



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL**

HUMBERTO IRINEU CHAVES RIBEIRO

**EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES NA REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇOS
GEOMÉTRICOS NO PLANO CARTESIANO: UMA APLICAÇÃO DO
SOFTWARE GRAFEQ**

**GOIÂNIA - GO
2020**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese

2. Nome completo do autor

Humberto Irineu Chaves Ribeiro

3. Título do trabalho

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES NA REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇOS GEOMÉTRICOS NO PLANO CARTESIANO: UMA APLICAÇÃO DO SOFTWARE GRAFEQ

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
 - b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
- O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior, em 19/10/2020, às 12:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

24/10/2020

SEI/UGF - 1622248 - Termo de Ciência e de Autorização (TECA)



Documento assinado eletronicamente por HUMBERTO IRINEU CHAVES RIBEIRO, Discente, em 21/10/2020, às 21:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador 1622248 e o código CRC 4CEEA20E.

Referência: Processo nº 23070.036048/2020-80

SEI nº 1622248

HUMBERTO IRINEU CHAVES RIBEIRO

**EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES NA REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇOS
GEOMÉTRICOS NO PLANO CARTESIANO: UMA APLICAÇÃO DO
SOFTWARE GRAFEQ**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Goiás – UFG, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria

GOIÂNIA - GO

2020

**Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(GPT/BC/UFG)**

Ribeiro, Humberto Irineu Chaves

**EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES NA REPRESENTAÇÃO DE
ESPAÇOS GEOMÉTRICOS NO PLANO CARTESIANO: UMA
APLICAÇÃO DO SOFTWARE GRAFEQ**

Humberto Irineu Chaves Ribeiro. – Goiânia, 2020.
64fl.

Orientadora: Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás
(UFG). Instituto de Matemática e Estatística (IME), Goiânia,
2020.

Bibliografia. Anexos. Apêndices.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 14 da sessão de Defesa de Dissertação de Humberto Irineu Chaves Ribeiro, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em Ensino de Matemática.

Ao primeiro dia do mês de outubro de dois mil e vinte, a partir das 15 horas, por meio de videoconferência **devido a pandemia covid-19**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES NA REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇOS GEOMÉTRICOS NO PLANO CARTESIANO: UMA APLICAÇÃO DO SOFTWARE GRAFEQ”. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora Elisabeth Cristina de Faria (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor Marcelo Almeida de Souza (IME/UFG) e o membro titular externo a Professora Doutora Vanda Domingos Vieira (PUC/GO). Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora Elisabeth Cristina de Faria, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao primeiro dia do mês de outubro de dois mil e vinte.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior, em 09/10/2020, às 09:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por VANDA DOMINGOS VIEIRA, Usuário Externo, em 09/10/2020, às 12:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por Marcelo Almeida De Souza, Professor do Magistério Superior, em 20/10/2020, às 12:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador 1597098 e o código CRC 870D617C.

https://sei.ufg.br/sei/controlador.php?acao=documento_visualizar&acao_origem=documento_versao_listar&acao_retorno=documento_versao_listar&v... 1/2

20/10/2020

SEI/UFG - 1597098 - Ata de Defesa de Dissertação

Referência: Processo nº 23070.036048/2020-80

SEI nº 1597098

Aos meus pais, José Humberto e Vilma, a
minha querida irmã Alline e aos familiares e
amigos pelo incentivo, apoio, amor e afeto,
dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, pela força e fé concedidas.

Aos meus pais, Vilma e José Humberto, pelo amor, estímulo e dedicação.

A minha irmã Alline, que sempre me ajudou em tudo.

Aos meus familiares e amigos, pelo carinho e afeto.

Aos amigos Reinaldo, Murillo, Cristiane e Eber, pelo companheirismo e amparo; e aos amigos da turma de 2018, pelo apoio.

A minha orientadora, professora Dra. Elisabeth Cristina, pela oportunidade de realizar este trabalho e também pela orientação, paciência e confiança.

Aos professores, pelos conhecimentos transmitidos e compartilhados; em especial aos professores Max Valério Lemes, Mario José de Souza e Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues, pela presteza, solicitude e atenção de sempre.

À coordenação e equipe do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UFG, pela ajuda e assistência.

Ficam aqui registrados os meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para mais esta conquista.

*“O sábio nunca diz tudo o que pensa, mas
pensa sempre tudo o que diz.”*

Aristóteles

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma proposta de utilização do *software* GrafEq para o ensino de equações e inequações. Normalmente encontram-se trabalhos para o ensino fundamental com mais facilidade que para o ensino médio, principalmente no que diz respeito à metodologia ou ao uso da própria tecnologia. Por este motivo, este trabalho discute a necessidade de o professor olhar para as especificidades do ensino para o aluno adolescente e também para seus interesses e suas motivações. A tecnologia, se usada corretamente, pode ser muito útil no ensino da matemática, pois esta é uma disciplina que atrai o interesse de poucas pessoas. Portanto, a aplicação da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem pode ser uma ferramenta importante para uma prática de ensino mais efetiva. Considerando o grande número de alunos adolescentes que apresentam dificuldades no aprendizado da matemática quando trabalhada por meio da metodologia tradicional, os objetivos deste estudo foram discutir teoricamente os elementos que podem favorecer o ensino da matemática; e ainda oferecer produtos educacionais, como instrumento, para que o professor possa tornar as aulas de matemática mais atrativas e produtivas por meio do contato com o *software* GrafEq e com sugestões de atividades com exemplos ilustrativos, levando, assim, a arte e a tecnologia à sala de aula. Baseados em Vigotski (2010), Marques e Oliveira (2016), Roehrs, Maftum e Zagonel (2010), Zanella (1994), Oliveira (2009), Almeida (2006), Otto (2016), Souza e Rousso (2011), fizemos uma pesquisa exploratória qualitativa, mediante uma investigação subjetiva da literatura, desenvolvemos uma proposta buscando valorizar o meio social e cultural desses adolescentes e sugerir ao professor um ensino matemático em que haja interação entre os jovens estudantes e as atividades promovidas. Para o desenvolvimento dos produtos, utilizando como recurso o *software* matemático *GrafEq*, foram estruturados um *e-book* e videoaulas no canal do YouTube com explicações matemáticas. Após um levantamento bibliográfico, percebemos uma determinada restrição quanto à quantidade de materiais que abordassem o *software* GrafEq, o que tornou a pesquisa um pouco mais árdua. Os materiais desenvolvidos foram disponibilizados a professores da área.

Palavras-chave: Educação Matemática. *Software* GrafEq. Ensino e Aprendizagem. Ensino Médio.

ABSTRACT

The present work presents a proposal of using the GrafEq software for teaching equations and inequalities. We usually find works for elementary school more easily than for high school, mainly when it comes to methodology or the use of technology itself. For this reason, this study discusses the need for the teacher to look at the specificities of teaching for the adolescent students and also at their interests and motivations. Technology, if used correctly, can be very useful in the teaching of mathematics, since it is a discipline that attracts the interest of few people. Thus, the application of technology in the teaching-learning process can be an important tool for a more effective teaching practice. Considering the large number of adolescent students who present difficulties in learning mathematics using the traditional methodology, the aims of this study were to theoretically discuss the elements that may favor the mathematics teaching; and also offer educational products, as an tool, so that the teacher can make the math classes more attractive and productive through contact with GrafEq software and suggestions for activities with illustrative examples, thus bringing art and technology into the classroom. Based on Vigotski (2010), Marques e Oliveira (2016), Roehrs, Maftum e Zagonel (2010), Zanella (1994), Oliveira (2009), Almeida (2006), Otto (2016), Souza e Rousso (2011), a qualitative exploratory research, through a subjective investigation of the literature, we developed a proposal seeking to value the social and cultural environment of these adolescents, and suggest to the teacher a mathematical teaching in which there is interaction between the young students and the activities promoted. For product development, using the GrafEq mathematical software as a resource, an e-book and video-classes on the YouTube channel with mathematical explanations were structured. After the bibliographic survey, we noticed a certain restriction regarding the amount of materials that it addressed about the GrafEq software, which made the search a little more difficult. The developed materials were made available to teachers in the area.

Keywords: Mathematical education. GrafEq software. Teaching and learning. High school.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Uma janela de relações algébricas em branco	31
Figura 2 – A janela flutuante padrão de botões rápidos	31
Figura 3 – Janelas de criação no modo cartesiano e no modo polar	32
Figura 4 – Janela de criação no modo cartesiano	32
Figura 5 – Janela gráfica mostrando o gráfico da relação $y=\text{sen}x$	33
Figura 6 – Exemplo de atividade retirada do <i>e-book</i>	40
Figura 7 – Exemplo de atividade mostrada no canal do Youtube	40
Figura 8 – Opinião dos materiais utilizados.....	52
Figura 9 – Sugestões de atividades a serem realizadas	53

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Amostra dos estudos encontrados	38
--	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Resposta dos entrevistados sobre a disciplina que ministram.....	47
Gráfico 2 – Respostas dos entrevistados a primeira pergunta	47
Gráfico 3 – Respostas sobre o uso dos recursos tecnológicos	48
Gráfico 4 – Recursos tecnológicos utilizados pelos participantes	48
Gráfico 5 – Conhecimento dos participantes sobre o Grafeq	49
Gráfico 6 – Utilização do <i>software</i> GrafEq em suas aulas	49
Gráfico 7 – Motivo da nunca utilização do GrafEq em suas aulas	50
Gráfico 8 – Opinião relativa ao E-book.....	50
Gráfico 9 – Opinião relativa ao canal no Youtube	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: ARTE, MATEMÁTICA E TECNOLOGIA NA CONSTRUÇÃO DO ALUNO DO ENSINO MÉDIO	18
2.1	A construção do conhecimento pelo aluno adolescente	18
2.2	Arte e Matemática	21
2.3	Relações entre arte, matemática e tecnologia	25
2.4	A matemática e o seu ensino com o uso de <i>software</i>	27
2.5	GRAFEQ	30
2.6	Produto educacional: uma contribuição para as aulas do professor ..	34
3	METODOLOGIA	36
3.1	Estudo bibliográfico	36
3.2	Produto educacional	39
4	PRODUTO EDUCACIONAL	40
4.1	Descrição do produto	41
4.2	Conteúdos do produto	42
4.2.1	<i>E-book</i>	43
4.2.2	<i>Videoaula</i>	45
5	DISCUSSÕES	46
6	CONCLUSÃO	54
	Apêndice A – O Grafeq	58
	Apêndice B – O E-book	59

1 INTRODUÇÃO

Ao longo de minha vida profissional, por meio da vivência em sala de aula, percebi que boa parte dos alunos possui uma grande dificuldade em assimilar o conteúdo de funções e principalmente gráficos de funções. Pensando nisso, foi elaborado o projeto desta dissertação procurando envolver mais a atenção dos alunos e, dessa maneira, buscar um modo de contribuir para que aprendam melhor os conteúdos de matemática trabalhados em sala de aula.

O ensino de matemática tem sido um pouco complicado para o professor, que encontra desafios para atuar em sala de aula. Muitos alunos possuem dificuldade em apreender essa disciplina. Isso acontece devido a alguns fatores, entre eles, podem ser citados: a dificuldade de aprendizagem, o trauma causado no período de alfabetização ou por fatores externos, como a condição social ou familiar, além de apresentarem certas resistências para aprender o conteúdo apresentado nas aulas de matemática.

Boa parte dos alunos possui dificuldade em entender os conceitos, as definições da matéria e, assim, não conseguem resolver aplicações algébricas ou geométricas. Um problema com o qual me deparei foi o fato de identificar grande quantidade de alunos que apresentam dificuldades em aprender funções. E, no caso de funções que apresentam tanto a parte algébrica quanto a geométrica, uma boa quantidade de alunos apresenta problemas no momento em que têm de resolver determinados exercícios.

Pensando nessas dificuldades, este trabalho analisa diferentes situações do cotidiano de sala de aula de matemática, com a finalidade de auxiliar o professor a lidar com elas de modo a promover a aprendizagem de seus alunos. Então, quando se fala em matemática, o professor, geralmente, tem dificuldades em lidar com a turma e despertar o interesse dos alunos pelo conteúdo de matemática. Por tal motivo, esta proposta busca utilizar a relação entre tecnologia, arte e matemática para tentar ganhar a atenção dos alunos.

Nos dias atuais, devido ao grande uso de tecnologia, o uso de *softwares* pode ser uma boa alternativa para que os alunos prestem mais atenção nas aulas e consigam obter um conhecimento mais amplo. No meu caso particular, sou formado

em licenciatura em informática, além de possuir a graduação em licenciatura em matemática. Lidar com o uso da tecnologia em sala de aula é uma ferramenta importante, pois boa parte dos alunos lida com a tecnologia no seu dia a dia.

O fato de inserir a arte pode ser um ponto significativo, visto que ela atrai os estudantes e pode levá-los a se sentirem motivados a querer compreender o conteúdo para reproduzir um determinado desenho por meio de equações e inequações. Além disso, é relevante destacar que, na atualidade, a tecnologia faz parte da vida das pessoas desde o nascimento.

No decorrer deste trabalho, no primeiro capítulo, será abordado um pouco sobre como se constrói o conhecimento por parte do adolescente, a relação entre a arte e a matemática, juntamente com a tecnologia, mostrando a utilização do *software* GrafEq. No segundo capítulo, será realizada uma abordagem bibliográfica, principalmente sobre artigos científicos de arte, matemática e tecnologia. No terceiro capítulo, será mostrado o produto educacional, que é constituído por um *e-book* e por videoaulas no Youtube. Por fim, no quarto capítulo, será feita uma discussão sobre o resultado do produto educacional.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: ARTE, MATEMÁTICA E TECNOLOGIA NA CONSTRUÇÃO DO ALUNO DO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo, apresentaremos a fundamentação teórica que embasa a produção de nossa pesquisa e a elaboração do produto educacional. Esta investigação se desenvolveu com base nos seguintes estudos: Vigotski (2010), Marques e Oliveira (2016), Roehrs, Maftum e Zagonel (2010), Zanella (1994), Oliveira (2009), Almeida (2006), Otto (2016), Souza e Rousso (2011).

Nosso intuito foi representar as concepções que temos com relação ao processo de ensino com o uso de tecnologias, principalmente, no que se refere ao desenvolvimento do conhecimento matemático produzido pelo aluno em parceria com o professor. Este capítulo foi separado em tópicos, destacando as principais ideias que são fundamentais para o entendimento do raciocínio deste trabalho.

2.1 A construção do conhecimento pelo aluno adolescente

Cada cidadão traz consigo mesmo os hábitos e os costumes de seus familiares, pois aprende e se desenvolve por meio da interação com os seus semelhantes em situações de seu cotidiano. Segundo Marques e Oliveira (2016, p. 190):

Existe entre ensino e educação uma diferença basilar. Enquanto que o primeiro se refere principalmente ao ensino de conteúdos e conhecimentos, o segundo possui contornos mais complexos, que envolvem aprendizagens curriculares, mas também valores e atitudes, que visam formar melhor o indivíduo na sua totalidade. No sentido mais amplo, educação vai além do ensinar, envolve a provisão de possibilidades de autoconhecimento e valores éticos. Ensino centra-se na transmissão de conhecimento enquanto educação visa à transmissão dos valores necessários ao convívio, manutenção e desenvolvimento da sociedade como um todo, de forma a fazê-la funcionar como um único corpo orgânico.

A educação familiar é fundamental para a evolução da criança que, juntamente com o ensino aprendido na escola, terá influência no desenvolvimento de cada pessoa. Considerando a questão do ensino, o professor deve ficar atento a

situações do cotidiano de seus alunos. Segundo Vygotsky, Luria e Leontiev (2010, p. 108):

Os métodos que permitem que a aprendizagem especializada influa sobre o desenvolvimento geral funcionam apenas porque existem elementos comuns materiais e processos comuns. Somos governados pelos hábitos. Daqui resulta que desenvolver o intelecto significa desenvolver muitas capacidades específicas e independentes e formar muitos hábitos específicos, já que a atividade de cada capacidade depende do material sobre o qual essa capacidade opera. O aperfeiçoamento de uma função ou de uma atividade específica do intelecto influi sobre o desenvolvimento das outras funções e atividades só quando estas têm elementos comuns.

Para haver um aprendizado mais eficaz, o professor deve procurar sempre manter uma boa relação com seus alunos, basear-se em suas potencialidades, respeitando os processos mentais e apresentando o conceito do cotidiano de maneira mais formal. Ele precisa considerar as raízes e a história de seus alunos. O papel de mediação do professor é importante, pois constrói novas possibilidades de aprendizagem.

Este trabalho que nos propusemos realizar tem como público específico os alunos do ensino médio; com isso, boa parte dos indivíduos que compõem nosso público-alvo é adolescente. Segundo Roehrs, Maftum e Zagonel (2010, p. 422):

A escola tem papel fundamental no desenvolvimento do adolescente, contribui com a formação global do jovem e da sociedade. Papel que extrapola o ato de ensinar e envolve o educar crianças e jovens desenvolvendo sua identidade e subjetividade. Faz parte do dia-a-dia dos professores o incentivo à cidadania, à responsabilidade social e a incorporação de hábitos saudáveis.

Nessa busca de uma nova identidade, os professores podem tirar proveito da situação e influenciar positivamente a vida de seus educandos, acrescentando novos valores éticos e, em alguns casos, ensinar novas formas de se comportarem na sociedade. Para Roehrs, Maftum e Zagonel (2010, p. 425):

O adolecer é uma fase da vida em que a pessoa está em constante processo de desestruturação e reestruturação. O adolescente vive várias perdas e conquistas em uma transição da identidade infantil para a adulta, é a busca de si mesmo, influenciando na consolidação da estrutura básica da personalidade.

Essa relação, associada à percepção da aprendizagem, deve ser analisada de acordo com o desenvolvimento que o indivíduo demonstra. O professor deve ser o mediador para tornar o aprendizado que o aluno já possui uma base e, a partir dele, atingir e evoluir para chegar ao aprendizado real. Para tanto, professor precisa compreender quais seriam as necessidades educacionais de seus alunos. Segundo Zanella (1994, p. 98):

A distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial, caracteriza o que Vygotsky denominou de Zona de Desenvolvimento Proximal: A Zona de Desenvolvimento Proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação.

Essas constantes mudanças, que ocorrem no decorrer da adolescência, geram curiosidade e maior interesse por parte dos estudantes para aprender coisas novas, pois os jovens procuram a formação de sua própria identidade. Segundo Roehrs, Maftum e Zagonel (2010, p. 425):

O adolescente procura a sua reconfiguração e ressignificação enquanto surge um novo ser diante da complexidade dos diversos sentimentos e sensações. A formação da identidade é um processo mental de reflexão e observação que ocorre simultaneamente e inconsciente e o adolescente julga a si mesmo a partir daquilo que entende ser a maneira como os outros o julgam. Ao buscar sua própria identidade, tem que se diferenciar de seus pais e por isso tem que negá-los para poder ser ele mesmo, necessita da contraposição para alcançar seus próprios valores e constituir sua autoimagem.

Pensando nessa ideia, o adolescente, por mais que tenha uma cultura familiar, se reformula. Segundo Vygotsky, Luria e Leontiev (2010):

O papel da linguagem na percepção é surpreendente, dadas as tendências opostas implícitas na natureza dos processos de percepção visual e da linguagem. Elementos independentes num campo visual são percebidos simultaneamente; nesse sentido, a percepção visual é integral. A fala, por outro lado, requer um processamento sequencial. Os elementos, separadamente, são rotulados e, então, conectados numa estrutura de sentença, tornando a fala essencialmente analítica.

No caso do adolescente, o ambiente sociocultural é fundamental para a formação da sua identidade. Nesse sentido, a escola e as atividades que são desenvolvidas nessa instituição podem promover a integração e o desenvolvimento do conhecimento científico e o ambiente de seu grupo social. O professor, por meio

de diálogos com os alunos e da interação com eles, deve promover espaços para que os alunos manifestem interesses a partir de suas histórias de vida, de objetos e linguagens que os representem. Segundo Oliveira (2009):

A concepção de Vygotsky sobre as relações entre desenvolvimento e aprendizado, e particularmente sobre a zona de desenvolvimento proximal, estabelece forte ligação entre o processo de desenvolvimento e a relação do indivíduo com seu ambiente sociocultural e com sua situação de organismo que não se desenvolve plenamente sem o suporte de outros indivíduos de sua espécie.

Segundo Souza e Rosso (2011), para Vygotsky, desde o instante em que o sujeito nasce, ele passa a fazer parte de um mundo que foi histórica e culturalmente construído e organizado pelas gerações que o precederam e, assim, partilha e incorpora modos de agir, sentir e pensar próprios dessa cultura. O adolescente se inspira em outros para poder criar sua própria identidade. Diante disso, tem-se que, por meio das mesmas situações, cada um se desenvolve de maneira própria, mas para Oliveira (2009) devemos ter um direcionamento. Segundo Vygotsky, o desenvolvimento fica impedido de ocorrer na falta de situações propícias ao aprendizado. Portanto, o papel do professor e dos pais é acompanhar de perto o desenvolvimento do adolescente.

Oliveira (2009) pontua que Vygotsky distinguiu dois tipos de elementos mediadores: os instrumentos e os signos. Embora exista uma analogia entre esses dois tipos de mediadores, eles têm características bastante diferentes. Os instrumentos são elementos externos ao indivíduo, voltados para fora dele. Sua função é provocar mudança nos objetos, controlar os processos da natureza. Os signos são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo. Assim, considerando todos esses fatores abordados, este trabalho foi elaborado com o intuito de ajudar os professores a desenvolver as atividades de ensino de matemática em sala de aula.

2.2 Arte e Matemática

No decorrer da história da Humanidade, percebemos que, desde antigamente, os nossos antepassados se comunicavam por meio da arte, e é possível perceber que eles possuíam uma boa noção de geometria. Os desenhos

antigos nos mostram uma boa percepção de raciocínio lógico e boa estrutura gráfica. A união dessas duas disciplinas motiva o aluno a aprender matemática por meio de desenhos artísticos e de obras de arte. Segundo Barboza (2015, p. 15):

No período da Pré-História, que compreende toda a existência da vida humana até o desenvolvimento da escrita (cerca de 3500 a.C.), Matemática e Artes apresentaram-se unidas pelas representações rupestres dos povos nômades, através da associação entre símbolos e ideias.

Existem representações rupestres que são admiradas e apreciadas até os dias atuais, pela perfeição artística e, principalmente, pelos cuidados matemáticos apresentados de noções de raciocínio e geometria. Essa característica da arte é muito importante para o ensino, pois “A arte, por mobilizar sentidos e capacidades essenciais para o desenvolvimento humano, como criatividade, imaginação, observação, etc., constitui uma faceta essencial para o aproveitamento do aluno nas demais disciplinas” (FAINGUELERNT; NUNES, 2006, p. 33). Isso porque, segundo Barboza (2015, p. 18):

O contexto em que se achava o homem pré-histórico permitiu o desenvolvimento mútuo e conjunto da matemática e da arte. O desenvolvimento do pensamento racional e das técnicas de representação da arte contribuíram para a construção e registro do conhecimento matemático da época, e seu posterior crescimento.

Desde esse período, a arte e a matemática já se relacionavam e até os dias atuais ainda possuem relações. “A Arte pode ser o lugar para se exercitar diferentes modos de pensar” (FLORES, 2016, p. 506). Diante disso, a relação entre matemática e arte é uma boa metodologia para que os professores de matemática utilizem em suas aulas. Dessa maneira, o interesse por parte dos alunos aumenta e as dificuldades em ensinar matemática podem diminuir um pouco e, assim, aumentar a quantidade de alunos para fazerem cursos relacionados à área de exatas, pois a relação entre arte e matemática pode fazer a diferença na qualidade da aprendizagem dos alunos. Segundo Helbel (2013, p. 15):

A Arte e a Matemática propiciam uma mudança de paradigma, no processo de ensino e aprendizagem, fazendo com que a Matemática de sala de aula não seja somente transmissão de conhecimento, mas um contínuo processo de construção/reconstrução do conhecimento pelo aluno.

Trabalhar essa relação entre matemática e arte, além de motivar os alunos, permite que se possa trabalhar em grupos e, dessa forma, além dos assuntos da matéria curricular, os alunos aprendem a cooperar e atuar em conjunto, ferramentas que serão úteis para o seu cotidiano e para que saibam como conviver em sociedade. “O exercício da matemática e da arte é uma atividade fundamental para o desenvolvimento integral do ser humano e, conseqüentemente, é essencial para a evolução da própria sociedade” (FAINGUELERNT; NUNES, 2006, p.13).

Levando em consideração o ambiente social e cultural em que o aluno vive, a relação de arte e matemática pode contribuir para o seu cotidiano e para que ele possa aplicar os conhecimentos e a ideias de lógica no seu dia a dia.

Frequentemente, quando falo aos alunos nesta "associação", Arte/Matemática, verifico uma reação de certa confusão por parte deles, e quando questionados informalmente acerca da ideia que têm a esse respeito, a resposta, com frequência, é um silêncio algo confuso (ALVES, 2013).

Uma boa quantidade de alunos chega ao Ensino Fundamental II, ou até ao Ensino Médio, com trauma de matemática e com muita dificuldade. Uma maneira interessante é misturar a matemática com outras disciplinas e trabalhar a matemática com a parte artística auxilia o interesse e a concentração do aluno. Segundo Alves (2013, p. 18):

No entanto, a partir do momento em que são apresentadas obras de Arte para servirem como base para o estudo dos conceitos matemáticos, essa ligação parece tornar-se evidente. Analisando por esse lado, fazer interdisciplinaridade entre a matemática e a arte, deve ser feita de uma maneira bem elaborada e planejada pensando em abordar temas que sejam de interesse dos alunos, então uma boa sugestão é utilizar a reprodução de obras de arte, com intuito de tornar aulas mais chamativas.

Esse tipo de exercício melhora a qualidade de aprendizagem deles, pois trabalha a criatividade e motiva os alunos a aprenderem e a observarem a utilidade de cada conteúdo para seu cotidiano e para sua vida. No caso da geometria, observa-se que as figuras geométricas podem formar diversas obras de arte. “A matemática e a arte podem apresentar-se em uma mesma obra de arte, como visto em muitos momentos da história, uma contribuindo para a importância e a construção da história de desenvolvimento da outra” (BARBOZA, 2015, p. 30).

Entretanto, ao realizar a interdisciplinaridade entre arte e matemática, o professor deve se preocupar com a forma de lidar com essa junção de disciplinas, de modo a:

Reconstruir a maneira de se ensinar a Geometria em sala de aula, fazendo uso das leituras de imagens por meio da Arte, pode se tornar uma maneira de fazer com que os alunos viagem por novos horizontes em busca de novo conhecimento (HELBEL, 2013, p. 13).

Ao construir uma obra de arte, o aluno utiliza sua imaginação ao selecionar figuras geométricas e fazer suas criações. Diante disso, ao estimular suas habilidades artísticas, o aluno fica motivado a estudar e a compreender os conteúdos matemáticos para compreender os conceitos que estão por trás da obra artística em questão. Segundo Barboza (2015, p. 33):

A Arte funciona como um agente motivador no ensino da Geometria - já que oferece o objeto da visualização-, e vice-versa. Elas se apoiam e desenvolvem no aluno, mutuamente, habilidades de questionamento, investigação, reflexão, criação e comunicação.

No produto educacional deste trabalho, tanto no *e-book*, quanto em uma das aulas do canal no Youtube, trabalha-se a construção de bandeiras para motivar e instigar o aluno a buscar novos conhecimentos. “Percebe-se, o quanto o artista maravilha-se diante de sua obra, já o matemático emociona-se com suas descobertas, ambos são criadores em busca da perfeição, da verdade e da beleza” (HELBEL, 2013, p. 13).

Ao estar fazendo essa interdisciplinaridade, o aluno está estudando outras disciplinas e aprendendo um pouco sobre a história de determinado lugar e, assim, pode compreender um pouco sobre a atualidade de determinado local. A parte de geometria proporciona ao professor diversas maneiras de abordar o mesmo conteúdo. Trabalhar a arte matemática é uma forma interessante por haver diversas opções, que se abrem para o aluno e permitem que ele se sinta livre para criar e produzir suas figuras e entender quais são os conceitos e definições que estão por trás de cada obra.

Quando um determinado assunto está sendo trabalhado, o professor pode optar por começar mostrando uma obra de arte e pedir para que os alunos identifiquem os assuntos que estão naquela obra, ou simplesmente pedir que os alunos elaborem uma obra com determinados assuntos. E essa abordagem da arte

com a matemática pode contribuir para que os alunos sejam motivados a aprender e encontrem sentido nessa aprendizagem. “Uma produção artística nasce de um conjunto de ideias, geralmente motivado por algum sentimento. Nesse sentido, a análise do contexto histórico e o senso imaginativo do produtor tem influência direta sobre a obra” (BARBOZA, 2015, p. 31).

Em se tratando da matemática, o uso com a arte pode incentivá-lo a se interessar e motivá-lo pela aprendizagem dos conceitos. “Se uma pessoa leiga em artes for perguntada sobre o que é a incorporação da Matemática na Arte, ela provavelmente responderá que isso seria possível por meio da utilização de figuras geométricas” (ALMEIDA, 2006, p. 47).

É muito importante que o professor coloque em seu planejamento atividades que visem um aprendizado significativo. Para isso, ele deve também utilizar o que os alunos trazem, suas ideias, pois isso tem grande significado e motivação para eles por fazer parte de seu meio cultural.

2.3 Relações entre arte, matemática e tecnologia

Além da relação entre a arte e a matemática, aqui, propomos utilizar também o uso da tecnologia por meio de *softwares* matemáticos, fóruns de discussão ou outros métodos. Nos dias atuais, o uso da tecnologia tem se tornado fundamental na vida das pessoas e, no caso da educação, ela também tem se tornado um objeto a mais para ensinar. O professor que se dispõe a trabalhar com uma nova tecnologia, sendo o computador, *tablet*, celular ou outro recurso tecnológico, precisa estar preparado a se capacitar para ensinar por meio dessas ferramentas em sala de aula. Segundo Barboza (2010, p. 37), nesse sentido é preciso:

[...] entender que o aprendizado é mútuo (professor – aluno) e conjunto. Saber que o simples fato de usar o computador não garante frequência e envolvimento em maior grau, mas que é preciso o planejamento de uma boa atividade no laboratório – e com isso ter certeza de que o professor não será substituído pela máquina. Afinal, esta nova tecnologia, em pouco tempo, pode não ser tão nova para os alunos.

Considerando a ideia de que cada geração utiliza das tecnologias de uma maneira diferente, e diante das tecnologias digitais, surgem necessidades de refletir sobre os usos tecnológicos no ambiente educacional e sobre qual é o uso que vem

sendo tratado na educação matemática com relação ao ensino com o apoio da tecnologia e de *softwares* para o ensino.

A tecnologia educacional precisa ser vista como uma ferramenta de auxílio e complementação a fim de que proporcione mudanças positivas na qualidade do ensino e do processo de ensino-aprendizagem. Desse modo, a internet ou qualquer outro meio tecnológico deve servir como ferramenta de apoio e não o método de ensino em si. Segundo Barboza (2015, p. 37):

O uso do computador/software no ensino proporciona um ambiente de aprendizagem diferenciado, que estimula a curiosidade e investigação. Seu uso em sala de aula ou laboratório desenvolve atitudes como cooperação, raciocínio, imaginação, integração, construção, entre outras. Atitudes estas necessárias à formação do cidadão. No individual, seu uso contínuo faz com que possa funcionar como uma ferramenta autônoma de aprendizado e verificação, atribuindo certo grau de certeza ao aprendizado e melhorando a autoestima do aluno.

Temos que considerar que lidar com as tecnologias em ações do nosso cotidiano seja uma questão de acesso e de que cada pessoa se adapta de uma determinada maneira. Pensando como educador de matemática e tendo o desenvolvimento das tecnologias digitais, devemos dar oportunidades para o ensino de matemática que seja desenvolvido por meio do processo de uso de computadores com conceitos matemáticos, para que o estudante possa ser estimulado a se relacionar com a matemática de uma maneira mais interativa e dinâmica. Segundo Otto (2016, p. 9):

A educação é a base da formação humana. São utilizados vários instrumentos durante todo o processo de construção de conhecimento do mundo em que vivemos, pensando na formação de cidadãos efetivamente agentes de transformações. A presença das tecnologias de informação e comunicação é cada vez mais notória. As grandes mudanças que vem ocorrendo com a educação, estão de certo modo ligadas às transformações tecnológicas. Contudo a educação não acompanha o avanço tão rápido das tecnologias, mas vem incorporando cada vez com mais evidência.

Relacionando as tecnologias com o ensino, temos que o processo de ensino é muito mais complexo e que a tecnologia, em si, não irá resolver, sozinha, o problema de aprendizagem dos conhecimentos escolares dos estudantes. É necessário que haja um bom planejamento que seja acompanhado pelo professor,

que deve fazer o processo de mediação entre o uso adequado da tecnologia como um instrumento de ensino matemático.

A tecnologia transforma a experiência de aprendizado, pois funciona como uma ferramenta de desenvolvimento na qual o aprendizado ocorre a partir do uso de um material que pode ser lúdico, dinâmico e didático, com características diferentes das permitidas no papel, podendo contar com animação, som e outros diversos recursos.

Para trabalhar com tecnologias, primeiramente, é preciso ter conhecimento e saber lidar com toda essa informatização para desenvolver atividades pedagógicas eficientes com esse método que nos mostra, de maneira prática e prazerosa, o que a teoria aborda. Para trabalhar com uso tecnológico em sala de aula, existem diversos *softwares* que permitem ao professor mostrar o conteúdo em sala de aula *online*, de forma que os seus alunos possam dar sequência aos estudos em casa.

2.4 A matemática e o seu ensino com o uso de *software*

A matemática é importante na atualidade e na vida das pessoas, mas, para muitas delas, quando se fala em matemática, elas a compreendem como se fosse um “bicho de sete cabeças”, e, em muitos casos, isso acontece devido a uma má formação por parte de alguns professores de matemática que atuam no ensino da matemática e que se utilizam do método de dar respostas prontas aos alunos e não os auxiliam a elaborarem e a construir seus próprios conceitos para que possam, assim, chegar à resposta de exercícios ou problemas matemáticos. “É preciso motivar o aluno propondo situações complexas, mas não impossíveis, que os anime a ousar, a pensar, a explorar, a usar os conhecimentos adquiridos, testando suas capacidades” (HELBEL, 2013, p. 9).

Considerando o ensino da matemática tradicional, observa-se que o método utilizado fica centrado no professor, baseando em memorização de fórmulas e resolução de exercícios mecânicos para obter a resposta correta. Sendo que, assim, o aluno é apenas receptivo da aprendizagem, pois está recebendo conhecimentos prontos.

A matemática geralmente é lecionada por meio de formas de memorização e resolução de problemas, mas, atualmente, as aulas têm sido mais dinâmicas com assuntos do cotidiano do aluno, ou seja, o professor precisa levar o conhecimento

ao aluno utilizando situações práticas e de vivência, colocando-o para participar de maneira integral da construção da aprendizagem, sendo o protagonista e o professor é importante na organização e no direcionamento da aprendizagem.

Muitas pessoas consideram que a Matemática pode ser utilizada buscando novos gênios e a principal pessoa capaz de colocar isso em prática é o professor de Matemática, utilizando aulas dinâmicas, interessantes, objetivas, claras e convincentes. “O aprendizado matemático se dá quando a matemática é trabalhada de maneira criativa, crítica e contextualizada” (MÜLLER, 2000).

Quando o professor apresenta situações problemas e exercícios de raciocínio lógico que possuem características próprias, geralmente utilizando coisas do cotidiano de seus alunos, tais atividades os motivam, melhorando a sua autoestima e a confiança. E um jovem confiante e estimulado desenvolve suas atividades com maior facilidade, estando ativo em todos os trabalhos propostos e aperfeiçoando suas habilidades. Dessa forma, aumenta o interesse por parte dos alunos, e cada aluno traz consigo uma bagagem cultural, um conhecimento de mundo e esses conhecimentos devem ser aproveitados e entrelaçados aos conteúdos curriculares formais.

Devemos levar em consideração que o ensino de Matemática, na escola, deve contribuir para o aprendizado lógico e cognitivo do aluno, possibilitando a articulação entre os saberes que o aluno possui e o ensinado na escola. Assim, o estudante vê sentido no que está aprendendo na escola e relaciona esse conhecimento com sua vida pessoal, o que colabora com a compreensão de assuntos científicos e lhe permite utilizar desses conhecimentos em sua vida diária.

Nos dias atuais, os alunos e professores podem estabelecer relação entre diversas ideias da matemática, e o uso da informática na educação faz parte do processo que relaciona as ações pedagógicas, utilizando dos assuntos teóricos por meio de recursos tecnológicos, pois a tecnologia tem avançado muito e, com isso, têm surgido novas possibilidades de ensino na área da matemática. Nesse sentido, existem diversos *softwares* ou jogos educativos que auxiliam o conhecimento por meio de computadores, *tablets*, celulares e outros recursos tecnológicos. Segundo Denadai *et al.* (2012, p. 1): “A versatilidade e potencialidade das tecnologias contribuem para que se possa repensar como ensinar a matemática que os alunos necessitam aprender, disponibilizando diversas possibilidades para os discentes”.

Entre os recursos que podem ser usados pelos professores de Matemática para complementar e enriquecer suas aulas, estão os *softwares* educacionais, os quais permitem que o aluno seja estimulado a explorar ideias e conceitos da matemática de uma maneira menos complexa do que as mídias lápis e papel. *Software* educativo é todo *software* usado para fins educacionais, e o uso desses recursos geraram novas perspectivas no ensino, pois a aprendizagem depende de ações que são caracterizadas pela experimentação, interpretação, visualização ou indução. Para Merlo e Assis (2010, p. 12):

Os *softwares* educativos matemáticos podem propiciar uma verdadeira revolução no processo de ensino-aprendizagem e ser, portanto, uma alternativa tecnológica viável para o uso da informática na educação da Matemática.

As Novas Tecnologias no ensino da Matemática devem ser utilizadas como auxiliar na construção de conhecimentos, preparando os estudantes para uma vida social e profissional plena, realizada por meio de um ambiente de aprendizagem virtual. Para que as Novas Tecnologias no ensino da Matemática possam ser satisfatórias, é preciso equipar e manter nossos estabelecimentos de ensino com condições adequadas para o pleno atendimento da demanda escolar, oferecer qualificação profissional aos professores e promover mudanças culturais, valorizando o educador. Segundo Merlo e Assis (2010):

A informática é uma ferramenta que torna possível simular, praticar e/ou vivenciar princípios matemáticos que possam ser de difícil compreensão. A tecnologia torna-se, portanto, um importante instrumento de ensino, pois é uma forma de expandir as abordagens tradicionais da matemática, além de implementar novas estratégias de interação e simulação de maneira criativa e não rotineiras.

A informática no Ensino de Matemática tem mostrado que sua utilização constitui-se em uma poderosa ferramenta na superação de vários obstáculos ao aprendizado. Desse modo, é importante compreender que, para uma proposta pedagógica no ensino da matemática utilizando os recursos tecnológicos como ferramentas de auxílio à aprendizagem, não são necessários somente condições favoráveis, equipamentos e materiais, mas, principalmente, o querer do profissional da matemática em oferecer um ensino voltado à realidade social atual.

O salto qualitativo no ensino da Matemática poderá ser dado por meio do aproveitamento da oportunidade da introdução do computador na escola, o que

certamente favorecerá que ocorram mudanças na pedagogia e poderá resultar em melhora significativa da educação. Portanto, é preciso oferecer uma aprendizagem centrada nas evoluções tecnológicas e na interdisciplinaridade, formando seres capazes e preparados para viver e agir nesse mundo, cada vez mais, complexo, onde as coisas evoluem e se modificam rapidamente. Nesse sentido, na próxima seção deste trabalho, vamos apresentar o *software* Grafeq, que é um exemplo de ferramenta interessante para o trabalho com o ensino da matemática em sala de aula.

2.5 GRAFEQ

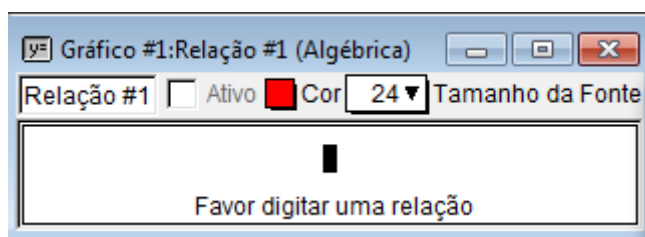
O *software* Grafeq¹ foi desenvolvido pelo canadense Jeff Tupper e é um programa para gerar gráficos de equações e inequações de figuras planas. O *software* é de fácil manuseio e permite trabalhar diferentes conceitos algébricos e geométricos de forma interativa e lúdica. Nele, a parte gráfica pode ser de grande auxílio para a compreensão de conceitos matemáticos e pode ser utilizado em diferentes línguas, inclusive no português.

O GrafEq estimula uma boa compreensão visual matemática, gerando gráficos de confiança que incentiva a exploração matemática, pois ele permite desenhar desde simples retas e círculos, até desenhos mais complexos que requerem um conhecimento matemático mais avançado, quer seja em geometria plana, Geometria analítica ou Cálculo.

A interface é simples. Ele possui um *menu* principal, caixas de texto para digitar as relações, a janela de botões rápidos, que apresenta símbolos matemáticos para facilitar a escrita da relações e uma janela com registro gráfico. A janela de relações algébricas serve para escrever as equações ou inequações algébricas das quais se deseja construir o gráfico, podendo abrir mais relações.

¹ Que pode ser baixado no site: <http://www.peda.com/download/>

Figura 1 – Uma janela de relações algébricas em branco



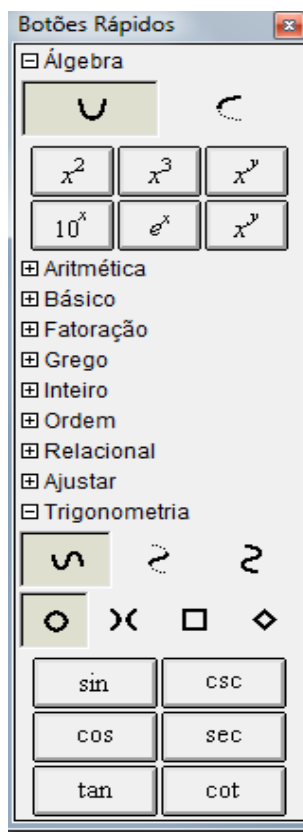
Fonte: Print da tela do software GrafEq.

Essa janela de relações algébricas possui os seguintes elementos:

- Barra de título.
- Opções cor e fonte.
- Campo de restrição de ativo.

A caixa de botões rápidos tem a função de auxiliar quando está determinando a equação ou inequação que se deseja.

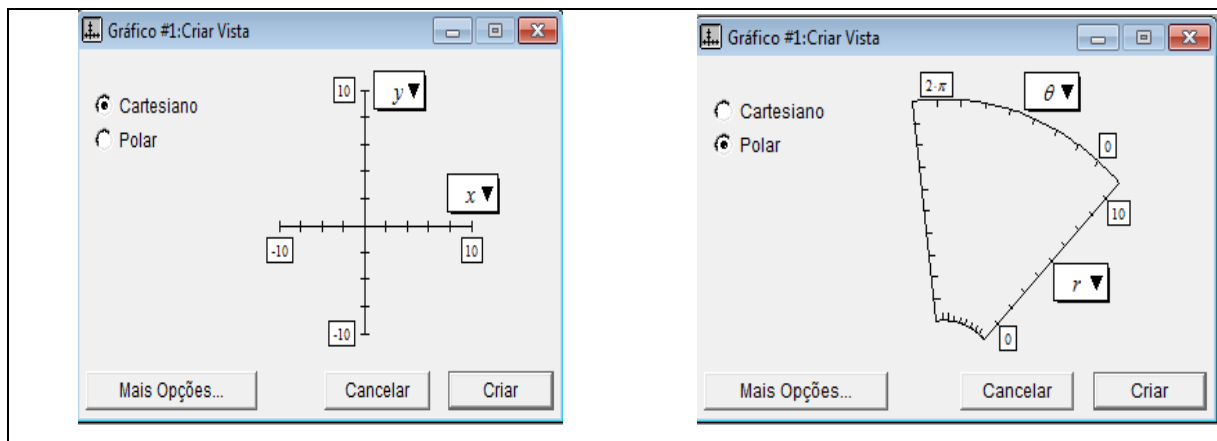
Figura 2 – A janela flutuante padrão de botões rápidos



Fonte: Print da tela do software GrafEq.

Após determinar a equação ou inequação na janela de relações e clicar enter, aparecerão as seguintes janelas:

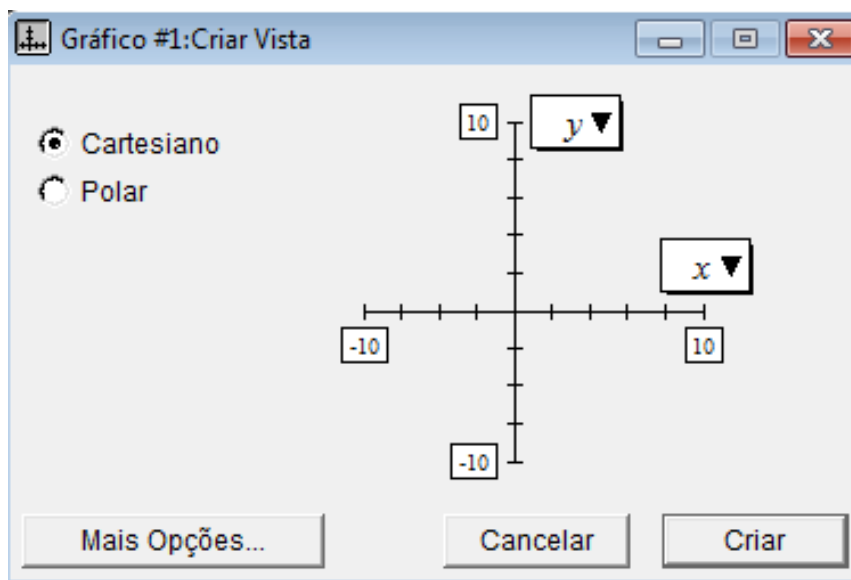
Figura 3 – Janelas de criação no modo cartesiano e no modo polar



Fonte: Print da tela do software GrafEq.

Geralmente, se trabalha com o gráfico em plano cartesiano.

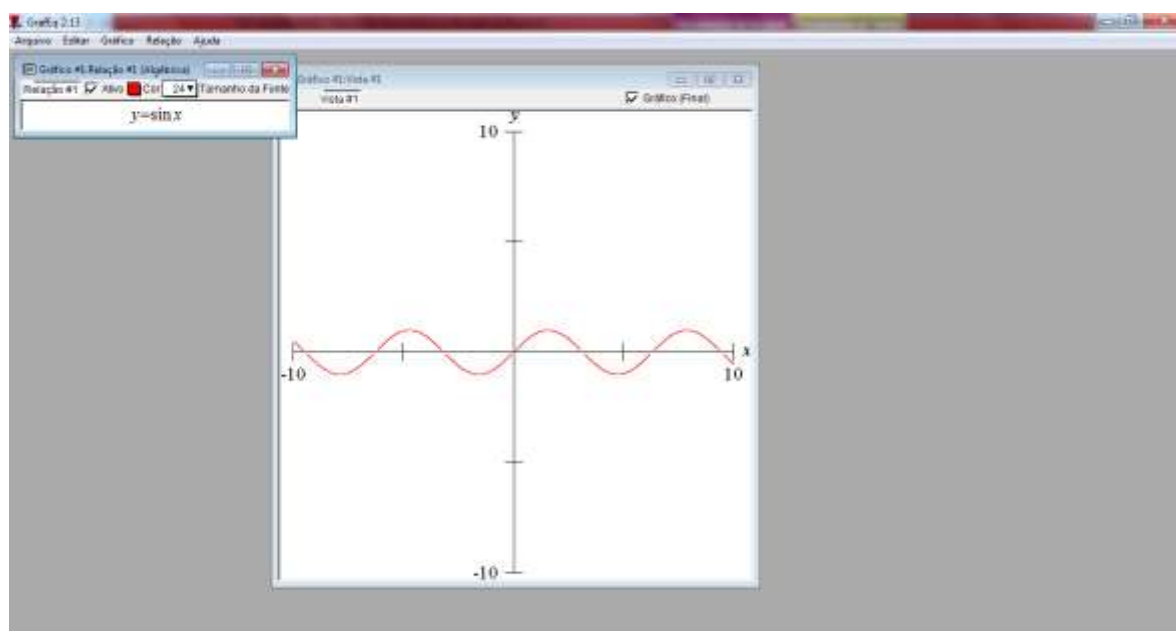
Figura 4 – Janela de criação no modo cartesiano



Fonte: Print da tela do software GrafEq.

Após clicar em criar aparece a janela gráfica. Abaixo está um exemplo criado em plano cartesiano.

Figura 5 – Janela gráfica mostrando o gráfico da relação $y=\text{sen}x$.



Fonte: Print da tela do software GrafEq.

A utilização do *software* matemático GrafEq, por meio de seus recursos e possibilidades, permite a visualização gráfica e a representação algébrica das funções afins no mesmo momento. Assim, ele facilita a compreensão e possibilita que o aluno relacione essas duas representações. Para Bisognin, Trevisan e Bisognin (2010):

O GrafEq possibilita a construção de funções expressas em forma de equações e inequações e a criação de diferentes figuras de acordo com a imaginação e criatividade de cada aluno, de tal modo que consegue assimilar a natureza do raciocínio matemático de maneira mais prazerosa, clara e eficaz.

Destaca-se que o uso do *software* GrafEq é um recurso importante no auxílio da aprendizagem de função afim, principalmente na relação entre a representação gráfica e algébrica, favorecendo a união entre parte algébrica e gráfica, visto que facilita a compreensão entre a relação presente nestas duas representações.

Pensando nas funções afins, espera-se que os alunos passem a olhar para suas representações algébricas e associar a elas um comportamento gráfico e vice-versa. O aluno deverá utilizar os conceitos matemáticos trabalhados e conseguir aplicá-los na elaboração das imagens, ou seja, ele deverá conseguir, por meio dos procedimentos e dos processos fornecidos, utilizar a representação gráfica e a

algébrica da função afim para elaborar alguma imagem que ele tenha interesse. Para Bisognin, Trevisan e Bisognin (2010):

O conceito de função é essencial para a construção de outros conceitos matemáticos. As dificuldades encontradas pelos estudantes estão relacionadas, em grande parte, com o modo como este conteúdo é trabalhado pelos professores na sala de aula que, muitas vezes, apresentam de modo abstrato, sem levar em consideração suas múltiplas representações.

Analisando as diversas funções, espera-se que as dificuldades que os alunos apresentam em relacionar a lei da função afim ao seu gráfico sejam menores com a utilização do *software* GrafEq, já que ele fornecerá, simultaneamente, as janelas gráfica e algébrica.

A utilização do *software* matemático GrafEq permite, por meio de seus recursos e possibilidades, a visualização gráfica e a representação algébrica das funções afins no mesmo momento, dessa forma, o referido *software* facilita a compreensão e possibilita que o aluno relacione essas duas representações, detalhando os intervalos e, assim, pode formar obras de arte que servirão de motivação para os alunos, pois por meio da arte os alunos se sentirão mais motivados.

Este recurso fornecido pelo *software*, em conjunto com as atividades elaboradas pelo professor, permite que os alunos façam experimentos e construam suas próprias conclusões acerca do comportamento gráfico destas funções.

2.6 Produto educacional: uma contribuição para as aulas do professor

Este material está disponível no Portal Educapes para acesso público, conforme *links*²³ disponibilizados em nota de rodapé. O produto educacional trata de um livro digital, ou seja, um *e-book* e videoaulas.

Tais produtos foram elaborados com o intuito de contribuir com o professor nas aulas de matemáticas por meio do apoio do *software* GrafEq para mostrar, de maneira prática, a construção de gráficos.

O *e-book* está dividido em quatro capítulos, sendo que o primeiro aborda o *software* GrafEq, o segundo se refere a alguns tópicos de conteúdos matemáticos,

² <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582483>

³ <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582464>

que podem ser trabalhados sob essa proposta; o terceiro traz uma discussão inicial sobre a relação entre matemática e arte e o último capítulo ilustra exemplos de aplicações práticas do *software* GrafEq, através de construções gráficas por meio de equações e inequações.

As videoaulas pretendem mostrar o *software* ao professor, com suas ferramentas e como operá-las a partir de exemplo prático. Desse modo, o vídeo inicial apresenta o *software* GrafEq e suas principais funções; em seguida, alguns vídeos falam sobre a aplicação de conteúdos matemáticos e, por fim, há um vídeo mostrando exemplos de construções no *software* GrafEq.

3 METODOLOGIA

O presente estudo foi realizado como Trabalho de Conclusão de Mestrado, cujo intuito foi auxiliar os professores da educação básica a partir de uma proposta de utilização de *software* GrafEq para a aplicação de equações e inequações.

Para isso, o trabalho foi desenvolvido em duas etapas, sendo a primeira constituída pela realização de um estudo teórico em que foi feito um levantamento bibliográfico sobre o tema, resultando em um relatório técnico/dissertativo. A segunda etapa consistiu na elaboração do produto, em que foi produzido um *e-book* e um canal no *YouTube* (com aulas que trabalham os conteúdos de equações, inequações, funções, geometria analítica e gráficos), e também foram apresentadas algumas figuras geométricas e bandeiras construídas com o uso do *software* GrafEq, após a exposição da parte teórica e de exemplos em ambas as tecnologias (*e-book* e *YouTube*). Este trabalho foi elaborado por meio de um livro digital e de aulas virtuais que contêm um material para o auxílio do ensino em sala de aula, visando colaborar para a aprendizagem mais significativa dos alunos.

3.1 Estudo bibliográfico

Para este trabalho, consideramos como base os parâmetros da pesquisa bibliográfica para organizar as informações coletadas, pois compreendemos que o momento de realização de um trabalho de mestrado necessita partir do levantamento de produções realizadas anteriormente sobre o tema a ser abordado. Ainda que as informações encontradas sejam escassas, é importante desvelá-las para que o entendimento do que acontece em torno da proposta que se pretende lançar possa avançar posteriormente, de acordo com o que é discutido nas outras pesquisas.

É relevante destacar que não será realizada uma pesquisa bibliográfica em toda a sua extensão, mas esta servirá como norteamento para a organização das informações encontradas. Por meio de informações encontradas nas pesquisas realizadas, foi organizado um planejamento para elaborar e executar os produtos

educacionais, tanto o *e-book* quanto para montar as videoaulas do canal. Para Lakatos e Marconi (2003):

Temos que a pesquisa bibliográfica trata-se de um levantamento, seleção e documentação de toda bibliografia já publicada sobre o assunto que está sendo pesquisado em livros, revistas, jornais, boletins, monografias, teses, dissertações, material cartográfico, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o mesmo.

Partindo do fato de que não conseguimos esgotar todas as possibilidades, delimitamos nosso levantamento aos seguintes locais: site do Google Acadêmico, Banco digital de teses e dissertações (BDTD), Revista do Professor de Matemática (RPM), Revista Zetetiké, Revista Bolema e Portal Scielo.

Esse tipo de pesquisa é importante por poder selecionar assuntos pesquisados de diversos autores em diversas fontes e, com essas informações, o autor dessa seleção coloca suas devidas contribuições.

Este trabalho bibliográfico foi realizado no período de dois meses, sendo eles o mês de março e o mês abril de 2020, em que foram selecionados temas de tecnologia, tecnologia na educação, tecnologia na educação matemática, *softwares* educativos, *softwares* matemáticos, *grafeq* e arte na matemática. Como resultados, identificamos que:

- *Google Acadêmico*, e somente a palavra “*GrafEq*” foram encontrados 258 artigos; “ensino da matemática *GrafEq*” foram encontrados 156 resultados.
- Banco digital de teses e dissertações (BDTD), e os resultados foram os seguintes: “*GrafEq*” foram encontrados 4 artigos; “ensino da matemática *GrafEq*” foram encontrados 4 resultados.
- Zetetiké, com “*GrafEq*” não foi encontrado nenhum artigo.
- Bolema, e os resultados foram os seguintes: “*GrafEq*” não foi encontrado nenhum artigo.
- Scielo, com “*GrafEq*” não foi encontrado nenhum artigo.

Em seguida, foi realizada a leitura do material e foram elaborados os fichamentos. Nessa etapa, é feita a identificação. Segundo Lakatos e Marconi (2003), essa é a fase de reconhecimento do assunto pertinente ao tema em estudo. Alguns desses artigos analisados abordam o uso do *GrafEq*, mas sem detalhar muito sobre o funcionamento do *software* e sua importância. Ao fazer essa pesquisa

e verificar que foram encontrados poucos artigos sobre interdisciplinaridade entre arte e matemática no GrafEq, vimos que a importância deste trabalho sobre tal assunto é ampliada.

Verificado todo material encontrado, selecionamos uma pequena amostra dele. Segundo Neves (2015), a amostra é importante porque é a partir dela que o pesquisador chegará a conclusões consistentes em relação à pesquisa realizada. Dentre os artigos encontrados, delimitados o referencial teórico, em que foram selecionados alguns trabalhos contendo assuntos como tecnologias no ensino da matemática, a importância e o auxílio das tecnologias no ensino e a implementação de *softwares* na educação. O Quadro 1, apresentado a seguir, traz alguns estudos que foram fontes de leitura deste trabalho:

Quadro 1 – Amostra dos estudos encontrados

Instituição	Título	Autor	Tipo	Ano
Pucrs	Novas tecnologias no ensino de matemática: possibilidades e desafios	Marcelo Antonio dos Santos	Artigo	2011
FAMPER e UNIPAR	A importância da utilização das tecnologias nas aulas de matemática	Adriana Cristina Kozelski Gisele Arruda	Trabalho apresentado em congresso	2017
FACOS/CNEC	O ensino da matemática por meio de novas tecnologias	Flávia Martins Ribeiro Maria Goretti Paz	Revista Modelos	2012
Universidade Estadual do Norte do Paraná	A tecnologia auxiliando a matemática na sala de aula	Mercedes Milanezi Felipe	Artigo	2014
Universidade Federal de Juiz de Fora	Integração das Tecnologias ao Ensino da Matemática: percepções iniciais	Esmênia Furtado Parreira Ferreira	Artigo	2015
Universidade estadual de Londrina	O computador e a disciplina de matemática	Nivaldo Bortolotti	Artigo	2008
UPE	O Uso de <i>Softwares</i> Educativos no Ensino de Matemática	José Adson D. Pacheco & Janaina V. Barros	DIÁLOGOS – Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade – N.º 8	2013

Fonte: elaborado pelo autor.

3.2 Produto educacional

O produto educacional foi produzido em duas etapas, sendo a primeira a elaboração de um *e-book* e a segunda a criação de um canal no Youtube. No próximo capítulo iremos detalhar como ocorreu a elaboração do produto educacional resultante desta pesquisa.

O *e-book* é um livro digital, escrito em forma de texto. Ele, geralmente, é dividido em capítulos e traz um tema central, apresentado em um formato que pode ser lido em dispositivos digitais variados. O *e-book* apresentado na presente pesquisa foi construído para atingir o público-alvo formado por alunos e professores do ensino médio.

O canal do Youtube contém videoaulas, nas quais se têm a apresentação do *software* GrafEq em algumas, outras apresentam conteúdos matemáticos, como plano cartesiano, equações do 1º e do 2º grau, funções do 1º e do 2º grau, inequações do 1º e do 2º grau, a parte de círculo da geometria analítica e exemplos de figuras formadas com o auxílio do *software* GrafEq.

4 PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo, será abordado sobre o produto educacional, tratando do *e-book* e do canal do Youtube. No *e-book*, serão abordados conceitos e exemplos matemáticos e a utilização do *software* GrafEq:

Figura 6 – Exemplo de atividade retirada do *e-book*

EXEMPLO - FUNÇÃO DO 1º GRAU

1) Encontre os valores de y para $x = 0$, $x = 3$ e $x = -5$, sendo $y = x + 1$.

RESOLUÇÃO:

Para $x = 0$:	Para $x = 3$:	Para $x = -5$:
$y = ax + b$	$y = ax + b$	$y = ax + b$
$y = 1.0 + 1$	$y = 1.3 + 1$	$y = 1.(-5) + 1$
$y = 0 + 1$	$y = 3 + 1$	$y = -5 + 1$
$y = 1$	$y = 4$	$y = -4$

Fonte: acervo do autor.

No vídeo, serão apresentados exemplos de construção de gráficos e exemplos de construção de bandeiras no GrafEq, em que será mostrado, na prática, o uso do *software* em atividades realizadas sobre a arte e a matemática:

Figura 7 – Exemplo de atividade mostrada no canal do Youtube

The left screenshot shows a green background with the equation $y = x + 1$ in a box. Below it is a table with columns 'x' and 'y' and rows of values: (-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 3). Each row has the equation $y = x + 1$ with the values substituted. A small window titled 'No GrafEq...' is visible in the bottom right.

The right screenshot shows the GrafEq software interface. In the center, there is a red flag of Turkey. To the left and right are lists of mathematical equations and functions, including $(x+3)^2 + y^2 \leq 8^2$, $(x-2)^2 + y^2 \geq 3^2$, $y = x + 2$, $y = x - 2$, $x = 1$, $y = -0.2x + 0.1$, $y = x + 2$, $y = -0.2x - 0.1$, and $y = x - 2$.

Fonte: acervo do autor.

4.1 Descrição do produto

Após a análise das pesquisas apontadas no tópico 3.1, observamos que não existe muita publicação envolvendo a relação entre arte, matemática e *softwares* educativos, principalmente abordando o *software* GrafEq. Por tal motivo, tentamos unir essas três áreas em uma proposta para usar o *software* Grafeq. Dessa forma, a proposta consiste em utilizar esse recurso como auxílio em sala de aula para aumentar o interesse dos alunos na disciplina de matemática, mas especificamente para o estudo de construções de gráficos e, assim, contribuir para um ensino e uma aprendizagem mais eficazes.

Analisando os trabalhos sobre GrafEq, procuramos elaborar uma proposta de trabalho elaborando um *e-book*, no qual apresentamos o *software* GrafEq e definimos alguns conceitos sobre os conteúdos de equações, inequações, funções e gráficos de funções. Após essa etapa, foram apresentados alguns exemplos e exercícios de aplicações gráficas, tanto na parte de matemática pura, quanto na parte prática com o *software*.

Como já dissemos, o *e-book* é um livro digital, escrito em forma de texto e costuma ser dividido em capítulos, que desenvolvem um tema central, apresentado em um formato que pode ser lido em computadores, celulares, *tablets* e outros dispositivos digitais. O *e-book* desse trabalho tem como público-alvo os alunos e professores, principalmente, do ensino médio e estará disponível na plataforma da Educapes.

Com base nesse *e-book*, foi criado um canal no Youtube (Fazendo arte com a matemática), que mostra um pouco sobre os conceitos, as definições e traz exemplos de aplicações matemáticas com o auxílio do *software* GrafEq.

O uso de GrafEq é importante para auxiliar o professor, mas não pode ser visto como o salvador da pátria para ensinar funções, ou seja, não se pode pensar que somente apresentando o GrafEq os alunos irão aprender o conteúdo programado. É importante ter em mente que o seu uso, juntamente com o auxílio do professor e uma aula bem elaborada é que contribuirão para o ensino e a aprendizagem dos alunos.

4.2 Conteúdos do produto

Serão trabalhados os conteúdos relativos às equações, inequações, funções e também geometria analítica (círculo), em que serão abordados conceitos, definições, resoluções de problemas e exemplos envolvendo os conteúdos descritos acima e a parte artística, utilizando a construção de gráficos reproduzidos juntamente com o *software* GrafEq..

Com o intuito de atrair a atenção e o interesse dos estudantes, e utilizar um recurso tecnológico para o ensino de construção de gráficos, foi escolhido o *software* GrafEq na sequência proposta. Este *software* tem download disponível na internet, apresentando versão gratuita para teste e pode ser uma importante ferramenta no ensino de funções, inequações, geometria analítica. Ele permite trabalhar todos os conteúdos que envolvem construções de gráficos, pois mostra a parte algébrica e a parte gráfica na mesma janela, permitindo que várias funções sejam representadas num mesmo plano cartesiano, de forma que até mesmo imagens sejam elaboradas com elas.

Pensando nessa situação, elaboramos a seguinte pergunta motivadora:

Como levar os alunos a se interessarem por matemática e melhorar o aprendizado tanto na parte algébrica quanto geométrica do conteúdo de equação, inequações e funções?

Com base nessa indagação, observamos que grande quantidade de alunos apresentam dificuldades em aprender funções e realizar a construção de gráficos. Considerando a situação em que o professor se encontra em sala de aula quando vai trabalhar o conteúdo de funções, nos deparamos com a seguinte pergunta:

Como os alunos aplicam os conhecimentos matemáticos que possuem para resolver ou desenvolver construções de réplicas de imagem com o GrafEq?

De acordo com essa pergunta, observamos que, além de todas as vantagens que o GrafEq oferece, o *software* foi escolhido com o objetivo de sair do formato tradicional das aulas de matemática, nas quais o professor é o centro das atenções, e permitir, por meio da presente proposta, que o aluno possa ser autônomo, que ele seja desafiado a pensar, a tirar suas próprias conclusões e a construir seu próprio conhecimento.

Como educadores matemáticos, precisamos saber as realidades, bem como as possibilidades de aprendizagem humana na era da tecnologia da informação. Os problemas devem estimular a exploração e a investigação, bem como a elaboração de conjecturas por parte do aluno. Diante disso, o objetivo deste trabalho é identificar situações nas quais os alunos são motivados a aprender e a resolver problemas matemáticos no GrafEq.

Para tanto, será elaborado um *e-book*, com a parte teórica dos conteúdos abordados, e videoaulas tanto da parte matemática, quanto da parte do *software* GrafEq. Também serão apresentados os comportamentos das funções, bem como mostrada a diferença entre os gráficos de funções do primeiro e do segundo grau, além de mostrar o comportamento de intervalos.

4.2.1 *E-book*

Nesse *e-book*, disponibilizado no Apêndice B, trouxemos a definição formal, exemplos e situações problema para obtenção de sua representação algébrica e sugerimos exercícios, na maioria, contextualizados, exigindo, assim, uma interpretação a ser realizada pelos alunos. Ele foi escrito com o objetivo de permitir a visualização gráfica e a relação com seus coeficientes, por entender que isso é muito importante não apenas para modificar a forma de ensino atual, ou seja, aquela que o professor fala ou explica e o aluno reproduz, mas para fazer o aluno pensar, estabelecer relações, usar técnicas conhecidas e conseguir concretizar seus resultados.

O direcionamento das atividades foi elaborado para resolver construções com o auxílio do GrafEq de modo a permitir que os alunos visualizem na prática os conceitos que, anteriormente, não haviam sido compreendido por parte deles. Outro fato a se analisar é o que pode ser feito para motivar alunos a se interessarem por matemática e melhorar o aprendizado, tanto na parte algébrica quanto na geométrica do conteúdo de funções.

No texto, nós descrevemos o processo de relação do *software* GrafEq com os conteúdos trabalhados, tanto na matemática, quanto daqueles que envolvem a arte e a matemática em conjunto com o uso da tecnologia. Essa parte foi desenvolvida especificamente por entendermos que tal relação interdisciplinar pode auxiliar o aprendizado dos alunos.

No estudo de funções, é importante recorrer a diferentes representações, sejam elas, tabelas, gráficos e fórmulas algébricas, estabelecendo-se relações entre elas. Um problema que é, inicialmente, formulado de maneira algébrica, pode ser mais facilmente resolvido ou compreendido quando é interpretado geometricamente, e vice-versa.

Diante das dificuldades em aprender o conteúdo de Funções, algumas questões devem ser consideradas. Como motivar os alunos a se interessarem por matemática? Como melhorar o aprendizado do conteúdo de funções, tanto da parte algébrica quanto geométrica? Como os alunos aplicam o conteúdo que está sendo trabalhado no *software* GrafEq?

Além dessas questões, devemos considerar os seguintes pontos: a intimidade e afinidade que os alunos possuem com a tecnologia, pois eles já a utilizam o tempo todo; a possível eficiência do uso de *softwares* educativos no ensino matemático; e o interesse por monumentos e obras artísticas por parte de muitas pessoas.

O uso do GrafEq pode ser uma maneira prazerosa, didática, produtiva e eficaz de os alunos se interessarem pela Matemática e assimilarem os conteúdos relacionados a obras gráficas, de tal modo que eles associem os assuntos trabalhados em sala de aula (teoria) com os do cotidiano (prática).

Inicialmente devemos levar em consideração as dificuldades apresentadas no conteúdo de funções e, juntamente com o uso de *software*, encontrar uma maneira prática de assimilar o conteúdo matemático, fazendo com que o aluno compreenda a teoria e a prática. O uso de aplicativos computacionais, que permitem visualizar o gráfico de funções, ajuda tanto a perceber as propriedades dos seus vários tipos, quanto a fazer experimentos com maior riqueza de exemplos. Dessa forma, é interessante o uso da relação entre a matemática, a arte e a tecnologia para o ensino de conceitos do universo matemático relacionados à função.

Devido ao fato de boa parte dos alunos terem grandes dificuldades para compreender os conteúdos de matemática, principalmente na parte algébrica, e depois construir gráficos de funções, o *software* ajuda a assimilar cada tipo de função com seu gráfico.

Considerando esses fatores, foi elaborado o E-book com a seguinte apresentação:

No primeiro capítulo, será apresentado o *software* GrafEq.

No segundo capítulo será abordado, conteúdos matemáticos, são eles:

- Plano cartesiano.
- Equação e função do 1º grau.
- Equação e função do 2º grau.
- Inequações e sistema de inequação do 1º grau.
- Inequação do 2º grau.
- Geometria analítica (Círculo).

Com estas definições, os alunos compreendem que funções de 1º grau geram um gráfico de uma reta. Funções de 2º grau geram um gráfico de parábolas. E não ficam presos somente aos cálculos para fazer a construção gráfica e, analisando a construção no *software*, os alunos percebem que quando estiverem incorretos, poderão realizar testes e chegarem ao resultado esperado. Nesse E-book, a maioria dos exercícios sugeridos aborda a construção de figuras geométricas a partir de equações e inequações, gerando a visualização gráfica.

4.2.2 Videoaula

As videoaulas estão disponíveis no YouTube, no canal fazendo arte com a matemática. Foram elaboradas 8 vídeo aulas, apresentando os seguintes itens:

- Apresentação do Grafeq.
- Plano cartesiano.
- Equação e função do 1º grau.
- Equação e função do 2º grau.
- Inequação e sistema de inequação do 1º grau.
- Inequação e sistema de inequação do 2º grau.
- Geometria analítica- Círculo.
- Exemplo de bandeira construída no Grafeq.

5 DISCUSSÕES

Tendo como base a pesquisa bibliográfica, apresentada no terceiro capítulo, foi constatado que alguns trabalhos apresentaram os resultados obtidos com o uso do GrafEq, mas sem uma apresentação didática de como construir as figuras com o auxílio do *software*. Deparando-nos com essa situação, procuramos elaborar um trabalho voltado para auxiliar os professores na tarefa de motivar os alunos a estudarem e compreenderem como trabalhar com gráficos.

Analisando que os poucos trabalhos encontrados relacionados ao Grafeq, verificamos que quase todos apresentavam somente as aplicações e os exemplos de desenhos gerados pelo auxílio do *software*. Em muitos casos, vimos que eles mostram apenas os gráficos que podem ser feitos, sem mesmo mostrar as equações ou inequações que foram utilizadas para chegarem a tais resultados.

Após a pesquisa bibliográfica realizada, decidimos pela elaboração do *e-book* e um canal no Youtube com intuito de auxiliar os professores. No *e-book* foram trabalhados conteúdos matemáticos, que auxiliam na construção de gráficos, e o *software* GrafEq, trabalho realizado mostrando exemplos. As aulas do canal do Youtube reforçam o que está no *e-book*, acrescentando detalhadamente cada exemplo trabalhado.

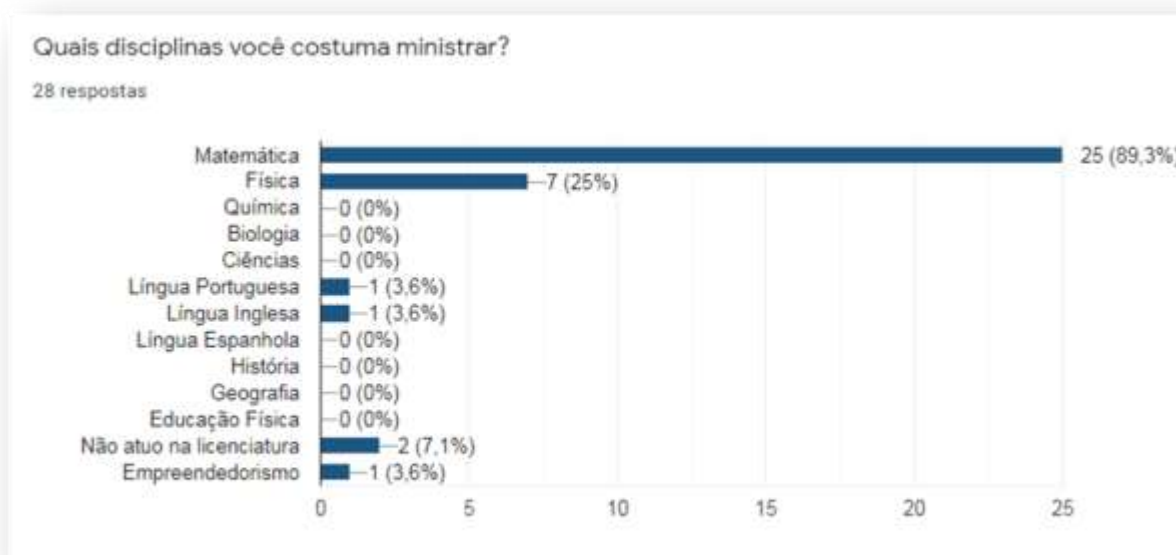
Após os produtos educacionais prontos, foi divulgado em rede social e foram convidadas pessoas interessadas, particularmente professores de matemática, para conhecerem o *software* e, se possível, respondessem a um formulário disponibilizado. Esse formulário possui onze perguntas, divididas em três seções, conforme apresentado no Apêndice C, sendo elas:

- 1ª seção, que trata levantamento do visitante ao site para coletar informações se são professores de matemática ou não.
- 2ª seção, que trata sobre o conhecimento do *software* GrafEq e seu uso.
- 3ª seção que trata da opinião do visitante sobre o *e-book* e o canal de vídeos para auxiliar a compreensão sobre o uso do *software*.

O formulário foi respondido por 28 professores. Suas respostas apontaram que boa parte deles leciona somente matemática ou matemática e alguma outra

disciplina, sendo que um dos entrevistados não atua diretamente com a sala de aula. As respostas dos entrevistados podem ser verificadas no Gráfico 1:

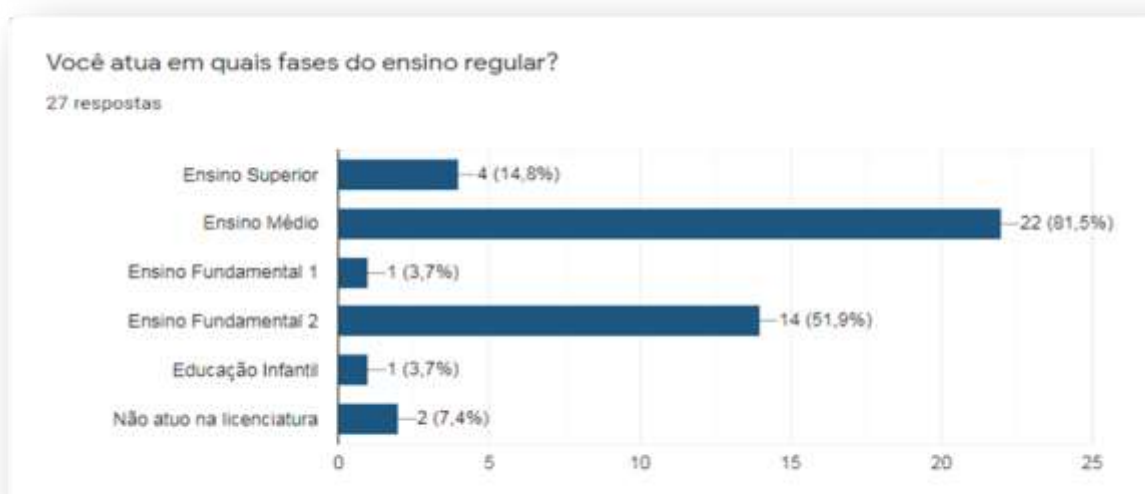
Gráfico 1 – Resposta dos entrevistados sobre a disciplina que ministram



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Entre esses professores, quatro informaram que lecionam no ensino superior, um trabalha com educação infantil, um atua no ensino fundamental I e os demais trabalham com o ensino fundamental II e com o ensino médio, como se pode verificar nos percentuais apontados pelo Gráfico 2, mostrado a seguir:

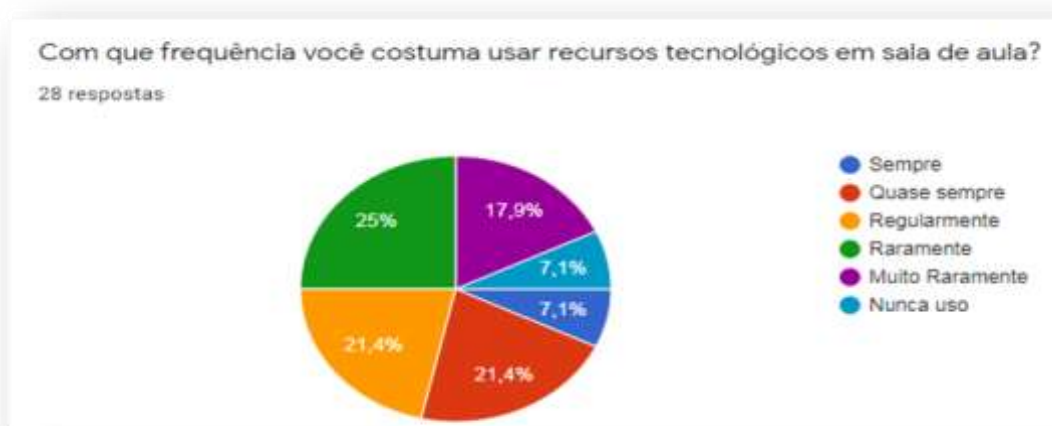
Gráfico 2 – Respostas dos entrevistados a primeira pergunta



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Nesta pesquisa, observamos que a maioria dos professores utiliza recursos tecnológicos raramente; quase empatados, com o percentual semelhante, estão aqueles que quase sempre ou regularmente utilizam tais ferramentas em suas aulas. As respostas também apontaram que é significativo o percentual daqueles que muito raramente utilizam a tecnologia em suas aulas e que os professores que nunca utilizam da tecnologia para lecionar e que sempre a utilizam correspondem a menor parte dos entrevistados.

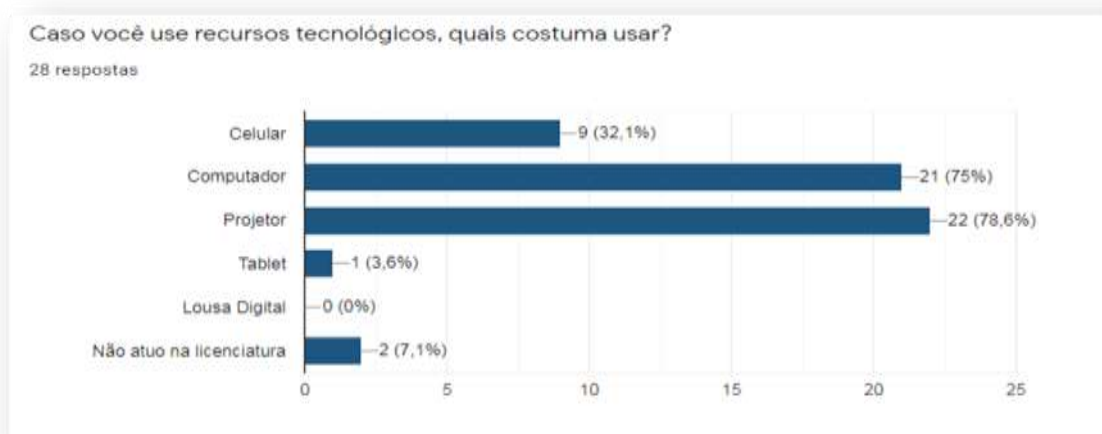
Gráfico 3 – Respostas sobre o uso dos recursos tecnológicos



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Desses entrevistados, a tecnologia que apresentou o maior uso foi o equipamento projetor, seguido de computadores e celulares, enquanto apenas um dos entrevistados afirmou que usa o *tablet*, como aponta o Gráfico 3, a seguir:

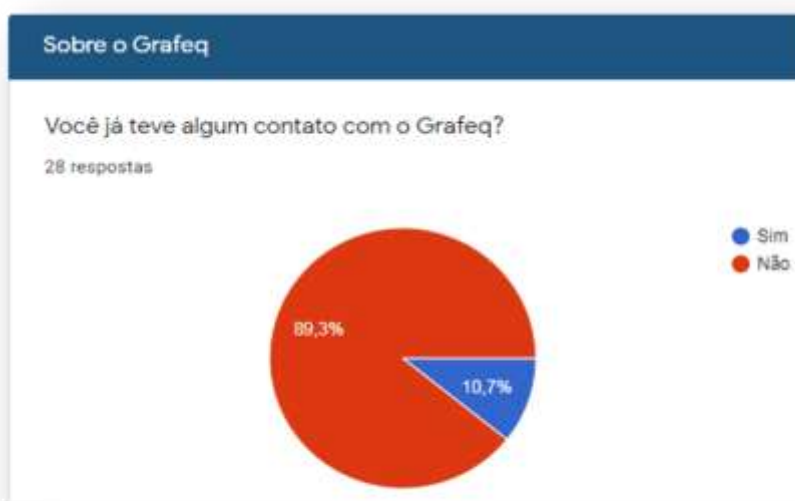
Gráfico 4 – Recursos tecnológicos utilizados pelos participantes



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Dos 28 respondentes ao questionário, apenas três já conheciam o GrafEq, sendo que nenhum deles havia utilizado esse *software* em suas aulas. Um desses disse que quando conheceu o GrafEq as aulas foram suspensas por causa da pandemia do Corona Vírus, e os demais disseram que nunca se aprofundaram no assunto, conforme pode ser observado no Gráfico 5, a seguir:

Gráfico 5 – Conhecimento dos participantes sobre o GrafEq



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Dos 28 participantes, nenhum nunca utilizou do *software* GrafEq em suas aulas.

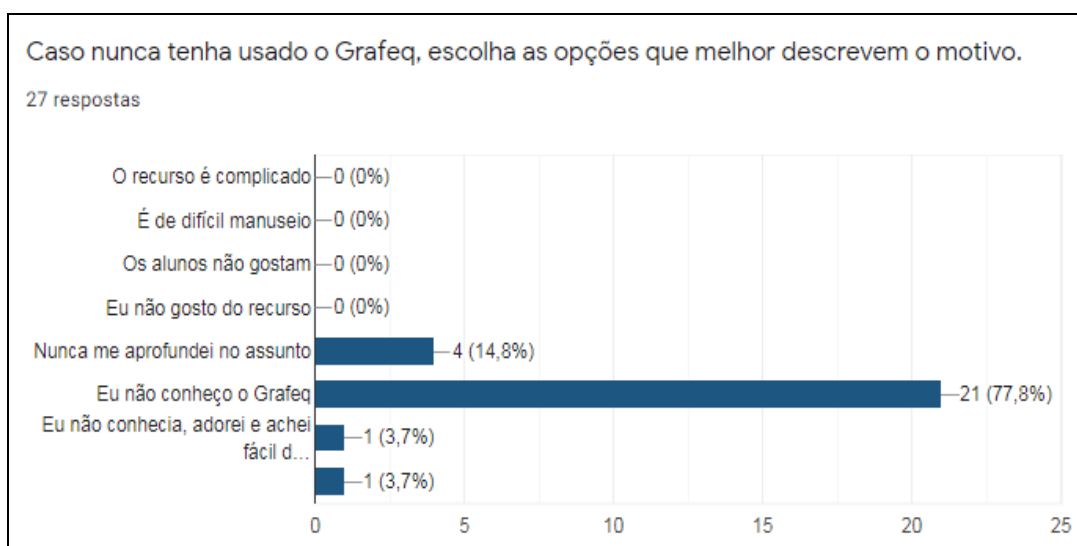
Gráfico 6 – Utilização do *software* GrafEq em suas aulas



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A próxima pergunta foi destinada aos entrevistados que nunca haviam utilizados o *software* GrafEq em suas aulas; como nenhum havia utilizado, dos 28, apenas 1 não respondeu essa questão.

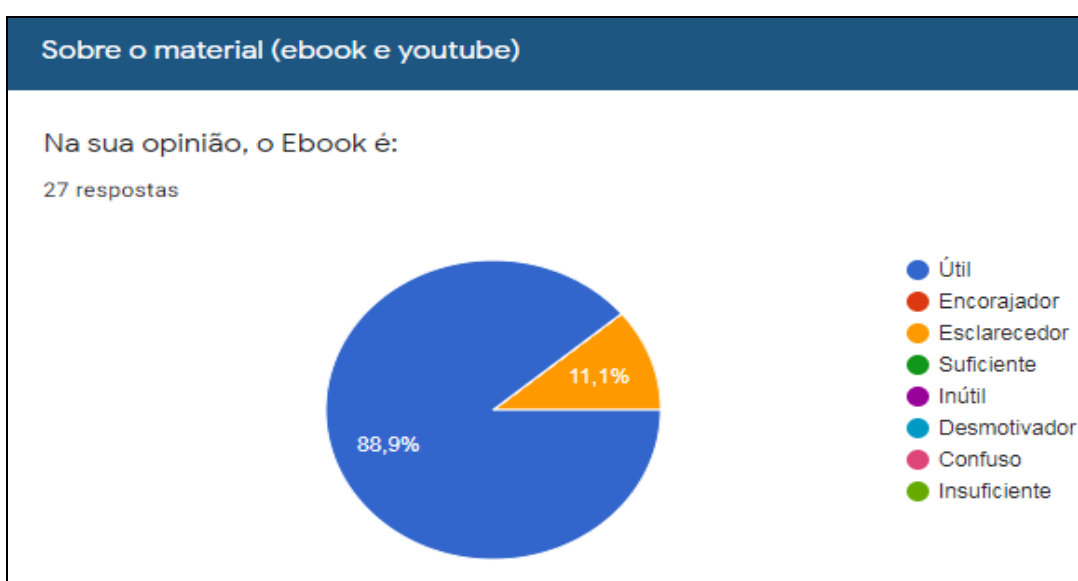
Gráfico 7 – Motivo da nunca utilização do GrafEq em suas aulas



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Sobre a opinião relativa ao *e-book*, um dos entrevistados deixou a pergunta em branco, três disseram que ele foi esclarecedor e os demais (24 participantes) disseram que foi útil.

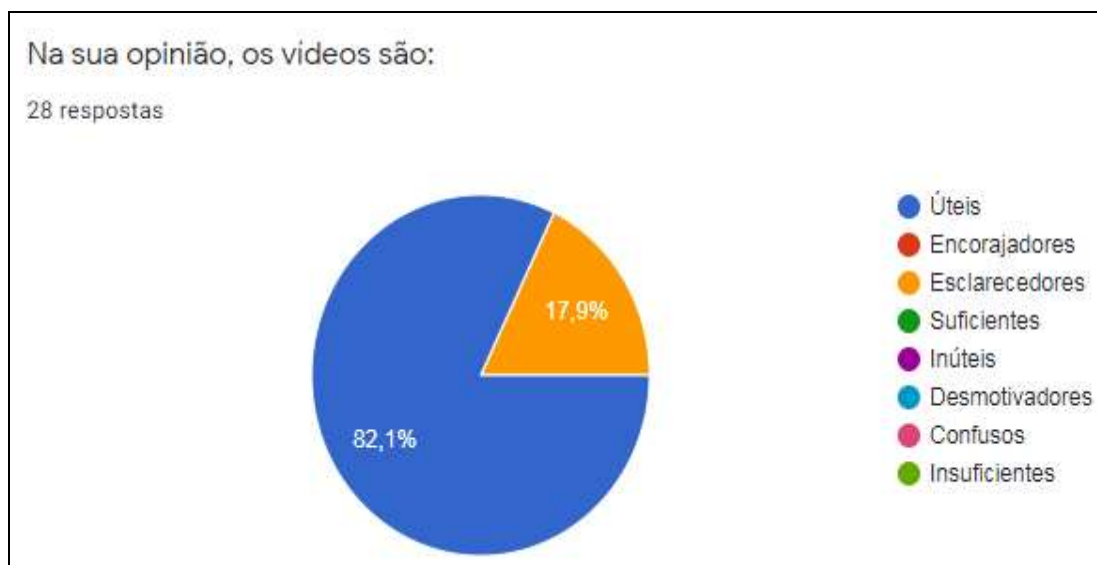
Gráfico 8 – Opinião relativa ao E-book



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Sobre a opinião dos vídeos, obtivemos 23 respostas como úteis e cinco como esclarecedores.

Gráfico 9 – Opinião relativa ao canal no Youtube



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Quando perguntados sobre qual a sua opinião sobre os materiais utilizados, as respostas foram diversas, sendo que um deles disse que os materiais são bons, mas a escola em que trabalha não possui estrutura de laboratórios. Outro disse que os materiais proporcionam ao estudante a construção de caminhos para o estudo de modo a possibilitar a aprendizagem do conteúdo proposto, mas ele sugere mais exemplos e exercícios, principalmente quanto à construção dos gráficos com o *software* GrafEq.

Figura 8 – Opinião dos materiais utilizados

Dê sua opinião sobre os materiais disponibilizados.

22 respostas

Ótimos!

Material muito bom

Muito bacana! Parabéns aos autores!

Material muito relevante e importante para auxiliar os professores e alunos.

São recursos úteis e de fácil manejo

Muito bom, pretendo utilizar com os alunos.

Bons

Didático. Simples de ser entendido.

São ótimos ter recursos pedagógicos

Dê sua opinião sobre os materiais disponibilizados.

22 respostas

Muito apropriados para o tema.

Ótimo material.

O material é ótimo, porem a escola em que trabalho não dispõe de material adequado para o seu uso com os alunos.

Considero que os materiais disponibilizados proporcionam ao estudante a construção de caminhos para o estudo de modo a possibilitar a aprendizagem do conteúdo proposto. Contudo, a meu ver a quantidade de exemplos e exercícios propostos deveriam ser em um número maior, principalmente aos que relacionam equações/funções com o GrafEq.

Muito apropriado, principalmente considerando o momento de PANDEMIA.

São objetivos, claros e curtos, porém completo em conceitos.

Materiais excelentes para o auxílio no ensino e na aprendizagem de matemática.

É um material de apoio muito bom e recomendo à todos professores de matemática.

São excelentes! Ajudam bastante.

material de excelente nível e qualidade. Parabéns.

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Quando foram pedidas sugestões, obtivemos diversas respostas, entre elas, trabalhar com matemática financeira, desenvolver objetos cotidianos como equipamentos, ferramentas, via desenho. Além disso, houve um dos comentários que observou que nesse período de aulas remotas pelo Zoom, ou qualquer outra plataforma interativa, será perfeito a utilização dessa ferramenta para o ensino dos conteúdos de matemática da primeira série do ensino médio. Enfim, conclui-se que boa parte dos entrevistados aprovaram a utilização do GrafEq.

Figura 9 – Sugestões de atividades a serem realizadas

Se possível, dê uma sugestão de atividade para realizar usando o GrafEq.

8 respostas

Modelar problemas de Otimização, tipo dietas, balanceamento, por meio de inequação. Domínios de integração em integrais definidas, em integrais duplas. Dando um colorido!

Relacionar com matemática financeira.

Sistema de coordenadas cartesianas

Gráficos de função

Ainda não tenho opinião a respeito.

Sugestões: 1) construção de uma planta de uma casa; 2) construção de ruas, quadras, rotatórias de um bairro de cidade; 3) construção de todos os pentaminós distintos; 4) construção de todas as peças do tangram.

Nessas aulas remotas pelo zoom, ou qualquer outra plataforma interativa será perfeito a utilização dessa ferramenta para o ensino dos conteúdos de matemática do primeira série do ensino médio.

desenvolver objetos cotidianos como equipamentos, ferramentas, via desenho

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

6 CONCLUSÃO

A realização deste trabalho possibilitou uma reflexão sobre o ensino de gráfico para os alunos, principalmente quando se trata do estudo de funções para alunos do ensino médio. Fazer uso de recursos tecnológicos pode contribuir para que os alunos se sintam motivados a se dedicar a compreender os conceitos, as definições e exemplos relativos à construção de gráficos, entre eles, os conceitos de equação, função, geometria analítica, entre outros.

Para que o ensino se torne significativo, este trabalho procurou auxiliar professores a trabalhar gráficos com o auxílio do *software* GrafEq, que realiza a construção de figuras geométricas juntamente com as equações ou inequações. Nos dias de hoje, existem diversos alunos que possuem certa rejeição à matéria de matemática. De acordo com a realização deste trabalho e após a realização da pesquisa com os professores participantes que responderam ao questionário proposto sobre o *e-book* e sobre o canal “Fazendo arte com a matemática”, constatamos que os materiais que compuseram o produto desta dissertação foram bem aceitos por parte deles.

Depois de finalizado todo o processo de criação do *e-book* e do canal no Youtube, após a realização da pesquisa, podemos concluir que o trabalho foi satisfatório e respondeu a nossa questão de pesquisa relativa a como auxiliar o professor a levar os alunos a se interessarem por matemática e melhorar o aprendizado do conteúdo de equação, inequações e funções, pois o produto criado serve para trabalhar tais conteúdos de forma dinâmica por meio dos recursos tecnológicos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. L. F. de. *Matemática e arte: uma relação tão delicada*. 2006. Monografia. Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio, Fundação Oswaldo Cruz, 2006. Disponível em: <http://www.epsjv.fiocruz.br/upload/monografia/40.pdf>. Acesso em: 03 set. 2020.
- ALVES, H. S. P. *Ensinar matemática através da arte: um incentivo ao gosto pela matemática?* 2013. Dissertação (Mestrado em Arte e Educação)- Departamento de Educação e Ensino à Distância, Universidade Aberta de Lisboa, 2013. Disponível em: https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2759/1/Helena%20Alves_TMAE.pdf. Acesso em: 03 set. 2020.
- ARRUDA, G; KOZELSKI, A.C. A importância da utilização das tecnologias nas aulas de matemática. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – EDUCERE, 13. São Paulo, 2017. *Anais [...]*. São Paulo, 2017. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/24339_12745.pdf. Acesso em: 03 set. 2020.
- BARBOZA, E. V. *Geometria, artes e tecnologia na escola em favor do ensino aprendizagem*. 2015. 96fl. Dissertação (Mestrado em Matemática)- Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.
- BISOGNIN, E.; TREVISAN, M. C. B.; BISOGNIN, V. Integrando álgebra, arte e geometria com o *Software Graphequation*. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre, v. 8, n. 3, p. 1- 9, 2010.
- BORTOLOTTI, N. *O computador e a disciplina de matemática*. Artigo apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional, Secretaria Estadual de Educação, Londrina, PR, UEL, 2008. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_nival_do_bortolotti.pdf. Acesso em: 04 set. 2020.
- DENADAI, P. E.; MELOTTE, A. de A.; JUNIOR, C. R. C.; QUEIROZ, F. N.; FERNANDES, R. A.; HYPOLITO, V. A. H. A. Geogebra, matemática e arte: Abordagens e contribuições a favor do ensino e aprendizado dos conteúdos e conceitos. In: CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA. 2012, Uruguay. *Actas [...]*. Uruguay, 2012. ISSN 2301-0185. Disponível em: <http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/36.pdf>. Acesso em: 04 set. 2020.
- FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. Fazendo arte com a matemática. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- FELIPE, M. M. A tecnologia auxiliando a matemática na sala de aula. *Cadernos PDE*, Jacarezinho, PR, Secretaria de Estado da Educação, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uenp_mat_pdp_mercedes_milanezi_felipe.pdf. Acesso em: 04 set. 2020.

FERREIRA, E. F. P. Integração das tecnologias ao ensino da matemática: percepções iniciais. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 19. 2015, Juiz de Fora, MG. *Anais* [...]. Juiz de Fora, 2015.

FLORCENA, A.; MORELATTI, M. R. M. A relação entre a produção científica na área de educação matemática e o cotidiano escolar. *Nuances: estudos sobre Educação*, Presidente Prudente, v. 27, n. 3, p. 264-284, 2016.

FLORES, C. R.; Descaminhos: potencialidades da arte com a educação matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v.30, n.55, p. 502-514, 2016.

HELBEL, A. P. T. Matemática e arte: as possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem da geometria. *Cadernos de PDE*, Secretaria de Estado da Educação, Governo do Estado do Paraná, 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uerp_mat_pdp_ana_paula_tomazini.pdf. Acesso em: 04 set. 2020.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, M. Fundamentos de metodologia científica. São Paulo: Editora Atlas S. A., 2003.

MARQUES, S.; OLIVEIRA, T.; Educação, ensino e docência, reflexões e perspectivas. *Reflexão e Ação*, Santa Cruz do Sul, RS, v.24, n.3, p. 189-211, 2016. Disponível em: <https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/7346>. Acesso em: 04 set. 2020.

MERLO, C. A.; ASSIS, R. T. O uso da informática no ensino da matemática. *Revista Científica do Centro Universitário de Jales*, Jales, SP, v. 4, p. 41-67, 2010.

MÜLLER, I. Tendências atuais de Educação Matemática. *UNOPAR Científica: Ciências Humanas e Educação*, Londrina, PR, v. 1, n. 1, p. 133-144, 2000.

NEVES, M. O. A importância da investigação qualitativa no processo de formação continuada de professores: subsídios ao exercício da docência. *Revista Fundamentos*, Teresina, PI, v. 2, n.1, p. 17-31, 2015. Disponível em: <https://revistas.ufpi.br/index.php/fundamentos/article/view/3723/2186>. Acesso em: 04 set. 2020.

OLIVEIRA, M. K. *Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento. Um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 2009.

OTTO, P. A. *A importância do uso das tecnologias nas salas de aula nas series iniciais do ensino fundamental I*. 2016. Monografia (Curso de Pós-Graduação em Educação na Cultura Digital)- Universidade Federal de Santa Catarina, 2016.

PACHECO, J. A. D.; BARROS, J. V. O uso de softwares educativos no ensino de matemática. *Diálogos – Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade*, Garanhuns, PE, n.8, p. 5-13, 2013.

RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. *Revista Modelos*, Osório, v.2, n.2, p. 12-21, ago. 2012.

RIBEIRO, Humberto C. I.; FARIA, Elisabeth C. de. *Grafeq: fazendo arte com a matemática*, 2020. Disponível em: <https://www.livrosdigitais.org.br/livro/14408442HVUALXV>. Acesso em: 08 set. 2020.

RIBEIRO, Humberto C. I.; FARIA, Elisabeth C. de. *Videoaulas*, (site) 2020. Disponível em: <https://artecomgrafeq-com-br.webnode.com/>. Acesso em: 08 set. 2020.

ROEHRS, H.; MAFTUM, M. A.; ZAGONEL, I. P. S.; Adolescência na percepção dos professores. *Rev. Esc. Enferm. USP*, São Paulo, v.44, n.2, p. 421- 428, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/reeusp/v44n2/26.pdf>. Acesso em: 04 set. 2020.

SANTOS, M. A. dos S.; Novas tecnologias no ensino de matemática: possibilidades e desafios. *Revista Modelos*, Osório, ago. 2011. Disponível em: http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2011/pdf/novas_tecnologias_no_ensino_de_matematica_-_possibilidades_e_desafios.pdf. Acesso em: 04 set. 2020.

SOUZA, A. P. de; ROSSO, J. Medicação e zona de desenvolvimento proximal (ZDP): Entre pensamentos e práticas docentes. *In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO- EDUCERE*, 10. 2011, Curitiba. *Anais [...]*. Curitiba, 2011.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 2010.

ZANELLA, A. V. Zona de desenvolvimento proximal: análise teórica de um conceito em algumas situações variadas. *Temas em Psicologia*, Ribeirão Preto, v. 2, n.2, 1994.

APÊNDICES

Apêndice A – O Grafeq



O link do site é:

<https://artecomgrafeq-com-br.webnode.com/>

Apêndice B – O E-book

O link do e-book é:

<https://www.livrosdigitais.org.br/livro/14408442HVUALXV>

Apêndice C - Questionário

Formulário de perguntas aos entrevistados:

- 1º pergunta:

Você atua em quais fases do ensino regular?

Ensino Superior

Ensino Médio

Ensino Fundamental 1

Ensino Fundamental 2

Educação Infantil

Outros...

- 2º pergunta:

Quais disciplinas você costuma ministrar?

Matemática

Física

Química

Biologia

Ciências

Língua Portuguesa

Língua Inglesa

Língua Espanhola

História

Geografia

Educação Física

Outros...

3º pergunta:

Com que frequência você costuma usar recursos tecnológicos em sala de aula?

- Sempre
- Quase sempre
- Regularmente
- Raramente
- Muito Raramente
- Nunca uso

- 4º pergunta:

Caso você use recursos tecnológicos, quais costuma usar?

- Celular
- Computador
- Projetor
- Tablet
- Lousa Digital
- Outros...

2º seção: sobre o grafeg

- 1º pergunta:

Você já teve algum contato com o Grafeq?

Sim

Não

- 2º pergunta:

Já usou o Grafeq em sala de aula?

Sim

Não

- 3º pergunta:

Caso nunca tenha usado o Grafeq, escolha as opções que melhor descrevem o motivo.

O recurso é complicado

É de difícil manuseio

Os alunos não gostam

Eu não gosto do recurso

Nunca me aprofundei no assunto

Eu não conheço o Grafeq

Outros...

3º seção: sobre o e-book e o canal

- 1º pergunta:

Na sua opinião, o Ebook é:

- Útil
- Encorajador
- Esclarecedor
- Suficiente
- Inútil
- Desmotivador
- Confuso
- Insuficiente

- 2º pergunta:

Na sua opinião, os videos são:

- Úteis
- Encorajadores
- Esclarecedores
- Suficientes
- Inúteis
- Desmotivadores
- Confusos
- Insuficientes

- 3º pergunta:

Dê sua opinião sobre os materiais disponibilizados.

Texto de resposta longa

- 4º pergunta:

Se possível, dê uma sugestão de atividade para realizar usando o Grafeq.

Texto de resposta longa
