Universidade Federal de Goiás

Instituto de Matemática e Estatística

Programa de Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional

Uma Breve Reflexão Sobre a Lógica Proposicional com Sugestões Didáticas para Melhoria da Aprendizagem

Uendel Ferreira Gonçalves

Goiânia

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

[x] Dissertação [ ] Tese

2. Nome completo do autor

Uendel Ferreira Gonçalves

3. Título do trabalho

UMA BREVE REFLEXÃO SOBRE A LÓGICA PROPOSICIONAL COM SUGESTÕES DIDÁTICAS PARA MELHORIA DA APRENDIZAGEM

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [x] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:
a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Maria Bethania Sardeiro Dos Santos**, **Professor do Magistério Superior**, em 12/02/2021, às 08:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do **Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015**.

Documento assinado eletronicamente por **UENDEL FERREIRA GONCALVES**, **Discente**, em 12/02/2021, às 16:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º § 1º , do **Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015**.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site **https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0**, informando o código verificador **1871943** e o código CRC **227B1652**

Referência: Processo nº 23070.055541/2020-07 SEI nº 1871943

Uendel Ferreira Gonçalves

Uma Breve Reflexão Sobre a Lógica Proposicional com Sugestões Didáticas para Melhoria da Aprendizagem

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de Concentração: Ensino de Matemática
Orientadora: Prof. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos.

Goiânia
2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Gonçalves, Uendel Ferreira
Uma Breve Reflexão Sobre a Lógica Proposicional com Sugestões Didáticas para Melhoria da Aprendizagem [manuscrito] / Uendel Ferreira Gonçalves. - 2019. CXXXIV, 134 f.: il.

Orientador: Prof. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2019.
Bibliografia. Anexos.
Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas.

1. Raciocínio Lógico. 2. Lógica Matemática. 3. Lógica Proposicional. 4. Raciocínio Analítico. I. Santos, Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos, orient. II. Título.

CDU 51

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº **18** da sessão de Defesa de Dissertação de Uendel Ferreira Gonçalves, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em Ensino de Matemática.

Aos dezessete dias do mês de dezembro de dois mil e vinte, a partir das 14 **horas**, por meio de videoconferência devido a pandemia covid-19, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **"UMA BREVE REFLEXÃO SOBRE A LÓGICA PROPOSICIONAL COM SUGESTÕES DIDÁTICAS PARA MELHORIA DA APRENDIZAGEM"**. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora Maria Bethânia Sardeiro dos Santos (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora Elisabeth Cristina de Faria (IME/UFG) **e** membro titular externo o Professor Doutor Flavio Raimundo de Souza (IFG). Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho**.** A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora Maria Bethânia Sardeiro dos Santos, Presidenta da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos dezessete dias do mês de dezembro de dois mil e vinte.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

Documento assinado eletronicamente por **Maria Bethania Sardeiro Dos Santos**, **Professor do Magistério Superior**, em 28/01/2021, às 11:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **FLAVIO RAIMUNDO DE SOUZA**, **Usuário Externo**, em 01/02/2021, às 09:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Elisabeth Cristina De Faria**, **Professora do Magistério Superior**, em 04/02/2021, às 17:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1833541** e o código CRC **5BF8E48B**.

Referência: Processo nº 23070.055541/2020-07 SEI nº 1833541

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por ter me dado sabedoria para vencer todas as etapas vivenciadas na realização desse Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Agradeço aos meus pais Manoel e Divalci, meu irmão Wellington, meus filhos Igor e Isis, em especial minha esposa Mikaella, por terem dado incentivos e apoio para que eu pudesse consolidar os objetivos almejados em todo o processo de materialização desse curso.

Agradeço minha orientadora Prof. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos e a todos os meus colegas de turma, em especial a Leila, pois me ajudaram de forma significante para uma melhor aprendizagem dos conteúdos estudados.

RESUMO

Este trabalho tem como finalidade mostrar uma proposta de uso da Lógica com sugestões didáticas para melhor compreensão das teorias de Lógica Proposicional as quais tenho aperfeiçoado por meio de experiências vividas como professor de Raciocínio Lógico em instituições preparatórias para Concursos Públicos. O trabalho apresenta também alguns conteúdos de Matemática do Ensino Médio (Definições, Teoremas, Igualdades, Teorias e exercícios de vestibulares com as devidas resoluções comentadas) os quais se fazem presentes elementos de Lógica Proposicional. Esses conteúdos de Matemática são mostrados com o propósito de refletir sobre a importância que se tem de estudar as teorias de Lógica Proposicional, tornando-se esse conhecimento uma ferramenta indispensável para melhor compreensão em diversos campos da Matemática ensinada no Ensino Médio. Entende-se que, no contexto do ensino da Matemática, o argumento lógico, a análise e a interpretação das informações consistem em princípios norteadores dos pressupostos teóricos desse Componente Curricular. O uso incorreto de uma estrutura lógica compromete o uso de justificativas por parte dos alunos. Dessa forma, em um contexto dinâmico e globalizado, faz-se necessário repensar currículos e práticas pedagógicas. Assim sendo, torna-se tendência a busca por estratégias e novos modelos de ensino e aprendizagem que aproximam a realidade social das práticas dentro da escola. Pensando nisso, é que este estudo se justifica, com o objetivo de repensar o trabalho com o Raciocínio Lógico no âmbito do Componente Curricular Matemática, no Ensino Médio.

Palavras-chave: Raciocínio Lógico; Lógica Matemática; Lógica Proposicional e Raciocínio Analítico.

ABSTRACT

This work aims to show a proposal for the use of Logic with didactic suggestions to better understand the theories of Propositional Logic which I have perfected through experiences as a Teacher of Logical Reasoning in preparatory institutions for Public Competitions. The work also presents some Mathematics content attributed in high school grades (Definitions, Theorems, Equalities, Theories and entrance exam exercises with the appropriate resolutions commented) which are present elements of Propositional Logic. These Mathematics contents are shown with the purpose of thinking about the importance of studying the theories of Propositional Logic, making this knowledge an indispensable tool for better understanding in several fields of Mathematics taught in High School. It is understood that, in the context of the teaching of Mathematics, the logical argument, the analysis and the interpretation of information consist of guiding principles of the theoretical assumptions of this Curricular Component. The incorrect use of a logical structure compromises the use of justifications by the students. Thus, in a dynamic and globalized context, it is necessary to rethink curricula and pedagogical practices. Therefore, there is a tendency to search for strategies and new teaching and learning models that bring social reality closer to practices within the school. Thinking about it, is that this study is justified, with the objective of rethinking the work with Logical Reasoning within the scope of the Mathematical Curricular Component, in High School.

Key-words: Logical reasoning; Mathematical logic; Propositional Logic and Analytical Reasoning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Com a finalidade de potencializar a capacidade dos alunos, muitos professores têm se dedicado ao estudo de novos métodos e instrumentos para desenvolver o ensino e a aprendizagem desses educandos.

Os elementos de lógica e o raciocínio lógico quantitativo são instrumentos poderosos que poderão contribuir com o desenvolvimento da capacidade dos alunos em resolver problemas de Matemática e problemas relacionados às outras disciplinas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN definem que o ensino da Matemática compõe um referencial para a construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático e que possibilite, de fato, a inserção dos alunos como cidadãos, ao mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura (BRASIL, 1997).

A lógica Matemática se faz presente desde uma operação simples de Aritmética como a adição entre dois números quaisquer, até nas mais refinadas e complexas demonstrações de teoremas. Nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio de 2006, está descrito que, embora a Lógica não se constitua como um assunto a ser tratado explicitamente, alguns de seus princípios podem e devem ser integrados aos conteúdos, desde os ciclos iniciais, uma vez que ela é inerente à Matemática.

No contexto da construção do conhecimento matemático é ela que permite a compreensão dos processos; é ela que possibilita o desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações, bem como o da capacidade de justificar por meio de uma demonstração formal.

O aprendizado de Lógica no Ensino Médio ajuda a desenvolver a Matemática como linguagem e em seu caráter semântico. Dessa forma, pode-se entender a Lógica Contemporânea como um pilar importante da Matemática, ciência axiomática, que possui rigor sintáxico e semântico, de forma a não haver ambiguidades em sua constituição. Mencionando novamente o texto do PCNEM que afirma ser necessário ao aluno perceber a Matemática como um sistema de códigos e regras que a transformam numa linguagem para se comunicar ideias e que permite moldar a realidade e entendê-la (NASCIMENTO, 2016).

No entanto, a Matemática, no Ensino Médio, não é apenas formativa ou instrumental em seu caráter, mas também precisa ser entendia como uma ciência, com suas propriedades estruturais específicas. É fundamental que o aluno entenda que conceitos lógicos, demonstrações e encadeamentos, têm o objetivo de criar novos conceitos e estruturas, com base em outros e que são utilizados para validar intuições e compreender técnicas aplicadas (NASCIMENTO, 2016)

A Lógica Matemática é uma ferramenta importante para a evolução do pensamento analítico, pois incentiva os alunos a usarem as informações de forma racional, em situações corriqueiras, para solucionar seus próprios problemas e os da comunidade.

Da mesma forma, alunos que ampliam seu raciocínio lógico-analítico podem vir a ter maior vantagem competitiva no mercado e até se tornar profissionais mais qualificados além de formar cidadãos mais questionadores, atentos e racionais, evitando que sejam influenciados pela mídia, as redes sociais e a internet de maneira geral.

Ferreira, Ramos e Scherner (2010) argumentam que a importância do pensamento analítico tem sido amplamente reconhecida no Brasil e diversas ferramentas de seleção profissional visam localizar candidatos com essa competência.

Contudo, nos grupos sociais primários, como Família e Educação Básica, não é dada ao jovem uma educação que estimule sua desenvoltura quer seja emocional, psicológica ou social. Entretanto, ao serem admitidos no mercado de trabalho, público, privado e/ou no Ensino Superior, é determinada uma postura totalmente diferente, onde se espera que a pessoa apresente maturidade intelectual, relacionada a uma experiência técnica e de vida que ela não possui, porque não foi instruído para isso.

Nessa perspectiva, as instituições de ensino exercem um papel importante na formação profissional dos jovens, devendo estimular o desenvolvimento do senso analítico e a prática de refletir sobre suas opiniões, propiciando o desenvolvimento do intelecto.

A informação sobre Lógica pode beneficiar a compreensão de elementos matemáticos ensinados no Ensino Médio e a construção de informações em outras áreas.

Outrossim, questões compreendendo a Lógica Matemática são bastante habituais em provas de concursos, o que reforça a importância do seu estudo, uma vez que também necessitamos preparar os alunos para enfrentar os desafios no mundo do trabalho.

Sendo assim surge o seguinte questionamento: Qual a necessidade do ensino da Lógica no Ensino Médio e como ajudar o aluno em um futuro curso superior?

Compreendo que, no que se menciona à aprendizagem de Matemática, acredita-se que os alunos não somente possam abranger os conceitos matemáticos, mas aplicá-los em diversas condições, fazer induções e conclusões. Para isso, a Matemática a ser ensinada aos alunos deve ser apropriada de forma a ajudá-los na compreensão da realidade e na determinação de problemas matemáticos ou não.

O objetivo deste trabalho é mostrar uma maneira que facilite a compreensão do aluno ao estudar as teorias de Lógica Proposicional e que, o conhecimento dessas teorias tornará um facilitador para melhor compreensão de assuntos da Matemática que se fazem presentes nos elementos de Lógica Proposicional.

Para atingir os objetivos propostos, apresenta-se uma revisão da literatura, a partir da coleta, seleção e análise de publicações sobre o tema, em livros, revistas e artigos científicos disponibilizados na internet, de domínio público, em bancos de dados diversos, e por fim é feito uma proposta de aplicação de fundamentos da Lógica no Ensino Médio.

CAPÍTULO I

A História da Lógica

A Lógica em geral é um dos elementos da filosofia que, cabendo também à Matemática, objetiva definir o conhecimento da verdade, por meio de operações intelectuais

Surgiu na antiguidade e foi se expandindo até atingir sua maturidade no século XIX, aplicando-se então a análise de teorias e discursos no âmbito da Ciência e da Filosofia, bem como de outras diversas áreas.

Na história da Filosofia, Aristóteles passou a ser considerado o “Pai da Lógica”, ao abordar deste assunto nas obras "Organon" e "Metafísica", embora não tenha usado esse termo para se referir a ela. No Século 4 a.C., Aristóteles chamou de "analítica" o conceito que, séculos depois, ficou conhecido como Lógica (RAMOS, 2011).

Aristóteles se tornou uma importante figura, devido a muitas de suas realizações intelectuais, sendo a fundação da Lógica Formal um de seus maiores feitos. A analítica era dedicada ao estudo das leis do pensamento, como uma ciência autônoma. No contexto de sua estrutura ou forma racional, o conceito, a argumentação, a demonstração e a avaliação não levam em consideração nenhum elemento material e, por isso, são denominados de Lógica Formal (LEAR, 2006).

A Grécia Antiga e os livros modernos de Lógica dos séculos XIX e XX têm muito em comum. De acordo com Abar (2006), os livros de Lógica Matemática Clássica adotam esta ideia inicial de Aristóteles, da seguinte forma:

> (i) São permitidos sinônimos na Lógica Matemática (palavras diferentes com mesmo significado); Exemplo: tanto faz termos os substantivos casa ou lar para relacioná-las à definição de a residência de alguém.
> (ii) Não são permitidos heterônimos na Lógica Matemática (palavra com mais de um significado); Exemplo: não se pode utilizar a palavra Cometa para relacioná-la, ao mesmo tempo, como um conceito ligado a um astro no céu e a, por

> exemplo, uma empresa de transportes que se chame Cometa Transportes, embora na linguagem natural até seja possível (ABAR, 2006, p. 75).

Contudo, é evidente não só a participação de Aristóteles (fundador da escola Aristotélica) no desenvolvimento da Filosofia, da Lógica, da Matemática e da teoria formal axiomática no período grego antigo, mas também se citam: Euclides (fundador da escola Megárica) e Zenon (fundador da escola dos Estóicos) (TASINAFFO, 2008).

O termo “lógica” só começou a ser usado no Século 2 a.C., a partir do momento em que filósofos estóicos adotaram a palavra como motor central de seu raciocínio (RAMOS, 2011).

As diferenças básicas entre as três escolas lógicas são: a) Lógica de classes ou de predicados (aristotélica) e lógica de sentenças (Estóico-Megárica); b) Lógica de condicionais expressos na linguagem objeto (Aristotélica) e lógica de inferência e metalinguagem (Estóicos e Megáricos); e c) Notação Estóico-Megárica diferente da Aristotélica (TASINAFFO, 2008).

Mesmo o termo lógico que usamos hoje foi originalmente adotado pelos estóicos. Acredita-se que isto foi feito por razões puramente religiosas. Para o estoicismo, um ramo latino com gênese romana, o universo seria regido pelo “logos”, um fundamento universal que poderia ser definido como Deus e permitiria ao mundo alcançar o “kosmos”, ou a harmonia. Um conceito claramente influenciado pelo cristianismo e que, assim, promoveu o conceito de lógica aristotélica e nomeou todas as teorias dessa área até o surgimento da Lógica Formal ou Matemática (RAMOS, 2013, p. 1).

De acordo com Nascimento (2016, p. 22), para melhor compreendermos a história da Lógica podemos fragmentá-la em três partes:

> • **Período (Grego) Aristotélico (± 390 a.C. a ± 1840 d.C.) -** Período no qual surgiram as escolas fundadas por Aristóteles, Euclides e Zenão. O principal núcleo de estudos dessas escolas clássicas era a valoração das proposições em verdadeiras ou falsas. A lógica proposta por Aristóteles fundamenta-se em três princípios bem definidos: Princípio da Identidade: Se uma coisa é

verdadeira, ela é verdadeira. Princípio da não-contradição: Uma coisa não pode ao mesmo tempo ser e não ser, sob uma mesma perspectiva. Princípio do terceiro excluído: Só há duas opções para uma proposição, ou ela é verdadeira ou falsa não havendo uma terceira valoração.

•Período Booleano (± 1840 a ± 1910) - Esse período foi um dos mais férteis no estudo das lógicas. Após Aristóteles e as escolas (estoicas, megáricas) não havia tido um crescimento tão significativo quanto nesse período que começou com George Boole(1815-1864) e Augustus de Morgan(1806-1871), com a publicação do trabalho Mathematical Analysis of logic e formal logic -1847. Nesse trabalho eles desenvolveram o que chamaram de Álgebra da Lógica. Uma outra figura notavelmente importante desse período foi o filósofo alemão Friedrich Ludwing Gottlob Frege (1845-1925). Suas principais obras foram publicadas em 1879 e 1893, tratavam exatamente do cálculo proposicional na sua forma moderna. Em suma, seus esforços sempre foram a fim de encontrar um sistema capaz de transformar em raciocínios dedutivos todas as demonstrações matemáticas.

• Período Contemporâneo (± 1910 até os dias atuais) - O marco zero desse período foi a publicação do Principia Mathematica em três volumes nos seguintes anos 1910, 1912 e 1913, da autoria do britânico Alfred North Whitehead(1861-1947) juntamente com o também britânico Bertrand Russell (1872-1970). Outra publicação do mesmo período foi On the consistency of arithmetic sendo esse fruto da colaboração de alguns matemáticos, entre eles Frances Jaques Herbrand(1908-1931) e Jan Lukasiewicz(1878-1956) que tentaram transformar a lógica em uma nova ciência. Foi exatamente nesse período que a lógica passa para uma perspectiva linguístico-formal, a lógica como estudamos hoje, como uma estrutura linguística completa, dotada de uma sintaxe e uma semântica. Desde então a lógica tem evoluído e com isso aumentado seu campo de aplicação, transcendendo à Matemática e sendo utilizada em áreas como Engenharia, Robótica, Economia, Física e muitas outras.

Aristóteles foi o precursor dos estudos com relação a Lógica. Isso ocorreu na Grécia Antiga, entre 384 a. C. e 322 a. C. Esse filósofo percebeu uma distinção fundamental entre o animal humano e os demais animais da natureza, a linguagem. O ser humano carrega consigo uma estrutura linguística, e esta segue regras, que devem ser obedecidas, a fim de que o que é dito tenha sentido. Com base em suas observações, Aristóteles formulou a Lógica, como uma ciência com os objetivos de identificar, compreender e classificar os elementos que validam e produzem sentido aos enunciados linguísticos.

O início desse período, segundo Machado (2009), foi marcado pelo aparecimento de duas grandes correntes do pensamento matemático: o Logicismo, baseado nas teorias leibnizianas, e o Formalismo, baseado nas teorias kantianas.

A Teoria Logicista, que teve como grandes apoiadores Russell e Whitehead, defende que a Aritmética, a Geometria, assim como todo o resto da Matemática, podem ser expressas por meio de estruturas lógicas, ou seja, toda a Matemática é redutível à Lógica (MACHADO, 2009).

O termo Lógica se refere a um conjunto de regras, sendo esses racionais, a fim de se obter conhecimentos que validam as preposições matemáticas e linguísticas, compondo, dessa forma, uma área da filosofia.

Em suma, o período de 1890 a 1940, segundo Machado (2009), foi a Era Dourada da Matemática. Isso se deve muito aos trabalhos de Boole, Frege, Russell, dentre outros. É importante salientar que a Lógica estava presente no desenvolvimento das teorias desses grandes matemáticos, de modo que ela foi essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático moderno.

Pode-se afirmar que a Lógica foi descoberta, e não criada. Se existe racionalidade, existe lógica. Aristóteles foi quem a descobriu e a sistematizou. Ele utilizou essa nomenclatura para nomear algo que já estava dado, posto. A chamada Lógica Aristotélica refere-se à Lógica Clássica, aos estudos iniciais, tendo como princípios norteadores a racionalidade e os silogismos.

O Ensino da Lógica no Brasil

No artigo "Considerações sobre o desenvolvimento da Lógica no Brasil", de Itala M. Loffredo D'Ottaviano e Evandro Luís Gomes, observa-se relatos de que a disciplina foi introduzida no Brasil por meio dos cursos da Filosofia, ministrados pelos jesuítas e outros religiosos em seus colégios, ao modo do Colégio de Artes de Lisboa.

De acordo com D'Ottaviano e Gomes:

> Até a primeira metade do século XVIII, o ensino de lógica, de orientação predominantemente escolástica, não sofre abalo ou oposição no Brasil. De fato, apenas em 1759, quando Sebastião José de Carvalho e Melo, o Marquês de Pombal, inicia a reforma dos estudos em Portugal e domínios, é que a lógica escolástica típica nos séculos anteriores seria oficialmente preterida por uma lógica eclética de caráter moderno. No século XVIII, as universidades lusitanas atendiam todos os níveis de ensino, cenário no qual se destacava a lógica, pois só ingressavam na Universidade de Coimbra os aprovados no exame de proficiência nessa disciplina (D'OTTAVIANO; GOMES, 2011, p. 15).

Alguns documentos e as provas do concurso à cátedra de Lógica do Colégio Pedro II, ocorrido em maio de 1909, certame ao qual compareceram figuras ilustres da intelectualidade brasileira, como Euclides da Cunha (1866-1909) e Raimundo de Farias Brito (1862–1917), indicam estudos sistêmicos de Lógica a níveis pré-universitários.

De acordo com D'Ottaviano e Gomes (2011, p. 2), nas primeiras décadas do século XX, verificou-se no Brasil um lento e crescente contato com a Lógica Contemporânea que se intensificou após a Segunda Guerra. O primeiro livro escrito no Brasil, com algumas referências à Lógica Matemática, foi as ideias fundamentais da Matemática, de Amoroso Costa, publicado em 1929.

Ainda sobre fatos relevantes do ensino da Lógica nas escolas brasileiras, temos o Movimento da Matemática Moderna (MMM) que foi desencadeado em âmbito internacional na década de 1950. Esse movimento atribuía uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à Lógica e aos conjuntos (COLAÇO, 2010).

No Brasil, o Estado de São Paulo é considerado precursor no Movimento da Matemática Moderna, pois foi lá que surgiu na década de 1960 o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), liderado por Osvaldo Sangiorgi, importante educador paulista, o qual foi o principal responsável pela divulgação das ideias do MMM. Esse movimento de reforma dos currículos vigorou até meados da década de 1970 como uma nova proposta para o ensino da Matemática.

Caracterização do Conceito de Lógica e Raciocínio

Vemos, portanto, que a Lógica se caracteriza como um instrumento do pensamento para as áreas do conhecimento. Trata-se de um instrumento para as Ciências, “pois somente ela pode indicar qual é o tipo de proposição, de raciocínio, de demonstração, de prova e de definição que uma determinada ciência deve usar” (CHAUÍ, 2002: p. 357).

A Lógica é o ramo da Filosofia que cuida das regras do bem pensar ou do pensar correto, sendo, portanto, um instrumento do pensar. A aprendizagem da Lógica não constitui um fim em si (GOMES, 2015).

Ela só tem sentido enquanto meio de garantir que nosso pensamento proceda corretamente, a fim de chegar aos conhecimentos verdadeiros. Podemos, então, dizer que a Lógica trata dos argumentos, isto é, das conclusões a que chegamos através da apresentação de evidências que a sustenta. Um sistema lógico é um conjunto de axiomas e regras de inferência que visa representar formalmente o raciocínio válido (GOMES, 2015).

Vários sistemas de Lógica Formal foram construídos com o passar do tempo, tanto no campo escrito da Lógica Teórica, quanto em aplicações concretas em Ciências da Computação e inteligência artificial. Normalmente, Lógica é também o nome dado ao estudo de sistemas prescritivos de pensamento, ou seja, processos que organizam como se deve realmente pensar para que não se cometam erros, através da razão dedutiva e indutivamente (SILVA, 2012).

No entanto, a maneira como as pessoas pensam e argumentam é estudada em outras áreas, como a Psicologia Cognitiva. Como ciência, a Lógica define a estrutura de declaração e raciocínio, para elaborar fórmulas que podem ser usadas para codificá-los. O estudo da Lógica implica a compreensão do que constitui um bom argumento e quais argumentos são enganosos (SILVA, 2012).

A Lógica Filosófica trata de descrições formais da linguagem natural, e a maioria dos filósofos assume que muito do pensamento "normal" pode ser percebido pela Lógica. No entanto, contanto que se possa encontrar o método certo para traduzir a linguagem comum para essa lógica (ABE, 2011).

Temos, por exemplo, a Lógica Aristotélica que se constitui por um sistema lógico desenvolvido por Aristóteles. Dois dos princípios centrais da Lógica Aristotélica são a Lei da não Contradição e a Lei do Terceiro Excluído cujos conceitos serão explicados no próximo item.

A Lei da não Contradição afirma que nenhuma declaração pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo, e a Lei do Terceiro Excluído diz que qualquer declaração da forma A ou não A é verdadeira. Este princípio precisa ser bem separado do princípio da bivalência. A Lógica de Aristóteles e, particularmente, a teoria do silogismo, que é uma forma de pensamento dedutivo, é apenas um recorte do que é conhecido como Lógica Tradicional (ABE, 2011).

Apesar dos avanços proporcionados pela Lógica Aristotélica, é inegável que o uso da linguagem natural gerava confusão sobre os sentidos das palavras representando limitação que culminaram em verdadeiros obstáculos para o avanço da Ciência. De uma maneira geral, pode-se considerar que a Lógica, tal como é utilizada na Filosofia e na Matemática, observa sempre os mesmos princípios básicos: a Lei do Terceiro Excluído, a Lei da não Contradição e a Lei da Identidade. A esse tipo de Lógica pode-se chamar de Lógica Clássica ou Lógica Aristotélica. Sendo que a Lógica Clássica é considerada como o núcleo da Lógica Dedutiva e daí surge o conceito que chamamos hoje de Cálculo de Predicados de Primeira Ordem com ou sem igualdade e de alguns de seus subsistemas (ABE, 2011).

Enquanto ciência, a Lógica estuda afirmações, conclusões, que são justificadas por enunciados, ou seja, por Premissas ou Teses. Isso significa que se parte de um ponto inicial, à medida que as Premissas ou Teses vão sendo justificadas, tem-se os Argumentos.

Do ponto de vista da Matemática, o Raciocínio Lógico estrutura o pensamento, conforme as normas da Lógica. Isso leva a resoluções de problemas. Para isso é necessário organização de pensamento e reflexão. O Raciocínio Lógico permite ao ser humano elaborar inferências, por meio de uma Premissa ou Proposição. Após, é feita uma afirmação, até se chegar a uma Conclusão. O sentido lógico reside no fato de não haver contradição entre Premissa, Afirmação e Conclusão.

Por meio do Raciocínio Lógico, em função de seus conceitos e diretrizes, é possível compreender as situações do dia a dia de maneira mais clara, isto é, encontrar soluções para problemas complexos de modo coerente, por meio da interpretação dos fatos. Dessa forma, é possível estabelecer uma relação lógica entre enunciados e conclusões, evitando contradições.

CAPÍTULO II

2.1 Diferentes Tipos de Lógica

Através do tempo, variados sistemas de Lógica Formal foram instituídos, englobando diferentes aplicações práticas e teóricas. A seguir, é descrito algumas lógicas existentes, tidas como fundamentais no presente estudo, destacando-se as duas primeiras, que dispõem de um maior espaço de exposição mais adiante:

Lógica Proposicional (ou **Cálculo Proposicional**): é tida como a mais elementar no universo da Lógica Simbólica. Esta tem por fundamento o princípio do "terceiro excluído" e da "não contradição", sendo constituída por fórmulas atômicas, normalmente representadas por letras minúsculas, parênteses e conectivos, mas sem quantificadores, numa simplicidade que não permite a formalização matemática;

Lógica de Primeira Ordem (ou **Cálculo de Predicados**): é utilizada para formar a Matemática, sendo que sua síntese demonstra conectivos da Lógica Proposicional;

Lógica de Segunda Ordem: embora semelhante a anterior, detém quantificadores, não só sobre indivíduos, mas também sobre classes de indivíduos;

Teoria dos Tipos: pensada por Bertrand Russell, em seu *Principia Mathematica*, esta quantifica os indivíduos, as classes de indivíduos, as classes de classes de indivíduos e assim sucessivamente, com uma Lógica de Ordem Infinita;

Lógica Modal: utiliza a semântica dos mundos possíveis, numa extensão da Lógica Proposicional, adicionando-lhe dois operadores: necessário e possível. O valor lógico de uma sentença, para ser verdadeiro ou falso, depende de qual dos mundos possíveis está sob avaliação. Dessa forma, uma sentença é tida como verdadeira se puder assim ser todos os outros mundos acessíveis.

Lógica Descritiva: é tida como um recorte da Lógica de Primeira Ordem, pois toda sentença escrita com a linguagem Lógica Descritiva, é capaz de ser traduzida de uma forma simplificada;

Lógica Paraconsistente: toda Lógica Clássica obedece ao princípio do terceiro excluído e da não-contradição. Dessa forma, se uma teoria abarca princípios contraditórios, então pode-se deduzir toda sentença dos parâmetros da Lógica Clássica, que a torne inútil. No entanto, a Lógica Paraconsistente, apresentada primeiramente pelo filósofo e matemático brasileiro, Newton da Costa, abre espaço para contradições, para que tanto uma sentença e sua negação, possam ser consideradas verdadeiras;

Lógica Intuicionista: a base da Lógica Clássica é um princípio contraintuitivo, que não traduz a relação de causa-efeito em uma linguagem natural. Nesse caso, a definição da implicação é uma das características que a destacam da Lógica Proposicional, com a dupla negação. Há a negação do princípio do terceiro excluído, de forma que tanto uma fórmula, quanto sua negação, estejam falsas.

Lógica Fuzzy (ou **Lógica Difusa**): se dentro dos princípios da Lógica Clássica, uma afirmação possui somente um valor de verdadeiro ou falso, na Lógica Fuzzy busca-se qualificar uma fórmula a partir de valores compreendidos entre 0 e 1. Ou seja, a permissão para a existência de verdades parciais, a aproxima das questões reais.

Pode-se expor, ainda, uma classificação feita pela professora Abar (PUC-SP, 2006) a saber:

Lógica Clássica: tida como o cerne da Lógica Dedutiva, é conhecida como "Cálculo de Predicados de Primeira Ordem", podendo haver ou não a igualdade em seus subsistemas. Três princípios principais a direcionam: identidade, contradição e o terceiro excluído;

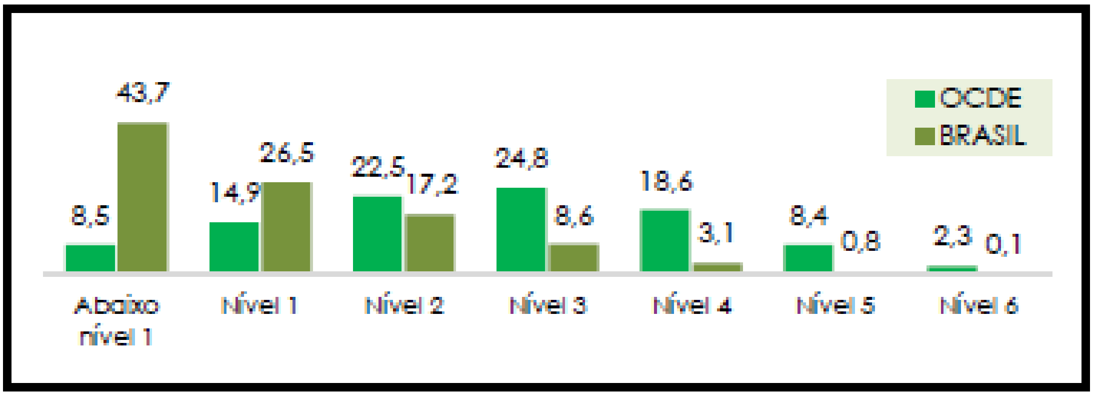
Lógica Complementar à Clássica: ampliam e complementam a Lógica Clássica, como a Lógica Modal, Lógica Epistêmica, Lógica Deôntica, e outras;

Lógica Não Clássica: esta desconsidera os parâmetros principais da Lógica Clássica, como a Lógica Paracompleta e a Intuicionista (desconsideram o princípio do terceiro excluído); Lógica Paraconsistente (desconsidera o princípio da contradição); Lógica não-Alética (desconsidera o terceiro excluído e o da contradição); Lógica não Reflexiva (desconsidera o princípio da identidade); Lógica Probabilística, Lógica Polivalente, Lógica Fuzzy, entre outras.

2.2 A Lógica no Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Com frequência, os professores de Matemática são levados a refletir sobre a eficiência nos processos de ensino e aprendizagem, pois apesar da Educação em Matemática no Brasil ter sofrido uma série de transformações nas últimas décadas, certas metodologias avaliativas como: o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o próprio Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), demonstram que o aproveitamento dos alunos, do Ensino Médio, nas disciplinas de Matemática, manteve-se estático ou até pior do que no passado (FALVO; AMARAL, 2017a; BRASIL, 2016b; BRASIL, 2017).

Figura 8 – Percentual de Alunos por Nível de Desempenho em MATEMÁTICA-PISA 2015 (Brasil e OCDE)



Fonte: Falvo e Amaral (2017b)

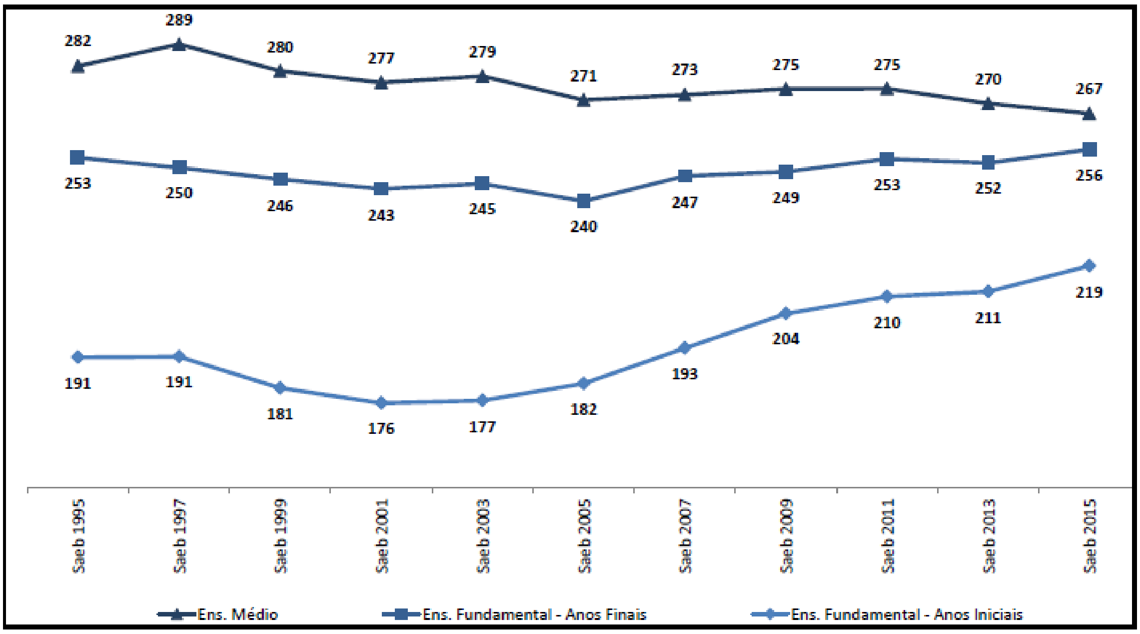
O Gráfico 8 mostra que 70,2% dos estudantes de Matemática encontram-se abaixo do Nível 2, que a (OCDE) determina como o mínimo necessário para que um cidadão possa exercer sua cidadania (BRASIL, 2016a, p. 171).

A Matemática possui significados e abrangências diversos. É uma área do conhecimento que favorece a sociedade. Portanto, os conhecimentos acerca dessa área possibilitam o desenvolvimento humano e social.

Pode-se afirmar, portanto, que o conhecimento historicamente elaborado no campo da Matemática consiste em patrimônio cultural, especialmente o que é promovido dentro da escola.

A apropriação de conhecimentos matemáticos por parte do aluno contribui para que ele consiga compreender como os conhecimentos atuais estão vinculados aos conhecimentos que foram produzidos ao longo da história humana, e qual a finalidade de determinados conteúdos ensinados. Isso promove sentido, reflexão, pensamento analítico. Dessa forma, os conteúdos devem fazer sentido para os alunos, de modo que saibam estabelecer uma relação entre o que é ensinado e a vida social.

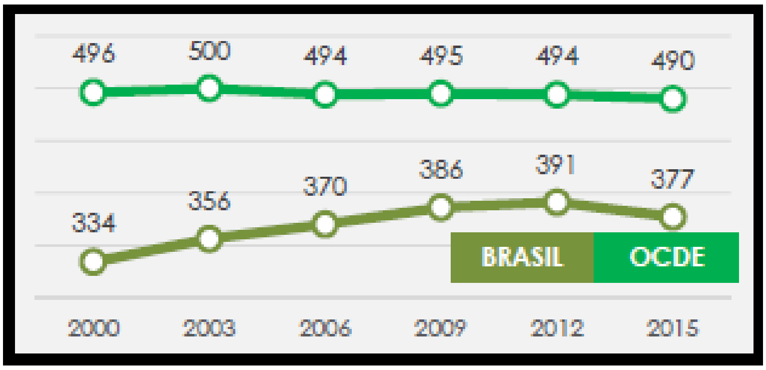
Figura 9 – Evolução dos Resultados do Brasil no SAEB (1995 a 2015) - Proficiências Médias em Matemática



Fonte: Falvo e Amaral (2017b)

Na avaliação do histórico, representado na Figura 9, os estudantes brasileiros, nos últimos anos do Ensino Médio, mantiveram suas médias em Matemática praticamente inalteradas. No entanto, a partir de 2001, nos anos iniciais, as médias passaram a subir ano após ano.

Figura 10 – Evolução dos Resultados do Brasil no Pisa (2000 a 2015) - Médias em Matemática



Fonte: Falvo e Amaral (2017b)

A Figura 10 demonstra um resultado semelhante à figura anterior. Segundo a OCDE (BRASIL, 2016a), o mau aproveitamento escolar dos estudantes brasileiros, segundo os dados supracitados, relaciona-se com a incapacidades destes em formular, empregar e interpretar a Matemática sem seus múltiplos contextos. Ou seja, os alunos são capazes “apenas de responder a questões definidas com clareza, que envolvam contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes” (FALVO; AMARAL, 2017b, p. 2)

No entanto, tais resultados relacionam-se à capacidade dos professores em ensinar, sendo reflexo direto do trabalho destes:

> Sabe-se que a típica aula de Matemática ao nível de primeiro, segundo ou terceiro grau, ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e, em seguida, procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender Matemática por meio de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor (D’AMBRÓSIO, 1991, p. 15).

Esse panorama, percebido pelo autor há cerca de três décadas, se mantém e ainda serve para descrever o perfil dos docentes brasileiros da atualidade. Ainda que diversas metodologias novas de ensino tenham sido criadas, nota-se que, de maneira geral, os professores não fogem às metodologias tradicionais de ensino de mão única, onde estes detêm o conhecimento, repassam ao aluno o que sabem e exigem que os estudantes executem o que foi transmitido, de maneira mecanizada.

O ensino de Matemática no Brasil, não raro, se resume no repasse de um emaranhado de regras e fórmulas, a serem decoradas para serem obedecidas cegamente, sem se entender sua origem ou sua aplicação prática. Daí deduz-se que o estudo de tal disciplina pareça não ter muito sentido ao aluno, além da necessidade de se obter notas.

O entendimento da Lógica Matemática, no Ensino Médio, exemplifica bem a problemática no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Conforme observam Oliveira e Moretto (2009), entender essa Lógica é importante para se aprender a resolver problemas, ou seja,

> O aprendizado da Lógica auxilia os estudantes no raciocínio, na compreensão de conceitos básicos, na verificação formal de programas e na preparação para o entendimento do conteúdo de tópicos mais avançados. (OLIVEIRA; MORETTO, 2009, p. 5).

Ensinar tal Lógica, através do currículo da Matemática, está em acordo com o que dita as Orientações Curriculares para o Ensino Médio. E, de acordo com tais orientações:

> A ampliação e o aprofundamento da explicitação da estruturação lógica da Matemática são necessários ao aluno do Ensino Médio, devendo-se valorizar os vários recursos do pensamento matemático, tais como a imaginação, a intuição, o raciocínio indutivo e o raciocínio lógico-dedutivo, a distinção entre validação matemática e validação empírica, e favorecer a construção progressiva do método dedutivo em Matemática. (BRASIL, 2006, p. 95).

Ampliar e aprofundar a exposição da Lógica na Matemática, de acordo com as orientações curriculares, é relevante por diversos fatores, sendo o mais importante: o processo de validade e falsidade. E de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias:

> Afirmar que algo é “verdade” em Matemática significa, geralmente, ser resultado de uma dedução lógica, ou seja, para se provar uma afirmação (teorema) deve-se mostrar que ela é uma consequência lógica de outras proposições provadas previamente (BRASIL, 2007, p. 124).

A partir do exposto, pode-se afirmar que Lógica, já citada, é uma ferramenta fundamental no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Sem esta Lógica, o ensino da maior parte, dessa área de conhecimento, como por exemplo a Geometria, torna-se uma simples transferência de rígidos conceitos, que parecem apenas ter um fim em si mesmos, sem conexão com o mundo real ou com a vida de cada um.

2.3 A Lógica no Atual Sistema Educacional Brasileiro

No pressente capítulo, apresenta-se recortes da LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação, dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais e do PNLD – Programa Nacional do Livro didático; no objetivo de se compreender melhor a proposição em se ensinar a Lógica e o raciocínio lógico quantitativo.

O currículo básico nacional é parte da lei nº 9.394/1996 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, no artigo 26. E, embora não faça uma referência clara e direta à importância do ensino da Lógica Formal no texto doutrinário, não impede que as atenções nesse sentido possam direcionar-se ao currículo básico, principalmente em outras áreas que abrangem tais temas.

Nessa proposta curricular, o ensino da Lógica e do raciocínio lógico quantitativo estaria inserido no ensino da Matemática, uma estrutura que sofreu modificação com a publicação da 11.684/2008, que inseriu as disciplinas de Filosofia e Sociologia, como elementos obrigatórios nos currículos do Ensino Médio.

Assim, o ensino da Lógica, de uma forma generalizada, torna-se também uma discussão no campo filosófico. Em conformidade com tal tema, destaca-se as palavras do MEC – Ministério da Educação e Cultura:

> [...] alguns currículos muito centrados nas culturas dos alunos, ao proporem às camadas populares uma educação escolar calcada sobretudo na espontaneidade e na criatividade, terminam por reservar apenas para as elites

> uma educação que trabalha com abstrações e estimula a capacidade de raciocínio lógico. Assim sendo, vale repetir que os segmentos populares, ao lutarem pelo direito à escola e à educação, aspiram apossar-se dos conhecimentos que, transcendendo as suas próprias experiências, lhes forneçam instrumentos mais complexos de análise da realidade e permitam atingir níveis mais universais de explicação dos fenômenos. São esses conhecimentos que os mecanismos internos de exclusão na escola têm reservado somente às minorias, mas que é preciso assegurar a toda a população (BRASIL, 2013, p. 119).

A partir daí, observa-se, nos recortes expostos, a existência de um suporte legal para a acepção dos temas “lógica” e “raciocínio lógico quantitativo” na Educação Básica Brasileira.

No Brasil, os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais são diretrizes desenvolvidas pelo Governo Federal, no intuito máximo de direcionar os educadores, através de normas delineadoras dos elementos mais importantes de cada disciplina. Tais parâmetros englobam tanto a rede pública, quanto à privada de ensino, de acordo com o nível de escolaridade dos estudantes.

Como meta, visa garantir aos alunos certos direitos, como o de obter os conhecimentos mínimos para que se possa haver o exercício da cidadania. Apesar de não serem obrigatórios, os PCN’s são norteadores para os educadores, coordenadores e diretores, sendo livres para adequá-los a realidade de cada comunidade ou local.

Da mesma forma que os Parâmetros Curriculares Nacionais do MEC, o CBC procura ofertar às escolas estaduais mineiras, uma base curricular comum, para que os estudantes tenham acesso a um conjunto de conhecimentos, socialmente construídos e reconhecidos como importantes ao exercício da cidadania. Os PCN’s direcionam para onde as escolas devem ir, enquanto o CBC apresenta a possibilidade de se ir mais além, detalhando as atividades que podem ser desenvolvidas entre o professor e seus alunos.

As publicações do CBC, para o Ensino Médio, revelam os parâmetros delineadores das diferentes disciplinas, as diretrizes adotadas que levaram à escolha dos conteúdos, os pontos a serem trabalhados, competências e habilidades a serem desenvolvidas e, por fim, as orientações e sugestões de atividades a serem empreendidas junto aos estudantes.

Nas diretrizes curriculares nacionais para a Matemática, há o estímulo às atividades que possam levar a uma visão crítica da realidade, ao se formular problemas para serem resolvidos, por meio do pensamento lógico, da criatividade, da intuição e da capacidade de análise crítica, ao se escolher os melhores procedimentos e verificar sua adequação. No PCN, destaca-se o texto a seguir:

> Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional (PCN, 1997, p. 15).

Os parâmetros curriculares nacionais para a Matemática, já se encontram uma série de reflexões a respeito do ensino da Matemática, com destacadas reflexões sobre os processos metodológicos, alguns bem-sucedidos, outros fracassados, no ensino da Matemática. O caráter formal da Matemática, tem como emenda sua clara relevância, conforme descrito a seguir:

> O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. Ao longo de sua história, a Matemática tem convivido com a reflexão de natureza filosófica, em suas vertentes da epistemologia e da lógica. Quando se reflete, hoje, sobre a natureza da validação do conhecimento matemático, reconhece-se que, na comunidade científica, a demonstração formal tem sido aceita como a única forma de validação dos seus resultados. Nesse sentido, a Matemática não é uma ciência empírica. Nenhuma verificação experimental ou medição feita em objetos físicos poderá, por exemplo, validar matematicamente o teorema de Pitágoras ou o teorema relativo à soma dos ângulos de um triângulo. Deve-se enfatizar, contudo, o papel heurístico que tem desempenhado os contextos materiais como fontes de conjecturas matemáticas (BRASIL, 1998, p. 26).

Exercícios que levem à indução e a dedução em Matemática, adquirem importância extra, no desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas, formular e testar hipóteses, induzir, generalizar e inferir dentro de uma certa lógica, o que garante um caráter de destaque no aprendizado dessa Ciência, em seus vários níveis de ensino.

Durante toda sua história, a Matemática tem dividido espaço com reflexões de natureza filosófica, em suas vertentes epistemológicas e lógicas. E atualmente, quando se debate sobre a origem e o valor da validação do conhecimento matemático, entende-se que, na comunidade científica e acadêmica, a demonstração formal é a única forma de se obter resultados que possam ser validados e aceitos.

Nesse âmbito, a Matemática não se torna uma Ciência empírica. Não há uma comprovação experimental ou métrica, realizada em objetos físicos que possa, por exemplo, validar matematicamente o Teorema de Pitágoras ou o teorema relativo à soma dos ângulos de um triângulo. Destaca-se, no entanto, o caráter heurístico dos elementos concretos, como fontes de hipóteses e reflexões matemáticas (BRASIL, 1998) e, embora haja várias citações a respeito do ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo, as diretrizes curriculares não destacam tais conceitos de forma clara.

O objetivo mais importante do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD é fundamentar o trabalho pedagógico dos educadores, com a difusão de material didático aos alunos da Educação Básica. É publicado pelo MEC – Ministério da Educação, o guia do livro didático, com as resenhas das obras consideradas aprovadas. As escolas avaliam o guia e decidem quais as obras mais adequadas ao seu planejamento político pedagógico. O PNLD é executado em ciclos trienais alternados.

2.4 Conceito de Lógica Proposicional

De acordo com o observado no início deste Capítulo, existem muitos tipos de lógica, sendo que, a mais relevante, graças à facilidade de compreensão, abrangência e objeto da proposta do presente trabalho, é a Lógica de Primeira Ordem. Esta detém parâmetros, que levam a uma melhor compreensão do raciocínio e, em consequência, analisar melhor uma ou mais afirmações. Ela se aproveita dos conectivos da Lógica Proposicional e adiciona a estes quantificadores, variáveis e outros símbolos específicos, na dependência do tema abordado.

A diferença entre a verdade e a falsidade, pode ser a diferença entre a clareza e a superstição, entre o preconceito e a justiça social, enganar-se ou acertar (CARNIELLI, 2011).

As relações entre as Proposições ou Orações e as unidades mínimas do discurso (verdadeiras ou falsas) são examinadas pela Lógica Proposicional, que é um ramo da Lógica Formal.

E, como já exposto, a existência de quantificadores transforma profundamente a mais difícil construção de sintaxe e semântica em relação à Lógica Proposicional, mas ganha muito em expressividade. A Lógica Proposicional é a mais elementar, dentro da Lógica Simbólica e possui características básicas fundamentais junto à Lógica Formal, constituída por fórmulas, parênteses e conectivos. E, justamente por sua simplicidade, há problemas em formalizá-la matematicamente, sendo identificada através de letras, normalmente minúsculas, do nosso alfabeto (CARNIELLI, 2011).

No âmbito da Lógica Simbólica, a Lógica Proposicional é considerada a mais elementar, com princípios fundamentais (fórmulas, parênteses e conectivos). Todavia, essa simplicidade é geradora de dificuldade ao processo de sua formalização matemática. A Lógica Proposicional é caracterizada mediante letras do alfabeto, grafadas, normalmente, em minúsculas.

2.5 Valor Lógico de uma Proposição

Uma proposição é uma sentença declarativa, ou enunciado, capaz de ser identificado de maneira única como verdadeira ou falsa e, por isso, precisa ter um sentido completo para poder ser entendida e comprovada como verdadeira ou falsa. Não se pode ter espaço para dúvidas, incertezas, questionamentos ou interpretações dúbias.

De acordo com Favaro (2005), as proposições classificam-se em:

• **Simples** (ou **Atômicas**): são de fácil compreensão e muito presentes em avaliações do tipo marcar “V” ou “F”, ainda mais quando se trata de conhecimentos universais.

• **Compostas** (ou **Moleculares**): São as sentenças $p(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ constituídas por n proposições simples, ou seja, são proposições que têm mais de uma proposição ligadas por conectivos lógicos. Estas exigem uma avaliação mais detalhada, por não ser suficiente conhecer a veracidade das proposições simples que as forma, mas sim, as maneiras com que estas interagem, para se chegar ao seu valor final.

Sentenças compostas, obtidas por meio de operações lógicas e seus valores lógicos, são parte do **Cálculo Proposicional**. O valor, verdadeiro ou falso, que uma proposição é capaz de assumir, é chamado de **lógico** ou **valor verdade**. O valor lógico de uma proposição p é descrito como $v(p)$, dessa forma, expõe-se que p é verdadeira (V) escrevendo: $v(p) = V.$ Concomitantemente, expõe-se que p é falsa (F) registrando: $v(p) = F.$

2.6 Princípios Básicos da Proposição

De acordo com certos filósofos, não é possível raciocinar acertadamente, sem serem seguidas as “Leis do Raciocínio”, destacadas por Aristóteles, por volta do Século IV. Tais leis são entendidas como o fundamento do raciocínio lógico e, portanto, toda proposição precisa seguir certos princípios básicos:

• **Princípio da não-Contradição**: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo, sob as mesmas condições: “ $(p \wedge\ p)$.

• **Princípio do Terceiro Excluído**: uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, não havendo espaço para um terceiro valor lógico: $p \vee\ p$.

• **Princípio da Identidade**: apresentada uma proposição, estas é sempre igual a ela mesma: $p \rightarrow p$.

CAPÍTULO III

3.1 Proposta de Ensino dos Elementos da Lógica Proposicional no Ensino Médio

Os conectivos lógicos na linguagem da Lógica Formal estão presentes em vários conteúdos que são abordados em séries do Ensino Médio e em provas de concursos públicos. Consentir a importância de uma linguagem formal para a Matemática, definir e identificar proposições e conectivos, conhecer os princípios que regem a Lógica Proposicional, compreender as principais operações com proposições (conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, regras de implicações, regras de equivalências, negações, etc.) é essencial para entender definições, igualdades, resoluções de exercícios e demonstrações existentes na Matemática.

Os educandos que estudam para concursos públicos, continuamente relatam que embora as teorias de Lógica Proposicional apresentadas na maioria dos livros didáticos sejam semelhantes, elas são escritas de forma sintetizada e desprovidas de exemplos convincentes que colaboram para uma melhor aprendizagem.

Em conformidade com as experiências adquiridas como professor em instituições preparatórias para concursos públicos, ao ensinar teorias de Lógica Proposicional aperfeiçoei uma didática embasada em exemplos e exercícios resolvidos que favorecem o entendimento dessas teorias. A título de exemplo, ao ensinar as possíveis valorações lógicas de uma disjunção inclusiva, utilizar da sentença “assento reservado para gestante ou lactante” torna mais conveniente ao entendimento do que usufruir, por exemplo da sentença “gosto de lógica ou estudo sociologia”.

Atuando como professor de Matemática em séries do Ensino Médio foi possível constatar que, os estudantes habitualmente compreendem com desenvoltura as definições, propriedades, igualdades e resoluções de exercícios em inúmeros conteúdos de Matemática. Em contrapartida, ao serem abordados esses mesmos conteúdos de forma equivalente os quais se fazem presentes elementos da Lógica Proposicional, os educandos corriqueiramente demonstram dificuldades para os compreender em razão da falta de conhecimento das teorias elementares de Lógica Proposicional. Tendo como exemplo, quando se diz, é falso que “Se α e β são ângulos de medidas iguais, então α e β são ângulos opostos pelo vértice”, os estudantes usualmente não compreendem o que está sendo afirmado devido a inserção do conectivo condicional, mesmo tendo entendimento sobre ângulos opostos pelo vértice.

Nesse capítulo, é mostrado uma forma que visa colaborar com as pessoas, sejam elas estudantes ou professores, que pretendem compreender teorias de Lógica Proposicional e manifestar a importância de se ensinar Lógica Proposicional para alunos que cursam séries do Ensino Médio.

3.2 Proposição Lógica

Denomina-se **proposição lógica** a toda sentença, expressa em palavras ou símbolos, que exprima um pensamento completo ao qual se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um de dois valores lógicos possíveis: V (verdadeiro) ou F (falso).

Somente as sentenças declarativas, afirmativas ou negativas, podem admitir valores lógicos de verdadeiro ou falso, o que ocorre quando a sentença é, respectivamente, confirmada ou negada.

3.3 Representação das Proposições

As proposições podem ser representadas por letras, sendo estas maiúsculas ou minúsculas.

Exemplo 3.1. As sentenças p e q, citadas a seguir, são proposições lógicas:

p: Júlio é poeta.
q: Elza é comerciante.

Notação: Quando uma proposição p é verdadeira, é atribuído o valor lógico V e indicamos como $v(p) = V$. Quando uma proposição p é falsa, é atribuído o valor lógico F e indicamos como $v(p) = F$. Por questão de simplicidade, se $v(p) = V$, indicamos que $p = V$ e, se $v(p) = F$, indicamos que $p = F$.

Observação 3.1. Nem toda sentença é uma proposição lógica, já que não é possível atribuir a elas um juízo de valor, verdadeiro ou falso.

Segundo $Copi(1978)$, as proposições são verdadeiras ou falsas e nisto diferem das perguntas, ordens e exclamações. Somente as proposições podem ser afirmadas ou negadas; uma pergunta pode ser respondida, uma ordem dada e uma exclamação proferida, mas nenhuma delas pode ser afirmada ou negada, consequentemente não pode ser valorada como verdadeira ou falsa.

Exemplo 3.2. As frases a seguir não são proposições:

i. Frase interrogativa
   Qual sua cor preferida?

ii. Frase imperativa
   Seja pontual com seus horários de trabalho.

iii. Frase exclamativa
   Que animal lindo!

3.4 Sentenças

Sentenças são expressões que expressam um pensamento completo. São compostas por um sujeito (algo que se declara) e por um predicado (aquilo que se declara sobre o sujeito).

3.4.1 Sentenças Abertas

Uma sentença é **aberta** quando o sujeito não é determinado ou o referencial não for quantificado. As Sentenças podem ser afirmativas, negativas, interrogativas, imperativas ou exclamativas.

Exemplo 3.3. Exemplo de uma sentença aberta.

“Ela é brasileira.”

O exemplo 3.3 é uma sentença aberta pois, o sujeito é uma variável que pode ser substituído por um elemento arbitrário, transformando a sentença em uma proposição que pode ser valorada como V (verdadeira) ou F (falsa).

Há expressões que não podem ser julgadas como V (verdadeira) nem como F (falsa), por exemplo, não se pode atribuir valor lógico ao dizer que "$x + 3 = 7$" pois, não é conhecido o que é x. Nesse caso, a expressão "$x + 3 = 7$" é uma sentença aberta e x é variável livre.

Uma forma de passar de uma sentença aberta a uma proposição é pela quantificação da variável.

São dois os quantificadores:

1. Qualquer que seja ou para todo, indicado por ∀.
2. Existe, indicado por ∃.

Exemplo 3.4. A sentença "$(\forall x)(x \in N)(x + 3 = 7)$" é uma proposição que é valorada como F.

Exemplo 3.5. A sentença "$(\exists x)(x \in N)(x + 3 = 7)$" é uma proposição que é valorada como V.

3.4.2. Sentenças Fechadas

Sentenças fechadas são aquelas nas quais podemos determinar o seu sujeito. São frases declarativas, afirmativas ou negativas, as quais é possível atribuir um dos valores lógicos, verdadeiro ou falso.

Exemplo 3.6. A sentença "Juarez foi mesário nas eleições do ano de 2020." é uma sentença fechada.

Exemplo 3.7. A sentença "O professor Dênis é filósofo." é uma sentença fechada.

Exercício Resolvido 3.1 (FCC – Agente de Fiscal de Tributos Estaduais). Considere as seguintes sentenças:

I. Ele foi o melhor jogador do mundo em 2005.
II. Dado que x é um número inteiro, $\frac{(x+5)}{5}$ é um número inteiro.
III. João da Silva foi o Secretário da Fazenda do Estado de São Paulo em 2000.

É verdade que apenas:

a) I é uma sentença aberta
b) II é uma sentença aberta
c) I e II são sentenças abertas
d) I e III são sentenças abertas
e) II e III são sentenças abertas

Resolução

Em I, temos uma sentença aberta, pois o sujeito "Ele" não está determinado.

Em II, temos uma sentença aberta, pois o número inteiro x não está quantificado.

Em III, temos uma proposição lógica, pois a sentença assume s**omente** um dos valores lógicos possíveis: V (verdadeiro) ou F (falso).

Portanto, a alternativa c) é a correta.

Exercício Resolvido 3.2. (CESPE) Na lógica de primeira ordem, uma proposição é funcional quando é expressa por um predicado que contém um número finito de variáveis e é interpretada como verdadeira (V) ou falsa (F) quando são atribuídos valores às variáveis e um significado ao predicado. Por exemplo, a proposição "Para qualquer x, tem-se que $x - 2 > 0$" possui interpretação V quando x é um número real maior do que 2 e possui interpretação F quando x pertence, por exemplo, ao conjunto $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$. Com base nessas informações, julgue os próximos itens.

1. (   ) A proposição funcional “Para qualquer x, tem-se que $x^2 > x$” é verdadeira para todos os valores de x que estão no conjunto $\left\{5, \frac{5}{2}, 3, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2}\right\}$.

2. (   ) A proposição funcional “Existem números que são divisíveis por 2 e por 3” é verdadeira para elementos do conjunto $\{2,3,9,10,15,16\}$.

Resolução:

1. A afirmação é falsa. Veja que para $x = \frac{1}{2}$, não é verdade que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \frac{1}{2}$.
2. A afirmação é falsa. Não existe número pertencente ao conjunto dado que seja divisível, simultaneamente, por 2 e por 3.

3.5. Proposições Simples

Uma proposição é dita **proposição simples** quando não contém qualquer outra proposição como sua componente. São proposições que expressam apenas um pensamento completo.

Isso significa que não é possível encontrar como parte de uma proposição simples alguma outra proposição diferente dela. Não se pode subdividi-la em partes menores tais que alguma delas seja uma nova proposição.

Exemplo 3.8. As proposições p**,** q e r reprsentadas a seguir, são proposições simples.

p: Paulo é casado.

q: A estatura de Enzo é igual a $1{,}82m$.

r: Olga possui CNH.

3.6. Proposições Compostas

Uma proposição é Composta quando se pode extrair como parte dela uma nova proposição. São proposições que expressam mais de um pensamento completo.

Exemplo 3.9. As proposições p**,** q e r reprsentadas a seguir, são proposições compostas.

p: Márcia é psicóloga e Beto possui CNH.

q: Júlio fala inglês ou Maria é casada.

r: Todos os computadores foram consertados e nenhuma peça foi descartada.

Observação 3.2. As proposições **simples** e **compostas** também são chamadas, respectivamente, de **átomos** e **moléculas.**

3.7. $Tabelas - Verdade$

É um quadro constituído por linhas e colunas que apresentam todas as possíveis valorações lógicas correlacionadas às proposições componentes.

Sejam $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ proposições distintas. Cada coluna da $tabela - verdade$ representa os valores lógicos possíveis de cada uma das proposições $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ e cada linha da $tabela - verdade$ representa os arranjos das possíveis valorações lógicas de cada proposição $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$.

3.7.1. Fórmula para Determinar o Número de Linhas de uma $Tabela - Verdade$.

Pelo Item 3.2, há duas possibilidades de valores lógicos para cada proposição $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$, V ou F. Assim, pelo Princípio de Contagem, o número de linhas de uma $tabela - verdade$ constituído pelas proposições $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ é $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{nvezes} = 2^n$.

Exemplo 3.10. $Tabela - Verdade$ **para Duas Proposições Distintas**. Sejam p e q proposições distintas. Pela fórmula descrita no Item 3.7.1, $n = 2$ e, consequentemente, o número de linhas é igual a $2^2 = 4$.

A tabela a seguir representa todos os arranjos das possíveis valorações lógicas das proposições p e q.

Tabela 1. $Tabela - Verdade$ **para Duas Proposições Distintas** p **e** q

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Fonte: O autor

Exemplo 3.11. $Tabela - Verdade$ **para Três Proposições Distintas**. Sejam p, q e r proposições distintas. Pela fórmula descrita no Item 3.7.1, $n = 3$ e, consequentemente, o número de linhas é igual a $2^3 = 8$. A $Tabela2$, representa todos os arranjos das possíveis valorações lógicas das proposições p, q e r.

Tabela 2. $Tabela - Verdade$ **para Três Proposições Distintas** p, q **e** r

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Fonte: O autor

Observação 3.3. Para montar a $Tabela2$, utilizamos dos seguintes critérios:

i. Na primeira coluna, preenchemos a primeira metade com valores lógicos V e a segunda metade com valores lógicos F.

ii. Na segunda coluna preenchemos com valores lógicos V e F, alternados em grupos de dois, iniciando pelo valor lógico V.

iii. Na terceira coluna preenchemos com valores lógicos V e F, alternados entre si, iniciando pelo valor lógico V.

3.8 Conectivos Lógicos na Linguagem da Lógica Formal

Conectivos Lógicos são palavras usadas para formar novas proposições a partir de outras proposições dadas. Ou seja, conectivos lógicos são palavras que agem sobre as proposições a que estão ligadas de modo a criar outras proposições.

Os conectivos lógicos e as palavras mais comuns utilizadas em suas representações, bem como suas denominações e seus respectivos símbolos, são dados na $Tabela 3$, a seguir.

Tabela 3. Conectivos Lógicos com suas Denominações, seus Respectivos Símbolos e Significados

Denominações	*Simbologia*	*Significados*
Conjunção	$\wedge$	*e / mas*
Disjunção inclusiva	$\vee$	*ou / quando*
Disjunção exclusiva	$\underline{\vee}$	*ou ... ou*
Condicional	$\rightarrow$	*Se ..., então ...*
Bicondicional	$\leftrightarrow$	*Se, e somente se*

Fonte: O autor

3.9 Valores Lógicos de uma Proposição Composta

Assim como na Álgebra Tradicional existem as operações com números (adição, subtração, multiplicação e divisão), na Álgebra Booleana criada por $GeorgeBoole$, existem operações com as proposições.

O valor lógico (verdadeiro ou falso) de uma proposição composta depende somente do valor lógico de cada uma de suas proposições componentes e da forma como estas sejam ligadas pelos conectivos lógicos utilizados.

A seguir, faremos um estudo detalhado de cada conectivo mencionado na $Tabela 3$.

3.10 Conjunção

Denomina-se **conjunção**, a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "e". Ou seja, a conjunção de duas proposições quaisquer $p e q$, é a proposição composta "$p \wedge q$".

Notação:

"$p \wedge q$" é lido como "$p e q$".

Exemplo 3.12 Leandro chegou atrasado ao seu trabalho e, quando perguntado pelo seu chefe Dênis sobre o motivo de ter chegado atrasado, ele respondeu:

"O trânsito estava congestionado **e** o pneu do carro furou."

Simbolizando a frase dita por Leandro, temos:

Sejam as proposições:

p: O trânsito estava congestionado.

q: O pneu do carro furou.

Assim, a conjunção "$p \wedge q$" é escrita da seguinte forma:

$p \wedge q$: O trânsito estava congestionado **e** o pneu do carro furou.

Em qual ou quais situações Leandro está dizendo a verdade? Em qual ou quais situações Leandro está mentindo?

Leandro está dizendo a verdade **somente** quando for verdade que o trânsito estava congestionado e for verdade também que o pneu do carro furou, caso contrário Leandro está mentindo.

Ou seja, a conjunção “$p \wedge q$” é verdadeira **somente** quando a proposição p for verdadeira e a proposição q for verdadeira também, caso contrário a conjunção “$p \wedge q$” é falsa.

Observação 3.4

$$p \wedge q = \begin{cases} V, & \textit{somente se todas são } V \\ F, & \textit{nos demais casos (pelo menos uma é } F) \end{cases}$$

3.10.1 $Tabela - Verdade$ com as Valorações Lógicas da Conjunção

A $Tabela 4$ a seguir, possui as possíveis valorações lógicas da conjunção de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da conjunção “$p \wedge q$”, são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

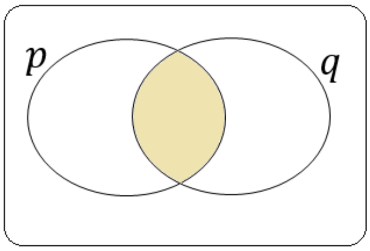
Tabela 4. $Tabela - Verdade$ **com Valorações Lógicas da Conjunção**

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: O autor

3.10.2 Diagrama Lógico da Conjunção “$p \wedge q$”

No diagrama de $Venn$ a seguir, a região colorida representa onde a conjunção “$p \wedge q$” é verdadeira e a região não-colorida representa onde a conjunção “$p \wedge q$” é falsa.



Exercício Resolvido 3.3 Calcule o valor lógico da proposição "Golfinho é animal marinho **e** galinha é quadrúpede."

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição "Golfinho é animal marinho **e** galinha é quadrúpede."

Sejam as proposições:

p: Golfinho é animal marinho

q: Galinha é quadrúpede

Assim, a conjunção "$p \wedge q$" é escrita da seguinte forma:

$p \wedge q$: Golfinho é animal marinho **e** galinha é quadrúpede

Como $v(p) = V$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \wedge q) = F$. (Segunda linha da $Tabela 4$).

Exercício Resolvido 3.4 Calcule o valor lógico da proposição "$10^4 = 10.000$ e $21 > 10$."

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição "$10^4 = 10.000$ e $21 > 10$".

Sejam as proposições:

p: $10^4 = 10.000$

q: $21 > 10$

Assim, a conjunção "$p \wedge q$" é escrita da seguinte forma:

$p \wedge q$**:** $10^4 = 10.000$ **e** $21 > 10$.

Como $v(p) = V$ e $v(q) = V$, tem-se que $v(p \wedge q) = V$. (Primeira linha da $Tabela 4$).

3.11 Disjunção Inclusiva

Denomina-se **disjunção inclusiva** a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "ou". Ou seja, a disjunção inclusiva de duas proposições $p e q$ é a proposição composta "$p \vee q$".

Notação:

"$p \vee q$" é lido como "$p ou q$"**.**

Exemplo 3.13 Maria entrou em uma agência bancária e ao encontrar um assento disponível, verificou que havia uma sentença dizendo, "Assento reservado para gestante **ou** para lactante".

Simbolizando a sentença "Assento reservado para gestante **ou** para lactante", temos:

Sejam as proposições:

p: Assento reservado para gestante.

q: Assento reservado para lactante.

Assim, a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é escrita da seguinte forma:

$p \vee q$: Assento reservado para gestante **ou** lactante.

De acordo com a sentença "Assento reservado para gestante **ou** para lactante", em qual ou quais condições Maria pode ocupar o assento?

Maria pode ocupar o assento nas seguintes condições:

- Estar gestante e lactante (inclusive);

- Estar gestante, mas não estar lactante;
- Não estar gestante, mas estar lactante.

Caso contrário, Maria não pode ocupar o assento. Ou seja, Maria não pode ocupar o assento **somente** quando não estiver gestante e nem lactante.

Observe, nesse Exemplo 3.13, que Maria pode ocupar o assento estando gestante e lactante (inclusive), de modo que a utilização da forma "$pouq$" deve ser entendida como "p" ou "q", ou ambos.

Na linguagem comum, a disjunção inclusiva muitas vezes é utilizada no sentido de exclusão. É importante que utilizemos de exemplos convincentes para melhor compreender a justificativa das possíveis valorações lógicas da disjunção inclusiva.

Observação 3.5 Veja as situações a seguir:

i. O professor George disse aos seus alunos durante sua aula que gostaria de escolher um estudante para ser o representante de sala de aula, mas exigiu que o estudante fosse do sexo feminino **ou** usasse óculos.

Note que o aluno que é do sexo feminino e usa óculos, pode também ser escolhido pelo professor.

ii. Luciano deseja escolher um elemento do conjunto $X = \{8; 12; 14; 17; 20; 44; 45\}$ que seja múltiplo de 3 **ou** de 5. Quais os elementos que Luciano pode escolher de acordo com a exigência estabelecida?

Os elementos que Luciano pode escolher são: 12, 5 e 45 (inclusive). Note que o elemento 45 é múltiplo tanto de 3 quanto de 5.

Portanto, a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é verdadeira quando pelo menos umas das proposições p e q for verdadeira, caso contrário, a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é falsa.

Observação 3.6

$$p \vee q = \begin{cases} V, & quando\ pelo\ menos\ uma\ for\ V \\ F, & somente\ se\ todas\ são\ F \end{cases}$$

3.11.1 $Tabela - Verdade$ com Valorações Lógicas da Disjunção Inclusiva

A $Tabela5$ a seguir, possui os possíveis valores lógicos da disjunção inclusiva de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da disjunção inclusiva "$p \vee q$", são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

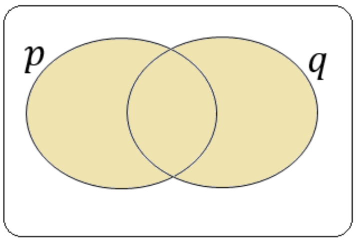
Tabela 5. $Tabela - Verdade$ **com Valorações Lógicas da Disjunção Inclusiva**

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: O autor

3.11.2 Diagrama Lógico da Disjunção Inclusiva "$p \vee q$"

No diagrama de $Venn$ a seguir, a região colorida representa onde a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é verdadeira e a região não-colorida representa onde a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é falsa.



Exercício Resolvido 3.5 Calcule o valor lógico da proposição "Golfinho é animal marinho ou galinha é quadrúpede."

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, "Golfinho é animal marinho ou galinha é quadrúpede."

Sejam as proposições:

p: Golfinho é animal marinho.

q: Galinha é quadrúpede.

Assim, a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é escrita da seguinte forma:

$p \vee q$**:** Golfinho é animal marinho **ou** galinha é quadrúpede.

Como $v(p) = V$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \vee q) = V$. (Segunda linha da $Tabela 5$).

Exercício Resolvido 3.6 Calcule o valor lógico da proposição "$10^4 = 1.000$ **ou** o número 17 é divisível por 3."

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, "$10^4 = 1.000$ **ou** o número 17 é divisível por 3."

Sejam as proposições:

p: $10^4 = 1.000$

q: O número 17 é divisível por 3

Assim, a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é escrita da seguinte forma:

$p \vee q$**:** $10^4 = 1.000$ **ou** o número 17 é divisível por 3

Como $v(p) = F$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \vee q) = F$. (Quarta linha da $Tabela 5$).

3.12 Disjunção Exclusiva

Denomina-se **disjunção exclusiva** a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "$ou \ldots, ou \ldots$"**.** Ou seja, a disjunção exclusiva de duas proposições peq é a proposição composta "$p \veebar q$".

Notação:

"$p \veebar q$" é lido de uma das seguintes formas: "$oupouq$"**;** "$pouq, masnãoambos$".

Para melhorar a compreensão, quanto ao sentido de inclusão ou exclusão das disjunções lógicas, é utilizado duas formas, amplamente aceitas:

Uma delas estabelece que há exclusão na disjunção quando se utiliza a palavra "ou" na sentença duas vezes, uma é colocada no início da frase e a outra conectando as proposições componentes, dando origem à forma geral "$oupouq$". Por exemplo, a proposição "Ou comprarei uma casa **ou** farei a festa de casamento", passa a ter sentido exclusivo, enquanto a proposição, sem o "ou" no início da frase, dada por, "Comprarei uma casa ou farei a festa de casamento", é uma disjunção inclusiva.

Outra maneira, que também estabelece o sentido exclusivo da disjunção, é a utilização da expressão "$masnãoambos$" no final da frase, a qual exclui a possibilidade inclusiva de as duas proposições componentes poder serem admitidas. Por exemplo, a proposição, "Comprarei uma casa ou farei a festa de casamento, mas não ambos".

Na disjunção exclusiva "$p \veebar q$", não se admite a ocorrência simultânea das proposições p e q; assim como não admite também a não-ocorrência simultânea das proposições p e q.

Exemplo 3.14 O policial Dantas estava participando de uma operação policial (blitz), e quando abordou o condutor Ezequiel fez a seguinte pergunta a ele:

O senhor dirige quando ingere bebida alcoólica? Ezequiel respondeu ao policial Dantas: "Ou bebo ou dirijo."

Simbolizando a frase dita por Ezequiel, temos:

Sejam as proposições:

p: Bebo

q: Dirijo

Assim, a disjunção exclusiva "$p \veebar q$" é escrita da seguinte forma:

$p \veebar q$: Ou bebo ou dirijo

Em qual ou quais situações Ezequiel está dizendo a verdade? Em qual ou quais situações Ezequiel está mentindo?

Ezequiel está dizendo a verdade nas seguintes condições:

- Quando bebe, mas não dirige;
- Quando dirige, mas não bebe.

Ezequiel está mentindo nas seguintes condições:

- Quando bebe e dirige, simultaneamente;
- Quando não bebe e não dirige, simultaneamente.

Ou seja, a disjunção exclusiva "$p \veebar q$" é verdadeira somente quando as proposições p e q tiverem valores lógicos diferentes, caso contrário a disjunção exclusiva "$p \veebar q$" é falsa.

Observação 3.7

$$p \veebar q = \begin{cases} V, \ \ somente\ quando\ os\ valores\ lógicos\ são\ diferentes \\ F, somente\ quando\ os\ valores\ lógicos\ são\ iguais \end{cases}$$

3.12.1 $Tabela - Verdade$ com Valorações Lógicas da Disjunção Exclusiva

A $Tabela6$ a seguir, possui os possíveis valores lógicos da disjunção exclusiva de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da disjunção exclusiva "$p \veebar q$", são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

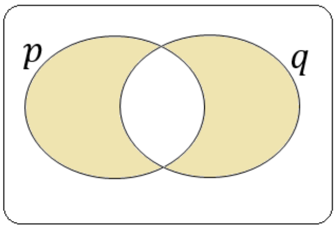
Tabela 6. $Tabela - Verdade$ **com Valorações Lógicas da Disjunção Exclusiva**

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: O autor

3.12.2 Diagrama Lógico da Disjunção Exclusiva "$p \veebar q$"

No diagrama de $Venn$ a seguir, a região colorida representa onde a disjunção exclusiva "$p \veebar q$" é verdadeira e a região não-colorida representa onde a disjunção exclusiva "$p \veebar q$" é falsa.



Exercício Resolvido 3.7 Calcule o valor lógico da proposição, "**Ou** $abelhaeuropa$ produz mel **ou** cachorro late".

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, "**Ou** $abelhaeuropa$ produz mel **ou** cachorro late".

Sejam as proposições:

p: $Abelhaeuropa$ produz mel

q: Cachorro late

Assim, a disjunção exclusiva “$p \veebar q$” é escrita da seguinte forma:

$p \veebar q$**: Ou** $abelhaeuropa$ produz mel **ou** cachorro late.

Como $v(p) = V$ e $v(q) = V$, tem-se que $v(p \veebar q) = F$. (Primeira linha da $Tabela 6$).

Exercício Resolvido 3.8 Calcule o valor lógico da proposição, “Ou $7 + 11 = 20$ ou $10 + 3 \neq 12$”.

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, “Ou $7 + 11 = 20$ ou $10 + 3 \neq 12$”.

Sejam as proposições:

p: $7 + 11 = 20$

q: $10 + 3 \neq 12$

Assim, a disjunção exclusiva “$p \veebar q$” é escrita da seguinte forma:

$p \veebar q$**:** Ou $7 + 11 = 20$ ou $10 + 3 \neq 12$.

Como $v(p) = F$ e $v(q) = V$, tem-se que $v(p \veebar q) = V$. (Terceira linha da $Tabela 6$).

3.13 Condicional (Implicação)

Denominamos **condicional** a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo “$Se \ldots, então \ldots$” ou por uma de suas formas equivalentes. Ou seja, a condicional de duas proposições peq é a proposição composta “$p \rightarrow q$”.

A proposição p é chamada de antecedente, ou hipótese, e a proposição q é chamada de consequente, ou tese, da condicional.

Notação:

“$p \rightarrow q$” é lido como “$Sep, entãoq$”.

Exemplo 3.15 Em determinado dia, José convidou sua namorada Amanda para que, no dia seguinte fosse ao clube com ele, e a resposta dada por Amanda foi:

"Se fizer Sol, então irei ao clube com você."

Simbolizando a frase dita por Amanda, temos:

Sejam as proposições:

p: Fizer Sol

q: Irei ao clube com você

Assim, a condicional "$p \rightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$: Se fizer Sol, então irei ao clube com você.

Em qual ou quais situações Amanda diz a verdade? Em qual ou quais situações Amanda mente?

Observe que a condição dada por Amanda para ir ao clube com José, é fazer Sol. Amanda não disse se vai ou não ao clube com José caso não faça Sol, ou seja, caso não faça Sol Amanda pode ou não ir ao clube com José; em qualquer das duas situações Amanda não mente.

Às vezes, as pessoas interpretam a frase dita por Amanda da seguinte forma, "Irei ao clube com você, somente se fizer Sol", o que não condiz com o que Amanda disse.

É notável que caso faça Sol e Amanda vá ao clube com José, Amanda não mentiu. Por outro lado, caso faça sol e Amanda não vá ao clube com José, ela mentiu.

Portanto, Amanda diz a verdade nas seguintes condições:

- Caso faça Sol e ela vá ao clube com José;
- Caso não faça Sol e ela vá ao clube com José;
- Caso não faça Sol e ela não vá ao clube com José.

Amanda mente em uma única condição:

- Caso faça Sol e ela não vá ao clube com José.

Assim, a condicional "$p \to q$" é falsa **somente** quando a proposição p for verdadeira e a proposição q for falsa, caso contrário a condicional "$p \to q$" é verdadeira.

Observação 3.8

$$p \to q = \begin{cases} F, somente\ quando\ v(p) = V\ e\ v(q) = F \\ V, \qquad nos\ demais\ casos \end{cases}$$

3.13.1 $Tabela - Verdade$ com as Valorações Lógicas da Condicional

A $Tabela 7$ a seguir, possui os possíveis valores lógicos da condicional de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da condicional "$p \to q$", são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

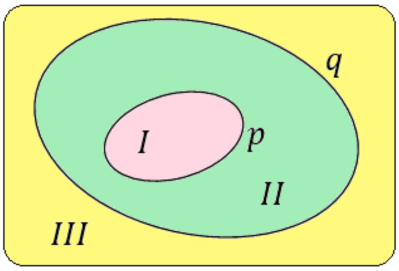
Tabela 7. $Tabela - Verdade$ **com as Valorações Lógicas da Condicional**

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: O autor

3.13.2 Diagrama Lógico da Condicional "$p \to q$"

A região colorida no diagrama de $Venn$ a seguir, representa onde a condicional "$p \to q$" é verdadeira.



Olhando no diagrama da condicional, verifica-se que:

– Ocorrendo p, consequentemente ocorre q. (Região I)

– Não ocorrendo p, pode ou não ocorrer q. (Regiões II e III)

Exercício Resolvido 3.9 Calcule o valor lógico da proposição “Se o número 11 é par, então $12 > 15$”.

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, “Se o número 11 é par, então $12 > 15$”.

Sejam as proposições:

p: O número 11 é par

q: $12 > 15$

Assim, a condicional “$p \rightarrow q$” é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se o número 11 é par, então $12 > 15$.

Como $v(p) = F$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \rightarrow q) = V$. (Quarta linha da $Tabela 7$).

Exercício Resolvido 3.10 Calcule o valor lógico da proposição “Se coelho pula, então onça é animal marinho”.

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, “Se coelho pula, então onça é animal marinho”.

Sejam as proposições:

p: Coelho pula

q: Onça é animal marinho

Assim, a condicional "$p \rightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se coelho pula, então onça é animal marinho.

Como $v(p) = V$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \rightarrow q) = F$. (Segunda linha da $Tabela$7).

Observação 3.9 Existem outras expressões para a condicional lógica "$p \rightarrow q$". Segue algumas dessas expressões, as quais são mais frequentes:

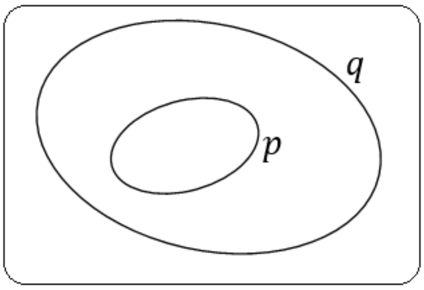
- Se p, então q;
- p implica q;
- q, se p;
- p é condição suficiente para q;
- q é condição necessária para p;
- Todo p é q.

Todas as condicionais a seguir, são equivalentes:

- ✓ Se sinto sede, então bebo água;
- ✓ Sentir sede implica beber água;
- ✓ Bebo água, se sentir sede;
- ✓ Sentir sede é condição suficiente para beber água;
- ✓ Beber água é condição necessária para que sinta sede;
- ✓ Sempre que sinto sede bebo água.

Observação 3.9.1 O diagrama lógico da condicional "$p \rightarrow q$", facilita para compreender a diferença entre condição suficiente e condição necessária em "$p \rightarrow q$".

Dado o diagrama lógico da condicional "$p \rightarrow q$" a seguir,



temos de fato que:

Se um elemento atende a condição p, isso é suficiente para que ele atenda a condição q, já que $p \subset q$.

Por outro lado, caso um elemento não pertença ao conjunto q, ele não pertence ao conjunto p, pois $p \subset q$. Consequentemente, a sentença q é necessária para p.

Exemplo 3.16. Exemplificando a diferença entre condição suficiente e condição necessária em "$p \rightarrow q$":

Sejam as proposições:

p: João é goiano

q: João é brasileiro

Assim, a condicional "$p \rightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se João é goiano, então João é brasileiro.

Note que, João ser goiano é condição suficiente para que seja brasileiro. Sob outra perspectiva, João ser brasileiro é condição necessária para que seja goiano.

3.14 Bicondicional (Dupla Implicação)

Denominamos **bicondicional** a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "$se, esomentese$". Ou seja, a bicondicional de duas proposições peq é a proposição composta "$p \leftrightarrow q$".

Notação:

“$p \leftrightarrow q$” é lido como “$pse, esomenteseq$”.

É usual que alguns autores não utilize a vírgula ao escrever a expressão “$se, esomentese$”. Assim, é correto também anotar “$pseesomenteseq$”. Consequentemente, “$p \leftrightarrow q$” é lido como “$pseesomenteseq$”**.**

A proposição bicondicional “$p \leftrightarrow q$” é equivalente a proposição “$(Sep, entãoq)e(seqentãop)$” que, simbolicamente é representada por “$(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$”**.**

Exemplo 3.17 Pensando em grau de parentesco, podemos escrever as seguintes sentenças:

(a) Se Neide é tia de Igor, então Neide é irmã de um dos pais de Igor.

(b) Se Neide é irmã de um dos pais de Igor, então Neide é tia de Igor.

Para escrever as sentenças citadas em (a) e (b), simultaneamente, em uma única sentença, é usual que se escreva da seguinte maneira:

“Neide é tia de Igor se, e somente se Neide é irmã de um dos pais de Igor.”

Vamos representar o exemplo 3.17, em simbologia.

Sejam as proposições:

p: Neide é tia de Igor

q: Neide é irmã de um dos pais de Igor

Assim, a bicondicional “$p \leftrightarrow q$” é escrita da seguinte forma:

$p \leftrightarrow q$: Neide é tia de Igor se, e somente se Neide é irmã de um dos pais de Igor.

Em qual ou quais situações a proposição “Neide é tia de Igor se, e somente se Neide é irmã de um dos pais de Igor” é verdadeira? Em qual ou quais situações a proposição “Neide é tia de Igor se, e somente se Neide é irmã de um dos pais de Igor” é falsa?

A proposição “Neide é tia de Igor se, e somente se Neide é irmã de um dos pais de Igor” é verdadeira nas seguintes condições:

- No caso em que Neide for tia de Igor e irmã de um dos pais de Igor
- No caso em que Neide não for tia de Igor e não for irmã de um dos pais de Igor.

A proposição “Neide é tia de Igor se, e somente se Neide é irmã de um dos pais de Igor” é falsa nas seguintes condições:

- No caso em que Neide for tia de Igor e não for irmã de um dos pais de Igor
- No caso em que Neide não for tia de Igor e for irmã de um dos pais de Igor.

Portanto, a bicondicional “$p \leftrightarrow q$” é verdadeira **somente** quando as proposições p e q tiverem valorações lógicas iguais, caso contrário a bicondicional “$p \leftrightarrow q$” é falsa.

Observação 3.10

$$\boxed{p \leftrightarrow q = \begin{cases} V, se\ os\ valores\ de\ p\ e\ q\ são\ iguais \\ F, se\ os\ valores\ de\ p\ e\ q\ são\ diferentes \end{cases}}$$

3.14.1 $Tabela - Verdade$ com Valorações Lógicas da Bicondicional

A $Tabela 8$ a seguir, possui os possíveis valores lógicos da bicondicional de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da bicondicional “$p \leftrightarrow q$”, são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

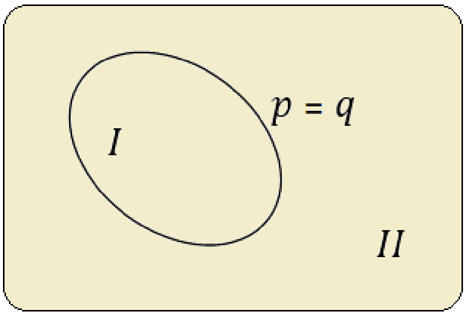
Tabela 8. $Tabela - Verdade$ **da Bicondicional (Dupla Implicação)**

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Fonte: O autor

3.14.2 Diagrama Lógico da Bicondicional "$p \leftrightarrow q$"

A região colorida no diagrama de $Venn$ a seguir, representa onde a bicondicional "$p \leftrightarrow q$" é verdadeira.



Olhando no diagrama da bicondicional, verifica-se que:

- Ocorrendo p, consequentemente ocorre q. (Região I)
- Ocorrendo q, consequentemente ocorre p. (Região I)
- Não ocorrendo p, consequentemente não ocorre q. (Região II)
- Não ocorrendo q, consequentemente não ocorre p. (Região II)

Exercício Resolvido 3.11 Calcule o valor lógico da proposição "Algumas plantas verdes são comestíveis se, e somente se abacate é uma fruta".

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, "Algumas plantas verdes são comestíveis se, e somente se abacate é uma fruta".

Sejam as proposições:

p: Algumas plantas verdes são comestíveis

q: Abacate é uma fruta

Assim, a bicondicional “$p \leftrightarrow q$” é escrita da seguinte forma:

$p \leftrightarrow q$**:** Algumas plantas verdes são comestíveis se, e somente se abacate é uma fruta.

Como $v(p) = V$ e $v(q) = V$, tem-se que $v(p \leftrightarrow q) = V$. (Primeira linha da $Tabela 8$).

Exercício Resolvido 3.12 Calcule o valor lógico da proposição “Serpente Cascavel tem veneno se, e somente se Zebra é animal que possui duas patas”.

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição, “Serpente Cascavel tem veneno se, e somente se Zebra é animal que possui duas patas”.

Sejam as proposições:

p: Serpente Cascavel tem veneno.

q: Zebra é animal que possui duas patas.

Assim, a bicondicional “$p \leftrightarrow q$” é escrita da seguinte forma:

$p \leftrightarrow q$**:** Serpente Cascavel tem veneno se, e somente se Zebra é animal que possui duas patas.

Como $v(p) = V$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \leftrightarrow q) = F$. (Segunda linha da $Tabela 8$).

3.15 Negação de uma Proposição

O “$não$” é chamado de modificador lógico porque ao ser inserido em uma proposição muda seu valor lógico, ou seja, faz a negação da proposição.

Para representar a negação de uma proposição, usaremos o sinal que é chamado de til. Na lógica Matemática o símbolo tem como significado, "$não$".

Sendo p uma proposição, representaremos sua negação como p.

3.15.1 $Tabela - Verdade$ do Modificador Lógico " ".

Na $Tabela 9$ a seguir, pode ser observado os resultados da proposição " p" para cada um dos valores lógicos que a proposição p possivelmente assume.

Tabela 9. $Tabela - Verdade$ **do Modificador Lógico " "**

p	$\sim p$
V	F
F	V

Fonte: O autor

Uma proposição p e sua negação p tem sempre valores lógicos contrários. Por exemplo, a proposição "p: abacaxi é uma fruta" é valorada como verdadeira, enquanto a proposição " p: abacaxi não é uma fruta" é valorada como falsa.

3.15.2 Expressões Equivalentes de p.

As seguintes expressões podem ser empregadas como equivalentes de p.

- Não é verdade que p.
- É falso que p.

3.15.3 Modos de Negação de uma Proposição Simples

Há três maneiras mais comuns de negar uma proposição simples:

(a) Antepondo-se a expressão "$não$" ao seu verbo;

(b) Retirando-se a negação antes do verbo;

(c) Substituindo-se um termo da proposição por um de seus antônimos.

Exemplo 3.18 Seja a proposição "p: Beto gosta de futebol". Negar a proposição p, equivale a dizer "p: Beto não gosta de futebol".

Exemplo 3.19 Seja a proposição "q: Ítalo não é irmão de Maria". Negar a proposição q, equivale a dizer " q: Ítalo é irmão de Maria".

Exemplo 3.20 Seja a proposição "r: n é um número ímpar". Negar a proposição r, equivale a dizer "r: n é um número par", pois par e ímpar são antônimos.

Exercício Resolvido 3.13 (ESAF) São dadas as seguintes afirmações:

I. Ana é artista ou Carlos é compositor.
II. Se Mauro gosta de música, então Flávia não é fotógrafa.
III. Se Flávia não é fotógrafa, então Carlos não é compositor.
IV. Ana não é artista e Daniela não fuma.

Pode-se, então, concluir corretamente que:
a) Ana não é artista e Carlos não é compositor.
b) Carlos é compositor e Flávia é fotógrafa.
c) Mauro gosta de música e Daniela não fuma.
d) Ana não é artista e Mauro gosta de música.
e) Mauro não gosta de música e Flávia não é fotógrafa.

Resolução:

O texto não diz se as afirmações dadas são verdadeiras ou falsas. Nesse caso, está subtendido que o que foi dado no enunciado são afirmações verdadeiras.

Observe, primeiramente que:

Em I, temos uma disjunção inclusiva. Nesse caso existem três possibilidades que torna a afirmação verdadeira.

Em II, temos uma condicional. Nesse caso existem três possibilidades que torna a afirmação verdadeira.

Em III, temos uma condicional. Nesse caso existem três possibilidades que torna a afirmação verdadeira.

Em IV, temos uma conjunção. Nesse caso existe somente uma possibilidade que torna a afirmação verdadeira.

Devemos obter um bom começo de partida para dar início ao cálculo proposicional. Neste caso, é a sentença IV, pois uma conjunção só é verdadeira quando todas as suas componentes forem verdadeiras.

Assim:

De IV, temos que:

“$\underbrace{Ananãoéartista}_{V}\,\underbrace{e}_{\wedge}\,\underbrace{Danielanãofuma}_{V}$” V, pode-se concluir que é verdade que “Ana não é artista” e é verdade que “Daniela não fuma”. Em relação a Ana, é o mesmo que dizer que é falso que “Ana é artista”. Em relação a Daniela, é o mesmo que dizer que é falso que “Daniela fuma”.

De I, temos que:

“$\underbrace{Anaéartista}_{F}\,\underbrace{ou}_{\vee}\,\underbrace{Carloséc ompositor}_{?}$” V, já que é falso que “Ana é artista”, a disjunção inclusiva “Ana é artista ou Carlos é compositor” só é verdadeira caso a proposição “Carlos é compositor” seja verdadeira. Logo, conclui-se que é verdade que “Carlos é compositor”. Em relação a Carlos, é o mesmo que dizer que é falso que “Carlos não é compositor”. Consequentemente,

{Ana é artista} underbrace {F} {ou} underbrace {V} {Carlos é compositor} underbrace {V
” V.

De III, temos que:

“$Se\,\underbrace{Fláviaãoéfotógrafa}_{?},\,\underbrace{então}_{\rightarrow}\,\underbrace{Carlosnãoécompositor}_{F}$” V, já que é falso que “Carlos não é compositor”, a condicional “Se Flávia não é fotógrafa, então Carlos não é compositor” é verdadeira somente quando for falso que “Flávia não é fotógrafa”.

Em relação a Flávia, é o mesmo que dizer que é verdade que “Flávia é fotógrafa”. Consequentemente,

“$Se\ \underbrace{Flávianãoéfotógrafa}_{F}, \underbrace{então}_{\rightarrow} \underbrace{Carlosnãoécompositor}_{F}$” V.

De II, temos que:

“$Se\ \underbrace{Maurogostademúsica}_{?}, \underbrace{então}_{\rightarrow} \underbrace{Flávianãoéfotógrafa}_{F}$” V, como é falso que “Flávia não é fotógrafa”, a Condicional “Se Mauro gosta de música, então Flávia não é fotógrafa” é verdadeira somente quando for falso que “Mauro gosta de música”. Em relação a Mauro, é o mesmo que dizer que é verdade que “Mauro não gosta de música”. Consequentemente,

“$Se\ \underbrace{Maurogostademúsica}_{F}, \underbrace{então}_{\rightarrow} \underbrace{Flávianãoéfotógrafa}_{F}$” V.

De acordo com as conclusões obtidas acima, vamos substituir as valorações de cada proposição nas alternativas, para fazer a verificação de qual afirmação está correta.

a) “$\underbrace{Ananãoéartista}_{V}\ e\ \underbrace{Carlosnãoécompositor}_{F}$” F.

b) “$\underbrace{Carloséc ompositor}_{V}\ e\ \underbrace{Fláviaéfotógrafa}_{V}$” V.

c) “$\underbrace{Maurogostademúsica}_{F}\ e\ \underbrace{Danielanãofuma}_{V}$” F.

d) “$\underbrace{Ananãoéartista}_{V}\ e\ \underbrace{Maurogostademúsica}_{F}$” F.

e) “$\underbrace{Mauronãogostademúsica}_{V}\ e\ \underbrace{Flávianãoéfotógrafa}_{F}$” F.

A alternativa que possui a afirmação correta é a b).

3.16 A Importância dos Parênteses na Linguagem da Lógica Formal e como utilizá-los

É notável a necessidade de usar parênteses na simbolização das proposições, que devem ser colocados a evitar qualquer tipo de ambiguidade.

A “ordem de prioridade” para os conectivos lógicos é:

i. Bicondicional;
ii. Condicional;
iii. Disjunção inclusiva;
iv. Conjunção.

Portanto, o conectivo mais **forte** é o bicondicional e o mais **fraco** é a conjunção.

O uso desse recurso faz-se presente na simbolização das proposições, pois evita qualquer tipo de ambiguidade. Observe os exemplos a seguir.

I. $p \rightarrow (r \wedge s).$
II. $(p \rightarrow r) \wedge s.$
III. $r \rightarrow \big((p \wedge s) \rightarrow q\big).$
IV. $(r \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow q).$

A proposição I é uma condicional, pois o conectivo principal é o →.

A proposição II é uma conjunção, pois o conectivo principal é o ∧.

Então, I e II **não** têm o mesmo significado, apesar de possuírem as mesmas proposições e os mesmos conectivos na mesma ordem. O mesmo acontece com os exemplos III e IV.

Há casos em que os parênteses podem ser retirados para que simplifiquem as proposições colocadas, caso não apareça alguma ambiguidade.

Porém, para que se possam retirar os parênteses, é preciso seguir algumas convenções, cuja mais importante é “a ordem de precedência” para os conectivos.

∧ depois de ∨ depois de → depois de ↔, esta ordem é crescente.

Sendo assim, o elemento mais “fraco” é ∧ e o mais “forte’ é o ↔.

Observe a proposição:

$$r \wedge p \leftrightarrow s \rightarrow q.$$

Portanto, essa proposição é bicondicional e jamais uma condicional ou uma conjunção. Mas, para que se converta numa condicional, os parênteses são obrigatórios.

$$(r \wedge p \leftrightarrow s) \rightarrow q.$$

Por analogia podemos ter uma conjunção.

$$r \wedge (p \leftrightarrow s \rightarrow q).$$

Exemplo 3.21 sejam p, q e r as proposições a seguir.

p: Hoje é domingo.

q: José fabrica queijo.

r: Ana toca violão.

I. Representando a sentença “**se hoje é domingo, então José fabrica queijo e Ana toca violão**”, em linguagem simbólica, temos: $p \rightarrow (q \wedge r)$.

II. Representando a sentença “**hoje é domingo ou, se José não fabrica queijo, então Ana não toca violão**”, em linguagem simbólica, temos: $p \vee (q \rightarrow \ r)$.

III. Representando a sentença “**hoje é domingo se, e somente se, José fabrica queijo ou Ana toca violão**”, em linguagem simbólica, temos: $p \leftrightarrow (q \vee r)$.

Observe que, no Item I não foi especificado qual era a proposição composta. Por ordem de prioridade, o conectivo principal é o “**se, então**”, por isso os parênteses isolam a conjunção existente.

O mesmo ocorre em III, em que não foi especificada qual era a proposição composta. Por ordem de prioridade, o conectivo principal é o “**se, e somente se**”, por isso os parênteses isolam a disjunção existente.

Nesse caso, o uso dos parênteses pode ser descartado. A proposição condicional “**se hoje não é domingo e José fabrica queijo, então Ana toca violão**”, por exemplo, pode ser corretamente representada por: $p \wedge q \rightarrow r$.

Exercício Resolvido 3.14 Dadas as proposições:

p: Gosto de lógica.

q: Tenho esperança.

r: Sou vitorioso.

Traduzir para a linguagem corrente as proposições seguintes:

a) p

b) $p \wedge r$

c) $p \vee q$

d) $p \rightarrow r$

e) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

f) $q \wedge r$

g) $(q \wedge r)$

h) $p \rightarrow (q \vee r)$

i) $(p \wedge q) \rightarrow r$

j) $(p \wedge q) \rightarrow r$

k) $p \vee (q \rightarrow r)$

Resolução:

a) Não gosto de lógica.

b) Gosto de lógica e sou vitorioso.

c) Gosto de lógica ou não tenho esperança.

d) Se gosto de lógica, então sou vitorioso.

e) Gosto de lógica e tenho esperança se, e somente se, sou vitorioso.

f) Não tenho esperança e não sou vitorioso.

g) É falso que, tenho esperança e não sou vitorioso.

h) Se gosto de lógica, então tenho esperança ou não sou vitorioso.

i) Se gosto de lógica e tenho esperança, então sou vitorioso.

j) Se não é verdade que, gosto de lógica e não tenho esperança, então sou vitorioso.

k) Gosto de lógica ou, se não tenho esperança, então não sou vitorioso.

Exercício Resolvido 3.15 Sabendo que as proposições p e q são verdadeiras e que as proposições r e s são falsas, determinar o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) (   ) $r \rightarrow p \wedge q$

b) (   ) $(q \vee r) \wedge (p \vee s)$

c) (   ) $(r \rightarrow s) \wedge (p \wedge q)$

Resolução:

a) $$\underbrace{r}_{V} \rightarrow \underbrace{\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{q}_{V}}_{V}$$

Como o valor lógico de $(V \rightarrow V) = V$, a proposição "$r \rightarrow p \wedge q$", é valorada como verdadeira. (Primeira linha da $Tabela 7$).

b) $$\underbrace{\left(\underbrace{q}_{V} \vee \underbrace{r}_{F}\right)}_{V} \wedge \underbrace{\left(\underbrace{p}_{V} \vee \underbrace{s}_{F}\right)}_{V}$$

Como o valor lógico de $(V \wedge V) = V$, a proposição "$(q \vee r) \wedge (p \vee s)$", é valorada como verdadeira. (Primeira linha da $Tabela 4$).

c) $$\underbrace{\left(\underbrace{r}_{F} \rightarrow \underbrace{s}_{F}\right)}_{V} \wedge \underbrace{\left(\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{q}_{V}\right)}_{V}$$

Como o valor lógico de $(V \wedge V) = V$, a proposição "$(r \rightarrow s) \wedge (p \wedge q)$" é valorada como verdadeira. (Primeira linha da $Tabela 4$).

3.17 As Três Leis do Pensamento (ou Princípios Fundamentais da Lógica Proposicional)

(1) Princípio da Identidade Lógica

Se qualquer enunciado é verdadeiro, então ele é verdadeiro. Analogamente, se qualquer enunciado é falso, então ele é falso. Ou seja, toda proposição é idêntica a si mesma.

Sendo p uma proposição qualquer, em simbologia, o Princípio da Identidade Lógica é representado como, “$p \rightarrow p$”.

Exemplo 3.22 Dada a proposição lógica “João é católico”, pelo Princípio da Identidade Lógica, é correto dizer que “Se João é católico, então João é católico.

(2) Princípio da $não - Contradição$

Nenhum enunciado pode ser verdadeiro e falso simultaneamente.

Sendo p uma proposição qualquer, em simbologia, o Princípio da $não - Contradição$ é representado como, “ $(p \wedge p)$”.

Exemplo 3.23 Dada a proposição lógica “Algumas vidas são importantes”, pelo Princípio da $não - Contradição$, é correto dizer que “Não é verdade que, Aline é estrangeira e Aline não é estrangeira”.

(3) Princípio do Terceiro Excluído

Um enunciado, ou é verdadeiro ou é falso.

Sendo p uma proposição qualquer, em simbologia, o Princípio do Terceiro Excluído é representado como, “$p \vee p$”.

Exemplo 3.24 Dadas as proposições “Maria é casada” e “Maria não é casada”, pelo Princípio do Terceiro Excluído, é correto dizer que “Maria é casada ou Maria não é casada”.

3.18 Leis de Identidade

Sendo p uma proposição qualquer, temos:

1. $p \wedge verdade \Leftrightarrow p$;
2. $p \vee verdade \Leftrightarrow verdade$;
3. $p \wedge falso \Leftrightarrow falso$;
4. $p \vee falso \Leftrightarrow p$.

3.19 Leis Complementares

Sendo p uma proposição qualquer, temos:

1. $(\ p) = p$;
2. $p \wedge (\ p) = falso$;
3. $p \vee (\ p) = verdadeiro$;
4. $(verdadeiro) = falso$;
5. $(falso) = verdadeiro$.

Observação 3.11 Na Lógica Proposicional o símbolo $\Leftrightarrow$ tem como significado "**equivalente**".

3.20 Tautologias, Contradições e Contingências

Dependendo das valorações lógicas de uma proposição, ela pode ser classificada como Tautologia, Contradição ou Contingência.

3.20.1 Tautologia

Uma proposição composta é **Tautologia** se ela for **sempre verdadeira,** independente dos valores lógicos das proposições componentes que a compõem.

3.20.2 Contradição

Uma proposição composta é **Contradição** se ela for **sempre falsa**, independentemente dos valores lógicos das proposições componentes que a compõem.

Exemplo 3.25 A proposição “$\big((p \to q) \wedge p\big) \wedge (\ q)$” é uma Contradição, pois é sempre falsa, independentemente dos valores lógicos das proposições p e q.

Para verificar que a proposição “$\big((p \to q) \wedge p\big) \wedge (\ q)$” é uma Contradição, é necessário que construa sua $tabela - verdade$.

Tabela 11. Verificação da Contradição “$\big((p \to q) \wedge p\big) \wedge (\ q)$”, através de $Tabela - Verdade$

p	q	$p \to q$	$\sim q$	$(p \to q) \wedge\ p$	$[\ (p \to q) \wedge\ p\ ]\ \wedge (\sim q)$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

Fonte: O autor

Note que, os valores lógicos na última coluna da $Tabela 11$, da proposição “$\big((p \to q) \wedge p\big) \wedge (\ q)$” são sempre falsos, independentemente dos valores lógicos das proposições p e q.

Observação 3.12 A negação de uma Tautologia é sempre uma Contradição.

Observação 3.13 A negação de uma Contradição é sempre uma Tautologia.

3.20.3 Contingência

Uma proposição composta é **Contingência** se ela **assume** valores **verdadeiro** e **falso**, independentemente dos valores lógicos das proposições componentes que a compõem.

> **Contingência** significa algo incerto ou eventual, que pode suceder ou não, dependendo das circunstâncias. Refere-se a uma proposição cuja verdade ou falsidade somente pode ser conhecida pela experiência e pela evidência, e não pela razão. São proposições que não são necessariamente verdadeiras nem necessariamente falsas. [Artigo: José Sérgio Marcondes].

Exercício Resolvido 3.16 Construa as $tabelas - Veradade$ para as proposições compostas em cada item e verifique se são Tautologias.

a) $(p \wedge q) \rightarrow p$
b) $p \rightarrow (p \vee q)$

Resolução:

a) Vamos construir a $tabela - verdade$ da proposição "$(p \wedge q) \rightarrow p$"

Tabela 12. $Tabela - VerdadedaProposição$ **"**$(p \wedge q) \rightarrow p$**"**

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Fonte: O autor

Veja que na última coluna da $Tabela 12$, só existem valores lógicos iguais a V, logo pelo Item 3.20.1, a proposição "$(p \wedge q) \rightarrow p$" é uma Tautologia.

b) Vamos construir a $tabela - verdade$ da proposição "$p \rightarrow (p \vee q)$"

Tabela 13. $Tabela - Verdade$ **da Proposição "**$p \rightarrow (p \vee q)$**"**

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Fonte: O autor

Veja que na última coluna da $Tabela 13$, só existem valores lógicos iguais a V, logo pelo Item $3.20.1$, a proposição "$p \rightarrow (p \vee q)$" é uma Tautologia.

Para dar continuidade com o que é apresentado nos Itens subsequentes, recomendo que primeiramente resolva os exercícios propostos que se encontram no ANEXO A pois, resolver esses exercícios proporcionará melhor compreensão em como aplicar os conceitos teóricos de Lógica Proposicional os quais são indispensáveis para entender o que é mostrado a partir do Item 3.21.

3.21 Proposições Logicamente Equivalentes

Proposições logicamente equivalentes são proposições cujas $tabelas - verdade$ são idênticas.

Nota: Para dizer que duas proposições p e q são equivalentes, escrevemos "$p \Leftrightarrow q$".

Uma consequência prática da equivalência lógica é que, ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la. Isto é, uma reescreva a outra, com o mesmo sentido lógico.

Observação 3.14 Não devemos confundir o símbolo da equivalência de proposições “⇔”, com o símbolo da bicondicional “↔”.

3.22 Propriedades da Equivalência

Sejam p, q e r proposições quaisquer. Valem as seguintes propriedades das equivalências lógicas:

a) Reflexiva

$$p \Leftrightarrow p;$$

b) Simétrica

Se $p \Leftrightarrow q$, então $q \Leftrightarrow p$;

c) Transitiva

Se $p \Leftrightarrow q$ e $q \Leftrightarrow r$ então $p \Leftrightarrow r$.

3.23 Principais Regras de Equivalências

Construir $tabelas - verdade$ para verificar a relação de equivalências entre proposições, pode ser trabalhoso, já que em alguns casos a $tabela - verdade$ pode ter grande quantidade de linhas ou de colunas.

Em muitos dos exercícios que aparecem em provas de concursos públicos, a aplicação direta da regra de equivalência torna mais acessível ao resultado.

Conforme o Item 3.21 de equivalência lógica, ao construir as $tabelas - verdade$ de cada proposição, podemos verificar as seguintes equivalências:

3.23.1 Regra da Dupla Negação

Seja p, uma proposição qualquer. Assim, temos a regra de equivalência da dupla negação:

$$(\ p) \Leftrightarrow p.$$

Exemplo 3.26 Seja p a proposição, “Maria é carioca”. Consequentemente,

p: Maria não é carioca.
(p): Não é verdade que Maria não é carioca.

Dizer que “Não é verdade que Maria não é carioca” é equivalente a dizer que “Maria é carioca”.

Na $Tabela 14$ apresentada a seguir, pode-se observar os valores lógicos da proposição “(p)” para cada um dos valores lógicos possíveis da proposição p.

Tabela 14. $Tabela - Verdade$ **da Dupla Negação “**(p)**”**

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Fonte: O autor

Note que a primeira e última coluna da $Tabela 14$, que representam os valores lógicos, respectivamente, das proposições “p” e “(p)”, são ordenadamente idênticas.

Portanto, pelo Item 3.21, as proposições “p” e “(p)” são equivalentes.

3.23.2 Equivalências da Condicional

Sejam p e q proposições quaisquer.

i. $p \rightarrow q \Leftrightarrow (q) \rightarrow (p)$.

Essa regra é chamada de $(Contra - positiva)$.

ii. $p \rightarrow q \Leftrightarrow (p) \vee q$.

Para verificação das equivalências da condicional citadas no Item $3.23.2$, construímos a seguir $tabelas - verdade$ das proposições “$p \rightarrow q$”, “$(\ q) \rightarrow (\ p)$” e “$(\ p) \vee q$”.

Nos Itens $3.23.2.1$ e $3.23.2.2$ a seguir, constam as justificativas das equivalências enunciadas em $3.23.2$.

3.23.2.1 $Tabela - Verdade$ **da Equivalência “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$”** $(Contra - Positiva)$.

Veja na $Tabela 15$ as equivalências “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$” $(Contra - positiva)$, de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da proposição “$p \rightarrow q$” e da proposição “$(\ q) \rightarrow (\ p)$”, são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

Tabela 15. Equivalências da Condicional “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$” $(Contra - Positiva)$**”**

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$(\sim q) \rightarrow (\sim p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V

Fonte: O autor

Veja que as duas últimas colunas da $Tabela 15$ possuem valores lógicos, ordenadamente idênticos.

Portanto, pelo Item 3.21, as equivalências “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$”, estão justificadas pela $Tabela 15$.

3.23.2.2 $Tabela - Verdade$ **da Equivalência “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ p) \vee q$”.**

Na $Tabela 16$ as equivalências “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ p) \vee q$”, de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da proposição “$p \rightarrow q$” e da proposição “$(\ p) \lor q$”, são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

Tabela 16. Equivalências da Condicional “$p \to q \Leftrightarrow (\ p) \lor q$”

p	q	$\sim p$	$p \to q$	$(\sim p) \lor q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Fonte: O autor

Veja que as duas últimas colunas da $Tabela 16$ possuem valores lógicos, ordenadamente, idênticos.

Portanto, pelo Item 3.21, as equivalências “$p \to q \Leftrightarrow\ p \lor q$”, estão justificadas pela $Tabela 16$.

Exemplo 3.27 Dada a condicional “Se passei de ano, então fui aprovado em Matemática”, escreva sua forma equivalente utilizando a regra de equivalência da condicional citada no Item $3.23.2(i)$.

Resolução:

Inicialmente, vamos simbolizar a proposição dada no enunciado.

Sejam as proposições:

p: passei de ano

q: fui aprovado em Matemática

Consequentemente, a condicional dada no enunciado “$p \to q$” é escrita da seguinte forma:

$p \to q$**:** Se passei de ano, então fui aprovado em Matemática.

Assim, utilizando da regra citada no Item $3.23.2(i)$ que diz, "$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$", tem-se que a condicional "Se não fui aprovado em Matemática, então não passei de ano", é equivalente a condicional "Se passei de ano, então fui aprovado em Matemática".

Exemplo 3.28 Dada a condicional "Se Jair é goiano, então Jair é brasileiro", escreva sua forma equivalente utilizando a regra de equivalência da condicional citada no Item $3.23.2(ii)$.

Resolução:

Inicialmente, vamos simbolizar a proposição dada no enunciado.

Sejam as proposições:
p: Jair é goiano
q: Jair é brasileiro

Consequentemente, a Condicional dada no enunciado "$p \rightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se Jair é goiano, então Jair é brasileiro.

Assim, utilizando da regra citada no Item $3.23.2(ii)$ que diz, "$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ p) \vee q$", tem-se que a disjunção inclusiva "Jair não é goiano **ou** Jair é brasileiro", é equivalente a condicional "Se Jair é goiano, então Jair é brasileiro".

Exemplo 3.29 Verifique se as proposições A e B mencionadas a seguir são equivalentes.

A: Se tenho esperança, então sou vitorioso.
B: Se não sou vitorioso, então não tenho esperança.

Resolução:

Primeiramente, vamos simbolizar as proposições A e B, em seguida construir a $tabela - verdade$ que simboliza cada uma delas.

Sejam as proposições:

p: tenho esperança

q: sou vitorioso.

Assim:

$A = p \rightarrow q,$

$B = (\ q) \rightarrow (\ p).$

Tabela 17. Verificação das Equivalências Lógicas "$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$**"**

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$(\sim q) \rightarrow (\sim p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V

Veja que as duas últimas colunas da $Tabela 17$, que representam os valores lógicos, respectivamente, das proposições A e B, são ordenadamente idênticas. Portanto, pelo Item 3.21, as proposições $A = p \rightarrow q$ e $B = (\ q) \rightarrow (\ p)$ são equivalentes.

Exercício Resolvido 3.17 (FCC) Uma afirmação equivalente à afirmação "**Se bebo, então não dirijo**" é

a) Se não bebo, então não dirijo.

b) Se não dirijo, então não bebo.

c) Se não dirijo, então bebo.

d) Se não bebo, então dirijo.

e) Se dirijo, então não bebo.

Resolução:

Vamos representar a condicional "**Se bebo, então não dirijo**", em simbologia.

Sejam as proposições:

p: bebo

q: não dirijo

Assim, a Condicional "$p \rightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$: Se bebo, então não dirijo.

Utilizando da regra de equivalência "$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$" $(Contra - positiva)$, enunciada no Item $3.23.2(i)$, tem-se que:

$(\ q) \rightarrow (\ p)$: Se dirijo, então não bebo.

Portanto, "Se bebo, então não dirijo" é equivalente a "Se dirijo, então não bebo". A alternativa correta é a e).

Exercício Resolvido 3.18 (ESAF) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:

a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro;

b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro;

c) Se André não é pedreiro, então Paulo é pedreiro;

d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista;

e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

Resolução:

Vamos representar a disjunção inclusiva "André é artista ou Bernardo não é engenheiro", em simbologia.

Sejam as proposições:

p: André é artista

q: Bernardo não é engenheiro

Assim, a disjunção inclusiva "$p \vee q$" é escrita da seguinte forma:

$p \vee q$: André é artista ou Bernardo não é engenheiro.

Utilizando da regra de equivalência, citada no Item $3.23.2(ii)$, tem-se que:

$p \rightarrow q$: Se André não é artista, então Bernardo não é engenheiro.

Portanto, dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é equivalente a dizer que "Se André não é artista, então Bernardo não é engenheiro".

Por outro lado, utilizando da regra de equivalência, enunciada no Item $3.23.2(i)$, tem-se que:

$q \rightarrow p$: Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.

Pela lei da transitividade citada no Item $3.22c$, tem-se que:

$$p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q \Leftrightarrow q \rightarrow p.$$

Consequentemente, dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é equivalentemente a dizer que "Se Bernardo é engenheiro, então André é artista".

A alternativa correta é a d)

3.23.3 Equivalência da Bicondicional

A bicondicional é uma dupla implicação lógica.

Sejam p e q proposições quaisquer. As equivalências da bicondicional são:

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p).$$

3.23.3.1 $Tabela - Verdade$ das Equivalências "$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$".

Veja na $Tabela18$ as equivalências "$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$", de duas variáveis proposicionais p e q, onde o valor lógico, em cada linha da proposição "$p \leftrightarrow q$" e da proposição "$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$", são obtidos através do cálculo do valor lógico das proposições p e q, presente em cada linha.

Tabela 18. Equivalências da Bicondicional "$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$"

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Fonte: O autor

Veja que as duas últimas colunas da $Tabela18$ possuem valores lógicos, ordenadamente idênticos.

Portanto, pelo Item 3.21 as equivalências "$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$", estão justificadas pela $Tabela18$.

Exemplo 3.30 As proposições "A: O rato come o queijo se e somente se o gato dorme" e "B: Se o rato come o queijo, então o gato dorme e, se o gato dorme, então o rato come o queijo", são equivalentes.

Verificar que as proposições A e B são logicamente equivalentes sem o auxílio da regra de equivalência que é a construção da $tabela - verdade$ das proposições A e B, torna, na maioria das vezes, contestável poder concluir que as proposições A e B são equivalentes.

Para dar continuidade com o que é apresentado a partir do Item 3.24, recomendo que primeiramente resolva os exercícios propostos que se encontram no ANEXO B pois, resolver esses exercícios proporcionará melhor compreensão em como aplicar os conceitos teóricos de Equivalências estudados nos Itens 3.21,3.22 e 3.23.

3.24 Negação de Proposições Compostas

Como vimos anteriormente no Item 3.15, a negação de uma proposição deve ter sempre valores lógicos opostos ao da proposição dada.

De modo geral, para que uma proposição composta seja a negação de outra proposição composta, é suficiente que elas possuam $tabelas - verdade$ com valores lógicos, ordenadamente contrários.

3.24.1 Leis de Augustus de Morgan

As regras para construção da negação da conjunção e da negação da disjunção inclusiva, são chamadas de **Leis de Augustus de Morgan**.

Sejam p e q, proposições quaisquer.
As equivalências,

(1) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\ p) \vee (\ q)$
(2) $(p \vee q) \Leftrightarrow (\ p) \wedge (\ q)$

são as chamadas **Leis de Augustus de Morgan**. As Leis de Augustus de Morgan podem ser interpretadas das seguintes maneiras:

– A negação de uma conjunção é equivalente a uma disjunção inclusiva das negações.
– A negação de uma disjunção inclusiva equivale a uma conjunção das negações.

O Exemplo 3.31 a seguir, tem como objetivo desenvolver o "raciocínio lógico" para melhor compreensão sobre as equivalências "$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\ p) \vee (\ q)$"**.**

Exemplo 3.31 Paulo disse a seguinte frase a Bianca: Bebo cerveja **e** gosto de dançar.

Em qual ou quais situações Paulo está dizendo a verdade para Bianca? Em qual ou quais situações Paulo está mentindo para Bianca?

Resolução:

Vamos simbolizar a sentença dita por Paulo.

Sejam as proposições:

p: Bebo cerveja

q: Gosto de dançar

Assim, a conjunção “$p \wedge q$” dita por Paulo é escrita da seguinte forma:

$p \wedge q$**:** Bebo cerveja e gosto de dançar

Paulo está dizendo a verdade somente quando $v(p) = V$ **e** $v(q) = V$, nos demais casos, Paulo está mentindo, ou seja, quando $v(p) = F$ **ou** $v(q) = F$. $(Tabela 4)$.

Portanto, negar a proposição “Bebo cerveja e gosto de dançar” equivale a dizer “Não bebo cerveja **ou** não gosto de dançar”. Em simbologia, temos que “ $(p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee q$”.

3.24.1.1 $Tabela - Verdade$ Justificando a Lei de Augustus e Morgan “ $(p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee q$”.

Tabela 19. Justificando a Lei de Augustus de Morgan, “ $(p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee q$”

p	q	$p \wedge q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim(p \wedge q)$	$(\sim p) \vee (\sim q)$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V

Fonte: O autor

As duas últimas colunas da $Tabela19$ possuem valores lógicos, ordenadamente idênticos. Portanto, pelo Item 3.21, as equivalências “ $(p \land q) \Leftrightarrow\ p \lor\ q$”, estão justificadas pela $Tabela19$.

Ou ainda,

A terceira coluna e a última coluna da $Tabela19$ possuem valores lógicos, ordenadamente contrários. Portanto, pelo Item 3.24, as equivalências “ $(p \land q) \Leftrightarrow\ p \lor\ q$”, estão justificadas pela $Tabela19$.

Analogamente, é feita a demonstração da outra Lei de Augustus de Morgan, que diz, “ $(p \lor q) \Leftrightarrow (\ p) \land (\ q)$”.

Exercício Resolvido 3.19. Dê a negação das proposições a seguir:

a) Zebra é listrada e macaco é inteligente.
b) Mesa é objeto ou a Lua é um satélite do planeta Terra.
c) Baleia é animal marinho e Leão não é imortal

Resolução:

De acordo com as Leis de Augustus de Morgan, citadas no Item $3.24.1$, temos:

a) Conforme o Item $3.24.1(01)$**,** negar que “Zebra é listrada e macaco é inteligente” equivale a dizer que “Zebra não é listrada ou macaco não é inteligente”.

b) Conforme o Item $3.24.1(02)$**,** negar que “Mesa é objeto ou a Lua é um satélite do planeta Terra” é equivalente a dizer que “Mesa não é objeto e a Lua não é um satélite do planeta Terra”

c) Conforme o Item $3.24.1(01)$, negar que “Baleia é animal marinho e Leão não é imortal” equivale a dizer que “Baleia não é animal marinho ou Leão é imortal”.

Exercício Resolvido 3.20 (Cesgranrio) A negação da proposição "x é positivo e y é ímpar" é

a) x é negativo e y é par.

b) x é negativo ou y é par.

c) x é negativo ou y não é ímpar.

d) x não é positivo e y é par.

e) x não é positivo ou y é par.

Resolução:

Sejam as proposições:

p: x é positivo

q: y é ímpar

Assim, a conjunção "$p \wedge q$" é escrita da seguinte forma:

$p \wedge q$**:** x é positivo e y é ímpar.

De acordo com a Lei de Augustus de Morgan, que diz "$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\ p) \vee (\ q)$", Item $3.24.1(01)$, negar que "x é positivo e y é ímpar", é equivalente dizer que "x não é positivo ou y é par". Portanto, a alternativa e é a correta.

Observação 3.15. Negar que "x é positivo", não significa necessariamente dizer que "x é negativo", pois é possível que x seja neutro. Observe que, positivo e negativo não são antônimos.

Exercício Resolvido 3.21 (Cesgranrio) Considere as seguintes proposições:

p: Breno é eletricista;

q: Nestor passou no concurso;

r: Ana se casou.

A melhor tradução para a linguagem corrente da proposição "$p \rightarrow (q \vee r)$" é:

a) Se Breno não é eletricista, então Nestor não passou no concurso e Ana se casou.

b) Se Breno não é eletricista, então Nestor não passou no concurso ou Ana se casou.
c) Não é verdade que se Breno não é eletricista, então Nestor não passou no concurso e Ana se casou.
d) Se Breno não é eletricista, então nem Nestor passou no concurso nem Ana se casou.
e) Se não é verdade que Breno é eletricista, então não é verdade que Nestor passou no concurso e não é verdade que Ana se casou.

Resolução:

Segundo a Lei de Augustus de Morgan, Item $3.24.1(01)$, "$(q \vee r) \Leftrightarrow (q \wedge r)$". Consequentemente, temos as equivalências "$p \rightarrow (q \vee r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$". Assim, a tradução para linguagem corrente da proposição "$p \rightarrow (q \wedge r)$" é, "Se Breno não é eletricista, então Nestor não passou no concurso e Ana se casou".

Portanto, a alternativa a) é a correta.

3.24.2. Negação da Condicional

Sejam p e q proposições quaisquer.

- **I.** $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q)$, pois "$p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$" (equivalência da condicional; Item $3.23.2, (ii)$)
- **II.** $(p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge q$ (Lei de Augustus de Morgan; Item $3.24.1, (02)$)

De I e II, e pela regra de transitividade, Item $3.22, c$, conclui-se que "$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge q$".

3.24.2.1 $Tabela - Verdade$, justificando a Negação da Condicional

A $Tabela 20$, justifica as equivalências **"** $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge q$**"**

Tabela 20. Justificando a Negação da Condicional, " $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge q$**".**

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$p \wedge (\sim q)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Fonte: O autor

As duas últimas colunas da $Tabela 20$ possuem valores lógicos, ordenadamente idênticos. Portanto, pelo Item 3.21, as equivalências "$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \ q$", estão justificadas através da $Tabela 20$.

Ou ainda,

A quinta coluna e a última coluna da $Tabela 20$ possuem valores lógicos, ordenadamente contrários. Portanto, pelo Item 3.24, as equivalências "$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \ q$", estão justificadas através da $Tabela 20$.

Exemplo 3.32 Dê a negação da afirmação condicional "Se penso, então existo"

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição "Se penso, então existo".

Sejam as proposições:

p: Penso

q: Existo

Assim, a condicional "$p \rightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se penso, então existo.

De acordo com a regra da negação da condicional citada no Item $3.24.2$, que diz, "$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \ q$", negar a proposição "Se penso, então existo", equivale a dizer "Penso e não existo".

3.24.3 Negação da Bicondicional

Sejam p e q proposições quaisquer.

A bicondicional é uma dupla implicação lógica, que pode ser escrita da seguinte maneira:

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)(a)$$

Na dupla implicação em (a), temos:

Aplicando a negação em ambas as proposições

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p) \Rightarrow$$

Lei de Augustus de Morgan, que diz: a negação de uma conjunção é equivalente a uma disjunção inclusiva das negações.

$$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim\big((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)\big) \Rightarrow$$

Negação da condicional

$$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(\sim(p \rightarrow q)\big) \lor \big(\sim(q \rightarrow p)\big) \Rightarrow$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \land (\sim q)\big) \lor \big(q \land (\sim p)\big)$$

Portanto,

$$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \land (\ q)\big) \lor \big(q \land (\ p)\big).$$

3.24.3.1 $Tabela - Verdade$, comprovando a Negação da Bicondicional

A $Tabela 21$, justifica as equivalências " $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \land (\ q)\big) \lor \big(q \land (\ p)\big)$".

Tabela 21. Justificando a Negação da Bicondicional " $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \land (\ q)\big) \lor \big(q \land (\ p)\big)$".

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge (\sim q)$	$q \wedge (\sim p)$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$[\, p \wedge (\sim q)] \vee [(q \wedge (\sim p))]$
V	V	F	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F	F

Fonte: O autor

As duas últimas colunas da $Tabela 21$ possuem valores lógicos, ordenadamente idênticos. Portanto, pelo Item 3.21, as equivalências "$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \wedge (\ q)\big) \vee \big(q \wedge (\ p)\big)$", estão justificadas através da $Tabela 21$.

Ou ainda,

A quinta coluna e a última coluna da $Tabela 21$ possuem valores lógicos, ordenadamente contrários. Portanto, pelo Item 3.24, as equivalências "$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \wedge (\ q)\big) \vee \big(q \wedge (\ p)\big)$", estão justificadas através da $Tabela 21$.

Exemplo 3.33 Dê a negação da bicondicional "Gosto de Lógica se e somente se gosto de Matemática"

Resolução:

Vamos simbolizar a proposição "Gosto de Lógica se e somente se gosto de Matemática".

Sejam as proposições:

p: gosto de Lógica

q: gosto de Matemática

Assim, a bicondicional "$p \leftrightarrow q$" é escrita da seguinte forma:

$p \leftrightarrow q$: Gosto de Lógica se e somente se gosto de Matemática.

Aplicando a regra da negação da bicondicional, que diz, "$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \big(p \wedge (\ q)\big) \vee \big(q \wedge (\ p)\big)$", Item $3.24.3$, negar a proposição "Gosto de Lógica se e somente se gosto de Matemática", equivale a dizer, "gosto de Lógica e não gosto de Matemática ou, gosto de Matemática e não gosto de Lógica".

3.24.4 Resumo das Negações de Proposições Compostas

A $Tabela 22$, contêm as equivalências mais comuns para negações de proposições compostas:

Tabela 22. Resumo das Negações de Proposições Compostas

$Afirmação$	$Negação\ direta$	$Negação$
$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
$p \rightarrow q$	$\sim (p \rightarrow q)$	$p \wedge \sim q$
$p \leftrightarrow q$	$\sim (p \leftrightarrow q)$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Fonte: O autor

3.25 Negação de uma Sentença

É comum em algumas sentenças, aparecerem expressões do tipo: maior do que, maior do que ou igual, menor do que, menor do que ou igual, igual e diferente.

Como negar uma sentença que aparece expressões do tipo: maior do que, maior do que ou igual, menor do que, menor do que ou igual, igual e diferente?

Exemplo 3.34 Dê a negação da sentença "A nota de Mário em Língua Portuguesa foi **maior do que** 8".

Justificativa:

Negar que “A nota de Mário em Língua Portuguesa foi **maior do que 8**”, não significa necessariamente, dizer que a nota de Mário foi **menor do que** 8, pois é possível que tenha sido **igual** a 8.

Por outro lado, negar que “A nota de Mário em Língua Portuguesa foi **maior do que 8**”, não significa necessariamente, dizer que a nota de Mário foi **igual** a 8, pois pode ser que a nota de Mário tenha sido **menor do que 8**.

Portanto, negar que “A nota de Mário em Língua Portuguesa foi **maior do que 8**”, é equivalentemente dizer que “A nota de Mário em Língua Portuguesa foi **menor do que ou igual a 8**”.

Exemplo 3.35 Qual a negação da sentença “A quantidade de peixes pescados por Bruno é **igual** à quantidade de peixes pescados por Fabiano”?

Justificativa:

Negar que “A quantidade de peixes pescados por Bruno é **igual** à quantidade de peixes pescados por Fabiano”, não significa necessariamente, que a quantidade de peixes pescados por Bruno tenha sido **menor do que** a quantidade de peixes pescados por Fabiano, pois é possível que a quantidade de peixes pescados por Bruno seja **maior do que** a quantidade de peixes pescados por Fabiano.

Portanto, negar que “A quantidade de peixes pescados por Bruno é **igual** à quantidade de peixes pescados por Fabiano”, é equivalentemente dizer que “a quantidade de peixes pescados por Bruno é **diferente** da quantidade de peixes pescados por Fabiano”.

3.25.1 Regras de como Negar uma Sentença que Contém Expressões do Tipo: Maior do que, Maior do que ou Igual, Menor do que, Menor do que ou Igual, Igual e Diferente

A seguir, temos as negações das sentenças que contém expressões do tipo: maior do que, maior do que ou igual, menor do que, menor do que ou igual, igual e diferente.

Sejam X e A sentenças quaisquer.

Temos os seguintes casos:

(1) $(X > A) \Leftrightarrow X \leq A;$

(2) $(X \geq A) \Leftrightarrow X < A;$

(3) $(X < A) \Leftrightarrow X \geq A;$

(4) $(X \leq A) \Leftrightarrow X > A;$

(5) $(X = A) \Leftrightarrow X \neq A;$

(6) $(X \neq A) \Leftrightarrow X = A.$

3.25.2 Resumo das Regras de como Negar uma Sentença que Aparece Expressões do Tipo: Maior do que, Maior do que ou Igual, Menor do que, Menor do que ou Igual, Igual e Diferente

A $Tabela 23$, mostra o resumo das regras de como negar uma sentença que aparece expressões do tipo: maior do que, maior do que ou igual, menor do que, menor do que ou igual, igual e diferente.

Tabela 23. Tabela que Mostra a Negação de Sentenças que possuem “Desigualdades” ou “Igualdade”

$Afirmação$	$Negação$
$X > A$	$X \leq A$
$X < A$	$X \geq A$
$X = A$	$X \neq A$

Fonte: O autor

Exercício Resolvido 3.22 Considere falsa a declaração: “A nota de Maria em Filosofia foi maior do que 7”. Diante disso, qual a conclusão correta em relação a nota de Maria em Filosofia?

Justificativa:

A conclusão correta é, “A nota de Maria em Filosofia foi menor do que ou igual a 7”. $(Item 3.25.1, (01))$.

Constam no ANEXO C exercícios propostos correlacionados com os conteúdos previamente mostrados nos Itens 3.24 e 3.25. Resolver esses exercícios proporcionará melhor compreensão em como aplicar os conceitos teóricos sobre Negação de Proposições Compostas e Negação de uma Sentença.

3.26 Aplicações de Elementos da Lógica Proposicional em Alguns Assuntos de Matemática do Ensino Médio

A seguir, é apresentado alguns conteúdos de Matemática (Definições, Teoremas, Igualdades, Teorias e Exercícios Resolvidos) atribuídos em séries do Ensino Médio os quais se fazem presentes elementos da Lógica Proposicional.

O objetivo de apresentar esses conteúdos é mostrar a importância em aprender teorias de Lógica Proposicional para que possua melhor compreensão em assuntos de Matemática que contém elementos da Lógica Proposicional.

3.26.1 Determinante de Ordem 2

Vamos considerar o seguinte sistema linear nas incógnitas x e y:

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Aplicando os teoremas usados no escalonamento, obtemos um sistema equivalente da seguinte maneira:

$$\begin{cases} ax + by = p (I) \\ 0x + (ad - cb)y = aq - cp (II) \end{cases}$$

Há um único valor de y que satisfaz a equação (II) se, e somente se, o coeficiente de y na equação (II) for diferente de zero, ou seja, se $ad - cb \neq 0$. Consequentemente, há um único par ordenado como solução do sistema. logo, o sistema é possível e determinado (SPD).

Assim, concluímos:

$$ad - cb \neq 0 \leftrightarrow SPD$$

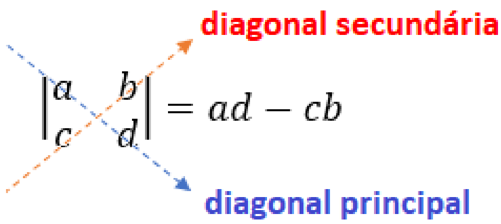
A expressão $(ad - cb)$ é chamada de **determinante** da matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, formada pelos coeficientes do sistema original, em que a primeira coluna é composta dos coeficientes de x e a segunda coluna dos de y.

Indicamos esse determinante D por:

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

Por estar associado a uma matriz de ordem 2, dizemos que esse determinante tem **ordem 2**.

Note que um determinante de ordem 2 é igual a diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária, nessa ordem, da matriz dos coeficientes do sistema:



[Manoel Paiva;Volume 2; Parte II; Página 320]

Exemplo 3.36 Calculando o determinante D da matriz dos coeficientes do sistema $\begin{cases} 4x + 2y = 1 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$, temos:

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 14$$

Como $D \neq 0$, concluímos que o sistema é possível e determinado, ou seja, possui uma única solução.

[Manoel Paiva;Volume 2; Parte II; Página 321]

Exemplo 3.37 Calculando o determinante D da matriz dos coeficientes do sistema $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x + 9y = 2 \end{cases}$, temos:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 9 - 3 \cdot 3 = 0.$$

Como $D = 0$, o sistema **não** é possível e determinado. Restam, portanto, duas alternativas: ou o sistema é impossível (não possui solução), ou é possível e indeterminado (possui mais de uma solução). Para saber qual das duas alternativas é a correta, basta escalonar o sistema.

Aplicando os teoremas usados no escalonamento, obtemos um sistema equivalente da seguinte maneira:

$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x + 9y = 2 \end{cases} \begin{cases} x + 3y = 1 \\ 0x + 0y = -1 \end{cases}$$

Logo, o sistema é impossível. Ou seja, o sistema não possui solução.

[Manoel Paiva;Volume 2; Parte II; Página 321]

Nota: Matriz e determinante são entes distintos: matriz é uma tabela e determinante é um número.

Teorema 3.1. Sendo D o determinante da matriz dos coeficientes de um sistema linear com número de incógnitas igual ao número de equações, temos:

(i) $\quad D \neq 0 \leftrightarrow SPD.$

(ii) $\quad D = 0 \leftrightarrow SPI \ ou \ SI.$

[Manoel Paiva;Volume 2; Parte II; Página 322]

Exercício Resolvido 3.23. Durante uma viagem, um motorista abasteceu o tanque de seu carro $flex$ em dois postos de combustível. Em cada posto, ele abasteceu com gasolina e etanol, conforme descreve a tabela abaixo, em que k representa um número real não negativo.

	Gasolina (litros)	Etanol (litros)	Custo (R$)
Primeiro posto	20	30	113,00
Segundo posto	40	k	150,00

Se o preço do litro de cada combustível foi o mesmo nos dois postos, o que se pode afirmar sobre o valor de k?

Para responder a essa pergunta, indicamos por x e y os preços do litro de gasolina e do litro de etanol, respectivamente, montando o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 113 \\ 40x + ky = 150 \end{cases}$$

Esse sistema deve ser possível, pois o preço de cada combustível foi o mesmo nos dois postos. Vejamos, então, os valores de k para que essa classificação ocorra.

Calculando o determinante da matriz dos coeficientes desse sistema, temos:

$$D = \begin{vmatrix} 20 & 30 \\ 40 & k \end{vmatrix} = 20k - 1.200$$

Se $D \neq 0$, então o sistema é possível e determinado. Assim:

$$20k - 1.200 \neq 0 \Rightarrow k \neq 60.$$

Portanto, se $k \neq 60$, o sistema admite uma única solução. Assim, uma condição **suficiente** para que o preço dos combustíveis seja o mesmo nos dois postos é $k \neq 60$.

Agora, analisamos o que ocorre quando $k = 60$. Para esse valor de k, o determinante $\begin{vmatrix} 20 & 30 \\ 40 & k \end{vmatrix}$ é igual a zero e, portanto, o sistema pode ser possível e indeterminado ou impossível. Para saber qual dessas classificações ocorre, substituímos k por 60 e escalonamos o sistema:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 113 \\ 40x + ky = 150 \end{cases} \begin{cases} 20x + 30y = 113 \\ 0x + 0y = -76 \end{cases}$$

Portanto, se $k = 60$, o sistema é impossível (não admite solução), isto é, não existe um par ordenado (x, y) que seja solução do sistema. Portanto, para $k = 60$, o preço do litro de cada combustível não seria o mesmo nos dois postos.

[Manoel Paiva;Volume 2; Parte II; Página 325]

Exercício Resolvido 3.24. Seja n um número inteiro. Demonstre que: Se o quadrado de n é número par, então n é número par.

Resolução:

Vamos simbolizar a sentença, “Se o quadrado de n é número par, então n é número par”.

Sejam as sentenças:

p: o quadrado de n é número par

q: n é número par

Assim, a condicional “$p \rightarrow q$” é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se o quadrado de n é número par, então n é número par.

Em concordância com o Item “$3.23.2, (i) - (Contra - positiva)$”, que diz, “$p \rightarrow q \Leftrightarrow (\ q) \rightarrow (\ p)$”, demonstrar que “Se o quadrado de n é número par, então n é número par”, equivale a demonstrar que “Se n não é número par, então o quadrado de n não é número par”.

Em simbologia, temos:

$(\ q) \rightarrow (\ p)$**:** Se n não é número par, então o quadrado de n não é número par.

Ou ainda,

$(\ q) \rightarrow (\ p)$**:** Se n é número ímpar, então o quadrado de n é número ímpar.

Assim sendo, é suficiente demonstrar que, “Se n é número ímpar, então o quadrado de n é número ímpar”.

Demonstração:

Hipótese: n é número ímpar.

Tese: n^2 é número ímpar.

Da hipótese, temos que: $n = 2k + 1, k \in Z$. Consequentemente, $n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2 \cdot (2k^2 + 2k) + 1 = 2q + 1$, onde $q = 2k^2 + 2k$. Como $k \in Z$, $q = 2k^2 + 2k$ é também número inteiro.

Logo, $n^2 = 2q + 1$ é número ímpar, que é o que queríamos demonstrar.

Definição 3.1. Uma função $f: A \rightarrow B$ é **injetiva** se, e somente se, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, for obedecida a condição:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2).$$

Em concordância com o Item $3.23.2, (i) - (Contra - positiva)$, que diz, "$p \to q \Leftrightarrow (\ q) \to (\ p)$", e o Item $3.25.1, (06)$, a Definição 3.1 é equivalente a dizer que:

Uma função $f: A \to B$ é **injetiva** se, e somente se, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, for obedecida a condição:

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Exercício Resolvido 3.25. Seja a função $f: R \to R$ dada por $f(x) = ax + b$, com $a, b \in R$ e $a \neq 0$. Demonstre que a função f é bijetora.

Demonstração:

A princípio, vamos demonstrar que f é injetora. Ou seja, vamos demonstrar que para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, a condição $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ é obedecida.

Hipótese: $f(x_1) = f(x_2)$.

Tese: $x_1 = x_2$.

Da hipótese, temos que:

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow a \cdot x_1 + b = a \cdot x_2 + b \Rightarrow a \cdot x_1 = a \cdot x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$. Portanto, f é injetora.

Agora, vamos demonstrar que f é sobrejetora. Ou seja, vamos demonstrar que para todo $y \in (contradomíniodef)$, existe $x \in (domíniodef)$ tal que $y = f(x)$.

Seja $y \in R(contradomíniodef)$ um número facultativo. Assim,

$$y = f(x) \Rightarrow y = ax + b \Rightarrow x = \frac{y - b}{a}$$

Como, por hipótese, $a \neq 0$, demonstramos que para todo $y \in (contradomíniodef)$, existe $x = \frac{y-b}{a} \in (domíniodef)$ tal que $y = f(x)$. Portanto, f é sobrejetora.

Uma vez demonstrado que f é injetora e sobrejetora, concluímos que f é bijetora.

Exercício Resolvido 3.26. Sejam as funções $f: R \to R$ com $f(x) = 2x + 1$, $g: R \to R$ com $g(x) = 2x - 6$ e $h: R \to R$ com $h(x) = 3x + 9$. Utilizando dos conhecimentos de função polinomial do primeiro grau e de operações da Lógica Proposicional, julgue as afirmações a seguir atribuindo valor lógico verdadeiro (V) quando confirmada e valor lógico falso (F) quando negada.

1. (   ) $f(0) = 1$ e $g(0) = 4$
2. (   ) $f(2) = 10$ ou $g(-1) = -8$
3. (   ) Ou $g(5) = 4$ ou $h(1) = 12$
4. (   ) $\forall x \epsilon R: f(x) \neq h(x)$
5. (   ) $\exists x \in R: f(x) = g(x)$

Resolução:

Para resolver esse exercício, é necessário conhecer as valorações lógicas de proposições compostas e compreender o significado dos quantificadores lógicos.

1. $f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$; $g(0) = 2 \cdot 0 - 6 = -6$. Sejam: "$p: f(0) = 1$" e "$q: g(0) = 4$". Como $v(p) = V$ e $v(q) = F$, tem-se que $v(p \wedge q) = F$. (Segunda linha da $Tabela 4$). Portanto, a conjunção "$f(0) = 1$ e $g(0) = 4$" é valorada como ***falsa***.

2. $f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$; $g(-1) = 2 \cdot (-1) - 6 = -8$. Sejam "$p: f(2) = 10$" e "$q: g(-1) = -8$". Como $v(p) = F$ e $v(q) = V$, tem-se que $v(p \vee q) = V$. (Terceira linha da $Tabela 5$). Portanto, a disjunção inclusiva "$f(2) = 10$ ou $g(-1) = -8$" é valorada como ***verdadeira***.

3. $g(5) = 2 \cdot 5 - 6 = 4$; $h(1) = 3 \cdot 1 + 9 = 12$. Sejam "$p: g(5) = 4$" e "$q: h(1) = 12$". Como $v(p) = V$ e $v(q) = V$, tem-se que $v(p \underline{\vee} q) = F$. (Primeira linha da $Tabela 6$). Portanto, a disjunção exclusiva "Ou $g(5) = 4$ ou $h(1) = 12$" é valorada como ***falsa***.

4. Vamos verificar se existe algum $x \in R: f(x) = h(x)$. $f(x) = h(x) \Rightarrow 2x + 1 = 3x + 9 \Rightarrow x = -8$. Atente que, $f(-8) = h(-8) = -15$. Portanto, a

afirmação “$\forall x \epsilon R: f(x) \neq h(x)$” é valorada como **falsa** pois, para $x = -8$, $f(x) = h(x)$.

5. Suponhamos que $f(x) = g(x)$ para algum $x \in R$.

$f(x) = g(x) \Rightarrow 2x + 1 = 2x - 6 \Rightarrow 1 = -6$, o que é absurdo. Portanto, $f(x) \neq g(x)$ para todo $x \in R$. Consequentemente, a afirmação “$\exists x \in R: f(x) = g(x)$” é valorada como **falsa**.

Exercício Resolvido 3.27. **(ESPM/RS)**. Se $y > 3$, então $x \neq 2$ e $x \neq 5$. Sabe-se que $x^2 - 7x + 10 = 0$. Podemos afirmar que um possível valor de $x + y$ é:
a) 10
b) 11
c) 9
d) 12
e) 8

Resolução:

Primeiramente, devemos entender que as informações dadas no enunciado são verdadeiras, ou seja, partimos do princípio de que as afirmações “Se $y > 3$, então $x \neq 2$ e $x \neq 5$” e “$x^2 - 7x + 10 = 0$” são verdadeiras.

Dado que $x^2 - 7x + 10 = 0$, temos: $x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = 2 ou x = 5$.

Vamos simbolizar a proposição, “Se $y > 3$, então $x \neq 2$ e $x \neq 5$”.

Sejam as proposições:

p: $y > 3$

q: $x \neq 2$ e $x \neq 5$

Assim, a condicional “$p \rightarrow q$” é escrita da seguinte forma:

$p \rightarrow q$**:** Se $y > 3$, então $x \neq 2$ e $x \neq 5$.

Como $v(q) = F$, para que $v(p \rightarrow q)$ seja verdadeiro é necessário que $v(p)$ seja falso. (Quarta linha da $Tabela 7$). Consequentemente, $y \leq 3$. Portanto, $x = 2 ou x = 5$, e $y \leq 3$. Assim, temos duas situações a serem concluídas sobre os possíveis valores de $x + y$:

(1) para $x = 2$, temos que $x + y \leq 5$ pois, $y \leq 3$

(2) para $x = 5$, temos que $x + y \leq 8$ pois, $y \leq 3$

Assim, a Alternativa e é a correta.

Exercício Resolvido 3.28 (OBMEP – Primeira fase) Vovó Vera quis saber qual de suas cinco netinhas tinha feito um desenho na parede de sua sala. As netinhas fizeram as seguintes declarações:

- Emília: Não fui eu.
- Luísa: *Quem desenhou foi a Marília ou a Rafaela.*
- Marília: *Não foi a Rafaela nem a Vitória.*
- Rafaela: *Não foi a Luísa.*
- Vitória: *Luísa não está dizendo a verdade.*

Se apenas uma das netinhas mentiu, quem fez o desenho?

a) Emília

b) Luísa

c) Marília

d) Rafaela

e) Vitória

Resolução:

Note que a declaração de Luísa é uma disjunção inclusiva. A declaração de Luísa é falsa somente no caso em que, Marília não tiver feito o desenho na parede e Rafaela não tiver feito o desenho na parede, nos demais casos a declaração de Luísa é verdadeira. $(Tabela 5)$.

1) Na hipótese de que quem desenhou na parede foi Emília, consequentemente, ela mentiu e Vitória mentiu; o que não é possível pois, apenas uma das netinhas mentiu.

2) Na hipótese de que quem desenhou na parede foi Luísa, consequentemente, ela mentiu e Rafaela mentiu; o que não é possível pois, apenas uma das netinhas mentiu.
3) Na hipótese de que quem desenhou na parede foi Marília, consequentemente, somente Vitória mentiu; o que é possível pois, está em concordância com as informações no enunciado.
4) Na hipótese de que quem desenhou na parede foi Rafaela, consequentemente, Marília e Vitória mentiram; o que não é possível pois, apenas uma das netinhas mentiu.
5) Na hipótese de que quem desenhou foi Vitória, consequentemente, Luísa e Marília mentiram; o que não é possível pois, apenas uma das netinhas mentiu.

Portanto, a netinha que desenhou na parede da vovó foi Marília. A Alternativa c é a correta.

Exercício Resolvido 3.29. (IBMEC/SP - Insper) Em um conjunto de oito elementos $\{x, 15,34,23,89,57,36,20\}$, em que x é um número real, a mediana é igual a 35. Sobre esse conjunto pode-se afirmar que:

a) ou a moda da sequência é 36, ou x é menor do que 23.

b) $23 < x \leq 36$.

c) ou a moda da sequência é 36, ou x é maior do que 36.

d) $x \leq 34$.

e) ou x é igual a 36, ou $x < 23$.

Resolução:

Dado que a mediana é 35, temos quatro possibilidades de organizar os dados em ordem não-decrescente:

(1) $15,20,23,34, x, 36,57,89$
(2) $15,20,23,34,36, x, 57,89$
(3) $15,20,23,34,36,57, x, 89$
(4) $15,20,23,34,36,57,89, x$

- No caso (01), temos que:

$$\frac{34+x}{2}=35 \Rightarrow x=36$$

Consequentemente, a moda é 36.

- No caso (02), temos que $x>36$ e não há condições de sabermos qual é a moda pois, $x>36$ não nos garante que x seja igual 57.
- No caso (03), temos que $x>36$ e não há condições de sabermos qual é a moda pois, $x>36$ não nos garante que x seja igual 57 ou 89.
- No caso (04), temos que $x>36$ e não há condições de sabermos qual é a moda pois, $x>36$ não nos garante que x seja igual 89.

De acordo com todas as possibilidades analisadas, concluímos que: se $x=36$, então a moda será 36. Caso contrário, x será maior do que 36 e não há condições para determinar a moda.

Assim, concluímos que: ou a moda da sequência é igual a 36 ou x é maior do que 36.

Portanto, a Alternativa c é a correta.

Vamos analisar as alternativas que não podem ser confirmadas.

No Item a, temos que:

i. Como é possível que a moda da sequência seja maior do que 36, é falso afirmar que a moda da sequência é 36.
ii. Diante de todos os possíveis valores de x, concluímos que $x \geq 36$. Logo, é falso afirmar que x é menor do que 23.

Consequentemente, a disjunção exclusiva "ou a moda da sequência é 36, ou x é menor do que 23" é valorada como **falsa**. $(Quarta linha da Tabela 6)$.

No Item b, temos que:

Como há a possibilidade de que x seja maior do que 36, é falso afirmar que "$23<x \leq 36$".

No Item d, temos que:

Diante de todos os possíveis valores de x, concluímos que $x \geq 36$. Logo, é falso afirmar que $x \leq 34$.

No Item e, temos que:

Diante de todos os possíveis valores de x, concluímos que $x \geq 36$. Logo, é falso afirmar que x é igual a 36 e é falso afirmar também que $x < 23$. Consequentemente, a disjunção exclusiva “ou x é igual a 36, ou $x < 23$” é valorada como **falsa**. $(QuartalinhadaTabela6)$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente dissertação teve como objetivo principal propor a Lógica Proposicional como facilitadora dos processos de ensino e aprendizagem do componente curricular Matemática no Ensino Médio da educação básica. Assim, foram apresentados meios de uso da Lógica Proposicional para facilitar essa compreensão por parte dos educandos. Isso porque a maior parte do alunado sai da educação básica e ingressa em instituições de Ensino Superior ou no mercado de trabalho ou presta concurso público sem compreender realmente o que seja a Lógica.

Entende-se que a compreensão da Lógica Proposicional fomenta o pensamento e promove argumentos bem fundamentados, uma vez que, por meio de seu conhecimento, é possível relacionar aquilo que foi estudado com o que é vivido no dia a dia. Portanto, auxilia as pessoas a tomarem decisões mais coerentes e assertivas. Além de contribuir para a formação de profissionais mais qualificados, e isso nas mais diversas áreas que um ser humano possa atuar.

Nota-se que a Lógica Proposicional não é ensinada nas escolas como deveria ser. Na contramão dessa constatação, o presente estudo propõe o uso da Lógica de maneira coerente, em especial no componente Matemática, no Ensino Médio, a fim de contribuir para o desenvolvimento do Raciocínio Lógico formal dos educandos.

É importante salientar que inserir a Lógica, como apresentada no decorrer deste estudo, não é tarefa simples. Contudo, não consiste em algo impossível, uma vez que vários temas e objetos de conhecimento da Matemática, como a Álgebra Proposicional, permitem estabelecer uma relação com a Lógica Formal, levando os educandos a raciocinarem de maneira coerente e a argumentarem com fundamento. Assim sendo, entende-se que a Lógica Formal consiste em um amplo campo do saber que necessita ser explorado de maneira mais adequada por professores e alunos do Ensino Médio. A vastidão desse campo é notada pela sua aplicação nas áreas do Direito e da Engenharia, por exemplo.

Ressalta-se que as propostas didáticas apresentadas no decorrer deste estudo tiveram como base as experiências em sala de aula do próprio autor, que trabalha com Raciocínio Lógico em instituições de ensino que preparam alunos para concursos públicos.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira. Noções de Lógica Matemática. Disponível em: www.pucsp.br/ logica/. 2006.

ABE, Jair Minoro Aspectos de Lógica e Teoria da Ciência / Jair Minoro Abe. -- São Paulo, 2011. Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. PCN+ Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Ministério da Educação e Cultura, Brasília, DF, 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 20 out. 2020.

CHAUI, M. Introdução à História da Filosofia 1. São Paulo: Companhia das Letras. 2002.

CARNIELLI, Walter A. ; EPSTEIN, Richard L. Pensamento crítico: O poder da lógica e da argumentação. 3. ed. São Paulo: Rideel, 2011

COLAÇO, Walber Santiago. Movimento da matemática moderna aos tempos atuais: uma análise de livros didáticos sobre explicitação e exploraao das propriedades das operações. Centro de Ciencias e tecnologias, Universidade Estadual da Paraiba, 2010

D’OTTAVIANO, I. M. L.; GOMES, E. L. Considerações sobre o desenvolvimento da Lógica no Brasil. e-prints, Campinas, SP, v. 11, n. 3, p. 1-50, 2011. Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE), Departamento de Filosofia, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP.

D’AMBRÓSIO. Ubiratan. Etnomatemática:Elo as Tradições e a Modenidade. Coleções Tendências em Educação Matemática. São Paulo: Autêntica, 1991

FÁVARO, Silvio; KMETEUK FILHO, Osmir. Noções de lógica e matemática básica. São Paulo : Ciência Moderna, 2005.

FALVO, J. F.; AMARAL, A. L. S. N. d. Brasil no pisa 2015: análise pedagógica e indicadores sociais, educacionais e econômicos. Diretoria de Tecnologia e Educação (DIRET). Unidade de Estudos e Prospectiva (UNIEPRO), 2017a

FALVO, J. F.; AMARAL, A. L. S. N. d. Brasil no pisa 2015: comparação dos resultados no contexto nacional e internacional. Diretoria de Tecnologia e Educação (DIRET). Unidade de Estudos e Prospectiva (UNIEPRO), 2017b

FERREIRA, Jane Mendes; RAMOS, Simone Cristina; SCHERNER, Maria L. Trevisan. Raciocínio Analítico. São Paulo: Atlas, 2010.

GOMES, Edvan Barreira. PROPOSTA DE ABORDAGEM DO ENSINO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO. / Edvan Barreira Gomes. – Palmas, TO, 2015.

LEAR, Jonathan. Aristóteles: o desejo de entender. São Paulo: Discurso Editorial, 2006.

MACHADO, N. J. Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

NASCIMENTO, Jefferson Alexandre do. Explorando a lógica matemática no ensino médio. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2016. Disponivel em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/21925/1/JeffersonAlexandreDoNascimento_DISSERT.pdf. Acessado em: 20/08/2020

OLIVEIRA, E. N. d.; MORETTO, A. A importância da Lógica na aprendizagem. 2009. Https://pt.scribd.com/document/150049122/A-IMPORTANCIA-DA-LOGICANA-APRENDIZAGEM. Acesso em: 17 out. 2020.

PAIVA, Manoel. Volume 2, Parte II.

SILVA, Nilton Miguel da. Lógica matemática no ensino fundamental como instrumento facilitador da Aprendizagem no Ensino da Matemática / Nilton Miguel da Silva. - 2012.

TASINAFFO, P. M. Um breve histórico do desenvolvimento da lógica matemática e o surgimento da teoria da computação. Anais do 14º Encontro da Iniciação científica e Pós-Graduação do ITA - XIV ENCITA/2008. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos-SP, 2008.

ANEXO A – EXERCÍCIOS PROPOSTOS CORRELACIONADOS AOS CONTEÚDOS APRESENTADOS A PARTIR DO ITEM 3.1 AO ITEM 3.20

1- (AOCP) Considere as proposições:

p: João gosta de maçãs,

q: Está chovendo aqui.

Assinale a alternativa que corresponde à proposição $(p \wedge q)$.

a) João gosta de maçãs ou está chovendo aqui.

b) João não gosta de maçãs ou não está chovendo aqui.

c) João gosta de maçãs e está chovendo aqui.

d) João não gosta de maçãs e está não chovendo aqui.

e) Se João gosta de maçãs, então não está chovendo aqui.

2- (AOCP) Sendo p a proposição “Juliana gosta de Matemática” e q a proposição “Nayara gosta de Física”, assinale a alternativa que corresponde à seguinte proposição em linguagem simbólica: “Se Nayara gosta de Física, então Juliana gosta de Matemática”

a) $p \wedge q$

b) $(p) \vee q$

c) $q \rightarrow p$

d) $(p) \wedge (q)$

e) $q \leftrightarrow q$

3- (AOCP) Sendo p a proposição “Júnior é alto” e q a proposição “Ricardo é baixo”, podemos dizer que a proposição $p \leftrightarrow q$, traduzida para a linguagem corrente, é

a) Júnior é alto ou Ricardo é baixo

b) Ricardo é baixo e Júnior é alto.

c) Se Júnior é alto, então Ricardo é baixo.

d) Se Júnior é alto, então Ricardo não é baixo.

e) Júnior é alto se, e somente se, Ricardo é baixo.

4- Julgue as proposições a seguir:

1. (   ) Se $3 + 2 = 6$, então $4 + 7 = 9$.
2. (   ) Não é verdade que 12 é um número ímpar.
3. (   ) $3 + 1 = 5$ ou $1 + 6 = 7$.

5- Determine o valor lógico de cada uma das proposições abaixo, marcado V para verdadeiro e F para falso:

a) (   ) 2 é par ou 9 é primo

b) (   ) 27 é divisível por 3 e 5 é par

c) (   ) 30 é ímpar ou $10^4 = 10.000{,}00$

Marque a alternativa que contém a sequência correta:

a) V, F, V

b) F, V, V

c) V, F, F

d) V, V, F

6- A partir das expressões,

$$P: 5 + 3 = 8$$
$$Q: 7 \cdot 2 = 14$$
$$R: 5 + 3 = 9$$
$$S: 7 \cdot 2 = 15$$

determine o valor lógico verdadeiro (V) ou falso (F) das proposições:

I. (P ou S) e Q
II. (P ou Q) e R
III. (Q ou P) e S
IV. (Q ou S) e P

A sequência correta dos valores lógicos das proposições, de cima para baixo, é

a) V, V, F, V

b) F, V, V, F

c) V, F, F, V

d) V, F, F, F

e) V, V, V, F

7- (IADES) Considere as proposições a seguir.

p: Tony fala inglês;

q: Antônio fala português.

Qual é a tradução para a linguagem corrente da proposição $(p \wedge q)$?

a) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio não fala português

b) Tony fala inglês e Antônio não fala português.

c) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio fala português.

d) Tony fala inglês ou Antônio não fala português.

e) Se Tony fala inglês, então Antônio fala português.

8- Sendo p é uma proposição verdadeira, julgue os itens a seguir:

a) ( ) $p \wedge q$, é verdadeira, qualquer que seja q.

b) ( ) $p \vee q$, é verdadeira, qualquer que seja q.

c) ( ) $p \rightarrow q$, é falsa, qualquer que seja q.

9- (IADES) Sabendo que as proposições p e q são verdadeiras e as proposições r e s são falsas, é verdadeira a proposição

a) $p \wedge q \rightarrow r$

b) $q \leftrightarrow p \wedge s$

c) $\big((r \rightarrow p) \vee (s \rightarrow q)\big)$

d) $(p \wedge q) \vee r$

e) $r \vee s \rightarrow q$

10- Sendo p e q proposições quaisquer, r uma proposição verdadeira, s uma proposição falsa, a proposição $(p \wedge r) \leftrightarrow (q \vee s)$ será:

a) Verdadeira, somente se p for verdadeira.

b) Verdadeira, somente se q for verdadeira.

c) Verdadeira, para quaisquer valores lógicos de p e q.

d) Verdadeira, se p for falso e q falso.

11- (IADES) Considere as proposições a seguir.

p: Ricardo é arquiteto;

q: Fernando é acreano.

A proposição “Ricardo não é arquiteto e Fernando é acreano” é representada por

a) $p \vee q$

b) $p \wedge q$

c) $p \vee q$

d) $p \wedge q$

e) $p \wedge q$

12- (AOCP) Considere as proposições a seguir:

p: Gosto de praticar esportes.

q: Não gosto de ficar em casa.

A sentença “Não gosto de praticar esportes e gosto de ficar em casa” é verdadeira quando

a) p é falsa e q é verdadeira

b) p é falsa e q é falsa

c) p é verdadeira e q é falsa.

d) p é verdadeira e q é verdadeira.

e) p é verdadeira e q é falsa.

13- (AOCP) Sejam as seguintes proposições:

p: Raciocínio lógico é importante.

q: Rafael é fazendeiro.

A sentença “Raciocínio lógico é importante ou Rafael não é fazendeiro” é falsa quando

a) p é falsa e q é falsa

b) p é falsa e q é falsa.

c) p é falsa e q é verdadeira.

d) p é falsa e q é verdadeira.

e) p é verdadeira e q é falsa

14- (FCC) Considere as seguintes premissas:

p: Trabalhar é saudável

q: O cigarro mata.

A afirmação “Trabalhar não é saudável ou o cigarro mata” é FALSA se

a) p é falsa e q é falsa.

b) p é falsa e q é falsa.

c) p e q são verdadeiras.

d) p é verdadeira e q é falsa.

e) p é verdadeira e q é falsa.

15- (FCC) Considere as proposições abaixo.

p: Afrânio estuda;

q: Bernadete vai ao cinema;

r: Carol não estuda.

Admitindo que essas três proposições são verdadeiras, qual das seguintes afirmações é FALSA?

a) Afrânio não estuda ou Carol não estuda

b) Se Afrânio não estuda, então Bernadete vai ao cinema.

c) Bernadete vai ao cinema e Carol não estuda.

d) Se Bernadete vai ao cinema, então Afrânio estuda ou Carol estuda.

e) Se Carol não estuda, então Afrânio estuda e Bernadete não vai ao cinema.

16- Sabendo que os valores de p e q são respectivamente, verdadeiro (V) e falso (F), quais os valores lógicos das seguintes afirmativas:

( ) $(p \vee q) \rightarrow q$

( ) $q \rightarrow p$

( ) $q \wedge q$

Marque a alternativa que tem a sequência, respectiva, correta:

a) V, V, F

b) F, V, F

c) F, V, V

d) V, V, V

17- (FGV) Marcos declarou:

Sábado vou ao teatro ou domingo vou ao cinema.

Conclui-se que ele mentiu se ele

a) for ao teatro no sábado e não for ao cinema no domingo

b) for ao cinema no sábado e for ao teatro no domingo.

c) for ao teatro no sábado e no domingo.

d) não for ao teatro no sábado e não for ao cinema no domingo.

e) não for ao cinema no sábado e nem for ao cinema no domingo.

18- (CESPE) Considere que as letras P, Q, R e T representem proposições e que os símbolos $\neg, \wedge, \vee$ e $\rightarrow$ sejam operadores lógicos que constroem novas proposições e significam $não$, e, ou e $se, então$, respectivamente. Na lógica proposicional, cada proposição assume um único valor (valor-verdade), que pode ser verdadeiro (V) ou falso (F), mas nunca ambos. Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue os itens a seguir.

1. ( ) Se as proposições P e Q são ambas verdadeiras, então a proposição $(\neg P) \vee (\neg Q)$ também é verdadeira.
2. ( ) Se a proposição T é verdadeira e a proposição R é falsa, então a proposição $R \rightarrow (\neg T)$ é falsa.
3. ( ) Se as proposições P e Q são verdadeiras e a proposição R é falsa, então a proposição $(P \wedge R) \rightarrow (\neg Q)$ é verdadeira.

19- (VUNESP) Considere as afirmações:

I. A camisa é azul ou a gravata é branca.
II. Ou o sapato é marrom ou a camisa é azul.
III. O paletó é cinza ou a calça é preta.
IV. A calça é preta ou a gravata é branca.

Em relação a essas afirmações, sabe-se que é falsa apenas a afirmação IV. Desse modo, é possível concluir corretamente que

a) a camisa é azul e a calça é preta

b) a calça é preta ou o sapato é marrom.

c) o sapato é marrom ou a gravata é branca.

d) a calça é preta e o paletó é cinza.

e) a camisa é azul ou o paletó é cinza.

20- De três irmãos – José, Adriano e Caio -, sabe-se que ou José é o mais velho, ou Adriano é o mais moço. Sabe-se, também, que ou Adriano é o mais velho, ou Caio é o mais velho. Então, o mais velho e o mais moço dos três irmãos são, respectivamente:

a) Caio e José
b) Caio e Adriano
c) Adriano e Caio
d) Adriano e José
e) José e Adriano

21- (AOCP) Jonas coleciona relógios. Os três que ele mais gosta são um digital de pulso, um de ponteiros de pulso e um de parede. Um dos relógios é preto, outro é cinza e o outro branco. Sabe-se que:

- Ou o relógio digital é preto, ou o relógio de parede é preto.
- Ou o relógio digital é cinza, ou o relógio de ponteiros é branco.
- Ou o relógio de parede é branco, ou o relógio de ponteiros é branco.
- Ou o relógio de ponteiro é cinza, ou o relógio de parede é cinza.

Portanto, as cores do relógio digital, do de ponteiros e do de parede são, nesta ordem:

a) preto, branco e cinza
b) preto, cinza e branco.
c) cinza, branco e preto.
d) cinza, preto e branco.
e) branco, cinza e preto.

22- (CESPE) Em determinada escola, ao organizar as salas de aula para o ano letivo de 2010, diretor e professores trabalharam juntos no sentido de se obter a melhor distribuição dos espaços. A escola tem três blocos: norte, central e sul, e o problema maior estava na localização dos ambientes da biblioteca, do laboratório de informática, do laboratório de português e da sala de educação física. Chegou-se às seguintes conclusões:

- Ou o laboratório de português e a biblioteca ficariam no mesmo bloco ou a sala de educação física e o laboratório de informática ficariam no mesmo bloco;
- Se a biblioteca ficar no bloco central, o laboratório de informática ficará no bloco sul.

Considerando que cada bloco tenha ficado com pelo menos um desses 4 ambientes e que, entre eles, apenas o laboratório de informática tenha ficado no bloco norte, então a sala de educação física e o laboratório de português ficaram

a) ambos no bloco sul
b) ambos no bloco central.
c) nos blocos central e sul, respectivamente.
d) nos blocos sul e central, respectivamente.

23- (CESPE) Julgue os itens a seguir.

1. ( ) Se p e q são proposições, então a proposição $p \vee q \leftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$ é uma Tautologia.
2. ( ) A proposição $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$ é uma Tautologia.

24- As afirmações a seguir sobre os três números inteiros positivos X, Y e Z são verdadeiras:

- Se Y é múltiplo de 3, então X é par.
- X é ímpar ou Z é ímpar.
- Z é par se, e somente se, Y é múltiplo de 3.
- $X \cdot Z = 1000$.

Logo,

a) Y é múltiplo de 3 e Z é par
b) Y não é múltiplo de 3 e X é par.
c) Y pode ou não ser múltiplo de 3.
d) X pode ser par ou ímpar.
e) X é ímpar e Z é par.

25- (ESPM) Quanto ao estado civil das funcionárias de um escritório, é verdade que:

- Ou Laura não é casada ou Maria é casada.
- Se Maria é casada, então Paula é divorciada.
- Se Paula não é divorciada, então Laura é casada.

Com base no exposto, pode-se afirmar que:

a) Laura é casada.
b) Maria é solteira.
c) Paula é casada.
d) Laura é solteira.
e) Paula é divorciada.

26- (FCC) Um banco disponibiliza os produtos A, B, C, D, E e F aos seus clientes de acordo com a seguinte regra:

– Se o produto B é adquirido, necessariamente C também deve ser adquirido;

– Se o produto D é adquirido, necessariamente E ou F devem ser adquiridos;

– Se o produto A é adquirido, necessariamente B e F devem ser adquiridos.

Nas condições dadas, um cliente que deseja adquirir exatamente quatro produtos terá um total máximo de opções igual a

a) 3
b) 5
c) 6
d) 8
e) 13

GABARITO

1- D

2- C

3- E

4- Certo, Certo, Certo.

5- A

6- C

7- A

8- FVF

9- E

10- D

11- D

12- E

13- C

14- D

15- E

16- A

17- D

18- Errado, Errado, Certo.

19- E

20- B

21- A

22- C

23- Errado, Certo.

24- B

25- E

26- B

ANEXO B - EXERCÍCIOS PROPOSTOS CORRELACIONADOS AOS CONTEÚDOS APRESENTADOS A PARTIR DO ITEM 3.21 AO ITEM 3.23

1- (AOCP) Assinale a alternativa que é equivalente à sentença: “Se faz calor, então chove.”

a) Se chove, então faz calor.
b) Se não chove, então não faz calor.
c) Se não faz calor, então não chove.
d) Faz calor se, e somente se, chove.
e) Não faz calor se, e somente se, não chove.

2- Em Belém do Pará, durante o período chamado Verão Amazônico, é comum ouvirmos falar da “hora da chuva”, em torno das 16 horas, por meio da seguinte proposição:

Se são 16 horas, então está chovendo.

A $contra - positiva$ da proposição acima é

a) Se não são 16 horas, então pode chover.
b) Se ainda não são 16 horas, então não pode chover.
c) Se não está chovendo, então não são 16 horas.
d) Para ser 16 horas, é suficiente estar chovendo.
e) Para chover, é necessário ser 16 horas.

3- Duas grandezas x e y são tais que: se $x = 4$, então $y = 6$. Pode-se concluir que

a) se $x = 5$, então $y \neq 6$
b) se $x = 3$, então $y = 3$
c) se $y = 6$, então $x = 4$
d) se $x \neq 4$, então $y \neq 6$
e) se $y \neq 6$, então $x \neq 4$

4- Considere verdadeira a declaração: “Se durmo cedo, então não acordo tarde”. Assim, é correto concluir que:

a) Se não durmo cedo, então acordo tarde
b) Se não durmo cedo, então não acordo tarde.
c) Se acordei tarde, é porque não dormi cedo.
d) Se não acordei tarde, é porque não dormi cedo.
e) Se não acordei tarde, é porque dormi cedo.

5- (FCC) Durante uma sessão no plenário da Assembleia Legislativa, o presidente da mesa fez a seguinte declaração, dirigindo-se às galerias da casa:

“Se as manifestações desrespeitosas não forem interrompidas, então eu não darei início à votação”.

Esta declaração é logicamente equivalente à afirmação,
a) se o presidente da mesa deu início à votação, então as manifestações desrespeitosas foram interrompidas.
b) se o presidente da mesa não deu início à votação, então as manifestações desrespeitosas não foram interrompidas.
c) se as manifestações desrespeitosas forem interrompidas, então o presidente da mesa dará início à votação.
d) se as manifestações desrespeitosas continuarem, então o presidente da mesa começará a votação.
e) se as manifestações desrespeitosas não continuarem, então o presidente da mesa não começará a votação.

6- (ESAF) Um renomado economista afirma que “A inflação não baixa ou a taxa de juros aumenta”. Do ponto de vista lógico, a afirmação do renomado economista equivale a dizer que:
a) se a inflação baixa, então a taxa de juros não aumenta.
b) se a taxa de juros aumenta, então a inflação baixa.
c) se a inflação não baixa, então a taxa de juros aumenta.
d) se a inflação baixa, então a taxa de juros aumenta.
e) se a inflação não baixa, então a taxa de juros não aumenta.

7- (FCC) Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”. Uma proposição logicamente equivalente à do economista é:

a) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos

b) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários são altos

c) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa

d) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa ou os juros bancários não são altos, ou a inflação é baixa.

8- (CESPE) Com relação à lógica sentencial e de primeira ordem, julgue os itens que se seguem.

1. ( ) As proposições “Se Mário é assessor de Pedro, então Carlos é cunhado de Mário” e “Se Carlos não é cunhado de Mário, então Mário não é assessor de Pedro” são equivalentes.

2. ( ) Se A, B, C e D são proposições, em que B é falsa e D é verdadeira, então, independentemente das valorações falsa ou verdadeira de A e C, a proposição $A \vee B \rightarrow C \wedge D$ será sempre verdadeira.

GABARITO

1- B

2- C

3- E

4- C

5- A

6- D

7- A

8- Certo, Errado.

ANEXO C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS CORRELACIONADOS AOS CONTEÚDOS APRESENTADOS NOS ITENS 3.24 E 3.25

1- De a negação das seguintes proposições:

a) Maria é médica e Daniel não é engenheiro
b) Se eu estudo, então eu aprendo.
c) Maria é casada com Agenor
d) Felipe não é escritor
e) Estudo pouco e não passo no concurso.
f) Irei dançar ou irei ao cinema.
g) Se for de meu interesse, então darei a atenção devida.
h) Gosto de Lógica se, e somente se estudo Matemática.

2- (AOCP) A negação da proposição “Ana gosta do campo e Márcia gosta do litoral” é

a) Ana não gosta do campo ou Márcia não gosta do litoral
b) Ana não gosta do campo e Márcia não gosta do litoral.
c) Se Ana não gosta do campo, então Márcia não gosta do litoral.
d) Se Márcia não gosta do litoral, então Ana não gosta do campo.
e) Ana não gosta do campo se, e somente se, Márcia não gosta do litoral.

3- (AOCP) A negação da sentença “O carro é verde e a casa é amarela” é

a) o carro é verde ou a casa não é amarela
b) o carro não é verde ou a casa é amarela.
c) o carro não é verde e a casa é amarela.
d) o carro não é verde e a casa não é amarela.
e) o carro não é verde ou a casa não é amarela

4- (FCC) Considere as proposições simples:

p: Maria é usuária do metrô

q: Maria gosta de dirigir automóvel

A negação da proposição composta “$p \wedge q$” é:

a) Maria não é usuária do metrô ou gosta de dirigir automóvel.

b) Maria não é usuária do metrô e não gosta de dirigir automóvel.

c) Não é verdade que Maria não é usuária do metrô e não gosta de dirigir automóvel.

d) Não é verdade que, se Maria não é usuária do metrô, então ela gosta de dirigir automóvel.

e) Se Maria não é usuária do metrô, então ela não gosta de dirigir automóvel.

5- A negação da afirmação “a onça é pintada ou a zebra não é listrada” é:

a) a onça não é pintada ou a zebra é listrada.

b) a onça não é pintada ou a zebra não é listrada.

c) a onça não é pintada e a zebra é listrada.

d) a onça não é pintada e a zebra não é listrada.

e) a onça não é pintada ou a zebra pode ser listrada.

6- A negação da proposição: “é inteligente e estuda”, é equivalente a:

a) é inteligente e não estuda.

b) é inteligente ou não estuda.

c) não é inteligente e não estuda.

d) não é inteligente ou não estuda.

7- A negação da afirmação condicional “se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva” é:

a) Se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva

b) Não está chovendo e eu levo o guarda-chuva

c) Não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

d) Se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva

e) Está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

8- (ESAF) Maria foi informada por João que Ana é prima de Beatriz e Carina é prima de Denise. Como Maria sabe que João sempre mente, Maria tem certeza de que a afirmação é falsa.

Desse modo, e do ponto de vista lógico, Maria pode concluir que verdadeiramente,

a) Ana é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise.

b) Ana não é prima de Beatriz e Carina não é prima de Denise.

c) Ana não é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise.

d) Se Ana não é prima de Beatriz, então Carina é prima de Denise.

e) Se Ana não é prima de Beatriz, então Carina não é prima de Denise.

9- (CESPE) A respeito de lógica proposicional, julgue os itens que se seguem.

1. ( ) Se P, Q e R forem proposições simples e se R indicar a negação da proposição R, então, independentemente dos valores lógicos $V = verdadeiro$ ou $F = falso$ de P, Q e R, a proposição $P \rightarrow Q \vee R$ será sempre V.

2. ( ) A negação da proposição “Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma.” é equivalente à proposição “O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma.”

10- (AOCP) Dizer que “não é verdade que, José não é mecânico ou João é pedreiro” é logicamente equivalente a dizer que

a) José é mecânico e João não é pedreiro.

b) José não é mecânico e João não é pedreiro.

c) José é mecânico ou João não é pedreiro.

d) José não é mecânico ou João não é pedreiro.

e) José é mecânico ou João é pedreiro.

11- A negação de “$p \rightarrow q$” é

a) $p \rightarrow q$

b) $p \rightarrow q$

c) $p \vee q$

d) $p \wedge q$

e) $p \wedge q$

12- Analise as seguintes afirmativas:

I. A negação de “Você é linda ou é rica” é “Você não é linda e não é rica”.

II. A negação de “Se eu sou Bombeiro, então eu salvo vidas” é “Eu sou Bombeiro e não salvo vidas”.

III. A negação de “Eu gosto de ervilhas e gosto de pizza” é “Eu não gosto de ervilhas ou gosto de pizza”.

Podemos afirmar corretamente que:

a) Todas as afirmativas estão corretas.

b) Todas as afirmativas estão incorretas.

c) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.

d) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.

13- A negação de “não sabe Matemática ou sabe Português” é:

a) Não sabe Matemática e sabe Português.

b) Não sabe Matemática e não sabe Português.

c) Sabe Matemática ou sabe Português.

d) Sabe Matemática e não sabe Português.

e) Sabe Matemática ou não sabe Português.

14- Assinale a opção que corresponde logicamente a proposição “$(p \vee q)$”.

a) $p \wedge q$

b) $p \vee q$

c) $p \wedge q$

d) $p \vee q$

e) $p \wedge q$

15- Sejam as proposições:

p: Bruna foi ao cinema

q: Caio foi jogar tênis

A proposição composta “Caio foi jogar tênis ou Bruna não foi ao cinema” pode ser escrita na linguagem simbólica como

a) $(p \wedge q)$

b) $(p \vee q)$

c) $(p \vee q)$

d) $(p \wedge q)$

e) $(p \wedge q)$

16- A negação de “Maria comprou uma blusa nova e foi ao cinema com José” é:

a) Maria não comprou uma blusa nova ou não foi ao cinema com José.

b) Maria não comprou uma blusa nova e foi ao cinema sozinha.

c) Maria não comprou uma blusa nova e não foi ao cinema com José.

d) Maria não comprou uma blusa nova e não foi ao cinema.

e) Maria comprou uma blusa nova, mas não foi ao cinema com José.

17- (ESAF) Dois colegas estão tentando resolver um problema de matemática. Pedro afirma para Paulo que $X = B$ e $Y = D$. Como Paulo sabe que Pedro sempre mente, então, do ponto de vista lógico, Paulo pode afirmar corretamente que:

a) $X \neq B$ e $Y \neq D$

b) $X = B$ ou $Y \neq D$

c) $X \neq B$ ou $Y \neq D$

d) Se $X \neq B$, então $Y \neq D$

e) Se $X \neq B$, então $Y = D$

18- (ESAF) Ao resolver um problema de matemática, Ana chegou à conclusão de que:

$$x = a \text{ e } x = p, \text{ ou } x = e$$

Contudo, sentindo-se insegura para concluir em definitivo a resposta do problema, Ana telefona para Beatriz, que lhe dá a seguinte informação: $x \neq e$. Assim, Ana corretamente conclui que:

a) $x \neq a$ ou $x \neq e$

b) $x = a$ ou $x = p$

c) $x = a$ e $x = p$

d) $x = a$ e $x \neq p$

e) $x \neq a$ e $x \neq p$

19- (FUNRIO) A afirmação “se a onça é pintada e o urso é pardo, então o macaco é preto” é logicamente equivalente a:

a) Se o macaco é preto, então a onça não é pintada e ou o urso não é pardo.

b) Se o macaco não é preto, então a onça não é pintada e o urso não é pardo.

c) Se o macaco não é preto, então a onça não é pintada ou o urso não é pardo.

d) Se o macaco não é preto, então a onça é pintada ou o urso não é pardo.

e) Se o macaco não é preto, então a onça não é pintada ou o urso é pardo.

20- (CESPE) A respeito de proposições lógicas, julgue os itens a seguir.

1. ( ) Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

2. ( ) A sentença Soldado, cumpra suas obrigações. É uma proposição simples.

3. ( ) Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta $Q \vee (Q \rightarrow P)$ é uma tautologia.

21- (CESPE) Se P e Q forem proposições simples, a proposição $P \rightarrow Q$ — que se lê "se P, então Q " — será falsa quando P for verdadeira e Q for falsa. Nos demais casos, $P \rightarrow Q$ será sempre verdadeira. Nesse sentido, julgue os itens que se seguem.

1. ( ) A proposição "Se k é um número primo qualquer, então k^2 é um número ímpar". É verdadeira.

2. ( ) Caso P seja a proposição A sequência $1,4,9,16,25$ forma uma progressão geométrica., e Q seja a proposição A soma $1 + 4 + 9 + 16 + 25$ é igual a 55., a proposição $P \rightarrow Q$ será falsa.

3. ( ) A proposição "Se determinado candidato foi aprovado nas provas objetivas do concurso e no curso de formação de praças, ele se tornou soldado combatente do corpo de bombeiros local", é equivalente à seguinte proposição: "Se determinado candidato não se tornou soldado combatente do corpo de bombeiros local, então ele foi reprovado nas provas objetivas do concurso e no curso de formação de praças".

22- (CESPE) Os conectivos **e**, **ou**, e o condicional **se, ... então** são, simbolicamente, representados por $\wedge, \vee, e \rightarrow$, respectivamente; e o símbolo tem significado $não$. As letras minúsculas do alfabeto, como p, q e r, representam proposições. As indicações V e F são usadas para valores lógicos verdadeiro e falso, respectivamente, das proposições. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

1. ( ) a proposição $(p \wedge q)$ é equivalente à proposição $p \vee q$

2. ( ) uma expressão da forma $(p \wedge q)$ é uma proposição que tem exatamente as mesmas valorações lógicas V ou F da proposição $p \rightarrow q$.

GABARITO

1-

a) Maria não é médica ou Daniel é engenheiro

b) Eu estudo e não aprendo.

c) Maria não é casada com Agenor

d) Felipe é escritor

e) Não estudo pouco ou passo no concurso.

f) Não irei dançar e não irei ao cinema.

g) É de meu interesse e não darei a atenção devida.

h) Gosto de Lógica e não estudo Matemática ou, não gosto de Lógica e estudo Matemática.

2- A

3- E

4- A

5- C

6- D

7- E

8- C

9- Errado, Certo.

10- A

11- E

12- C

13- D

14- A

15- E

16- A

17- C

18- C

19- C

20- Certo, Errado, Certo.

21- Errado, Errado, Errado.

22- Certo, Certo.