UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

ROSAN MARCOS BAHIA

UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÃO NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

LAVRAS – MG

2013

ROSAN MARCOS BAHIA

UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÃO NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Osnel Broche Cristo

LAVRAS – MG

2013

ROSAN MARCOS BAHIA

UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÃO NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 14 de agosto de 2013.

Dr. Osnel Broche Cristo

Dr. Jorge Andrés Julca Avila

Dra. Rita de Cássia Dornelas Sodré Broche

Dr. Osnel Broche Cristo

Orientador

LAVRAS – MG

2013

Aos meus pais, Sinfrônio e Lázara (in memorian) que sempre lutaram e incentivaram para meu sucesso pessoal e profissional.

Aos meus irmãos José Aloise, João Francisco e Lenise pelo apoio incondicional neste momento inesquecível.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), pela oportunidade concedida para a realização desse Mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de estudos.

Aos professores do Departamento de Matemática da UFLA, pelos ensinamentos transmitidos e convivência harmoniosa.

Ao professor Dr. Osnel Broche Cristo, pela orientação, paciência, amizade, dedicação e seus ensinamentos que foram de grande relevância para a realização deste trabalho.

A todos meus colegas de mestrado, pela amizade, companheirismo e ensinamentos durante o curso.

A Deus, que me iluminou durante toda essa caminhada, pois sem a sua vontade eu não alcançaria este objetivo.

“Matemática não é apenas números, e sim envolve letras e toda a capacidade que o ser humano conseguir expressar.”

François Viète

RESUMO

Este projeto tem como objetivo principal enfatizar a construção do conceito de função tendo como base uma abordagem significativa utilizando variação entre grandezas interdependentes através de tabelas, padrões, regularidades, gráficos e consequentemente expressar algebricamente essa interdependência. Privilegiando o que é essencial no conceito de função sem chegar à formalização de sua definição matemática neste nível de ensino, visto que no 1º ano do Ensino Médio é que acontece esse aprofundamento. O desenvolvimento do projeto teve como eixo a variação entre grandezas seguindo a sequência: a partir de situação-problema, construir tabelas para obtenção de uma fórmula que relaciona uma grandeza com a outra; em seguida, a partir de situação-problema explorar padrões e regularidades para estabelecer uma fórmula que relaciona duas grandezas; e finalmente, a partir de situação-problema, apresentar o recurso do gráfico como sendo o "retrato" da função que relaciona duas grandezas interdependentes. Neste momento, propõe-se a utilização de um software que gera gráficos de funções a partir de suas fórmulas.

Palavras-chave: Ensino de função. Grandezas. Fórmula. Gráfico de função.

ABSTRACT

This project has as main objective to emphasize the construction of the concept of function based on a significant approach using variance between interdependent variables through tables, patterns, patterns, graphics and therefore expressing algebraically this interdependence. Focusing on what is essential in the concept of function without the formalization of its mathematical definition in this level of education, whereas in the first year of high school is that it turns out that deepening. The development of the project had as its axis the variance between values following the sequence: from situation-problem, build tables to obtain a formula that relates a greatness with the other; then from situation-problem to explore patterns and regularities to establish a formula that relates two quantities; and finally, from situation-problem, present the chart feature as the "portrait" of the function that relates two interdependent quantities. At this point, it is proposed to use a software that generates graphs of functions from their formulas.

Keywords: teaching function. Dimensions. Formula. Graph of function.

LISTA DE SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNDL	Programa Nacional do Livro Didático
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
UFLA	Universidade Federal de Lavras
Uni-BH	Centro Universitário de Belo Horizonte

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A introdução ao estudo de funções é um tópico importante no nível do 9º ano do Ensino Fundamental, pois a partir do conceito de função e sua aplicação em várias situações-problema, quer seja na Matemática ou em outra área do conhecimento, certamente contribuirão para se chegar a uma linguagem matemática formal no ensino médio para o estudo das diversas funções, bem como sua contextualização no cotidiano e no amadurecimento do conhecimento matemático pelos alunos.

A experiência do autor como professor de Matemática, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, e ainda como monitor da disciplina Estudo de Funções do Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Uni-BH, possibilitou detectar dificuldades em relação ao entendimento do conceito de função e suas aplicações, visto que vários textos didáticos da(o) 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental, nível de ensino do primeiro contato formal do aluno com o conteúdo funções, apresentavam esse conceito de forma abstrata e com muita formalização matemática desvinculando-o da realidade dos alunos e sem contextualização na vida prática. Alguns desses textos didáticos, muito utilizados pelos professores, são: Matemática e Realidade (1985), A Conquista da Matemática (1998), Matemática: Conceitos e Histórias (1998) e Matemática Hoje é feita assim (2002).

O presente trabalho tem como objetivo abordar a construção do conceito de função com caráter informal, tendo como base uma abordagem significativa das variações entre grandezas através de sequências de atividades em sala de aula para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Os tópicos principais do texto são: Relato Histórico do Conceito de Função, O Movimento da Matemática Moderna, O Ensino de Matemática no Brasil e Propostas de atividades em sala de aula.

O tópico Relato histórico de função tem como referência a Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem,** escrita por Nanci de Oliveira, em 1997.

O tópico Movimento da Matemática Moderna tem como referência o livro, **O fracasso da Matemática Moderna**, escrito por Morris Kline e traduzido por Leônidas Gontijo de Carvalho, em 1976.

O tópico Ensino de Matemática no Brasil tem como referências os artigos de revistas: **Ensino de Matemática no século XX – da Reforma Campos a Matemática Moderna** escrito por Flávia dos Santos Soares, em 2004; e **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função** escrito por Edna Maura Zuffi, em 2005.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Relato histórico do conceito de função

Este relato tem como referência a Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem,** escrita por Nanci de Oliveira, em 1997.

Na antiguidade, em 2000 anos a. c., foi a época do primeiro estágio da concepção de função. Entre os babilônios encontram-se tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadráticas, de cubos e raízes cúbicas e outras. Ela cita que na Grécia Antiga encontravam-se notas do aparecimento do conceito de função na Matemática e nas Ciências Naturais: em métodos práticos e não formulados, mas comunicados de mestre para aprendiz e que entre os pitagóricos surge a ideia de função no estudo da interdependência de diferentes quantidades físicas, como por exemplo, o comprimento e a altura de nota emitida por cordas da mesma espécie, pinçadas com tensões iguais revelando uma interdependência inesperada entre número, espaço e harmonia. Mais tarde, durante o período Alexandrino, os astrônomos desenvolveram uma trigonometria completa de cordas, correspondendo um círculo de raio fixo e, utilizando teoremas de geometria e regras de interpolação, calcularam tabelas de cordas, equivalendo efetivamente às tabelas de seno, colocadas em pelos Hindus séculos mais tarde. Apesar de tantos exemplos que indicam a presença das dependências funcionais, o pensamento matemático da Antiguidade não criou nenhuma noção geral nem de quantidade variável e nem de função, contudo o seu conceito tinha relação com uma tabela ou uma correspondência entre valores.

Na Idade Média, a primeira vez que a noção de função aparece numa forma “mais genérica” é no século XII, nas escolas de filosofia em Oxford e Paris, pois até então, cada problema era tratado de maneira isolada e que nestas escolas prosperadas no século XIV, alguns matemáticos estudaram fenômenos como calor, luz, cor, densidade, distância, velocidade, etc. e simultaneamente, a ideia que as leis quantitativas da natureza eram leis do tipo funcional, amadurecida pouco a pouco na filosofia.

Na Idade Moderna, Galileu Galilei (1564-1642) deu uma grande contribuição em relação à evolução da noção de função, introduzindo o quantitativo nas representações gráficas e seu principal campo de estudo foi o movimento e, consequentemente, a velocidade, a aceleração e a distância percorrida. Ela cita que no início do século XVI, os procedimentos algébricos se restringiam apenas a encontrar os valores desconhecidos numa dada equação com coeficientes numéricos específicos e que a ideia de se estudar uma equação geral que representasse uma classe inteira de equações ainda não havia surgido, e esta ideia básica, de se fazer uma distinção clara entre parâmetros (valores conhecidos) e variáveis (valores desconhecidos) surgiu com François Viète. François Viète (1540-1603) usou as vogais para representarem variáveis e consoantes para representarem parâmetros. De acordo com Youschkevitch (1981), ficou constatado a importância desta notação que, pela primeira vez, tornou possível a colocação por escrito sob uma forma simbólica das equações algébricas e de expressões contendo quantidades desconhecidas e coeficientes arbitrários (um trabalho que nasceu com VIÈTE) poderia ser subestimada. Entretanto, VIÈTE, o criador da nova Álgebra, não utiliza sua notável descoberta para "fazer avançar" o conceito de função.

Com o advento da álgebra simbólica, literal, e ao mesmo tempo, a extensão correspondente do conceito de número, que no fim do século XVI abrangia o campo dos números reais, dos números imaginários e complexos, encontram-se preliminares para a introdução da noção de função numérica como relação entre dois conjuntos de números.

A introdução das funções sob a forma de equações produziu o efeito de uma revolução no desenvolvimento da Matemática e que a primeira vez que a palavra “função” aparece num manuscrito foi com Leibniz, em 1673, num trabalho intitulado “Methodus tangentium inversa, seu de fonctionibus”.

Segundo Youschkevitch (1981), com Jean Bernoulli (1694-1698) aparece a primeira definição explícita de função como uma expressão analítica: chamamos função de uma grandeza variável uma quantidade composta de qualquer maneira que seja desta grandeza variável e constantes.

Euler, no século XVIII, foi figura essencial para o desenvolvimento do conceito de função. Ele começou por definir noções iniciais, discriminando as quantidades variáveis das constantes e criou o símbolo **f** e parênteses para designar função. Conforme Youschkevitch (1981), entre as várias definições dadas por Euler, ele cita a seguinte: uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta, de qualquer modo que seja, desta quantidade e números ou quantidades constantes. Euler, discípulo de Bernoulli, na sua definição de função substituiu a palavra “quantidade” por “expressão analítica” em relação à definição de Bernoulli e esta definição exerceu uma influência positiva no desenvolvimento posterior da Matemática.

Em meados do século XIX, as funções já não precisavam ter a forma “bem comportada” com que os matemáticos estavam acostumados. De acordo com Boyer, em 1837, Dirichlet sugeriu uma definição muito ampla de função: se uma variável y esta relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico para x, existe uma regra segundo a qual um único valor de y fica determinado, então se diz que y é função da variável independente x. Esta definição chega perto da noção moderna de uma correspondência entre dois conjuntos de números, mas os conceitos de “conjunto” e de “número real” ainda não tinham sido estabelecidos.

A Matemática Moderna teve dificuldade em estabelecer a definição universal de função que não é algorítmica. De acordo com Youschkevitch, H. Weyl sustenta que: ninguém jamais soube explicar o que é uma função. Mas uma função é definida por um meio qualquer, podemos associar a um número *a* um número *b*. Dizemos então que *b* é um valor da função *f* para o valor *a* do argumento.

Por último, em meados do século XX, a filosofia formalista predominou em textos e publicações matemáticas. De acordo com o grupo Bourbaki, a definição de função é a seguinte: sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável *x* de E e uma variável *y* de F é dita uma relação funcional em *y*, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja $x \in$ E, existe um e somente um elemento $y \in$ F que esteja associado a *x* na relação considerada. Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todo elemento $x \in$ E o elemento $y \in$ F que se encontra ligado a *x* na relação dada; diz-se que *y* é o valor da função para o elemento *x*, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função.

É desta época a definição de função como certo subconjunto do produto cartesiano $A\,x\,B$, o que nada mais é do que a definição de função como um conjunto de pares ordenados, que segundo Schwarz (1995), é a seguinte: uma função *f* de um conjunto A em um conjunto B é um subconjunto do produto cartesiano $A\,x\,B$, em que *a* cada a em A associa um único elemento *b* em B tal que $(a,b) \in f$. Neste caso, constata-se que a importância está de acordo, não mais com uma regra de correspondência, mas se resume simplesmente à correspondência ou uma série de correspondências entre os elementos $a \in$ A e $b \in$ B. Por exemplo: sejam A =

{0, 2, 4, 6}, B = {1, 2, 3} e a relação f = {(0,1), (2,2), (4,1), (6,3)}; f é uma função, pois cada elemento de A aparece como primeiro elemento em somente um par ordenado de f.

2.2 Movimento da Matemática Moderna

Este tópico tem com referência o livro, **O fracasso da Matemática Moderna**, escrito por Morris Kline e traduzido por Leônidas Gontijo de Carvalho, em 1976.

O Movimento da Matemática Moderna teve sua origem relacionada ao fracassar do ensino de Matemática no princípio da década de 1950, em que as notas dos estudantes em Matemática eram muito mais baixas que em outras matérias (áreas do conhecimento), a aversão e até mesmo o pavor do estudante pela Matemática eram generalizados. Os estudantes quase nada retinham da matéria que lhes fora ensinada, por exemplo, quando os Estados Unidos entraram na Segunda Guerra Mundial, os militares logo descobriram que os homens eram deficientes em Matemática e tiveram que instituir cursos especiais para elevar-lhes o nível de eficiência. Os grupos que empreenderam essa reforma concentraram-se no currículo e explicou que, se melhorasse este componente, o ensino de Matemática seria coroado com êxito. Um fato que mexeu com a cabeça dos norte-americanos foi quando os russos, em 1957, lançaram seu primeiro satélite artificial da Terra, o Sputnik. Esse fato convenceu o governo norte-americano e o país, de que deviam estar atrás dos russos em Matemática e Ciência, e talvez nessa ocasião muitos grupos decidissem entrar no negócio de criar um novo currículo. Professores de escolas secundárias e colégios norte-americanos começaram em fins da década de 1950 a escrever seus próprios textos dentro das bases dos novos currículos e no começo da década de 60 surgiu uma avalanche de tais livros seguindo a mesma direção dos novos currículos e foram, portanto descritos pelo termo de “matemáticos modernos” (ou “novos matemáticos”), daí a pertinência da origem do termo Matemática Moderna. A principal mensagem desses "matemáticos modernos” era que o ensino de Matemática tinha fracassado porque o currículo tradicional oferecia Matemática antiquada, o que levantava a ideia de que os jovens se recusavam a aprender a matéria. Contudo esse movimento alegava que devia largar a matéria tradicional em favor dos campos novos como o da álgebra abstrata, o da topologia, o da lógica simbólica, o da teoria estabelecida e a álgebra de Boole. Resultou que a reforma oferecia tanto uma nova abordagem do currículo tradicional quanto do novo conteúdo e, por conseguinte o termo Matemática Moderna não consiste realmente uma descrição apropriada dos novos currículos. Kline tencionou que se considerasse cuidadosamente a natureza do programa da nova matemática e discutir seus méritos e deméritos. Era pertinente que se exigia uma reforma do ensino de Matemática, mas há uma séria questão sobre se o currículo era o mais fraco componente e se devia ter sido o primeiro. Ele crê que se admitia geralmente que a política do ensino universal, seguida nos Estados Unidos, é altamente elogiada, mas o país não estava preparado para levar avante, tal programa, pois não tinham professores suficientemente habilitados e, portanto o ensino em muitas partes do país se apresentava lamentavelmente fraco. Se existissem melhores professores, agindo em conjunto, teriam podido remediar as falhas do currículo tradicional. Como o professor é, pelo menos, tão importante quanto o currículo, o dinheiro e a energia dedicada à reforma do currículo poderiam muito bem ser dedicados à melhoria do professorado.

Uma das grandes críticas ao currículo tradicional era a maneira de como os estudantes estudavam a Matemática. O estudo era baseado nos processos de memorização dos conteúdos e provas matemáticas. Alegam os defensores da Matemática Moderna que, quando a matéria é ensinada logicamente, quando se revela o raciocínio por trás do método, os estudantes não têm mais que se apoiar na memorização e então compreenderão a Matemática. A abordagem lógica é basicamente a que se usa no currículo tradicional para ensinar a geometria na escola secundária, isto é, começa-se com definições e axiomas, provam-se dedutivamente as conclusões, denominadas teoremas.

Embora essa abordagem tenha sido usada em geometria, não o tem sido no ensino de aritmética, álgebra e trigonometria. Por conseguinte, no que tange a esta característica do novo currículo, a mudança primacial está na abordagem dedutiva dessas últimas matérias. Do ponto de vista da pedagogia matemática, tem-se naturalmente que protestar contra a apresentação de tais coisas abstratas e difíceis muito cedo aos alunos e crê que o ensino de matemática, como em tudo mais, deve seguir a lei fundamental biogenética, segundo a qual o indivíduo, em seu desenvolvimento, atravessa, numa série abreviada, todas as fases no desenvolvimento da espécie; pelo menos em geral. Levando em conta a capacidade natural da juventude, o ensino deveria guiá-la para ideias mais elevadas e finalmente para formulações abstratas, e ao fazê-lo, deveria seguir a mesma estrada, ao longo da qual a raça humana tem palmilhado desde seu estado original e simples até as formas mais elevadas do conhecimento. Na escola secundária, insistir numa abordagem lógica também engana o aluno, visto que ele é levado a acreditar que a Matemática foi criada por gênios que começam com axiomas e raciocinam partindo diretamente dos axiomas para os teoremas. O estudante, incapaz de funcionar desta maneira se sente humilhado e confundido, mas o professor obsequioso está inteiramente preparado para demonstrar o gênio em ação. Pede-se aos estudantes que aprendam conceitos abstratos na expectativa de que, se os aprenderem, serão automaticamente compreendidas as realizações concretas. Assim, se um estudante aprende a definição geral de uma função, presumivelmente compreenderá as funções específicas com as quais terá de tratar, então se nota que a Matemática Moderna favorece o abstrato como abordagem para o concreto.

O conteúdo que recebe maior ênfase na Matemática Moderna é a Teoria dos Conjuntos. Ora, não há dúvida que a palavra “conjunto” é útil, mas, segundo Kline, o que os estudantes aprendem da Teoria dos Conjuntos é pura perda de tempo, pois na Matemática Elementar essa teoria não exerce papel de importância. Ele comenta que, na verdade, a Teoria dos Conjuntos pode ser desorientadora até mesmo no contexto em que afirma ser muito útil, a saber, na aprendizagem sobre os números. O melhor que os textos modernos podem dizer sobre a relação de número com a teoria é ser o número uma propriedade ou nome de um conjunto. Isto em si próprio é tão vago a ponto de ser inútil como definição de um número inteiro. Um exame crítico dos usos da Teoria dos Conjuntos nos textos das escolas elementares e “high school”, instituição que oferece todo ou parte do ensino médio, rejeita a afirmação dos modernistas de que a Teoria dos Conjuntos unifica a Matemática. Além de usá-la artificialmente para definir conceitos, nenhum uso significativo é feito do assunto. O assunto todo é de fato posto de lado e somente o vocabulário sobrevive no desenvolvimento posterior. Existem, naturalmente, profundos resultados na área da Teoria dos Conjuntos, mas mesmo os modernistas reconhecem que ultrapassam a província da Matemática Elementar.

Este Movimento exerceu grande influência, durante a década de 70, nos autores brasileiros de textos didáticos e no ensino de Matemática no Brasil conforme o tópico seguinte.

2.3 Ensino de Matemática no Brasil

Este tópico tem como referências os artigos de revistas: **Ensino de Matemática no século XX – da Reforma Campos a Matemática Moderna** escrito por Flávia dos Santos Soares, em 2004; e **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função** escrito por Edna Maura Zuffi, em 2005.

De acordo com Soares (2004), na década de 70, ocorreram mudanças significativas no ensino de Matemática no Brasil com a chegada do Movimento da "Matemática Moderna", que fora implantado no Brasil sem nenhum decreto e isto não impediu que ela fosse amplamente divulgada e adotada em todo país.

Defensores brasileiros do Movimento da Matemática Moderna, tais como: Osvaldo Sangiorgi e Mário de Oliveira enfatizavam que não se tratava de ignorar ou descartar a Matemática tradicionalmente ensinada, mas acrescentar aos currículos certos temas da Matemática Moderna, tais como: o estudo de conjuntos, conceitos de grupo, anel e corpo, noções de cálculo diferencial e integral e estatística. Esse movimento exerceu influência de uma forma bem profunda em toda uma geração de educadores matemáticos brasileiros, dentre eles vários autores de textos didáticos da década de 60. A adoção da Matemática Moderna em vários textos didáticos da década de 70 não se mostrou eficaz no combate aos problemas que o ensino apresentava, pois não atingiu as metas para unificar o ensino da Matemática, democratizar o ensino e torná-lo mais acessível.

O movimento da Matemática Moderna acarretou uma maior formalização da Matemática ensinada nas escolas secundárias e, consequentemente, um distanciamento das questões práticas.

Com base na experiência mal sucedida com a Matemática Moderna, alternativas para o ensino de Matemática começaram a surgir no final da década de 70 tendo sua origem alicerçada em reações contrárias à maneira de ensinar, que era totalmente dissociada da idade dos alunos a que se direcionavam, bem como da realidade em que eles estavam inseridos, reforçando assim a importância de se reavaliar os objetivos da disciplina, mas sem propor soluções milagrosas e rápidas para o ensino. Essas alternativas foram incorporadas, a partir da década de 90, oficialmente nas propostas dos PCN (1998) para o ensino de Matemática, tais como: orientação do pensamento e da organização das situações de ensino-aprendizagem, privilegiando as chamadas intraconexões das diferentes áreas da Matemática, com uma visão mais integrada e menos compartimentada dessa disciplina e mostrando que é possível interligar aritmética, geometria e álgebra numa mesma atividade; valorização das interconexões do ensino da Matemática com as demais áreas do conhecimento; organização dos conteúdos em espiral e não de forma linear, desprivilegiando a ideia de pré-requisitos como condição única para a organização dos mesmos; uso da História da Matemática como auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos; preocupação não só com o que ensinar, mas principalmente, com o como ensinar, etc., e conforme Blumenthal (2000), ganham espaço e passam a ser amplamente divulgados e implantados no ensino de Matemática como projeto de ensino a nível nacional pelo MEC.

Essas propostas representam forte motivação para o estudo, com mais profundidade, das ideias e visões da Matemática e de seu ensino na atualidade. Nas orientações didáticas dos PCN (1998) para o 4º ciclo do Ensino Fundamental, que abrange o 9º ano deste nível de ensino, o assunto "introdução ao ensino de funções" deve ser feito de modo informal, visto que uma abordagem excessivamente formal não é adequada para este grau de ensino. Além disso, é indicado que situações-problema sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver o conceito de função neste grau de ensino, determinar a expressão algébrica que representa a relação entre essas grandezas, bem como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa função.

De acordo com o PNDL (1999), Guia de Livros didáticos de 5ª a 8ª séries (atualmente 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental), sabe-se que o livro didático de Matemática tem tido grande influência na determinação do saber escolar culturalmente valorizado. Por isso, é importante que incorpore aquilo que é preconizado pelas novas propostas curriculares, pelas pesquisas, e estudos concernentes ao ensino dessa área do conhecimento, que dão indicação sobre formas adequadas de promover uma aprendizagem mais significativa para os alunos. Embora alguns textos tenham atendido a essas recomendações, muitos livros didáticos, em sucessivas edições, mesmo introduzindo mudanças, ainda mantém um descompasso em relação a elas, sobretudo no que se refere à seleção, reelaboração e organização dos conceitos, tendo em vista a adequação ao Ensino Fundamental e a distribuição pelas diversas séries/anos ou ciclos. O livro didático de Matemática, segundo o mesmo Guia, deve estimular o raciocínio próprio do aluno, estabelecer relações dos conteúdos com seu universo cultural, propor atividades tendo em vista suas aplicações a situações do mundo real, tanto de natureza matemática bem como de outras áreas do conhecimento.

A partir desse contexto, os textos didáticos da década de 90 até o presente sofreram e ainda sofrem muitas transformações em relação aos textos didáticos de décadas anteriores, procurando se adequar aos PCN (1998) para o ensino de Matemática implantado a nível nacional.

Uma pesquisa de Zuffi (1999) mostrou que há uma diversidade de conceituações para as funções, definidas pelos professores do Ensino Fundamental. Esses professores, ao fazerem uso da linguagem matemática para expressar suas próprias concepções sobre o conceito de função, apresentaram visões diferenciadas, quando solicitados a fornecer definições formais e quando se reportavam às definições informalmente. Cada uma dessas visões identificou-se como um momento histórico diferente para o conceito. No caso formal, as definições foram elaboradas de maneira a atingir as mais recentes propostas históricas da definição de função, muito próximas a de Dirichlet (1805-1859), enquanto que no tratamento informal, ou com exemplos e resolução de problemas, as ideias propostas para as funções estavam muito próximas da definição de Leonard Euler (1707-1783).

3. PROPOSTAS DE ATIVIDADES EM SALA DE AULA

Com base nesse referencial teórico, principalmente nos PCN de Matemática, são propostas atividades visando uma abordagem significativa do conceito de função para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, visto que o assunto é inserido sem uma formalização matemática para que no 1º ano do Ensino Médio ocorra tal formalização e aprofundamento matemático.

Estas atividades devem ser introduzidas no início da 3ª etapa ou do 4º bimestre do ano letivo seguindo a sequência proposta abaixo. Tanto na primeira atividade quanto na segunda, os dois primeiros exercícios devem ser feitos em sala de aula e o terceiro proposto como tarefa de casa. Na terceira atividade, os dois primeiros exercícios devem ser feitos no Laboratório de Informática da Escola, agrupando os alunos em dupla, caso não tenha um computador disponível para cada aluno e o terceiro exercício proposto como tarefa de casa.

Os pré-requisitos principais para que haja um bom desenvolvimento das atividades são: proporcionalidade entre grandezas, valor numérico de expressão algébrica, resolução de equações de 1º grau e de 2º grau, plano cartesiano e áreas de figuras planas.

Na primeira atividade será dada ênfase à construção de tabelas de valores que evidencie a variação entre duas grandezas com o objetivo de abordar de modo significativo o conceito de função para em seguida identificar a grandeza dependente e a independente a fim de que com o auxílio de variáveis obtenha-se a fórmula da função que relaciona as duas grandezas. Esta atividade deverá ser aplicada em duas aulas. Em relação a esta atividade, a maior dificuldade dos alunos aparecerá no momento de escrever a fórmula da função, isto é, expressar algebricamente a grandeza dependente em função da grandeza independente. É importante que o professor estimule e motive os alunos a partir dos cálculos efetuados anteriormente relacionando a grandeza dependente e a grandeza independente com variáveis para que possa induzir os alunos a deduzirem a fórmula da função e para concluir fazer testes a partir de dados já calculados para confirmar a fórmula da função.

Na segunda atividade será dada ênfase a padrões e regularidades entre duas grandezas através de sequências de dados com o objetivo de abordar de modo significativo o conceito de função para em seguida identificar a grandeza dependente e a independente a fim de que com o auxílio de variáveis obtenha-se a fórmula da função que relaciona as duas grandezas. Esta atividade deverá ser aplicada em duas aulas. Em relação a esta atividade, a maior dificuldade dos alunos aparecerá no momento de escrever a fórmula da função, isto é, expressar algebricamente a grandeza dependente em função da grandeza independente. É importante que o professor estimule e motive os alunos a partir dos cálculos efetuados anteriormente relacionando a grandeza dependente e a grandeza independente com variáveis para que possa induzir os alunos a deduzirem a fórmula da função e para concluir fazer testes a partir de dados já calculados para confirmar a fórmula da função.

Na terceira atividade será dada ênfase à construção de gráficos de função no plano cartesiano a partir de tabelas, elaboradas a partir da fórmula da mesma, com valores das duas grandezas relacionadas ou a partir de uma tabela dada e mostrando diferentes tipos de gráfico de função. Também será apresentado um software, escolhido pelo professor, que gera gráficos de funções no computador para auxiliar os alunos na confecção dos mesmos e verificar se o esboço do mesmo está correto. O autor desta atividade utilizou o software “grapes”. Ainda explorará a interpretação de gráfico de função e dedução de sua fórmula a partir do mesmo. Esta atividade deverá ser aplicada em três aulas. Uma dificuldade dos alunos será na geração do gráfico no computador, pois será necessário que o professor mostre como trabalhar com o programa de computador escolhido e outra dificuldade será como deduzir a fórmula da função a partir do gráfico da mesma, então o professor deve orientar os alunos a montarem uma tabela com os dados do gráfico para que possa facilitar a dedução da relação existente entre as duas grandezas que aparecem no gráfico para escrever a fórmula da função.

3.1 Atividade 1: Construindo tabelas através da variação entre grandezas

1 – OBJETIVOS:

- Reconhecer a variação entre grandezas;

- Relacionar o conceito de função através da dependência entre grandezas que variam entre si;

- Identificar a grandeza dependente e a independente na variação entre elas;

- Expressar algebricamente a fórmula da função que relaciona duas grandezas através de tabelas.

- Efetuar cálculos utilizando a fórmula da função para encontrar valores correspondentes das grandezas.

2 – DESENVOLVIMENTO:

EXERCÍCIO 1: Seja a seguinte situação: Um técnico conserta TV cobrando R$ 15,00 pela visita e mais R$ 35,00 por hora de trabalho. A partir disso, pede-se:

a) Construa uma tabela que relaciona as horas de trabalho com o valor cobrado pelo técnico para o período de zero hora até quatro horas de trabalho.

Primeiramente induzir os alunos na montagem da expressão numérica para calcular o valor cobrado que é o preço da visita adicionado do produto do número de horas trabalhadas pelo valor da hora de trabalho. Em seguida monta-se a tabela:

Horas	Valor cobrado (em R$)
0	15 + 35 x 0 = 15,00
1	15 + 35 x 1 = 50,00
2	15 + 35 x 2 = 85,00
3	15 + 35 x 3 = 120,00
4	15 + 35 x 4 = 155,00

Tabela 1: Valor cobrado por horas de trabalho

b) Quais são as grandezas que variam nessa situação apresentada?

Introduzindo o conceito informal de grandeza como algo que pode ser medido e a partir de uma análise da tabela elaborada, deduz-se que as grandezas que variam são: horas de trabalho e valor cobrado.

c) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Fazer uma breve discussão com os alunos para deduzir qual grandeza depende da outra, isto é, a partir do valor de uma delas é possível obter o valor da outra. Daí conclui-se que a grandeza dependente é o valor cobrado e a grandeza independente é horas de trabalho.

d) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Nesse momento é importante distinguir os conceitos de variável e de incógnita. A partir disso, tem-se que as grandezas envolvidas são as variáveis que comporão a fórmula da função. Denota-se $\underline{h}$ para as horas de trabalho e $\underline{v}$ para o valor cobrado. Finalmente analisando a tabela com os dados que variam e as igualdades obtidas, deduz-se que a fórmula da função é: $v = 15 + 35h$.

e) Utilizando a fórmula da função, calcule o valor cobrado pelo técnico para 12 horas de trabalho.

Temos que v = 15 + 35h, então queremos calcular v para h = 12. Daí:

$$v = 15 + 35 \times 12 \;\Rightarrow\; v = 15 + 420 \;\Rightarrow\; v = 435 \quad \text{R: R\$ 435,00}$$

Mas este item pode ser resolvido utilizando regra de três simples. Primeiramente, calcula-se o valor das horas trabalhadas e em seguida adiciona-se o valor da visita para obter o valor cobrado.

f) Utilizando a fórmula da função, calcule o número de horas de trabalho sabendo o técnico cobrou R$ 330,00.

Temos que v = 15 + 35h, então queremos calcular h para v = 330. Daí:

$$330 = 15 + 35h \;\Rightarrow\; 35h = 330 - 15 \;\Rightarrow\; h = \frac{315}{35} \;\Rightarrow\; h = 9 \qquad \text{R: 9 horas}$$

Mas este item pode ser resolvido utilizando regra de três simples. Primeiramente, obtém-se o valor das horas trabalhadas subtraindo o valor da visita do valor cobrado e em seguida calcula-se o número de horas de trabalho.

EXERCÍCIO 2: Numa cidade, sabe-se que um ônibus urbano (coletivo) trafega a uma velocidade média de 40 km/h, isto é, em 1 hora o ônibus percorre 40 km. A partir disso, pede-se:

a) Construa uma tabela que relaciona o tempo com a distância percorrida pelo coletivo para o período de zero hora até quatro horas.

Primeiramente induzir os alunos na montagem da expressão numérica para calcular a distância percorrida que é o produto da velocidade média pelo tempo gasto. Em seguida monta-se a tabela:

Tempo (h)	Distância percorrida (Km)
0	40 x 0 = 0
1	40 x 1 = 40
2	40 x 2 = 80
3	40 x 3 = 120
4	40 x 4 = 160

Tabela 2: Distância percorrida em relação ao tempo gasto

b) Quais são as grandezas que variam nessa situação apresentada?

A partir de uma análise da tabela elaborada, deduz-se que as grandezas que variam são: tempo e distância percorrida.

c) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Fazer uma breve discussão com os alunos para deduzir qual grandeza depende da outra, isto é, a partir do valor de uma delas é possível obter o valor da outra. Daí conclui-se que a grandeza dependente é a distância percorrida e a grandeza independente é o tempo.

d) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Temos que as grandezas envolvidas são as variáveis que comporão a fórmula da função. Denota-se $\underline{t}$ para o tempo em horas e $\underline{d}$ para a distância percorrida em quilômetros. Finalmente analisando a tabela com os dados que variam e as igualdades obtidas, deduz-se que a fórmula da função é: $d = 40t$.

e) Utilizando a fórmula da função, calcule a distância percorrida pelo coletivo em seis horas.

Temos que $d = 40t$, então queremos calcular d para $t = 6$. Daí:

$d = 40 \times 6 \Rightarrow d = 240$ R: 240 km

Mas este item pode ser resolvido utilizando regra de três simples. Basta multiplicar o número de horas pela velocidade média.

f) Utilizando a fórmula da função, calcule o tempo gasto pelo coletivo para percorrer 720 km.

Temos que $d = 40t$, então queremos calcular t para $d = 720$. Daí:

$$720 = 40t \ \Rightarrow \ t = \frac{720}{40} \ \Rightarrow \ t = 18 \quad \text{R: 18 horas}$$

Mas este item pode ser resolvido utilizando regra de três simples. Basta dividir a distância percorrida pela velocidade média.

EXERCÍCIO 3: Um fazendeiro deseja construir um curral quadrangular, isto é, em forma de quadrado, numa determinada área de sua fazenda. A partir disso, pede-se:

a) Construa uma tabela que relaciona a medida da largura desse curral com a área a ser ocupada pelo mesmo na fazenda, com essa largura de medida inteira variando de 0 m a 4 m.

Primeiramente induzir os alunos na montagem da expressão numérica para calcular a área do curral que é o quadrado da largura do mesmo. Em seguida monta-se a tabela:

Largura (m)	Área do curral (m^2)
0	$0^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2 = 4$
3	$3^2 = 9$
4	$4^2 = 16$

Tabela 3: Área do curral em relação a sua largura

b) Quais são as grandezas que variam nessa situação apresentada?

A partir de uma análise da tabela elaborada, deduz-se que as grandezas que variam são: largura do curral e área do curral.

c) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Fazer uma breve discussão com os alunos para deduzir qual grandeza depende da outra, isto é, a partir do valor de uma delas é possível obter o valor da outra. Daí conclui-se que a grandeza dependente é a área do curral e a grandeza independente é a largura do curral.

d) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Temos que as grandezas envolvidas são as variáveis que comporão a fórmula da função. Denota-se $\underline{\ell}$ para a largura do curral em metros e $\underline{A}$ para a área do curral em metros quadrados. Finalmente analisando a tabela com os dados que variam e as igualdades obtidas, deduz-se que a fórmula da função é:

$A = \ell^2$.

e) Utilizando a fórmula da função, calcule a área ocupada por um curral cuja largura é 12 m.

Temos que $A = \ell^2$, então queremos calcular A para $\ell = 12$. Daí:

$A = 12^2 \Rightarrow A = 144$ R: 144 m^2

OBS: Este item não pode ser resolvido utilizando regra de três simples, pois não há uma proporcionalidade entre as grandezas envolvidas.

f) Utilizando a fórmula da função, calcule a largura do curral, sabendo que a área ocupada é 625 m^2.

Temos que $A = \ell^2$, então queremos calcular ℓ para $A = 625$. Daí:

$625 = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{625} \Rightarrow \ell = 25$ R: 25 m

OBS: Este item não pode ser resolvido utilizando regra de três simples, pois não há uma proporcionalidade entre as grandezas envolvidas.

3.2 Atividade 2: Explorando padrões e regularidades entre grandezas

1 – OBJETIVOS:

- Reconhecer padrões e regularidades entre grandezas;

- Relacionar o conceito de função através de padrões e regularidades entre grandezas;

- Identificar a grandeza independente e a dependente em padrões e regularidades entre duas grandezas;

- Expressar algebricamente a fórmula da função que relaciona duas grandezas através de padrões e regularidades entre elas.

- Efetuar cálculos utilizando a fórmula da função para encontrar valores correspondentes das grandezas.

2 – DESENVOLVIMENTO:

EXERCÍCIO 1: Observe a sequência de triângulos formados a partir de palitos de fósforo:

Figura 1: Sequência de triângulos formados por palitos de fósforos

Fonte: HAUSS, Márcia Helena *at al*. Matemática 9º ano: Ensino Fundamental, Volume II, 1ª edição. Belo Horizonte, Pax - Editora e Distribuidora de Livros Ltda, 2013.

A partir disso, pede-se:

a) Complete os espaços vazios abaixo:

1 triângulo → ____ palitos

2 triângulos → ____ palitos

3 triângulos → ____ palitos

Então para formar um triângulo foram usados 3 palitos, dois triângulos 5 palitos e três triângulos 7 palitos.

b) Quais são as grandezas que aparecem nessa sequência obtida?

A partir de uma análise da sequência obtida, deduz-se que as grandezas que variam são: número de palitos e número de triângulos.

c) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Fazer uma breve discussão com os alunos para deduzir qual grandeza depende da outra, isto é, a partir do valor de uma delas é possível obter o valor da outra. Daí conclui-se que a grandeza dependente é número de palitos e a grandeza independente é o número de triângulos, pois caso contrário para certa quantidade de palitos não é possível obter triângulo(s), por exemplo, com dois palitos não se obtém triângulo.

d) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Temos que as grandezas envolvidas são as variáveis que comporão a fórmula da função. Denota-se $\underline{n}$ para o número de triângulos e $\underline{p}$ para o número de palitos. Finalmente analisando a sequência obtida e notando que o número de palitos usados é igual ao dobro do número de triângulos formados adicionado de uma unidade, então a fórmula da função é: $p = 2n + 1$.

OBS: O professor pode comentar com os alunos que esta fórmula é a forma geral de um número ímpar.

e) Utilizando a fórmula da função, calcule o número de palitos usados para formar 16 triângulos.

Temos que $p = 2n + 1$, então queremos calcular p para $n = 16$. Daí:

$p = 2 \times 16 + 1 \;\Rightarrow\; p = 32 + 1 \;\Rightarrow\; p = 33$ R: 33 palitos

f) Utilizando a fórmula da função, calcule a quantidade de triângulos formados utilizando 37 palitos.

Temos que $p = 2n + 1$, então queremos calcular n para $p = 37$. Daí:

$37 = 2n + 1 \;\Rightarrow\; 2n = 37 - 1 \;\Rightarrow\; n = \dfrac{36}{2} \;\Rightarrow\; n = 18$ R: 18 triângulos

EXERCÍCIO 2: Observe a sequência formada pelo número de pés a partir da quantidade de pessoas presentes numa festa: 2, 4, 6, 8, ...

A partir disso, pede-se:

a) Complete os espaços vazios abaixo:

1 pessoa → ____ pés

2 pessoas → ____ pés

3 pessoas → ____ pés

Então para uma pessoa tem-se 2 pés, duas pessoas 4 pés e três pessoas

6 pés.

b) Quais são as grandezas que aparecem nessa sequência obtida?

A partir de uma análise da sequência obtida, deduz-se que as grandezas que variam são: número de pés e número de pessoas.

c) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Fazer uma breve discussão com os alunos para deduzir qual grandeza depende da outra, isto é, a partir do valor de uma delas é possível obter o valor da outra. Daí conclui-se que a grandeza dependente é o número de pés e a grandeza independente é o número de pessoas.

d) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Temos que as grandezas envolvidas são as variáveis que comporão a fórmula da função. Denota-se $\underline{n}$ para o número de pessoas e $\underline{p}$ para o número de pés. Finalmente analisando a sequência obtida e notando que o número de pés é igual ao dobro do número de pessoas, então a fórmula da função é: $p = 2n$.

OBS: O professor pode comentar com os alunos que esta fórmula é a forma geral de um número par.

e) Utilizando a fórmula da função, calcule o número de pés para 32 pessoas presentes na festa.

Temos que $p = 2n$, então queremos calcular p para $n = 32$. Daí:

$p = 2 \times 32 \Rightarrow p = 64$ R: 64 pés

f) Utilizando a fórmula da função, calcule quantidade de pessoas presentes na festa sabendo que o número de pés é 38.

Temos que $p = 2n$, então queremos calcular n para $p = 38$. Daí:

$$38 = 2n \Rightarrow n = \frac{38}{2} \Rightarrow n = 19 \qquad \text{R: 19 pessoas}$$

EXERCÍCIO 3: Pegue uma folha de papel A4, faça uma dobra na folha, de modo que ela fique dividida em duas partes iguais; faça duas dobras, de modo que ela fique dividida em quatro partes iguais. Repita esse processo mais vezes.

A partir disso, pede-se:

a) Complete os espaços vazios abaixo:

3 dobras → ____ partes iguais

4 dobras → ____ partes iguais

5 dobras → ____ partes iguais

Então para três dobras tem-se 8 partes, quatro dobras 16 partes e cinco dobras 32 partes.

b) Quais são as grandezas que aparecem nessa sequência obtida?

A partir de uma análise da sequência obtida, deduz-se que as grandezas que variam são: número de partes em que a folha fica dividida e o número de dobras feitas na folha de papel.

c) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Fazer uma breve discussão com os alunos para deduzir qual grandeza depende da outra, isto é, a partir do valor de uma delas é possível obter o valor da outra. Daí conclui-se que a grandeza dependente é o número de partes obtidas e a grandeza independente é o número de dobras feitas na folha de papel.

d) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Temos que as grandezas envolvidas são as variáveis que comporão a fórmula da função. Denota-se $\underline{n}$ para o número de partes e $\underline{d}$ para o número de dobras. Finalmente analisando a sequencia obtida e notando que o número de partes obtidas é igual a potência de 2 cujo expoente é o número de dobras feitas na folha de papel, então a fórmula da função é: $n = 2^d$.

e) Utilizando a fórmula da função, calcule o número de partes obtidas fazendo 6 dobras na folha papel.

Temos que $n = 2^d$, então queremos calcular n para $d = 6$. Daí:

$n = 2^6 \Rightarrow n = 64$ R: 64 partes

3.3 Atividade 3: Gráfico: o "retrato" da função que relaciona duas grandezas

1 – OBJETIVOS:

- Esboçar o gráfico de uma função;

- Gerar gráficos de funções no computador utilizando um software escolhido pelo professor;

- Expressar algebricamente a fórmula da função que relaciona duas grandezas através do esboço de seu gráfico.

2 – DESENVOLVIMENTO:

EXERCÍCIO 1: Em relação ao exercício 1 da atividade 1, pede-se:

a) Copie a tabela construída e a lei da função encontrada;

Horas	Valor cobrado (em R$)
0	15 + 35 x 0 = 15,00
1	15 + 35 x 1 = 50,00
2	15 + 35 x 2 = 85,00
3	15 + 35 x 3 = 120,00
4	15 + 35 x 4 = 155,00

Tabela 1: Valor cobrado por horas de trabalho

Lei da função: $v = 15 + 35h$

b) Esboce o gráfico dessa função usando essa tabela;

No sistema de coordenadas cartesianas, a grandeza independente (h) é associada ao eixo x e a grandeza dependente (v) é associada ao eixo y, então o esboço do gráfico é o seguinte:

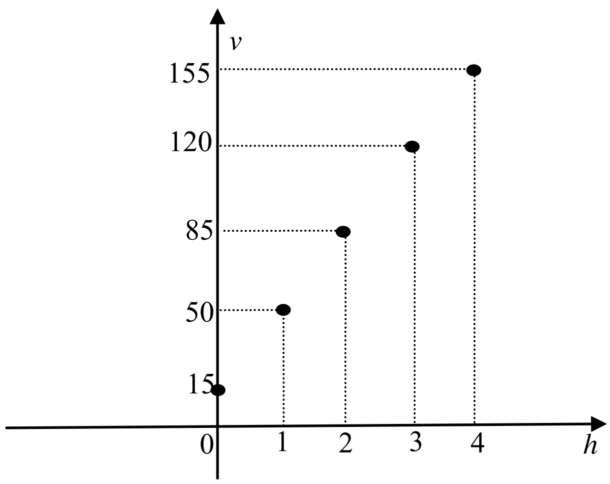


Figura 2: Gráfico do valor cobrado em relação à horas inteiras de trabalho

OBS: Note que o gráfico é formado somente por estes pontos, pois na tabela temos apenas horas inteiras.

c) Esboce o gráfico da mesma função, considerando que possa ter frações da hora;

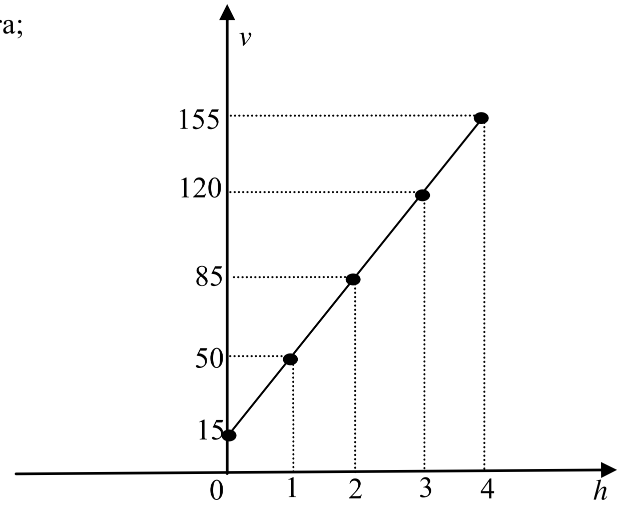


Figura 3: Gráfico do valor cobrado em relação à horas inteiras de trabalho e suas frações

OBS: Note que o gráfico é formado pelos pontos do gráfico anterior e os infinitos pontos justapostos originados pelas frações da hora entre horas consecutivas, logo ao ligar estes pontos teremos um segmento de reta. A partir desse exercício, introduzir informalmente o conceito de função do 1º grau e comentar que seu gráfico é uma reta inclinada.

d) Gere esse gráfico no computador para verificação do gráfico esboçado;

OBS:

- O software utilizado pelo autor nesta atividade é o “grapes”. Disponível em: http://www.baixaki.com.br/download/grapes.htm.

- Lembrando que a grandeza independente (*h*) é associada a *x* e a grandeza dependente (*v*) é associada a *y*.

Lista de comandos do software utilizado pelo professor:

1) Carregar o software utilizado pelo professor, clicando no ícone do mesmo na área de trabalho e aparecerá a tela inicial de comandos do programa.

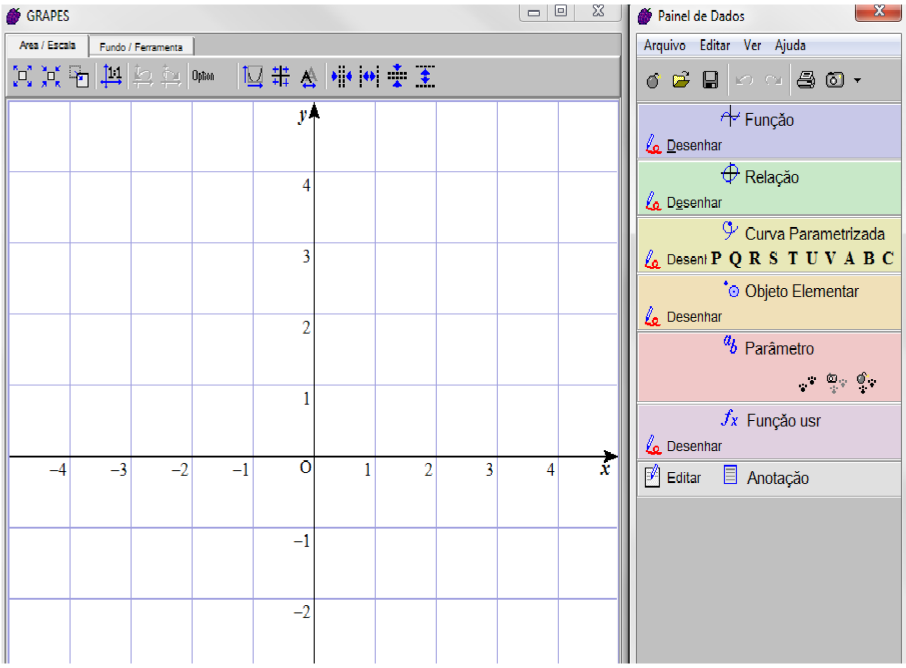


Figura 4: Tela inicial de comandos do software “grapes”

2) Clicar em “option”; na próxima tela clicar em “área”; na nova tela digitar o intervalo de variação de *x* (0 e 4) e de *y* (15 e 155), de acordo com a tabela de dados, e clicar em “ok”, conforme figura abaixo:

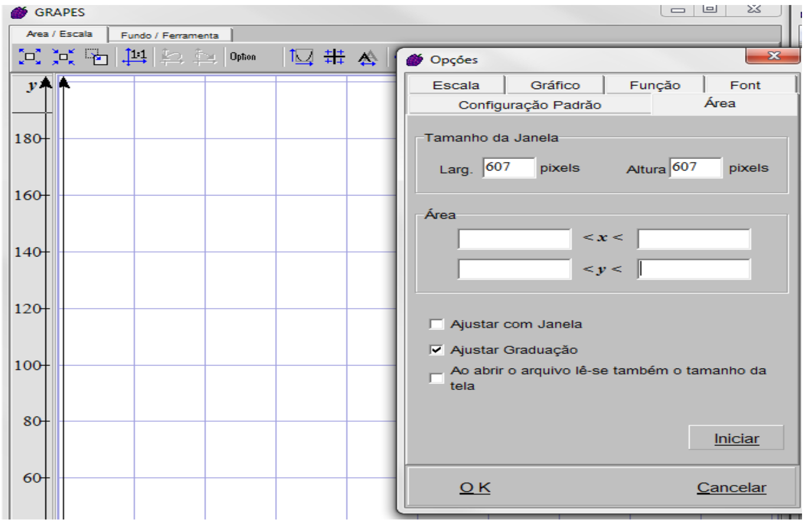
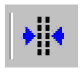
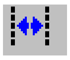
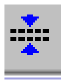
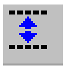


Figura 5: Tela de definição do intervalo de variação de *x* e de *y*

2) Para ajustar a graduação em relação ao eixo *x*, clique em  (intervalo menor de um nº para outro) ou  (intervalo maior de um nº para outro) de acordo com os dados da Tabela 1 e observe a tela do gráfico obtida com o ajuste feito. Caso precise ajustar novamente, repita o procedimento.

3) Para ajustar a graduação em relação ao eixo *y*, clique em  (intervalo menor de um nº para outro) ou  (intervalo maior de um nº para outro) de acordo com os dados da Tabela 1 e observe a tela do gráfico obtida com o ajuste feito. Caso precise ajustar novamente, repita o procedimento.

4) Observar o painel de dados da tela inicial, na linha de Função, clicar em "desenhar", na próxima janela onde está o cursor digitar somente a expressão "15 + 35*x*" e clicar em "Def Fim", na nova tela selecionar a cor, o estilo e clicar em "ok", finalmente obtém-se o esboço do gráfico da função pedida, conforme sequência de figuras abaixo:

Figura 6: Tela inicial da digitação da fórmula da função

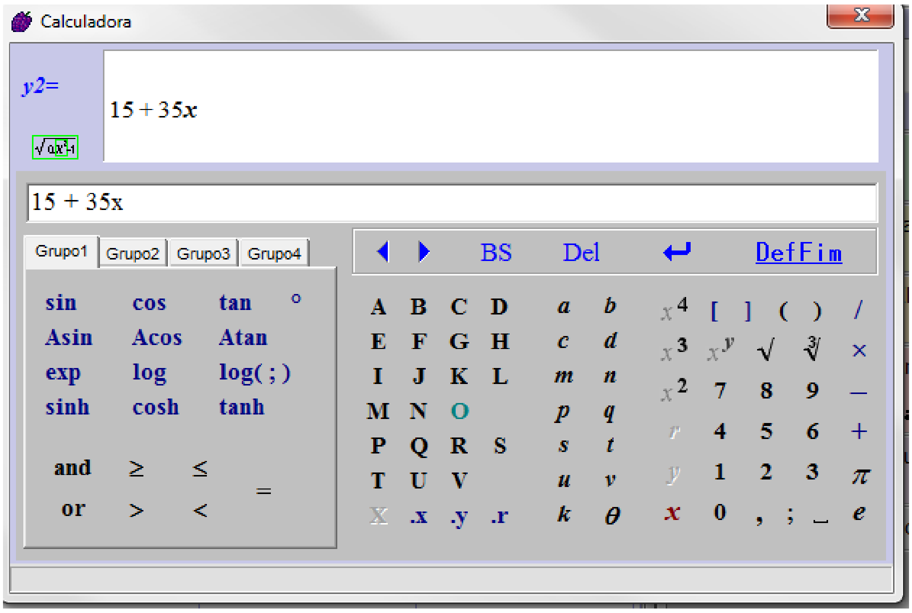


Figura 7: Tela de digitação da fórmula da função

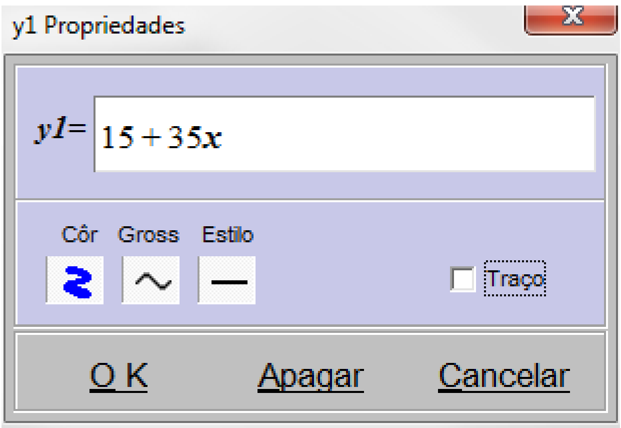


Figura 8: Tela de definição do gráfico com sua cor e seu estilo

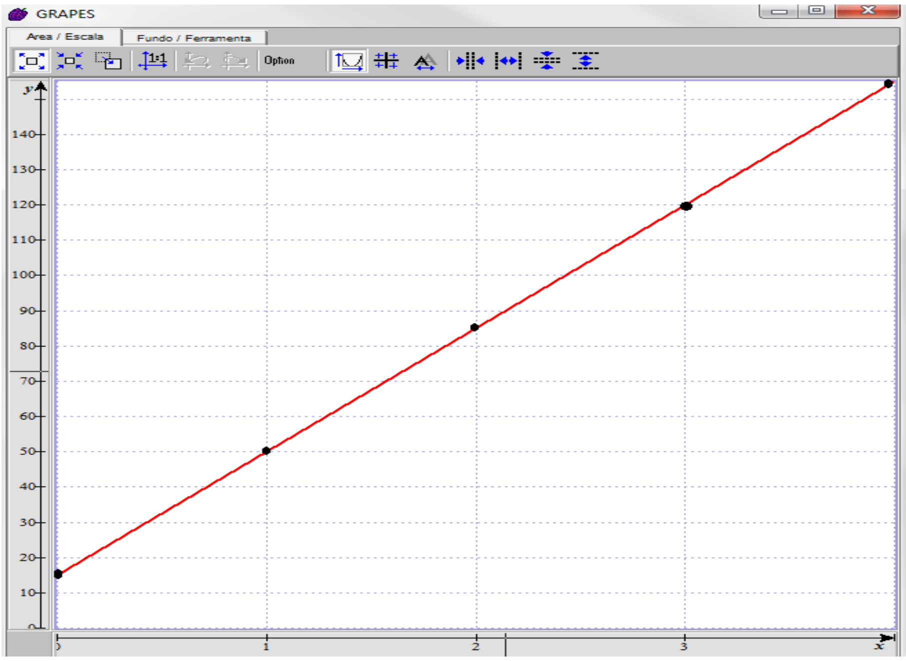


Figura 9: Tela com o esboço do gráfico da função $v = 15 + 35h$

EXERCÍCIO 2: Em relação ao exercício 3 da Atividade 1 , pede-se:

a) Copie a tabela e a lei da função encontrada;

Largura (m)	Área do curral (m^2)
0	$0^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2 = 4$
3	$3^2 = 9$
4	$4^2 = 16$

Tabela 3: Área do curral em relação a sua largura

Lei da função: $A = \ell^2$

b) Esboce o gráfico dessa função utilizando essa tabela;

No sistema de coordenadas cartesianas, a grandeza independente (ℓ) é associada ao eixo x e a grandeza dependente (A) é associada ao eixo y, então o esboço do gráfico é o seguinte:

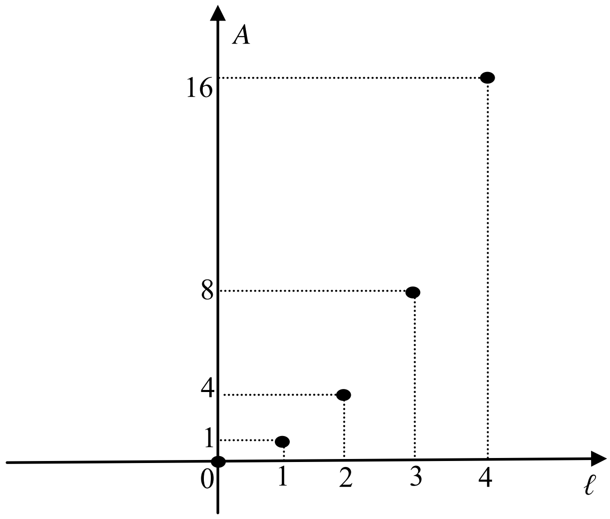


Figura 10: Gráfico da área do curral em relação à suas larguras com medidas inteiras

OBS: Note que o gráfico é formado somente por estes pontos, pois na tabela temos apenas larguras inteiras.

c) Esboce o gráfico da mesma função, considerando que possa ter medida da largura não inteira;

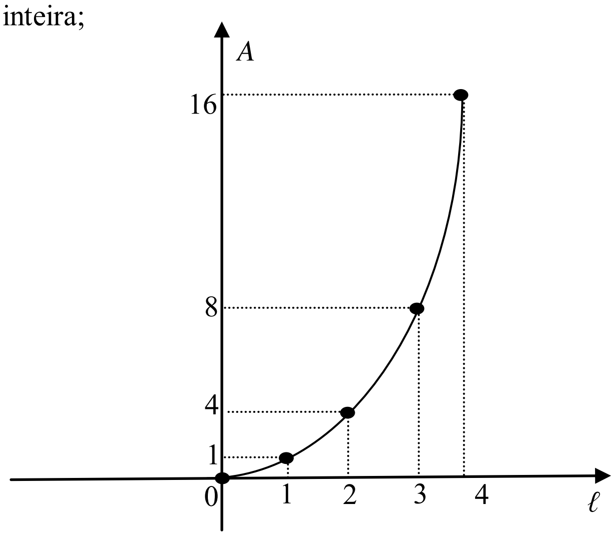


Figura 11: Gráfico da área do curral em relação à suas larguras com medidas inteiras e suas frações

OBS: Note que o gráfico é formado pelos pontos do gráfico anterior e os infinitos pontos justapostos originados pelas frações da largura entre larguras consecutivas, logo ao ligar estes pontos teremos uma curva. A partir desse exercício, introduzir informalmente o conceito de função do 2º grau e comentar que seu gráfico é uma curva aberta chamada de parábola.

d) Gere esse gráfico no computador para verificação do gráfico esboçado;

OBS:

- O software utilizado pelo autor nesta atividade é o "grapes".

- Lembrando que a grandeza independente (ℓ) é associada a x e a grandeza dependente (A) é associada a y.

Lista de comandos do software utilizado pelo professor:

Os passos a serem seguidos são os mesmos do exercício 1, porém alterando o intervalo de variação de y para 0 e 16, Tabela 1 para Tabela 2 nos passos 2 e 3, e alterando a expressão da função para "x^2".

Logo, obtém-se o esboço do gráfico da função pedida, que é o seguinte:

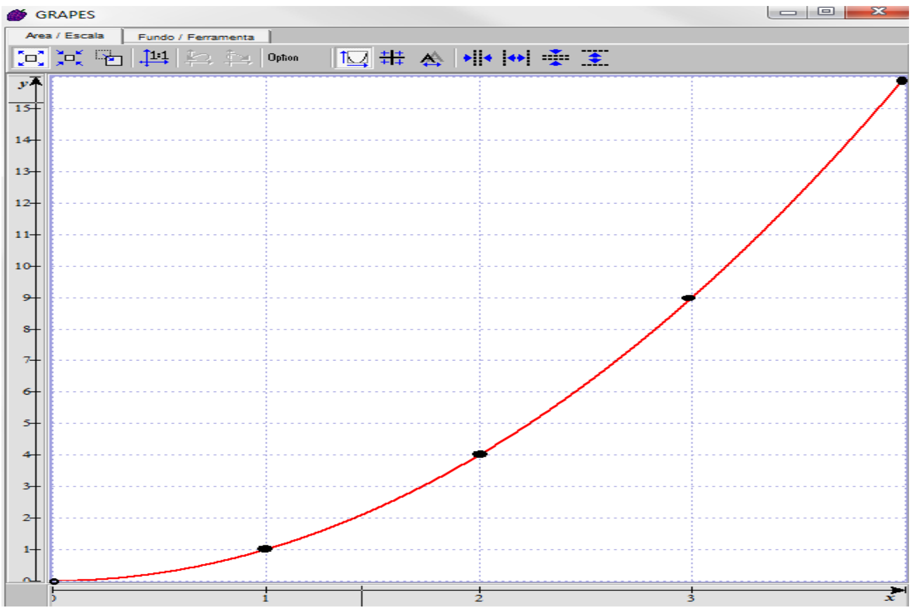


Figura 12: Tela do esboço do gráfico da função $A = \ell^2$

EXERCÍCIO 3: A população de uma cidade tem acesso à água de uma mina por meio de uma torneira. O gráfico abaixo relaciona a quantidade de litros de água despejado pela torneira com o tempo de abertura da mesma, em minutos, no intervalo de zero a três minutos.

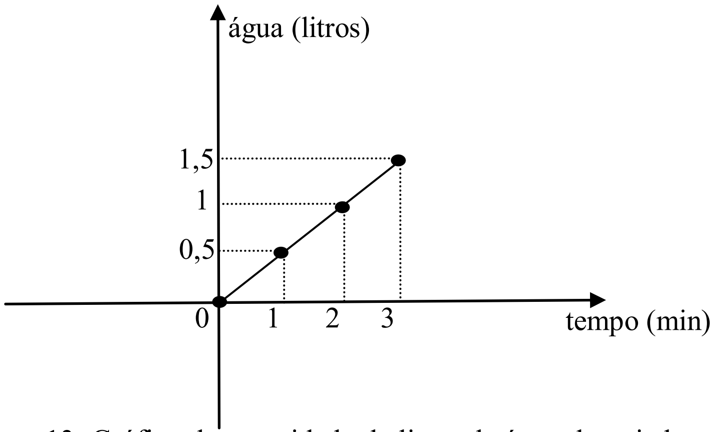


Figura 13: Gráfico da quantidade de litros de água despejado em relação ao tempo de abertura da torneira

A partir disso, pede-se:

a) Monte uma tabela destacando as grandezas relacionadas e seus respectivos valores, considerando um número inteiro de minutos;

Tempo (minutos)	Água (litros)
0	0
1	0,5
2	1
3	1,5

Tabela 4: Quantidade de água em relação ao tempo

b) Qual é a grandeza dependente? E a independente?

Como a quantidade de litros de água despejado pela torneira depende do tempo de abertura da mesma e no sistema de coordenadas cartesianas, a grandeza independente é associada ao eixo x e a grandeza dependente é associada ao eixo y, então o tempo de abertura da torneira é a grandeza independente e a quantidade de litros de água despejado pela mesma é a grandeza dependente.

c) Escreva algebricamente a fórmula da função que relaciona estas duas grandezas.

Observando o gráfico e analisando seus dados, deduz-se que a quantidade de litros de água despejado pela torneira, representado pela letra *v*, é sempre igual a metade do tempo de abertura da mesma, representado por *t*, então a fórmula da função é: $v = \frac{x}{2}$.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS:

Após a conclusão destas atividades e alcançado os seus objetivos, podem ser propostas outras atividades abordando função constante, função polinomial de 1º grau, função polinomial de 2º grau, os esboços de seus gráficos, cálculo de sua(s) raiz(es), valor numérico envolvendo estas funções, contudo sem formalização matemática de modo que o aluno tenha um primeiro contato ainda no Ensino Fundamental para que facilite seu entendimento e sua aprendizagem quanto ao aprofundamento matemático no estudo de funções no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BLUMENTHAL, G. **Os PCN e o ensino fundamental em Matemática: um avanço ou um retrocesso**, 2000. Disponível em : http://www.somatematica.com.br/artigos/a3/ *apud* SOARES, Flávia dos Santos, **Ensino de matemática no século XX – da Reforma Campos à Matemática Moderna**, Revista Horizontes, Bragança Paulista, r. 22, n.1 p.7-15,jan/jun.2004.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 10ª edição, p. 143-145, 1993 *apud* OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, São Paulo: PUC, 1997.

BRASIL, Ministério de Educação e Cultura (MEC). **PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação de Ensino Fundamental do MEC. **Guia de Livros Didáticos 5ª a 8ª séries – PNDL**, Brasília: MEC, p. 15 e 235-246, 1999.

KLINE, Morris. **O fracasso da Matemática Moderna**. Trad. Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Ibrasa, 1976.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, São Paulo: PUC, 1997.

SCHWARZ, Osmar. **Sobre as concepções de Função dos Alunos ao término do 2º Grau**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, São Paulo: PUC, 1995 *apud* OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, São Paulo: PUC, 1997.

SOARES, Flávia dos Santos, **Ensino de matemática no século XX – da Reforma Campos à Matemática Moderna**, Revista Horizontes, Bragança Paulista, r. 22, n.1 p.7-15,jan/jun.2004.

YOUSCHKEVITCH. **Le concept de fonction jusqu'au milieu Du XIX siècle**. Fragments d'histrie dês Mathématiques, Brochure A.P.M.E.P. nº 41, 1981, p. 7-67 *apud* OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, São Paulo: PUC, 1997.

ZUFFI, Edna Maura. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função**. Revista Educação Matemática em Revista, São Paulo, Ano 8, nº 8, p. 10-16, 2005.