para a festa do dia das crianças, as professoras juntaram as 10 mesas que havia na cantina, formando uma única mesa comprida. Quantas cadeiras puderam ser colocadas ao redor dessa mesa comprida?

A) 20
B) 22
C) 30
D) 32
E) 40

Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

– Porém, o que acontece quando juntamos duas mesas em relação ao número de cadeiras?
R: Só cabem seis cadeiras.

– O que queremos determinar?
R: O número de cadeiras ao redor de mesa comprida com 10 mesas lado a lado.

– Na figura da direita, com duas mesas. Quantas cadeiras ficam na lateral e quantas ficam na cabeceira?
R: Quatro cadeiras na lateral e duas na cabeceira.

– Juntando cada vez mais mesas, o número de cadeiras na cabeceira irá se alterar?
R: Não, serão sempre duas cadeiras na cabeceira.

– E o número de cadeiras na lateral?
R: Esse vai depender do número de mesas dispostas.

– Como irá proceder para resolver tal problema?

R: Contaremos o número de cadeiras na lateral e o número de cadeiras na cabeceira.

- Com o plano de elaboração, pode partir para a execução.
  R: O número de cadeiras na cabeceira não irá se alterar, duas. Sendo 10 mesas, teremos 10 cadeiras em cada lado, logo serão 20 cadeiras na lateral. Total: $20 + 2 = 22$.

- Correto. Dessa forma foi possível colocar mais ou menos cadeiras que da forma anterior com cada mesa separada?
  R: Menos, da forma anterior seriam 40 cadeiras.

- Para alocar 16 crianças, como poderíamos proceder? Teria apenas uma forma de fazer isso?
  R: Não. Poderíamos utilizar quatro mesas separadas ou sete mesas juntas.

- Nessa mesma configuração das mesas, à medida que acrescentamos uma mesa, quandas cadeiras são colocadas a mais?
  R: Para uma mesa são necessárias quatro cadeiras, para duas mesas seis cadeiras, para três mesas oito cadeiras. Então sempre serão acescentadas duas cadeiras.

- Teria como alocar um número ímpar de cadeiras sem deixar espaço vazio, considerando essa configuração das mesas?
  R: Não, o número de cadeiras será sempre um número par.

Letra B

5. Questão 9/2019

   - Classificação segundo as habilidades da BNCC:

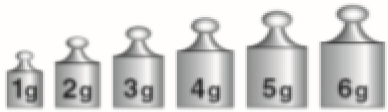
     (EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.

     (EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

Figura 10 - OBMEP 2019/Questão 9

9. Os seis pesos da figura foram separados de dois em dois e colocados em três gavetas. Os pesos da primeira gaveta somam 9 gramas, e os pesos da segunda gaveta somam 8 gramas. Quais são os pesos da terceira gaveta?

A) 1g e 3g
B) 2g e 5g
C) 1g e 6g
D) 2g e 4g
E) 3g e 4g



Fonte: Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

- Uma proposta de resolução dos problemas da OBMEP nível A baseada na heurística de George Pólya:

  - Qual o peso de cada um dos objetos da figura?
    R: 1g, 2g, 3g, 4g, 5g e 6g.

  - Quanto deverá somar os pesos colocados na primeira gaveta? E os pesos colocados na segunda gaveta?
    R: 9 gramas na primeira gaveta e 8 gramas na segunda gaveta.

  - O que queremos determinar?
    R: Quais pesos serão colocados na terceira gaveta.

  - Quais pesos poderão ser colocados na primeira gaveta?
    R: Poderão ser colocados os pesos de 6 g e 3 g.

  - Essa será a única possibilidade?
    R: Não. Também poderíamos colocar os pesos de 4 g e 5 g.

  - E na segunda gaveta?
    R: Poderemos colocar os pesos de 6 g e 2 g ou colocar os pesos de 5 g e 3 g.

  - Como você irá proceder?
    R: Poderei escolher quais pesos ficaram em cada gaveta e em seguida descobrir os pesos que faltam.

- O plano está elaborado, pode colocá-lo em prática.

  R: Podemos colocar os pesos de 3 g e 6 g na primeira gaveta. Desta forma não teremos opções para a segunda gaveta. Então, colocarei os pesos de 4 g e 5 g na primeira gaveta e os pesos de 6 g e 2 g na segunda. Sobrariam os pesos de 1 g e 3 g para a terceira gaveta.

- O resultado está correto, mas será que encontraríamos outra forma de resolver esse problema.?

- Qual o pesos de todos os 6 objetos juntos?

  R: $1g + 2g + 3g + 4g + 5g + 6g = 21g$.

- Quando colocamos 9 gramas na primeira gaveta e 8 gramas na segunda, quantas gramas nos restam para a terceira gaveta?

  R: $21 - 9 - 8 = 4$. Restam 4 gramas.

- Quais são os pesos que colocados juntos somam 4 gramas.

  R: Os pesos de 1 g e 3 g.

  Letra A

3 A PRÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA OBMEP NA ESCOLA

3.1 Projeto piloto no curso de pedagogia da FFP/UERJ

Nosso objetivo em desenvolver um projeto piloto era obter ferramentas para a elaboração de uma proposta de intervenção que atuasse junto aos professores do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental I da rede Municipal de São Gonçalo. Para isso, elaboramos um material de apoio com todos os problemas da OBMEP nível A de 2018, além de diversos tipos de situações problema e desafios matemáticos retirados de livros de lógica e sites matemáticos, incluindo o Portal do Saber OBMEP.

O projeto piloto foi desenvolvido em um sábado de setembro de 2019, um encontro único com duração de 5 horas. Participaram 11 alunos voluntários do curso de Pedagogia da FFP/UERJ a maior parte deles com alguma experiência como professor, monitor ou estagiário. Vale ressaltar que esses professores participantes não são especialistas na área de matemática, assim como o público alvo que desejamos atingir: professores da rede pública municipal de São Gonçalo.

O foco do projeto piloto era: desenvolver o material e a metodologia para a elaboração do projeto de formação continuada proposto para a Secretaria Municipal de Educação, trocar experiências e opiniões que permitissem a viabilidade desse projeto na rede municipal, apresentar a OBMEP nível A e utilizar a heurística de Pólya aplicada nos problemas da OBMEP.

Escolhemos tratar da OBMEP nível A, pois acreditamos na importância da Resolução de Problemas como metodologia e consideramos que essas práticas deveriam ser desenvolvidas cada vez mais cedo. Por isso, desenvolvemos nosso projeto a partir dos professores do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental I. Direcionamos o projeto para professores da rede Municipal de São Gonçalo, pois é o município que atuo como professora e que necessita de projetos voltados para a Educação Básica.

Foram resolvidos 15 dos 40 problemas propostos pelo material, que não foi utilizado de forma sequencial. O pequeno percentual de questões resolvidas se deve ao grande número de interferências ocorridas durante o projeto, os participantes se sentiram a vontade para relatar como aqueles problemas seriam recebidos por seus alunos.

Os problemas da OBMEP nível A foram solucionados seguindo a heurística de Pólya, como na Figura 11. Nesta figura apresentamos uma proposta de resolução baseada na heurística de Pólya. Neste momento reforçamos a ideia de não resolver os problemas para os alunos e sim encaminhá-los na busca pela solução. Diversas vezes os alunos não entendem o problema e muito menos a resolução, perguntas como: O que queremos

Figura 11 - Aplicação heurística de Pólya / projeto piloto

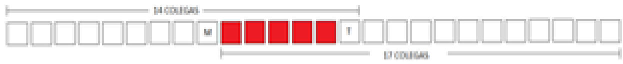
Problema 4 (OBMEP 2018 Nível A)

A turma de Tiago e Maria foi colocada em fila. Maria tem 17 colegas atrás dela e um deles é Tiago. Tiago tem 14 colegas à sua frente e um deles é Maria. Há 5 alunos entre Tiago e Maria. Quantos alunos tem a turma?

a) 14
b) 17
c) 23
d) 26
e) 31

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A quantidade de alunos da turma de Tiago e Maria.
– Quantos alunos estão na frente de Tiago?
R: 14 alunos.
– Se numerássemos esses alunos começando do número 1, Tiago receberia o número?
R: Tiago receberia o número 15.
– Na fila formada, existem quantos alunos entre Maria e Tiago?
R: 5 alunos.
– Maria receberia que número na fila?
R: Maria receberia o número 9.
– Depois de Maria existem, incluindo Tiago, quantos alunos?
R: 17.
– Se Maria recebeu o número 9, o último da fila receberá o número?
R: 26.
– Quantos alunos essa turma possui?
R: 26 alunos. Letra D



Obs.: Uma proposta de resolução para problema deste tipo seria realizar o esquema acima na prática com os alunos.

Fonte: O autor, 2019.

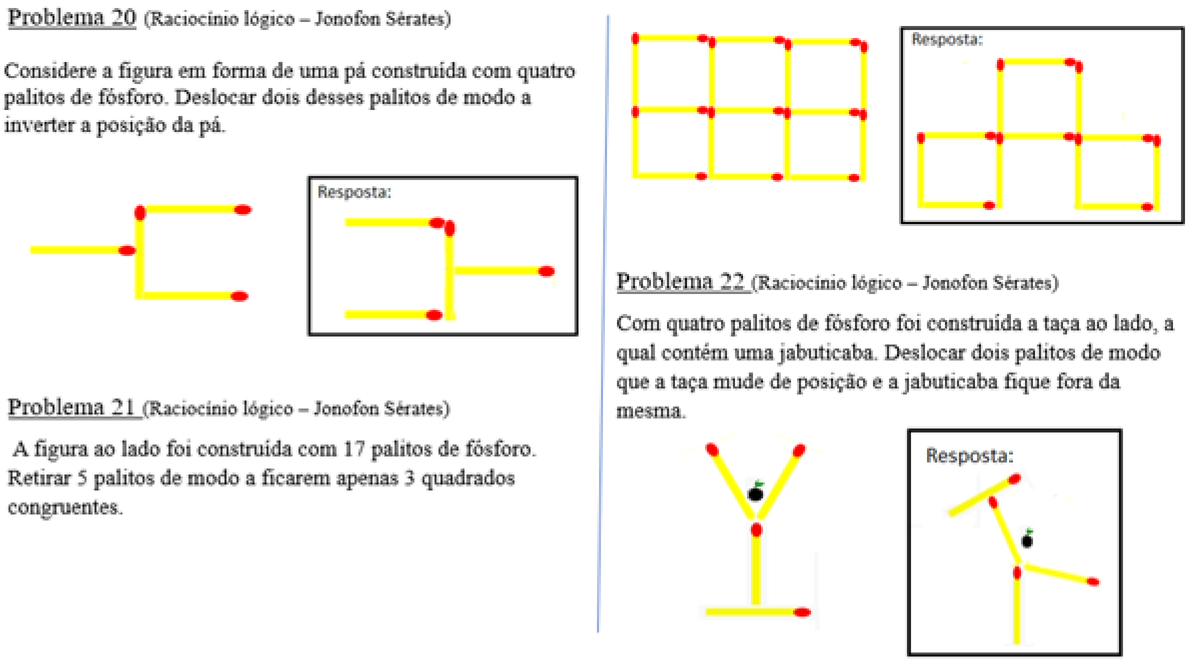
determinar?, Quantos alunos estão na frente de Tiago? ou até mesmo o esquema apresentado e construído junto com os alunos são perguntas e sugestões capazes de garantir essa compreensão além de tornar o aluno mais independente e as aulas mais dinâmicas e participativas.

Em outras atividades utilizamos os materiais concretos como os problemas da Figura 12. Nessas atividades debatemos como seriam recebidas por seus alunos e se trariam benefícios a suas práticas escolares. Muitos apontaram os benefícios de aulas mais atrativas que desenvolvesse a concentração e explorasse o espírito investigativo.

Inicialmente, elaboramos esse material para ser desenvolvido com os professores participantes desse projeto e em seguida esse material foi aperfeiçoado e finalizado. Esses materiais se encontram respectivamente nos apêndices A e B.

Após o projeto piloto, concluímos nossa proposta de intervenção elaborando uma formação continuada voltada para esses professores, público alvo da OBMEP nível A. Na próxima seção, descreveremos o material elaborado para a proposta de intervenção e que foi utilizado em nosso projeto piloto. Junto com a descrição de parte do material, destacamos algumas ideias, reflexões e discussões que ocorreram durante o projeto.

Figura 12 - Problemas com material concreto



Fonte: O autor, 2019.

3.2 Material utilizado no projeto piloto

O material que utilizamos no projeto piloto é uma seleção de 40 problemas, entre eles os 20 problemas da OBMEP nivel A de 2018. Todos eles apresentam um exemplo de resolução baseado na proposta de Pólya. Além de desafios e atividades que foram propostas aos professores participantes do projeto. Os slides a seguir exemplificam alguns dos problemas que apresentamos em nosso encontro. A apresentação utilizada no projeto piloto está disponível na íntegra no apêndice A.

Para ilustrar um dos problemas da OBMEP nível A que discutidos com os alunos da Pedagogia, utilizamos o problema de lógica das casas. Nele precisamos descobrir a cor da casa número 4 a partir das pistas fornecidas sobre a cor das outras casas.

No encontro, uma das discussões estava associada a importância de abordar problemas semelhantes a este em diversas situações antes de aplicada uma avaliação. Para (KOTOVSKY; HAYES; SIMON, 1985) são diversos os fatores que dificultam a resolução de problemas: (1) mais novidades; (2) maior número de regras; (3) maior complexidade das regras e (4) mais regras contra-intuitivas (regras que o solucionador desconhece). Um aluno que nunca foi estimulado a resolver problemas análogos e não desenvolve boas estratégias de resolução de problemas em suas atividades curriculares comuns não estaria preparado para lidar com problemas desse tipo no momento da OBMEP.

Figura 13 - Problema das casas

Problema 12 (OBMEP 2018 Nível A)

20. Na Rua das Cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura.

- As casas vermelha e verde são vizinhas.
- As casas amarela e azul também são vizinhas.
- A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.
- A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

A) azul
B) amarela
C) vermelha
D) verde
E) rosa

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A cor da casa número 4.
– Quais são as cores das 5 casas que aparecem na figura?
R: Vermelha, azul, rosa, verde e amarela.
– A casa rosa é vizinha de quais casas?
R: Da azul e da verde.
– O que isso significa?
R: Significa que a casa rosa não é a casa 1 nem a casa 5, pois essas casas só possuem uma casa vizinha e a casa rosa possui duas casas vizinhas.
– A casa azul tem quantas casas vizinhas? Quais são elas?
R: 2 casas vizinhas a rosa e a amarela.
– O que isso significa?
R: Que ela também não será nem a casa 1 nem a casa 5.
– A casa verde tem quantas casas vizinhas? Quais são elas?
R: 2 casas vizinhas, a rosa e a vermelha.
– O que isso significa?
R: Que ela também não será nem a casa 1 nem a casa 5.
– Quais casas poderão ser as casas 1 e 5.
R: As casas amarela e vermelha.
– De acordo com o último item a casa amarela não será a de número 5, então qual a cor da casa de número 5?
R: Vermelha.
– Portanto, a casa amarela será a casa de número?
R: 1.
– Com isso, qual será a cor da casa de número 2, vizinha a casa amarela?
R: Será a casa azul.
– Qual será a cor da casa de número 4, vizinha a casa vermelha? R: Será a casa verde.
– A casa rosa será a casa de número?
R: 3.
Letra D.

Fonte: O autor, 2019.

Uma segunda discussão estava voltada para a maneira do professor abordar/solucionar esses problemas em sala. É necessário que os alunos desenvolvam estratégias de resolução a partir dos problemas abordados, e para isso é importante compreender que o processo de resolução é mais importante que a própria solução de um problema. A Figura 13 apresenta como proposta de resolução, a heurística de Pólya descrita anteriormente. Vale ressaltar que as indagações descritas no problema não são engessadas e podem variar de acordo com as respostas obtidas.

De acordo com (STERNBERG, 2000) os psicólogos cognitivos utilizam os termos transferência positiva e transferência negativa para designar o"transporte de conhecimento ou de habilidades de uma situação problemática para outra". Essas transferências acontecem quando apresentamos um problema seguido de outro problema, se o primeiro deles for capaz de ajudar na resolução do segundo, acontece uma transferência positiva. Mas quando o primeiro problema atrapalha na resolução do segundo ocorre uma transferência negativa.

Em nosso material buscamos elaborar uma sequência de problemas que estabelecesse uma tranferência positiva entre os problemas. Em geral, próximo a um problema da OBMEP nível A aparece um desafio ou situação problema que busque alguma analogia. Vale ressaltar que, segundo (GENTNER, 1983), essas analogias pouco têm relação com a semelhança dos temas de cada problema, pelo contrário, problemas com assuntos completamentes distintos podem exercer uma tranferência positiva, basta que tais problemas

Figura 14 - De volta ao planeta Terra

Problema 14 (portaldosaber.obmep.org)

Como você faria para voltar ao planeta Terra?

Você é o piloto da primeira nave tripulada que foi da Terra até Marte e precisa voltar de lá. Para retornar, sua nave deve sair da base espacial em Marte e passar em três estações espaciais para pegar astronautas. Há 6 cápsulas de energia na base e, em cada trecho, sua nave consumirá uma dessas cápsulas. A maior quantidade de cápsulas que a nave consegue transportar é três. Além disso, é possível armazenar as cápsulas nas estações espaciais.

Adaptado de:
https://br.freepik.com/vetores-gratis/icones-do-espaco_1040713.htm

Solução: Como não temos combustível suficiente para irmos direto de Marte à Terra, será preciso estocá-lo em alguma estação. A única estação para onde conseguiremos ir e da qual poderemos voltar, e ainda sobrará combustível, é a estação 1. Logo, para resolver o desafio, vamos seguir estes passos:

1) colocar três cápsulas na nave ao sair de Marte;
2) gastar uma cápsula até chegar à primeira estação;
3) armazenar uma cápsula na primeira estação e usar a outra cápsula para voltar até Marte;
4) carregar novamente a nave com três cápsulas;
5) gastar uma cápsula até chegar à primeira estação;
6) pegar a cápsula armazenada e completar o estoque de cápsulas da nave, agora com três;
7) usar uma cápsula em cada um dos três trechos restantes até a Terra.

Fonte: Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=126>.

remetam a uma mesma estratégia de resolução ou habilidade.

O problema da Figura 14 é um dos desafios do nosso material. Devido a quantidade de informações e regras que ele apresenta é necessário que o aluno tenha motivações para resolvê-lo, e de fato se sinta empenhado no processo. É possível que o aluno resolva esse problema sem a percepção de estar produzindo matemática, apenas tenha interesse em obter a solução como parte de um desafio interessante proposto pelo professor.

Apesar de não possuir informações matemáticas, o desafio é capaz de aprimorar as estratégias de resolução e desenvolver a criatividade do aluno. Para obter a solução é necessário um *insight* e, em geral, até chegar a este momento o aluno experimenta diversos meios de resolução e passa a considerar várias possibilidades.

Nossa finalidade em apresentá-lo no projeto piloto era discutir a importância de tais problemas no processo de ensino e aprendizagem. Nossa discussão foi voltada para a pouca validade de colocar o aluno como um simples espectador de um problema como este. O aluno precisa resolvê-lo sozinho, e se necessário, com interferências sutis do professor, desenvolvendo sua autonomia em resolver problemas.

Devido a grande quantidade de sugestões e interferências, durante o encontro, não foi possível terminarmos todo o material preparado. A partir de todas as intervenções e discussões ocorridas no projeto, percebemos a necessidade de aperfeiçoar a estrutura do material. Por isso, começamos uma outra fase do projeto, com a elaboração de um novo material com mais elementos e uma estrutura mais independente que possa ser usado de

Figura 15 - Projeto Piloto FFP/UERJ

Fonte: O autor, 2019.

forma mais autônoma pelos professores.

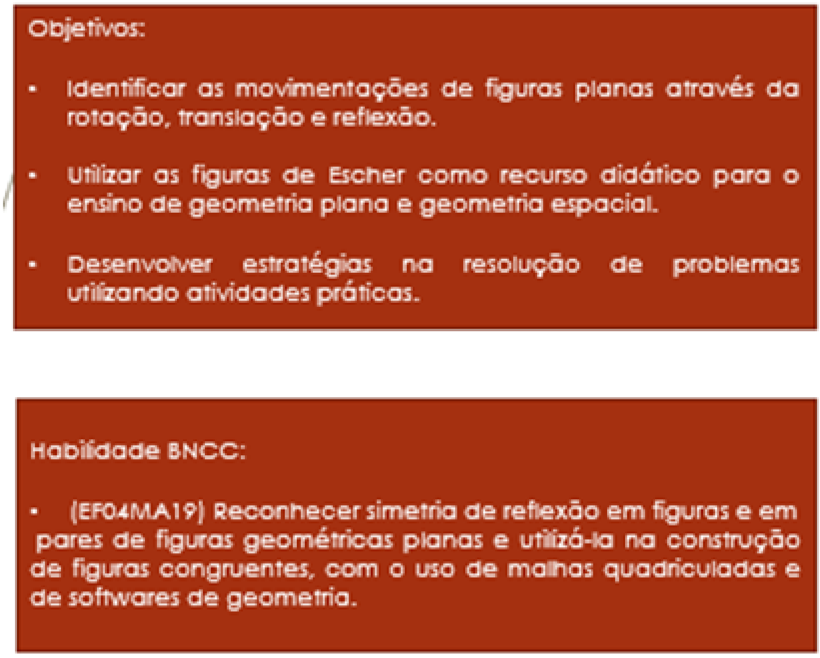
Na próxima seção, descreveremos o material final, após o projeto piloto, que seria nosso ponto de partida para a elaboração do projeto de formação continuada para professores da rede municipal de São Gonçalo.

3.3 Descrição do material final utilizado na formação continuada

Durante o aperfeiçoamento do material descrito na seção anterior, foi possível acrescentar os problemas da OBMEP nível A de 2019. Com isso, nosso novo material foi orientado a partir das 35 questões da OBMEP nível A de 2018 e 2019. Esses problemas foram organizados e divididos em 9 temas, escolhidos de acordo com os conteúdos abordados nessas duas avaliações. Cada um desses temas foi apresentado em um capítulo, dispostos da seguinte forma:

- Capítulo 1: Organização espacial
- Capítulo 2: Lógica matemática

Figura 16 - Objetivos e Habilidades



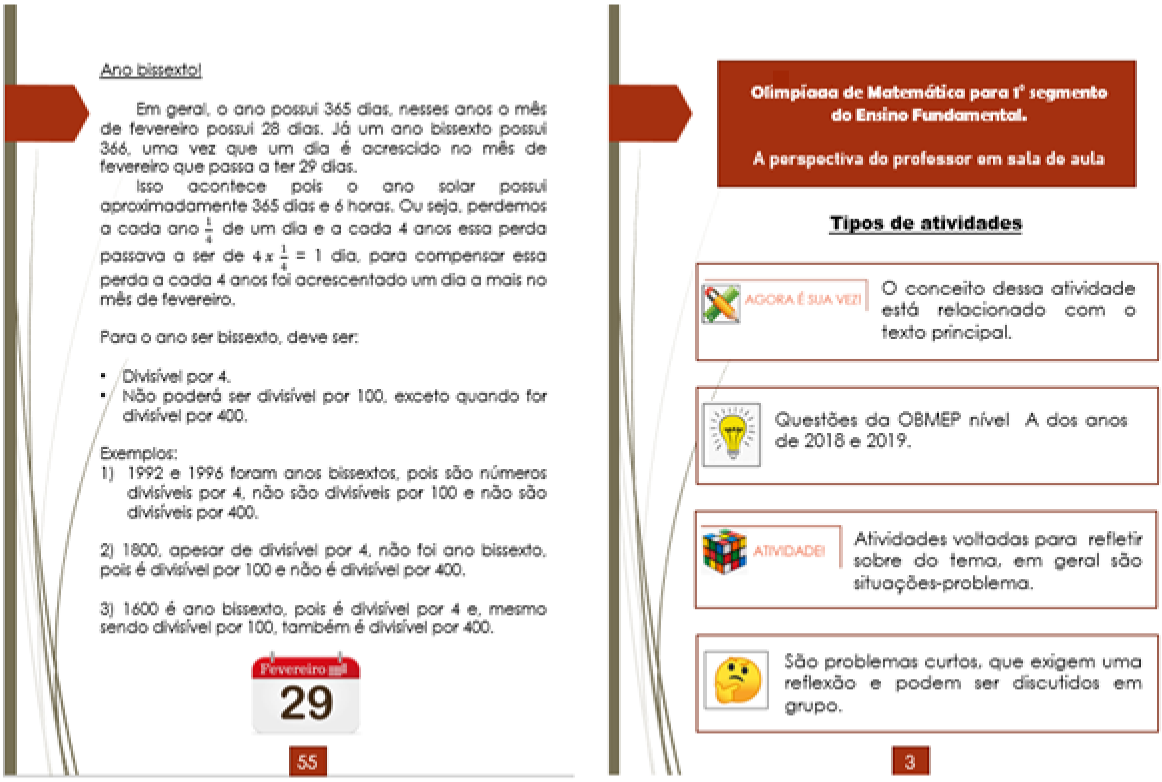
Fonte: O autor, 2019.

- Capítulo 3: Padrões numéricos e regularidades
- Capítulo 4: Números Naturais
- Capítulo 5: Operações Matemáticas
- Capítulo 6: Medidas de tempo
- Capítulo 7: Medidas de massa
- Capítulo 8: Medidas de comprimento
- Capítulo 9: Frações

Cada capítulo possui os objetivos e habilidades que desejamos alcançar com as atividades e os desafios propostos. Iniciamos cada capítulo com um texto introdutório relativo ao tema, seguido de atividades relacionadas ao texto. Logo após, organizamos diversas atividades, separadas por categorias. E ao final de cada capítulo encontramos o gabarito de todas as atividades sugeridas. A seguir, exemplificaremos tais aspectos do material, que se encontra de forma integral no Apêndice B.

A Figura 16 destaca esses objetivos e habilidades do Capítulo 1 que trata sobre organização espacial. Na primeira página de cada capítulo, listamos os objetivos que desejamos alcançar com os professores da formação continuada, a partir das atividades

Figura 17 - Tipos de Atividades



Ano bissexto!

Em geral, o ano possui 365 dias, nesses anos o mês de fevereiro possui 28 dias. Já um ano bissexto possui 366, uma vez que um dia é acrescido no mês de fevereiro que passa a ter 29 dias.

Isso acontece pois o ano solar possui aproximadamente 365 dias e 6 horas. Ou seja, perdemos a cada ano $\frac{1}{4}$ de um dia e a cada 4 anos essa perda passava a ser de $4 x \frac{1}{4} = 1$ dia, para compensar essa perda a cada 4 anos foi acrescentado um dia a mais no mês de fevereiro.

Para o ano ser bissexto, deve ser:

- Divisível por 4.
- Não poderá ser divisível por 100, exceto quando for divisível por 400.

Exemplos:

1) 1992 e 1996 foram anos bissextos, pois são números divisíveis por 4, não são divisíveis por 100 e não são divisíveis por 400.

2) 1800, apesar de divisível por 4, não foi ano bissexto, pois é divisível por 100 e não é divisível por 400.

3) 1600 é ano bissexto, pois é divisível por 4 e, mesmo sendo divisível por 100, também é divisível por 400.

Fevereiro

29

55

Olimpíada de Matemática para 1º segmento do Ensino Fundamental.

A perspectiva do professor em sala de aula

Tipos de atividades

AGORA É SUA VEZ! O conceito dessa atividade está relacionado com o texto principal.

Questões da OBMEP nível A dos anos de 2018 e 2019.

ATIVIDADE! Atividades voltadas para refletir sobre do tema, em geral são situações-problema.

São problemas curtos, que exigem uma reflexão e podem ser discutidos em grupo.

3

Fonte: O autor, 2019.

escolhidas para aquele capítulo. Em seguida, listamos as habilidades da BNCC, que esperamos desenvolver com aquelas atividades.

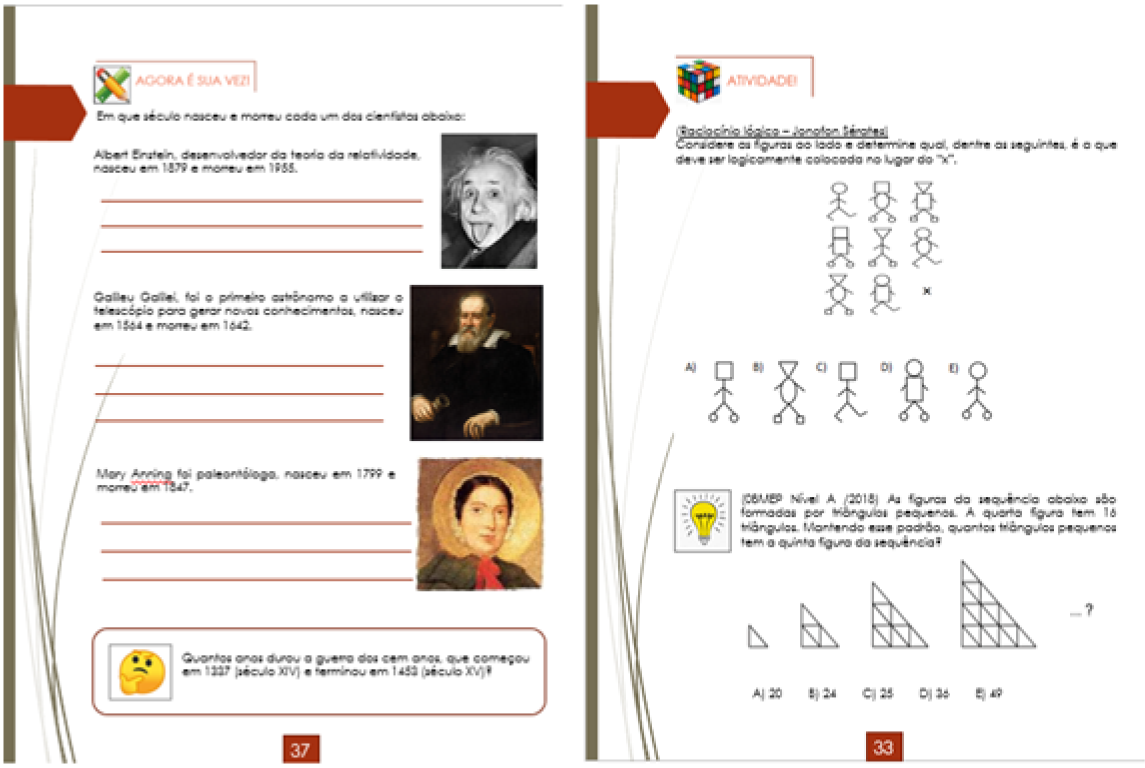
Iniciamos cada um dos 9 capítulos, com um texto de introdução referente ao tema que será abordado. Em seguida, acrescentamos atividades relacionadas ao texto. Todas as atividades do capítulo foram organizadas em quatro categorias:

- Agora é sua vez
- OBMEP nível A
- Situações-problemas
- Desafios

Cada uma delas possui uma figura representativa para uma fácil localização durante a leitura. A Figura 17 exemplica o texto do Capítulo 6 sobre medidas de tempo e destaca a legenda, encontrada no ínicio do material, que indica cada uma das quatro categorias de atividades.

O grupo de atividades *Agora é sua vez* são atividades relacionadas ao texto, estão imediatamente após o texto principal ou podem aparecer no decorrer do capítulo. Em

Figura 18 - Atividades



Fonte: O autor, 2019.

geral, são atividades mais simples dispostas ao longo do texto, que ajudam na introdução do tema do capítulo. Na Figura 18, exemplificamos o *Agora é sua vez* do Capítulo 4 sobre números naturais.

Grande parte deste trabalho está voltado para os problemas da OBMEP, no material essas questões são destacadas através de uma lâmpada conforme mostra a Figura 17. Todos os trinta e cinco problemas de 2018 e 2019 são abordados no decorrer dos 9 capítulos.

As outras atividades do material estão relacionadas de alguma maneira com os problemas da OBMEP. Selecionamos atividades que buscassem estabelecer uma transferência positiva entre essas atividades e esses problemas. No exemplo, destacamos essa relação por meio de uma atividade e um problema da OBMEP que aparecem na mesma página do Capítulo 3 sobre padrões numéricos e regularidades. Ambas as atividades, apesar de assuntos diferentes, relacionam-se através da busca por padrões, assunto abordado neste capítulo.

O último grupo de atividades, representado por um *emoji* pensativo, são problemas mais curtos e alguns não possuem uma solução óbvia. Foram escolhidos para serem debatidos em grupo com o propósito de gerar uma reflexão sobre o tema. A Figura 18 destaca também uma dessas atividades referente ao Capítulo 4 sobre números naturais.

Como esse material foi pensado na pespectiva do professor, a proposta era escrever algo que pudesse ser utilizado por ele em suas atividades de aula, por isso, buscamos atividades interessantes e prazeirosas como um incentivo a prática da Resolução de Problemas. Em seguida, apresentamos a proposta de intervenção na rede municipal de São Gonçalo e a utilização do material descrito acima na formação continuada. O material completo, como mencionado, está disponível no Apêndice B.

3.4 Proposta de intervenção na rede municipal de São Gonçalo

A Faculdade de Formação de Professores (FFP) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UERJ) é a única célula de uma universidade pública em São Gonçalo, município com um pouco mais de um milhão de habitantes e uma área total de 249 km^2. Além disso, recebe alunos de municípios vizinhos como Niterói, Itaboraí e Maricá. Sendo que estes dois últimos não têm universidades públicas. A proximidade de São Gonçalo com a cidade do Rio de Janeiro e a ligação com outros municípios fazem da cidade um ponto estratégico, além de passagem, quase obrigatória, para as áreas turísticas do Estado, como a Região dos Lagos, e as culturais como a cidade do Rio de Janeiro e a cidade de Niterói.

Com IDH igual a 0,739 e com uma população com média salarial de 2 salários mínimos, São Gonçalo tem IDEB de 4,5 nos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede pública, abaixo da média brasileira nesse segmento que foi de 5,5. Com este cenário, é possível perceber a necessidade clara de políticas que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem e o fortalecimento da escola como meio de transformação social.

Nossa finalidade principal é elaborar um plano de ação para atuar junto aos professores do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental I da rede Municipal de São Gonçalo. Com o material de apoio finalizado, nossa proposta consistia em estruturar uma formação continuada voltada para esses professores.

Com a experiência do projeto piloto ficou notório que não comtemplaríamos todos os temas que gostaríamos em apenas um encontro. Por isso, consideramos que nossa formação deveria ser dividida em 10 encontros, cada um deles com 4 horas. Essas 40 horas, considerando a lei ordinária n 8/2003, que dispõe sobre o plano de carreira do magistério público municipal e funcionários da educação de São Gonçalo, poderiam ser utilizadas como parte das 120 horas necessárias para obter o adicional por qualificação profissional.

> Art. 36 - O adicional por qualificação profissional cumulativa, corresponderá 3% (três por cento) do vencimento básico, em seu nível e referência, até o máximo de 30% (trinta por cento) e será devido aos servidores que comprovem uma soma de 120 (cento e vinte) horas em cursos afins à função exercidas com certificação em Instituições Públicas e Privadas reconhecidas pelo MEC. (SG, 2003)

Estruturamos nossa formação continuada a partir do material descrito na seção anterior. Cada um dos nove primeiros encontros deveria abordar um dos nove capítulos do material. No último encontro seria feita uma avaliação sobre a formação continuada.

Durante nossos nove primeiros encontros além de resolver as atividades presentes no livro, debateremos sobre a importância de cada atividade no ensino de matemática e os benefícios que a resolução de problemas pode oferecer ao aluno. Durante esses encontros, deveria ser apresentada a proposta de resolução de problemas de George Pólya, e como essa proposta pode ser melhor aplicada e desenvolvida com seus alunos.

É inegável que todos os professores, principalmente de matemática, devem utilizar diversos problemas em sala de aula. Porém, estamos propondo uma reflexão sobre a maneira com que estamos lidando com esses problemas. A forma com que os apresentamos para os nossos alunos e a maneira de resolvê-los está trazendo algum benefício ou é apenas mais um problema que aparece no final de cada capítulo do livro didático que precisa ser resolvido?

Outro ponto importante a ser discutido é a implementação da OBMEP nível A apenas como mais uma prova avaliativa e totalmente desconectada das outras atividades de sala de aula. Por isso, uma de nossas propostas é a implementação da resolução de problemas através das questões da OBMEP nível A. Ressaltando que nosso objetivo com o material não é capacitar ninguém para a OBMEP e sim implementar a prática de resolução de problemas nas aulas de matemática utilizando os problemas da OBMEP como ferramenta. Além disso, apresentar a OBMEP para aos professores como uma forma de apresentar o universo que esta ciência envolve e estimular o interesse dos alunos pela matemática.

A ideia é que os nossos encontros terminem com uma avaliação da formação continuada. Porém, não seria uma avaliação formal e sim uma análise de tudo que foi debatido nos outros nove encontros. Seria uma forma de, a partir da análise crítica e da relação entre a teoria e prática, aperfeiçoar o material e avaliar se os objetivos propostos foram alcançados.

Infelizmente, não foi possível desenvolver o curso de formação continuada com os professores da rede Municipal de São Gonçalo. Primeiramente devido ao término na elaboração do material final em janeiro de 2020, seguido da inatividade das escolas públicas em grande parte do país devido a pandemia.

CONCLUSÃO

Segundo uma das competências gerais da BNCC, devemos "recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções". Porém, o excesso de formalização e a ênfase exagerada em fórmulas e algoritmos, tem tornado a matemática repetitiva e sem finalidade, além de não desenvolver nenhuma dessas habilidades. Pensando nisso, neste trabalho, buscamos meios de aproximar as práticas de resolução de problemas da sala de aula. Consideramos que ao desenvolver estratégias de resolução de problemas o aluno se torna mais independente, criativo e participativo.

Foi buscando maneiras para incentivar as práticas de resolução de problemas que compreendemos que esse estímulo deve acontecer ainda nas séries iniciais, para que desde cedo o aluno perceba a matemática como uma ciência que estimule essa habilidade. Complementando a ideia de desenvolver um projeto com essa faixa etária, em 2018, ocorreu a primeira aplicação da OBMEP nível A. O banco de questões dessa avaliação possui uma grande variedade de problemas, que consideramos ser um recurso metodológico valioso com fácil acesso a todos os professsores e alunos.

Ao longo do projeto, percebemos que não bastaria estimular os professores a resolver problemas se essas práticas não ocorressem de maneira adequada. Nosso objetivo é desenvolver com os alunos estratégias de resolução de problemas e para isso é necessário tempo e esforço. Os problemas devem ser bem escolhidos e não podem estar destacados das outras práticas escolares. Não basta que o professor resolva os problemas, seu papel é de mediador entre o problema e o aluno que deverá estar motivado a resolvê-lo. O professor deverá ter em mente durante todo o processo que o mais importante não é a solução final encontrada e sim as estratégias desenvolvidas durante todo o processo de resolução.

Como apresentado no Capítulo 2, descrevemos a heurística de Resolução de Problemas de George Pólya. Adaptamos a proposta para séries iniciais e aplicamos o método nos problemas da OBMEP nível A. Os problemas foram resolvidos seguindo as quatro etapas de resolução sugeridas por Pólya, compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto. Uma parte significativa do processo é estar certo de que todos os alunos compreenderam o problema e que estão motivados a resolvê-lo, ainda mais se tratando de séries iniciais, ainda em fase de formação da leitura. Em seguida, antes de iniciar a resolução, o aluno precisa ser incentivado a elaborar um plano, pode ser um desenho, um esquema ou uma sequência de procedimentos. O professor, através de sugestões, encaminha o aluno na direção de um plano que gere resultados. Essas sugestões são discretas, apontando direções de acordo com as devidas colocações dos alunos. Especialmente com o tempo e a resolução de problemas, é possível que o estudante chegue na etapa de execução do plano sem precisar de ajuda. Por fim, a última etapa é responsável por exibir os possíveis erros da resolução e consolidar as boas estratégias, também é o momento de complementar o que foi aprendido e gerar novos questionamentos sobre o problema.

Além dessas quatro etapas, a resolução por meio de indagações e sugestões foi outra característica da proposta de Pólya empregada durante a resolução dos problemas da OBMEP. Através de indagações sutis e algumas sugestões na elaboração do plano, o professor orienta o aluno na busca pela solução. Isso torna o aluno produtor do conhecimento, as aulas ficam mais dinâmicas, o aluno mais idependente, criativo e mais confiante em suas resoluções futuras. Nossa finalidade é que essas habilidades sejam utilizadas em suas atividades regulares, até mesmo em outras áreas de conhecimento.

Com foco nos professores de matemática do Ensino Fundamental I, que não são especialistas em matemática e que são o primeiro contato dos alunos com a disciplina, identificamos uma oportunidade de promover a Resolução de Problemas. Além disso, clara a necessidade de projetos na área de matemática que tenham foco nos professores desse segmento. Por isso, elaboramos um projeto de formação continuada, voltado para os professores do município de São Gonçalo, RJ. Nossa finalidade é debater os benefícios de resolver problemas, incentivar a utilização de problemas da OBMEP e apresentar a proposta de resolução de problemas de Pólya. O uso de questões da OBMEP visa, além de utilizar o banco de interessantes problemas disponíveis, estimular os alunos e professores a participarem de iniciativas que promovam uma nova visão da matemática.

Para esse projeto de formação, elaboramos um plano de ação com um material de apoio ao professor com diversas atividades, problemas e desafios. Esse material tem como propósito direcionar os professores na resolução de problemas, encorajando-os a seguir com a proposta para outros conteúdos e segmentos. Parte da nossa proposta foi aplicada em um projeto piloto com os alunos do curso de Pedagogia da UERJ/FFP. Nesse projeto piloto, observamos a importância de um espaço para discutir as práticas escolares, tendo em vista a grande quantidade de interferências e sugestões ocorridas.

Como projeto futuro, disponibilizaremos o material elaborado para ser utilizado no projeto desenvolvido pela prefeitura de São Gonçalo em parceria com o Departamento de Matemática da FFP/UERJ de estímulo ao aprofundamento do estudo desta ciência, divulgação e preparação para a OBMEP e Canguru da Matemática.

De forma mais ampla, com o presente trabalho, espera-se contribuir com todos os professores que desejem desenvolver estratégias de resolução de problemas. Particularmente, professores das séries iniciais que tenham interesse de utilizar a heurística de Pólya através dos problemas da OBMEP nível A.

REFERÊNCIAS

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: [s.n.], 1997.

_____. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: [s.n.], 2018. 267 p.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática Da Resolução De Problemas De Matemática*. São Paulo: Ática, 1998. 176 p.

ESTEBAN, M.T.; FETZNER, A.R. A redução da escola: a avaliação externa e o aprisionamento curricular. 2015.

GENTNER, Dedre. Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive science*, v. 7, p. 155 – 170, 1983.

KOTOVSKY, K.; HAYES, J. R.; SIMON, H.A. Why are some problems hard?: Evidence from the tower of hanoi. *Cognitive psychology*, Academic Press, p. 248 – –294, 1985.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994. 263 p.

OBMEP. 2020. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>.

PERRENOUD, Phillipe. *Avaliação*: Da excelência à regularização das aprendizagens entre duas lógicas. Porto Alegre: artmed Editora, 1999.

PÓLYA, George. *A arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

SÃO GONÇALO. Plano de carreira do magistério público municipal e funcionários da educação. Rio de Janeiro, 2003.

SILVEIRA, J.F. O que é um problema matemático? 2001. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html>.

STERNBERG, Robert. *Psicologia cognitiva*. Porto Alegre: Artemed Editora, 2000. 494 p.

VILA, Antoni; CALLEJO, M.L. *Matemática para aprender a pensar*: O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artemed Editora, 2006. 27 p.

APÊNDICE A – Material utilizado no projeto piloto

Curso de Extensão:

Olímpiada de Matemática para 1° segmento do Ensino Fundamental: A perspectiva do professor em sala de aula.

Profa. Juliana Nunes Profa. Marcele Câmara Profa. Priscila Petito

UERJ FFP
Departamento de Matemática

Problema 1 (OBMEP 2018 Nível A)

Ao abrir um livro velho, Janaína viu que o número das páginas pulava de 24 para 55. Quantas páginas estão faltando entre essas duas páginas?

a) 28
b) 29
c) 30
d) 31
e) 32

Solução: 55 – 24 – 1 = 30

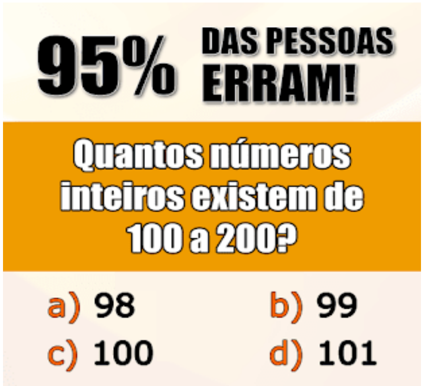
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R: O número de páginas entre a página 24 e a página 55.
– Nessa contagem, devemos incluir os extremos 24 e 55?
R: Não, apenas as páginas entre elas.
– Como devemos proceder?
R: Fazendo a subtração entre as páginas 55−24=31.
–Escreva a numeração das páginas entre a 24 e 55.
R: 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53 e 54 (30 páginas).

– Vamos pensar em um problema correlato: Em uma fila com 5 pessoas, a primeira recebe uma ficha de número 3, a segunda uma ficha de número 4, assim por diante até que a última receba uma ficha de número 7. Seguindo o pensamento utilizado acima, teremos quantas pessoas entre a primeira e a última pessoa dessa fila?
R: 7 − 3 = 4
– Esse resultado está correto?
R: Não, entre elas existem 3 pessoas.
– Quando resolvemos uma subtração, 7−3 = 4 ou 55−24 = 31, estamos incluindo um dos extremos no resultado. Porém tanto no problema apresentado, quanto no problema correlato, estávamos interessados apenas nos objetos entre os extremos. Ou seja, contando um dos extremos, estamos contando um objeto a mais. Que operação podemos realizar para retiramos do resultado esse objeto contado a mais?
R: Subtrair uma unidade.
– Voltando ao problema correlato, qual a operação que devemos fazer para encontrar o resultado correto?
R: 7 − 3 = 4 − 1 = 3
– E voltando ao problema proposto, qual a operação devemos fazer para encontrar o resultado correto?
R: 55 − 24 = 31 − 1 = 30
Letra C

Problema 2 (Matematicagenial.com)

a)



Solução: 200 – 100 = 100 + 1 = 101 (Letra D)

b) Quantos números inteiros existem entre 100 e 200?

Solução: 200 – 100 = 100 – 1 = 99

Problema 3 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

Na biblioteca do colégio, um estudante contava a seu colega: “Imagine só, perdi, ontem uma cédula de 100 reais e só hoje a encontrei, dentro do dicionário entre as páginas 99 e 100”. Se o rapaz estava mentindo, como se descobre sua mentira?

Solução: Em qualquer livro que tenha 100 ou mais páginas, as páginas 99 e 100 estão sempre na face anterior e posterior da mesma folha. A cédula de 100 reais não poderia estar entre elas.

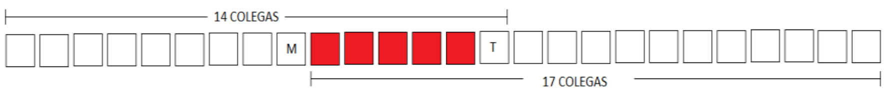
Problema 4 (OBMEP 2018 Nível A)

A turma de Tiago e Maria foi colocada em fila. Maria tem 17 colegas atrás dela e um deles é Tiago. Tiago tem 14 colegas à sua frente e um deles é Maria. Há 5 alunos entre Tiago e Maria. Quantos alunos tem a turma?

a) 14
b) 17
c) 23
d) 26
e) 31

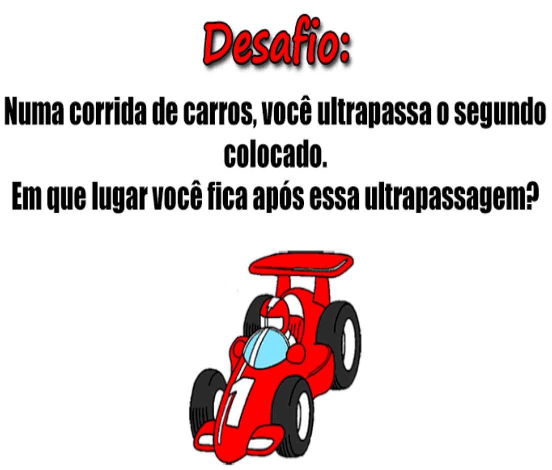
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A quantidade de alunos da turma de Tiago e Maria.
– Quantos alunos estão na frente de Tiago?
R: 14 alunos.
– Se numerássemos esses alunos começando do número 1, Tiago receberia o número?
R: Tiago receberia o número 15.
– Na fila formada, existem quantos alunos entre Maria e Tiago?
R: 5 alunos.
– Maria receberia que número na fila?
R: Maria receberia o número 9.
– Depois de Maria existem, incluindo Tiago, quantos alunos?
R: 17.
– Se Maria recebeu o número 9, o último da fila receberá o número?
R: 26.
– Quantos alunos essa turma possui?
R: 26 alunos. Letra D



Obs.: Uma proposta de resolução para problema deste tipo seria realizar o esquema acima na prática com os alunos.

Problema 5 (Matematicagenial.com)



Solução: Na segunda posição.

Problema 6 (OBMEP 2018 Nível A)

Quando a irmã de Geraldo nasceu ele tinha 5 anos. Hoje sua irmã faz 9 anos. Quantos anos tem Geraldo?

a) 5
b) 9
c) 10
d) 14
e) 16

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A idade de Geraldo.
– Quantos anos tinha Geraldo quando sua irmã nasceu?
R: 5 anos
– Quantos anos tem a irmã de Geraldo atualmente?
R: 9 anos
– Isso significa que quantos anos se passaram desde que nasceu a irmã de Geraldo?
R: 9 anos
– Logo, podemos determinar a idade de Geraldo de que forma?
R: Somando sua idade quando sua irmã nasceu mais os nove anos que se passaram. 9+5=14 anos.
Letra D

Problema 7 (OBMEP 2018 Nível A)

Beatriz faz aniversário 17 dias depois de seu colega Antônio. Neste ano o aniversário de Antônio será domingo. Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz?

a) Sábado
b) Domingo
c) Segunda-feira
d) Terça-feira
e) Quarta-feira

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R: Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz.
– Neste ano, em qual dia da semana foi o aniversário de Antônio?
R: Domingo.
– Quantos dias depois do aniversário de Antônio será o aniversário de Beatriz?
R:17 dias depois.
– Quantos dias possui uma semana?
R: 7 dias.
– Se hoje é uma quinta-feira dia 20, na próxima quinta-feira será dia?
R: 20 + 7 = 27, dia 27.
– Se o aniversário de Antônio foi domingo, sete dias depois também será domingo?
R: Sim.
– E 14 dias depois do aniversário de Antônio?
R: Também será um domingo.
– 15 dias depois do aniversário de Antônio será dia? E 16 dias depois?
R: Segunda-feira; Terça-feira.
– Dessa forma 17 dias depois do aniversário de Antônio, dia do aniversário de Beatriz, será qual dia da semana?
R: Quarta-feira.
Letra E

Problema 8 (OBMEP 2018 Nível A)

Os 10 bombons da balança têm o mesmo peso. Quantos gramas pesa cada um?

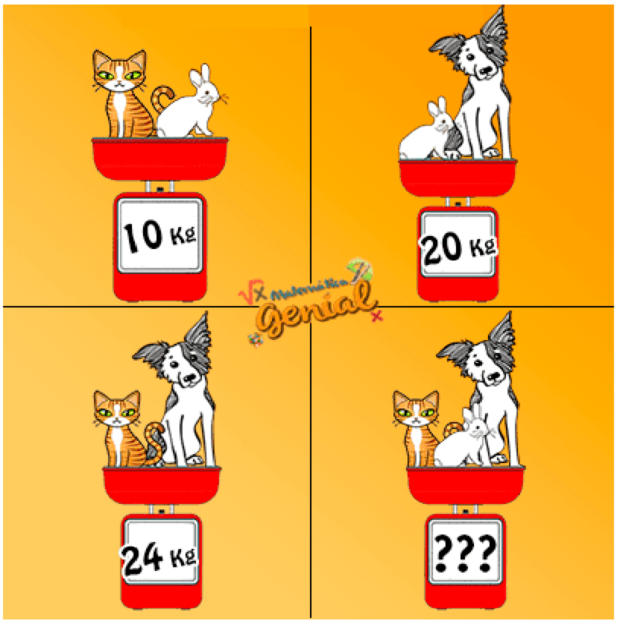
.

a) 40
b) 50
c) 60
d) 80
e) 100

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R: O peso de cada bombom.
– Qual a necessidade de usar a balança na figura?
R: A balança equilibrada significa que os objetos de um dos pratos possui o mesmo peso dos objetos no outro prato.
– Quantos e quais objetos tem na balança do lado esquerdo?
R: 8 bombons.
– Todos têm o mesmo peso?
R: Sim.
– Quantos e quais objetos tem no lado direito da balança?
R: Dois bombons e um peso de 300 gramas.
– Se retirarmos dois bombons de cada lado da balança ela continuaria equilibrada?
R: Sim.
– Dessa forma, restaria um peso de 300 gramas em um lado da balança e quantos bombons no outro lado?
R: 6 bombons.
– Que conclusão você tira disso?
R: 6 bombons pesam juntos 300 gramas.
– Como todos os bombons possuem o mesmo peso, o que podemos fazer para determinar o peso de um bombom?
R: Podemos dividir 300 gramas por 6 bombons, 300 : 6 = 50 gramas.
Letra B.

Problema 9 (Matematicagenial.com)



Solução:

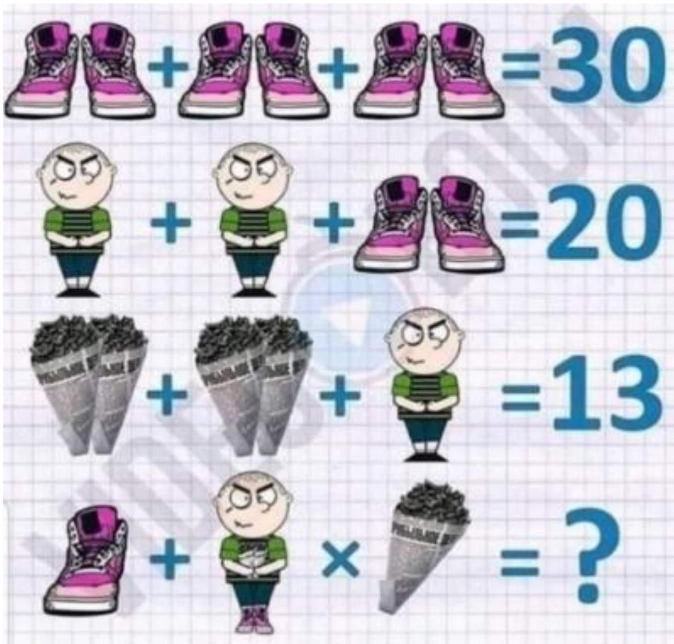
Peso de dois gatos, dois cachorros e dois coelhos:

$$10\,kg + 20\,kg + 24\,kg = 54\,kg$$

Logo, um gato, um cachorro e um coelho pesará:

$$\frac{54}{2} = 27\,kg$$

Problema 10 (Matematicagenial.com)



Solução:

Equação 1: Cada par de tênis representam 5 unidades.

Equação 2: Cada boneco representam 5 unidades.

Equação 3: Cada ramo de flores representam 2 unidades.

A solução será:

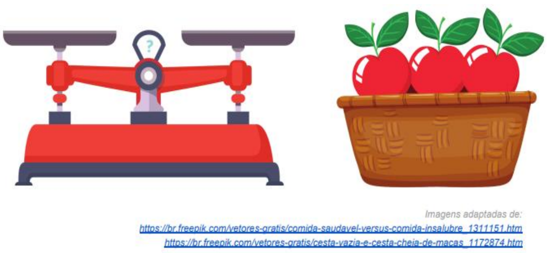
Um par de tênis + Um boneco (segurando dois ramos de flores) × Um ramo de flores =

$5 + (5 + 4) \times 2 = 23$

<u>Problema 11</u> (portaldosaber.obmep.org)

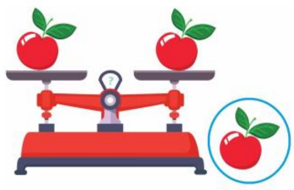
Desafio das frutas: (portaldosaber.obmep.org)

Nível 1) Maria foi ao mercado e comprou 3 maçãs. Chegando em casa, sua mãe percebeu que duas maçãs tinham o mesmo peso, e a outra era mais leve. Ela, então, fez o desafio: “Maria, você consegue descobrir qual é a fruta mais leve utilizando só uma vez esta balança?”

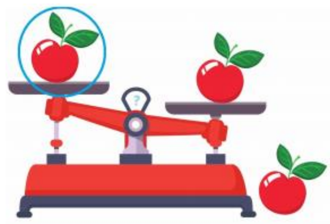


Solução: Com 3 maçãs, escolhemos 2 delas para fazer a pesagem.

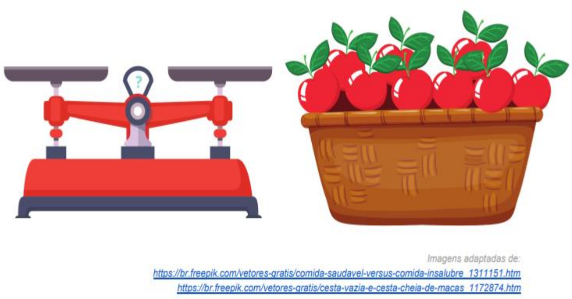
- Se a balança ficar equilibrada, a maçã mais leve será a que ainda não foi pesada.



- Se ela não se equilibrar, a maçã estará no prato que estiver mais alto.



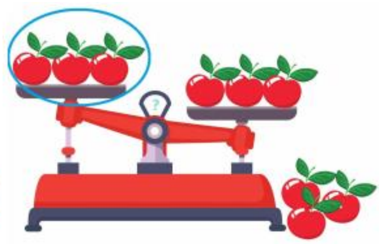
Nível 2) Maria foi ao mercado e comprou 9 maçãs. Chegando em casa sua mãe percebeu que apenas uma delas era mais leve que as outras. Ela, então, fez o desafio: “Maria, você consegue descobrir qual é a fruta mais leve, utilizando esta balança apenas duas vezes?”



Solução: Dividimos as 9 maçãs em 3 grupos, cada qual com 3 maçãs.

Utilizando a balança pela primeira vez - Escolhemos dois grupos para fazer a pesagem.

- Se a balança ficar equilibrada, a maçã mais leve estará no grupo que ainda não foi pesado. (Figura 1)
- Se ela não se equilibrar, a maçã estará no prato que estiver mais alto. (Figura 2)



Sabendo o grupo que está a maça mais leve, repita o processo utilizado no nível 1.

Problema 12 (OBMEP 2018 Nível A)

Na rua das cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura.

- As casas vermelha e verde são vizinhas.
- As casas amarelas e azul também são Vizinhas.
- A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.
- A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?

a) Azul

b) Amarela

c) Vermelha

d) Verde

e) Rosa

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A cor da casa número 4.
– Quais são as cores das 5 casas que aparecem na figura?
R: Vermelha, azul, rosa, verde e amarela.
– A casa rosa é vizinha de quais casas?
R: Da azul e da verde.
– O que isso significa?
R: Significa que a casa rosa não é a casa 1 nem a casa 5, pois essas casas só possuem uma casa vizinha e a casa rosa possui duas casas vizinhas.
– A casa azul tem quantas casas vizinhas? Quais são elas?
R: 2 casas vizinhas a rosa e a amarela.
– O que isso significa?
R: Que ela também não será nem a casa 1 nem a casa 5.
– A casa verde tem quantas casas vizinhas? Quais são elas?
R: 2 casas vizinhas, a rosa e a vermelha.
– O que isso significa?
R: Que ela também não será nem a casa 1 nem a casa 5.
– Quais casas poderão ser as casas 1 e 5.
R: As casas amarela e vermelha.
– De acordo com o último item a casa amarela não será a de número 5, então qual a cor da casa de número 5?
R: Vermelha.
– Portanto, a casa amarela será a casa de número?
R: 1.
– Com isso, qual será a cor da casa de número 2, vizinha a casa amarela?
R: Será a casa azul.
– Qual será a cor da casa de número 4, vizinha a casa vermelha? R: Será a casa verde.
– A casa rosa será a casa de número?
R: 3.
Letra D.

Problema 13 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

Jonofon tem na gaveta do guarda-roupa 17 lenços azuis, 11 lenços amarelos, 9 lenços vermelhos, 34 lenços brancos e 2 lenços verdes. Os lenços estão todos misturados. Jonofon pega alguns, às escuras, sem lhes ver a cor. Em quantos lenços deve pegar para ter certeza de conseguir pelo menos dois da mesma cor?

Solução: Na gaveta do guarda-roupa há lenços de cinco cores diferentes. Jonofon tirando seis lenços, tem certeza de ter, pelo menos, dois lenços serão da mesma cor.

Problema 14 (portaldosaber.obmep.org)

Como você faria para voltar ao planeta Terra?

Você é o piloto da primeira nave tripulada que foi da Terra até Marte e precisa voltar de lá. Para retornar, sua nave deve sair da base espacial em Marte e passar em três estações espaciais para pegar astronautas. Há 6 cápsulas de energia na base e, em cada trecho, sua nave consumirá uma dessas cápsulas. A maior quantidade de cápsulas que a nave consegue transportar é três. Além disso, é possível armazenar as cápsulas nas estações espaciais.

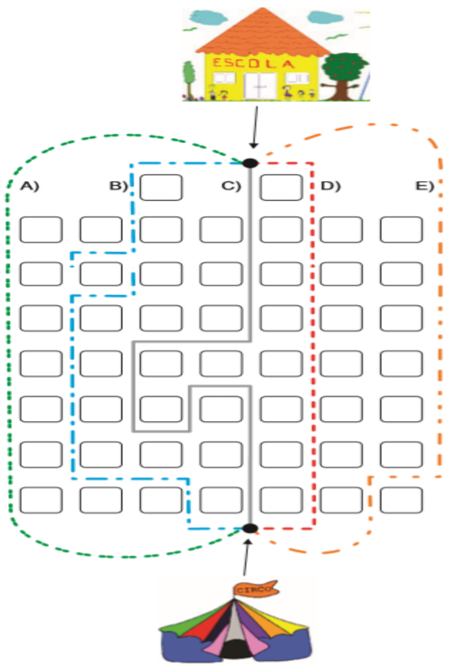
Adaptado de:
https://br.freepik.com/vetores-gratis/icones-do-espaco_1040713.htm

Solução: Como não temos combustível suficiente para irmos direto de Marte à Terra, será preciso estocá-lo em alguma estação. A única estação para onde conseguiremos ir e da qual poderemos voltar, e ainda sobrará combustível, é a estação 1. Logo, para resolver o desafio, vamos seguir estes passos:

1) colocar três cápsulas na nave ao sair de Marte;
2) gastar uma cápsula até chegar à primeira estação;
3) armazenar uma cápsula na primeira estação e usar a outra cápsula para voltar até Marte;
4) carregar novamente a nave com três cápsulas;
5) gastar uma cápsula até chegar à primeira estação;
6) pegar a cápsula armazenada e completar o estoque de cápsulas da nave, agora com três;
7) usar uma cápsula em cada um dos três trechos restantes até a Terra.

<u>Problema 15</u> (OBMEP 2018 Nível A)

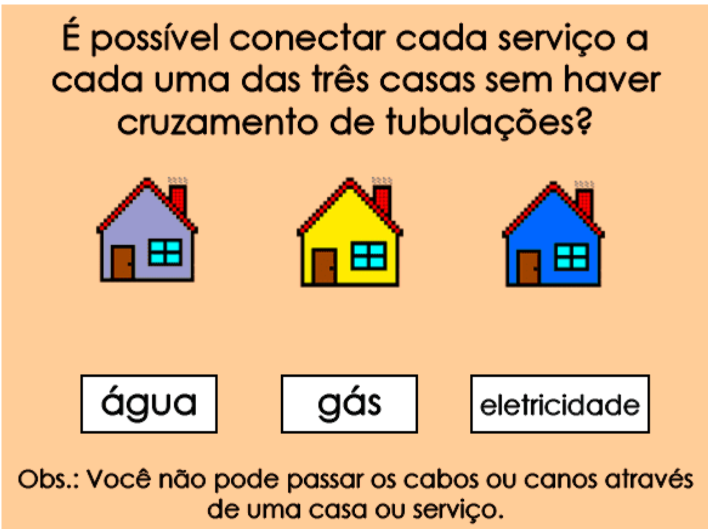
Qual dos caminhos abaixo é o mais curto entre a escola e o circo?



<u>Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:</u>

– O que queremos determinar?
R: O menor caminho entre a escola e o circo.
– Podemos utilizar algumas das unidades de medidas convencionais (metro, centímetro, etc.)?
R: Não
– É possível utilizar os quarteirões como unidade de medida?
R: Sim
– Quantos quarteirões, aproximadamente, serão percorridos indo pelo caminho do item A, B, C, D e E, respectivamente?
R: 14, 13,13, 9 e 13
– Dessa forma o menor caminho será pelo caminho de qual item?
R: Letra D

<u>Problema 16</u> (Matematicagenial.com)



Solução: É impossível.
Não existe forma de fazer esta conexão sem que haja nenhum cruzamento.

Problema 17 (Problema inspirado no problema de Malba Tahan – O homem que calculava)

Três amigos foram comer num restaurante e no final a conta deu R$ 30,00. Fizeram o seguinte: cada um deu R$ 10,00. O garçom levou o dinheiro até o caixa e o dono do restaurante disse o seguinte:

- *Esses três são clientes antigos do restaurante então vou devolver R$ 5,00 para eles...”*

E entregou ao garçom cinco notas de R$ 1,00. O garçom, muito esperto, fez o seguinte: pegou R$ 2,00 para ele e deu R$ 1,00 a cada um dos amigos. No final cada um dos amigos pagou o seguinte:

R$ 10,00 – R$ 1,00 = R$ 9,00

Logo, se cada um de nós gastou R$ 9,00, o que nós três gastamos juntos, foi de R$ 27,00. E se o garçom pegou R$ 2,00 para ele, temos:

Nós: R$ 27,00
Garçom: R$ 2,00
Total: R$29,00

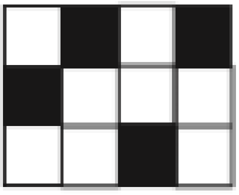
Onde foi parar o outro R$ 1,00???

Solução:

Cada amigo pagou na verdade R$ 9,00 (R$10,00 e recebeu R$ 1,00 de volta), ou seja, os amigos pagaram juntos R$ 27,00. Desse valor, o dono do restaurante ficou com R$ 25,00 e o garçom com R$ 2,00, tudo correto e não fica faltando R$ 1,00.

Problema 18 (OBMEP 2018 Nível A)

Na figura, quantos quadrados brancos você deve pintar de preto de modo que o número de quadrados pretos fique igual ao número de quadrados brancos?



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

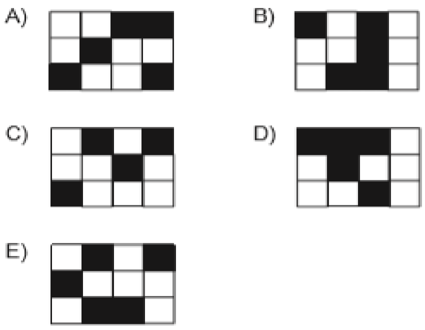
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

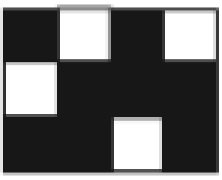
– O que queremos determinar?
R: O número de quadradinhos que devemos pintar de preto para igualar as quantidades de quadradinhos brancos e pretos.
– A malha é formada por quantos quadradinhos?
R: 12
– Para igualar essa quantidade devemos ter quantos quadradinhos pintados de cada cor?
R: Seis
– Quantos são os quadradinhos pretos?
R: Quatro
– Quantos devemos pintar para igualar essa quantidade?
R: Dois.

Letra B

Problema 19 (OBMEP 2018 Nível A)

As casas brancas do retângulo ao lado são transparentes Qual dos retângulos abaixo ficará totalmente preto se colocarmos o retângulo ao lado sobre ele?



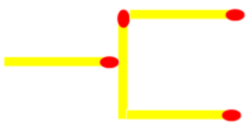


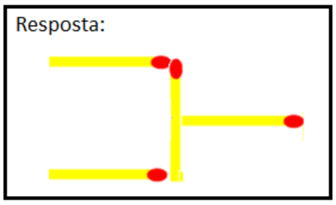
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A figura que quando sobreposta com a figura original tenhamos um retângulo completamente preto.
– Onde há quadradinhos brancos na figura original devemos ter qual tipo de quadradinhos na opção correta?
R: Devemos ter quadradinhos pretos.
– Qual a cor do primeiro quadradinho da segunda linha da figura original?
R: branco.
– Estamos procurando a opção onde o primeiro quadradinho da segunda linha seja da cor?
R: Preta.
– Existem quantas opções onde isso acontece?
R: Uma.
– Essa será a opção correta?
R: Sim.
Letra E

Problema 20 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

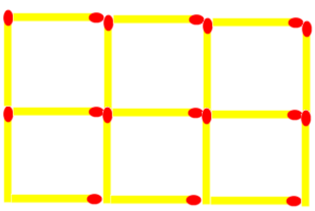
Considere a figura em forma de uma pá construída com quatro palitos de fósforo. Deslocar dois desses palitos de modo a inverter a posição da pá.

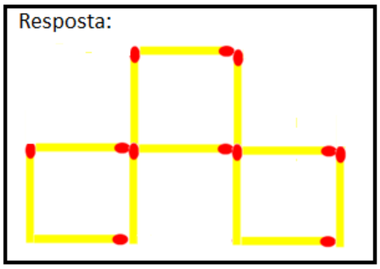




Problema 21 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

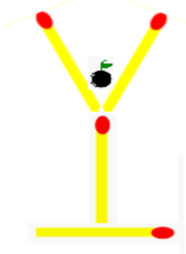
A figura ao lado foi construída com 17 palitos de fósforo. Retirar 5 palitos de modo a ficarem apenas 3 quadrados congruentes.

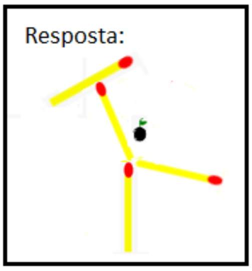




Problema 22 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

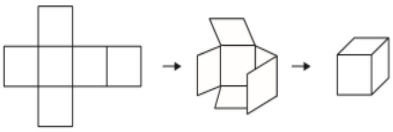
Com quatro palitos de fósforo foi construída a taça ao lado, a qual contém uma jabuticaba. Deslocar dois palitos de modo que a taça mude de posição e a jabuticaba fique fora da mesma.



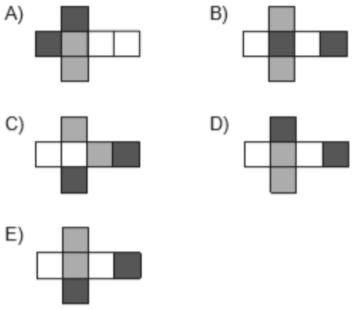


Problema 23 (OBMEP 2018 Nível A)

Observe como montar um cubo de papel:



Qual das figuras abaixo pode ser usado para montar um cubo em que as faces opostas tenham a mesma cor?

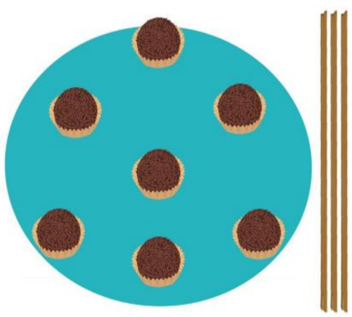


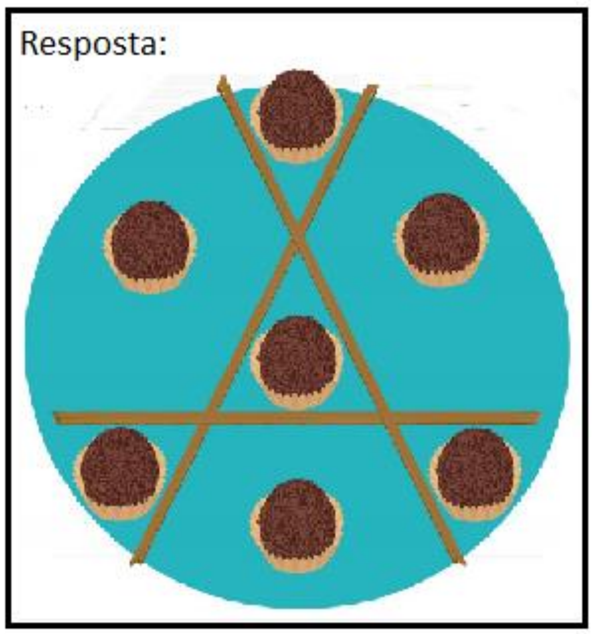
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R: A planificação de um cubo que tenha faces opostas com a mesma cor.
– No exemplo dado na questão qual a figura tridimensional foi formada?
R: Cubo
– Em todas as opções é possível montar um cubo?
R: Sim, todas as planificações são iguais a planificação do exemplo.
– Os quadrados que possuem lados adjacentes na planificação se tornarão faces opostas na figura tridimensional?
R:Não, quadrados adjacentes na planificação se manterão faces adjacentes no sólido.
– Então podemos descartar as opções onde quadrados adjacentes possuem a mesma cor?
R:Sim
– Quais são elas?
R: A, C, D e E
– Qual a única planificação onde não temos quadrados adjacentes com a mesma cor?
A planificação do item B.

Problema 24 (portaldosaber.obmep)

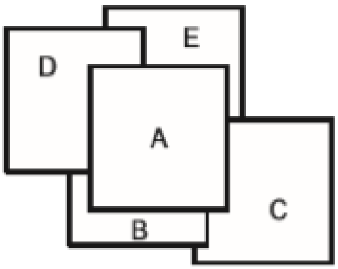
Sete brigadeiros: No sábado passado, houve uma festa junina na escola de Leonardo. Como ele gosta muito de brigadeiros, a barraca de doces foi a primeira que ele visitou. Lá, ele descobriu que poderia ganhar um brigadeiro, se resolvesse o seguinte desafio: Coloque as 3 varetas na bandeja de forma que esta fique dividida em 7 partes com um brigadeiro em cada uma delas. Atenção! Não é permitido mover os brigadeiros! Como Leonardo pode resolver este desafio?





Problema 25 (OBMEP 2018 Nível A)

Cinco quadrados de papelão foram colocados um a um sobre uma mesa, de acordo com a figura. Em que ordem os quadrados foram colocados na mesa?



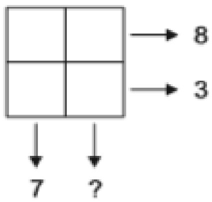
a) E C B D A
b) E D B C A
c) A B C D E
d) E B C D A
e) E D C B A

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A ordem em que os quadrados foram colocados na mesa.
– Quantos quadrados foram colocados sobre a mesa?
R: 5 quadrados.
– Qual quadrado está totalmente visível na figura?
R: O quadrado A.
– O que isso significa?
R: Que o quadrado A está acima de todos os outros.
– O quadrado D está abaixo ou acima do quadrado B?
R: acima.
– O quadrado B está acima ou abaixo do quadrado C?
R: acima.
– Já o quadrado C está acima ou abaixo do quadrado E?
R:acima.
– Logo, qual quadrado está abaixo de todos os outros?
R: O quadrado E.
– A ordem usada para colocar os quadrados na mesa foi?
R: E - C - B - D - A.
Letra A

Problema 26 (OBMEP 2018 Nível A)

Carlos escreveu um número em cada uma das quatro casas do tabuleiro ao lado. A soma dos números escritos na primeira linha é 8, na segunda linha é 3 e na primeira coluna é 7. Qual é a soma dos números que Carlos escreveu na segunda coluna?



a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 11

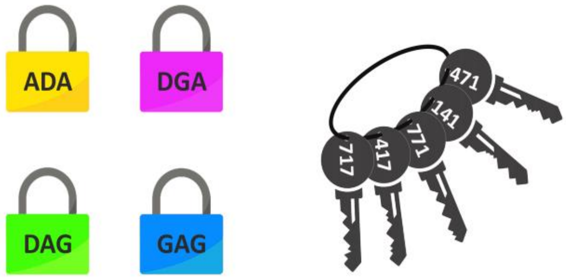
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R: A soma dos números da segunda coluna.
– O que representa os números encontrados ao lado de cada linha ou coluna da figura?
R:A soma dos números encontrados nas linhas e colunas.
– Que valor encontramos somando os números da primeira linha?
R: 8.
– Que valor encontramos somando os números da segunda linha?
R: 3.
– Podemos determinar a soma de todos os quatro números encontrados na tabela?
R: Sim, 8 + 3 = 11.
– Que valor encontramos somando os números da primeira coluna?
R: 7
– Sabendo que a soma de todos os quatro números da tabela é 11, e que a soma dos números na primeira coluna é 7, podemos determinar a soma dos números da segunda coluna?
R: Sim, 11 − 7 = 4.
– Foi necessário preencher a tabela para determinarmos a soma que estávamos procurando?
R: Não.
– É possível encontrar cada um dos números que estão na segunda coluna? R: Sim, para que a soma seja 4, devemos ter 4 = 1 + 3.
– Essa seria a única opção possível?
R: Não, 4 = 4 + 0 ou 4 = 2 + 2.
– Tente preencher a tabela utilizando as opções acima para a segunda coluna. Todas as opções são satisfeitas?
R: Sim
– Isso significa que temos apenas uma forma de preencher a tabela?
R: Não.
– Mas a soma dos números da segunda coluna será sempre?
R: 4
Letra A.

Problema 27 (portaldosaber.obmep)

Código secreto: João tem quatro cadeados e cinco chaves. Ele sabe que:

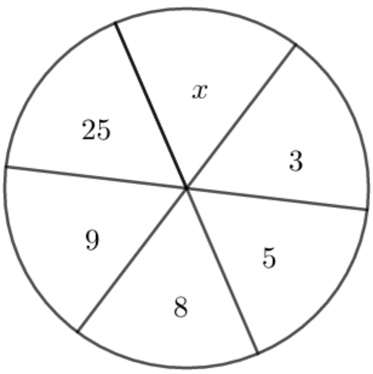
● só uma das chaves abre cada cadeado;
● as letras nos cadeados representam os números das chaves.



Solução:

Problema 28 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

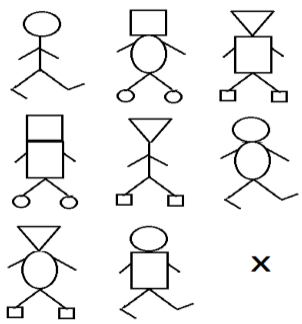
Atente para os setores do círculo ao lado e determine o valor de “x”.



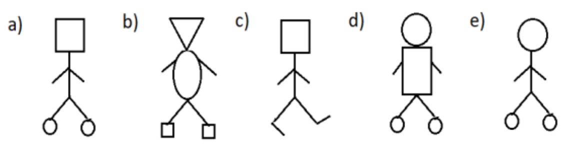
Solução: Os números e seus respectivos quadrados ficam situados em setores opostos do círculo, logo $x = 8^2 = 64$.

Problema 29 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

Considere as figuras ao lado e determine qual, dentre as seguintes, a que deve ser logicamente colocada no local do “x”.

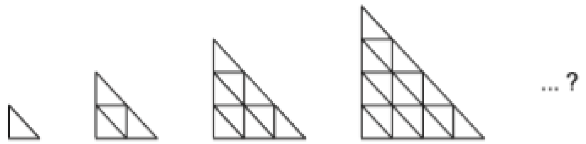


Solução: Letra A



Problema 30 (OBMEP 2018 Nível A)

As figuras da sequência abaixo são formadas por triângulos pequenos. A quarta figura tem 16 triângulos. Mantendo esse padrão, quantos triângulos pequenos tem a quinta figura da sequência?



a) 20
b) 24
c) 25
d) 36
e) 49

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R:Aquantidadedetriângulospequenosqueteráaquintafiguradasequência.
– Quantos triângulos pequenos possui cada uma das quatro figuras do problema?
R: 1, 4, 9 e 16.
– Observe a primeira e a segunda figura, qual foi a mudança ocorrida? R: Apareceu uma camada com 3 triângulos menores.
– E da segunda para a terceira figura?
R: Apareceu mais uma camada com mais 5 triângulos menores.
– E da terceira figura para a quarta figura?
R: Apareceu mais uma camada com 7 triângulos menores.
– Temos um padrão a ser seguido?
R:Sim,da quarta figura para a quinta figura, aparecerá mais uma camada com 9 triângulos.
– A quarta figura possui quantos triângulos menores?
R: 16.
– Dessa forma a quinta figura terá?
R: 16+9=25.
Letra C

Problema 31 (OBMEP 2018 Nível A)

Qual é o valor de $2018 + 8012$?

a)10 000
b)10 010
c) 10 030
d) 10 218
e) 18 012

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que estamos procurando?
R: A soma de dois números.
– Podemos utilizar o algoritmo da soma?
R: Sim.
– Podemos decompor os números em suas ordens?
R: Sim.
– Quantas ordens possui os números 2018 e 8012 e quais são elas?
R: 4 ordens; unidade, dezena, centena e milhar.
– Decomponha o número 2018 de acordo com suas ordens.
R: 2018 = 2000 + 10 + 8.
– Faça o mesmo para o número 8012.
R: 8012=8000+10+2
– Quando utilizamos o algoritmo da soma, somamos a ordem das unidades de um número com a ordem das unidades do outro número. Fazemos o mesmo para todas as outras ordens. Somando a ordem das unidades do número 2018 com a ordem das unidades do número 8012, encontramos?
R: 8+2=10
– Faça o mesmo para a ordem das dezenas e para a ordem dos milhares.
R: 10+10=20 e 2000+8000=10.000
– O resultado da operação será a soma desses valores?
R: Sim, 10000+20+10=10030.
Letra C

Problema 32 (Livro Trales – Prof. Paulo Trales)

Um número inteiro que não é primo nem composto.

1. Peça alguém que escolha qualquer número inteiro positivo.
2. Some 3 unidades.
3. Multiplique o resultado por 2.
4. Subtraia 4 unidades.
5. Divida o resultado por 2.
6. Subtraia o valor pensado pelo valor encontrado no passo 5.

Qual valor você encontrou?

R: O resultado será sempre 1!!!

Problema 33 (Livro Trales – Prof. Paulo Trales)

Um número frequente:

1. Pense um número com 3 algarismos distintos, que não termine em zero.
2. Escreva na ordem inversa os algarismos do número acima.
3. Faça a subtração entre o maior e o menor dos números acima.
4. Inverta a ordem, novamente, dos algarismos do número encontrado acima.
5. Some os dois.

Qual valor você encontrou?

R: O resultado sempre será 1089!!!

Problema 34 (OBMEP 2018 Nível A)

Um ônibus partiu com 25 pessoas. No caminho, desceram 7 pessoas e subiram 5. Quantas pessoas chegaram ao ponto final?

a) 20
b) 21
c) 22
d) 23
e) 24

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: O número de pessoas que chegaram ao fim da viagem.
– Quantas pessoas tinham inicialmente no ônibus?
R:25 pessoas.
– Após 7 pessoas descerem do ônibus, o que faremos para determinar a nova quantidade de pessoas no ônibus?
R: Subtrair 7 unidades do total de 25 unidades.
– Em seguida, subiram 5 pessoas no ônibus, como devemos proceder?
R: Devemos somar a quantidade encontrada com 5 unidades.
Agora os alunos deverão executar seu plano, resolvendo as operações descritas por eles até encontrarem o resultado correto $25-7 = 18+5 = 23$.
Letra D

Problema 35 (Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

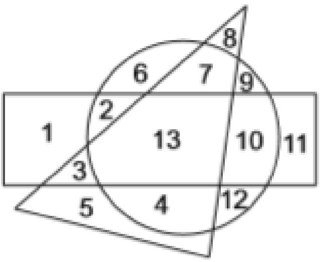
O galho de uma laranjeira tem 10 folhas, sendo que a cada mês caem 4 folhas e crescem, em compensação, 3. Quando será que o galho da laranjeira estará completamente sem folha?

Solução: No 1° mês a laranjeira ficará com 9 folhas, no 2° mês com 8, no 3° mês com 7, assim por diante. No 6° mês a laranjeira ficará com 4 folhas e no 7° mês cairiam todas as folhas.

Problema 36 (OBMEP 2018 Nível A)

Qual é a soma dos números que estão dentro do círculo e do retângulo, mas que estão fora do triângulo?

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12



Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

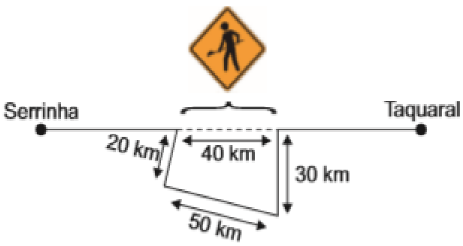
– O que estamos procurando?
R: A soma dos números que estão dentro do círculo e do retângulo, mas 17 está fora do triângulo.

– Quais são os números que estão dentro do retângulo?
R: 1,2,3, 10, 11 e 13.
– Quais números estão dentro do círculo?
R: 2,4,6,7,9,10,12 e 13.
– Quais números estão dentro do triângulo?
R: 3,4,5,7,8 e 13.
– Quais números estão dentro do retângulo e do círculo ao mesmo tempo?
R:2, 10 e 13.
– Algum desses números está dentro do triângulo?
R:Sim
– Qual?
R:13
– Quais números estão no retângulo e no círculo mas não estão no triângulo?
R: 2 e 10
– Agora podemos executar o plano somando esses números.
R: 2+10=12.
Letra E

Problema 37 (OBMEP 2018 Nível A)

A figura mostra o caminho entre as cidades de Serrinha e Taquaral. Uma parte da estrada está interrompida para obras, indicada pela linha tracejada, e os viajantes devem passar pelo desvio. Quantos quilômetros a mais os viajantes terão que andar por causa do desvio?

a) 20
b) 40
c) 50
d) 30
e) 60



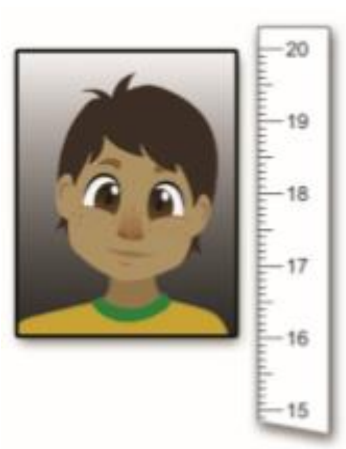
Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: Quantos quilômetros a mais os viajantes terão que percorrer por causa do desvio.
– Antes da estrada ser interrompida para obras, sabíamos a distância entre as cidades de Serrinha e Taquaral?
R: Não.
– Essa distância é necessária para a solução do problema?
R: Não.
– Por que essa distância não é necessária?
R: Porque estamos interessados na distância a mais que os viajantes terão que percorrer.
– Em quantos quilômetros a estrada foi interrompida?
R: 40 km.
– Podemos determinar quantos quilômetros possui o desvio?
R: Sim. 20 km + 50 km + 30 km = 100 km.
– Antes das obras, o trecho que era feito em 40km passou a ser feito em 100 km. Quantos quilômetros a mais os viajantes estão gastando com esse percurso por causa desse desvio?
R: 100 km − 40 km = 60 km.
Letra E

Problema 38 (OBMEP 2018 Nível A)

Matilde mediu a altura de uma figurinha com um pedaço de régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é a altura da figurinha?

a) 1cm
b) 2 cm
c) 3 cm
d) 4 cm
e) 5 cm



Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O que queremos determinar?
R: A altura da figurinha.
– Qual a unidade de medida da régua utilizada?
R: centímetro.
– Quando utilizamos uma régua para medir um objeto é necessário que a marca inicial da régua esteja sobre o número zero?
R: Não.
– A parte inferior da figurinha está sobre qual número na régua?
R: 16
– E a parte superior?
R: 20
– O que deverá ser feito para determinarmos o tamanho da figurinha?
R: Determinar quanto falta a 16 para chegarmos a 20.
$20-16=4$.
A figurinha possui 4 centímetros.
Letra D

Problema 39 (OBMEP 2018 Nível A)

Grabriela trouxe para José uma cesta cheia de maças e laranjas. José comeu a metade das laranjas e um quarto das maças. Das frutas que Gabriela trouxe, quanto sobrou na cesta?

a) um quarto
b) menos de um quarto
c) metade
d) mais da metade
e) menos da metade

Proposta de resolução de problemas segundo o método sugerido por Pólya:

– O queremos determinar?
R: A quantidade de frutas que restou na cesta.
– Será possível determinar exatamente esse valor?
R: Não.
– José comeu metade das laranjas, quantas laranjas restaram?
R: A outra metade.
– José comeu $\frac{1}{4}$ das maças, que fração representa a quantidade restante de maças?
R: $\frac{3}{4}$.
– Qual a fração que representa a metade das maças?
R: $\frac{1}{2}$
– Sobrou mais ou menos da metade das maças?
R: Sobrou mais da metade, $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$.
– Ou seja, sobraram metade das laranjas e mais da metade das maças. O que isso significa?
R: Que sobrou mais da metade das frutas.
– Esse resultado depende do total de frutas na cesta?
R: Não
– Vamos testar para uma quantidade qualquer, digamos que havia na cesta 8 laranjas e 12 maças. José comeu quantas laranjas? Quantas sobraram?
R: Ele comeu 4 laranjas; sobraram 4 laranjas.
– Quantas maças José comeu? E quantas sobraram?
R: Ele comeu 3 maças; sobraram 9 maças.
– Quantas frutas sobraram no total?
R: $4+9=13$
– Esse valor é menor ou maior que a metade do total de frutas?
R: A cesta possui 20 frutas, sua metade é 10, então mais da metade ainda resta na cesta.
Letra D

Problema 40 (Matematicagenial.com)

Solução: A primeira metade completa as duas de cima e a metade de baixo completa as duas de baixo. As duas metade no meio completam uma melancia, então no total temos 5 melancias.

APÊNDICE B – Material elaborado para o projeto de Formação Continuada

Juliana Nunes
Marcele Câmara
Priscila Petito

Olimpíada de Matemática para 1° segmento do Ensino Fundamental.

A perspectiva do professor em sala de aula.

Produto desenvolvido em Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT).

Sumário

Professor,

Ao escrever esse material procuramos pensar na sua perspectiva dentro da sala de aula. Os problemas e atividades que aqui se encontram buscam refletir o seu ponto de vista na hora de apresentar um conteúdo.

Norteamos nosso material a partir dos problemas encontrados na Olímpiada Brasileira de Matemática (OBMEP) nível A. Destinada a alunos do 4° e 5° anos do ensino Fundamental I, a OBMEP nível A teve sua primeira aplicação em outubro de 2018.

Aqui, podemos encontrar todos os 35 problemas da OBMEP nível A dos anos de 2018 e 2019. Esses problemas foram distribuídos em nove capítulos e separados por tema.

Abordamos os temas abrangidos pela OBMEP nível A, através da resolução de atividades lúdicas e problemas que buscam desenvolver o raciocínio matemático de forma ativa.

Os problemas e atividades foram selecionados para desenvolver estratégias de resolução de problemas e despertar o interesse por investigações matemáticas.

Olimpíada de Matemática para 1° segmento do Ensino Fundamental.

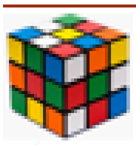
A perspectiva do professor em sala de aula

Tipos de atividades

AGORA É SUA VEZ!

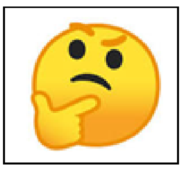
O conceito dessa atividade está relacionado com o texto principal.

Questões da OBMEP nível A dos anos de 2018 e 2019.



ATIVIDADE!

Atividades voltadas para reflexão do tema, em geral são situações-problema.



São problemas curtos, que exigem uma reflexão e podem ser discutidos em grupo.

1

Organização espacial

Objetivos:

- Identificar as movimentações de figuras planas através da rotação, translação e reflexão.
- Utilizar as figuras de Escher como recurso didático para o ensino de geometria plana e geometria espacial.
- Desenvolver estratégias na resolução de problemas utilizando atividades práticas.

Habilidade BNCC:

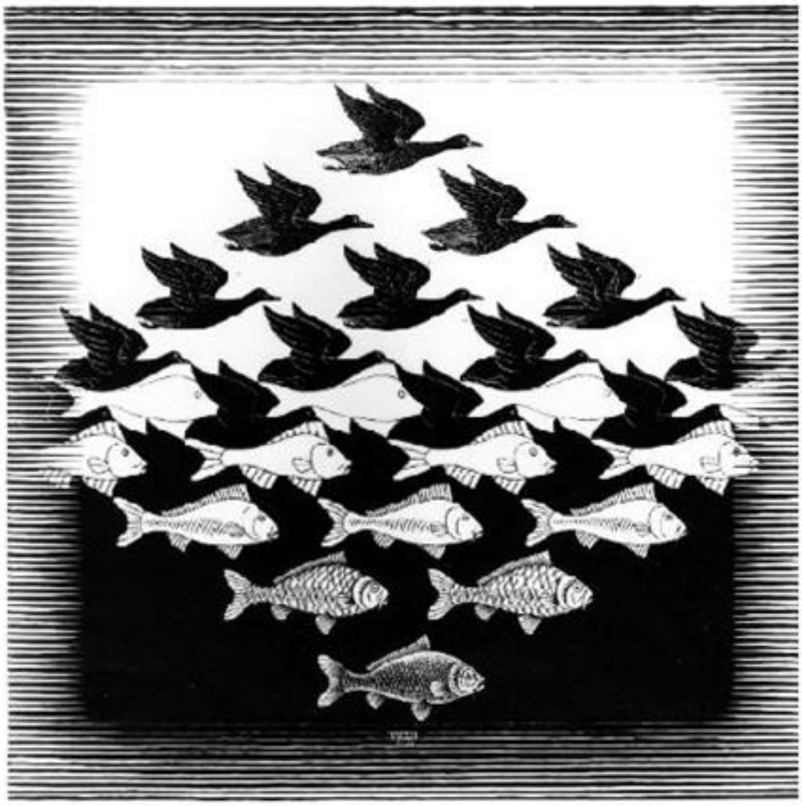
- (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

Escher: A matemática e a arte

Maurits Cornelis Escher foi um arquiteto nascido na Holanda em 1988, Escher utilizava uma grande variedade de recursos matemáticos em suas obras. Um deles era o ladrilhamento, onde preenchia o plano sem sobrepor figuras ou deixar espaços vazios. Escher utilizava a divisão regular do plano para explorar o infinito através de transformações geométricas.

Utilizando esta e muitas outras técnicas algumas de suas gravuras provocam uma ilusão de ótica no observador. Na xilogravura abaixo céu e água I, de 1938, podemos observar os peixes se transformando em pássaros. Na parte superior os peixes são como o céu para os pássaros enquanto na parte inferior os pássaros fazem a função de mar para os peixes.

"Céu e água", de Escher



Fonte: wikiart.org

AGORA É SUA VEZ!

Em diversas obras, Escher utiliza a sobreposição e o encaixe de figuras não planas. Identifique nas obras abaixo algumas dessas figuras.

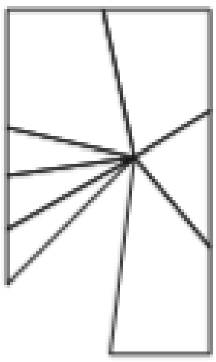
Mosaic I, 1951

Fonte: wikiart.org

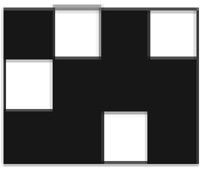
Horses and Birds, 1949

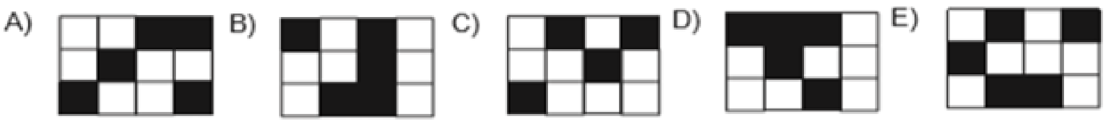
Fonte: wikiart.org

(OBMEP Nível A/2019) O espelho ao lado foi partido em vários pedaços. Qual é o pedaço que está faltando?



(OBMEP nível A/2018) As casas brancas do retângulo ao lado são transparentes Qual dos retângulos abaixo ficará totalmente preto se colocarmos o retângulo ao lado sobre ele?



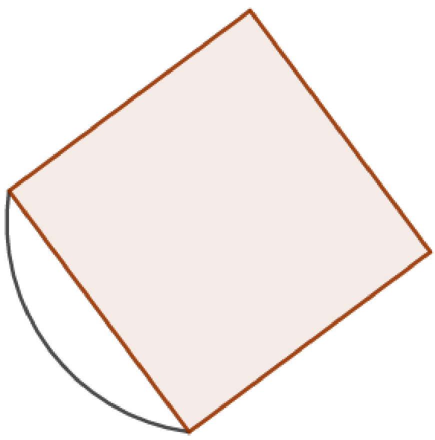


Escher utilizava muitas técnicas, nas construções de seus mosaicos, que bebiam na fonte da matemática. Construção por rotação, construção por translação e construção por reflexão eram algumas delas.

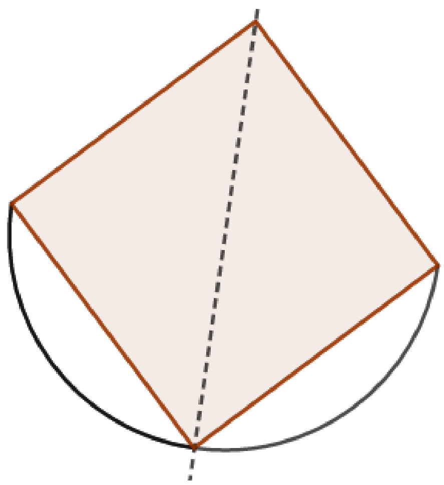
ATIVIDADE!

Construção de um mosaico utilizando a técnica de Escher.

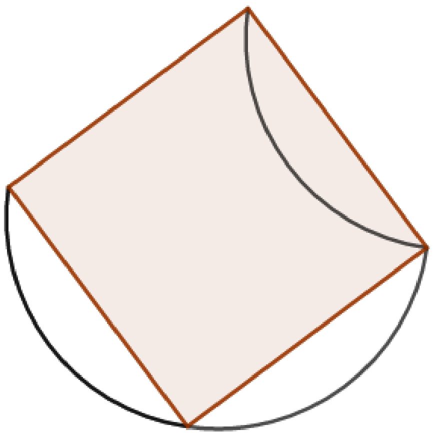
<u>Passo 1</u>: Primeiramente criamos uma curva qualquer na aresta inferior esquerda.



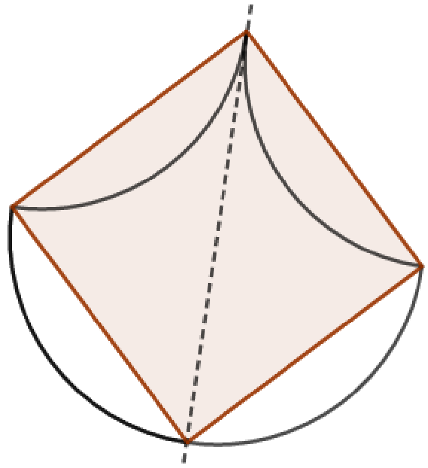
<u>Passo 2</u>: Reflita essa curva em relação ao eixo destacado.



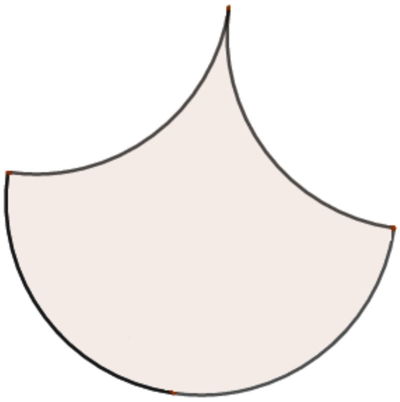
Passo 3: Rotacione em 90° essa nova curva, da seguinte forma.



Passo 4: Reflita essa nova curva em relação ao eixo destacado.



Passo 5: A figura formada pelas curvas (obtida nos outros passos) será auto encaixável.

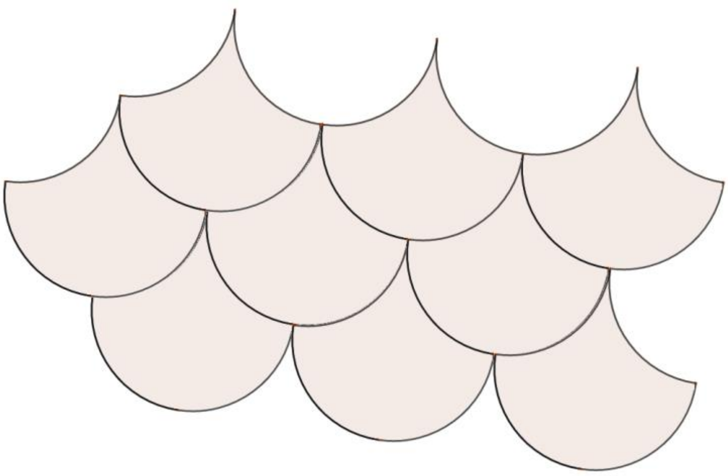


Observações:

1) A área da figura obtida no passo 5 será a mesma do quadrado inicial utilizado no passo 1.

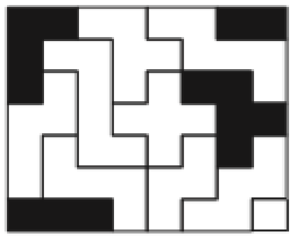
2) Lembrando que poderíamos ter escolhido qualquer curva no passo 1.

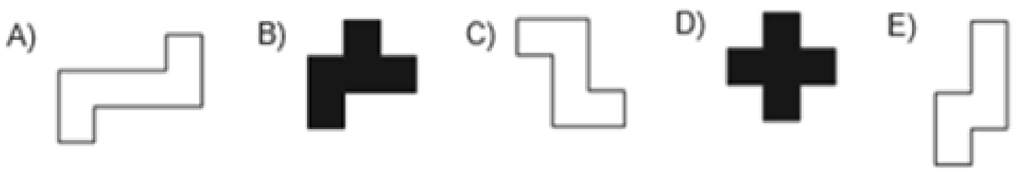
Passo 6: Utilizando a figura formada no passo 5 podemos construir um mosaico.



(OBMEP nível A/ 2019) O palhaço Fiascone olhou para um espelho antes de sua apresentação. Qual foi a imagem que ele viu?

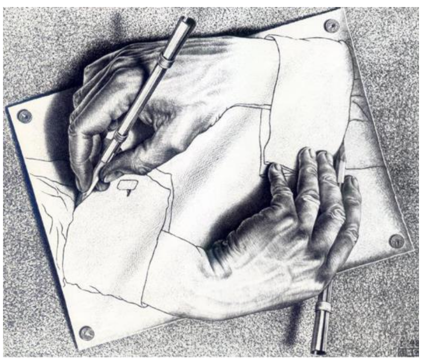
(OBMEP nível A/2019) Para montar o quebra-cabeça, foram usadas peças que são pretas de um lado e brancas do outro lado. Somente uma das peças abaixo NÃO foi usada. Qual é esta peça?





Escher também ficou conhecido por reproduzir figuras com três dimensões em superfícies de duas dimensões. Em sua obra "desenhando mãos" , Escher utiliza o sombreamento para causar a ilusão de duas mãos que saem do papel e desenham uma à outra.

Drawing Hands, 1948

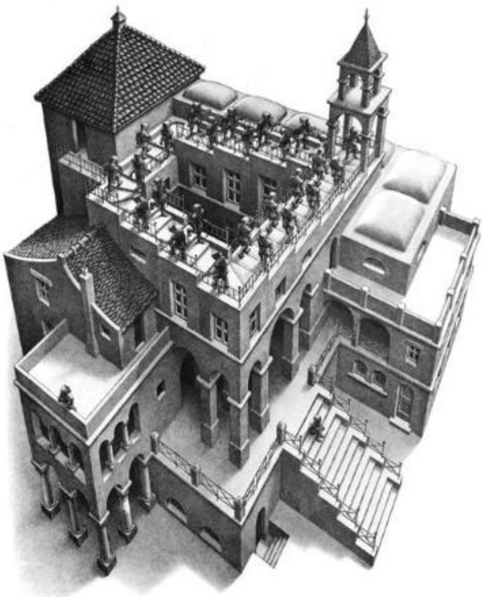


Fonte: wikiart.org

AGORA É SUA VEZ!

Identifique a ilusão de ótica causada na representação de figuras tridimensionais em superfícies bidimensionais em cada uma das obras ilustrada abaixo.

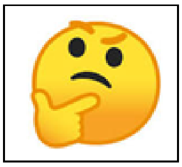
Subindo e descendo, 1960



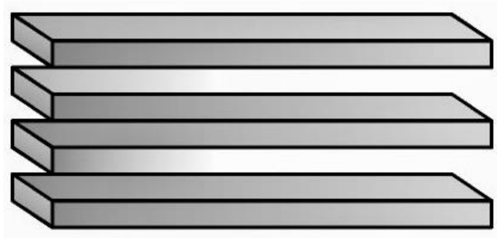
Fonte: wikiart.org

Belvedere, 1958

Fonte: wikiart.org

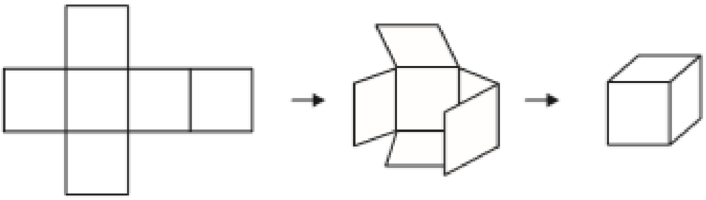


Quantas barras você vê?

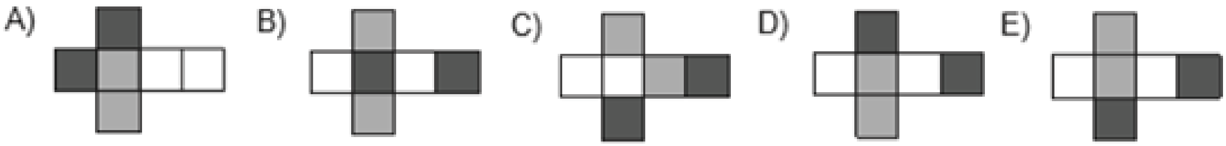


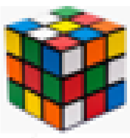
Fonte: http://www.ilusao.net/

(OBMEP nível A/2019) Observe como montar um cubo de papel:



Qual das figuras abaixo pode ser usado para montar um cubo em que as faces opostas tenham a mesma cor?



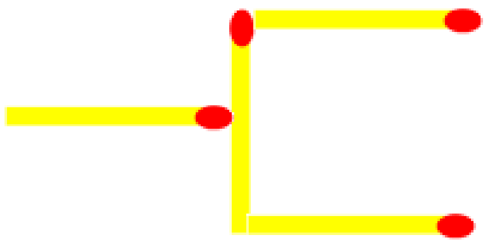


ATIVIDADE!

(Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)

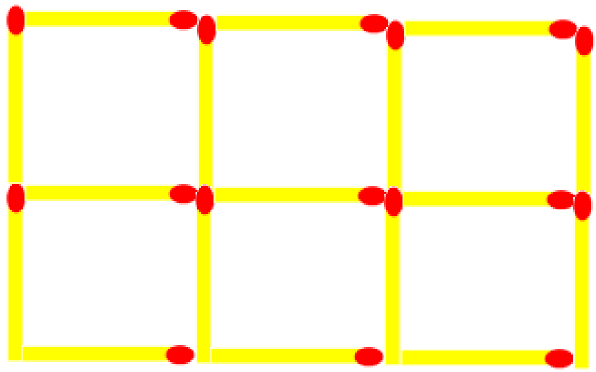
<u>Desafios com palitos</u>

- A figura abaixo possui o formato de uma pá construída com quatro palitos de fósforo. Desloque apenas dois desses palitos de modo que isso inverta a posição da pá.



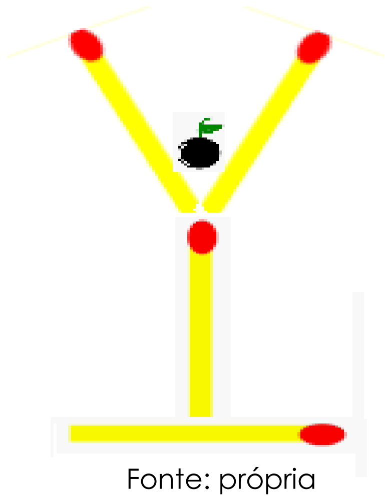
Fonte: própria

- A figura abaixo foi construída com 17 palitos de fósforo e possui 6 quadrados menores. Retire apenas 5 palitos de modo a ficarem apenas 3 quadrados congruentes.



Fonte: própria

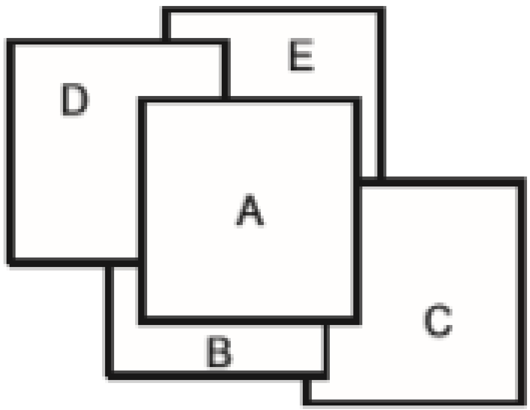
- Com quatro palitos de fósforo foi construída a taça ao lado, a qual contém uma jabuticaba. Deslocando apenas dois palitos, mude a taça de posição de modo que a jabuticaba fique fora da mesma



Fonte: própria

(OBMEP nível A/2018) Cinco quadrados de papelão foram colocados um a um sobre uma mesa, de acordo com a figura. Em que ordem os quadrados foram colocados na mesa?

A) E C B D A
B) E D B C A
C) A B C D E
D) E B C D A
E) E D C B A



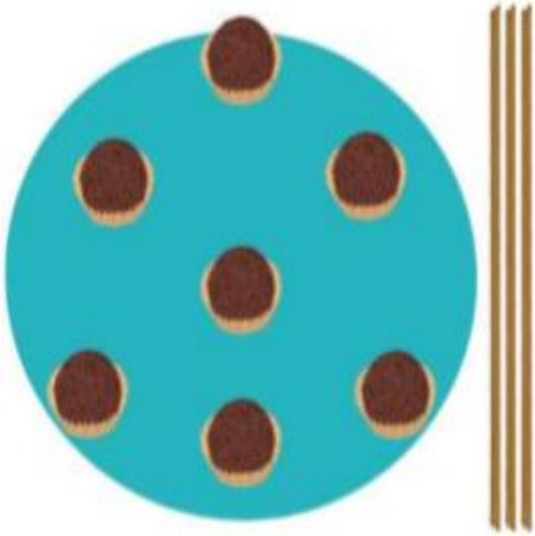
ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

Sete brigadeiros:

Coloque as 3 varetas na bandeja de forma que esta fique dividida em 7 partes com um brigadeiro em cada uma delas.

Atenção: Não é permitido mover os brigadeiros.



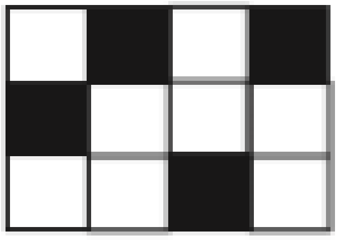
ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

Manobrando veículos:

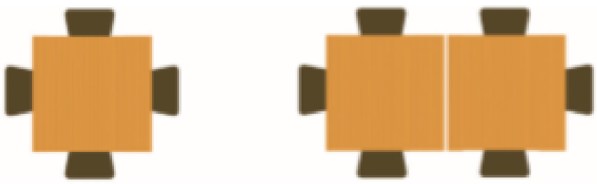
Pedro é mecânico e está com seis veículos guardados no estacionamento de sua oficina. Todos estão com defeito na direção e só conseguem se mover para frente ou para trás. O dono do carro **A** ligou para Pedro e falou que estava precisando do veículo com urgência! Com isso, Pedro terá que tirar o automóvel do estacionamento para poder consertá-lo.
O que Pedro precisa fazer para tirar o carro **A** do estacionamento?

(OBMEP Nível A /2018) Na figura, quantos quadrados brancos você deve pintar de preto de modo que o número de quadrados pretos fique igual ao número de quadrados brancos?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(OBMEP Nível A /2019) As mesas da cantina da escola são quadradas, e ao redor de cada uma delas cabem quatro cadeiras, como mostra a figura da esquerda. Quando duas mesas estão juntas, há lugar para 6 cadeiras, como na figura à direita.



Para a festa do dia das crianças, as professoras juntaram as 10 mesas que havia na cantina, formando uma única mesa comprida. Quantas cadeiras puderam ser colocadas ao redor dessa mesa comprida?

A) 20 B) 22 C) 30 D) 32 E) 40

Solução das atividades
Capítulo 1

• Página 6

AGORA É SUA VEZ!

- Tubarão, aranha, aves, morcegos, peixes e outros.
- Cabras e aves

Letra B

A figura que falta possui um ângulo reto e um ângulo agudo oposto a esse ângulo reto.

• Página 7

Letra E

Observe a primeira e a última casa da segunda linha da figura do enunciado: elas possuem cores diferentes; logo, dentre as opções, a única que poderá ficar totalmente preta ao sobrepormos os retângulos é o retângulo da alternativa E,

• Página 9

Letra E

O reflexo do palhaço terá elementos invertido como o dente, o cabelo e a sobrancelha.

Letra C

Das cinco opções apresentadas, basta verificar qual delas não aparece no quebra-cabeça. A peça que aparece na letra C não foi utilizada na montagem do quebra-cabeça. Observe que foi utilizada uma única peça com o formato igual ao da peça da letra C, porém com a cor invertida.

• Página 10

AGORA É SUA VEZ!

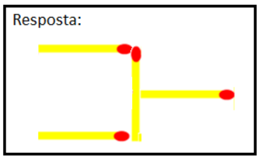
- Na parte superior do castelo, não fica claro para qual lado a escada desce ou sobe.
- Os pilares da construção se confundem e não percebemos qual está na parte da frente e qual está na parte de trás.

• Página 11

Letra B

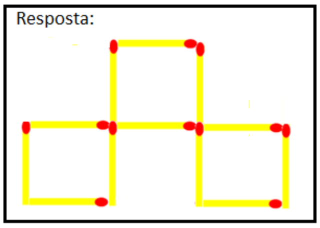
Nas figuras que aparecem em cada uma das alternativas A, B, C e D as faces de cor cinza são vizinhas. Somente na planificação apresentada na letra B as faces opostas têm a mesma cor.

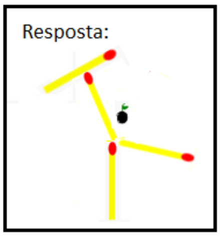
ATIVIDADE!



- ## Página 12

ATIVIDADE!



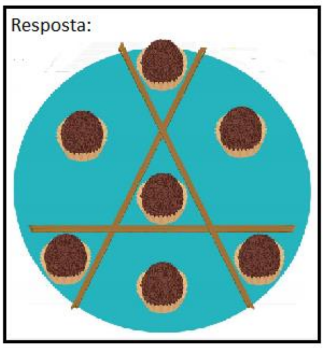


Letra A

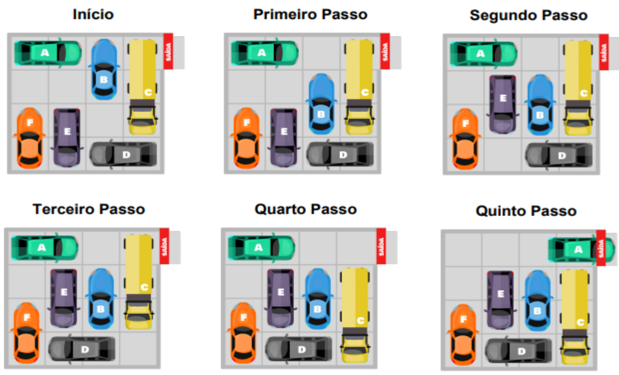
Na figura vê-se que E está abaixo de C, que está abaixo de B, que está abaixo de D, que está abaixo de A. Logo, a ordem em que os quadrados foram colocados sobre a mesa é E, C, B, D, A.

- ## Página 13

ATIVIDADE!



ATIVIDADE!



- ## Página 14

Letra B

Há 4 quadrados pretos e 8 quadrados brancos. Para que o número de quadrados pretos fique igual ao número de quadrados brancos é necessário pintar de preto dois quadrados brancos (ficarão, então, seis quadrados de cada cor). Há muitas maneiras de fazer isto; basta escolher duas casas brancas e pintá-las.

Letra B

Depois de enfileiradas as 10 mesas, podemos colocar 10 cadeiras em uma lateral, 10 cadeiras em outra lateral e mais duas cadeiras nas cabeceiras, totalizando 10 + 10 + 2 = 22 cadeiras. Observe:

2

Lógica Matemática

Objetivos:

- Estimular o raciocínio lógico.
- Despertar o interesse pela matemática através de jogos e charadas.
- Introduzir linguagem matemática.
- Estabelecer estratégias na resolução de problemas.

Habilidades BNCC:

- (EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.

Sudoku: O quebra-cabeça do século!

Foi no século XVIII em 1984 que o suíço Leonhard Euler inventou o sudoku, mais tarde o quebra-cabeça foi apresentado ao Japão por uma revista chamada Nikoli. E em 2004, foi publicado pelo jornal britânico The Times e desde então se tornou febre mundial.

O sudoku é formado por uma grade 9x9 (9 linhas e 9 colunas), subdividida em 9 quadrados menores 3x3 (3 linhas e 3 colunas) formando um total de 81 quadradinhos.

O objetivo do jogo é preencher cada coluna e cada linha, com números de 1 a 9, sem repeti-los. O mesmo deverá ser feito em cada quadrado menor 3x3 dessa grade.

Conhecendo apenas alguns números da grade, deverá ser possível preenchê-la por completo. Observe o exemplo abaixo:

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Sudoku>

A atividade a seguir utiliza os mesmos conceitos do sudoku, porém utiliza uma linguagem mais lúdica.

ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

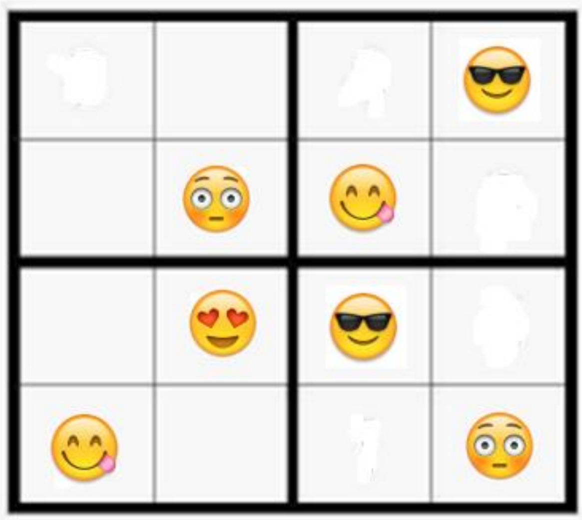
<u>Organizando o curral:</u>

Um fazendeiro possui 3 cavalos, 3 porcos e 3 vacas. Em sua fazenda, há um curral dividido em 9 partes, dispostas em 3 fileiras de 3. O fazendeiro já colocou um porco e um cavalo. Agora, ele quer que você preencha as partes vazias, de modo que cada uma seja ocupada somente por um animal, e em cada fileira haja um animal de cada tipo. Você consegue terminar de preencher este curral?

Seguindo em uma resolução mais lúdica, e utilizando uma grade 4x4 antes da resolução de uma grade 9x9.

ATIVIDADE!

Preencha a grade de forma que cada uma das 4 figuras apareça apenas uma vez em cada linha, cada coluna e cada quadrado 2x2.



AGORA É SUA VEZ!

Experimente descobrir a solução do Sudoku ao lado.

5					8			9
	8	1		9	2		5	
			5		4		1	
6	2	4				8		
	3						9	
		9				1	6	5
	4		3		7			
	1		9	6		3	2	
3			4					6

Seria possível determinar a quantidade total de jogos sudoku (9x9) que podem ser criados?

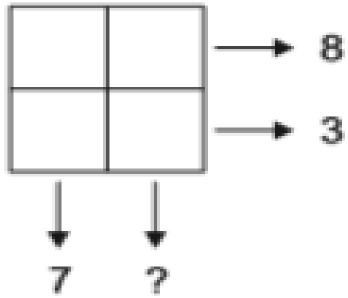
Essa pergunta só pode ser respondida utilizando métodos computacionais. Em 2005, Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis obtiveram a quantia de 6.670.903.752.021.072.936.960 maneiras, ou seja, cada habitante da terra teria que resolver mais de 800 milhões de sudoku ao longo da vida para que todos fossem resolvidos.

(OBMEP Nível A /2019) Janaína quer escrever os números 1, 2 ou 3 em cada uma das casas do quadriculado ao lado, de modo que cada coluna e cada linha tenham os três números diferentes. Ela já começou a preencher o quadriculado, escrevendo 1 na casa indicada na figura. De quantas maneiras diferentes ela pode terminar de preencher o quadriculado?

1		

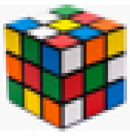
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

(OBMEP Nível A /2018) Carlos escreveu um número em cada uma das quatro casas do tabuleiro ao lado. A soma dos números escritos na primeira linha é 8, na segunda linha é 3 e na primeira coluna é 7. Qual é a soma dos números que Carlos escreveu na segunda coluna?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 11

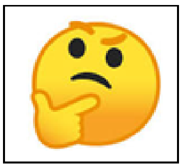
Assim como o sudoku, outras atividades também podem ajudar a desenvolver a atenção, memória, foco e estimular o raciocínio lógico.



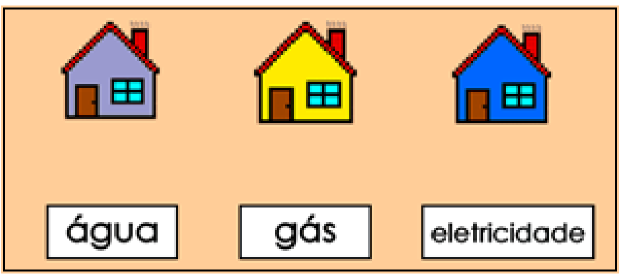
ATIVIDADE!

Um fazendeiro está levando uma raposa, uma galinha e um saco de grãos para casa. Para chegar lá, ele precisa atravessar um rio. Ele pode, apenas levar um item consigo de cada vez. Se a raposa for deixada sozinha com a galinha, ela comerá a galinha. Se a galinha for deixada sozinha com os grãos, ela comerá os grãos. Como o fazendeiro poderá atravessar o rio sem que nada seja comido?

Disponível em: <https://blog.rachacuca.com.br/enigmas/a-raposa-e-a-galinha/>



É possível conectar cada serviço a cada uma das três casas sem haver cruzamento de tubulações?



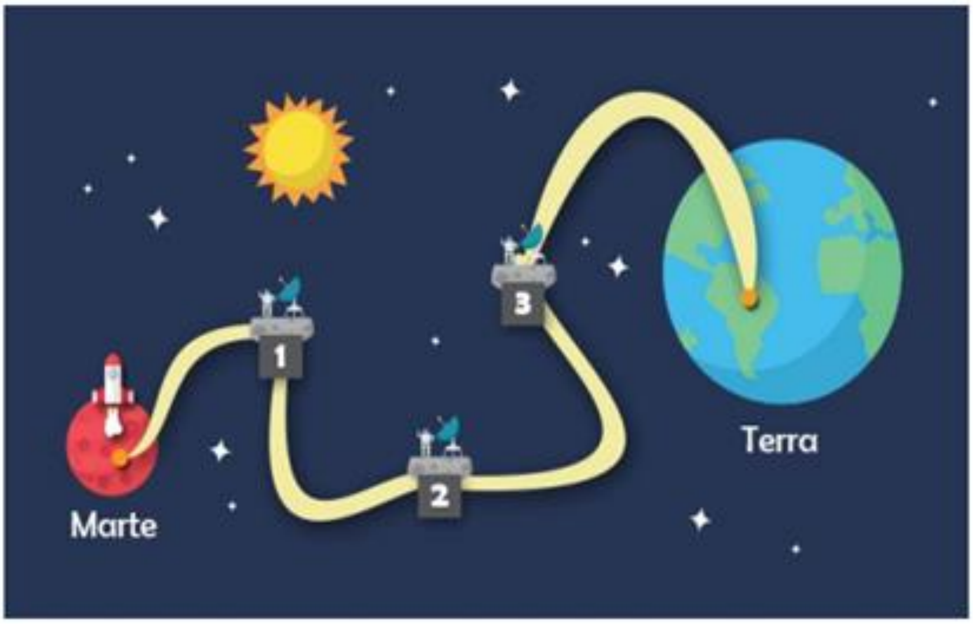
(OBS: você não pode passar os cabos ou canos através de uma casa ou serviço.)

ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

Como você faria para voltar ao planeta Terra?

Você é o piloto da primeira nave tripulada que foi da Terra até Marte e precisa voltar de lá. Para retornar, sua nave deve sair da base espacial em Marte e passar em três estações espaciais para pegar astronautas. Há 6 cápsulas de energia na base e, em cada trecho, sua nave consumirá uma dessas cápsulas. A maior quantidade de cápsulas que a nave consegue transportar é três. Além disso, é possível armazenar as cápsulas nas estações espaciais.



Na sua frente caminham duas mães, duas filhas, uma avó e uma neta. Quantas pessoas estão na sua frente, no mínimo?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

disponível em: <https://www.matematicagenial.com/>

ATIVIDADE!

Três crianças (Carina, Lucas e Talita) estão brincando enquanto a mãe de uma delas prepara três sucos diferentes (laranja, maracujá e limão). As crianças possuem idades distintas (7, 8 e 9 anos) e cada uma delas beberá um tipo de suco. Siga as pistas para descobrir o suco favorito e a idade de cada uma das crianças, Se necessário utilize a tabela.

1. A menina que gosta de suco de laranja tem dois anos a mais que Talita.
2. A criança que gosta de suco de maracujá tem 8 anos.

Nome	Suco	Idade
Carina		
Lucas		
Talita		

Disponível em: < https://www.geniol.com.br/logica/desafios/basico-1/ >

ATIVIDADE!

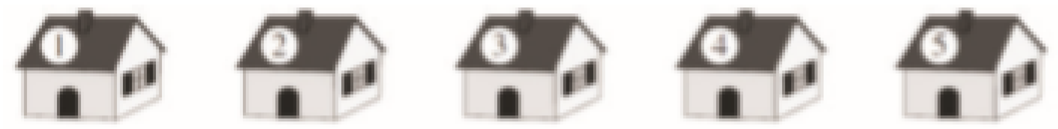
Uma rua possui três casas, uma ao lado da outra, uma delas é amarela, uma branca e uma verde. Em cada casa mora uma pessoa, em uma delas mora um Argentino, na outra um Português e na outra um canadense. Siga as pistas e descubra quem mora em cada casa.

1. O Português mora exatamente à esquerda do Argentino.
2. O Argentino mora exatamente à esquerda da casa Verde.
3. O Argentino mora na casa Branca.

	Casa 1	Casa 2	Casa 3
Cor			
Nacionalidade			

Disponível em: <https://www.geniol.com.br/logica/problemas/basico-1/>

(OBMEP Nível A /2018) Na rua das cores há uma casa azul, uma vermelha, uma amarela, uma rosa e uma verde. Essas casas são numeradas de 1 a 5, conforme a figura.



- As casas vermelha e verde são vizinhas.
- As casas amarela e azul também são vizinhas.
- A casa rosa é vizinha das casas verde e azul.
- A casa amarela não é a de número 5.

De que cor é a casa de número 4?
A) Azul
B) Amarela
C) Vermelha
D) Verde
E) Rosa

(OBMEP Nível A /2019) Ana, Érica, Irene, Karina e Olga moram no mesmo edifício. Duas delas moram no primeiro andar, e as outras três moram no segundo andar. Olga não mora no mesmo andar que Érica e Karina. Ana não mora no mesmo andar que Irene e Karina. Quem mora no primeiro andar?

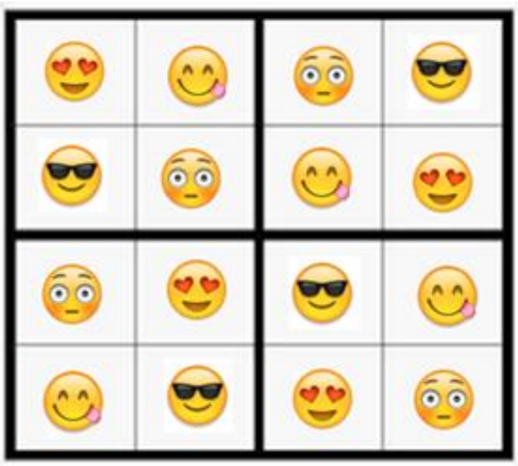
A) Érica e Karina
B) Érica e Irene
C) Irene e Olga
D) Irene e Karina
E) Ana e Olga.

Solução das atividades
Capítulo 2

- Página 19

ATIVIDADE!

ATIVIDADE!



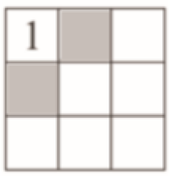
- Página 20

ATIVIDADE!

5	6	3	7	1	8	2	4	9
4	8	1	6	9	2	7	5	3
2	9	7	5	3	4	6	1	8
6	2	4	1	5	9	8	3	7
1	3	5	8	7	6	4	9	2
8	7	9	2	4	3	1	6	5
9	4	6	3	2	7	5	8	1
7	1	8	9	6	5	3	2	4
3	5	2	4	8	1	9	7	6

Letra C

Observe que o preenchimento das duas casas marcadas em cinza na figura ao lado determina completamente o preenchimento completo do quadriculado. Como em cada casa marcada podemos escrever o número 2 ou o número 3, pelo Princípio Multiplicativo da Contagem, existem 2 x 2 = 4 possibilidades de se completar o preenchimento.



- ## Página 21

Letra A

A primeira linha da tabela pode ser preenchida de duas maneiras diferentes:

1	2	3

1	3	2

Por sua vez, em cada uma dessas possiblidades, há duas maneiras de se preencher a segunda linha.

1	2	3
2	3	1

1	2	3
3	1	2

1	3	2
2	1	3

1	3	2
3	2	1

Há, agora, uma única maneira de completar a terceira linha; portanto, há apenas 4 possibilidades de preenchimento.

ATIVIDADE!

Ele pode levar a galinha para o outro lado, primeiramente. Depois, leva raposa e deixa lá, voltando para a outra margem com a galinha. Posteriormente, deixa a galinha nessa margem e leva os grãos para junto da raposa, na outra margem. Por fim, volta e busca a galinha que ficou do outro lado.

O problema não possui solução.

- ## Página 22

ATIVIDADE!

Como não temos combustível suficiente para irmos direto de Marte à Terra, será preciso estocá-lo em alguma estação. A única estação para onde conseguiremos ir e da qual poderemos voltar, e ainda sobrará combustível, é a estação 1. Logo, para resolver o desafio, vamos seguir estes passos:

1) colocar três cápsulas na nave ao sair de Marte;
2) gastar uma cápsula até chegar à primeira estação;
3) armazenar uma cápsula na primeira estação e usar a outra cápsula para voltar até Marte;
4) carregar novamente a nave com três cápsulas;
5) gastar uma cápsula até chegar à primeira estação;
6) pegar a cápsula armazenada e completar o estoque de cápsulas da nave, agora com três;
7) usar uma cápsula em cada um dos três trechos restantes até a Terra.

Letra A

- ## Página 23

ATIVIDADE!

Nome	Suco	Idade
Carina	Laranja	9 anos
Lucas	Maracujá	8 anos
Talita	Limão	7 anos

ATIVIDADE!

Casa 1	Casa 2	Casa 3
Amarela	Branca	Verde
Português	Argentino	Canadense

- <u>Página 24</u>

Letra D

A casa rosa não pode estar em uma das duas pontas da rua pois ela possui duas vizinhas e as casas dos extremos só possuem uma casa vizinha. A casa rosa também não pode ser a casa 2 pois, já que as casas azul e verde são suas vizinhas, então:

1) se a casa 1 for azul, a casa amarela não poderia ser vizinha da azul, o que contraria o enunciado.

2) se a casa 1 for verde, a casa vermelha não poderia ser vizinha da casa verde, o que também contraria o enunciado.

A mesma maneira de pensar nos mostra que a casa rosa também não pode ocupar a casa de número 4. Logo, a casa rosa é a central, a de número 3.

Como as casas azul e verde são vizinhas da rosa, há duas possibilidades para o ordenamento das casas:

- 1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha ou
- 1 – vermelha, 2 – verde, 3 – rosa, 4 – azul, 5 – amarela

Como a casa 5 não pode ser a amarela, as casas estão dispostas na seguinte ordem: 1 – amarela, 2 – azul, 3 – rosa, 4 – verde, 5 – vermelha e, portanto, a casa de número 4 tem cor verde.

Letra E

Como Olga não mora no mesmo andar que Érica e Karina, concluímos que Érica e Karina moram no mesmo andar. Como Ana não mora no mesmo andar que Irene e Karina, concluímos que Irene e Karina moram no mesmo andar. Logo, Karina mora junto com Érica e Irene no mesmo andar, que só pode ser o segundo. Portanto, Ana e Olga moram no primeiro andar.

3

Padrões numéricos e regularidades

Objetivos:

- Investigar padrões em sequências numéricas e sequências não numéricas.
- Desenvolver estratégias na resolução de problemas que envolvam padrões numéricos.

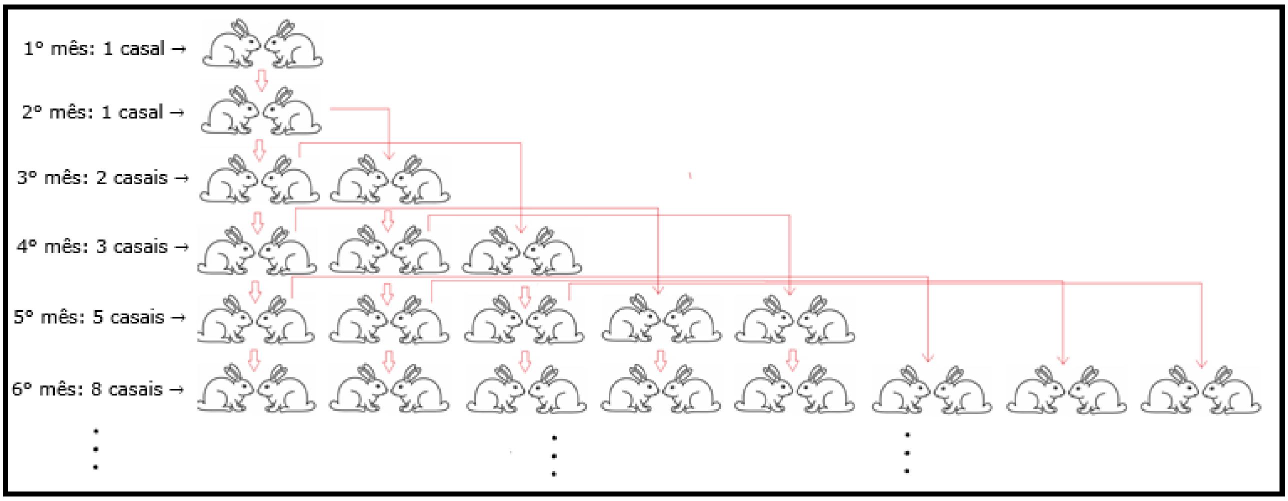
Habilidades BNCC:

- (EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
- (EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Problema dos coelhos

Colocamos um casal de coelhos recém nascidos, um de cada sexo, dentro de um cercado. Quantos casais de coelhos esse casal geraria ao final de um ano?
(Sabendo que: cada casal gera um novo casal a cada mês e cada casal recém nascido só se reproduz no segundo mês de vida).

Solução: No primeiro mês, temos o casal inicial ainda recém nascido. No segundo mês, temos o casal inicial já em idade de se reproduzir. No terceiro mês, temos dois casais, o casal inicial e seu primeiro casal de filhotes. No quarto mês, temos três casais, o casal inicial e seus dois casais de filhotes, um deles já em idade de se reproduzir. No quinto mês, temos 5 casais, os três casais anteriores, mais um novo casal de filhotes do casal inicial e um casal de filhotes do seu primeiro casal de filhotes, que já possui idade para se reproduzir, observe o esquema:



Fonte: Própria

Observou-se que a quantidade de casais está relacionada com a sequência: (1,1,2,3,5,8,13, 21, 34,....) conhecida mais tarde como a sequência de Fibonacci.

AGORA É SUA VEZ!

Na matemática estudamos uma infinidade de sequências, tente determinar o padrão das sequências abaixo e determine o próximo termo de cada uma delas:

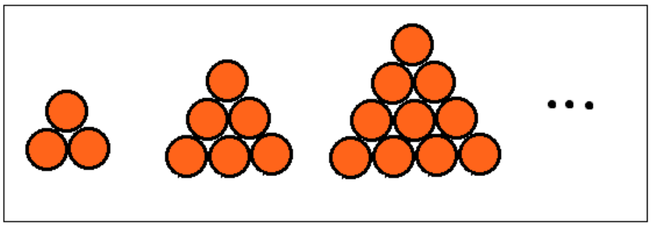
a) (2, 4, 6, 8, 10,...)

b) (5, 8, 11, 14, 17,...)

c) (a, b, c, d, e...)

d) (2, 10, 12, 16, 17, 18, 19,....)

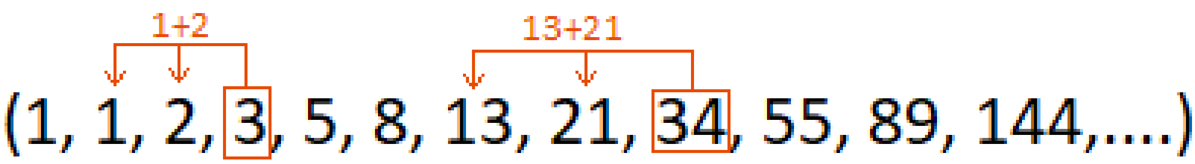
e)



E quanto a sequência de Fibonacci, existe um padrão sendo formado? E se existe qual o próximo termo da sequência?

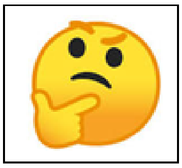
$$(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \ldots.)$$

Para responder o problema dos coelhos precisamos compreender o padrão formado da sequência de Fibonacci.
Nesta sequência, cada termo é a soma dos dois termos anteriores. Ou seja:

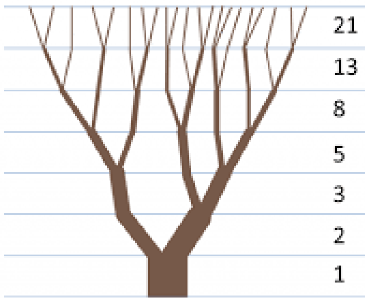


No problema dos coelhos é necessário determinar o décimo segundo termo da sequência de Fibonacci que determina a quantidade de casais depois de um ano. Ou seja, depois de um ano teremos no cercado um total de 144 casais de coelhos.

$$(1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,\underbrace{144}_{12°}\ldots.)$$



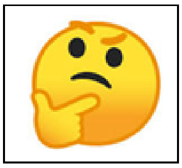
Quantos ramos essa árvore terá na próxima etapa?



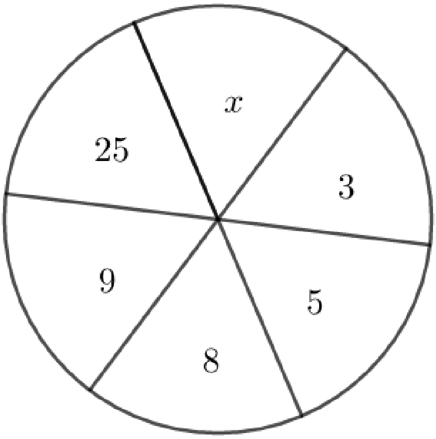
Fonte: Pinterest.com

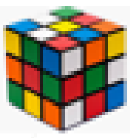
ATIVIDADE!

(Nova escola - Análise de regularidades em sequências)
O prefeito de uma cidade, construiu algumas casas populares para vender por um preço acessível à população. Para melhor localizá-las, numerou-as, como mostra a imagem. Numere as outras casas seguindo o padrão estabelecido.



(Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)
Atente para os setores do círculo ao lado e determine o valor de "x".





ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

Código secreto

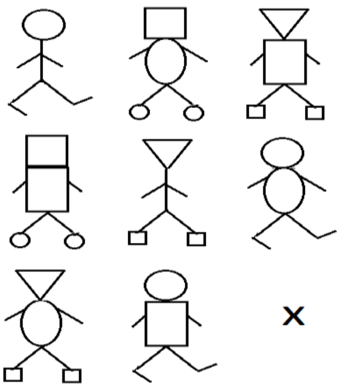
João tem quatro cadeados e cinco chaves. Ele sabe que:

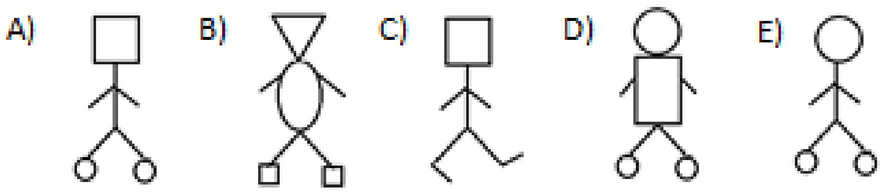
- só uma das chaves abre cada cadeado;
- as letras nos cadeados representam os números das chaves.

Qual é a chave de cada cadeado?

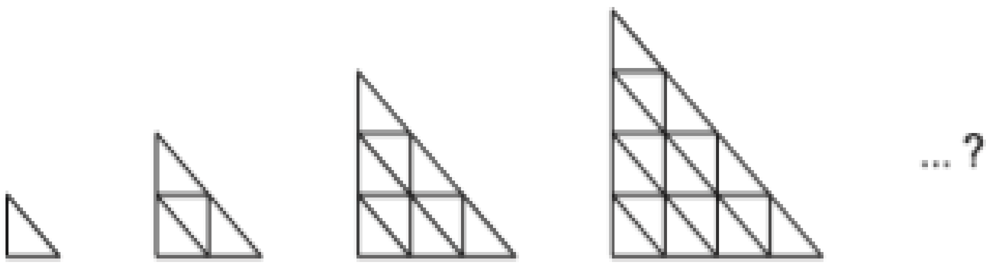
ATIVIDADE!

(Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)
Considere as figuras ao lado e determine qual, dentre as seguintes, é a que deve ser logicamente colocada no lugar do “x”.





(OBMEP Nível A /2018) As figuras da sequência abaixo são formadas por triângulos pequenos. A quarta figura tem 16 triângulos. Mantendo esse padrão, quantos triângulos pequenos tem a quinta figura da sequência?



A) 20 B) 24 C) 25 D) 36 E) 49

Solução das atividades
Capítulo 3

• Página 30

AGORA É SUA VEZ!

a) 12
b) 20
c) F
d) 200 (sequência de números que começam com a letra D)

e)

• Página 31

34 ramos

ATIVIDADE!

As casas com a cor Lilás foram numeradas com uma sequencia que cresce 6 unidades. Já as outras casas foram numeradas com uma sequencia que cresce 8 unidades.

29 – 28 – 37 – 34 - 45

• Página 32

64 (o quadrado do número oposto)

ATIVIDADE!

A letra G representa o número 7, a letra A o número 1 e a lera D o número 4.

• Página 33

ATIVIDADE!

Letra A

Letra C

A primeira figura é formada por apenas 1 triângulo; a segunda figura por 4 triângulos, a terceira por 9 triângulos e a quarta por 16 triângulos. Há um padrão numérico aqui: 1 = 1 x 1, 4 = 2 x 2, 9 = 3 x 3, 16 = 4 x 4; espera-se então que a quinta figura seja formada por 25 = 5 x 5 triângulos.

4

Números Naturais

Objetivos:

- Compreender a ideia de subtração entre números naturais.
- Compreender o conceito de século.

Habilidades BNCC:

- (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

A contagem dos séculos!

Em que ano começou o século XXI?

A contagem dos anos foi iniciada a partir do ano um e não a partir do ano zero, dessa forma quando tratamos da passagem dos séculos é necessário compreender a seguinte tabela:

Séculos	Anos
I	1 a 100
II	101 a 200
III	201 a 300
IV	301 a 400
V	401 a 500
VI	501 a 600
VII	601 a 700
VIII	701 a 800
IX	801 a 900
X	901 a 1000
XI	1001 a 1100

Séculos	Anos
XII	1101 a 1200
XIII	1201 a 1300
XIV	1301 a 1400
XV	1401 a 1500
XVI	1501 a 1600
XVII	1601 a 1700
XVIII	1701 a 1800
XIX	1801 a 1900
XX	1901 a 2000
XXI	2001 a 2100
XXII	2101 a 2200

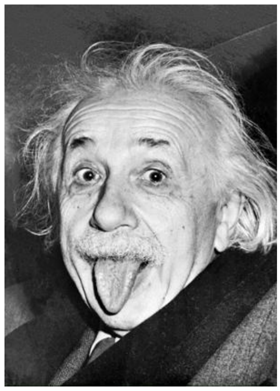
O século X, por exemplo, começa no primeiro dia do ano 901 e termina no último dia do ano 1000.
Da mesma forma, o século XXI começou no primeiro dia de 2001 e terminará no último dia de 2100.

As décadas e os milênios seguem o mesmo princípio, dessa forma o segundo milênio começou no primeiro dia de 2001 e só terminará no último dia do ano 3000.

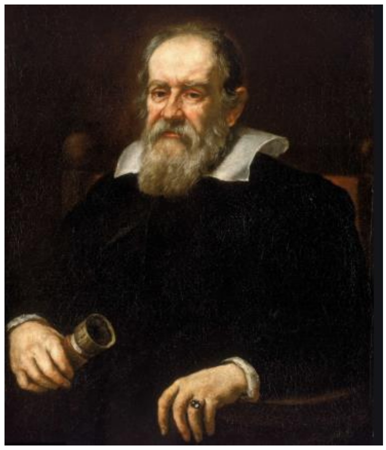
AGORA É SUA VEZ!

Em que século nasceu e morreu cada um dos cientistas abaixo:

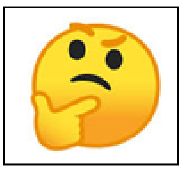
Albert Einstein, desenvolvedor da teoria da relatividade, nasceu em 1879 e morreu em 1955.



Galileu Galilei, foi o primeiro astrônomo a utilizar o telescópio para gerar novos conhecimentos, nasceu em 1564 e morreu em 1642.



Mary Anning foi paleontóloga, nasceu em 1799 e morreu em 1847.



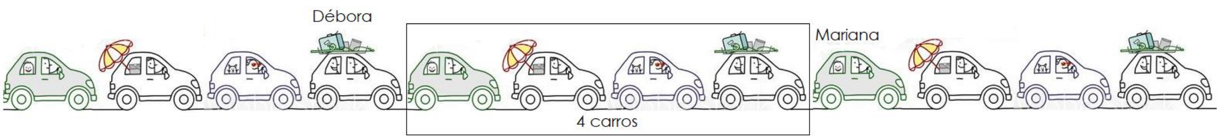
Quantos anos durou a guerra dos cem anos, que começou em 1337 (século XIV) e terminou em 1453 (século XV)?

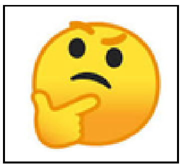
Para determinarmos o tempo de duração de um evento com ano de início e ano do fim, fazemos a subtração entre os dois. Dessa forma a guerra dos cem anos durou:
$1453 - 1337 = 116$ anos.

O que representa a diferença entre dois número naturais?

Quando realizamos a subtração entre dois números naturais, o primeiro deles maior que o segundo, estamos contando a quantidade de objetos entre esses dois números incluindo o maior deles e excluindo o menor.

Exemplo: Em um engarrafamento estão 12 carros em fila, o 4° carro da fila pertence a Mariana e o 9° pertence a Débora. A subtração 9 – 4 representa a quantidade de carros que estão entre eles e inclui no resultado o carro de Débora. Ou seja, 9 – 4 = 5 (carros entre eles(4) + carro de Débora (1)). Observe o esquema:





Marcelo chega ao banco e retira a senha 57. Minutos depois descobre que seu amigo Arthur recebeu a senha de número 29. Quantas pessoas estão entre Marcelo e Arthur nesta fila?

A subtração (57 – 29 = 28) representa a quantidade de objetos entre os objetos 57 e 29, incluído o objeto 57.

Queremos determinar a quantidade de pessoas **entre** Marcelo e Arthur na fila do banco, ou seja, nem a senha de Marcelo nem a senha de Arthur entrariam nessa contagem.

Dessa forma apenas a diferença $57 - 29 = 28$ não seria suficiente para determinarmos a solução do problema já que vimos anteriormente que a subtração entre dois números incluiria a senha de Marcelo na contagem.

Como temos um objeto sendo contado a mais, podemos subtrair esse objeto do resultado da seguinte forma:

$$\boxed{57 - 29 - 1 = 27}$$

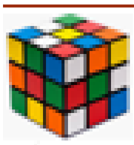
Logo, existem 27 pessoas entre Marcelo e Arthur na fila do banco.

(OBMEP Nível A /2018) Ao abrir um livro velho, Janaína viu que o número das páginas pulava de 24 para 55. Quantas páginas estão faltando entre essas duas páginas?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

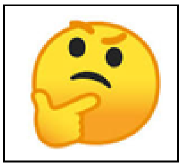
Você notou, com as atividades anteriores, que para determinamos a quantidade de números **entre** dois números naturais, calculamos a diferença entre eles e subtraímos uma unidade do resultado. Exemplo:

Entre os números 36 e 98 existem $98 - 36 = 62 - 1 = 61$ números.



ATIVIDADE!

(Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)
Na biblioteca do colégio, um estudante contava a seu colega: "Imagine só, perdi ontem uma cédula de 100 reais e só hoje a encontrei, dentro do dicionário entre as páginas 99 e 100". Se o rapaz estava mentindo, como se descobre sua mentira?



Quantos números naturais existem de 100 a 200?

A) 98 B) 99 C) 100 D) 101

Para o problema acima, estamos interessados em determinar a quantidade de números entre os números 100 e 200, incluindo os extremos 100 e 200 na contagem.

A diferença $200 - 100 = 100$ também não basta para solucionar o problema, pois como vimos, a diferença entre dois números inclui o último objeto na contagem, porém exclui o primeiro objeto da contagem.

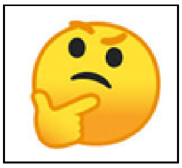
Para determinarmos a solução precisamos incluir o objeto 100 na nossa solução da seguinte forma:

$$\boxed{200 - 100 + 1 = 101}$$

Existem 101 números naturais de 100 a 200. (Letra D)

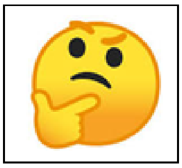
Você notou que para determinarmos a quantidade de números de um número **até** outro, calculamos a diferença entre eles e adicionamos uma unidade ao resultado. Exemplo:

Do número 36 ao 98 existem $98 - 36 = 62 + 1 = 63$ números.



Quantos aniversários teve uma pessoa que viveu 50 anos?

A) 49 B) 50 C) 51



Desafio:

Numa corrida de carros, você ultrapassa o segundo colocado.
Em que lugar você fica após essa ultrapassagem?

Disponível em:<https://www.matematicagenial.com/>

(OBMEP Nível A /2018) A turma de Tiago e Maria foi colocada em fila. Maria tem 17 colegas atrás dela e um deles é Tiago. Tiago tem 14 colegas à sua frente e um deles é Maria. Há 5 alunos entre Tiago e Maria. Quantos alunos tem a turma?

A) 14 B)17 C) 23 D) 26 E) 31

Solução das atividades
Capítulo 4

- ## Página 37

AGORA É SUA VEZ!

- Albert Einstein nasceu no século XIX e morreu no século XX.
- Galilei Galilei nasceu no século XVI e morreu no século XVII.
- Mary Anning nasceu no século XVIII e morreu no século XIX.

A guerra dos cem anos durou 116 anos.

- ## Página 39

Letra C

Basta fazer a operação:

$55 - 24 - 1 = 30$

É necessário subtrair 1 pois as páginas 24 e 55 estão presentes no livro e não devem ser contadas.

ATIVIDADE!

A contagem das páginas em um livro comum começa na página 1 o que significa que a página 2 fica na mesma folha da página 1.

Logo, a página 99 fica na mesma folha da página 100, ou seja não existe espaço entre esses páginas.

Página 40

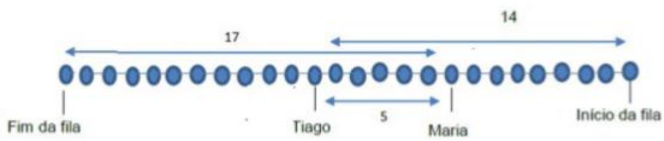
Letra B

- ## Página 41

Segundo colocado

Letra D

A partir do fim da fila, Maria ocupa a posição de número 18, pois há 17 colegas atrás dela. Como há 5 alunos entre Tiago e Maria e Tiago está atrás dela, ele ocupa a posição de número 12. Por outro lado, há 14 alunos na frente de Tiago; logo, a fila tem 12 + 14 = 26 alunos. Para visualizar a situação, podemos organizar os dados do enunciado em uma linha reta, como abaixo:



5

Operações Matemáticas

Objetivos:

- Revisar as ideias da adição, subtração, multiplicação e divisão.

- Revisar os conceitos de números primos e compostos.

- Desenvolver estratégias para resolver problemas com algoritmos, cálculo mental e estimativas envolvendo as quatro operações fundamentais para os números naturais.

Habilidades BNCC:

- (EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.

- (EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.

<u>Onde foi parar o 1 real?</u>

Três amigos foram comer num restaurante e no final a conta deu R$ 30,00. Fizeram o seguinte: cada um deu R$ 10,00. O garçom levou o dinheiro até o caixa e o dono do restaurante disse o seguinte:

- *"Esses três são clientes antigos do restaurante então vou devolver R$ 5,00 para eles..."*

E entregou ao garçom cinco notas de R$ 1,00.

O garçom, muito esperto, fez o seguinte: pegou R$ 2,00 para ele e deu R$ 1,00 a cada um dos amigos. No final cada um dos amigos pagou o seguinte:

R$ 10,00 – R$ 1,00 = R$ 9,00

Logo, se cada um gastou R$ 9,00, os três gastaram juntos, R$ 27,00. E se o garçom pegou R$ 2,00 para ele, temos:

Três amigos: R$ 27,00
Garçom: R$ 2,00
Total: R$29,00

Onde foi parar o outro R$ 1,00???

O problema anterior na verdade possui um erro de interpretação, podemos inverter o raciocínio e pensar de uma outra forma:

Cada amigo pagou na verdade R$ 9,00 (R$10,00 e recebeu R$ 1,00 de volta), ou seja, os amigos pagaram juntos R$ 27,00. Desse valor, o dono do restaurante ficou com R$ 25,00 e o garçom com R$ 2,00, tudo correto e não fica faltando R$ 1,00.

AGORA É SUA VEZ!

Você achou uma camisa por 97 reais.
Como não tinha dinheiro, você pegou 50 reais emprestado da sua mãe e 50 reais emprestado de seu pai.

R$ 50 + R$ 50 = R$ 100

Você comprou a camisa e sobrou 3 reais de troco.
Então, você deu 1 real para seu pai, 1 real para sua mãe e ficou com 1 real para você.
Agora, você deve 49 reais para sua mãe e 49 reais para o seu pai.

R$ 49 + R$ 49 = R$ 98 + R$ 1 = R$ 99

A pergunta que não quer calar:
Onde está o outro 1 real ?

Relembrando...

- Todo número natural que só é divisível por 1 e ele mesmo é chamado de número primo. Exemplos: 2,3,5,7...
- Todo número natural que possui mais do que dois divisores distintos é chamado de número composto. Exemplos: 4,6,8...

O número 1 não é primo e também não é composto.
O número 2 é o único número par que é primo.

ATIVIDADE!

(Livro Trales – Prof. Paulo Trales)
Um número inteiro que não é primo nem composto

Peça alguém que escolha qualquer número inteiro positivo.
1. Some 3 unidades.
2. Multiplique o resultado por 2.
3. Subtraia 4 unidades.
4. Divida o resultado por 2.
5. Subtraia o valor pensado do valor encontrado no paço 5.

Qual valor você encontrou?

(OBMEP Nível A /2018) Qual é o valor de $2018 + 8012$?

A) 10 000 B) 10 010 C) 10 030 D) 10 218 E) 18 012

ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

<u>A escada do Bombeiro</u>

O último andar de um edifício estava pegando fogo. Um bombeiro apoiou sua escada do lado de fora do prédio para jogar água com a mangueira.

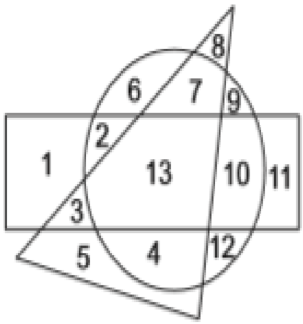
No começo, ele se posicionou no degrau do meio, jogando água para apagar o incêndio, enquanto o fogo estava intenso.

Quando as chamas diminuíram, ele subiu 5 degraus da escada.

Logo depois, o vento soprou mais forte e ele precisou rapidamente descer 7 degraus. Assim que o vento diminuiu, ele conseguiu subir 8 degraus e ficar ali até que o incêndio acabasse.

Finalmente, o bombeiro subiu os últimos 7 degraus da escada e entrou no prédio. Quantos degraus tem a escada do bombeiro?

(OBMEP Nível A /2018) Qual é a soma dos números que estão dentro do círculo e do retângulo, mas que estão fora do triângulo?



A) 8 B) 9 C) 10 D)11 E) 12

ATIVIDADE!

(Livro Trales – Prof. Paulo Trales)
<u>Um número frequente:</u>

Pense um número com 3 algarismos distintos, que não termine em zero.
1. Escreva na ordem inversa os algarismos do número acima.
2. Faça a subtração entre o maior e o menor dos números acima.
3. Inverta a ordem, novamente, dos algarismos do número encontrado acima.
4. Some os dois.

Qual valor você encontrou?

(OBMEP Nível A / 2018) Qual dos resultados abaixo é diferente de 52 - 39?

A) 42 - 29
B) 72 – 59
C) 53 - 40
D) 54 - 37
E) 152 - 139

(Raciocínio lógico – Jonofon Sérates)
O galho de uma laranjeira tem 10 folhas, sendo que a cada mês caem 4 folhas e crescem, em compensação, 3. Quando será que o galho da laranjeira estará completamente sem folha?

(OBMEP Nível A /2018) Um ônibus partiu com 25 pessoas. No caminho, desceram 7 pessoas e subiram 5. Quantas pessoas chegaram ao ponto final?

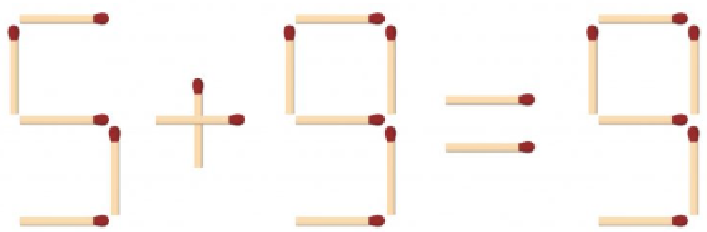
A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

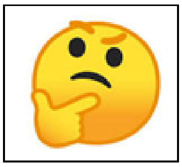
(OBMEP Nível A /2019) Paulo faz cálculos usando os números 5, 6, 7, 8 e 9, exatamente uma vez cada um. Ele somou três deles e subtraiu dessa soma a soma dos outros dois. Qual dos resultados abaixo ele pode ter obtido?

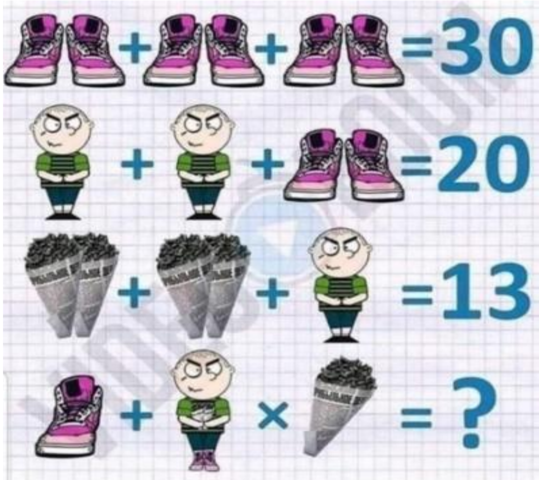
A) 0 B) 6 C) 8 D) 11 E) 15

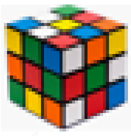
ATIVIDADE!

Mova apenas um fósforo para resolver a equação matemática.







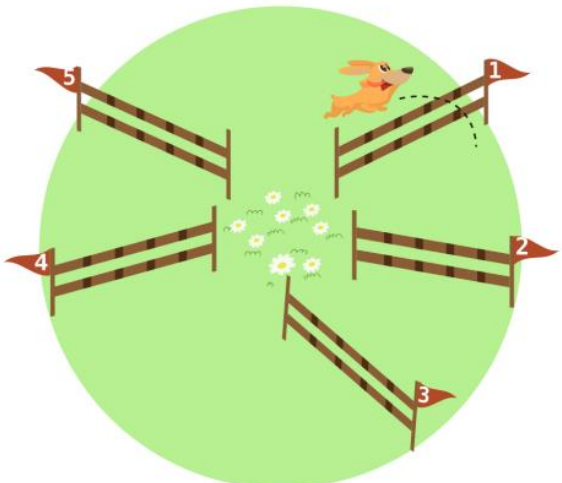


ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

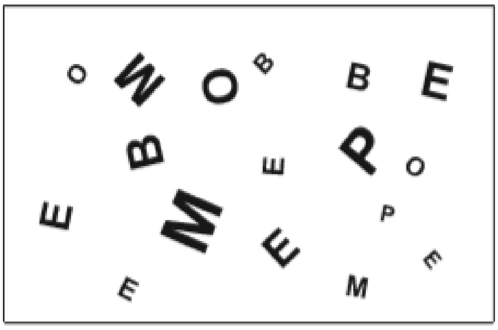
<u>Salto de Obstáculos</u>

O cachorro Totó adora participar da competição de salto de obstáculos. A figura abaixo mostra que há 5 obstáculos. Os competidores devem saltar no sentido horário, começando pelo obstáculo 1.



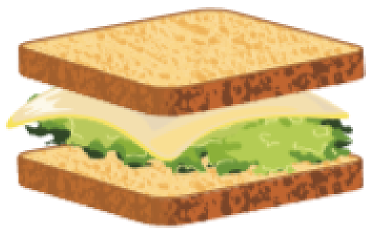
Totó conseguiu fazer 129 saltos. Qual foi o último obstáculo que Totó saltou?

(OBMEP Nível A /2019) No quadro abaixo, qual é a letra que aparece mais vezes?



A) O B) B C) M D) E E) P

(OBMEP Nível A /2019) A mãe de Vera está preparando sanduíches para um passeio, iguais ao da figura. Um pacote de pão de forma tem 24 fatias. Quantos sanduíches ela pode preparar com dois pacotes e meio de pão?



A) 24 B) 26 C) 30 D) 34 E) 48

Solução das atividades
Capítulo 5

• Página 45

AGORA É SUA VEZ!

Pensando de outra forma como no problema anterior, se ela pegou R$ 100, 00 e devolveu R$ 2,00, na verdade ela pegou R$ 98,00 emprestado. Desse valor ela gastou R$ 97,00 e ficou com R$ 1,00, não tem R$ 1,00 faltando.

• Página 46

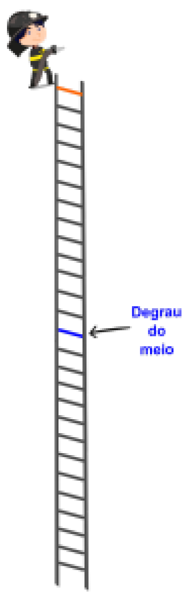
ATIVIDADE!

O valor será sempre 1.

Letra C

ATIVIDADE!

A escada do bombeiro possui 27 degraus ao todo.



• Página 47

Letra E

Os números que estão dentro do círculo são: 2, 4, 6, 7, 9, 10, 12 e 13. Os números que estão dentro do retângulo são: 1, 2, 3, 10, 11 e 13. Os números que estão fora do triângulo são: 1, 2, 6, 9, 10, 11 e 12. Assim, os números que estão dentro do círculo e do retângulo, mas que estão fora do triângulo são o 2 e o 10. A soma desses dois números é 12.

ATIVIDADE!

O resultado sempre será 1089!!!

Exemplo:

1) Pense em um número com 3 algarismos distintos, que não termine em zero. Exemplo: 279

2) Escreva na ordem inversa os algarismos do número acima. 972

3) Faça a subtração entre o maior e o menor dos números acima. 972 – 279 = 693

4) Inverta a ordem, novamente, dos algarismos do número encontrado acima. 396

5) Some os dois.
396 + 693 = 1089

ATIVIDADE!

Não é necessário fazer todas as contas para responder a questão. Basta observar os seguintes fatos:

- 42 – 29 = 52 – 39 + 10 – 10 (somar e subtrair 10 não altera o resultado).
- 72 – 59 = 52 – 39 + 20 – 20 (somar e subtrair 20 não altera o resultado).
- 53 – 40 = 52 – 39 + 1 – 1 (somar e subtrair 1 não altera o resultado).
- 152 – 139 = 52 – 39 + 100 – 100 (somar e subtrair 100 não altera o resultado).

Como 54 – 37 = 17 ≠ 13 = 52 – 39

- <u>Página 48</u>

No 1° mês a laranjeira ficará com 9 folhas, no 2° mês com 8, no 3° mês com 7, assim por diante. No 6° mês a laranjeira ficará com 4 folhas e no 7° mês cairiam todas as folhas.

Letra D

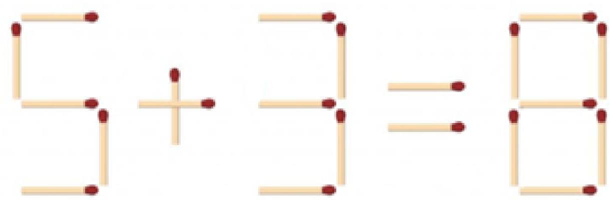
O número de pessoas que chegaram ao ponto final é igual ao resultado da operação 25 – 7 + 5, ou seja, é igual a 23.

Letra D

O número 11 pode ser obtido assim: 11 = (9 + 8 + 6) – (5 + 7).

A alternativa A não pode ocorrer, pois o menor número que se obtém é (5 + 6 + 7) – (9 + 8) = 1. A alternativa E não pode ocorrer, pois o maior número que se obtém é (9 + 8 + 7) – (5 + 6) = 13. As alternativas B e C não podem ocorrer, pois o resultado final dos cálculos sempre será um número ímpar.

ATIVIDADE!



- <u>Página 49</u>

Tênis: 10
Menino segurando dois buquês de flores: 5 + 8 = 13
Buquê de flor: 2

$$10 + 13 x 2 = 10 + 26 = 36$$

ATIVIDADE!

O último salto de Totó foi no obstáculo número 4.

- ## Página 50

Letra D

A letra O aparece 3 vezes. A letra B aparece 3 vezes. A letra M aparece 3 vezes. A letra E aparece 6 vezes. A letra P aparece 2 vezes. Logo, a que mais aparece é a letra E.

Letra C

Cada pacote de pão de forma serve para fazer 12 sanduíches, pois utilizamos 2 fatias de pão em cada sanduíche. Logo, com 2 pacotes e meio de pão fazemos 12 + 12 + 6 = 30 sanduíches. Outra maneira de resolver o problema é contar o número total de fatias de pão que há em dois pacotes e meio e dividir o resultado por 2: (24 + 24 + 12) ÷ 2 = 60 ÷ 2 = 30.

6

Medidas de Tempo

Objetivos:

- Identificar um ano bissexto.
- Revisar a divisibilidade por 4, 100 e 400.
- Compreender a passagem do tempo através dos dias da semana.

Habilidades BNCC:

- (EF04MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo em horas, minutos e segundos em situações relacionadas ao seu cotidiano, como informar os horários de início e término de realização de uma tarefa e sua duração.
- (EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Ano bissexto!

Em geral, o ano possui 365 dias, nesses anos o mês de fevereiro possui 28 dias. Já um ano bissexto possui 366, uma vez que um dia é acrescido no mês de fevereiro que passa a ter 29 dias.

Isso acontece pois o ano solar possui aproximadamente 365 dias e 6 horas. Ou seja, perdemos a cada ano $\frac{1}{4}$ de um dia e a cada 4 anos essa perda passa a ser de $4\ x\ \frac{1}{4}$ = 1 dia, para compensar essa perda a cada 4 anos foi acrescentado um dia a mais no mês de fevereiro.

Para o ano ser bissexto, deve ser:

- Divisível por 4.
- Não poderá ser divisível por 100, exceto quando for divisível por 400.

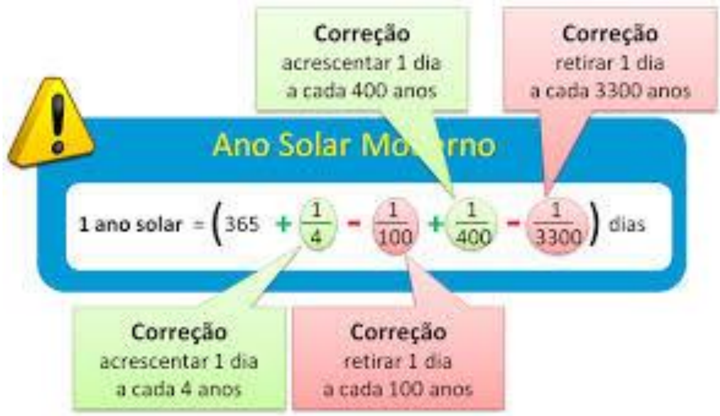
Exemplos:

1) 1992 e 1996 foram anos bissextos, pois são números divisíveis por 4, não são divisíveis por 100 e não são divisíveis por 400.

2) 1800, apesar de divisível por 4, não foi ano bissexto, pois é divisível por 100 e não é divisível por 400.

3) 1600 é ano bissexto, pois é divisível por 4 e, mesmo sendo divisível por 100, também é divisível por 400.

Se aproximássemos ainda mais o ano solar teríamos 365 dias, 5 horas e 48 minutos. Ou seja, quando acrescentamos um dia a cada 4 anos no calendário, na verdade deveríamos acrescentar um pouco menos de um dia (o que não faria sentido). Esse fato faz com que a cada 100 anos aconteça um novo ajuste e não haja ano bissexto. Da mesma forma, aproximações fazem com que a cada 400 anos e a cada 3300 anos, aconteçam novas correções.



Disponível em: <https://fisicanaveia.blogosfera.uol.com.br/>

Um número é divisível por outro quando o resto da divisão entre os dois é igual a zero.

- Números **divisíveis por 4** são aqueles que possuem os dois últimos algarismos divisíveis por 4, também são divisíveis por 4 os números terminados em 00.

  Exemplos: 1800 e 2000 são divisíveis por 4, pois terminam em 00.
  1992 é divisível por 4, pois 92 é divisível por 4.
  1996 é divisível por 4, pois 96 é divisível por 4

- Números **divisíveis por 100** possuem os algarismos das dezenas e das unidades igual a zero, ou seja terminam em 00.

  Exemplos: 1800 e 1600 são divisíveis por 100, pois terminam em 00.
  1992 e 1996 não são divisíveis por 100.

- São divisíveis por 400 os múltiplos de 400, são eles 400, 800, 1200, 1600 assim em diante.

  Exemplos: 1 992 e 1 996 não são divisíveis por 400.
  1 600 e 2 000 são divisíveis por 400.

AGORA É SUA VEZ!

Quais dos fatos históricos abaixo aconteceram em anos bissextos.

Independência do Brasil, 1822

Fonte: pt.wikipedia.org

Golpe Militar, 1964

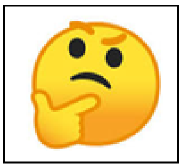
Fonte: veja.abril.com.br

Sequestro do ônibus 174, 2000

Fonte: medium.com

Primeira linha de bondes elétricos em São Paulo, 1900

Fonte:netleland.net/



O ano de 2018 não foi um ano bissexto. Se o dia 4 de dezembro de 2017 foi uma segunda–feira que dia da semana ocorreu o dia 4 de dezembro de 2018?

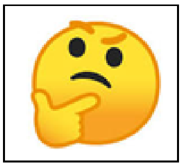
Dezembro 2017

Sem	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
48						1	2
49	3	4	5	6	7	8	9
50	10	11	12	13	14	15	16
51	17	18	19	20	21	22	23
52	24	25	26	27	28	29	30
53	31						

Como 2018 não foi um ano bissexto, do dia 4 de dezembro de 2017 até o dia 4 de dezembro de 2018 se passaram 365 dias. Sendo 7 o número de dias da semana, podemos escrever 365 da seguinte forma:

$$365 = 52 \times 7 + 1$$

Ou seja, se passaram 52 semanas completas e mais um dia. Passadas exatamente 52 semanas, estaríamos no dia 3 de dezembro que também seria uma segunda feira, sendo assim o dia 4 de dezembro de 2018 ocorreu em um terça feira.



O ano de 2016 foi um ano bissexto. Se o dia 4 de dezembro de 2015 foi uma sexta-feira que dia da semana ocorreu o dia 4 de dezembro de 2016?

Dezembro 2015

Sem	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
48			1	2	3	4	5
49	6	7	8	9	10	11	12
50	13	14	15	16	17	18	19
51	20	21	22	23	24	25	26
52	27	28	29	30	31		

Sendo o ano de 2016 ano bissexto, as duas datas ocorreram com um intervalo de 366 dias.

$$366 = 52\, x\, 7 + 2$$

Ou seja, se passaram 52 semanas completas e mais dois dias. Dessa forma, o dia 4 de dezembro de 2016 ocorreu em um domingo.

(OBMEP Nível A /2018) Beatriz faz aniversário 17 dias depois de seu colega Antônio. Neste ano o aniversário de Antônio será domingo. Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz?

A) Sábado B) Domingo C) Segunda-feira
D) Terça-feira E) Quarta-feira

(0BMEP Nível A /2019) Carla viajou na terça-feira e voltou 3 dias depois, na sexta-feira. Joana viajou no sábado e voltou 9 dias depois. Em que dia da semana Joana voltou?

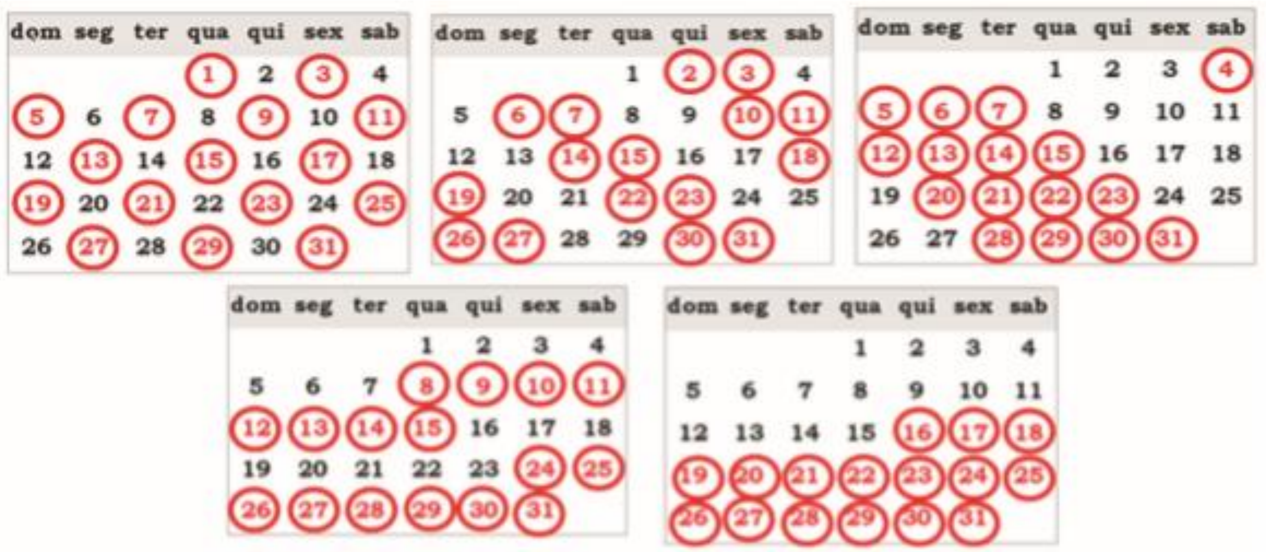
A) Domingo B) Segunda-feira C) Terça-feira
D) Quarta-feira E) Quinta-feira

ATIVIDADE!

(OBMEP nível A/ 2019, atividade extra)

<u>Mágica para adivinhar o dia do aniversário de uma pessoa</u>

Utilizando os calendários abaixo é possível adivinhar o dia em que uma pessoa nasceu.



Basta seguir as instruções:

1. Peça à pessoa que indique em quais dos calendários a data de seu nascimento aparece circulada. (Faça um teste com o dia de seu próprio aniversário).

2. Some os primeiros números circulados que estão nos calendários indicados pela pessoa (somente nesses) e você descobrirá a data de seu aniversário, sem que ela lhe conte. Observe que os calendários não indicados pela pessoa não entram na conta. (No caso de seu próprio aniversário, confira se a soma que você encontrou coincide com o dia em que você nasceu.)

Exemplo: Se uma pessoa faz aniversário no dia 22, ela aponta as tabelas onde o dia 22 está circulado, são elas:

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Nessas tabelas os primeiros dias circulados são: 2, 4 e 16, que somados 2 + 4 + 16 resultam em 22.

Você sabia que o motivo para esta mágica dar certo está ligado à forma como os computadores lidam com os números? Se você quiser saber mais , pesquise sobre números binários. Outra atividade bastante conhecida e que utiliza as mesmas ideias chama-se Adivinho indiscreto. Faça uma busca na internet e divirta-se.

(OBMEP Nível A / 2018) Quando a irmã de Geraldo nasceu ele tinha 5 anos. Hoje sua irmã faz 9 anos. Quantos anos tem Geraldo?

A) 5   B) 9   C) 10   D) 14   E) 16

(OBMEP Nível A /2019) A soma dos algarismos do ano 2019 é 12. Daqui a quantos anos a soma dos algarismos do ano será novamente 12?

A) 1   B) 6   C) 9   D) 11   E) 12

Solução das atividades
Capítulo 6

• Página 57

AGORA É SUA VEZ!

Foram anos bissextos: 1964 (golpe militar) e 2000 (sequestro do ônibus 174)

• Página 58

Letra E

Os dias da semana repetem-se de 7 em 7. Assim, como o aniversário de Antônio será em um domingo, 7 dias após e 14 dias após esta data também será um domingo. Logo, o aniversário de Beatriz (17 dias após o aniversário de Antônio) será três dias após um domingo, quarta-feira. Por exemplo, se o aniversário de Antônio for no dia 16 de setembro (domingo), então o aniversário de Beatriz será no dia 3 de outubro (quarta-feira).

• Página 59

Letra B

Nove dias depois de sábado corresponde a uma semana (7 dias) mais dois dias. Uma semana depois de um sábado é novamente um sábado, oito dias depois de um sábado é um domingo, e 9 dias depois de um sábado é uma segunda-feira. Logo, Joana voltou em uma segunda-feira.

• Página 60

Letra D

A idade de Geraldo é sempre a idade de sua irmã mais 5; pois, como ambos crescem juntos, a diferença das idades é sempre a mesma. Logo, hoje, no dia do aniversário de sua irmã, Geraldo tem 9 + 5 = 14 anos de idade.

Letra C

Os anos que seguem 2019 são:
2020, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 0 = 4 + 0 = 4.
2021, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 1 = 4 + 1 = 5.
2022, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 2 = 4 + 2 = 6.
2023, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 3 = 4 + 3 = 7.
2024, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 4 = 4 + 4 = 8.
2025, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 5 = 4 + 5 = 9.
2026, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 6 = 4 + 6 = 10.
2027, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 7 = 4 + 7 = 11.
2028, cuja soma dos algarismos é 2 + 0 + 2 + 8 = 4 + 8 = 12.

Logo, em 2028, daqui a 9 anos, a soma dos algarismos do ano será novamente 12.

7

Medidas de Massa

Objetivos:

- Resolver problemas que envolvam unidades de massa.
- Identificar os conceitos de igualdade envolvidos nos problemas das balanças de dois pratos.

Habilidades BNCC:

- (EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.
- (EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

1 Quilograma

Em Física e Matemática tudo que pode ser medido é chamado de grandeza. Até 1960, existiam diversas unidades de medidas para aferir essas grandezas, o que não tornava fácil a sua utilização.

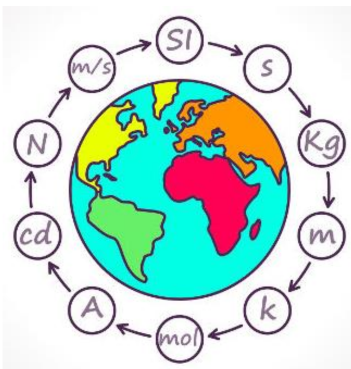
A partir daí foi criado o Sistema Internacional de Unidades (SI), que em 1971 estabeleceu somente uma unidade para cada grandeza, são elas: *metro, quilograma, segundo, ampère, kelvin, mol e candela.*

Até maio de 2019, um quilograma era definido através de um objeto cilíndrico constituído de platina e irídio. Esse objeto, usado para graduar as balanças do mundo todo se encontra em um cofre de Londres no escritório Internacional de pesos e medidas.

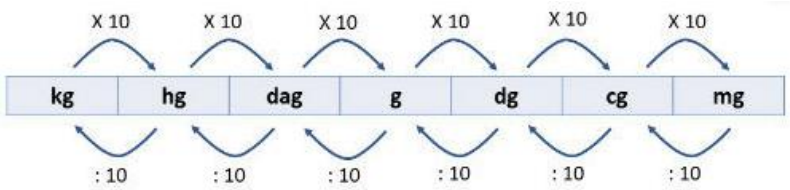
Porém, esse cilindro perdeu ao longo de 100 anos cerca de 50 microgramas. Essa variação de massa é completamente imperceptível na utilização do quilo no nosso dia a dia, mas pode fazer grande diferença em cálculos de extrema precisão.

A partir de 2019 o quilograma passou a ser medido através de um instrumento de alta precisão chamado balança de Kibble. Essa mudança faz com que a ciência deixe de utilizar um objeto físico para definir essa unidade de massa e passe a utilizar a balança que utiliza conceitos da física quântica.

.



O quilograma é a unidade definida pelo SI para medir a massa dos objetos, também trabalhamos com os múltiplos e submúltiplos da grama: hectograma, decagrama, grama, centigrama, decigrama e miligrama. Usamos a tonelada (t) para medir objetos mais pesados.



1kg = 1000g
1 t = 1000 kg

AGORA É SUA VEZ!

Marque com um **X** a unidade de medida que você usaria para medir.

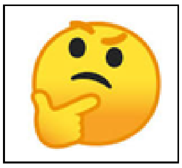
Produto	t	kg	g
um frango			
um sabonete			
um saco de batatas			
a carga de um caminhão			
uma bala			
a produção de milho de uma fazenda			
um tubo de pasta de dente			

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>

ATIVIDADE!

veja o que está acontecendo com o encarregado das entregas de mercadorias de uma loja. Ele vai levar para o depósito caixas que pesam 100 kg usando uma empilhadeira.

Tente ajudar o entregador! Quantas caixas ele poderá levar de uma só vez?



O que pesa mais um quilo de chumbo ou um quilo de algodão?

Balança de dois pratos:

Uma balança de dois pratos está em equilíbrio quando possui o mesmo peso nas duas bandejas:

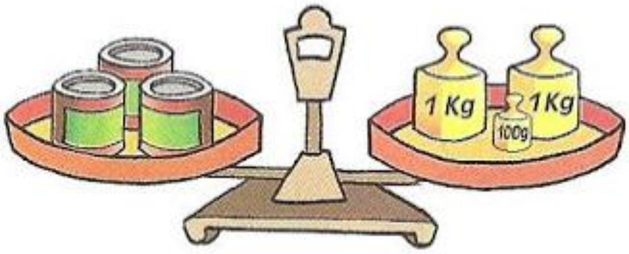
Fonte: shutterstock.com

Quando os pesos dos pratos são diferentes, o lado mais pesado desce e o lado mais leve sobe.

Fonte: shutterstock.com

ATIVIDADE!

Se balança está equilibrada, quanto pesa cada uma das latas?



ATIVIDADE!

Se a balança está equilibrada, quanto pesa cada barra de chocolate?

(OBMEP Nível A /2018) Os 10 bombons da balança têm o mesmo peso. Quantos gramas pesa cada um?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100

ATIVIDADE!

(Portal da OBMEP)

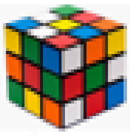
<u>Desafio das frutas:</u>

Nível 1) Maria foi ao mercado e comprou 3 maçãs. Chegando em casa, sua mãe percebeu que duas maçãs tinham o mesmo peso, e a outra era mais leve. Ela, então, fez o desafio: "Maria, você consegue descobrir qual é a fruta mais leve utilizando só uma vez esta balança?"

Imagens adaptadas de:
https://br.freepik.com/vetores-gratis/comida-saudavel-versus-comida-insalubre_1311151.htm
https://br.freepik.com/vetores-gratis/cesta-vazia-e-cesta-cheia-de-macas_1172874.htm

Nível 2) Maria foi ao mercado e comprou 9 maçãs. Chegando em casa sua mãe percebeu que apenas uma delas era mais leve que as outras. Ela, então, fez o desafio: "Maria, você consegue descobrir qual é a fruta mais leve, utilizando esta balança apenas duas vezes?"

Imagens adaptadas de:
https://br.freepik.com/vetores-gratis/comida-saudavel-versus-comida-insalubre_1311151.htm
https://br.freepik.com/vetores-gratis/cesta-vazia-e-cesta-cheia-de-macas_1172874.htm

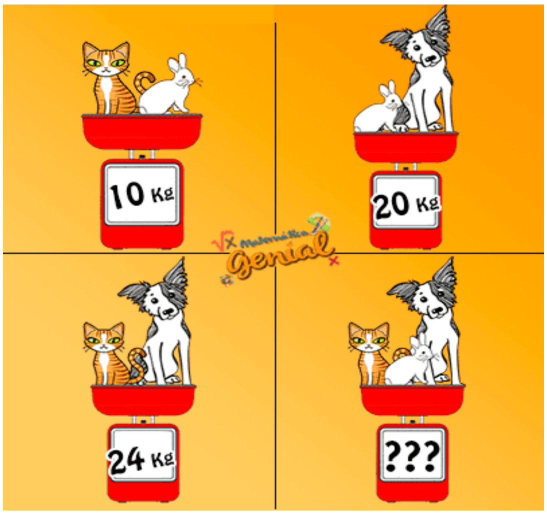


ATIVIDADE!

A figura abaixo mostra o peso (massa) de alguns animais quando colocados juntos em uma balança.

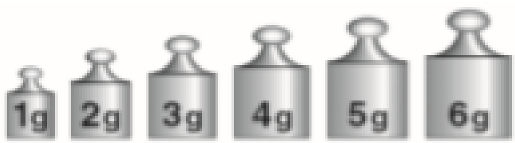
- O gato e o coelho pesam juntos 10 kg.
- O coelho e o cachorro pesam juntos 20 kg.
- O gato e o cachorro pesam juntos 24 kg.

Os três animais juntos pesam?



Disponível em:<https://www.matematicagenial.com/>

(OBMEP Nível A / 2019) Os seis pesos da figura foram separados de dois em dois e colocados em três gavetas. Os pesos da primeira gaveta somam 9 gramas, e os pesos da segunda gaveta somam 8 gramas. Quais são os pesos da terceira gaveta?



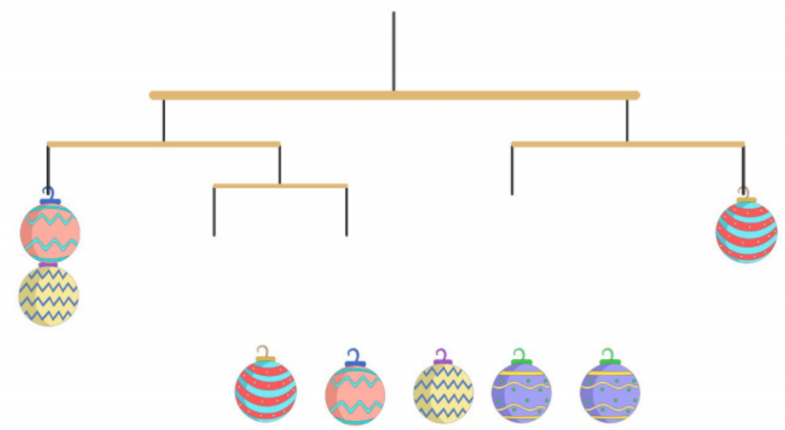
A) 1g e 3g
B) 2g e 5g
C) 1g e 6g
D) 2g e 4g
E) 3g e 4g

ATIVIDADE!

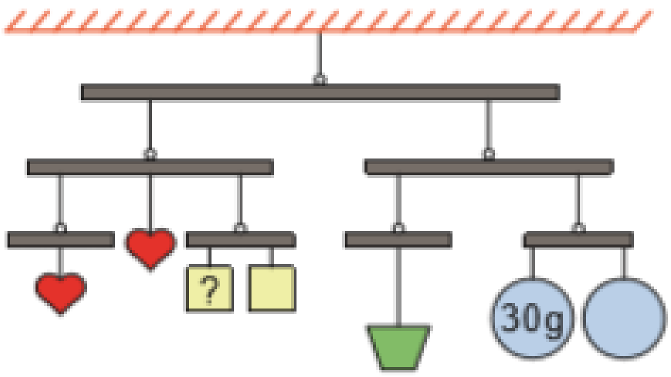
(Portal da OBMEP)

Enfeite de Natal

Catarina confecciona um enfeite aproveitando 8 bolas de Natal e uma armação de gravetos que havia em casa.
No entanto, para que a armação de gravetos fique bem equilibrada, o número de bolas do lado esquerdo tem de ser igual ao número de bolas do lado direito, em cada graveto. Como Catarina pode pendurar as 5 bolas restantes?



(OBMEP Nível A /2019) O móbile abaixo, pendurado no teto, está em equilíbrio, isto é, as barras cinzas estão na posição horizontal. Objetos iguais têm pesos (massas) iguais. Quanto pesa o objeto indicado pelo ponto de interrogação?



A) 15g B) 20g C) 30g D) 45g E) 50g

Solução das atividades

Capítulo 7

- ## Página 64

ATIVIDADE!

Ele poderá carregar de uma só vez 10 caixas, pois 10 x 100 kg = 1000 kg = 1 t

- ## Página 66

ATIVIDADE!

700 gramas ou 0,7 kg

ATIVIDADE!

200 gramas

Letra B

Retirando-se 2 bombons de cada um dos pratos da balança, ela mantém-se em equilíbrio. Isto significa que 6 bombons pesam 300 gramas. Logo, cada bombom pesa 50 gramas, pois 6 x 50 = 300. É claro que as palavras "peso" e "pesa" referem-se à massa dos bombons.

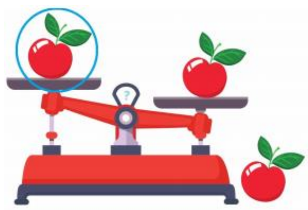
- ## Página 67

ATIVIDADE!

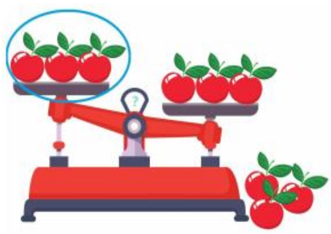
Nível 1: Com 3 maçãs, escolhemos 2 delas para fazer a pesagem.

Se a balança ficar equilibrada, a maçã mais leve será a que ainda não foi pesada

Se ela não se equilibrar, a maçã estará no prato que estiver mais alto.



Nível 2: Dividimos as 9 maçãs em 3 grupos, cada qual com 3 maçãs.
Utilizando a balança pela primeira vez - Escolhemos dois grupos para fazer a pesagem.
Se a balança ficar equilibrada, a maçã mais leve estará no grupo que ainda não foi pesado.
Se ela não se equilibrar, a maçã estará no prato que estiver mais alto.



Sabendo o grupo que está a maça mais leve, repita o processo utilizado no nível 1.

• Página 68

ATIVIDADE!

$$Gato + coelho = 10\ kg$$
$$cachorro + coelho = 20\ kg$$
$$cachorro + gato = 24\ kg$$

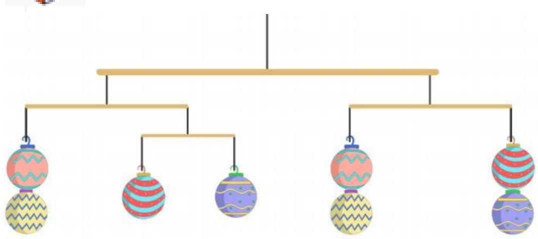
O peso de dois gatos, dois cachorros e dois coelhos é 10 kg + 20 kg + 24 kg = 54 kg. Logo, um gato, um cachorro e um coelho pesam juntos $\frac{54}{2} = 27\ kg$.

Letra A

Para que a soma de dois pesos seja 9, há apenas duas possibilidades: 3 e 6 ou 4 e 5. A primeira dessas possibilidades não pode ocorrer, pois, retirando-se 3 e 6, restam os pesos 1, 2, 4 e 5, e, juntando quaisquer dois deles, não podemos somar 8, que é o peso total na segunda gaveta. Logo, na primeira gaveta devem estar os pesos 4 e 5. Assim, na segunda gaveta só podem estar os pesos 2 e 6 e, finalmente, na terceira gaveta devem estar os pesos 1 e 3.

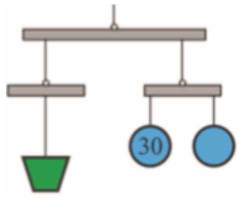
• Página 69

ATIVIDADE!

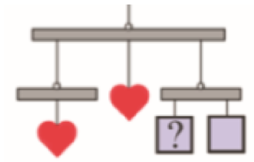


Letra B

A figura ao lado mostra uma parte do móbile que está em equilíbrio. Logo, o trapézio verde pesa 30 + 30 = 60 g, e o total dessa parte do móbile pesa 120 g.

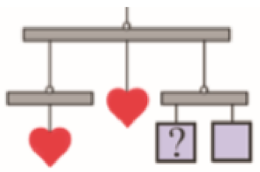


Assim, o outro lado do móbile (figura ao lado) também pesa 120 g.

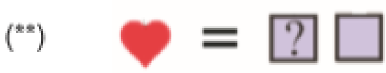


Logo, os dois corações mais os dois quadrados de cor cinza pesam, juntos, 120 g, ou seja:

Observemos agora atentamente a situação de equilíbrio ilustrada na figura:



Ela nos diz que um coração pesa o mesmo que dois quadrados cinzas (o coração do meio não afeta o equilíbrio), ou seja,



Juntando as informações de (*) com (**), concluímos que seis quadradinhos juntos pesam 120 g e, portanto, cada quadradinho pesa 120 ÷ 6 = 20 g.

8

Medidas de comprimento

Objetivos:

- Perceber as diversas unidades de comprimento não padronizadas que podem ser utilizadas.
- Utilizar malhas quadriculadas como recurso didático para o ensino de área de figuras planas.

Habilidades BNCC:

- (EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.
- (EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

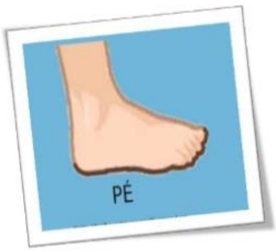
Unidades não convencionais

Quando queremos determinar a distância entre dois pontos, em geral usamos o metro ou seus múltiplos e submúltiplos.

Porém de forma informal quem nunca mediu uma pequena distância através de seus passos? São diversas as unidades de medidas não convencionais, e muitas delas são usadas até hoje.

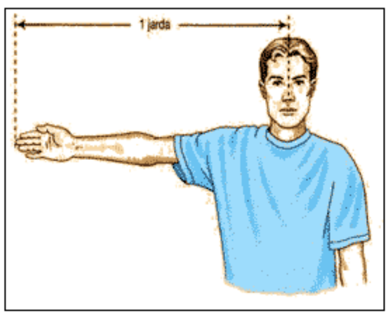
1) Polegada: Uma polegada possui 2,54 centímetros, usada no Brasil pra medir as telas de televisores, tablet e celulares. Uma TV com 40 polegadas significa que a diagonal da TV mede $40 \times 2{,}54 \cong 102\ cm$.

2) Pé: O pé corresponde a 12 polegadas, mais utilizado atualmente na aeronáutica para definir a altitude dos veículos.



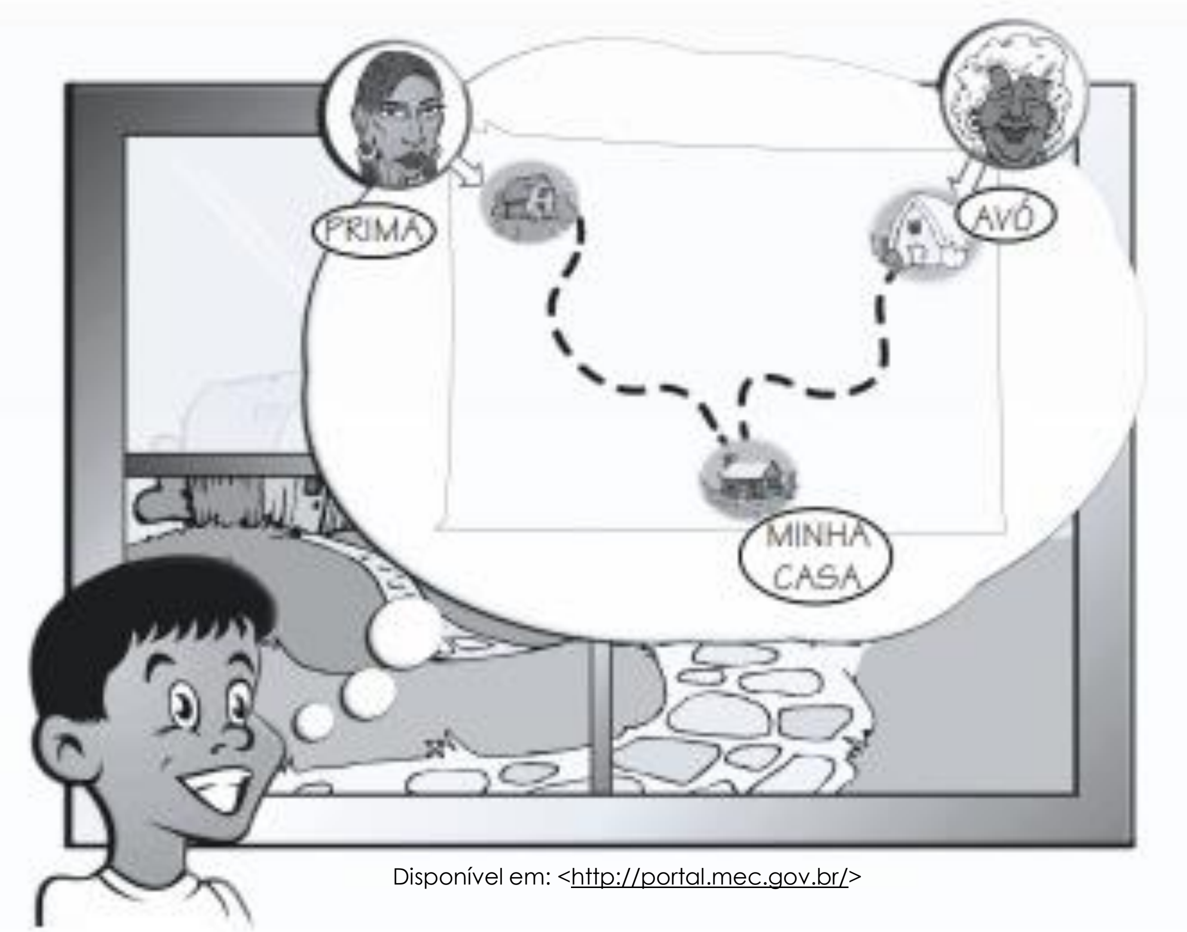
3) Palmo: O palmo mede, aproximadamente, 22 centímetros.

4) Jardas: Distância entre o nariz e a ponta do polegar, mede, aproximadamente, 0,91 metros. Utilizada para determinar distâncias em alguns esportes.



AGORA É SUA VEZ!

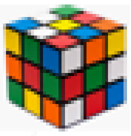
O mapa abaixo representa os caminhos que Miguel percorre pra ir até a casa da sua avó e até a casa de sua prima.



Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>

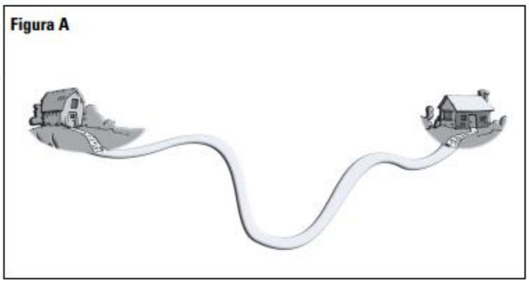
Hoje ele deverá escolher quem irá visitar, sua avó ou sua prima, mas está muito cansado e irá escolher o caminho mais curto.

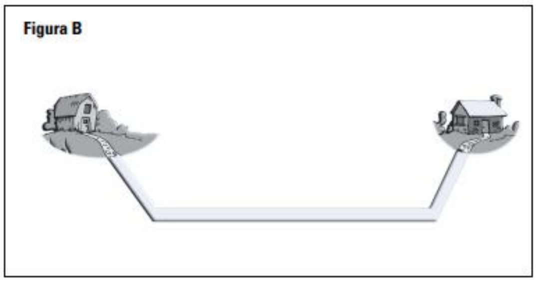
O problema é que Miguel nunca comparou os caminhos. Como poderemos ajudá-lo utilizando apenas o mapa acima?



ATIVIDADE!

A figura abaixo mostra os dois caminhos possíveis da minha casa até minha escola.





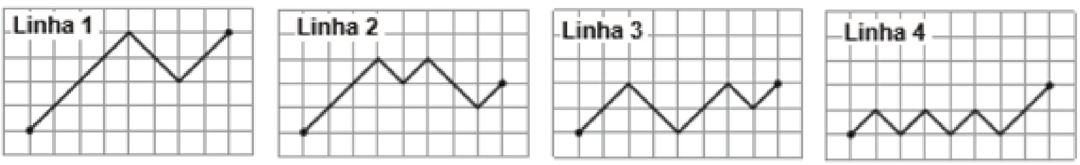
- Apenas pelo mapa, qual dos caminhos é mais fácil medir? ______________________________

- Ainda utilizando apenas o mapa, de que forma você compararia os caminhos? ______________________________

- Decidindo fazer um percurso de cada vez como ela poderia comparar esses caminhos sem utilizar qualquer instrumento de medição? ______________________________

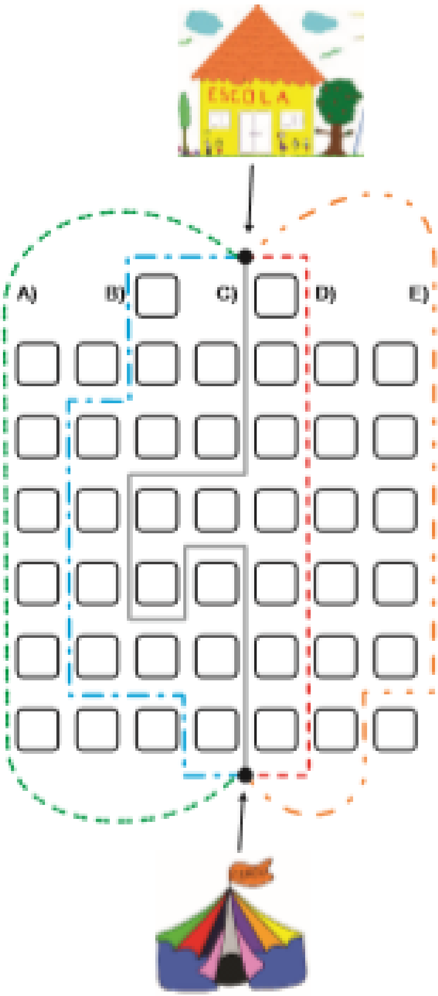
Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>

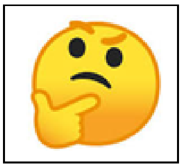
(OBMEP Nível A / 2019) Qual das linhas abaixo é mais comprida do que as outras?



A) Linha1
B) Linha 2
C) Linha 3
D) Linha 4
E) Nenhuma, pois todas têm o mesmo comprimento.

(OBMEP Nível A /2018) Qual dos caminhos abaixo é o mais curto entre a escola e o circo?





Para ir a pé de sua casa para a escola, Lucas caminha 200 passos iguais, com a mesma velocidade e gastando sempre um mesmo tempo. Quando já percorreu 150 passos, Lucas já gastou:

A) Todo o tempo que ele costuma levar para ir à escola.
B) Mais da metade do tempo que ele costuma levar para ir à escola.
C) Exatamente a metade do tempo que ele costuma levar para ir à escola.
D) Menos da metade do tempo que ele costuma levar para ir à escola.

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>

ATIVIDADE!

Um dinossauro e um homem foram representados em uma malha quadriculada.

Se o homem da figura possui 1,80 metros, quantos metros, aproximadamente, possui o dinossauro da cabeça ao chão?

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>

(OBMEP Nível A/ 2018) Matilde mediu a altura de uma figurinha com um pedaço de régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é a altura da figurinha?

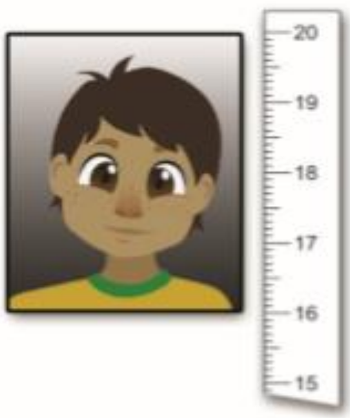
A) 1 cm

B) 2 cm

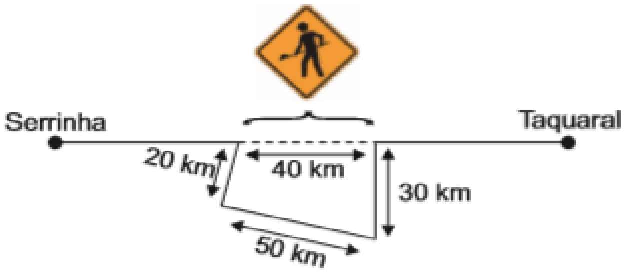
C) 3 cm

D) 4 cm

E) 5 cm



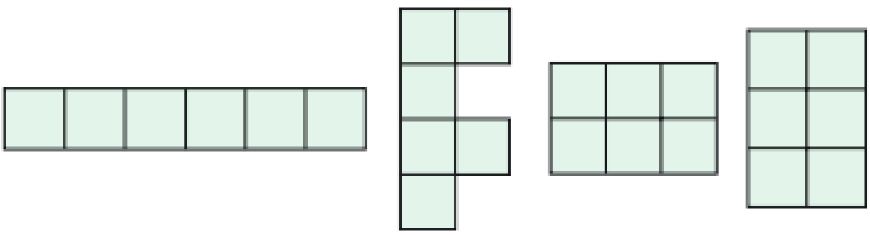
(OBMEP Nível A /2018) A figura mostra o caminho entre as cidades de Serrinha e Taquaral. Uma parte da estrada está interrompida para obras, indicada pela linha tracejada, e os viajantes devem passar pelo desvio. Quantos quilômetros a mais os viajantes terão que andar por causa do desvio?



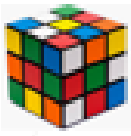
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

A área de uma figura plana é o nome dado para a medida de sua superfície. Para medirmos a área de uma figura plana é necessário utilizarmos uma unidade de medida. Essa unidade de medida deverá preencher toda a superfície da figura que queremos determinar a área.

Pedro possui em sua casa uma sala de estudos. Utilizando o quadradinho como unidade de medida de área percebeu que essa sala media 6 quadradinhos. Algumas formas possíveis para a sala de Pedro:

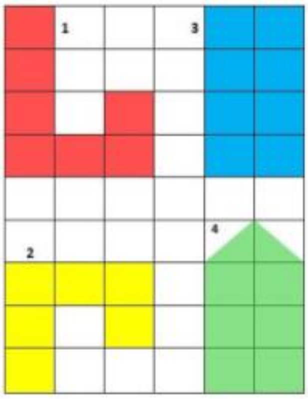


Todas possuem a mesma área, 6 quadrinhos ou 6 u.a. (unidades de área).



ATIVIDADE!

Observe a imagem abaixo. Considerando cada quadradinho como unidade de área, responda:



- Quais figuras ocupam uma superfície de mesmo tamanho?

____

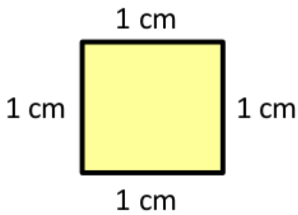
____

- Qual figura representa a menor área?

____

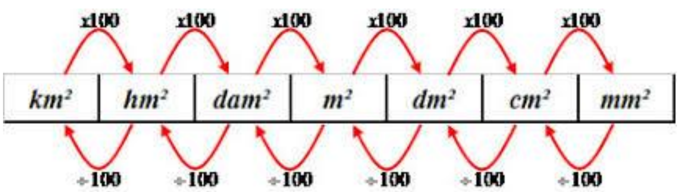
Como forma de padronização, em geral, calculamos a área de figuras planas utilizando o $km^2, hm^2, dac^2, m^2, dm^2, cm^2, mm^2$ como unidades de medida de área.

- Para medir a área de um caderno, por exemplo, podemos utilizar o centímetro quadrado (cm^2), representamos o cm^2 através de um quadrado de lado 1 cm.

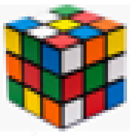


- Para medir a área de uma sala é mais recomendado utilizar como unidade de medida de área o metro quadrado (m^2), que podemos representar através de um quadrado de lado 1 m.

- Já se quisermos medir algo muito maior, como a área de um estado, por exemplo, utilizamos como unidade de medida de área o quilometro quadrado (km^2), que podemos representar através de um quadrado de lado 1 km.



$$1\ km^2 = 1.000.000\ m^2$$
$$1\ m^2 = 10.000\ cm^2$$

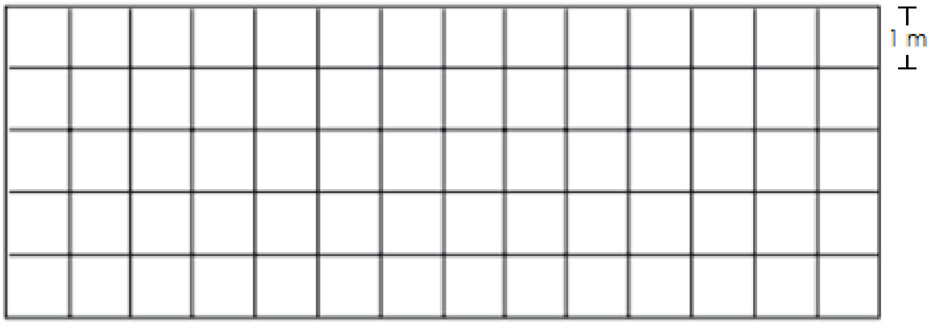


ATIVIDADE!

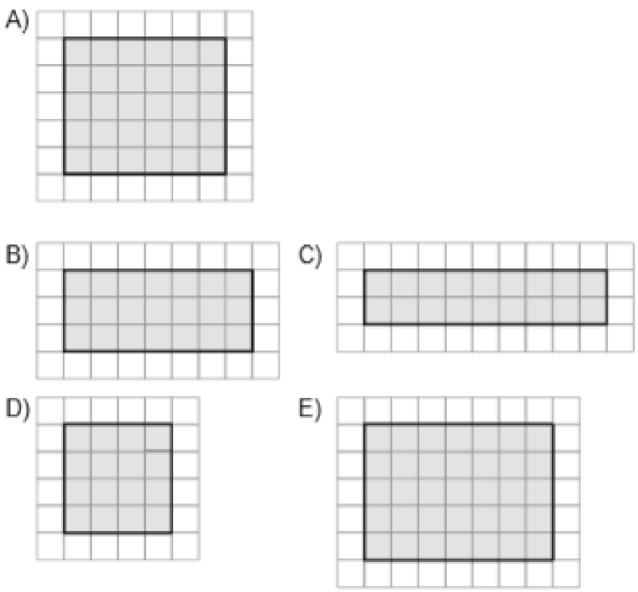
Giovana e seu pai querem saber quanto azulejos serão necessários para cobrir o chão de sua sala e da sua cozinha. Veja as medidas e o formato desses cômodos.

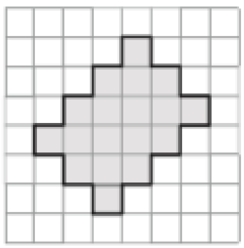
- A cozinha tem 3 de comprimento e 4 m de largura.
- A sala tem 4 m de comprimento e 2 m de largura.
- Os dois cômodos são retangulares

Se cada azulejo utilizado será um quadrado de área $1\,dm^2$, utilize a malha quadriculada, faça a representação dos cômodos e ajude-os a resolver esse problema.



(OBMEP Nível A /2019) Um dos retângulos abaixo tem área igual à área da figura ao lado. Qual é esse retângulo?





Solução das atividades
Capítulo 8

- ## Página 74

AGORA É SUA VEZ!

Existe algumas formas de medir o trajeto utilizando apenas o mapa, uma delas seria colar um barbante em cada um dos trajetos e em seguida descolar o barbante do mapa e comparar seus comprimentos.

- ## Página 75

ATIVIDADE!

- O segundo trajeto é mais fácil ser medido, pois é composto apenas de segmentos retos.
- Podemos utilizar novamente o barbante da atividade anterior.
- Ela poderia medir utilizando seus passos.

Letra E

Todas as linhas são formadas por 8 diagonais de quadradinhos e, portanto, têm os mesmos comprimentos.

- ## Página 76

Letra D

Usamos como unidade de medida os lados dos quarteirões. No caminho A, mais de 14 lados são percorridos. No caminho B são percorridos 13 lados. No caminho C, 13 lados são percorridos. No caminho D, o mais curto, são percorridos 9 lados. Finalmente, no caminho E, mais de 13 lados são percorridos. Logo, o caminho mais curto é o D.

Letra B

- ## Página 77

Utilizando os quadradinhos como unidade de medida, temos:

5 quadradinhos → 1,80
9 quadradinhos → ?
1 quadradinho → 1,80 : 5 = 0,36
? = 0,36 x 9 = 3,24 metros

Letra D

Como mostra a figura, a altura da figurinha é 20 –16 = 4 cm. Para medir não é necessário que a marca inicial da régua esteja sobre o número 0, basta apenas fazer a subtração apropriada.

- ## Página 78

Letra E

O desvio tem comprimento igual a 20 + 50 + 30 = 100 km. Logo, a quantidade de quilômetros a mais que os viajantes terão que percorrer é 100 – 40 = 60 km, já que em uma viagem normal, sem o desvio, os 40 km interrompidos deveriam ter sido percorridos.

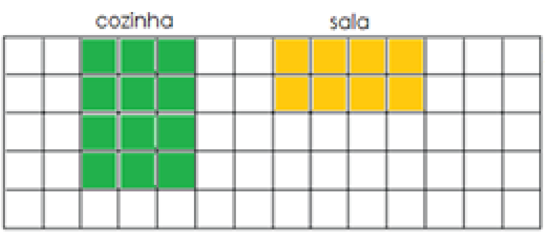
- ## Página 79

ATIVIDADE!

- A figura 1 e 4.
- A figura 3 possui a menor área.

- ## Página 80

Em cada quadradinho da malha serão usados 100 azulejos



Assim, foram 20 quadradinhos da malha utilizados para acomodar os cômodos. Logo, 20 x 100 = 2.000 azulejos.

Letra C

A figura do enunciado tem área 18, pois há 18 quadradinhos em seu interior.
A figura da alternativa A) tem área 6 x 5 = 30.
A figura da alternativa B) tem área 7 x 3 = 21.
A figura da alternativa C) tem área 9 x 2 = 18.
A figura da alternativa D) tem área 4 x 4 = 16.
A figura da alternativa E) tem área 7 x 5 = 35.

9

Frações

Objetivo:

- Identificar frações que representam parte de um todo.
- Desenvolver estratégias de resolução em problemas que envolvam frações como parte de um todo.
- Utilizar o Tangram e a escala cuisenaire como ferramenta didática para o ensino de frações.

Habilidades BNCC:

- (EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

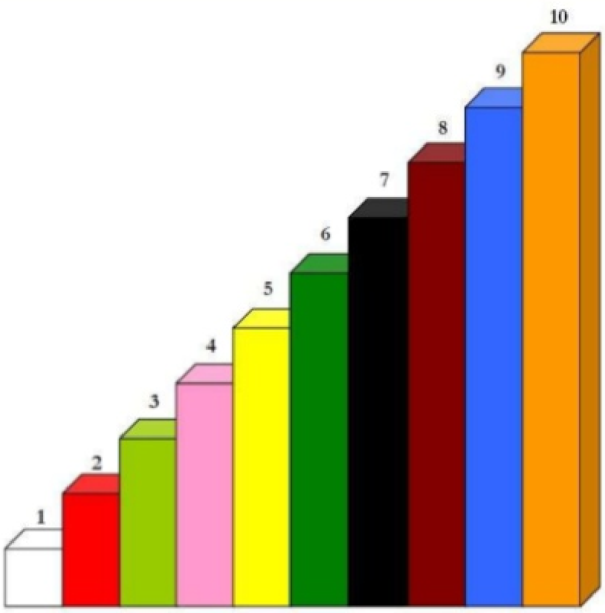
Escala Cuisenaire

A escala Cuisenaire foi criada pelo professor Georges Cuisenaire (1891-1980) em Thuin, na Bélgica. Um de seus objetivos era ajudar seus alunos em conceitos matemáticos, utilizando uma linguagem mais lúdica.

Dessa forma criou uma escala composta de 10 barras de madeira em formato de prisma quadrangular. Cada uma das barras possui uma cor e um tamanho diferente como mostra a figura abaixo.

A régua branca é a menor delas e serve como unidade de medida para todas as outras. Podemos, por exemplo, formar a barra verde utilizando 6 barras brancas ou 3 barras vermelhas. A caixa completa desse material pode conter mais de 200 peças.

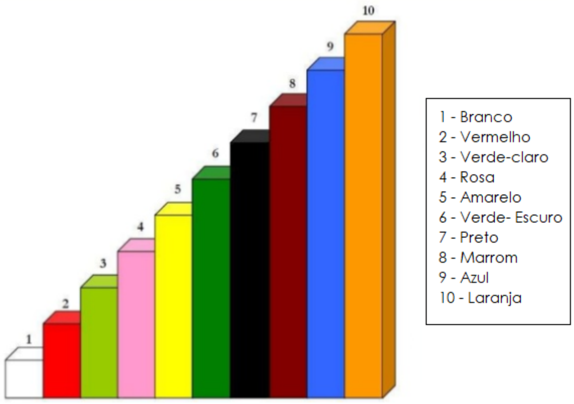
Com esse material simples é possível trabalharmos diversos conteúdos da matemática com as quatro operações, múltiplos e divisores, números primos e as frações.



1 - Branco
2 - Vermelho
3 - Verde-claro
4 - Rosa
5 - Amarelo
6 - Verde- Escuro
7 - Preto
8 - Marrom
9 - Azul
10 - Laranja

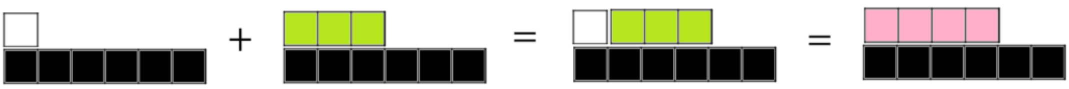
AGORA É SUA VEZ!

Se utilizarmos a barra laranja como o todo, que fração cada umas das barras representa desse todo?



- <u>Soma de frações com o mesmo denominador:</u>

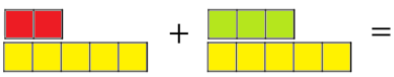
Podemos utilizar a escala para somar frações com mesmo denominador. A barra branca representa $\frac{1}{7}$ da barra preta, já a barra verde clara representa $\frac{3}{7}$ da barra preta. A operação $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}$ pode ser representada pela junção entre as barras branca e verde clara resultando na barra rosa. A barra rosa por sua vez representa $\frac{4}{7}$ da barra preta. Observe o esquema:



$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

ATIVIDADE!

Complete os esquemas abaixo como no exemplo anterior.



- <u>Frações equivalentes:</u>

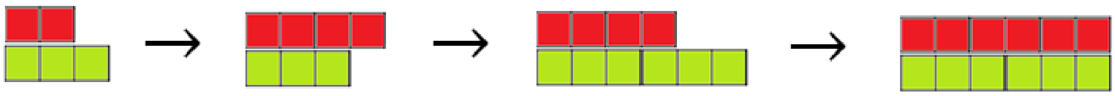
Dizemos que duas frações distintas são equivalentes quando representam a mesma parte do todo.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$

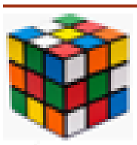
As frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ são frações equivalentes, pois representam a mesma parte do todo. As barras branca, vermelha, verde e rosa representam a metade das barras vermelha, rosa, preta e marrom, respectivamente.

- <u>Menor múltiplo comum (M.M.C):</u>

Podemos utilizar a escala cuisenaire para determinar o menor múltiplo comum entre dois números. Para determinar o M.M.C entre os números 2 e 3, vamos adicionando barras verde claro e barras vermelhas até que ambas comecem e terminem no mesmo ponto pela primeira vez. Observe o esquema.



Logo, M.M.C (2,3) = 6



ATIVIDADE!

Utilize a escala cuisenaire para determinar o menor múltiplo comum entre os números abaixo:

- M.M.C (3,5) =

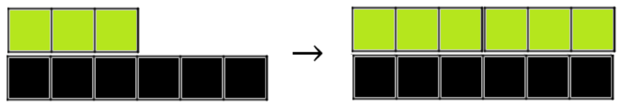
- M.M.C (2,7) =

- <u>Soma de frações com denominadores distintos.</u>

Para somar frações com denominadores diferentes, primeiramente precisamos escrever as frações com mesmo denominador utilizando as frações equivalentes e o menor múltiplo comum entre os denominadores. Observe os exemplos:

1) Exemplo: $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$

Determinamos o menos múltiplo comum entre os denominadores 3 e 6, M.M.C (3,6) = 6



Para somar as frações é necessário escrever as duas frações com denominador 6. Utilizando as frações equivalentes, temos:

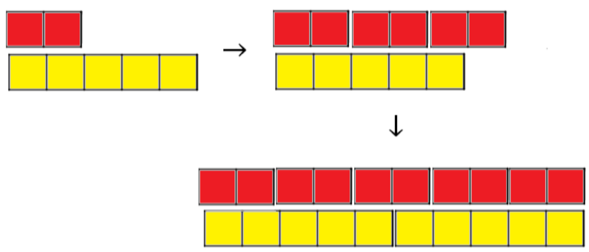
As frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ são equivalente pois ambas representam um terço do todo.

Dessa forma, $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6}$ e então procedemos como na soma de frações com mesmo denominador:

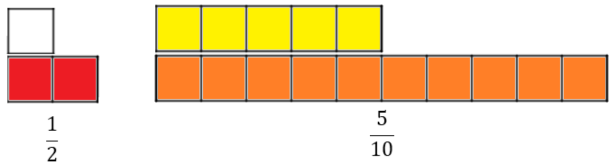
$$\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

Exemplo: $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$

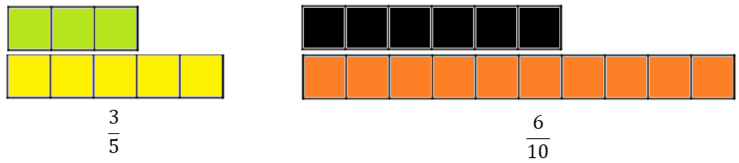
Determinamos o menos múltiplo comum entre os denominadores 2 e 5, M.M.C (2,5) = 10



Utilizando frações equivalente, escrevemos as frações com o mesmo denominador.

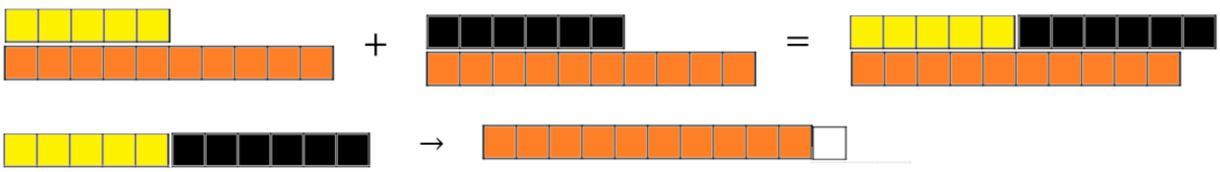


$\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{10}$ são equivalentes, pois representam a mesma parte do todo.

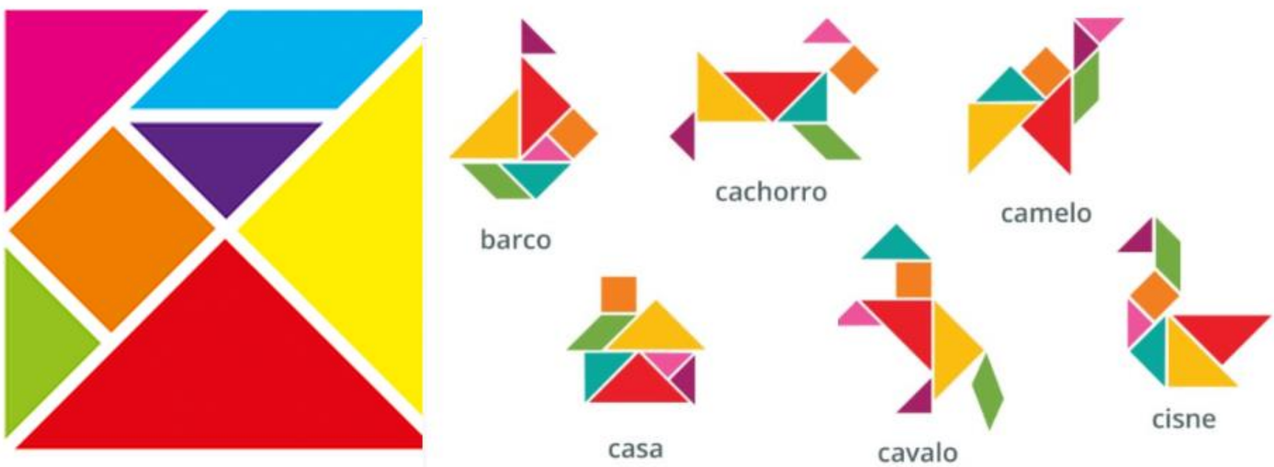


$\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{10}$ são equivalentes.

Dessa forma, $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$

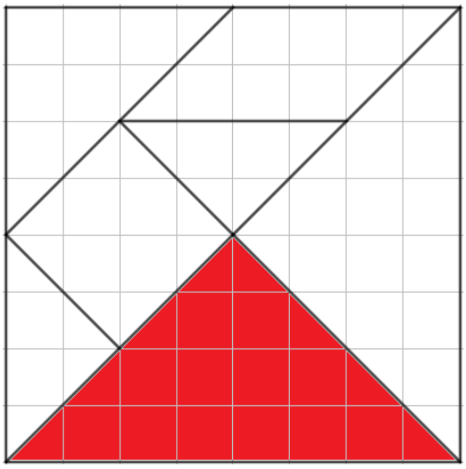


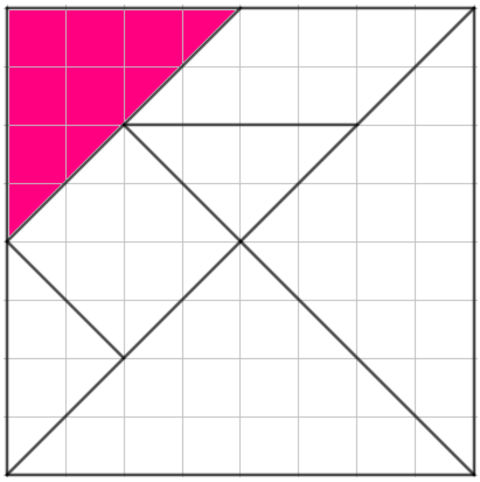
O Tangram é um quebra-cabeça chinês que possui sete peças. São elas: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Utilizando apenas as peças do Tangram é possível formar cerca de 5 mil figuras.

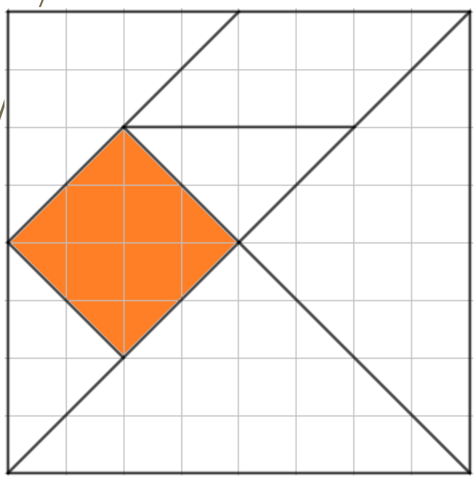


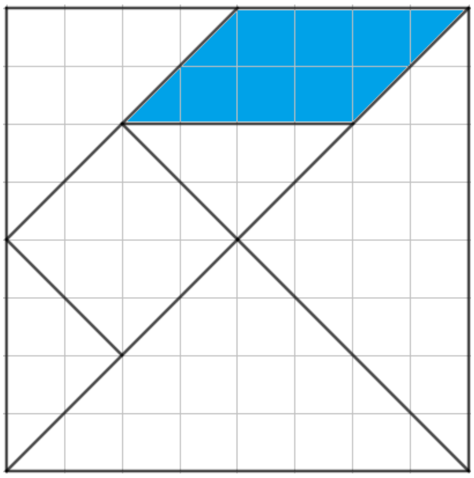
ATIVIDADE!

Para cada uma das figuras abaixo registre a fração que cada uma delas corresponde do total.







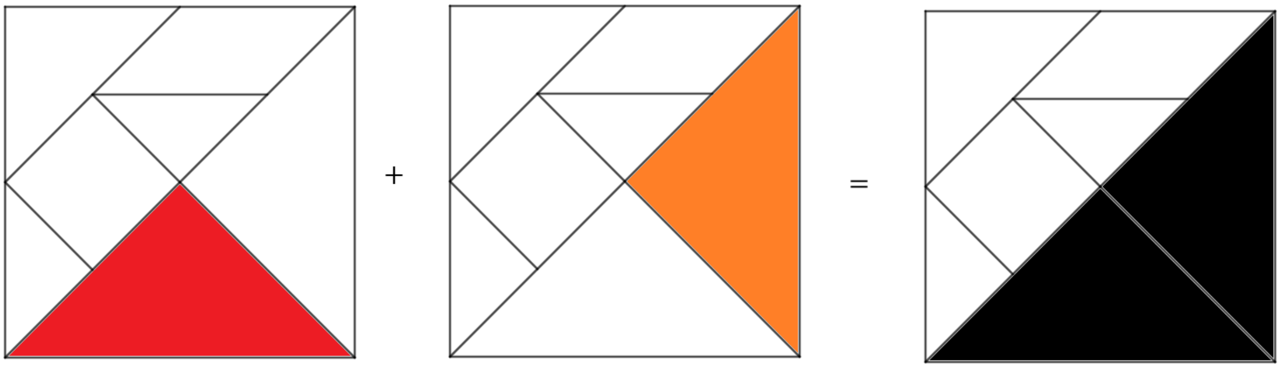


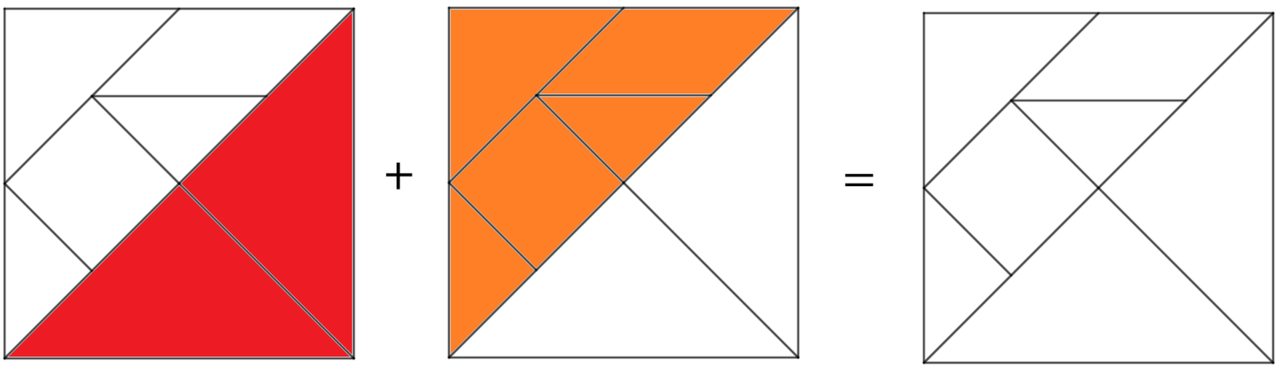
Construa um triângulo usando as sete peças do Tangram.

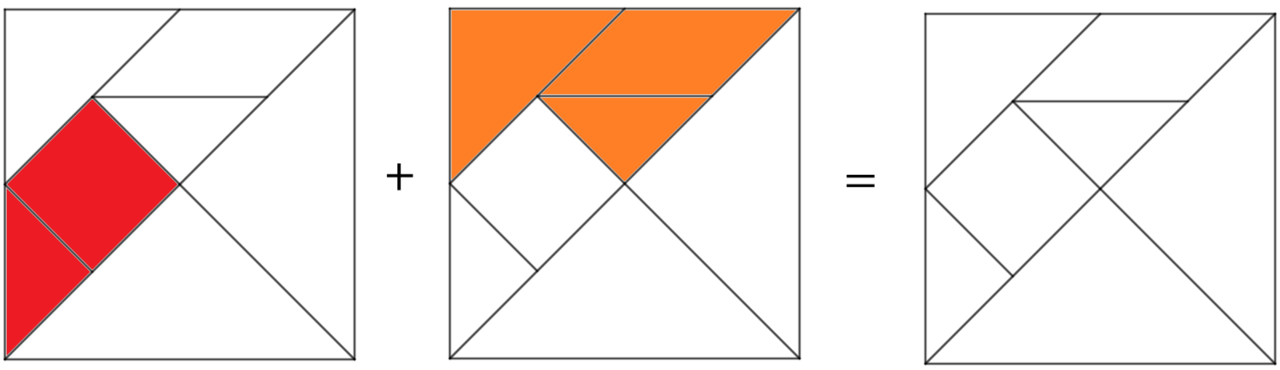
ATIVIDADE!

O Tangram e a soma de frações. Observe o processo utilizado no exemplo e repita o processo nas outras atividades, escreva as frações correspondentes em cada figura.

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$







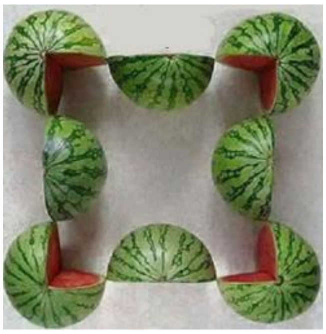
ATIVIDADE!

O tanque de gasolina do carro de Marcelo tem capacidade para 50 litros.

Ele encheu o tanque e saiu em viagem, Marcelo já rodou vários quilômetros e, olhando para o indicador do nível de gasolina ele percebeu que já consumiu 12 litros e meio de gasolina. Desenhe na figura ao lado o marcador de gasolina neste momento.

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>

Quantas melancias inteiras aparecem na figura ao lado?



Disponível em:<https://www.matematicagenial.com/>

ATIVIDADE!

Pedro e Paulo viajavam e pararam por um momento para comer. Pedro tinha 5 maças e Paulo 4 maças. Antes que começassem o lanche, apareceu um outro viajante.

O novo participante da reunião pediu-lhes comida e disse que pagaria por aquilo que tivesse comido. Assim, os três homens dividiram a comida igualmente entre si. Todas as maças foram consumidas e quando terminaram, o viajante, satisfeito, deu-lhes 9 moedas de igual valor.

Paulo lembrou Pedro que tinha menos maças, deveria receber menos: disse que como só possuía 4 das 9 maças , receberia $\frac{4}{9}$ das moedas, ou seja, 4 moedas.
Essa divisão é justa?

- Quantas maças cada um deles comeu?

- Das 4 maças de Paulo, quantas o viajante comeu?

- Que fração esse valor representa do total de maças consumidas pelo viajante?

- Das 5 maças de Pedro, quantas o viajante comeu?

- Que fração esse valor representa do total de maças consumido pelo viajante?

- Pensando nas respostas anteriores, qual seria a divisão mais justa?

(OBMEP Nível A / 2018) Grabriela trouxe para José uma cesta cheia de maças e laranjas. José comeu a metade das laranjas e um quarto das maças. Das frutas que Gabriela trouxe, quanto sobrou na cesta?

A) um quarto
B) menos de um quarto
C) metade
D) mais da metade
E) menos da metade

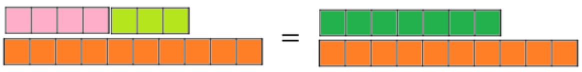
Solução das atividades
Capítulo 9

- ## Página 85

AGORA É SUA VEZ!

$$\frac{1}{10},\frac{2}{10},\frac{3}{10},\frac{4}{10},\frac{5}{10},\frac{6}{10},\frac{7}{10},\frac{8}{10},\frac{9}{10}$$

ATIVIDADE!



$$\frac{4}{10}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=\frac{5}{5}=1$$

- ## Página 86

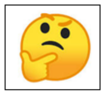
ATIVIDADE!

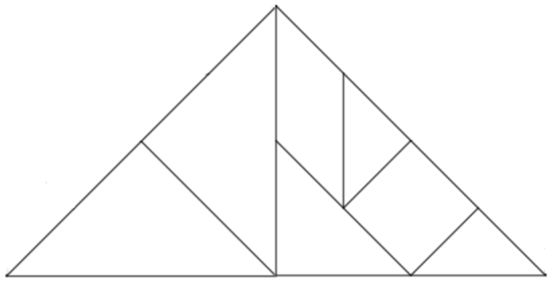
- M.M.C (3,5) = 15
- M.M.C (2,7) = 14

- ## Página 89

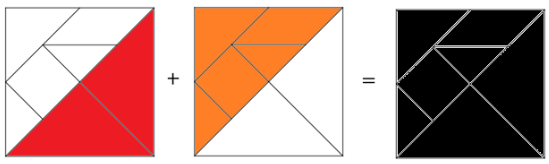
Vermelha - $\frac{1}{4}$ Rosa - $\frac{1}{8}$

Laranja – $\frac{1}{8}$ Azul - $\frac{1}{8}$

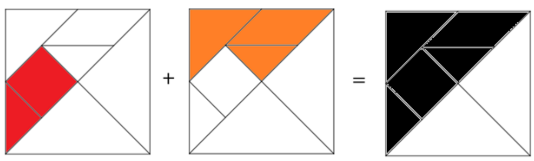




- ## Página 90



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$



$$\frac{3}{16}+\frac{5}{16}=\frac{1}{2}$$

- ## Página 91

ATIVIDADE!

O marcador estará apontando para $\frac{3}{4}$.

5 melancias

ATIVIDADE!

- Cada um deles comeu 3 maças.
- 1 das 4 maças.
- $\frac{1}{4}$.
- 2 das 5 maças.
- $\frac{2}{5}$.
- Ele comeu três maças e pagou 9 moedas, cada maça custou 3 moedas, como ele comeu 1 maça de Pedro, ele deveria receber 3 moedas, pelo mesmo motivo Paulo deveria receber 6 moedas.

- <u>Página 92</u>

Letra D

Sobraram metade das laranjas e três quartos das maçãs. Como três quartos é maior do que a metade, sobrou mais da metade das maçãs. Logo, do total sobrou mais da metade das frutas (metade da quantidade original de laranjas e mais da metade (3/4) da quantidade original das maçãs).

Outra solução:

(1/2) laranjas + (3/4) maçãs = (1/2) laranjas + (1/2) maçãs + (1/4) maçãs > (1/2).(laranjas + maçãs).

Esta questão não informa a quantidade original de maçãs e laranjas. A quantidade inicial das duas frutas pode ser qualquer uma e mesmo assim a quantidade restante das frutas sempre será maior do que a metade do total. Por exemplo, em uma cesta com 12 maçãs e 12 laranjas restarão, depois de José comer as frutas, 6 laranjas e 9 maçãs; assim, do total de 24 frutas restaram 6 + 9 = 15 frutas.

Bibliografia:

BLOG RACHA CUCA. Disponível em: https://rachacuca.com.br/

BRASIL. Base nacional comum curricular. Brasília. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Geniol. Desafios de lógica. Disponível em: https://www.geniol.com.br/logica/desafios/basico-1/

JONOFON, Sérates. *Raciocínio Lógico. Gráfica Olímpica, 1997.*

OBMEP. Nível A. 2018. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1Pq5kKyXBkZq-XvQdVeeFaeylw_KulbHh/view

OBMEP. Nível A. 2019. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/11DDPHRkmuAbozjeSNawFG2RKgL0aYYNH/view

PORTAL DA OBMEP. Quebra-cabeças da Matemática. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/site/index?a=4

Trales, Paulo.