UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

LUCAS DOS SANTOS VAZ

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES

DISSERTAÇÃO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2021

LUCAS DOS SANTOS VAZ

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES

Metric Relations In The Rectangle Triangle Through Scratch Programming Language: A Proposal Of Activities

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador: Anderson Paião dos Santos.

CORNÉLIO PROCÓPIO

2021

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio

LUCAS DOS SANTOS VAZ

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Profissional Em Matemática Para A Escola Básica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 03 de Fevereiro de 2021

Prof Anderson Paiao Dos Santos, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Gustavo De Lima Prado, Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia (Ufu)

Prof.a Michele Cristina Valentino, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dedico este trabalho aos meus pais. Sem eles nada seria possível.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por toda sabedoria, saúde, graça e força para vencer as dificuldades e continuar buscando meus sonhos.

À minha família, por todo apoio e compreensão nos diversos momentos em que estive ausente para realização deste trabalho.

Aos meus pais, Paulo e Elza, por sempre me incentivarem a estudar e pelo apoio durante todo caminho que percorri. Além de gratidão sinto imenso orgulho em tê-los como pais.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Anderson Paião dos Santos, pela confiança, paciência e ensinamentos que tornaram este trabalho possível.

Aos colegas de curso, por toda sabedoria compartilhada e pelo companheirismo.

Aos professores que tive, por me transmitirem o conhecimento essencial para conclusão desta etapa.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram, de maneira direta ou indireta, para realização deste trabalho.

“Quem ensina aprende ao ensinar.
E quem aprende ensina ao aprender.”
(Paulo Freire)

RESUMO

VAZ, Lucas dos Santos. RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES. 147 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2021.

Tecnologias da informação e comunicação têm sido apontadas como ferramentas potencialmente poderosas para a mudança educacional. Por esta razão, elas têm sido muito exploradas por professores que sempre estão buscando novos caminhos para ensinar com o objetivo de tornar suas aulas mais interessantes e atrativas. Essas ferramentas também contribuem para o ensino de Matemática, uma vez que através delas os estudantes podem ser encorajados a desenvolver ou usar conhecimentos matemáticos para resolver problemas práticos e desafiadores. Nesta direção, o Scratch, que é uma linguagem de programação visual baseada em blocos, permite um ensino de Matemática fácil, efetivo e interessante. Os estudantes podem explorar esta poderosa ferramenta para resolver diferentes tipos de problemas e assim construir conhecimento. Por estas razões, neste trabalho, propomos algumas atividades para serem desenvolvidas com estudantes do último ano do Ensino Fundamental, as quais exploram o uso do Scratch para reconhecer as relações métricas no triângulo retângulo. Mais especificamente, deverão utilizar programações e conceitos já adquiridos em anos anteriores para deduzir tais relações.

Palavras-chave: Triângulo retângulo. Relações Métricas. Geometria Plana. Scratch.

ABSTRACT

VAZ, Lucas dos Santos. METRIC RELATIONS IN THE RECTANGLE TRIANGLE THROUGH SCRATCH PROGRAMMING LANGUAGE: A PROPOSAL OF ACTIVITIES. 147 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2021.

Information and communication technologies have been touted as potentially powerful tools for educational change. For this reason, they have been widely explored by teachers who are always looking for new ways to teach in order to make their classes more interesting and interactive. This tools also contribute to the teaching of mathematics, since through them the students can be encouraged to develop or use mathematical knowledge in order to solve practical and challenging problems. In this direction, Scratch, which is a block-based visual programming language, allows easy, effective and interesting math learning. Students can explore this powerful tool to solve different types of problems and thus build knowledge. For these reasons, in this work we propose some activities to be developed with students of the last year of Elementary School, which explore the use of Scratch in order to recognize metric relations in the right triangle. More specifically , they should use programs and concepts already acquired in previous years to deduce such relations.

Keywords: Right triangle. Metric Relations. Plane Geometry. Scratch.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A evolução da sociedade cada vez mais modifica a maneira com que as pessoas se relacionam, afetando também o ensino. Novas ferramentas surgiram e estão cada vez mais presentes no dia a dia das salas de aula. Tratam-se das chamadas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) que podem ser definidas como os recursos tecnológicos que possuem como função transmitir informações, preocupando-se com a maneira correta de realizar esta transmissão.

Diante deste cenário, as aulas também devem acompanhar o desenvolvimento destas tecnologias, aproveitando os pontos positivos de toda esta evolução. Como exemplo de recurso que deve ser melhor utilizado no ensino temos os softwares educacionais, que têm como objetivo enriquecer e atualizar as aulas tradicionais.

Neste sentido, os professores possuem um papel ainda mais relevante, pois são os responsáveis por introduzir estas atualizações no processo educacional.

> É importante ressaltar que o professor tem papel fundamental nesse processo, pois a maioria das mudanças acontece dentro da sala de aula, sob sua orientação. Logo, é imprescindível que o professor participe ativamente do planejamento de implementação das mudanças, e que estas tenham sentido para ele. (ZULATTO, 2002, p. 9)

O próprio governo destacou esta necessidade de a Educação acompanhar o desenvolvimento das TIC's ao elaborar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é o documento que visa orientar a educação brasileira nos próximos anos. Em diversos momentos este documento normativo cita esta necessidade, conforme podemos visualizar abaixo em uma das competências gerais que deve ser atingida em todos níveis de ensino.

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Uma das disciplinas que também pode ser beneficiada com a inserção dos softwares educacionais no ensino é a Matemática, devido às amplas possibilidades que o professor possui no momento de produzir suas aulas utilizando como ferramenta algum dos diversos programas voltados ao ensino já existentes.

Conforme consta na BNCC, o ensino de Matemática deve preparar os alunos para aplicar os conhecimentos adquiridos. Este ensino deve ocorrer de maneira organizada e com objetivos claros onde não apenas resoluções de problemas devem ser trabalhadas em sala de aula, devendo o processo de ensino-aprendizagem focar na investigação e desenvolvimento de projetos.

Neste sentido, o conhecimento matemático deve ser adquirido através da união entre atividades interativas e relacionadas ao cotidiano do estudante. São considerados processos ricos para obtenção de conhecimento os que englobam raciocínio, representação, comunicação e argumentação, por causarem um entendimento utilizando diversos meios.

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p. 266)

Esta busca pela melhor maneira de ensinar matemática tem relação com uma série de oito competências específicas que deve-se buscar atingir, para que assim o aluno tenha um domínio amplo para aplicar o conhecimento matemático no decorrer de sua vida. Todas as competências elencadas na BNCC são de extrema importância mas este trabalho busca auxiliar especialmente no alcance da seguinte competência:

> Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (BRASIL, 2018, p. 267)

Este conjunto de competências tem como apoio o fato de que as tecnologias estão presentes diariamente na rotina dos estudantes, podendo tornar-se poderosas aliadas durante o ensino da Matemática por permitirem também uma visualização mais ampla do que se está sendo estudado. Outro grande benefício é o desenvolvimento do raciocínio, que posteriormente poderá ser aplicado em outras áreas da Matemática ou até mesmo em outra disciplina.

Com base nestas questões apresentadas, neste trabalho criamos uma proposta de atividades onde os estudantes possam aprender através da associação entre as tecnologias e os conhecimentos sobre a matemática, visando criar assim uma sequência didática voltada para o estudo da geometria plana, especialmente sobre as relações métricas nos triângulos retângulos. Foram criadas oito atividades sobre este assunto voltadas ao nono ano do Ensino Fundamental, com grau de dificuldade crescente e que utilizam também conteúdos já vistos anteriormente.

Este trabalho tem relação direta com a habilidade "(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos" (BRASIL, 2018, p. 317). Nas atividades propostas os estudantes poderão deduzir as relações métricas presentes no triângulo retângulo, utilizando recursos de programação através da linguagem de programação Scratch e conhecimentos já adquiridos em anos anteriores.

O Scratch possibilita uma variedade de aplicações e maneiras diferentes de realizar os problemas propostos, não necessitando de conhecimentos sobre programação para que os projetos sejam criados. A sequência de programação, que controla atores presentes em um palco, é elaborada através do encaixe de blocos para que sejam evitados erros no momento de criação dos projetos. Ainda podem ser adicionadas novas funcionalidades, como por exemplo a ferramenta "Caneta", que permite que o ator desenhe no palco. Assim, estas atividades seguem uma linha de ensino ideal, onde o estudante recapitula o que já foi visto, realiza investigações e expande o que já sabe. A programação permite também que o aluno aprenda os conteúdos de maneira cativante e interativa, onde o mesmo amplia seu raciocínio de maneira completa.

Esperamos que os seguintes objetivos sejam alcançados através da execução deste trabalho:

- Elaborar uma sequência de atividades para que o professor possa trabalhar as relações métricas no triângulo retângulo;
- Permitir que os estudantes deduzam estas relações, associando linguagem de programação e conceitos de geometria plana;
- Incentivar o uso de recursos tecnológicos pelos professores em sala de aula, especialmente a linguagem de programação Scratch.

Para tanto, dividimos este trabalho em seis capítulos e dois apêndices que serão abordados a seguir.

No Capítulo 2 fazemos um passeio pela história da Geometria, tendo como principal objetivo proporcionar um envolvimento maior com o tema em questão e permitir que interessados saibam quais são as origens da maior parte dos elementos analisados. Este capítulo auxilia no alcance da primeira competência específica, pois os mesmos podem compreender que a matemática é fruto de uma série de necessidades, passando por diversas transformações e evoluindo em diferentes culturas e momentos históricos.

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 264)

Já no Capítulo 3, são apresentados conceitos teóricos sobre geometria plana, especialmente sobre triângulos e suas relações. Esses conteúdos são essenciais para que as atividades posteriormente trabalhadas sejam interpretadas corretamente. Também são feitas as demonstrações de cada um dos teoremas e outras conclusões são encontradas.

No Capítulo 4 tratamos sobre as tecnologias da informação e comunicação de uma forma mais ampla, mostrando sua importância e evolução quando associadas ao ensino, bem como as melhorias que podem ser alcançadas quando utilizadas em aulas de Matemática. Também serão mostrados os principais benefícios que podem ser alcançados através do ensino de Geometria em conjunto com a programação, sendo apresentada também de uma maneira mais aprofundada a linguagem de programação Scratch.

No Capítulo 5 encontra-se uma sequência de atividades, em ordem crescente de dificuldade, voltadas ao ensino das relações métricas nos triângulos retângulos com auxílio da linguagem de programação Scratch, onde os estudantes deverão utilizar outros conceitos já vistos em anos anteriores para deduzir as relações de forma simples. Nelas os alunos poderão utilizar sua criatividade para resolver as atividades propostas, sendo que as mesmas estão ligadas, fornecendo novos conhecimentos na medida em que os alunos avançam. Nas últimas atividades os mesmos irão deduzir as relações métricas e generalizá-las, utilizando recursos que foram mostrados nas primeiras atividades.

No Capítulo 6 apresentamos as conclusões e os objetivos esperados obtidos através da realização deste trabalho.

No Apêndice A, elaboramos um tutorial para uso do Scratch, que pode ser consultado a qualquer momento em caso de dúvidas. São abordadas as principais funcionalidades presentes no programa e os blocos utilizados nas atividades. Também constam neste apêndice diversos exemplos de programações.

Por fim, o Apêndice B traz o gabarito das atividades propostas. As soluções apresentadas são algumas dentre as várias possíveis e são exibidas através de várias figuras, para que em caso de dúvidas os passos necessários possam ser esclarecidos.

2 HISTÓRIA DA GEOMETRIA

Neste capítulo fizemos um estudo sobre o desenvolvimento da Matemática, tendo como foco a Geometria, objeto principal deste trabalho, iniciando pelos primórdios da história até os dias atuais. Diversas civilizações contribuíram muito para a evolução desta ciência que é considerada uma das mais antigas, como por exemplo os egípcios, cujas descobertas impactaram e alavancaram a Matemática e a Geometria de uma forma incrível.

Além das civilizações como um todo, existem também nomes específicos dentro da história da humanidade que são personagens notáveis por grandes descobertas relacionadas à Geometria e por desenvolver teorias que são usadas até os tempos atuais. O conhecimento matemático teve influência de diversos autores, sendo que alguns merecem um papel de destaque, como por exemplo, Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides, Euler, Descartes, Gauss, Riemann, entre outros.

Ao estudar o contexto histórico, teremos um embasamento maior sobre como a Matemática está intimamente ligada ao processo de desenvolvimento da humanidade, sendo que perceber este fato constitui uma grande valorização desta ciência. A Geometria, como parte da Matemática, também aparece desde o surgimento do homem, muitas vezes causando um certo desafio a todos, pois os antigos se deparavam com problemas práticos que necessitavam de conhecimento intelectual ainda não desenvolvido.

Quando se deparavam com problemas assim, os avanços começavam a acontecer, especialmente por essa necessidade de crescimento como sociedade. Os conceitos evoluem também a partir da curiosidade natural dos homens. Simplesmente esta vontade de descobrir novos conceitos já motiva muitos a tornar a Geometria objeto de estudo desde a antiguidade.

2.1 SURGIMENTO DA MATEMÁTICA

A história da Matemática sempre esteve atrelada à história da humanidade, acompanhando a evolução do homem. É importante ressaltar que não existe um momento exato para termos como seu surgimento, nem é possível determinar com precisão quando começou a ser mais utilizada. Isto ocorre pela falta de documentos que ajudem os historiadores a estudar mais precisamente estes momentos, sendo que as provas de utilização mais antigas de Matemática foram identificadas através de marcas em ossos, em tabletes de argilas e outras formas rudimentares de fonte de informação.

A noção mais primitiva, base do pensamento matemático, é o processo de contagem. Quando surgiu, antes mesmo da escrita, era de forma muito simples e relacionada à ideia de comparação de grandezas, onde o homem necessitava saber quantos objetos estavam a sua disposição. O homem primitivo acabava desenvolvendo o conhecimento matemático ao se deparar com novos desafios encontrados principalmente na natureza, por se tratar do ambiente onde ele vivia.

Segundo Mol (2013), a evolução natural do homem, de uma vida nômade para o convívio em sociedade, incorporou novos desafios sociais e econômicos, sendo necessárias ferramentas de comparação que permitissem este desenvolvimento. As noções como: grande, pequeno, rápido, lento, muito, pouco, entre outras, já estavam presentes em todos os momentos, tratando-se de conhecimentos intrínsecos ao ser humano, servindo como o princípio do processo de contagem.

Como exemplo da utilização da Matemática em seus primórdios podemos tomar a comparação de rebanhos com pequenos objetos, onde o homem do campo possuía para cada animal de sua criação uma pedra, concha, pedaço de madeira, entre outros, a fim de averiguar em outro momento se todos seus animais estavam presentes.

Sobre o processo de contagem, Roque (2012, p. 72) diz que:

> O procedimento de contagem dá origem a um "número" que designa a quantidade de seres em uma determinada coleção. Assim, a noção de número traduz o fato de que, dadas duas coleções com o mesmo número de seres, pode se chamar a quantidade de elementos em cada uma dessas coleções pelo mesmo nome: 2, 10 etc. A definição de número implica, portanto, uma "abstração" em relação à qualidade dos seres que estão em cada coleção, para que apenas a sua quantidade seja considerada.

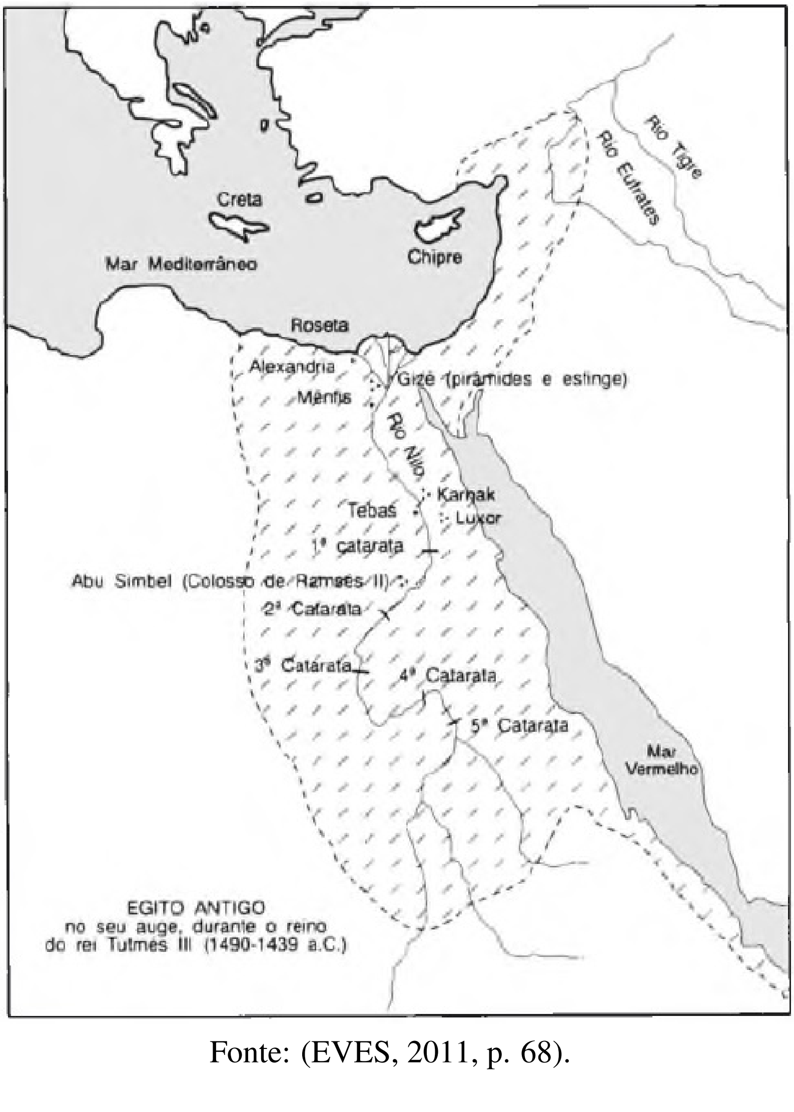
2.2 A GEOMETRIA NO EGITO

A civilização egípcia antiga era muito organizada e acabaram contribuindo bastante para o conhecimento matemático. Habitavam as margens do Rio Nilo, na região nordeste da

África. Assim como em diversas outras civilizações antigas, seu surgimento e desenvolvimento estavam ligados a um rio, sendo neste caso o Nilo.

A região do Egito , que pode ser visualizada na Figura 1, era localizada em uma região desértica, onde durante as cheias do Rio Nilo diversos nutrientes eram depositados nas terras em sua margem, favorecendo o desenvolvimento da agricultura. Este rio também proporcionava uma grande fonte de alimentos e um meio de transporte para mercadorias através de embarcações. Alguns historiadores dizem que o Egito existiu graças ao Nilo.

Figura 1: Região do antigo Egito



Fonte: (EVES, 2011, p. 68).

Em relação à Matemática, os egípcios adquiriram muito conhecimento através da prática, devido aos acontecimentos envolvendo a natureza. Esta civilização observava muito os movimentos das estrelas, despertando uma curiosidade em saber como funcionavam suas trajetórias. Em geral, as terras ao redor do Rio Nilo eram divididas entre diversos proprietários e, após a inundação destas propriedades, por consequência das altas e baixas do rio, eram necessárias novas marcações, que deviam ser precisas para evitar conflitos.

O estudo da história está ligado à análise de documentos históricos. No caso do Egito antigo isto foi possível pois utilizavam como forma de documentar alguns de seus conhecimentos os papiros, uma espécie de planta muito comum nas margens do Rio Nilo. Não era uma forma muito segura de documento, sendo que muitas informações foram perdidas. Entretanto, alguns desses papiros que conseguiram resistir ao desgaste do tempo possuem os registros mais antigos sobre matemática já encontrados. Segundo Boyer (1974), há um papiro extenso, medindo cerca de $0,30m$ de largura por $5m$ de comprimento, que é um importante documento histórico desta época, especialmente para a matemática, por tratar de diversos conhecimentos que possuíam nesta sociedade.

Conhecido como Papiro de Rhind, possuía 84 problemas matemáticos, envolvendo frações, equações simples, área de triângulos, volumes, entre outros. Porém, estes assuntos não eram tratados como forma teórica, e em geral, apresentavam apenas resoluções de problemas específicos, tendo como base a adição.

De acordo com Boyer (1974, p. 9):

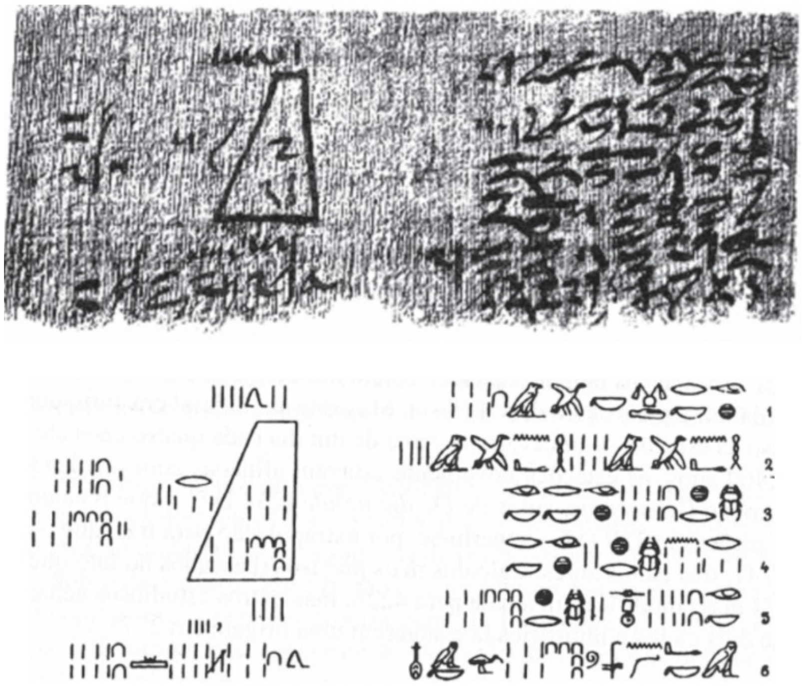
> Foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind; por isso é conhecido como Papiro de Rhind, ou, menos frequentemente, chamado Papiro Ahmes em honra do escriba que o copiou por volta de 1650 a.C.

Outro papiro muito importante na história egípcia é o chamado Papiro de Moscou, que é um pouco menor que o Papiro de Rhind, porém contém diversos problemas matemáticos, incluindo o cálculo do volume do tronco de pirâmide. Foi escrito por volta do ano de 1890 a.C. e contém 25 problemas matemáticos.

Entre os problemas matemáticos inscritos neste papiro merece destaque o relacionado ao cálculo do volume de um tronco de pirâmide, por sua precisão e por ser avançado para a época. Eves (2011, p. 75) diz que: “É realmente notável a existência no papiro Moscou de um exemplo correto da fórmula do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada”. Ainda que seja apenas para o caso específico da pirâmide de base quadrada, a conclusão obtida pelos egípcios foi um grande feito.

Na Figura 2, podemos visualizar uma imagem do Papiro de Moscou.

Figura 2: Papiro de Moscou



Fonte: (BOYER, 1974, p. 7).

Nestes dois papiros encontramos a maior fonte de conhecimento sobre como era a Matemática no Egito. Ainda que de forma rudimentar, diversas informações foram descobertas nessa época, servindo como base para o desenvolvimento da Matemática. Podemos ainda atribuir aos egípcios o uso do calendário solar, construção das pirâmides, fórmula para cálculo da área de um círculo, entre outros avanços.

De acordo com Eves (2011), nestes dois principais papiros egípcios existem 110 problemas, sendo que 26 deles são sobre Geometria. A maioria traz fórmulas necessárias para cálculos de áreas de terras e volume de grãos, problemas comuns para a época e enfrentados com mais facilidade através das fórmulas apresentadas. Com base nestes problemas podemos concluir que os cálculos eram aproximações, muitas vezes grosseiras, servindo apenas como uma solução prática com erro.

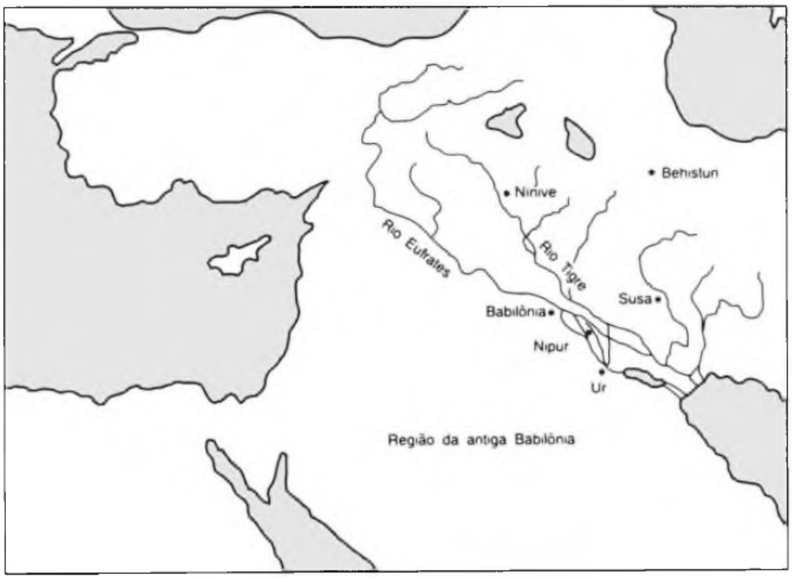
2.3 GEOMETRIA NA MESOPOTÂMIA

A Mesopotâmia era uma região compreendida entre os rios Tigre e Eufrates, por volta dos séculos VIII e IX a.C., formada por diversas cidades e com grande movimento de povos nômades, conforme podemos visualizar na Figura 3.

Segundo Roque (2012, p. 26):

> As primeiras evidências de escrita são do período sumério, por volta do quarto milênio a.C. Em seguida, a região foi dominada por um império cujo centro administrativo era a cidade da Babilônia, habitada pelos semitas, que criaram o Primeiro Império Babilônico. Os semitas são conhecidos como "antigos babilônios", e não se confundem com os fundadores do Segundo Império Babilônico, denominados neobabilônios".

Figura 3: Antiga região da Mesopotâmia



Fonte: (EVES, 2011, p. 59).

De acordo com Mol (2013) foi na Mesopotâmia que a vida urbana se desenvolveu. Atividades como engenharia e relacionadas à metalurgia ganharam força nesta região, tornando-a a primeira sociedade a ter uma economia em larga escala. Um dos maiores feitos desta civilização foi a criação de um método de escrita que é considerado um dos mais antigos, denominado de cuneiforme, por ser composto por vários símbolos em forma de cunha. Além disso, também criaram uma forma muito eficaz de torná-la documentada, esculpindo suas inscrições em tabletes retangulares de argila que, logo após, eram aquecidas para manterem sua forma original. Tal trabalho possibilitou o arquivamento de informações de maneira barata e fácil, tornando os dados resistentes a grande parte dos desgastes naturais.

De acordo com Mol (2013, p. 16):

> Os mesopotâmicos usavam como suporte para sua escrita placas de argila, que eram marcadas com estilete e, em seguida, eram cozidas ou secas ao sol para aumentar sua durabilidade. Essas tabuletas, normalmente retangulares, tinham espessura pouco maior que $2cm$, com tamanhos variando de poucos a algumas dezenas de centímetros. Tais objetos se mostraram muito mais resistentes à ação do tempo do que outros suportes de escrita utilizados ao longo da história, como por exemplo os papiros egípcios.

Eves (2011) afirma que o tamanho das tabuletas variava muito: as menores possuíam pouca informação com apenas algumas polegadas quadradas, já as maiores com o tamanho aproximado de um livro. Com espessura aproximada de uma polegada e meia, a maioria possuía escrita em apenas um de seus lados.

Assim como no Egito, na Mesopotâmia a Geometria não era tão avançada, sendo que todos os problemas encontrados nas tabuletas de argila eram relativos a aplicações práticas, sem se importar com teorias, demonstrações ou com a exatidão dos resultados. Apesar de possuírem conhecimento sobre o assunto não se preocupavam em desenvolver teorias, pois tinham como objetivo único utilizar a Geometria como ferramenta para as mais diversas necessidades.

Boyer (1974) defende que grande parte dos textos cuneiformes relacionados à Matemática são sobre Geometria, no entanto, esta não era uma ciência tão ampla para eles, não sendo considerada uma disciplina. Os babilônios consideravam a Geometria como uma aritmética aplicada, para que pudessem entender melhor seus conteúdos.

Segundo Eves (2011), não era possível encontrar argumentos que defendessem as teorias elencadas nos artefatos encontrados, pois tratavam-se apenas de descrições de processos, uma regra pronta, onde deveria ser apenas aplicada da maneira proposta. Ocorria que, na maioria dos casos, as regras para o uso não eram gerais, servindo apenas para situações específicas, deixando claro que não se importavam tanto com o estudo mais geral dos assuntos. O passo a passo para resolver os problemas com os quais se deparavam acarretava em resoluções pobres de conhecimento.

2.4 O AVANÇO DA GEOMETRIA NA GRÉCIA

A Grécia é sem dúvidas o local onde o conhecimento em geral se desenvolveu exponencialmente. Diversos filósofos, matemáticos e estudiosos das mais diversas áreas contribuíram para tal crescimento, tornando-a uma referência em estudos científicos na época. À medida que a Matemática se tornava uma ciência, com aspectos mais modernos, a Geometria recebia atenção especial por parte de diversos pensadores.

Eves (2011) afirma que a Grécia antiga é formada pela reunião de diversas cidades-estado e pequenas fazendas distantes umas das outras. Entre os anos de 800 a.C. a 336 a.C., formaram o chamado Período Helênico. Eles estavam em uma região onde haviam ilhas rochosas e penínsulas no extremo leste do mar Mediterrâneo. Esta localidade não tinha semelhança com a região onde habitavam os egípcios ou mesopotâmicos, principalmente por não ser uma planície com rios enormes, mas sim por ter diversas cadeias de montanhas que serviam como divisões no território, formando cidades independentes. Este foi o berço dos maiores cientistas do mundo antigo.

Na Grécia a Geometria foi uma das ciências mais estudadas. Diversos matemáticos desenvolveram teoremas, demonstrações, reuniram conhecimentos e formaram grupos de estudos e discussões sobre o tema. Conforme veremos ainda neste capítulo, alguns estudiosos apresentaram contribuições maiores sobre este assunto, merecendo destaque em nossos estudos.

Existiam diversas cidades-estado, algumas delas se destacaram sobre outras devido a sua contribuição ou sua localização, sendo que ambas características estão intimamente ligadas. As cidades que ficavam mais na região dos portos, formavam grandes centros comerciais, fato que desencadeava uma troca de informações muito grande entre os habitantes.

As principais cidades-estado deste período são Atenas, por sua intensa atividade comercial, e Esparta, por sua capacidade militarista. Corinto e Argos, onde o comércio era fortalecido pela sua localização, também merecem destaque, assim como Mileto e Tebas. Nestas cidades o desenvolvimento intelectual ultrapassou rapidamente o da civilização egípcia e da região da Mesopotâmia, sendo a Matemática uma das principais ciências estudadas.

Segundo Eves (2011), os últimos séculos do segundo milênio a.C. foram responsáveis por mudanças drásticas na forma com que a matemática era pensada, pois os filósofos e matemáticos gregos começaram a questionar o porquê de certos tópicos matemáticos. Na Geometria, assim como nas outras áreas, questões sobre "como" e "por que" surgiam como uma forma de enigma a ser estudado. Esta ciência deixa então de ser puramente de aplicações práticas e passa a se tornar mais abstrata, onde demonstrações passaram a ser consideradas em primeiro plano em diversos estudos.

2.4.1 TALES E PITÁGORAS

Um dos grandes matemáticos desta época foi Tales de Mileto. Segundo Boyer (1974) não se sabe muito de sua vida e obra, pois não existem muitos documentos históricos sobre ele. Seu nascimento e sua morte também são apenas estimativas, porém acredita-se que viveu até plena maturidade. Porém, não restam dúvidas de que ele foi um grande intelectual, sendo considerado um dos primeiros grandes sábios. Tales também é conhecido pelo famoso Teorema de Tales, no entanto, não se pode provar que seja de sua autoria, sendo que o mesmo pode ter sido aprendido em uma de suas viagens à Babilônia.

Eves (2011, p. 95) afirma que:

> Tales começou sua vida como mercador, tornando-se rico o bastante para dedi-

> car a parte final de sua vida ao estudo e a algumas viagens. Diz-se que ele viveu por algum tempo no Egito, e que despertou admiração ao calcular a altura de uma pirâmide por meio da sombra. De volta a Mileto ganhou reputação, graças a seu gênio versátil, de estadista, conselheiro, engenheiro, homem de negócios, filósofo, matemático e astrônomo. Tales é o primeiro personagem conhecido a quem se associam descobertas matemáticas.

De acordo com Mol (2013), Tales foi um dos maiores nomes que iniciaram o processo de transformação da Geometria prática para a dedutiva, sendo ele o responsável pelas primeiras demonstrações matemáticas. São considerados feitos deste grande intelectual a conclusão de que: todo círculo é dividido em duas partes iguais pelo seu diâmetro; os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; o ângulo inscrito em um semicírculo é reto; quando duas retas se interceptam os ângulos opostos são iguais; os lados de triângulos semelhantes são proporcionais; dois triângulos são congruentes se possuem dois ângulos e um lado iguais.

Roque (2012) afirma que Tales de Mileto obteve êxito ao calcular a altura de uma pirâmide através de semelhança dos triângulos formados, com base em sua altura e sua sombra e com base na altura da pirâmide e sua sombra. Outro feito que supostamente o mesmo teria realizado foi a previsão de um eclipse solar no ano de 585 a.C., porém, segundo Boyer (1974, p. 34):

> A veracidade dessa informação é muito discutível especialmente porque um eclipse solar é visível só em pequena parte da Terra e não é provável que houvesse na Babilônia tabelas de eclipses solares que permitissem a Tales fazer tal predição.

No entanto, não há documentos que provem tais feitos, sendo que existe uma concordância dos autores no sentido de que Tales pode ter adquirido muito desses conhecimentos por meio de suas viagens ao Egito e à Babilônia. Contudo, é de reconhecimento sua notável inteligência e capacidade de lidar com a matemática, principalmente com a Geometria.

Outro grande ilustre matemático que viveu na Grécia antiga foi Pitágoras. Os registros sobre sua vida são escassos, sabendo-se pouco sobre sua biografia. De acordo com Eves (2011) Pitágoras provavelmente nasceu no ano de 572 a.C. na ilha egeia de Samos, viajava longas distâncias assim como Tales, tendo residido por um período no Egito. Alguns historiadores dizem que Pitágoras foi discípulo de Tales, porém não existem documentos que comprovem tal afirmação. Quando voltou do Egito, decidiu não permanecer mais em sua terra natal pois encontrou o poder nas mãos do tirano Polícrates, então passou a residir em Crotona, uma colônia grega situada no sul da Itália, onde criou a famosa escola pitagórica.

Pitágoras foi um grande estudioso e conhecedor da Geometria, seguindo a mesma linha de Tales, preocupando-se com demonstrações e questionando-se sobre os resultados obtidos. É considerado o responsável por grande parte do desenvolvimento do conhecimento matemático da época e fundou a chamada escola pitagórica.

A escola pitagórica era muito mais que uma instituição de ensino. De acordo com Mol (2013), tratava-se de uma irmandade religiosa, filosófica e científica, onde havia um certo misticismo. Os números eram tidos como entidades místicas e objetos de devoção e havia uma série de regras para o ingresso.

De acordo com Boyer (1974), a escola pitagórica seguia regras rígidas, com uma política de conduta conservadora, seguindo a teoria de que o estudo da matemática e da filosofia eram fundamentais, sendo a base de tudo. A transmissão do conhecimento era realizada essencialmente de maneira oral e todos os conteúdos deveriam ter como criador o fundador da escola. Este fato contribuiu para o aumento do número de descobertas atribuídas à Pitágoras.

> (...) é evidente que os pitagóricos desempenharam um papel importante, talvez crucial, na história da matemática. No Egito e na Mesopotâmia os elementos de aritmética e geometria eram essencialmente exercícios de aplicação de processos numéricos e problemas específicos, fossem eles referentes a cerveja ou pirâmides ou heranças de terras. Havia pouco de estrutura intelectual, e talvez nada que se parecesse com uma discussão filosófica dos princípios. Presume-se em geral que Tales deu algum passo nessa direção, embora a tradição apoie a opinião de Edemo e Proclus de que a nova ênfase na matemática se deve principalmente aos pitagóricos. (BOYER, 1974, p. 36)

A Geometria, como um dos pilares de estudo da escola pitagórica, desenvolveu-se bastante e novos teoremas passaram a ser conhecidos. Um deles ficou conhecido como teorema de Pitágoras que segundo Eves (2011) é de concordância entre os diversos estudiosos sobre o assunto atribuir a Pitágoras a descoberta do teorema, que afirma que o quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados dos catetos. No entanto, o mesmo já era utilizado pelos babilônios, cabendo a Pitágoras o papel de ser o primeiro a ter demonstrado tal teorema.

Crease (2011) pontua que provar algo que é conhecido vai muito além de apenas conhecer a regra, não visa a aplicação para um resultado prático, mas sim a obtenção da validade geral. Este processo permite conhecer uma equação, requerendo para tanto uma perspectiva diferente da matemática.

De acordo com Mol (2013) este teorema não tem como referência apenas Pitágoras, mas sim toda a escola pitagórica, pois a partir do momento em que os teoremas eram propostos para serem analisados sob o ponto de vista abstrato e intelectual os trabalhos matemáticos passaram a ser mais amplos.

Mesmo com a destruição do local onde se situava a escola pitagórica seus seguidores continuaram as atividades por muito tempo.

2.4.2 OS ELEMENTOS DE EUCLIDES

É fato que a Matemática, especialmente a Geometria, era o foco dos estudos durante o desenvolvimento da humanidade. Muitos autores, ao estudar a história da Geometria, costumam dividi-la em períodos relacionados com acontecimentos ou pessoas importantes, que é o que ocorre com Euclides, tamanha a sua importância para a matemática. Segundo Eves (2011) não se sabe muito sobre como foi sua vida, com exceção de alguns feitos realizados pelo mesmo. Criou e foi professor de uma notável escola para estudo da Matemática em Alexandria. Sem dúvidas foi um brilhante estudioso da Geometria e conseguiu ensinar muito de seus saberes aos seus alunos.

Roque (2012) afirma que Euclides foi o responsável por sistematizar praticamente todo conhecimento da época em sua obra chamada Os Elementos, este foi o maior trabalho realizado em toda humanidade sob o ponto de vista matemático. Não se tratava apenas de uma reunião dos conhecimentos já obtidos, apesar de grande parte dos resultados terem sido atribuídos a outros matemáticos, pois em nenhum momento até aquela data alguém tinha organizado um trabalho tão uniforme e com tamanha proporção.

Mol (2013, p. 45) afirma que:

> Os Elementos de Geometria, de Euclides, representaram o apogeu da produção matemática na Grécia clássica. Esta foi a mais brilhante obra matemática grega e um dos textos que mais influenciaram o desenvolvimento da matemática e da ciência. Foi um dos livros mais editados e lidos em toda a história, tendo sido usado como livro-texto no ensino de matemática até o final do século XIX e início do século XX.

Divididos em treze livros, que também são chamados de capítulos ou partes, Os Elementos serviu como base de estudo para sua escola durante muitos anos, ainda sendo objeto de pesquisa de muitos historiadores e filósofos. Analisando a parte sobre Geometria, todo conhecimento desta obra está contido em nove destes livros. Os seis primeiros livros abordam os assuntos sobre geometria plana, os livros de sete a nove tratam de aritmética e os livros de onze a treze são sobre geometria espacial. Estas são as três grandes divisões que podemos fazer nesta obra.

Todos os treze livros são compostos de proposições e postulados, a maioria pode ser considerada simples para os dias atuais, mas para a época tratava-se de conteúdos importantes.

De acordo com Boyer (1974), tomando como análise o Livro I, a maior parte das proposições são vistas atualmente no currículo de Geometria da escola secundária, contém teoremas sobre congruência de triângulos, construções simples com régua e compasso, propriedades sobre retas paralelas, sobre paralelogramos e, para concluir, Euclides apresenta uma demonstração do Teorema de Pitágoras.

Roque (2012) afirma que a maneira com que os livros são escritos trazem o conteúdo de uma maneira muito propícia ao entendimento. Euclides adota o método axiomático-dedutivo, onde alguns fatos conhecidos por serem intuitivos e tidos como evidentes, chamados de definições, postulados e axiomas, são usados para chegar a conclusões, que são os teoremas. Ou seja, a partir de conhecimentos simples, Euclides vai obtendo conteúdos mais complexos.

Eves (2011) diz que o Livro II é relativamente curto, contando com apenas quatorze preposições, aborda os assuntos sobre transformação de áreas e álgebra geométrica. Mesmo tratando-se de um livro bem curto, Boyer (1974) afirma que nos dias de Euclides possuía muito significado, servindo como importante fonte de conteúdo. Não se deve comparar estas preposições com a era atual, pois muito mudou e evoluiu, simplificando nosso entendimento e capacidade de analisar os assuntos.

O Livro III contém muitos teoremas sobre círculos, especialmente quando cortados por segmentos ou retas, objeto principal de estudo nesta parte. Possui 39 proposições, que hoje são consideradas básicas, para a chamada Geometria do círculo. Um ponto que merece destaque é a apresentação da definição de uma reta tangente a um círculo. Seguindo a linha sobre Geometria, o Livro IV trata de problemas sobre a inscrição e circunscrição de figuras no círculo. Possui dezesseis proposições, onde são tratadas também construções com régua e compasso de alguns polígonos. Em seu quinto e sexto livros, Euclides continua organizando e produzindo conhecimento sobre geometria plana. O Livro V trata de proporções de Eudoxo, aplicadas em grandezas comensuráveis e incomensuráveis, já no Livro VI estas teorias são aplicadas à geometria plana, tomando como base o livro anterior e buscando completar o assunto com diversas demonstrações e proposições muito importantes.

Boyer (1974) afirma que para alguns leitores o Livro V pode parecer supérfluo por apresentar conteúdos considerados simples e que atualmente são vistos através de regras mais simples, porém o mesmo trata de tópicos fundamentais para toda Matemática. Entre as proposições presentes, algumas tratam de distributividade à esquerda e à direita da multiplicação em relação à adição, regras para "maior que" e "menor que" e propriedades bem conhecidas das proporções.

Ainda seguindo de acordo com Boyer (1974) no Livro VI foram exploradas as proposições desenvolvidas no livro anterior, são provados diversos teoremas especialmente sobre razões e proporções de triângulos ou outros polígonos semelhantes, há muitas proposições relacionadas com conceitos geométricos. Neste livro ocorre também uma generalização do Teorema de Pitágoras na proposição 31, sendo considerada a realização desta extensão ao próprio Euclides.

Estes são os livros dedicados à geometria plana, eram considerados referência não só na época em que eram usados, mas também durante um grande período da humanidade. Há também livros que tratam sobre geometria espacial, porém os mesmos não serão aprofundados por se tratar de um trabalho relacionado à parte plana. Frequentemente muitos ainda acreditam que a obra Os Elementos era voltada apenas ao estudo da Geometria, contudo Euclides apresenta muito conhecimento sobre outras áreas especialmente sobre álgebra e teoria dos números.

2.5 A GEOMETRIA APÓS EUCLIDES

Após Euclides, a Geometria continuou evoluindo, principalmente devido a alguns matemáticos em especial. Entre eles podemos citar Arquimedes, natural da cidade grega de Siracusa e considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Era um grande inventor e conhecido por ser altamente concentrado em buscar soluções para os problemas com os quais se deparava, este fato rendeu muitas histórias sobre possíveis feitos realizados pelo mesmo.

De acordo com Eves (2011), Arquimedes produziu três trabalhos relacionados à Geometria, que possuíam um rigor e riqueza de conhecimentos dignos de uma revista especializada moderna; essas três obras são: a medida de um círculo, a quadratura da parábola e sobre espirais. Na primeira obra conseguiu inaugurar o método clássico para calcular o valor de π, já no segundo livro mostra a relação entre a área de um segmento parabólico e um triângulo, enquanto que no último dos três livros se dedica a estudar as propriedades da hoje conhecida curva de Arquimedes.

Estes foram alguns dos últimos grandes trabalhos desenvolvidos antes de um período onde a Geometria foi deixada em segundo plano nos estudos. Diversos povos fizeram uso dos conhecimentos já descobertos apenas os aplicando em situações necessárias. Na China, Arábia e Índia os habitantes apenas preservaram os documentos já existentes, traduzindo textos e obras, além de arquivá-los.

O próximo capítulo importante em relação à Geometria ocorreu apenas na idade média na Europa, em um período conhecido como Renascimento. Nessa época ocorreram a valorização da arte como forma de expressão e também o estudo mais aprofundado da Astronomia, especialmente nas pinturas a Geometria ganhou destaque e diversas obras foram realizadas.

Nas mãos de Girard Desargues, grande arquiteto, engenheiro e matemático que viveu aproximadamente entre os anos de 1591 e 1661, a geometria projetiva ganhou força. Em seus trabalhos partiu de definições atribuídas a diversos outros autores para criar contribuições artísticas nessa época, além de buscar tornar a matemática presente na engenharia e arquitetura mais precisa.

Porém, apesar de Desargues ter realizado um trabalho notável, outro matemático acabou o encobrindo, tamanha foi a sua importância para esta ciência. Trata-se de René Descartes (1596-1650), de acordo com Mol (2013), foi um dos pilares da revolução científica que ocorreu posteriormente. Foi sua obra chamada de A Geometria, de 1637, que atualmente são as bases para a geometria analítica, nasceu de um conjunto de três apêndices ao Discurso do Método.

> A primeira seção de A Geometria era intitulada "Como o cálculo aritmético se relaciona às operações de geometria". De fato, a nova concepção de geometria proposta por Descartes, muito mais do que a aplicação da álgebra à geometria, buscava a tradução das operações aritméticas para a linguagem geométrica. O seu método tinha dois objetivos centrais: libertar a geometria do uso de diagramas através de procedimentos algébricos e dar significado às operações algébricas através da interpretação geométrica. (MOL, 2013, p. 96)

Boyer (1974) afirma que a obra de Descartes não buscava meramente a redução da geometria à álgebra, a visão correta que se deve ter é a de que ocorria a tradução de operações algébricas em linguagem geométrica. A Geometria era o texto mais antigo que alguém da atualidade consegue ler e entender completamente, continha letras como incógnitas, sinal de igual, entre outras características que juntamente com seu conteúdo tornaram uma das obras mais importantes da época.

Descartes não era o único interessado em estudar esta nova visão da Geometria, cabendo a outro gênio da matemática estudar este conteúdo a ponto de ser considerado coautor desta teoria. Trata-se de Pierre de Fermat (1601-1665), grande estudioso que desenvolveu trabalhos sobre geometria analítica, sua obra Introdução aos Lugares Planos e Sólidos foi publicada apenas após sua morte. Continha elementos diversos sobre cônicas e retas, também foi o primeiro a introduzir a noção de coordenadas.

2.6 A GEOMETRIA NA MATEMÁTICA CONTEMPORÂNEA

Entre os muitos nomes que contribuíram para o crescimento da Geometria nos períodos mais atuais podemos citar Leonhard Euler (1707-1783), um dos maiores gênios da Matemática moderna. Segundo Mol (2013), é um dos matemáticos mais produtivos de seu tempo, tendo publicado 560 livros e artigos, além de manuscritos revelados após sua morte.

Seus campos de atuação eram variados, incluindo teoria dos números, geometria, análise e álgebra. A notação utilizando letras minúsculas para os lados de um triângulo e as maiúsculas correspondentes para seus vértices são contribuições de Euler para a Geometria. Também é muito famosa a relação que estabelece que o número de vértices somado com o número de faces de um poliedro é igual à dois somado com o número de arestas.

Seguindo nossa linha do tempo sobre os principais acontecimentos e autores relacionados à geometria, surge a figura de Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Desde jovem mostrou possuir grande capacidade de raciocínio, fato que despertou a atenção de diversos outros matemáticos. Gauss tinha como foco primário de seus trabalhos a teoria dos números, tendo criado muito conteúdo sobre o assunto.

Segundo Eves (2011), Gauss fez a primeira investigação sobre convergência de séries e sua obra *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, criada em 1827, foi pioneira no que diz respeito ao estudo da geometria das superfícies no espaço, ingressando na geometria não euclidiana.

No século XIX a Geometria começa a tomar um novo rumo, sendo que uma vertente de matemáticos começa a questionar o postulado das paralelas publicado no livro Os Elementos, de Euclides. A consequência destes estudos acabou revelando novos ramos para uma Geometria chamada de não-euclidiana, cuja principal característica é a de que o espaço em análise não é mais apenas plano como Euclides trabalhou em suas obras.

Eves (2011, p. 544) pontua que:

> Uma consequência de alcance muito maior foi a libertação da geometria de seus moldes tradicionais. Despedaçou-se uma convicção secular e profundamente arraigada de que apenas uma geometria era possível e abriu-se caminho para a criação de muitos outros sistemas geométricos. Os postulados da geometria tornaram-se, para os matemáticos, meras hipóteses cuja veracidade ou falsidade físicas não lhes diziam respeito; o matemático pode tomar seus postulados para satisfazer seu gosto, desde que eles sejam consistentes entre si.

Ocorre que em superfícies curvas, o postulado das paralelas não se mostra válido, sendo necessários outros conceitos para que os matemáticos pudessem então continuar seus estudos nesta área. Como exemplo de geometria não-euclidianas podemos citar a geometria esférica e a hiperbólica.

Neste capítulo foram apresentados os principais momentos na história da Matemática, especialmente em relação à Geometria. Os matemáticos aqui elencados são apenas alguns de um grupo enorme, entre os quais todos acabaram contribuindo de maneira direta ou indireta.

Vale ressaltar também a necessidade de se conhecer a história da matemática como forma de facilitar o entendimento sobre diversos assuntos, além de provocar um estímulo grande a todos que desejam se aventurar nos estudos nesta área.

Assim como diversos outros ramos da Matemática, a Geometria continua evoluindo através de novas linhas de pesquisa, nas mãos de matemáticos modernos esta ciência ainda possui muito a ser explorada. O avanço desta ciência ocorre de maneira proporcional ao avanço da humanidade, estando ligada diretamente com a evolução da sociedade.

No próximo capítulo, trazemos alguns dos principais conceitos sobre geometria plana que serão essenciais para a resolução da sequência de atividades proposta. Estes conceitos podem ser consultados sempre que houver necessidade por parte do professor.

3 CONCEITOS SOBRE GEOMETRIA

Neste capítulo, são apresentados alguns conceitos essenciais que formam uma base para os estudos e realização das atividades mais adiante. O conteúdo foi exposto de uma forma mais simples, trazendo as principais definições sobre conceitos relacionados à Geometria Plana.

Tomaremos como referência Neto (2013) e Barbosa (1997), as quais também podem ser consultadas para detalhes de assuntos que não são tratados neste capítulo. Abordamos assuntos como: triângulos, congruência e semelhança de triângulos, relações métricas em triângulos retângulos, entre outros.

Neste capítulo são adotadas as seguintes notações:

- AB: segmento de reta determinado pelos pontos A e B;
- $\overline{AB}$: comprimento do segmento AB;
- $\overrightarrow{AB}$: semirreta de origem A, que passa por B;
- $\overleftrightarrow{AB}$: reta determinada pelos pontos A e B, distintos;
- $A_1A_2A_3A_4\ldots A_n$: polígono de n lados;
- $A\widehat{O}B$: ângulo (medida do ângulo) formado pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$;
- $\widehat{B}$: ângulo (medida do ângulo) interno de um triângulo ABC dado por $A\widehat{B}C$;
- $AB = CD$: segmento AB congruente ao segmento CD.

Visando as atividades que são abordadas neste trabalho, na sequência apresentamos os conceitos e propriedades de congruência e semelhança de triângulos.

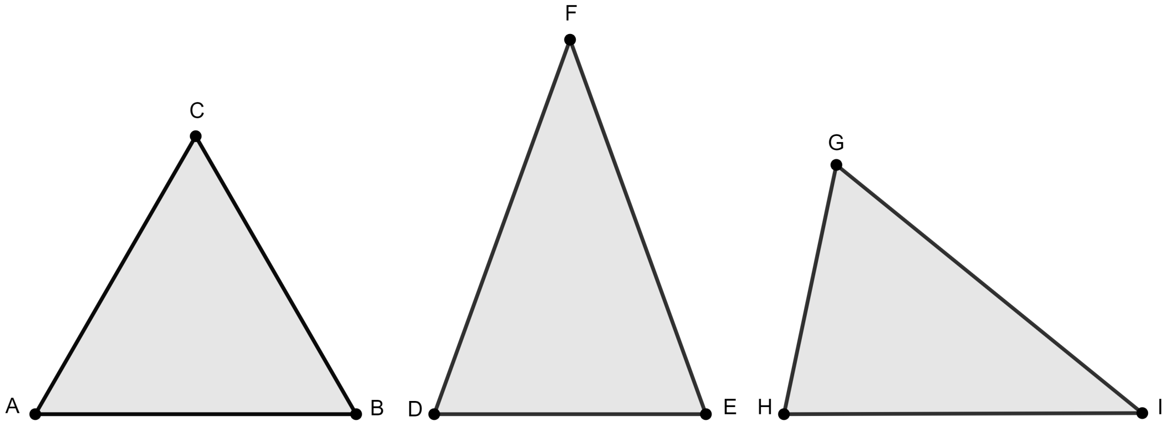
Definição 3.1. *Dados três pontos não colineares A, B e C, a figura formada pela reunião dos segmentos determinados por esses três pontos é denominada* ***triângulo****. Os pontos A, B, C são chamados* ***vértices*** *do triângulo e os segmentos que o formam são chamados de* ***lados****.*

Quanto a medida de seus lados, um triângulo ABC pode ser classificado em:

- Equilátero, se $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$;
- Isósceles, se ao menos dois dentre $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ forem iguais;
- Escaleno, se $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ forem dois a dois distintos.

Na Figura 4, apresentamos exemplos de triângulos de acordo com cada um dos casos da classificação anterior.

Figura 4: Da esquerda: triângulo equilátero, triângulo isósceles e triângulo escaleno



Fonte: O autor.

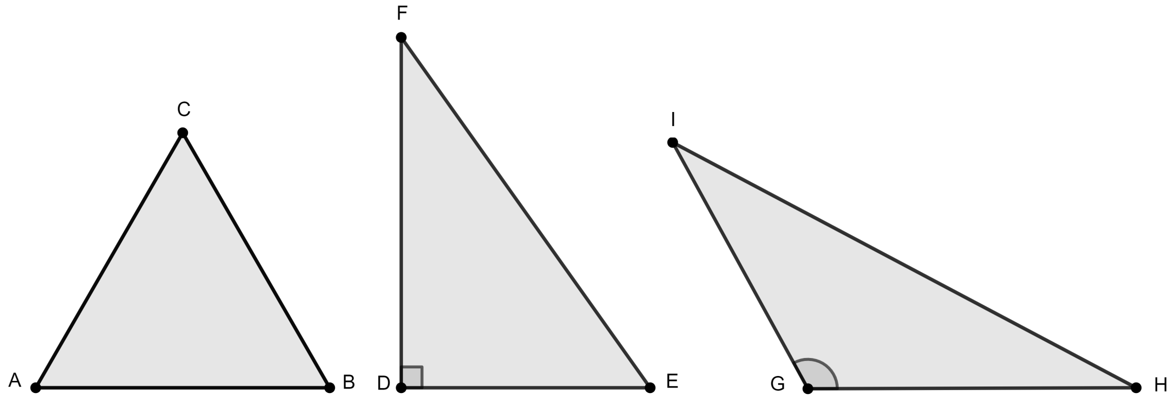
Já quanto aos ângulos, os triângulos são classificados também de três formas:

- Acutângulo, se os três ângulos internos forem menores que 90º;
- Retângulo, se um dos ângulos internos for igual à 90º;
- Obtusângulo, se um dos ângulos for maior do que 90º.

Dentre os tipos de triângulos da classificação anterior, o triângulo retângulo é um caso muito especial devido às suas propriedades. É nele que obtemos o conhecido Teorema de Pitágoras, que veremos mais adiante.

Na Figura 5, encontram-se exemplos de triângulos da classificação anterior.

Figura 5: Da esquerda: triângulo acutângulo, triângulo retângulo e triângulo obtusângulo



Fonte: O autor.

No caso do triângulo retângulo o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa e os outros dois de catetos.

Definição 3.2. *Em um triângulo ABC, a* ***altura*** *relativa ao lado BC (ou ao vértice A) é o segmento que une o vértice A ao pé da perpendicular baixada de A à reta $\overleftrightarrow{BC}$. Nesse caso, denominamos o pé da perpendicular em questão de pé da altura relativa a BC. Analogamente, temos em ABC alturas relativas aos lados AC e AB (ou aos vértices B e C, respectivamente), de modo que todo triângulo possui exatamente três alturas.*

Em alguns casos, especialmente tratando-se de triângulos obtusângulos, a altura pode estar na parte exterior do triângulo.

Definição 3.3. *Dado um ângulo $A\widehat{O}B$, a* ***bissetriz*** *de $A\widehat{O}B$ é a semirreta $\overrightarrow{OC}$ que o divide em dois ângulos iguais. Em um triângulo ABC, a bissetriz interna relativa à BC (ou ao vértice A) é a porção AP da bissetriz do ângulo interno $\widehat{A}$ do triângulo, desde A até o lado BC.*

Definição 3.4. *Em um triângulo ABC, a* ***mediana*** *relativa ao lado BC (ou vértice A) é o segmento que une o vértice A ao ponto médio do lado BC.*

3.1 CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Definição 3.5. *Dois triângulos são congruentes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que lados e ângulos correspondentes sejam congruentes. Assim, se ABC e EFG são dois triângulos tais que a correspondência $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$ e $C \leftrightarrow G$ leva a $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{B} = \widehat{F}$, $\widehat{C} = \widehat{G}$, $AB = EF$, $AC = EG$ e $BC = FG$, escrevemos $ABC \equiv EFG$, para denotar que ABC e EFG são congruentes.*

A noção intuitiva de congruência diz que dois triângulos ABC e EFG são congruentes se for possível mover um deles no espaço, sem deformá-lo, até fazê-lo coincidir com o outro.

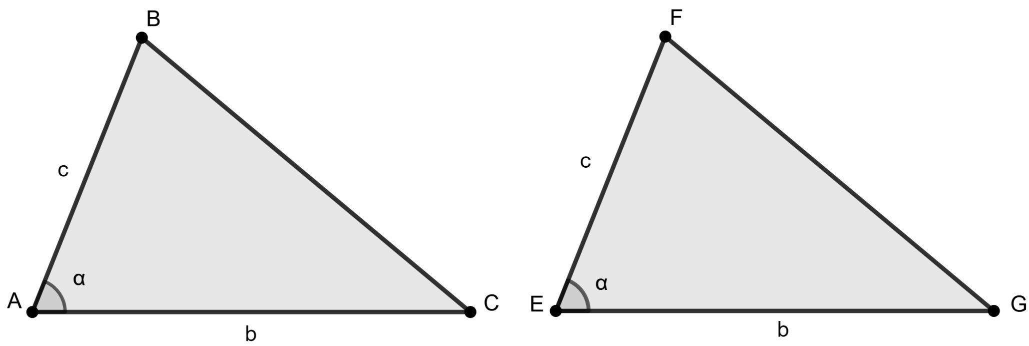
A relação de congruência de triângulos é uma relação de equivalência, pois valem as seguintes propriedades:

- **Reflexiva**: todo triângulo é congruente a si mesmo, ou seja, sempre teremos que $ABC \equiv ABC$.
- **Simétrica**: Se ABC é congruente a DEF, então DEF é congruente a ABC.
- **Transitiva**: Se ABC é congruente a DEF e DEF é congruente a GHI, então ABC é congruente a GHI.

Existem alguns critérios que são utilizados para facilitar a verificação da congruência entre dois triângulos, chamados de casos de congruência.

Axioma 3.6 (Caso Lado - Ângulo - Lado (LAL))**.** *Se dois lados de um triângulo e o ângulo formado por esses dois lados forem respectivamente congruentes a dois lados de outro triângulo e ao ângulo formado por esses dois lados, como na Figura 6, então os dois triângulos são congruentes.*

Figura 6: Caso lado - ângulo - lado



Fonte: O autor.

Em símbolos, o caso de congruência acima garante que, dados dois triângulos ABC e EFG, temos:

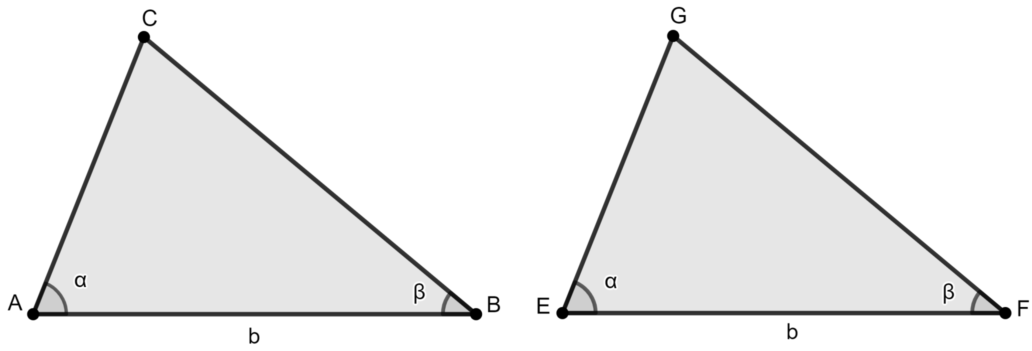
$$\left.\begin{array}{l} AB = EF \\ AC = EG \\ \widehat{A} = \widehat{E} \end{array}\right\} \Rightarrow ABC \equiv EFG$$

com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$, $C \leftrightarrow G$. Em particular, segue, daí, que:

$$\widehat{B} = \widehat{F},\ \widehat{C} = \widehat{G} \text{ e } BC = FG.$$

Proposição 3.7 (Caso Ângulo - Lado - Ângulo (ALA))**.** *Se dois ângulos de um triângulo e o lado comum a esses dois ângulos forem respectivamente congruentes a dois ângulos de outro triângulo e ao lado comum a esses dois ângulos, como apresentado na Figura 7, então os dois triângulos são congruentes.*

Figura 7: Caso ângulo - lado - ângulo



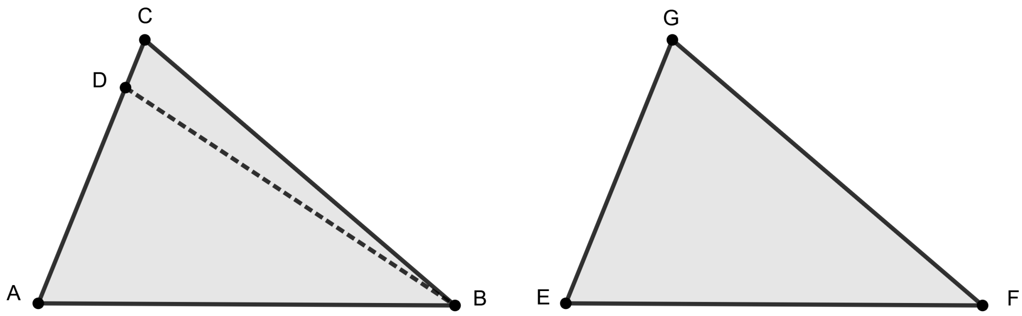
Fonte: O autor.

Demonstração. Sejam ABC e EFG dois triângulos, tais que:

$$AB = EF,\ \widehat{A} = \widehat{E} \text{ e } \widehat{B} = \widehat{F}.$$

Agora, considere um ponto D da semirreta $\overrightarrow{AC}$ tal que $AD = EG$; suponha, sem perda de generalidade, que D esteja entre A e C, conforme Figura 8.

Figura 8: Demonstração caso ângulo - lado - ângulo



Fonte: O autor.

Comparando os triângulos ABD e EFG, como $AD = EG$, $AB = EF$ e $\widehat{A} = \widehat{E}$, temos pelo Axioma 3.6 que $ABD \equiv EFG$. Logo,

$$A\widehat{B}D = \widehat{F}.$$

Como, por hipótese, $\widehat{F} = A\widehat{B}C$, temos que

$$A\widehat{B}D = A\widehat{B}C.$$

Sendo assim, as semirretas $\overrightarrow{BD}$ e $\overrightarrow{BC}$ coincidem, e daí, o ponto D coincide com o ponto C, donde segue que os triângulos ABC e ABD coincidem.

Como $ABD \equiv EFG$, segue que:

$$ABC \equiv EFG.$$

$\square$

Em símbolos, dados dois triângulos ABC e EFG, temos:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{E} \\ \widehat{B} = \widehat{F} \\ AB = EF \end{array}\right\} \Rightarrow ABC \equiv EFG$$

com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$, $C \leftrightarrow G$. Em particular, também devemos ter:

$$\widehat{C} = \widehat{G},\ AC = EG \text{ e } BC = FG$$

Veremos agora algumas aplicações de congruência.

Proposição 3.8. *Em um triângulo isósceles os ângulos da base são congruentes.*

Demonstração. Seja ABC um triângulo tal que $AB = AC$. Queremos mostrar que $\widehat{B} = \widehat{C}$. Sendo assim, compare o triângulo ABC com ele mesmo, fazendo a seguinte correspondência entre seus vértices:

$$A \leftrightarrow A,\ B \leftrightarrow C \text{ e } C \leftrightarrow B.$$

Então, temos que

$$AB = AC,\ AC = AB \text{ e } \widehat{A} = \widehat{A}.$$

Logo, pelo Axioma 3.6, a correspondência define a congruência

$$ABC \equiv ACB.$$

Portanto,

$$\widehat{B} = \widehat{C}.$$

□

Sabendo que em um triângulo equilátero todos os ângulos internos são congruentes, podemos continuar nossas proposições.

Proposição 3.9. *Se em um triângulo ABC tem-se dois ângulos congruentes, então o triângulo é isósceles.*

Demonstração. Seja ABC um triângulo tal que $\widehat{B} = \widehat{C}$. Vamos mostrar que $AB = AC$. Sendo assim, compare o triângulo ABC como ele mesmo, fazendo a seguinte correspondência entre seus vértices:

$$A \leftrightarrow A,\ B \leftrightarrow C \text{ e } C \leftrightarrow B.$$

Temos que

$$\widehat{B} = \widehat{C},\ \widehat{C} = \widehat{B} \text{ e } BC = CB.$$

Logo, pela Proposição 3.7, a correspondência define a congruência

$$ABC \equiv ACB.$$

Portanto, $AB = AC$, ou seja, o triângulo ABC é isósceles de base BC. □

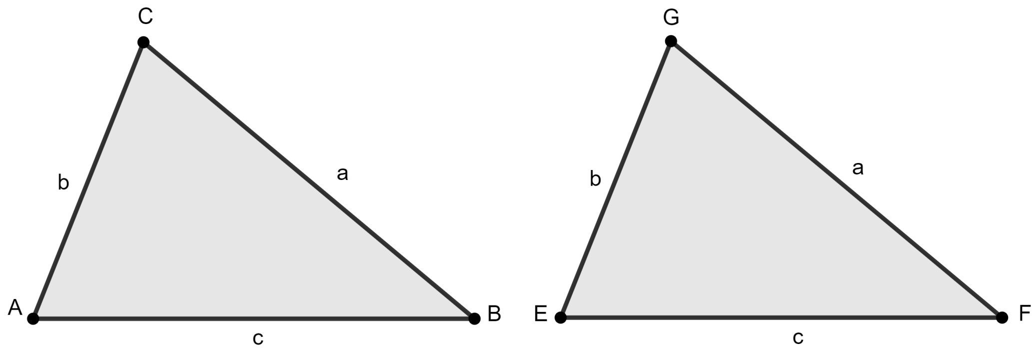
Proposição 3.10. *Em um triângulo equilátero ABC, a mediana, a altura e a bissetriz são congruentes.*

Demonstração. Seja ABC um triângulo equilátero cuja base é AB e seja CD sua mediana relativa à base AB. Deve-se provar que $A\widehat{C}D = B\widehat{C}D$ e que $A\widehat{D}C$ é um ângulo reto. Para isto considere os triângulos ADC e BDC. Como $AD = BD$ (já que CD é mediana), $AC = BC$ (já que o triângulo é equilátero com base AB) e $\widehat{A} = \widehat{B}$ (pois o triângulo é equilátero), então $ADC \equiv BDC$. Segue daí que $A\widehat{C}D = B\widehat{C}D$ o que nos diz que CD é bissetriz do ângulo $A\widehat{C}B$. Como $A\widehat{D}B$ é um ângulo de 180º e $A\widehat{D}C = B\widehat{D}C$ então $A\widehat{D}C + B\widehat{D}C = 180^{o}$. Como já sabemos que $A\widehat{D}C = B\widehat{D}C$

então concluímos que $A\widehat{D}C = B\widehat{D}C = 90^o$. Portanto, CD é perpendicular a AB, o que conclui a demonstração da proposição. $\square$

Proposição 3.11 (Caso Lado - Lado - Lado (LLL))**.** *Se os três lados de um triângulo são, em alguma ordem, respectivamente congruentes aos três lados de outro triângulo, como na Figura 9 então os dois triângulos são congruentes.*

Figura 9: Caso lado - lado - lado



Fonte: O autor.

Demonstração. Sejam ABC e EFG dois triângulos tais que

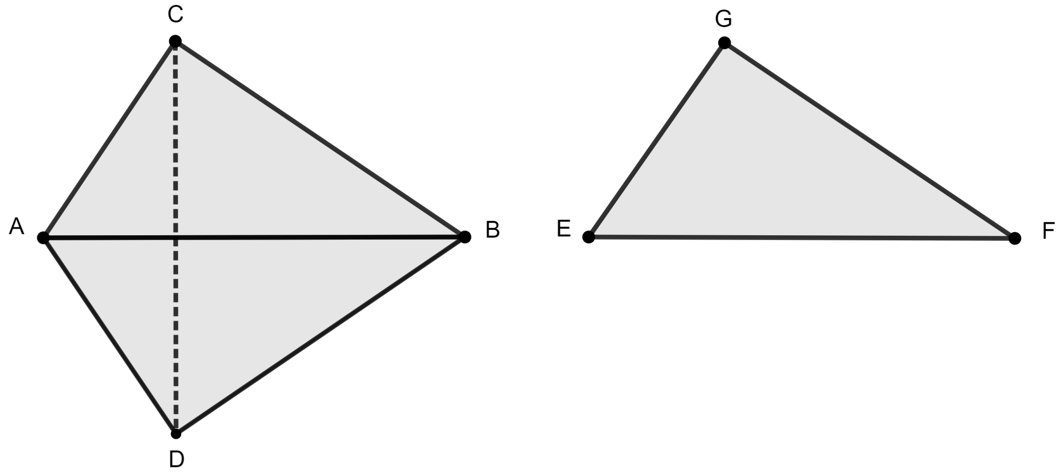
$$AB = EF, \ BC = FG \text{ e } AC = EG.$$

Queremos mostrar que $ABC \equiv EFG$. Para isto, a partir da semirreta $\overrightarrow{AB}$ e no semiplano que não contém o ponto C, construa um ângulo congruente ao ângulo $\widehat{E}$. Na outra semirreta deste ângulo que não contém o ponto B, marque um ponto D tal que

$$AD = EG$$

e ligue D a B, conforme a Figura 10:

Figura 10: Demonstração caso lado - lado - lado



Fonte: O autor.

Uma vez que $AB = EF$ (por hipótese), $AD = EG$ (por construção) e $D\widehat{A}B = \widehat{E}$ (por construção), pelo Axioma 3.6, temos que:

$$ABD \equiv EFG.$$

Mostremos agora que $ABD \equiv ABC$. De fato, trace CD. Como $AD = EG = AC$ e $DB = FG = BC$, segue que os triângulos ADC e BDC são isósceles ambos de base DC. Logo, pela Proposição 3.8,

$$A\widehat{D}C = A\widehat{C}D \quad \text{e} \quad C\widehat{D}B = D\widehat{C}B,$$

donde concluímos que

$$A\widehat{D}B = A\widehat{D}C + C\widehat{D}B = A\widehat{C}D + D\widehat{C}B = A\widehat{C}B.$$

Então, pelo Axioma 3.6, temos que:

$$ABD \equiv ABC.$$

Como já tínhamos provado que $ABD \equiv EFG$, da transitividade, segue que

$$ABC \equiv EFG.$$

$\square$

Em símbolos, dados triângulos ABC e EFG, temos:

$$\left.\begin{array}{r} AB = EF \\ BC = FG \\ AC = EG \end{array}\right\} \Rightarrow ABC \equiv EFG$$

com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$, $C \leftrightarrow G$. Em particular, também devemos ter:

$$\widehat{A} = \widehat{E},\ \widehat{B} = \widehat{F} \ \text{ e } \ \widehat{C} = \widehat{G}.$$

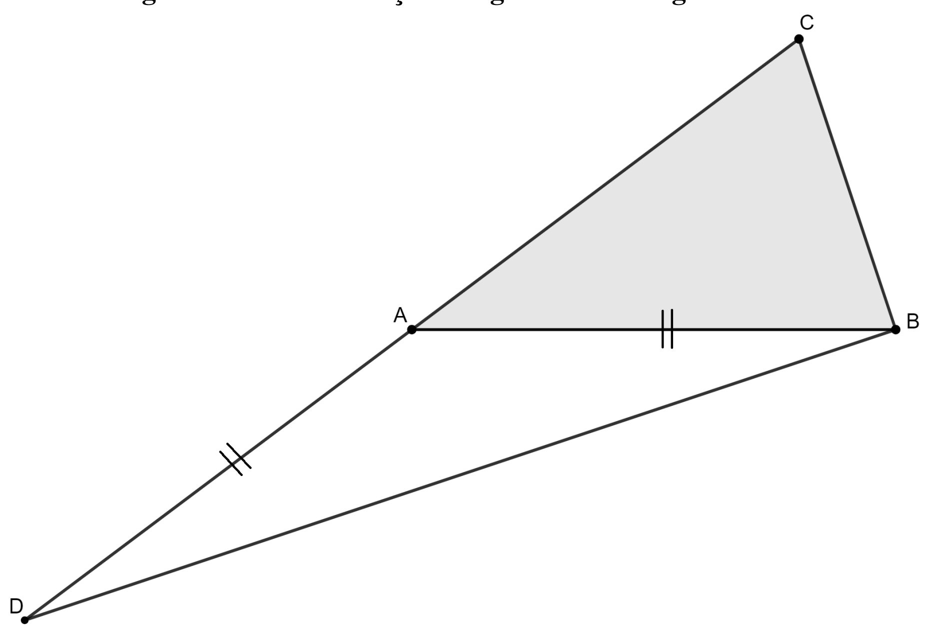
A seguir veremos a proposição conhecida como **Desigualdade Triangular**, mas antes apresentamos um resultado que diz que ao maior ângulo de um triângulo, opõe-se o maior lado, cuja demonstração pode ser encontrada na Proposição 2.25 de (NETO, 2013).

Proposição 3.12. *Se ABC é um triângulo tal que $A\widehat{B}C > B\widehat{C}A$, então $\overline{AC} > \overline{AB}$.*

Proposição 3.13 (Desigualdade Triangular)**.** *Em todo triângulo, cada lado tem comprimento menor que a soma dos comprimentos dos outros dois lados.*

Demonstração. Seja ABC um triângulo tal que $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$. Devemos mostrar que $a < b + c$, sendo a prova das demais desigualdades totalmente análoga. Marque o ponto D sobre a semirreta $\overrightarrow{CA}$ de modo que $A \in CD$ e $\overline{AD} = \overline{AB}$. A Figura 11 auxilia no entendimento.

Figura 11: Demonstração desigualdade triangular



Fonte: O autor.

Uma vez que

$$\overline{CD} = \overline{AC} + \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{AB} = b + c$$

teremos então que, pela Proposição 3.12, é suficiente mostrarmos que $B\widehat{D}C < D\widehat{B}C$. Mas, desde que $B\widehat{D}A = D\widehat{B}A$, pois ABD é isósceles de base BD, basta observarmos que

$$B\widehat{D}C = B\widehat{D}A = D\widehat{B}A < D\widehat{B}A + A\widehat{B}C = D\widehat{B}C.$$

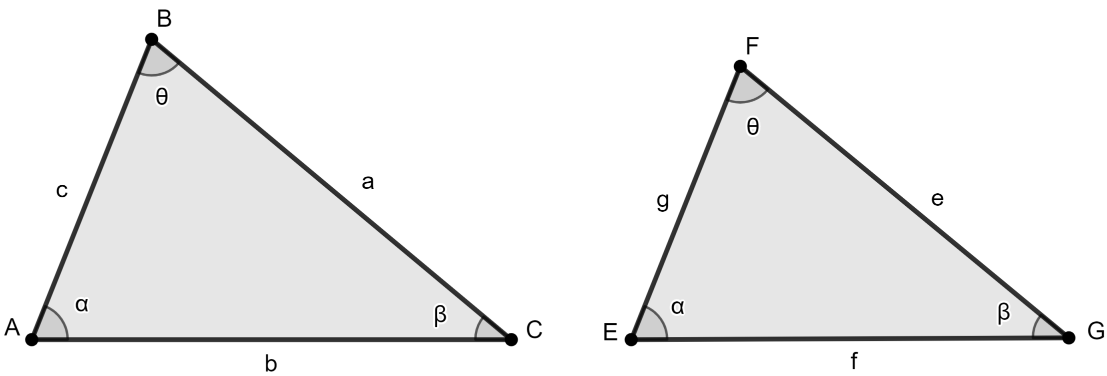
□

3.2 SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Nesta seção faremos o estudo da semelhança de triângulos e dos seus casos.

Definição 3.14. *Dizemos que dois triângulos são* ***semelhantes*** *quando existir uma correspondência biunívoca entre seus vértices, de modo que os ângulos em vértices correspondentes sejam congruentes e as razões entre os comprimentos de lados correspondentes sejam iguais, como ocorre na Figura 12.*

Figura 12: Dois triângulos semelhantes



Fonte: O autor.

Em símbolos, se a correspondência $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$ e $C \leftrightarrow G$, entre os vértices dos triângulos ABC e EFG é tal que $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{B} = \widehat{F}$ e $\widehat{C} = \widehat{G}$, e

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}} = k,$$

então os triângulos são semelhantes. Tal real positivo k é denominado a **razão de semelhança** entre os triângulos ABC e EFG, e escreveremos $ABC \sim EFG$, simbolizando a semelhança entre eles.

Observação 3.15. *Dois triângulos congruentes são semelhantes com razão de semelhança 1 (um). Inversamente, dois triângulos semelhantes com razão de semelhança 1 (um), são congruentes.*

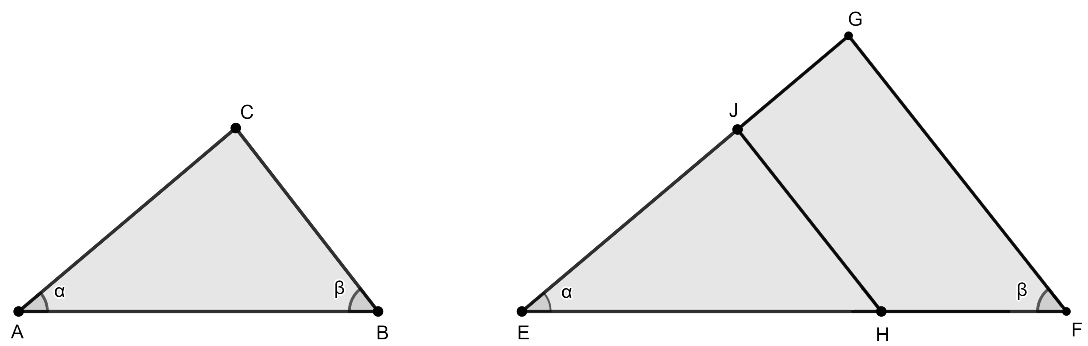
Conforme vimos anteriormente, para que dois triângulos sejam semelhantes basta que tenham ângulos correspondentes congruentes e lados correspondentes proporcionais. Ocorre que em muitas vezes não dispomos de todos estes dados. Assim, veremos na sequência que, com menos informações, temos a possibilidade de estudar a semelhança entre dois triângulos. São os chamados casos de semelhança. Usaremos resultados sobre paralelismo de retas que não serão apresentados aqui, mas que podem ser encontrados nas referências citadas no início deste capítulo.

A semelhança também possui algumas propriedades:

- **Reflexiva**: todo triângulo é semelhante a si mesmo, ou seja, sempre teremos que $ABC \sim ABC$.
- **Simétrica**: Se ABC é semelhante a DEF, então DEF é semelhante a ABC.
- **Transitiva**: Se ABC é semelhante a DEF e DEF é semelhante a GHI, então ABC é semelhante a GHI.

Teorema 3.16. *Dados dois triângulos ABC e EFG, se $\widehat{A} = \widehat{E}$ e $\widehat{B} = \widehat{F}$, então os triângulos são semelhantes.*

Figura 13: Demonstração caso ângulo - ângulo



Fonte: O autor.

Demonstração. Sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º e, por hipótese, $\widehat{A} = \widehat{E}$ e $\widehat{B} = \widehat{F}$, temos que $\widehat{C} = \widehat{G}$. Falta provar que os lados são proporcionais. Para isto, consideramos na semirreta $\overrightarrow{EF}$ o ponto H, tal que $EH = AB$. Pelo ponto H traçamos uma reta paralela a FG, como na Figura 13. Esta reta corta a semirreta $\overrightarrow{EG}$ num ponto J, formando um triângulo EHJ, como na Figura 13, que é congruente ao triângulo ABC, uma vez que $\widehat{A} = \widehat{E}$, $AB = EH$ e $\widehat{B} = \widehat{F} = E\widehat{H}J$ (esta última congruência deve-se ao paralelismo de JH e GF). Então, pelo Teorema 6.16 de (BARBOSA, 1997) temos que

$$\frac{\overline{EH}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{EJ}}{\overline{EG}}.$$

Como $EH = AB$ e $EJ = AC$, segue da igualdade acima que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}}.$$

De maneira análoga, provamos que

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{EG}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{GF}}.$$

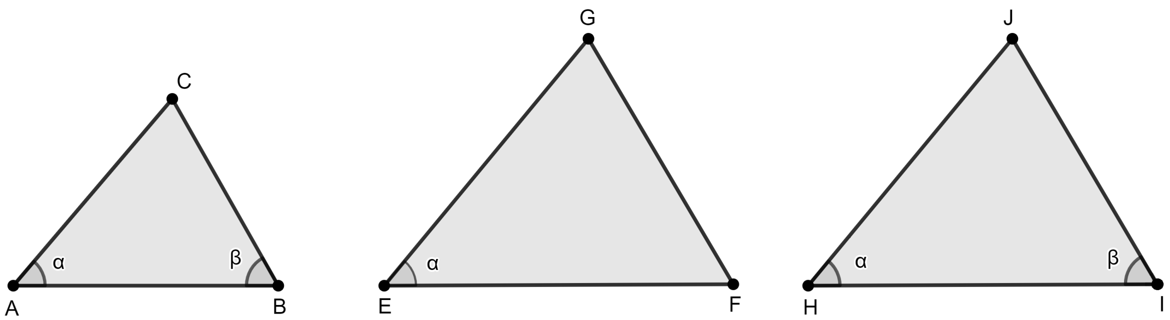
Portanto,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{GF}}.$$

□

Teorema 3.17. *Dados dois triângulos ABC e EFG, se* $\widehat{A} = \widehat{E}$ *e* $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$*, então os triângulos são semelhantes.*

Figura 14: Demonstração segundo caso



Fonte: O autor.

Demonstração. Construa um triângulo HIJ tal que $HI = EF$, $\widehat{H} = \widehat{A}$ e $\widehat{I} = \widehat{B}$, como na Figura 14. De acordo com o Teorema 3.16, os triângulos ABC e HIJ são semelhantes. Assim,

$$\widehat{A} = \widehat{H},\ \widehat{B} = \widehat{I},\ \widehat{C} = \widehat{J} \ \text{ e} \tag{1}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{HJ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{IJ}}. \tag{2}$$

Como $HI = EF$, então de (2)

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{HJ}}. \tag{3}$$

Agora, pela hipótese $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$ e pela igualdade (3), segue que

$$HJ = EG. \tag{4}$$

Agora de (4) e como, por construção, $HI = EF$ e $\widehat{H} = \widehat{A} = \widehat{E}$, podemos concluir por **LAL**, que $EFG \equiv HIJ$, ou seja,

$$\widehat{E} = \widehat{H},\ \widehat{F} = \widehat{I},\ \widehat{G} = \widehat{J},\ EF = HI,\ EG = HJ \text{ e } FG = IJ. \tag{5}$$

Logo, de (1), (2) e (5), temos

$$\widehat{A} = \widehat{E},\ \widehat{B} = \widehat{F},\ \widehat{C} = \widehat{G}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}},$$

donde concluímos que ABC e EFG são semelhantes.

□

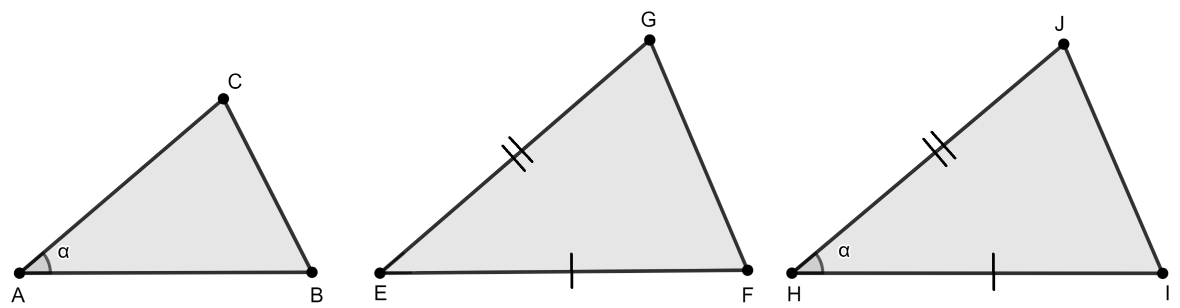
Finalizamos apresentando o terceiro caso de semelhança.

Teorema 3.18. *Se, em dois triângulos ABC e EFG, tem-se*

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{GE}},$$

então os dois triângulos são semelhantes.

Figura 15: Demonstração terceiro caso



Fonte: O autor.

Demonstração. Construa um triângulo HIJ tal que $HI = EF$, $\widehat{H} = \widehat{A}$ e $HJ = EG$, como na Figura 15. Da hipótese, segue que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{\overline{HI}}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{\overline{HJ}}}. \tag{6}$$

Então, pelo Teorema 3.17, os triângulos ABC e HIJ são semelhantes. Daí,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{\overline{HI}}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{\overline{IJ}}}. \tag{7}$$

Assim, de (7) e da hipótese, temos que $IJ = FG$. Como, já tínhamos $HI = EF$ e $HJ = EG$ (por construção), pela Proposição 3.11, temos que

$$HIJ \equiv EFG.$$

Como HIJ e ABC são semelhantes, conclui-se que ABC e EFG também são semelhantes. □

3.2.1 RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Como consequência das relações de semelhança de triângulos vistas, podemos obter as relações métricas presentes no triângulo retângulo conforme veremos a seguir.

Proposição 3.19. *Seja ABC um triângulo retângulo em A, com catetos $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e hipotenusa $\overline{BC} = a$. Sendo H o pé da altura relativa à hipotenusa, $\overline{CH} = n$, $\overline{BH} = m$ e $\overline{AH} = h$, como na Figura 16, temos:*

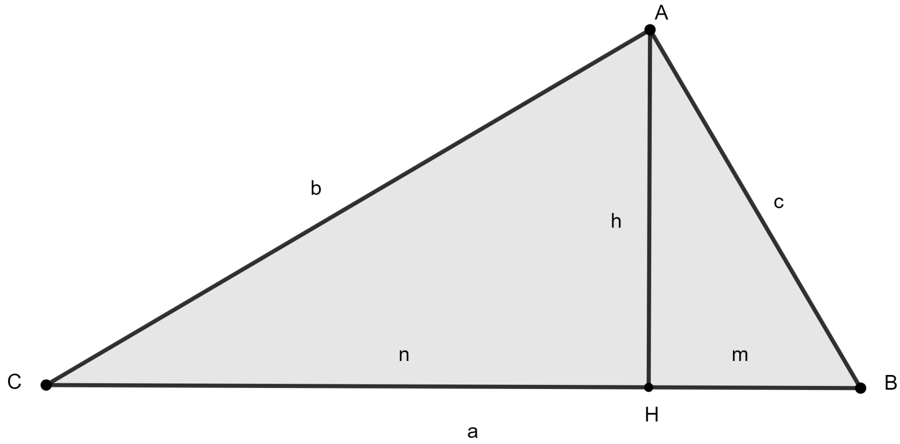
(a) $ah = bc$

(b) $an = b^2$ *e* $am = c^2$

(c) $mn = h^2$

(d) $a^2 = b^2 + c^2$ *(Teorema de Pitágoras)*

Figura 16: Relações métricas no triângulo retângulo



Fonte: O autor.

Demonstração. (a) e (b) Como $A\widehat{H}B = C\widehat{A}B$ e $A\widehat{B}H = C\widehat{B}A$, os triângulos BAH e BCA são semelhantes pelo Teorema 3.16, com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow H$, $B \leftrightarrow B$, $C \leftrightarrow A$. Assim,

$$\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad \text{e} \quad \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

ou ainda,

$$\frac{m}{c} = \frac{c}{a} \quad \text{e} \quad \frac{h}{b} = \frac{c}{a}$$

Logo, $am = c^2$ e $ah = bc$.

A relação $an = b^2$ é provada de maneira análoga.

(c) Multiplicando membro a membro as duas relações do item (b), obtemos $a^2mn = (bc)^2$ ou, ainda,

$$mn = \left(\frac{bc}{a}\right)^2 = h^2$$

onde utilizamos o item (a) na última igualdade acima.

(d) Basta somarmos membro a membro as duas igualdades do item (b), assim obtemos

$$a(m+n) = c^2 + b^2. \tag{8}$$

Como $m+n = a$, segue que

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

□

No próximo capítulo, apresentamos um pouco da importância do uso de tecnologias durante o processo de ensino-aprendizagem, além de aprofundar um pouco mais sobre o que a Base Nacional Comum Curricular traz sobre o tema.

4 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO

Neste capítulo faremos uma breve análise sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) no contexto do ambiente escolar, especialmente nas aulas de Matemática. Também serão levantados conhecimentos sobre o aperfeiçoamento das aulas de Matemática com o uso desses novos recursos, tornando o desenvolvimento destas tecnologias um aliado para os professores.

As TIC's podem ser definidas "como conjunto de atividades e soluções providas por recursos de computação que visam permitir o armazenamento, o acesso e o uso das informações para auxiliar a tomada de decisão" (SOUZA, 2016, p. 1). Contudo, as TIC's necessitam de um empenho muito grande para que sejam alinhadas com a educação brasileira, o que não é alcançado atualmente, devido a escola em geral não acompanhar este novo advento.

Não se trata de uma generalização, tendo em vista que existem escolas públicas cuja qualidade de ensino é comprovadamente reconhecida, conseguindo atingir seus objetivos principais. Porém, ainda que existam algumas exceções, onde alguns problemas impedem a correta evolução do ensino associado aos novos adventos.

A evolução da sociedade vem provocando uma popularização das tecnologias em todas as classes sociais, afetando de maneira direta todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Tanto professores como alunos passaram a conviver com tal revolução, merecendo especial atenção por parte de professores, pesquisadores, gestores e demais profissionais responsáveis.

Surgiram então novas perspectivas para a Educação, onde o contexto escolar acabou ficando defasado em relação ao que se espera. O professor, como principal papel no processo educacional, cada vez mais necessita de apoio para permanecer como tal e continuar sendo o principal no papel de construção de conhecimento e para que a competição pela atenção dos estudantes frente a toda esta tecnologia seja uma tarefa possível.

Preocupados com este cenário, diversos pesquisadores vêm buscando entender como esse processo ocorre e maneiras de reverter esta situação, tornando as TIC's uma das linhas de pesquisa mais estudadas na Matemática.

4.1 CONTEXTO HISTÓRICO

O desenvolvimento das tecnologias modernas é um acontecimento considerado recente, sendo que apenas no final do século XX ocorreu o surgimento do computador e dos celulares. Seguindo esta mesma linha, a popularização destas criações é um feito ainda mais recente na história, apenas no século XXI objetos como computador e celular tornaram-se acessíveis a grande parte da civilização moderna. Porém, ainda que este seja um acontecimento muito novo, a disseminação destas invenções modernas ocorreu de maneira rápida.

Conforme Bruzzi (2016), as tecnologias na Educação não se limitam aos atuais grandes aparelhos criados, devendo-se considerar também outras criações que foram importantes na época de seu lançamento. Como exemplo destes materiais precursores temos o retroprojetor, a caneta esferográfica, o mimeógrafo, o rádio, entre outros. Trata-se de uma vasta quantidade de instrumentos que revolucionaram a sociedade, impactando diretamente na Educação e no que chamamos hoje de aparelhos modernos.

> Técnicas consideradas novas atualmente surgem com significativa rapidez devido à soma e articulação dos inúmeros conhecimentos humanos de áreas diversas. Cada época e contexto exprime um conjunto de conhecimentos da técnica considerados avançados e que, com o passar do tempo, reverberam na elaboração de novos conhecimentos funcionando assim, como um alicerce à elaboração de novas tecnologias. (ATAÍDE; MESQUITA, 2014, p. 83)

Ocorre que, até o período onde houve a grande popularização e a explosão das tecnologias atuais, a Educação vinha conseguindo implantar a maioria dos equipamentos desenvolvidos. Porém, este processo de evolução cresceu de maneira explosiva, muitas vezes não sendo acompanhado nas salas de aula.

Conforme pontua Martins (2009), a escola atual vive presa às chamadas práticas tradicionais de ensino, fato este que é o responsável pelo ensino passar por uma crise. O processo de ensino e aprendizagem precisa passar por uma modernização, incorporando as novas tecnologias, para que realmente possam preparar os estudantes para viver na sociedade atual. O modo de ensinar deve se adequar às novas exigências impostas pela evolução da humanidade, utilizando práticas motivadoras e buscando novas maneiras de transmitir o conhecimento.

De acordo com Ataíde e Mesquita (2014), as tecnologias afetaram a forma com que as relações humanas ocorrem e a variedade dos meios de se comunicar modificaram também a fidedignidade e velocidade destas relações. É o caso dos aplicativos e *sites* de redes sociais, que permitem uma interação entre pessoas rapidamente e que muitas vezes não se conhecem. As interações múltiplas e que ocorrem de maneira acelerada, associadas à distância, levam a um relacionamento interpessoal diferenciado dos praticados com pessoas mais próximas. O indivíduo passa a ter uma chamada identidade digital, com base na sua maneira de agir perante o advento das novas maneiras de influência.

4.2 EDUCAÇÃO NA ERA DAS TIC'S

Conforme pontua Souza (2016), as gerações mais novas nascem e crescem em meio a um bombardeio de informações de áreas distintas, onde ocorre a busca por prender a atenção do indivíduo cada vez mais em determinado *site*, aplicativo ou qualquer outro. A maioria destas informações não são filtradas ou não possuem uma fonte confiável, entretanto acabam influenciando o cidadão em desenvolvimento, uma vez que o mesmo ainda não possui um senso crítico capaz de analisá-las. O posicionamento diante de uma informação muitas vezes é induzido pela própria fonte.

A escola passou a não ser mais a única detentora da transmissão de informações, tendo agora concorrentes fortes e mais focados em prender a atenção dos estudantes, tendo como arma o entretenimento. Criam-se então uma pluralidade de dados, em que a todo instante os alunos são confrontados com notícias e outras formas de interações digitais. As tecnologias entraram definitivamente em todas esferas da vida atual, expondo também um problema para o sistema educacional em não conseguir tornar-se o centro de referência dos alunos.

É importante destacar que esta mudança provocada pela revolução tecnológica é nova apenas para quem não cresceu já nestes meios, ou seja, para a maioria dos estudantes trata-se de uma ferramenta já atrelada ao seu crescimento. Os que já não se desenvolveram com estas tecnologias tendem a demonstrar uma reação de resistência sobre o assunto, preferindo muitas vezes utilizar os meios tradicionais de ensino e por consequência deixá-las de lado.

Conforme Martins (2009), para os mais novos não existiu tanta mudança assim, por já estarem presentes e fazerem parte dela. No entanto, para os professores e adultos em geral este fato não ocorre causando uma perturbação de algo que vinha acontecendo de maneira tradicional. Cria-se então uma necessidade de atualização apenas por parte dos professores, que por sua vez devem estar abertos a toda esta mudança.

Seguindo esta mesma linha, Souza (2016, p. 21) nos diz que:

> Crianças e adolescentes dos dias atuais, também conhecidas como "nativos digitais", por estarem acostumadas desde pequenas a utilizarem smartphones,

> computadores e outros gadgets, não se contentariam com uma aula no modelo tradicional, em que os professores ("imigrantes digitais") utilizariam apenas o quadro-negro e giz.

É necessário primeiramente a vontade do educador em buscar o aprender como trabalhar a seu favor com estas novas ferramentas. Com o tempo e o desenvolvimento do conhecimento o mesmo apresentará um domínio sobre o assunto e passará a ter uma visão positiva a respeito das TIC's. O simples fato de deixar de lado este bloqueio em utilizá-las em sala de aula já será notado em suas atividades, causando reflexos positivos e proporcionando novos horizontes para o ensino.

O termo Tecnologias da Informação e Comunicação possui um sentido mais estrito e que engloba perfeitamente o posicionamento acima, neste caso também nomeada por autores como Tecnologia Educativa. Segundo Miranda (2016) o primeiro termo é mais amplo e generaliza as tecnologias utilizadas em todas áreas, sendo considerado uma junção dos recursos tecnológicos com as telecomunicações. Já a Tecnologia Educativa trata-se das TIC's aplicadas à Educação, pois possuem como prioridade o ensino, através da melhora na aprendizagem através de melhorias no ambiente da sala de aula e apoio aos estudantes.

Após todo o impacto causado na Educação, professores de diversas áreas passaram a tentar introduzi-las em suas aulas. No entanto, muitas pesquisas sobre este assunto revelaram que a simples inserção das TIC's no processo de ensino e aprendizagem, mantendo a metodologia tradicional, além de não promover melhoras, causa um desinteresse ainda maior pelas aulas.

Leite e Ribeiro (2012, p. 175) deixam evidenciado que:

> Para a inclusão dessas tecnologias na educação, de forma positiva, é necessária a união de multifatores, dentre os quais, pode-se destacar como mais importantes: o domínio do professor sobre as tecnologias existentes e sua utilização na prática, e isso passa, necessariamente, por uma boa formação acadêmica; que a escola seja dotada de uma boa estrutura física e material, que possibilite a utilização dessas tecnologias durante as aulas; que os governos invistam em capacitação, para que o professor possa atualizar-se frente às mudanças e aos avanços tecnológicos; que o professor se mantenha motivado para aprender e inovar em sua prática pedagógica; que os currículos escolares possam integrar a utilização das novas tecnologias aos blocos de conteúdos das diversas disciplinas; dentre outros.

Este fato deixa claro então a necessidade não apenas de utilizar as TIC's, mas também de utilizá-las da maneira correta. Os efeitos positivos só aparecem quando os professores se empenham de maneira total. As atividades trabalhadas em sala de aula merecem destaque tecnológico e devem ser aplicadas buscando um enfoque na criatividade e liberdade dos estudantes em obter diversas possibilidades para que dada atividade seja resolvida. Esta é com certeza uma das melhores formas de lidar com a falta de atenção dos alunos, recuperando o interesse pelo aprendizado que muitos acabaram perdendo devido ao grande bombardeio de informações que o avanço das tecnologias causaram. O professor que possuir o domínio destas novas ferramentas e souber aplicá-las em sala de aula da maneira correta voltará a ser o ponto de referência dos estudantes.

A constante busca por pontos que influenciem positivamente a Educação encontra no uso das TIC's uma grande solução, divergindo da maneira clássica de aula, sem deixá-la completamente de lado. Neste contexto, Oliveira (2015) pontua que a inserção destes recursos provoca nos estudantes a capacidade de cooperação e pensamento crítico, além de proporcionar a construção do conhecimento de maneira mais rápida. Ainda de acordo com este autor, tais tecnologias aplicadas funcionam como propulsoras da Educação, desde que bem utilizadas pelos educadores e educandos. A construção do saber ocorre através da comunicabilidade e com as diversas interações, não se limitando a qualquer tipo de fronteira.

Outro ponto que merece atenção é a preocupação de alguns educadores sobre a sua função perder espaço com as ferramentas que vêm surgindo, principalmente sobre a facilitação das atividades trabalhadas com as novas tecnologias. O professor não sofre uma diminuição de suas atribuições ou perde qualquer posição dentro da sala de aula, pelo contrário, sua importância será ainda maior no sentido de implementar tudo de novo que julgar necessário.

As TIC's devem ser vistas como um meio auxiliar, uma ferramenta, que deve ser utilizada pelo professor, não sendo possível para uma Educação de qualidade o seu uso isoladamente. Cabe ao educador proporcionar a dinâmica necessária para sua melhor inclusão em suas aulas, desde que ocorra de maneira associada ao conhecimento atual de cada estudante.

De acordo com Jucá (2006), as novas tecnologias exaltarão ainda mais o professor, exigindo que o mesmo possua conhecimento ainda mais complexo sobre o assunto, pois surgirão novos problemas que caberão ao mesmo buscar as soluções que julgar mais adequadas. Entre as questões que poderão surgir para o educador buscar caminhos está a dificuldade em saber lidar com o ritmo individual de cada aluno, a falta de conhecimentos técnicos sobre informática, domínio maior do trabalho em meio virtual, entre outros.

> É preciso compreender que a ferramenta tecnológica não é ponto principal no processo de ensino e aprendizagem, mas um dispositivo que proporcionaliza a mediação entre educador, educando e saberes escolares, assim é essencial que se supere o velho modelo pedagógico é preciso ir além de incorporar o novo (tecnologia) ao velho. (OLIVEIRA, 2015, p. 80)

Fica evidente, portanto, a necessidade de implementação das TIC's na Educação brasileira, devido ao seu impacto causado em todo ambiente escolar. Enquanto o processo de ensino e aprendizagem não se adequar a estas novas ferramentas, proporcionando aos estudantes uma nova perspectiva de aprendizagem, a interferência provocada continuará a ser cada vez mais negativa. Este processo pode e deve ser revertido, restando como solução mais correta a Educação aliada a estas novas ferramentas.

4.2.1 SOFTWARES E O ENSINO

Entre as principais criações que se popularizaram recentemente encontram-se o computador e a internet. São ferramentas que modificaram não só a Educação, mas a sociedade como um todo, onde foram criados novos ramos e opções para realizar uma mesma tarefa. Este fato se aplica perfeitamente à Educação, porém muitas das benfeitorias desenvolvidas já há algum tempo ainda não foram acrescentadas de maneira eficaz nas salas de aula.

O computador deve ser visto como um grande aliado quando utilizado corretamente. Neste sentido Valente (1999, p. 71) afirma que:

> O computador pode ser um importante recurso para promover a passagem da informação ao usuário ou facilitar o processo de construção de conhecimento. No entanto, por intermédio da análise dos softwares, é possível entender que o aprender (memorização ou construção de conhecimento) não deve estar restrito ao software, mas à interação do aluno-software.

Este resultado ocorre em decorrência da necessidade de que tudo que é aprendido tem que ter relação com algo que já se conhece ou que esteja ligado a alguma finalidade. Como geralmente todos os estudantes possuem contato diário com computador, softwares ou outras tecnologias, existe a necessidade de introduzir estes componentes no dia a dia escolar para que haja um processamento dos dados de uma maneira mais adequada por parte dos alunos.

A partir do momento em que o professor segue apenas uma linha pedagógica em suas aulas, fazendo uso apenas dos meios tradicionais como giz e lousa, os estudantes se veem presos a uma realidade que não condiz com a situação atual da sociedade. Como consequência não serão assimiladas as informações corretamente, pois o processo educacional será visto como algo monótono e muitas vezes cansativo, restando aos alunos um resultado abaixo do esperado.

Conforme Jucá (2006), a associação entre o computador e os meios de comunicação causam uma migração na forma com que a Educação é vista. As ações pedagógicas estão se alterando, permeadas pelas tecnologias, impondo aos professores dificuldades que antes não existiam. Este desafio de rever os paradigmas sobre Educação muitas vezes tem como consequência provocar insegurança nos educadores.

Como consequência da difusão do computador, surge também a necessidade de adaptar algumas aulas para que seja possível sua utilização nelas, tornando-o um grande aliado ao processo de ensino e aprendizagem.

A eficácia da utilização dos computadores durante as aulas é comprovada, desde que o método usado seja o correto e os responsáveis pelo processo possuam o conhecimento necessário para o manuseio. Atualmente, praticamente todas escolas contam com salas de informática equipadas com diversos computadores. Conforme veremos mais adiante, o próprio Estado ao elaborar a nova Base Nacional Comum Curricular mostra a carência de utilizá-los durante o processo pedagógico.

> Os elementos que mais contribuíram para que o computador se tornasse um dos mais versáteis mediadores tecnológicos no campo da Educação foram os programas e os protocolos de comunicação, que recebem o nome de software. (JUCÁ, 2006, p. 23)

Existe uma quantidade muito grande de softwares disponíveis no mercado para serem utilizados para os mais diversos propósitos, entre eles encontram-se os voltados à área educacional. Estes programas em sua imensa maioria são de fácil manuseio e permitem uma nova abordagem de conteúdos. Reforçando ainda mais este entendimento, Morellato et al. (2006) pontua que todos os softwares educacionais podem ser trabalhados em sala de aula, desde que respeitada a capacidade dos alunos e o conteúdo abordado. O professor irá obter assim uma poderosa arma a favor do ensino, onde o estudante passa a atuar como ativo neste processo, devendo se posicionar diante de situações e problemas criados com a intenção de provocar uma aprendizagem mais construtivista.

Outra grande vantagem da maioria dos softwares educativos é a sua gratuidade e a característica de serem executáveis em configurações de hardware menos potentes, tornando-os acessíveis a todas as escolas, contanto que possuam uma sala de informática com os requisitos mínimos necessários.

Aos educadores que buscam aulas mais interativas, onde os alunos participem cada vez mais e realmente queiram aprender o conteúdo que lhes é transmitido, fica claro que os softwares em conjunto com os computadores ou outros dispositivos semelhantes são ótimas ferramentas a serem utilizadas. O processo de ensino e aprendizagem deixa de ser apenas uma apresentação de informações, tornando a didática mais moderna, onde os estudantes aprendem fazendo e descobrem a real importância de dominar o conteúdo. “Assim, os softwares são vistos como complemento nos processos de conhecimentos, facilitando a aprendizagem em diferentes situações de ensino, auxiliando o sujeito na leitura e na escrita” (MORELLATO et al., 2006, p. 5).

Esta realidade apresentada já está presente em países desenvolvidos, onde os números indicadores de qualidade na Educação são muito elevados e as tecnologias são consideradas fundamentais neste processo. Existem excelentes programas que possuem como finalidade tornar a aula mais recíproca por parte dos alunos e professores.

> (...) o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador. Estas tarefas podem ser a elaboração de textos, usando os processadores de texto; pesquisa de banco de dados já existentes ou criação de um novo banco de dados; resolução de problemas de diversos domínios do conhecimento e representação desta resolução segundo uma linguagem de programação; controle de processos em tempo real, como objetos que se movem no espaço ou experimentos de um laboratório de física ou química; produção de música; comunicação e uso de rede de computadores; e controle administrativo da classe e dos alunos. (VALENTE, 2008, p. 8)

Tomando como foco a Matemática os benefícios são ainda maiores, pois os alunos que utilizam tecnologias da informação corretamente e com orientação dos educadores acabam visualizando conteúdos que antes sequer conseguiam imaginar com o auxílio das técnicas mais modernas. Assim, o professor possui em suas mãos uma nova forma de abordagem a ser trabalhada em suas aulas.

Os pontos positivos não param por aí. Gladcheff et al. (2001) afirma que o computador tem grande aceitabilidade e traz outros rumos para serem trabalhados por serem essencialmente lógicos e programáveis, possibilitando uma aquisição, construção e troca de informações de uma forma muito construtiva, oferecendo condições além das que seriam disponibilizadas em aulas tradicionais, ressaltando que se trata de uma versátil ferramenta de trabalho. Entretanto, é preciso se atentar a alguns fatos e agir de forma prudente. Conforme Morellato et al. (2006), o número elevado de softwares educacionais disponíveis para serem utilizados como complemento das aulas atualmente não é totalmente eficaz, devido a inexistência de parâmetros para orientar os professores durante a aplicação e inserção de tais programas em seu dia a dia. Escolher o recurso que será utilizado envolve diretamente diversos fatores: quanto aos pedagógicos, o recurso deve ser voltado à associação correta e integração com a grade curricular e quanto aos específicos, ele deve estar a possibilidade de navegação e utilização por parte dos alunos.

Certamente a busca pelo processo de ensino e aprendizagem atualizado, contextualizado e eficaz ganha uma importante contribuição com a utilização das TIC's voltadas especificamente para este fim. Os softwares educacionais mostram-se potentes ferramentas a serem trabalhadas, cujos benefícios se estendem a todos os campos da educação.

4.3 TIC'S NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Atualmente, as aulas de Matemática são as que mais sofrem com a falta de atualização e como consequência são as que mais necessitam de uma nova maneira de ser ensinada. Quando um software educacional é inserido neste contexto surge uma nova modalidade de aula, os estudantes passarão a ter contato com uma linguagem familiar e amplamente utilizada em sua rotina: os meios tecnológicos. Esta atualização das aulas permitirá aos discentes uma visualização do que está sendo trabalhado e os conhecimentos adquiridos serão melhor fixados, tendo em vista o meio adequado empregado.

> O processo ensino-aprendizagem com a utilização dessa ferramenta, poderia ser trabalhado em três níveis: momentos em que o professor realmente ensinasse numa posição hierarquicamente superior de transmissão de conhecimento; num segundo momento mais transversal, de troca, de aprendizagem junto com os alunos; e, depois, num terceiro momento, o professor se abstém, tendo uma atitude mais discreta, onde os alunos entrariam de forma mais atuante. (GLADCHEFF et al., 2001, p. 7)

Muitos desenvolvedores já criaram excelentes programas educacionais voltados para este fim, existem inclusive softwares onde o professor gerencia sua turma de uma maneira semelhante a uma sala de aula, porém com os recursos tecnológicos apropriados, como exemplos podemos citar o Superlogo, Geogebra e Cabri-Geometre. Este é o caso também do software objeto principal de estudo neste trabalho, que além de possuir todas características necessárias para ser utilizado no processo de ensino e aprendizagem, proporciona um leque de possibilidades enorme para ser aplicado nas mais diversas atividades.

Conforme pontua Zulatto (2002), fazendo uso dos softwares adequados os estudantes podem criar suas próprias conjecturas e verificar sua validade, ou seja, a construção do conhecimento passa a tratar os alunos com enfoque especial, pois estes agora também possuem responsabilidades. Ao realizar e demonstrar a validade ou não de uma conjectura, através de recursos como "arrastar", simulando os diferentes posicionamentos de uma figura, os alunos acabam não apenas fixando os conteúdos, mas também aprendendo de maneira absoluta.

Entre os ramos da Matemática que podem ser estudados com auxílio de ferramentas tecnológicas encontra-se a geometria. Quando os estudantes possuem em suas mãos a capacidade de desenhar, movimentar e interagir com os mais diversos conteúdos geométricos o aprendizado ocorre em menos tempo e os conceitos são fixados por muito mais tempo.

Programas específicos desenvolvidos com esta finalidade alteram esta disciplina, sendo chamados de softwares de Geometria Interativa. São desenvolvidos justamente para tornar a interação entre o aluno e a disciplina possíveis, deixando de lado apenas o livro impresso, onde algumas vezes as figuras são desenhadas de forma a não permitir uma total compreensão.

De um modo geral, entre as características mais acentuadas que um programa de geometria interativa possui, de acordo com Lopes (2013) é a possibilidade de movimentação dos objetos, mantendo suas medidas iniciais. É através deste atributo tão importante que os estudantes serão levados a realizar seus maiores feitos, como investigações, descobertas, interações, demonstrações e levantar ainda mais questionamentos para serem testados.

> O aspecto visual explicita as potencialidades das tecnologias informáticas na resolução de problemas diversos em Geometria e também em Geometria Analítica. Assim, ao trabalhar com estes recursos, os alunos podem, por si mesmos, conjecturar e chegar a determinadas conclusões pela simples observação das invariantes numa manipulação dinâmica sem que seja necessário o professor adiantar as definições de certos conceitos. (RICHIT, 2005, p. 45)

Entre os tipos de softwares que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático, de acordo com Gladcheff et al. (2001) os de simulação são os que recebem destaque por permitirem a criação de modelos simplificados do mundo real, através de sistemas dinâmicos. Tais processos são constituídos da interação entre humano e *software*, exigindo que seu usuário saiba identificar aquilo que precise criar e relacione com as funcionalidades do programa. Como consequência desta interação são obtidos novos elementos para integrarem o conhecimento, resultantes de uma forma de ensino dinâmica.

Outra grande possibilidade de inserção de tecnologias nas aulas é apontada por diversos pesquisadores, trata-se da utilização de jogos educativos. É de conhecimento que os estudantes possuem uma grande relação com o processo de aprendizado, pois são eles que devem demonstrar o interesse por aprender. Levando este fato em consideração, não há o processo de ensino e aprendizagem sem que os mesmos estejam plenamente decididos a trabalhar com tal conteúdo.

Visando despertar o interesse em adquirir conhecimento por parte dos estudantes, devem ser adotadas durante o contexto educacional ferramentas que estejam ligadas ao cotidiano e que causem certo desafio aos alunos. É justamente neste cenário que a utilização dos jogos provoca grandes benefícios, tornando as aulas mais atrativas.

A partir do momento em que o processo de ensino e aprendizagem passar a contar com estes novos recursos tecnológicos, que são as novas tendências e rumos que a Educação deve seguir, as aulas de Matemática serão mais prazerosas aos estudantes, pois estes as verão como uma extensão das tecnologias que já são utilizadas pelos mesmos.

4.4 RECURSOS TECNOLÓGICOS SEGUNDO A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o novo documento que visa orientar a educação brasileira, foi homologada em dezembro de 2017 após passar por um longo período de debate antes de chegar a sua versão final. Os conhecimentos são divididos em gerais e específicos de cada disciplina, onde são criadas as unidades temáticas e as habilidades a serem trabalhadas em cada uma delas. Trata-se de uma reforma no sistema de ensino atual, ditando como serão muitas fases do ensino.

Analisando os assuntos matemáticos presentes na BNCC, pode-se notar que houve uma preocupação em retomar o conteúdo aprendido no ano anterior, desenvolver novos conhecimentos e preparar para os estudos seguintes. Desta forma, ano a ano o estudante avança na complexidade dos elementos estudados relacionando-os com o que já foi aprendido.

Vale ressaltar que, de acordo com a própria BNCC a organização das habilidades presentes nas unidades temáticas são apenas sugestões, sendo que existem muitas outras possíveis, visando simplificar a compreensão dos conjuntos de habilidades e como se relacionam. No entanto, os conteúdos presentes devem ser estudados no momento específico, esta foi a forma de buscar uniformizar em qual ano determinados assuntos devem ser trabalhados.

A disciplina de Matemática presente no Ensino Fundamental foi dividida em cinco unidades temáticas, que são um conjunto maior de habilidades, são elas: Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria e Probabilidade e Estatística. Estes conteúdos não devem ser ensinados de maneira isolada, mas sim inter-relacionados, de forma a proporcionar nos alunos um conhecimento sólido no assunto.

Conforme a BNCC, o processo de aprender Matemática não deve se limitar a resolver problemas presentes em enunciados típicos, deve ser dada prioridade a capacidades mais essenciais, como: demonstrar, aprender, generalizar, aplicar, interpretar, entre outras. Os problemas não devem ser deixados de lado, muito pelo contrário, porém o aprendizado realmente ocorre quando o estudante desenvolver a noção mais abstrata do assunto trabalhado e conseguir aplicá-lo em um outro contexto.

> (...) está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos. (BRASIL, 2018, p. 275)

Os recursos tecnológicos ganharam importância ainda maior neste novo documento que orienta a Educação, fala-se claramente que tais ferramentas auxiliam e devem ser aplicadas nas salas de aula. Fica evidente, na parte que aborda a área da Matemática, a sua relação com o desenvolvimento do pensamento computacional, principalmente quando o estudante tem contato com as unidades temáticas sobre álgebra, geometria, probabilidade e estatística e números.

Por se tratar do tema principal deste trabalho, a associação dos recursos tecnológicos com a unidade de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental serão os objetos que receberão mais ênfase, contudo, demais assuntos pertinentes serão trabalhados por possuírem uma relação direta com a mesma.

A BNCC traz objetivos principais a ser atingidos pelos estudantes, quanto à Geometria devem estudar: posição e deslocamento no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais. O completo entendimento sobre estes conceitos permitirá a investigação de propriedades e será necessário para fazer conjecturas e argumentar sobre este ramo da matemática.

Neste contexto diversas tecnologias podem ser aplicadas para atingir os objetivos almejados, principalmente os ligados à Geometria. Com o software correto pode ser realizada uma manipulação completa de muitas figuras e sólidos geométricos, permitindo desenvolver as ideias matemáticas fundamentais.

Tanto nos anos finais como nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as tecnologias da informação devem se fazer presentes nos conteúdos sobre Geometria, conforme evidenciado nas novas diretrizes educacionais.

> No Ensino Fundamental - Anos Iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 271)

Fica evidente no trecho acima que softwares educacionais, como os de geometria dinâmica devem ser inseridos no contexto escolar, visando permitir uma manipulação das figuras geométricas pelos estudantes. Outras ferramentas tecnológicas também figuram neste parágrafo, buscando atualizar as aulas, recursos como tablets e smartphones podem ser usados a favor do ensino. Tratam-se de aparelhos de fácil utilização e que os alunos possuem total domínio.

Este posicionamento que consta na BNCC causa um certo impacto que deve ser visto positivamente, mesmo que alguns dos recursos sejam vistos como forma de desvio da atenção dos estudantes, agora estas mesmas ferramentas passam a ser utilizadas a favor do ensino. É o caso dos smartphones, que durante as aulas atuais são vistos como um problema pelo fato de atrapalhar o foco dos estudantes, no entanto, as novas diretrizes preveem a possibilidade de que os mesmos sejam inseridos em alguns momentos do ensino, buscando trabalhar com esta nova ferramenta de uma forma benéfica.

Segundo a BNCC "recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas." BRASIL (2018, p. 274) Contudo, fica explícita também a necessidade da ferramenta ou material utilizado pelos professores possuir relação direta com o conteúdo, além de permitir certa integração com situações criadas propositalmente visando a reflexão e problematização do assunto.

4.5 O SCRATCH COMO FERRAMENTA EDUCACIONAL

Neste contexto onde há necessidade de inovação nas aulas de Matemática, surge o Scratch como uma ferramenta essencial aos professores. Ainda não existem tantas pesquisas relacionadas a este assunto, porém entre as encontradas fica claro o consenso entre os pesquisadores sobre a melhora no ensino provocada pela relação entre esta linguagem de programação e as aulas.

O Scratch é uma linguagem de programação visual, desenvolvido pelo Lifelong Kindergarten Group do MIT Media Lab, que possui duas opções para utilização: uma *on-line* e outra que pode ser instalada na máquina e utilizada de maneira *off-line*. Vale ressaltar que, embora ambas versões possuam praticamente as mesmas funcionalidades, a versão *on-line* possui algumas opções de uso a mais, como, por exemplo, a criação de uma conta de professor, compartilhamento de projetos desenvolvidos, salvamento dos dados na nuvem, entre outros.

Foi disponibilizado para o público no ano de 2007, sendo que sua criação iniciou no ano 2003. A primeira versão possuía uma interface bem mais simples, sendo que contava apenas com a versão *off-line*, e não havia um *site* tão estruturado como hoje, apenas um pequeno *blog*. Na medida em que o número de usuários foi crescendo, o programa foi evoluindo, diversas atualizações causaram uma popularização ainda maior.

Entre as finalidades principais, estava a relação com o meio educacional, trazendo para a sala de aula recursos de programação de maneira mais acessível e de fácil compreensão para os estudantes. O Scratch caiu no gosto dos professores, especialmente os da disciplina de matemática, por estar intimamente ligado ao desenvolvimento da capacidade de raciocínio.

Projetado principalmente para crianças entre oito e dezesseis anos, pode ser utilizado por qualquer faixa etária, aplicado em aulas para os mais diversos níveis de ensino. É utilizado em mais de 150 países diferentes, disponível em 40 idiomas, possuindo mais de 46 milhões de projetos compartilhados, que podem ser abertos e executados por qualquer utilizador.

Analisando as estatísticas, presentes no *site* do programa, podemos notar que houve um crescimento acentuado de atividades e utilizadores, principalmente após o ano de 2012. Este crescimento ainda se mantém, difundindo ainda mais o software pelo mundo.

O objetivo principal do Scratch é tornar a programação em algo mais simples e que possa ser realizada por estudantes e demais interessados mais facilmente. Diversos blocos são organizados em abas, bastando ao usuário arrastar os mesmos até uma área específica e encaixá-los uns nos outros. Esta forma de criação pode ser amplamente utilizada nas salas de aula, desenvolvendo nos alunos capacidades como raciocínio, interesse nas aulas, criatividade, entre outros.

A principal inovação apresentada é a programação de uma forma mais visual, onde os códigos são substituídos por blocos. Aliado a este fato encontra-se a possibilidade de novas funcionalidades serem adicionadas pelos usuários, a opção de criação de turmas e contas para educadores. Trata-se de uma ferramenta altamente benéfica para as aulas onde for inserida.

> Pode-se ainda elencar como potencialidades do software, o desenvolvimento da criatividade, a manipulação de mídia, construções de programas que coordenam simultaneamente animações, textos, músicas, sons e gráficos, além de permitir o compartilhamento de suas produções no sítio próprio da web. (VENTORINI; FIOREZE, 2014, p. 4)

A relação entre o aluno e a utilização do Scratch permite que os mesmos assimilem melhor o conteúdo proposto, pois ao construir desenhos geométricos com auxílio desta ferramenta os mesmos acabam por trabalhar com procedimentos adequados a todas metodologias elaboradas pelo professor. Consequentemente os resultados obtidos posteriormente através de avaliações, visando mensurar com clareza o conhecimento adquirido, serão mais satisfatórios.

Seguindo esta mesma linha, Cabral (2015) afirma que o Scratch com seu ambiente criativo amplia os horizontes quando aplicado em salas de aula. Os educandos assumem uma posição mais investigadora e ativa, onde os conhecimentos serão construídos com motivação e seja fruto de uma conquista atribuída a um objetivo alcançado pelos estudantes.

A forma de construção do Scratch é um dos grandes pontos positivos e que permite sua utilização no processo de ensino e aprendizagem. Conforme Oliveira et al. (2014) o potencial lúdico desta ferramenta é evidente, a lógica e estrutura com que a programação é trabalhada assemelham-se com linguagens de programação mais avançadas. Porém, apesar de por trás do visual gráfico existir esta forma mais complexa, o ambiente de programação é elaborado de maneira simples e acessível a diversos níveis de ensino.

> O ensino com o software livre Scratch é um recurso que pode ser usado em diferentes situações escolares, desta forma, configura-se como ferramenta para o ensino de matemática, pois é mais uma oportunidade para tentar melhorar as relações de ensino e aprendizagem deste componente escolar. (CABRAL, 2015, p. 56)

As possibilidades de aplicação deste ambiente de programação mostram-se variadas, sendo que uma delas é a utilização em aulas sobre Geometria. Este fato ocorre pela forma visual e interativa destacada neste *software*, beneficiando tanto o professor como os alunos envolvidos, por de um lado permitir a elaboração de uma aula mais atualizada e de outro a maior atuação dos estudantes na construção do conhecimento.

Conforme pontua Pinto (2015), o Scratch possibilita a aprendizagem seguindo uma linha construtivista, fazendo com que o estudante assuma um papel mais ativo. Para que o aprendizado ocorra seguindo esta teoria é necessário que o conflito e o erro estejam presentes em todo processo. O aluno deve solucionar os problemas que surgirem da maneira mais autônoma possível e este desequilíbrio consequente causará uma maior assimilação do conhecimento. O fato de algo na programação não funcionar como desejado é o que vai instigar os discentes a resolver estes problemas, buscando soluções que antes não eram vistas ou necessárias.

Até mesmo o erro deve ser visto como algo positivo tanto para o aluno como para o professor. Para o aluno, pois o desafia a encontrar formas de superá-lo, e para o professor, pois serve como um direcionamento para as dificuldades encontradas pelos estudantes durante a realização das atividades. Quando aplicado em conteúdos geométricos o Scratch mostra-se eficiente e eficaz, uma vez que a maneira de se trabalhar com ele é adequada e os resultados obtidos são os melhores possíveis. Aumentando as possibilidades do *software* através da ferramenta "Caneta" os educadores podem elaborar aulas sobre Geometria mais dinâmicas, induzindo os alunos a desenhar e manipular diversas figuras utilizando conceitos de programação. Trabalhar justamente desta maneira os conteúdos é o caminho para tornar as aulas mais adequadas, ao mesclar programação com Matemática, especialmente Geometria, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais atrativo para os estudantes. Desta forma a combinação do Scratch com Geometria mostra-se bastante interessante, sendo um caminho bastante promissor a ser seguido pelos professores de Matemática.

> Quando o professor utiliza o Scratch para ensinar as noções e também construções de polígonos, está proporcionado o estímulo a criatividade ao educando, porque ao realizar a construção dos polígonos com tamanhos diversos, formas e cores distintas estão aprendendo conceitos naturalmente com as interações advindas do próprio ambiente criativo do Scratch. (CABRAL, 2015, p. 58)

Fica evidente, portanto, a capacidade de melhorar as aulas de Matemática, especialmente as relacionadas à Geometria, que o Scratch pode proporcionar ao professor. Resta apenas ao mesmo introduzir esta linguagem de programação no processo de ensino e aprendizagem da maneira correta para que os resultados esperados possam ser obtidos, comprovando assim os benefícios destacados neste capítulo.

5 ATIVIDADES USANDO O SCRATCH

Neste capítulo apresentamos uma série composta por oito atividades para que os professores possam trabalhar relações métricas no triângulo retângulo com auxílio da linguagem de programação Scratch. Vale ressaltar que tais atividades foram pensadas para o nono ano do Ensino Fundamental, conforme recomendação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como podemos visualizar na Figura 17, visando transmitir conteúdos sobre Geometria unidos aos conhecimentos de programação. Para algumas atividades será necessária a utilização de conceitos matemáticos abordados em anos anteriores.

Figura 17: Uso de softwares segundo a BNCC

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. **(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
	Polígonos regulares	**(EF09MA15)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também *softwares*.
	Distância entre pontos no plano cartesiano	**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
	Vistas ortogonais de figuras espaciais	**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
Grandezas e medidas	Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática	**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
	Volume de prismas e cilindros	**(EF09MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Fonte: (BRASIL, 2018, p. 317).

A associação das tecnologias da informação e comunicação com o ensino de Geometria tem importância destacada na BNCC, que traz uma série de oito competências específicas da matemática para o Ensino Fundamental, conforme podemos visualizar na Figura 18.

Figura 18: Competências específicas segundo a BNCC

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: (BRASIL, 2018, p. 265).

As competências destacadas deixam clara a necessidade de utilizar as tecnologias digitais disponíveis para que o estudante consiga deduzir/aplicar os conceitos matemáticos, provocando assim o desenvolvimento das ideias fundamentais da unidade temática Geometria e da unidade Grandeza e Medidas, que são: construção, representação e interdependência.

Neste sentido, o Scratch é uma ferramenta eficaz, suprindo as necessidades apresentadas na BNCC. Provavelmente será o primeiro contato dos estudantes com o Scratch, portanto os mesmos precisam de um acompanhamento mais próximo por parte do professor para auxiliá-los em eventuais dúvidas. As atividades vão evoluindo em grau de complexidade, começando por uma apresentação inicial até trabalhar as relações métricas propriamente ditas.

5.1 ATIVIDADE 1: APRESENTAÇÃO DO SCRATCH

- OBJETIVOS: Apresentar o Scratch aos alunos, para que tenham um primeiro contato com esta linguagem de programação. Desenvolver o conhecimento sobre posições do ator no palco, permitindo que o estudante consiga movimentá-lo de diversas formas. Capacitar os estudantes a utilizarem a ferramenta caneta para desenhar livremente no palco, bem como salvar seu projeto e alterar o ator presente no palco.

- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática e projetor.

- TEMPO ESTIMADO: 60 minutos.

- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Após auxiliar os estudantes a criarem uma conta no Scratch, apresente o software a eles, mostrando as funções mais básicas e a interface do mesmo. Ao criar um novo trabalho ensine-os a movimentar o ator no palco, exibindo os principais blocos presentes nas categorias e os locais da tela onde aparecem as coordenadas e a direção do ator.

  Após ajudá-los a adicionar a categoria “Caneta” na paleta de blocos, explique sobre os principais blocos presentes na mesma. Oriente-os também no momento de salvar seu projeto e quando forem substituir o ator, bem como alterar seu tamanho.

5.1.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 1

1. Seguindo as orientações do professor, crie uma conta no Scratch. Abra o software e fique atento às explicações do professor sobre a função de cada área da tela.

2. Movimente o ator cinco vezes no palco clicando sobre o mesmo e arrastando-o. Após cada movimento anote as coordenadas referentes a cada uma das posições e preencha a tabela abaixo.

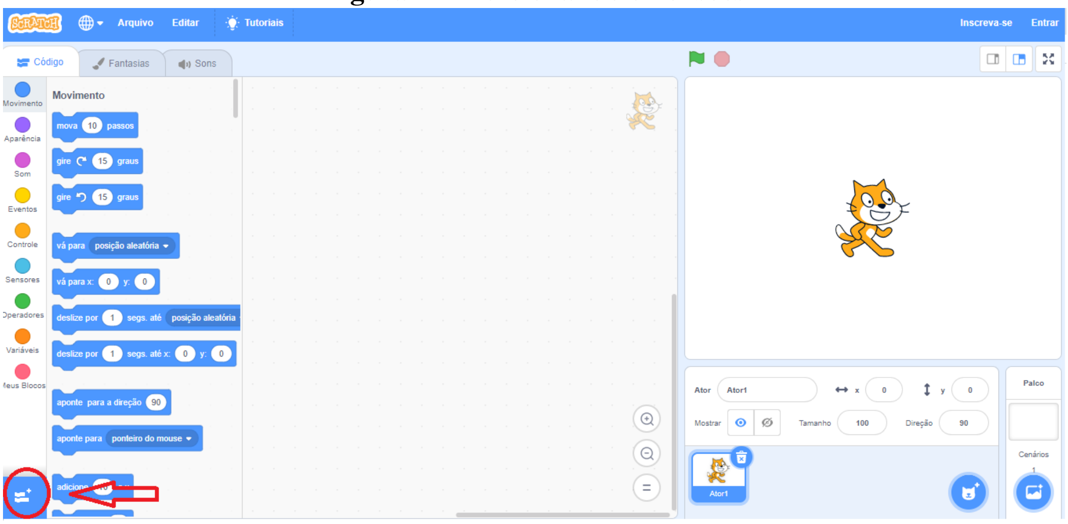
Posição	Coordenada (x, y)
1	
2	
3	
4	
5	

3. Utilize algum bloco da categoria “Movimento”, em conjunto com algum bloco da categoria “Eventos”, para fazer com que o ator se movimente e/ou gire.

4. Adicione a categoria “Caneta” na paleta de blocos, seguindo as instruções presentes nas figuras abaixo.

   Clique sobre o botão “Adicionar uma Extensão”, como indicado na Figura 19, presente na parte inferior esquerda.

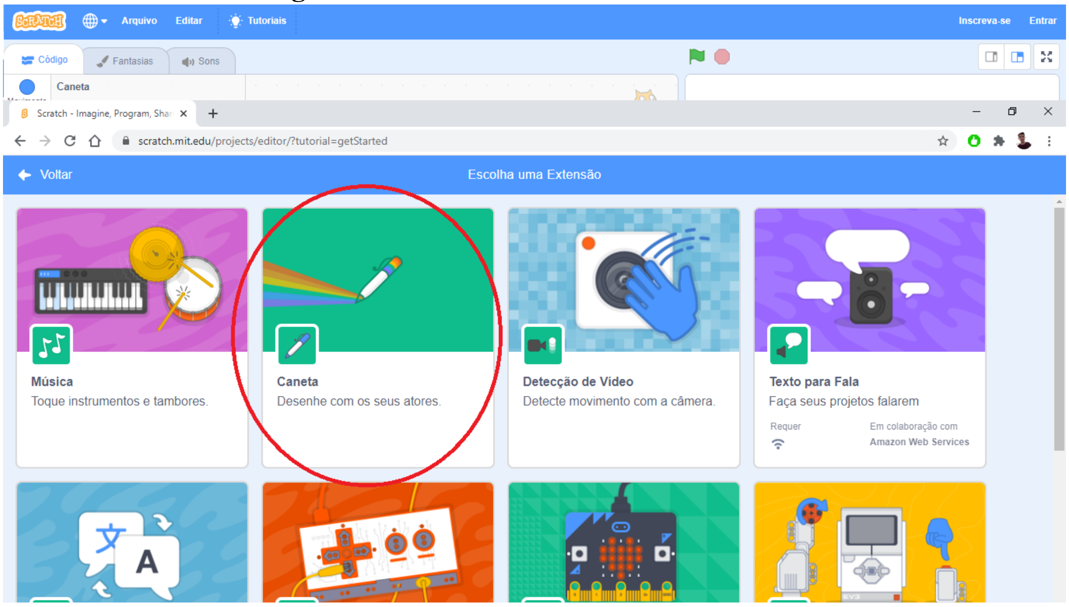
Figura 19: Adicionando extensões



Fonte: O autor.

Por fim, na página seguinte selecione a ferramenta “Caneta”, como apresentado na Figura 20.

Figura 20: Selecionando ferramenta caneta



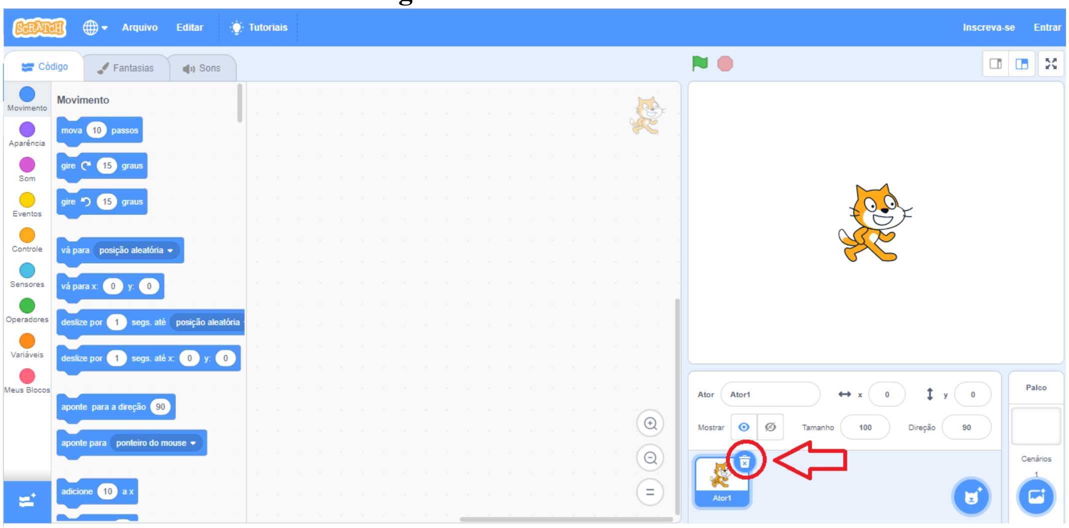
Fonte: O autor.

5. Desenhe livremente no palco combinando blocos das categorias “Movimento”, “Eventos” e “Caneta”, logo após utilize o bloco específico para limpar os desenhos formados.

6. Com auxílio das Figuras 21 e 22, exclua este ator e o substitua por qualquer outro.

   Observação: Para excluir um ator basta clicar sobre o ícone da lixeira, presente na miniatura deste ator, conforme ilustrado na Figura 21 a seguir.

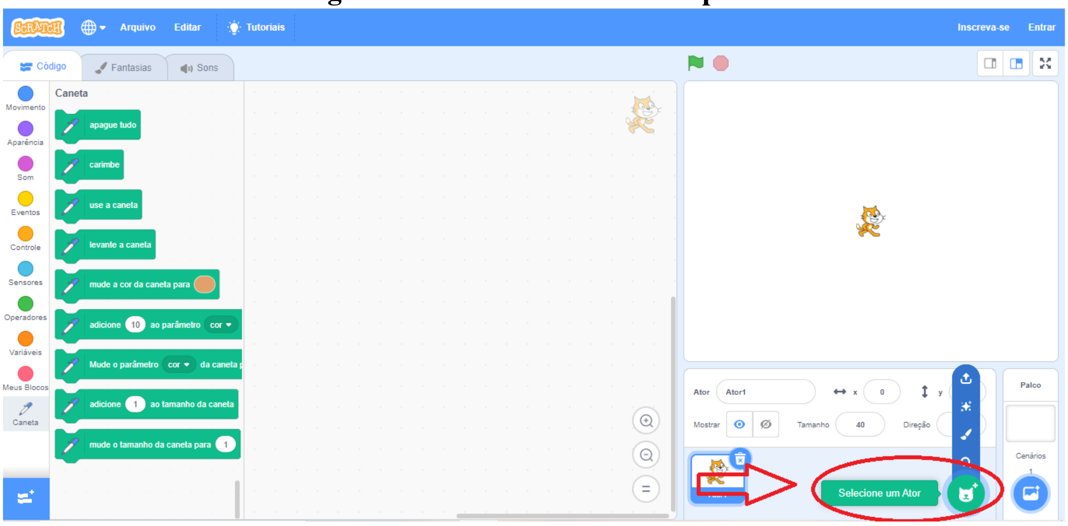
Figura 21: Excluindo ator



Fonte: O autor.

A seguir clique na opção “Selecione um ator”, Figura 22, e escolha um outro ator presente nas diversas categorias.

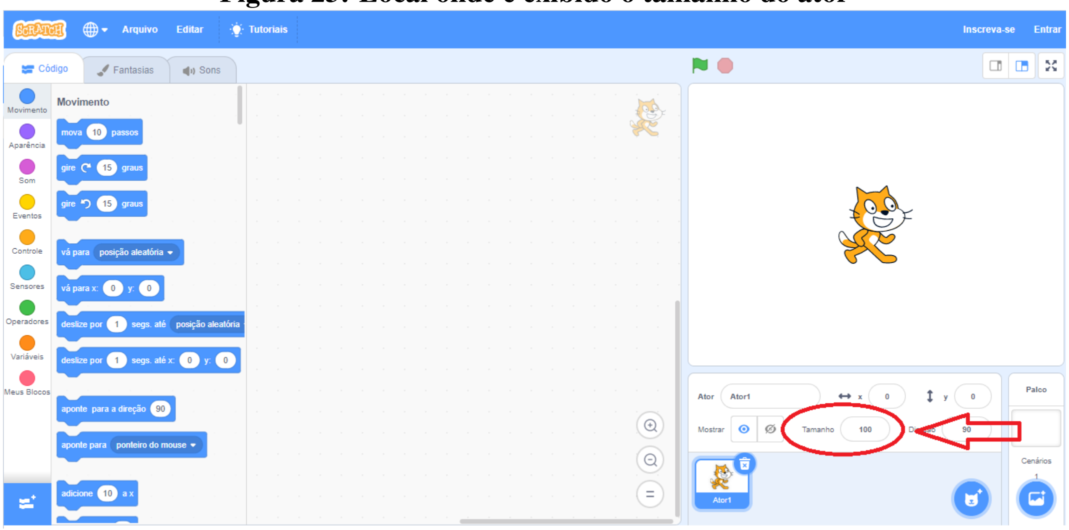
Figura 22: Adicionando ator ao palco



Fonte: O autor.

7. Altere o tamanho deste ator digitando outra escala de tamanho no campo indicado na Figura 23.

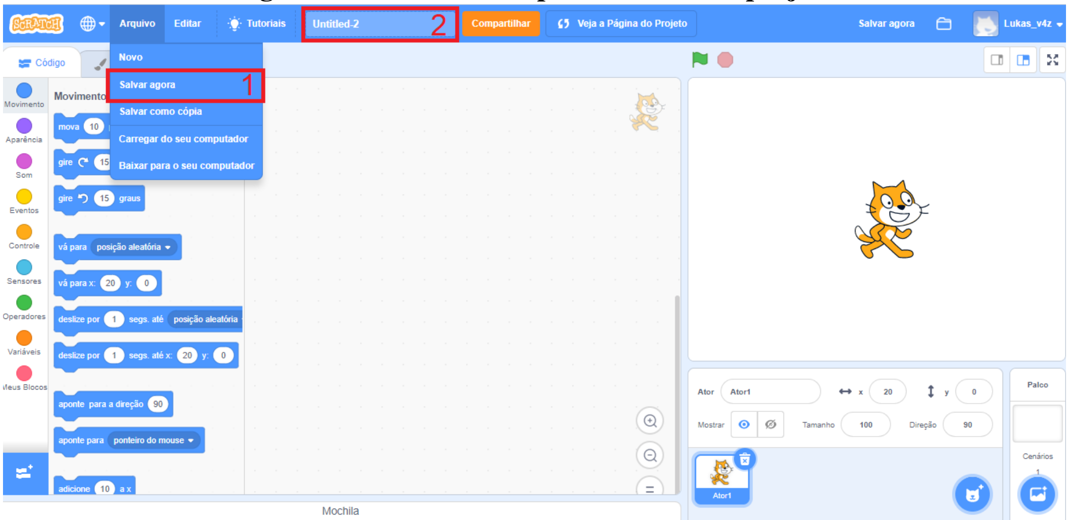
Figura 23: Local onde é exibido o tamanho do ator



Fonte: O autor.

8. Para salvar o seu projeto, primeiramente dê um nome a ele no local indicado por 2, da Figura 24, e salve conforme indicado em 1, também da Figura 24.

Figura 24: Local onde é possível salvar o projeto



Fonte: O autor.

5.2 ATIVIDADE 2: DESENHANDO E MEDINDO SEGMENTOS

- OBJETIVOS: Capacitar os estudantes a desenharem e medirem segmentos, através da utilização de blocos de diversas categorias.
- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática e projetor.
- TEMPO ESTIMADO: 40 minutos.
- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Auxilie os estudantes a adicionarem atores no formato de letras, pois são tarefas que exigem um certo conhecimento do local onde tais ferramentas são adicionadas.

  Outra tarefa que necessita de atenção é no momento de utilizar o bloco “pense”, da categoria “Aparência”, pois os estudantes utilizarão este bloco em diversos momentos nas próximas atividades. Neste bloco há um espaço onde deve ser encaixado o bloco “distância até”, presente na categoria “Sensores”, que possui uma caixa de seleção onde pode ser selecionado o nome de qualquer ator presente no palco. Assim, o ator pensará a distância até o ator selecionado. Explique também que a unidade de medida no Scratch é o “passo”.

5.2.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 2

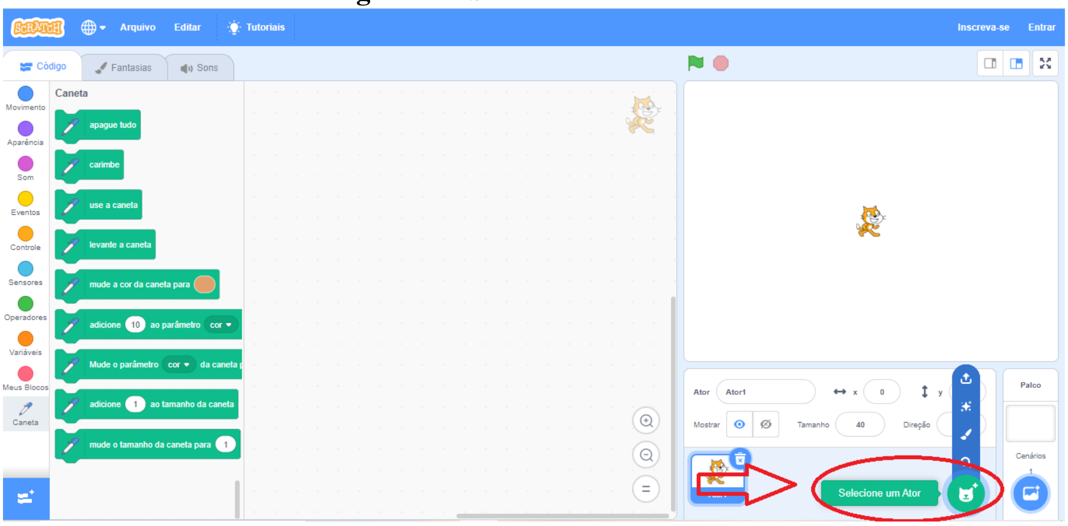
1. Crie uma programação associando blocos das categorias “Evento”, “Movimento” e “Caneta” para desenhar um segmento partindo da coordenada $(0,0)$ e terminando na coordenada $(130,90)$.

2. Adicione atores distintos, no formato de letras, em cada vértice deste segmento, seguindo as instruções a seguir.

   Inicialmente exclua o ator em formato de gato, conforme visto no item 6 da atividade anterior.

   Clique sobre a opção “Selecione um ator” (Figura 25).

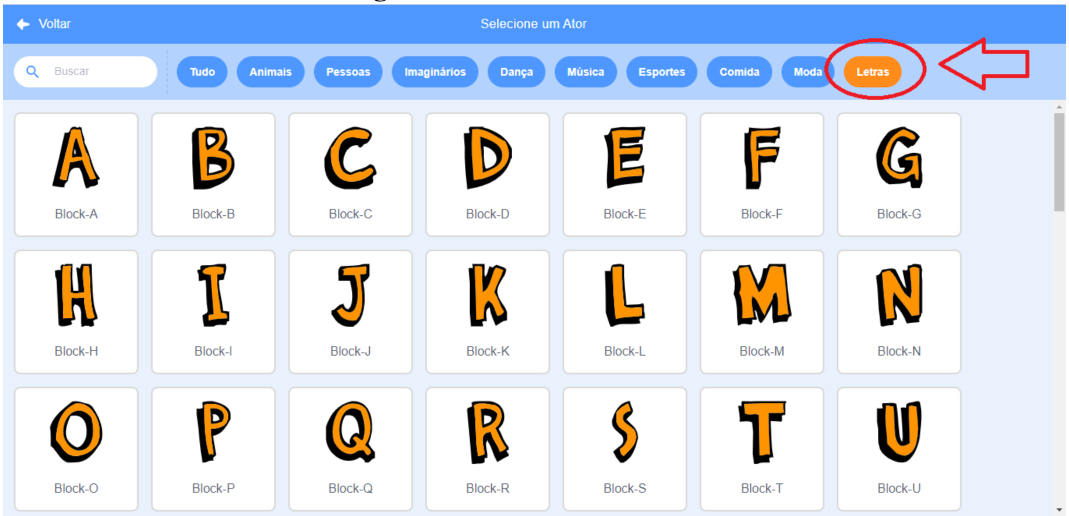
Figura 25: Selecionando um ator



Fonte: O autor.

Clique na opção “Letras” (ver Figura 26) para selecionar os atores em formato de letras desejados.

Figura 26: Adicionando letras



Fonte: O autor.

Será necessário criar uma programação distinta para que cada ator vá até a coordenada do vértice. Para criar a programação para cada ator, clique sobre a miniatura dele que aparece na parte inferior direita do *layout* do programa.

3. De acordo com as letras utilizadas, dê o nome do segmento.

4. Utilizando o bloco "pense", presente na categoria "Aparência", em conjunto com o bloco "distância até" da categoria "Sensores", descubra o comprimento deste segmento e o anote abaixo.

5.3 ATIVIDADE 3: DESENHANDO ÂNGULOS

- OBJETIVOS: Representar ângulos no Scratch utilizando a ferramenta “Caneta” juntamente com blocos das categorias “Movimento” e “Eventos”.
- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática e projetor.
- TEMPO ESTIMADO: 50 minutos.
- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Todos devem desenhar ângulos conforme solicitado na atividade. Explique o funcionamento dos blocos que fazem o ator girar, existem dois blocos que realizam esta função, neles há um espaço onde deve ser digitado a quantidade de graus deste giro.

5.3.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 3

1. Utilizando a ferramenta “Caneta”, em conjunto com os blocos da categoria movimento, crie programações para construir:

    a) Um ângulo medindo 60º;

    b) Um ângulo reto;

    c) Um ângulo agudo;

    d) Um ângulo obtuso.

5.4 ATIVIDADE 4: DESENHANDO SEGMENTOS PERPENDICULARES

- OBJETIVOS: Desenvolver no estudante a capacidade de desenhar segmentos perpendiculares no Scratch analisando a direção do ator e utilizando conhecimento sobre ângulos para descobrir a inclinação necessária para que tal condição seja satisfeita, sendo que esta construção será essencial para a realização das demais atividades.

  Familiarizar ainda mais o aluno com a ferramenta “Caneta” em conjunto com os blocos da categoria “Movimento”, bem como as posições relativas do ator e o sistema de direção do Scratch.

- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática e projetor.

- TEMPO ESTIMADO: 50 minutos.

- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: A atividade deve iniciar com os estudantes desenhando um segmento com coordenadas de início e fim já definidas. Posteriormente deverão adicionar atores distintos em cada vértice para que seja possível programar um deles para que aponte para o outro.

  Assim será descoberta a direção deste segmento, com base nela os alunos deverão desenhar um segmento partindo da coordenada $(-100, 80)$, perpendicular ao desenhado na letra *a* da atividade. Explique o sistema de direção do Scratch e relembre o conceito de ângulo reto para que os estudantes possam realizar esta atividade sem grandes dificuldades.

5.4.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 4

1. Faça o que é solicitado nos itens a seguir.

   a) Crie uma programação para desenhar um segmento iniciando na coordenada $(-70,-50)$ e terminando na coordenada $(46,114)$.

   b) Utilizando os conhecimentos adquiridos na Atividade 2, adicione atores distintos, um em cada vértice deste segmento.

   c) Agora, utilizando o bloco "aponte para", presente na categoria "Movimento", descubra a direção deste segmento e anote abaixo.

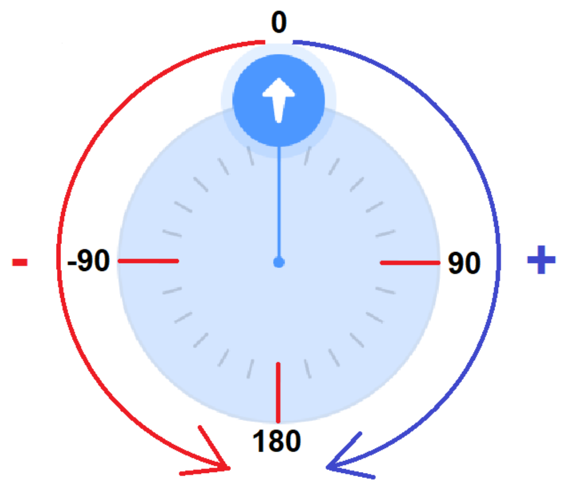
   ____

   ____

   d) Posicione um terceiro ator na coordenada $(-100,80)$. Sabendo que segmentos perpendiculares formam um ângulo de 90° entre si, desenhe um segmento perpendicular ao desenhado no item a, iniciando nesta coordenada.

   Dica: No Scratch a direção é medida em graus, a direção considerada 0° no programa é equivalente ao ângulo de 90° no ciclo trigonométrico, a direção cresce em sentido horário até atingir o valor de 180° e decresce em sentido anti-horário até atingir $-179°$. A Figura 27 a seguir auxilia no entendimento.

Figura 27: Direção do ator no Scratch



Fonte: O autor.

e) Anote as direções de ambos segmentos. Qual o ângulo formado entre eles?

   Sugestão: Faça a subtração entre as direções dos segmentos para descobrir o ângulo entre eles.

5.5 ATIVIDADE 5: DESENHANDO TRIÂNGULOS

- OBJETIVOS: Construir triângulos utilizando a linguagem de programação Scratch.
- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática e projetor.
- TEMPO ESTIMADO: 50 minutos.
- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Nesta atividade todos devem desenhar triângulos conforme solicitado nos exercícios. Se necessário relembre as propriedades de um triângulo, tais como a desigualdade triangular, bem como as classificações quanto aos lados e ângulos.

5.5.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 5

1. Utilizando a ferramenta “Caneta”, em conjunto com os blocos da categoria “Movimento”, crie programações para construir no palco os seguintes triângulos, adicionando atores no formato de letras em cada um dos seus vértices:

    a) Triângulo escaleno;

    b) Triângulo isósceles;

    c) Triângulo equilátero;

    d) Triângulo retângulo;

    e) Triângulo qualquer, com um dos ângulos internos medindo 50º.

5.6 ATIVIDADE 6: DEDUZINDO AS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO - PARTE 1

- OBJETIVOS: Desenvolver nos estudantes a capacidade de calcular a altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo através da fórmula da área. Iniciar a dedução das relações métricas no triângulo retângulo.
- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática, projetor.
- TEMPO ESTIMADO: 60 minutos.
- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Nesta atividade serão utilizados vários conceitos sobre o Scratch já vistos em atividades anteriores, é importante que os alunos realizem as programações corretamente para que sejam obtidas as quatro coordenadas necessárias da maneira certa, sendo três delas as coordenadas dos vértices do triângulo que será desenhado e uma delas a coordenada do pé da altura relativa à hipotenusa.

  Faça uma revisão sobre como calcular a área de um triângulo através da fórmula

  $$\text{Área} = \frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2},$$

  para que os estudantes realizem a atividade sem grandes dificuldades. Caso necessário, relembre também como criar uma programação que desenhe segmentos perpendiculares, para que consigam desenhar corretamente a altura relativa à hipotenusa.

5.6.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 6

1. Utilizando os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores, faça o que se pede nos itens a seguir.

   a) Crie uma programação para que o ator desenhe no palco um triângulo retângulo de catetos 300 e 400. Anote as coordenadas de cada vértice utilizando o bloco “espere”, presente na categoria “Controle”, para que o ator faça pausas no momento de desenhar os vértices deste triângulo, permitindo assim que as coordenadas sejam anotadas.

   ____

   ____

   ____

   b) Adicione dois atores e posicione um em cada vértice da hipotenusa utilizando as coordenadas.

   c) Com auxílio do bloco “pense”, presente na categoria “Eventos”, em conjunto com o bloco “distância até” da categoria “Sensores”, da mesma maneira que foi realizado na Atividade 2, descubra o comprimento da hipotenusa e anote-o.

   ____

   ____

   d) Utilizando o bloco “aponte para”, presente na categoria “Movimento”, conforme foi realizado na Atividade 4, descubra a direção da hipotenusa e anote abaixo.

   ____

   ____

   e) Calcular a área de um triângulo é bem simples. Tal área é igual a metade da área de um retângulo cujos lados medem os valores dos catetos deste triângulo retângulo. Logo, calcule o valor da área do triângulo retângulo desenhado no exercício anterior.

   ____

   ____

   ____

   ____

f) Utilizando o valor da área encontrado no exercício anterior, e usando a fórmula

$$\text{Área} = \frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2},$$

calcule a altura relativa à hipotenusa.

g) Adicione um ator no vértice do ângulo reto deste triângulo e, tendo como base a Atividade 4, desenhe a altura relativa à hipotenusa do mesmo, lembrando que a altura é perpendicular à hipotenusa.

h) Anote a coordenada do pé da altura descoberta na letra g.

i) Por fim, adicione um ator no vértice do ângulo reto deste triângulo e organize todas as quatro coordenadas descobertas na tabela a seguir.

Nome do Ator	Coordenada (x, y)

5.7 ATIVIDADE 7: DEDUZINDO AS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO - PARTE 2

- OBJETIVOS: Permitir que o aluno termine de deduzir as relações métricas no triângulo retângulo.

- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática, projetor, calculadora.

- TEMPO ESTIMADO: 60 minutos.

- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Esta atividade pode ser realizada como tarefa pelos estudantes. No primeiro exercício deverão desenhar um triângulo retângulo com auxílio das coordenadas anotadas na atividade anterior e colocar um ator em cada vértice e um no pé da altura. É importante que os atores sejam posicionados corretamente para que as medidas sejam exatas.

  Tendo realizado esta primeira etapa, deverão usar os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores para fazer com que o ator pense as medidas do triângulo necessárias para deduzir as relações métricas do triângulo retângulo. Auxilie os alunos quando forem deduzir o Teorema de Pitágoras caso encontrem dificuldades em associar as medidas descobertas.

5.7.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 7

1. Substitua os atores utilizados na atividade seis por atores representados pelas letras A, B, C e H, em cada umas das coordenadas descobertas e anotadas. O ator H deverá ser posicionado no pé altura relativa à hipotenusa, o ator A deverá ser posicionado no vértice do ângulo reto deste triângulo e os atores B e C posicionados de modo que AB seja o cateto menor e AC o cateto maior.

2. Com os atores posicionados e com auxílio do bloco "pense", presente na categoria "Aparência", preencha a tabela abaixo.

Segmento	Comprimento
AB	300
AC	400
BC	
AH	
HC	
BH	

3. Com auxílio de uma calculadora, faça o que se pede nos itens a seguir, onde serão adotadas as seguintes notações: $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AH} = h$, $\overline{HC} = m$ e $\overline{BH} = n$.

   a) Qual a relação entre as medidas m, n e h?

   Sugestão: Calcule mn e h^2.

   ____

   ____

   ____

   ____

   b) Qual a relação entre as medidas a, m e b?

   Sugestão: Calcule am e b^2.

   ____

   ____

   ____

   ____

c) Qual a relação entre as medidas a, n e c?

Sugestão: Calcule an e c^2.

d) Qual a relação entre as medidas a, h, b e c?

Sugestão: Calcule ah e bc.

e) Qual a relação entre as medidas a, b e c?

Sugestão: Calcule a^2, b^2 e c^2.

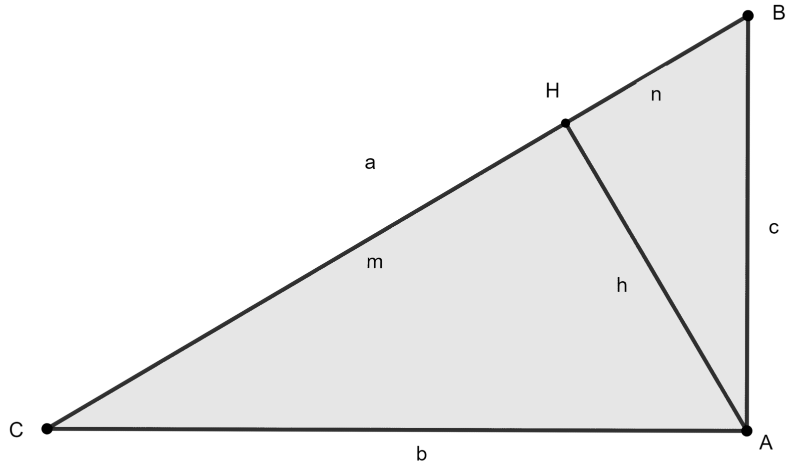
5.8 ATIVIDADE 8: GENERALIZANDO AS RELAÇÕES MÉTRICAS

- OBJETIVOS: Generalizar as relações métricas obtidas na atividade anterior.
- RECURSOS METODOLÓGICOS: Sala de informática e projetor.
- TEMPO ESTIMADO: 60 minutos.
- COMENTÁRIOS AO PROFESSOR: Auxilie os estudantes no momento de conjecturar as relações métricas, relembrando os casos de semelhança de triângulos. Explique como são obtidas ou demonstradas as relações através da semelhança de triângulos.

5.8.1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 8

1. Na figura 28 temos um triângulo ABC, com $\widehat{A} = 90^o$ e H o pé da altura relativa à hipotenusa. Fazendo $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AH} = h$, $\overline{HC} = m$, $\overline{BH} = n$ e baseado na atividade anterior, quais as relações entre tais medidas podemos concluir?

Figura 28: Triângulo retângulo qualquer



Fonte: O autor.

---

2. Como AH é perpendicular à BC, além do triângulo retângulo ABC, quais são os outros dois triângulos retângulos?

---

3. Os três triângulos retângulos são semelhantes?

   Sugestão: utilize os casos de semelhança para responder esta questão.

   ____

   ____

4. Caso os triângulos sejam semelhantes, verifique que as relações conjecturadas no exercício 1 são verdadeiras.

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

6 CONCLUSÕES

O constante desenvolvimento da sociedade acarretou em uma rápida evolução das tecnologias, que por sua vez modificou a maneira com que as interações entre os indivíduos são realizadas. Diversos campos sofreram alterações e precisaram passar por atualizações, entre eles encontra-se a Educação, que necessita sempre estar associada ao cotidiano dos estudantes. Neste sentido, surgiram novas ferramentas que podem ser utilizadas a favor do ensino. É o caso da linguagem de programação Scratch, que pode desempenhar um importante papel diante deste cenário. Quando utilizado da maneira correta pelo professor em suas aulas de Matemática, o Scratch auxilia no desenvolvimento do conhecimento nos estudantes por permitir que os mesmos realizem as atividades propostas de uma forma interativa e criativa, através de uma linguagem de programação simples e acessível.

Pensando nisso, as atividades aqui apresentadas tiveram o intuito de trabalhar com as relações métricas no triângulo retângulo, para o nono ano do Ensino Fundamental, utilizando a linguagem de programação Scratch. Buscamos criar um material que sirva de apoio e incentivo aos professores que desejam aprimorar suas aulas, utilizando tecnologias da informação e comunicação, para o ensino de outros conceitos matemáticos.

No momento não estou atuando como professor e, devido à pandemia de Covid19, não foi possível reunir um grupo de estudantes para aplicar as atividades aqui propostas.

Encorajamos os professores a utilizarem este material como maneira de introduzirem as tecnologias em suas aulas, através de softwares como o Scratch, que podem ser aplicados ao ensino, melhorando ainda mais a qualidade da Educação.

REFERÊNCIAS

ATAÍDE, J. F.; MESQUITA, N. A. S. O arborescer das tic na educação: da raiz aos ramos mais recentes. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 1, p. 82–106, 2014.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1997.

BOYER, C. B. **História da Matemática. Tradução: Elza F. Gomide**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.

BRUZZI, D. G. Uso da tecnologia na educação, da história à realidade atual. **Revista Polyphonía**, v. 27, n. 1, p. 475–483, 2016.

CABRAL, R. V. **O ensino de matemática e a informática: uso do scratch como ferramenta para o ensino e aprendizagem da geometria**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade do Norte do Paraná, 2015.

CREASE, R. P. **As grandes equações: a história das fórmulas Matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram**. Rio de Janeiro: Zahar, 2011.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 5. ed. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2011.

GLADCHEFF, A. P.; OLIVEIRA, V. B.; SILVA, D. M. O software educacional e a psicopedagogia no ensino de matemática direcionado ao ensino fundamental. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 8, n. 1, p. 63–70, 2001.

JUCÁ, S. C. S. A relevância dos softwares educativos na educação profissional. **Ciências & Cognição**, v. 8, p. 22–28, 2006.

LEITE, W. S. S.; RIBEIRO, C. A. d. N. A inclusão das tics na educação brasileira: problemas e desafios. **Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación**, Pontificia Universidad Javeriana, v. 5, n. 10, p. 173–187, 2012.

LOPES, M. M. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software geogebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, SciELO Brasil, v. 27, n. 46, p. 631–644, 2013.

MARTINS, Z. As tic no ensino-aprendizagem da matemática. In: **Anais do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. Universidade do Minho. Portugal**. Braga: Universidade do Minho, 2009. p. 2727–2742.

MIRANDA, G. L. Limites e possibilidades das tic na educação. **Sísifo**, v. 3, p. 41–50, 2016.

MOL, R. S. **Introdução à História da Matemática**. Belo Horizonte: CEAD-UFMG, 2013.

MORELLATO, C. et al. Softwares educacionais e a educação especial: refletindo sobre aspectos pedagógicos. **RENOTE-Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 4, n. 1, p. 1–10, 2006.

NETO, A. C. M. **Geometria**. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

OLIVEIRA, C. Tic's na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno. **Pedagogia em Ação**, v. 7, n. 1, p. 75–95, 2015.

OLIVEIRA, M. de et al. Ensino de lógica de programação no ensino fundamental utilizando o scratch: um relato de experiência. In: SBC. **Anais do XXII Workshop sobre Educação em Computação**. Porto Alegre, RS, Brasil, 2014. p. 239–248.

PINTO, F. M. S. S. **Utilização do software Scratch no ensino das ciências da natureza e da matemática com alunos portadores de dislexia**. Tese (Doutorado) — Instituto Politécnico do Porto. Escola Superior de Educação, 2015.

RICHIT, A. **Projetos em Geometria Analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2005.

ROQUE, T. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SOUZA, L. C. A tic na educação: uma grande aliada no aumento da aprendizagem no brasil. **Revista Eixo**, v. 5, n. 1, p. 19–25, 2016.

VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação. **O computador na sociedade do conhecimento**, Gráfica da UNICAMP Campinas SP, v. 1, p. 71–85, 1999.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. **Enfoque**, v. 12, n. 57, p. 2–16, 2008.

VENTORINI, A. E.; FIOREZE, L. A. O software scratch: uma contribuição para o ensino e a aprendizagem da matemática. **Escola de Inverso de Educação matemática**, v. 4, p. 1–14, 2014.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2002.

APÊNDICE A – TUTORIAL PARA USO DO SCRATCH

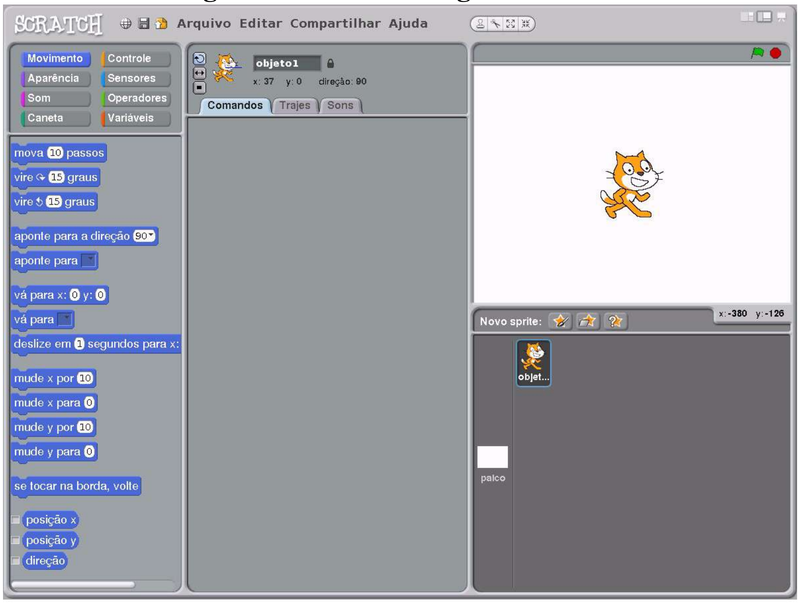
Neste apêndice veremos um pequeno tutorial sobre a utilização do Scratch, visando orientar e servir como material de consulta caso o usuário necessite. Será dado um enfoque aos blocos e funções mais utilizadas neste trabalho para que a sequência de atividades proposta possa ser realizada com mais facilidade. Trata-se de material de leitura opcional, tendo em vista que muitos já conhecem o software.

A.1 SOBRE O SCRATCH

O Scratch é uma linguagem de programação visual, desenvolvido pelo Lifelong Kindergarten Group do MIT Media Lab, que possui duas opções para utilização: uma *on-line* e outra que pode ser instalada na máquina e utilizada de maneira *off-line*. Vale ressaltar que, embora ambas versões possuam praticamente as mesmas funcionalidades, a versão *on-line* possui algumas opções de uso a mais, como, por exemplo, a criação de uma conta de professor, compartilhamento de projetos desenvolvidos, salvamento dos dados na nuvem, entre outros. Foi disponibilizado para o público no ano de 2007, sendo que sua criação iniciou no ano 2003. A primeira versão possuía uma interface bem mais simples, sendo que contava apenas com a versão *off-line*, e não havia um *site* tão estruturado como hoje, apenas um pequeno *blog*. Na medida em que o número de usuários foi crescendo, o programa foi evoluindo, diversas atualizações causaram uma popularização ainda maior.

Na Figura 29 podemos ver a interface de uma versão mais antiga do Scratch.

Figura 29: Versão antiga do Scratch



Fonte: O autor.

Entre as finalidades principais, estava a relação com o meio educacional, trazendo para a sala de aula recursos de programação de maneira mais acessível e de fácil compreensão para os estudantes. O Scratch caiu no gosto dos professores, especialmente os da disciplina de Matemática, por estar intimamente ligado ao desenvolvimento da capacidade de raciocínio.

Projetado principalmente para crianças entre oito e dezesseis anos, o Scratch pode ser utilizado por qualquer faixa etária, aplicado em aulas para os mais diversos níveis de ensino. É utilizado em mais de 150 países diferentes, disponível em 40 idiomas, possuindo mais de 46 milhões de projetos compartilhados, que podem ser abertos e executados por qualquer pessoa.

Analisando as estatísticas, presentes no *site* do programa, podemos notar que houve um crescimento acentuado de atividades e utilizadores, principalmente após o ano de 2012. Este crescimento ainda se mantém, difundindo ainda mais o software pelo mundo.

A equipe de desenvolvedores do Scratch está em constante realização de pesquisas, buscando aprimorar ainda mais as funções já existentes no programa e criar novas ferramentas para que o mesmo continue sempre atualizado.

A maneira com que a programação é realizada provoca nos estudantes o desenvolvimento do raciocínio, ao passo que permite a criação de jogos, animações e histórias, permitindo desenvolver seus projetos de uma maneira simples e eficiente. Nota-se que o desenvolvedor se preocupou em criar um software interativo e funcional, projetado para ser divertido, de fácil utilização e educacional. Ao professor, que busca ferramentas para diversificar suas aulas, certamente o Scratch é uma ótima escolha.

Este software recebe o apoio e financiamento de grandes empresas espalhadas pelo mundo, garantindo assim a gratuidade e continuidade do serviço. Também é possível realizar doações visando ajudar ainda mais.

A.2 DOWNLOAD E INSTALAÇÃO

A instalação do Scratch é muito simples, o instalador pode ser baixado através do endereço eletrônico https://scratch.mit.edu/download, logo após, basta selecionar seu sistema operacional, baixar o programa e instalar normalmente. De acordo com as vantagens apresentadas pela versão *on-line*, esta será utilizada na maior parte deste trabalho, especialmente por permitir ao professor mais opções para diversificar sua aula, como por exemplo, compartilhar projetos com os alunos.

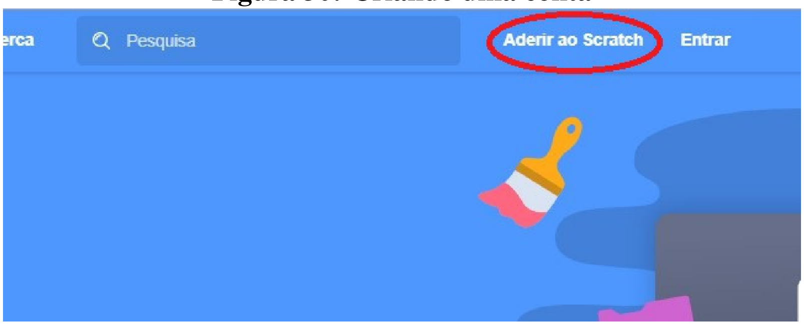
Outra grande ferramenta que existe na versão *on-line* são os diversos tutoriais disponibilizados na interface inicial do programa, que permitem ao aluno superar eventuais obstáculos ou dúvidas que possam surgir. Existe, também, um número elevado de projetos já prontos, onde ficam mais claras as diversas possibilidades de desenvolvimento que o Scratch apresenta, permitindo uma liberdade ainda maior ao estudante.

A.3 CRIANDO UMA CONTA

Criar uma conta no *site* do programa permite ao usuário salvar e compartilhar de forma *on-line* seus projetos, sendo um processo simples e que pode ser realizado por qualquer estudante ou educador.

Para iniciar, basta clicar na opção "Aderir ao Scratch" conforme podemos notar na Figura 30, lembrando que será necessária uma conta de *e-mail* para concluir a criação da conta.

Figura 30: Criando uma conta

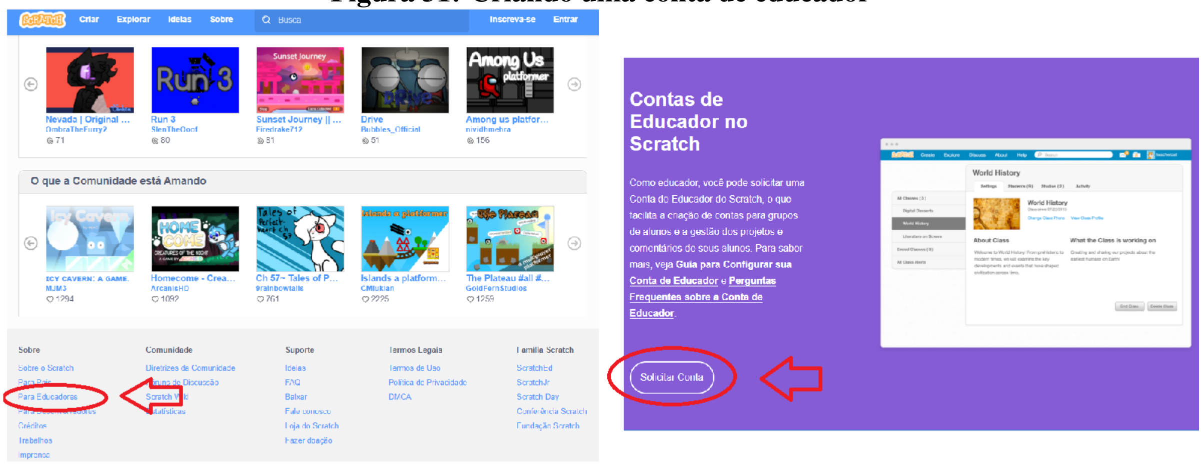


Fonte: O autor.

Aos professores, existe a opção de criar uma conta de professor, sendo necessária uma análise prévia dos dados inseridos que pode demorar até um dia. Esta conta libera mais algumas funcionalidades ao educador, como a criação de turmas para realização dos projetos elaborados, possibilidade de salvar suas aulas no programa, entre outras.

Para solicitar uma conta de professor basta clicar na opção "Para Educadores", e, logo após, na opção "Solicitar Conta", conforme ilustrado na Figura 31.

Figura 31: Criando uma conta de educador



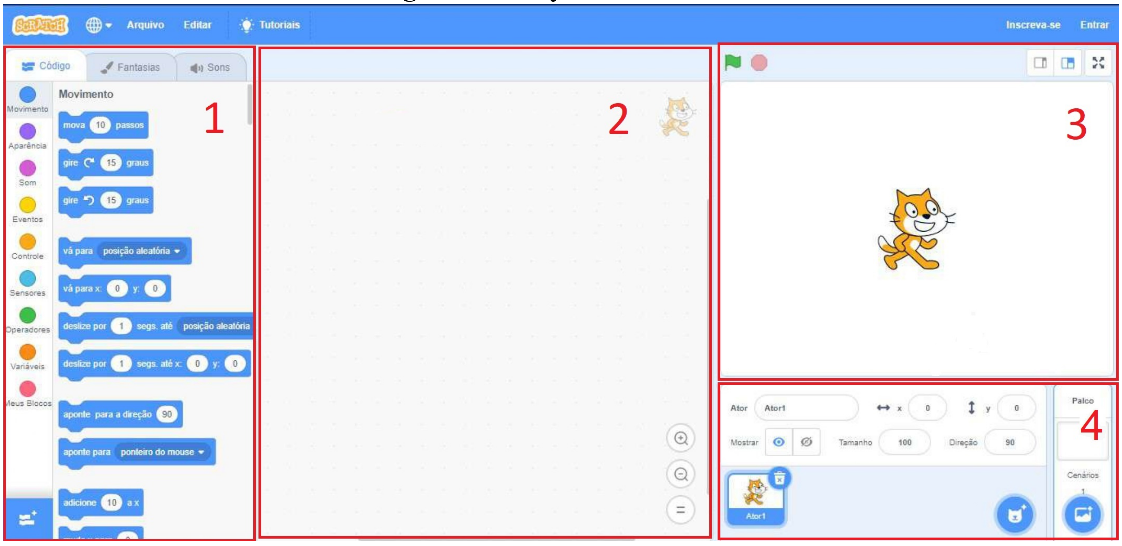
Fonte: O autor.

Podemos notar que o Scratch é uma tendência da educação brasileira atual por propiciar ao professor ferramentas para tornar suas aulas mais atraentes, principalmente no cenário atual, onde a tecnologia emerge como uma grande revolução na maneira de pensar.

A.4 LAYOUT DO PROGRAMA

O *layout* da janela de visualização do Scratch é formado por três partes principais, conforme Figura 32, sendo que a parte 1 fica na lateral esquerda do programa, chamada de paleta de blocos. Esta parte é o local onde ficam os blocos que serão utilizados na programação, sendo organizados por categorias de acordo com suas funções e características.

Figura 32: Layout do Scratch

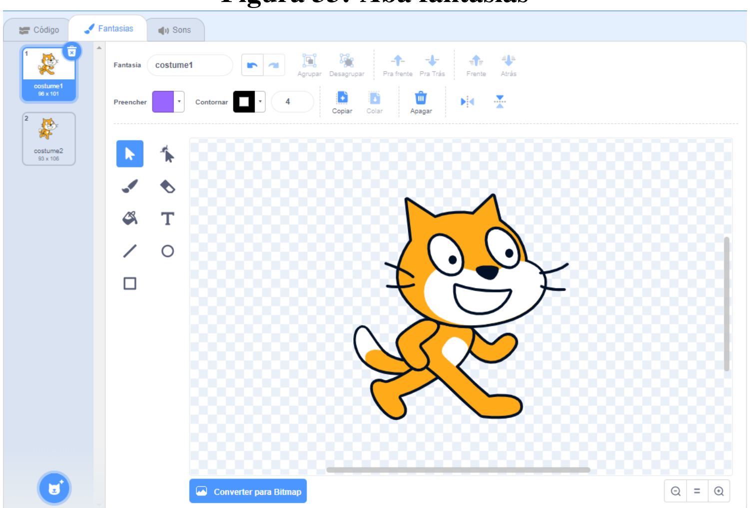


Fonte: O autor.

Na paleta de blocos podemos encontrar também a opção de adicionar extenções, basta clicar no botão localizado no canto inferior direito, conforme mostra a Figura 32. Esta funcionalidade permite incrementar ainda mais o Scratch, adicionando novas funções. Uma extenção que usaremos muito durante este trabalho é a ferramenta "caneta", que permite desenhar através dos movimentos do ator no palco.

Existem, além da paleta de blocos, na parte superior, as abas de "Fantasias" e "Sons", conforme podemos visualizar na Figura 33. Na aba "Fantasias" podemos editar o ator que estivermos utilizando para trabalhar, podendo desenhar, apagar, remodelar, entre outras opções. As fantasias funcionam como uma forma de camada para o ator, onde podemos alterar depois qual delas queremos usar.

Figura 33: Aba fantasias



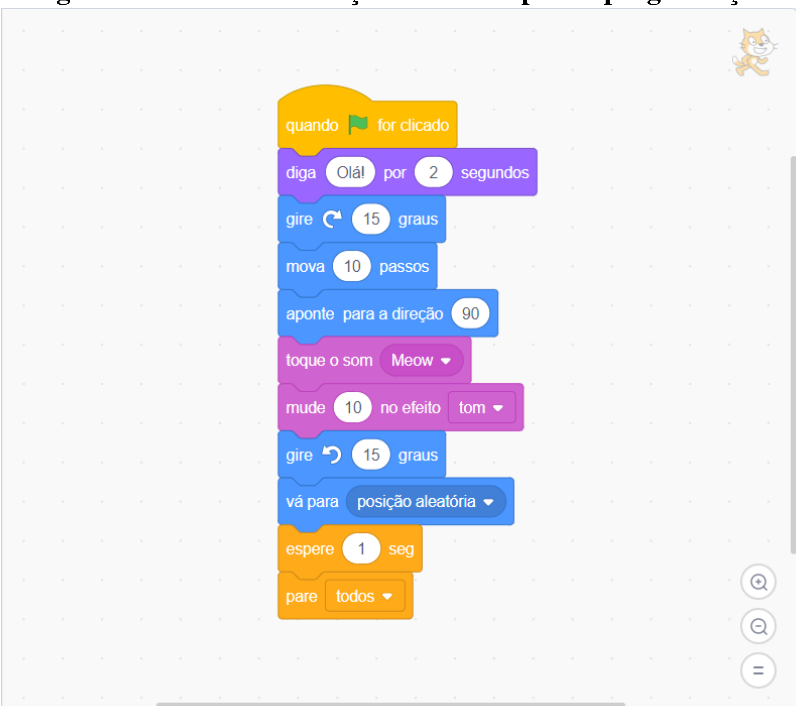
Fonte: O autor.

Já a aba “Sons”, localizada ao lado da aba “Fantasias”, podemos editar os sons que são emitidos pelo ator. É possível também a substituição do som original do ator por outro, podendo ser gravado ou enviado um novo arquivo para alteração, nas ferramentas de distorção do som podemos aumentar ou diminuir a velocidade de emissão do som, entre outras opções.

Estes sons serão atribuídos ao ator no projeto e podem ser alterados através de comandos posteriormente, existe também a função surpresa, que adiciona um som aleatório ao ator.

A parte 2 da interface do programa (Figura 32) é a área de descrição, posicionada na parte mais central do *layout* do Scratch, é o local onde são inseridos os blocos utilizados na programação do projeto. A área de descrição é de extrema importância, pois é onde os blocos serão arrastados e encaixados, de maneira a formarem a sequência lógica desejada para o comando do ator no palco. Na Figura 34, exemplificamos como podemos organizar os blocos na área de descrição.

Figura 34: Área de descrição com exemplo de programação

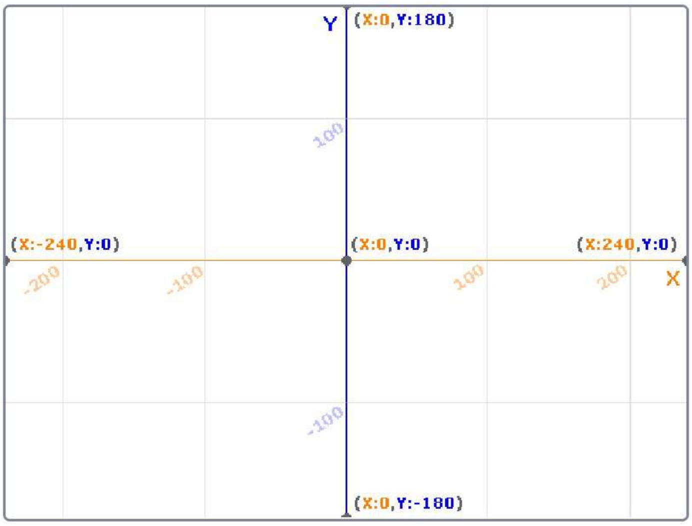


Fonte: O autor.

Já a parte 3 interface do programa (Figura 32) é formada pelo palco, que é o local onde o personagem escolhido, chamado de ator, realiza os comandos organizados na área de descrição. O palco possui um sistema de coordenadas cartesianas que podem ser visualizadas na parte inferior da mesma, sendo que podem ser alteradas conforme a necessidade do usuário. É importante destacar as informações que se encontram logo abaixo do palco, na parte 4 (Figura 32), pois irão permitir a análise futura dos movimentos do ator, sendo possível descobrir os ângulos praticados durante os movimentos, diminuir o tamanho do personagem, além de saber as coordenadas da posição do ator. Também é possível alterar facilmente a imagem de fundo do palco.

Conforme ilustrado na Figura 35, o palco é formado por uma malha de coordenadas, variando de -240 à 240 nas abscissa e de -180 à 180 nas ordenadas.

Figura 35: Palco

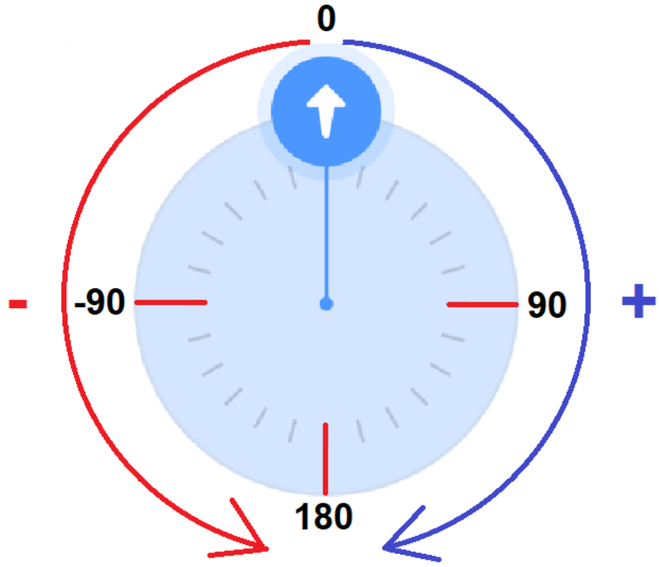


Fonte: O autor.

Existem dois botões na parte inferior direita do programa (que podem ser visualizados na parte 4 da Figura 32) que são dedicados às opções relacionadas ao ator e ao palco, sendo possível editá-los, personalizando o cenário até que se encontre o desejado. Vale ressaltar a funcionalidade de adicionar mais atores ou cenários, aumentando ainda mais o leque de opções durante a programação, sendo possível alternar entre atores e palcos, usá-los como referência e fazer com que interajam de forma a realizar procedimentos mais complexos. No decorrer do trabalho usaremos este fato, especialmente para descobrir distâncias e ângulos.

No Scratch a direção é medida em graus, a direção considerada 0^o no programa é equivalente ao ângulo de 90^o no ciclo trigonométrico, a direção cresce em sentido horário até atingir o valor de 180^o e decresce em sentido anti-horário até atingir -179^o. Na Figura 36 vemos um esquema para entender melhor esta questão da direção.

Figura 36: Direção no Scratch



Fonte: O autor.

A.5 PRINCIPAIS CATEGORIAS E TIPOS DE BLOCOS

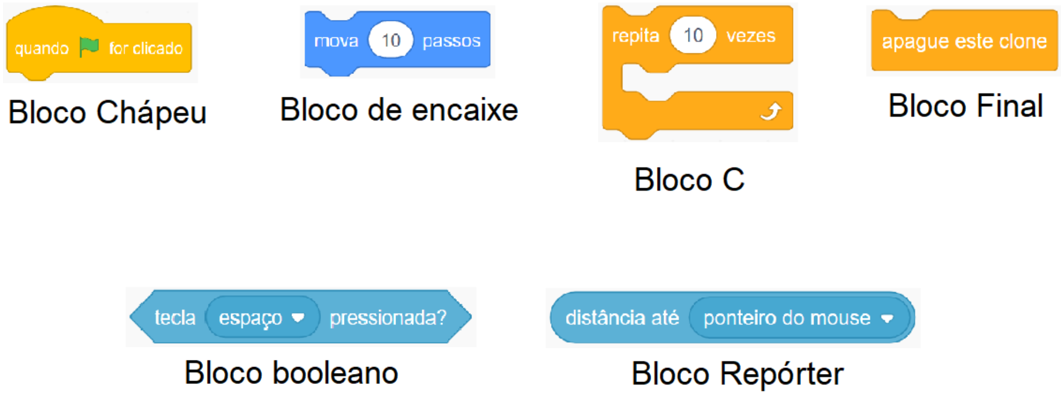
Após iniciar um novo projeto no Scratch dispomos de nove categorias de blocos que já estão disponíveis para utilização, são elas: “Movimento”, “Aparência”, “Som”, “Eventos”, “Controle”, “Sensores”, “Operadores”, “Variáveis” e “Meus blocos”. Estas categorias são responsáveis por organizar melhor o ambiente de trabalho, permitindo um agrupamento dos blocos de acordo com suas funções e facilitando o usuário no momento de construção do projeto. Podemos identificar a categoria do bloco de acordo com sua cor, sendo que assim já teremos uma noção de sua funcionalidade principal.

Existem blocos que possuem espaço para que outro bloco seja encaixado no mesmo, geralmente estes blocos são os mais importantes, por permitirem a realização de funções dependendo de variáveis. Todos os blocos possuem classificação de acordo com seu formato.

Seguindo a classificação quanto ao formato, os blocos são divididos em: booleanos, de encaixe, C, Repórter, chapéu e finais. Essa classificação serve para entendermos melhor o programa, evitando erros na hora de montar o projeto.

Na Figura 37 podemos visualizar exemplos de blocos segundo esta classificação.

Figura 37: Classificação dos blocos quanto ao formato



Fonte: O autor.

O forma de elaboração dos projetos que é realizada encaixando blocos é o que torna o Scratch tão eficiente e de fácil utilização, levando a programação, que geralmente necessita de um grande conhecimento prévio, ao alcance de qualquer estudante, nos mais diversos graus de ensino. Desenvolver uma programação desta maneira é uma tarefa relativamente simples, onde a interface gráfica dos blocos já possuem a descrição de suas funções, bastando ao usuário a montagem do código.

Se todos os blocos, que permitem a utilização com blocos de variáveis, tivessem seus formatos iguais, seriam constantes os erros no momento de criação do projeto. Para corrigir este fato, de maneira muito inteligente, foram criados blocos de encaixe de diferentes formatos, foi a maneira encontrada pelo desenvolvedor de evitar os chamados erros de escrita na programação. É notável que nem todos blocos podem variar com todas opções que existem como referência, como exemplo podemos citar o bloco “vá para” que permite apenas a inserção de um bloco no formato “Repórter”.

Os blocos “Chapéu” são responsáveis por iniciar todo projeto, possuem formato muito característico, com a parte superior arredondada, não permitindo que outro bloco seja encaixado na sua parte superior. São de extrema importância e não podem faltar no momento de iniciar a programação, devemos ter o cuidado para que estejam sempre presentes. No Scratch podem ser encontrados seis destes blocos na categoria eventos e um deles na categoria controle, este fato ocorre devido a funcionalidade deste formato, sendo que em sua grande maioria são responsáveis por realizar eventos, como iniciar a sequência de programação. A excepcionalidade ocorre no bloco “quando eu começar um clone”, que está ligado a outro evento, podemos pensá-lo como um segundo evento, por este motivo encontra-se classificado na categoria controle.

Blocos de encaixe são os mais comuns, presentes em todos os projetos criados, são responsáveis pela sequência de programação e por executar os comandos dentro do programa. Seu formato permite a colocação no interior de uma sequência, com encaixe de blocos na parte superior e inferior, sendo que muitas vezes possui espaço para combinação com outros blocos em seu interior.

Na Figura 38 podemos visualizar alguns exemplos de blocos que se encaixam e de blocos que não se encaixam.

Figura 38: Exemplo de blocos que se encaixam

Fonte: O autor.

Apesar de possuírem uma saliência na parte inferior nem sempre se faz necessário que possuam outro bloco encaixado, podendo ser utilizados também para encerrar a sequência de programação. Como exemplo de bloco de empilhar temos o bloco “vá para”, que será muito utilizado no desenvolvimento das atividades que são propostas no Capítulo 5.

Outros tipos de blocos são os booleanos, que têm como função atribuir um valor de verdadeiro ou falso em algumas variáveis, seguindo as instruções contidas no mesmo. Não podem ser usados de maneira independente, sendo necessário seu encaixe em outros blocos para que possa fazer sentido. Possuem formato hexagonal, sendo que existem treze deles na paleta de blocos, e são responsáveis por realizar funções apenas em blocos que possuem encaixe compatível com seu formato.

Existem também os blocos “Repórter”, que têm como característica atribuir um valor, devendo ser utilizados em conjunto com outros blocos. São fáceis de serem identificados por possuírem um formato arredondado, podendo ser encaixados apenas em alguns outros, como por exemplo o bloco “posição x do mouse”. Os blocos “Repórter” e os “booleanos” podem ser combinados, considerando que alguns deles possuem a opção de encaixar um no outro.

Já os blocos de “Controle”, ou blocos “C”, têm como função principal verificar condições e repetir comandos de blocos neles inseridos. Possuem vários espaços para encaixe, permitindo a combinação de diversos formatos de blocos, sendo que diversas vezes são usados em paralelo com outros do mesmo tipo.

A possibilidade de analisar sentenças, inseridas através de blocos "booleanos" ou "Repórter", em conjunto com a função de repetição, permitem ao criador dos projetos encurtar algumas sequências de programação, este fato torna o processo de desenvolvimento mais simples.

O último formato são os blocos "Finais", cuja atribuição é encerrar a sequência de comandos. No entanto, seu uso não é obrigatório para o término dos *scripts*.

A.6 PRINCIPAIS BLOCOS POR CATEGORIA

A.6.1 CATEGORIA EVENTOS

Esta categoria é essencial em todos projetos que forem desenvolvidos, pois são eles que iniciam a programação, e devem ser usadas no início de cada *script*. O formato não permite encaixe de outros blocos na parte superior, justamente por se tratarem de blocos de início.

Figura 39: Blocos da categoria eventos

Fonte: O autor.

Bloco 1 da Figura 39 – este bloco é a maneira mais comum de iniciarmos nossa sequência de programação, sendo responsável dar o comando para que o ator realize os comandos descrito na programação. A bandeira verde fica na parte superior esquerda do palco, sendo necessário clicar na mesma para darmos início ao evento. No modo de visualização em tela cheia do palco, a bandeira verde ocupa a mesma posição, tornando fácil a sua utilização na demonstração dos projetos criados.

Bloco 2 da Figura 39 – tem como função iniciar a programação do ator através de uma tecla, definida em uma caixa que existe no próprio bloco. Quando pressionada, a tecla pré-definida desencadeia o início da sequência de programação.

Bloco 3 da Figura 39 – é muito utilizado como uma maneira de automatizar o início de outras sequências de programações, principalmente quando existem mais de um ator no palco.

Tem como função principal transmitir uma mensagem, que posteriormente será captada através de um outro bloco de evento, tornando possível a realização de várias sequências de forma mais simples.

Bloco 4 da Figura 39 – é um complemento do bloco anterior, quando usado em conjunto permite que uma sequência de programação se inicie a partir do recebimento de uma mensagem.

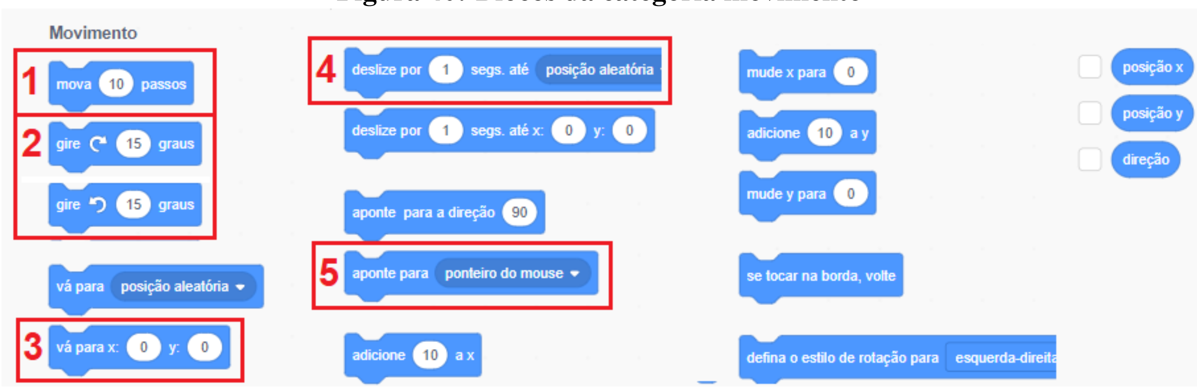
A.6.2 CATEGORIA MOVIMENTO

A categoria movimento é uma das mais usadas durante a programação e possui alguns dos blocos mais importantes, especialmente por ser utilizada para desenhar, com auxílio da ferramenta caneta, diversas formas através dos pontos por onde o ator percorre no palco.

É importante relembrar que o personagem está contido em um palco, no formato cartesiano, cuja unidade de medida são passos, com valores das abscissas variando entre -240 e 240, e ordenadas variando entre -180 e 180. As coordenadas exibidas na janela de informações, (parte 4 da Figura 32) tem como base o ponto central do ator.

Na Figura 40, podemos visualizar os blocos que pertencem à categoria "Movimento" no Scratch.

Figura 40: Blocos da categoria movimento



Fonte: O autor.

Existem movimentos no Scratch que são chamados de relativos, ou seja, dependem de alguma referência para acontecerem, neste tipo de movimento o ator percorre o trajeto até o local, como exemplo temos o bloco 1 da Figura 40 que tem como função movimentar o personagem uma certa quantidade de passos na direção apontada.

Quando o ator não realiza um movimento relativo a um outro objeto, dizemos que seu movimento é absoluto, sendo que o mesmo não realiza o percurso até o local de destino, aparecendo lá de maneira imediata. Este tipo de movimento não será muito utilizado neste trabalho, por não permitir o desenho do trajeto do ator, tendo em vista que o mesmo já aparece no local final.

Passamos agora a explorar alguns blocos da categoria movimento, de acordo com a numeração apresentada na figura anterior.

Bloco 1 da Figura 40 – possui um espaço para inserirmos um valor numérico, que também pode ser feito através de um bloco "Repórter", para que o ator se mova no palco a quantidade de passos indicada. Vale ressaltar que o movimento é feito na direção em que o personagem está apontando. Este comando será muito importante para nossas atividades, pois em conjunto com a ferramenta caneta permitirão com que desenhemos no palco. Apesar de o personagem realizar o movimento muito rápida, ainda assim o percurso é realizado.

Bloco 2 da Figura 40 – existem dois destes para realizar a função de rotacionar o ator em torno do seu ponto central, sendo que a diferença está no fato de que em um deles a rotação é no sentido horário e no outro a rotação é no sentido anti-horário.

Bloco 3 da Figura 40 – existem dois deste tipo, são responsáveis por realizar a função de fazer o ator aparecer em outro local, que pode ser indicado ou ser relativo a um outro objeto. O personagem percorre o caminho até a posição final instantâneamente.

Bloco 4 da Figura 40 – são semelhantes aos mencionados anteriormente, com a diferença de que quando o ator percorre o caminho até o local de destino é possível determinar o tempo com que este movimento é realizado, permitindo uma visualização melhor. Usaremos estes blocos quando quisermos causar um efeito de animação, podendo ver o personagem realizando o que foi programado.

Bloco 5 da Figura 40 – servem para dar direcionamento ao ator no palco, conforme explicado anteriormente, o personagem realiza a sua rotação em torno de seu ponto central que é medida em graus. A partir desta rotação, uma nova posição será definida, servindo de base para movimentos futuros, a direção em que ele está apontando pode ser verificada a qualquer momento na janela, localizada na parte 4 da Figura 32.

Apesar de existirem mais blocos na categoria "Movimento" da paleta de blocos, os apresentados anteriormente serão os mais utilizados neste trabalho. No entanto, encorajamos o leitor a explorar os demais blocos. Os blocos da categoria "Movimento" estarão presentes em todas nossas programações, por proporcionarem a experiência de desenhar no palco, quando em conjunto com a ferramenta caneta.

Exemplo A.1. *Na Figura 41 a seguir o ator realiza uma sequência de movimentos partindo de um ponto qualquer, o mesmo move 30 passos, gira 25 graus no sentido horário, move mais 50 passos, gira 15 graus no sentido anti-horário e move* 100 *passos.*

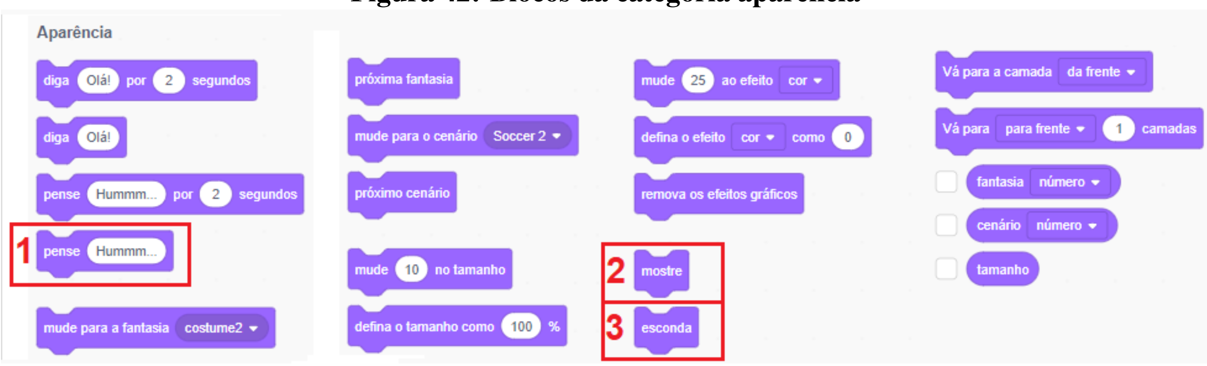
Figura 41: Exemplo de programação usando blocos de movimento

Fonte: O autor.

A.6.3 CATEGORIA APARÊNCIA

Apesar de não possuir os blocos mais utilizados nas programações que serão desenvolvidas neste trabalho, esta categoria traz algumas funcionalidades visando alterar elementos gráficos presentes no ator e no palco, além de opções de interação do personagem escolhido com o público alvo.

Figura 42: Blocos da categoria aparência



Fonte: O autor.

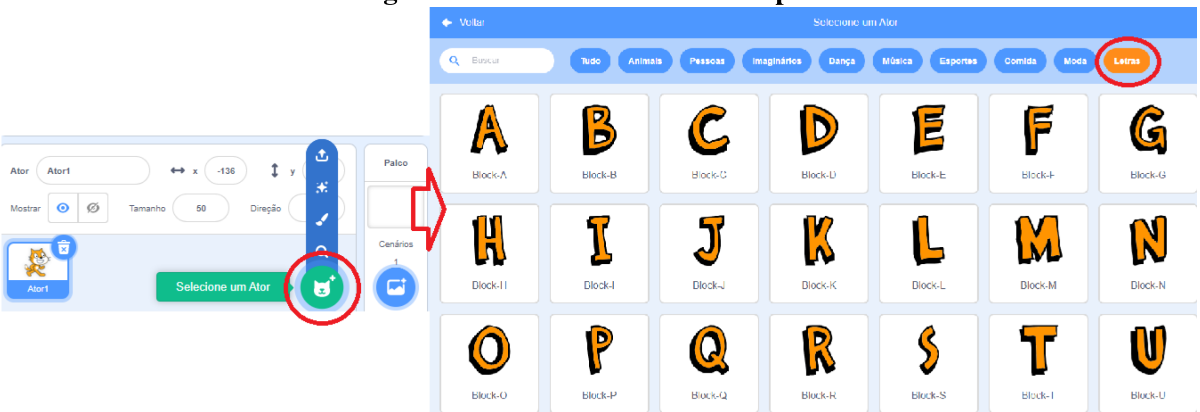
Bloco 1 da Figura 42 – tem como atribuição fazer com que apareça um balão próximo ao ator exibindo as informações que forem digitadas neste bloco ou o resultado de um bloco do formato "Repórter" que esteja encaixado no mesmo. Dando condições para que, com a programação correta, o personagem possa pensar determinada informação, como por exemplo a distância até outro ator presente no palco.

Bloco 2 da Figura 42 – tem função de exibir o ator no palco.

Bloco 3 da Figura 42 – tem a função de ocultar o ator no palco, sendo que o mesmo ainda realizará as funções para as quais foi programado.

Para adicionar atores no formato de letras ao palco, basta clicar selecioná-las conforme ilustrado na Figura 43. Ou seja, clique em "Selecione um Ator", selecione a aba "Letras" e escolha o ator desejado.

Figura 43: Adicionando letras ao palco



Fonte: O autor.

A.6.4 CATEGORIA CONTROLE

Na Figura 44 vemos os blocos presentes nesta categoria.

Figura 44: Blocos da categoria controle

Fonte: O autor.

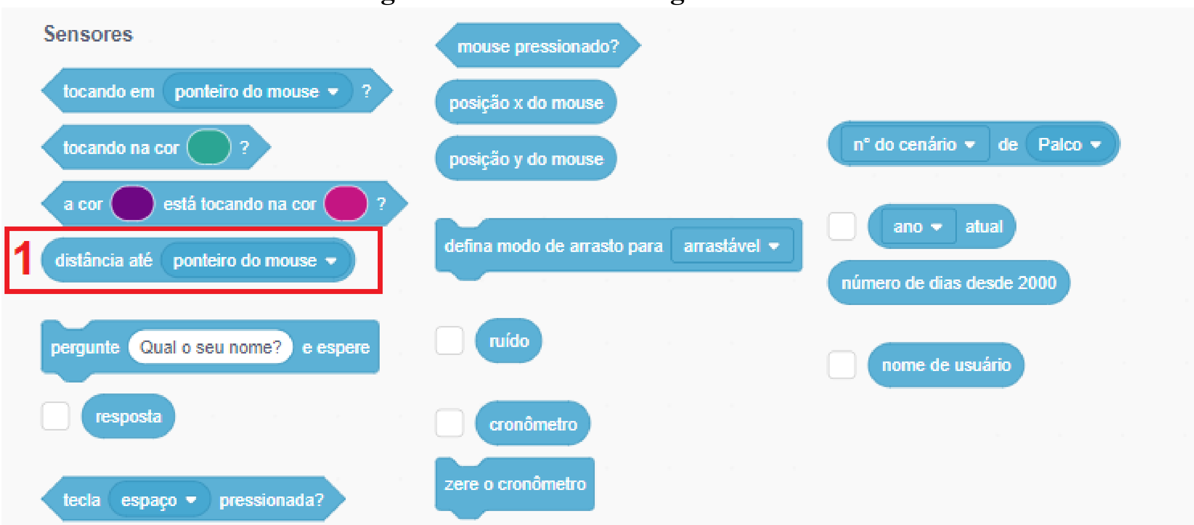
Bloco 1 da Figura 44 – muitas vezes durante a programação alguns comandos são usados de forma repetida, causando um aumento na quantidade de blocos utilizados e consequentemente tornando o *script* mais longo. A função deste bloco é justamente evitar este fato, encurtando as programações e tornando os códigos mais simples.

Bloco 2 da Figura 44 – realiza uma função se o dado ou acontecimento inserido no campo disponível ocorra. É um bloco muito importante durante a programação para que possamos criar diversos acontecimentos dependendo de outros eventos.

Bloco 3 da Figura 44 – tem como função criar um clone de qualquer um dos atores que estejam no palco, bastando selecionar na caixa disponível no próprio bloco qual deles deverá ser criado. O clone de um ator é uma cópia do mesmo, que também pode ser programado e realizar funções pré-determinadas.

A.6.5 CATEGORIA SENSORES

Figura 45: Blocos da categoria sensores



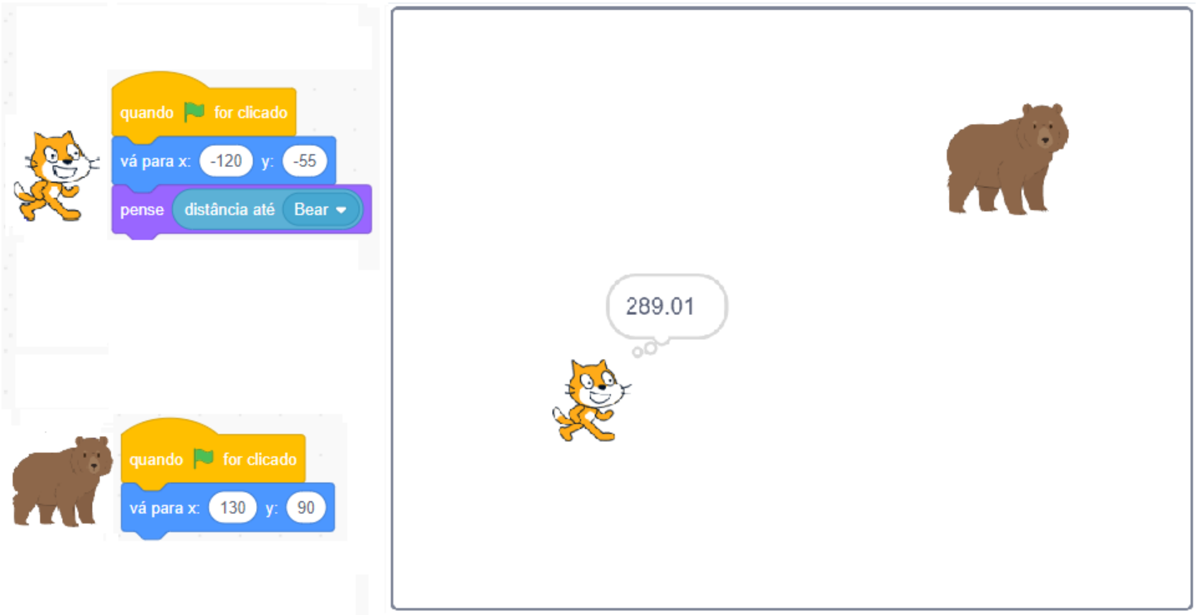
Fonte: O autor.

Bloco 1 da Figura 45 – esse bloco será muito utilizado no desenvolver deste trabalho, por permitir o cálculo de distâncias até outro objeto no palco. Podemos notar que no próprio bloco existe uma caixa de seleção, onde é possível selecionar a referência para a distância.

Num primeiro momento, ao analisar as opções desta caixa de seleção, notamos que existe apenas a possibilidade de calcular a distância até o ponteiro do mouse, no entanto, ao adicionar mais atores no palco, os mesmos aparecem na caixa de seleção do bloco, permitindo que a distância até eles seja calculada.

Exemplo A.2. *Na programação da Figura 46 o ator pensa a distância até um outro ator com auxílio de um bloco da categoria "Aparência".*

Figura 46: Exemplo de programação usando blocos da categoria aparência



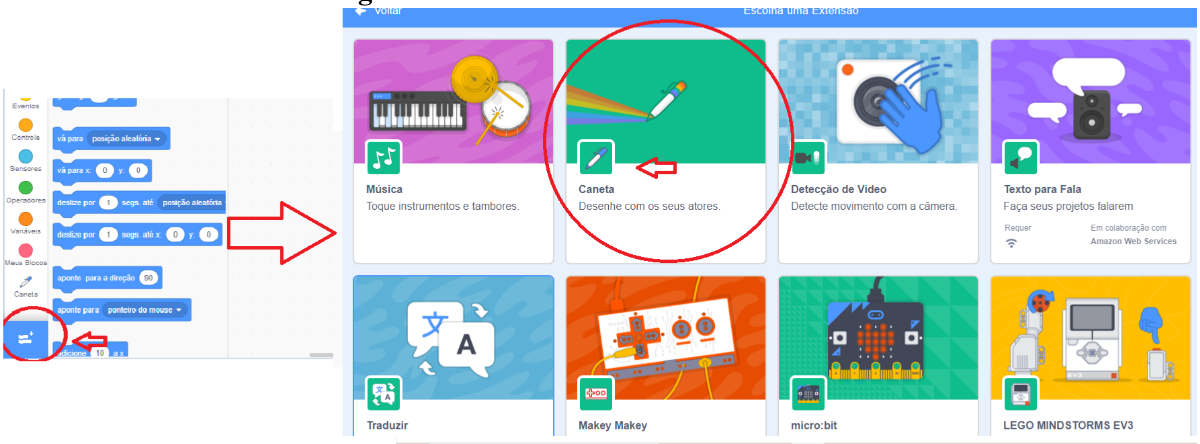
Fonte: O autor.

Durante a realização das atividades que são propostas, diversas vezes será necessário que mais atores sejam incluídos no palco, geralmente nos vértices dos polígonos, causando uma certa poluição visual no desenho construído. Para contornar esse problema, tornaremos os atores secundários ocultos, pois neste caso os mesmos ainda desempenharão suas funções, servindo como base para o cálculo das medidas, porém tornando a aparência do projeto mais agradável e fácil de ser entendida. Usaremos muito esta ferramenta como forma de descobrir o tamanho do lado de um polígono, especialmente de triângulos, para que seja possível chegar às conclusões esperadas. Também é importante ressaltar que podemos inserir neste bloco um outro bloco de formato “Repórter”.

A.6.6 CATEGORIA CANETA

Esta categoria não é visível no momento em que abrimos o Scratch, sendo necessário adicioná-la. Para isto, basta clicar sobre a opção “Adicionar uma extensão”, na parte inferior direita da paleta de blocos e selecionar a caneta, conforme ilustrado na Figura 47.

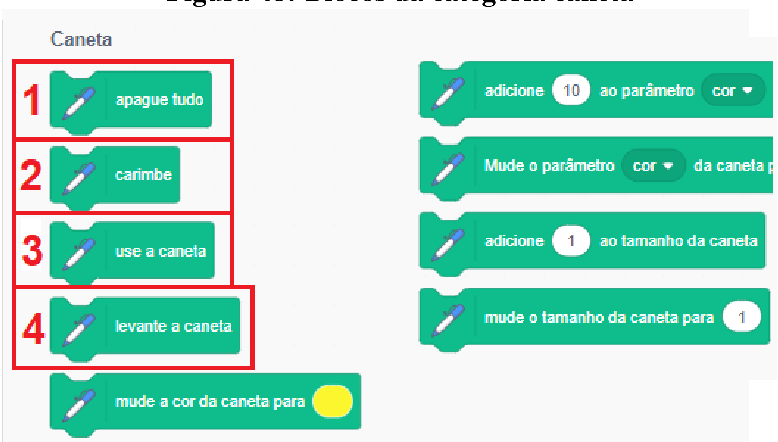
Figura 47: Adicionando ferramenta caneta



Fonte: O autor.

Estes são os blocos presentes nesta categoria (Figura 48).

Figura 48: Blocos da categoria caneta



Fonte: O autor.

Bloco 1 da Figura 48 – sua função é limpar todos desenhos presentes no palco, geralmente usado após construirmos e analisarmos o que queremos.

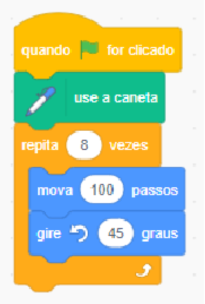
Bloco 2 da Figura 48 – tem como função deixar uma cópia do personagem no palco, não sendo possível atribuir funções a elas. O carimbo é muito utilizado quando quisermos marcar posições durante os trajetos.

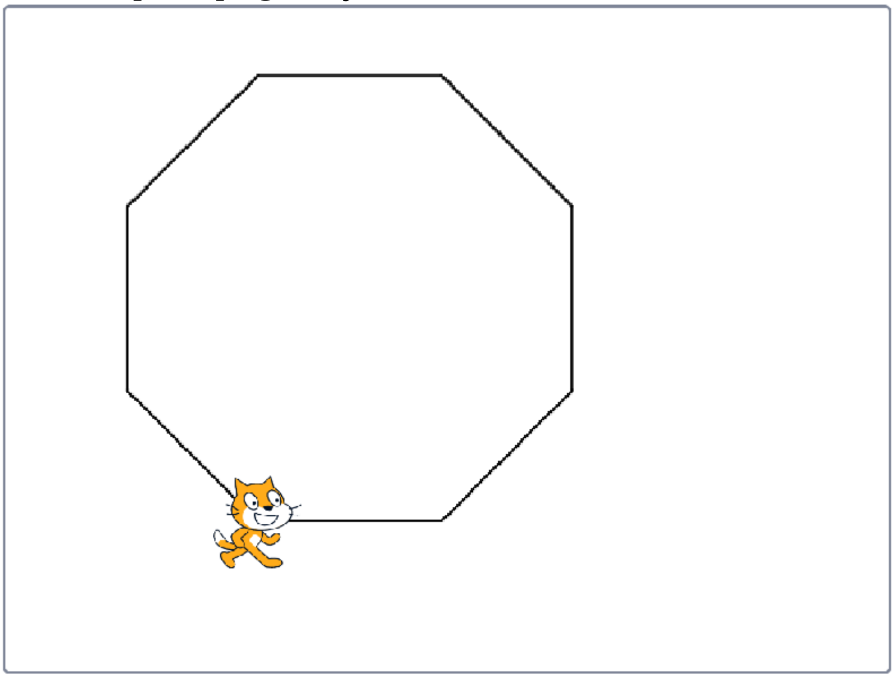
Bloco 3 da Figura 48 – esta ferramenta permite desenhar o trajeto percorrido pelo ator no palco. Quando este bloco for ativado o personagem continuará desenhando até que outro comando seja dado.

Bloco 4 da Figura 48 – é usado para interromper o uso da caneta, permitindo pausas entre o desenho nos movimentos do ator.

Exemplo A.3. *Na Figura 49 o ator realiza uma sequência de programação envolvendo blocos* *da categoria "Controle", "Movimento", "Caneta" e "Eventos". O mesmo utiliza a caneta e repete oito vezes o comando de mover 100 passos e girar 45 graus no sentido anti-horário, formando assim um octógono regular.*

Figura 49: Exemplo de programação usando blocos diversos





Fonte: O autor.

APÊNDICE B – RESOLUÇÕES E RESULTADOS ESPERADOS DAS ATIVIDADES

Neste apêndice são apresentadas as resoluções das atividades desenvolvidas no Capítulo 5, as quais podem auxiliar os professores durante a aplicação dessa proposta.

B.1 ATIVIDADE 1

1. No Apêndice A deste trabalho há um manual explicativo com o passo a passo necessário para que a conta seja criada.

2. Na tabela a seguir vemos um exemplo de solução.

Posição	Coordenada (x,y)
1	$(38,107)$
2	$(114,-51)$
3	$(-144,-42)$
4	$(47,-112)$
5	$(-92,32)$

3. Na Figura 50 temos uma possível solução.

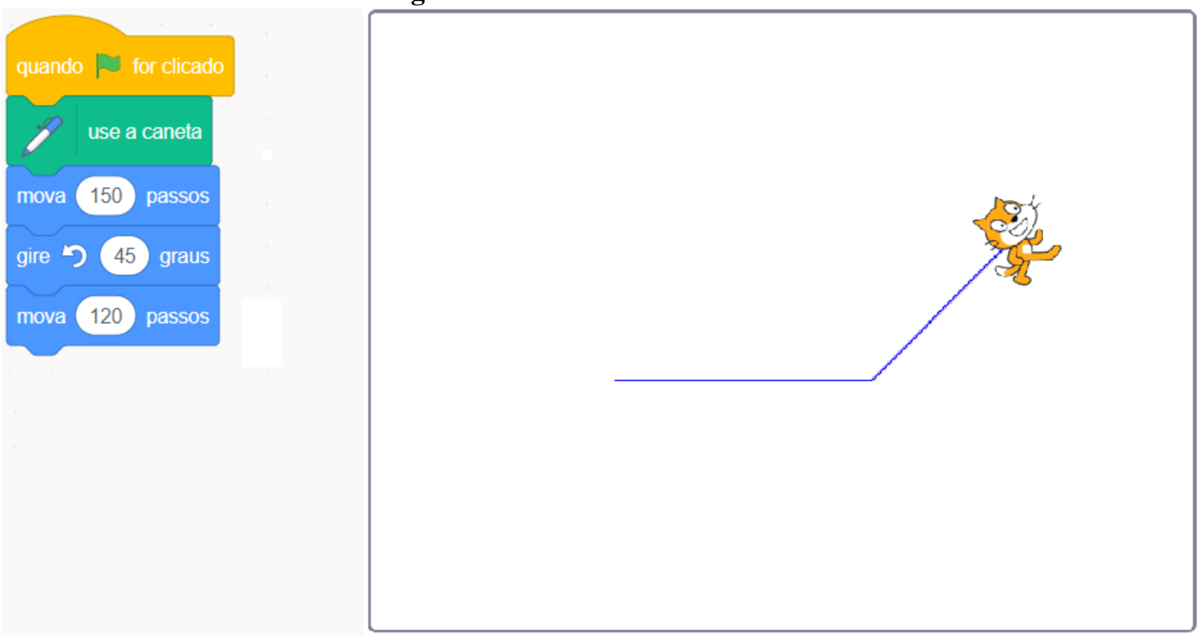
Figura 50: Movimentando-se com blocos

Fonte: O autor.

4. Basta seguir as instruções presentes na atividade.

5. Uma das soluções é a da Figura 51.

Figura 51: Desenhando livremente



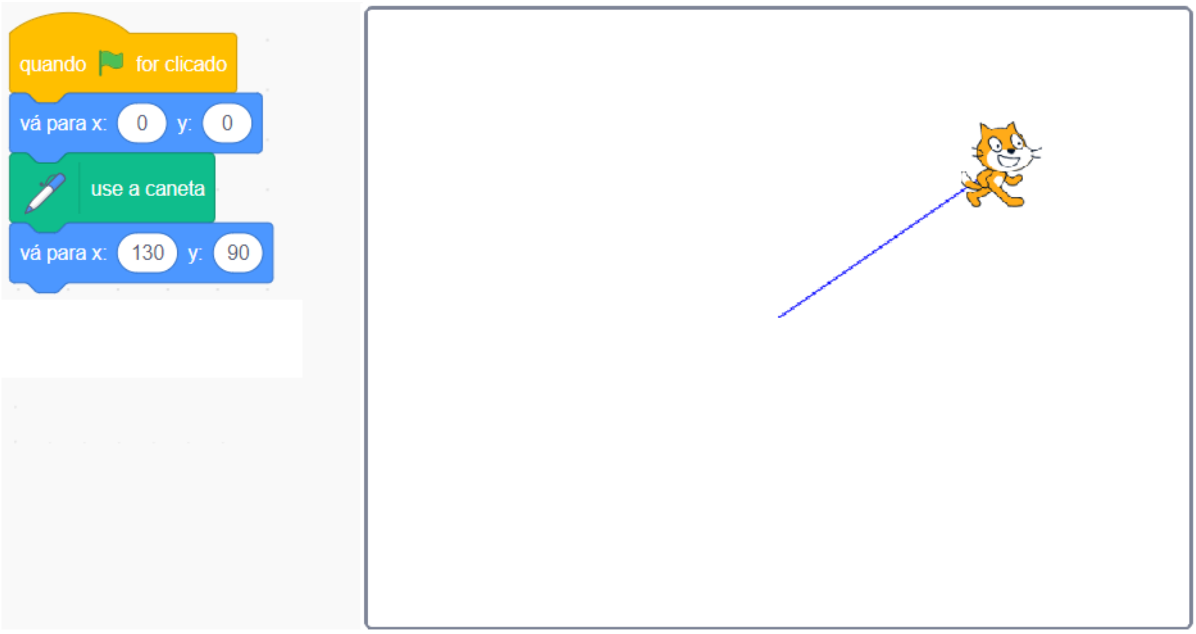
Fonte: O autor.

Para os demais exercícios basta seguir as instruções presentes na própria atividade.

B.2 ATIVIDADE 2

1. A solução encontra-se na Figura 52.

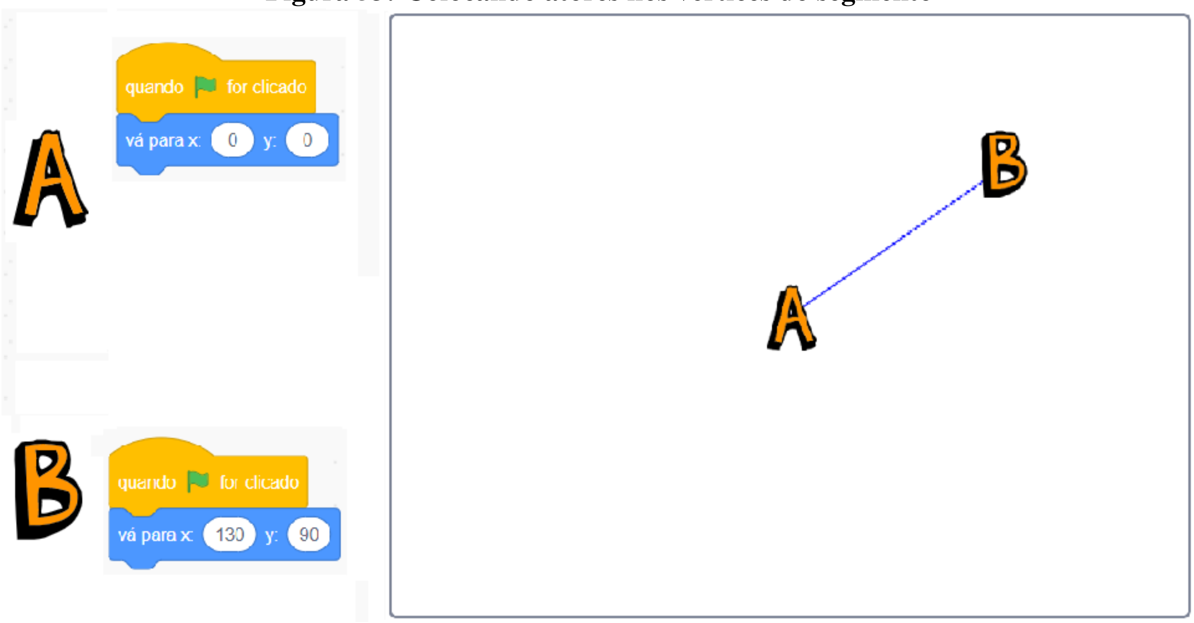
Figura 52: Desenhando segmento



Fonte: O autor.

2. No nosso caso serão selecionados os atores “A” e “B”, como na Figura 53.

Figura 53: Colocando atores nos vértices do segmento



Fonte: O autor.

3. O segmento formado neste caso será AB.

4. Conforme podemos ver na Figura 54 a distância será de 158, 11.

Figura 54: Distância entre atores

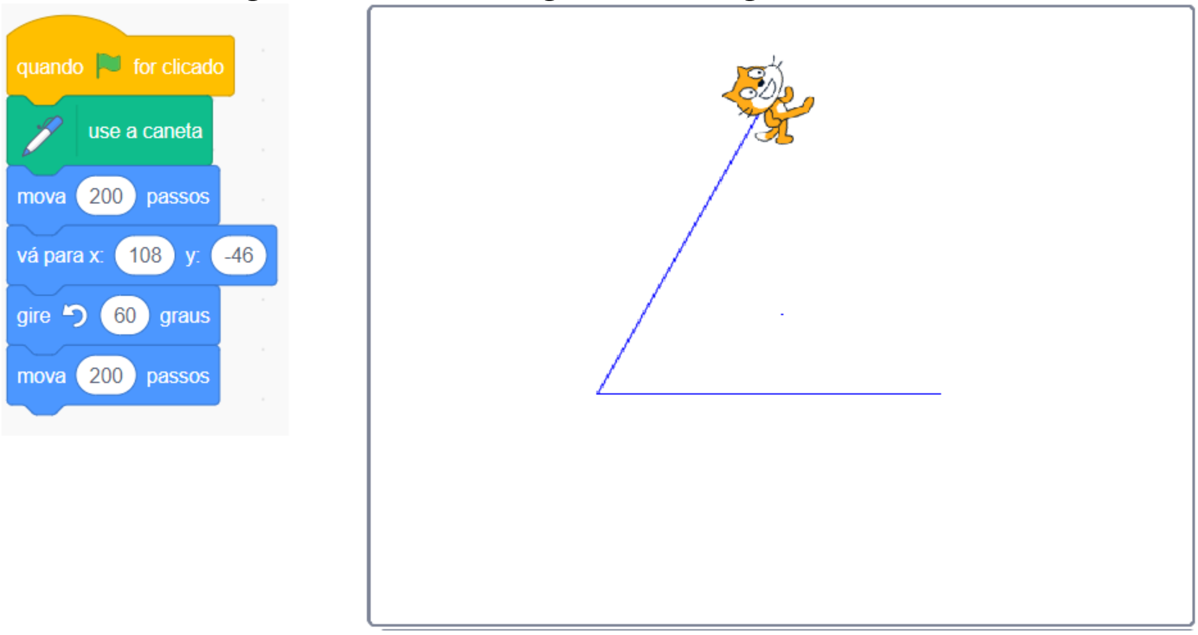
Fonte: O autor.

B.3 ATIVIDADE 3

1. As soluções encontram-se nas Figuras 55, 56, 57 e 58.

a) Ângulo de 60º

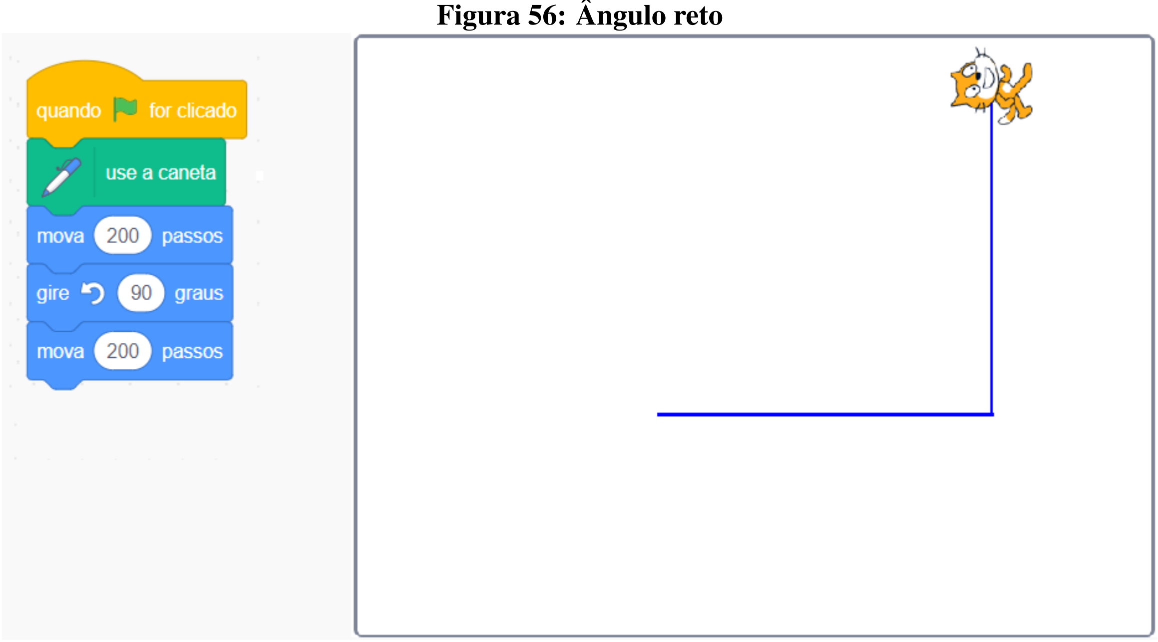
Figura 55: Desenhando segmentos com ângulo de 60º entre si



Fonte: O autor.

b) Ângulo reto

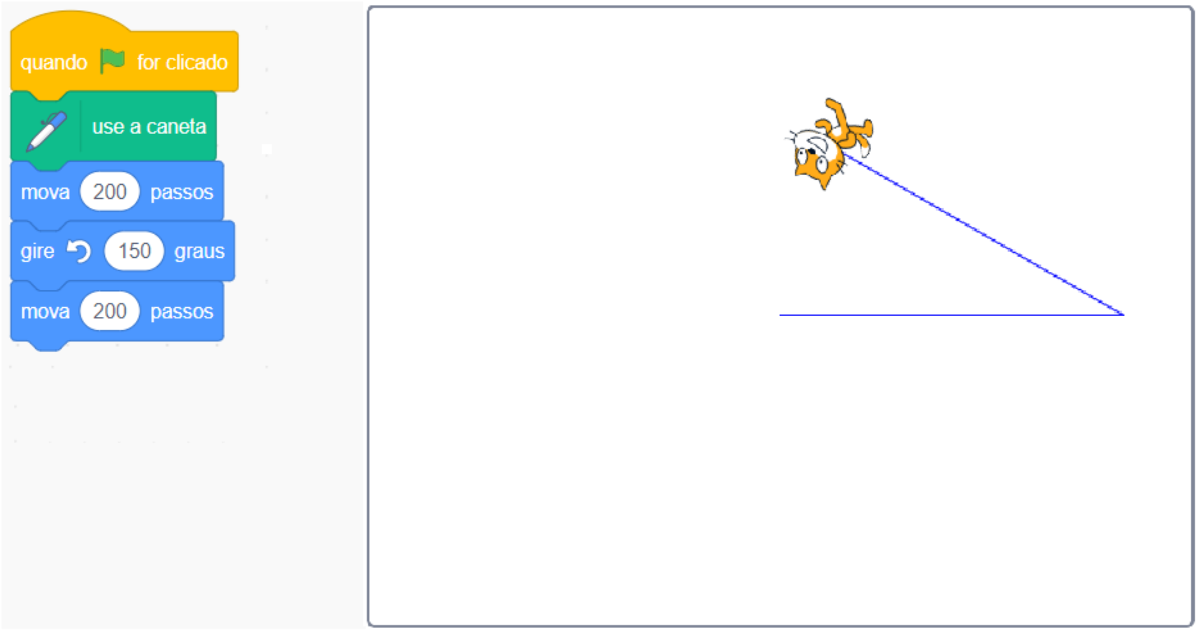
Figura 56: Ângulo reto



Fonte: O autor.

c) Ângulo agudo

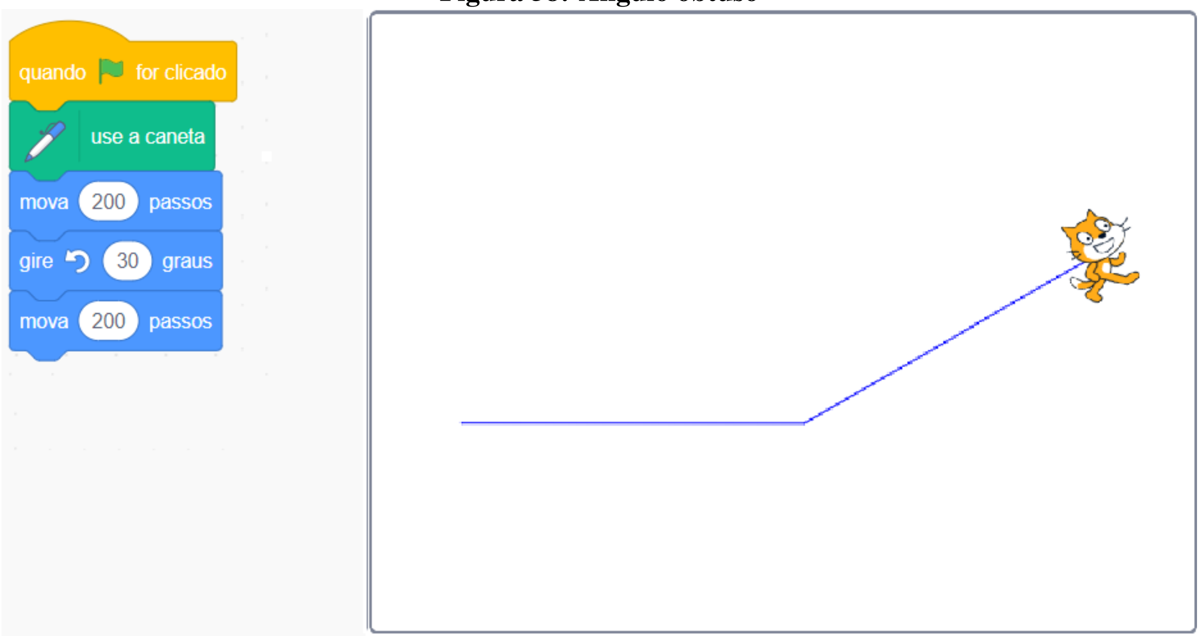
Figura 57: Ângulo agudo



Fonte: O autor.

d) Ângulo obtuso

Figura 58: Ângulo obtuso



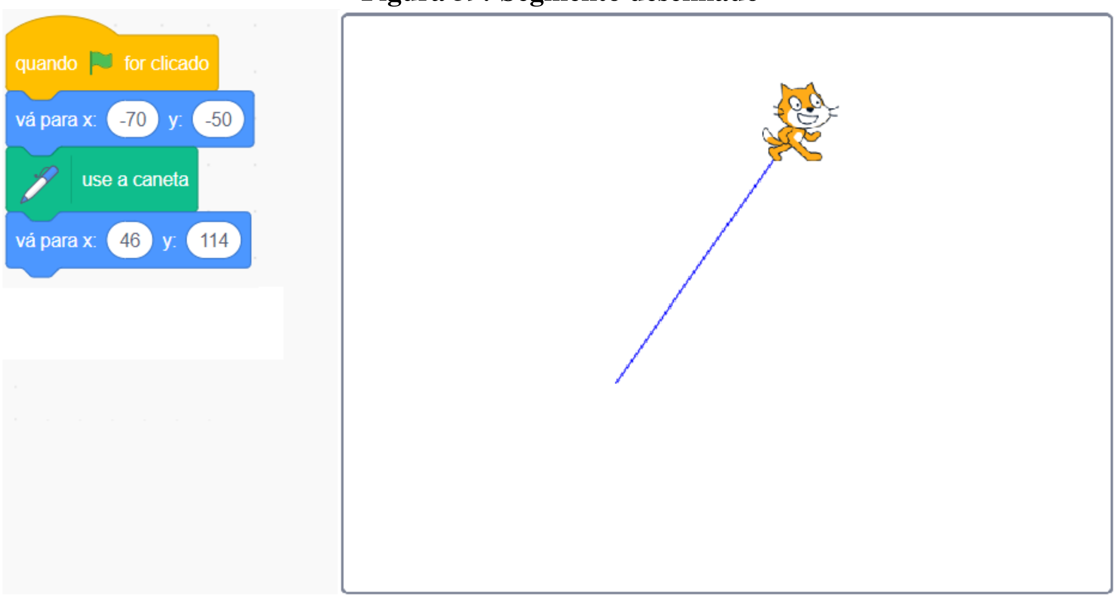
Fonte: O autor.

B.4 ATIVIDADE 4

1. As soluções podem ser vistas nos itens a seguir.

a) A Figura 59 apresenta uma das possíveis soluções.

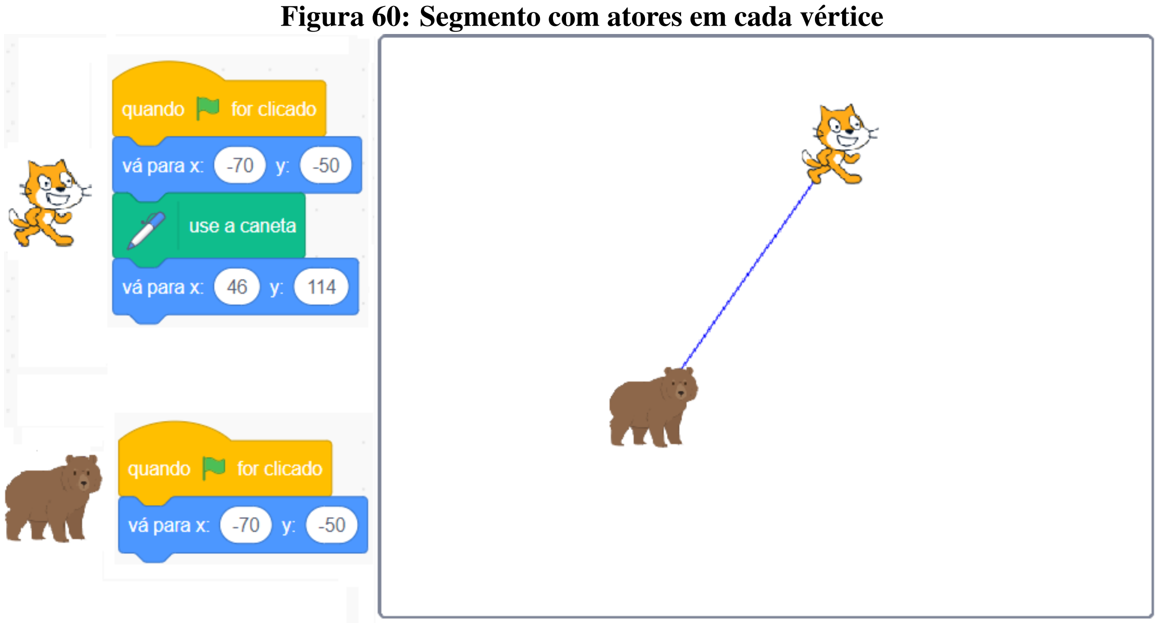
Figura 59: Segmento desenhado



Fonte: O autor.

b) Foram utilizados os atores "gato" e "urso" (Figura 60). Como o "gato" já estava em um vértice não foi necessária programação adicional para ele.

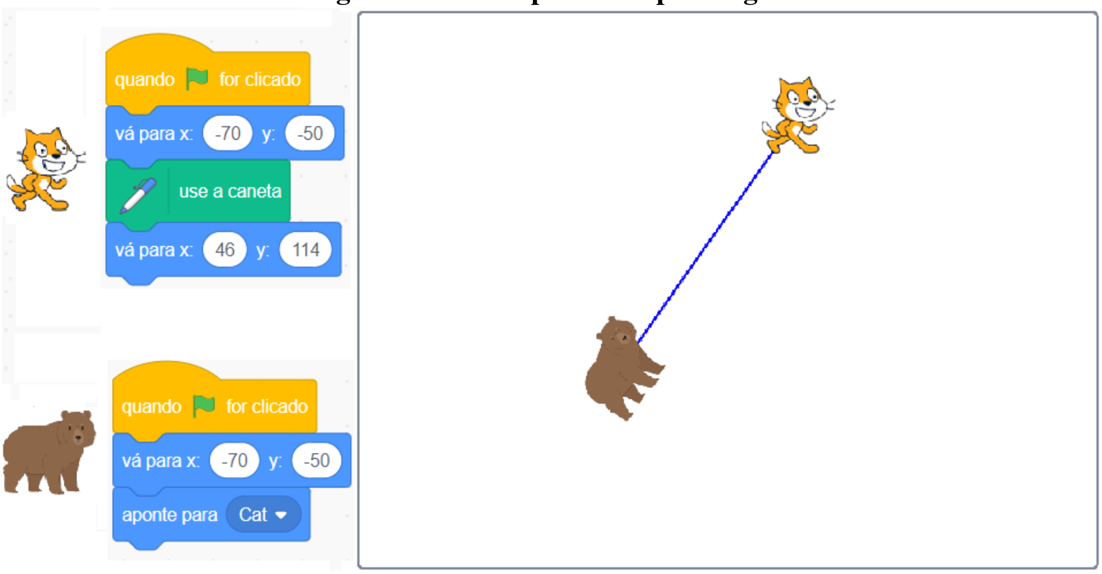
Figura 60: Segmento com atores em cada vértice



Fonte: O autor.

c) No nosso caso (Figura 61) programamos o “urso” para que aponte para o “gato”, com auxílio do bloco “aponte para”, presente na categoria “Movimento”.

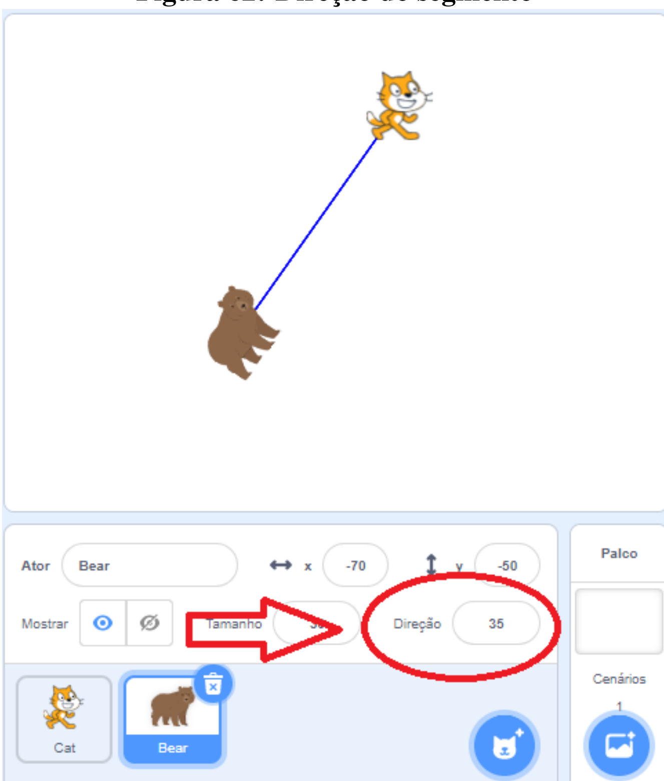
Figura 61: Urso apontando para o gato



Fonte: O autor.

Na Figura 62 note que a direção do urso é 35, portanto a direção do segmento também será 35.

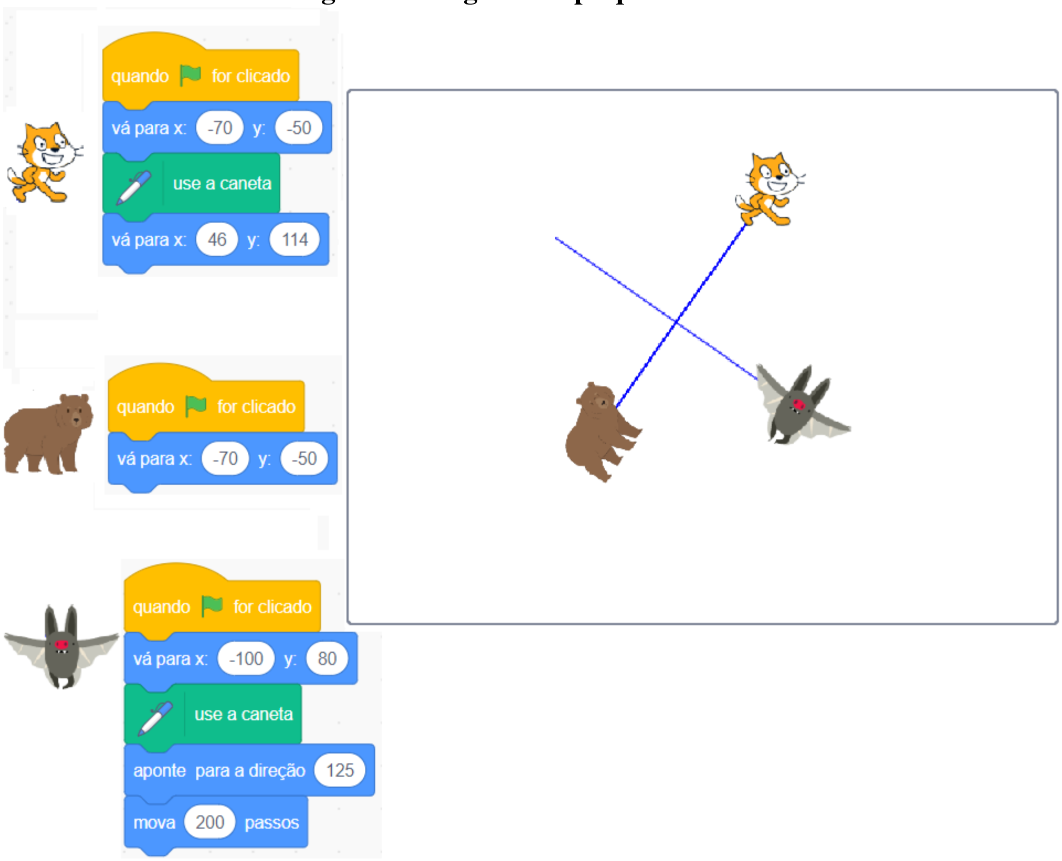
Figura 62: Direção do segmento



Fonte: O autor.

d) Foi adicionado o ator "morcego" ao palco. Posicionando-o na coordenada $(-100, 80)$, temos que o mesmo deverá apontar para a direção 125 para desenhar o segmento perpendicular ao de direção 35. Na Figura 63 podemos visualizar uma solução.

Figura 63: Segmentos perpendiculares



Fonte: O autor.

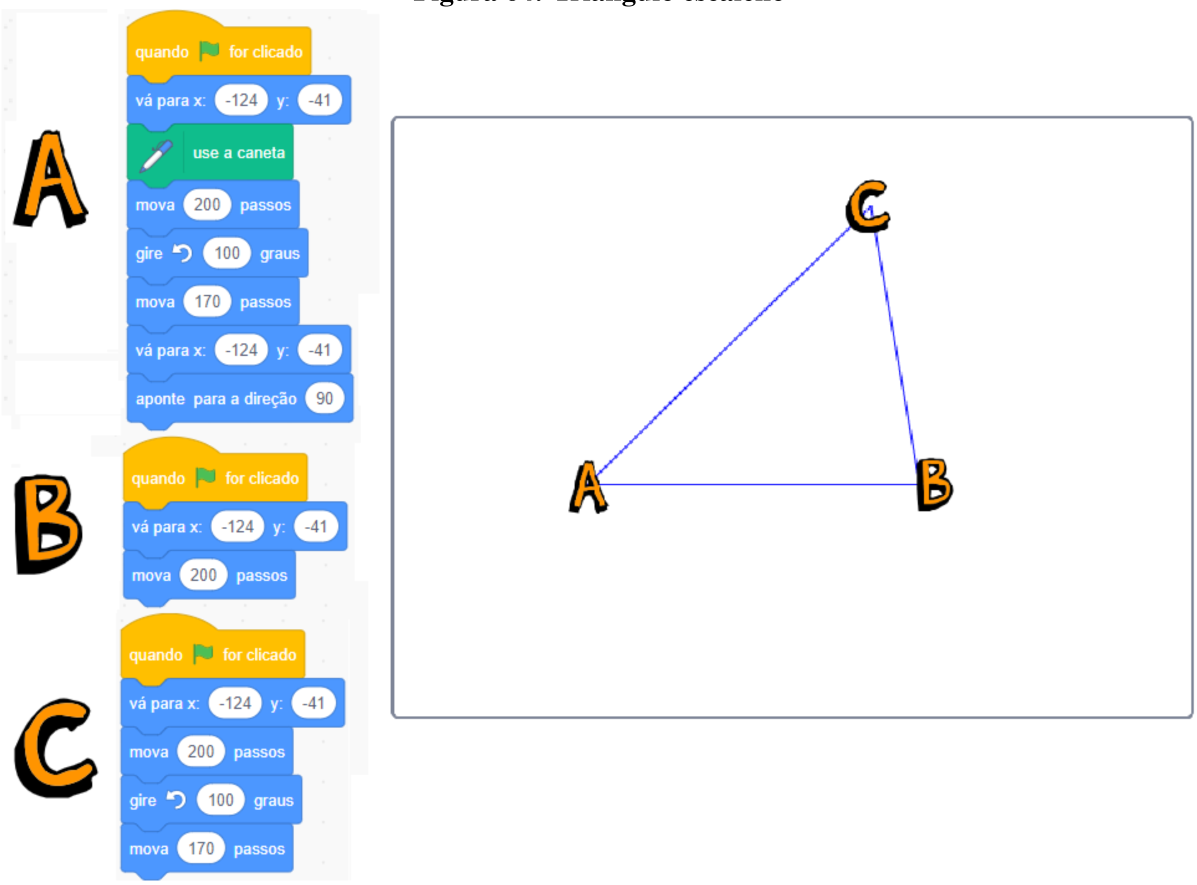
e)Conforme descobrimos no item *a* desta atividade, a direção de um dos segmentos é 35. Já no item *d* descobrimos que a direção do outro segmento é 125. Portanto, como $125 - 35 = 90$, temos que o ângulo formado entre os segmentos será de 90º e os segmentos serão perpendiculares.

B.5 ATIVIDADE 5

1. Nas Figuras 64, 65, 66, 67 e 68 são encontradas algumas das possíveis soluções.

a) Triângulo escaleno

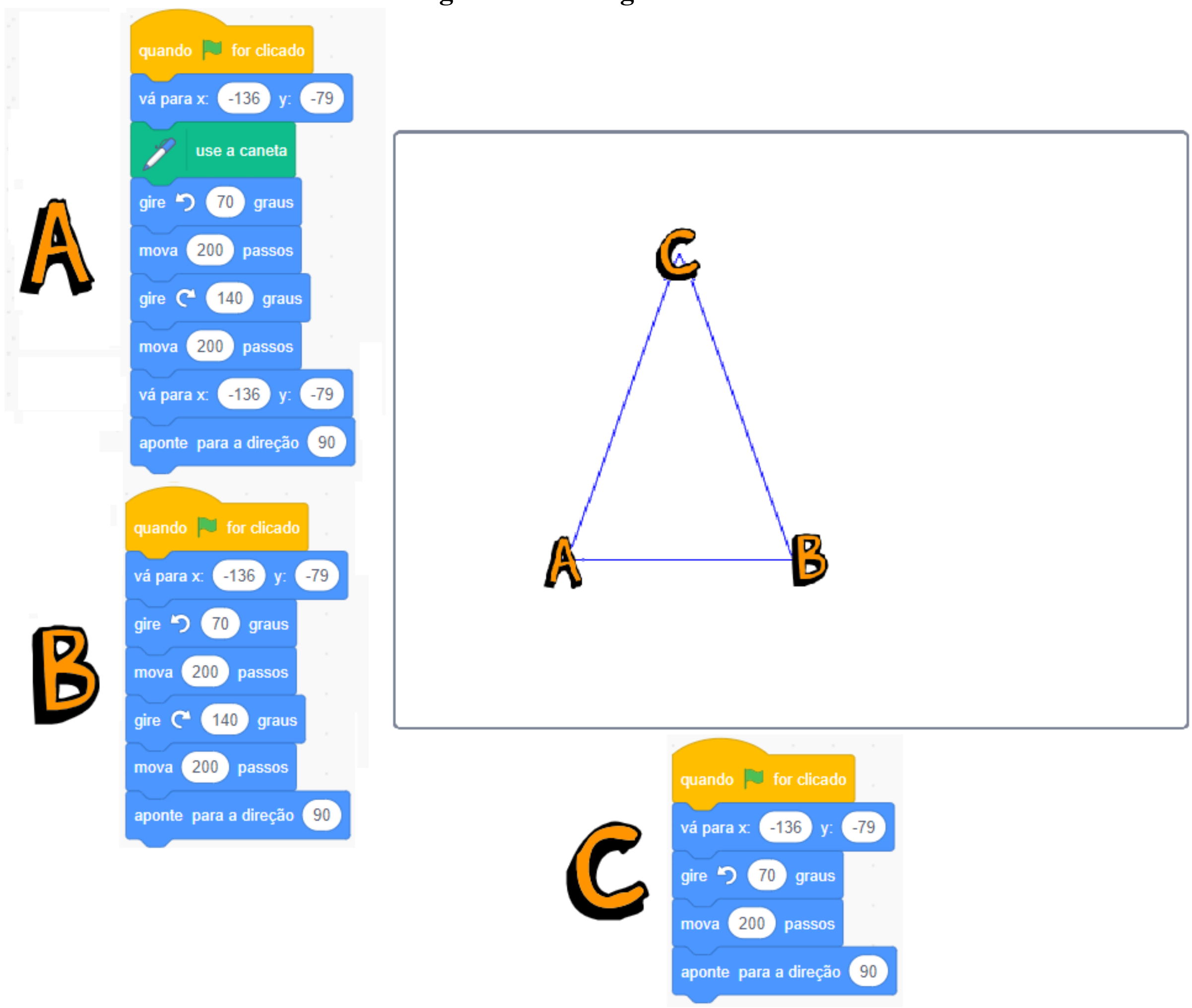
Figura 64: Triângulo escaleno



Fonte: O autor.

b) Triângulo isósceles

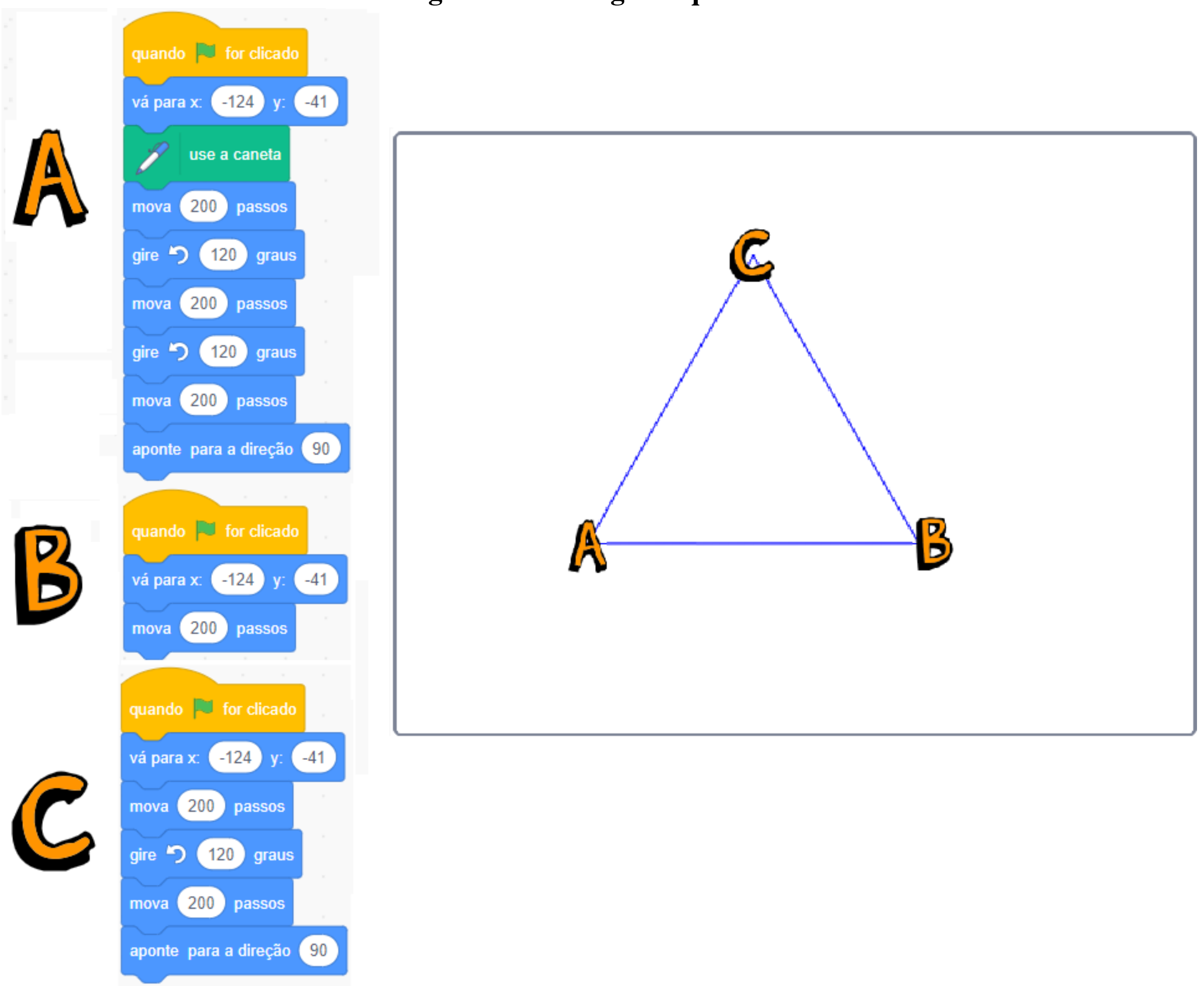
Figura 65: Triangulo isósceles



Fonte: O autor.

c) Triângulo equilátero

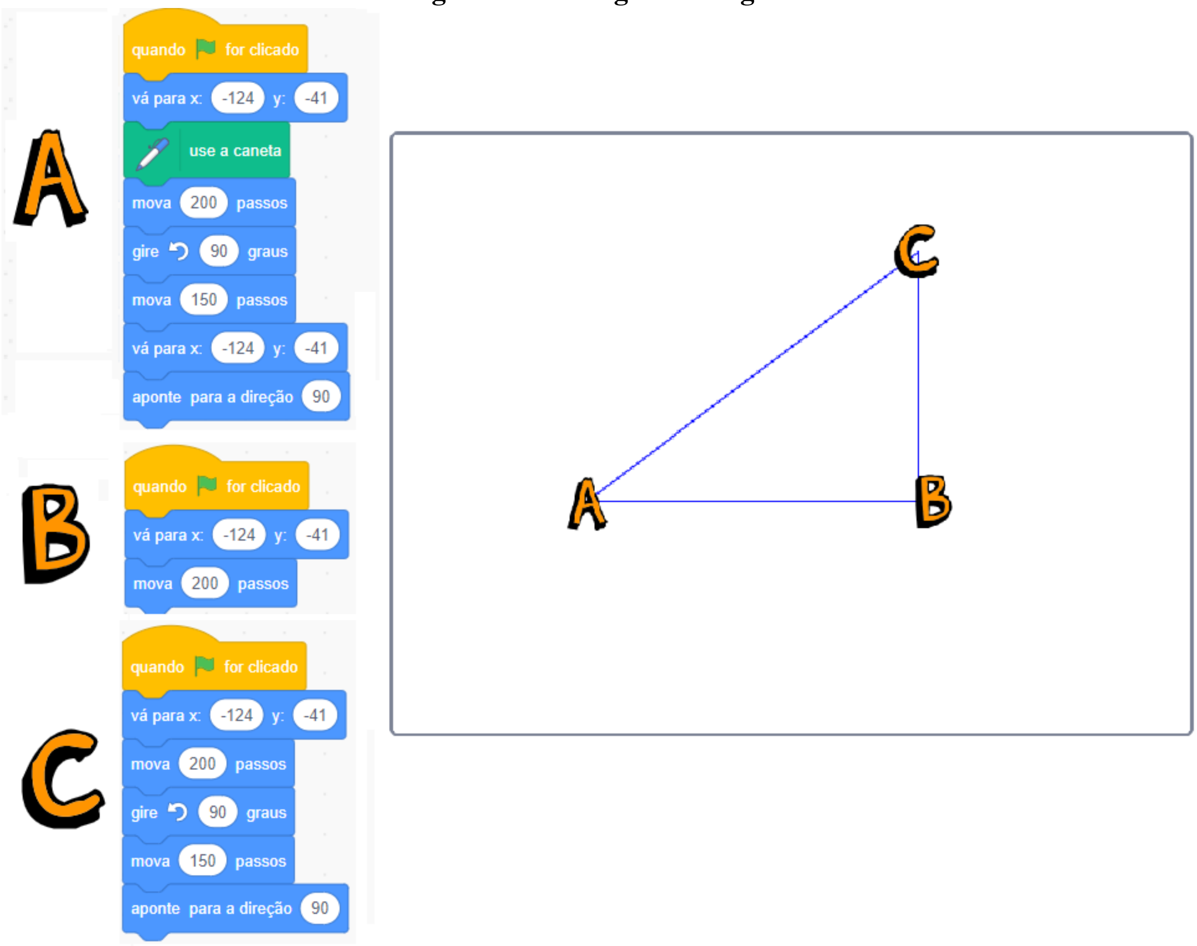
Figura 66: Triângulo equilátero



Fonte: O autor.

d) Triângulo retângulo

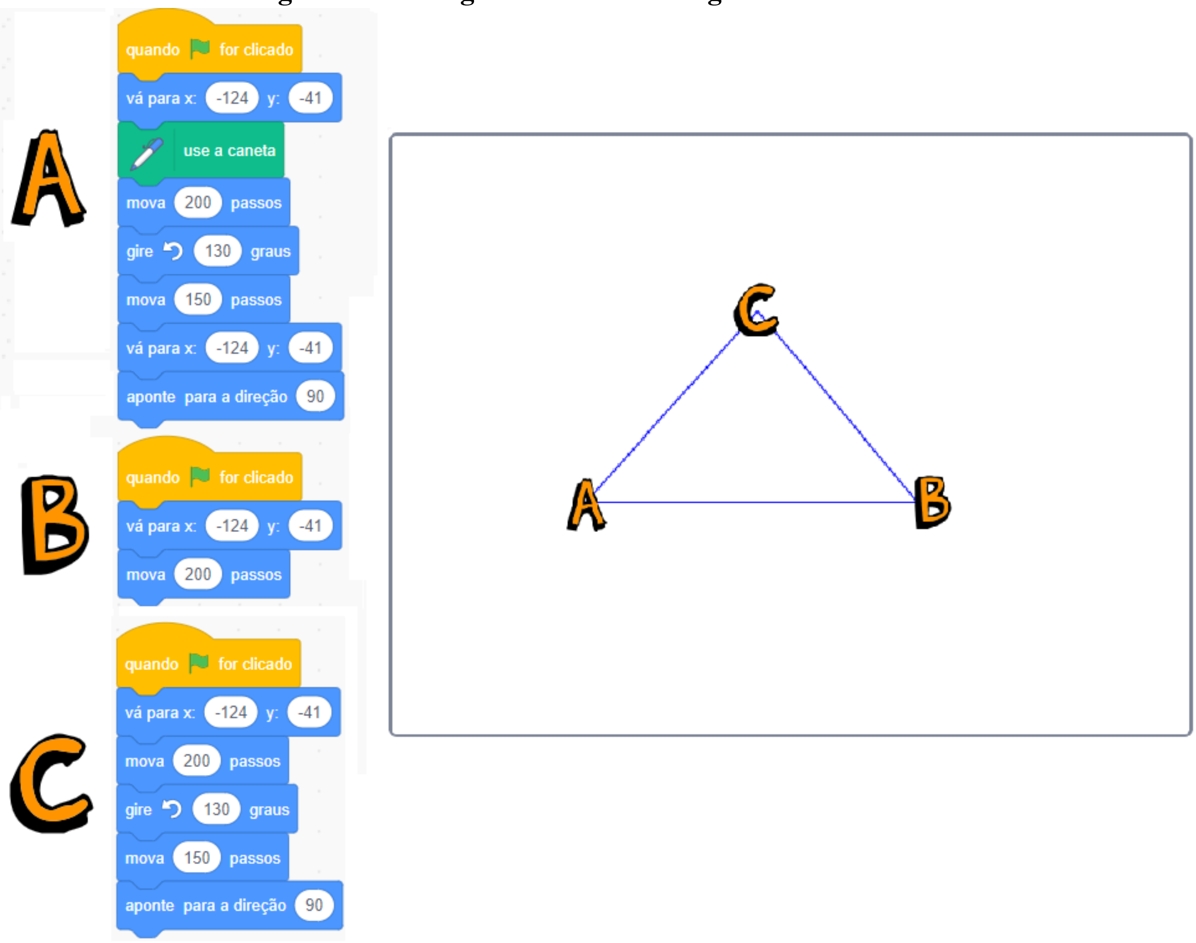
Figura 67: Triângulo retângulo



Fonte: O autor.

e) Triângulo com um dos ângulos medindo 50º

Figura 68: Triângulo com um dos ângulos medindo 50º



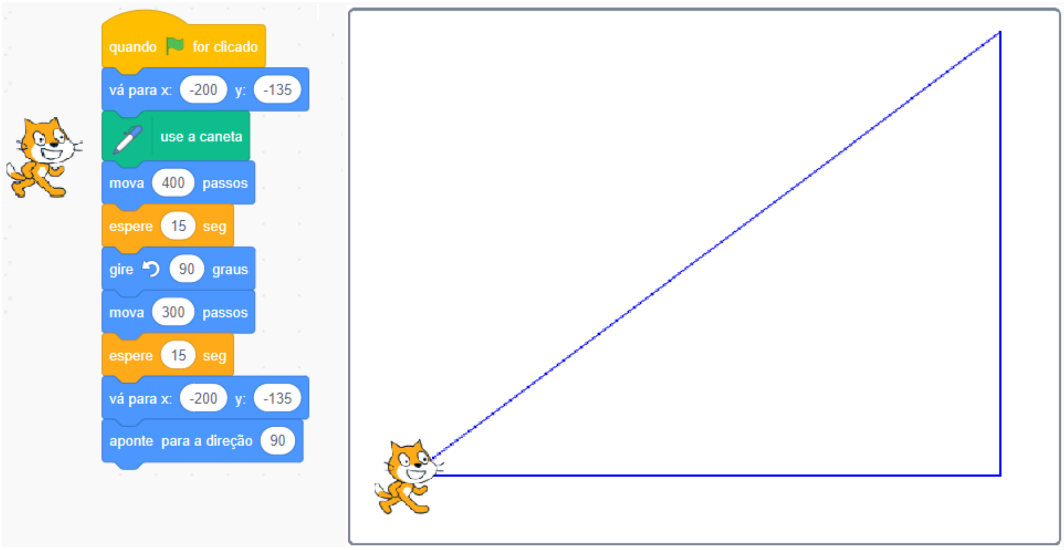
Fonte: O autor.

B.6 ATIVIDADE 6

1. Algumas das possíveis soluções encontram-se a seguir.

   a) Na programação ilustrada na Figura 69 é possível realizar a atividade, sendo as coordenadas $(-200, -135)$, $(200, -135)$ e $(200, 165)$ os vértices do triângulo.

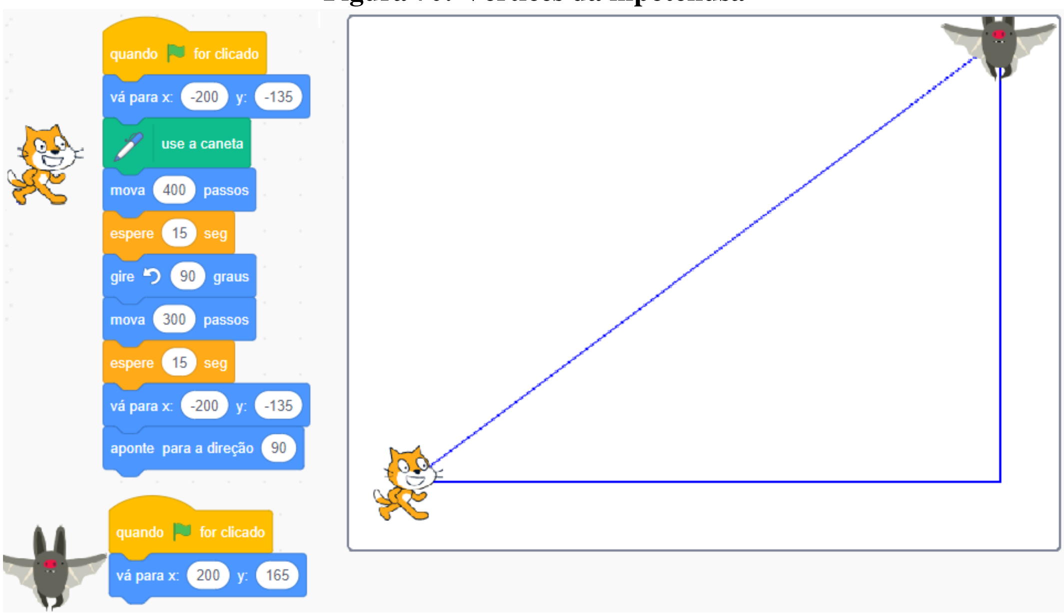
Figura 69: Desenhando triângulo retângulo



Fonte: O autor.

   b) Foi adicionado o ator “morcego”, e posicionado na outra coordenada do vértice, como apresentado na Figura 70.

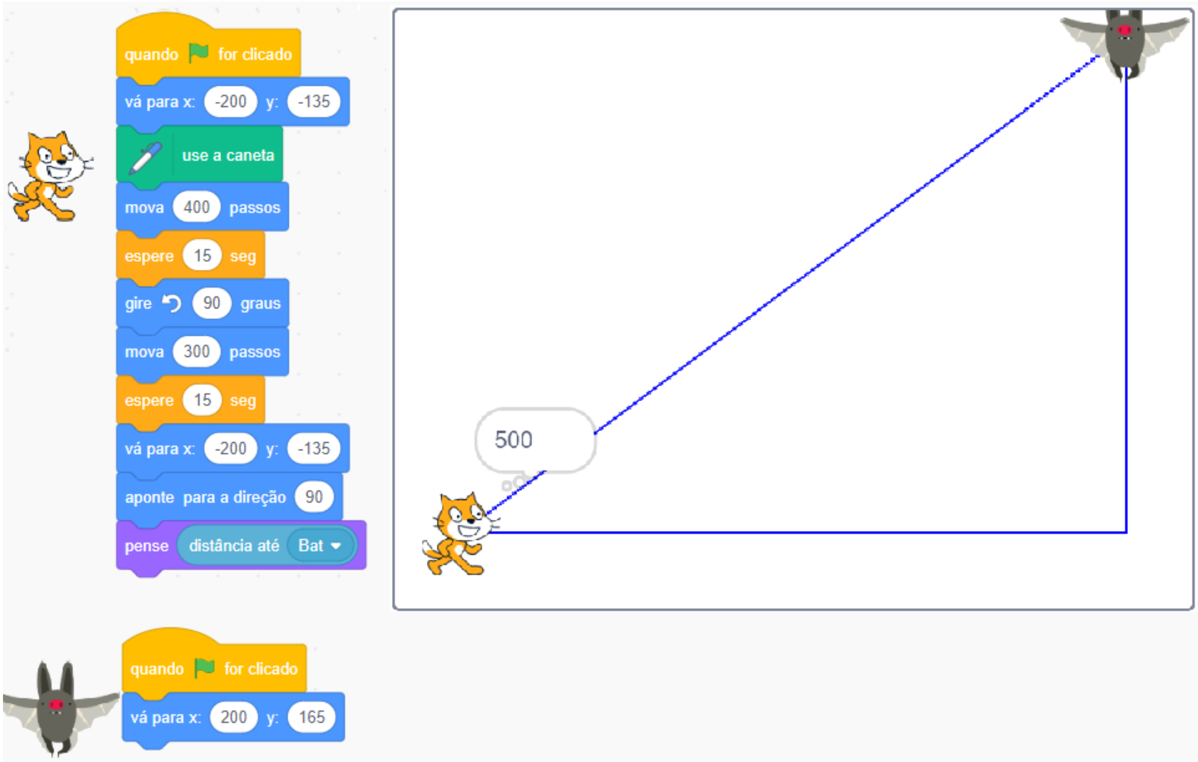
Figura 70: Vértices da hipotenusa



Fonte: O autor.

c) O valor da hipotenusa será de 500, conforme podemos visualizar na Figura 71.

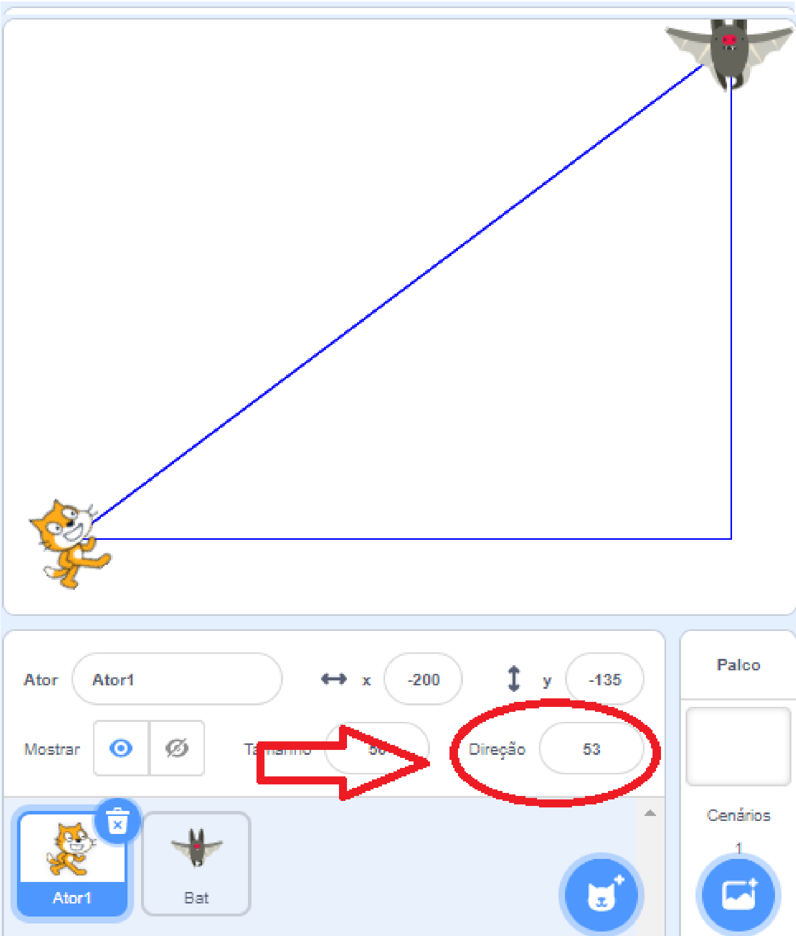
Figura 71: Medida da hipotenusa



Fonte: O autor.

d) Fazendo o "gato" apontar para o "morcego" podemos descobrir que a direção da hipotenusa é 53, como apresentado na Figura 72.

Figura 72: Direção da hipotenusa



Fonte: O autor.

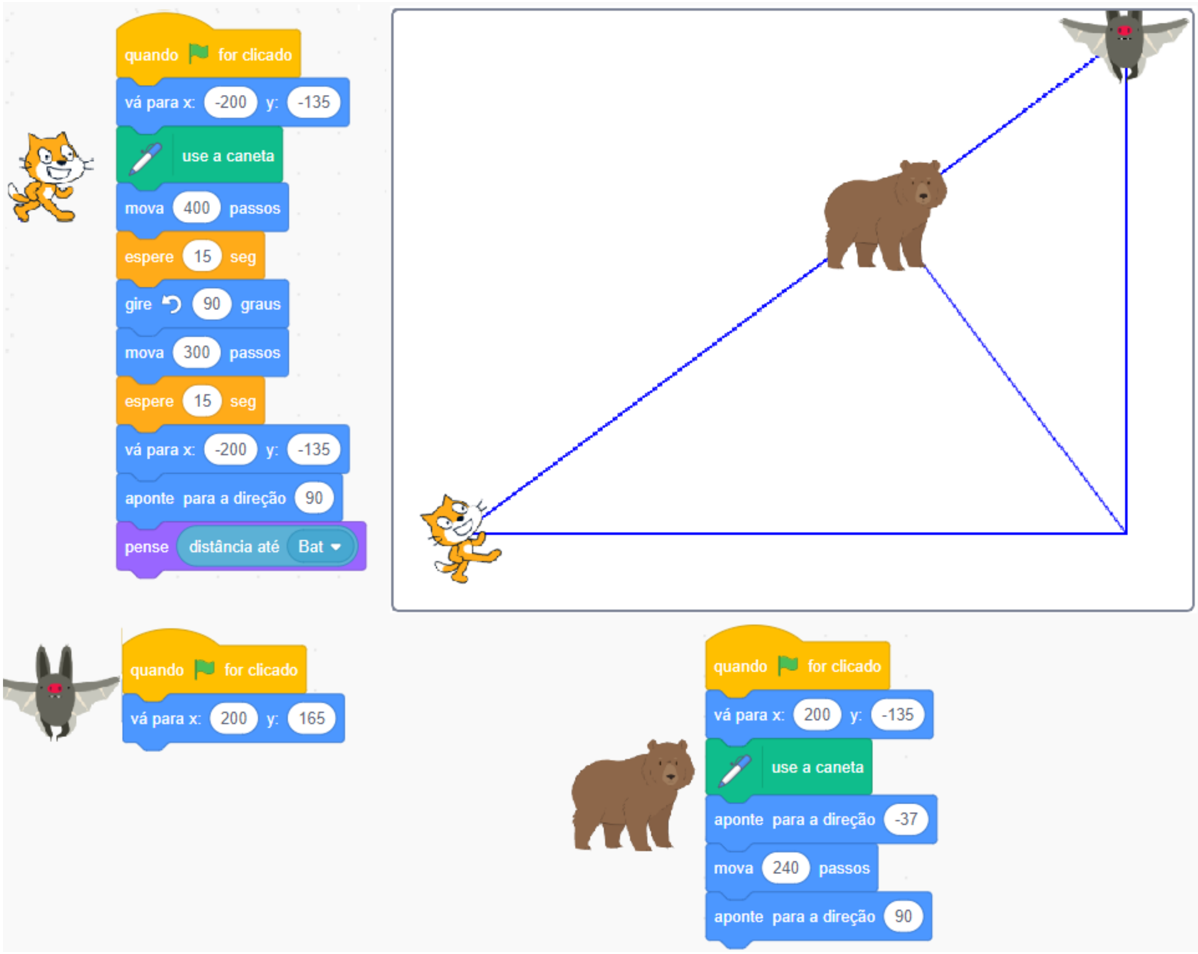
e) A área será $S = \dfrac{300.400}{2} = 60000$.

f) A área encontrado no item (e) pode ser utilizada para descobrir a altura relativa à hipotenusa do triângulo retângulo:

$$60000 = \frac{500.h}{2} \Rightarrow 60000 = 250h \Rightarrow h = 240.$$

g) Como a hipotenusa é na direção 53, a altura será na direção -37. Adicionamos o ator "urso" para desenhá-la. Na Figura 73 podemos visualizar a solução.

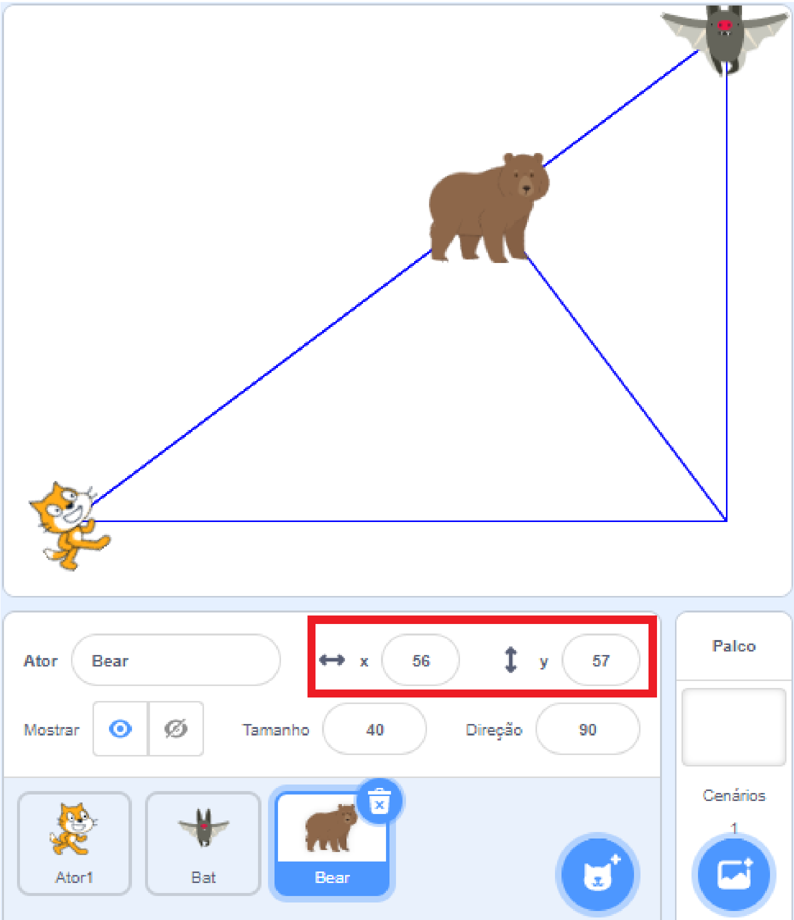
Figura 73: Altura relativa à hipotenusa



Fonte: O autor.

h) Esta coordenada será $(56, 57)$, conforme podemos visualizar na Figura 74.

Figura 74: Coordenada do pé da altura



Fonte: O autor.

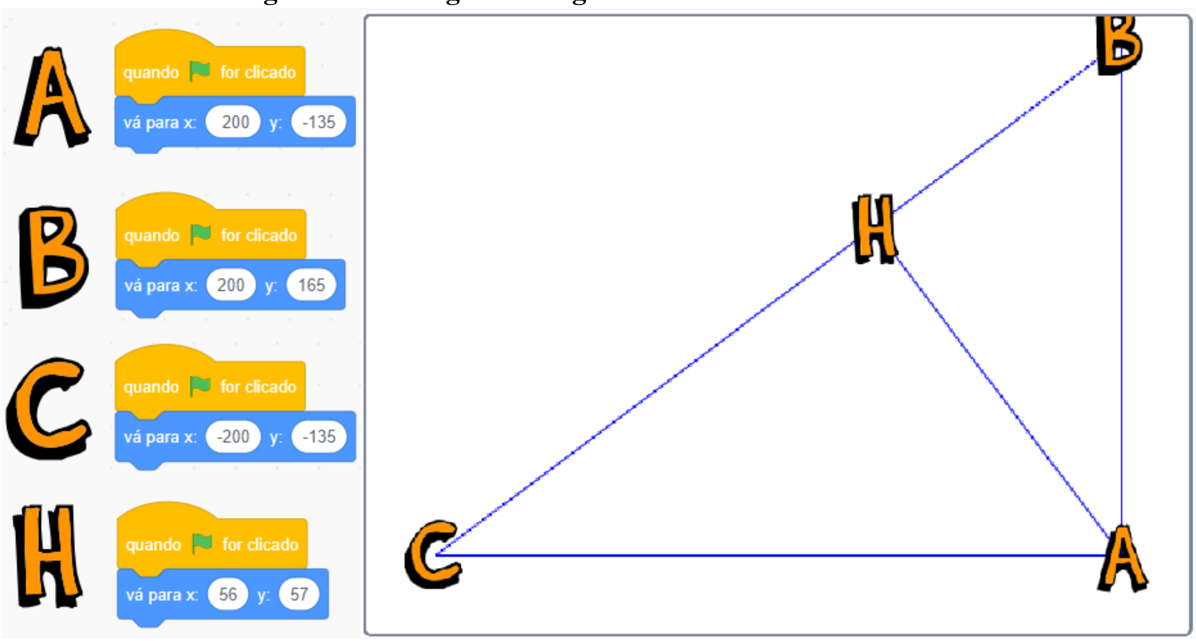
i) Adicionando o ator “rato” no vértice do triângulo da Figura 74 que ainda não possui ator, a tabela ficará da seguinte maneira.

Nome do Ator	Coordenada
Gato	$(-200,-135)$
Morcego	$(200,165)$
Urso	$(56,57)$
Rato	$(200,-135)$

B.7 ATIVIDADE 7

1. Substituindo os atores a Figura 74 ficará da seguinte maneira.

Figura 75: Triângulo retângulo com letras em cada vértice



Fonte: O autor.

2. Ao utilizar o bloco "pense" para descobrir as medidas obtemos os seguintes valores.

Segmento	Medida
AB	300
AC	400
BC	500
AH	240
HC	320
BH	180

3. As conclusões encontram-se nos itens a seguir.

a) Calculando obtemos $mn = 57600$ e $h^2 = 57600$, portanto concluímos que $mn = h^2$.

b) Calculando obtemos $am = 160000$ e $b^2 = 160000$, portanto concluímos que $am = b^2$.

c) Calculando obtemos $an = 90000$ e $c^2 = 90000$, portanto concluímos que $an = c^2$.

d) Calculando obtemos $ah = 120000$ e $bc = 120000$, portanto concluímos que $ah = bc$.

e) Calculando obtemos $b^2 + c^2 = 250000$ e $c^2 = 250000$, portanto concluímos que $a^2 = b^2 + c^2$.

B.8 ATIVIDADE 8

1. Podemos concluir que $mn = h^2$, $am = b^2$, $an = c^2$, $ah = bc$ e $a^2 = b^2 + c^2$.

2. Serão triângulos retângulos AHC e AHB.

3. Serão semelhantes pelo caso *ângulo - ângulo*.

4. As relações podem ser verificadas conforme pode ser visto na Proposição 3.19.