



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOANILSON MOREIRA DA SILVA

**O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA POR MEIO DO
PLANEJAMENTO DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO**

CASTANHAL, PA

2021

JOANILSON MOREIRA DA SILVA

**O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA POR MEIO DO
PLANEJAMENTO DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO**

Dissertação de Mestrado, apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal do Pará como pré-requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida

CASTANHAL, PA

2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)**

S586e Silva, Joaílson Moreira.
O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA POR MEIO
DO PLANEJAMENTO DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO /
Joaílson Moreira Silva. — 2021.
72 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Campus Universitário de Castanhal, Programa de Pós-
Graduação em Matemática em Rede Nacional, Castanhal,
2021.

1. Educação Financeira. 2. Orçamento Doméstico. 3.
Reserva de Emergência. 4. Ambientes de
Aprendizagem. 5. Tarefas. I. Título.

CDD 510

JOANILSON MOREIRA DA SILVA

**O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA POR MEIO DO
PLANEJAMENTO DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO**

Dissertação de Mestrado, apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal do Pará como pré-requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida

Defendido e Aprovado em 10 de março de 2021.

Banca examinadora

Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida
Orientador, UFPA/Campus de Castanhal

Prof. Dr. João Manoel da Silva Malheiro
Avaliador Externo, UFPA/FAPED, Campus de Castanhal

Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal
Avaliador Interno, UFPA/Campus de Castanhal

Prof. Dr. Nildsen Fernando Lisboa da Silva
Avaliador Interno, UFPA/Campus de Castanhal

Prof. Dr. Samuel Levi Freitas da Luz
Avaliador Interno, UFPA/Campus de Castanhal

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me permitido concluir este trabalho e obter mais uma formação na minha vida acadêmica.

À minha família, em especial aos meus pais João Pereira (in memoriam) e Reny Moreira, por me oferecerem condições para cursar a educação básica e superior, necessárias para que eu pudesse alcançar mais este título.

Aos meus professores do PROFMAT da UFPA, Campus Universitário de Castanhal, especialmente ao Professor Arthur Almeida, orientador da dissertação, por sua grandiosa colaboração na elaboração deste projeto.

À minha esposa Izabel e filhos Arthur e Davi, que tiveram a paciência e entendimento em relação às minhas ausências nos momentos de produção.

Ao professor Márcio Urel, que me atendeu prontamente quando fiz uma solicitação de materiais; à Rozinéia de Fátima pela revisão textual; e à professora Onice Esteves pelos apoios e incentivos.

A todos os que de uma forma ou de outra tornaram possível o término deste trabalho científico, que me proporcionará uma melhor atuação profissional.

“Um bom ensino da Matemática forma melhores hábitos de pensamento e habilita o indivíduo a usar melhor a sua inteligência.”

Irene de Albuquerque

RESUMO

A presente dissertação objetiva contribuir com o currículo da educação financeira para o ensino médio, através do planejamento do orçamento doméstico, base para o controle da vida financeira individual ou familiar. Perante este objetivo, através de tarefas, apresenta uma forma de como a educação financeira pode ser ensinada por meio do planejamento do orçamento doméstico, bem como mostrar a evolução e quais os principais conceitos de educação financeira direcionada para a escola; qual a matemática de alguns investimentos financeiros de renda fixa para reserva de emergência; e elaborar uma proposta de ensino com tarefas abordando a educação financeira por meio do planejamento do orçamento doméstico para alunos do ensino médio. Para tanto, foi utilizado como método uma pesquisa bibliográfica em livros impressos, ebooks, artigos e teses relacionados com a educação financeira, investimentos e ambientes de aprendizagem. A partir dos conceitos levantados pela pesquisa foi elaborado um conjunto de tarefas para serem utilizadas pelos professores no ensino da educação financeira. Enfim, através deste trabalho esperamos ter contribuído para facilitar o trabalho do professor que poderá ensinar os seus alunos a planejar uma vida financeira mais controlada.

Palavras-Chave: Educação Financeira; Orçamento Doméstico; Reserva de Emergência; Ambientes de Aprendizagem; Tarefas.

ABSTRACT

This dissertation aims to contribute to the financial education curriculum for high school, through the planning of the domestic budget, the basis for the control of individual or family financial life. In view of this objective, through tasks, it presents a way of how financial education can be taught through the planning of the domestic budget, as well as showing the evolution and what are the main concepts of financial education directed to the school; what is the mathematics of some fixed income financial investments for emergency reserve; and prepare a teaching proposal with tasks addressing financial education through the planning of the domestic budget for high school students. To this end, a bibliographic search of printed books, ebooks, articles and theses related to financial education, investments and learning environments was used as a method. From the concepts raised by the research, a set of tasks was elaborated to be used by teachers in the teaching of financial education. Finally, through this work, we hope to have contributed to facilitate the work of the teacher who will be able to teach his students to plan a more controlled financial life.

Palavras-Chaves: Financial Education; Domestic Budget; Emergency Reserve; Learning Environments; Tasks.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
BCB	Banco Central do Brasil
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CDC	Código de Defesa do Consumidor
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CNDL	Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas
CONEF	Comitê Nacional de Educação Financeira
Copom	Comitê de Política Monetária
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
fac	fator acumulado
FGC	Fundo Garantidor de Crédito
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INFE	International Network on Financial Education (Rede Internacional de Educação Financeira);
IOF	Imposto sobre Operações Financeiras
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
IR	Imposto de Renda
LFT	Letra Financeira do Tesouro
OCDE	Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico;
OECD	Organization for Economic Cooperation and Development;
SAC	Sistema de Amortização Constante
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SFA	Sistema Francês de Amortização
SPC	Serviço de Proteção ao Crédito
TR	Taxa Referencial
VNA	Valor Nominal Atualizado

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Calculadora do Cidadão	28
Figura 2 - Títulos do Tesouro Direto	40
Figura 3 - Fluxo de pagamento de um título LFT	41
Figura 4 - Preço unitário do tesouro Selic em 22 de maio de 2020	42
Figura 5 - Selic Fator Acumulado da Selic no Período	44
Figura 6 - Valor VNA.....	45
Figura 7 - Uma interessante tabela de números.....	54

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Orçamento Doméstico	24
Quadro 2 - Tabela com amortização pelo SAC	33
Quadro 3 - Tabela com amortização pelo SFA.....	34
Quadro 4 - Tabela regressiva do IR.....	39
Quadro 5 - Tabela regressiva do IOF	39
Quadro 6 - Quadro de Rendimentos.....	48
Quadro 7 - Ambientes de aprendizagem.	53

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	3
RESUMO	5
ABSTRACT	6
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	7
LISTA DE FIGURAS	8
LISTA DE QUADROS	9
SUMÁRIO	10
INTRODUÇÃO	12
1 EVOLUÇÃO E CONCEITOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	14
1.1 A OCDE E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA.....	14
1.2 A BNCC E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA.....	16
1.3 CONCEITOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA	16
1.4 NECESSIDADES, DESEJOS, OBJETIVOS E METAS	20
1.5 ORÇAMENTO DOMÉSTICO.....	21
1.6 RESERVA DE EMERGÊNCIA.....	24
2 INVESTIMENTOS FINANCEIROS DE RENDA FIXA PARA RESERVA DE EMERGÊNCIA	26
2.1 CONCEITOS BÁSICOS E CURIOSIDADES DOS INVESTIMENTOS	26
2.1.1 Juros e regime de juros compostos (regime de capitalização composta)	26
2.1.2 O poder do juro composto no tempo	27
2.1.3 Taxa de juros equivalente.....	29
2.1.4 Taxa nominal, efetiva e real de juros	30
2.1.5 Amortização de dívidas	31
2.1.6 Taxas SELIC, CDI e IPCA	34

2.1.7	Liquidez e Rendimento de um investimento	35
2.1.8	Títulos	36
2.2	INVESTIMENTOS DE RENDA FIXA.....	36
2.3	TÍTULO DA DÍVIDA PÚBLICA.....	37
2.4	TÍTULOS DO TESOIRO DIRETO.....	38
2.5	TESOURO SELIC	40
2.6	CONTA POUPANÇA OU CADERNETA DE POUPANÇA	46
2.7	CDB.....	48
3	TAREFAS MATEMÁTICAS.....	51
3.1	TAREFA OU ATIVIDADE?	51
3.2	OS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM DE SKOVSMOSE.....	52
4	PROPOSTA DE ENSINO	57
4.1	TAREFA 1: CONSTRUÇÃO DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO.	57
4.1.1	Considerações sobre a primeira tarefa.....	61
4.2	TAREFA 2: ANÁLISE DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO.....	63
4.2.1	Considerações sobre a segunda tarefa.....	63
4.3	TAREFA 3: PESQUISA DE PREÇOS.....	64
4.3.1	Considerações sobre a terceira tarefa	64
4.4	TAREFA 4: INFLAÇÃO E DEFLAÇÃO.....	66
4.4.1	Considerações sobre a quarta tarefa	66
4.5	TAREFA 5: PORCENTAGEM, ACRÉSCIMO, DESCONTO E JUROS	67
4.5.1	Uma solução para a quinta tarefa.....	67
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
	REFERÊNCIAS.....	70

INTRODUÇÃO

Atualmente, a educação financeira é um tema relevante da área da educação matemática, onde a pesquisa acadêmica tem sido recorrente. Vários canais do Youtube (Me Poupe, O Primo Rico, EconoMirna, Clube do Valor, etc.), que é a maior plataforma de compartilhamento de vídeos da internet, dedicam-se a informar os seus visualizadores como lidar com as finanças. A família e a escola deveriam trabalhar este tema com os seus alunos em todos os anos de escolaridade, porém, na prática, isso ainda não acontece.

Kiyosaki (2017, p. 10) afirma o seguinte: “Infelizmente, lidar com o dinheiro não é ensinado nas escolas”, e a falta de formação nesta área do conhecimento, contribui para que o cidadão tenha dificuldades em tomar decisões de cunho financeiro, o que pode levá-lo a um descontrole nesta área de sua vida. Desta forma, o indivíduo torna-se vulnerável ao fazer uma compra, empréstimo, investimento, por não saber fazer escolhas favoráveis a ele, provocando com isso perda de dinheiro e endividamento.

Segundo Kiyosaki (2017, p. 75)

Como os estudantes deixam a escola sem habilidades financeiras, milhões de pessoas instruídas alcançam o sucesso em suas profissões, mas depois se deparam com dificuldades financeiras. Trabalham muito, mas não progredem. O que falta em sua educação não é saber como ganhar dinheiro, mas como gastá-lo; o que fazer com ele depois de ganhá-lo.

Pelo exposto, a educação financeira é uma competência fundamental que deve ser ensinada durante a formação do cidadão, uma vez que ela tem o papel de conscientizá-lo a lidar com o dinheiro de forma eficiente.

Este trabalho pretende contribuir com o currículo da educação financeira, através do planejamento do orçamento doméstico, base para o controle da vida financeira individual ou familiar. Diante deste objetivo, levanta-se a seguinte **questão principal**: Como a educação financeira pode ser ensinada por meio do planejamento do orçamento doméstico?

Para subsidiar esta investigação, as questões específicas abaixo precisam serem elucidadas: Como foi a evolução e quais os principais conceitos de educação financeira direcionada para a escola? Qual a matemática de alguns investimentos financeiros de renda fixa para reserva de emergência? Como elaborar uma proposta

de ensino com tarefas, abordando a Educação Financeira por meio do planejamento doméstico para alunos do ensino médio?

É importante que os professores utilizem os conceitos e tarefas deste trabalho com os alunos do primeiro ano do ensino médio, pois quanto mais cedo o aluno for conscientizado do trato disciplinado e responsável dos recursos financeiros, poderá compartilhar este conhecimento com as pessoas da sua convivência, e deste modo, contribuir, principalmente, no âmbito familiar, para uma vida equilibrada financeiramente.

A base teórica deste trabalho foi elaborada utilizando pesquisa bibliográfica em livros impressos, ebooks, artigos e teses relacionadas com a educação financeira, investimentos e ambientes de aprendizagem.

A dissertação está estruturada em quatro capítulos:

O Capítulo 1, EVOLUÇÃO E CONCEITOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA, inclui a importância da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico na disseminação dessa educação, a nível mundial; e a sua presença na BNCC (Base Nacional Comum Curricular); apresenta conceitos da educação financeira, de necessidades, desejos, objetivos e metas, orçamento doméstico e ainda de reserva de emergência.

O Capítulo 2, INVESTIMENTOS FINANCEIROS DE RENDA FIXA PARA RESERVA DE EMERGÊNCIA, aborda alguns investimentos financeiros para o acúmulo de uma reserva de emergência, além de expor os conceitos básicos que o investidor deve conhecer.

O Capítulo 3, TAREFAS MATEMÁTICAS, além de analisar o sentido das expressões tarefa e atividade, apresenta os seis tipos de tarefas/atividades matemáticas segundo Skovsmose (2000), com base no que ele denomina de ambientes de aprendizagem.

O Capítulo 4, PROPOSTA DE ENSINO, trata de uma proposta de ensino, cujo objetivo é contribuir com a educação financeira dos alunos do ensino médio.

1 EVOLUÇÃO E CONCEITOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Este capítulo aborda a importância da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE ou OECD) na expansão dessa educação, a nível mundial; e a sua presença na BNCC (Base Nacional Comum Curricular); apresenta conceitos da educação financeira, de necessidades, desejos, objetivos e metas, orçamento doméstico e ainda de reserva de emergência.

1.1 A OCDE E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

É importante apresentarmos a OCDE¹ e conhecermos o papel desta organização na disseminação da educação financeira pelo mundo.

A OCDE, constituída em 14 de dezembro de 1961 e instalada na capital da França, é uma das principais fontes de dados estatísticos, sociais e econômicos do mundo. Esta organização internacional, é composta por 37 países² membros.

A OCDE é uma organização mundial de grande importância para a cooperação e proposição de políticas públicas no âmbito internacional. Os representantes dos países membros da OCDE se encontram, no intuito de compartilhar informações e colaborar mutuamente para o crescimento econômico de todos os países membros envolvidos (BRASIL, 2019c).

Em 15 de janeiro de 2020, os Estados Unidos indicaram formalmente o Brasil para entrar na organização, mas a entrada também depende do cumprimento de 253 requisitos, além do aval de todos os outros países da organização (R7, 2020). Estima-se que este processo pode demorar cerca de dois anos.

A importância de um país ser membro está no fato dele participar de acordos de cooperação, inclusive comerciais, destinados apenas aos membros efetivos. Apesar do Brasil não ser um dos países membros, participa ativamente da organização, e com isso já trouxe melhorias para as políticas públicas brasileiras em diversas áreas (BRASIL, 2019b).

¹ Organização conhecida como o clube dos países ricos.

² Os 37 países membros da OCDE são Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, Colômbia, Coreia do Sul, Dinamarca, Eslováquia, Eslovênia, Espanha, Estados Unidos, Estônia, Finlândia, França, Grécia, Hungria, Irlanda, Islândia, Israel, Itália, Japão, Letônia, Lituânia, Luxemburgo, México, Noruega, Nova Zelândia, Países Baixos, Polônia, Portugal, Reino Unido, República Tcheca, Suécia, Suíça e Turquia (OCDE, 2021).

Percebendo o crescente destaque dado ao tema e a necessidade de instruir os indivíduos a tomarem decisões financeiras adequadas, a OCDE aprovou e incluiu em seu plano de trabalho para o biênio 2003-2004, o Financial Education Project³ (projeto de educação financeira). Neste projeto foram estudados os programas de educação financeira de diversos países com o objetivo de selecionar as estratégias mais eficazes para, em seguida, propor políticas públicas para uma formação financeira de melhor qualidade aos cidadãos (OCDE, 2004).

Com os resultados do estudo anterior, a OCDE lançou em 2005 um livro com o título: *Melhorar a alfabetização financeira: análise de questões e políticas*⁴, que foi o primeiro estudo abrangente do tema produzido no mundo (OCDE, 2005a). Além de avaliar os programas de educação financeira de vários países, ele traz anexo a Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness (Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de Educação e Conscientização Financeira), que entre as recomendações afirma que “A educação financeira deve começar na escola. As pessoas devem ser educadas sobre questões financeiras o mais cedo possível em suas vidas” (OCDE, 2005b, p. 6).

O Brasil acatou a recomendação da OCDE e instituiu através do Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) que promoveu o desenvolvimento do programa de educação financeira nas escolas da educação básica, buscando paralelamente, melhorar a proficiência em língua portuguesa e matemática. Os materiais pedagógicos e didáticos do programa estão alinhados com um documento denominado “orientação para educação financeira nas escolas” (BRASIL, 2010) e contemplam os diversos segmentos da Educação básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Podemos conhecer os detalhes, acessando o *site*⁵ da estratégia em Brasil (2019a).

Em sintonia com a ENEF, o BCB reformulou o seu Programa Cidadania Financeira, que tem como finalidade, promover por meio de capacitação, a conscientização do cidadão brasileiro de como deve gerir seu dinheiro (BCB, 2013a). Segundo o BCB, cidadania financeira “é o exercício de direitos e deveres que permite

³ Disponível em <https://www.oecd.org/finance/financial-education/33865427.pdf>.

⁴ O título original em inglês é *Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies*.

⁵ Disponível em <https://www.vidaedinheiro.gov.br/>.

ao cidadão gerenciar bem seus recursos financeiros” (BCB, 2018, p. 29). No *site*⁶ BCB (2019b), podemos conhecer os detalhes do programa.

1.2 A BNCC E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando a educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos (BRASIL, 2018, p. 269).

A Base Nacional Comum Curricular do ensino fundamental está estruturada em unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística), objetos de conhecimentos e habilidades. A BNCC do ensino médio está organizada em competências específicas e habilidades. No meio desta organização encontramos a temática da educação financeira distribuída em todos os anos da educação básica. Desta forma, a BNCC veio preencher a lacuna da ausência da educação financeira no currículo das escolas.

De acordo com alguns vídeos do Curso de Extensão de Educação Financeira na Perspectiva da BNCC (UNEMAT⁷), nos anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º ano), a BNCC apresenta um total de 126 habilidades, dentre as quais em 6 delas, aparecem os conceitos da educação financeira (RODRIGUES, 2019a). Nos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano), a BNCC contém um total de 121 habilidades, onde em 5 habilidades deste nível, estão contidos os conceitos dessa educação (RODRIGUES, 2019c); e no ensino médio (1º ao 3º ano), a BNCC contempla um total de 45 habilidades, onde em 6 delas, é possível utilizar a educação financeira como um contexto, uma vez que, neste nível, não aparece o termo educação financeira, e sim, matemática financeira. Porém, é possível que os conceitos de matemática financeira sejam trazidos para a realidade dos alunos, através da articulação com esse modelo de educação (RODRIGUES, 2019b).

1.3 CONCEITOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA

O livro (OCDE, 2005a), a recomendação (OCDE, 2005b), e a orientação (BRASIL, 2010), trazem a seguinte conceituação da educação financeira:

⁶ Disponível em <https://www.bcb.gov.br/cidadaniafinanceira>.

⁷ Universidade do Estado de Mato Grosso.

processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessárias para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda, adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar e, assim, tenham a possibilidade de contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro (BRASIL, 2010, p. 2).

Buscamos sintetizar o conceito acima, com uma interpretação dada pela INFE / OCDE que considera a educação financeira como a “combinação de consciência, conhecimento, habilidade, atitude e comportamento necessários para tomar decisões financeiras adequadas e, com isso, alcançar o bem-estar financeiro individual” (ATKINSON; MESSY, 2012, p. 14, tradução nossa), ou seja, é uma educação voltada para o exercício da cidadania de forma responsável e equilibrada e tem como fim, buscar o bem-estar financeiro necessário para uma vida com qualidade. É importante destacar que a maioria das situações que necessitam da educação financeira, resultam em escolhas ou tomadas de decisões. A educação financeira não tem como objetivo principal o enriquecimento de pessoas, e sim, organizar as receitas e despesas, de forma a deixar as pessoas bem, pois o endividamento tira a tranquilidade de qualquer família.

Vale ressaltar que em diversos trabalhos, o termo educação financeira é encontrado como sinônimo de alfabetização financeira, literacia financeira (financial literacy) e letramento financeiro. Porém, segundo Soares (2017, p. 38): “A maior parte dos autores que diferencia os conceitos coloca a alfabetização financeira como um desdobramento da educação financeira, ou como o resultado de se estar financeiramente educado”. Dessa forma, podemos dizer que a educação financeira procura promover a alfabetização financeira. Na sua revisão bibliográfica, Silva e Powell (2013) concluíram que no final do ensino médio, um estudante será considerado alfabetizado financeiramente se souber o que segue:

- pesquisar, avaliar e aplicar a informação financeira;
- definir objetivos financeiros e planejar como alcançá-los;
- desenvolver o potencial de geração de renda e a capacidade de poupar;
- utilizar efetivamente serviços financeiros;
- conhecer obrigações financeiras;
- construir e proteger a riqueza (p. 8).

É importante observar que algumas informações relevantes para a educação financeira, não necessariamente são informações financeiras. Como exemplo, podemos citar que uma redução no número de pessoas circulando em uma feira não é uma informação financeira, porém poderá implicar uma diminuição nos valores das vendas. Esta habilidade de analisar, compreender e interpretar situações que terão implicações financeiras é essencial para a educação financeira.

No *site*⁸ DSOP Educação Financeira, Domingos (2019) afirma isto:

A educação financeira é uma ciência humana que busca a autonomia financeira, fundamentada por uma metodologia baseada no comportamento, objetivando a construção de um modelo mental que promova a sustentabilidade, crie hábitos saudáveis e proporcione o equilíbrio entre o SER, o FAZER e o TER, com escolhas conscientes para a realização de sonhos (DOMINGOS, 2019, online, grifos do autor).

Para este autor todo o esforço feito para o exercício da educação financeira deve ter como objetivo a realização de sonhos, sendo este o estímulo necessário para que o indivíduo não seja seduzido por tantas ofertas que o mercado oferece, e gaste todos os seus recursos de forma desnecessária.

Em ambos os conceitos acima, os cidadãos são estimulados a realizar os ajustes que precisam ser feitos na sua vida financeira, e esses estímulos, complementam-se, uma vez que com a busca do bem-estar financeiro, tem-se a possibilidade de realizar sonhos.

Neste momento é importante citar alguns pontos que devem ser observados para que uma pessoa seja educada financeiramente. Na sequência deste texto, citaremos alguns conhecimentos, hábitos, habilidades, atitudes, comportamentos e consciência que devem ser adquiridos pelo cidadão.

Para lidar com nossas finanças adequadamente, precisamos conhecer os nossos direitos. Uma legislação a que devemos recorrer é a lei nº 8.078/90, denominada Código de Defesa do Consumidor (CDC), que em seu artigo 6º descreve os direitos básicos do consumidor, como segue abaixo:

I - a proteção da vida, saúde e segurança contra os riscos provocados por práticas no fornecimento de produtos e serviços considerados perigosos ou nocivos;

⁸ Disponível em <https://www.dsop.com.br/institucional/educacao-financeira>.

II - a educação e divulgação sobre o consumo adequado dos produtos e serviços, asseguradas a liberdade de escolha e a igualdade nas contratações;

III - a informação adequada e clara sobre os diferentes produtos e serviços, com especificação correta de quantidade, características, composição, qualidade, tributos, incidentes e preço; bem como sobre os riscos que apresentem;

IV - a proteção contra a publicidade enganosa e abusiva, métodos comerciais coercitivos ou desleais, bem como contra práticas e cláusulas abusivas ou impostas no fornecimento de produtos e serviços;

V - a modificação das cláusulas contratuais que estabeleçam prestações desproporcionais ou sua revisão em razão de fatos supervenientes que as tornem excessivamente onerosas;

VI - a efetiva prevenção e reparação de danos patrimoniais e morais, individuais, coletivos e difusos;

VII - o acesso aos órgãos judiciários e administrativos com vistas à prevenção ou reparação de danos patrimoniais e morais, individuais, coletivos ou difusos, assegurada a proteção jurídica, administrativa e técnica aos necessitados;

VIII - a facilitação da defesa de seus direitos, inclusive com a inversão do ônus da prova, a seu favor, no processo civil, quando, a critério do juiz, for verossímil a alegação ou quando for ele hipossuficiente, segundo as regras ordinárias de experiências;

IX - (Vetado);

X - a adequada e eficaz prestação dos serviços públicos em geral (BRASIL, 1990, p. 13).

Essa lei define de forma clara a responsabilidade nas relações de consumo, evitando abusos na publicidade, contratos, prestação de serviços dentre outros. Com ela podemos exercer a cidadania também como consumidores.

Devemos ter o hábito de poupar, entendendo que poupança é diferente do produto financeiro “caderneta de poupança”. Poupar é a parte da renda familiar separada para ser utilizada no futuro, podendo ser aplicada em diversas formas de investimento, inclusive na caderneta de poupança (BRASIL, 2010). Para conseguir poupar, é necessário que suas despesas sejam inferiores às suas receitas, desta forma teremos uma sobra para o futuro. Com o valor poupado, poderemos realizar os planos que estão fora do contexto mensal que podem estar no âmbito do lazer, do empreendedorismo, da capacitação profissional, dos imprevistos, da aquisição de produtos ou serviços com descontos mais vantajosos, dentre outras possibilidades.

Também devemos ter o hábito de anotar e monitorar todas as receitas e despesas diárias, não importando se são pequenas ou grandes, pois somente agindo desta forma teremos o valor real de nossa situação financeira. As anotações das despesas não precisam ser detalhadas, porém é importante que escrevamos com o que ou onde consumimos (medicamento, farmácia, pão, padaria, carne, açougue,

lanche, lanchonete, combustível, energia elétrica); e o valor pago (BCB, 2013b). Portanto, o registro diário do orçamento doméstico é um hábito que devemos ter, e as anotações podem ser feitas em um computador, smartphone ou em um caderno. Este hábito de atualização permanente do orçamento doméstico é o ponto básico para a execução do planejamento financeiro familiar, pois é a partir dele que iremos gerenciar as nossas receitas e despesas de forma eficiente.

Com relação à atitude, podemos fazer a seguinte pergunta: Quais são as atitudes que devemos ter para que utilizemos a energia elétrica residencial de forma eficiente e assim pagarmos menos na conta de energia elétrica? As respostas podem ser estas: instalar lâmpadas led; deixar os aparelhos na tomada apenas quando necessário; evitar ligar muitos aparelhos em uma mesma tomada; etc...

Com relação ao comportamento, a educação financeira ajuda o consumidor a, por exemplo: pensar antes de comprar, a evitar comprar produtos que não precisa, a não fazer compras pela emoção, a não comprar somente para aproveitar a promoção, a não gastar todo dinheiro extra que ganhar, a pesquisar preços e a pedir desconto. Mas para ter atitude e comportamentos adequados, o cidadão tem que estar atento, vigilante, consciente de cada passo que tem que dar para o uso correto do seu dinheiro.

1.4 NECESSIDADES, DESEJOS, OBJETIVOS E METAS

No momento de fazer escolhas, temos que saber diferenciar necessidade de desejo.

Pode-se definir necessidade como tudo aquilo de que precisamos, independentemente de nossos anseios. São coisas absolutamente indispensáveis para nossa vida. Por sua vez, os desejos podem ser definidos como tudo aquilo que queremos possuir ou usufruir, sendo essas coisas necessárias ou não (BCB, 2013a, p. 16).

Assim, a alimentação é uma necessidade, pois é indispensável para a vida, porém, no momento que esta necessidade é satisfeita com pratos caros, tais como bacalhau, filé ou sushi, esta forma de satisfazer a necessidade pode ser um desejo. É certo que temos que ter em mente que muitas vezes necessidade e desejo são relativos para cada indivíduo. Para um atleta, comprar mensalmente um tênis novo de corrida da melhor qualidade pode ser uma necessidade, enquanto que para um

indivíduo que só faz uma caminhada diária, a troca mensal do tênis seria um excesso, o que caracterizaria um desejo.

Os desejos humanos são praticamente ilimitados, mas os recursos são limitados. Assim se não controlarmos os nossos impulsos em adquirir bens e serviços, poderemos cair na cilada do endividamento, e com isso prejudicaremos o bem-estar pessoal e familiar; por outro lado, todos nós temos os nossos sonhos para conquistar que dependem de dinheiro para torná-los possíveis.

Planejar é traçar caminhos para atingir metas e objetivos, sendo que as metas equivalem a objetivos menores ou específicos. A compra de uma casa, de um carro ou até de uma viagem, precisam de um planejamento financeiro para que o sonho não acabe no pesadelo do endividamento. Com o plano traçado em direção às metas e objetivos, se houver necessidade de realizar cortes nas despesas domésticas, estes serão aceitos com menos questionamentos e, portanto, com mais tranquilidade.

1.5 ORÇAMENTO DOMÉSTICO

O orçamento doméstico é o planejamento financeiro do lar (GARCIA, 2019). Com ele, podemos visualizar as nossas receitas e despesas de um determinado período de uma forma organizada, com o intuito maior do que simplesmente mantermos as contas da família equilibradas, mas também para que as despesas sejam menores que as receitas; e, desse modo, torne-se possível fazer uma reserva para poupar, possibilitando que projetos sejam realizados.

Para começarmos a fazer o orçamento doméstico, temos que primeiramente fazer o levantamento das receitas e despesas de todos os membros da família. Quanto ao período de consolidação dos valores, utilizaremos para este texto, o orçamento mensal e anual que são os mais comumente utilizados, uma vez que as receitas e despesas geralmente ocorrem com base nestes períodos. Para uma maior precisão no levantamento, precisamos anotar diariamente todos os gastos, inclusive aqueles que a princípio parecem ser pequenos. Dessa forma, poderemos observar no final de cada mês ou até quando completar um ano, que a soma é significativa.

Caso seja observado que a soma das despesas ultrapassa as receitas, é o momento de tomar a atitude de cortar gastos, eliminando, conforme as prioridades da família, os valores menos necessários para que não falte o que é mais necessário. O

estilo de vida precisa ser adaptado às receitas, pois se não houver possibilidade de aumentar a renda familiar, gastar mais do que se ganha, provoca endividamento no futuro. A partir do momento em que chegamos a um total de receitas maior que o de despesa, então é o momento que entra o controle dessas despesas, sendo essencial para mantermos uma vida financeira saudável, e a possibilidade de fazer uma reserva mensal para situações emergenciais ou manter uma poupança direcionada à realização de algum desejo.

Como as receitas, na maioria dos casos, ocorrem mensalmente, começaremos elaborando o orçamento de período mensal, e em um segundo momento faremos também o orçamento anual para contemplar as receitas e despesas que não ocorram mensalmente. Não existe um modelo padrão de orçamento doméstico, uma vez que as descrições de entradas e saídas são diferentes de família para família. O que temos em comum é uma tabela contendo uma coluna para a descrição do lançamento e outra para os valores das receitas ou das despesas.

Considerando o orçamento mensal, no espaço reservado para as receitas, colocamos todos os proventos líquidos dos membros da família durante o período. Nesta categoria, além de salários e aposentadorias, podemos ter aluguéis, comissões, restituição do imposto de renda e rendimentos extras daquele período.

Encontramos na literatura as mais variadas formas de classificar as despesas de um orçamento, portanto, categorizar as despesas deve ser uma atividade de sala de aula. Cada família pode definir critérios próprios para esta organização que uma vez definidos, devem nortear todo o orçamento. A categorização das despesas deve ser feita de uma forma que facilite o planejamento, a análise e o controle do orçamento.

Em CONEF (2013), as despesas são classificadas em duas etapas:

A primeira é a periodicidade. Se ela ocorrer de **modo sazonal, esporádica ou não for constante** será classificada como **despesa eventual ou extraordinária**. Caso ocorra **constantemente**, então ela poderá ser **fixa ou variável** a depender da variação ou não de seu valor de um período para outro. A segunda etapa, portanto, é verificar a variação da despesa no tempo. Se a despesa **não costuma sofrer alterações significativas no tempo**, ela será uma **despesa fixa**. Se, ao contrário, ela **puder sofrer variações significativas**, então ela será classificada como **despesa variável** (CONEF, 2013, p. 23, negritos do autor).

Desta forma, podemos considerar como despesas fixas aquelas despesas que repetem a cada período considerado e possuem um valor que pode tolerar pequenas variações. Por sua característica, os valores destas despesas independem da sua utilização ou do seu consumo, ou seja, não dá para economizar com elas; ou você paga e tem a disponibilidade do serviço, ou você não paga e não tem. Em cada período, temos um total que pode variar levemente. Como exemplos temos o aluguel, a parcela de financiamento, condomínio, provedor de internet, academia, plano de saúde e mensalidade escolar.

Consideramos como despesas variáveis aquelas despesas que repetem a cada período considerado, porém, com valores que podem variar bastante. Por sua característica, os valores destas despesas dependem da sua utilização ou do seu consumo, ou seja, se forem consumidas de forma eficiente, podemos fazer economia com elas. Desta forma, o total de tais despesas também pode variar consideravelmente em cada período. Como exemplos temos os produtos do supermercado, energia elétrica, água encanada, passagens de ônibus e combustível.

As despesas eventuais ou extraordinárias não aparecem a cada período do orçamento, pois ocorrem eventualmente. Como exemplo deste tipo de despesa temos conserto de um eletroeletrônico, a compra de presente de aniversário, compra de medicamentos, compra de vestuário e o pagamento de multas, taxas e impostos.

No Quadro 1, apresentamos um modelo de orçamento com a categorização de despesas apresentadas acima. O orçamento abaixo possui espaço para receitas e despesas; e para o lançamento de reserva de emergência e outros investimentos para projeto de maior prazo, tais quais: viagem, compra de veículo ou casa; ou ainda para uma aposentadoria tranquila.

Quadro 1 - Orçamento Doméstico

Orçamento Doméstico						
	Descrição	Valor mês 01	Valor mês 02	Valor mês 03	Valor mês 12
	Receitas					
1	Receitas da família					
2						
R1	Total das receitas					
	Despesas fixas					
1	Com moradia, alimentação, saúde, educação, vestuário, transporte e cuidados pessoais					
2						
D1	Total de despesas fixas					
	Despesas variáveis					
1	Com moradia, alimentação, saúde, educação, vestuário, transporte, cuidados pessoais e impostos.					
2						
D2	Total de despesas variáveis					
	Despesas eventuais					
1						
2						
D3	Total de despesas eventuais					
	Reserva de emergência					
1						
I1	Total investido na reserva de emergência					
S1	Saldo S1 = R1 - D1 - D2 - D3 - I1					
	Outros Investimentos (S1>0)					
1						
I2	Total de outros investimentos					

Fonte: do autor

1.6 RESERVA DE EMERGÊNCIA

Neste período da pandemia do coronavírus, muitas pessoas passam por situações financeiras delicadas por causa da falta de uma reserva de emergência, entendendo que, considera-se reserva de emergência, fundo de emergência,

poupança de emergência ou colchão financeiro, o dinheiro reservado para eventualidades inesperadas, tais quais: perda de emprego, tratamento de saúde, epidemias, pandemias etc.; e como o dinheiro parado vai perdendo, com o tempo, o poder de compra, apresentaremos aqui alguns investimentos onde podemos guardar dinheiro, protegendo, pelo menos, de perdas com a inflação. Sabemos que não é fácil guardar dinheiro, mas não precisamos poupar mensalmente grandes quantias. Poupança pouca, mas com consistência, o juro composto ajudará a fazer o dinheiro crescer e poderá nos proporcionar boas surpresas. Para quem não consegue reservar um dinheiro do salário mensal, uma ideia para ter o que poupar é criar maneiras de fazer renda extra e utilizar este recurso com esta finalidade.

2 INVESTIMENTOS FINANCEIROS DE RENDA FIXA PARA RESERVA DE EMERGÊNCIA

Neste capítulo, pretende-se conhecer os investimentos disponíveis para pessoas físicas que visam minimizar as perdas com a inflação, ou até mesmo ultrapassá-la. Uma das atitudes da pessoa alfabetizada financeiramente é não deixar o dinheiro parado, para não acumular prejuízos financeiros ao longo do tempo. Iniciaremos apresentando alguns conceitos e curiosidades que o investidor deve conhecer para compreender sobre os investimentos. Em seguida descreveremos alguns investimentos de renda fixa objetivando a manutenção de uma reserva de emergência.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS E CURIOSIDADES DOS INVESTIMENTOS

Neste subcapítulo, pretende-se abordar conceitos e curiosidades importantes para o investidor, tais quais: juros, o poder dos juros compostos, taxas de juros, indexadores econômicos (IPCA, SELIC, CDI), liquidez, rendimentos e títulos.

2.1.1 Juros e regime de juros compostos (regime de capitalização composta)

Podemos definir juros (J) como o rendimento obtido após o empréstimo de um capital (C) por um determinado período de tempo. Definimos montante (M) como a soma do capital C com o juro J.

Podemos escrever então que,

$$M = C + J = C + \frac{J}{C} \times C. \quad (2.1)$$

A razão $i = \frac{J}{C}$ é a taxa de juros do período de tempo do empréstimo.

Assim,

$$M = C + i \times C = C \times (1 + i). \quad (2.2)$$

Mantendo-se a taxa de juros i para cada um de n períodos de tempo teremos:

Para $n = 2$ teremos $M_2 = M \times (1 + i) = C \times (1 + i)^2$.

Para $n = 3$ teremos $M_3 = M_2 \times (1 + i) = C \times (1 + i)^3$.

Então ao final dos n períodos teremos

$$M_n = C \times (1 + i)^n. \quad (2.3)$$

Percebemos que após n períodos de tempo, o capital C transformou-se em um montante, dado pela expressão (2.3), onde o capital cresceu a cada período de tempo a uma taxa constante i . Este é o regime de juros compostos, também chamado regime de capitalização composta.

Chamamos capitalização, as incorporações periódicas dos juros ao capital ao longo do tempo. No regime de capitalização composta, o juro é incorporado ao capital no término de cada período e com este novo capital é calculado os juros do próximo período e assim sucessivamente, ou seja, a incidência da taxa de juros é sobre o montante do período anterior. Por ter esta característica, este mecanismo de capitalização é também conhecido como juros sobre juros.

Para exemplificar, o regime de capitalização composta, vamos considerar uma aplicação na caderneta de poupança tomando como base a regra antiga, válida para depósitos até 3 de maio de 2012, que tem rendimento de 0,5% ao mês (ou 6,17% ao ano) mais a variação da TR (Taxa Referencial) que está zerada desde setembro de 2017. Nesta regra, se um cidadão tivesse depositado R\$100,00, depois de um mês o seu rendimento seria de 0,5% de 100, igual a R\$ 0,50 e ficaria com um montante de R\$100,50. Passados dois meses, o seu rendimento seria de 0,5% de 100,5 que é igual a 0,5025 e estaria com um montante de R\$101,0025 e assim sucessivamente.

O principal objetivo da matemática financeira é deslocar valores no tempo, e a fórmula fundamental para este processo é a expressão (2.3), que é a fórmula dos juros compostos. Quando transformamos um capital de uma época em um montante em outra época, através deste processo, chamamos estes valores de equivalentes. Assim, podemos calcular o valor futuro F e o valor presente P , substituindo M_n e C da expressão (2.3), por F e P , respectivamente, resultando nas fórmulas

$$F = P \times (1 + i)^n \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow P = \frac{F}{(1+i)^n}. \quad (2.5)$$

2.1.2 O poder do juro composto no tempo

É importante termos a consciência de que o juro composto traz vantagem quando se referir a um investimento, e desvantagem quando estiver relacionado a

uma dívida, pois esse tipo de juro possui função exponencial, ou seja, cresce cada vez mais rapidamente ao longo do tempo. Vamos exemplificar, respondendo a seguinte pergunta: Qual a taxa de juro mensal que faz com que um valor seja dobrado em um ano?

Se o valor será dobrado em um ano ($n = 12$ meses), então o valor futuro F será o dobro do valor presente P , ou seja, $F = 2P$, então,

$$\begin{aligned} F &= P \times (1 + i)^n \Rightarrow 2P = P \times (1 + i)^{12} \\ \Rightarrow 2 &= (1 + i)^{12} \\ \Rightarrow \sqrt[12]{2} &= \sqrt[12]{(1 + i)^{12}} = \\ \Rightarrow \sqrt[12]{2} &= 1 + i \\ \Rightarrow i &= \sqrt[12]{2} - 1 = 1,0594 - 1 = 0,0594 . \end{aligned}$$

Logo, um valor investido ou uma dívida submetida a uma taxa $i = 0,0594 = 5,94\%$ a.m. durante 12 meses, dobrará o seu valor durante este período. Este mesmo cálculo pode ser feito através da Calculadora do Cidadão, disponível no endereço eletrônico do banco central⁹ (BCB, 2019a). Informamos três valores (números de meses, capital atual e valor obtido no final) e pressionamos o botão Calcular para obtermos o quarto valor (taxa de juros mensal). A Figura 1 mostra a tela da Calculadora do Cidadão para o cálculo da taxa de juros.

Figura 1 - Calculadora do Cidadão¹⁰

Valor futuro de um capital

Simule o valor futuro de um capital

Número de meses	<input type="text" value="12"/>
Taxa de juros mensal	<input type="text" value="5,946307"/> %
Capital atual (depósito realizado no início do mês)	<input type="text" value="1.000,00"/>
Valor obtido ao final	<input type="text" value="2.000,00"/>

[Metodologia](#)

Fonte: Valores digitados pelo autor

⁹ Disponível em www.bcb.gov.br – Acesso à informação – Cidadania Financeira – Calculadora do Cidadão.

¹⁰ Idem.

A princípio pode parecer que a taxa de juro composto de 5,94% a.m., é pequena, porém os chamados juros sobre juros, fazem com que ao final de 12 meses um capital seja dobrado. Por isso devemos estar atentos a este poder dos juros compostos.

2.1.3 Taxa de juros equivalente

Para convertermos a unidade da taxa de juros compostos, recorreremos à fórmula das taxas equivalentes. No regime de juros compostos, se em um período de tempo, um capital C , submetido a uma taxa de juros I , transforma-se em um montante M , e se em n períodos de tempo o mesmo capital C , submetido a uma taxa de juros i , transforma-se no mesmo montante M , dizemos então que I e i são taxas equivalentes. Assim,

$$\text{para 1 período de tempo temos que } M = C(1 + I) \quad (1)$$

$$\text{para } n \text{ períodos de tempo temos que } M = C(1 + i)^n \quad (2)$$

$$\text{dividindo 1 por 2 temos } \frac{(1+I)}{(1+i)^n} = 1$$

Daí obtemos a fórmula das taxas equivalentes

$$(1 + I) = (1 + i)^n, \quad (2.6)$$

onde I é a taxa de juros de um período de tempo e i é a taxa de juros equivalente, para n períodos de tempo. Portanto iremos utilizar com alguma frequência a conversão de taxas entre as unidades ano, mês e dia, considerando que para o mercado financeiro, um mês tem 21 dias úteis e um ano tem 252 dias úteis.

Assim, para o mercado financeiro, valem as equivalências:

$$1 + TaxaDiaUtil = (1 + TaxaAnual)^{\frac{1}{252}} \Rightarrow TaxaDiaUtil = (1 + TaxaAnual)^{\frac{1}{252}} - 1$$

$$1 + TaxaAnual = (1 + TaxaDiaUtil)^{252} \Rightarrow TaxaAnual = (1 + TaxaDiaUtil)^{252} - 1$$

$$1 + TaxaDiaUtil = (1 + TaxaMensal)^{\frac{1}{21}} \Rightarrow TaxaDiaUtil = (1 + TaxaMensal)^{\frac{1}{21}} - 1$$

$$1 + TaxaMensal = (1 + TaxaDiaUtil)^{21} \Rightarrow TaxaMensal = (1 + TaxaDiaUtil)^{21} - 1$$

$$1 + TaxaMensal = (1 + TaxaAnual)^{\frac{1}{12}} \Rightarrow TaxaMensal = (1 + TaxaAnual)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$1 + TaxaAnual = (1 + TaxaMensal)^{12} \Rightarrow TaxaAnual = (1 + TaxaMensal)^{12} - 1$$

2.1.4 Taxa nominal, efetiva e real de juros

Taxa nominal de juros é a taxa que o banco ou corretora toma como base para calcular a remuneração, ou seja, juro nominal, dos seus títulos de renda fixa em determinado período de tempo. Porém, segundo Securato (2015), os juros são capitalizados com o período de tempo diferente da unidade de tempo informada na taxa nominal. Assim, se tivermos uma taxa nominal anual com capitalização mensal, por exemplo, precisamos ter uma atenção especial, no momento de efetuar o cálculo do juro de uma aplicação.

Consideremos uma aplicação de R\$1.000,00, capitalizada mensalmente, com uma taxa de juro composto de 6% ao ano. Para encontrarmos o montante deste investimento no período de um ano, não podemos aplicar estes valores da taxa e tempo diretamente na fórmula, mesmo eles estando na mesma unidade. Neste caso, como a capitalização é mensal, devemos dividir a taxa anual por 12 e obter a taxa denominada de taxa efetiva mensal de 0,5%a.m. Daí, podemos substituir esta taxa efetiva mensal na fórmula e calcular o montante:

$$M = C \times (1 + i)^n$$

$$M = 1000 \times (1 + 0,005)^{12}$$

$$M \simeq 1.061,67.$$

Podemos obter também a taxa efetiva anual da aplicação:

$$TaxaAnual = (1 + TaxaMensal)^{12} - 1$$

$$TaxaAnual = (1 + 0,005)^{12} - 1$$

$$TaxaAnual \simeq 6,16\%.$$

Sendo assim, a taxa de juro nominal de 6% ao ano, com capitalização mensal, corresponde a uma taxa efetiva anual de 6,16% aproximadamente.

Além disso, o investidor atento, deve saber que durante o tempo que o seu dinheiro está investido, ele sofre desvalorização pela inflação; e para conhecermos o quanto um investimento rendeu além da inflação, ou seja, juro real, no mesmo período de tempo, temos a taxa real de juros.

Vamos encontrar a relação entre a taxa nominal de juros i e a taxa real de juros r . Para isso, consideremos que em um certo período de tempo, um capital C , submetido a uma taxa de juros nominal i , transforma-se em um montante M , ou seja, $M = C(1 + i)$. Consideremos que neste mesmo período, a taxa de inflação foi f .

Dizer que a taxa real de juros é dada pela taxa nominal, sem a inflação, é a mesma coisa que dizer que a taxa nominal de juros é dada taxa real acrescida da inflação. Então, podemos escrever que $M = C(1 + i) = C(1 + r)(1 + f)$. Assim, temos que:

$$\begin{aligned} C(1 + i) &= C(1 + r)(1 + f) \\ \Rightarrow (1 + i) &= (1 + r)(1 + f) \\ \Rightarrow (1 + r) &= \frac{(1 + i)}{(1 + f)} \\ \Rightarrow r &= \frac{(1 + i)}{(1 + f)} - 1. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Assim chegamos na fórmula da taxa real de juros r que depende da taxa nominal e da taxa inflacionária do período.

2.1.5 Amortização de dívidas

É muito comum as pessoas contraírem dívidas para diversas finalidades. Como exemplo disso temos a aquisição da casa própria, de um automóvel, de um aparelho eletrônico, ou até mesmo para quitar outras dívidas que possuem taxas de juros mais elevadas.

De acordo com Souza e Garcia (2016), amortização

é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros. Cada pagamento (ou prestação) realizado corresponde ao juro e parte do capital (valor da dívida), sendo o juro calculado sobre o saldo devedor (p.31, grifo do autor).

Uma dívida só será considerada quitada quando a soma dos valores de amortização for igual ao valor da dívida. Para este estudo de amortização, vamos considerar a seguinte convenção:

D: Valor da dívida

n: Número de prestações

i: Taxa de juros efetiva

D_t : Valor da dívida em cada período

J_t : Valor dos juros em cada período

A_t : Valor da amortização em cada período

P_t : Valor da prestação em cada período

t: Número do período

Com objetivo de facilitar a visualização do comportamento da dívida ao longo do tempo, recorreremos a uma tabela de amortização onde as colunas contêm os períodos e os valores de amortização, juros, prestação e da dívida.

2.1.5.1 Sistema de Amortização Constante (SAC)

O sistema de amortização constante é aquele onde o pagamento da dívida é feito com o valor de amortização de cada período constante (SECURATO, 2015).

O cálculo do valor da amortização A_t , constante para todos os períodos, é realizado através da expressão

$$A_t = \frac{D}{n}. \quad (2.8)$$

O valor dos juros J_t de cada período é calculado com base no valor da dívida remanescente e da taxa de juros, podendo ser escrita por

$$J_t = D_{(t-1)} \times i. \quad (2.9)$$

O valor da prestação P_t em cada período é a soma do valor amortizado com o valor dos juros e pode ser representado pela expressão

$$P_t = A_t + J_t. \quad (2.10)$$

O valor da dívida em cada período pode ser encontrado pelo produto da amortização com a diferença entre o número de prestações e o número do período, assim,

$$D_t = (n - t) \times A_t . \quad (2.11)$$

O Quadro 2 mostra uma dívida de R\$500,00 sendo amortizada em cinco prestações com utilização do sistema de amortização constante, a uma taxa de juros de 5% ao mês.

Quadro 2 - Tabela com amortização pelo SAC

t	Valor da amortização (At)	Valor dos juros (Jt)	Valor da prestação (Pt)	Valor da dívida (Dt)
0				500,00
1	100,00	25,00	125,00	400,00
2	100,00	20,00	120,00	300,00
3	100,00	15,00	115,00	200,00
4	100,00	10,00	110,00	100,00
5	100,00	5,00	105,00	0,00
Totais	500,00	75,00	575,00	

Fonte: Autor

2.1.5.2 Sistema Francês de Amortização (SFA ou Tabela Price)

O sistema francês de amortização é aquele onde o pagamento da dívida é feito com prestações constantes a cada período (SECURATO, 2015). É muito popular no comércio.

O cálculo do valor da prestação P_t , constante para todos os períodos, depende do número de prestações e dos valores da dívida, e da taxa de juros. A expressão da dívida é

$$P_t = D \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} . \quad (2.12)$$

O valor dos juros J_t de cada período é calculado com base no valor da dívida remanescente e da taxa de juros, podendo ser escrita por

$$J_t = D_{(t-1)} \times i . \quad (2.13)$$

O valor da amortização A_t em cada período é a soma do valor da prestação com o valor dos juros e pode ser representado pela expressão

$$A_t = P_t + J_t . \quad (2.14)$$

O valor da dívida em cada período pode ser encontrado pela diferença entre a dívida remanescente e a amortização do período, assim,

$$D_t = D_{(t-1)} - A_t. \quad (2.15)$$

No Quadro 3 temos a amortização da mesma dívida de R\$500,00, no mesmo prazo de cinco meses, com a mesma taxa de juros de 5% ao mês, mas agora sendo amortizada no sistema francês.

Quadro 3 - Tabela com amortização pelo SFA

t	Valor da prestação (Pt)	Valor dos juros (Jt)	Valor da amortização (At)	Valor da dívida (Dt)
0				500,00
1	115,49	25,00	90,49	409,51
2	115,49	20,48	95,01	314,50
3	115,49	15,73	99,76	214,74
4	115,49	10,74	104,75	109,99
5	115,49	5,50	109,99	0,00
Totais	577,44	77,44	500,00	

Fonte: Autor

Verificamos então que no SAC, o valor total de juros foi de R\$75,00 e no SFA, os juros somaram R\$77,44. Logo, no sistema de amortização SAC os juros pagos são menores, sendo por isso, mais vantajoso para o devedor. Entretanto, como foi dito anteriormente, o sistema de amortização não é uma escolha do devedor, pois depende de onde a dívida está localizada; para o financiamento da casa própria, é utilizado o SAC e o comércio utiliza o SFA.

2.1.6 Taxas SELIC, CDI e IPCA

A taxa de Juro do Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC) conhecida como taxa Selic Over e divulgada com unidade anual, “é a taxa média das operações de financiamento de um dia (compromissadas¹¹), lastreadas em títulos públicos federais, realizadas no Selic, ponderadas pelo volume das operações” (CALADO *et al.*, 2020, p. 5). Portanto, a taxa Selic Over ou taxa Selic Diária é uma taxa calculada no final de todos os dias úteis, durante a noite, a partir das operações

¹¹ “Operações compromissadas significam a venda de títulos públicos pelo Banco Central, com o compromisso de recompra numa data futura. O Banco Central realiza essas operações, com o objetivo de influenciar a taxa de juros do mercado” (TESOURO DIRETO, 2019a, p. 24).

de mercado, das negociações interbancárias. Como exemplo, a Selic Over de 03/06/2020 foi calculada na noite de 02/06/2020.

Além da taxa Selic Over, temos a taxa Selic Meta, também apresentada com unidade anual e conhecida como taxa básica de juros da economia brasileira, sendo definida a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária (Copom), que é composto pelo presidente e diretoria do Banco Central. A referida taxa tem como finalidade, ser uma taxa meta para a inflação anual do país, servindo como um mecanismo de controle da inflação. O órgão responsável por procurar fazer a inflação ficar dentro desta meta é o Banco Central do Brasil. A taxa Selic Meta é utilizada para embasar todas as outras taxas de juros do mercado (BCB, 2019d). Na prática, a taxa Selic Meta é levemente maior que a taxa Selic Over (NIGRO, 2018).

A taxa do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) é utilizada nas operações de empréstimos (diários) entre os bancos, e como base para remunerar os clientes que adquirem alguns de seus títulos, como é o caso do certificado de depósito bancário CDB. O valor da taxa CDI costuma ser muito próximo do valor da taxa SELIC, sendo geralmente muito menor.

O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é medido mensalmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para verificar a variação dos preços de bens e serviços no comércio para o consumidor final. O IPCA considera os gastos de famílias com ganho mensal de 1 a 40 salários mínimos que residem em áreas urbanas. Através do IPCA, o governo avalia se conseguiu obter sucesso na sua política monetária, ao definir a taxa meta para a inflação anual do país, com o objetivo de regular a inflação. O IPCA, além de ser o índice oficial da inflação do Brasil, influencia na rentabilidade de alguns dos títulos do tesouro direto (CALADO *et al.*, 2020).

2.1.7 Liquidez e Rendimento de um investimento

Liquidez, segundo Moreira (2020) é a facilidade de termos acesso ao dinheiro de um investimento. A liquidez pode ser diária ou vinculada a uma determinada data; em outras palavras, dizer que um investimento tem liquidez diária é o mesmo que afirmar que o investidor pode sacar o seu valor investido a qualquer dia; caso contrário, o investidor só terá acesso ao seu dinheiro em uma data acertada. O rendimento é o juro do investimento. É importante observar o seguinte: o fato de um

determinado investimento ter liquidez diária, não significa que o mesmo possui rendimento diário. Temos como exemplo a caderneta de poupança, que abordaremos a seguir. Sua liquidez é diária, porém os rendimentos ocorrem apenas nas datas de aniversários mensais.

2.1.8 Títulos

Segundo o dicionário on-line Michaelis¹², o significado da palavra Título para a economia é de “Papel ou certificado, nominal ou ao portador, como apólices, ações, nota promissória etc., que pode ser resgatado” (MICHAELIS, 2020, online). Existem os títulos públicos, emitidos pelo tesouro nacional, e os títulos privados, emitidos por instituições financeiras ou empresas. É importante ressaltar que algumas instituições financeiras não emitem títulos, mas apenas intermediam as negociações, como é o caso da corretora de valores que atua principalmente na bolsa de valores, mas também negocia títulos de renda fixa.

2.2 INVESTIMENTOS DE RENDA FIXA.

Existem, basicamente, dois tipos de investimentos financeiros: os investimentos de renda fixa e os investimentos de renda variável, onde temos que nos investimentos de renda fixa, o investidor empresta dinheiro por um período para o governo, banco, corretora ou empresa, e ao final do período recebe de volta o valor emprestado acrescido de juros, ou seja, neste tipo de aplicação o rendimento ocorre em um período determinado; por sua vez, no investimento de renda variável, o investidor, por meio da bolsa de valores, compra ações, que são partes das empresas, tornando-se sócio delas, esperando com isso receber partes dos lucros destas, denominados de dividendos.

Vamos nos ater aqui aos investimentos de renda fixa com a finalidade de constituir uma reserva de emergência.

No Caderno de Educação Financeira (BCB, 2013a) temos a seguinte definição:

Renda fixa: são investimentos que pagam, em períodos definidos, a remuneração correspondente à determinada taxa de juros. Essa taxa pode ser estipulada no momento da aplicação (prefixada) ou calculada no momento do resgate (pós-fixada), com base na variação de um indexador

¹² Disponível em <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/titulo>.

previamente definido acrescido ou não de uma taxa de juros (p.46, grifos do autor).

Assim, resumidamente, as características comuns aos investimentos de renda fixa são que estes possuem uma data de vencimento e uma taxa de juros. As taxas de juros aplicadas neste tipo de investimento podem ser escolhidas em duas modalidades: prefixadas ou pós-fixadas.

A taxa de juros é prefixada quando definida no ato da negociação do título, ou seja, o valor exato dos juros, que será pago na data de vencimento, é conhecido previamente (Exemplo: 8,10% ao ano); e a taxa de juros é pós-fixada quando no ato da negociação do título, for definida por um indexador da economia, adicionada ou não a uma taxa de juros prefixada (Exemplo: IPCA + 3,86% ao ano). Neste caso, não é conhecido previamente, o valor dos juros que será pago na data de vencimento do título (TESOURO DIRETO, 2019a).

Os investimentos de renda fixa podem ser feitos através dos títulos públicos ou títulos privados, conforme veremos a seguir.

2.3 TÍTULO DA DÍVIDA PÚBLICA

Título da dívida pública, de acordo com o Tesouro Direto (2019a, p. 13), “é um instrumento pelo qual o governo toma um empréstimo do investidor (sociedade) e paga no futuro (no vencimento do título), o valor emprestado acrescido de juros”. Desta forma é importante destacar que todos os títulos públicos são de renda fixa, pois o governo não pode vender parte do país como fazem as empresas quando emitem títulos de renda variável, chamadas de ações.

Uma forma que o governo federal tem para obter recursos para os investimentos que o país necessita é emitir títulos da dívida pública, ou simplesmente, títulos públicos de renda fixa. Adquirindo estes títulos, a sociedade empresta dinheiro para o governo. Como forma de compensar o empréstimo recebido, o governo paga juros em prazos estabelecidos no título.

Neste trabalho não estamos interessados nos títulos públicos destinados aos investimentos de pessoas jurídicas, e sim de pessoas físicas; e para estes investidores individuais o governo federal disponibiliza uma plataforma denominada de tesouro direto.

2.4 TÍTULOS DO TESOURO DIRETO

O tesouro direto é um programa concebido em 07 de janeiro de 2002 pela secretaria do tesouro nacional, juntamente com a BM&FBovespa, conhecida como B3. Através deste programa qualquer cidadão que possua CPF, pode adquirir títulos públicos disponibilizados diretamente pelo tesouro nacional, o que antes da criação do mesmo, era acessível somente através de instituições financeiras que cobravam altas taxas. O referido programa surgiu como uma outra alternativa para o pequeno investidor e também para estimulá-lo no investimento de médio e longo prazo, que possuem maiores remunerações (TESOURO DIRETO, 2019a).

No *site*¹³ do Tesouro Direto (2020), podemos acessar informações atualizadas sobre os títulos públicos de renda fixa, prefixados e pós-fixados, que o governo disponibiliza para os investidores individuais. É importante destacar que para adquirir o título do tesouro direto é necessário que o indivíduo possua uma conta em uma instituição conveniada com o programa, como por exemplo bancos e corretoras. A compra e venda dos títulos é feita por meio de um agente de custódia, banco ou corretora, mas é importante saber que os títulos são guardados na B3, o que permite que possamos fazer a transferência de custódia conforme a nossa conveniência, em outras palavras: podemos fazer a portabilidade do agente de custódia.

Todos os títulos do tesouro direto são títulos do tesouro nacional e possuem estes descontos: IR, IOF, taxa de custódia da B3 e taxa da instituição financeira. O desconto de imposto de renda IR é feito de forma regressiva (ver Quadro 4) sobre o rendimento bruto do investimento, ou seja, sem nenhum tipo de desconto, nem de taxas, nem de impostos; o desconto de IOF também é feito de forma regressiva (ver Quadro 5) sobre o rendimento bruto do investimento, sendo que este desconto só ocorre para resgates com até 29 dias corridos do início da aplicação; por sua vez, o desconto da taxa de custódia da B3 é de 0,25%a.a. sobre o total aplicado; a taxa da instituição financeira, não será considerada aqui, uma vez que em muitas instituições, ela não é cobrada.

¹³ Disponível em <https://www.tesourodireto.com.br>.

Quadro 4 - Tabela regressiva do IR

Tempo de investimento	Alíquota
Até 180 dias	22,5%
De 181 a 360 dias	20,0%
De 361 a 720 dias	17,5%
Após 720 dias	15,0%

Fonte: Elaborado com dados da Lei 11.033 (BRASIL, 2004)

Quadro 5 - Tabela regressiva do IOF

Prazo	Alíquota	Prazo	Alíquota	Prazo	Alíquota
1	96%	11	63%	21	30%
2	93%	12	60%	22	26%
3	90%	13	56%	23	23%
4	86%	14	53%	24	20%
5	83%	15	50%	25	16%
6	80%	16	46%	26	13%
7	76%	17	43%	27	10%
8	73%	18	40%	28	6%
9	70%	19	36%	29	3%
10	66%	20	33%	30	0%

Fonte: Elaborado com dados do Decreto Nº 6.306 (BRASIL, 2007)

No *site*¹⁴ do Tesouro Direto (2020), encontramos os títulos em oferta, como mostra a Figura 2. É informado para cada título, a taxa de juros, o valor do investimento mínimo, o preço unitário (PU) e a data de vencimento.

O investidor não precisa comprar um título inteiro, pois como visto na Figura 2, existe um valor mínimo na compra do título, e este valor mínimo tem que satisfazer duas condições: mínimo de R\$30,00 e ser fatias de 1% do preço unitário (PU). Podemos tomar como exemplo o Tesouro Prefixado 2023, de preço unitário (PU) R\$890,40 que tem como investimento mínimo, 4% de R\$890,40 igual a R\$35,61, que é o menor valor que atende as duas condições.

Podemos perceber na Figura 2 que existem três modalidades de títulos: Tesouro Prefixado, Tesouro Selic e Tesouro IPCA. Nos títulos do Tesouro Prefixado, sabemos de antemão quanto será a remuneração na data de vencimento; e com relação aos títulos Tesouro Selic e Tesouro IPCA, só saberemos a remuneração na data do vencimento. Esta Figura 2, lista os títulos disponíveis em 23 de maio de 2020.

¹⁴ Disponível em <https://www.tesourodireto.com.br> – Títulos – Preços e taxas.

Figura 2 - Títulos do Tesouro Direto

Título	Rentabilidade anual	Investimento mínimo	Preço Unitário	Vencimento
TESOURO PREFIXADO 2023	4,56%	R\$ 35,61	R\$ 890,40	01/01/2023
TESOURO PREFIXADO 2026	6,94%	R\$ 34,33	R\$ 686,62	01/01/2026
TESOURO PREFIXADO com juros semestrais 2031	7,57%	R\$ 36,27	R\$ 1.209,00	01/01/2031
TESOURO SELIC 2025	SELIC + 0,03%	R\$ 106,09	R\$ 10.609,63	01/03/2025
TESOURO IPCA ⁺ 2026	IPCA + 3,08%	R\$ 54,62	R\$ 2.731,31	15/08/2026
TESOURO IPCA ⁺ 2035	IPCA + 4,31%	R\$ 35,14	R\$ 1.757,05	15/05/2035
TESOURO IPCA ⁺ 2045	IPCA + 4,31%	R\$ 34,60	R\$ 1.153,54	15/05/2045
TESOURO IPCA ⁺ com juros semestrais 2030	IPCA + 3,72%	R\$ 39,76	R\$ 3.976,04	15/08/2030
TESOURO IPCA ⁺ com juros semestrais 2040	IPCA + 4,21%	R\$ 41,39	R\$ 4.139,06	15/08/2040
TESOURO IPCA ⁺ com juros semestrais 2055	IPCA + 4,38%	R\$ 42,46	R\$ 4.246,39	15/05/2055

Fonte: Site¹⁵ do Tesouro Direto (2020)

No texto abaixo, detalharemos o título Tesouro Selic, por ser, das três modalidades, a mais recomendada para atender o nosso objetivo, que é a reserva de emergência.

2.5 TESOURO SELIC

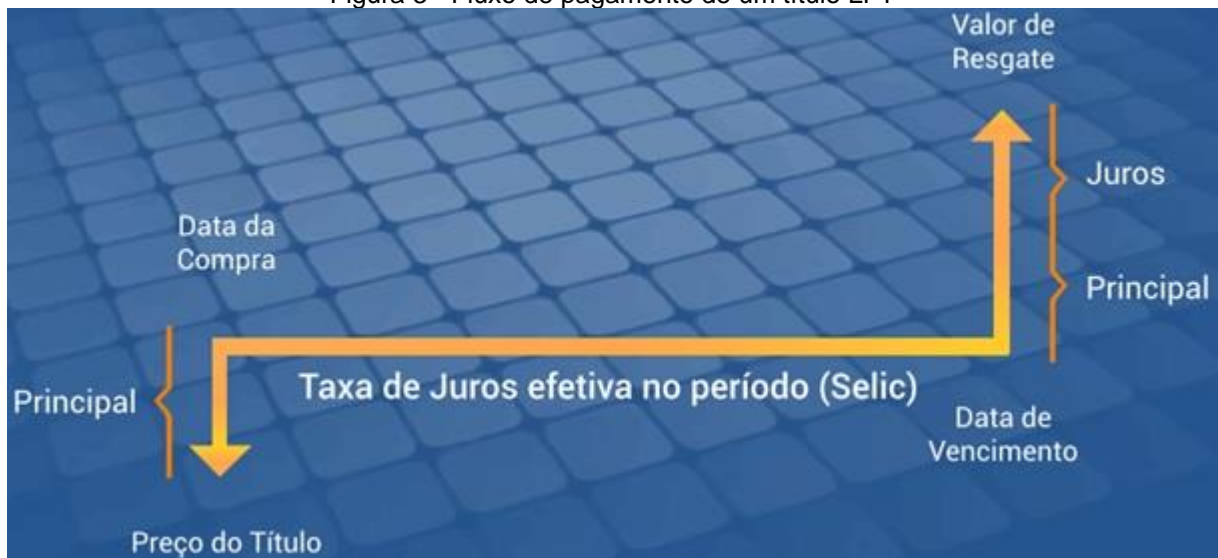
O Tesouro Selic ou Letra Financeira do Tesouro (LFT), é o título (pós-fixado) do tesouro direto mais apropriado para quem deseja formar uma reserva de emergência, pois quando temos este objetivo, não sabemos o momento em que precisaremos resgatar o dinheiro, e a regra deste título não permite que, caso necessitemos de um resgate antecipado (venda antecipada), o valor disponível para o resgate seja menor do que o valor aplicado inicialmente, pois o seu valor de mercado é de baixa volatilidade, ou seja, apresenta pouca variação; e no que diz respeito ao tesouro prefixado e o tesouro IPCA, se vendermos antes do vencimento, correremos

¹⁵ Disponível em <https://www.tesourodireto.com.br> – Títulos – Preços e taxas.

o risco de perder dinheiro. Porém tem como desvantagem, uma tendência de render menos que outros títulos do tesouro.

O título LFT tem rendimento diário com base na variação da taxa Selic entre a data da sua compra e a data do seu vencimento. Para exemplificar, vamos considerar uma situação hipotética em que a taxa Selic permaneça constante e igual a 8% durante todo o período de um ano, e que no início deste ano, um título LFT seja comprado por R\$1.000,00. Então, no final deste ano, o título receberá juros de R\$80,00 e valerá R\$1.080,00. A Figura 3 representa um fluxo de pagamento de um título LFT, com um preço (principal) na data da compra, a taxa de juros efetiva no período (Selic) e com o valor de resgate (principal mais juros), na data de vencimento.

Figura 3 - Fluxo de pagamento de um título LFT



Fonte: Tesouro Direto (2019a)

Como já sabemos, a taxa Selic é uma taxa anual flutuante, que pode sofrer atualização diariamente; assim, na prática, não temos como saber o valor de resgate na data de vencimento de um título LFT; por outro lado, o título LFT tem rendimento diário e liquidez diária.

Então como é calculado o preço unitário do título LFT em uma data determinada? Neste caso, o investidor não precisa saber calcular o valor antes de fazer uma aplicação. Os sistemas dos bancos e corretoras habilitadas, estão integrados com o sistema do tesouro direto e fazem todos os cálculos do investimento.

O preço unitário PU atualizado do título LFT também está disponível para consulta no endereço eletrônico do tesouro direto¹⁶.

No mesmo dia, podemos ter um PU de compra diferente do PU de venda. As informações da Figura 4, são relacionadas à operação de compra do título LFT em 22 de maio de 2020. Vemos que neste dia o PU era de R\$ 10.609,63. Como dissemos em linhas atrás, podemos adquirir fatias de 1% do PU, observando que o investimento mínimo precisa ser a partir de R\$30,00. Assim, o investimento mínimo do título em questão é de 1% de R\$ 10.609,63 que é igual a R\$ 106,09.

Figura 4 - Preço unitário do tesouro Selic em 22 de maio de 2020

Título	Rentabilidade anual	Investimento mínimo	Preço Unitário	Vencimento
TESOURO SELIC 2025	SELIC + 0,03%	R\$ 106,09	R\$ 10.609,63	01/03/2025

Fonte: Site¹⁷ do Tesouro Direto (2020)

Apesar de não precisarmos fazer os cálculos para obtermos o preço do título, o conhecimento do cálculo nos passará mais segurança, pois assim, saberemos interpretar a nossa rentabilidade, o que está por traz daquele valor e estimar o que poderá acontecer com o nosso dinheiro ao longo do tempo. Então, passaremos agora a entender o cálculo do preço unitário PU do título LFT que é obtido pela fórmula

$$PU = VNA_{Projetado} \times Cotação (\%), \quad (2.16)$$

onde

$$VNA_{Projetado} = VNA \times (1 + i_{SelicMeta})^{1/252} \quad (2.17)$$

e a

$$Cotação = \frac{100}{(1+TaxaContratada)^{DU/252}} (\%). \quad (2.18)$$

Percebemos que para calcularmos o PU, precisamos primeiramente do último Valor Nominal Atualizado (VNA) e da taxa Selic para calcularmos o VNA_{projetado}. Em seguida, necessitamos da taxa contratada e do número de dias úteis (DU) até o

¹⁶ Disponível em <https://www.tesourodireto.com.br> - Títulos – Preços e taxas.

¹⁷ Idem.

vencimento do título, para calcularmos a Cotação. Com o $VNA_{\text{projetado}}$ e a Cotação, podemos calcular o preço unitário (PU) da LFT em um determinado momento (TESOURO DIRETO, 2019b).

Nas linhas abaixo, vamos esclarecer o significado de cada uma destas variáveis e como podemos obtê-las:

A primeira variável é o de Valor Nominal Atualizado (VNA). Este conceito é importante porque o valor do título LFT é atualizado diariamente. A data que iniciou esta atualização foi em 01/07/2000, dia em que o Tesouro Nacional definiu que o Valor Nominal Atualizado (VNA) de um título LFT seria de R\$1.000,00. A partir dessa data, este valor vem sendo corrigido diariamente, nos dias úteis, com base na taxa Selic diária, equivalente da taxa Selic Over (i) anualizada. Assim, o VNA é o valor de R\$1.000,00 atualizado diariamente, nos dias úteis, pela taxa Selic, desde a data base (01/07/2000).

Assim, por exemplo, para chegarmos ao VNA em um dia D, temos que fazer as correções diárias da VNA, desde 01/07/2000, como mostra a expressão abaixo.

$$VNA_D = 1.000 \times (1 + i_{03/07/2000})^{1/252} \times (1 + i_{04/07/2000})^{1/252} \times \dots \\ \times (1 + i_{D-1})^{1/252} \times (1 + i_D)^{1/252}$$

Ou seja, para calcularmos o valor nominal atualizado (VNA) do título LFT em uma determinada data D, precisamos dos valores da taxa Selic desde 03 de julho de 2000 até a data D. O expoente 1/252 é utilizado para transformar a taxa Selic anual em uma taxa diária, uma vez que o mercado financeiro considera que um ano tem 252 dias úteis.

O fator $(1 + i_{03/07/2000})^{1/252} \times (1 + i_{04/07/2000})^{1/252} \times \dots \times (1 + i_{D-1})^{1/252} \times (1 + i_D)^{1/252}$ é chamado de fator acumulado (fac) do período de 03/07/2000 até o dia D. Assim, podemos reescrever a fórmula do VNA utilizando o fator fac, da seguinte forma:

$$VNA_D = 1.000 \times \text{fac}$$

Podemos obter o fac do dia da compra ou venda no endereço eletrônico do BCB¹⁸ (2019c). A Figura 5, mostra a tela com o fator acumulado no período de 03/07/2000 a 02/06/2020.

Figura 5 - Selic Fator Acumulado da Selic no Período

The screenshot shows a web interface for calculating the Selic accumulated factor. On the left, there is a section titled 'Período(*)' with two input fields: 'Data inicial' (01/07/2000) and 'Data final' (02/06/2020). Below these is a note: '(*) Inclui a taxa referente à data inicial e exclui a final'. On the right, there is a search bar with the text 'Buscar' and a magnifying glass icon. Below the search bar is a table with two columns: 'Período' and 'Fator acumulado'. The table contains one row with the values '03/07/2000 a 02/06/2020' and '10,63423795329887'.

Período	Fator acumulado
03/07/2000 a 02/06/2020	10,63423795329887

Fonte: Site¹⁹ BCB (2019c)

Já foi dito que a taxa Selic Meta é uma taxa definida pelo Copom e a taxa Selic Over é uma taxa calculada a partir das operações de mercado, nas negociações interbancárias, sendo apresentada diariamente, no próximo dia útil. Porém, um título comprado ou vendido em uma data D, através de um banco ou corretora, somente terá a sua liquidação financeira na plataforma do tesouro direto, no primeiro dia útil após a referida data (D+1), ou seja, a negociação de uma compra ou venda é concluída pelo tesouro sempre nesse dia (D+1). Por este motivo, o preço unitário PU de um título LFT, é calculado a partir de um valor chamado de VNA projetado, que representará o VNA do dia útil seguinte. E como a taxa Selic Over do dia útil seguinte, não é conhecida, a taxa utilizada para a data da liquidação (D+1) é a taxa Selic Meta. Após estas considerações, chegamos à fórmula (2.17) do VNA projetado:

$$VNA_{projetado} = VNA \times (1 + i_{SelicMeta})^{1/252} .$$

Para realizarmos este cálculo do VNA projetado, acrescentamos ao VNA do dia da compra ou venda, a taxa equivalente a um dia da taxa Selic Meta. O expoente 1/252 transforma a taxa Selic meta anual em uma taxa diária. Assim, o VNA Projetado é o Valor Nominal Atualizado (VNA) até a data de liquidação.

¹⁸ Disponível em www.bcb.gov.br - Estabilidade financeira - Sistema de Pagamentos Brasileiro (SPB) - Infraestruturas do mercado financeiro - Sistema Especial de Liquidação e de Custódia - Selic - Fatores acumulados.

¹⁹ Disponível em <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/selicfatoresacumulados>.

Podemos encontrar o valor do VNA do dia da compra ou venda, diretamente no endereço eletrônico da ANBIMA²⁰ (2020). Veja a tela na Figura 6.

Figura 6 - Valor VNA

Escolha o tipo de visualização
 Em Tela | Download

Entre com a data da consulta (ddmmaaaa)

LFT

29/05/2020	
VNA	Taxa SELIC (D-1)
10.631,825455	2,90

Fonte: Site²¹ da ANBIMA (2020)

Dependendo da maior ou menor procura do título LFT no mercado, ele pode ser negociado com ágio ou deságio sobre o VNA. Assim na venda do título, a instituição financeira informa uma taxa contratada. Essa taxa é dita com ágio se for negativa e com deságio se for positiva.

Para o cálculo da cotação, além da taxa contratada, precisamos do número de dias úteis entre a data da liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive). O site²² Clube dos Poupadores (2020) possui vários simuladores, dentre eles, existe uma calculadora de dias úteis que recorre à base de dados da ANBIMA que armazena os feriados nacionais do período de 2001 a 2078.

De posse da taxa contratada e do número de dias úteis DU, podemos calcular a cotação utilizando a fórmula (2.18), onde

$$\text{Cotação} = \frac{100}{(1 + \text{Taxa Contratada})^{DU/252}}$$

Pronto, de posse do VNA_{projetado} e da Cotação(%) podemos calcular o preço do título do Tesouro Selic com a fórmula (2.16)

²⁰ Disponível em www.anbima.com.br - Informar dados e estatísticas – Preços e índices – Preços - Valor Nominal Atualizado.

²¹ Idem.

²² Disponível em <https://clubedospoupadores.com>.

$$PU = VNA_{projetado} \times Cotação (\%) .$$

2.6 CONTA POUPANÇA OU CADERNETA DE POUPANÇA

Uma pesquisa do CNDL/SPC Brasil de 24 de março de 2020, aponta que a caderneta de poupança é o investimento mais utilizado pelos cidadãos brasileiros (SPC BRASIL, 2020). Os seus rendimentos ocorrem em períodos mensais, onde o dia do depósito recebe o nome de dia de aniversário da poupança, e é neste dia que mensalmente o rendimento é creditado.

Dentre as vantagens²³ oferecidas pela caderneta de poupança, temos estas: o seu baixo risco, liquidez diária, a simplicidade para fazer a abertura da conta, depósitos e resgates, isenção do imposto de renda sobre os rendimentos, isenção de IOF, isenção de taxas, e de que possui a garantia do FGC (Fundo Garantidor de Crédito) dentro dos limites legais, que atualmente é de duzentos e cinquenta mil reais por CPF. Dentre as desvantagens²⁴, podemos citar a sua baixa rentabilidade, o pagamento de juros não é diário, ou seja, o investidor só terá rendimentos uma vez por mês (B3, 2020b).

Em uma conta poupança, o dia de um depósito gera um dia de aniversário; os dias de aniversários da poupança podem ser de 1 a 28, de modo que, qualquer depósito realizado nos dias 29, 30 ou 31 fará aniversário no dia 1. Assim, uma conta de poupança pode ter até 28 aniversários. Cada dia de aniversário tem a sua remuneração, ou seja, se tivermos 28 aniversários, então teremos, dentro de um mesmo mês, 28 créditos de juros na conta poupança. Se o aniversário da poupança coincidir com final de semana ou feriado, o crédito em conta será realizado no primeiro dia útil após a data.

Quem define a rentabilidade da caderneta de poupança é o governo federal, desta forma em qualquer banco o rendimento será o mesmo, de modo que a remuneração dos depósitos realizados a partir de 4 de maio de 2012, dependem da taxa Selic meta de duas formas: na primeira forma, a taxa de juro será de 70% da Selic adicionada à taxa referencial (TR) do mês anterior quando a taxa Selic meta for

²³ Disponível em http://www.b3.com.br/pt_br/b3/educacao/cursos/online/renda-fixa/conceitos-fundamentais/tabela-comparativa-de-titulos.htm.

²⁴ Idem.

menor ou igual a 8,5% ao ano (ou 0,68% ao mês); na segunda forma, o juro será de 0,5% ao mês (ou 6,17% ao ano), fixos, adicionado à taxa referencial (TR) do mês anterior quando a taxa Selic meta for maior que 8,5% ao ano (PERLIN, 2019).

Vamos apresentar os cálculos da remuneração da poupança em três situações:

Na primeira, o poupador fez um depósito de R\$1.000,00 em 30 de setembro de 2019 e no dia 30 de outubro de 2019 fez o resgate integral, neste caso, o valor resgatado foi de R\$1.000,00 uma vez que o primeiro aniversário desta poupança seria o dia 1 de novembro de 2019, ou seja, não recebeu juros porque não esperou a data de aniversário quando os juros seriam creditados;

Na segunda situação, o poupador fez um depósito de valor C, em um período que a taxa Selic estava menor ou igual a 8,5%. Neste caso o fator que será multiplicado pelo capital do início do período em cada aniversário é $\|1[(1 + 70\% \times SelicMês) \times (1 + TR)]$. Logo o montante M disponível para saque no primeiro aniversário é de $M = C \times [(1 + 70\% \times SelicMês) \times (1 + TR)]$ e o percentual de juros i neste primeiro mês é $i = \{[(1 + 70\% \times SelicMês) \times (1 + TR)] - 1\} \times 100$;

Na terceira situação, o poupador fez um depósito de valor C, em um período que a taxa Selic estava maior que 8,5%. Neste caso o fator que será multiplicado pelo capital do início do período em cada aniversário é $[(1 + 0,5\%) \times (1 + TR)]$. Logo o montante M disponível para saque no primeiro aniversário é de $M = C \times [(1 + 0,5\%) \times (1 + TR)]$ e o percentual de juros i neste primeiro mês é $i = \{[(1 + 0,5\%) \times (1 + TR)] - 1\} \times 100$.

Observando o *site*²⁵ do BCB (2020), desde setembro de 2017 até a data de hoje (18 de maio de 2020), a taxa Selic meta é inferior a 8,5% ano fazendo com que a remuneração mensal da poupança nos últimos anos tenha sido calculada com base em 70% da Selic somada a TR. Então, como base neste cenário, construímos o Quadro 6 com os rendimentos da caderneta de poupança durante 4 meses, com um depósito inicial de R\$1.000,00 e aportes mensais de R\$100,00, considerando uma taxa Selic de 3% a.a. e TR²⁶ em 0%.

²⁵ Disponível em <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>.

²⁶ A TR desde 2018 vem se mantendo em 0%.

Para construir o Quadro 6, foi necessário convertermos a taxa Selic anual para a sua equivalente mensal, $i = \left\{ \left[(1 + 3\%)^{\frac{1}{12}} \right] - 1 \right\} \times 100 \cong 0,247\%$. E o juro mensal é calculado, multiplicando o saldo pela taxa ($70\% \times 0,247\%$) $\cong 0,173\%$.

Quadro 6 - Quadro de Rendimentos

Mês	Depósitos acumulados	Juro mensal	Juros acumulados	Saldo
0	1.000,00	0,00	0,00	1.000,00
1	1.100,00	1,73	1,73	1.101,73
2	1.200,00	1,90	3,63	1.203,63
3	1.300,00	2,08	5,71	1.305,71
4	1.400,00	2,25	7,96	1.407,96

Fonte: autor

2.7 CDB

O CDB (Certificado de Depósito Bancário) é um título emitido por bancos. Comprar o CDB; é o mesmo que emprestar dinheiro para o banco que em troca remunera o comprador com juros. O CDB pode ter rentabilidade prefixada ou pós-fixada (NIGRO, 2018).

No CDB prefixado, sabemos antecipadamente a taxa de juros que iremos receber no vencimento do título (NIGRO, 2018). Assim, uma aplicação de R\$1.000,00 em um CDB prefixado de 10%a.a. renderá em um ano o valor de $1000 \times 10\% = 100$, ou seja, R\$100,00 atingindo um montante (capital + juros) de R\$1.100,00 bruto.

No CDB pós-fixado, só saberemos o rendimento, no vencimento, uma vez que o seu cálculo é feito tomando como referência um índice como, por exemplo o CDI (NIGRO, 2018). Ao pesquisarmos os CDB's deste tipo, poderemos encontrar CDB a 90% do CDI; 100% do CDI; 105% do CDI, e assim por diante. No *site*²⁷ B3 (2020a) podemos consultar o CDI acumulado em um determinado período que pode ser dias, meses ou anos. Por exemplo, no ano de 2019, a taxa acumulada do CDI foi de 5,94%.

Como exemplo, se uma aplicação de R\$1.000,00 durante o ano de 2019 em um CDB pós-fixado a 80% do CDI, rendeu naquele ano uma taxa de juros de $80\% \times 5,94\% = 4,752\%$ (taxa bruta), a rentabilidade líquida foi igual à taxa bruta subtraída do imposto de renda que podemos escrever deste modo:

²⁷ Disponível em <https://nova.calculadorarendafixa.com.br/#/navbar/calculadora>.

Rentabilidade Líquida = Taxa Bruta x (1 – Imposto de Renda)

Rentabilidade Líquida = 4,752% x (1 – 0,175) = 3,9204%

Logo, a aplicação teve rendimento líquido de $1000 \times 3,9204\% = 39,204$, ou seja, R\$39,20 atingindo um montante (capital + juros) de R\$1.039,20 líquidos.

Em um segundo exemplo, se uma aplicação de R\$1.000,00 durante o período de 01 a 30 de outubro de 2020 em um CDB pós-fixado a 100% do CDI, rendeu naquele período uma taxa de juros de $100\% \times 0,15\% = 0,15\%$ (taxa bruta), uma vez que o tempo de investimento foi de 29 dias corridos, a rentabilidade líquida será igual à taxa bruta subtraída do imposto de renda e IOF, que podemos escrever da seguinte forma:

Rentabilidade Líquida = Taxa Bruta x (1 – Imposto de Renda - IOF),

Rentabilidade Líquida = $0,15\% \times (1 - 0,225 - 0,03) = 0,15\% \times 0,745 = 0,11175\%$.

Assim, a aplicação teve rendimento líquido de $1000 \times 0,11175\% = 1,1175$, ou seja, R\$1,11 atingindo um montante (capital + juros) de R\$1.001,11 líquidos.

Os CDB's possuem diferentes valores para investimentos mínimos que podem ser, por exemplo, R\$100,00, R\$500,00, R\$1.000,00, etc. Podemos comprar CDB para reserva de emergência, desde que tenha liquidez diária, que possui vencimento diário. Este tipo de CDB tem uma vantagem em relação ao tesouro direto. Se por um lado, o resgate no tesouro direto demora um dia útil para ser liberado; por outro, o valor do resgate no CDB estará na conta do cliente em horário comercial do mesmo dia útil que foi feita a solicitação. É importante ressaltar que tradicionalmente os CDB's não possuem liquidez diária, uma vez que a maioria desses títulos só podem ser resgatados em uma data de vencimento específica.

O CDB de liquidez diária pode ser uma opção melhor do que a caderneta de poupança, uma vez que encontramos facilmente CDB com rentabilidade 100% do CDI, enquanto na poupança temos uma taxa menor: 70% do CDI. Além disso, o CDB tem rendimentos diários, e a poupança, rendimentos mensais; com isso podemos resgatar o CDB a qualquer momento sem perder juros.

Dentre as vantagens oferecidas pelo CDB de liquidez diária, temos estas: o seu baixo risco, pagamento de juros diário, não tem prazo de carência e ainda a garantia do FGC (Fundo Garantidor de Crédito), dentro dos limites legais, que atualmente está

em duzentos e cinquenta mil reais por CPF e por instituição financeira; dentre as desvantagens, podemos citar a cobrança do imposto de renda e IOF (tabelas regressivas), sobre os rendimentos.

É comum os grandes bancos ofertarem CDB a uma taxa inferior a 100% do CDI. Esta condição é feita, talvez porque estes bancos acreditam que os seus clientes dificilmente sairão à procura de outras instituições para realizar a aplicação. Porém um bom investidor procura pesquisar o melhor local a investir o seu dinheiro. Geralmente as maiores taxas de CDB estão em bancos de pequeno e médio porte.

3 TAREFAS MATEMÁTICAS

Neste capítulo, apresentamos uma síntese sobre as tarefas matemáticas, iniciando pela diferenciação entre tarefa e atividade, prosseguindo-se com os ambientes de aprendizagem e com a classificação de alguns tipos de tarefas matemáticas.

3.1 TAREFA OU ATIVIDADE?

O termo tarefa e o termo atividade comumente são utilizados para como se indicassem uma mesma proposta. No entanto, Brocardo (2001) analisa o sentido destas duas expressões à luz da teoria da atividade relacionada com a aprendizagem Matemática proposta por Christiansen e Walther (1986). Para Christiansen e Walther (1986) a atividade refere-se essencialmente ao aluno, àquilo que ele faz em determinado contexto, enquanto a tarefa representa o objetivo de cada uma das ações desenvolvidas pelo aluno.

Ponte *et al.* (1997) salientam que os termos tarefa e atividade possuem um espaço privilegiado dentro da educação matemática, não podendo serem confundidos; e relacionam as duas expressões da seguinte forma:

A actividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se àquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de acção. Pelo seu lado, a tarefa constitui o objectivo de cada uma das acções em que a actividade se desdobra e é basicamente exterior ao aluno (embora possa ser decidida por ele). As tarefas são, na maior parte das vezes, propostas pelo professor; mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a actividades muito diversas (ou a nenhuma actividade), conforme a disposição do aluno e o ambiente de aprendizagem da sala de aula (p.73-74, grifos do autor).

Castro (2004) entende que a tarefa é a proposta de trabalho colocada ao aluno, e a atividade é o que ele faz com finalidade de explorar a tarefa, como por exemplo: ideias, conjecturas, argumentos, raciocínios, estratégias, conclusões, cálculos, reflexões, desenhos, esquemas, registros escritos com linguagem corrente ou matemática, e discussões.

Dessa forma entendemos que a tarefa se refere a um trabalho, que pode ser transmitido na forma textual ou oral, prescrito para que os alunos desenvolvam; enquanto a atividade é a execução deste trabalho, ou seja, é a exploração da tarefa.

A tarefa e a atividade neste contexto têm como objetivo aproximar os alunos ao que fazem os matemáticos profissionais (PONTE, 2005).

3.2 OS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM DE SKOVSMOSE

A estratégia proposta por Skovsmose (2000) para o ensino de matemática possui uma afinidade com a educação matemática crítica, que dentre outras coisas, preocupa-se com desenvolvimento da “materiação” (p. 21). Em suas palavras a “materiação não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática” (p. 2).

Skovsmose (2000) relata que de acordo com as observações de vários estudos, o ensino tradicional de matemática, enquadra-se no paradigma do exercício que possui como premissa central, o fato de apelar a tarefas rotineiras que possuem somente uma resposta certa, conhecida pelo professor.

O mesmo autor entende que no paradigma do exercício, a aula é decomposta em duas partes: na primeira os conteúdos são apresentados pelo professor; e na segunda, uma série de exercícios são postos para o aluno resolver. Há o tipo de aula em que a maior parte do tempo é designada para a exposição do professor; e o tipo de aula em que a maior parte do tempo é reservada para a resolução de exercícios, pelos alunos.

Com o objetivo de criar uma contraposição ao paradigma do exercício, Skovsmose (2000) propõe os cenários para investigação, que é “um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação” (p.3), onde os alunos são convidados a formularem questões e procurarem explicações para as mesmas. De acordo com o este autor,

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo "O que acontece se...?" do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus "Sim, o que acontece se...?". Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O "Por que isto...?" do professor representa um desafio e os "Sim, por que isto...?" dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão procurando por explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo (SKOVSMOSE, 2000, p. 6).

Assim é importante destacar que um cenário para investigação somente é possível, se houver o aceite do convite pelos alunos para a exploração e explicação da tarefa proposta pelo professor. Skovsmose (2000) faz ainda uma distinção entre três tipos de referências – à matemática, à semirrealidade e à realidade - utilizadas em sala de aula, que têm como finalidade conduzir os alunos para que produzam significados aos conceitos e às atividades. Na referência à matemática, todas as questões e tarefas dizem respeito somente à matemática; na referência à semirrealidade, as tarefas são formuladas com realidades construídas, ou seja, uma realidade criada hipoteticamente; e na referência à realidade, as tarefas utilizadas são situações da vida real.

Através da combinação dos dois paradigmas de práticas de sala de aula (paradigma do exercício e cenário para investigação) com os três diferentes tipos de referências (à matemática, à semirrealidade e à realidade), Skovsmose (2000) constrói seis ambientes de aprendizagem, mostrados no quadro abaixo.

Quadro 7 - Ambientes de aprendizagem.

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p. 8)

Skovsmose (2000) não expõe explicitamente o que é um ambiente de aprendizagem, uma vez que escreve sobre o tema recorrendo a exemplos. O ambiente de aprendizagem tipo (1) é aquele constituído por exercícios apresentados no contexto da matemática pura. Neste tipo de ambiente, os alunos já conhecem previamente o algoritmo para resolução da tarefa. Pode aparecer com tarefas como: a) Transforme cada fração em porcentagem... b) Transforme cada porcentagem em número decimal... .

O ambiente (2) é composto por um cenário para investigação que faz referência à matemática pura. Para aclarar este ambiente, Skovsmose (2000) fornece a tabela de números da Figura 7 e solicita atenção para o retângulo no seu interior.

Figura 7 - Uma interessante tabela de números

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	...						

Fonte: Skovsmose (2000, p. 3)

Skovsmose (2000) indica os cantos do retângulo pelas letras *a*, *b*, *c* e *d*. Em seguida afirma que mesmo mudando o retângulo de posição, o valor de $F = ac - bd$ se mantém constante, e então faz a seguinte indagação:

A propósito, o que acontece se girarmos o retângulo em 90° e fizermos o mesmo cálculo? Bem... O que acontece se escolhermos um retângulo maior e fizermos uma translação semelhante? Qual será o valor de $F = a.c - b.d$? De que maneira o valor de F depende das dimensões do retângulo? (SKOVSMOSE, 2000, p. 4).

Como podemos perceber, neste exemplo, a tarefa do ambiente (2) apresenta uma função F , números e figuras da matemática pura e convida o aluno a refletir sobre o que acontece com o cálculo de F , quando redimensionamos ou rotacionamos um retângulo. O ambiente não apresenta um contexto fora da matemática e o aluno é convidado a procurar soluções, pois, não sabe de imediato o que terá que fazer para responder aos questionamentos.

O ambiente tipo (3) é formado por exercícios com referência à semi-realidade, ou seja, situações contextualizadas, porém hipotéticas, criadas artificialmente, que no final tem apenas uma resposta objetiva. É o que acontece com a maioria das tarefas propostas pelos livros didáticos e em questões da prova de matemática do novo ENEM. Para este ambiente, podemos citar como exemplo, a seguinte questão: a) José fez uma aplicação de R\$1.000,00 para um período de três anos, a uma taxa de 10%a.a. Calcule os juros compostos produzidos ao final do período do investimento.

A situação acima apresenta uma pessoa fictícia, fazendo um investimento com valor e taxa hipotética. É um exercício porque o aluno precisa fazer apenas um cálculo direto e rotineiro.

O ambiente tipo (4) é formado por um cenário para investigação com referência à semi-realidade onde as tarefas também abordam situações artificiais, porém, não são formuladas na forma de exercícios, pois faz o convite aos alunos para que façam explorações e explicações. A tarefa pode ser da seguinte forma: Analisando a variação do preço do dólar em um determinado mês, em termos de percentuais, percebemos uma alta de 1%. Explore o que acontece com o seu orçamento doméstico, quando o valor do dólar aumenta? E quando diminui? Explique por que o preço do dólar varia?

O exemplo acima, expõe um contexto hipotético, uma vez que não deixa claro o mês observado e porque dificilmente a variação do dólar é representada por um valor inteiro. Este exemplo pode permitir um repertório variado de respostas e novas aprendizagens. O aluno pode ser levado, por exemplo, a estudar sobre exportação, importação e balança comercial.

No ambiente de aprendizagem tipo (5) os alunos trabalham com exercícios baseados na vida real, ou seja, situações contextualizadas retiradas da nossa realidade, “oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre o professor e os alunos, uma vez que agora faz sentido questionar e suplementar a informação dada pelo exercício” (SKOVSMOSE, 2000, p. 10).

Este ambiente é também utilizado em questões da prova de matemática do novo ENEM, uma vez que esta prova possui várias questões iniciadas com notícias de interesse público. Para este ambiente, podemos citar como exemplo, a seguinte questão: a) No dia 5 de agosto de 2020, o Copom definiu a taxa Selic em 2%a.a. para os 45 dias seguintes. Calcule os juros compostos produzidos por um capital de R\$1.000,00 aplicado durante o período de dois anos, a uma taxa de 2%a.a.

Finalmente, as tarefas que se enquadram no ambiente de aprendizagem tipo (6), são caracterizadas por serem desconectadas da rigidez dos exercícios e utilizarem temas da vida real para levarem os alunos a analisarem e exporem soluções para situações da vida real. Enquanto no ambiente 4, os dados são apresentados para

os alunos, no ambiente 6, os alunos precisam obter os dados no mundo real para responder os questionamentos sobre um tema.

Skovsmose (2015) exemplifica este ambiente através do desenvolvimento de um projeto de tema “modelos de consumo e geração de energia” (posição 240). Neste projeto os alunos foram convidados a obterem dados e fazerem cálculos sobre a energia obtida em uma refeição e a energia perdida quando pedalam de bicicleta. Em seguida, utilizaram dados de uma fazenda real, para calcular, por um lado, o consumo anual de combustível de uma lavoura, e por outro lado, a quantidade de energia produzida pela propriedade em forma de cevada. Por fim, ainda com os dados da fazenda, calcularam o consumo e a produção energética na criação de porcos.

Transitar dos ambientes com exercícios para os ambientes com cenários para investigação, é para o aluno e professor, aceitar o convite a um ambiente mais cansativo, desafiador e incerto, porém com a vantagem de possibilitar mais aprendizagens. Nos ambientes com cenários para investigação, o aluno assume o papel de protagonista, uma vez que ele é convidado a fazer investigações para obtenção de dados e realização de cálculos; e o professor assume o papel de mediador do processo.

4 PROPOSTA DE ENSINO

A nossa proposta de ensino de educação financeira com o planejamento familiar auxiliado pelo orçamento doméstico contemplará cinco tarefas que o professor poderá propor aos seus alunos do ensino médio. Estas tarefas foram pensadas considerando os ambientes de aprendizagem de Skovsmose e as habilidades da BNCC.

Na primeira tarefa, os alunos serão orientados na construção de seu orçamento doméstico; na segunda tarefa, será solicitada a análise do seu orçamento como forma de verificar a real necessidade das suas despesas; na terceira tarefa, será apresentado uma planilha para pesquisa de preços, uma vez que, fazendo gastos mais eficientes, sobrarão recursos para uma reserva de emergência; na quarta tarefa, o aluno é levado a perceber como ocorre a diminuição do poder de compra; e na quinta e última tarefa, o professor apresentará uma questão do ENEM, que envolve aplicação financeira.

4.1 TAREFA 1: CONSTRUÇÃO DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO.

Com o orçamento doméstico podemos organizar as receitas e despesas com o objetivo de concluir se as finanças da família, no fim de um período, têm um saldo positivo ou negativo, para então tomar decisões que levem a uma vida financeira saudável. Ela pode ser construída com papel e caneta ou com um software de planilha eletrônica como o libreoffice²⁸ calc ou microsoft excel²⁹. Como as remunerações pelo trabalho e a maioria dos pagamentos são mensais, isto faz com que este seja um dos períodos mais comuns para o orçamento.

Portanto, para construirmos um orçamento mensal, coletamos as informações relativas às receitas e despesas ocorridas dentro de um mês, e escrevemos os valores nas respectivas colunas de receitas e despesas. Nesta tarefa, vamos considerar que os valores levantados ocorreram no mês de janeiro.

Vamos iniciar o orçamento, preenchendo a coluna das receitas. Esta coluna deve conter todas as entradas de dinheiro de cada integrante da família. Para o preenchimento das receitas vamos considerar a seguinte situação hipotética:

²⁸ Software gratuito, disponível em <https://pt-br.libreoffice.org>.

²⁹ Software pago, disponível em <https://www.microsoft.com/pt-BR/microsoft-365>.

A remuneração líquida mensal de Paulo Silva é de R\$1.500,00 e a de Sofia Silva é de R\$2.000,00. Eles possuem um imóvel alugado pelo qual recebem um aluguel de R\$600,00.

Organize as receitas da Família Silva em uma tabela com duas colunas: a primeira com a descrição e a segunda com o valor da receita.

	Descrição	Valor (R\$)
	Receitas	
1		
2		
R1	Total das receitas	

Vamos agora iniciar o preenchimento da coluna das despesas que podem ser fixas, variáveis ou eventuais. Para o preenchimento das despesas fixas vamos considerar a seguinte situação hipotética:

A Família Silva, paga R\$99,00 para o provedor de internet, R\$300,00 de condomínio e R\$400,00 de mensalidade escolar para o seu filho. Paulo paga R\$55,00 pelo plano de celular, enquanto Sofia paga R\$70,00. Sofia frequenta uma academia perto da sua casa, com um custo mensal de R\$120,00.

Organize as despesas fixas da Família Silva em uma tabela com duas colunas: a primeira com a descrição e a segunda com o valor da despesa.

	Descrição	Valor (R\$)
	Despesas fixas (com moradia, alimentação, saúde, educação, vestuário, transporte e cuidados pessoais)	
1		
2		
D1	Total de despesas fixas	

Agora, vamos organizar as despesas variáveis. Para o preenchimento de tais despesas, consideremos a seguinte situação hipotética:

Na Família Silva, durante o mês foram feitas duas compras de supermercado, o valor da primeira compra foi de R\$320,00 e a segunda compra foi de R\$370,00. O consumo mensal de energia elétrica, foi de R\$410,00. O carro da família foi abastecido quatro vezes no mês, sendo que o valor pago em cada abastecimento foi de R\$100,00.

Organize as despesas variáveis da Família Silva em uma tabela com duas colunas: a primeira com a descrição e a segunda com o valor da despesa.

	Descrição	Valor (R\$)
	Despesas variáveis (com moradia, alimentação, saúde, educação, vestuário, transporte e cuidados pessoais)	
1		
2		
D2	Total de despesas variáveis	

Na sequência, vamos organizar as despesas eventuais. Para tanto, trazemos a situação hipotética seguinte:

Paulo fez este mês uma manutenção preventiva no seu carro e trocou a bateria que custou R\$350,00. Sofia comprou uma caixa de complexo vitamínico e pagou R\$39,00. A Família Silva foi almoçar em um restaurante que custou R\$ 126,00.

Organize as despesas eventuais da Família Silva em uma tabela com duas colunas: a primeira com a descrição e a segunda com o valor da despesa.

	Descrição	Valor (R\$)
	Despesas eventuais	
1		
2		
D3	Total de despesas eventuais	

E por último, a parte do orçamento que contém a reserva de emergência. Para isso, observemos a situação hipotética que segue:

Paulo e Sofia pensando nos imprevistos, investem mensalmente R\$200,00 no tesouro SELIC e R\$300,00 em um CDB de liquidez diária que rende 105% do CDI. Eles não depositam na caderneta de poupança porque ela rende abaixo da taxa básica de juros (SELIC) e tem rendimento mensal e não diário.

Organize os valores poupados para emergências pela Família Silva em uma tabela com duas colunas: a primeira com a descrição e a segunda com o valor do investimento.

	Descrição	Valor (R\$)
	Reserva de emergência	
1	Aplicação	
2		
I1	Total investido na reserva de emergência	

De posse das receitas, despesas e investimento mensal na reserva de emergência feita pela Família Silva, preencha as tabelas abaixo e verifique se sobrou recursos (saldo positivo) para outros investimentos. Se o saldo for negativo, a Família Silva precisará reavaliar as suas despesas ou procurar fazer uma renda extra.

	Descrição	Valor (R\$) Entrada	Valor (R\$) Saída
R1	Total das receitas		
D1	Total de despesas fixas		
D2	Total de despesas variáveis		
D3	Total de despesas eventuais		
I1	Total investido na reserva de emergência		
	Totais		

	Descrição	Valor (R\$)
S1	Saldo S1 = R1 - D1 - D2 - D3 - I1	

Agora construam um orçamento com base na realidade das suas famílias. Para isso, peçam informações para cada membro da família sobre as receitas, despesas e investimentos gerados por eles.

4.1.1 Considerações sobre a primeira tarefa.

Apesar da tarefa apresentar um modelo de orçamento, o professor deve deixar os seus alunos livres para que possam decidir a forma de construírem as suas próprias tabelas, com receitas, despesas e reserva financeira. Com autonomia, os alunos podem, por exemplo, sugerir outras categorias para as despesas. Assim, ao invés de categorizar as despesas como fixas, variáveis ou eventuais, eles poderão categorizar as despesas como essenciais ou não essenciais. Também poderão criar outras categorias conforme a realidade de cada família. Esperamos que no final dessa primeira tarefa, o professor consiga ensinar os seus alunos a desenvolverem um orçamento familiar, com base nos dados hipotéticos, fornecidos no âmbito da "Família Silva", e também baseado nas receitas e despesas de suas próprias famílias. O orçamento abaixo é um dos vários resultados esperados para esta tarefa:

	Descrição	Valor (R\$)
	Receitas	
1	Remuneração líquida do Paulo	1.500,00
2	Remuneração líquida da Sofia	2.000,00
3	Aluguel	600,00
R1	Total das receitas	4.100,00

	Descrição	Valor (R\$)
	Despesas fixas (com moradia, alimentação, saúde, educação, vestuário, transporte e cuidados pessoais)	
1	Provedor de internet	99,00
2	Condomínio	300,00
3	Mensalidade escolar	400,00
4	Plano de celular do Paulo	55,00
5	Plano de celular de Sofia	70,00
6	Academia de Sofia	120,00
D1	Total de despesas fixas	1.044,00

	Descrição	Valor (R\$)
	Despesas variáveis (com moradia, alimentação, saúde, educação, vestuário, transporte e cuidados pessoais)	
1	Supermercado	320,00
2	Supermercado	370,00
3	Energia elétrica	410,00
4	Combustível do carro	400,00
D2	Total de despesas variáveis	1.500,00

	Descrição	Valor (R\$)
	Despesas eventuais	
1	Bateria do carro	350,00
2	Complexo vitamínico para Sofia	39,00
3	Almoço no restaurante	126,00
D3	Total de despesas eventuais	515,00

	Descrição	Valor (R\$)
	Reserva de emergência	
1	Aplicação no Tesouro SELIC	200,00
2	Aplicação no CDB (105% do CDI)	300,00
I1	Total investido na reserva de emergência	500,00

	Descrição	Valor (R\$) receita	Valor (R\$) despesa
R1	Total das receitas	4.100,00	
D1	Total de despesas fixas		1.044,00
D2	Total de despesas variáveis		1.500,00
D3	Total de despesas eventuais		515,00
I1	Total investido na reserva de emergência		500,00
	Totais	4.100,00	3.559,00

	Descrição	Valor (R\$)
	Saldo S1 = R1 – D1 – D2 – D3 – I1	541,00

Para o planejamento orçamentário dos meses seguintes, o aluno deverá identificar as receitas e despesas que ocorrem mensalmente; as que ocorrem apenas em determinados meses do ano, e prever aquelas que poderão ocorrer.

4.2 TAREFA 2: ANÁLISE DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO

Olhando para o meu orçamento doméstico

O orçamento que você construiu na tarefa 1, com base nas receitas e despesas de sua família, pode ter resultado com um saldo superavitário, neutro ou deficitário. Analise o seu orçamento doméstico e diga se, na sua opinião, a sua família mantém um orçamento desejável. Construa um novo orçamento, com sugestões de melhoria. Escreva um sonho para os próximos dois anos e descreva como poderá ser viabilizado. Reúna-se com a sua família e mostre as suas ideias.

4.2.1 Considerações sobre a segunda tarefa.

O professor pode conduzir os seus alunos para que assumam o processo de exploração e explicação da atividade. Para isso, ele pode fazer indagações e convidar os discentes para que produzam e respondam as suas próprias questões, tais quais: O que é saldo superavitário, neutro ou deficitário? O que acontece se o saldo for superavitário, neutro ou deficitário? Qual destes três saldos é desejável para o orçamento? Por quê? O que pode ser feito para se obter um orçamento desejável? O que você gostaria de conquistar nos próximos dois anos? O que pode ser feito para se viabilizar esta conquista?

4.3 TAREFA 3: PESQUISA DE PREÇOS

Vamos pesquisar preços

O Sr Pedro costumava fazer compras no Supermercado Castanhal, que fica ao lado de sua casa. Um dia, os seus três filhos, João, Maria e Antônia, foram pedir uma mesada. Então o Sr. Pedro, que não queria aumentar as despesas do orçamento familiar, fez a seguinte proposta aos três irmãos: no dia de fazer as compras da casa, eles fariam uma cotação de preços em três supermercados próximos, e o que conseguisse economizar mensalmente, seria dividido entre os três.

Em grupos de três alunos, façam uma pesquisa de preços em três supermercados da cidade para verificar as diferenças de preços entre os produtos descritos na tabela 1. As colunas da tabela 1 contém a descrição do item com marca, embalagem, quantidade, preço unitário, ganhador G³⁰ e o valor total de cada item. Cada aluno deverá construir uma tabela, preenchida apenas as colunas descrição do item com marca e embalagem. A coluna do preço unitário deverá ser preenchida no supermercado.

De volta à escola, o grupo marcará na tabela 1, os menores preços e preencherá a coluna ganhador G e valor total de cada item. Posteriormente calculará os totais de cada supermercado e o total da coluna valor total de cada item. Em seguida, com base na tabela 2, construirá e preencherá uma tabela semelhante com os totais dos valores marcados de cada supermercado e seus respectivos percentuais; e então responder:

Quanto, em reais e em porcentagem, seria a economia, na compra feita com base na pesquisa de preços em comparação com a compra integral em cada supermercado pesquisado? Qual a importância, para o orçamento doméstico, do hábito de pesquisar preços?

Tabela 1

				Totais =>			Tot:	
item	Descrição do item	Emb.	Qtd.	Super1	Super2	Super3	G	V.Total
1	Cabeça de lombo	1 KG	1,000					
2	Charque (marca)	1 KG	1,000					
3	Filé do peito de frango (marca)	1 KG	1,000					
4	Frango resfriado (marca)	1 KG	1,000					
5	Batata Lavada	1 KG	1,000					
6	Cebola	1 KG	1,000					
7	Ovos (marca/grande)	6 UNID	1,000					
8	Tomate	1 KG	1,000					
9	Margarina (marca)	250 G	1,000					
10	Creme dental (marca)	90 G	1,000					

...

Tabela 2

Empresa	Total	%
1 Super1		
2 Super2		
3 Super3		
Total:		

4.3.1 Considerações sobre a terceira tarefa

Uma das formas de diminuir as despesas, é fazendo uma pesquisa de preços antes de se comprar produtos ou se contratar serviços. Nessa tarefa foi proposta uma pesquisa com produtos vendidos em supermercados. Porém, este hábito pode ser

³⁰ Ganhador G, corresponde ao número da empresa que ganhou o preço do item, ou seja, que vende o item pelo menor preço.

executado para quaisquer produtos ou serviços que possam ser adquiridos em mais de um local. Durante a execução da atividade, o professor pode elaborar questões e convidar os seus alunos a elaborem e responderem as próprias perguntas. Trazemos aqui alguns exemplos do que pode ser perguntado no decorrer da atividade: O que deve ser levado em consideração antes de se fazer uma pesquisa de preço, para que a compra seja mais vantajosa? O que acontece se for necessário gastar com transporte para chegar aos supermercados? O que acontece se for localizado um produto com o anúncio “leve 3 e pague 2”? O que se deve fazer se for encontrado um fardo com 8 ou 10 unidades? ou ainda: se for observado um rolo com 30m ou 40m?

Abaixo temos um exemplo com as tabelas 1 e 2, preenchidas e marcadas:

Tabela 1									
Totais =>				98,45	97,51	103,13	Tot:	93,57	
item	Descrição do item	Emb.	Qtd.	Super1	Super2	Super3	G	V.Total	
1	Cabeça de lombo	1 KG	1,000	22,00	18,79	22,50	2	18,79	
2	Charque (marca)	1 KG	1,000	28,30	28,20	28,40	2	28,20	
3	Filé do peito de frango (marca)	1 KG	1,000	15,69	14,58	14,38	3	14,38	
4	Frango resfriado (marca)	1 KG	1,000	12,99	13,89	15,19	1	12,99	
5	Batata Lavada	1 KG	1,000	3,85	4,29	4,30	1	3,85	
6	Cebola	1 KG	1,000	2,85	2,95	2,95	1	2,85	
7	Ovos (marca/grande)	6 UNID	1,000	4,25	4,19	4,29	2	4,19	
8	Tomate	1 KG	1,000	4,27	5,89	6,95	1	4,27	
9	Margarina (marca)	250 G	1,000	1,89	1,79	1,69	3	1,69	
10	Creme dental (marca)	90 G	1,000	2,36	2,94	2,48	1	2,36	

...

Tabela 2		
Empresa	Total	%
1 Super1	R\$26,32	28,13%
2 Super2	R\$51,18	54,70%
3 Super3	R\$16,07	17,17%
Total:	R\$93,57	100,00%

4.4 TAREFA 4: INFLAÇÃO E DEFLAÇÃO

Os preços ao longo do tempo

Em janeiro de 2020, certa família passou a ter uma receita mensal de R\$2.500,00. Com este valor, ela conseguiu pagar as suas despesas e ainda lhe restava um saldo de R\$200,00 para reserva de emergência. Porém, por causa da inflação, as despesas variáveis foram aumentando a cada mês. As receitas e despesas dessa família, no início de 2020, estão apresentadas no quadro a seguir:

Orçamento Doméstico 2020	
Descrição	Valores Janeiro
Total das receitas (R1)	R\$2.500,00
Total de despesas fixas (D1)	R\$800,00
Total de despesas variáveis (D2)	R\$1.500,00
Total de despesas (D3=D1+D2)	R\$2.300,00
Saldo (S1=R1-D3)	R\$200,00

Com base neste contexto, responda os itens a seguir:

- Utilizando a **calculadora do cidadão**, refaça o orçamento para o final de dezembro de 2020, utilizando a variação do IPCA do período de 01/2020 a 12/2020. Endereço eletrônico da calculadora do cidadão: www.bcb.gov.br - Acesso à informação – Cidadania Financeira – Calculadora do Cidadão.
- O que aconteceu com o poder de compra desta família em 2020?
- O que a família poderia fazer para manter o valor de R\$200,00 para a reserva de emergência no final de 2020?
- Entre no endereço eletrônico do IBGE <https://www.ibge.gov.br/indicadores> e então descreva o comportamento do IPCA nos últimos 12 meses.

4.4.1 Considerações sobre a quarta tarefa

Durante a execução da tarefa, o professor pode produzir questões novas, e conduzir seus alunos na elaboração e explicação das suas próprias perguntas, como por exemplo: O que é inflação? O que é deflação? O que é IPCA? Quais as consequências da inflação? Após a aplicação dessa tarefa, o professor deve esperar do aluno que ele perceba que o valor do dinheiro se altera com o tempo, e, na maioria das vezes, perde o valor. Por isso, sempre que houver um saldo positivo no orçamento, é importante resguardar este saldo de perdas pela inflação.

4.5 TAREFA 5: PORCENTAGEM, ACRÉSCIMO, DESCONTO E JUROS

Um jovem investidor

(ENEM 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

4.5.1 Uma solução para a quinta tarefa

Uma observação sobre esta questão é que desde 2004, o desconto do IR sobre o ganho de algumas aplicações financeiras varia de 22,5% a 15,0%. No entanto, a questão utiliza apenas 4% de desconto, o que não condizia com a realidade.

Resolveremos esta questão, com as fórmulas de acréscimo $V = C + C \times i = C \times (1 + i)$ e de desconto $V = C - C \times i = C \times (1 - i)$.

Aplicando na poupança:

Valor aplicado $C = 500$; Taxa do rendimento mensal $i = 0,560\%$

Após um mês, com o acréscimo de juros, o montante líquido será de $V = 500 \times (1 + 0,560\%) = 502,80$

Aplicando no CDB:

Valor aplicado $C = 500$; Taxa de rendimento mensal $i = 0,876\%$

Após um mês, com o acréscimo de juros, o montante bruto será de $V = 500 \times (1 + 0,876\%) = 504,38$

Descontando o IR sobre o rendimento, $V = 4,38 \times (1 - 4\%) = 4,2048 \cong 4,21$

Assim, o CDB totalizará um montante líquido de $500 + 4,21 = 504,21$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou realizar o estudo da educação financeira com o planejamento do orçamento doméstico, entendendo que lidar com dinheiro exige muita responsabilidade, pois precisamos administrá-lo de uma maneira tal que não gastemos mais do que ganhamos; e ainda para manter uma reserva para imprevistos. Não é uma tarefa fácil, pois as necessidades e os desejos estão na nossa frente diariamente, e por isso temos que nos policiar para não contrairmos dívidas que podem desequilibrar as contas.

O autor desta produção, desenvolve parte de suas atividades em uma escola pública de ensino médio, localizada no município de Castanhal (PA). Durante o ano de 2019, promovemos encontros, com os alunos da escola, dentro do espaço da sala de informática, sobre a educação financeira.

Iniciávamos o encontro com um vídeo ou palestra sobre temas como orçamento, inflação, pesquisa de preços, consumismo etc. Em seguida abríamos o espaço para os alunos relatarem suas experiências e fazerem perguntas. Em um dos encontros convidamos um engenheiro eletricitista para palestrar sobre a fatura de energia elétrica.

O interesse dos alunos pela temática foi reforçado pelo resultado do questionário aplicado aos alunos da escola, em 22 de maio de 2019, para subsidiar a implementação do novo ensino médio. Os objetivos do questionário eram conhecer os principais motivos que os levariam a cursar o ensino médio; a área de conhecimento que eles teriam mais interesse em aprofundar; e ainda, os temas que eles gostariam de estudar dentro de cada área de conhecimento.

Dentro da área de Matemática e suas tecnologias, os alunos tiveram que escolher no máximo dois entre os seguintes temas; Laboratório de Matemática, Estatística, Jogos Digitais, Robótica, Educação Financeira, Geometria e Topologia. A educação financeira se destacou como o tema mais pedido pelos alunos. Dos 819 alunos que responderam ao questionário, 351 (42,9%) marcaram que gostariam de estudar educação financeira.

As referências utilizadas no trabalho permitiram a compreensão da educação financeira, no que se refere à sua evolução, seus principais conceitos direcionados

para a escola e a elaboração do orçamento doméstico como forma de equilibrar receitas e despesas. Navegou-se pela matemática de alguns investimentos financeiros de renda fixa para reserva de emergência. Com base na teoria adquirida, elaborou-se um conjunto de tarefas para os professores utilizarem em suas aulas, com a finalidade de contribuir com a planejamento e conscientização do uso de recursos financeiros pelos alunos.

Avalia-se que o objetivo deste trabalho foi alcançado com a elaboração das tarefas propostas para os professores levarem aos alunos, e estes ajudarem as suas famílias a refletirem melhor, antes de tomar decisões financeiras.

Este trabalho pode ser expandido com a elaboração de novas tarefas, inclusive, podendo-se sugerir para as próximas pesquisas, que a base teórica seja ampliada de forma a contemplar vários outros tipos de investimentos de renda fixa e os investimentos de renda variável.

REFERÊNCIAS

ANBIMA. **Valor Nominal Atualizado.** 2020. Disponível em: https://www.anbima.com.br/pt_br/informar/valor-nominal-atualizado.htm. Acesso em: 30 de maio de 2020.

ATKINSON, A.; MESSY, F.-A. **Measuring Financial Literacy: Results of the OECD / International Network on Financial Education (INFE) Pilot Study.** 2012. Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/paper/5k9csfs90fr4-en>. Acesso em: 20 de Janeiro de 2020.

B3. **CALC - Calculadora Renda Fixa.** 2020a. Disponível em: <https://nova.calculadorarendafixa.com.br/#/navbar/calculadora>.

B3. **Renda Fixa - Tabela Comparativa de Títulos.** 2020b. Disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/b3/educacao/cursos/online/renda-fixa/conceitos-fundamentais/tabela-comparativa-de-titulos.htm. Acesso em: 10 de maio de 2020.

BCB. **Caderno de Educação Financeira – Gestão de Finanças Pessoais (Conteúdo Básico).** 2013a. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/content/cidadaniafinanceira/documentos_cidadania/Cuidando_do_seu_dinheiro_Gestao_de_Financas_Pessoais/caderno_cidadania_financeira.pdf. Acesso em: 15 de dezembro de 2019.

BCB. **Série II - Finanças Pessoais – Orçamento Pessoal.** Brasília, 2013b. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/content/cidadaniafinanceira/documentos_cidadania/Folhetos_Serie_II_Financas_Pessoais/folder_serie_II_orcamento_pessoal.pdf. Acesso em: 14 de dezembro de 2019.

BCB. **o que é cidadania financeira? definição, papel dos atores e possíveis ações.** Brasília, 2018. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/content/cidadaniafinanceira/Documents/conceito_cidadania_financeira.pdf. Acesso em: 18 de outubro de 2019.

BCB. **Calculadora do Cidadão.** 2019a. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/calculadoradocidadao>. Acesso em: 18 de novembro de 2019.

BCB. **Cidadania Financeira.** 2019b. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/cidadaniafinanceira>. Acesso em: 15 de outubro de 2019.

BCB. **Fatores Acumulados.** 2019c. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/selicfatoresacumulados>. Acesso em: 03 de dezembro de 2019.

BCB. **Taxa Selic.** 2019d. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic>. Acesso em: 16 de dezembro de 2019.

BCB. **Taxas de juros básicas – Histórico.** 2020. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>. Acesso em: 18 de maio de 2020.

BRASIL. **Lei nº 8.078, de 11 de setembro de 1990.** Código de proteção e defesa do consumidor, 1990. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8078.htm. Acesso em: 20 de Janeiro de 2020.

BRASIL. **Lei nº 11.033, de 21 de dezembro de 2004.** Brasília, 2004. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2004/Lei/L11033.htm. Acesso em: 20 de março de 2020.

BRASIL. **Decreto nº 6.306, de 14 de dezembro de 2007.** Brasília, 2007. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2007/Decreto/D6306.htm. Acesso em: 20 de março de 2020.

BRASIL. **Orientação para educação financeira nas escolas.** ENEF, 2010. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/DOCUMENTO-ENEF-Orientacoes-para-Educ-Financeira-nas-Escolas.pdf>. Acesso em: 22 de Janeiro de 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular BNCC.** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 17 de agosto de 2019

BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira.** 2019a. Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/>. Acesso em: 15 de setembro de 2019.

BRASIL. **O Brasil e a OCDE.** 2019b. Disponível em: <http://www.itamaraty.gov.br/pt-BR/politica-externa/diplomacia-economica-comercial-e-financeira/15584-o-brasil-e-a-ocde>. Acesso em: 03 de dezembro de 2019.

BRASIL. **Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE.** 2019c. Disponível em: <https://www.fazenda.gov.br/assuntos/atualizacao-internacional/cooperacao-internacional/ocde#membros-da-ocde>. Acesso em: 24 de novembro de 2019.

BROCARD, J. **As investigações na aula de matemática: um projecto curricular no 8.º ano.** 2001. (tese de doutoramento) - Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa.

CALADO, L. R. *et al.* **Conceitos Básicos de Economia e Finanças.** Rio de Janeiro: 2020. Disponível em: <http://materiais.anbima.com.br/material-estudos/cpa10/sistema-financeiro>. Acesso em: 14 de março de 2020.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de matemática.** 2004. (Dissertação de Mestrado) -, Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação, Campinas - SP.

CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. Task and activity. *In:* CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G., *et al* (Ed.). **Perspectives on mathematics education.** Dordrecht: D. Reidel., 1986. p. 243-307. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/christiansen-walther%2086.pdf>.

CLUBE DOS POUPADORES. **Clube dos Poupadores.** 2020. Disponível em: <https://clubedospoupadores.com/>. Acesso em: 20 de maio de 2020.

CONEF. **Educação financeira nas escolas: ensino médio: Bloco 1**. Brasília: CONEF, 2013.

DOMINGOS, R. **DSOP Educação Financeira**. 2019. Disponível em: <https://www.dsop.com.br/institucional/educacao-financeira>. Acesso em: 25 de Agosto de 2019.

GARCIA, F. G. **Como organizar o orçamento familiar**. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/72794363/como-organizar-o-orcamento-familiar-fabio-gallo-garcia>. Acesso em: 15 de outubro de 2019.

KIYOSAKI, R. T. **Pai rico, pai pobre: o que os ricos ensinam a seus filhos sobre dinheiro**. Rio de Janeiro: Alta Books, 2017.

MICHAELIS. **Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa - Michaelis**. 2020. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/>. Acesso em: 17 de outubro de 2019.

MOREIRA, E. **Eduardo Moreira**. 2020. Disponível em: <https://edumoreira.com.br/>. Acesso em: 14 de janeiro de 2020.

NIGRO, T. **Do mil ao milhão: sem cortar o cafezinho**. 1 ed. Rio de Janeiro: Harper Collins, 2018.

OCDE. **OECD Financial Education Project: Background and Implementation**. 2004. Disponível em: <http://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/oecdfinancialeducationprojectbackgroundandimplementation.htm>. Acesso em: 20 de janeiro de 2020.

OCDE. **Improving Financial Literacy Analysis of Issues and Policies**. 2005a. Disponível em: https://read.oecd-ilibrary.org/finance-and-investment/improving-financial-literacy_9789264012578-en#page177. Acesso em: 20 de Janeiro de 2020.

OCDE. **Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de Educação e Conscientização Financeira**. 2005b. Disponível em: <http://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>. Acesso em: 21 de novembro de 2019.

OCDE. **Where: our global reach**. 2021. Disponível em: <http://www.oecd.org/about/members-and-partners/>. Acesso em: 12 de janeiro de 2021.

PERLIN, M. **Poupando e Investindo em Renda Fixa: Uma Abordagem Baseada em Dados**. Rio Grande do Sul: Publicação Independente, 2019.

PONTE. **Gestão curricular em Matemática**. Lisboa, 2005. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf. Acesso em: 01 de novembro de 2015.

PONTE, J. P. *et al.* **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário (DES) do Ministério da Educação (ME), 1997.

R7. **Saiba o que é OCDE e os requisitos para entrar no 'clube dos ricos'**. 2020. Disponível em: <https://noticias.r7.com/economia/saiba-o-que-e-ocde-e-os-requisitos-para-entrar-no-clube-dos-ricos-15012020>. Acesso em: 16 de janeiro de 2020.

RODRIGUES, M. U. **1 Vídeo (45min). Educação Financeira e as Habilidades da BNCC para os Anos Iniciais (1º - 5º anos) Ensino Fundamental.** 2019a. Disponível em: <https://youtu.be/eSQ978SB9bA>. Acesso em: 01 de novembro de 2019.

RODRIGUES, M. U. **1 Vídeo (46min). Educação Financeira e as Habilidades da BNCC para o Ensino Médio.** 2019b. Disponível em: <https://youtu.be/cehr1mA9Qpk>. Acesso em: 01 de novembro de 2019.

RODRIGUES, M. U. **1 Vídeo (48min). Educação Financeira e as Habilidades da BNCC para os Anos Finais (5º - 9ºanos) do Ensino Fundamental.** 2019c. Disponível em: <https://youtu.be/exDPo0q9VWs>. Acesso em: 01 de novembro de 2019.

SECURATO, J. R. **Cálculo financeiro das tesourarias: bancos e empresas.** 5 ed. São Paulo: Saint Paul, 2015. 9788585405021.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. **Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica.** Paraná, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf. Acesso em: 23 de setembro de 2019.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema—Boletim de Educação Matemática**, 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica.** Papirus Editora, 2015. E-Book.

SOARES, F. P. **Os debates sobre a Educação Financeira em um contexto de financeirização da vida doméstica, desigualdade e exclusão financeira.** 2017. (Tese de doutorado) -, PUC, Rio de Janeiro. Disponível em: http://www.cis.puc-rio.br/assets/pdf/PDF_CIS_1494250389_Fabr%C3%ADcio_Pereira_Soares_-_2017.pdf. Acesso em: 14 de outubro de 2019.

SOUZA, J. R.; GARCIA, J. S. R. **#Contato Matemática, 3º ano.** 1 ed. São Paulo: FTD, 2016. (Coleção #Contato Matemática, v. 3).

SPC BRASIL. **Poupança ainda é o investimento mais escolhido pelos brasileiros, aponta levantamento CNDL/SPC Brasil.** 2020. Disponível em: <https://www.spcbrasil.org.br/imprensa/noticia/7269>. Acesso em: 20 de abril de 2020.

TESOURO DIRETO. **Tesouro Direto Módulo 1 Introdução ao Tesouro Direto.** Brasília, 2019a. Disponível em: <https://www.tesourodireto.com.br/como-investir/aprenda-a-investir/cursos.htm>. Acesso em: 11 de novembro de 2019.

TESOURO DIRETO. **Tesouro Direto Módulo 3 Curso avançado do Tesouro Direto.** Brasília, 2019b. Disponível em: <https://www.tesourodireto.com.br/como-investir/aprenda-a-investir/cursos.htm>. Acesso em: 11 de novembro de 2019.

TESOURO DIRETO. **Site Oficial do Tesouro Direto.** 2020. Disponível em: <https://www.tesourodireto.com.br/>. Acesso em: 14 de janeiro de 2020.