UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

JOÃO PAULO SANCHEZ DE ALMEIDA PRADO

UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

SÃO CARLOS -SP
2021

JOÃO PAULO SANCHEZ DE ALMEIDA PRADO

UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional PROFMAT da Universidade Federal de São Carlos, para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Paulo Antonio S. Caetano

São Carlos-SP
2021

João Paulo Sanchez de Almeida, PRADO

Uma proposta de abordagem de matemática financeira no ensino fundamental / PRADO João Paulo Sanchez de Almeida -- 2021.
171f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): Paulo Antonio Silvani Caetano
Banca Examinadora: Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano, Prof. Dr. Rodrigo Dantas de Lucas, Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio
Bibliografia

1. Matemática Financeira. 2. Sequência Didática. 3. Ensino Fundamental. I. João Paulo Sanchez de Almeida, PRADO. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Ronildo Santos Prado - CRB/8 7325

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato João Paulo Sanchez de Almeida Prado, realizada em 19/02/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano (UFSCar)

Prof. Dr. Rodrigo Dantas de Lucas ('FSP)

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.
O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Nacional.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos os alunos que tive nestes quinze anos de magistério.

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus acima de tudo por me proporcionar condições de estudar, aprender e não me deixar faltar forças nos momentos de cansaço de desânimo.

Agradeço aos meus finados pais, Gastão e Neuza por exemplificarem que o estudo é a base do sucesso na vida.

Agradeço a todos os meus mestres do PROFMat, Luciene Bortoncello, Ivo Machado Costa, Pedro Malagutti, Roberto Paterlini, João Sampaio, Renato Moura e em especial ao meu orientador Paulo por acreditar no meu potencial, me acolher no início do curso e com muita paciência me mostrar a forma correta de estudar.

Muito obrigado a todos que participaram desse mestrado, e que contribuíram significativamente no alcance dessa conquista.

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma sugestão de abordagem e de prática docente sobre tópicos da Matemática Financeira, tais como porcentagem, razão centesimal, variação percentual, juro simples e juro composto, para ser aplicada no Ensino Fundamental, em especial no 9º ano, fazendo uso de metodologias lúdicas e de recursos tecnológicos.

O principal objetivo desse trabalho é mostrar que é possível enriquecer o processo de ensino-aprendizagem da Matemática Financeira através de sequências didáticas que fazem uso de metodologias ativas e interações mediadas por tecnologias simples e gratuitas.

Oferecemos como produto final desse trabalho uma proposta de atividade intitulada "Vendendo Brigadeiros" e duas sugestões de sequência didática que são "Aprendendo com planilhas eletrônicas" e "Aprendendo com a Plataforma Scratch".

Palavras-chave: Matemática Financeira. Sequência Didática, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

In this work we present a suggestion of approach and teaching practice on topics in financial mathematics, such as percentage, centesimal ratio, percentage variation, simple interest and compound interest, to be applied in Elementary School, especially in the 9th year, using methodologies with technological resources.

The main objective of this work is to show that it is possible to enrich the teaching-learning process of Financial Mathematics through didactic sequences that make use of active methodologies and interactions mediated by simple and free technologies.

As an end product of this work, we offer an activity proposal entitled "Vendendo Brigadeiros" and two didactic sequence suggestions that are "Aprendendo com planilhas eletrônicas" and "Aprendendo com a plaforma Scratch".

Keyword: Financial math. Didatic Sequence. Elementary School.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Um dos temas da Matemática mais presentes no cotidiano das pessoas é a Matemática Financeira. O tempo todo tomamos decisões envolvendo dinheiro e formas de pagamento, que vão desde o troco ao comprarmos insumos em um mercado até escolher qual forma de pagamento é mais vantajosa na compra de um bem.

Mesmo estando de forma tão elementar na vida das pessoas, o ensino de Matemática Financeira sempre foi desafiador para mim e para muitos dos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem durante a minha experiência profissional.

Esse fato me motivou a apresentar propostas de atividades para subsidiar o trabalho docente na abordagem da Matemática Financeira no 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando algumas metodologias diferenciadas.

Por se tratar de um trabalho a ser desenvolvido primordialmente com alunos do 9º ano, nem todos os tópicos foram abordados e alguns temas foram simplificados, tendo em conta que, segundo as instruções da BNCC (Base Nacional Curricular Comum) e do Currículo Paulista (SEDUC-SP), os alunos do 9º ano não estão aptos a realizar cálculos exponenciais e logarítmicos.

Nesse sentido, os temas de Matemática Financeira abordados nesse trabalho ficaram restritos às porcentagens, à variação percentual, ao sistema de juro simples, ao sistema de juro composto e aos problemas que envolvem cálculos de percentuais sucessivos.

A principal habilidade do Currículo Paulista (SEDUC-SP), dentre outras, a ser desenvolvida nesse estudo é:

> EF09MA05: Resolver e elaborar situações-problema que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação de taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Além dessa introdução inicial, apresentamos no segundo capítulo os principais conceitos e definições que utilizaremos ao longo do trabalho.

No terceiro capítulo discutimos sobre como a tecnologia pode auxiliar na aprendizagem, especialmente o uso de planilhas eletrônicas e a plataforma *Scratch.*

No quarto capítulo apresentamos uma atividade lúdica intitulada “Vendendo Brigadeiros”, em que os alunos poderão ter um primeiro contato com alguns conceitos elementares de Matemática Financeira.

No quinto capítulo apresentamos a atividade “Aprendendo com Planilhas Eletrônicas”, em que são abordados alguns conceitos de Matemática Financeira em exercícios utilizando planilhas eletrônicas.

No sexto capítulo apresentamos uma proposta de utilização de jogos na plataforma *Scratch* envolvendo alguns conceitos de Matemática Financeira.

2 PRINCIPAIS DEFINIÇÕES E CONCEITOS

A representação percentual ou razão centesimal é, popularmente, conhecida como porcentagem. A porcentagem (ou percentagem) se refere a uma razão onde o denominador é 100 (cem). É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 valores através de uma fração proporcional com denominador 100, representado pelo símbolo %.

Variação percentual é a representação percentual da diferença entre os valores absolutos de duas grandezas quaisquer, ou ainda, a diferença entre os valores absolutos na forma de uma fração de denominador é igual a 100.

O capital pode ser definido como a quantidade de dinheiro empregada em uma operação financeira (empréstimo, aplicação, pagamentos, dentre outros). O capital também é chamado de Capital Inicial ou Valor Presente.

O juro representa a remuneração sobre um determinado capital após um dado período. O juro pode ser capitalizado sob o regime simples ou composto, que abordaremos mais à frente.

A taxa de juros indica qual será a remuneração sobre um capital aplicado, para um determinado período. Sua representação mais comum é na forma percentual, acompanhada do período a que se refere.

O período (ou período de capitalização) representa o intervalo de tempo de uma operação financeira, que pode ser em dias, meses, bimestres, trimestres, semestres, anos e assim por diante.

O montante representa o somatório do capital com o juro gerado por este.

O Sistema de Juro Simples é uma forma de capitalização em que o juro obtido, a cada período, sempre incide sobre o capital inicial, isto é: o juro relativo a cada capitalização sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado.

O Sistema de Juro Composto, popularmente chamado de juro sobre juro, é uma forma de capitalização em que o juro sempre incide sobre o montante da capitalização anterior, isto é: sobre o valor acumulado até o início do período em que o capital está sendo capitalizado. Nesse sistema, o juro acumulado passa a incorporar o capital inicial e passa a render juros também.

3 A APRENDIZAGEM COM MEDIAÇÕES TECNOLÓGICAS

A sociedade moderna convive cotidianamente com a evolução das tecnologias de inclusão digital. Nessa perspectiva, o professor é desafiado a elaborar sequências didáticas que proporcionem aos alunos uma visão ampla da criatividade de cada um, bem como, a aprendizagem de maneira dinâmica, atraente e inovadora.

Com tantas tecnologias a nosso dispor, precisamos desenvolver atividades que possibilitem entender o funcionamento e reconhecer o potencial dessas tecnologias no ensino da Matemática. Em razão disso, é fundamental explorar suas vantagens e, sobretudo, proporcionar ao aluno experiências de autodescoberta em prol do desenvolvimento do raciocínio lógico.

Na velocidade em que a informação trafega e a exigência de domínio tecnológico que se faz necessária em nossa cultura conectada, não é mais possível ignorar ferramentas tecnológicas que estão disponíveis, muitas vezes de forma gratuita, e que podem levar os alunos a um significativo potencial de desenvolvimento criativo, tornando-os mais autônomos e sujeitos de sua própria aprendizagem.

Na escola a imersão das tecnologias é urgente e desafiadora, especialmente a partir do reconhecimento de que escola e tecnologia estão presentes constantemente na vida dos estudantes, e essa simbiose pode ser fator determinante para o desenvolvimento desses estudantes como indivíduos e cidadãos.

Novas metodologias motivam os alunos a interagirem constantemente na sala de aula, reduzindo o distanciamento entre professor e aluno, através de trocas de conhecimento e aprendizagem constantes, que se dão de forma criativa, entusiasmada e dinâmica, tendo na interação o principal foco do processo de ensino-aprendizagem (FIORENZE, L. A., 2010, p.240).

Em uma aula de Matemática Financeira, a motivação para a utilização da tecnologia se dá pela possibilidade de aplicar os conhecimentos matemáticos envolvidos em uma planilha eletrônica, resolvendo problemas que dizem respeito ao nosso cotidiano e à prática comercial.

Essa relação facilita a compreensão dos alunos sobre o conteúdo matemático em si, desenvolvendo um pensamento crítico sobre as tomadas de decisões mais convenientes no momento da compra de um bem.

Ponte (2000, p. 75) afirma que

> "As TIC poderão ajudar na aprendizagem de muitos conteúdos, recorrendo a técnicas sofisticadas de simulação e de modelação cognitiva baseadas na inteligência artificial. No entanto, não me parece que será desse modo que elas vão marcar de forma mais forte as instituições educativas, mas sim pelas possibilidades acrescidas que trazem de criação de espaços de interação e comunicação, pelas possibilidades alternativas que fornecem de expressão criativa, de realização de projetos e de reflexão crítica".

3.1 Interações com Planilhas Eletrônicas

Apesar do avanço diário das novas tecnologias, muitas vezes é bom olhar para os recursos que estão presentes em nossas vidas há muito tempo. Ao fazer isso, atribuímos novos olhares e sentidos a ferramentas conhecidas, reinventando maneiras de trabalhar com elas em sala de aula.

Pensando na disciplina de Matemática, há inúmeros programas (softwares) e recursos que podem favorecer o processo de ensino e aprendizagem. O editor de planilhas eletrônicas é um poderoso recurso para ensinar alunos tanto de ensino médio quanto de ensino fundamental (GUERREIRO, A. & MENEZES, L.,2010, pp.137-143)

No ambiente educacional de Matemática, mais especificamente, nos conteúdos de Matemática Financeira, a planilha eletrônica é um exemplo de recurso computacional que possibilita a construção e realização de modelos matemáticos. Além disso, permite a validação do modelo pelo confronto dos resultados obtidos com a realidade ou situação-problema que o gerou. Assim, a construção de modelos matemáticos ocorre a partir de discussão com os alunos e pela mediação do professor, possibilitando, assim, a reflexão sobre o funcionamento da tecnologia em uso e do assunto em pauta. (CARAMORI, 2009, p. 28).

A planilha eletrônica é um aplicativo de fácil utilização, que permite uma aprendizagem interativa e muito rica. As tabelas são compostas por linhas e colunas, em que cada coluna representa uma letra e cada linha representa um número. A intersecção entre uma linha e uma coluna é uma célula, e a relação lógica entre células é um convite para se trabalhar com a Matemática. Além disso, a aprendizagem cognitiva contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade dos alunos.

O uso de planilhas na maioria das vezes é dinâmico, desafiador e capaz de despertar o interesse e o crescimento intelectual. Nesse ponto, a tecnologia permite inúmeras possibilidades de uso em diferentes níveis e ciclos de aprendizagem, com maior interação e colaboração.

Além do computador, professores e alunos podem trabalhar com celulares e tablets, o que permite mobilidade e personalização do ensino através de estações rotativas, isto é, agrupamento de alunos da mesma turma com base na intencionalidade da atividade, podendo ser reunidos num mesmo grupo alunos com graus de conhecimento variados, dependendo do objetivo almejado.

Essa ferramenta também abre espaço para:

- Criar práticas de ensino, através de criações de gráficos, contas, simulações, em diferentes etapas do ensino.
- Aprender com os erros, o que beneficia correções, compreensão e entendimento sobre o objeto de estudo.
- Trabalhar em colaboração, priorizando o currículo e as suas várias características.
- Aproximar o aluno de ferramentas utilizadas em diferentes segmentos da sociedade, possibilitando o trabalho com linguagem lógica e algoritmos.

Sobre a relação entre Matemática Financeira e a Planilha Eletrônica para a resolução de problemas, Lourenço *et. al.* (2016, p.3.) afirma que:

> "A partir dessa ponderação, observamos o quanto é importante o incentivo do professor para a reflexão dos alunos sobre como um aplicativo pode ser interessante no estudo de um conteúdo matemático, possibilitando a percepção da estruturação de modelos e a comprovação de resultados, que podem facilmente ser aplicados à nossa realidade. E mais, é imprescindível que o professor saiba a importância dos recursos computacionais para um bom desempenho do trabalho escolar".

3.2 Interações com o *Scratch*

O *Scratch* é uma linguagem de programação desenvolvida no MIT – *Massachusetts Institute of Technology*. É uma ferramenta de fácil apropriação que possibilita a criação de histórias interativas, jogos e animações, bem como o compartilhamento destas na rede mundial de computadores. É muito adequado para exercitar conceitos de lógica e de programação em histórias e animações, através do raciocínio lógico e de conteúdos teóricos como, no caso em foco, os referentes à área de Matemática.

As sequências didáticas idealizadas enfocam, especificamente, o processo de ensino-aprendizagem sob a perspectiva construtivista, sendo o *Scratch* um bom software para o desenvolvimento dessas sequências. Esse enfoque auxilia o aprendizado de conceitos matemáticos e computacionais fazendo uso do raciocínio e interpretação, dentre outras habilidades, sendo importante para a qualificação dos processos de ensino e aprendizagem escolar.

Sua principal finalidade no contexto escolar é implementar, a partir do auxílio teórico-pedagógico, um ambiente interativo que permita a socialização de experiências interativas entre alunos.

4 PROPOSTA DE ATIVIDADE “VENDENDO BRIGADEIROS”

Os principais objetivos dessa proposta de atividade são: demonstrar como a Matemática Financeira está presente no cotidiano imediato de todos; contextualizar situações cotidianas em que os conceitos de porcentagem e variação percentual são utilizados; calcular custos de produção.

Nessa proposta de atividade sugerimos dividir uma turma de 9º ano em cinco grupos de 6 ou 7 estudantes, dependendo do número de alunos da turma, e cada grupo aprenderá a calcular o custo para produzir 60 brigadeiros com base na receita (anexo A), comparando os preços de duas marcas quaisquer cujas quantidades sejam iguais ou bem próximas.

Além disso, ao grupo será possível determinar o preço de venda ideal, ou seja, que cubra os custos e proporcione algum lucro sem encarecer demais o produto que poderá ser vendido no intervalo da escola.

Dessa forma, os alunos da turma conseguem arrecadar dinheiro, por exemplo, para subsidiar o pagamento da formatura e com isso possam vivenciar na prática situações que envolvam também a educação financeira.

4.1 Desenvolvimento da Atividade

A atividade pode ser feita dividindo a turma em 5 grupos de alunos, onde cada grupo seguirá o roteiro de atividades para a confecção dos brigadeiros.

Ao longo das cinco etapas que descreveremos a seguir, mostraremos como cada grupo pode calcular o custo para produzir 60 brigadeiros e simular um preço para revenda durante o recreio da escola com o objetivo de levantar dinheiro para ajudar na formatura, por exemplo, ou para qualquer outro objetivo em comum da turma com o intuito de mostrar que é possível atingi-los com organização, planejamento e bom uso do recurso financeiro, proporcionando assim também lições de cidadania e educação financeira .

Etapa 1 – Levantando os ingredientes necessários

De acordo com a receita (anexo) serão necessários 1 lata de leite condensado (395g), 4 colheres de chocolate em pó (100g), 1 colher de sopa de margarina (25g), 1 pacote (50g) de granulado e 60 forminhas para embalar os brigadeiros pois a receita rende 60 brigadeiros.

Contudo, alguns ingredientes não são vendidos na quantidade da receita. Então iremos fracionar o preço de alguns ingredientes no cálculo do custo da receita de acordo com as quantidades necessárias. Por exemplo, o chocolate em pó normalmente é vendido em embalagens de 500 gramas, porém só utilizamos 100 gramas na receita dos brigadeiros, então ao calcularmos o custo do chocolate em pó multiplicamos o preço deste por $\frac{100}{500}$ (ou 0,2).

Etapa 2 – Comparando preços

Nessa etapa os alunos poderão ir ao mercado e comparar o preço dos ingredientes de duas marcas e analisarão a diferença absoluta e percentual entre os valores encontrados. Para facilitar a comparação, a quantidade de produto deve ser a mesma.

Para isso montamos a tabela abaixo através de planilha eletrônica para facilitar a compreensão dos cálculos empregados.

PRODUTO	MARCA 1	MARCA 2	DIFERENÇA (VALOR)	DIFERENÇA PERCENTUAL (%)
Leite Condensado (395g)			0,00	#DIV/0!
Chocolate em pó (500g)			0,00	#DIV/0!
Margarina (250g)			0,00	#DIV/0!
Granulado (50g)			0,00	#DIV/0!
Forminhas (100 unidades)			0,00	#DIV/0!
TOTAL	0,00	0,00	0,00	#DIV/0!

Na primeira coluna encontram-se os ingredientes utilizados na receita nas quantidades mais usualmente encontradas em supermercados e lojas que vendem artigos de festa.

Na segunda e na terceira colunas encontram-se respectivamente os preços da Marca 1 e da Marca 2 e ao final dessas colunas aparecerá o custo total de cada marca. Convencionaremos os preços mais caros na coluna “MARCA 1” e os mais baratos na coluna “MARCA 2”. Isso porque facilitará a comparação do Custo Total de cada opção.

Na quarta coluna, isto é, na coluna “DIFERENÇA”, encontraremos a diferença de preço entre os ingredientes da Marca 1 e da Marca 2. Nessa coluna utilizamos uma de planilha eletrônica para cálculo de diferenças, isto é, usaremos a fórmula =“Marca1”-“Marca2”. É importante lembrar que para o funcionamento correto da fórmula em uma planilha eletrônica, utilizaremos na sua elaboração as células (por exemplo, A1, A2, B1, B2, etc) e não os termos “MARCA 1” e “MARCA 2”. Com isso o aluno terá percepção da diferença de preços dos ingredientes utilizados e do custo total na última célula dessa coluna. Com a convenção adotada (do preço da MARCA 1 ser o maior) evitamos o inconveniente de aparecerem valores negativos nessa coluna.

Por fim, na coluna “DIFERENÇA PERCENTUAL”, aparecerá a diferença entre os preços praticados e os custos totais na representação percentual. Com isso será possível perceber melhor o potencial de economia gerado ao utilizar ingredientes mais baratos na confecção das receitas. Para tanto, utilizamos uma fórmula que irá dividir a diferença em valor de cada ingrediente e do custo total pelos respectivos valores da Marca 2, ou seja, utilizaremos a fórmula da planilha eletrônica =“Diferença”/“Marca2” (a fórmula na prática não utiliza os termos “DIFERENÇA” ou “MARCA 2” e sim as células da planilha que contenham os respectivos valores). Outra constatação importante é que nessa coluna as células foram configuradas previamente para o formato de números na representação percentual, e por isso é suficiente realizar somente a divisão para termos o valor representado em formato percentual.

Etapa 3 – Adequando os custos

Como podemos perceber, nem todos os itens são vendidos na mesma quantidade que a receita. Por isso, depois de escolhidas as marcas dos produtos, é necessário ajustar as quantidades da receita às quantidades dos produtos. Isso pode ser feito de duas maneiras: proporcionalidade de uma única receita ou adequação pelo total de receitas. Mostraremos como pode ser trabalhada cada opção.

OPÇÃO A – PROPORCIONALIDADE DE UMA ÚNICA RECEITA

Esse método consiste em dividir o preço do item de acordo com a fração de cada produto que é utilizada. A vantagem nesse método é que cada grupo tem maior autonomia na escolha das marcas dos ingredientes da receita.

Observe como cada item será adequado à receita:

- Leite condensado: será utilizado totalmente porque a receita prevê 1 lata, e logo a fração será 1 (100%)
- Chocolate em pó: como a receita prevê 100g e a embalagem mais econômicas contém 500g, então será usado $\frac{1}{5}$ (20%) do preço no levantamento dos custos
- Margarina: como a receita prevê 25g e a embalagem mais barata contém 250g, então será usado $\frac{1}{10}$ (10%) do preço no levantamento dos custos
- Granulado: será utilizado totalmente pois a quantidade da receita é a mesma do pacote pequeno, e logo a fração será 1 (100%)
- Forminhas: como serão necessárias 60 forminhas e a embalagem vem com 100 unidades, então será usado $\frac{60}{100}$ ou $\frac{3}{5}$ (60%) do preço no levantamento dos custos.

Para facilitar utilizaremos a tabela a seguir,

PRODUTO	**CUSTO UNITÁRIO**	**PORCENTAGEM USADA NA RECEITA**	**CUSTO NA RECEITA**
Leite Condensado		100%	0,00
Chocolate em pó		20%	0,00
Margarina		10%	0,00
Granulado		100%	0,00
Forminhas		60%	0,00
TOTAL	0,00	-	0,00

OPÇÃO B – ADEQUAÇÃO PELO TOTAL DE RECEITAS

Como a atividade pode ser desenvolvida em 5 grupos, serão confeccionadas consequentemente 5 receitas, então calcularemos a quantidade necessária de cada item para as cinco receitas e então levantaremos o custo.

As vantagens desse método são: a menor perda de ingredientes; a necessidade de flexibilidade dos alunos para chegar a um consenso sobre a marca de cada ingrediente; e a prática da cidadania e do senso coletivo, já que os grupos dividirão os ingredientes e os custos.

Observe como cada item será adequado à receita:

- Leite condensado: serão utilizadas 5 unidades no cálculo dos custos pois cada receita prevê uma 1 lata;
- Chocolate em pó: como a receita prevê 100g e serão confeccionadas 5 receitas totalizando 500g $(5x100g = 500g)$, como a embalagem mais econômicas contém 500g, então será usada 1 unidade no levantamento dos custos;
- Margarina: como a receita prevê 25g e serão produzias 5 receitas $(5x25g = 125g)$, sendo que a embalagem mais barata contém 250g, então será usado metade da embalagem (50%) no levantamento dos custos (esse excedente pode ser usado para repetir a atividade)
- Granulado: serão utilizadas 5 unidades no cálculo dos custos pois cada receita prevê um 1 pacote de 50g;
- Forminhas: como serão necessárias 60 forminhas por receita e teremos 5 destas chegamos a 300 forminhas $(60x5 = 300)$, e como a embalagem vem com 100 unidades, então serão usadas 3 embalagens $(\frac{300}{100} = 3)$ no levantamento dos custos.

Para facilitar utilizaremos a tabela a seguir:

PRODUTO	CUSTO UNITÁRIO	QUANTIDADE	CUSTO FINAL
Leite Condensado		**5,00**	0,00
Chocolate em pó		**1,00**	0,00
Margarina		**1/2**	0,00
Granulado		**5,00**	0,00
Forminhas		**3,00**	0,00
TOTAL	0,00	-	0,00

Etapa 4 – Calculando o custo unitário

Para calcular o custo unitário do brigadeiro, basta dividir o custo final total pela quantidade de brigadeiros produzidos. Assumindo que não haja perdas significativas de insumos há dois caminhos para obter esse valor, dependendo do método de adequação utilizado na etapa anterior.

Caso seja usada a opção A, deve-se pegar o valor do custo final total da receita e dividir por 60, já que cada receita produz essa quantidade de brigadeiros.

Caso seja utilizada a opção B, deve-se dividir o custo final total pela quantidade de brigadeiros fabricados, que nesse caso são 300 unidades.

Etapa 5 – Estipulando o preço de cada brigadeiro

Essa etapa é importante porque, além da questão do custo de produção, há a preocupação que o preço esteja dentro do poder de compra do público-alvo.

Analisando os custos é necessário considerar também quanto se pretende lucrar com cada venda. Por exemplo, para se lucrar R$ 20,00 em cada receita de brigadeiro a um custo unitário de R$ 0,40 por brigadeiro, como cada receita produz 60 brigadeiros, o preço unitário do brigadeiro não poderá ser inferior a R$ 0,73 nem superior a um valor máximo que o público-alvo pode pagar, digamos R$ 1,00.

Uma maneira para se fazer esses cálculos é seguir as etapas abaixo:

- Dividir o lucro desejado pela quantidade de brigadeiros a serem vendidas;
- Somar ao custo unitário e analisar se o valor obtido atinge o valor máximo para o preço.

Caso o valor máximo seja ultrapassado é necessário reduzir o lucro desejado ou o custo unitário do brigadeiro. No nosso exemplo temos a seguinte expressão:

$(20 \div 60) + 0{,}40 \approx 0{,}33 + 0{,}40 = 0{,}73$. Portanto o preço ideal é R$ 0,73.

Segue uma planilha para facilitar o cálculo do preço do brigadeiro com base nas informações do exemplo anterior, mas que pode ser utilizada com outros valores.

Custo Total	24
Custo Unitário	0,40
Lucro Desejado	20
Lucro Unitário	0,33
PREÇO FINAL	0,73

5 APRENDENDO COM PLANILHAS ELETRÔNICAS

Apresentaremos a seguir uma sequência didática onde serão abordados vários temas da Matemática Financeira. Os principais temas tratados serão: porcentagem; variação percentual; sistema de juro simples; sistema de juro composto.

Os principais objetivos dessa sequência didática são:

- Apresentar, ou reforçar, o algoritmo para compreender porcentagem;
- Apresentar, ou reforçar o algoritmo para compreender variação percentual;
- Compreender os algoritmos necessários para calcular juro no Sistema de Juro Simples;
- Entender os algoritmos necessários para calcular juro no Sistema de Juro Composto;
- Familiarizar os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem com editores de planilhas eletrônicas;
- Motivar o aprendizado de Matemática Financeira

Esperamos que a metodologia mediada por planilhas eletrônicas enriqueça o processo de ensino-aprendizagem, ajudando os alunos a romperem barreiras epistemológicas tão presentes e que dificultam o trabalho docente.

Para cada tema foi desenvolvido uma atividade, de forma que a partir da conclusão da primeira é possível, ou pelo menos torna mais fácil, prosseguir com a segunda sem maiores dificuldades e assim ao longo das quatro atividades.

Levando em conta a quantidade de computadores normalmente disponíveis nas salas de informática das escolas públicas, as atividades devem ser desenvolvidas em duplas, porém com resolução individual. Isto é, a dupla compartilha o computador, mas cada um resolverá os exercícios sozinho, estimulando assim um ambiente de aprendizagem colaborativo.

Em cada atividade é apresentada inicialmente uma definição bem didática do tema da atividade, facilitando a compreensão do objeto de estudo.

Em seguida são mostrados alguns exemplos que possibilitam a compreensão do algoritmo desenvolvido.

No final os alunos resolverão alguns exercícios para fixar os algoritmos e problemas contextualizados, onde eles terão devolutivas imediatas sobre cada etapa da resolução das questões propostas.

Caso o aluno erre o cálculo, aparecerá a mensagem “REFAÇA” e quando o aluno acertar aparecerá a mensagem “CORRETO” e então o estudante prosseguirá com a resolução do problema até que todas as células destacadas mostrem que as respostas estão corretas.

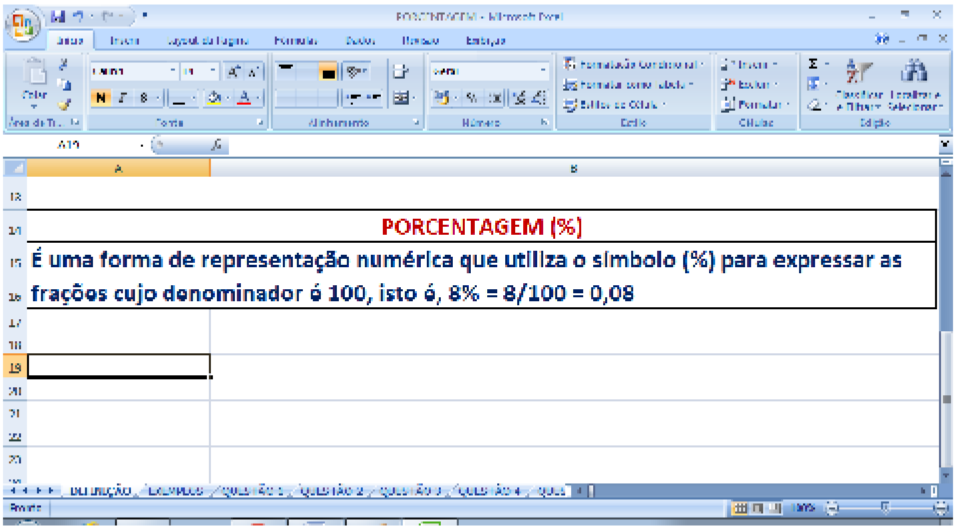
O tempo de duração de cada atividade sugerido é de 2 aulas e como serão quatro atividades, estima-se um tempo total de 8 aulas.

5.1 Porcentagem

Nesta etapa do trabalho apresentaremos como ocorre o desenvolvimento da atividade sobre porcentagem de forma bem detalhada e ilustrativa.

Ao longo das planilhas os alunos têm acesso às principais definições e conceitos que são objetos de estudo das atividades, bem como aos algoritmos desenvolvidos com um momento para resolverem esses exercícios com, ou sem, a intervenção do professor.

Figura 5.1 – Definição de Porcentagem



Na primeira sequência de atividades o objeto de estudo principal é a porcentagem, conforme a figura 5.1 mostra, e para iniciarmos esse estudo apresentamos uma definição sucinta sobre porcentagem. A ideia nesse primeiro momento é introduzir, ou reforçar, o conceito de porcentagem.

Embora esse conteúdo faça parte grade curricular do 6º ano do ensino fundamental do Currículo Paulista (SEDUC-SP), a retomada desse tema é necessária para o alcance dos objetivos de aprendizagem nas sequências de atividades posteriores.

Em seguida apresentamos nas figuras 5.2 e 5.3 exemplos para auxiliar a compreensão do algoritmo da porcentagem, bem como a sua contextualização dentro da Matemática Financeira.

Figura 5.2 – Exemplo 1 Resolvido

EXEMPLO 1					
Quanto é 6% de 500 ?					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
valor (y)	500				
% (x)	6				
Em seguida vamos calclar o valor do Juro através da fórmula J=C*i*n					
	Valor (y)	% (x)	x%*y		
	500	6%	30		
Portanto, 6% de 500 é igual a 30					

Note que nessa planilha o aluno poderá visualizar o procedimento para calcular 6% de 500. O objetivo desse primeiro exemplo é calcular x% de um valor y, com x e y reais. Para tanto, mostramos como organizar os dados do problema, diferenciando a alíquota utilizada do valor sobre o qual será empregada.

Esse cuidado é necessário não só para organizar a resolução de um exercício, mas para facilitar a compreensão dos alunos, especialmente àqueles com maior defasagem em Matemática.

Na tabela mais abaixo, mostramos como o algoritmo é desenvolvido, isto é, multiplicando o valor 500 por 6% (a célula em questão já foi previamente formatada para número na representação percentual), obtendo o resultado 30 que também aparece na resposta final.

Figura 5.3 – Exemplo 2 Resolvido

EXEMPLO 2			
Kiko atrasou uma conta de água e pagará 5% de multa. Se o valor da conta era de R$30,00. Qual o valor da multa?			
Resolução:			
Vamos começar verificando as informações do problema			
Valor (y)	30		
% (x)	5		
Agora vamos calcular 5% de 30 para determinar o valor da multa			
	Valor (y)	% (x)	Multa = x%*y
	30	5%	1,5
Portanto. o valor da multa é de R$1.50			

Já na planilha da figura 5.3 mostramos como resolver um problema que envolve porcentagem, mostrando uma contextualização do objeto de estudo. De forma análoga ao exemplo 1, é possível organizar as informações presentes no enunciado do problema, estimulando a interpretação matemática que costuma ser um entrave no processo de resolução de situações-problema.

A sequência de atividades é finalizada com um conjunto de exercícios que tem por objetivo levar o aluno a compreender o algoritmo da porcentagem e contextualizá-lo sob a ótica da Matemática Financeira.

Em cada planilha das figuras 5.4 a 5.8 apresentamos uma diferente questão, onde o aluno terá a oportunidade de interagir com o objeto de estudo e terá *feedback* imediato sobre as etapas de resolução de cada questão.

Figura 5.4 – Questão 1

QUESTÃO 1
Calcule:
a. 5% de 400
b.10% de 350
c. 12,5% de 80
d. 25% de 36
e. 50% de 48
Resolução:
Vamos responder com o auxílio da tabela a seguir. Cada item será respondido em uma linha da tabela

item	Valor (y)	% (x)	x%*y	
a			0	REFAÇA
b			0	REFAÇA
c			0	REFAÇA
d			0	REFAÇA
e			0	REFAÇA

Na questão 1 (figura 5.4) será possível aplicar o algoritmo da porcentagem na própria tabela, nos espaços delimitados para cada item e assim chegar na resposta correta. Ao alimentar a tabela com os dados de cada item, o aluno terá acesso a resposta final que pode estar correta. Caso a resposta esteja correta, aparecerá na célula à direita a mensagem “CORRETO”, caso contrário continua a aparecer a comanda “REFAÇA”. Dessa forma é possível perceber os erros e interagir com o objeto de estudo diferente, propiciando que os estudantes sejam sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem.

Na planilha que apresenta a questão 2 (figura 5.5) o aluno irá se deparar com um problema de porcentagem que retrata uma questão bem comum do cotidiano que é o juro cobrado por uma conta atrasada.

Perceba que nesse tipo de problemática, além da simples aplicação do algoritmo, o objeto de estudo é contextualizado e isso evidencia a utilização dele na prática diária.

Novamente o aluno que tem maior dificuldade para resolver esse tipo de problema terá oportunidade de organizar os dados necessários para a sua resolução, subsidiando a compreensão e interpretação da questão proposta e, consequentemente, consiga aplicar o algoritmo pertinente através dos *feedbacks* disponibilizados nas etapas de resolução do problema.

Figura 5.5 – Questão 2

Mara atrasou uma conta de luz e pagará 5% de multa. Se o valor da conta era de R$160,00. Qual o valor da multa?					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
Valor (y)		**REFAÇA**			
% (x)		**REFAÇA**			
Agora vamos calcular 5% de 160 para determinar o valor da multa					
	Valor (y)	% (x)	Multa = x%*y		
			0		
	REFAÇA	**REFAÇA**	**REFAÇA**		
			Portanto, o valor pago foi de		reais.
				REFAÇA	

Na planilha que contém a questão 3 (figura 5.6) o aluno tem uma questão semelhante à questão 2, porém aplicada às situações de investimentos. O algoritmo empregado é o da porcentagem. De forma análoga à questão anterior, em todas as etapas de resolução o estudante recebe devolutivas sobre seus acertos e erros, e dessa forma adquire uma melhor percepção sobre a resolução do problema.

Figura 5.6 – Questão 3

QUESTÃO 3					
Luís investiu R$500,00 e após certo tempo a aplicação rendeu 12%. Qual o valor do rendimento gerado?					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
Valor (y)		**REFAÇA**			
% (x)		**REFAÇA**			
Agora vamos calcular 12% de 500 para determinar o valor do juro obtido com o investimento					
	Valor (y)	% (x)	Rendimento = x%*y		
			0		
	REFAÇA	**REFAÇA**	**REFAÇA**		
Portanto, o valor do juro obtido foi de					reais.
				REFAÇA	

Na planilha que contém a questão 4 (figura 5.7) o aluno tem uma questão semelhante às anteriores, porém abordando também a questão do montante. Nessa questão em particular, incluímos o conceito montante, ou seja, o somatório do salário anterior (valor y) com o aumento (x%*y).

Figura 5.7 – Questão 4

QUESTÃO 4						
Mari recebia R$2.000,00 de salário, mas como foi promovida, recebeu um aumento de 15%. Qual o valor do novo salário ?						
Resolução:						
Vamos começar verificando as informações do problema						
Valor (y)		**REFAÇA**				
% (x)		**REFAÇA**				
Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela						
Valor (y)	% (x)	Aumento (x%*y)	Novo salário			
		0,00	0,00			
REFAÇA	**REFAÇA**	**REFAÇA**	**REFAÇA**			
Portanto, o valor do novo salário será de					reais	**REFAÇA**

Para finalizar a sequência de atividades desse tema apresentamos a questão 5 (figura 5.8) que traz uma situação de redução de valor, mas que em sua essência utiliza o algoritmo da porcentagem. O diferencial desse exercício em relação à questão 4, além do contexto de compra que é algo bem presente no cotidiano dos alunos, encontra-se no fato de que ao invés de trabalharmos com um aumento, trabalharemos com redução de valores percentuais.

Figura 5.8: Questão 5

QUESTÃO 5						
O valor de um par de tênis em promoção reduziu 30%. Se antes o valor anterior era R$700,00, qual é o seu novo preço?						
Resolução:						
Vamos começar verificando as informações do problema						
Valor (y)		REFAÇA				
% (x)		REFAÇA				
Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela						
Valor (y)	% (x)	Desconto (x%*y)	Novo preço			
		0,00	0,00			
REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA			
Portanto, o valor do novo preço será de					reais	REFAÇA

5.2 Variação Percentual

Apresentamos a seguir como ocorre o desenvolvimento da atividade sobre variação percentual de forma bem detalhada e ilustrativa.

De maneira análoga à sequência de atividades sobre porcentagem, ao longo das planilhas os alunos têm acesso às principais definições e conceitos que são objetos de estudo das atividades, bem como os algoritmos desenvolvidos e o momento para resolverem esses exercícios com, ou sem, a intervenção do professor.

Na primeira planilha (figura 5.9) os alunos têm contato com a definição de variação percentual de forma bem simplificada e com o algoritmo para cálculo da variação percentual.

O procedimento para cálculo da variação percentual, conforme mostrado abaixo, consiste em calcular a diferença entre o valor final (Vf) e o valor inicial (Vi) da grandeza analisada e dividir essa diferença pelo valor inicial

Figura 5.9: Definição de Variação Percentual

VARIAÇÃO PERCENTUAL
É a representação, na forma de porcentagem, do valor da variação sofrida por uma grandeza e seu valor inicial
CÁLCULO DA VARIAÇÃO PERCENTUAL
O cálculo da variação percentual se dá pela seguinte forma:
(Vf-Vi)/Vi
Onde, Vi: valor inicial e Vf: valor final

Nas três próximas imagens (figuras 5.10 a 5.12) apresentaremos uma planilha que contém três exemplos resolvidos envolvendo situações cotidianas nas quais aplicamos os algoritmos para cálculo da variação percentual dentro da perspectiva da Matemática Financeira.

No primeiro exemplo (figura 5.10) iremos calcular o aumento percentual de um salário, que é bem diferente do cálculo do valor em reais do aumento. Essa confusão é muito comum entre os alunos e esse tipo de questão auxilia na percepção dessa diferença.

Iniciamos organizando os dados que o exercício apresenta no enunciado, o que auxilia na sua compreensão e resolução. Em seguida prosseguimos com a resolução do problema, com o auxílio de uma tabela. Note que em cada coluna encontraremos os valores das respostas parciais que são pertinentes as respectivas etapas da resolução dele.

Figura 5.10: Exemplo 1 de Variação Percentual

EXEMPLO 1			
O salário de Felipe aumentou de R$1.000,00 para R$1.200,00. Qual foi a variação percentual ?			
Resolução:			
Vamos começar verificando as informações do problema			
Valor inicial (Vi)	1000		
Valor finall (Vf)	1200		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:			
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Variação = Vf-Vi	Variação Percentual
1000	1200	200	20,00%
Portanto, a variação percentual foi de 20%			

Na primeira coluna da tabela colocamos o valor inicial do salário (Vi) e na segunda coluna o valor final do salário (Vf).

Na terceira coluna calculamos a diferença absoluta, isto é, a diferença em moeda corrente entre os valores inicial e final do salário.

Por fim, na quarta coluna aparecerá a variação percentual que é o quociente entre o a variação salarial absoluta e o valor inicial do salário.

É importante deixar claro que a célula onde aparece a resposta final já foi formatada previamente no formato de porcentagem. Caso isso não tivesse sido feito, a resposta apareceria na representação decimal, isto é, 0,05. Para facilitar a compreensão, optamos pela formatação prévia no formato de porcentagem.

No segundo exemplo resolvido (figura 5.11) apresentamos uma situação de compra bem comum hoje em dia. Como antes, além do uso do algoritmo da variação percentual, os estudantes terão contato com conceitos como variação absoluta, que é a diferença entre os valores final e inicial da grandeza estudada.

Figura 5.11: Exemplo 2 de Variação Percentual

EXEMPLO 2				
Um celular custa R$3.000,00 mas é vendido por R$2.850,00 no pagamento à vista. Qual o desconto percentual proposto ?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Valor inicial (Vi)	3000			
Valor finall (Vf)	2850			
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:				
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Desconto (Vf-Vi)	Variação Percentual	
3000	2850	-150	-5,00%	Note que a variação foi negativa pois o valor REDUZIU
Portanto, o desconto proposto foi de 5%				

Além disso, nesse exemplo o aluno poderá perceber que a variação percentual pode ser positiva ou negativa, dependendo se houve aumento ou redução nos valores das grandezas analisadas.

No terceiro exemplo apresentamos uma situação interessante onde é possível ver o rendimento percentual de uma aplicação financeira. O algoritmo empregado é o mesmo dos demais exemplos, tendo como diferencial o contexto da aplicação financeira, que é muito pertinente à Matemática Financeira.

Figura 5.12: Exemplo 3 de Variação Percentual

EXEMPLO 3			
Ana aplicou R$800,00 e após um tempo resgatou R$900,00. Qual foi o rendimento percentual dessa aplicação?			
Resolução:			
Vamos começar verificando as informações do problema			
Valor inicial (Vi)	800		
Valor finall (Vf)	900		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:			
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Rendimento= Vf-Vi	Variação Percentual
800	900	100	12,50%
Portanto, o rendimento da aplicação foi de 12,5%			

De maneira análoga, começamos a resolução com a organização dos dados apresentados no enunciado para facilitar a compreensão. Em seguida, com o auxílio de uma tabela, vamos evidenciando cada uma das etapas do algoritmo da variação percentual.

É possível perceber que, embora o algoritmo empregado nos exemplos é o mesmo, várias são as situações financeiras nas quais esse algoritmo se aplica, o que torna o processo de ensino-aprendizagem mais motivador.

Nas figuras a seguir (5.13 a 5.17) mostramos 5 exercícios que devem ser resolvidos pelos alunos, cada um em uma planilha. O algoritmo, utilizado em todos eles, é o mesmo, ou seja, variação percentual. Em cada questão, os estudantes terão o subsídio de tabelas que fornecerão *feedbacks* imediatos sobre cada etapa da resolução das situações-problema.

Na questão da planilha da figura 5.13 o aluno irá no primeiro momento tratar com as informações apresentadas no enunciado que são os valores inicial (Vi) e final (Vf) do preço do litro de gasolina. Esses valores serão colocados nos espaços próprios da tabela de cima.

Figura 5.13: Questão 1 de Variação Percentual

QUESTÃO 1				
O preço do litro de gasolina aumentou de R$4,00 para R$4,20. Qual foi a variação percentual ?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Valor inicial (Vi)		REFAÇA		
Valor finall (Vf)		REFAÇA		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:				
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Variação = Vf-Vi	Variação Percentual	
		0,00	#DIV/0!	
REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	#DIV/0!	
Portanto, a variação percentual foi de				REFAÇA

A tabela de baixo foi elaborada para conduzir à resposta do problema. Nas primeiras colunas estarão os valores inicial e final, nessa ordem, e com isso será possível calcular a variação absoluta (valor final menos valor inicial) que aparecerá na terceira coluna. Por fim na quarta coluna será possível obter a resposta final ao dividirmos a variação absoluta pelo valor inicial.

Em toda a resolução o estudante poderá perceber se está conseguindo avançar ou não na resolução do problema pelas devolutivas que estão à esquerda ou abaixo das células que alimentarão com os dados pertinentes.

Depois de completar as duas tabelas do exercício, o aluno visualizará a resposta final que está na última linha que será a confirmação do acerto ou a necessidade de revisar alguma etapa.

Os demais exercícios (figuras 5.14 a 5.17) contemplam o mesmo objeto de estudo e fazem uso dos mesmos algoritmos, havendo diferença apenas no contexto dos enunciados. Como são resolvidos da mesma maneira que o primeiro exercício, é desnecessário repetir os procedimentos de resolução deles.

Figura 5.14: Questão 2 de Variação Percentual

QUESTÃO 2				
Uma calça custa R$200,00 mas é vendido por R$180,00 no pagamento à vista. Qual o desconto percentual proposto ?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Valor inicial (Vi)		REFAÇA		
Valor finall (Vf)		REFAÇA		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:				
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Desconto (Vf-Vi)	Variação Percentual	
		0,00	#DIV/0!	
REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	#DIV/0!	
Portanto, o desconto percentual foi de				REFAÇA

Figura 5.15: Questão 3 de Variação Percentual

QUESTÃO 3				
Um financiamento de R$5000,00 foi quitado por R$4800,00 no pagamento à vista. Qual o desconto percentual dado ?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Valor inicial (Vi)		REFAÇA		
Valor finall (Vf)		REFAÇA		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:				
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Desconto (Vf-Vi)	Variação Percentual	
		0,00	#DIV/0!	
REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	#DIV/0!	
Portanto, o desconto percentual foi de				REFAÇA

Figura 5.16: Questão 4 de Variação Percentual

QUESTÃO 4				
Lia aplicou R$4000,00 e após um tempo resgatou R$4500,00. Qual foi o rendimento pecentual dessa aplicação?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Valor inicial (Vi)		REFAÇA		
Valor finall (Vf)		REFAÇA		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:				
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Rendimento= Vf-Vi	Variação Percentual	
		0,00	#DIV/0!	
REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	#DIV/0!	
Portanto, o rendimento da aplicação foi de				REFAÇA

Figura 5.17: Questão 5 de Variação Percentual

QUESTÃO 5				
Pedro aplicou R$6000,00 e após um tempo resgatou o dobro desse valor. Qual foi o rendimento pecentual dessa aplicação?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Valor inicial (Vi)		REFAÇA		
Valor finall (Vf)		REFAÇA		
Em seguida vamos calcular a variação percentual utilizando a tabela a seguir:				
Valor inicial (Vi)	Valor final (Vf)	Rendimento= Vf-Vi	Variação Percentual	
		0,00	#DIV/0!	
REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	#DIV/0!	
Portanto, o rendimento da aplicação foi de				REFAÇA

5.3 Sistema de Juro Simples

Apresentaremos aqui como ocorre o desenvolvimento da atividade sobre o Sistema de Juro Simples de forma bem detalhada e ilustrativa.

Essa sequência de atividades começa com a apresentação dos principais conceitos envolvidos no sistema de Juro Simples (figura 5.18). Nesta planilha é possível visualizar os conceitos de capital, juro, taxa, período e montante de forma bem sucinta.

Dando sequência à introdução do tema, nessa mesma planilha (figura 5.19) apresentamos as principais características do Sistema de Juro Simples e ao algoritmo utilizado para calcular o Juro no Sistema de Juro Simples, bem como o Montante (figura 5.20).

Figura 5.18: Principais Conceitos do Sistema de Juro Simples

SISTEMA DE JURO SIMPLES	
PRINCIPAIS CONCEITOS	
CAPITAL (C)	Dinheiro aplicado na operação (aplicação, empréstimo, financiamento, etc)
JURO (J)	Remuneração do Capital ao ser aplicado a uma taxa (i) por um período (n)
TAXA (i)	Valor percentual de rendimento do capital por período.
PERÍODO (n)	Período de tempo da operação (dias, semanas, meses, bimestres, semestres, anos, etc)
MONTANTE (M)	Somatório do Capital com o Juro obtido período

Figura 5.19: Principais Características do Sistema de Juro Simples

CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE JURO SIMPLES
No Sistema de Juro Simples, a taxa (i) sempre incide sobre o capital inicial (C)

Figura 5.20: Cálculo do Juro e Montante no Sistema de Juro Simples

CÁLCULO DO JURO NO SISTEMA DE JURO SIMPLES
J = C*i*n
Onde, J: juro; C: capital; i: taxa; n: período de tempo
CÁLCULO DO MONTANTE NO SISTEMA DE JURO SIMPLES
M = C + J
Onde, J: juro; C: capital; M: montante

Essa primeira planilha do tema pode ser trabalhada com, ou sem a intervenção do professor. Vale ressaltar que como um dos objetivos é facilitar o aprendizado dos temas propostos e tornar esse processo mais interessante, cabe ao professor como mediador do binômio ensino-aprendizagem optar, ou não, por intervir.

Na planilha seguinte da sequência apresentamos 3 exemplos (figuras 5.21 a 5.23) de exercícios pertinentes ao tema e que facilitam a sua compreensão. Embora os algoritmos aplicados sejam semelhantes, veremos diferentes processos de resolução de acordo com o que cada exercício pede.

No primeiro exemplo (figura 5.21) o aluno verá como ocorre a capitalização no sistema de juro simples, calculando o montante obtido ao aplicar um capital por um período.

Figura 5.21: Exemplo 1 do Sistema de Juro Simples

EXEMPLO 1				
Qual o montante obtido ao aplicarmos R$2.000,00 à uma taxa de 10% ao ano por 5 anos no Sistema de Juro Simples ?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Capital	2000			
taxa	0,10	**Note que a taxa está na representação decimal e que 10%=0,10**		
período	5			
Em seguida vamos calcular o valor do Juro através da fórmula J=C*i*n				
	C	i	n	J=C*i*n
	2000	0,1	5	1000
Agora vamos calcular o montante (M) através da fórmula M = C+J				
	C	J	M=C+J	
	2000	1000	3000	
Portanto, o montante obtido foi de R$3.000,00				

Apresentamos inicialmente as principais informações contidas no enunciado e que são pertinentes à compreensão e resolução do problema, que no caso são capital, taxa aplicada na representação decimal e período.

Em seguida, com o auxílio de uma tabela, mostramos como utilizar a fórmula do Juro no Sistema de Juro Simples, isto é, J=C*i*n. Logo após, na tabela mais abaixo mostramos como chegar ao valor do montante que é a pergunta principal do problema, através da fórmula M=C+J.

No segundo exemplo (figura 5.22) mostramos uma situação-problema bem comum que é o cálculo de uma multa por atraso no pagamento de uma conta qualquer, mostrando a contextualização imediata do conceito de juro simples.

Figura 5.22: Exemplo 2 do Sistema de Juro Simples

EXEMPLO 2				
Graziela atrasou em 15 dias o pagamento de uma conta no valor 300 reais. Se o fornecedor cobra multa de 1% ao dia				
no Sistema de Juro Simples, qual foi o valor pago pela multa ?				
Resolução:				
Vamos começar verificando as informações do problema				
Capital	300			
taxa	0,01	**Note que a taxa está na representação decimal e que 1%=0,01**		
período	15			
Em seguida vamos calcular o valor do Juro através da fórmula J=C*i*n				
	C	i	n	J=C*i*n
	300	0,01	15	45
Portanto, o montante gerado foi de R$45,00				

Começamos levantando as principais informações contidas no enunciado e que são pertinentes à compreensão e resolução do problema, que no caso são capital, taxa aplicada na representação decimal e período.

Logo após, com o auxílio de uma tabela, mostramos como utilizar a fórmula do Juro no Sistema de Juro Simples, isto é, J=C*i*n. Podemos observar que nas três primeiras colunas estão identificados o capital (C), a taxa (i) e o período (n), respectivamente, e com essas informações chegar ao juro obtido que aparece na quarta coluna.

Perceba que enquanto o exemplo 1 tratava do cálculo do montante, o exemplo 2 trata apenas do cálculo do juro, mostrando a diferença entre esses conceitos que costumam ser confundidos.

Já no terceiro exemplo (figura 5.23) confrontamos uma situação-problema na qual queremos descobrir o período que leva para um capital gerar um determinado montante ao ser aplicado a taxa anual de 20% sob o regime de juro simples. Perceba que nesse tipo de questão temos o montante, o capital e a taxa e queremos descobrir qual é o período.

Figura 5.23: Exemplo 3 do Sistema de Juro Simples

EXEMPLO 3

Kelly investiu R$500,00 em uma aplicação que rende 20% ao ano fixos no Sistema de Jurso Simples. Em quantos anos ela dobrará o capital investido considerando que não houve nenhuma retirada.

Resolução:

Vamos começar verificando as informações do problema

Capital 500

taxa 0,20 **Note que a taxa está na representação decimal e que 20%=0,20**

Montante 1000 **Note que o montante é igual a 1000 pois 2*500 = 1000**

Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período

Período (n)	Capital (C)	Taxa (i)	Juro (J)	Montante (M = C+J)	
1	500	0,2	100	600	
2	500	0,2	100	700	
3	500	0,2	100	800	
4	500	0,2	100	900	
5	500	0,2	100	1000	Note que nesse período o montante chegou a 1000 reais

Portanto, o tempo necessário foi de 5 anos

Porém ao invés de utilizarmos fórmulas e equações polinomiais do 1º grau, resolveremos a situação fazendo uso de tabelas e sequências recursivas.

Inicialmente é necessário identificar as informações pertinentes à resolução, que são o capital, a taxa na forma decimal e o montante que estão pouco abaixo do enunciado do exercício.

Em seguida, com o auxílio de uma tabela, veremos o rendimento por período, que nesse caso é a cada ano.

Na primeira coluna está cada período (n); na segunda coluna o capital, que é o mesmo para todas as colunas, pois estamos no sistema de juro simples; na terceira coluna temos a taxa, que está na representação decimal, e é constante; na quarta coluna temos o juro, que está sendo calculado por período e é dado pelo produto entre o capital e a taxa: note que o valor do juro obtido é constante, pois no Sistema de Juro Simples a taxa incide sempre sobre o capital inicial; por fim, na quinta coluna, temos o montante que é obtido pelo somatório do capital com o juro.

Observe que temos uma sequência onde o montante de cada período é obtido pela soma do juro no período com o montante imediatamente anterior, formando assim uma sequência recursiva. É preciso fazer a soma do valor do juro de cada período, que no caso é 100 reais, com o capital no primeiro período e com os montantes parciais nos demais períodos, até que o valor desejado seja atingido. Nesse exemplo, o valor desejado de 1000 reais é atingido no período 5, ou seja, após 5 anos, conforme aparece na figura 5.23.

Após os exemplos mostramos 5 exercícios (figuras 5.24 a 5.28) similares aos exemplos apresentados, cada um em uma planilha, para serem resolvidos pelos estudantes.

Na primeira questão (figura 5.24) o estudante se depara com uma questão de cálculo do montante obtido por um capital de 5 mil reais aplicados à uma taxa de 6% ao mês (a.m.) num período de 8 anos.

A resolução começa na primeira tabela que será alimentada com as principais informações do enunciado. Essa etapa de extração de informações é pertinente pois, além de ajudar a resolução e compreensão dos algoritmos envolvidos, propicia momentos de interpretação matemática, item fundamental em todos os temas da disciplina. Caso haja algum erro, aparecerá a comanda “REFAÇA” na célula à direita do espaço reservado ao preenchimento de cada um dos dados, caso contrário aparecer a mensagem “CORRETO”.

Na segunda tabela o aluno irá calcular o juro simples. Para isso, o aluno irá alimentar a tabela com os dados do capital (C), a taxa (i) e o período (n), nessa ordem. Com isso será possível chegar ao valor do juro simples que aparecerá na quarta coluna. Abaixo da célula reservada para o preenchimento dessas informações, aparecerá devolutivas indicando se os cálculos estão corretos ou precisam ser refeitos, do mesmo jeito que na primeira tabela.

Figura 5.24: Questão 1 do Sistema de Juro Simples

QUESTÃO 1					
Qual o montante obtido ao aplicarmos R$5.000,00 à uma taxa de 6% ao ano por 8 anos no Sistema de Juro Simples ?					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
Capital		**REFAÇA**			
taxa		**REFAÇA**			
período		**REFAÇA**			
Em seguida vamos calcular o valor do Juro através da fórmula J=C*i*n					
	C	i	n	J=C*i*n	
				0	
	REFAÇA	**REFAÇA**	**REFAÇA**	**REFAÇA**	
Agora vamos calcular o montante (M) através da fórmula M = C+J					
	C	J	M=C+J		
			0		
	REFAÇA	**REFAÇA**	**REFAÇA**		
Portanto, o montante obtido foi de					**REFAÇA**

Na última tabela, o aluno irá calcular o montante através da fórmula M=C+J. Na primeira coluna estará o capital e na segunda coluna o juro que foi descoberto na segunda tabela. Com isso aparecerá na terceira coluna o valor do montante obtido que é a resposta final do exercício. Essa tabela também dispõe nas células imediatamente abaixo das células destinadas às respostas de devolutivas que ajudam a perceber se a resolução está correta ou não.

Na última linha há uma célula para completar a resposta final.

Na segunda questão (figura 5.25) o aluno se depara com uma situação problema que é resolvido usando o algoritmo do cálculo do montante obtido por um capital de 20 mil reais aplicados à uma taxa mensal de 1% num período de 24 meses.

Como o processo de resolução é análogo ao da questão 1, não será necessário repetir os algoritmos utilizados.

Figura 5.25: Questão 2 do Sistema de Juro Simples

QUESTÃO 2					
Gustavo aplicou R$20.000,00 à uma taxa de 1% ao mês por 24 meses, sem fazer retiradas, pelo Sistema de Juro Simples.					
Quanto Gustavo obteve no final desse período ?					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
Capital		REFAÇA			
taxa		REFAÇA			
período		REFAÇA			
Em seguida vamos calcular o valor do Juro através da fórmula J=C*i*n					
	C	i	n	J=C*i*n	
				0	
	REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	
Agora vamos calcular o montante (M) através da fórmula M = C+J					
	C	J	M=C+J		
			0		
	REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA		
Portanto, o montante obtido foi de					REFAÇA

Na terceira questão (figura 5.26) o aluno se depara com uma situação problema bem familiar que é o valor do juro cobrado pelo atraso de uma conta. O problema é resolvido usando o algoritmo do cálculo do juro simples que é gerado por um capital de 800 reais sob uma taxa diária de 2% num período de 20 dias.

Figura 5.26: Questão 3 do Sistema de Juro Simples

QUESTÃO 3						
Luzia atrasou em 20 dias o pagamento de uma conta no valor 800 reais. Se o fornecedor cobra multa de 2% ao dia						
no Sistema de Juro Simples, qual foi o valor pago pela multa ?						
Resolução:						
Vamos começar verificando as informações do problema						
Capital		REFAÇA				
taxa		REFAÇA				
período		REFAÇA				
Em seguida vamos calcular o valor do Juro através da fórmula J=C*i*n						
	C	i	n	J=C*i*n		
				0		
	REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA	REFAÇA		
Portanto, o valor do juros pago por Luzia foi de						REFAÇA

Perceba que essa questão é diferente das anteriores, pois queremos saber aqui o valor do juro cobrado, isto é, o juro simples e não o montante, que nesse caso seria o valor total da conta a ser pago somando a multa referente ao atraso.

Na segunda tabela o estudante irá calcular o juro simples através da fórmula

J=C*i*n. Para isso, o aluno irá alimentar a tabela com os dados do capital (C), a taxa (i) e o período (n), nessa ordem. Com isso será possível chegar ao valor do juro simples que aparecerá na quarta coluna.

Para finalizar a resolução temos a resposta final.

Na quarta questão (figura 5.27) o aluno irá se deparar com uma situação problema comum na área de investimentos que é o tempo que o capital investido leva para duplicar ao ser aplicado sob uma taxa no sistema de juro simples.

Figura 5.27: Questão 4 do Sistema de Juro Simples

QUESTÃO 4					
Angélica investiu R$3000,00 em uma aplicação que rende 12,5% ao ano fixos no Sistema de Jurso Simples. Em quantos anos ela dobrará o capital investido considerando que não houve nenhuma retirada.					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
Capital		REFAÇA			
taxa		REFAÇA			
Montante		REFAÇA			
Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período					
Período (n)	Capital (C)	Taxa (i)	Juro (J)	Montante (M = C+J)	
1			0	0	REFAÇA
2			0	0	REFAÇA
3			0	0	REFAÇA
4			0	0	REFAÇA
5			0	0	REFAÇA
6			0	0	REFAÇA
7			0	0	REFAÇA
8			0	0	REFAÇA
9			0	0	REFAÇA
10			0	0	REFAÇA
Portanto, o tempo necessário foi de				anos	REFAÇA

Nesse problema, em específico o capital investido é de 3000 reais, a taxa é de 12,5% ao ano (a.a.) no sistema de juro simples e o montante é o dobro do capital, ou seja, 6 mil reais.

A resolução tem início com a extração das principais informações trazidas pelo enunciado, que no caso são capital (C), taxa (i) na forma percentual e montante (M).

Na segunda parte da resolução há o subsídio de uma tabela que aponta o rendimento do capital investido por período. Através dessa, é possível resolver o problema sem fazer uso de fórmulas ou de equações do 1º grau, utilizando instrumentos mais simples como sequências recursivas.

Na primeira coluna encontra-se o período (n), na segunda coluna encontra-se o capital investido (C) que é constante porque no sistema de juro simples a taxa de juros sempre incide sobre o capital inicial. Na terceira coluna encontra-se a taxa (i) na forma decimal, a qual também é constante. Na quarta coluna aparecerá o juro gerado no período; note que esse é obtido pelo produto entre a taxa (i) e o capital investido (C) pois está sendo calculado em cada período, que também será constante já que seus fatores nesse caso são invariáveis.

Por fim, na quinta coluna aparecerá o montante (M) que representa a soma do capital com o juro gerado no primeiro período e a soma do montante imediatamente anterior com o juro gerado.

Dessa forma teremos uma sequência recursiva, onde cada montante a partir do segundo período é obtido pela soma do juro do período com o montante imediatamente anterior. Como o objetivo do problema é saber em qual período o montante será dobrado, a tabela segue com a sequência até chegar ao montante final que é 6000 reais.

Ao lado direito da coluna dos montantes parciais há uma coluna apontando se o cálculo empregado levou a resposta correta apresentando as devolutivas “correto” e “refaça” dando mais segurança e autonomia para os alunos na resolução do problema.

Desenvolvendo essa sequência será possível perceber que o capital investido irá dobrar no período 8, porém a tabela foi montada com um número maior de períodos para não induzir as respostas dos alunos.

Por fim, na última linha da planilha o aluno preenche a resposta final.

Na questão 5 (figura 5.28) o aluno irá se deparar com uma situação problema comum na área de investimentos que é o tempo que o capital investido leva para gerar um determinado montante ao ser aplicado sob uma taxa no sistema de juro simples.

De forma similar ao exercício 4, nesse problema, em específico o capital investido é de 4000 reais, a taxa é de 2,5% a.m. no sistema de juro simples e o montante é igual a 5 mil reais.

Como o objeto de estudo, os algoritmos empregados e a forma de resolução adotados nessa questão são os mesmos da questão anterior, não é necessário repeti-los.

Figura 5.28: Questão 5 do Sistema de Juro Simples

QUESTÃO 5							
Angélica investiu R$4.000,00 em uma aplicação que rende 2,5% ao mês fixos no Sistema de Jurso Simples. Em quantos meses ela juntará R$5.000,00 considerando que não houve nenhuma retirada.							
Resolução:							
Vamos começar verificando as informações do problema							
Capital		REFAÇA					
taxa		REFAÇA					
Montante		REFAÇA					
Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período							
Período (n)	Capital (C)	Taxa (i)	Juro (J)	Montante (M = C+J)			
1			0	0			REFAÇA
2			0	0			REFAÇA
3			0	0			REFAÇA
4			0	0			REFAÇA
5			0	0			REFAÇA
6			0	0			REFAÇA
7			0	0			REFAÇA
8			0	0			REFAÇA
9			0	0			REFAÇA
10			0	0			REFAÇA
Portanto, o tempo necessário foi de					meses	REFAÇA	

5.4 Sistema de Juro Composto

Apresentaremos a seguir como ocorre o desenvolvimento da sequência de atividades sobre o Sistema de Juro Composto de forma bem detalhada e ilustrativa.

Como se trata de um trabalho para o ensino fundamental, foram realizadas adequações, pois o currículo de Matemática do ensino fundamental não contempla cálculos exponenciais e nem progressões.

Essa sequência de atividades é feita em planilhas, assim como os demais temas. O desenvolvimento dela pode ocorrer com ou sem a intervenção do professor, porém independente disso, esperamos que a interação promovida gere bons resultados quanto à aprendizagem.

Na primeira planilha (figura 5.29) apresentamos os principais conceitos e características do Sistema de Juro Composto de forma bem sucinta. O objetivo é familiarizar os alunos com termos e conceitos como capital (C), taxa (i), período (n), juro (J) e montante (M), bem como apresentar as principais características do Sistema de Juro Composto.

Além disso, ainda nessa planilha, temos contato com os dois principais recursos que serão utilizados na resolução dos exercícios: a fórmula para o cálculo do montante e um dispositivo para o cálculo dele através de recorrências. Perceba que as duas maneiras permitem chegar aos resultados utilizando apenas a Matemática do ensino fundamental.

Figura 5.29: Principais Conceitos e Características do Sistema de Juro Composto

SISTEMA DE JURO COMPOSTO	
PRINCIPAIS CONCEITOS	
CAPITAL (C)	Dinheiro aplicado na operação (aplicação, empréstimo, financiamento, etc)
JURO (J)	Remuneração do Capital ao ser aplicado a uma taxa (i) por um período (n)
TAXA (i)	Valor percentual de rendimento do capital por período.
PERÍODO (n)	Período de tempo da operação (dias, semanas, meses, bimestres, semestres, anos, etc)
MONTANTE (M)	Somatório do Capital com o Juro obtido período
CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE JURO COMPOSTO	
No Sistema de Juro Composto, a taxa (i) sempre incide sobre o MONTANTE (M)	
CÁLCULO DO MONTANTE NO SISTEMA DE JURO COMPOSTO	
$M = C*(1+I)^n$	
Onde, J: juro; C: capital; i: taxa; n: período de tempo; M: montante	
CÁLCULO DO MONTANTE NO SISTEMA DE JURO SIMPLES POR RECORRÊNCIA	
$M = Mo*(1+i)$	
Onde, M: montante no período atual; Mo:Montante no período anterior; i: taxa de juro	

A sequência didática tem continuidade com alguns exemplos (figura 5.30 a 5.32) que mostram como esses conceitos aparecem na forma de situação-problema e, assim, seja possível não só compreender os algoritmos aplicados, mas também a diferença entre os dois sistemas de juro.

No primeiro exemplo (figura 5.30), nos deparamos com uma situação em que precisamos determinar o montante gerado ao aplicarmos um capital de 2 mil reais durante 5 anos sob uma taxa constante de 10% ao ano (a.a.) no sistema de juro composto.

A resolução começa com a extração das informações necessárias que constam no enunciado do exercício que são o capital (C), a taxa (i) em representação decimal e o período (n). Em seguida, com o auxílio de uma tabela vamos determinar o montante final por recorrência.

Observe que na primeira coluna temos o período que vai de 1 a 5. Na segunda coluna temos o montante inicial que, no primeiro período, é o capital inicial investido que consta no enunciado, e nos demais períodos, é o montante final do período imediatamente anterior. Na terceira coluna consta a taxa na forma decimal que é a mesma para todos os períodos, já que esta é constante. Na quarta coluna temos a soma da taxa decimal com 1, e como a taxa é constante, esse valor se repete em todos os períodos. Para finalizarmos, na quinta coluna temos o montante final que é o produto do montante inicial com o fator (1+i).

Figura 5.30: Exemplo 1 do Sistema de Juro Composto

EXEMPLO 1					
Qual o montante obtido ao aplicarmos R$2.000,00 à uma taxa de 10% ao ano por 5 anos no Sistema de Juro Composto ?					
Resolução:					
Vamos começar verificando as informações do problema					
Capital	2000	Note que o montante inicial (Mo) no primeiro período é igual ao capital			
taxa	0,10	Note que a taxa está na representação decimal e que 10%=0,10			
período	5				
Agora vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela					
Período (n)	Montante Inicial (Mo)	taxa (i)	(1+i)	Montante Final (M)	Juro (M=Mo+J)
1	2000	0,1	1,1	2200	200
2	2200	0,1	1,1	2420	220
3	2420	0,1	1,1	2662	242
4	2662	0,1	1,1	2928,2	266,2
5	2928,2	0,1	1,1	3221,02	292,82
Portanto, o montante obtido foi de R$3.221,02					

Perceba que com isso chegamos ao montante procurado através de uma sequência recursiva ou recorrência.

Já no segundo exemplo (figura 5.31) nos deparamos com uma situação problema onde queremos saber o tempo necessário para o capital de 500 reais dobrar ao ser aplicado a uma taxa de 20% a.a. (ao ano) sob o sistema de juro composto.

Iniciamos a resolução extraindo as principais informações necessárias contidas no enunciado que são o capital investido que vale nesse caso 500 reais, a taxa na representação decimal que é 0,20 e o montante a ser obtido que é o dobro de 500 reais, ou seja, 1000 reais.

Com o auxílio de uma tabela chegaremos à resposta do problema. A tabela mostra o montante obtido em período. Na primeira coluna temos o período (n). Na segunda coluna temos o montante inicial (M_0) que, no primeiro período, é o próprio capital investido, e nos demais períodos, é o montante do período imediatamente anterior. Isso acontece porque no sistema de juro composto o rendimento é sobre o montante e não sobre o capital inicial. Na terceira coluna temos a taxa na forma decimal, que é igual em todas as linhas já que essa é constante. Na quarta coluna "(1+i)" temos a soma da taxa na forma decimal com um, e como a taxa é constante, esse valor também é. Por fim, na última coluna, temos o Montante que é o somatório do capital investido com o juro gerado, que nesse tipo de problema é obtido pelo produto entre o montante inicial (M_0) e o fator (1+i).

Figura 5.31: Exemplo 2 do Sistema de Juro Composto

EXEMPLO 2

Kelly investiu R$500,00 em uma aplicação que rende 20% ao ano fixos no Sistema de Jurso Compostos. Em quantos anos ela dobrará o capital investido considerando que não houve nenhuma retirada.

Resolução:

Vamos começar verificando as informações do problema

Capital	500	**Note que o montante inicial (Mo) no primeiro período é igual ao capital**
taxa	0,20	**Note que a taxa está na representação decimal e que 20%=0,20**
Montante	1000	**Note que o montante é igual a 1000 pois 2*500 = 1000**

Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período

Período (n)	Montante Inicial (Mo)	Taxa (i)	(1+i)	Montante (M = C+J)	Juro (M=Mo+J)
1	500,00	0,20	1,20	600,00	100
2	600,00	0,20	1,20	720,00	120
3	720,00	0,20	1,20	864,00	144
4	864,00	0,20	1,20	1036,80	172,8
5	1036,80	0,20	1,20	1244,16	207,36

Portanto, o tempo necessário foi de aproximadamente 4 anos

Dessa forma, encontraremos o período quando o montante atingir o valor de 1000 reais, o que acontece nesse caso no período 4, ou seja, depois de 4 anos.

Perceba que nesse caso chegamos à resposta final utilizando de sequências recursivas, sem precisar recorrer à cálculos logarítmicos, os quais não são contemplados no ensino fundamental.

No terceiro exemplo (figura 5.32), temos uma situação bem comum que é a escolha da forma de pagamento mais adequada ao comprar um bem. Esse tipo de problema, além de fácil contextualização, evidencia como a Matemática Financeira pode servir de suporte no processo decisório.

Nesse exemplo temos a opção de comprar uma moto usada por 2850 reais à vista ou em 3 parcelas fixas no valor de 1000 reais, com o primeiro pagamento para daqui 30 dias, sendo que o pagador conta com uma aplicação com rendimento de 3% a.m. (ao mês) no sistema de juro composto.

Note que como o comprador tem o dinheiro para pagamento à vista e é possível aplicar o mesmo, então temos que 2850 é o capital e 0,03 é a taxa a ser utilizada. É fundamental identificar esses elementos para a compreensão e resolução do problema.

Em seguida elaboramos uma tabela que ajuda na compreensão do fluxo de caixa, caso o pagamento seja parcelado. O objetivo nesse caso é perceber se ao aplicar o capital referente ao pagamento à vista, os rendimentos são suficientes para pagar as 3 parcelas do financiamento.

Na primeira coluna temos as parcelas que nesse caso vão de 1 a 3, já que o pagamento será em 3 parcelas. Na segunda coluna temos o montante inicial (M_0)

que, na primeira linha é o capital para pagamento à vista, e nas demais é o saldo final do período imediatamente anterior da aplicação após o pagamento das respectivas parcelas. Observe que o capital investido corresponde ao valor do pagamento à vista porque a primeira parcela é paga 30 dias após o ato da compra; caso contrário, se a primeira parcela fosse paga no momento da aquisição, então o capital inicial seria 2850 menos o valor da parcela, e a tabela teria apenas duas linhas, pois só haveria duas parcelas a serem pagas nesse fluxo de caixa. Na terceira coluna temos a taxa na representação decimal que é constante e igual a 0,03, pois o rendimento é fixo. Na quarta coluna temos a soma da taxa decimal com 1 e consequentemente esse valor também é constante. Na quinta coluna temos o produto do montante final (M) que é o produto do montante inicial (M_0) com o fator (1+i) deduzindo a parcela desse valor. Na sexta coluna temos o pagamento que corresponde ao valor das parcelas do financiamento. Por fim, na última coluna, temos o saldo final que é a diferença entre o montante final (M) e o pagamento. Esse saldo final será o montante inicial do período imediatamente posterior pois no sistema de juro composto a taxa incide sobre o montante e não sobre o capital inicial.

Figura 5.32: Exemplo 3 do Sistema de Juro Composto

EXEMPLO 3						
Isaque vai comprar uma moto e tem o dinheiro para pagar a moto à vista. Porém pode pagar parcelado pois o capital está						
investido numa aplicação que gera 3% ao mês fixo pelo Sistema de Juro Composto. As opões de pagamento são:						
Opção 1: Pagar R$2850 à vista						
Opção 2: Pagar em 3 parcelas iguais de 1000 reais com a primeiro pagamento após 30 dias.						
Qual opção é financeiramente mais vantajosa para Isaque?						
Resolução:						
Vamos começar verificando as informações do problema						
Capital	2850	Note que o montante inicial (Mo) no primeiro período é igual ao capital				
taxa	0,03	Note que a taxa está na representação decimal e que 20%=0,20				
Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período						
Período (n)	Montante Inicial (Mo)	taxa (i)	(1+i)	Montante Final (M)	Pagamento	Saldo Final
1	2850,00	0,03	1,03	2935,50	1000,00	1935,50
2	1935,50	0,03	1,03	1993,57	1000,00	993,57
3	993,57	0,03	1,03	1023,37	1000,00	23,37
Portanto, a opção de pagamento mais vantajosa é a número 2						

Como já mencionamos o parcelamento é interessante somente quando o montante gerado é suficiente para pagar as prestações. Nesse exemplo, conforme a figura, temos que o montante obtido cobre as três parcelas, e ainda deixa um saldo remanescente de R$23,37. Portanto, a opção 2 é mais vantajosa financeiramente.

Continuamos a sequência didática com 5 exercícios propostos para os alunos (figuras 5.33 a 5.37) para que eles possam interagir com esse objeto de estudo.

Na primeira questão (figura 5.33), semelhante ao exemplo 1, o aluno precisa calcular o montante gerado por um capital de 1000 reais à uma taxa de 5% a.a. (ao ano) no sistema de juro composto por um período de 8 anos.

Figura 5.33: Questão 1 do Sistema de Juro Composto

QUESTÃO 1

Qual o montante obtido ao aplicarmos R$1.000,00 à uma taxa de 5% ao ano por 8 anos no Sistema de Juro Composto ?

Resolução:

Vamos começar verificando as informações do problema

Capital		REFAÇA
taxa		REFAÇA
período		REFAÇA

Agora vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela

Período	Montante	taxa (i)	(1+i)	Montante Final (M)	
1			1,00	0,00	REFAÇA
2	0,00		1,00	0,00	REFAÇA
3	0,00		1,00	0,0000	REFAÇA
4	0,00		1,00	0,000000	REFAÇA
5	0,00		1,00	0,00000000	REFAÇA
6	0,00		1,00	0,0000000000	REFAÇA
7	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
8	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA

Na primeira tabela deixamos espaços pertinentes ao preenchimento das principais informações contidas no enunciado.

Em seguida, haverá uma segunda tabela para subsidiar a resolução e compreensão do problema. Nessa tabela, o aluno poderá chegar ao montante sem fazer uso de fórmulas, e sim de sequências recursivas, calculando o montante obtido em cada período.

Na primeira coluna da tabela estão os períodos (n), que nesse caso são 8 pois a aplicação é de 8 anos. Na segunda coluna estará o montante que no primeiro período é o capital investido e nos demais períodos é o montante final (M) do período imediatamente anterior. Na terceira coluna temos a taxa (i) na representação decimal, que é a mesma em todos os períodos. Na quarta coluna temos o fator (1+i) que é a soma da taxa decimal com 1 e, consequentemente será constante. Na quinta e última coluna temos o montante final (M) que é o produto do montante com o fator (1+i). Esse montante final será igual ao montante do período imediatamente posterior.

A segunda questão (figura 4.32) faz uso dos mesmos algoritmos aplicados na questão 1, porém nesse caso o exercício pede o montante gerado por um capital de 2000 reais aplicados à taxa de 1% a.m. (ao mês) no sistema de juro composto por um período de 6 meses.

Figura 5.34: Questão 2 do Sistema de Juro Composto

QUESTÃO 2

Felipe aplicou R$2.000,00 à uma taxa de 1% ao mês por 6 meses no Sistema de Juro Composto. Quanto ele obteve ?

Resolução:

Vamos começar verificando as informações do problema

Capital		**REFAÇA**
taxa		**REFAÇA**
período		**REFAÇA**

Agora vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela

Período	Montante	taxa (i)	(1+i)	Montante Final (M)	
1			1,00	0,00	**REFAÇA**
2	0,00		1,00	0,00	**REFAÇA**
3	0,00		1,00	0,0000	**REFAÇA**
4	0,00		1,00	0,000000	**REFAÇA**
5	0,00		1,00	0,00000000	**REFAÇA**
6	0,00		1,00	0,0000000000	**REFAÇA**

Como a questão 2 trata do mesmo objeto de estudo e emprega os mesmos algoritmos e método de resolução da questão 1, não descreveremos aqui a resolução desse problema.

Já a questão 3 (figura 4.35) pede que o aluno descubra o tempo necessário para que um capital de 500 reais gere um montante de 650 reais ao ser aplicado a uma taxa de 2% a.m. (ao mês) no Sistema de Juro Composto.

A resolução tem início com o apontamento das principais informações do enunciado que são o capital, a taxa na forma decimal e o montante que será obtido.

Em seguida, em uma segunda tabela, o aluno calcula o montante por período, o que possibilita chegar à resposta através de uma sequência recursiva.

Na primeira coluna temos o período (n). Na segunda coluna temos o montante, que no primeiro período corresponde ao capital investido e nos demais períodos ao montante final do período imediatamente anterior. Na terceira coluna temos a taxa (i) na representação decimal, que é constante. Na quarta coluna temos o fator (1+i) que é a soma da taxa decimal com 1 e, portanto, também é constante. Por fim, na última coluna temos o montante final que é o produto do montante do período com o fator (1+i). O montante final também é o montante do período imediatamente posterior.

Figura 5.35: Questão 3 do Sistema de Juro Composto

QUESTÃO 3

Lucas aplicou R$500,00 em uma aplicação que rende 2% ao mês pelo Sistema de Juro Composto. Em quantos meses Lucas conseguirá resgatar R$650,00 considerando que não houve retiradas nesse período?

Resolução:

Vamos começar verificando as informações do problema

Capital		REFAÇA
taxa		REFAÇA
Montante		REFAÇA

Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período

Período (n)	Montante Inicial (Mo)	Taxa (i)	(1+i)	Montante Final	
1			1,00	0,00	REFAÇA
2	0,00		1,00	0,00	REFAÇA
3	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
4	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
5	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
6	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
7	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
8	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
9	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
10	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
11	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
12	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
13	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
14	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
15	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA

Portanto, o tempo necessário foi de aproximadamente		**meses**
	REFAÇA	

Como o objetivo do exercício é descobrir o tempo que necessário para obter o montante de 650 reais, podemos preencher a tabela até o momento em que obtivermos esse valor no montante final, de forma que a resposta não é necessariamente a quantidade de períodos que consta na tabela e assim não ocorra indução da resposta.

O montante final, nesse caso, será atingido no período 14, e haverá um espaço reservado na resposta final para apontar esse resultado.

A questão 4 (figura 5.36) é um problema semelhante ao exemplo 2 e a questão 3 dessa sequência didática. Nesse problema é preciso descobrir o tempo necessário para que o capital aplicado de 3000 reais dobre ao ser aplicado sob uma taxa de 10%

a.a. (ao ano) no sistema de juro composto. Além dos algoritmos envolvidos será possível perceber também que o tempo para um capital dobrar de valor depende apenas da taxa de juros e não do valor do capital aplicado.

Figura 5.36: Questão 4 do Sistema de Juro Composto

QUESTÃO 4

Angélica investiu R$3000,00 em uma aplicação que rende 10% ao ano fixos no Sistema de Jurso Composto. Em quantos anos ela dobrará o capital investido considerando que não houve nenhuma retirada ?

Resolução:

Vamos começar verificando as informações do problema

Capital	REFAÇA
taxa	REFAÇA
Montante	REFAÇA

Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período

Período (n)	Montante	Taxa (i)	(1+i)	Montante (M = C+J)	
1			1,00	0,000000000000	REFAÇA
2	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
3	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
4	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
5	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
6	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
7	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
8	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
9	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA
10	0,00		1,00	0,000000000000	REFAÇA

Portanto, o tempo necessário foi de aproximadamente ___ **anos**

REFAÇA

Como a questão 4 trata do mesmo objeto de estudo e emprega os mesmos algoritmos e método de resolução da questão 3, não é necessário descrever a resolução desse problema.

Na questão 5 (figura 5.37) o aluno terá uma situação problema onde utilizará os conhecimentos de Matemática Financeira em uma decisão que costuma aparecer no cotidiano de sua família. Neste exercício, o aluno analisará se o parcelamento é conveniente ou não, tendo o capital para pagamento à vista e a opção de investir o mesmo numa aplicação pelo sistema de juro composto.

Nesse caso, o pagamento à vista, representa o capital e vale 5000 reais e a aplicação rende 2% a.m. (ao mês) no sistema de juro composto, podendo o pagamento ser feito em 4 parcelas fixas de 1310 reais.

Note que como o comprador tem o dinheiro para pagamento à vista e é possível aplicar o mesmo, então temos que 5000 é o capital e 0,02 é a taxa a ser utilizada. É fundamental identificar esses elementos para entender e resolver o problema.

Figura 5.37: Questão 5 do Sistema de Juro Composto

QUESTÃO 5							
Isaque vai comprar uma moto e tem o dinheiro para pagar a moto à vista. Porém pode pagar parcelado pois o capital está							
investido numa aplicação que gera 2% ao mês fixo pelo Sistema de Juro Composto. As opões de pagamento são:							
Opção 1: Pagar R$5.000,00 à vista							
Opção 2: Pagar em 4 parcelas iguais de 1310 reais com a primeiro pagamento após 30 dias.							
Qual opção é financeiramente mais vantajosa para Isaque?							
Resolução:							
Vamos começar verificando as informações do problema							
Capital		REFAÇA					
taxa		REFAÇA					
Vamos resolver esse problema com o auxílio de uma tabela onde calcularemos o juro e o montante obtidos por cada período							
Período (n)	Montante Inicial (Mo)	taxa (i)	(1+i)	Montante Final (M)	Pagamento	Saldo Final	
1			1,00	0,00		0,00	REFAÇA
2	0,00		1,00	0,00		0,00	REFAÇA
3	0,00		1,00	0,00		0,0000	REFAÇA
4	0,00		1,00	0,00		0,000000	REFAÇA
Portanto, a opção de pagamento mais vantajosa é a número						REFAÇA	

Em seguida elaboramos uma tabela que ajuda na compreensão do fluxo de caixa, caso o pagamento seja parcelado. O objetivo nesse caso é perceber se ao aplicar o capital referente ao pagamento à vista, os rendimentos são suficientes para pagar as 4 parcelas do financiamento.

Na primeira coluna temos as parcelas, que nesse caso vão de 1 a 4 já que o pagamento será em 4 parcelas. Na segunda coluna temos o montante inicial (M_0) que na primeira linha é o capital para pagamento à vista e nas demais é o saldo final do período imediatamente anterior da aplicação após o pagamento das respectivas parcelas. Observe que o capital investido corresponde ao valor do pagamento à vista porque a primeira parcela é paga 30 dias após o ato da compra; caso contrário, se a primeira parcela fosse paga no momento da aquisição, então o capital inicial seria 5000 menos o valor da parcela, e a tabela teria apenas três linhas pois só haveria três parcelas a serem pagas nesse fluxo de caixa. Na terceira coluna temos a taxa na representação decimal, que é constante e igual a 0,02 pois o rendimento é fixo. Na quarta coluna, temos a soma da taxa decimal com 1 e consequentemente esse valor também é invariável. Na quinta coluna temos o produto do montante final (M) que é o produto do montante inicial (M_0) com o fator (1+i) e desse valor é deduzido o valor da parcela. Na sexta coluna, temos o pagamento, que corresponde ao valor das parcelas do financiamento. Por fim, na última coluna temos o saldo final que é a diferença entre o montante final (M) e o pagamento. Esse saldo final será o montante inicial do período imediatamente posterior pois no sistema de juro composto a taxa incide sobre o montante e não sobre o capital inicial.

Conforme já mencionamos o parcelamento é interessante somente quando o montante gerado é suficiente para pagar as prestações. Nesse exemplo, conforme a figura, temos que o montante obtido cobre as quatro parcelas, e ainda deixa um saldo remanescente de aproximadamente R$12,85 e, portanto, a opção 2 financeiramente mais vantajosa.

6 APRENDENDO COM A PLATAFORMA *SCRATCH*

Apresentamos neste capítulo uma sequência didática utilizando um jogo construído na plataforma *Scratch* envolvendo conteúdos de Matemática Financeira.

Nesse jogo abordamos principalmente os conceitos de porcentagem, variação percentual, sistema de juro simples e sistema de juro composto.

A sequência didática, embora possa ser desenvolvida individualmente pelo celular, pode ser feita em duplas para maior interação dos alunos. Isto é, os alunos podem compartilhar o computador na Sala de Informática da unidade escolar e discutir as respostas que devem ser dadas ao jogo. O trabalho em dupla proporciona maior autonomia aos alunos e cria um ambiente de aprendizagem colaborativa, dessa forma ocorre diferentes interações e os alunos assumem uma postura menos heterônoma com relação ao professor.

O jogo oferece uma metodologia de interação entre uma personagem e o jogador, em que o jogador, no caso o aluno, recebe várias orientações sobre os quatro temas de Matemática Financeira do ensino fundamental através de balões que representam a fala do personagem.

Além disso, nesses balões são exibidos detalhadamente exemplos de exercícios sobre cada um dos temas.

Para finalizar cada tema, são propostos exercícios similares aos dos exemplos, onde o aluno coloca a resposta final e terá tempo suficiente para fazer os cálculos em algum rascunho, caso julgue necessário ou até mesmo possa tirar alguma dúvida com o professor ou colega de turma. Ao final de cada exercício, caso o aluno acerte a resposta da questão, ele recebe um elogio do personagem e ganha 10 pontos, caso contrário o aluno recebe uma mensagem de incentivo para não desistir. Independente de acertar ou errar a questão é mostrado uma devolutiva com a resolução detalhada da questão apresentada.

Após responder as questões o aluno terá de 0 a 50 pontos, dependendo da quantidade de acertos, possibilitando que o professor quantifique os acertos e eventualmente utilize este como ferramenta de avaliação do aprendizado.

A previsão de tempo para cada tema é de 2 aulas. Assim o tempo total previsto para concluir essas atividades é de 8 aulas.

6.1 Porcentagem

Nessa parte do trabalho serão apresentadas as principais falas da personagem no jogo idealizado sobre porcentagem, mostrando conceitos, algoritmos, exemplos e de forma detalhada e ilustrativa.

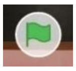
O jogo está disponível em https://scratch.mit.edu/projects/369641383/, e para iniciar basta clicar no ícone da bandeira verde  (figura 6.1).

Figura 6.1 – Iniciando o Jogo "Tópicos de Matemática Financeira - Porcentagem"

O jogo começa apresentando o objeto de estudo, que nesse caso é porcentagem (figura 6.2).

Em seguida apresentamos a definição de porcentagem (figura 6.3). Nesse momento do trabalho, o aluno irá ter contato com as principais definições e exemplos com o objetivo de melhorar a compreensão e percepção acerca do tema.

Logo após apresentamos um exemplo numérico (figura 6.4) que tem o objetivo de familiarizar os alunos com a representação e simbologia do objeto de estudo. Nesse caso exemplificamos 25% como a razão entre 25 e 100, que leva a representação decimal 0,25. Em termos matemáticos temos 25% = 25/100 = 0,25.

Figura 6.2 – Apresentação do objeto de estudo “Porcentagem”

Figura 6.3 – Definição de Porcentagem

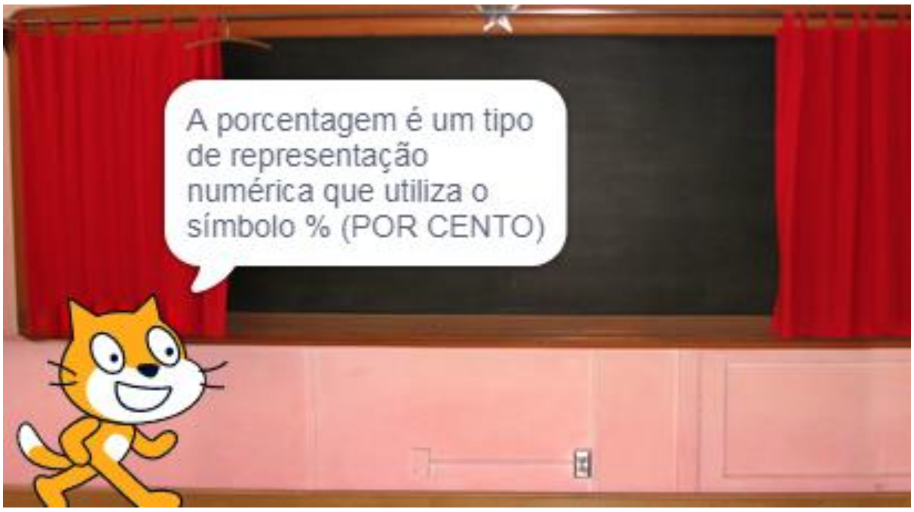
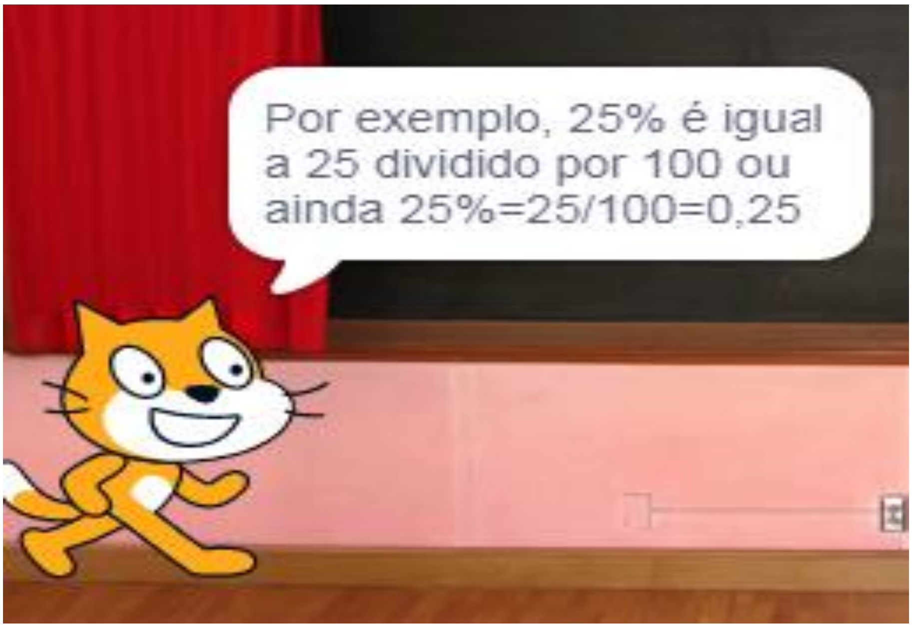
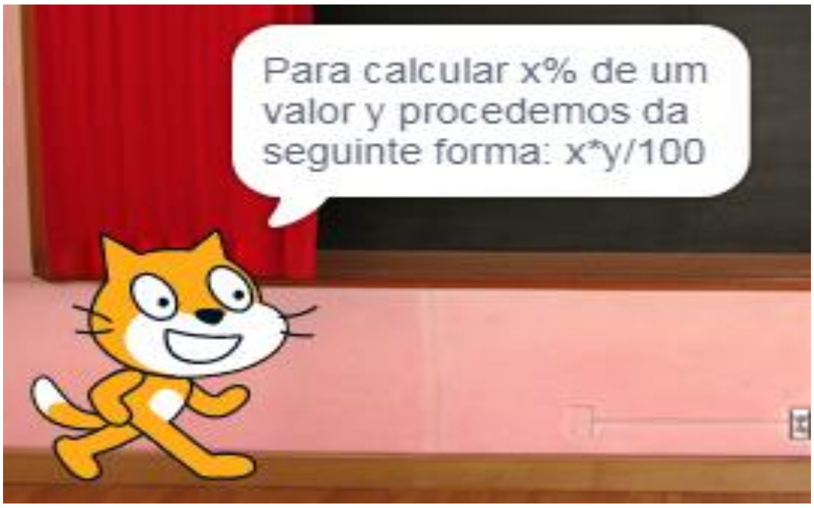


Figura 6.4 – Exemplo de Porcentagem



Na fala seguinte (figura 6.5) apresentamos o cálculo generalizado da porcentagem, através da fórmula que calcula **x%** de um valor **y**, em que x e y são números reais quaisquer.

Figura 6.5 – Cálculo generalizado de Porcentagem



Esperamos que nesse momento o aluno tenha entendido o algoritmo da porcentagem que foi empregado, que é o produto entre os valores x e y, seguido da divisão por 100.

Figura 6.6A – Exemplo sobre de Porcentagem

A fala segue com um exemplo resolvido sobre porcentagem (figuras 6.6A e 6.6B). No primeiro momento o exemplo é apresentado (figura 5.6A) que no caso é "Quanto é 8% de 50?" e na fala seguinte (figura 5.6B) é mostrado como o cálculo é realizado, isto é, multiplicando 8 por 50 e dividindo o produto desses fatores por 100, ou em linguagem matemática $(8 \cdot 50) \div 100 = 400 \div 100 = 4$.

Figura 6.6B – Resolução do exemplo de Porcentagem

Figura 6.7 – Questão 1 de Porcentagem

Dando sequência (figura 6.7) apresentamos a primeira das cinco questões que serão resolvidas. Nessa questão o aluno deve calcular 7% de 500 e terá que escrever no espaço destacado a resposta final que julgar correta. Como não há tempo estipulado, o aluno poderá utilizar rascunhos para efetuar os cálculos que julgar necessário e dessa maneira terá seu ritmo de aprendizagem respeitado.

Após o aluno registrar a sua resposta, o aplicativo irá começar a devolutiva (figura 6.8A). Caso a resposta esteja correta aparecerá uma mensagem incentivadora como “Muito bom”, conforme o quadro à esquerda; caso contrário aparecerá uma mensagem corretiva, mas que não desmotive os alunos, como “Essa não é a resposta correta. Vamos lá”, conforme o quadro à direita.

Figura 6.8A – Início da devolutiva da Questão 1 de Porcentagem

De qualquer maneira, acertando ou não a resposta, a personagem irá mostrar o algoritmo de resolução do exercício. (figuras 6.8B e 6.8C).

Figura 6.8B – Devolutiva da Questão 1 de Porcentagem

No quadro à esquerda, evidenciamos o processo de resolução mostrando que 7% de 500 corresponde a $(7 \cdot 500) \div 100$. A notação dos parênteses é utilizada somente para enfatizar que o número 100 divide o produto dos números 7 e 500, porém sua ausência nesse caso não irá interferir no resultado.

No quadro à direita mostramos os cálculos que são utilizados na resolução do problema, isto é, que 7 multiplicado por 500 é igual a 3500 e que 3500 dividido por 100 é igual 35, isto é, que $(7 \cdot 500) \div 100 = 3500 \div 100 = 35$.

Por fim, é apresentado a resposta final (figura 6.8C), reforçando que 7% de 500 é igual a 35.

Logo após a pontuação será aumentada em 10 pontos, no caso de acerto, caso contrário permanecerá igual.

Figura 6.8C – Resposta Final da Questão 1 de Porcentagem

Apresentamos a segunda das cinco questões que serão resolvidas (figura 6.9). Nesse caso, como simulamos uma situação de acerto da primeira questão, a pontuação foi automaticamente alterada para 10.

Nessa questão o aluno deve calcular 10% de 400 e terá que escrever no espaço destacado a resposta final que julgar correta.

Após o registo da resposta no espaço destacado, irá aparecer a devolutiva que tem início de forma idêntica àquelas mostradas na figura 6.8A, dependendo do acerto ou erro no resultado apresentado. Independentemente disso, o aluno terá contato com todas as etapas de resolução do exercício (figuras 6.10A e 6.10B).

Figura 6.9 – Questão 2 de Porcentagem

No quadro à esquerda (figura 6.10A), evidenciamos o processo de resolução mostrando que 10% de 400 corresponde a $(10 \cdot 400) \div 100$.

No quadro à direita da figura mostramos os cálculos que são utilizados na resolução do problema, isto é, que 10 multiplicado por 400 é igual a 4000 e que 4000 dividido por 100 é igual 40, isto é, $(10 \cdot 400) \div 100 = 4000 \div 10 = 40$.

Figura 6.10A – Devolutiva da questão 2 de Porcentagem

Por fim, é apresentado a resposta final (figura 6.10B), reforçando que 10% de 400 é igual a 40.

Figura 6.10B – Resposta final questão 2 de Porcentagem

Continuando com a terceira questão (figura 6.11). Nesse caso, como simulamos uma situação de erro na segunda questão, a pontuação permanece inalterado e igual a 10.

Figura 6.11 – Questão 3 de Porcentagem

Nessa questão o aluno deve calcular 20% de 95 e terá que escrever no espaço destacado a resposta final que julgar correta.

Após o registo da resposta no espaço destacado, irá aparecer a devolutiva que tem início de forma idêntica àquelas mostradas na figura 6.8A, dependendo do acerto ou erro no resultado apresentado. Independentemente disso, o aluno terá contato com todas as etapas de resolução do exercício (figuras 6.12A e 6.12B).

Figura 6.12A – Devolutiva da questão 3 de Porcentagem

No quadro à esquerda (figura 6.12A), evidenciamos o processo de resolução mostrando que 10% de 400 corresponde a $(20 \cdot 95) \div 100$.

No quadro à direita da figura mostramos os cálculos que são utilizados na resolução do problema, isto é, que 20 multiplicado por 95 é igual a 1900 e que 1900 dividido por 100 é igual 19, ou em linguagem matemática, que $(20 \cdot 95) \div 100 = 1900 \div 100 = 19$.

Figura 6.12B – Resposta Final da questão 3 de Porcentagem

Por fim, é apresentado a resposta final (figura 6.12B), reforçando que 20% de 95 é igual a 19.

Na quarta questão (figura 6.13) o aluno terá que resolver uma situação-problema envolvendo porcentagem. Observe que como simulamos uma situação de acerto na questão anterior, a pontuação foi alterada para 20.

Figura 5.13 – Questão 4 de Porcentagem

Após o registo da resposta no espaço destacado, irá aparecer a devolutiva que tem início de forma idêntica àquelas mostradas na figura 6.8A, dependendo do acerto ou erro no resultado apresentado. Independentemente disso, o aluno terá contato com todas as etapas de resolução do exercício (figuras 6.14A e 6.14B).

Figura 6.14A – Devolutiva da questão 4 de Porcentagem

Nessa situação problema o aluno terá que calcular o rendimento de uma aplicação que rende 25% no período, sendo que o valor aplicado é igual a 800 reais. Observe que esse problema pode ser resolvido pelo algoritmo da porcentagem porque o rendimento da aplicação no período já foi pré-definido.

No quadro à esquerda (figura 5.14A), evidenciamos o processo de resolução mostrando que 25% de 800 corresponde a $(25 \cdot 800) \div 100 \ = \ 20000 \div 100$.

Figura 6.14B – Resposta Final da questão 4 de Porcentagem

No quadro à direita da figura mostramos os cálculos que são utilizados na resolução do problema, isto é, que 25 multiplicado por 800 é igual a 20000 e que 20000 dividido por 100 é igual 200, ou seja, que $(25 \cdot 800) \div 100 \ = \ 20000 \div 100 \ = \ 200$. Em seguida, é apresentado a resposta final (figura 6.14B), reforçando que 25% de 800 é igual a 200.

Na última questão (figura 6.15) o aluno terá que resolver outra situação-problema envolvendo porcentagem. Note que como simulamos uma situação de acerto na questão anterior, a pontuação foi alterada para 30.

Nessa questão o aluno terá que calcular o valor de uma prestação que corresponde a 30% de um salário igual a 5000 reais. Perceba que esse problema pode ser resolvido pelo algoritmo da porcentagem porque a prestação representa um percentual do salário.

Após o registo da resposta no espaço destacado, irá aparecer a devolutiva que tem início de forma idêntica àquelas mostradas na figura 6.8A, dependendo do acerto ou erro no resultado apresentado. Independentemente disso, o aluno terá contato com todas as etapas de resolução do exercício (figuras 6.16A e 6.16B).

Figura 6.15 – Questão 5 de Porcentagem

No quadro à esquerda (figura 6.16A), evidenciamos o processo de resolução mostrando que 30% de 5000 corresponde a $(30 \cdot 5000) \div 100 \; = \; 150000 \div 100$.

Figura 6.16A – Devolutiva da questão 5 de Porcentagem

No quadro à direita da figura mostramos os cálculos que são utilizados na resolução do problema, isto é, que 30 multiplicado por 5000 é igual a 150000 e que 150000 dividido por 100 é igual 1500, ou seja, que $(30 \cdot 5000) \div 100 = 150000 \div 100 = 1500$.

Concluindo a resolução do problema, é apresentado a resposta final (figura 6.14B), reforçando que 30% de 5000 é igual a 1500.

Figura 6.16B – Resposta final da questão 5 de Porcentagem

Essa sequência didática é finalizada com uma mensagem motivadora que aparece independente da pontuação alcançada e com o apontamento do placar ao final do jogo.

Figura 6.17 – Exemplo de Pontuação Final de Porcentagem

6.2 Variação Percentual

Apresentamos aqui as principais falas da personagem mostrando conceitos, algoritmos, exemplos e questões relativas ao tema variação percentual de forma detalhada e ilustrativa. (disponível em https://scratch.mit.edu/projects/371760338/).

O jogo tem início ao clicar no ícone da bandeira verde  (figura 6.18), e começa apresentando o objeto de estudo (figura 6.19), que nesse caso é variação percentual.

Figura 6.18 – Iniciando o Jogo "Tópicos de Matemática Financeira – Variação Percentual"

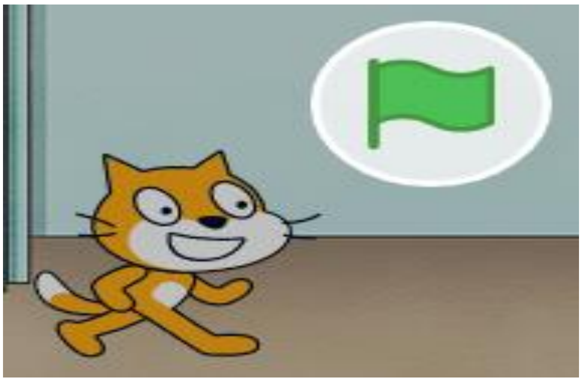


Figura 6.19 – Apresentação do tema Variação Percentual

Em seguida apresentamos como é calculado passo a passo a variação percentual (figuras 6.20A à 6.20E). Nesse momento do jogo, o aluno irá ter contato com as principais definições e exemplos com o objetivo de melhorar a compreensão e percepção acerca do tema.

Figura 6.20A – Cálculo da Variação Percentual

Figura 6.20B – Cálculo da Variação Percentual

De acordo com a figura 6.20A, quando uma grandeza **x** sofre uma variação de modo que seu valor mude para **y,** para calcularmos a variação percentual devemos primeiramente calcular a diferença entre o valor final e inicial, representada algebricamente por **y-x** (figura 6.20B).

Figura 6.20C – Cálculo da Variação Percentual

Figura 6.20D – Cálculo da Variação Percentual

Observe que, quando o valor da grandeza aumenta, o valor da diferença entre **x e y** é positiva, isto é, maior que zero; analogamente, quando o valor da grandeza diminui essa diferença é negativa, ou seja, menor que zero, (figura 6.20C).

A próxima etapa do algoritmo da variação percentual (figura 6.20D) consiste em multiplicar a diferença $(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x})$ por **100%.**

Para finalizarmos o algoritmo, dividimos o produto obtido na etapa anterior, que é $(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}) \cdot \mathbf{100}\%$ por $\mathbf{x}$. Dessa forma obteremos a variação percentual entre $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ e isso nos leva a expressão algébrica $[(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}) \cdot \mathbf{100}\%] \div \boldsymbol{x}$ (figura 6.20E). Note que a resposta final sairá na forma de porcentagem.

Figura 6.20E – Cálculo da Variação Percentual

O jogo mostra agora um exemplo numérico para facilitar a compreensão dos algoritmos empregados (figuras 6.21A à 6.21E). No exemplo temos que calcular a variação percentual que ocorre quando uma blusa que custava 20 reais passa a custar 25 reais (figura 6.21A).

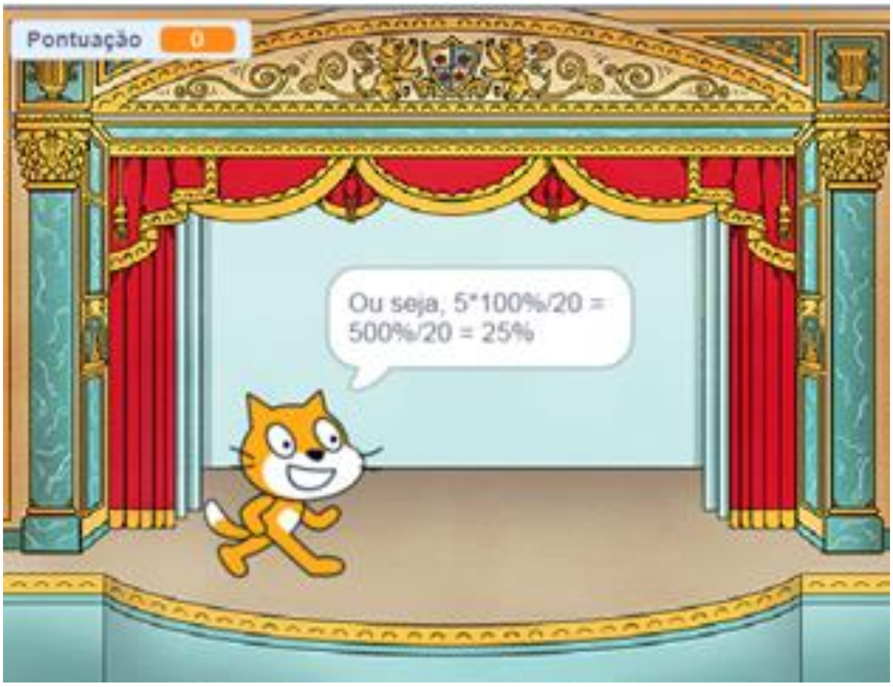
Utilizando a expressão $[(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}) \cdot \mathbf{100}\%] \div \boldsymbol{x}$ temos que x é igual a 20 e y é igual a 25, conforme informações do enunciado do exemplo. Substituindo na expressão temos $[(\mathbf{25} - \mathbf{20}) \cdot \mathbf{100}\%] \div \mathbf{20}$ (figura 6.21B).

Dando continuidade na resolução do exemplo (figura 6.21C), calculamos a diferença entre 25 e 20, que é igual a 5, isto é, $(\mathbf{25} - \mathbf{20}) = \mathbf{5}$.

Figura 6.21A – Exemplo do cálculo de Variação Percentual

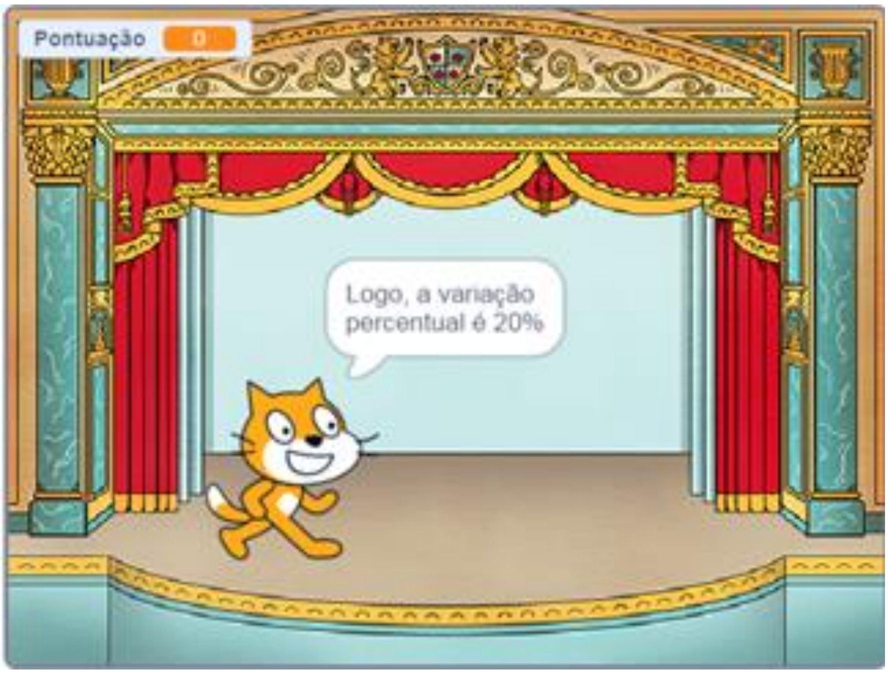
Figura 6.21B – Exemplo do cálculo de Variação Percentual

Figura 6.21C – Exemplo do cálculo de Variação Percentual



Em seguida multiplicamos 5 por 100% obtendo o produto 500%, isto é, $5 \cdot 100\% = 500\%$ na simbologia matemática, e por fim dividimos esse produto por 20, chegando ao resultado que é 25% (figura 6.21D), que pode ser expressa na forma $(5 \cdot 100\%) \div 20\ =\ 500\% \div 20\ =\ 25\%$. Observe que a resposta final nesse caso sairá na forma percentual.

Figura 6.21D – Exemplo do cálculo de Variação Percentual



Por fim reforçamos o resultado ao mostrar que a variação proporcional nesse caso foi igual a 20% (Figura 6.21D).

Nesse ponto o jogo traz um momento para os alunos, sozinhos, praticarem os algoritmos apresentados, através da resolução de cinco exercícios, e com isso reconhecerem suas facilidades e dificuldades acerca do tema.

O primeiro exercício (figura 6.22A) é bem similar ao exemplo apresentado, e pergunta qual foi a variação percentual de uma mercadoria que custava 30 reais e passou a custar 36 reais.

Figura 6.22A – Exercício 1 de cálculo da Variação Percentual

Assim que o aluno preenche o espaço apropriado com a resposta, a devolutiva do exercício (figura 6.22B) tem início com uma mensagem motivadora ou corretiva, do tipo “Correto/Parabéns” ou “A resposta está errada. Vamos fazer juntos”.

Utilizando a expressão $[(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x})\cdot\mathbf{100}\%]\div\boldsymbol{x}$ temos que x é igual a 30 e y é igual a 36, conforme informações do enunciado da questão. Substituindo na expressão chegamos a $[(36-30)\cdot 100\%]\div 30$ (figura 6.22C).

Dando sequência na resolução do exemplo (figura 6.22D), ao calcularmos a diferença entre 36 e 30, que é igual a 6, isto é, 36-30=6 em linguagem matemática, chegamos em (6*100%)/30.

Em seguida multiplicamos 6 por 100% obtendo o produto 600%, isto é, 6*100%=600% na simbologia matemática, e por fim dividimos esse produto por 30, chegando ao resultado que é 20%, que pode ser expressa na forma 6*100%/30 = 600%/20 = 20%. Note que a resposta final nesse caso sairá na forma percentual.

Por fim reforçamos o resultado ao mostrar que a variação proporcional nesse caso foi igual a 20% (Figura 6.22E).

Figura 6.22B – Devolutiva do Exercício 1 de cálculo da Variação Percentual

Figura 6.22C – Devolutiva do Exercício 1 de cálculo da Variação Percentual

Figura 6.22D – Devolutiva do Exercício 1 de cálculo da Variação Percentual

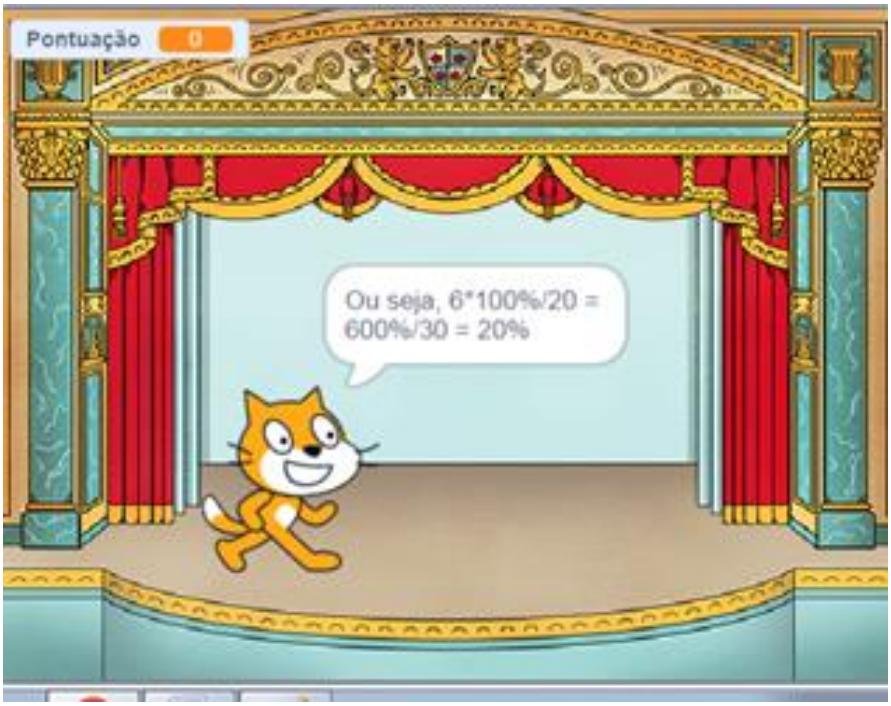


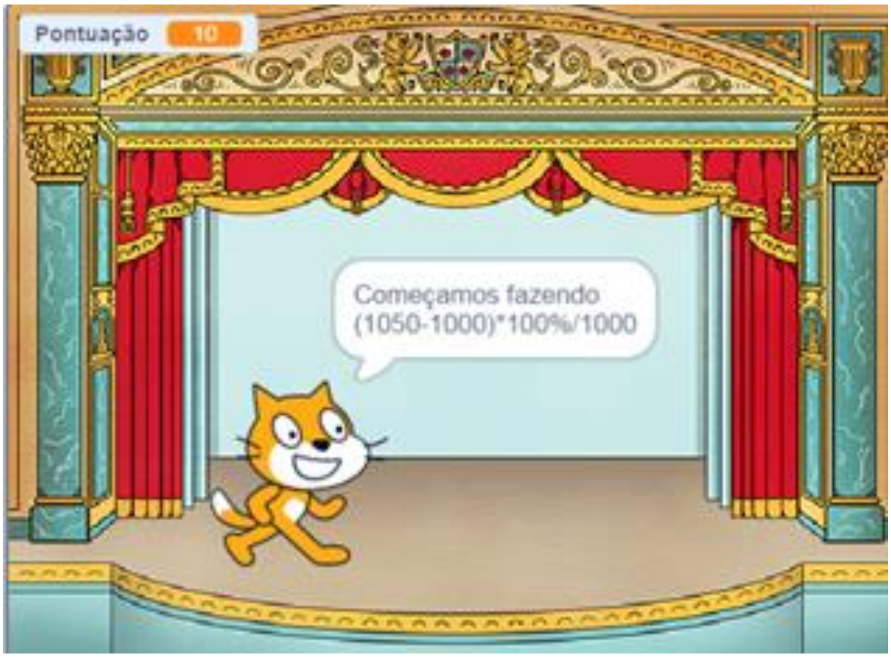
Figura 6.22E – Devolutiva do Exercício 1 de cálculo da Variação Percentual

O segundo exercício (figura 6.23A) faz uso do mesmo algoritmo do exercício anterior, porém em uma situação de aumento salarial. Nessa questão o aluno deverá calcular a variação percentual quando um salário passa de 1000 reais para 1050 reais.

Figura 6.23A – Exercício 2 de cálculo da Variação Percentual

Através da expressão $[(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x})\cdot\mathbf{100}\%]\div\boldsymbol{x}$ temos que x é igual a 1000 e y é igual a 1050, conforme informações do enunciado do exercício. Substituindo na expressão temos $[(1050-1000)\cdot 100\%]\div 1000$ (figura 6.23B).

Figura 6.23B – Devolutiva do Exercício 2 de cálculo da Variação Percentual



Dando continuidade na resolução da questão (figura 6.23C), ao calcularmos a diferença entre 1050 e 1000, que é igual a 50, isto é, $1050 - 1000 = 50$ o que nos leva a chegamos em $(50 \cdot 100\%) \div 1000$.

Em seguida multiplicamos 50 por 100% obtendo o produto 5000%, ou seja, $50 \cdot 100\% = 5000\%$, e por fim dividimos esse produto por 1000, chegando ao resultado que é 5%, isto é, $(50 \cdot 100\%) \div 1000 \; = \; 5000\% \div 1000 \; = \; 5\%$.

Figura 6.23C – Devolutiva do Exercício 2 de cálculo da Variação Percentual

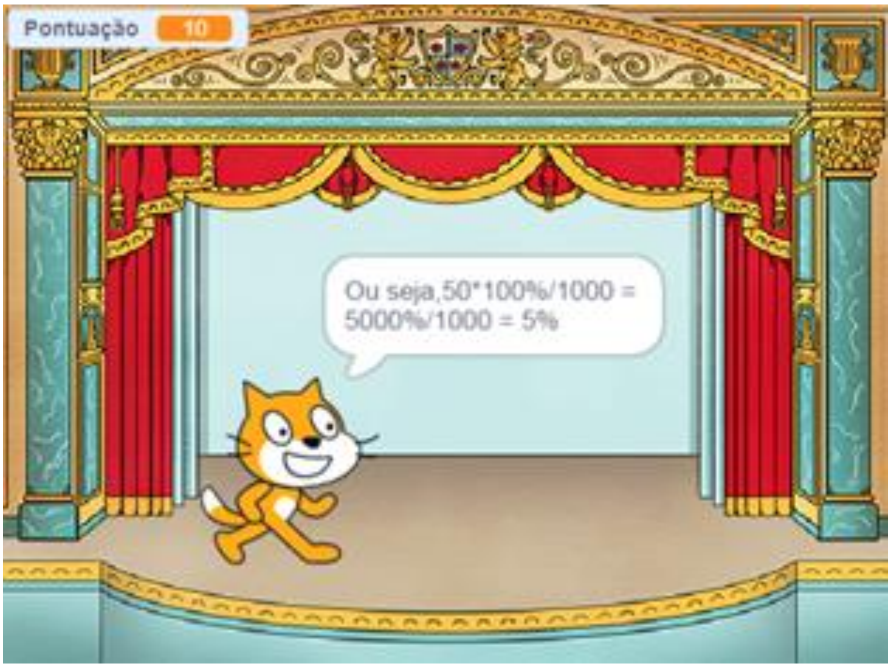


Figura 6.23D – Devolutiva do Exercício 2 de cálculo da Variação Percentual

Por fim enfatizamos o resultado ao mostrar que a variação proporcional nesse caso foi igual a 5% (Figura 6.23D).

Já no terceiro exercício (figura 6.24A) temos uma situação de investimentos que faz uso do algoritmo da variação percentual, porém em uma situação de redução ou perda do capital investido. Nessa questão o aluno deverá calcular a variação percentual quando um capital aplicado passa de 2000 reais para 1500 reais ao ser resgatado.

Figura 6.24A – Exercício 3 de cálculo da Variação Percentual

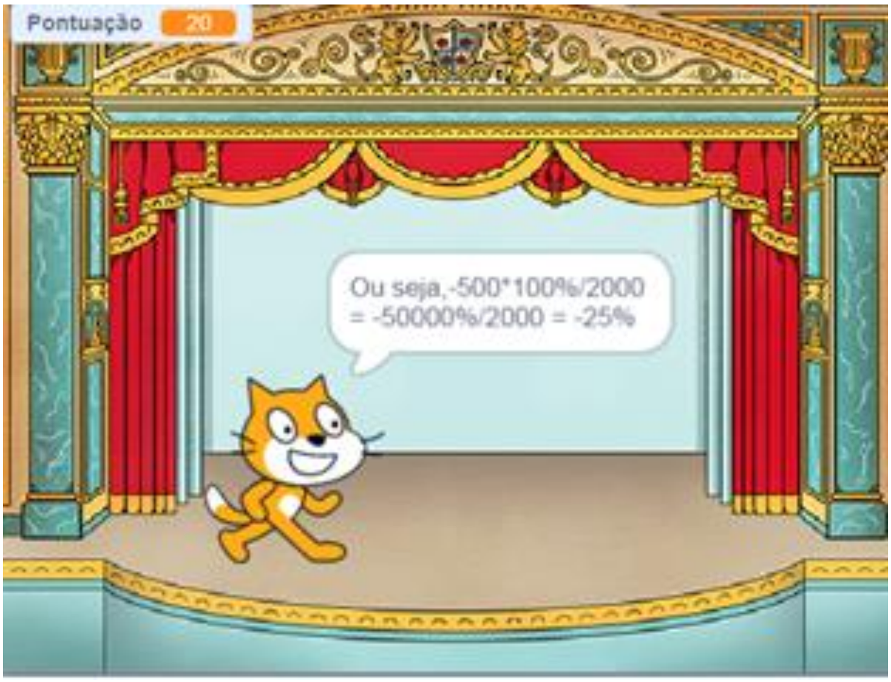
Na expressão algébrica $[(y - x) \cdot 100\%] \div x$ temos que x é igual a 2000 e y é igual a 1500, conforme informações do enunciado do exercício. Substituindo na expressão temos $[(1500 - 2000) \cdot 100\%] \div 2000$ (figura 6.24B).

Continuando a resolução do exercício (figura 6.24C), agora calculamos a diferença entre 1500 e 2000, que é igual a -500, isto é, $1500 - 2000 = -500$ em linguagem matemática, chegando em $(-500 \cdot 100\%) \div 2000$.

Logo após, multiplicamos -500 por 100% obtendo o produto -50000%, isto é, $100\% \cdot (-500) = -50000\%$, e por fim dividimos esse produto por 2000, chegando ao resultado que é -25%, ou seja, $100\% * (-500) \div 2000 \ = \ -5000\% \div 2000 \ \ = 25\%$.

Figura 6.24B – Devolutiva do Exercício 3 de cálculo da Variação Percentual

Figura 6.24C – Devolutiva do Exercício 3 de cálculo da Variação Percentual



Concluindo a resolução do problema, reforçamos o resultado ao mostrar que a variação proporcional nesse caso foi igual a -25% (Figura 6.24D). Perceba que a resposta final nesse caso é negativa pois o valor da grandeza diminuiu.

Figura 6.24D – Devolutiva do Exercício 3 de cálculo da Variação Percentual

No quarto exercício (figura 6.25A) temos uma situação de depreciação, que é a desvalorização de um bem e consequentemente implica em redução do seu valor. Trata-se de uma situação-problema bem cotidiana e que faz uso do algoritmo da variação percentual em sua resolução. Nessa questão o aluno deverá calcular a taxa percentual de depreciação de um veículo que valia 50 mil reais e agora é avaliado por 30 mil reais.

Figura 6.25A – Exercício 4 de cálculo da Variação Percentual

Na expressão algébrica $[(y-x)\cdot 100\%] \div x$ temos que x é igual a 50000 e y é igual a 30000, conforme informações do enunciado do problema. Substituindo na expressão temos $[(3000-5000)\cdot 100\%] \div 5000$ (figura 6.25B).

Figura 6.25B – Devolutiva do Exercício 4 de cálculo da Variação Percentual

Continuando a resolução do exercício (figura 6.25C), agora calculamos a diferença entre 30000 e 50000, que é igual a -20000, de forma que chegamos em $(-20000\cdot 100\%) \div 50000$.

Logo após, multiplicamos -20000 por 100% obtendo o produto -2000000%, isto é, $100\%\cdot(-20000) = -200000\%$, e por fim dividimos esse produto por 50000, chegando ao resultado que é -40%, que pode ser expressa da seguinte forma $[(-2000)\cdot 100\%] \div 5000 \ = -200000\% \div 5000 \ = -40\%$.

Concluindo a resolução do problema, reforçamos o resultado ao mostrar que a variação proporcional nesse caso foi igual a -40% (Figura 6.25D). Observe que a resposta final nesse caso é negativa pois o valor da grandeza diminuiu.

Figura 6.25C – Devolutiva do Exercício 4 de cálculo da Variação Percentual

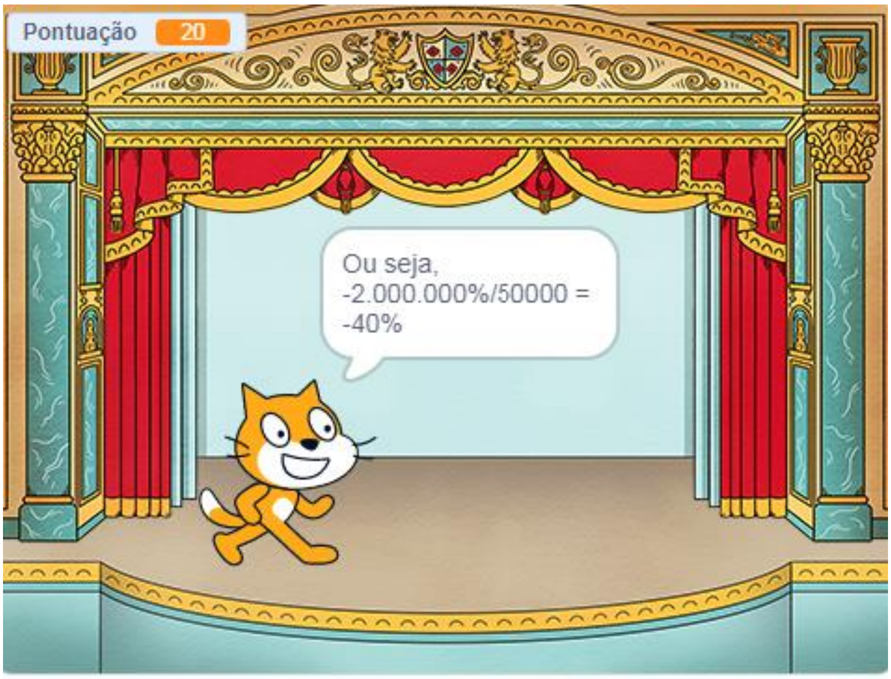
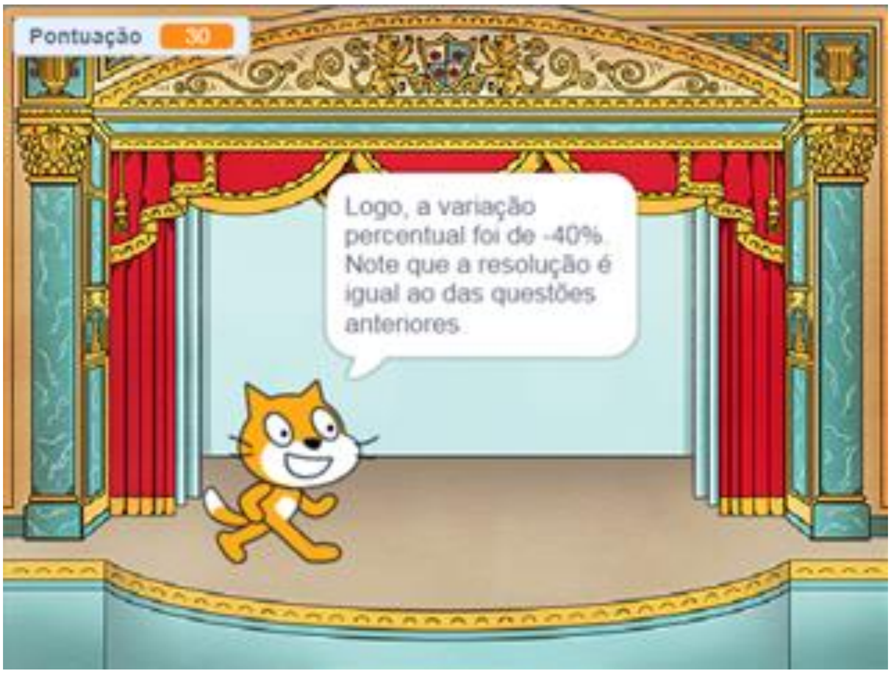


Figura 6.25D – Devolutiva do Exercício 4 de cálculo da Variação Percentual



No último exercício proposto (figura 6.26A) temos uma situação de investimentos similar à questão 3, porém envolvendo uma generalização com um capital C qualquer. O objetivo desse exercício é ajudar a estabelecer generalizações envolvendo o algoritmo da variação percentual. Além disso, essa apropriação será útil ao aluno quando estudar outros temas da Matemática Financeira.

Nesse problema, o aluno terá que calcular qual foi a variação percentual de um capital C, onde C é um valor genérico qualquer, e que dobra de valor ao ser aplicado, isto é, passa a valer 2C.

Figura 6.26A –Exercício 5 de cálculo da Variação Percentual

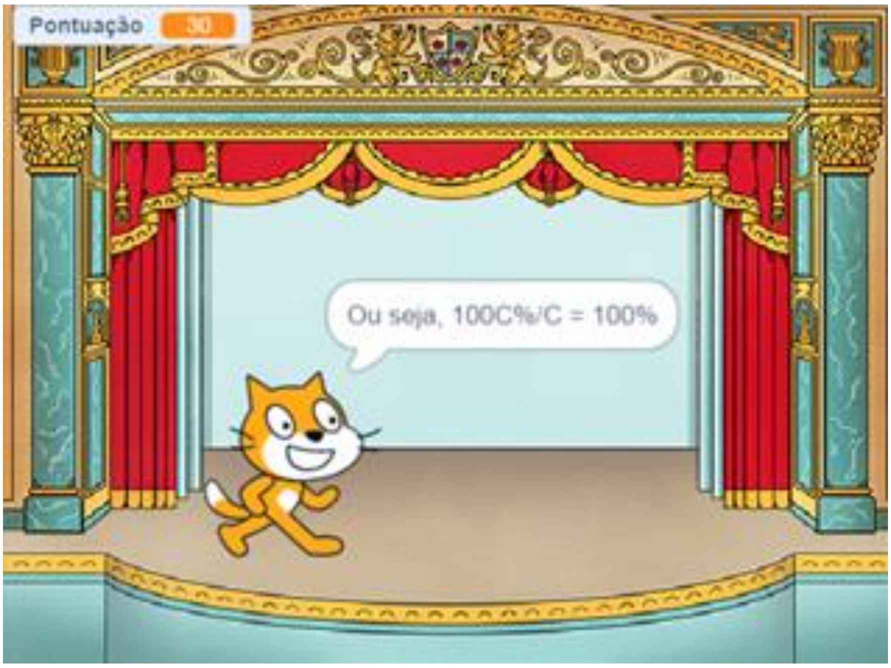
Na expressão algébrica $[(y - x) \cdot 100\%] \div x$ temos que x é igual a C e y é igual a 2C, conforme informações do enunciado do problema. Substituindo na expressão temos $[(2C - C) \cdot 100\%] \div C$ (figura 6.26B).

Dando sequência a resolução do exercício (figura 6.26C), agora calculamos a diferença entre 2C e C, que é igual a C, isto é, 2C-C=C em linguagem matemática, chegando em (C*100%)/C.

Logo após, multiplicamos C por 100% obtendo o produto 100%C, em linguagem algébrica, 100%*C=100%*C, e por fim dividimos esse produto por C, chegando ao resultado que é 100%, que pode ser expressa da seguinte forma (2C-C)*100%/C = 100%*C/C= 100%.

Figura 6.26B – Devolutiva do Exercício 5 de cálculo da Variação Percentual

Figura 6.26C – Devolutiva do Exercício 5 de cálculo da Variação Percentual



No final da resolução do problema, reforçamos o resultado ao mostrar que a variação proporcional nesse caso foi igual a 100% (Figura 6.25D). Perceba que quando dobramos um valor qualquer, automaticamente a variação percentual será de 100%.

Figura 6.26D – Devolutiva do Exercício 5 de cálculo da Variação Percentual

O jogo praticado nessa sequência didática é finalizado com uma mensagem motivadora que aparece independente da pontuação alcançada e com o apontamento do placar ao final do jogo (figuras 6.27A e 6.27B).

Figura 6.27A – Exemplo de Pontuação de Variação Proporcional

Figura 6.27B – Exemplo de Pontuação de Variação Proporcional

6.3 Sistema de Juro Simples

Mostraremos as principais falas do personagem mostrando conceitos, algoritmos, exemplos e questões relativas ao tema Sistema de Juros Simples de forma didática e ilustrativa.

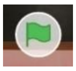
Para acessar o jogo basta acionar o link https://scratch.mit.edu/projects/373148019/ . O jogo tem início ao clicar no ícone da bandeira verde  (figura 6.28)

Figura 6.28 – Iniciando o Jogo “Tópicos de Matemática Financeira – Sistema de Juro Simples”

Em seguida é apresentado, pelo personagem, o objeto de estudo do jogo, que nesse caso é Sistema de Juro Simples (figura 6.29)

Figura 6.29 – Apresentação do Sistema de Juros Simples

O jogo tem início então com a apresentação dos principais conceitos envolvendo o Sistema de Juro Simples (figuras 6.30A à 6.30H) que são capital (C); taxa (i); período (n); juro (J) e montante (M).

Na primeira fala do personagem (figura 6.30A) aparece uma breve introdução antes dos conceitos propriamente ditos.

Em seguida é apresentado o conceito de capital (figuras 6.30B e 6.30C) que representa o valor do dinheiro no momento.

Logo após, é mostrado o conceito de juro (figuras 6.30D e 6.30E) que é definido como a remuneração sobre um capital por um determinado intervalo de tempo.

Depois disso, a fala do personagem mostra o conceito de taxa de juro (figuras 6.30F e 6.30G) que é definida como o valor percentual no qual um capital aplicado gera remuneração num período pré-estabelecido.

O último conceito mostrado pelo personagem (figura 6.30H) é o montante, o qual é definido como o somatório do capital com o juro.

Figura 6.30A – Apresentação dos Principais Conceitos envolvendo o Sistema de Juros Simples

Figura 6.30B – Apresentação do conceito de Capital

Figura 6.30C – Apresentação do conceito de Capital

Figura 6.30D – Apresentação do conceito de Juro

Figura 6.30E – Apresentação do conceito de Juro

Figura 6.30F – Apresentação do conceito de taxa de juro

Figura 6.30G – Apresentação do conceito de taxa de juro

Figura 6.30H – Apresentação do conceito de Montante

Depois de apresentar os principais conceitos, a fala do personagem se concentra nos algoritmos para cálculo do Juro no Sistema de Juro Simples (figura

6.31A e 6.31B). Inicialmente mostramos que o juro nesse sistema de capitalização é definido levando em conta um determinado prazo (figura 6.31A).

Figura 6.31A – Cálculo do Juro Simples

Figura 6.31B – Cálculo do Juro Simples

Logo após é apresentado a fórmula para cálculo do Juro Simples (figura 6.31B), que representa o produto do capital (C), pela taxa na representação decimal (i) e pelo período (n). Em linguagem algébrica temos que $J = C \cdot i \cdot n$ e na fala seguinte a representação de cada um dos elementos dessa fórmula.

A explicação do algoritmo do cálculo do juro simples é finalizada com a identificação das variáveis utilizadas na fórmula (figura 6.31C) e evidenciando o uso da taxa de juro na representação decimal.

Figura 6.31C – Cálculo do Juro Simples

O jogo traz agora duas diferentes exemplos de situações-problema (figuras 6.32 e 6.33) envolvendo Sistema de Juro Simples, de forma bem detalhada para ajudar na compreensão do tema.

No primeiro exemplo (figuras 6.32A a 6.32D) é apresentado uma situação em que é necessário calcular o juro gerado por um capital no valor de mil reais aplicado sob uma taxa de 1% a.m. (ao mês) por um período de três meses.

A resolução começa com a extração das principais informações do enunciado do exemplo (figura 6.32B) que são: o capital é igual 1000 reais; a taxa de juro na representação decimal vale 0,01 e o período é de 3 meses. Ou seja, temos que:

C=1000, i=0,01 e n=3.

Figura 6.32A – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.32B – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Simples

A resolução tem continuidade (figura 6.32C) com a substituição dos respectivos valores na fórmula J=C*i*n, de forma que o juro é obtido multiplicando 1000 por 0,01 e por 3, obtendo dessa forma um produto igual a 30. Em linguagem algébrica chegamos a $J = 1000 \cdot 0{,}01 \cdot 3 \; = \; 30$.

Figura 6.32C – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.31D – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Simples

A resolução do exemplo é finalizada (figura 6.32D) ao reforçar que a resposta final é 30. Essa parte é importante para enfatizar o que está sendo perguntado e justificar os cálculos empregados.

No segundo exemplo (figuras 6.33A a 6.33H) é mostrado como calcular o montante (M) obtido após aplicar um capital (C) no valor de mil reais sob uma taxa de 1% a.m. (ao mês) no regime de Juro Simples por 3 meses.

Figura 6.33A – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

Antes de começar a efetuar os cálculos (figuras 6.33B e 6.33C) é evidenciado que nesse tipo de problema, procuramos o valor do montante (M) e não do juro (J). Em seguida é mostrado a sequência adotada para resolver o exemplo, que começa com o cálculo do juro e finaliza com o cálculo do montante.

A resolução do exemplo continua com a extração das principais informações do enunciado do exemplo (figura 6.33D) que são: o capital é igual 1000 reais; a taxa de juro na representação decimal vale 0,01 e o período é de 3 meses. Ou seja, temos que: C=1000, i=0,01 e n=3.

Figura 6.33B – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.33C – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.33D – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

A resolução tem continuidade (figura 6.33E) com a substituição dos respectivos valores na fórmula $J = C \cdot i \cdot n$, de forma que o juro é obtido multiplicando 1000 por 0,01 e por 3, obtendo dessa forma um produto igual a 30. Em linguagem algébrica chegamos a $J = 1000 \cdot 0{,}01 \cdot 3 = 30$.

Depois de calcular o valor do juro, o personagem mostra (figura 6.33F) que a próxima etapa do exemplo é determinar o valor do montante (M), o qual é definido como o somatório do capital (C) com o juro (J), isto é, $M = C + J$.

Nesse momento da resolução determinamos o valor do montante (figura 6.32F) que corresponde ao somatório do capital que vale 1000 reais com o juro que é 30 reais, resultando em 1030 reais. Isto é, $M = C + J = 1000 + 30 = 1030$.

A resolução do segundo exemplo é finalizada (figura 6.32G) ao reforçar que a resposta final é 1030, com isso enfatizamos o que está sendo perguntado e justificamos os cálculos empregados.

Figura 6.33E – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.33F – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.33G – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.33H – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Simples

A sequência didática do jogo tem continuidade com a resolução de 5 exercícios (figuras 6.34 a 6.38) pelos alunos, proporcionando que eles tenham contato com suas facilidades e dificuldades no objeto de estudo proposto.

No primeiro exercício (figuras 6.34A a 6.34E) é mostrado uma situação-problema bem cotidiana que é o juro cobrado pelo atraso de uma conta. Nesse problema o aluno deve descobrir o valor da multa cobrada por uma conta de luz de 100 reais está com 15 dias de atraso, sendo que a companhia cobra de multa 1% ao dia de atraso no Sistema de Juro Simples.

Figura 6.34A – Exercício 1 sobre Sistema de Juro Simples

As devolutivas (figura 6.34B) iniciam com uma mensagem como, por exemplo “Muito bom” no caso de a resposta estar correta ou com uma mensagem encorajadora do tipo “Vamos lá” caso contrário. De qualquer forma, independente do acerto o aluno visualiza a correção do exercício para reforçar sua compreensão.

Perceba que se trata de uma questão sobre juro simples. A resolução tem início com a extração das principais informações do enunciado (figura 6.34C) onde é possível perceber que o capital (C) é igual a 100 reais, a taxa vale 1% que corresponde 0,01 na representação decimal e o período (n) é de 15 dias. Ou seja, temos que: C=100; i=1%=0,01; n=15.

Figura 6.34B – Devolutiva do Exercício 1 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.34C – Resolução do Exercício 1 sobre Sistema de Juro Simples

Em seguida, o personagem mostra como fazer a substituição na fórmula do Juro Simples (figura 6.34D). Como o juro simples é um produto dos valores do capital que nesse caso é 100 reais, taxa na representação decimal que nesse caso vale 0,01 e período que vale 15, o que resulta em 15 reais. Isto é, $J = 100 \cdot 0{,}01 \cdot 15 = 15$.

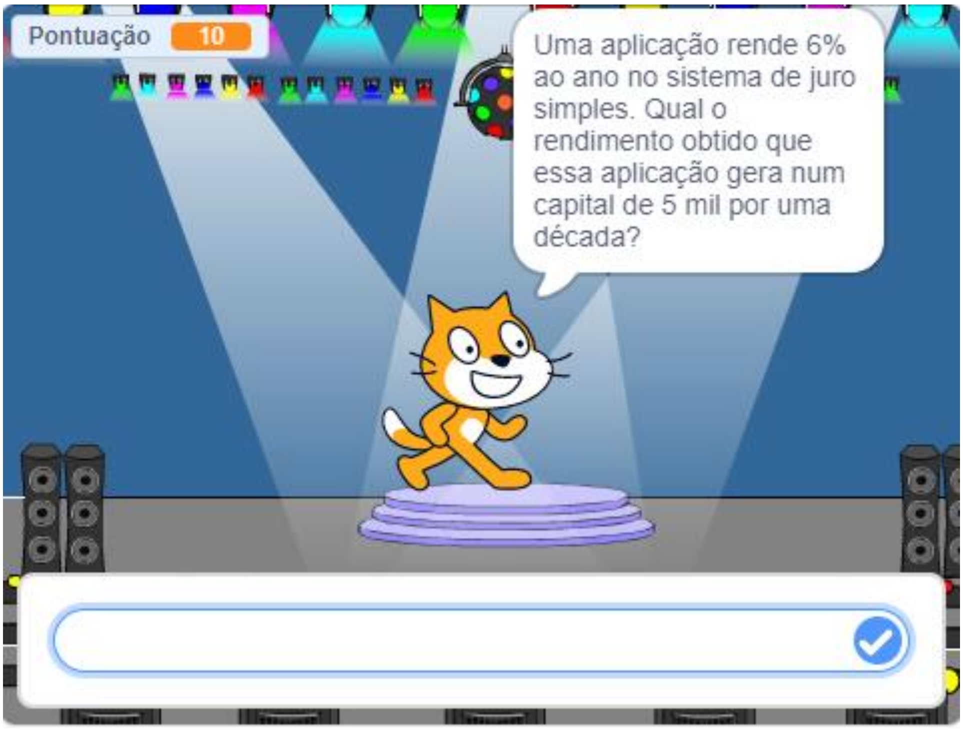
Figura 6.34D – Resolução do Exercício 1 sobre Sistema de Juro Simples

Finalizando a resolução, o personagem reforça a resposta final (figura 6.34E) para enfatizar a pergunta principal do problema e justificar os cálculos utilizados.

Figura 6.34E – Resolução do Exercício 1 sobre Sistema de Juro Simples

No segundo exercício (figuras 6.35A a 6.35D) é mostrado uma situação-problema envolvendo aplicações a qual é bem pertinente na matemática financeira. Nesse problema o aluno deve descobrir o rendimento gerado ao aplicar 5000 reais por uma década (10 anos) sob uma taxa de 6%a.a. (ao ano) no sistema de juro simples.

Figura 6.35A – Exercício 2 sobre Sistema de Juro Simples



Observe que se trata de uma questão sobre juro simples. A resolução tem início com a identificação das principais informações do enunciado (figura 6.35B) onde é possível perceber que o capital (C) é igual a 5000 reais, a taxa vale 6% que corresponde 0,06 na representação decimal e o período (n) é de 10 anos. Ou seja, temos que: C=5000; i=6%=0,06; n=10.

Dando continuidade, o personagem mostra como fazer a substituição na fórmula do Juro Simples (figura 6.35C). Como o juro simples é um produto dos valores do capital que nesse caso é 5000 reais, taxa na representação decimal que nesse caso vale 0,06 e período que é igual a 10, o que resulta em 3000 reais. Em linguagem algébrica temos que: $J = 5000 \cdot 0{,}06 \cdot 10 = 3000$.

Na última fala da resolução, o personagem reforça a resposta final (figura 6.33D) para enfatizar a pergunta principal do problema e justificar os cálculos utilizados.

Figura 6.35B – Resolução do Exercício 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.35C – Resolução do Exercício 2 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.35D – Resolução do Exercício 2 sobre Sistema de Juro Simples

No terceiro exercício (figuras 6.36A a 6.36E) é mostrado outra situação-problema envolvendo aplicações, porém com algumas diferenças. Nessa questão o aluno deve descobrir qual taxa de juros mensal aplicada num capital de 2000 reais irá gerar o juro de 200 reais em um prazo de 4 meses no sistema de juro simples.

Figura 6.36A – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Simples

Observe que se trata de uma questão sobre juro simples, porém o exercício pede a taxa de juros (i) e não o valor do juro gerado, porém utilizaremos basicamente os mesmos algoritmos (figura 6.36B).

Figura 6.36B – Resolução do Exercício 3 sobre Sistema de Juro Simples

A resolução inicia-se com a identificação das principais informações do enunciado (figura 6.36C) onde temos que o capital (C) é igual a 2000 reais, o juro obtido vale 200 reais e o período (n) é de 4 anos. Na simbologia matemática temos que: C=2000; J=200; n=4.

Na sequência da resolução do problema, o personagem mostra como fazer a substituição na fórmula do Juro Simples. Como o juro, que nesse caso vale 200, é um produto dos valores do capital que nesse caso é 2000 reais, taxa na representação decimal que ainda desconhecemos e período que é igual a 10, temos a seguinte igualdade em linguagem algébrica: $J = C \cdot i \cdot n \rightarrow 200 = 2000 \cdot i \cdot 4$. Observe que o símbolo " → " é utilizado para representar uma relação de equivalência.

Logo após, o personagem continua com a resolução mostrando outra relação de equivalência (figura 6.36D), a qual é decorrente das relações da fala anterior. Isto é, multiplicando 2000 por i e por 4 chegamos que o produto 8000i é igual a 200 e dividindo os dois membros da igualdade por 8000, concluímos que i=0,025. Isto é, $200 = 2000 \cdot i \cdot 4 \rightarrow 8000 \cdot i = 200 \rightarrow i = 0{,}025$.

Figura 6.36C – Resolução do Exercício 3 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.36D – Resolução do Exercício 3 sobre Sistema de Juro Simples

Observe que o valor da taxa está na representação decimal, e a representação mais usualmente adotada é a percentual. Então, ao multiplicarmos esse valor por 100% chegamos ao resultado 2,5%. Isto é, $0{,}025 \cdot 100\% = 2{,}5\%$.

Na última fala da resolução, o personagem reforça a resposta final (figura 6.36E), que aparece na forma percentual, para enfatizar a pergunta principal do problema e justificar os cálculos utilizados.

Figura 6.36E – Resolução do 3 sobre Sistema de Juro Simples

No quarto exercício (figuras 6.37A a 6.37E) é mostrado mais uma situação-problema envolvendo aplicações, porém de maneira um pouco diferente das questões anteriores. Nesse problema o aluno deve encontrar o montante obtido ao aplicar um capital de 30 mil reais sob uma taxa de 1% a.m. (ao mês) por um período de 3 meses.

Dessa vez não queremos descobrir apenas o valor do juro e sim o montante (M), que é resultante do somatório do capital (C) com o juro (J) gerado por este.

A resolução tem início com a identificação das principais informações apresentadas no enunciado do problema (figura 6.37B), que nesse caso são o capital (C) no valor de 30 mil reais, a taxa de juro que é de 1% ou 0,01 na representação decimal e o período que é igual a 3 meses. Ou seja, temos que: C=30000; i=0,01 e n=3.

Figura 6.37A– Exercício 4 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.37B– Resolução do Exercício 4 sobre Sistema de Juro Simples

Dando continuidade, o personagem mostra como fazer a substituição na fórmula do Juro Simples (figura 6.37C). Como o juro simples é um produto dos valores do capital que nesse caso é 30000 reais, taxa na representação decimal que nesse caso vale 0,01 e período que é igual a 3, o que resulta em 900 reais. Isto é, temos que: $J = 30000 \cdot 0{,}01 \cdot 3 = 900$.

Figura 6.37C– Resolução do Exercício 4 sobre Sistema de Juro Simples

Logo após, o personagem mostra como calcular o montante (figura 6.37D) que é somatório do capital, que nesse caso é 30000 reais com o juro que foi calculado na etapa anterior que vale 900 reais, totalizando 30900 reais. Na simbologia matemática temos que: $M = C + J = 30000 + 900 = 30900$.

Na última fala da resolução, o personagem conclui reforçando a resposta final (figura 6.37E), para enfatizar a pergunta principal do problema e justificar os cálculos utilizados.

Figura 6.37D– Resolução do Exercício 4 sobre Sistema de Juro Simples

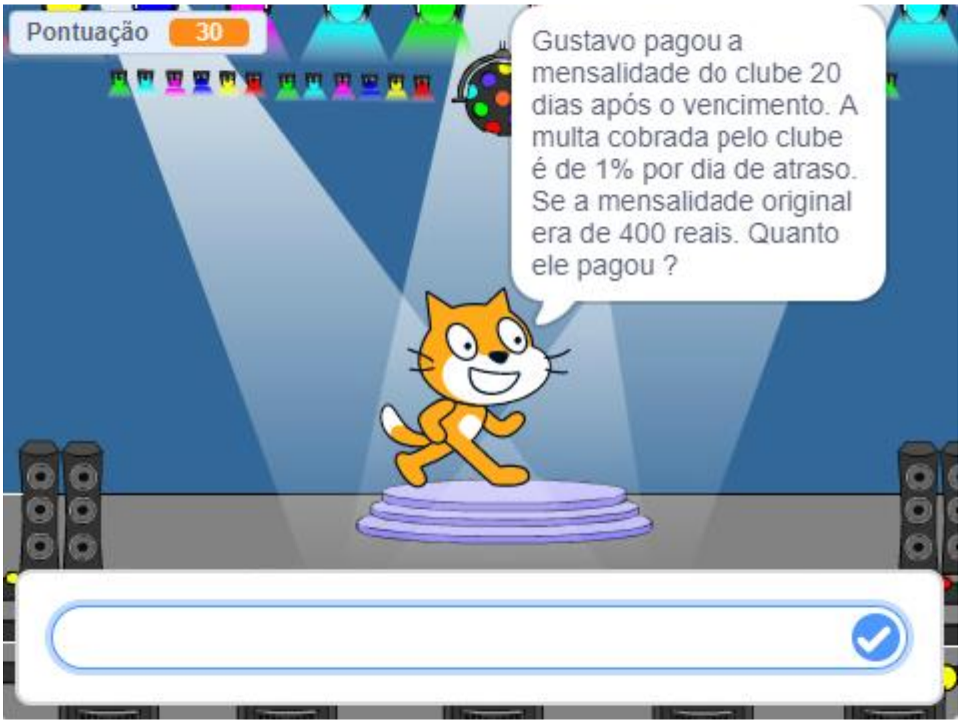
Figura 6.37E– Resolução do Exercício 4 sobre Sistema de Juro Simples

No último exercício (figuras 6.38A a 6.38E) dessa sequência didática é mostrado uma situação-problema envolvendo pagamentos similar ao primeiro problema, porém de maneira um pouco diferente. Esse tipo de problema é interessante pois é de fácil contextualização pelos estudantes.

Nesse problema o aluno deve calcular o novo valor de uma conta que foi paga com 20 dias atraso, sendo que seu valor original era de 400 reais e a taxa da multa pelo atrasado é de 1% a.d. (ao dia).

Dessa vez não queremos descobrir apenas o valor do juro e sim o montante (M), que é resultante do somatório do capital (C) com o juro (J) gerado por este. Isso porque o montante representa o valor original da conta somado com o juro cobrado pelo atraso.

Figura 5.38A– Exercício 5 sobre Sistema de Juro Simples



A resolução tem início com a identificação das principais informações apresentadas no enunciado do problema (figura 6.38B), que nesse caso são o capital (C) no valor de 400 reais, a taxa de juro que é de 1% ou 0,01 na representação decimal e o período que é igual a 20 dias. Ou seja, temos que: C=400; i=0,01 e n=20.

Dando sequência na resolução, o personagem mostra como fazer a substituição na fórmula do Juro Simples (figura 6.38C). Como o juro simples é um produto dos valores do capital que nesse caso é 400 reais, taxa na representação decimal que nesse caso vale 0,01 e período que é igual a 20, o que resulta em 80 reais. Em linguagem algébrica temos que: $J = 400 \cdot 0{,}01 \cdot 20 = 80$.

Figura 6.38B– Resolução do Exercício 5 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.38C – Resolução do Exercício 5 sobre Sistema de Juro Simples

Logo após, o personagem mostra como calcular o montante (figura 6.38D) que é somatório do capital, que nesse caso é 400 reais com o juro que foi calculado na etapa anterior que vale 480 reais, totalizando 480 reais. Na simbologia algébrica temos que: $M = C + J = 400 + 80 = 480$.

Figura 6.38D – Resolução do Exercício 5 sobre Sistema de Juro Simples

Figura 6.38E– Resolução do Exercício 5 sobre Sistema de Juro Simples

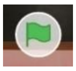
A sequência didática finaliza (figura 6.39) com uma mensagem de incentivo ao aluno, como por exemplo “Parabéns”, a qual aparece independentemente da pontuação alcançada e em seguida o personagem mostra o total dos pontos.

Com isso esperamos que os estudantes tenham uma melhor compreensão e percepção sobre os objetos de estudo apresentado nessa sequência didática.

Figura 6.39– Exemplo de Pontuação na atividade de Sistema de Juro Simples

6.4 Juros Composto

Mostraremos agora as principais falas do personagem mostrando conceitos, algoritmos, exemplos e questões relativas ao tema Sistema de Juros Composto de forma didática e ilustrativa.

Para acessar o jogo devemos acionar o link https://scratch.mit.edu/projects/376855930/ . O jogo tem início ao clicar no ícone da bandeira verde  (figura 6.40).

O jogo começa com a fala do personagem que apresenta o principal objeto de estudo dessa sequência didática que é Sistema de Juro Composto (figura 6.41).

O jogo tem continuidade então com a apresentação dos principais conceitos envolvendo o Sistema de Juro Simples (figuras 6.42A à 6.42F) que são capital (C);

taxa (i); período (n); e montante (M).

Figura 6.40 – Iniciando o Jogo “Tópicos de Matemática Financeira – Sistema de Juro Simples”

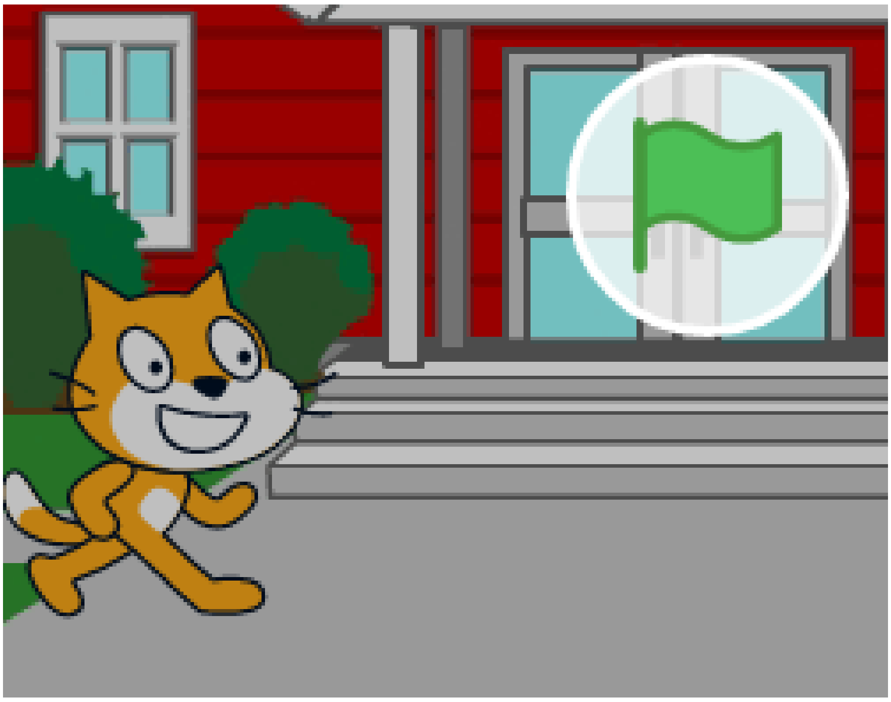


Figura 6.41– Apresentação do Tópico Sistema de Juro Composto

Na primeira fala do personagem (figura 6.42A) aparece uma breve introdução antes dos conceitos propriamente ditos.

Figura 6.42A – Apresentação do Tópico Sistema de Juro Composto

Figura 6.42B – Principais Conceitos do Sistema de Juro Composto

Em seguida é apresentado o conceito de capital (figura 6.42B) que representa o valor do dinheiro no momento, ou ainda, o valor utilizado na operação financeira.

Figura 6.42C – Principais Conceitos do Sistema de Juro Composto

Figura 6.42D – Principais Conceitos do Sistema de Juro Composto

Logo após, é mostrado o conceito de taxa de juro (figura 6.42C) que é definido como o valor percentual no qual um capital aplicado num período pré-estabelecido. Lembrando que a representação da taxa que utilizamos nos cálculos e exercícios é a representação decimal (figura 6,42D).

Na fala seguinte da personagem é apresentado o conceito de período (figura 6.42E), que é a prazo da operação. Isto é, a quantidade de dias, semanas, meses, semestres, anos, no qual o capital é aplicado.

Figura 6.42E – Principais Conceitos do Sistema de Juro Composto

O último conceito mostrado pelo personagem (figura 6.42F) é o montante, o qual é definido como o somatório do capital com o juro. Lembrando que o juro é definido como a remuneração sobre um capital aplicado num período pré-estabelecido.

O jogo tem continuidade com a apresentação das principais características do sistema de juro composto (figura 6.43), onde notamos que a principal diferença entre esse sistema e o sistema de juro simples consiste no fato de que a taxa de juros incide sobre o montante e não sobre o capital inicial.

Figura 6.42F – Principais Conceitos do Sistema de Juro Composto

Figura 6.43 – Principais Características do Sistema de Juro Composto

O jogo traz agora três diferentes exemplos de situações-problema (figuras 6.44 a 6.46) envolvendo Sistema de Juro Composto, de forma bem detalhada para ajudar na compreensão do tema.

No primeiro exemplo (figuras 6.44A a 6.44E) é apresentado uma situação em que é necessário calcular o juro gerado por um capital no valor de mil reais aplicado sob uma taxa de 1% a.m. (ao mês) no sistema de juro composto por um período de 6 meses.

A resolução do exemplo começa pela apresentação da fórmula (figura 6.44B) que no caso é $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{C} \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}$, onde M representa o montante, C é o capital aplicado, i é a taxa de juros na forma decimal e n é o período.

Perceba que no balãozinho do personagem o expoente n é representado por **(^n)**, por isso a fórmula aparece como **M=C*(1+i)^n.** Essa notação é adotada em função da configuração de texto do aplicativo *Scratch,* porém essa simbologia adotada não gera perdas de resultados pedagógicos nas atividades apresentadas.

A próxima etapa da resolução do exercício (figura 6.44C) é a identificação dos principais dados do enunciado. Nesse caso temos que o capital é igual a mil, a taxa vale 1% que corresponde a 0,01 e o prazo é igual a 6 meses. Na simbologia matemática, temos que: C = 1000; i = 1% = 0,01 e n = 6.

Figura 6.44A– Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.44B – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.44C – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Composto

O próximo passo da resolução do exercício (figura 6.44D) é a substituição dos valores na fórmula do montante. Substituindo, concluímos que: C=1000; i=1%=0,01 e n=6.

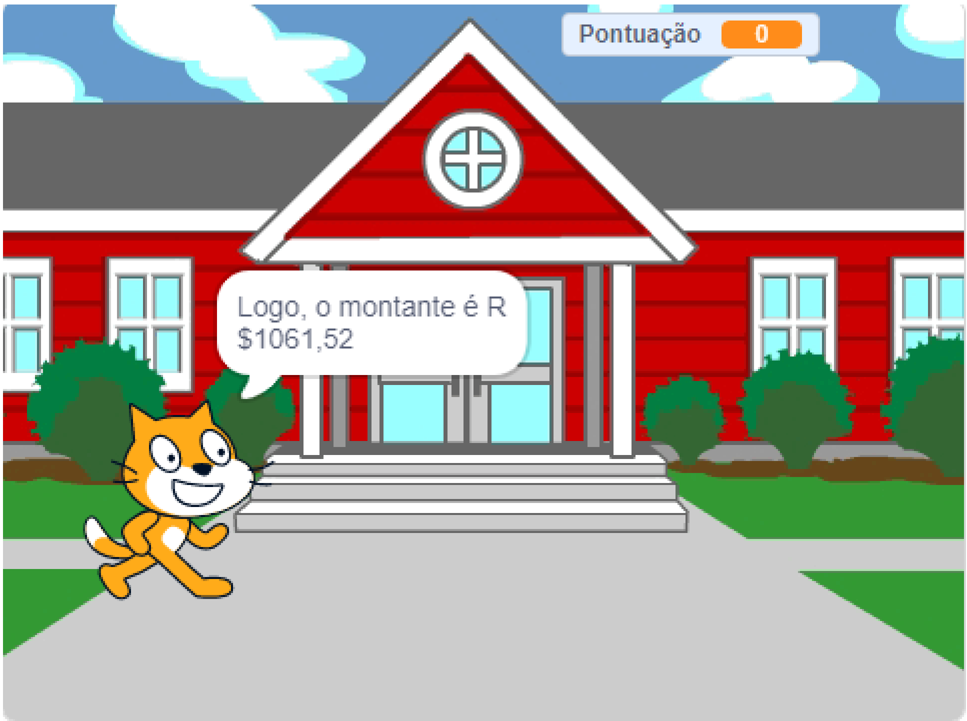
Começamos a aplicação do algoritmo resolvendo a operação dos parênteses, ou seja, somando 1 com a taxa decimal, que nesse caso é 0,01 chegando ao somatório 1,01, isto é $1+0{,}01 = 1{,}01$. Com isso, temos que $M = C \cdot (1+i)^{n} = 1000 \cdot (1+0{,}01)^{6} = 1000 \cdot (1{,}01)^{6}$.

Em seguida, determinamos o valor de 1,01 elevado à sexta potência que resulta em 1,06152, isto é $(1{,}01)^{6} = 1{,}06152$. Na última etapa, basta multiplicar o capital pelo resultado da potenciação, isto é, 1000 vezes 1,06152, chegando a 1061,52. Assim, temos: $M = C \cdot (1+i)^{n} = 1000 \cdot (1+0{,}01)^{6} = 1000 \cdot 1{,}06152 = 1061{,}52$.

Concluímos a resolução do exemplo, reforçando a resposta final (figura 6.44E) que nesse caso é R$1061,52. Usamos essa etapa final para reforçar o que pretendemos responder com os cálculos empregados.

Figura 5.44D – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.44E – Exemplo 1 sobre Sistema de Juro Composto



No segundo exemplo (figuras 6.45A a 6.45J) é apresentado uma situação em que é necessário calcular o prazo necessário para um capital de 500 reais aplicado sob uma taxa de 10% a.m. no sistema de juro composto gerar um montante de 800 reais.

Figura 6.45A – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

A resolução do exemplo inicia-se pela apresentação da fórmula (figura 6.45B) que no caso é $\boldsymbol{M = C \cdot (1 + i)^n}$, entretanto, como queremos saber o prazo e não o montante obtido, faremos uso dela de forma diferente

Figura 6.45B – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.45C – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

O próximo passo da resolução do exercício (figura 6.45C) consiste na identificação dos principais dados do enunciado. Nesse caso temos que o capital é igual a 500 reais, a taxa vale 10% que corresponde a 0,10 e o montante almejado é igual a 800 reais. Isto é, temos que: C = 500; i = 10% = 0,10 e M = 800.

Para chegarmos à resposta desse exercício sem fazer uso de cálculos logarítmicos, resolveremos esse exemplo utilizando sequencias recursivas. Isto é, calcularemos o montante de cada período a partir do capital e do montante do período imediatamente anterior nos demais períodos até que o valor do montante obtido seja maior ou igual a 800 reais.

Para calcularmos o montante ao final do primeiro mês (figura 6.45D) multiplicamos o capital, que é igual a 500, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 550. Ou seja, temos que: $M = C \cdot (1+i) = 500 \cdot (1+0{,}10) = 500 \cdot 1{,}10 = 550$. Observe que como estamos calculando o montante do período, não é preciso efetuar potenciações.

Figura 6.45D – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Para calcularmos o montante ao final do segundo mês (figura 6.45E) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 1º mês, que vale

550, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 605. Em linguagem algébrica, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 550 \cdot (1 + 0{,}10) = 550 \cdot 1{,}10 = 605$.

Figura 6.45E– Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.45F– Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Para determinarmos o montante ao final do terceiro mês (figura 6.45F) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 2º mês, que vale 605, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 665,50. Observe que chegamos em: $M = C \cdot (1 + i) = 605 \cdot (1 + 0{,}10) = 605 \cdot 1{,}10 = 665{,}5$.

Para chegarmos ao montante no final do quarto mês (figura 6.45G) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 3º mês, que vale 665,50, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 732,05. Em linguagem algébrica, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 665{,}50 \cdot (1 + 0{,}10) = 665{,}50 \cdot 1{,}10 = 732{,}05$.

Figura 6.45G – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Para determinarmos o montante ao final do quinto mês (figura 6.45H) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 4º mês, que vale 732,05, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 805,255. Em linguagem algébrica, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 732{,}05 \cdot (1 + 0{,}10) = 732{,}05 \cdot 1{,}10 = 805{,}255$.

Figura 6.45H – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.45I – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

Podemos perceber que ao final do 5º mês o montante atingido foi de aproximadamente R$805,25, de forma que o montante de 800 reais foi alcançado e com isso concluímos que o prazo necessário foi de 5 meses (figura 6.45I).

Na última fala referente ao exemplo 2 (figura 6.45J) o personagem reforça o método de resolução utilizado que é multiplicação sucessiva, tornando a compreensão e resolução mais simples.

Figura 6.45J – Exemplo 2 sobre Sistema de Juro Composto

No terceiro exemplo (figura 6.46A a 6.46I), temos um problema que mostra como a matemática financeira serve de suporte ao processo decisório. Nesse exemplo temos uma situação em que o aluno analisará com base nos cálculos se é mais interessante o pagamento à vista ou o financiamento.

O exemplo mostra (figura 6.46A) Gustavo que tem o dinheiro para comprar uma moto seminova à vista pelo valor de 2800 reais, mas pode deixar o dinheiro rendendo juro numa aplicação que rende 5% a.m. (ao mês) e pagar o bem em 3 parcelas iguais a 1000 reais, com pagamento da primeira parcela para 30 dias após o ato da compra e precisa decidir qual forma de pagamento é economicamente mais vantajosa.

A próxima etapa da resolução do exercício é a identificação dos principais dados do enunciado (figura 6.46B). Nesse caso temos que o capital é igual a 2800 reais, a taxa vale 5% que corresponde a 0,05 e o período é igual a 3 meses pois o financiamento é feito em 3 parcelas fixas mensais. Ou seja, temos que: C = 2800; i = 5% = 0,05 e n = 3.

Figura 6.46A – Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.46B – Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Observe que resolveremos esse exemplo analisando o fluxo do dinheiro nesse período e fazendo uso de sequências recursivas. Para calcularmos o montante ao final do primeiro mês (figura 6.46C) multiplicamos o capital, que é igual a 2800, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,05 com 1, obtendo assim o montante de 550. Assim, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 2800 \cdot (1 + 0{,}05) = 2800 \cdot 1{,}05 = 2940$.

Figura 6.46C – Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Porém, desse montante de 2940 reais, parte será usado para pagar a primeira parcela de 1000 reais, de modo que o montante ao final do 1º mês (M) será igual a diferença entre 2940 e 1000 que resulta em 2840 reais (figura 6.46D). Isto é, temos que: $M = 2940 - 1000 = 1940$.

Para calcularmos o montante ao final do segundo mês (figura 6.46E) multiplicamos o montante do mês anterior, que é igual a 1940, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,05 com 1, obtendo assim o montante de 550. Ou seja, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1940 \cdot (1 + 0{,}05) = 1940 \cdot 1{,}05 = 2037$.

Figura 6.46D– Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.46E– Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.46F– Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.46G – Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Contudo, desse montante de 2037 reais, parte será usado para pagar a segunda parcela de 1000 reais, de modo que o montante (M) ao final do 2º mês será igual a diferença entre 2037 e 1000 que resulta em 1037 reais (figura 6.46F). Assim, temos que: $M = 2037 - 1000 = 1037$.

Para determinarmos o montante ao final do terceiro mês (figura 6.46G) multiplicamos o montante do mês anterior, que é igual a 1037, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,05 com 1, obtendo assim o montante de 550. Ou seja, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1037 \cdot (1 + 0{,}05) = 1037 \cdot 1{,}05 = 1088{,}85$.

Figura 6.46H – Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

Concluindo, desse montante de R$1088,85, parte será usado para pagar a terceira parcela de 1000 reais, de modo que o montante (M) ao final do 3º mês será igual a diferença entre 1088,85 e 1000 que resulta em R$1088,85 (figura 6.46H). Na simbologia da Matemática, temos que: $M = 1088{,}85 - 1000 = 88{,}85$.

Finalizamos a resolução do exemplo, reforçando a resposta final (figura 6.46I) que nesse caso o pagamento em 3 parcelas de 1000 reais é mais conveniente, ao contrário do que possa parecer no primeiro momento. Usamos essa etapa final para reforçar o que pretendemos responder com os cálculos empregados.

Figura 6.46I – Exemplo 3 sobre Sistema de Juro Composto

A sequência didática tem continuidade com a resolução de 5 exercícios (figuras 6.47 a 6.51), por parte dos alunos, com o intuito de fazê-los entrar em contato com suas facilidades e limitações em torno do objeto de estudo, que no caso é Sistema de Juro Composto.

Nesse momento os alunos preencherão o espaço destacado com a resposta final de cada exercício. Como não há tempo pré-determinado para isso, todos poderão resolver cada questão no seu ritmo de aprendizagem, fazendo os eventuais cálculos e anotações que julgarem pertinentes.

No primeiro exercício (figuras 6.47A a 6.47D) é apresentado uma situação em que é necessário calcular o juro gerado por um capital no valor de 100 reais aplicado sob uma taxa de 5% a.a. (ao ano) no sistema de juro composto por um período de 5 anos.

A primeira etapa da resolução do exercício (figura 6.47B) é a identificação dos principais dados do enunciado. Nesse caso temos que o capital é igual a 100, a taxa vale 5% que corresponde a 0,05 e o prazo é igual a 5 anos. Ou seja, temos que: C = 100; i = 5% = 0,05 e n = 5.

Figura 6.47A – Exercício 1 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.47B– Exercício 1 sobre Sistema de Juro Composto

O próximo passo da resolução do exercício (figura 6.47C) é a substituição dos valores na fórmula do montante. Substituindo na fórmula temos que $M = C \cdot$

$(1+i)^n = 100 \cdot (1+0{,}05)^5$.

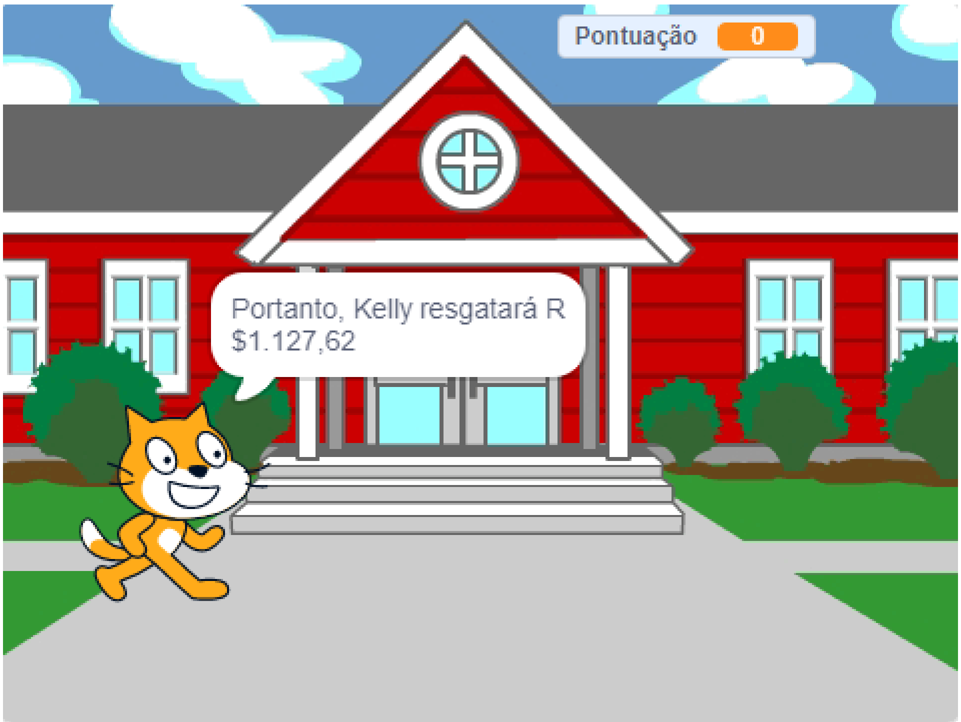
Começamos a aplicação do algoritmo resolvendo a operação dos parênteses, ou seja, somando 1 com a taxa decimal, que nesse caso é 0,05 chegando ao somatório 1,05, isto é 1+0,05= 1,05. Dessa forma, temos que $M = C \cdot (1+i)^n = 100 \cdot (1+0{,}05)^5 = 1000 * (1{,}05)^5$.

Em seguida, determinamos o valor de 1,05 elevado à quinta potência que resulta em aproximadamente 1,2763, isto é $(1{,}05)^5 = 1{,}2763$. Na última etapa, basta multiplicar o capital pelo resultado da potenciação, isto é, 100 vezes 1,2763, chegando a 127,63, ou seja, $100 \cdot 1{,}2763 = 127{,}63$. Assim, conforme a ilustração da fala do personagem, temos que: $M = C * (1+i)\hat{}n = 100 \cdot (1+0{,}05)^5 = 100 \cdot (1{,}05)^5 = 100 \cdot 1{,}2763 = 127{,}63$.

Figura 6.47C– Exercício 1 sobre Sistema de Juro Composto

Concluímos a resolução do exemplo, reforçando a resposta final (figura 6.47D) que nesse caso é R$127,62. Usamos essa etapa final para reforçar o que pretendemos responder com os cálculos empregados.

Figura 6.47D– Exercício 1 sobre Sistema de Juro Composto



No segundo exercício (figuras 6.48A a 6.48G), temos uma situação que mostra como a Matemática Financeira serve de suporte ao processo decisório. Nesse exemplo temos uma situação em que o aluno analisará com base nos cálculos qual aplicação é mais interessante economicamente.

O exercício mostra (figura 6.48A) que Rafael ao aplicar um capital de 1000 reais por um período de um semestre, isto é, 6 meses, dispõe de duas opções de investimento: no primeiro, a taxa de juro é de 1% ao mês (a.m.) pelo sistema de juro composto; e na segunda opção, a taxa de juro é de 6% ao semestre (a.s.), também pelo sistema de juro composto.

A resolução começa (figura 6.48B) com a fala do personagem que explicita que a aplicação mais interessante é a que for mais interessante economicamente, isto é, apresentar taxa de juro que proporcione um maior valor no montante ao final do período.

Para compararmos as duas aplicações, vamos calcular o montante para cada uma das taxas apresentadas. No caso, começamos com a primeira opção que investimento (figura 6.48C). Nesse momento vamos identificar os principais dados sobre a primeira opção de investimento, que são o valor do capital (C) que é 1000 reais, a taxa de juro (i) que vale 1% a.m. (ao mês) ou na forma decimal 0,01 e o período (n) que é 6 meses. Isto é, temos que: C=1000; i=1%=0,01 e n=6.

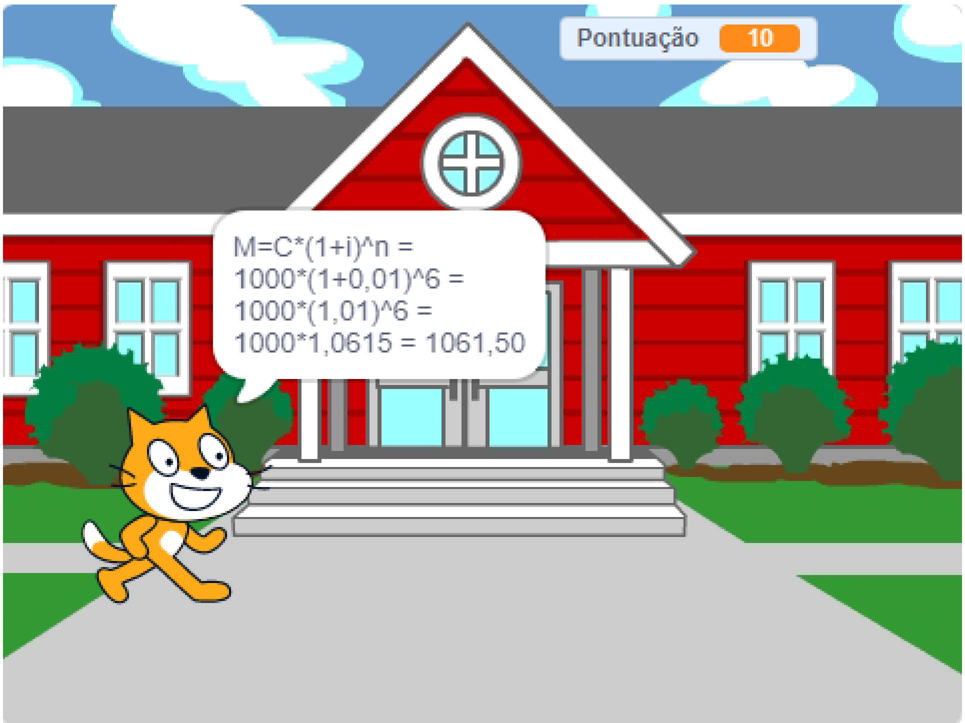
Figura 6.48A– Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.48B – Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.48C – Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto

O próximo passo da resolução do exercício (figura 6.48D) é a substituição dos valores na fórmula do montante. Substituindo na fórmula temos que $M = C \cdot (1 + i)^{\,n} = \ 1000 \cdot (1 + 0{,}01)^6$.

Figura 6.48D – Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto



Começamos a aplicação do algoritmo resolvendo a operação dos parênteses, ou seja, somando 1 com a taxa decimal, que nesse caso é 0,01 chegando ao somatório 1,01, isto é $1 + 0{,}01 = 1{,}01$. Em seguida, determinamos o valor de 1,01 elevado à sexta potência que resulta em 1,06152, isto é $(1{,}01)^6 = 1{,}06152$ em linguagem algébrica. Na última etapa desse cálculo, basta multiplicar o capital pelo resultado da potenciação, isto é, 1000 vezes 1,06152, chegando a 1061,52, ou seja, $1000 \cdot 1{,}06152 = 1061{,}52$. Conforme a ilustração da fala do personagem, temos que: $M = C \cdot (1 + i)^n = 1000 \cdot (1 + 0{,}01)^6 = 1000 \cdot (1{,}01)^6 = 1000 \cdot 1{,}06152 = 1061{,}52$.

Agora vamos identificar os principais dados sobre a segunda opção de investimento (figura 6.48E), que são o valor do capital (C) que é 1000 reais, a taxa de juro (i) que vale 6% a.s. (ao semestre) ou na forma decimal 0,06 e o período (n) que é 1 semestre. Na simbologia matemática, temos que: C=1000; i=6%=0,06 e n=1.

Figura 6.48E– Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto

O próximo passo da resolução do exercício (figura 6.48F) é a substituição dos valores na fórmula do montante. Substituindo na fórmula temos que $M = C \cdot (1 + i)^n = 1000 \cdot (1 + 0{,}06)^1$.

Perceba que como o expoente da expressão é igual a 1, a expressão $1000 \cdot$

$(1+0{,}06)^1$ equivale a expressão $1000 \cdot (1+0{,}06)$. Ou seja, para chegarmos ao segundo bastante basta somarmos 1 e 0,06, que resulta em 1,06, isto é $1+0{,}06 = 1{,}06$ e multiplicar essa soma por 1000, o que resulta em 1060. Dessa forma, temos que: $M = 1000 \cdot (1+0{,}06) = 1000 \cdot 1{,}06 = 1060$.

Figura 6.46F– Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto

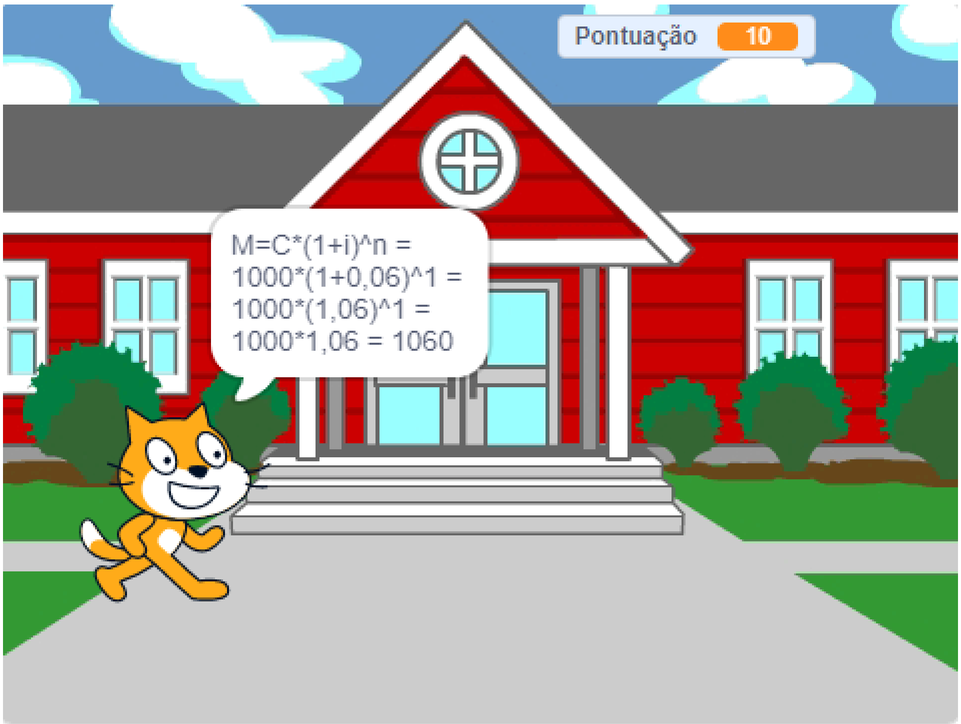


Figura 6.48G – Exercício 2 sobre Sistema de Juro Composto

Comparando os dois resultados concluímos que aplicar sob a taxa 1% a.m. no sistema de juro composto é a melhor opção de investimento, o que é reforçado na fala do personagem (figura 6.42G), enfatizando o objetivo dos cálculos.

No terceiro exercício (figuras 6.49A a 6.49M) é apresentado uma situação em que é necessário calcular o prazo necessário para um capital de 1000 reais aplicado sob uma taxa de 10% a.a. (ao ano) no sistema de juro composto gerar um montante equivalente ao seu dobro, isto é, 2000 reais.

Figura 6.49A – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

A resolução do exemplo inicia-se pela apresentação da fórmula (figura 6.49B) que no caso é $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{C} \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}$. Porém, como queremos saber o prazo e não o montante obtido, faremos uso dela de forma diferente.

O próximo passo da resolução do exercício (figura 6.49C) consiste na identificação dos principais dados do enunciado. Nesse caso temos que o capital é igual a 1000 reais, a taxa vale 10% que corresponde a 0,10 e o montante almejado é igual a 2000 reais. Isto é, temos que: C = 1000; i = 10% = 0,10 e M = 2000.

Para chegarmos à resposta desse exercício sem fazer uso de cálculos logarítmicos, resolveremos esse exemplo utilizando sequencias recursivas. Isto é, calcularemos o montante de cada período a partir do capital e do montante do período imediatamente anterior nos demais períodos até que o valor do montante obtido seja maior ou igual a 2000 reais.

Figura 6.49B – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.49C – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Para calcularmos o montante ao final do primeiro ano (figura 6.49D) multiplicamos o capital, que é igual a 1000, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 1100. Assim sendo, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1000 \cdot (1 + 0{,}10) = 1000 \cdot 1{,}10 = 1100$. Observe que como estamos calculando o montante do período, não é preciso efetuar potenciações.

Figura 6.49D – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Para calcularmos o montante ao final do segundo ano (figura 6.49E) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 1º mês, que vale 1100, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 1210. Ou seja, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1100 \cdot (1 + 0{,}10) = 1100 \cdot 1{,}10 = 1210$.

Para determinarmos o montante ao final do terceiro ano (figura 6.49F) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 2º mês, que vale 1210, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 665,50. Dessa forma, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1210 \cdot (1 + 0{,}10) = 1210 * 1{,}10 = 1331$.

Figura 6.49E– Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.49F– Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Para chegarmos ao montante no final do quarto ano (figura 6.49G) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 3º mês, que vale

1331, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 1464,10. Com isso, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1310 \cdot (1 + 0{,}10) = 1310 \cdot 1{,}10 = 1464{,}10$.

Figura 6.49G – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.49H – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Para calcularmos o montante no final do quinto ano (figura 6.49H) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 4º mês, que vale 1464,10, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 1610,51. Dessa forma, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1464{,}10 \cdot (1 + 0{,}10) = 1464{,}10 \cdot 1{,}10 = 1610{,}51$.

Para determinarmos o montante no final do sexto ano (figura 6.49I) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 5º mês, que vale 1610,51, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 1771,56. Dessa forma, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1610{,}51 \cdot (1 + 0{,}10) = 1610{,}51 * 1{,}10 = 1771{,}56$.

Figura 6.49I– Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Para determinarmos o montante no final do sétimo ano (figura 6.49J) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 6º mês, que vale 1771,56, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 1948,71. Com isso, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1771{,}56 \cdot (1 + 0{,}10) = 1771{,}56 \cdot 1{,}10 = 1948{,}71$.

Figura 6.49J – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.49K – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Para chegarmos ao montante no final do oitavo ano (figura 6.49K) multiplicamos o montante do período anterior que nesse caso é o 7º mês, que vale

1948,71, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,10 com 1, obtendo assim o montante de 2143,58. Em linguagem algébrica, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 1948{,}71 \cdot (1 + 0{,}10) = 1948{,}71 \cdot 1{,}10 = 2143{,}58$.

Figura 6.49L – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.49M – Exercício 3 sobre Sistema de Juro Composto

Podemos perceber que ao final do 8º ano o montante atingido foi de aproximadamente R$2143,58, de forma que o capital inicial de 1000 reais foi dobrado e com isso concluímos que o prazo necessário foi de 8 anos (figuras 6.49L e 6.49M).

No quarto exercício (figura 6.50A a 6.50M), temos um problema que mostra como a matemática financeira serve de suporte ao processo decisório. Nesse problema temos uma situação em que o aluno analisará com base nos cálculos se é mais interessante o pagamento à vista ou o parcelamento.

O exercício mostra (figura 6.50A) Léo que tem o dinheiro para comprar um par de tênis à vista pelo valor de 295 reais. Porém, ele pode deixar o dinheiro investido numa aplicação que rende 2% a.m. (ao mês) no sistema de juro composto, e pagar o bem em 3 parcelas iguais a 100 reais, sendo o pagamento da primeira parcela para 30 dias após o ato da compra. O aluno deve calcular o quanto Léo gastará a mais, ou a menos, caso opte pelo parcelamento.

Figura 6.50A – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

A devolutiva do exercício começa (figura 6.50B) com a fala do personagem que mostra as semelhanças desse exercício com o terceiro exemplo apresentado nessa sequência didática. O intuito dessa fala é facilitar a associação desse tipo de problema a diferentes contextos da Matemática Financeira.

Figura 6.48B – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.50C – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Na fala seguinte (figura 6.50C) o personagem explica que é possível aplicar todo o dinheiro que seria usado no pagamento a vista pois a primeira parcela é paga depois de 30 dias do ato da compra. Caso isso não acontecesse, e o pagamento da primeira parcela fosse à vista, então o capital utilizado seria a diferença entre o valor do pagamento à vista e o valor da primeira parcela e consequentemente o fluxo de caixa teria uma parcela a menos.

A próxima etapa da resolução do exercício é a identificação dos principais dados do enunciado (figura 6.50D). Nesse caso temos que o capital é igual a 295 reais, a taxa vale 2% que corresponde a 0,02 e o período é igual a 3 meses pois o financiamento é feito em 3 parcelas fixas mensais. Dessa forma, temos que: C = 285; i = 2% = 0,02 e n = 3. Utilizaremos a fórmula do montante $M = C * (1 + i)^n$.

Figura 6.50D – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Observe que resolveremos esse exemplo analisando o fluxo do dinheiro nesse período e fazendo uso de sequências recursivas. Para calcularmos o montante ao final do primeiro mês (figura 6.50E) multiplicamos o capital, que é igual a 295, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,02 com 1, obtendo assim o montante de 550. Com isso, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 295 \cdot (1 + 0{,}02) = 295 \cdot 1{,}02 =$

300,90. Perceba que como estamos calculando o montante do período novamente, não é preciso efetuar potenciações.

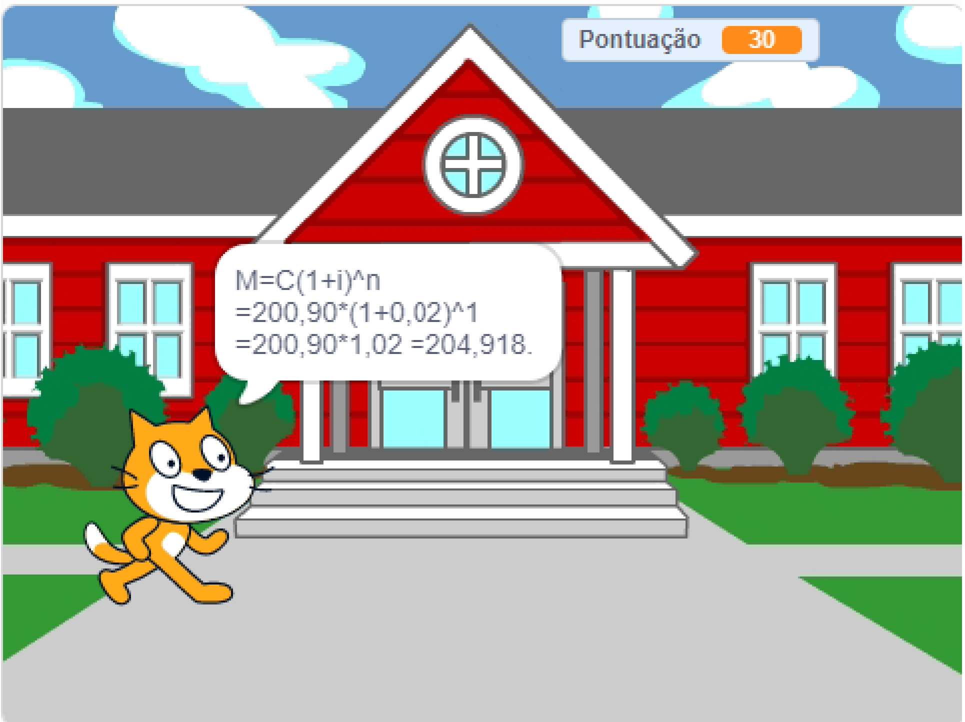
Figura 6.50E – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.50F – Exercício4 sobre Sistema de Juro Composto

Porém, desse montante de R$300,90 parte será usado para pagar a primeira parcela de 100 reais, de modo que o montante ao final do 1º mês (M) será igual a diferença entre 300,90 e 100 que resulta em R$200,90 (figura 6.50F). Ou seja, temos que: $M = 300{,}90 - 100 = 200{,}90$.

Figura 5.50G – Exercício4 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.50H – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto



Perceba, pela fala do personagem (figura 6.50G) que o fluxo de caixa tem continuidade com o capital remanescente do 1º mês, que nesse caso é R$200,90, que será aplicado novamente por mais 30 dias para o pagamento das demais parcelas do financiamento.

Para calcularmos o montante ao final do segundo mês (figura 6.50H) multiplicamos o montante do mês anterior, que é igual a 200,90, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,02 com 1, obtendo assim o montante de 204,918. Em linguagem algébrica, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 200{,}90 \cdot (1 + 0{,}02) = 200{,}90 \cdot 1{,}02 = 204{,}918$.

Contudo, desse montante de R$204,918, parte será usado para pagar a segunda parcela de 100 reais, de modo que o montante (M) ao final do 2º mês será igual a diferença entre 204,918 e 100 que resulta em R$104,918 (figura 6.50I). Isto é, temos que: $M = 204{,}918 - 100 = 104{,}918$.

Figura 6.50I – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Observe, pela fala do personagem (figura 6.50J) que o fluxo de caixa tem continuidade com o capital remanescente do 2º mês, que nesse caso é R$104,918, que será aplicado novamente por mais 30 dias para o pagamento das demais parcelas do financiamento.

Figura 6.50J – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Para determinarmos o montante ao final do terceiro mês (figura 6.50K) multiplicamos o montante do mês anterior, que é igual a R$104,918, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,02, com 1, obtendo assim o montante aproximado de R$107,01. Assim, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 104{,}918 \cdot (1 + 0{,}02) = 104{,}918 \cdot 1{,}02 = 107{,}01$.

Concluindo, desse montante de R$107,01, parte será usado para pagar a terceira parcela de 100 reais, de modo que o montante (M) ao final do 3º mês será igual a diferença entre 107,01e 100 que resulta em R$7,01 (figura 6.50L). Na simbologia matemática, temos que: $M = 107{,}01 - 100 = 7{,}01$.

Finalizamos a resolução do exercício, reforçando a resposta final (figura 6.50M) que nesse caso é -R$7,01, isso porque com o parcelamento Léo economizará, ou seja, gastando a menos, por isso o uso do sinal negativo. Usamos a resposta final para reforçar o que pretendemos responder com os cálculos empregados.

Figura 6.50K – Exercício4 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.50L – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.50M – Exercício 4 sobre Sistema de Juro Composto

No quinto exercício (figura 6.51), Raquel que tem o dinheiro para comprar um vestido à vista pelo valor de 380 reais, mas pode deixar o dinheiro rendendo juro numa aplicação que rende 1% a.m. (ao mês), no sistema de juro composto, e pagar o mesmo em 2 parcelas iguais a 200 reais, com pagamento da primeira parcela para 30 dias após o ato da compra e precisa calcular o valor da diferença, caso opte pelo pagamento parcelado

Na fala seguinte (figura 6.51B) o personagem explica que é possível aplicar todo o dinheiro que seria usado no pagamento a vista pois a primeira parcela é paga depois de 30 dias do ato da compra. Caso isso não acontecesse, e o pagamento da primeira parcela fosse à vista, então o capital utilizado seria a diferença entre o valor do pagamento à vista e o valor da primeira parcela e consequentemente o fluxo de caixa teria uma parcela a menos.

A próxima etapa da resolução do exercício é a identificação dos principais dados do enunciado (figura 6.51C). Nesse caso temos que o capital é igual a 380 reais, a taxa vale 1% que corresponde a 0,01 e o período é igual a 2 meses pois o financiamento é feito em 2 parcelas fixas mensais. Isto é, temos que: C = 380; i = 1% = 0,01 e n = 2. Utilizaremos aqui também a fórmula do montante que $M = C \cdot (1 + i)^n$.

Figura 6.51A – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.51B – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.51C – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.51D – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Note que resolveremos esse exercício analisando o fluxo do dinheiro nesse período e fazendo uso de sequências recursivas. Para calcularmos o montante ao final do primeiro mês (figura 6.51D) multiplicamos o capital, que é igual a 380, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,01 com 1, obtendo assim o montante de R$383,80. Ou seja, $M = C \cdot (1+i) = 380 \cdot (1+0{,}01) = 380 \cdot 1{,}01 = 383{,}80$. Perceba que como estamos calculando o montante do período novamente, não é preciso efetuar potenciações.

Porém, desse montante de R$383,80, parte será usado para pagar a primeira parcela de 200 reais, de modo que o montante ao final do 1º mês (M) será igual a diferença entre 383,80 e 200 que resulta em R$183,80 (figura 6.51E). Assim, temos que: $M = 383{,}80 - 200 = 183{,}80$.

Figura 6.51E – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Observe, pela fala do personagem (figura 6.51F) que o fluxo de caixa tem continuidade com o capital remanescente do 1º mês, que nesse caso é R$183,80, que será aplicado novamente por mais 30 dias para o pagamento da segunda parcela do financiamento.

Para calcularmos o montante ao final do segundo mês (figura 6.51G) multiplicamos o montante do mês anterior, que é igual a 183,80, pelo somatório da taxa na forma decimal, que vale 0,01 com 1, obtendo assim o montante de R$185,638.

Isto é, temos que: $M = C \cdot (1 + i) = 183{,}80 \cdot (1 + 0{,}01) = 183{,}80 \cdot 1{,}01 = 185{,}638$.

Figura 6.51F – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.51G – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Finalizando, esse montante de R$185,638, deverá ser usado para pagar a segunda parcela de 200 reais, de modo que o montante ao final do 2º mês (M) será igual a diferença entre 185,638 e 200 que resulta em aproximadamente -R$14,36 (figura 6.51H). Assim, concluímos que: M = 185,638– 200 = -14,36.

Figura 6.51H – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Figura 6.51I – Exercício 5 sobre Sistema de Juro Composto

Terminamos a resolução do problema, evidenciando a resposta final (figura 6.51l) que nesse caso o pagamento à vista é mais conveniente, pois o capital proveniente da aplicação não é suficiente para quitar a última parcela da compra, já que faltará R$14,36.

A sequência didática desse objeto de estudo encerra-se com o aluno visualizando a sua pontuação nos exercícios. Nesse exemplo, simulamos o acerto de todos os exercícios, isto é, a pontuação foi máxima e igual a 50 pontos (figura 6.52).

Figura 6.52 – Exemplo de Pontuação na Atividade de Sistema de Juro Composto

7. CONCLUSÃO

Pretendemos com esse trabalho ter oferecido ferramentas que possam subsidiar o processo de ensino-aprendizagem do componente curricular de Matemática, em especial do tema Matemática Financeira.

Isto é, podemos aproximar o aluno e a Matemática Financeira que o principal tema desenvolvido aqui fazendo uso de metodologias dinâmicas e mediar a aprendizagem fazendo uso recursos tecnológicos de fácil acesso.

Obviamente não há fórmulas ou receitas, pois a aprendizagem é algo intrínseco e cada turma tem as suas peculiaridades, mas apresentando ferramentas diferentes podemos oferecer subsídios ao trabalho docente, de forma que os recursos aqui apresentados podem, e devem, ser adequados às diferentes realidades escolares.

Com a atividade “Vendendo Brigadeiros” pretendemos oferecer momentos de vivência da Matemática Financeira fora do âmbito da sala de aula, evidenciando e contextualizando com situações práticas que tornam a aprendizagem mais significativa.

A sequência didática mediada por planilhas eletrônicas apresentada nesse trabalho, além de oferecerem interfaces diferentes com os seus respectivos objetos de estudo, proporciona que os envolvidos rompam com os velhos paradigmas da aprendizagem. Isto é, esperamos que por meio desta, que professores e alunos percebam que a aprendizagem vai além da transmissão de informações.

Com o jogo mediado pela plataforma *Scratch* esperamos ter proposto situações-problema verossímeis e que facilitem a percepção de que é possível aprender e ensinar Matemática Financeira sem recorrer à métodos simplesmente memorativos, usando ferramentas tecnológicas acessíveis a todos.

Um trabalho na área de Educação é válido quando possibilita que outras pessoas aprendam algo de novo, e esperamos que este auxilie alunos e professores a aprender um pouco mais sobre Matemática Financeira.

REFERÊNCIAS

CARAMORI, M. F. **O estudo de tópicos de Matemática Financeira com tecnologias informáticas: opiniões de professores participantes de um grupo de formação continuada.** 2009. 110f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2009.

FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais.** Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010, 240 p. Tese (Doutorado em Informática na Educação) –Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

GUERREIRO, A., & MENEZES, L. (2010). **Comunicação matemática: na busca de um entendimento comum**. In H. Gomes, L. Menezes & I. Cabrita (Eds.), Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 137-143). Aveiro: APM.

LOURENÇO, Roseane Matias et al. **Utilizando a matemática financeira em sala de aula com a planilha excel**. Anais I CONAPESC... Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/18277>. Acesso em: 23/12/202

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2020

TENFEN, Danielle Nicolodelli. Editorial: Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Disponível em: *<http*: *//portal.mec.gov.br* >Acesso em:
08 mar. 2020.

SCRATCH. Tutorial. Disponível em: <http://www.scratchbrasil.net.br/images/download-materiais/Aprendendo%20com%20o%20Scratch.pdf> Acesso em: 12 out. 2020

https://www.tudogostoso.com.br/receita/456-brigadeiro-de-micro-ondas.html

GIRALDO, V *et al*. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro, 2013. 473p.

MORGADO, A. C. **Matemática Discreta**. 2. ed. Rio de Janeiro, 2015. 192p.

ANEXO A – Receita de brigadeiro de micro-ondas

Ingredientes:

- 1 lata de leite condensado (395g)
- 100g de chocolate em pó
- 25g de margarina
- 50g de granulado (para enrolar os brigadeiros)
- 60 forminhas (para colocar os brigadeiros)

Rendimento: 60 unidades

Modo de preparo: em um refratário próprio para micro-ondas misture todos os ingredientes até obter uma massa homogênea. Coloque por 3 minutos no micro-ondas na potência alta (ou tecla brigadeiro para os equipamentos mais modernos), tire e mexa novamente e em seguida coloque novamente por mais 3 minutos na mesma potência.