



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**CÁLCULO DE VOLUMES MEDIADOS POR MATERIAIS CONCRETOS: UM  
ESTUDO REALIZADO NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**ALAN DIONES BARBOZA AOZANI**

**FLORIANO-PI**

**2021**

**ALAN DIONES BARBOZA AOZANI**

**CÁLCULO DE VOLUMES MEDIADOS POR MATERIAIS CONCRETOS: UM  
ESTUDO REALIZADO NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Pesquisa apresentada ao Programa de Pós-Graduação  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional  
– PROFMAT, do Instituto Federal do Piauí, Campus  
Floriano, como requisito para obtenção do grau de  
mestre em matemática.

Área de concentração: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**Orientador: Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura**

**Co-orientador: Prof. Msc.Fábio Pinheiro Luz**

**FLORIANÓ-PI**

**2021**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Aozani, Alan Diones Barboza

A638c Cálculo de volumes mediados por materiais concretos : um estudo realizado na educação básica / Alan Diones Barboza Aozani. - 2021.  
53 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal do Piauí, Campus Floriano, 2021.

Orientador : Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura.

Coorientador : Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz.

1. Processo de aprendizagem. 2. Ensino de matemática. 3. Matemática. 4. Geometria espacial. 5. Materiais Concretos. I.Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**

**ALAN DIONES BARBOZA AOZANI**

**“CÁLCULO DE VOLUMES MEDIADOS POR MATERIAIS CONCRETOS:  
UM ESTUDO REALIZADO NA EDUCAÇÃO BÁSICA”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 26/03/2021.

**BANCA EXAMINADORA**



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Orientador**



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Avaliador Interno**



**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Kelly Cristine Rodrigues de Moura**  
Universidade Federal do Piauí - UFPI

**Avaliadora Externa**

## RESUMO

O ensino de matemática, em particular, de geometria, é feito de forma teórica, descontextualizado, sem serem comentadas as formas como os conteúdos podem ser aplicados em situações práticas do cotidiano. Estudos recentes comprovam que a utilização de recursos tecnológicos e de materiais concretos durante as aulas possibilitam aos alunos entender, de forma eficiente, os conceitos que estão sendo ensinados, além de proporcionar maior interação entre professor e aluno. O objetivo geral desse trabalho é investigar as contribuições do uso de materiais concretos para a aprendizagem de geometria espacial numa sala de aula da educação básica por intermédio de aulas teóricas e práticas sobre cálculos de volumes, com utilização de materiais concretos. Foram realizadas aulas teóricas primeiramente, para que os alunos tivessem uma familiaridade maior com os conteúdos de geometria espacial, posteriormente foram realizadas aulas práticas para a consolidação desses conhecimentos, mediante a realização de experimentos com introdução de água a recipientes em formatos cilíndricos e de paralelepípedos, para assim fazer a comprovação da efetividade dos cálculos. Por fim, foi aplicado um questionário qualitativo com intuito de levantar as opiniões dos alunos referentes a realização das aulas e dos experimentos, e assim gerar o debate dos resultados alcançados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Processo de aprendizagem. Matemática. Geometria espacial. Materiais Concretos.

## ABSTRACT

The teaching of mathematics, in particular, of geometry, is done in a theoretical, de contextualized way, without commenting on the ways in which the contents can be applied in practical everyday situations. Recent studies prove that the use of technological resources and concrete materials during classes enable students to understand, efficiently, the concepts being taught, in addition to providing greater interaction between teacher and student. The general objective of this work is to investigate the contributions of the use of concrete materials to the learning of spatial geometry in a basic education classroom through theoretical and practical classes on volume calculations, using concrete materials. Theoretical classes were held first, so that students were more familiar with the contents of spatial geometry, later practical classes were held to consolidate this knowledge, by carrying out experiments with the introduction of water to containers in cylindrical and cobblestone formats, so as to prove the effectiveness of the calculations. Finally, a qualitative questionnaire was applied in order to raise the opinions of students regarding the realization of classes and experiments, and thus generate a debate on the results achieved.

**KEYWORDS:** Learning process. Math. Spatial geometry. Concrete Materials.

**LISTA DE FIGURAS**

<b>Figura 1-</b> Resposta da aluna Paula ao primeiro questionamento .....	29
<b>Figura 2-</b> Aluna Paula introduzindo água em um recipiente .....	29
<b>Figura 3 -</b> Resposta da aluna Ana para o 2° questionamento .....	32
<b>Figura 4 -</b> Aluna Ana participando do experimento .....	32
<b>Figura 5 -</b> Resposta da aluna Maria no 3° questionamento .....	34
<b>Figura 6 -</b> Aluna Maria fazendo os cálculos referentes ao 3° questionamento .....	34
<b>Figura 7 -</b> Resposta do aluno Joãozinho sobre o 4° questionamento .....	36
<b>Figura 8 -</b> Aluno Joãozinho medindo o comprimento do recipiente .....	36
<b>Figura 9 -</b> Resposta da aluna Mônica para o 5° questionamento .....	38
<b>Figura 10-</b> Aluna Mônica participando da aula .....	38
<b>Figura 11 -</b> Resposta da aluna Júlia para o 6° questionamento .....	40
<b>Figura 12 -</b> Aluna Júlia inserindo água no recipiente .....	40
<b>Figura 13 -</b> Resposta da aluna Helena sobre o 7° questionamento .....	42
<b>Figura 14 -</b> Aluna Helena participando da experiência .....	42
<b>Figura 15 -</b> Resposta da aluna Daiana referente ao 8° questionamento .....	44
<b>Figura 16 -</b> Aluna Daiana introduzindo um objeto irregular a um balde com água .....	44

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	6
1.1 TEMA.....	8
1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA .....	8
1.3 PROBLEMATIZAÇÃO .....	8
1.4 HIPÓTESE .....	8
1.5 OBJETIVOS .....	9
1.5.1 Objetivo Geral .....	9
1.5.2 Objetivos Específicos .....	9
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	10
2.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS .....	11
2.2 UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....	16
2.3 A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA .....	20
2.4 O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL .....	22
2.5 BONAVENTURA CAVALIERI E SEU PRINCÍPIO .....	25
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	26
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	26
3.2 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS .....	27
3.3 CAMPO EMPÍRICO DA PESQUISA .....	28
<b>4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	29
4.1 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS .....	29
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	47
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	49

## 1 INTRODUÇÃO

Apresente investigação foi desenvolvida com o intuito de analisar o ensino dos conteúdos de Geometria Espacial trabalhados na educação básica, objetivando-se gerar novas metodologias para o ensino da mesma, observando-se algumas variáveis, como as metodologias aplicadas em sala de aula, a frequência de aulas práticas e a resposta dos alunos frente aos conhecimentos adquiridos por meio das aulas teóricas. A motivação para a realização dessa pesquisa se deve ao fato de experiências anteriores, que foram bem vistas pelos alunos, com intuito de realizar aulas que estimulem e tenham uma maior eficácia no ensino aprendizagem de Geometria Espacial, no tocante a calculo de volumes de sólidos geométricos. Primeiramente foi feita a introdução para inicio da pesquisa, posteriormente foi feito um levantamento bibliográfico do tema a ser pesquisado, para dar embasamento teórico a pesquisa, também será apresentada a metodologia da realização da mesma, e por fim serão analisados os resultados de acordo com as respostas dos alunos, conseqüentemente foi feita conclusão do trabalho.

Em virtude da abrangência dos conteúdos de Geometria Espacial, escolheu-se para análise, e desenvolvimento de atividades com os discentes, o conteúdo de figuras geométricas, o qual consta na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e cuja habilidade (EF01MA13) a ser desenvolvida nos alunos é relacionar figuras geométricas espaciais, como cones, cilindros, blocos retangulares e esferas a objetos familiares do mundo físico. Essa habilidade é a que mais se familiariza com os objetivos deste trabalho.

Trata-se de um conteúdo que, frequentemente, é cobrado em concursos, vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), todavia, mesmo constando nos livros didáticos, por experiência própria e com alguns relatos de outros alunos, constatamos que não lhe é dada a devida importância quando ensinado nas aulas de matemática da educação básica.

Esse ensino deixa a desejar a utilidade dos conteúdos de Geometria Espacial ao não considerar que diversos produtos consumidos pela humanidade, tais como líquidos e bens de consumo duráveis e serviços que têm os seus preços validados conforme o volume que apresentam. Tal aprendizado é necessário para o desenvolvimento das habilidades mínimas de entendimento e interpretação de fatos matemáticos, tendo em vista que está relacionado a situações reais do cotidiano.

Os alunos apresentam algumas dificuldades na aprendizagem de Geometria Espacial, devido a grandes lacunas no seu processo de aprendizagem desde às primeiras séries

escolares. Consequentemente não conseguem resolver situações-problemas envolvendo esse assunto. Essa lacuna é causada por fatores de ordem diversa, tais como desestímulo dos alunos por não conseguirem se apropriar de forma adequada dos conhecimentos ensinados e inexistência do uso de materiais concretos para explicação dos conteúdos no decorrer das aulas.

A não utilização de materiais concretos acaba de certa forma, por prejudica o aprendizado dos alunos, uma vez que estes não têm como associar teoria e prática, recebendo somente um ensino teórico e descontextualizado, justificando a sua dificuldade em compreender conceitos relacionados à Geometria Espacial e demais conteúdos da área da matemática básica, conforme destaca Vieira (2010).

Entende-se, também, que ensino ineficaz de geometria é o responsável pelas dificuldades apresentadas pelos alunos, mesmo após concluírem o ensino fundamental. Podemos conjecturar que parte do insucesso desse aprendiz é devido ao desenvolvimento de atividades de forma mecanizada, expositiva, e sem um vínculo com a realidade, ocasionando o não entendimento dos conceitos da geometria necessários em aplicações práticas rotineiras.

Acerca desse assunto, os autores assinalam que:

Tomando-se por base as experiências da prática pedagógica, verifica-se a dificuldade dos alunos quando se trata da Geometria Espacial, com relação à visualização, conhecimentos básicos da geometria plana e nas relações existentes entre as formas. Quando o aluno se depara com cálculos de área e volume, o entendimento torna-se ainda mais complicado, realiza-os por mecanização, não entendendo a aplicação em novas situações. Esse fato ocorre devido à defasagem existente no Ensino Fundamental, em que a geometria nem sempre é apresentada ao aluno inter-relacionada com os demais conteúdos estruturantes, como a álgebra e números, torna-se mera ilustração e exemplificação, sem entendimento de conceitos e propriedades. (ROGENSKI; PEDROSO, 2014, p.2).

Nota-se que a Geometria Espacial é de fundamental importância para o desenvolvimento das habilidades básicas do aluno no campo matemático, necessitando, porém, ser trabalhada de maneira diferente, adotando metodologias concretas de aprendizagem que motivem os alunos e permitam a eles uma maior compreensão dos conceitos geométricos, possibilitando, ainda, que eles consigam aplicar os conhecimentos adquiridos na sua vida cotidiana.

A pesquisa desenvolvida justifica-se por sua relevância perante a comunidade acadêmica, apresentando novas maneiras sobre como ministrar aulas de matemática, com o recorte para os conteúdos de Geometria Espacial, com a utilização de recursos tecnológicos e

pedagógicos, empregando materiais concretos para despertar a curiosidade, instigar a busca pelo conhecimento com situações reais, objetivando consolidar o conhecimento dos alunos acerca de como calcular áreas e volumes de sólidos, capacitando-os para o prosseguimento dos estudos em níveis mais elevados de ensino.

A escolha do tema se deu pela proximidade com a realidade de escolas públicas, em que se tomou conhecimento das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos ao serem ministrados conteúdos simples de Geometria Espacial, de modo específico, cálculos de volumes, os quais os conteúdos ensinados não tinham uma relação direta com situações concretas do cotidiano dos alunos.

## 1.1 TEMA

Geometria Espacial

## 1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Cálculo de volumes mediados por materiais concretos: um estudo realizado na educação básica.

## 1.3 PROBLEMATIZAÇÃO

Como a utilização de materiais concretos no ensino de Geometria Espacial pode promover uma melhor aprendizagem de cálculo de volumes, na educação básica, nas escolas públicas?

## 1.4 HIPÓTESE

As aulas do ensino básico de matemática sobre cálculos de volumes são ministradas de forma teórica, sem nenhuma aplicação prática, o que não desperta o interesse dos alunos pelo conteúdo de cálculo de volumes, uma vez que transmitem idéias vagas e sem relação com experiências cotidianas vivenciadas pelos discentes, não possibilitando, dessa forma, o entendimento de como esses conteúdos pode ser útil na resolução de problemas. Considerando essa perspectiva, acreditamos que a utilização de sólidos durante as aulas de cálculo de volumes poderá agregar no ensino aprendizagem dos mesmos.

## 1.5 OBJETIVOS

### 1.5.1 Geral

- Identificar os contributos da utilização de materiais concretos para o ensino de geometria espacial na educação básica.

### 1.5.2 Específicos

- Ministras aulas sobre volume de sólidos geométricos utilizando materiais concretos para despertar a curiosidade dos alunos, e realizar atividades experimentais trabalhando os conceitos de volumes.
- Conhecer a opinião dos alunos acerca das aulas ministradas e sobre a importância do uso de materiais concretos nas aulas de geometria espacial.
- Identificar quais os contributos da utilização de materiais concretos para o ensino de geometria espacial na educação básica.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE GEOMETRIA ESPACIAL

Devido à sua importância enquanto conteúdo exato, o ensino de Geometria Espacial não deve se resumir ao aprendizado mecânico de fórmulas de cálculo de área e de volume nem tampouco a interpretações expositivas de teoremas. Durante a educação básica, é fundamental que o ensino da matemática seja lecionado relacionando teoria e prática e com a utilização de recursos pedagógicos e tecnológicos que possibilitem ao aluno reconhecer qual a relevância desses conteúdos para a sua vida. (CUNHA, 2019).

O ato de calcular volumes de sólidos geométricos é algo que está presente em nossas vidas, cotidianamente, pois temos contato direto com formas e figuras que representam situações matemáticas diversas, desde tempos remotos. Esse tipo de estudo vem sendo realizado durante toda a história da humanidade e ganhou novas feições com as contribuições de estudiosos como Cavalieri, Newton e Leibniz.

Muitos alunos indagam aos professores: “Para que estudar esse conteúdo? Isso vai servir para qual propósito em minha vida?”. Muitos docentes convivem com tais questionamentos durante suas aulas. Tais perguntas não são prontamente respondidas pelos docentes tendo em vista que é comum esses profissionais também apresentarem limitações quanto à importância desse objeto de conhecimento, o que implica dizer que há uma lacuna na própria formação do professor oriunda de uma graduação baseada mais nos princípios teóricos em detrimento dos conteúdos práticos.

Outro fator que contribui para um ensino aprendizagem ineficaz de geometria espacial é o de não haver recursos materiais em número suficiente para uso dos professores durante as aulas de matemática, conforme afirma Costa, “Se as licenciaturas têm deixado lacunas profundas na formação estocástica do futuro professor, a maioria dos programas de formação continuada também têm sido falhos, conforme resultados da pesquisa de Costa (2007)”. Tendo como suporte mais imediato apenas o livro didático, ou seja, há uma limitação de recursos pedagógicos nas escolas públicas que impedem o professor de realizar um trabalho mais eficaz com os alunos no que se refere aos conteúdos de matemática, em particular, da Geometria Espacial, em que se inclui o cálculo de volumes.

Quando se compara a situação de escolas públicas e particulares, essa realidade é mais visível ainda, conforme destacam Rezende, Lopes e Egg ao afirmarem que:

[...] os professores de Matemática falam de como suas práticas pedagógicas na escola pública e na escola particular são diferentes em função dos recursos que a escola particular oferece e da limitação desses recursos na

escola pública bem como da diferença entre os perfis dos alunos de ambas as instituições (REZENDE, LOPE, EGG, 2003, p.6).

Acredita-se que o poder aquisitivo contribui significativamente para a aquisição de materiais concretos os quais auxiliam no aprendizado de cálculos, o que não ocorre com grande número de alunos de escolas públicas brasileiras.

Essa escassez de recursos pedagógicos concretos prejudica a realização de aulas práticas pelo professor, o que acarreta, ainda, a desmotivação do discente, pois este não consegue mensurar a importância desses conteúdos para a sua vida futura, cabendo ao docente criar condições de ensino em que os educandos sintam-se motivados a aprender, partindo da percepção dos próprios alunos e suas experiências.

## 2.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS

Nesse tópico, faz-se um relato sobre a educação matemática, suas principais tendências, o que elas defendem para a melhoria do ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento, com o intuito de possibilitar um aprofundamento acerca do objeto de estudo deste trabalho que é o ensino de geometria espacial. Tiveram contribuições nessa área os autores Souza, Carvalho e com maior destaque Fiorentini.

Ao longo do tempo as visões sobre o ensino e aprendizagem de matemática têm se diversificado bastante, nesse contexto, diferentes tendências têm surgido com a defesa de variadas concepções a serem seguidas. Tendo em vista a diversificação de idéias e as argumentações já apresentadas, debruça-se numa explanação das principais tendências em educação matemática contemporânea.

### Tendência Empírico-Ativista

Essa é uma tendência em que a matemática é ensinada por seus valores utilitários, suas relações com outras ciências e suas aplicações para resolver problemas no dia a dia. Utiliza-se de atividades experimentais, da resolução de problemas e do método científico, acreditando-se que o aluno aprende fazendo.

### Tendência Formalista Moderna

A formalista-moderna é uma tendência em educação matemática em que sua ênfase é dada no uso da linguagem, no rigor e nas justificativas. O ensino era totalmente centrado no

professor e distanciava-se das aplicações práticas. Essa tendência, conforme já foi apresentado até aqui, não favorece o desenvolvimento do estudo da geometria na educação básica.

#### Tendência Tecnicista

A tecnicista é uma tendência na qual os conteúdos são apresentados com uma instrução programada. Os recursos e as técnicas de ensino passam a ser o centro do processo de ensino-aprendizagem, os alunos e o professor passam a ser meros executores de um processo desenvolvido por especialistas. De forma análoga à tendência Formalista Moderna, esta também não favorece a aprendizagem da geometria na educação básica.

#### Tendência Construtivista

A construtivista é uma tendência cuja base é o construtivismo, que considera o conhecimento matemático resultante da ação interativa-reflexiva do indivíduo com o meio ambiente. Destaca-se o aprender a aprender e o desenvolvimento do pensamento lógico formal.

#### Tendência Histórico-Crítica

A tendência histórico-crítica enfatiza a aprendizagem significativa, que acontece quando o aluno consegue atribuir sentido e significado às idéias matemáticas e sobre elas é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

#### Sócio-Etnocultural

É uma tendência que traz em si uma visão antropológica, social e política da matemática e da educação matemática. Parte-se de problemas da realidade, inseridos em diversos grupos culturais, que gerarão temas de trabalho na sala de aula.

### Educação Matemática Crítica

É uma tendência em educação matemática que promove debates acerca do tema poder. Essa tendência tem como objetivo levar em consideração aspectos políticos da educação praticada, suscitando debates sobre questões de preconceito, democracia, interesses políticos e demais questões. Ao trabalhar seguindo essa tendência, é possível mostrar ao aluno o papel da matemática na sociedade, tornando-a uma ferramenta importante na busca de uma sociedade mais justa.

### Informática e Educação Matemática

A informática e educação matemática constituem uma tendência que considera que o uso de computadores e calculadoras pode levar o ensino aos anseios de uma nova geração, já acostumadas com essas tecnologias. Com a presença do computador, a aula ganha um novo cenário na relação entre professores e alunos. O computador pode virar uma ferramenta de interligação entre a escola e o que acontece fora dela.

### Escrita na Matemática

Essa tendência remete-se a aspectos incomuns para quem estuda matemática, pois se trata de uma abordagem do ensino de matemática que tem em vista a formação de um indivíduo integral e mais generalista. Ao se trabalhar com essa tendência gera-se um processo de reflexão a respeito da compreensão individual sobre o conteúdo abordado.

### Modelagem Matemática

É uma tendência que busca expressar, por meio da linguagem matemática, situações de problemas reais. É uma nova forma de encarar a matemática e consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

### Literatura e Matemática

Essa tendência em educação matemática fundamenta-se em desenvolver práticas pedagógicas interdisciplinares. Acredita-se que a união de áreas do saber pode tornar mais interessante e atrativo o estudo, bem como tornar mais eficiente no processo de ensino-aprendizagem.

### Resolução de Problemas

Essa é uma das atividades mais destacadas da matemática, no entanto, é fato que nem sempre é fácil para os alunos resolver problemas. É necessário, para se ter um ensino aprendizagem mais eficiente, a partir de problemas simples para depois se chegar a problemas mais complexos, visto que estes últimos são compostos por vários problemas simples. Na prática, os problemas possuem mais de um método de solução, mas o importante é que sua resolução seja feita da maneira mais simples possível para que os alunos a compreendam.

### Jogos e Recreações

Essa tendência pode ser bastante útil para o ensino de matemática, principalmente quando se trabalha com de crianças, pois a maioria das atividades remete ao ensino de forma lúdica, que é uma ferramenta eficaz, considerando que os alunos dessa faixa etária estão muito habituados a esse tipo de prática no seu cotidiano. A seguir, iremos caracterizar um pouco o trabalho.

Quanto à natureza desse trabalho, ele se enquadra, de acordo com suas características, na tendência em educação matemática e empírico-ativista, pois visa também a resolução de problemas do dia a dia, com aplicações reais, em que são feitas atividades experimentais para a comprovação do volume dos sólidos através da inserção de água nos sólidos físicos, estimulando os alunos a serem proativos durante as aulas em que irão aprender a calcular os volumes dos sólidos, na prática, realizando as experiências com auxílio do professor.

Atualmente, existe uma série de dificuldades no ensino e aprendizagem de uma disciplina tão importante nos currículos escolares como a matemática. Os conhecimentos de matemática são sequenciais, ou seja, para o aprendizado de determinado conteúdo é necessário conhecimento prévio de outros anteriores, das quatro operações fundamentais, entre outros conceitos.

Desta forma, se os alunos tiverem dificuldades em conhecimentos prévios necessários para o prosseguimento de seus estudos em matemática em níveis mais avançados, forma-se um ciclo interminável de dificuldades que o acompanharão em outras etapas do seu estudo acarretando uma série de problemas no seu aprendizado.

Os principais problemas enfrentados no ensino aprendizagem de matemática são a falta de motivação dos alunos, lacunas de aprendizagem de conteúdos de séries anteriores, estratégias usadas pelos professores que não motivam os alunos a estudarem matemática e o desconhecimento dos estudantes em relação à utilidade dos conceitos matemáticos, em particular, da geometria, em situações do cotidiano.

Contribuem com essa discussão ao assinalarem que:

Atualmente, os problemas enfrentados nas escolas são comuns, relacionados às dificuldades de aprendizagem, principalmente quando tratamos do que diz respeito aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, dentre eles destaca-se: falta de motivação dos alunos para aprender; desinteresse pela maioria dos conteúdos ministrados; a ineficácia de estratégias metodológicas tradicionalistas para a abordagem de conteúdos; e dificuldades em associar conteúdos matemáticos aos estudos de outras disciplinas e às necessidades do cotidiano. (MASOLA; ALLEVATO, 2019, p.1)

Pode-se afirmar que a aversão pela matemática está relacionada à sua desmotivação pessoal, pois a consideram uma disciplina difícil de ser compreendida, gerando assim um obstáculo no ensino e aprendizagem de seus conteúdos. Diversas metodologias de ensino vêm se desenvolvendo ao longo do tempo a fim de minimizar esse problema em relação ao ensino de matemática, dentre as quais se destacam as tendências em educação matemática citadas acima, que visam o ensino de matemática seguindo uma linha de pensamento pré-determinada.

Ao serem analisadas pelos professores, as dificuldades apresentadas pelos alunos, pode-se perceber que eles utilizam métodos pouco eficientes na resolução de problemas matemáticos gerando, assim, uma série de dificuldades na sua aprendizagem. Os alunos quando aprendem algum procedimento tendem a usá-lo indiscriminadamente, pois é algo bem aceito por eles, mas, nem sempre, esses métodos são eficazes na resolução de problemas.

É pertinente a essa discussão o que afirmam Masola e Allevalo (2019) sobre os métodos utilizados pelos alunos na matemática

[...] Ao avaliar as dificuldades dos alunos, sempre se analisa a atitude desses alunos mediante a tarefa e se procura compreender quais são as estratégias que mobilizam para efetua-las. Particularmente, em Matemática, é possível constatar com frequência que os alunos utilizam, muitas vezes de maneira não consciente, procedimentos que são pouco eficazes. Ou então, quando dominam uma determinada técnica, tendem a utilizá-la sem restrições, tendo dificuldade de considerar outras possibilidades e, na falha em escolher uma melhor estratégia, acometem os resultados em implicações danosas. (MASOLA, ALLEVATO, 2019. p.10)

Vários são os fatores que levam os alunos a enfrentarem dificuldades no ensino aprendizagem de matemática. Podem ser citados: o pouco interesse dos educandos no que se refere ao ensino e aprendizagem de matemática, lacunas na compreensão de conteúdos de níveis anteriores necessários para a assimilação de novos conteúdos, a desmotivação dos próprios professores, emprego de metodologias ineficazes, falta de acompanhamento das famílias, inexistência de uma estrutura adequada nas escolas para dar condições aos alunos de terem uma aprendizagem eficiente.

Com efeito, todos esses fatores colaboram para as dificuldades já comprovadas no ensino de matemática no Brasil. Diante das argumentações apresentadas, questiona-se: O que deve ser feito para melhorar o ensino aprendizagem de matemática, de modo específico, dos conteúdos de Geometria nas escolas?

Várias das tendências em educação matemática citadas neste trabalho possuem linhas de pensamento que podem ser utilizadas pelos professores em prol de minimizar as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem deles em relação à matemática.

A tendência em educação matemática empírico-ativista, adotada neste trabalho por acreditar que seja a mais adequada aos objetivos do projeto, teve no Brasil como seus principais representantes Euclides Roxo e Everardo Backheuser. Euclides Roxo era defensor também da concepção pragmática de matemática defendida pelo movimento renovador de ensino.

Essa tendência defendia que o ensino de matemática deveria ter como centro o aluno, sendo o professor um orientador ou facilitador no processo de ensino aprendizagem e o ambiente de ensino um espaço constituído por uma quantidade satisfatória de materiais didáticos tornando-o o aprendizado estimulante para os alunos.

## 2.2 UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Nos dias atuais, os jovens vivem em um mundo permeado pelas tecnologias e repleto de formas geométricas, notadamente as formas espaciais, espalhadas em todos os ambientes de convivência, sejam públicos ou particulares. Assim sendo, os alunos estão sempre em contato com os conteúdos geométricos e precisa aprimorar esses conhecimentos para compreender melhor a dinâmica das relações espaciais no universo que o rodeia.

O elo entre a teoria e a prática é essencial para consolidar esse aprendizado, pois os alunos terão a oportunidade de se apropriar de conceitos elementares da geometria espacial, pois esta, que é “batizada como a ciência do espaço, essa ciência favorece noções básicas que lhe darão suporte para explorar cada vez mais as figuras tanto geometricamente como algebricamente.” (SANTIAGO, 2018, p. 16).

Ainda conforme o mesmo autor:

A geometria espacial é a área da matemática que estuda as figuras tridimensionais, onde tem porção finita e são limitados por superfícies planas e curvas, além das áreas, volumes, propriedades e relações. A geometria, em primeiro momento, é apresentada ao aluno a partir da geometria plana, enfatizando na grande maioria as figuras planas, como quadrado, círculo e o triângulo dando menos ênfase à tridimensionalidade. (SANTIAGO, 2018, p. 16).

A partir do ensino de geometria plana e suas figuras, deve-se inserir o aluno no mundo da geometria espacial, utilizando materiais concretos para contextualizar o que está sendo ensinado e relacionando esses conteúdos a situações reais as quais passarão a ter sentido para o aluno, uma vez que este visualizará o contexto de significação daquilo que aprendeu, o que, de fato, importa, para a vida desse aluno.

Para tanto, Vale destaca:

[...] os estudantes aprendem melhor vários conceitos matemáticos quando explorados de um modo concreto com materiais manipuláveis. Deste modo, é crucial que os (futuros) professores desenvolvam as aptidões necessárias para utilizar os manipuláveis na sala de aula numa perspectiva de ensino e aprendizagem mais dinâmica e desafiadora. A geometria aparece como um campo privilegiado pela própria natureza dos entes geométricos, mas por também ser um tema bastante negligenciado nas nossas escolas. Deste modo, acreditamos que o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes pode ser mais facilmente conseguido através de tarefas desafiadoras que recorram a materiais manipuláveis diversificados. (VALE, 2011, p.83)

Os materiais aos quais Vale se refere podem ser adquiridos no próprio espaço escolar ou em casa, como utensílios que utilizamos em nosso cotidiano, por exemplo, dentre eles copos, pois têm formas cilíndricas e cônicas; assim como bola de futebol, por ter a forma esférica; cones de sinalização; caixas de vários formatos; dados. Esses objetos servem como ferramentas para a concretização do aprendizado de conceitos geométricos, por serem manipuláveis e fáceis de ser encontrados no dia a dia.

A utilização de materiais concretos pode ser útil em todos os níveis de ensino, desde o ensino fundamental até o nível superior, pois certamente poderá contribuir para a aprendizagem matemática, uma vez que a aula torna-se mais lúdica, despertando a curiosidade dos alunos, considerando que estão acostumados a brincar com esses objetos, conseqüentemente, vindo a contribuir para a melhoria de sua aprendizagem.

Também, deve-se atentar ao fato que a utilização de materiais concretos durante as aulas de geometria espacial as torna mais reais e perceptíveis para os alunos, eliminando o abstracionismo das aulas teóricas, algo que dificulta a aprendizagem, por isso, o uso de materiais concretos constitui-se em uma ferramenta pedagógica de grande valor, pois contribui de maneira significativa para a apreensão e compreensão de conteúdos matemáticos.

Coadunam com essa percepção, as palavras de Cunha quando este ressalta que:

Materiais concretos ou manipuláveis vem sendo utilizados há muito tempo por professores de matemática para auxiliar o ensino e a aprendizagem de matemática de maneira mais lúdica, mais visual e, conseqüentemente, menos abstrata. Por experiência própria, posso dizer que a transição entre o ensino da aritmética, que possui variadas aplicações em nosso cotidiano, e o ensino da álgebra, mais abstrata, que ocorre por volta do sétimo ano do Ensino Fundamental, é turbulenta. Faltam, talvez, habilidades necessárias aos alunos de abstraírem, de imaginarem situações diversas para que possam entender melhor e realmente compreenderem os conceitos algébricos. (CUNHA, 2019, p.39).

Nota-se a importância da utilização de materiais concretos como auxiliares na aprendizagem de conceitos geométricos, no entanto, deve-se considerar que esses instrumentos por si só não ensinam os conteúdos de matemática, mas, sim, o professor, ou seja, para que seu uso seja eficiente, o docente deve estar preparado para utilizá-los no momento certo, de forma planejada, com os objetivos propostos, além de saber quais os materiais adequados para cada situação de aprendizagem e conteúdo ministrado.

Sobre a utilização de materiais concretos no ensino de matemática, Cunha suscita uma reflexão ao pontuar que:

É importante que não utilizemos simplesmente um material pela ludicidade, uma vez que o principal objetivo da aula é o ensino da matemática. E mais, os materiais concretos, por si só, não ensinam matemática. Para isso, é preciso que o professor-mediador se disponha a utilizar suas práticas, estude os materiais que quer aplicar e se pergunte se esse material vai alcançar o objetivo proposto por ele. Isso dará mais segurança a ele e aos alunos, permitindo que os alunos aproveitem melhor as aulas. (CUNHA, 2019, p.40)

Verifica-se que Cunha é categórico ao defender o uso consciente desses recursos, ou seja, não basta apenas o professor utilizar os materiais concretos, ele deve saber explorá-los, não levando em conta somente o aspecto lúdico, mas a sua efetividade como ferramenta pedagógica, se realmente é útil, se atende aos propósitos estabelecidos.

Além disso, o professor deve considerar ainda que muitos alunos possuam opinião formada a respeito da matemática, que para eles não passa de uma disciplina teórica, com conteúdos difíceis de ser apreendidos, numa visão distorcida sobre a disciplina e que necessita ser desmistificada pelo docente empregando métodos mais eficazes de ensino, dentre eles as aulas práticas. (SANTOS; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2013).

A matemática é uma disciplina em que podem ser utilizadas metodologias inovadoras que facilitem o aprendizado, principalmente para alunos do ensino infantil e fundamental, pois a faixa etária destes requer momentos de ludicidade sem, no entanto, diminuir a sua importância enquanto objeto pedagógico, motivador do processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

A matemática é uma disciplina muito importante na formação dos alunos, e devem ser utilizados os mais variados recursos práticos para a melhoria da qualidade do seu ensino, desmitificando a idéia de que oferece respostas prontas, imutáveis, e na qual não cabe usar a criatividade.

Ampliando esse debate, é pertinente acrescentar o que dizem os autores:

Matemática, na maioria das vezes, é vista como uma disciplina pronta e acabada, sem espaço para a criatividade. Isso acaba gerando uma grande aversão nos alunos, fazendo com que acreditem que é algo difícil, distante da realidade e, muitas vezes, sem utilidades, onde quem aprende ou a compreende é considerado muito inteligente. O que devemos fazer é tirar a idéia de que a matemática é para poucos e, mostrar que todas as pessoas têm a capacidade de aprendê-la e ainda explorar o lúdico. (SANTOS; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2013, p.3)

Essa visão de matemática como uma disciplina fechada, invariável, inacessível a muitos é equivocada e gera um desconforto naqueles alunos que apresentam maior dificuldade em aprender, tornando-os avessos aos conteúdos dessa disciplina, pois acreditam que são apenas cálculos, fórmulas e conceitos que não têm uso prático no dia a dia, além de serem difíceis, por isso, são apenas para os mais inteligentes.

Cabe ao professor desfazer esse mito por meio da realização de aulas em que os alunos sintam a necessidade em aprender algo que é importante para a sua formação e para a sua vida, que é acessível a todos, principalmente quando se utiliza objetos manipuláveis que estão relacionados ao seu cotidiano, numa interação entre teoria e prática.

Rocco e Flores (2008) ressaltam que o uso de materiais concretos no ensino de geometria é uma realidade vigente, em que se percebe

[...] que os materiais manipuláveis têm marcado forte presença no atual ensino de geometria. As atividades envolvendo os conceitos geométricos, geralmente, são elaboradas dando destaque ao lúdico e ao experimental. Nesse contexto, poderíamos citar, por exemplo, o uso dos sólidos geométricos, geoplano, tangran, poliminós, pentaminós, caleidoscópio e o caleidociclo. (ROCCO; FLORES, 2008, p.1).

É perceptível a referência de vários estudiosos sobre a importância da utilização de materiais concretos como ferramenta pedagógica, inclusive na matemática, pois este recurso facilita a compreensão de conceitos, fórmulas e fatos matemáticos de maneira lúdica e proveitosa, resultando em um ensino mais eficaz, uma vez que o aluno pode relacionar esses conteúdos a situações reais da sua vivência diária.

Quanto às dificuldades em aprender, de modo específico, assuntos da área da matemática, há de se considerar que estas “podem ser fruto de fatores orgânicos ou mesmo emocionais e é importante que sejam detectadas a fim de auxiliar no desenvolvimento do processo educativo, ou seja, os processos de ensino e de aprendizagem.” (MASOLA; ALLEVATO, 2019, p. 6).

Portanto, é outra incumbência do docente identificar se as dificuldades de aprendizagem dos alunos são resultantes de fatores externos ao ambiente escolar, se são de natureza interna da escola, ou se estão relacionados a problemas emocionais desenvolvidos pelos estudantes, desta forma, poderá desenvolver melhor o seu trabalho, buscando atender as necessidades de cada um na sala de aula.

Dedica-se, na próxima seção, a uma abordagem sobre a importância da geometria no desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos.

### 2.3 A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA GEOMETRIA

A matemática tem sua importância reafirmada pelos usos que as pessoas fazem dela no cotidiano, em todos os aspectos de suas vidas, seja no trabalho, lazer, esportes, negócios, e em outros setores, comprovando que é uma área presente e necessária para a interpretação de inúmeros fenômenos, dentre eles os econômicos, os estatísticos, além de facilitar a compreensão de ambientes, espaços físicos e formas arquitetônicas comuns em todos os lugares.

É válido afirmar que a utilidade dos conteúdos de geometria, de modo geral, não se restringe apenas à disciplina de matemática, uma vez que podem ser úteis em outras áreas do conhecimento humano. Por exemplo, ao se examinar um mapa na disciplina de geografia, ou quando se interpreta um gráfico, que possuem vários tipos de formas geométricas como círculos, barras, setores, são empregados conceitos, fórmulas e cálculos da geometria, o que remete à interdisciplinaridade desta parte da matemática com outras disciplinas.

Outro exemplo desse uso ocorre nas construções que, atualmente, apresentam formatos de figuras geométricas, demonstrando assim o quanto a geometria está presente no estilo de vida da sociedade contemporânea. Prédios, edifícios, ruas, e demais obras das grandes cidades, têm uma relação direta com a geometria, comprovando que muitos de seus conceitos são empregados em diferentes áreas do conhecimento.

Nesse contexto, merecem destaque os conhecimentos de geometria amplamente empregados para resolver diversas situações, por exemplo, medições de áreas de territórios, terras agrícolas, construções de edifícios, medição de volumes de objetos para armazenamento de produtos e outros ramos em que os conteúdos de geometria se tornam indispensáveis para a sua realização.

Infelizmente os alunos apresentam um baixo desempenho no aprendizado geometria, o que se torna um fator problemático para a compreensão de suas aplicações práticas desse importante ramo de estudo. Veja o que ALMOLOUD afirma sobre o desempenho dos alunos em relação a geometria

[...] Um dos problemas enfrentados pelo sistema de ensino brasileiro refere-se ao baixo desempenho dos alunos do Ensino Básico, em Matemática, e mais especificamente, em problemas envolvendo a geometria. A geometria é um ramo importante tanto como objeto de estudo, bem como instrumento para outras áreas. No entanto, os professores do Ensino Básico apontam a geometria como uma das disciplinas cujo o processo de ensino-

aprendizagem é problemático. O diagnóstico dessa situação é um dos temas de discussão nos meios acadêmicos. (ALMOULOU, 2019, p.1).

Apesar das mais diversas aplicações que a geometria tem na vida das pessoas, durante a educação básica não está sendo dada a devida importância que área do saber precisa ter durante as aulas para que assim sejam amenizadas as lacunas que os alunos carregam acerca dos conteúdos após concluir seus estudos básicos. Veja o que afirma Barbosa

[...] É interessante observar que distintas são as razões apresentadas pelos professores para justificar a ausência do estudo de Geometria nas diferentes séries: “porque não sei”, “porque não dá tempo”, “porque os alunos preferem trabalhar com números”, “porque os problemas são de contas”. No entanto, nenhuma razão tenta colocar em dúvida os méritos próprios da Geometria. Talvez, o maior de todos eles seja o fato de a Geometria exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar; isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria (BARBOSA, 2003,p.4).

As evasivas dos professores não são suficientes para justificar a rejeição deles próprios aos conteúdos de geometria, que são postos de lado ou deixados por último no planejamento anual das aulas. Todavia, se as escolas tivessem um laboratório com diversos sólidos geométricos e outros objetos para auxiliar nas aulas de geometria, isso ajudaria a minimizar as dificuldades dos alunos, pois teriam contato com recursos pedagógicos concretos que os fariam compreender aquilo que fora ensinado nas aulas teóricas, mas esse problema pode ser contornado, pois o professor pode montar oficinas em sala de aula para fazer aplicações dos conteúdos de volumes, conforme a idéia dessa pesquisa por exemplo.

Desta forma, o professor poderia introduzir a teoria relacionando-a com a prática, tornando o ensino de geometria mais consistente, conseqüentemente, capacitando os alunos para utilizarem os conceitos geométricos nas mais variadas situações de uso com as quais se deparassem em seu cotidiano, utilizando as ferramentas adequadas para solucionar os problemas. (MASOLA; ALLEVATO, 2019).

## **2.4 O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL**

Os conteúdos de Geometria Espacial constam nos livros didáticos, mas devido a fatores diversos costumam ser ministrados apenas como complementos de outros assuntos da matemática, o que contribui para que os alunos não desenvolvam as habilidades mínimas

necessárias para a compreensão de cálculos de área e de volumes acarretando em lacunas para prosseguimento dos estudos em níveis mais elevados de ensino. (CUNHA, 2019). Essa realidade daquilo que é preconizado para o ensino de Matemática acerca dos conteúdos de geometria espacial. Corroborando esse pensamento, veja o que alguns autores acrescentam:

[...] A geometria e a medida são duas áreas da Matemática fundamentais para o dia-a-dia dos cidadãos na que a escola, no entanto, não tem se dado a devida atenção. A geometria é normalmente deixada para os finais dos anos letivos e tratada a partir das definições, dando pouco espaço a ação dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos. A medida reduz-se, tradicionalmente, a aplicação de fórmulas e a realização de cálculos (BREDA, SERRAZINA, MENESES, SOUSA, OLIVEIRA, 2011, p.7).

Infere-se que o ensino de geometria, assim como qualquer outro, requer interação ativa entre os sujeitos do processo educativo (professores e alunos). É vital que o aluno se aproprie de conhecimentos válidos para o seu dia a dia, que ele perceba que a matemática é um instrumento de compreensão do mundo ao seu redor, cabendo ao professor excluir práticas de ensino que tenham como alicerce somente a memorização e a repetição de exercícios exaustivos e sem sentido para os aprendizes. (SANTIAGO, 2018).

Os conteúdos da geometria, assim como todos os conteúdos de matemática, só irão ser compreendidos de forma sólida se forem bem exercitados e com aplicações práticas, por meio de resolução de exercícios variados e aplicações práticas para consolidar esse conhecimento. Todavia, o que se verifica é que há um apagamento dos conteúdos de geometria os quais não recebem o mesmo tratamento que outros assuntos da área da matemática, o que gera uma lacuna no aprendizado do aluno. (SANTIAGO, 2018).

Durante as aulas é comum a utilização de estratégias de mecanizações de conteúdos baseadas em aulas teóricas e com a utilização de fórmulas prontas e sem aplicações práticas, transformando os alunos em seres passivos e que somente recebem conhecimentos, sem interação com o meio onde está inserido. O professor dedica boa parte da aula à memorização de conceitos e fórmulas, sem associá-los a fatos concretos do dia a dia. Daí resultando na rejeição do aluno por esses conteúdos, uma vez que acredita que estes não terão utilidade para a sua vida. (VIEIRA, 2010).

Pavanello (1993) se posiciona quanto ao ensino de geometria, após as mudanças ocorridas em décadas anteriores:

[...] o abandono do ensino da geometria é causado devido ao contexto histórico-político, pois em 1971 foi promulgada a lei 5692/71 em que professor deixou de ter autonomia para elaborar o seu próprio roteiro de

conteúdo, prejudicando não só os professores, mais em grande parte o alunado, devido a deixar sempre a geometria para última unidade, e não havendo tempo suficiente, não era trabalhada de forma adequada, ficando sempre para série seguinte essa lacuna. (PAVANELLO, 1993, p. 37).

O fato de os alunos verem os conteúdos de geometria espacial de forma muito rápida, ou estes serem deixados por último, de modo especial no tocante a cálculo de volumes de sólidos geométricos, acabou por prejudicar o aprendizado do aluno, desde a sua base, e quando eram trabalhados em sala de aula esse ensino não considerava a potencialidade dos discentes, vendo-os como seres passivos que deveriam apenas receber ouvir e repetir, não questionar, tornando-se meros reprodutores de fórmulas prontas.

A discussão sobre esse assunto comprova que há falhas corriqueiras no que diz respeito ao ensino de Geometria Espacial, tendo em vista que os alunos não são incentivados a interagir com o meio físico que o rodeia para colocarem em prática os conhecimentos adquiridos, assim como os professores não buscam novas formas de trabalhar em sala de aula os conteúdos de Geometria, ocorrendo, desta forma, um distanciamento entre o que é ensinado e o que é apreendido pelo aluno.

Importante ressaltar que a utilização de materiais concretos pode agregar valor ao aprendizado do aluno em muitos aspectos, pois possibilita ao aprendiz melhores percepções das aplicações da geometria na vida real, além de promover a interação entre professores e alunos de maneira mais proveitosa.

Contribuindo com esse debate, Cunha afirma que:

[...] o conteúdo de Geometria Espacial, em particular o cálculo de volumes, é visto de forma muito rápida, sem muitas reflexões e apenas com aplicações básicas, o que impede o aluno de desenvolver o conhecimento de como calcular o volume dos sólidos, recaindo apenas numa reprodução de uma série de fórmulas decoradas. (CUNHA, 2019, p.17)

Esse fato relatado por Cunha, em que os discentes são submetidos a um ensino descontextualizado, mantenedor da cultura da reprodução automática de conceitos, expõe uma realidade vigente, aquela em que os alunos apresentam vícios de aprendizagem, ou seja, tornam-se dependentes de conhecimentos prontos, seguindo à risca fórmulas prontas para a resolução de problemas. Essa repetição não sugere que aprenderam os conteúdos, fato é que se não lembrarem como utilizá-las, não conseguirão solucionar o problema exposto.

Para tornar esse aprendizado mais significativo, os professores poderiam usar objetos bem simples que, frequentemente, são utilizados pelos alunos no seu cotidiano, como baldes e

bacias em formas cilíndricas, potes e caixas em formatos de cubos, paralelepípedos, cones, pirâmides, prismas e vários outros materiais concretos que auxiliariam na exemplificação dos conteúdos de geometria facilitando o entendimento destes. (OLIVEIRA; FREITAS; ANDRADE, 2013).

Diante do exposto, acredita-se que a utilização de materiais concretos durante as aulas de geometria espacial pode contribuir significativamente para a melhoria do ensino e aprendizagem dos alunos. Oliveira, Freitas e Andrade ressaltam que:

Tendo por base os bons resultados que temos colhido na utilização desta proposta em nossas aulas de matemática, tanto no ensino fundamental, quanto no ensino médio, e até mesmo em oficinas de capacitação oferecidos a licenciandos de matemática, temos defendido que uma aula de geometria em que se utilize esse método será mais proveitosa e motivadora do que qualquer exposição tradicional do assunto, utilizando apenas o quadro-negro e/ou determinados materiais de apoio (OLIVEIRA, FREITAS, ANDRADE, 2013, P.4)

Considerando os fatos explicitados, depreende-se que para ser ofertado um ensino eficaz e para que os alunos tenham um aprendizado eficiente e consolidado no tocante aos conteúdos de geometria espacial, mais precisamente sobre cálculos de volumes de sólidos geométricos, não basta apenas que as aulas sejam teóricas e tenha como recurso somente o quadro-negro. É necessária a adoção de metodologias inovadoras, estratégias que incentivem o uso concreto desses conteúdos em situações reais do cotidiano dos alunos.

Além do despreparo dos professores, vários outros motivos podem influenciar o sucesso ou o fracasso do processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de matemática, dentre eles os de geometria espacial. Um desses fatores está relacionado ao uso do livro didático e este ter ou não uma linguagem fácil e acessível aos alunos; outro, é a não realização de aulas práticas empregando recursos tecnológicos, ferramentas estas comuns no dia a dia das crianças e adolescentes. Um terceiro elemento é o fato de não serem aproveitados os conhecimentos prévios dos discentes sobre geometria espacial, não instigando a curiosidade deles acerca do que irão estudar.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Do ponto de vista de sua natureza, a pesquisa caracteriza-se por ser de forma aplicada, pois seu objetivo é a utilização de materiais concretos nas aulas de geometria envolvendo cálculos de volumes, com intuito de amenizar problemas no ensino-aprendizagem dos alunos referentes a esses conteúdos.

Entende-se por pesquisa aplicada aquela que “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 51).

Do ponto de vista de seus objetivos, a pesquisa se caracteriza por ser descritiva, pois os dados serão levantados sem nenhuma forma de interferência por parte do pesquisador, onde serão levantadas as características de uma determinada população. Ocorre a pesquisa descritiva

[...] quando o pesquisador apenas registra e descreve os fatos observados sem interferir neles. Visa a descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Tal pesquisa observa, registra, analisa e ordena dados, sem manipulá-los, isto é, sem interferência do pesquisador. Procura descobrir a frequência com que um fato ocorre, sua natureza, suas características, causas, relações com outros fatos. Assim, para coletar tais dados, utiliza-se de técnicas específicas, dentre as quais se destacam a entrevista, o formulário, o questionário, o teste e a observação (PRODANOV; FREITAS, 2013, p.52).

Procedeu-se, também, a uma pesquisa bibliográfica por considerar necessária a apropriação de conhecimentos sobre a educação matemática, assim como do ensino de geometria nas escolas. As análises bibliográficas contribuirão para a compreensão das dificuldades enfrentadas pelos alunos, além de embasarem a discussão dos resultados.

Quanto à abordagem, essa pesquisa é de cunho qualitativo, pois as hipóteses sobre o problema de pesquisa serão levantadas a partir das opiniões dos alunos em relação às aulas ministradas com a utilização dos materiais práticos.

### 3.2 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA PRODUÇÃO DE DADOS

Quanto aos procedimentos técnicos, é caracterizada como pesquisa de campo, pois os dados foram coletados com base na observação de fatos utilizando-se como instrumento de coleta de dados questionários estruturados com o objetivo de fazer um levantamento sobre as opiniões dos alunos sobre a realização das aulas com a utilização dos materiais práticos, com um total de oito questões e sendo a última etapa da participação dos alunos, a resolução desse questionário. Considerando que a pesquisa de campo,

[...] é aquela utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema para o qual procuramos uma resposta, ou de uma hipótese, que queiramos comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles. Consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes e no registro de variáveis que presumimos relevantes, para analisá-los. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p.59).

Esse é o tipo de pesquisa mais adequado aos objetivos do trabalho, tendo em vista que o projeto visa à aplicação prática de conteúdos para posterior análise dos seus resultados.

Primeiramente, foram ministradas aulas teóricas sobre cálculo de volumes para, em seguida, serem ministradas aulas práticas com a utilização de materiais concretos com o objetivo de instigar a curiosidade dos alunos sobre fazer a comprovação dos volumes dos sólidos mediante a introdução de água aos mesmos, sendo utilizados sólidos em formato de paralelepípedos e cilindros para o cálculo dos volumes, fazendo, na sequência, a aplicação de um questionário qualitativo para o registro das opiniões dos alunos sobre os procedimentos adotados e as experiências com as quais tiveram contato durante as aulas, e assim foram analisados os resultados da pesquisa através das respostas dos alunos.

Ressalta-se que, como a pesquisa foi aplicada em tempos de pandemia da Covid-19 (coronavírus), e por as experiências terem sido realizadas de forma presencial, foram adotados todos os protocolos sanitários para preservar a saúde dos envolvidos, tais como distanciamento social, uso de máscara e demais itens de segurança. Para não haver aglomerações, foram selecionados somente dois alunos por dia para participarem das aulas e

das experiências para o cálculo de volumes com a introdução de água nos sólidos, preservando assim a saúde e integridade de todos os envolvidos no processo.

### 3.3 CAMPO EMPIRICO DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede municipal de ensino, localizada na zona urbana, na cidade de Baixa Grande do Ribeiro – Piauí, que funciona nos três turnos e atende em torno de 600 alunos, distribuídos no ensino fundamental regular, pela manhã e à tarde, e da Educação de Jovens e Adultos (EJA), no período noturno.

O público-alvo da pesquisa foram alunos do 9º ano do ensino fundamental da referida escola, cuja faixa etária dos alunos é de 15 a 16 anos, e o motivo para serem selecionados alunos dessa faixa etária é o fato de já possuírem uma maturidade a mais que os demais alunos, e também de certa forma já tiveram contatos com os conteúdos de geometria espacial, tendo assim o discernimento necessário para responder o questionário qualitativo que foi aplicado. Para a realização desse trabalho foram selecionados 10 alunos, sendo 9 do sexo feminino e 1 do sexo masculino. A seleção dos alunos para a realização dessa pesquisa foi de forma voluntária, ou seja, foram selecionados voluntariamente por sua intenção espontânea de contribuir com a pesquisa.

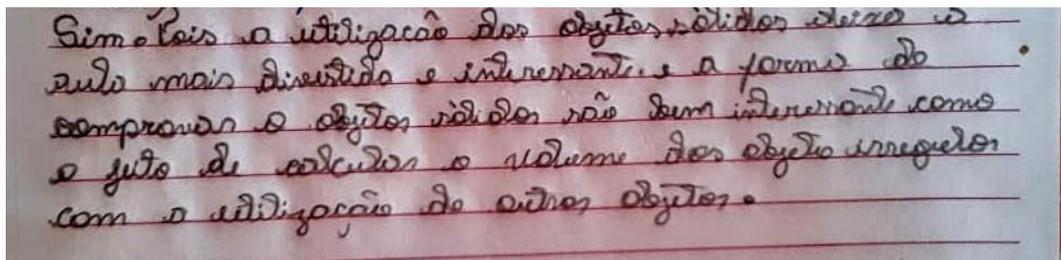
## 4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Com a realização dessa pesquisa, espera-se contribuir para amenizar as deficiências no ensino aprendizagem de geometria na educação básica, no tocante ao que se refere aos assuntos envolvendo cálculos de volumes, para isso, serão utilizados materiais práticos como ferramentas pedagógicas de maneira que venham contribuir significativamente para a aprendizagem dos alunos.

### 4.1 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

Questionou-se na pergunta 1- Você achou interessante a utilização dos sólidos durante as aulas? Por quê?

**Figura 1:** Resposta da aluna Paula ao primeiro questionamento



Fonte: Acervo do pesquisador

**Figura 2:** Aluna Paula introduzindo água em um recipiente



Fonte: Acervo do pesquisador

Percebe-se que foi muito produtiva a utilização dos sólidos durante as aulas para o cálculo de volumes, pois foi possível demonstrar para os alunos a comprovação da veracidade dos cálculos mediante a introdução de água nos respectivos sólidos, levando o aluno a compreender a relação da teoria com a prática.

Segundo a aluna Paula, as aulas foram interessantes, pois a utilização dos sólidos tornou a explicação do conteúdo divertida e estimulante, destacando a experiência do cálculo do objeto irregular, cujo volume não possui uma fórmula específica para o cálculo do volume. Esse obstáculo instigou a aluna Paula a raciocinar e a utilizar somente os conhecimentos adquiridos naquela aula para realizar o cálculo.

Para concretizar esse fato, foram utilizados os materiais disponíveis no momento, tais como baldes, bacias, água e uma jarra que continha as medidas em milímetros. Com a utilização desses materiais os alunos deveriam raciocinar e descobrir alguma forma para o cálculo do volume do objeto irregular, sendo escolhida uma pedra para a realização do cálculo.

Os participantes citaram como positiva a realização desse experimento, visto que 70% do total de alunos não conseguiram desenvolver um raciocínio correto para o cálculo do volume do objeto irregular, o que demonstrou que os aprendizes consideraram importante a realização de aulas práticas como forma de minimizar as dificuldades que apresentam.

## Resultados Alcançados

Para esse questionamento, esperava-se que os alunos tivessem pareceres positivos quanto à utilização dos sólidos durante as aulas, visto que a comprovação na prática do que foi estudado na teoria é muito interessante.

Quanto à questão do cálculo do volume do objeto irregular, que não possui nenhuma fórmula específica, os alunos teriam que raciocinar e utilizar os materiais disponíveis para a realização do cálculo, imaginando-se, com a experimentação, duas situações possíveis:

1) A primeira, que a maioria deles acertasse o cálculo, e era de se esperar que eles relatassem suas opiniões de forma satisfatória em relação à realização dessa experiência, pois quando os alunos conseguem aprender e chegar a uma conclusão correta, verifica-se que gostaram do modo como foi explicado o assunto;

2) A segunda situação possível é que a maioria deles não tenha conseguido chegar a um raciocínio que permita obter, de forma correta, o cálculo do volume do objeto irregular, e

sendo este o caso, o esperado é que eles relatem uma opinião nada satisfatória quanto à realização dessa experiência, pois não conseguiram resolver o problema.

De acordo com as respostas dos alunos para esse questionamento, percebeu-se que foi bastante satisfatória para eles a utilização dos sólidos durante as aulas, tornando-a divertida e dinâmica. Nesse contexto, pode-se considerar que o objetivo foi atingido, pois o parecer de 80% dos alunos foi favorável à experiência realizada.

Quanto ao experimento para o cálculo do volume do objeto irregular (pedra), visto que a maioria dos alunos (70% deles não tiveram êxito) não conseguiu chegar a um raciocínio correto para o cálculo somente com os materiais que eles tinham à disposição, era esperado que eles não gostassem do experimento. Todavia, as opiniões dadas pelos alunos foram favoráveis, numa proporção de 80% a favor e 20% contrárias, o que corrobora a concepção de que os alunos, mesmo não obtendo êxito ao resolverem o problema, gostaram da dinâmica, pois acreditam que com mais aulas práticas, logo, passariam a entender melhor os conteúdos abordados.

#### Hipóteses Possíveis

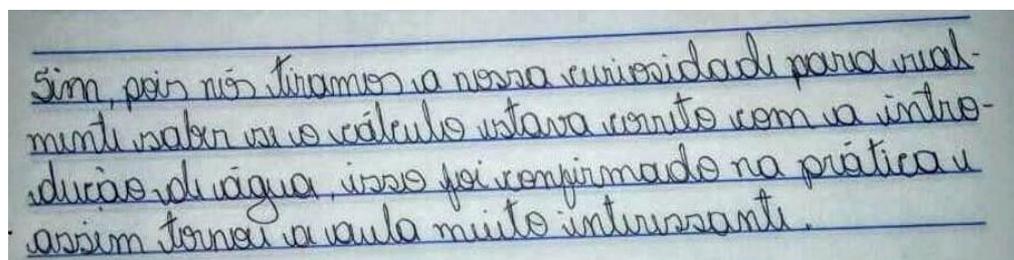
O fato de os alunos expressarem opinião satisfatória, mesmo aqueles que não conseguiram calcular o volume do sólido irregular, suscita a hipótese do fato deles estarem acostumados com aulas teóricas, somente com a utilização de quadro-negro e o caderno, sem nenhuma aplicação na prática dos conhecimentos adquiridos.

Acredita-se que este tenha sido o principal motivo de os alunos terem visto de maneira positiva as aulas para cálculo de volumes com a utilização dos sólidos, pois, provavelmente conseguiram mensurar as utilidades destes conhecimentos na sua vida cotidiana, e também por terem participado da realização dos experimentos, tornando-se sujeitos ativos no processo de construção do seu próprio conhecimento.

No que se refere à realização do cálculo do volume do objeto irregular, a principal hipótese é de que os alunos tenham considerado positiva a experiência, porque tiveram que se esforçar para encontrar a solução do problema, utilizando os materiais disponíveis, o que os fez sair da acomodação, quebrando a expectativa destes em relação às aulas, tendo em vista que estavam habituados a uma rotina de memorizações, justificando a falta de habilidade da maioria em resolver o problema proposto.

No segundo questionamento: 2-Na sua opinião, as aulas de matemática se tornaram mais atrativas e harmoniosas com a utilização dos recursos práticos?

**Figura 3:** Resposta da aluna Ana para o 2º questionamento



Sim, pois nós tiramos a nossa curiosidade para realmente saber se os cálculos estavam certos com a introdução de água, isso foi comprovado na prática e assim tornou a aula muito interessante.

**Fonte:** Acervo do pesquisador

**Figura 4:** Aluna Ana participando do experimento



**Fonte:** Acervo do pesquisador

Considerando o que foi relatado pelos alunos, selecionamos a resposta da aluna Ana para fazer a análise desse questionamento. Uma metodologia corriqueira nas aulas de matemática, conforme a opinião dos alunos, é a introdução dos cálculos e dos conteúdos de forma teórica, totalmente abstrata, sem relação com aplicações práticas para o entendimento destes, ou seja, os alunos não tinham noção da finalidade do conteúdo estudado e formulavam idéias vagas sobre os conteúdos matemáticos.

Como foi exposto por a aluna Ana, eles tinham muitas curiosidades sobre a veracidade dos cálculos para se determinar o volume dos objetos, pois durante as aulas não havia experimentos para comprovação prática dos conteúdos ensinados. Desta forma, a experiência com a inserção de água nos recipientes para verificação da veracidade dos cálculos, saciou a curiosidade dos alunos sobre tais cálculos e tornou a aula mais interessante, conforme a resposta da aluna Ana.

## Resultados Esperados

Esperava-se uma percepção positiva dos alunos em relação ao experimento realizado, contudo, não se descartavam as dificuldades que estes pudessem apresentar, considerando que não tinham aulas com a utilização de materiais concretos. Consequentemente, não seria surpresa a obtenção de um baixo desempenho quanto à resolução de problemas.

O baixo desempenho dos estudantes na disciplina de matemática contribui para uma visão negativa que a maioria dos alunos tem sobre a disciplina, pois se encontram presos a uma rotina de aulas teóricas em cujos conteúdos eles não conseguem ter um aproveitamento satisfatório.

A idéia da utilização dos materiais práticos era mostrar uma experiência inovadora para os alunos, algo que seria realmente produtivo para a sua aprendizagem, que pudesse modificar a realidade a que estão acostumados, uma novidade que os motivasse a aprender geometria e os fizesse relacioná-la com situações do seu cotidiano, tornando o ensino de cálculos significativo para eles.

## Resultados alcançados

Através dos relatos, constatou-se que a utilização dos materiais práticos fez os alunos compreenderem a veracidade e praticidade das fórmulas para o cálculo de volumes dos sólidos, verificando que eles estavam corretos, pois foi introduzida água aos recipientes para confirmar o que o cálculo teórico explicitava. Nesse ponto, pode-se afirmar que o objetivo foi atingido, uma vez que os alunos enfatizaram que a aula se tornou atrativa com a verificação prática dos cálculos.

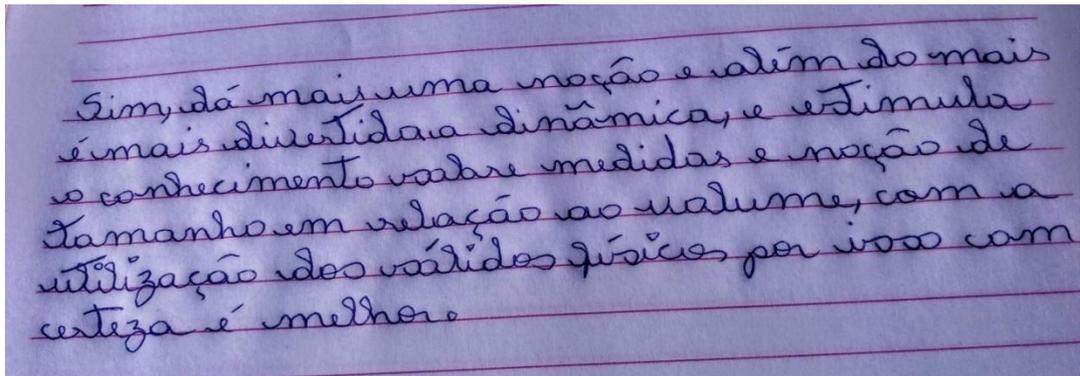
## Hipóteses Possíveis

A principal hipótese para a aceitação e melhora da percepção dos alunos a respeito da matemática com a introdução dos experimentos é a de que o ensino de geometria, até então, estava atrelado a aulas teóricas, dificultando o aprendizado, devido ao fato de os professores utilizarem metodologias abstratas, desvinculadas da realidade dos alunos. Observou-se que os

alunos demonstraram interesse pelo experimento, verificando, na prática, que os cálculos estariam corretos, algo totalmente novo para eles.

No terceiro questionamento indagou-se: 3 - Seu entendimento do conteúdo foi mais proveitoso com a aula prática?

**Figura 5:** Resposta da aluna Maria no 3º questionamento



Sim, dá mais uma noção e além do mais é mais divertida a dinâmica, e estimula o conhecimento sobre medidas e noção de tamanho em relação ao aluno, com a utilização dos valores físicos por isso com certeza é melhor.

**Fonte:** Acervo do pesquisador

**Figura 6:** Aluna Maria fazendo os cálculos referentes ao 3º questionamento



**Fonte:** Acervo do pesquisador

O principal objetivo desse questionamento era observar e registrar as opiniões dos alunos sobre as aulas ministradas. Para tanto, foi selecionada a resposta da aluna Maria que segue a mesma linha das respostas da maioria dos alunos. Esse questionamento visava indagar

aos alunos se eles entenderam melhor o conteúdo devido ao fato de as aulas terem sido ministradas com a utilização de materiais concretos.

### Resultados Esperados

Esperava-se que os estudantes relatassem opiniões e experiências positivas sobre as aulas práticas e que alcançasse um entendimento mais sólido acerca do conteúdo ministrado, apontando as vantagens de se estudar um assunto com o intermédio de materiais concretos e experimentos em que pudessem associar o lado teórico com a práxis, necessária para a compreensão dos conceitos e, notadamente, propiciadora do desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais para formação do aluno.

### Resultados Alcançados

Percebeu-se na resposta da aluna Maria que as aulas sobre cálculos de volumes com a utilização dos sólidos físicos propiciaram uma melhor noção sobre esse conteúdo, pois, conforme o relato da jovem, a aula tornou-se mais dinâmica e estimulou o interesse dos discentes.

Verifica-se, portanto, que a utilização dos sólidos geométricos possibilita um aprendizado mais eficaz, em que 80% dos alunos relataram que aprenderam melhor os conteúdos com a utilização dos sólidos; 20% disseram que tiveram as mesmas dificuldades quando as aulas foram somente teóricas.

Diante do exposto, pode-se concluir que o objetivo desse questionamento foi atingido, pois, fora o fato dos alunos terem deixado explícito que aprenderam melhor os conteúdos sobre cálculos de volumes devido à utilização dos sólidos físicos, eles também citaram outros fatores, como as aulas terem se tornado mais dinâmicas e interessantes aos olhos deles, fazendo com que se dedicassem mais e aprendessem o assunto de forma satisfatória.

### Hipóteses Possíveis

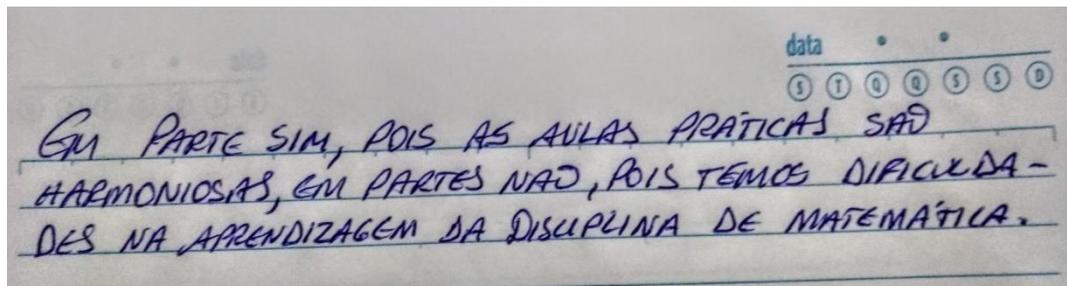
Um fato que ficou evidenciado a partir da resposta dos alunos, foi a rejeição deles ao modo como as aulas funcionam regularmente, ou seja, aulas com predominância teóricas em detrimento das aulas práticas. Para eles, somente aulas expositivas tiram a concentração,

tornam-se desgastantes, sobretudo porque não há um fator que os estimule a quererem estudar matemática.

A maneira como os experimentos foram realizados despertou a curiosidade deles, além de contribuir para a compreensão dos conceitos geométricos trabalhados no decorrer das aulas, desfazendo a visão negativa de que as aulas de matemática são sempre enfadonhas e sem nexos com a realidade.

Questionou-se saber no quarto questionamento: 4 - Você se sentiu estimulado a estudar matemática após as experiências realizadas em sala de aula com a utilização dos materiais práticos?

**Figura 7:** Resposta do aluno Joãozinho sobre o 4º questionamento



**Fonte:** Acervo do pesquisador

**Figura 8:** Aluno Joãozinho medindo o comprimento do recipiente



**Fonte:** Acervo do pesquisador

O objetivo desse questionamento era verificar se os alunos realmente se sentiram estimulados a estudar a disciplina de matemática após as aulas práticas com os materiais utilizados.

#### Resultados Esperados

Esperava-se que os alunos apresentassem pareceres favoráveis quanto a esse questionamento, ou seja, que relatassem que sentiram estimulados em continuar seus estudos na disciplina de matemática após a realização das aulas práticas sobre cálculos de volumes com a utilização dos materiais concretos e para a efetiva comprovação da veracidade dos cálculos.

#### Resultados Alcançados

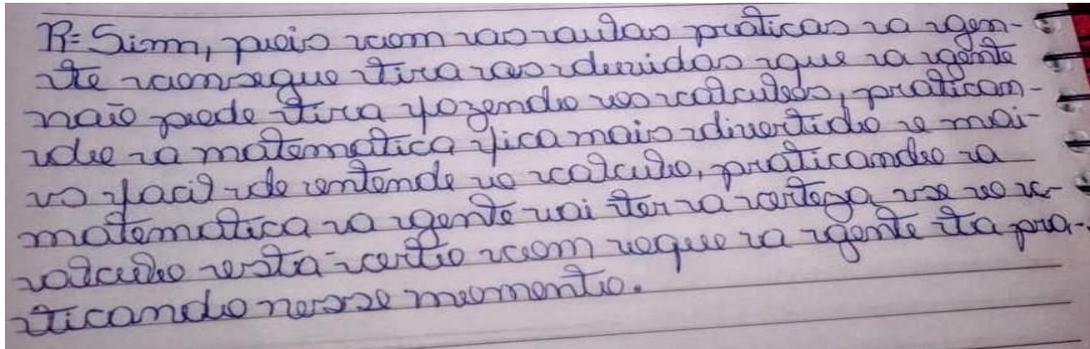
Através do relato do aluno Joãozinho sobre esse questionamento, percebeu-se que as aulas se tornaram estimulantes, motivando-o a estudar a disciplina de matemática. No entanto, o aluno citou, também, o fato de ter dificuldades na aprendizagem dos conteúdos de matemática, o que certamente se tornará um obstáculo na aprendizagem de novos conteúdos da disciplina em séries posteriores. Assim, conclui-se que, numa análise geral do contexto da resposta, não foi atingido o resultado satisfatório almejado com esse experimento.

#### Hipóteses Possíveis

Destaca-se como principal hipótese para justificar as dificuldades apresentadas pelos alunos foi o uso de metodologias abstratas utilizadas pelos professores durante todo o processo escolar dos alunos, com explicações vagas, predominando a exposição de fatos, acarretando deficiências na aprendizagem que vão se acumulando ano após ano. Assim, como os conteúdos de matemática são sequenciais, as lacunas deixadas nas séries anteriores prejudicaram o desenvolvimento desses estudantes. Podemos destacar, também, as evidências que não são estimulados pelos professores a estudarem matemática e seus conteúdos.

5 - Você acredita que a utilização de recursos práticos durante as aulas de matemática irá proporcionar uma melhora significativa no aprendizado dos alunos? Esse foi o quinto questionamento.

**Figura 9:** Resposta da aluna Mônica para o 5º questionamento



R: Sim, pois com as aulas práticas a gente consegue tirar as dúvidas que a gente não pode tirar fazendo os cálculos, praticando a matemática fica mais divertido e mais fácil de entender os cálculos, praticando a matemática a gente vai ter a certeza que se os cálculos estão certos com o que a gente tá praticando nesse momento.

Fonte: Acervo do pesquisador

**Figura 10:** Aluna Mônica participando da aula



Fonte: Acervo do pesquisador

Objetivou-se com esse questionamento conhecer a percepção dos alunos sobre a utilização de materiais práticos durante as aulas de matemática, para se ter uma noção do posicionamento deles sobre a utilização de tais recursos. Selecionou-se a resposta da aluna Mônica, que converge com a opinião da maioria dos seus colegas de turma.

### Resultados Esperados

Quanto aos resultados referentes a esse questionamento, esperava-se que os alunos comentassem sobre as vantagens da utilização dos materiais práticos durante as aulas e os benefícios que possibilitariam para eles, discentes, no seu processo de aprendizagem. Também se pretendia saber se os conteúdos tinham sido aprendidos de forma mais

significativa, fazendo alguma diferença no desenvolvimento de suas habilidades de compreensão dos conteúdos matemáticos.

### Resultados Alcançados

Foi possível constatar que a utilização de materiais práticos contribuiu efetivamente para a aprendizagem em geral dos alunos, desenvolvendo habilidades de raciocínio lógico, percepção, cálculo, comparação, entre outras. Também foi citado o fato de a matemática se tornar mais divertida quando se coloca em prática o que está sendo ensinado, assim os cálculos se tornam mais fáceis de serem entendidos.

Além disso, os alunos destacaram que é mais fácil compreender os cálculos baseando-se em situações reais, porque comprovam aquilo que foi feito de forma teórica. Tomando por base que 70% dos alunos envolvidos na pesquisa responderam esse questionamento de forma satisfatória e 30% de forma não satisfatória, pode-se afirmar que os objetivos das práticas foram alcançados.

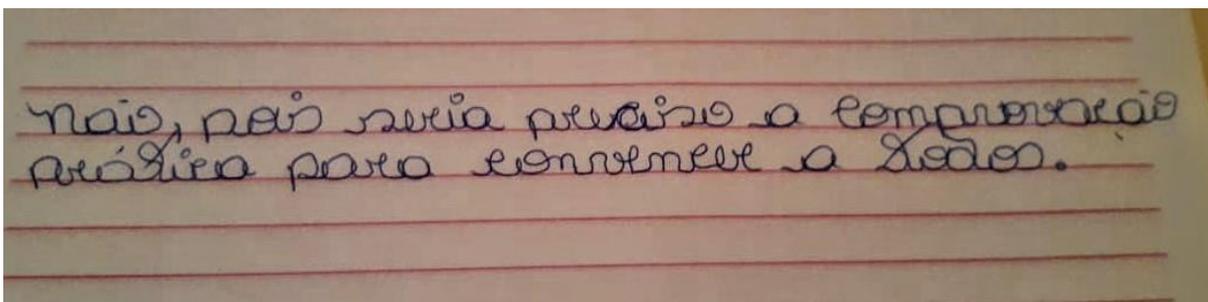
### Hipóteses Possíveis

A primeira hipótese a ser considerada é a confiança dos alunos em relação ao aprendizado de conteúdos de geometria, que, para eles, se tornou mais fácil com os experimentos, uma vez que puderam dirimir as dúvidas que tinham a respeito desse assunto.

A outra refere-se ao fato deles terem citado a ludicidade como uma forma prazerosa de aprender, sem tirar o foco da disciplina, pois a novidade dos experimentos os instigou a buscar respostas por meio de interpretações e raciocínios próprios, constatando que os cálculos estavam corretos.

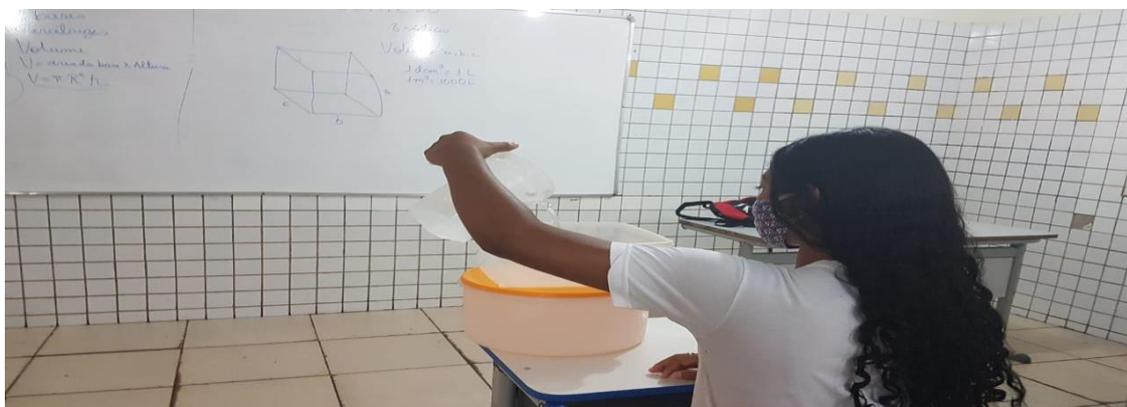
Foi indagado na pergunta seis: 6 - Você se convenceria que os volumes dos sólidos utilizados durante as aulas são realmente dados por tais fórmulas sem nenhuma comprovação prática?

**Figura 11:** Resposta da aluna Júlia para o 6º questionamento



**Fonte:** Acervo do pesquisador

**Figura 12:** Aluna Júlia inserindo água no recipiente



**Fonte:** Acervo do pesquisador

O objetivo desse questionamento era indagar as opiniões dos alunos quanto ao convencimento deles sobre a veracidade dos cálculos de volumes de sólidos geométricos. Para tanto, foi escolhida a resposta da aluna Júlia que está em conformidade com as repostas dadas pelos seus colegas.

Como o tema é tratado em sala de aula somente de forma teórica no decorrer das aulas regulares, buscou-se saber se os alunos ficavam convencidos de que as fórmulas explicitadas para os cálculos dos volumes de prismas, cilindros, paralelepípedos, cubos e demais objetos dão o volume correto desses sólidos, visto que nenhuma comprovação prática é vista nas aulas teóricas.

### Resultados Esperados

Esperava-se que os alunos explicitassem em suas opiniões que não acreditavam totalmente na veracidade dos valores encontrados somente com os cálculos apresentados de

forma teórica, fator este utilizado como um dos principais motivadores da idéia para a realização da pesquisa ministrando aulas com a utilização dos materiais práticos para a comprovação desses cálculos.

Considerou-se que um cálculo que tem por finalidade demonstrar o volume de um sólido geométrico que foi apresentado sem nenhuma comprovação prática envolvendo algum teorema, é de se esperar que se torne abstrato para os alunos e que não confiem inteiramente no que se está sendo apresentado de forma teórica.

### Resultados Alcançados

Quanto aos resultados alcançados, constatou-se pelos relatos dos alunos que não havendo comprovação na prática sobre os cálculos de volumes de sólidos geométricos não os convenceriam dos resultados teóricos.

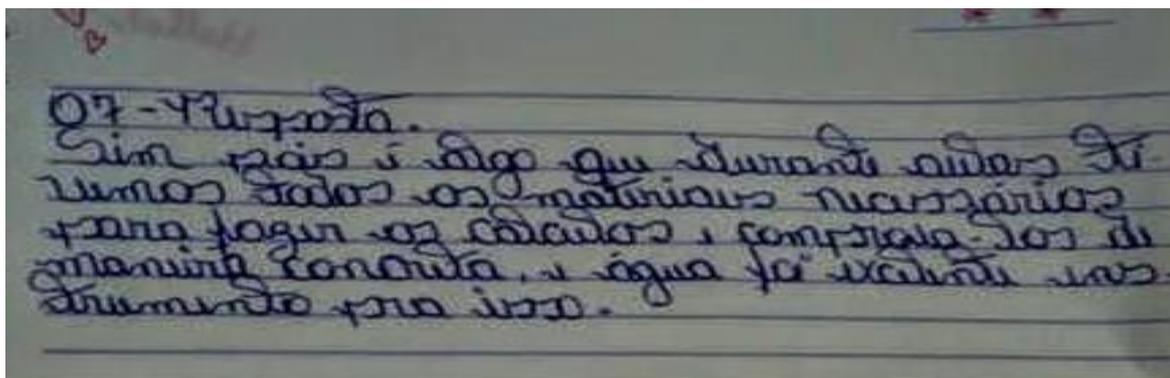
Levando em conta que 80% dos alunos afirmaram não terem se convencido da veracidade dos cálculos quando realizados somente de forma teórica e apenas 20% terem se convencido, pode-se concluir que o objetivo da pesquisa referente a esse questionamento foi atingido com sucesso.

### Hipóteses Possíveis

Os alunos têm uma carência de comprovação prática. Não acreditam apenas nas deduções abstratas das fórmulas para o cálculo do volume dos sólidos geométricos. Deduz-se, portanto, que as respostas dos alunos foram por essa insegurança quanto ao aprendizado de cálculos ensinados apenas de forma teórica.

Questionou-se na pergunta sete: 7 - Você achou interessante a forma de comprovar o volume de tais sólidos com a introdução de água nos recipientes?

**Figura 13:** Resposta da aluna Helena sobre o 7º questionamento



Fonte: Acervo do pesquisador

**Figura 14:** Aluna Helena participando da experiência



Fonte: Acervo do pesquisador

A finalidade desse experimento era fazer a comprovação do volume dos sólidos geométricos com a inserção de água nos recipientes para confirmar tais resultados.

### Resultados Esperados

Esperava-se que os alunos comentassem sobre as experiências realizadas, pois era uma metodologia diferenciada para eles. Além disso, buscou-se saber se as aulas tornaram-se mais atrativas, estimulando o interesse deles em querer estudar cálculo dos volumes dos sólidos geométricos.

## Resultados Alcançados

Constatou-se por intermédio da análise dos questionários aplicados, que os alunos consideraram interessante a idéia da realização dessas aulas. Citaram como fator que contribuiu para esse estímulo o emprego de todos os materiais necessários para efetuar os cálculos dos volumes dos objetos e para a comprovação da efetividade das respostas.

Foi comentado sobre a utilização da água nos recipientes para verificação, na prática, que os cálculos estavam corretos. Dos participantes, 90% deles acharam a aula interessante e 10% apresentaram opinião contrária. Com efeito, pode-se concluir que o objetivo da pesquisa referente a esse questionamento foi atingido de forma satisfatória.

## Hipóteses Possíveis

De acordo com a opinião dos participantes da pesquisa, as aulas tornaram-se mais proveitosas e interessantes, pois havia a presença de materiais concretos disponíveis para a realização dos cálculos. Disseram também que puderam comprovar a efetividade dos cálculos tendo a água para introduzir nos recipientes. Além disso, acharam que os materiais utilizados foram um bom instrumento para efetivação do aprendizado de conceitos geométricos.

Assim, a aula com a utilização dos materiais práticos foi inovadora para eles, tendo em vista que puderam minimizar as suas dúvidas e saciar sua curiosidade sobre a efetividade dos cálculos, pois tiveram todos os materiais necessários para a realização dos cálculos e sua comprovação na prática para a veracidade dos cálculos teóricos.

O último questionamento foi: 8 - Como você faria para calcular o volume de um objeto irregular que não possui nenhuma fórmula específica para o seu cálculo, utilizando somente os recursos que foram usados durante as aulas práticas?

**Figura 15:** Resposta da aluna daiana referente ao 8º questionamento

Uma solução adequada seria colocar o balde maior completamente cheio de água e esse balde estar dentro de uma bacia, assim que introduzirmos o objeto irregular (a pedra nesse caso) a água que irá transbordar do balde será exatamente o espaço ocupado pelo objeto irregular, para medirmos o volume basta pegar a água que caiu na bacia dentro da jarra com as medidas e fazermos a conversão, assim saberemos o volume do objeto irregular.

**Fonte:** Acervo do pesquisador

**Figura 16:** Aluna Daiana introduzindo um objeto irregular a um balde com água



**Fonte:** Acervo do pesquisador

Para fazer discussão sobre esse questionamento, selecionou-se a resposta da aluna Daiana que conseguiu chegar a um raciocínio coerente para o cálculo do volume do objeto irregular. Esse questionamento é o único cuja finalidade é diferente dos demais, por ter como objetivo verificar a capacidade de raciocínio dos alunos para se chegar a uma maneira correta de fazer o cálculo de um objeto irregular que não possui nenhuma fórmula específica, utilizando apenas os materiais disponíveis, tais como baldes e bacias em formas cilíndricas, potes em formas de paralelepípedos e uma jarra graduada para fazer a medição do volume de água, disponível para os alunos realizarem as experiências.

### Resultados Esperados

O resultado esperado seria que a grande maioria dos alunos sentisse dificuldades de perceberem o modo de calcular o volume de um sólido irregular, tanto pelo fato de não

possuírem uma fórmula teórica, como de não possuírem um sólido oco para preencherem com água. Achar a solução seria uma questão de muita criatividade.

Visto que os alunos tiveram aulas teóricas para se apropriarem dos conhecimentos sobre cálculo de volumes de sólidos geométricos, em que foram apresentadas as suas respectivas fórmulas, permitindo-os chegar aos volumes corretos desses objetos, além de receberem os materiais concretos necessários para a comprovação na prática desses cálculos, espera-se que pelo menos alguns dos estudantes conseguissem chegar a um raciocínio coerente, com intuito de se obter o volume do objeto irregular, cujo objeto escolhido foi uma pedra.

### Resultados Alcançados

Os resultados alcançados referentes a esse questionamento foram conforme o esperado, considerando o fato de os alunos serem presos a uma rotina de aulas teóricas como foi constatado na revisão bibliográfica feita pela pesquisa, também considerando as dificuldades que os alunos apresentam na disciplina de matemática, e as lacunas que ficaram em seu aprendizado de geometria espacial em séries posteriores, era esperado que a grande maioria deles não obtivesse um raciocínio criativo e coerente para a resolução desse problema, mesmo eles tendo a disposição todos os materiais necessários para o cálculo do mesmo.

Verificou-se que apenas 30% dos alunos conseguiram chegar a um raciocínio coerente para calcular o volume do objeto irregular, os outros 70% tiveram dificuldades e não conseguiram resolver o problema corretamente. Podemos concluir que o objetivo da pesquisa referente ao último questionamento não foi atingido de forma satisfatória, e isso já era esperado, pois mesmo com todos os materiais concretos disponíveis para a realização das aulas e das experiências, as lacunas que eles apresentam em seu conhecimento de geometria espacial certamente seria um grande empecilho, então a grande maioria deles não conseguiu desenvolver um raciocínio que permitisse calcular o volume do objeto irregular.

### Hipóteses Possíveis

Dentre as várias causas que levaram a esse insucesso podem ser citadas:

a) nas aulas teóricas a maioria dos não conseguiu identificar as dimensões de um paralelepípedo, cujo volume é dado pelo produto de suas dimensões: largura, altura e

comprimento. Ou seja, os alunos tiveram dificuldades em identificar corretamente essas dimensões, o que dificultou muito o seu raciocínio.

b) os alunos não possuíam conhecimento sobre as conversões em medidas, muitos deles não sabiam que  $1\text{dm}^3$  corresponde a 1 litro de água, e nem que  $1\text{m}^3$  corresponde a 1.000 litros de água, o que pode ser considerado o principal obstáculo para o entendimento dos conteúdos trabalhados no decorrer das aulas.

c) O fato também de eles apresentarem lacunas nos seus conhecimentos inerentes de séries posteriores, referente aos conteúdos de geometria espacial, também é uma hipótese que pode ser considerada que levou a esse insucesso no objetivo que esse questionamento almejava alcançar.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A idéia da realização dessa pesquisa era estimular os alunos a estudarem conteúdos de matemática, em particular de geometria, por intermédio de uma metodologia diferenciada, a qual eles não estivessem acostumados, buscando identificar as reações e expressões dos discentes sobre a utilização de materiais concretos e através da realização dos experimentos, com intuito de elaborar uma metodologia eficaz no ensino de cálculos de volumes.

Outro objetivo era tornar as aulas mais proveitosas e menos cansativas, o que foi comprovado pelos relatos participantes, indicando que a experiência foi eficaz quanto a esse quesito, pois as aulas tornaram-se mais dinâmicas e mais participativas, colocando o aluno como sujeito ativo do seu próprio conhecimento.

Quanto ao convencimento da efetividade das fórmulas, pode-se afirmar que os alunos tiveram uma melhor compreensão da sua veracidade, pois foram feitas as comprovações com introdução de água aos sólidos por eles mesmos. O propósito da pesquisa foi alcançado, tendo em vista que os alunos se sentiram estimulados a estudar os conteúdos de geometria, algo antes distante para eles.

A metodologia de se utilizar aulas práticas e com as aplicações dos conteúdos em situações práticas do dia a dia também é uma ferramenta bem interessante e pode ser ricamente explorada pelos professores, pois os alunos afirmam que quando as aulas saem da rotina teórica para a parte prática, torna-se muito mais estimulante para eles, o que acaba por agregar de forma positiva na aprendizagem dos alunos.

Constatou-se que um problema recorrente são as deficiências que os alunos carregam ao longo dos anos escolares, prejudicando o seu aprendizado quando passa para níveis mais elevados, à medida que para se aprender novos conteúdos de matemática, são necessários acionar conhecimentos anteriores.

Todavia, a pesquisa e a realização das aulas práticas possibilitaram o contato com a realidade das escolas públicas no que se refere às dificuldades enfrentadas pelos alunos ao estudarem matemática, evidenciando um cenário de desestímulo, inexistência de estratégias eficazes de ensino, despreparo dos professores, desmotivação dos alunos. Dito isto, apresenta-se, abaixo um roteiro de sugestões para auxiliar no ensino de matemática.

## 5.1 SUGESTÕES PARA A MELHORIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Diante do que foi observado e constatado nesse processo de investigação, apresentamos algumas alternativas que venham a contribuir com a melhoria do processo de ensino aprendizagem da matemática, no caso desse estudo especificamente, o ensino de geometria espacial.

a) Realização de atividades com a demonstração das fórmulas matemáticas por meio de experimentos para a sua comprovação para que os alunos entendam sua finalidade e como se chega a tais fórmulas;

b) Desenvolvimento de atividades de cálculos instigando a capacidade de raciocínio dos alunos para que consigam calcular volumes de objetos irregulares, que não possuem nenhuma fórmula específica utilizando materiais do próprio ambiente;

c) Análise dos livros didáticos, nesse caso, pelo professor, utilizados no decorrer do ano letivo, como forma de identificar falhas, assim como para verificar se utilizam uma linguagem acessível e objetiva, para ser compreendida da melhor forma possível pelos alunos;

d) Levantamento da história prévia dos conteúdos ministrados, antes de sua apresentação formal para que os alunos tomem conhecimento de como surgiram e para que sirvam, por meio de uma pesquisa;

e) Utilização de materiais concretos manipuláveis como ferramentas pedagógicas capazes de agregar sentido aos conteúdos ministrados em sala de aula;

f) Revisão dos assuntos ministrados nas aulas anteriores antes da introdução de novos conteúdos;

g) Utilização de recursos tecnológicos para compreensão de conceitos geométricos como tridimensionalidade, lateralidade, altura, entre outros aspectos.

## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag. **A Geometria na escola básica: que espaços e formas têm hoje.**In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo, 2019. **Anais [...].** São Paulo: PUC, 2019. Disponível em: [https://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais\\_VII\\_EPEM/mr.html](https://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mr.html). Acesso em: 24 fev. 2021.
- BARBOSA, Paula Márcia. O estudo da Geometria. **Revista Benjamin Constant**, [s. l.], ed. 25, ago. 2003. Disponível em: <http://www.ibr.gov.br/revistas/221-edicao-25-agosto-de-2003>. Acesso em: 24 fev. 2021.
- BREDA, Ana et al. **Geometria e medida no ensino básico.** [S.l]: MEC, 2011. Disponível em: [https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1150/4/070\\_Brochura\\_Geometria.pdf](https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1150/4/070_Brochura_Geometria.pdf). Acesso em: 21 maio 2020.
- CUNHA, Luiz Gustavo. **Cálculo de volumes usando o princípio de Cavalieri mediado por materiais concreto.** 2019. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências Tecnológicas - CCT, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, SC, 2019. Disponível: [https://sca.proformat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=171010171](https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=171010171). Acesso em: 24 fev. 2021.
- MASOLA, Wilson de Jesus; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 52-67, jan./abr. 2019. Disponível em: <file:///C:/Users/usuario/Downloads/Dialnet-DificuldadesDeAprendizagemMatematica-7485314.pdf>. Acesso em: 24 fev. 2021
- OLIVEIRA, Geovane André Teles de; FREITAS, Adriano Vargas; ANDRADE, Fabiana Chagas de. Proposição de Atividades Lúdicas envolvendo materiais concretos no ensino de Geometria Espacial. **Temas & Conexões**, Rio de Janeiro, ano 1, n. 1, semestre 2, 2013. Disponível em: <http://www.cp2.g12.br/ojs/index.php/temaseconexoes/article/viewFile/89/57>. Acesso em: 23 fev. 2021.
- PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, SP, v. 1, n. 1, jan./dez. 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822>. Acesso em: 24 fev. 2021.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed.[S.l.]:Feevale, 2013.

REZENDE, Flavia; LOPES, Arilise Moraes de Almeida; EGG, Jeanine Maria. Problemas da prática pedagógica de professores de física e de matemática da escola pública. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 4, 2003, Bauru, SP. **Apresentações orais** [...]. Bauru: ENPEC, 2003. p.1-13. Disponível em: <http://abrapecnet.org.br/enpec/iv-enpec/orais/ORAL148.pdf>. Acesso em: 24 fev. 2021.

ROCCO, Cristiani Maria Kusma; FLORES, Cláudia Regina. **O Ensino de Geometria: problematizando o uso de materiais manipuláveis**. 2008. Disponível em: [http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/123-1-A-gt5\\_rocco\\_ta...pdf](http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/123-1-A-gt5_rocco_ta...pdf). Acesso em: 24 fev. 2021.

ROGENSKI, Maria Lúcia Cordeiro; PEDROSO, Sandra Mara Dias. **O Ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades**. 2014. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2021.

SANTIAGO, Thiago Lopes Nascimento. **O ensino dos sólidos geométricos: um estudo utilizando a modelagem matemática**. 2018. 70 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, BA, 2018. Disponível em: [https://portais.univasf.edu.br/profmat/thiago-lopes-nascimento-santiago\\_turma\\_2015.pdf](https://portais.univasf.edu.br/profmat/thiago-lopes-nascimento-santiago_turma_2015.pdf). Acesso em: 23 fev. 2021.

SANTOS, Anderson Oramísio; OLIVEIRA, Camila Rezende; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental. **ItinerariusReflectionis**, Jataí, GO, v. 9, n. 1, 2013. DOI: <https://doi.org/10.5216/rir.v1i14.24344>. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/rir/article/view/24344>. Acesso em: 24 fev. 2021.

VALE, Isabel. Tarefas geométricas com recurso a materiais manipuláveis: alguns exemplos com futuros professores do ensino básico. In: GOMES, Lurdes Serrasina; ROSA, João; PORTELA, José. (coord.). **Formação Contínua: relatos e reflexões**. Lisboa: Escola Superior de Educação: Instituto Politécnico de Lisboa, 2011. p. 83-100. Disponível em: [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/31572167/Relatos.pdf?1373881267=&response-contentdisposition=inline%3B+filename%3DA\\_FORMACAO\\_CONTINUA\\_EM\\_CABO\\_VERDE\\_O\\_CASO.pdf&Expires=1614202659&Signature=HjffZxrbzBbH5EwzQz-hLtGuXIVuOZhvi2wswZU-2RW6RSol5~cTGWKP0mJJDSGsHDexxJv8nXRJbcXshSXsW9NpzxBKka-V1HVW1nBzrUcbzTTh5rvrjliwBCKdOnIDhPStrxWFxnGZSsi9BmmENivm8mHUeYvu0DXtoLc4t0KISR-1QnpcMEIPC2HboloR5mmgIGAUAQa-z~UEnfbH3XO~T2aaP28Knp7N~IHVq~6WKW9DpbBUgcVjfNR0bkz123RzvJCNkAljM2rqxNwEiBAbqAuoPYlcp03hGjt7HCWqT33qXLvcVAY-1OkMxkKG6DII3auD8T4Lj93kPgK1QA\\_\\_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA#page=83](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/31572167/Relatos.pdf?1373881267=&response-contentdisposition=inline%3B+filename%3DA_FORMACAO_CONTINUA_EM_CABO_VERDE_O_CASO.pdf&Expires=1614202659&Signature=HjffZxrbzBbH5EwzQz-hLtGuXIVuOZhvi2wswZU-2RW6RSol5~cTGWKP0mJJDSGsHDexxJv8nXRJbcXshSXsW9NpzxBKka-V1HVW1nBzrUcbzTTh5rvrjliwBCKdOnIDhPStrxWFxnGZSsi9BmmENivm8mHUeYvu0DXtoLc4t0KISR-1QnpcMEIPC2HboloR5mmgIGAUAQa-z~UEnfbH3XO~T2aaP28Knp7N~IHVq~6WKW9DpbBUgcVjfNR0bkz123RzvJCNkAljM2rqxNwEiBAbqAuoPYlcp03hGjt7HCWqT33qXLvcVAY-1OkMxkKG6DII3auD8T4Lj93kPgK1QA__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA#page=83).

VIEIRA, C. R. **Reinventando a geometria no ensino médio:** uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele. 2010. 155 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010. Disponível em:<http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3252>. Acesso em: 13 maio 2020.

COSTA, Adriana; NACARATO, Adair Mendes. **A Estocástica na Formação do Professor de Matemática: percepções de professores e de formadores.** *Boletim de Educação Matemática*, v. 24, n. 39, p. 367-386, 2011.