

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



AMANDA OLIVEIRA PALHARES

**POTENCIALIDADES E PERSPECTIVAS NA REFORMULAÇÃO DE
ATIVIDADES PARA O DESENHO GEOMÉTRICO**

Belo Horizonte
2020

AMANDA OLIVEIRA PALHARES

**POTENCIALIDADES E PERSPECTIVAS NA REFORMULAÇÃO DE
ATIVIDADES PARA O DESENHO GEOMÉTRICO**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obter o título de Mestre.

Orientador: Gilmer Jacinto Peres

Banca Examinadora:

Fernanda Aparecida Ferreira

Lúcia Helena dos Santos Lobato

Marcos Antônio Gonçalves Júnior

Belo Horizonte
2020

Palhares, Amanda Oliveira

P161p Potencialidades e perspectivas na reformulação de atividades para o desenho geométrico / Amanda Oliveira Palhares. – 2020. 92 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Gilmer Jacinto Peres.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Ensino Fundamental – Teses. 3. Desenho geométrico – Estudo e ensino – Teses. 4. Prática de ensino – Teses. 5. Professores de matemática – Formação – Teses. I. Peres, Gilmer Jacinto. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Título.

CDD 510.07

AMANDA OLIVEIRA PALHARES

**POTENCIALIDADES E PERSPECTIVAS NA REFORMULAÇÃO DE
ATIVIDADES PARA O DESENHO GEOMÉTRICO**

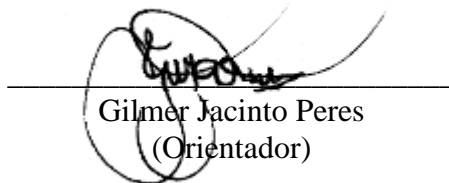
Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obter o título de Mestre.

Orientador: Gilmer Jacinto Peres

APROVADA: 30 de novembro de 2020.



Amanda Oliveira Palhares
(Autora)



Gilmer Jacinto Peres
(Orientador)

Belo Horizonte
2020

À minha mãe Sônia, meu pai Gilbert e irmã que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida. Sem eles este trabalho e muitos dos meus sonhos não se realizariam.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior -- Brasil (CAPES) -- Código de Financiamento 001.

Meus sinceros agradecimentos ao professor Dr. Gilmer Jacinto Peres, pela orientação, seu grande desprendimento em ajudar a todo momento, pelo incentivo e grande ajuda com o fornecimento de material para a realização deste trabalho.

Agradeço ao grupo de professores do PROFMAT do CEFET-MG, ao coordenador do Programa, professor. Dr. Luis Alberto D'Afonseca e ao Pedro Falci Cardoso.

Aos colegas da primeira turma do PROFMAT do CEFET-MG, pelas incríveis tardes de sexta-feira.

À minha família, pelo apoio e pelo amor incondicional que alimenta meu espírito.

A todos meus alunos, do passado, presente e aqueles que um dia serão.

Sobretudo a Deus.

RESUMO

PALHARES, A. O. Potencialidades e Perspectivas na Reformulação de Atividades para o Desenho Geométrico. Belo Horizonte: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), 2020.

A presente dissertação apresenta algumas ampliações realizadas em atividades matemáticas associadas aos estudos do Desenho Geométrico desenvolvidas para alunos das etapas finais do Ensino Fundamental. Tais ampliações tiveram como sustentação algumas perspectivas existentes no âmbito da Educação Matemática e também nas discussões relacionadas à elaboração de Sequências Didáticas. No decorrer do texto, as atividades são apresentadas em seu formato inicial seguidas de suas versões reformuladas. Apesar do atual cenário mundial ter impossibilitado uma análise do desenvolvimento da realização dessas atividades pelos alunos, entendo que essas ampliações apresentam o potencial para expandir os horizontes do processo de ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico, com destaque na percepção de que as diversas discussões relacionadas à produção acadêmica com foco no ensino, possuem conexão com a prática da sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Desenho Geométrico. Sequências Didáticas.

ABSTRACT

PALHARES, A. O. Potencialidades e Perspectivas na Reformulação de Atividades para o Desenho Geométrico. Belo Horizonte: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), 2020.

The present dissertation presents some improvements made in mathematical activities associated with the studies of Geometry developed by students of the final stages of Elementary School. These improvement were supported by some perspectives in Education Mathematics and Didactic Sequences. Throughout the text, activities are presented on the text in your initial format followed by respective reformulated version. Although the current world mundial scenario made impossible for students to realize these activities. I understand that these improvements have potential to expand the horizons of teaching and learning process in Geometry, with emphasis on the perception that the various discussions related to academic production focused on teaching, have connection with classroom practice.

Keywords: Education Mathematics. Geometry. Didactic Sequences.

LISTA DE SÍMBOLOS

\overrightarrow{OA} – Semirreta OA.

\overrightarrow{OB} – Semirreta OB.

\widehat{AOB} – Ângulo AOB.

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CEFET/MG – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

EF06MA25 – Habilidade de Matemática número 25, referente ao 6º ano do Ensino Fundamental

EF06MA26 – Habilidade de Matemática número 26, referente ao 6º ano do Ensino Fundamental

EF06MA27 – Habilidade de Matemática número 27, referente ao 6º ano do Ensino Fundamental

EF07MA24 – Habilidade de Matemática número 24, referente ao 7º ano do Ensino Fundamental

EF07MA25 – Habilidade de Matemática número 25, referente ao 7º ano do Ensino Fundamental

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede

UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental - Primeira parte	32
Figura 2: Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental - Segunda parte	32
Figura 3: Código alfanumérico identificador das habilidades	33
Figura 4: Estrutura das habilidades	33
Figura 5: Exemplo de tela para desbloqueio de celulares	46
Figura 6: Condição de existência de um triângulo pelo Geogebra	59

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: “Como Resolver Um Problema” segundo Pólya	23
Quadro 2: Sequência didática – Reconhecimento dos instrumentos de desenho	44
Quadro 3: Atividade para formalização do conceito de Poligonal	47
Quadro 4: Atividade Poligonal	48
Quadro 5: Contextualização padrão de senha para desbloqueio de celular	49
Quadro 6: Atividade padrão de senha para desbloqueio de celular	50
Quadro 7: Roteiro para construção dos casos de posições relativas de duas retas	52
Quadro 8: Conceitualização das posições relativas de duas retas distintas contidas em um mesmo plano	54
Quadro 9: Construção de retas paralelas através de esquadros	56
Quadro 10: Construção de retas perpendiculares através de esquadros	56
Quadro 11: Atividade - Construção de retas através de esquadros	57
Quadro 12: Material didático sobre ângulos	61
Quadro 13: Material didático sobre o transferidor	62
Quadro 14: Figura modelo para reprodução	64
Quadro 15: Material de referência para a utilização do transferidor	65
Quadro 16: Atividades para utilização do transferidor	66

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1. Métodos de ensino da Matemática	19
2.1.1. Materiais concretos e jogos	20
2.1.2. Uso de tecnologias	21
2.1.3. Resolução de Problemas	22
2.1.4. Investigação Matemática	25
2.1.5. Etnomatemática	26
2.1.6. História da Matemática	27
2.1.7. Modelagem Matemática	28
2.2. A Base Nacional Comum Curricular	30
2.2.1. As competências da BNCC e as tendências em Educação Matemática	34
3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	35
4. ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES	41
4.1. Sequência didática 1: Reconhecimento dos instrumentos	43
4.2. Sequência didática 2: Poligonal	45
4.3. Sequência Didática 3: Posições relativas de duas retas distintas contidas em um mesmo plano	51
4.4. Sequência didática 4: as condições de existência de um triângulo	58
4.5. Sequência Didática 5: Medindo Ângulos	60
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
REFERÊNCIAS	70
BIBLIOGRAFIA	72
APÊNDICE A – COMPILADO DAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS REFORMULADAS ..	73

1. INTRODUÇÃO

Enquanto estudante da escola pública, durante toda a Educação Básica, sempre fui considerada pelos professores uma boa aluna e bastante interessada em Matemática e Geometria, sendo inclusive apontada como monitora por muitos colegas que possuíam dificuldades em relação aos conteúdos matemáticos.

Embora os estudos em Geometria sempre tenham despertado o meu interesse enquanto aluna da escola básica, em uma análise dos percursos em minha formação, identifico que em nenhum momento das aulas ocorreram contatos com o uso dos instrumentos de desenho, apesar deles inúmeras vezes constarem na lista de materiais do aluno e ainda o que considero ser de maior seriedade, não houve o conhecimento da existência do Desenho Geométrico.

Na graduação, ao cursar a disciplina Resolução de Problemas Geométricos no segundo período de Licenciatura em Matemática, fui apresentada ao Desenho Geométrico e suas construções, assim como a possibilidade de resolver problemas utilizando esses instrumentos. Não tendo o acesso a esse conhecimento, me senti totalmente desconfortável em algumas situações, pois deveríamos justificar a validade das construções enquanto eu não possuía sequer familiaridade com as construções mais elementares.

Entretanto, percebi que essa falta de experiência não era exclusividade minha. Nesse cenário, o professor da disciplina teve a sensibilidade de organizar a disciplina por meio das técnicas elementares de construções geométricas, bem como por meio dos conceitos básicos da Geometria e de suas propriedades fundamentais.

Devido ao meu grande interesse, esforço e com auxílio do professor dessa primeira disciplina que envolvia Desenho Geométrico, consegui evoluir na resolução de problemas geométricos e, como consequência, tive uma maior compreensão de suas definições e aplicações.

Na disciplina de Geometria Plana, a organização do professor me chamou muita a atenção, pois, enquanto desenvolvíamos toda a teoria e suas demonstrações, as listas de exercícios propostas por ele focavam nas construções geométricas. Vale relatar a peculiaridade dessas listas: no início de cada uma era definido alguns elementos que seriam utilizados. A exemplo, no caso de triângulos, com lados, alturas e medianas relativas a cada

lado, o professor propunha então que construíssemos, se possível, triângulos com todas as combinações, tomados três a três desses elementos para uma justificativa posterior dessa construção. Mas é importante dizer que não sabíamos dessa organização e, enquanto alunos, pensávamos que todas as construções eram testadas e possíveis de serem construídas, situação essa que provocava uma busca e troca incessante pelas soluções entre nós e até mesmo com o professor. Dessa maneira, as construções e suas justificativas se tornaram naturais para mim.

Tão logo ocorreu a formatura da graduação, eu e três amigos inauguramos uma sala para aulas particulares de matemática, e nessas aulas, cada um de nós trabalhava com os eixos da Matemática de maior preferência e, no meu caso, os conteúdos associados à Geometria e o Desenho Geométrico.

Em setembro do ano de 2011, assumi meu cargo na rede municipal de Belo Horizonte como professora de matemática de três turmas do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola do bairro Vila São José. Quando entrei em efetivo exercício, além de toda dificuldade de assumir uma turma com o ano letivo já em andamento, já previa uma defasagem dos alunos em relação ao conteúdo, pois na rede municipal de Belo Horizonte, para que as turmas não fiquem sem aulas, é autorizada a lotação de um professor com formação em outra área até a chegada de um profissional adequado para aquele cargo vago, situação que vivenciei uma vez que a professora que me antecedeu não possuía a formação em licenciatura em matemática. Quando iniciei meu trabalho com as turmas, identifiquei que os conteúdos desenvolvidos pelos alunos não eram adequados para aquele ano de formação, gerando uma grande desmotivação e desinteresse na aprendizagem. A professora desenvolveu um trabalho com foco em habilidades de etapas anteriores e já alcançadas pelos alunos, como por exemplo: comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, operar e resolver problemas que envolvam cálculos apenas com os números naturais.

Então tive que fazer escolhas para priorizar quais conteúdos seriam essenciais para os anos seguintes da formação desses alunos, pois o tempo que restava era reduzido. Assim, optei pelos números, operações e a álgebra, portanto não oportunizei aos alunos o desenvolvimento de conteúdos da Geometria. Na minha decisão por esse eixo levei em consideração os conteúdos que nas Proposições Curriculares da Rede Municipal de Belo Horizonte deveria ser introduzido no 7º ano.

Dessa maneira, o desenvolvimento do conteúdo de Números Inteiros e suas operações foi bastante agradável aos alunos, devido sua aproximação à vida prática deles. Já no desenvolvimento das operações envolvendo números racionais na forma fracionária houve

muita dificuldade por parte dos alunos e estes também apresentaram dificuldades em relação a álgebra devido ao fato de estarem habituados a resolverem problemas utilizando apenas as quatro operações. De uma maneira geral, o desempenho dos alunos em relação a nota caiu, mas como minha relação com eles foi sempre pautada na sinceridade era claro para eles que os conceitos cairiam, pois, a dificuldade aumentaria muito.

Já no ano seguinte, no início do ano letivo de 2012, fui transferida para a escola que trabalho até hoje, ela fica localizada na avenida Bernardo Vasconcelos no bairro Cachoeirinha. Uma diferença dessa escola consiste na organização do seu corpo docente: o grupo de professores é organizado em coletivos com planejamento de atuação ao longo dos três anos do ciclo do Ensino Fundamental, por exemplo, no terceiro ciclo de formação um mesmo grupo de professores inicia com as turmas no sétimo ano e vai até o nono ano, mantendo assim o mesmo grupo de professores e alunos promove-se mais continuidade e colaboração durante os três anos.

Devido a essa organização, na escola é muito comum os professores se reunirem com seus pares do mesmo coletivo e também com os pares da mesma área de formação proporcionando uma troca de experiências muito enriquecedora, tanto no que diz respeito a um conhecimento mais integral dos discentes bem como as facilidades e dificuldades nas metodologias já aplicadas por outros professores.

Os encontros de coletivos, como essas reuniões são chamadas, de maneira geral possuem por objetivo resolver problemas de caráter disciplinar e produção de projetos pedagógicos integradores. Avalio que são muitas as vantagens e possibilidades de trabalhos em conjunto como a elaboração de propostas de avaliações globalizadas para os alunos.

Nas reuniões com os professores de matemática, as conversas mostram sempre a preferência pelo ensino da Álgebra em relação ao ensino da Geometria. Além disso, as aulas, independente do conteúdo, são predominantemente teóricas e sem aplicação prática. Inclusive sempre partia de mim os questionamentos em relação as aulas de Geometria, por acreditar que essa disciplina tem um grande potencial para a motivação dos alunos e principalmente o Desenho Geométrico por apresentar um caráter mais concreto e prático.

Observei, portanto, que o Desenho Geométrico não fazia parte do cotidiano das aulas de matemática na escola que trabalho, uma vez que ele sequer era mencionado nas reuniões que tratavam das discussões sobre o processo de ensino e aprendizagem, e acredito que esse comportamento, em minha percepção pessoal, se replica nas demais escolas da rede municipal.

Quando questionava a ausência da utilização do Desenho Geométrico nas aulas de Geometria, os meus colegas de profissão relatavam inúmeras dificuldades: a falta de material didático adequado (livro com foco neste conteúdo) para utilização dos alunos, a falta de material útil (instrumentos) ao desenvolvimento da aula de Desenho Geométrico para cada aluno, a falta de organização e de interesse dos alunos, o excesso de conteúdos programáticos.

Por consequência, a maioria dos estudantes da escola não são oportunizados ao Desenho Geométrico nas aulas de Geometria, ou seja, não fazem uso de instrumentos de desenho. Manipular um compasso, medir um ângulo utilizando o transferidor ou mesmo utilizar um par de esquadros não fazem parte da formação deles.

Como resultado das minhas experiências como aluna e observando que o modelo da minha formação na educação básica vinha se repetindo com meus alunos, escolhi mudar, na minha prática em sala de aula, esse cenário. A utilização dos instrumentos de Desenho Geométrico passou a fazer parte das minhas aulas de Geometria.

Por acreditar que a formação continuada é essencial para a melhora de qualquer profissional, decidi procurar uma formação em nível de mestrado que me oportunizasse a possibilidade de estudos concomitante às minhas atividades profissionais. O mestrado profissional do PROFMAT me pareceu o mais adequado, uma vez que eu não tinha o interesse pelo mestrado acadêmico, voltado para a Matemática no âmbito do bacharelado.

Para a elaboração desta dissertação, os primeiros passos foram a definição da seguinte questão problema: Como a utilização dos instrumentos de desenho e das construções geométricas podem contribuir com a aprendizagem nas aulas de geometria na educação básica? e a definição do objetivo principal como sendo analisar e fazer uma reflexão da minha prática pedagógica e constituir propostas metodológicas que proporcione que a aprendizagem seja mais dinâmica, efetiva e contextualizada.

Após as definições da questão problema e do objetivo geral, realizei uma pesquisa bibliográfica com o objetivo de fazer um levantamento sobre as pesquisas realizadas com a temática de construções geométricas no repositório do PROFMAT, para analisar o que vem sendo produzido a respeito das pesquisas sobre desenho geométrico no ensino de matemática nos últimos 10 anos. Pude perceber que são inúmeras as contribuições que estes trabalhos poderão trazer para a formação dos professores, para a organização do tempo escolar, para as necessárias mudanças do currículo, entre outros aspectos. Ainda que não tenha alcançado a sala de aula ou o contexto escolar de um modo geral.

Espera-se que este novo trabalho não só contribua para melhoria das práticas pedagógicas nas aulas de Geometria, visto que os conteúdos e metodologias usadas aqui são

destinados principalmente para auxílio dos professores de Matemática da Educação Básica como também para mostrar as potencialidades ao se reformular suas próprias sequências didáticas.

Este trabalho está estruturado em 4 capítulos. Cada tópico constitui uma parte importante nos estudos e reflexões feitas para potencializar a reformulação das atividades de Desenho Geométrico que já fazem parte da minha prática pedagógica.

O capítulo 2, trata dos elementos de estudo que serviram de base para substanciar a proposta desse trabalho, que são as reformulações das atividades. O capítulo se subdivide em dois tópicos: Métodos de ensino da Matemática e A Base Nacional Comum Curricular.

Nesse capítulo, o primeiro tópico, trata de algumas tendências em Educação Matemática em que algumas de suas características permeiam as atividades propostas. O segundo tópico, discorre sobre o documento nacional que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica, com ênfase no componente curricular Matemática.

No terceiro capítulo, é apresentada uma síntese dos aspectos para análise de uma sequência didática, pois esse será o formato para apresentação das atividades. A Sequência Didática compreendida no pensamento lógico como uma sequência de atividades para se chegar a um determinado fim.

No capítulo 4, há em destaque a elaboração e a sistematização de cinco sequências didáticas originais, em seguida, também é apresentada cada sequência didática reformulada em seus elementos e fundamentos.

As Considerações Finais trazem outros relatos envolvendo a minha trajetória no PROFMAT, uma breve avaliação para o aprimoramento do seu formato atual, apresenta conclusões sobre o trabalho desenvolvido, bem como suas limitações e por fim minhas expectativas para os próximos passos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo discorre sobre subsídios teóricos que baseiam esta pesquisa. Apresenta uma visão geral sobre algumas tendências em Educação Matemática, destacando a preocupação com o ensino mais significativo, aprofundando os estudos sobre a investigação matemática e sobre Geometria. Fará também uma breve apresentação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e de como a Geometria e a utilização de instrumentos de desenho são abordados nesse documento.

Entender como tornar os conhecimentos matemáticos mais compreensíveis através do ensino aprendizagem escolar não é tão simples como entender que são necessárias atitudes que aproximem os alunos desses conhecimentos. Entende-se que a epistemologia da Matemática pode ser detalhada em termos dos seus conceitos, características, história e práticas podendo refletir sobre a existência e a justificativa do conhecimento matemático bem como sua origem histórica e contexto social.

Na busca por mudanças no ensino da Matemática, surgem práticas inovadoras para o seu ensino que propiciam um trabalho ativo por parte do aluno e que desperta o interesse deste pelas aulas. Esse movimento é denominado Educação Matemática e está embasado no princípio de que todos podem produzir Matemática nas suas diferentes expressões.

Segundo Mendes (2009), as metodologias alternativas do ensino da Matemática propõem que os próprios alunos construam esses saberes através de um processo contextual e globalizante, propiciando sentido às ideias construídas. Dessa maneira, os saberes aprendidos deverão contribuir também para a aquisição de competências e habilidades capazes de melhorar a *qualidade de vida*¹ de cada um, seja no âmbito individual e/ou coletivamente.

2.1. Métodos de ensino da Matemática

As propostas que se destacam como tendências em Educação Matemática consideradas neste trabalho são: a Etnomatemática, a História da Matemática, a Modelagem

¹ De acordo com a OMS, **qualidade de vida** é a “a percepção que um indivíduo tem sobre a sua posição na vida, dentro do contexto dos sistemas de cultura e valores nos quais está inserido e em relação aos seus objetivos, expectativas, padrões e preocupações”.

Matemática, a Resolução de Problemas, o uso de materiais concretos e Jogos, assim como a Investigação Matemática.

Nas próximas seções são apresentadas as Tendências que serviram de suporte para a reformulação das atividades aqui apresentadas. Serão também consideradas para auxílio na reformulação futura de outras atividades.

2.1.1. Materiais concretos e jogos

Os materiais concretos são todos os materiais que o professor pode usar para preparar, melhorar e ministrar sua aula e que intercedam a favor do ensino e aprendizagem. Podem ser os mais comuns como régua, compasso, esquadro ou mais sofisticados como as calculadoras, e os celulares.

Dentre os diversos materiais manipuláveis, encontra-se o jogo. Grandó (2000, p.26) destaca que o interesse gerado pelos alunos cresce. A inserção de jogos estimula uma maior participação dos alunos, criando um ambiente mais receptivo às intervenções pedagógicas do professor.

o caráter nocional do jogo está no nível da ação “do fazer”, e o caráter conceitual do jogo está no nível do compreender. Assim, jogar no nível nocional se trata de jogar até utilizando estratégias, por ensaio e erro, por repetições de jogadas, sem antecipações, sem a preocupação de elaborar estratégias que possam, antecipadamente, ser definidas, como eficientes, apenas o “jogo pelo jogo”, sem definição clara de objetivos, além dos de vencer e de se divertir. A Tomada de Consciência implica que o sujeito compreenda o processo, planeje, antecipe, elabore estratégias, coordenadas entre si, no conjunto, tendo em vista o êxito previsível de cada uma. Assim, o jogo pode desencadear uma possibilidade de o indivíduo conceituar ou não. (GRANDO, 2000, p. 56)

O uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática é uma prática que possibilita ao aluno ser atuante no seu processo de ensino, além de ser motivador da sua aprendizagem. Essa alternativa didática propicia ao aluno um ambiente desafiador que o estimula numa ação de maior interação, ou seja, toque, sinta, manipule, tome decisões, seja competitivo, seja colaborativo, aprendam a concepção de regras.

Assim como Turrioni (2004), entende-se que a utilização de atividades com material concreto é essencial para a aprendizagem da matemática e para o desenvolvimento de competências específicas, uma vez que "facilita a observação e a análise, desenvolve o

raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos." (TURRIONI, 2004, p. 66).

Entretanto, é importante ressaltar que o uso de materiais deve representar os conceitos matemáticos ou ideias que desejam ser exploradas de forma a favorecer a abstração matemática. Segundo Mendes (2009, p.50) ao professor cabe “estabelecer conexões contínuas entre os materiais utilizados e os princípios, conceitos e propriedades matemáticas evidenciada em cada material”.

Os materiais e jogos são inúmeros e é imprescindível que se busque informações acerca da sua potencialidade pedagógica tal qual uma análise de suas possibilidades antes da utilização em sala de aula para, assim, evitar obstáculos que prejudiquem o trabalho docente e a aprendizagem do aluno.

2.1.2. Uso de tecnologias

O papel da Informática no ensino de Matemática possui, atualmente, uma relevância profunda pois pode potencializar a aprendizagem dos alunos. Nesse cenário, o raciocínio lógico-matemático pode acontecer a partir da interação com os mais variados recursos tecnológicos existentes: computador, celular, internet, calculadora etc.

Neste sentido, é importante ressaltar o papel do professor na mediação e inserção destes recursos em suas aulas, pois

a Educação Matemática, na perspectiva tecnológica, tem o objetivo de estimular a curiosidade, a imaginação, a comunicação, a construção de diferentes caminhos para a resolução de problemas e o desenvolvimento das capacidades: cognitiva, afetiva, moral e social. (ZORZAN, 2007, p. 88)

Borba e Penteado (2016) entendem que a informática, como uma nova mídia a ser utilizada no ensino, possibilita mudanças na forma como o conhecimento é compreendido, a partir das potencialidades de superação para determinadas limitações existentes no ambiente da sala de aula tradicional, sendo que "o enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e a facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas." (BORBA, PENTEADO, 2016, p. 45).

Sobre as possibilidades relacionadas os autores ainda acrescentam:

Dessa forma, busca-se superar práticas antigas com a chegada desse novo ator informático. Tal prática está também em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-

resultado em sala de aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito. (BORBA, PENTEADO, 2016, p. 46).

No caso da geometria, os recursos computacionais possuem uma definição específica.

Os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso a geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador. (GRAVINA, 2001, p.82).

Brandão e Isotani (2003) discutem as possibilidades de ensino de matemática por meio da utilização de um software livre, o iGeom, e destacam que a expressão geometria dinâmica:

Hoje é largamente utilizado para especificar a Geometria implementada em computador, a qual permite que objetos sejam movidos mantendo-se todos os vínculos estabelecidos inicialmente na construção. Este nome pode ser melhor entendido como oposição à geometria tradicional de régua e compasso, que é “estática”, pois após o aprendiz realizar uma construção, se ele desejar analisá-la com alguns dos objetos em outra disposição terá que construir um novo desenho. (BRANDÃO e ISOTANI, 2003, p.1).

2.1.3. Resolução de Problemas

George Pólya (1887- 1985), um filósofo e matemático húngaro, foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística de resolução de problemas específica para a matemática. Suas ideias sobre a temática representaram grande inovação a época e servem de alicerce para trabalhos até os dias atuais.

Procurando organizar um pouco o processo de resolução de problemas, Pólya (1995, p. 12-13) o dividiu em quatro etapas. A seguir, o quadro 1 mostra o resumo do modelo proposto pelo autor.

Quadro 1: “Como Resolver Um Problema” segundo Pólya

Etapas	Lista de indagações
Primeiro. Compreensão do problema	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições? É Possível Satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las.
Segundo. Estabelecimento de um plano	Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar seu resultado? É possível utilizar seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Ou mais genérico? Ou mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?
Terceiro. Execução do plano	Ao executar seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
Quarto. Retrospecto	É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto em um relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: adaptado de PÓLYA, 1995, p.12-13.

Uma retrospectiva do desenvolvimento da Resolução de Problemas como uma tendência da Educação Matemática é indicada em Onuchic (1999), que aponta também três concepções diferentes para abordar a Resolução de Problemas: ensinar sobre resolução de problemas; ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de

problemas. A autora observa que, apesar da possibilidade de separar as três concepções, elas na prática se sobrepõem e acontecem em várias combinações e sequências.

Na abordagem “ensinar sobre resolução de problemas” destaca-se o modelo de resolução de problemas de Pólya, portanto ensina-se matemática para resolver problemas, ou seja, a resolução de problemas como meta. Por outro lado, “ensinar a resolver problemas” enfoca no processo de aplicar conhecimentos previamente adquiridos a situações novas, rotineiras ou não, assim sendo o ensino centra-se em ensinar a resolver problemas, o que resulta em aprender matemática. Por último, na abordagem “ensinar matemática por meio da resolução de problemas”, onde a resolução de problemas é entendida como uma competência mínima para que o indivíduo possa se inserir no mundo do conhecimento e trabalho,

[...] os problemas são importantes não somente como propósito de se aprender matemática, mas também, como um primeiro passo para fazer isto. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa como uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. (ONUHCIC, 1999, p. 207).

No ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, a situação descrita no texto tem como o ponto de partida o problema (ou situação-problema) e, compreendida esta etapa, os novos passos na sua resolução demandam uma ação dos estudantes em um processo que se constitui investigativo. Uma outra característica da Resolução de Problemas é que o aluno deve questionar desde a própria situação inicial até as respostas obtidas, sendo um exercício contínuo do desenvolvimento do senso crítico e da criatividade.

Segundo Mendes (2009), a Resolução de Problemas “visa o desenvolvimento de habilidades que favorecem a reflexão e o questionamento”, ou seja, o aluno aprende a ter um pensamento próprio, levantando hipóteses, verificando-as, discutindo com os colegas e tirando conclusões.

Mendes, então, conclui que:

a Resolução de Problemas pode ser tomada como uma das tendências metodológicas que pode contribuir amplamente para a formação de um aluno autônomo, consciente das possibilidades criativas que a Matemática lhe oferece, bem como das suas ações como cidadão. (MENDES, 2009, p.80)

Além disso, esses aspectos inerentes à concepção da Resolução de Problemas colocam em situação de desafio tanto os alunos quanto os professores: todos juntos construirão um

conhecimento significativo, para os alunos acerca do seu desenvolvimento cognitivo e para os professores a respeito da própria prática docente.

2.1.4. Investigação Matemática

Investigação Matemática se apresenta como uma tendência que pode apoiar as ações do professor no processo de ensino. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), investigar no contexto de ensino e aprendizagem significa formular questões de interesse dos alunos, estas questões não possuem uma única resposta, o que propicia também o estabelecimento de diversas estratégias para a resolução daquilo que é apresentado.

Nesse sentido, não se trata de explicar técnicas e propor que os alunos limitem a repeti-las. Para os autores, “uma investigação matemática envolve quatro momentos principais” (p.20). O primeiro caracteriza-se pelo reconhecimento, exploração preliminar e a elaboração de questões. O segundo engloba a formulação de conjecturas. O terceiro momento abrange a realização de testes e refinamento das conjecturas. Já o quarto compreende a argumentação, demonstração e avaliação.

Nessa perspectiva, as investigações devem se desenvolver em três fases: (i) introdução da tarefa; (ii) Realização da investigação; (iii) Discussão do trabalho. Mesmo que se pressuponha que o aluno trabalhe de forma autônoma com esse tipo de atividade, em cada uma dessas fases o papel do professor será significativo.

Na primeira fase da atividade, o professor deve garantir o entendimento, por todos os alunos, do sentido da tarefa proposta e do que se espera deles no decorrer da atividade. É preciso ressaltar que o aluno não está diante de uma questão bem definida, mas ele próprio tem que formular as suas questões a partir da situação apresentada, para isso o professor deve criar um ambiente de aprendizagem onde o aluno se sinta à vontade para levantar questões, pensar, explorar e exprimir suas ideias. O professor precisa deixar claro que os alunos podem contar com o seu apoio, mas que a atividade depende essencialmente da iniciativa deles.

Na fase de desenvolvimento do trabalho, espera-se que os alunos possam executar alguns momentos principais da investigação, como a exploração, que envolve criar maior familiaridade com os dados e o sentido da tarefa. Já no processo formulação de conjecturas, testes e suas reformulações, existe a necessidade do seu registro, pois assim eles perceberão a importância de explicitar suas ideias e estabelecer consensos quanto as suas realizações. Na etapa de justificação, é importante que o professor enfatize o caráter provisório das conjecturas e que os testes, por si só, não conferem aos resultados um *status* conclusivo.

Portanto, o papel do professor é de procurar “compreender como o trabalho dos alunos vai se processando e prestar apoio se for necessário” (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, p.29).

Na terceira fase é necessário garantir que sejam comunicados, pelos próprios alunos, os resultados e os processos mais significativos da investigação. Para tanto, o professor precisa ter noção do trabalho realizado como um todo a fim de organizar as apresentações de modo que todos tenham a possibilidade de apresentar algum resultado. É o momento da sistematização das principais ideias e reflexão do trabalho, propício para a retomada da justificação de conjecturas, pois segundo os autores “à medida que os alunos vão interiorizando a necessidade de justificarem as suas afirmações e que as suas ferramentas matemáticas vão sendo mais sofisticadas, vai-se tornando mais fácil realizarem pequenas provas matemáticas.” (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, p.38)

Nessa perspectiva, a investigação revela que tão mais importante que a solução de um problema, são as descobertas imprevistas na busca pela solução. Dessa forma, o trabalho do professor transita entre dar autonomia aos alunos de maneira que não comprometa a autoria da investigação e que essa mesma investigação tome um caminho significativo para o desenvolvimento de competências e habilidades da disciplina de Matemática.

2.1.5. Etnomatemática

O termo “etnomatemática” foi constituído por Ubiratan D’Ambrosio, professor emérito de Matemática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), e é uma tendência em Educação Matemática que surgiu no início da década de 1970. Em suas características a etnomatemática “[...] lança mão dos diversos meios de que as culturas se utilizam para encontrar explicações para sua realidade e vencer as dificuldades que possam surgir no seu dia a dia.” (MENDES, 2009, p. 58)

Justificada pela contradição existente entre a matemática escolar e a matemática produzida nos diferentes meios culturais, a etnomatemática reverencia a Matemática dos diferentes grupos culturais e propõe uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos educandos por meio de suas experiências, fora do contexto escolar.

Dentre as dimensões existentes da etnomatemática apresentadas por D’Ambrosio (2013), damos destaque à dimensão epistemológica na qual o autor enfatiza os sistemas de conhecimento como respostas de um grupo à motivação para se alcançar objetivos específicos, estes pautados apenas naquilo que já está estabelecido. D’Ambrosio (2013) critica

esse modelo no âmbito de uma manutenção desses paradigmas, uma vez que iniciativas isoladas que transcendam a estruturação dos sistemas de conhecimento são consideradas inadequadas.

A matemática enquanto disciplina escolar precisa ser tratada de forma contextualizada e capaz de produzir diferentes relações com outras áreas do conhecimento e com as necessidades e história de vida própria ao grupo social.

Nesse sentido, trabalhar com a etnomatemática, para nós, é assumir e apropriar o meio no qual os alunos estão inseridos e isso implica em não desprezar singularidades de saberes, de dinâmicas, de formas de comunicação, de gênero, de ética e de equidade.

A utilização da etnomatemática como metodologia de trabalho requer do professor um preparo no sentido de reconhecer e identificar as construções conceituais desenvolvidas pelos alunos, em contrapartida, possibilita o aluno uma visão crítica da sua capacidade de saber-fazer, utilizando instrumentos de natureza matemática.

2.1.6. História da Matemática

A tendência História da Matemática é valiosa para o ensino-aprendizagem, pois através dela é possível entender que as teorias que hoje aparecem prontas e elegantes resultaram sempre de desafios que os matemáticos enfrentaram, que foram desenvolvidas com grande esforço, com erros e acertos.

Por ela, pode-se contribuir com uma melhor compreensão da origem de um conceito na Matemática, da evolução desse conceito que o aluno aprenderá em sala de aula. Dessa forma, o aluno tem a possibilidade de relacionar as ideias matemáticas vistas em sala de aula com suas origens na sociedade.

Portanto, segundo Mendes (2009, p. 91) “as informações históricas podem ser usadas na geração da Matemática escolar desde que o professor consiga inserir em suas aulas uma dinâmica experimental investigatória”, ou seja, para se trabalhar nessa perspectiva, é necessário que o professor atue como orientador das atividades e que o aluno atue na construção do próprio conhecimento, de forma ativa e crítica, relacionando cada saber construído com as necessidades históricas, sociais e culturais existentes nele.

Miguel e Miorim (2011) destacam que, no processo ensino-aprendizagem, a discussão envolvendo os porquês relacionados aos procedimentos que envolvem o desenvolvimento do conhecimento, potencializa compreensão por parte dos estudantes, e discutem sobre três

categorias de porquês que devem ser considerados pelos professores no ensino de matemática: cronológico, lógico e pedagógico (p.46).

Miguel e Miorim (2011, p.47), apresentam alguns exemplos de questionamentos nos quais as buscas pelas respostas potencializam o processo de ensino-aprendizagem:

- *Por que uma circunferência possui 360° ?*
- *Por que há 60 segundos em 1 minuto?*
- *Por que o produto de dois números negativos é um número positivo?*

E no caso das respostas à questionamentos como esses acima, os autores entendem que a História da Matemática é o fio condutor que auxilia na elaboração das respostas.

Dessa maneira, a História da Matemática é um recurso que, quando utilizado pelo professor, pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar algumas dessas respostas e, assim, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. Para tanto, não deve ser reduzida a fatos, datas e nomes a serem memorizados. O conhecimento histórico pode estar subentendido nas atividades ou evidente através de textos históricos disponíveis em diversas fontes. A concepção das atividades deve explorar o processo histórico dos objetos de conhecimento a serem abordados, para que o aluno consiga perceber o desenvolvimento dos conceitos matemáticos no tempo, contexto social, político e cultural.

E é por isso que segundo Mendes se pode entender a História da Matemática como uma tendência que favorece a interatividade entre o sujeito e o seu objeto de conhecimento, nos aspectos cotidiano, escolar e científico.

2.1.7. Modelagem Matemática

A tendência da Modelagem Matemática, segundo Mendes (2009, p. 83) vê “a Matemática como um artefato criado pela sociedade para representar situações que nos fazem produzir conhecimento que possa solucionar os problemas surgidos”.

Para Bassanezi (2011, p. 16), a Modelagem Matemática: “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Nesse sentido, a modelagem tem como objetivo conectar a realidade com a matemática, favorecendo o estudo a partir do mundo concreto para a análise dos conteúdos abstratos e a resolução de problemas que oferecem experiência e conhecimento para o contexto.

A prática dessa tendência dá-se com base em uma sequência de etapas proposta por Bassanezi (2011, p. 26 - 32), após a seleção da pergunta a ser respondida no processo de modelar uma situação ou problema real. As etapas são as seguintes:

- 1) Experimentação: onde se obtém os nossos dados.
- 2) Abstração: geração de hipóteses através da observação dos dados, comparação com outros estudos, dedução lógica e até experiência pessoal.
- 3) Resolução: análise para verificar se os dados responderam à pergunta e definição do modelo.
- 4) Validação: aceitação ou não do modelo.
- 5) Modificação: no caso da negativa do item anterior.

Segundo Bassanezi, a modelagem matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem,

[...] é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino e aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural. (BASSANEZI, 2011, p. 38)

A Modelagem como estratégia de ensino-aprendizagem de certa maneira inverte o processo tradicional de ensino da Matemática na escola, que de forma simplificada pode ser descrito como: enunciado → demonstração → aplicação.

O professor, ao fazer uso da Modelagem Matemática, deverá problematizar as questões norteadoras do tema e conteúdos abordados em uma perspectiva de ensino descentralizada, exploratória e participativa. Portanto, deve criar ambientes de aprendizagem em que ele (professor) passe a orientar as atividades sem deter todo o conhecimento, propondo aos alunos a liberdade para desenvolver, criar, elaborar, modelar as ideias na construção dos conhecimentos matemáticos para deixarem de exercer o papel de mero receptores de informação. O professor passa oportunizar aos alunos uma maior compreensão de que as relações e construções matemáticas são aplicáveis às mais variadas situações da vida cotidiana.

Dessa maneira, a Modelagem Matemática não leva apenas a uma aplicação de cálculo, ela encaminha o desenvolvimento de hábitos de rigor, precisão, raciocínio dedutivo, manifestação da capacidade criadora e julgamento pessoal do aluno expandindo a sua capacidade de ler e interpretar a realidade e os saberes matemáticos.

Essa tendência em Educação Matemática favorece os alunos a interpretar e compreender os acontecimentos do cotidiano, aliar a teoria e prática, utilizar os conhecimentos matemáticos em diferentes áreas, desenvolver habilidades gerais de exploração, despertar a busca do conhecimento até então desconhecido. A utilização da modelagem matemática viabiliza uma aprendizagem significativa.

2.2. A Base Nacional Comum Curricular

A BNCC é um documento que tem força de norma e estabelece um conjunto de competências e aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas por todos os alunos ao longo da Educação Básica. Além disso, ela orienta a formulação de referenciais curriculares, para sistemas e redes de ensinos, contextualizados na realidade local de cada sistema e projetos políticos pedagógicos das escolas.

Dessa forma, espera-se que a partir das orientações da BNCC exista uma padronização comum mínima de conteúdos a nível nacional, em todas as etapas da Educação Básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio. Suas propostas consistem em estimular os sistemas e redes de ensino a igualdade, a diversidade e a equidade. As aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver explicita a igualdade. Além disso, a escola deve ser um espaço de democracia inclusiva e respeito as diferenças o que caracteriza a diversidade, já a equidade é explicitada pelo fato de reconhecer que as necessidades de cada estudante são diferentes.

As aprendizagens essenciais definidas pela BNCC visam assegurar o desenvolvimento de dez competências gerais aos estudantes. Tais competências são definidas como

a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 6)

As competências gerais existentes na BNCC indicam uma educação integral direcionada para uma formação e desenvolvimento global dos estudantes com foco na

superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida. (BRASIL, 2018, p. 13)

A estruturação da BNCC explicita, também, as competências específicas a serem desenvolvidas ao longo da Educação Básica em três etapas - Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Em todas elas são levadas em consideração as características do alunado, as suas especificidades e demandas pedagógicas em cada fase da escolarização.

Na Educação Infantil, as competências específicas são estruturadas em seis direitos de aprendizagem, que estabelecem cinco campos de experiência nos quais são definidos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento organizados em três grupos por faixa etária.

Já o Ensino Médio está organizado em quatro áreas de conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas, e em cada área são estabelecidas competências específicas, ocorrendo a relação de um conjunto de habilidades que constituem a formação geral básica que é articulada aos itinerários formativos que podem ser estruturados como aprofundamentos em uma ou mais áreas de conhecimento e na formação técnica e profissional.

No caso do Ensino Fundamental, que é a etapa de ensino foco dessa dissertação, a BNCC está organizada em cinco áreas de conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso, cada uma dessas áreas estabelece competências específicas cujo desenvolvimento deve ser promovido ao longo de nove anos, que são divididos em Anos Iniciais (1º ao 5º ano) e Anos Finais (6º ao 9º ano).


Na área de Matemática, o compromisso é o desenvolvimento do letramento matemático visando a compreensão de fenômenos, a construção de representações significantes e argumentações consistentes nos mais variados contextos, que é definido, segundo o documento da BNCC,

como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e resolução de problemas em uma variedade de contexto, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 262)

Nessa direção, o componente curricular de Matemática elenca oito competências específicas correlacionadas a cinco unidades temáticas (Número, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) que orientam a formulação das habilidades.

Nas figuras 1 e 2 encontram-se as oito competências específicas da componente curricular de Matemática.

**Figura 1: Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental -
Primeira parte**



COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p. 7)

**Figura 2: Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental -
Segunda parte**

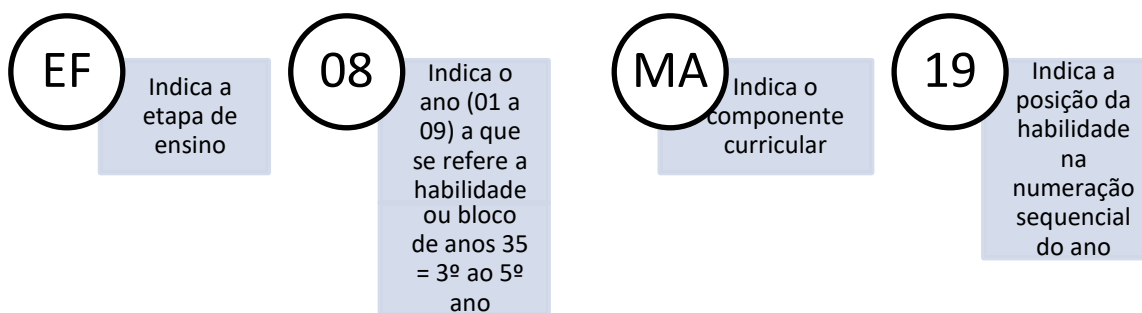
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p. 8)

É importante salientar que as competências específicas não descrevem ações e condutas do professor, mas para o desenvolvimento de tais competências pelos estudantes está intrínseco que o professor precisará fazer opção por abordagens ou metodologias que oportunizem ou facilite a prática de tais competências.

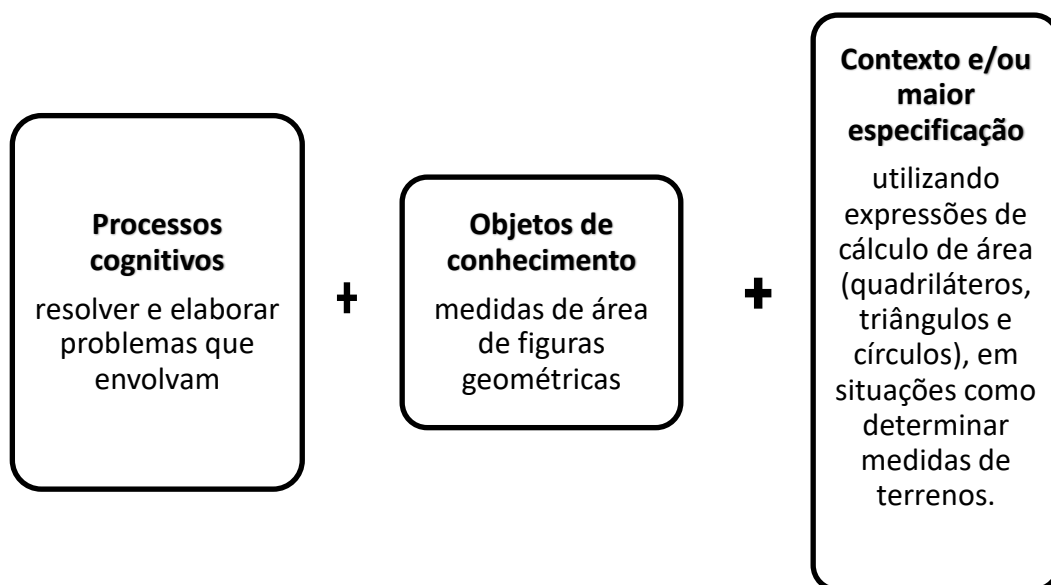
Para desenvolver as competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades são associadas a objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) que por sua vez são organizados em unidades temáticas. As habilidades são sempre identificadas por um código alfanumérico e descritas de acordo com uma determinada estrutura, cujas figuras 3 e 4 pretendem caracterizar.

Figura 3: Código alfanumérico identificador das habilidades



Fonte: elaborado pela autora (2020)

Figura 4: Estrutura das habilidades



Fonte: elaborado pela autora (2020)

Para o desenvolvimento das habilidades, é necessário se levar em consideração as experiências e conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, além de estabelecer conexões entre os significados dos objetos matemáticos com o seu cotidiano. Nos anos finais, é extremamente importante desenvolver a comunicação em linguagem matemática através da utilização da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.

É importante ressaltar que a BNCC também sugere a utilização, pelo professor, de diferentes recursos didáticos e materiais, para aprender e ensinar Matemática, de maneira a contribuir com a reflexão, sistematização e formalização de conceitos matemáticos. Também é preciso levar em conta que a aprendizagem esteja em um contexto significativo para os estudantes não necessariamente do cotidiano.

2.2.1. As competências da BNCC e as tendências em Educação Matemática

As competências específicas do componente curricular de Matemática estão em consonância com as tendências em Educação Matemática relacionadas neste trabalho, sendo que algumas dessas tendências de ensino aparecem com mais ênfase e outras menos.

A Investigação matemática constitui uma prática que se aproxima amplamente das competências específicas de Matemática para ensino fundamental definidas pela BNCC. É possível citar a segunda, a sexta e a oitava competências como exemplo, elas lidam com processos fundamentais da atividade e do pensamento matemático, como formular problemas, fazer e demonstrar conjecturas ou comunicar descobertas.

A primeira competência proporciona a utilização da tendência História da Matemática, pois ela conduz a busca de respostas às questões ligadas ao componente curricular de Matemática como uma forma de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura.

A modelagem, a resolução de problemas e o uso de tecnologias aparecem em destaque na competência número cinco, uma vez que a competência trata de utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

As competências três, quatro e sete, tratam do desenvolvimento da capacidade de construir, aplicar conhecimentos matemáticos, fazer observações em questões presentes nas práticas sociais e culturais valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, pertinentes aos princípios da Etnomatemática.

É importante ressaltar que a resolução de problemas perpassa todas as oito competências e que a utilização de materiais concretos, jogos e o uso das tecnologias podem ser associados sempre que o professor achar pertinente acrescentar esses recursos para o desenvolvimento de alguma competência.

O desenvolvimento das atividades pelos docentes deve contribuir para um ambiente investigador, criativo e desafiador para que entre os alunos estejam sempre que possível envolvidos em um processo contínuo de busca de conhecimento.

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na busca por referenciais que auxiliassem na redefinição das atividades, com um olhar crítico identificou-se em Zabala (1998) elementos que estimularam a reflexão. Viu-se nestas reflexões a ampliação dos propósitos das atividades, com vistas à uma melhoria na aprendizagem dos alunos. Uma vez que, para Zabala:

Os docentes, independentemente do nível em que trabalhem, são profissionais que devem diagnosticar o contexto de trabalho, tomar decisões, atuar e avaliar a pertinência das atuações, a fim de reduzi-las no sentido adequado. (ZABALA, 1998, p.10)

A atividade é o elemento basilar do processo ensino-aprendizagem, mas para Zabala é necessário estender essa atividade a uma série de atividades e identificá-la como uma nova unidade. Elas tomam um patamar diferente quando aplicadas numa sequência significativa, assim conceitua-se sequência didática:

[...] conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. (ZABALA, 1998; p.18 - grifo do autor)

Também, de acordo com o autor, para o detalhamento de qualquer proposta metodológica de ensino é necessário que se leve em conta algumas variáveis:

- As sequências de atividades de ensino-aprendizagem;
- O papel do professor e dos alunos;
- A organização social da aula;
- A utilização dos espaços e do tempo;
- A organização dos conteúdos;
- O uso dos materiais curriculares e outros recursos didáticos;
- O sentido e o papel da avaliação.

Segundo Zabala (1998; p. 53), “os tipos de atividades, mas sobretudo sua maneira de se articular, são um dos traços diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas”. Deste modo, a primeira variável analisada será as sequências de ensino-aprendizagem, é necessário avaliar qual modelo de sequência didática é mais apropriado e quais argumentos permite tal avaliação. Zabala caracteriza, por meio de suas fases, dois modelos de sequência didáticas: o modelo tradicional e o modelo “estudo do meio”.

A sequência didática do modelo tradicional apresenta quatro fases:

- a) Comunicação da lição.
- b) Estudo individual sobre o livro didático.
- c) Repetição do conteúdo aprendido (numa espécie de ficção de se haver apropriado dele e o ter compartilhado, embora não se esteja de acordo com ele), sem discussão nem ajuda recíproca.
- d) Julgamento ou sanção administrativa (nota) do professor ou da professora. (ZABALA, 1998; p. 54)

Já o modelo de sequência didática “estudo do meio” indica as seguintes fases:

- a) Atividade motivadora relacionada com uma situação conflitante da realidade experiencial dos alunos.
- b) Explicação das perguntas ou problemas que esta situação coloca.
- c) Respostas intuitivas ou “hipóteses”.
- d) Seleção e esboço das fontes de informação e planejamento da investigação.
- e) Coleta, seleção e classificação dos dados.
- f) Generalização das conclusões tiradas.
- g) Expressão e comunicação. (ZABALA, 1998; p. 55)

Observando as fases de dois modelos de sequência didáticas um mais simples e outro mais complexo, os professores têm, em alguma medida, utilizado um e/ou outro. Cada um deles possui aspectos bastante positivos, a escolha do modelo de sequência didática a ser aplicado está associada aos objetivos que o professor planeja atingir diante das necessidades educacionais dos alunos.

Para analisar a eficácia de alguma sequência didática, ou até mesmo para elaborar uma, Zabala diz que devemos questioná-las considerando as seguintes perguntas:

- a) que nos permitam determinar os *conhecimentos prévios* que cada aluno tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem?
- b) cujos conteúdos são propostos de forma que sejam *significativos e funcionais* para os meninos e as meninas?
- c) que possamos inferir que são adequadas ao *nível de desenvolvimento* de cada aluno?
- d) que representem um desafio alcançável para o aluno, quer dizer, que levam em conta suas competências atuais e as façam avançar com a ajuda necessária; portanto, que *permitam criar zonas de desenvolvimento proximal* e intervir?
- e) que provoquem um *conflito cognitivo* e promovam a *atividade mental* do aluno, necessária para que estabeleça relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios?
- f) que promovam uma *atitude favorável*, quer dizer, que sejam motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos?
- g) que estimulem a *auto-estima* e o *autoconceito* em relação às aprendizagens que se propõem, quer dizer, que o aluno possa sentir que em certo grau aprendeu, que seu esforço valeu a pena?
- h) que ajudem o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o *aprender a aprender*, que lhe permitam ser cada vez mais autônomo em suas aprendizagens? (ZABALA, 1998; p. 63-64 – grifo do autor)

Portanto, independentemente do modelo escolhido para organizar a aula, deve-se valer de critérios baseados nos seguintes princípios didáticos: valorização dos conhecimentos prévios dos alunos; promoção da atuação autônoma do aluno em relação às suas aprendizagens; interação entre os conceitos atuais e novos; utilização de atividades diversificadas, desafiadoras, de alguma utilidade e que sigam um processo gradual – lembrando que uma única sequência didática pode mobilizar diferentes conhecimentos e estimular diferentes habilidades.

As sequências didáticas nos oferecem uma série de oportunidades comunicativas, por isso a segunda variável para análise, diz respeito às relações interativas em sala de aula, isto é, o papel do professor e dos alunos. As atividades são o meio para mobilizar inúmeras situações de interação entre professores e alunos e também das interações entre os alunos na sala de aula. Tais interações constituem um dos principais elementos no processo de ensino-aprendizagem. Para Zabala (1998; p. 90) “a interação direta entre alunos e professor tem que permitir a este, tanto quando for possível, o acompanhamento dos processos que os alunos e alunas vão realizando na aula”.

Segundo o autor, o planejamento da aula deve ser estruturado, mas suficientemente flexível para poder se adaptar às situações que apareçam durante a aula e levar em conta as

contribuições dos alunos. Por meio das relações interativas entre professor e alunos, é preciso que o professor confie na capacidade de cada um dos alunos. Além disso, as atividades não devem ser impositivas e inquestionáveis, os alunos precisam sentir que o que é proposto está ao seu alcance, para isso o professor deve permitir que os alunos promovam debate sobre suas opiniões e formulem questões.

No processo de aprendizagem, é necessário que o aluno questione o que ele já sabe e a partir desse conhecimento, segundo os objetivos educacionais estabelecidos, sejam estruturados novos conhecimentos ou domínio de novas habilidades. Exige-se envolvimento pessoal e o esforço do aluno, assim como ajuda especializada, estímulos e afeto por parte do professor e dos colegas. Ainda de acordo com Zabala (1998; 98) “aprender significa elaborar uma representação pessoal do conteúdo objeto da aprendizagem, fazê-lo seu, interiorizá-lo, integrá-lo nos próprios esquemas de conhecimento”.

Para aprender, é necessário um ambiente que estimule o trabalho e o esforço, ou seja, que ofereça aos alunos oportunidade de participar com aceitação, confiança, respeito mútuo, sinceridade e múltiplas interações. O papel do professor é criar esse ambiente motivador e de confiança, através da forma como expressa seus comentários de aceitação e rejeição durante as atividades, como também no papel que dará a avaliação, que não pode ser centrada apenas nos resultados.

Deste modo, Zabala conclui que, para facilitar o desenvolvimento do aluno, é preciso desenvolver canais de comunicação, isto é,

promover a participação e a relação entre os professores e os alunos e entre os próprios alunos, para debater opiniões e ideias sobre o trabalho [...], escutando-os e respeitando o direito de intervirem nas discussões e debates. É importante aceitar as contribuições dos meninos e meninas, mesmo que se expressem de forma pouco clara ou parcialmente incorreta, e estimular especificamente a participação dos alunos com menor tendência espontânea a intervir. (ZABALA, 1998; p. 101)

Pelas diferentes sequências didáticas, os alunos precisam se expressar, falar sobre o que estão pensando, os caminhos percorridos, as estratégias utilizadas em cada situação e os sentimentos despertados durante as aulas. Assim, não apenas o próprio aluno como também os demais colegas podem reelaborar e organizar seu raciocínio e processo de aprendizagem.

A terceira variável a ser analisada em uma sequência didática é a organização social da sala de aula na forma mais habitual de organizar as atividades de aula, todo grupo faz o mesmo trabalho e ao mesmo tempo. Nesse formato, os professores se dirigem ao grupo, em

geral, através de exposições, introduzindo ações de atendimento individual aos alunos, segundo Zabala, essa não é uma forma de organização negativa desde que não se considere a única forma possível.

Para o autor, ao dividir o grande grupo em pequenos grupos pode-se estabelecer as correlações necessárias para o processo de aprendizagem, ampliando o processo de elaboração e compreensão de cada aluno, uma vez que eles não estarão sujeitos apenas aos diálogos individuais com o professor. A organização da turma em pequenos grupos aconteceria por meio de equipes fixas, onde cada um dos integrantes exerce funções previamente definidas por um tempo determinado ou por meio de grupos flexíveis que consiste em destacar alunos com a finalidade de desenvolver uma tarefa determinada.

Entretanto, Zabala (1998; p.122) afirma que a assembleia de alunos “é o instrumento mais valioso que dispomos para promover e potencializar muitos dos valores e das atitudes que consideramos conteúdos de aprendizagem”, como o próprio nome diz, esse tipo de organização implica em reunião de pessoas que têm algum interesse comum, com a finalidade de discutir e deliberar sobre temas como normas de atuação e comportamento durante a realização das tarefas.

As diversas formas de agrupamento dos alunos são benéficas para variados objetivos de ensino e para o desenvolvimento de diferentes conteúdos, “é preciso saber encontrar a utilidade de cada um e transpô-lo para a prática, quando a situação exija” conforme Zabala (1998; p. 135).

A quarta variável referente a distribuição do tempo e do espaço tem uma importante interferência no desenvolvimento de uma sequência didática. Como os aspectos relacionados aos espaços são rígidos em uma escola, o que está ao alcance do professor é criar na sala um ambiente favorável para desenvolver o estado de ânimo, interesse, a motivação e a aprendizagem dos alunos, mas sempre que possível deve-se ampliar o espaço físico da escola para além dos seus muros. Quanto ao tempo, é necessário planejamento, organizar os conteúdos, o tipo de atividades, o encadeamento e continuidade, para que não ocorra uma interrupção no momento mais significativo e de maior envolvimento da turma.

“As relações e a forma de vincular os diferentes conteúdos de aprendizagem que formam as unidades didáticas é o que denominamos *organização de conteúdos*” (ZABALA, 1998; p. 139 – grifo do autor) e esse seria a quinta variável a ser analisada ao discorrer uma sequência didática.

Segundo Zabala, existem duas proposições a respeito da organização do conteúdo, a primeira forma estrutura os conteúdos por matérias e estes podem ser classificados conforme

sua natureza em multidisciplinares, interdisciplinares etc., contudo nunca perdem sua identidade como matéria. A segunda forma de organizar são os métodos globalizados, os quais não têm como ponto de partida as disciplinas, “os conteúdos das atividades das unidades didáticas passam de uma matéria para outra sem perder a continuidade” (1998; p. 141).

Apesar de os objetos de conhecimento, normalmente, serem apresentados em classe, amplifica-se o seu potencial de uso e compreensão quando são trabalhados de forma inter-relacionada. De acordo com Zabala, novamente, não se tem que optar por uma forma ou outra, é necessário adequar os conteúdos a serem trabalhados com os projetos a serem desenvolvidos, guardando que as aprendizagens sejam sempre as mais profundas possíveis.

O papel dos materiais curriculares é realmente importante, como variável metodológica. Pois,

Os materiais curriculares ou materiais de desenvolvimento curricular são todos aqueles instrumentos que proporcionam ao educador referências e critérios para tomar decisões, tanto no planejamento como na intervenção direta no processo de ensino/aprendizagem e em sua avaliação. Assim, pois, consideramos materiais curriculares aqueles meios que ajudam os professores a responder aos problemas concretos que as diferentes fases dos processos de planejamento, execução e avaliação lhes apresentam. (ZABALA, 1998; p. 167-168)

Eles se apresentam de diversas maneiras, com funções e características próprias. São inspiradores, através deles o professor pode potencializar e enriquecer seu trabalho profissional. Entretanto, nunca podem enrijecer as decisões fundamentais do professor e tão pouco substituir as atividades construídas pelo professor. A avaliação e a atualização destes materiais são imprescindíveis.

Por fim, tem-se a avaliação. Em todo trabalho no qual a aprendizagem escolar esteja envolvida, o processo de avaliação estará presente. A princípio, o processo avaliativo era tido apenas como um procedimento de medida cuja função era definir se o aluno tinha ou não condições de progredir nos seus estudos. Hoje, é quase senso comum a compreensão de que a avaliação escolar não deve apenas verificar se o aluno atingiu os objetivos definidos pelo currículo, com a finalidade rasa de atribuir-lhe uma nota ou conceito.

Segundo Zabala (1998, p.199), “a avaliação já não pode ser estática, de análise de resultado, porque se torna um processo”. E como processo pode ser dividida em fases, sendo a primeira denominada avaliação inicial a qual determina os conhecimentos que cada aluno sabe e serve para estabelecer o tipo de atividades e as propostas de intervenção, ou seja, serve

de apoio para o planejamento. À medida que o professor desenvolva o planejamento e de acordo com as respostas dos alunos em relação as propostas, existe a necessidade de adequação das propostas, nesse momento tem-se a avaliação reguladora ou formativa. Em contrapartida, para Zabala pode-se denominar avaliação formativa uma concepção de avaliação

entendida como aquela que tem como propósito a modificação e a melhora contínua do aluno que se avalia; quer dizer, que entende a finalidade da avaliação é ser um instrumento educativo que informa e faz uma valoração do processo de aprendizagem seguido pelo aluno, com o objetivo de lhe oportunizar, em todo momento, as propostas educacionais mais adequadas. (ZABALA, 1998; p. 2000)

A próxima fase é a avaliação final, aquela que vai verificar as competências obtidas em relação aos objetivos previstos de cada aluno. Por último, tem-se avaliação somativa ou avaliação integradora que se refere a todo o percurso desde avaliação inicial seguindo por toda a trajetória do aluno até o resultado final.

Os resultados avaliativos não só apresentam implicações no processo individual dos alunos como também produzem dados para análise do trabalho desenvolvido pelo próprio professor.

Portanto, conforme Zabala (1998) utilizar tais variáveis para analisar prática pedagógica pode representar como compreender e fundamentar nossa atuação.

4. ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

Ao longo do trabalho pedagógico escolar diário, sempre busquei propor algumas atividades que utilizassem o Desenho Geométrico como recurso para apropriação de conceitos geométricos e buscassem, através da utilização dos instrumentos de desenho, proporcionar aos alunos a investigação e experimentação desses conceitos. Enquanto o foco inicial desse capítulo era a apresentação dessas atividades motivadoras para um conteúdo ou

habilidade específica, para Zabala, a análise deveria ser mais detalhada e, por isso a decisão de descrever toda a sequência didática.

Nesse sentido, foi feita uma reflexão a respeito do sentido total da sequência com o objetivo de examinar quais eram as atividades que precisavam ser modificadas ou acrescentadas à sequência, além de analisar a ordem das atividades e como se articulam nessa sequência.

A principal expectativa é a elaboração e a inserção de uma proposta metodológica de ensino que possa contribuir para a utilização de instrumentos de desenho em sala de aula e na inclusão da prática do desenho geométrico para estimular a aprendizagem de matemática na educação básica. Dessa forma, para que esse trabalho possa ser utilizado como material de apoio aos professores, na descrição das sequências didáticas levou-se em conta algumas das variáveis propostas por Zabala.

Além disso, é importante ressaltar que a intenção das atividades é destacar as atitudes ou determinadas habilidades para além do conteúdo, ou seja, uma meta geral de formação para os educandos.

O uso do termo atitudes/habilidades é justificado pelo fato de ele ser amplo, dando conta de denominar:

- Atos motores: segurar a régua, o par de esquadros, o compasso para traçar um desenho.
- Operações mentais simples e complexas: enumerar, ordenar, identificar, localizar, distinguir, selecionar, calcular, associar, classificar, registrar, ler, interpretar, inferir, comparar, relacionar, analisar, sintetizar, avaliar.
- Atitudes que favorecem a autonomia: organizar-se e organizar seu material; desenvolver interesse em aprender e expor seus conhecimentos; emitir opinião com clareza e segurança; trabalhar coletivamente; responsabilizar-se pelo cumprimento de prazos, com a realização e apresentação de atividades propostas.
- Valores: conhecer a si mesmo e o outro; cumprir regras e combinados; ser solidário e tolerante; saber se colocar no lugar do outro; respeitar as opiniões e ações dos colegas; mediar conflitos.

No planejamento das aulas de geometria, busco sempre proporcionar aos alunos a utilização, de maneira concreta, dos instrumentos de desenho para algum tipo de investigação ou experimentação de algum conteúdo estabelecido no programa de ensino de Matemática. Logo, no primeiro encontro defino que cada aluno deverá ter um caderno, que vai servir como diário de campo, onde as atividades propostas serão desenvolvidas. Posteriormente, os cadernos serão recolhidos e servirão como instrumento de avaliação formativa, pois, a partir

deles, serão analisadas as ideias e respostas dos alunos, além dos conteúdos matemáticos utilizados para testar e resolver as tarefas de investigação.

Geralmente, o planejamento das sequências elaboradas para os conteúdos de geometria se organiza da seguinte maneira:

1. Apresentação de uma situação em relação a um tema com a intenção de motivar e aumentar participação ativa dos alunos durante as atividades;
2. Roda de conversa com os alunos sobre as impressões, as estratégias utilizadas após a resolução da atividade anterior;
3. Construção coletiva das conclusões e de uma generalização quando possível;
4. Exposição do conceito ou algoritmo;
5. Realização individual de exercícios de memorização e aplicação;
6. Avaliação em dois momentos: na participação durante a atividade e do conceito por meio de prova com caráter formal e quantitativo;

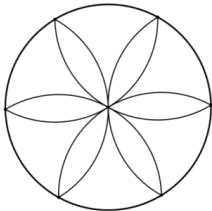
Com esse tipo de sequência, o meu papel era de promover a atuação autônoma, o debate, a participação de todos e de apoiar nas dificuldades de cada aluno. Entretanto, o meu planejamento não previa demandas dos alunos que poderiam aparecer durante o processo e, sendo assim, a organização do tempo nunca era cumprida e muitas vezes a realização dos exercícios ficava como uma atividade para casa.

Nos próximos tópicos, exemplifico como era uma atividade e em seguida apresento a mesma atividade com as modificações e acréscimos devido as reflexões acerca dos detalhes da sequência didática. É importante salientar que as atividades originais foram aplicadas, portanto pode parecer, por vezes, uma narrativa dos acontecimentos. Em contra partida, suas reformulações não foram postas em prática devido ao contexto de pandemia, sendo assim são projeções de como seria seu desenvolvimento em sala de aula.

4.1. Sequência didática 1: Reconhecimento dos instrumentos

Originalmente, a **sequência didática: Reconhecimento dos instrumentos** incluía apenas as atividades a serem desenvolvidas pelos alunos durante a aula, disponibilizada no Quadro 2. Examinando a minha prática de maneira reflexiva podemos dizer que simplesmente se tratava de uma tarefa de ação motivadora.

Quadro 2: Sequência didática – Reconhecimento dos instrumentos de desenho

ATIVIDADE: RECONHECIMENTO DOS INSTRUMENTOS DE DESENHO
<p>1. Reproduza através de um desenho e use cada um dos instrumentos de desenho: régua, esquadros, transferidor e compasso.</p> <p>2. Utilizando o compasso reproduza uma figura.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>3. Utilizando os instrumentos de sua escolha crie um desenho.</p>

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Não era observado o papel do professor na execução da sequência didática: antes (verificação dos conhecimentos prévios), durante (apoio e incentivo a atuação dos alunos) e após (retomada de situações e elaboração de conclusões) a realização das atividades. Além disso, não eram mencionados o tempo de duração, os objetivos e a forma de avaliação da sequência.

No sentido de ser mais detalhista na descrição da sequência didática, procurei escrever o que para mim é naturalmente desenvolvido durante a aplicação das atividades, como por exemplo o diálogo com os alunos, a organização da turma, o tempo de duração, entre outras observações. Nas novas estruturas de sequência didática, o que foi proposto seria detalhado conforme a seguir.

O objetivo da sequência didática: **Reconhecimento dos instrumentos de desenho (reformulada)** é utilizar instrumentos como régua, esquadros e compasso para construir representações de retas e circunferências e para fazer composições artísticas. O documento final dessa sequência será apresentado no apêndice dessa dissertação.

No tempo de duas horas, essa atividade deve ser estruturada de maneira que os alunos trabalhem individualmente e se relacionem no grande grupo (a menos que não seja possível distribuir o material para cada aluno). O papel do professor é de promover a atuação autônoma do aluno, mas ao mesmo tempo apoiar nas dificuldades e de observar e garantir que todos os alunos estejam envolvidos nas atividades.

A) Através de um diálogo com a turma estabeleça o conhecimento prévio dos alunos com as seguintes perguntas:

a. Quais instrumentos para desenho vocês conhecem?

- b. De que maneira cada um desses instrumentos pode contribuir no desenho?
 - c. Quais desses instrumentos vocês já utilizaram?
 - d. Dos instrumentos que vocês utilizaram quais vocês acreditam ter utilizado de maneira correta?
 - e. Dentre esses instrumentos, quais deles vocês acreditam serem importante para o desenho geométrico?
- B)** Distribua para os alunos todos os instrumentos levantados por eles.
- a. Reproduza e use cada um dos instrumentos de desenho: régua, esquadros, transferidor e compasso etc.
 - b. Utilizando os instrumentos de sua escolha crie um desenho.
- C)** Mostre aos alunos os instrumentos de desenho para a utilização do professor no quadro. Aproveite para explicar a maneira correta de utilização dos instrumentos e dê tempo aos alunos para que repitam e memorizem a melhor forma de se pegar ou os movimentos de cada instrumento.
- a. Utilizando o compasso reproduza uma figura.
 - b. Utilizando os esquadros reproduza uma figura.
- D)** Volte a conversar com os alunos e verifique se eles gostariam de modificar as repostas das questões do item A. Caso haja alguma alteração investigue a motivação.
- E)** Avaliação: produção de relatório individual pelos alunos
- Nessa sequência, os instrumentos de desenho como o compasso, transferidor, esquadros e régua recebem o destaque de material concreto e a utilização deles cria um ambiente desafiador, uma vez que esse será o primeiro contato dos alunos com esse tipo de instrumento. Nas atividades propostas, os alunos podem desenvolver a observação e a análise, aspectos importantes na utilização de materiais concretos, segundo Turrioni (2004).

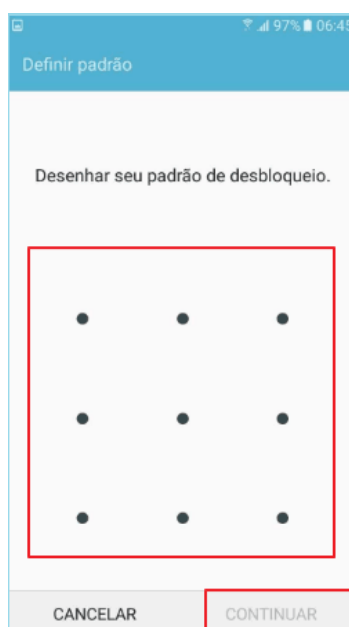
4.2. Sequência didática 2: Poligonal

O objetivo dessa sequência era introduzir os conceitos de segmentos consecutivo e poligonal para criar uma base para depois desenvolver o conceito dos polígonos. Observe que a sequência didática sobre a poligonal apresentada a seguir foi aplicada em sala de aula. Dessa maneira, na apresentação da sequência original serão narrados alguns acontecimentos vivenciados durante o desenvolvimento das atividades pelos alunos. Além disso, é possível ver organização proposta anteriormente para elaboração das sequências didáticas para os conteúdos de geometria.

No início, como fator motivador, utilizei um objeto comum da maioria dos adolescentes: o celular. E como nem todos estavam com o aparelho, organizei a sala em duplas de maneira que em todas elas houvesse um celular com o padrão de desbloqueio do aparelho por senha necessário para a atividade, exemplificado pela figura 5.

- A) Em duplas e usando o celular observem o que podemos fazer (ou não) como padrão de desbloqueio de alguns dispositivos e celulares.
- B) O que é possível fazer como padrão de senha e o que não é possível? Anote todas as experiências e represente os desenhos possíveis e impossíveis no caderno.
- C) O que são essas figuras que desenhamos? Que características elas têm?

Figura 5: Exemplo de tela para desbloqueio de celulares



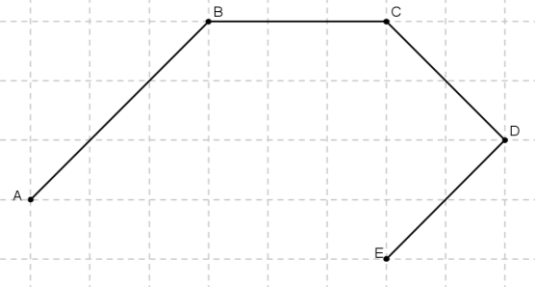
Fonte: <https://segredosdomundo.r7.com/tela-de-bloqueio/> <acesso em 04/11/2020>

Após 5 minutos de experimentação, iniciamos a construção coletiva do que é possível utilizar como padrão de senha (Qual é o menor e o maior tamanho possível? É possível cruzar ou repetir pontos?). Em seguida, encaminhei a discussão para quais elementos da Geometria foram utilizados para a produção dos padrões, para depois fazer a construção de alguns conceitos geométricos.

- D) Na folha de atividades (quadro 3), juntos faremos a leitura e interpretação dos conceitos apresentados e depois cada um fará as ilustrações. (Os espaços para os desenhos foram retirados)

Neste momento da sequência, com o apoio de material impresso e através da aula dialógica fui apresentando os conceitos e pedindo participação dos alunos para a construção da ilustração exemplo dos conceitos. A partir desse ponto cada aluno fez o seu desenho no caderno, observando sempre a utilização da régua e de algumas convenções já estabelecidas por nós (nomear os pontos, escrever através de símbolos).

Quadro 3: Atividade para formalização do conceito de Poligonal

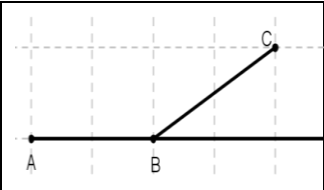
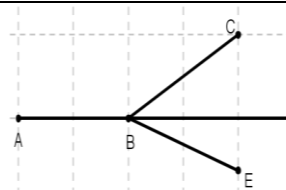
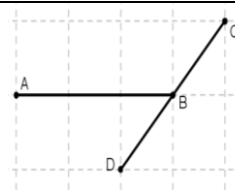
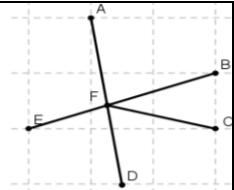
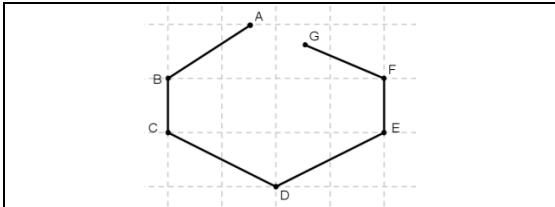
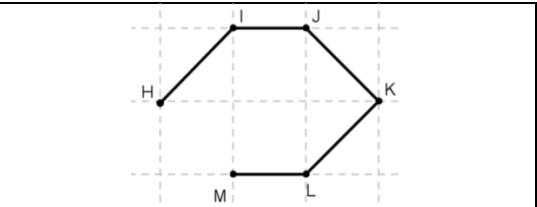
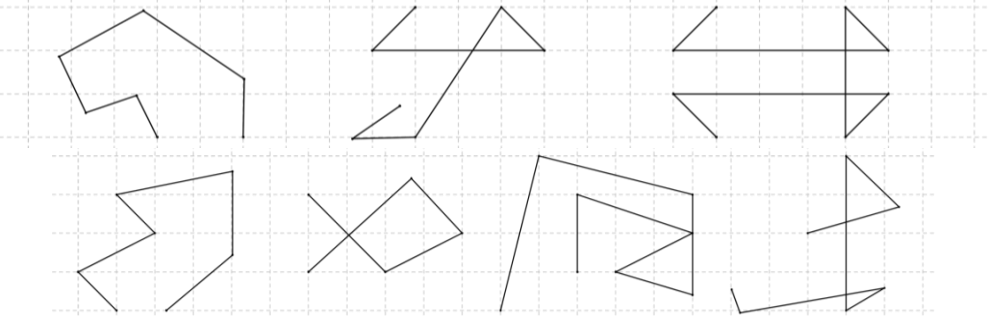
ATIVIDADE PARA FORMALIZAÇÃO DO CONCEITO DE POLIGONAL	
<p>1) Segmentos consecutivos: são dois segmentos que têm uma extremidade comum.</p> <p>2) Segmentos consecutivos e colineares: dois segmentos consecutivos são colineares quando estão na mesma reta.</p> <p>3) Poligonal: é a figura formada pelos pontos de um número finito de segmentos sucessivamente consecutivos, com quaisquer dois segmentos vizinhos não colineares.</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> • Poligonal: ABCDE • Vértices: pontos A, B, C, D e E • Lados: AB, BC, CD, DE • Extremidades: A e E
<p>4) Poligonal simples: dois lados que não são vizinhos não se tocam.</p> <p>5) Poligonal não simples: dois lados não consecutivos se tocam.</p>	

Fonte: elaborado pela autora (2020)

E) Recorte e cole a atividade e responda em seu caderno (quadro 4).

Este último item da sequência didática, o foco é a realização individual de exercícios de memorização e aplicação. Mas, devido à grande heterogeneidade da turma, a parte da atividade com a formalização dos conceitos ocupou o restante da aula que tem duração de 60 minutos, portanto a atividade para memorização e aplicação dos conceitos ficou como dever de casa. Dessa forma, na aula seguinte rememorei com os alunos todo o processo e fizemos a correção da atividade realizada em casa. Sobre a avaliação, ela ocorreu em três momentos: na participação durante a atividade, na análise das produções que são registradas no caderno e dos conceitos por meio de prova somativa.

Quadro 4: Atividade Poligonal

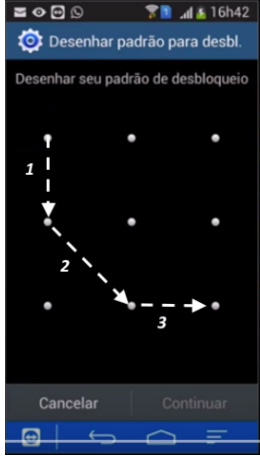
ATIVIDADE POLIGONAL				
<p>1. A professora de Matemática pediu aos alunos que se reunissem em grupos e, usando barbantes, construísssem no geoplano figuras de segmentos consecutivos e colineares. Em seu caderno, de acordo com cada figura:</p> <p>a) Quais são os segmentos consecutivos?</p> <p>b) Quais são os segmentos consecutivos e colineares?</p>				
				
<p>2. Observe cada uma das figuras e depois responda às questões em seu caderno.</p>				
				
<p>a) Qual é o nome da figura?</p> <p>b) Quais são as extremidades?</p> <p>c) Quais são os vértices?</p> <p>d) Quais são os lados?</p>				
<p>3. Observe as figuras:</p>				
				
<p>Agora, em seu caderno, reproduza a tabela abaixo e complete-a:</p>				
Figura	Número de vértices	Número de lados	Tipo de poligonal	
			simples	não simples

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Após a apresentação de uma atividade originalmente desenvolvida em sala, apresentamos a seguir, nossas reflexões e os complementos necessários a **Sequência didática: Poligonal** (apresentada no apêndice dessa dissertação) à luz das Atividades de Investigação Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

Em nossas discussões sobre o que é proposto nessa atividade, identificamos a necessidade de fazermos uma contextualização textual no qual a atividade será desenvolvida.

Quadro 5: Contextualização padrão de senha para desbloqueio de celular

CONTEXTUALIZAÇÃO PADRÃO DE SENHA PARA DESBLOQUEIO DE CELULAR	
<p>PADRÃO DE SENHA PARA DESBLOQUEIO DE CELULAR</p> <p>Dentre as diversas formas de desbloqueio que os aparelhos celulares possuem, apresentaremos uma baseada no deslizamento do dedo através de pontos em uma grade. Nela, o usuário deve deslizar o dedo pela tela - sem retirá-lo - passando por pontos de sua escolha. Na ilustração abaixo apresentamos um exemplo em que foram utilizados 3 pontos.</p>	 <p>Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=-xXrr2sa4ew <acesso em 19/06/2020> imagem adaptada.</p>

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Mantendo a organização da turma em duplas, após a apresentação da contextualização textual retornamos para as ações propostas nos itens A e B da sequência didática original, ou seja, os alunos usando o celular devem observar o que se pode fazer como padrão de desbloqueio de celulares e anotar as possibilidades para definir uma senha.

No momento seguinte, disponibilizamos aos alunos um material impresso (Quadro 6) composto de atividades, cuja realização terá como organização os princípios descritos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009; p.25) que se constituem em:

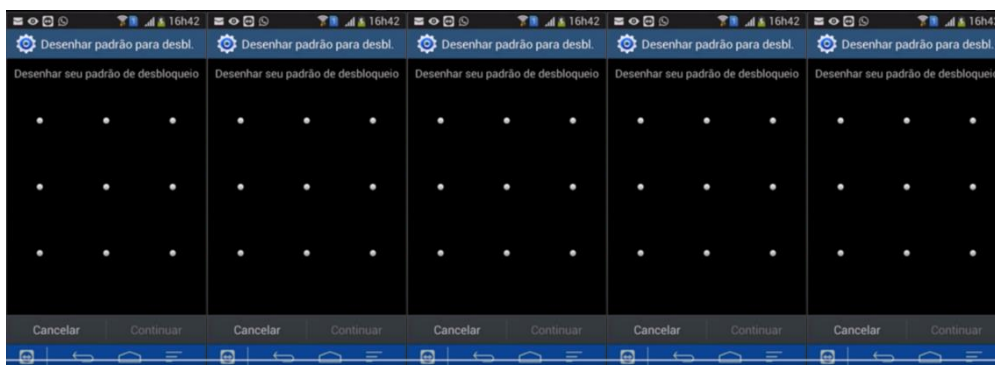
- (i) introdução da tarefa;
- (ii) realização da investigação;
- (iii) discussão dos resultados.

Quadro 6: Atividade padrão de senha para desbloqueio de celular

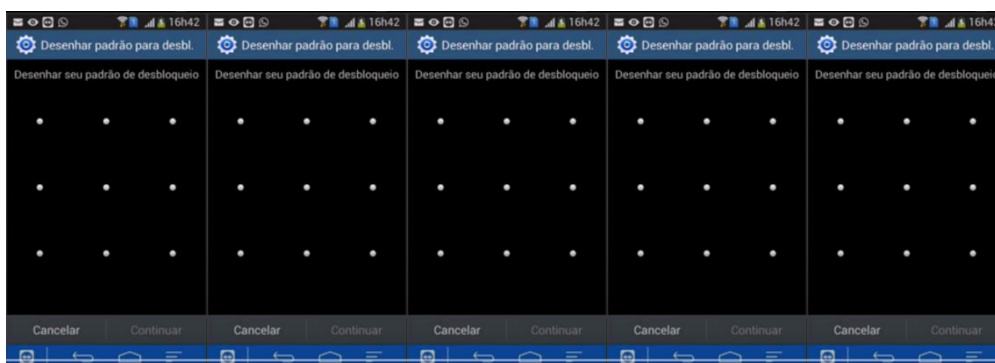
ATIVIDADE PADRÃO DE SENHA PARA DESBLOQUEIO DE CELULAR

1. Dependendo da sequência de pontos escolhida, uma senha pode ser classificada como fácil (uma sequência bastante previsível) e difícil (uma sequência difícil de ser adivinhada). Utilizando de 4 a 7 pontos, começando e terminando no mesmo ponto, crie 5 padrões distintos de senha que você considera ser fácil, ou seja, não segura e 5 que você considera ser difícil (segura).

SENHAS FÁCEIS



SENHAS DIFÍCEIS



2. Que observações você percebe nas sequências de linhas formadas em cada uma das duas situações? Registre-as.
3. Comparando as figuras formadas quando as senhas são fáceis com as consideradas difíceis, quais são as diferenças que você percebe? Registre-as abaixo suas observações.
4. É possível criar alguma regra que classifique a senha como fácil ou difícil? Registre suas observações.

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Assim introduzimos nas perguntas 2 e 3 da atividade a indicação da realização de análises e reflexões a partir de uma comparação entre as figuras formadas quando as senhas são consideradas fáceis com as consideradas difíceis.

Na pergunta 4 almejamos que os alunos possam construir algumas conceitualizações que poderiam ser utilizadas para a compreensão do conceito de polígono.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) apontam que uma Atividade de Investigação deve levar o aluno a procurar conhecer o que não conhece, e nesse sentido procuramos desenvolver uma atividade que conduzisse os alunos a perceberem - a partir da associação com o conceito de senha de desbloqueio em celular - poligonais simples e não simples.

Dos quatro momentos que envolvem uma Atividade de Investigação, relatados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.20), consideramos para essa atividade os três primeiros, acatando-se que o *reconhecimento da situação* se relaciona com a criação de senhas dada uma quantidade específica de pontos a serem utilizados (questão 1 da Atividade). O processo de *formulação de conjecturas* relaciona-se com as observações solicitadas sobre as sequências de senha que foram criadas (questões 2 e 3 da Atividade). O processo de *refinamento das conjecturas* consiste na criação de uma regra para a classificação de uma senha como fácil ou difícil (questão 4 da Atividade).

Após a realização da atividade de investigação, fazemos a discussão acerca das regras para criar as senhas classificadas como fáceis e difíceis com o coletivo da turma. Temos como expectativa que a utilização da ideia de senhas fáceis e difíceis poderiam abrir um cenário para os estudos sobre polígonos a partir do que os alunos entenderiam por senhas fáceis e difíceis, sendo que as senhas fáceis poderiam se constituir em poligonais simples e as difíceis não.

Podemos, então, retomar o curso original da **Sequência didática: Poligonal** a partir do item C. Com auxílio da atividade de formalização dos conceitos de segmentos consecutivos e poligonal conjuntamente com as observações feitas pelos alunos sobre a classificação das senhas, podemos formalizar o conceito de polígono e fazer sua diferenciação do conceito de poligonal.

4.3. Sequência Didática 3: Posições relativas de duas retas distintas contidas em um mesmo plano

A sequência didática apresentada a seguir, antes do nosso estudo constituía-se em apenas apresentar as definições das posições relativas entre duas retas e, conjuntamente com os alunos, fazer as construções de retas utilizando o par de esquadros seguindo um roteiro para a construção (quadro 7).

Quadro 7: Roteiro para construção dos casos de posições relativas de duas retas

POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS DISTINTAS CONTIDAS EM UM MESMO PLANO	
<p>Considerando duas retas distintas em um mesmo plano, podemos ter as seguintes situações:</p> <p>Retas paralelas: são retas que não possuem pontos em comum, ou seja, nunca se cruzam. Construindo retas paralelas passando por um ponto usando régua e esquadro:</p>	
<p>1º) Alinhe o esquadro com a reta dada. 2º) Apoie a régua no esquadro. 3º) Deslize o esquadro até o ponto dado. 4º) Trace a linha paralela determinada pelo esquadro. OBS.: Deslizando o esquadro pela régua, podemos obter mais retas paralelas à reta r, que serão paralelas entre si.</p>	
<p>Retas concorrentes perpendiculares: são retas que possuem apenas um ponto em comum e se cruzam formando quatro ângulos retos Construindo retas perpendiculares passando por um ponto usando régua e esquadro:</p>	
<p>1º) Alinhe a régua com a reta dada. 2º) Apoie o esquadro na régua. 3º) Deslize o esquadro até o ponto dado. 4º) Trace uma linha determinando dois ângulos retos. 5º) Retire a régua e com o esquadro prolongue a linha formando os outros dois ângulos retos. OBS.: Deslizando o esquadro pela régua, podemos obter mais retas perpendiculares à reta r.</p>	
<p>Retas concorrentes oblíquas: são retas que possuem apenas um ponto em comum e se cruzam formando dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos.</p>	

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Após o desenvolvimento dos estudos sobre investigação matemática sobre as vantagens do uso de materiais concretos para o ensino de Geometria, bem como a apropriação das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos descritas na BNCC essa sequência didática passou por uma grande reformulação.

A Sequência didática: **Posições relativas de duas retas distintas contidas em um mesmo plano** reformulada (apêndice A) precisou de muita reflexão e trabalho para ganhar nova forma. Instituiu-se que será dividida em duas etapas para a construção de representações

das posições relativas de duas retas em um mesmo plano, a primeira voltada para a construção com dobraduras e a segunda voltada para a construção através do par de esquadros.

O objetivo é identificar retas paralelas, retas concorrentes e retas perpendiculares, utilizando construções com dobraduras e utilizando instrumentos como réguas e esquadros, além de construir algoritmos para resolver situações passo a passo na construção das dobraduras, bem como utilizar um algoritmo dado para construir retas paralelas e perpendiculares através de instrumentos de desenho.

1ª etapa: dobraduras

No tempo de duas horas de aula, para essa atividade a turma deve ser estruturada em grupos de 3 a 4 alunos de maneira que os alunos trabalhem individualmente e se relacionem no grupo, pois é importante que todos manipulem os materiais.

A) Através de um diálogo com a turma estabeleça o conhecimento prévio dos alunos com perguntas acerca das posições entre duas retas, por exemplo:

- a.** Vocês já ouviram falar nas expressões paralela, concorrente? Em qual contexto? O que elas significam?
- b.** A qual objeto matemático podemos relacionar tais características ou propriedades?
- c.** Como poderíamos caracterizar essas posições entre as retas?

Sugiro que os grupos sejam formados depois do diálogo observando que estes sejam compostos por diferentes níveis de informação. A partir do estabelecimento dos conhecimentos prévios daremos início a execução das tarefas.

B) Distribua uma folha de papel A4, de preferência colorido, para cada aluno do grupo e peça que cada um reparta essa folha em quatro, conforme o modelo indicado pelo professor.

C) Preliminar a atividade de posições relativas, use um $\frac{1}{4}$ do A4 para, junto com os alunos, realizar algumas construções simples.

- a.** Dados dois pontos distintos numa folha de papel, existe uma dobra (ou vinco) que os contém.
- b.** Dados dois pontos distintos, A e B numa folha de papel, existe uma única dobradura que sobreponha A sobre B.

Não esqueça de esclarecer sempre que necessário o vocabulário da aula, por exemplo: que uma dobradura é o ato de dobrar, que dobra ou vinco é a marca no papel resultante da dobradura, que dobrar significa ao mesmo tempo sobrepor pontos e obter a reta de dobra etc.

D) Distribua a folha com as referências no a seguir (quadro 8).

Quadro 8: Conceitualização das posições relativas de duas retas distintas contidas em um mesmo plano

POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS DISTINTAS CONTIDAS EM UM MESMO PLANO
<p>Considerando duas retas distintas em um mesmo plano, podemos ter as seguintes situações:</p> <p>Retas paralelas: são retas que não possuem pontos em comum, ou seja, nunca se cruzam.</p> <p>Retas concorrentes perpendiculares: são retas que possuem apenas um ponto em comum e se cruzam formando quatro ângulos retos</p> <p>Retas concorrentes oblíquas: são retas que possuem apenas um ponto em comum e se cruzam formando dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos.</p>

Fonte: elaborada pela autora (2020)

- E)** Oriente os alunos a escrever como título as posições relativas em 3 dos $\frac{1}{4}$ do A4 e que em cada pedaço de papel trace com régua uma reta qualquer e marque um ponto P que pertence a reta e um ponto Q não pertencente.
- F)** Junto com a turma faça a leitura da folha de referência. No $\frac{1}{4}$ de papel com seu respectivo título, peça que cada um dos alunos represente através de dobraduras retas observando que suas definições sejam cumpridas que passam pelos pontos dados.
- G)** Após a confecção das dobraduras, cada grupo deve responder as seguintes questões:
- a.** Na construção das dobraduras ocorreu algum caso que não pode ser definido como nenhum dos casos contidos na referência? Comente a respeito.
 - b.** Ocorreu em algum caso duas retas que possuem todos os pontos em comum? Que tipo de retas seriam essas?
- H)** Através de um diálogo com a turma estabeleça a definição de retas coincidentes.
- I)** Agora, os grupos devem elaborar um roteiro para cada construção de retas que foi executado, ou seja, o grupo deve criar um tutorial para que outros alunos possam usar para resolver a atividade.
- J)** Em seguida, troque entre os grupos os roteiros e peça que os alunos sigam exatamente o que foi proposto e verifique se foi possível resolver a atividade. Caso não seja possível a execução da tarefa, sugira as alterações necessárias.

Todos esses momentos devem ser registrados no caderno de cada aluno, criando assim um portfólio que servirá tanto como registro quanto uma parte da avaliação para a atividade.

2ª etapa: utilização dos esquadros

Assim como a 1ª etapa da sequência didática, organize a turma para essa atividade em pequenos grupos (de 3 a 4 alunos) de maneira que os alunos trabalhem individualmente e se relacionem no grupo.

- A)** Primeiramente, sugerimos estabelecer os conhecimentos prévios dos alunos. Através de um diálogo com a turma, relembre aos alunos as experiências vividas durante a realização da **sequência didática: Reconhecimento dos instrumentos de desenho**. Peça a eles que:
- a.** Reconheçam o par de esquadros;
 - b.** Recordem como a professora utilizou esses instrumentos;
 - c.** Descrevam, com suas palavras, como se deu a utilização do par de esquadros naquela aula.
 - d.** Tentem relacionar o uso do par de esquadros e as atividades da 1ª etapa da sequência didática.
- B)** A partir das respostas principalmente do item anterior, direcione o diálogo com a turma para as possibilidades e funções do esquadro. Proponha que:
- a.** Os esquadros são instrumento que permitem usar retas paralelas e perpendiculares. Tente desenhar um par de retas paralelas e um par de retas perpendiculares usando os esquadros.
- C)** Após as tentativas de desenho, peça que cada grupo apresente seus resultados e as estratégias utilizadas para toda a turma.
- D)** Distribua para cada aluno, os algoritmos (quadros 9 e 10) para a construção de retas paralelas e perpendiculares passando por um ponto:
- a.** Construa uma reta paralela a r passando por um ponto dado, seguindo os seguintes passos:
 - b.** Construa uma reta perpendicular passando por um ponto dado, seguindo os passos abaixo:

Quadro 9: Construção de retas paralelas através de esquadros

ALGORITMO PARA CONSTRUÇÃO DE RETAS PARALELAS	
<p>1º) Alinhe um esquadro com a reta dada.</p> <p>2º) Apoie o outro esquadro no esquadro anterior.</p> <p>3º) Deslize o esquadro até o ponto dado.</p> <p>4º) Trace a linha paralela determinada pelo esquadro.</p> <p>OBS.: Deslizando o esquadro pela régua, podemos obter mais retas paralelas à reta r, que serão paralelas entre si.</p>	

Fonte: elaborada pela autora (2020)

Quadro 10: Construção de retas perpendiculares através de esquadros

ALGORITMO PARA CONSTRUÇÃO DE RETAS PERPENDICULARES	
<p>1º) Alinhe um esquadro com a reta dada.</p> <p>2º) Apoie outro esquadro no esquadro anterior.</p> <p>3º) Deslize o esquadro até o ponto dado.</p> <p>4º) Trace uma linha determinando dois ângulos retos.</p> <p>5º) Retire o esquadro de apoio e prolongue a linha formando os outros dois ângulos retos.</p> <p>OBS.: Deslizando o esquadro pela régua, podemos obter mais retas perpendiculares à reta r.</p>	

Fonte: elaborada pela autora (2020)

- E)** Durante o desenvolvimento dos desenhos a partir do algoritmo, observe a produção de cada um dos alunos e faça as intervenções necessárias.
- F)** Construa, utilizando o par de esquadros, no quadro branco, uma reta paralela a r passando por um ponto dado e uma reta perpendicular a r passando por outro ponto dado. Explicando cada passo dos algoritmos para as construções.

G) A partir da imagem no quadro abra uma discussão coletiva acerca da posição relativa dessas duas novas retas.

H) A seguir proponha que os alunos façam atividades de construção (quadro 11).

Quadro 11: Atividade - Construção de retas através de esquadros

ATIVIDADE - CONSTRUÇÃO DE RETAS ATRAVÉS DE ESQUADROS
<p>Use o par de esquadros para traçar:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Quatro retas paralelas à reta u, horizontal; b) Duas retas paralelas à reta s, vertical; c) Três retas paralelas à reta t, inclinada; d) Uma reta perpendicular à x, horizontal; e) Uma reta perpendicular à y, vertical; f) Uma reta perpendicular à y, inclinada; g) Uma reta r. Marque um ponto Q que não pertence a r e marque um ponto P sobre a reta r. Passando por P trace uma reta perpendicular a r e outra reta perpendicular a r, passando por Q. Determine as posições relativas combinadas duas a duas.

Fonte: elaborada pela autora (2020)

De acordo com Turrioni (2004) o uso de materiais concretos na prática pedagógica é muito bom para auxiliar na construção do conhecimento dos alunos. Dessa forma, ao fazer uma dobradura, desdobrar, observar, mesmo que os vincos sejam simples, o aluno vê um modelo geométrico o que possibilita a eles examinar, transformar, ampliar os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal, ao mesmo tempo que desenvolve as habilidades de representar, de “provar”, de se comunicar e de visão espacial.

Além disso, a interação com os pares é dos principais aspectos desenvolvidos por essa sequência didática. Durante a execução das atividades, os alunos devem trabalhar de forma cooperativa em grupos menores, se empenhando no planejamento e desenvolvimento de cada momento para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas. Para trabalhar coletivamente, os alunos aprendem a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. Dessa forma, essa sequência contribui para desenvolver nos alunos a oitava competência específica de Matemática da BNCC.

4.4. Sequência didática 4: as condições de existência de um triângulo

Anteriormente aos nossos estudos, a atividade era organizada da seguinte maneira: em duplas, os alunos devem sortear 3 números em um dado e utilizando régua e compasso devem tentar construir um triângulo com essas medidas. Esse processo deve ser repetido pelo menos 5 vezes. Em seguida construa uma tabela separando os casos em que foi possível ou não foi possível construir um triângulo. A que conclusões vocês chegaram?

Apesar de já apresentar a três habituais fases de uma atividade investigativa: (i) introdução da tarefa, (ii) realização da investigação, (iii) discussão dos resultados; pensamos que essa atividade poderia ser ampliada para uma sequência didática que oportunizasse aos alunos o contato com software Geogebra.

Nesse sentido, a sequência didática comentada a seguir e apresentada no apêndice A se desenvolverá em momentos de construção de triângulos com régua e compasso e através de um macro do Geogebra, onde é possível guardar uma rotina de construção, com o objetivo do desenvolvimento da habilidade (EF07MA24) - Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Com a utilização do macro do Geogebra também é possível garantir o desenvolvimento de uma outra habilidade (EF07MA25) - Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.

Esse conjunto de atividades deve ser estruturada com um tempo de pelo menos uma hora para cada momento, de maneira que os alunos trabalhem em duplas. A ideia é que os alunos possam, de fato, investigar, então o papel do professor é deixá-los trabalhar de forma autônoma, mas, ao mesmo tempo, cabe apoiar nas dificuldades e ajudar que todos os alunos compreendam o que significa investigar.

Para a introdução da sequência didática é necessário que todos tenham, de forma clara, os conhecimentos prévios para a realização das tarefas, que no caso é a construção de triângulos com régua e compasso dados os três lados. Além disso, as tarefas devem ser fornecidas aos alunos por escrito, mas o professor deve fazer uma introdução oral acerca do significado de investigar e para garantir uma boa compreensão da questão proposta: Com três medidas dadas, sempre é possível construir um triângulo?

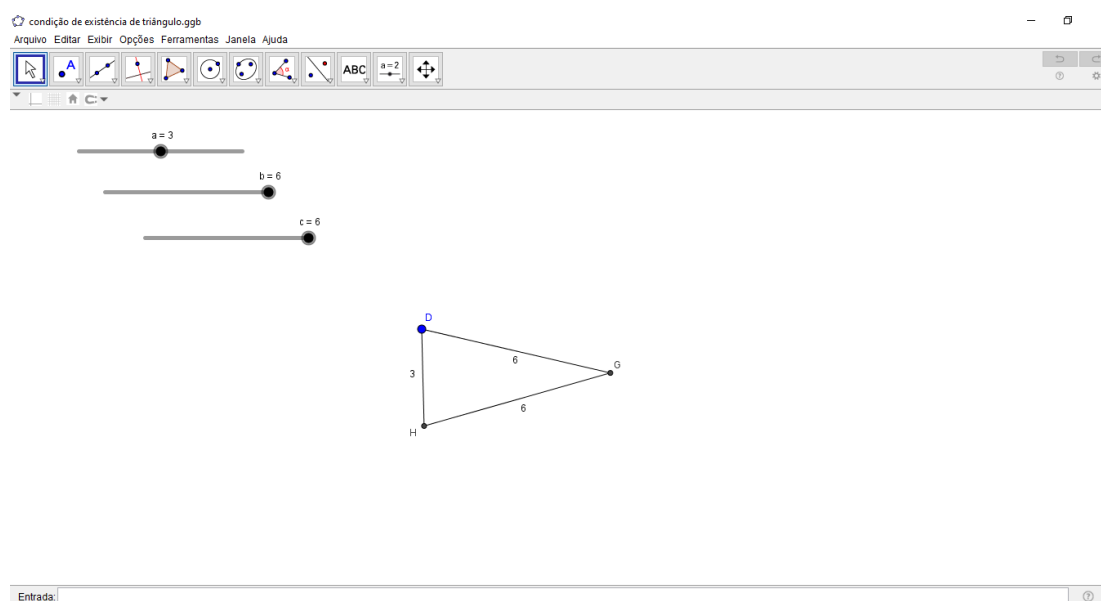
1ª etapa: Construção com régua e compasso

- A) Através de um exemplo possível, retome a construção de um triângulo sabendo as medidas de seus lados. Aproveite para reforçar alguns cuidados que são indispensáveis para um bom desempenho no estudo do desenho geométrico: ordem, limpeza e capricho.
- B) Apresente aos alunos a questão-problema: Com três medidas dadas, sempre é possível construir um triângulo? Através de um diálogo com a turma estabeleça um inquérito prévio a respeito da questão-problema.
- C) Estabeleça os procedimentos metodológicos que orientarão os estudantes para o desenvolvimento da investigação:
- em duplas, os alunos devem sortear 3 números em um dado e utilizando régua e compasso devem tentar construir um triângulo com essas medidas. Esse processo deve ser repetido pelo menos 5 vezes.
 - Em seguida construa uma tabela separando os casos em que foi possível ou não foi possível construir um triângulo.
 - A que conclusões vocês chegaram? Formule questões e conjecturas.

2ª etapa: utilização do macro do Geogebra

- A) Através de um diálogo com a turma estabeleça o conhecimento prévio dos alunos com perguntas sobre a utilização do software Geogebra.
- B) No Laboratório de Informática, organizados em duplas (as mesmas preferencialmente) apresente o macro (figura 6) aos alunos.

Figura 6: Condição de existência de um triângulo pelo Geogebra



Fonte: elaborada pela autora (2020)

- C) Em um primeiro momento peça que os alunos repitam os valores obtidos com os dados na etapa anterior. Nesse momento o incremento do controle deslizante deve ser de uma unidade.
- D) Agora, com a alteração do controle deslizante para incrementos de 0,1, peça aos alunos que executem uma versão dos procedimentos metodológicos da etapa anterior.
- a. em duplas, os alunos devem deslizar o controle para alterar as 3 medidas referentes aos lados do triângulo. Esse processo deve ser repetido pelo menos 10 vezes.
 - b. Em seguida construa uma tabela separando os casos em que foi possível ou não foi possível construir um triângulo.
 - c. A que conclusões vocês chegaram? Formule questões e conjecturas.
- E) Explore o fato de estar no ambiente de Geometria dinâmica, instrua aos alunos a verificação do conceito de rigidez do triângulo e por meio do software.
- a. O que acontece ao tentar movimentar os vértices do triângulo?
 - b. Por que isso ocorre? Levante algumas conjecturas.

3ª etapa: condição de existência de um triângulo

- A) Após a realização das etapas anteriores, peça que cada dupla apresente suas conclusões para toda a turma.
- B) A partir das conjecturas elaboradas pelos alunos conduza a discussão para uma construção coletiva da condição de existência de um triângulo.
- C) Por fim, com base nas conclusões sobre a rigidez dos triângulos construa coletivamente o conceito, e explore suas aplicações.

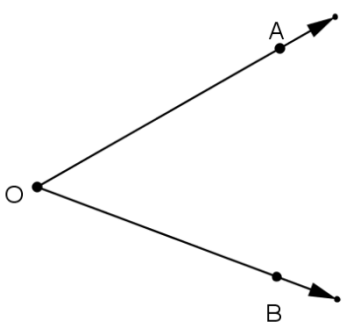
Como já foi mencionado, essa sequência didática apresenta a três habituais fases de uma atividade investigativa: introdução da tarefa, realização da investigação, discussão dos resultados. Partindo da premissa que as sequências didáticas apresentadas neste trabalho fazem parte de uma proposta metodológica, então esse não será o primeiro contato dos alunos com a investigação. Deste modo, o papel do professor é o menos centralizador possível, inclusive Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) sugerem que os próprios alunos consigam perceber a necessidade de se fazer prova a prova matemática de suas afirmações.

4.5. Sequência Didática 5: Medindo Ângulos

A sequência didática sobre a medição de ângulos antes do nosso estudo era organizada de maneira a apresentar, através de uma aula dialógica, a definição de ângulo e grau, e

conjuntamente com os alunos fazer a medição e a construção de ângulos previamente definidos por meio de um material impresso contendo a sistematização do conteúdo e as atividades propostas para a execução da aula, que pode ser observada nos quadros 12 e 13 respectivamente.

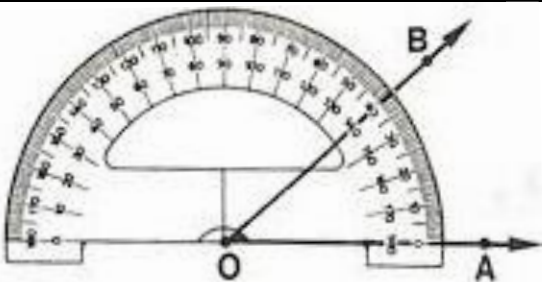
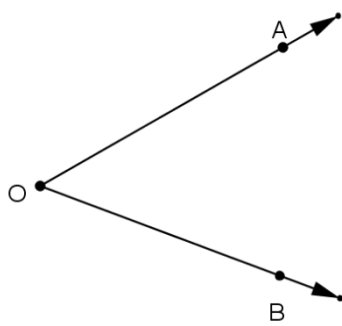
Quadro 12: Material didático sobre ângulos

ÂNGULOS	
<p>Definição: A reunião de duas semirretas distintas e de mesma origem forma um ângulo.</p>  <p>O ponto O é a origem da semirreta \overrightarrow{OA} e é origem da semirreta \overrightarrow{OB}.</p> <p>As semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} formam um ângulo: o ângulo $A\hat{O}B$.</p> <p>O ponto O é o vértice do ângulo $A\hat{O}B$.</p> <p>As semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} são os lados do ângulo $A\hat{O}B$.</p> <p>Unidade de Medida de ângulo: o grau.</p>	<p>Cada grau corresponde a $\frac{1}{360}$ de uma circunferência ou a $\frac{1}{180}$ de um ângulo raso (formado por duas semirretas opostas).</p>

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Essa sequência didática foi reorganizada, e encontra-se no apêndice A, depois de avançar nos estudos sobre as tendências em Educação Matemática, que só fazem fortalecer o papel do professor em ajudar os alunos a atribuir significados aos conteúdos estudados, em dar suporte para que eles consigam adquirir habilidades e conhecimentos a fim de ressignificar a Geometria experimentada em suas práticas sociais, além de trabalhar a cooperação, abrir espaço para a troca de ideias e promover a valorização e o respeito entre os alunos.

Quadro 13: Material didático sobre o transferidor

O TRANSFERIDOR	
	<p>O transferidor é um instrumento que permite desenhar e medir ângulos. O transferidor é dividido em graus.</p>
<p>Utilização do transferidor</p> <p>1. Como devemos fazer para medir um ângulo, siga os passos:</p> <p>1º) O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo.</p> <p>2º) Um dos lados do ângulo deve passar pelo zero do transferidor.</p> <p>3º) Fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do outro lado no transferidor.</p> <p>2. Como devemos construir um ângulo dado a medida, siga os passos:</p> <p>1º) Trace uma semirreta e marque o vértice.</p> <p>2º) O centro do transferidor deve coincidir com o ponto do vértice.</p> <p>3º) Marque um ponto indicando a medida dada.</p> <p>4º) Trace uma semirreta ligando o vértice e o ponto que indica a medida.</p>	
	

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Primeiramente, a fim de que as atividades proporcionassem aos alunos uma sensação de vencer as dificuldades que surgem no seu dia a dia, foi criado um momento de “leitura de mundo” por meio da medição, da estimativa, da representação do espaço. Contudo, as habilidades descritas na BNCC a serem desenvolvidas pelos alunos nessa sequência didática serão as mesmas: (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas; (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão; (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

A **sequência didática Medindo Ângulos reorganizada** será dividida em duas etapas: a primeira voltada para o reconhecimento do ângulo como um elemento constitutivo de uma figura e para a identificação de que um ângulo precisa ter medida. A segunda etapa voltada para a aprendizagem das utilidades de um transferidor.

Os objetivos são utilizar o transferidor como um instrumento capaz de medir a abertura de um ângulo e construir um ângulo dado a sua medida por meio do transferidor, bem como identificar ângulos como uma das características da figura, não apenas os lados.

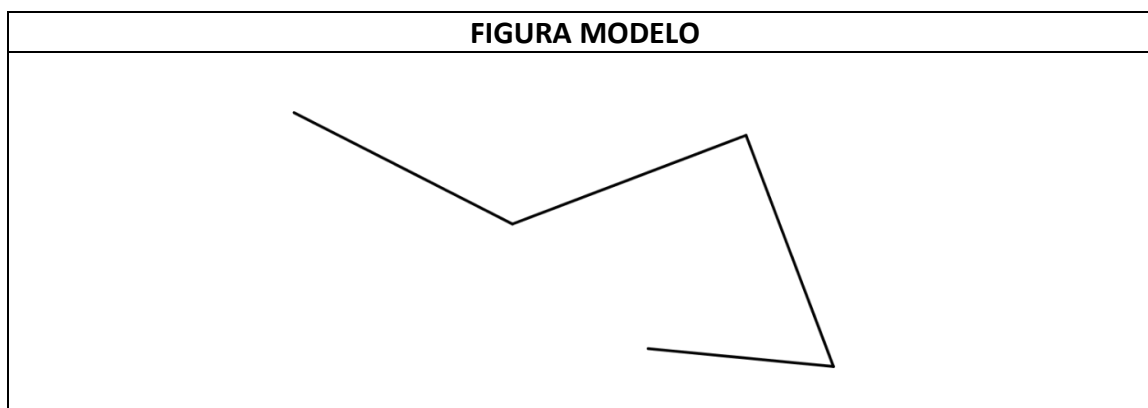
1ª etapa: ângulo como um elemento de uma figura

Para o desenvolvimento dessa etapa da sequência didática, a turma deve estar organizada em duplas. O tempo estimado para a sua execução é de duas horas, podendo variar de acordo com a capacidade de organização dos estudantes nos momentos de preparação e compreensão da atividade proposta.

- A)** Através de um diálogo com a turma, estabeleça o conhecimento prévio dos alunos.
- Em quais contextos vocês já ouviram falar a sobre ângulo?
 - Há inúmeras situações em que uma pequena mudança de ângulo causa grandes alterações no resultado. Cite alguns casos nos quais a precisão dos ângulos é fundamental.
 - Mas o que é ângulo? Explique com suas palavras.
- B)** Organizados em duplas, proponha a seguinte atividade:
- Vocês deverão reproduzir a figura a seguir em uma folha de papel de seda. Mas apenas um integrante poderá ver a figura modelo, enquanto só o outro integrante poderá reproduzir o desenho. Lembrando que, para executar a tarefa, o desenhista só poderá utilizar o lápis, o papel e a régua, ao mesmo tempo que o observador do desenho só poderá dar as coordenadas para o desenho através da fala e não poderá ver o que está sendo desenhado.
 - Antes de começar realizar a atividade, planejem conjuntamente as ações: Quem exercerá cada função? O que é necessário fazer para copiar uma figura exatamente como ela é? (Caso a dupla identifique a necessidade de o observador também utilizar a régua, essa ação não está vetada).
- C)** Entregue a folha com a figura modelo (quadro 14) para todos os alunos que serão os observadores do desenho. E oriente-os que só poderão descrever a figura, que não poderão responder a perguntas do desenhista e que não poderão visualizar o desenho durante o processo.
- D)** Após terminarem a reprodução da figura modelo, os alunos deverão se reunir novamente para comparar as duas figuras. E cada dupla deve responder as seguintes questões:
- Vocês conseguiram realizar a cópia?
 - Qual parte da figura não ficou igual? Por quê?
 - Quais as dificuldades encontradas para reproduzir com a régua?

- d. O que vocês pensaram que era necessário observar antes de iniciar a cópia?
- e. O que faltou observar?

Quadro 14: Figura modelo para reprodução



Fonte: Elaborado pela autora (2020)

- E) Agora cada integrante da dupla, deverá copiar a figura modelo em uma folha de papel de seda, sem utilizar o artifício da sobreposição. Antes de começar a atividade, planeje as ações: O que é necessário fazer para copiar esta figura exatamente como ela é?
- F) Nesta etapa, a proposta é problematizar, com todo o grupo de alunos, o trabalho das duplas e, com eles, construir um registro sobre quais informações são necessárias para se reproduzir a figura com o modelo presente e com o modelo ausente. As necessidades são as mesmas?
- G) Por fim, organize um momento para sistematizar o que os alunos aprenderam com as atividades de reprodução de figura com modelo presente e ausente. Aproveite para evidenciar a necessidade de se considerar a inclinação dos segmentos entre si para se reproduzir uma figura. E com isso, percebam necessidade de se medir o ângulo para reproduzir a figura exatamente como ela é.

2ª etapa: uso do transferidor

Para execução da segunda etapa da **sequência didática Medindo Ângulos**, o tempo estimado é de uma hora e os alunos deverão trabalhar individualmente, pois é imprescindível que cada estudante pratique o uso do transferidor, o que pode ser burlado quando os alunos se organizam em grupos. Essa etapa, na realidade é a retomada da proposta original.

- A) Inicialmente, aproveite para retomar o que os alunos aprenderam na 1ª etapa e estimule que os alunos leiam o que escreveram no momento de sondagem sobre o que é ângulo. Levando em consideração o que os alunos disseram, progrida para o registro dos

conceitos de ângulos e de medida de ângulo (pode utilizar o material impresso original ou fazer adequações, quadro 12).

- B)** Após a sistematização, direcione a aula para a apresentação do transferidor como instrumento de medida de ângulos, seus elementos (centro e linha de fé) e seus tipos (180° e 360°). Para este momento, cada aluno deve ter em mãos tal instrumento.
- C)** Dando sequência as atividades propostas, será iniciado o processo de utilização do transferidor. As tarefas devem ser fornecidas aos alunos por escrito, mas o professor deve fazer uma descrição e explicação oral.

Quadro 15: Material de referência para a utilização do transferidor

UTILIZAÇÃO DO TRANSFERIDOR	
<p>1. Como devemos fazer para medir um ângulo, siga os passos:</p> <p>1º) O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo.</p> <p>2º) Um dos lados do ângulo deve passar pelo zero do transferidor.</p> <p>3º) Fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do outro lado no transferidor.</p>	
<p>2. Como devemos construir um ângulo dado a medida, siga os passos:</p> <p>1º) Trace uma semirreta e marque o vértice.</p> <p>2º) O centro do transferidor deve coincidir com o ponto do vértice.</p> <p>3º) Marque um ponto indicando a medida dada.</p> <p>4º) Trace uma semirreta ligando o vértice e o ponto que indica a medida.</p>	

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

- D)** Agora é o momento de os alunos praticarem um pouco os passos a passos para medir e construir ângulos, atividades propostas no quadro 16. O professor deverá percorrer a sala de aula observando e fazendo as intervenções necessárias para desenvolver as habilidades e autonomia dos alunos.
- E)** Depois que os alunos praticarem o uso do transferidor, retome a reprodução da figura modelo. Agora podendo fazer uso do foi aprendido nessa aula.

Segundo Onuchic (1999), essa sequência didática faz uso da tendência Resolução de Problemas. Pois, ela começa com uma situação-problema que revela noções de ângulo, o objeto de conhecimento da sequência, para então serem desenvolvidas técnicas matemáticas que possibilitam a solução do problema original de uma maneira mais eficiente do que a

utilizada no primeiro momento. O fato de o desenhista não poder ver a figura original coloca os estudantes diante de uma situação desafiadora, nas quais eles devem buscar estratégias para realizá-la e leva a percepção de que o uso de termos precisos e matemáticos tendem a facilitar a tarefa. As atividades favorecem a reflexão sendo um exercício contínuo do desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, onde podemos vislumbrar o potencial para desenvolver o “fazer matemática” do estudante.

Quadro 16: Atividades para utilização do transferidor

PRATIQUE UM POUCO	
<p>1. Você já observou que existem dois tipos de esquadros? Tente determinar as medidas dos ângulos internos dos esquadros.</p>	
<p>2. Usando um transferidor, determine as medidas dos ângulos a seguir.</p>	
<p>3. Construa, utilizando o transferidor, um ângulo:</p>	
<p>a) Ângulo reto: ângulo cuja medida é 90°.</p>	
<p>b) Ângulo agudo: qualquer ângulo cuja medida é menor que 90°.</p>	
<p>c) Ângulo obtuso: qualquer ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180°.</p>	
<p>d) Ângulo raso: ângulo cuja medida é 180°.</p>	

Fonte: elaborado pela autora (2020)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ingresso no programa de mestrado profissional PROFMAT, no ano de 2018, já previa o desejo de realizar uma pesquisa sobre a própria prática pedagógica, organizada como ambiências criativas que acolham, reconheçam e promovam a participação dos estudantes.

Avaliando hoje minha trajetória no programa, é possível dizer que o foco do curso foi disseminar a matemática acadêmica. Também houve oportunidades de troca de experiência e vivência em sala de aula, contudo faltaram as atividades que estimulassem a pesquisa e aquelas que visassem o contexto de ensino-aprendizagem de Matemática.

Portanto, quando foi possível fazer uma escolha que permitisse revisitar a minha prática pedagógica e constituir propostas metodológicas que possibilitem a efetiva e contextualizada aprendizagem dos alunos o caminho foi delineado.

No decorrer deste caminho, surgiu a oportunidade de refletir sobre o ensino de Geometria, na educação básica, e sobre os métodos utilizados em sala, bem como o planejamento das atividades a serem desenvolvidas.

Cada processo de reformulação das atividades, ocorridos nos encontros de orientação, teve como início as leituras e discussões envolvendo referenciais da Educação Matemática e estes, por sua vez, possibilitaram a percepção de caminhos para novos horizontes que se mostraram promissores.

A busca por mudanças de concepções vem ao encontro das propostas preconizadas nos documentos oficiais de orientações curriculares, como a BNCC argumenta sobre a importância de “considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática” (BRASIL, 2018, p. 261).

A partir disso, as atividades foram desenvolvidas com o objetivo de estimular a participação efetiva dos alunos na construção de conhecimento e, assim, deixarem de lado o papel de meros receptores de informações e, conseqüentemente, perceberem que a Matemática é uma ciência ao alcance de todos. De fato, explorar situações e ideias, fazer e testar conjecturas, generalizar, discutir, justificar e provar, tornaram-se elementos chave na reestruturação das sequências didáticas.

As sequências didáticas reformuladas têm como objetivo motivar e inspirar professores e alunos a visualizarem o ensino-aprendizagem de Geometria de uma forma

diferenciada da qual estavam habituados, colocando o aluno no contexto de produção de pensamento e conhecimento matemático. Uma vez que põe em prática uma sequência didática, a organização e o tempo de aula tornam-se diferente do modelo tradicional no qual o professor se posiciona frente à sala e expõe o conteúdo da aula e posteriormente propõe exercícios sobre o que foi explicado. Os novos modelos de organização da turma durante a aula possibilitam uma aproximação maior entre aluno e professor e entre os próprios alunos, pois incentiva os alunos a comunicar seus conhecimentos e suas estratégias para a resolução da atividade. Dessa forma, o foco não é mais o aluno, o professor ou o conteúdo, mas, sim, a articulação dos três elementos.

O estudo, a reformulação, a elaboração, desenvolvimento e análise destas sequências didáticas que foram construídas proporcionaram uma ampliação do olhar pedagógico sobre as vantagens de aplicar as diversas tendências em Educação Matemática como novas formas de planejar e estruturar o trabalho pedagógico, de organizar didática e metodologicamente os objetos de conhecimento de Geometria, bem como acompanhar e avaliar a aprendizagem das habilidades pelos alunos. Apesar das limitações ocasionadas pelo atual contexto mundial que impediram a realização de estudos piloto para posteriores aprimoramentos, percebo que os ajustes nas atividades indicam um potencial de melhor compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos, se comparadas com as respectivas atividades originais.

A pesquisa possibilitou uma abertura para novos horizontes: o potencial da utilização de novas metodologias para a prática pedagógica. Além do mais, proporcionou verificar a diversidade de práticas que podem ser desenvolvidas em sala de aula, promovendo assim a motivação do aluno para a realização de atividades e o seu aprendizado.

O programa do PROFMAT possui uma carga de disciplinas oferecendo uma grande bagagem de conhecimento matemático específico. Por ser o mestrado profissional um processo de formação continuada (ou em serviço) de professores que têm, em sua maioria, estudantes com relativa experiência de docência em matemática, o curso poderia se valer mais das práticas profissionais de ensinar e aprender matemática na escola. Seria necessário um maior investimento em uma formação voltada para prática pedagógica dos professores, podendo inclusive ser pautada pelo estudo das tendências da Educação Matemática. A partir do momento em que conhece novas propostas e que estas são compartilhadas com os colegas professores, observa-se o interesse e a necessidade de reconhecer e praticar as “inovações” na sua forma de trabalhar em sala de aula.

Espero continuar pesquisando e desenvolvendo novas práticas e pesquisas em minha própria sala de aula, procurando encontrar o equilíbrio entre as diferentes tendências e

metodologias e fazer sempre o meu melhor. Ressaltando que este trabalho pode ser ponto de estímulo para futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3ª ed. São Paulo, Contexto, 2011.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

BRANDÃO, Leônidas de Oliveira; ISOTANI, Seiji. **Uma ferramenta para ensino de Geometria Dinâmica na Internet: iGeom**. São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.cs.cmu.edu/~sisotani/artigos/igeomWIE2003.pdf>. Acesso em: 15 out, 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

COSTA, Fernando. (2015). **Etnomatemática: metodologia, ferramenta ou, simplesmente, etnorevolução?**. Zetetiké, FE/Unicamp, v. 22, n. 42, p. 181-196, jul/dez, 2014.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado apresentada na Faculdade de Educação da UNICAMP em 2000.

GRAVINA, M.A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotéticodedutivo**. 2001. 255f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Angela. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro da. BORCADO; Joana. OLIVEIRA; Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004, p. 175. Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZORZAN, Adriana Salete Loss. Ensino-aprendizagem: algumas tendências na educação matemática. Artigo in **R. Ciências Humanas** v. 8, n. 10, p. 77-93. Jun, 2007

BIBLIOGRAFIA

SIQUEIRA, Regiane Aparecida Nunes de. **Tendências da educação matemática na formação de professores.** Monografia apresentada para o Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus Ponta Grossa, da UTFPR. Ponta Grossa, 2007.

VILLA, A. D.; SANTOS, S. M. G. **A resolução de problemas matemáticos, utilizando como ferramenta o ensino do desenho geométrico:** A importância do desenho geométrico no 8º e 9º anos da Educação Básica. Artigo in <http://diadiaeducacao.pr.gov.br> acesso em 29/04/2019.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Dá régua e do compasso:** As construções geométricas como um saber escolar no Brasil. Dissertação de Mestrado apresentada na Faculdade de Educação da UFMG. Belo Horizonte, 2001.

APÊNDICE A – Compilado das Sequências Didáticas Reformuladas

Neste apêndice encontram-se as versões finais das sequências didáticas.

I. Sequência didática: Reconhecimento dos instrumentos

Introdução

O trabalho desta Sequência Didática evidencia a necessidade dos alunos de reconhecer os instrumentos de desenho e de utilizá-los para reproduzir e criar uma figura. A proposta é que nas atividades os alunos deparem com o desafio de utilizar instrumentos como régua, esquadros e compasso para construir representações de retas e circunferências. Espera-se que, no decorrer das aulas, os alunos passem a identificar cada instrumento, suas funções.

Objetos do conhecimento:

- Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros.
- Construção de circunferências, fazendo uso compasso.
- Construção de ângulos, fazendo uso de transferidor.

Habilidades da BNCC

- (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Objetivos de ensino e aprendizagem

- Utilizar o par de esquadros.
- Utilizar o compasso.
- Utilizar o transferidor.
- Utilizar os instrumentos de desenho para fazer composições artísticas.

Duração

- 2 aulas com duração de uma hora cada.

Materiais

- Régua.
- Esquadros.
- Transferidor.
- Compasso.
- Folhas papel de sulfite.
- Caderno de Geometria.
- Quadro branco.

Espaço

- Sala de aula.

Processo de avaliação contínua

- Observação do processo.
- Avaliação do trabalho final do aluno.

Organização da turma

- Para essa atividade a turma deve ser estruturada de maneira que os alunos trabalhem individualmente (a menos que não seja possível distribuir o material para cada aluno) e se relacionem no grande grupo.

Desenvolvimento

Aula 1

Nesta aula, espera-se estabelecer o conhecimento prévio dos alunos e o primeiro contato com os instrumentos de desenho.

Escreva no quadro as seguintes questões e peça aos alunos que as respondam no caderno:

- a. Quais instrumentos para desenho vocês conhecem?
- b. De que maneira cada um desses instrumentos pode contribuir no desenho?
- c. Quais desses instrumentos vocês já utilizaram?
- d. Dos instrumentos que vocês utilizaram quais vocês acreditam ter utilizado de maneira correta?
- e. Dentre esses instrumentos, quais deles vocês acreditam serem importantes para o desenho geométrico?

Faça o levantamento das respostas, dialogando com o grande grupo.

Distribua para os alunos todos os instrumentos levantados pelos alunos (régua, esquadros, transferidor e compasso etc.) e peça para.

- a. Reproduzir cada instrumento no caderno.
- b. Usar cada um dos instrumentos para fazer desenhos da melhor maneira possível.
- c. Utilizando os instrumentos, crie uma composição artística.

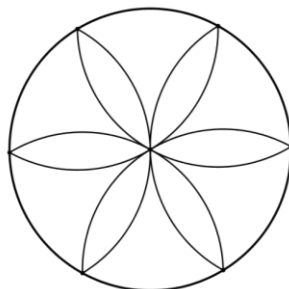
Aula 2

Nesta aula, deseja-se mostrar a melhor maneira de utilizar cada instrumento e reproduzir algumas figuras propostas pelo professor.

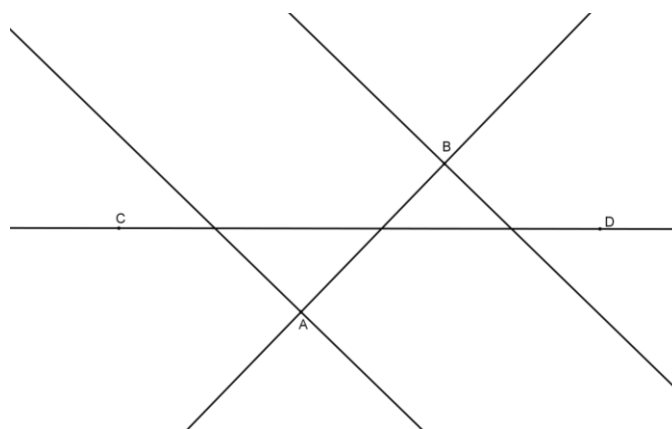
Mostre aos alunos os instrumentos de desenho para a utilização do professor no quadro. Aproveite para explicar a maneira correta de utilização dos instrumentos e dê tempo aos alunos para que repitam e memorizem a melhor forma de se pegar ou os movimentos de cada instrumento.

Desenhe no quadro as figuras que os alunos deverão reproduzir

- a. Utilizando o compasso reproduza uma figura.



- b. Utilizando os esquadros reproduza uma figura.



Volte a conversar com os alunos e verifique se eles gostariam de modificar as repostas das questões do item A. Caso haja alguma alteração investigue a motivação.

Para a próxima aula peçam que preparem o relatório da atividade.

II. Sequência didática: Poligonal

Introdução

O trabalho desta Sequência Didática proporciona aos alunos executar alguns momentos principais da investigação como a exploração, formulação de conjecturas, testes e suas reformulações e a justificação. Espera-se formalizar o conceito de polígono e fazer sua diferenciação do conceito de poligonal a partir da associação com o conceito de senha fraca ou forte para desbloqueio de celular.

Objetos do conhecimento:

- Segmentos.
- Poligonais.
- Polígonos.

Habilidades da BNCC

- (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Objetivos de ensino e aprendizagem

- introduzir o conceito de segmentos consecutivo.
- introduzir o conceito de poligonal.
- introduzir o conceito de polígono.

Duração

- 3 aulas com duração de uma hora cada.

Materiais

- Régua.
- Celular.
- Caderno de Geometria.
- Quadro branco.
- Cópia das atividades para cada aluno.
- Cópia da contextualização textual da atividade.

Espaço

- Sala de aula.

Processo de avaliação contínua

- Observação do processo.
- Avaliação do trabalho final do aluno.

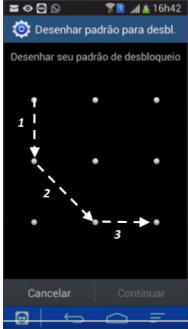
Organização da turma

- Para essa atividade a turma deve ser organizada em duplas de maneira que em todas elas possua um celular com o padrão de desbloqueio do aparelho por senha necessário.

Desenvolvimento

Aula 1

Distribua a contextualização textual da atividade para cada aluno. Faça uma breve apresentação de atividade.

CONTEXTUALIZAÇÃO PADRÃO DE SENHA PARA DESBLOQUEIO DE CELULAR	
<p style="text-align: center;">PADRÃO DE SENHA PARA DESBLOQUEIO DE CELULAR</p> <p>Dentre as diversas formas de desbloqueio que os aparelhos celulares possuem, apresentaremos uma baseada no deslizamento do dedo através de pontos em uma grade. Nela, o usuário deve deslizar o dedo pela tela - sem retirá-lo - passando por pontos de sua escolha. Na ilustração abaixo apresentamos um exemplo em que foram utilizados 3 pontos.</p>	 <p>Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=-xXrr2sa4ew <acesso em 19/06/2020> imagem adaptada.</p>

Em duplas e usando o celular peça aos alunos que observem o que podemos fazer como padrão de desbloqueio de alguns dispositivos e celulares e responda as questões a seguir, colocadas no quadro

a. O que é possível fazer como padrão de senha e o que não é possível? Anote todas as experiências e represente os desenhos possíveis e impossíveis no caderno.

b. O que são essas figuras que desenhamos? Que características elas têm?

Faça o levantamento das repostas com a participação de todos os alunos, cada dupla deve indicar uma possibilidade ou impossibilidade.

Aula 2

Disponibilize aos alunos um material impresso composto das atividades de investigação.

Faça uma breve apresentação de atividade, explicando as características de uma atividade de Investigação Matemática.

ATIVIDADE PADRÃO DE SENHA PARA DESBLOQUEIO DE CELULAR

- Dependendo da sequência de pontos escolhida, uma senha pode ser classificada como fácil (uma sequência bastante previsível) e difícil (uma sequência difícil de ser adivinhada). Utilizando de 4 a 7 pontos, começando e terminando no mesmo ponto, crie 5 padrões distintos de senha que você considera ser fácil, ou seja, não segura e 5 que você considera ser difícil (segura).

SENHAS FÁCEIS



SENHAS DIFÍCEIS



2. Comparando as figuras formadas, quando as senhas são fáceis com as que são difíceis, quais são as diferenças que você percebe? Registre-as abaixo suas observações.
3. Que observações você percebe nas sequências de linhas formadas em cada uma das duas situações? Registre-as.
4. É possível criar alguma regra que classifique a senha como fácil ou difícil? Registre suas observações.

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Faça a discussão com a turma de todas as informações coletadas durante a execução da atividade de Investigação Matemática.

Explique como deve ser produzido o relatório final do projeto de investigação que cada dupla deverá fazer. (Sugestão de estrutura para o relatório: capa, introdução, materiais e métodos, apresentação e discussão dos resultados, conclusões).

Aula 3

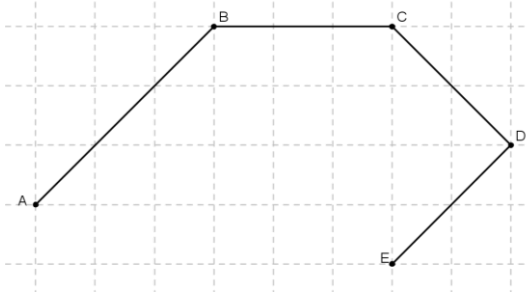
Comece a terceira aula retomando as aulas anteriores.

Da aula 1 retome a seguinte questão: O que são essas figuras que desenhamos? Que características elas têm? Da aula 2 retorne à pergunta 4. Retome também as respostas dadas pelos alunos.

Inicie a sistematização através da seguinte folha de atividades, façam juntos a leitura e interpretação dos conceitos apresentados e depois cada um fará as ilustrações. (Os espaços para os desenhos foram retirados)

ATIVIDADE PARA FORMALIZAÇÃO DO CONCEITO DE POLIGONAL

- 1) **Segmentos consecutivos:** são dois segmentos que têm uma extremidade comum.
- 2) **Segmentos consecutivos e colineares:** dois segmentos consecutivos são colineares quando estão na mesma reta.
- 3) **Poligonal:** é a figura formada pelos pontos de um número finito de segmentos sucessivamente consecutivos, com quaisquer dois segmentos vizinhos não colineares.



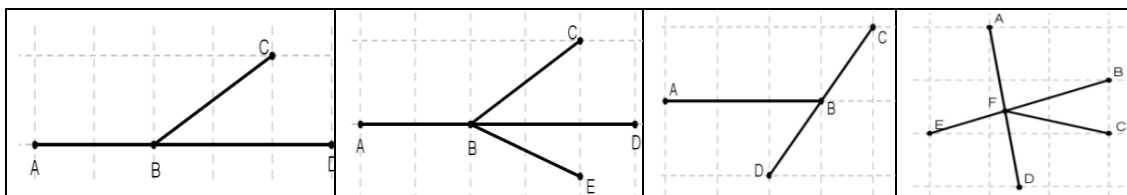
- Poligonal: ABCDE
- Vértices: pontos A, B, C, D e E
- Lados: AB, BC, CD, DE
- Extremidades: A e E

- 4) **Poligonal simples:** dois lados que não são vizinhos não se tocam.
- 5) **Poligonal não simples:** dois lados não consecutivos se tocam.

Após a sistematização, distribua a folha com as atividades de fixação dos conceitos, para ser resolvida no caderno.

ATIVIDADE POLIGONAL

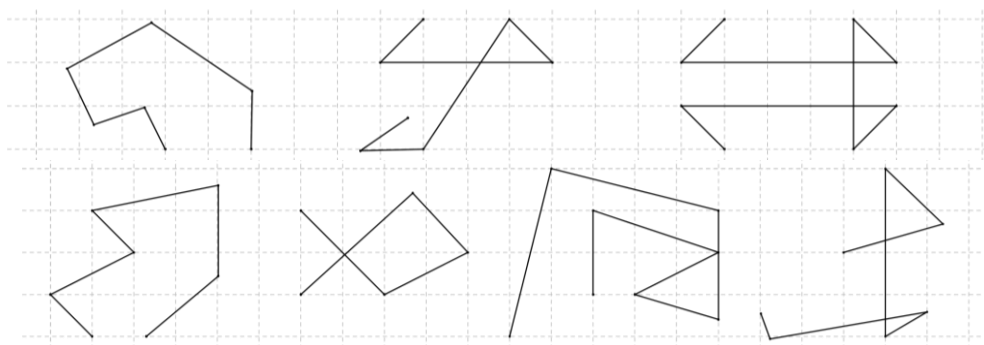
- A professora de Matemática pediu aos alunos que se reunissem em grupos e, usando barbantes, construísssem no geoplano figuras de segmentos consecutivos e colineares. Em seu caderno, de acordo com cada figura:
 - Quais são os segmentos consecutivos?
 - Quais são os segmentos consecutivos e colineares?



- Observe cada uma das figuras e depois responda às questões em seu caderno.



- Qual é o nome da figura?
 - Quais são as extremidades?
 - Quais são os vértices?
 - Quais são os lados?
- Observe as figuras:



Agora, em seu caderno, reproduza a tabela abaixo e complete-a:

Figura	Número de vértices	Número de lados	Tipo de poligonal	
			simples	não simples

III. Sequência Didática: Posições relativas de duas retas distintas contidas em um mesmo plano

Introdução

O trabalho desta Sequência Didática evidencia a necessidade de considerar a importância da utilização de um algoritmo para as construções de modelos geométricos. Espera-se formalizar os conceitos envolvidos nas representações das posições relativas de duas retas em um mesmo plano. A sequência será dividida em duas etapas, a primeira voltada para a construção com dobraduras e a segunda voltada para a construção através do par de esquadros.

Objetos do conhecimento:

- Construção fazendo uso de réguas e esquadros.
- Retas paralelas.
- Retas perpendiculares.

Habilidades da BNCC

- (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
- (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Objetivos de ensino e aprendizagem

- Introduzir o conceito de retas paralelas.
- Introduzir o conceito de retas perpendiculares.
- Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros para construção de retas.
- Construir algoritmo para resolver situações passo a passo.

Duração

- 4 aulas com duração de uma hora cada.

Materiais

- Régua.
- Esquadro
- Caderno de Geometria.
- Quadro branco.
- Papel A4 colorido
- Cópia das referências textuais da atividade.

Espaço

- Sala de aula.

Processo de avaliação contínua

- Observação do processo.
- Criação de um portfólio que servirá tanto como registro quanto uma parte da avaliação para a atividade.
- Avaliação do trabalho final do aluno.

Organização da turma

- Para essa atividade a turma deve ser organizada em grupos de 3 a 4 alunos de maneira que os alunos trabalhem individualmente e se relacionem no grupo, pois é importante que todos manipulem os materiais.

Desenvolvimento

Aula 1

1ª etapa: dobraduras

Faça uma discussão coletiva com a turma para estabelecer o conhecimento prévio dos alunos com perguntas acerca das posições entre duas retas, por exemplo:

- a. Vocês já ouviram falar nas expressões paralela, concorrente? Em qual contexto? O que elas significam?
- b. A qual objeto matemático podemos relacionar tais características ou propriedades?
- c. Como poderíamos caracterizar essas posições entre as retas?

Forme os grupos após a discussão coletiva observando que estes sejam compostos por diferentes níveis de informação.

Distribua uma folha de papel A4 colorido, para cada aluno do grupo e peça que cada um reparta essa folha em quatro, conforme o modelo indicado pelo professor.

Preliminar a atividade de posições relativas, use um $\frac{1}{4}$ do A4 para, junto com os alunos, realizar algumas construções simples. Não esqueça de esclarecer sempre que necessário o vocabulário da aula, por exemplo: que uma dobradura é o ato de dobrar, que dobra ou vinco é a marca no papel resultante da dobradura, que dobrar significa ao mesmo tempo sobrepor pontos e obter a reta de dobra etc.

- a. Dados dois pontos distintos numa folha de papel, existe uma dobra (ou vinco) que os contém.
- b. Dados dois pontos distintos, A e B numa folha de papel, existe uma única dobradura que sobrepõe A sobre B.

Distribua a folha com a referência textual a seguir. Oriente os alunos a escrever como título as posições relativas em 3 dos $\frac{1}{4}$ do A4 e que em cada pedaço de papel trace com régua uma reta qualquer e marque um ponto P que pertence a reta e um ponto Q não pertencente.

POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS DISTINTAS CONTIDAS EM UM MESMO PLANO

Considerando duas retas distintas em um mesmo plano, podemos ter as seguintes situações:

Retas paralelas: são retas que não possuem pontos em comum, ou seja, nunca se cruzam.

Retas concorrentes perpendiculares: são retas que possuem apenas um ponto em comum e se cruzam formando quatro ângulos retos

Retas concorrentes oblíquas: são retas que possuem apenas um ponto em comum e se cruzam formando dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos.

Junto com a turma faça a leitura da folha de referência. No $\frac{1}{4}$ de papel com seu respectivo título, peça que cada um dos alunos represente através de dobraduras retas observando que suas definições sejam cumpridas que passam pelos pontos dados.

Após a confecção das dobraduras, cada grupo deve responder as seguintes questões:

- a. Na construção das dobraduras ocorreu algum caso que não pode ser definido como nenhum dos casos contidos na referência? Comente a respeito.
- b. Ocorreu em algum caso duas retas que possuem todos os pontos em comum? Que tipo de retas seriam essas?

Através de um diálogo com a turma estabeleça a definição de retas coincidentes.

Agora, os grupos devem elaborar um roteiro para cada construção de retas que foi executado, ou seja, o grupo deve criar um tutorial para que outros alunos possam usar para resolver a atividade.

Aula 2

Comece a aula, retomando a aula anterior. Distribua uma nova folha de papel A4 colorido, para cada aluno do grupo e peça que cada um reparta essa folha em quatro. E explique que cada grupo deverá executar os roteiros de construção das retas de um outro grupo.

Troque entre os grupos os roteiros e peça que os alunos sigam exatamente o que foi proposto e verifique se foi possível resolver a atividade. Caso não seja possível a execução da tarefa, o grupo deverá indicar as alterações necessárias.

Peça que os alunos comecem a fazer os registros, no caderno, de todos os momentos desde a primeira aula para criar um portfólio que servirá tanto como registro quanto uma parte da avaliação para a atividade.

Aula 3

2ª etapa: utilização dos esquadros

Retome as aulas anteriores e estabeleça o vínculo entre as duas etapas.

Em seguida, estabeleça os conhecimentos prévios dos alunos em relação a utilização dos esquadros. Peça a eles que:

- a. Reconheçam o par de esquadros;
- b. Recordem como a professora utilizou esses instrumentos;
- c. Descrevam, com suas palavras, como se deu a utilização do par de esquadros naquela aula.
- d. Tentem relacionar o uso do par de esquadros e as atividades da 1ª etapa da sequência didática.

A partir das respostas principalmente do item anterior, direcione o diálogo com a turma para as possibilidades e funções do esquadro. Proponha que:

- a. Os esquadros são instrumento que permitem usar retas paralelas e perpendiculares. Tente desenhar um par de retas paralelas e um par de retas perpendiculares usando os esquadros.

Após as tentativas de desenho, peça que cada grupo apresente seus resultados e as estratégias utilizadas para toda a turma.

Distribua para cada aluno, os algoritmos para a construção de retas paralelas e perpendiculares passando por um ponto. Durante o desenvolvimento dos desenhos a partir do algoritmo, observe a produção de cada um dos alunos e faça as intervenções necessárias.

- a. Construa uma reta paralela a r passando por um ponto dado, seguindo os seguintes passos:

ALGORITMO PARA CONSTRUÇÃO DE RETAS PARALELAS	
<p>1º) Alinhe um esquadro com a reta dada. 2º) Apoie o outro esquadro no esquadro anterior. 3º) Deslize o esquadro até o ponto dado. 4º) Trace a linha paralela determinada pelo esquadro.</p> <p>OBS.: Deslizando o esquadro pela régua, podemos obter mais retas paralelas à reta r, que serão paralelas entre si.</p>	

- b. Construa uma reta perpendicular passando por um ponto dado, seguindo os passos abaixo:

ALGORITMO PARA CONSTRUÇÃO DE RETAS PERPENDICULARES	
<p>1º) Alinhe um esquadro com a reta dada. 2º) Apoie outro esquadro no esquadro anterior. 3º) Deslize o esquadro até o ponto dado. 4º) Trace uma linha determinando dois ângulos retos. 5º) Retire o esquadro de apoio e prolongue a linha formando os outros dois ângulos retos.</p> <p>OBS.: Deslizando o esquadro pela régua, podemos obter mais retas perpendiculares à reta r.</p>	

Aula 4

Retome a aula 3, construindo utilizando o par de esquadros, no quadro branco, uma reta paralela a r passando por um ponto dado e uma reta perpendicular a r passando por outro ponto dado. Explicando cada passo dos algoritmos para as construções.

A partir da imagem no quadro abra uma discussão coletiva com a turma acerca da posição relativa dessas duas retas desenhadas.

A seguir proponha que os alunos façam atividades de construção:

ATIVIDADE - CONSTRUÇÃO DE RETAS ATRAVÉS DE ESQUADROS
<p>Use o par de esquadros para traçar:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Quatro retas paralelas à reta u, horizontal; b) Duas retas paralelas à reta s, vertical; c) Três retas paralelas à reta t, inclinada; d) Uma reta perpendicular à x, horizontal; e) Uma reta perpendicular à y, vertical; f) Uma reta perpendicular à y, inclinada; g) Uma reta r. Marque um ponto Q que não pertence a r e marque um ponto P sobre a reta r. Passando por P trace uma reta perpendicular a r e outra reta perpendicular a r, passando por Q. Determine as posições relativas combinadas duas a duas.

IV. Sequência didática: as condições de existência de um triângulo

Introdução

O trabalho desta Sequência Didática proporciona aos alunos desenvolver as três fases da Investigação Matemática: introdução da tarefa, realização da investigação, discussão do trabalho e oportuniza a utilização do software de geometria dinâmica (Geogebra). Espera-se formalizar os conceitos envolvidos nas construções de triângulos. A sequência será dividida em três etapas, a primeira voltada para a construção de triângulos com régua e compasso e a segunda voltada para a construção de triângulos através de um macro do Geogebra e a terceira voltada para apresentação e discussão dos resultados.

Objetos do conhecimento:

- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.

Habilidades da BNCC

- (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
- (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.

Objetivos de ensino e aprendizagem

- Retomar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
- Construir triângulos usando régua e compasso.
- Introduzir o conceito de condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados.
- Introduzir o conceito de condição de rigidez geométrica dos triângulos.

Duração

- 3 aulas com duração de uma hora cada.

Materiais

- Régua.
- Compasso.
- Caderno de Geometria.
- Quadro branco.
- Dados.
- Computador.
- Cópia das referências textuais da atividade.

Espaço

- Sala de aula.
- Laboratório de Informática.

Processo de avaliação contínua

- Observação do processo.
- Criação de um portfólio que servirá tanto como registro quanto uma parte da avaliação para a atividade.
- Avaliação do trabalho final do aluno.

Organização da turma

- Para essa atividade a turma deve ser organizada em duplas de maneira que os alunos trabalhem individualmente pois é importante que todos manipulem os materiais. E se relacionem com a dupla e com a turma.

Desenvolvimento

Aula 1

1ª etapa: Construção com régua e compasso

Retome a construção de um triângulo sabendo as medidas de seus lados. No quadro branco, faça a construção de um ou dois exemplos possíveis.

Apresente a questão-problema: Com três medidas dadas, sempre é possível construir um triângulo?

Através de uma discussão coletiva estabeleça um inquérito prévio a respeito da questão-problema.

Estabeleça os procedimentos metodológicos que orientarão os estudantes para o desenvolvimento da investigação:

- a. em duplas, os alunos devem sortear 3 números em um dado e utilizando régua e compasso devem tentar construir um triângulo com essas medidas. Esse processo deve ser repetido pelo menos 5 vezes.
- b. Em seguida construa uma tabela separando os casos em que foi possível ou não foi possível construir um triângulo.
- c. A que conclusões vocês chegaram? Formule questões e conjecturas.

Aula 2

2ª etapa: utilização do macro do Geogebra

Estabeleça os conhecimentos prévios dos alunos com perguntas sobre a utilização do software Geogebra, através de um diálogo com a turma.

No Laboratório de Informática, organizados em duplas (as mesmas preferencialmente) apresente o software e principalmente as funções necessárias para o desenvolvimento da atividade, bem como o macro do Geogebra aos alunos.

Em um primeiro momento, peça que os alunos repitam os valores obtidos com os dados na etapa anterior. Nesse momento o incremento do controle deslizante deve ser de uma unidade. Agora, com a alteração do controle deslizante para incrementos de 0,1, peça aos alunos que executem uma versão dos procedimentos metodológicos da aula anterior.

- a. em duplas, os alunos devem deslizar o controle para alterar as 3 medidas referentes aos lados do triângulo. Esse processo deve ser repetido pelo menos 10 vezes.
- b. Em seguida construa uma tabela separando os casos em que foi possível ou não foi possível construir um triângulo.
- c. A que conclusões vocês chegaram? Formule questões e conjecturas.

Explore o fato de estar no ambiente de Geometria dinâmica, instrua aos alunos a verificação do conceito de rigidez do triângulo e por meio do software.

- a. O que acontece ao tentar movimentar os vértices do triângulo?
- b. Por que isso ocorre? Levante algumas conjecturas.

Aula 3

3ª etapa: condição de existência de um triângulo

Utilize esta é uma etapa para sistematizar o que os alunos aprenderam com as atividades das aulas anteriores.

Após a realização das etapas anteriores, peça que cada dupla apresente suas conclusões para toda a turma.

A partir das conjecturas elaboradas pelos alunos conduza a discussão para uma construção coletiva da condição de existência de um triângulo.

Por fim, com base nas conclusões sobre a rigidez dos triângulos construa coletivamente o conceito, e explore suas aplicações.

Faça um registro no quadro branco, para que cada aluno coloque no seu caderno de Geometria.

V. Sequência Didática: Medindo Ângulos

Introdução

O trabalho desta Sequência Didática proporciona aos alunos uma sensação de vencer as dificuldades que surgem no seu dia a dia, foi criado um momento de “leitura de mundo” por

meio da medição, da estimativa, da representação do espaço. A sequência será dividida em duas etapas, na primeira espera-se que os alunos reconheçam o ângulo como um elemento constitutivo de uma figura e que identifique que um ângulo precisa ter medida. Na segunda etapa espera-se a apresentar as utilidades de um transferidor.

Objetos do conhecimento:

- Ângulos: noção, usos e medida.

Habilidades da BNCC

- (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
- (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
- (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Objetivos de ensino e aprendizagem

- Introduzir o conceito de ângulo.
- Construir ângulos usando o transferidor.
- Medir ângulos usando o transferidor.

Duração

- 3 aulas com duração de uma hora cada.

Materiais

- Régua.
- Transferidor.
- Caderno de Geometria.
- Quadro branco.
- Folhas de papel de seda.
- Cópia da figura modelo.
- Cópia das referências textuais da atividade.

Espaço

- Sala de aula.

Processo de avaliação contínua

- Observação do processo.
- Criação de um portfólio que servirá tanto como registro quanto uma parte da avaliação para a atividade.
- Avaliação do trabalho final do aluno.

Organização da turma

- Para a primeira etapa a turma deve ser organizada em duplas de maneira que cada integrante vai desempenhar uma função durante a atividade.
- Para execução da segunda etapa os alunos deverão trabalhar individualmente.

Desenvolvimento

Aula 1

1ª etapa: ângulo como um elemento de uma figura

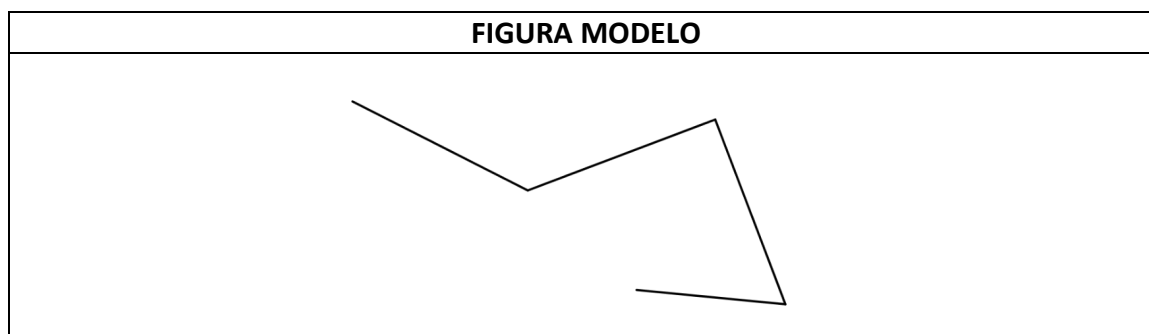
Estabeleça os conhecimentos prévios dos alunos através das seguintes questões:

- a. Em quais contextos vocês já ouviram falar a sobre ângulo?
- b. Há inúmeras situações em que uma pequena mudança de ângulo causa grandes alterações no resultado. Cite alguns casos nos quais a precisão dos ângulos é fundamental.
- c. Mas o que é ângulo? Explique com suas palavras.

Organizados em duplas, proponha a seguinte atividade:

- a. Vocês deverão reproduzir a figura a seguir em uma folha de papel de seda. Mas apenas um integrante poderá ver a figura modelo, enquanto só o outro integrante poderá reproduzir o desenho. Lembrando que para executar a tarefa o desenhista só poderá utilizar o lápis, o papel e a régua, ao mesmo tempo que o observador do desenho só poderá dar as coordenadas para o desenho através da fala e não poderá ver o que está sendo desenhado.
- b. Antes de começar realizar a atividade, planejem conjuntamente as ações: Quem exercerá cada função? O que é necessário fazer para copiar uma figura exatamente como ela é? (Caso a dupla identifique a necessidade de o observador também utilizar a régua, essa ação não está vetada).

Entregue a folha com a figura modelo para todos os alunos que serão os observadores do desenho. E oriente-os que só poderão descrever a figura, que não poderão responder a perguntas do desenhista e que não poderão visualizar o desenho durante o processo.



Peça que cada dupla responda as seguintes questões:

- a. Vocês conseguiram realizar a cópia?
- b. Qual parte da figura não ficou igual? Por quê?
- c. Quais as dificuldades encontradas para reproduzir com a régua?

- d. O que vocês pensaram que era necessário observar antes de iniciar a cópia?
- e. O que faltou observar?

Aula 2

Retome as questões da aula anterior. Peça que analisem o que poderiam fazer para melhorar a reprodução da figura.

Agora, peça para cada integrante da dupla, reproduzir a figura modelo em uma folha de papel de seda, sem utilizar o artifício da sobreposição. Novamente, antes de começar a atividade, peça que cada um planeje suas ações: O que é necessário fazer para copiar esta figura exatamente como ela é?

Problematize, com todo o grupo de alunos, o trabalho das duplas e, com eles, construa um registro sobre quais informações são necessárias para se reproduzir a figura com o modelo presente e com o modelo ausente. As necessidades são as mesmas?

Organize um momento para sistematizar o que os alunos aprenderam com as atividades de reprodução de figura com modelo presente e ausente. Aproveite para evidenciar a necessidade de se considerar a inclinação dos segmentos entre si para se reproduzir uma figura. E com isso, percebam necessidade de se medir o ângulo para reproduzir a figura exatamente como ela é.

Aula 3

2ª etapa: uso do transferidor

Aproveite para retomar o que os alunos aprenderam na 1ª etapa e estimule que os alunos leiam o que escreveram no momento de sondagem sobre o que é ângulo.

Sistematize os conceitos de ângulos e de medida de ângulo (pode utilizar o material impresso original ou fazer o registro no quadro).

Apresente o transferidor como instrumento de medida de ângulos, seus elementos (centro e linha de fé) e seus tipos (180° e 360°).

Forneça por escrito, as instruções para a utilização do transferidor, faça uma descrição e explicação oral.

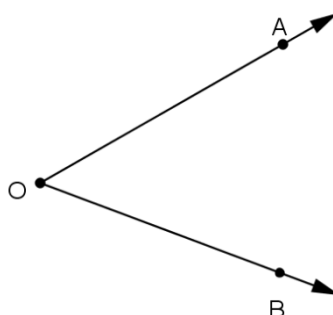
UTILIZAÇÃO DO TRANSFERIDOR

1. Como devemos fazer para **medir um ângulo**, siga os passos:

1º) O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo.

2º) Um dos lados do ângulo deve passar pelo zero do transferidor.

3º) Fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do outro lado no transferidor.



2. Como devemos **construir um ângulo dado a medida**, siga os passos:

1º) Trace uma semirreta e marque o vértice.

2º) O centro do transferidor deve coincidir com o ponto do vértice.

3º) Marque um ponto indicando a medida dada.

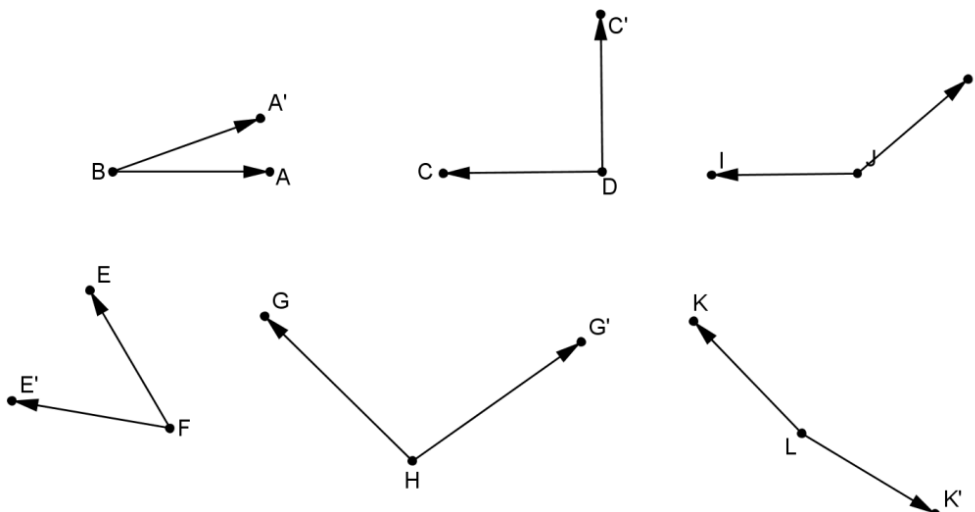
4º) Trace uma semirreta ligando o vértice e o ponto que indica a medida.

Distribua a atividade para os alunos praticarem os passos a passos para medir e construir ângulos.

PRATIQUE UM POUCO

1. Você já observou que existem dois tipos de esquadros? Tente determinar as medidas dos ângulos internos dos esquadros.

2. Usando um transferidor, determine as medidas dos ângulos a seguir.



3. Construa, utilizando o transferidor, um ângulo:

e) **Ângulo reto:** ângulo cuja medida é 90° .

f) **Ângulo agudo:** qualquer ângulo cuja medida é menor que 90° .

g) **Ângulo obtuso:** qualquer ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180° .

h) **Ângulo raso:** ângulo cuja medida é 180° .

Peça que os alunos reproduzam novamente a figura modelo, podendo utilizar o transferidor.

Depois, peça que verifiquem através da sobreposição das folhas o resultado.

A que conclusões chegaram? Produzam um relatório.