UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JACKSON TAVARES DE ANDRADE

UMA ABORDAGEM AO RACIOCÍNIO LÓGICO NO CONTEXTO DOS CONCURSOS PÚBLICOS

JUAZEIRO DO NORTE
2021

JACKSON TAVARES DE ANDRADE

UMA ABORDAGEM AO RACIOCÍNIO LÓGICO NO CONTEXTO DOS CONCURSOS PÚBLICOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Cariri, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves

JUAZEIRO DO NORTE
2021

Dados Internacionais de Catalogação na
Publicação Universidade Federal do Cariri
Sistema de Bibliotecas

A554a Andrade, Jackson Tavares de.
Uma abordagem ao raciocínio lógico no contexto dos concursos públicos / Jackson Tavares de Andrade. – 2021.
167 f.: il. color.30 cm.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Cariri, Centro de Ciências e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Juazeiro do Norte, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves.

1. Raciocínio lógico. 2. Concursos públicos. 3. Ensino da lógica. I. Título.

CDD 511.3

Bibliotecária: Glacinésia Leal Mendonça
CRB 3/ 925

JACKSON TAVARES DE ANDRADE

UMA ABORDAGEM AO RACIOCÍNIO LÓGICO NO CONTEXTO DOS CONCURSOS PÚBLICOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Cariri, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 9 de fevereiro de 2021.

BANCA EXAMINADORA

Francisco Pereira Chaves

Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves
Orientador

RSena

Prof. Dr. Renivaldo Sodré de Sena
IFCE

Francisco de Assis Benjamim Filho.

Prof. Dr. Francisco de Assis Benjamim Filho
UFCA

Valdir Ferreira de Paula Junior

Prof. Dr. Valdir Ferreira de Paula Junior
UFCA

Dedico este trabalho primordialmente a Deus, que sempre se faz presente em minha vida; a minha esposa que em todo o tempo esteve comigo corroborando e dando o suporte necessário para que conseguisse lograr êxito; aos meus pais que me auxiliaram de todas as formas possíveis, nas minhas decisões, sonhos e metas; a minha irmã e família de modo geral, pois estiveram a contribuir constantemente para que este e os demais sonhos que almejava se concretizassem.

Agradecimentos

Agradeço de forma primordial a Deus nosso Senhor por permitir mais esta conquista em minha vida profissional. Somente ele poderia dar a resiliência e sabedoria para lograr êxito em mais este sonho.

Como também agradeço a minha esposa Juciene Barbosa da Costa, pela compreensão e colaboração na finalização deste sonho, por está sempre me apoiando e incentivando meu aprimoramento profissional.

Agradeço imensamente aos meus pais, Severino Andrade de Assis e a Josefa Tavares de Assis, pela dedicação com que me educaram, pelo apoio afetivo e emocional. A minha irmã Jéssika Tavares de Andrade, pelo companheirismo e ajuda desprendida nos momentos oportunos. Aos colegas e amigos que obtive durante o curso, pelo aprendizado e coleguismo que sempre tivemos uns com os outros.

Agradeço aos meus mestres que se prontificaram a ajudar-me durante esta jornada árdua, de modo especial agradeço ao Professor Dr. Francisco Pereira Chaves pela condução e orientação deste trabalho.

Chego ao final com um sentimento de nostalgia, mas com a convicção de que todos esses momentos corroboraram para o meu proposito profissional, assim expresso meus sentimentos de gratidão a todos que colaboraram na concretização desse sonho.

RESUMO

Os assuntos referentes à lógica matemática estão entre os mais cobrados em concursos públicos em esfera nacional. Isso porque o raciocínio lógico ajuda o indivíduo a desenvolver sua capacidade de raciocínio, tornando-o capaz, principalmente, de resolver problemas práticos do dia a dia com rapidez e eficiência. Pensando nisso, elaboramos um material que proporcione um apoio para candidatos no enfrentamento do estudo dos conteúdos pertinentes ao raciocínio lógico, como também para professores de Matemática que queiram aprimorar suas aulas. A abordagem desses conhecimentos é feita através da explanação do conteúdo com a resolução de exemplos e de questões de diversos concursos. Fizemos um estudo iniciando pela evolução conceitual da lógica, passando por uma pesquisa bibliográfica, a partir do levantamento de referências teóricas em livros e sites, como também apresentamos soluções de diversas questões de provas de concursos consideradas importantes para a aprovação em certames que cobram o raciocínio lógico.

Palavras-chave: Raciocínio Lógico. Concursos Públicos. Ensino da Lógica.

ABSTRACT

Matters relating to logic are among the most charged in public competitions nationwide. This is because logical mathematics reasoning helps the individual to develop his reasoning ability, making him able, mainly, to solve practical day-to-day problems quickly and efficiently. With that in mind, we have developed material that provides support for candidates in facing the study of content related to logical reasoning, as well as for mathematics teachers who want to improve their classes. The subjects are approached by explaining the content followed by solving examples and questions from different competitions. We carried out a study starting with the conceptual evolution of logic, going through a bibliographic search, starting with the survey of theoretical references in books and sites, as well as presenting solutions to several competition exam questions considered important for the approval in competitions that charge logical reasoning.

Keywords: Logical Reasoning. Public Competitions. Logic Teaching.

Lista de Figuras

2.1 Aristóteles (384-322 a.C.). 20
2.2 Diodoro Cronus (405-304 a.C.). 21
2.3 Crísipo de Soles (280-206 a.C.). 22
2.4 Leibniz (1646-1717). 23
2.5 Boole (1815-1864). 23
2.6 Augustus de Morgan (1806-1871). 24
2.7 Gottlob Frege (1845-1925). 24
2.8 Peano (1859-1932) e Peirce (1839-1914). 25
2.9 Whitehead (1861-1947) e Bertrand Russell (1872-1970). 26
2.10 Hilbert (1862-1943), Lowenheim (1878-1957) e Skolem (1887-1963). . 26
2.11 Tarski (1901-1983), Carnap (1891-1970) e Gödel (1906-1978). 26
2.12 Turing (1912-1954). 27

3.1 Coleção Conexões com a Matemática. 30
3.2 Abordagem da lógica na coleção Conexões com a Matemática. 31
3.3 Coleção Ciência & Aplicações. 31
3.4 Presença dos conetivos “e” e “ou”. 31
3.5 Abordagem da lógica na coleção Ciência & Aplicações. 32
3.6 Coleção Matemática Paiva. 32
3.7 Abordagem da equivalência. 33
3.8 O uso dos conectivos “e” e “ou”. 33
3.9 Presença da história da demonstração matemática. 33
3.10 Abordagem da implicação e equivalência por Paiva. 34
3.11 Coleção Contexto & Aplicações. 34
3.12 O uso do silogismo por Dante. 34
3.13 Abordagem da implicação por Dante. 35
3.14 Recíproca, Contrapositiva e equivalência. 35
3.15 Coleção Interação & Tecnologia. 36
3.16 O uso do silogismo por Balestri. 36

4.1 Possibilidades da valoração de duas proposições. 43

4.2 Possibilidades da valoração de duas proposições. 52

6.1 Imagem da Questão 25. 125

Lista de Tabelas

3.1 Tiragem de 2018 e 2019 dos livros analisados. 30

4.1 Símbolos dos conectivos lógicos. 42
4.2 Tabela verdade com duas proposições. 43
4.3 Tabela verdade da conjunção. 44
4.4 Tabela verdade da disjunção inclusiva. 45
4.5 Tabela verdade da disjunção exclusiva. 46
4.6 Tabela verdade da condicional. 47
4.7 Tabela verdade de $(p \to q) \wedge (q \to p)$. 49
4.8 Tabela verdade da bicondicional. 49
4.9 Tabela verdade da negação. 50
4.10 Revisão dos operadores lógicos. 51
4.11 Condições da valoração dos conectivos. 51
4.12 Tabela verdade com 3 proposições. 52
4.13 1ª tabela verdade de $P(p,q,r) = (p \vee \sim r \to q) \wedge \sim p$. 54
4.14 2ª tabela verdade de $P(p,q,r) = (p \vee \sim r \to q) \wedge \sim p$. 55
4.15 3ª tabela verdade de $P(p,q,r) = (p \vee \sim r \to q) \wedge \sim p$. 55
4.16 Tabela verdade de $p \vee \sim (p \wedge q)$. 56
4.17 Tabela verdade de $(p \leftrightarrow \sim q) \wedge (p \wedge q)$. 56
4.18 Tabela verdade de $x = 3 \wedge (x \neq y \to x \neq 3)$. 56
4.19 Tabela verdade do Exemplo 12 (a). 57
4.20 Tabela verdade do Exemplo 12 (b), (c) e (d). 57
4.21 $P(p,q,r) = p \vee q \to r$. 59
4.22 $Q(p,q,r) = p \to (q \to r)$. 59
4.23 Tabela verdade da negação da conjunção. 66
4.24 Tabela verdade da negação da disjunção. 67
4.25 Tabela verdade da negação da disjunção exclusiva. 68
4.26 Tabela verdade da negação da disjunção. 70
4.27 Comparação da disjunção exclusiva e da bicondicional. 72
4.28 Negação de proposições compostas. 73
4.29 Negação dos quantificadores. 76

5.1 Tabela verdade da adição disjuntiva. 82
5.2 Tabela verdade da adição conjuntiva. 82
5.3 Tabela verdade do Modus Ponens. 83
5.4 Tabela verdade do Modus Tollens. 84
5.5 Tabela verdade do silogismo disjuntivo. 84
5.6 Tabela verdade do silogismo hipotético. 85
5.7 Tabela verdade do dilema construtivo. 86
5.8 Tabela verdade do dilema destrutivo. 87
5.9 Tabela verdade da absorção. 88
5.10 Tabela verdade da relação I. 88
5.11 Tabela verdade do Exemplo 34. 90
5.12 Tabela verdade das premissas do Exemplo 35. 91
5.13 Tabela verdade das alternativas do Exemplo 35. 92
5.14 Tabela comparativa dos métodos de verificação da validade de um argumento. 100

6.1 Tabela verdade da Questão 4 item IV. 104
6.2 Tabela verdade do enunciado da Questão 5. 104
6.3 Tabela verdade da Questão 5. 105
6.4 Tabela verdade do enunciado da Questão 6. 105
6.5 Tabela verdade da Questão 6. 106
6.6 Tabela verdade da Questão 6 item III. 106
6.7 Tabela verdade da Questão 6 item IV. 107
6.8 Tabela verdade da Questão 6 item V. 107
6.9 Tabela verdade da Questão 7. 108
6.10 Tabela verdade da resolução da questão 8 item III. 109
6.11 Tabela da Questão 10. 111
6.12 Tabela da Questão 10. 112
6.13 Tabela verdade da Questão 34. 132
6.14 Tabela verdade da Questão 35. 134
6.15 Tabela verdade da resolução da Questão 36. 135
6.16 Tabela da Questão 49. 158
6.17 Tabela completa da Questão 49. 158
6.18 Tabela da Questão 50. 159
6.19 Tabela completa da Questão 50. 160

Sumário

Lista de Figuras **ix**

Lista de Tabelas **xi**

1 Introdução **15**

2 Uma breve evolução conceitual da lógica **19**

2.1 Período grego . . . 19

2.2 Período Booleano . . . 22

2.3 Período contemporâneo . . . 25

3 Uma análise da lógica no Ensino Médio **28**

3.1 O ensino da lógica em nossas escolas . . . 28

3.2 Abordagem da lógica em alguns livros de Matemática do Ensino Médio 29

3.3 A importância da inclusão do raciocínio lógico nas aulas de Matemática 37

4 Cálculo proposicional **39**

4.1 Fundamentos da lógica . . . 39

4.2 Conectivos lógicos . . . 41

4.2.1 Tabela verdade . . . 42

4.3 Operadores lógicos . . . 43

4.3.1 Conjunção . . . 43

4.3.2 Disjunção . . . 44

4.3.3 Disjunção exclusiva . . . 45

4.3.4 Condicional . . . 46

4.3.5 Bicondicional . . . 48

4.3.6 Negação . . . 49

4.3.7 Revisão dos operadores lógicos . . . 51

4.4 Construção de tabelas verdade . . . 52

4.5 Tautologia, Contradição e Contingência . . . 55

4.6 Implicação lógica . . . 58

4.7 Equivalência lógica . . . 59

4.8 Negação de proposições compostas 66
4.9 Quantificadores lógicos 74
4.9.1 Negação dos quantificadores lógicos 74

5 Lógica de argumentação e regras de inferências 78
5.1 Argumentos 78
5.2 Regras de inferência 81
5.3 Verificação da validade de um argumento 89
5.3.1 Validade mediante a tabela verdade 90
5.3.2 Validade mediante regras de inferência 92
5.3.3 Método das premissas verdadeiras 96
5.3.4 Método da conclusão falsa 97
5.4 Tabela comparativa dos métodos de verificação da validade de um argumento 99

6 Questões de concursos com soluções comentadas 101

7 Considerações finais 161

Referências 163

Capítulo 1

Introdução

Nas civilizações da Grécia Antiga os estudiosos consideravam a lógica[1] e a matemática como campos de estudos distintos, mas com o passar dos tempos essa distinção transformou-se em um elo, onde a lógica e a matemática estão fortemente ligadas como linguagem formal e precisa. Como afirma Bretrand Russel [50]:

> Historicamente falando, a matemática e a lógica têm sido domínios de estudo inteiramente distintos. A matemática tem estado relacionada com a ciência e a lógica com o idioma grego. Mas ambas se desenvolveram nos tempos modernos: a lógica tornou-se mais matemática e a matemática tornou-se mais lógica. Em consequência, tornou-se agora inteiramente impossível traçar uma linha divisória entre as duas; na verdade, as duas são uma. Diferem entre si como rapaz e homem: a lógica é a juventude da matemática e a matemática é a maturidade da lógica.

Segundo Bispo [10], a lógica pode ser entendida como a ciência que estuda os princípios e os métodos que permitem estabelecer as condições de validade e invalidade dos argumentos.

Em outros termos, a lógica é um instrumento que permite organizar ideias de forma mais coerente e rigorosa, impossibilitando conclusões impróprias, a partir de afirmações já definidas. Ela auxilia no processo do pensamento acerca da organização do raciocínio, indicando como é possível expor demonstrações e quais os tipos e modos de demonstrações existentes. Portanto, a lógica pode ser entendida como um processo que faz uso de métodos para averiguar se uma afirmação é verdadeira ou falsa.

A lógica pode ser analisada em duas vertentes do ponto de vista formal: a lógica formal e a informal. Segundo Bianchi [9], a lógica formal é um conjunto sistemático de argumentação válida passível de formalização, enquanto a lógica informal trata

[1] Conforme [35], etimologicamente, lógica vem do grego lógos = palavra, expressão discurso, razão.

do estudo sistemático da argumentação válida, independentemente de ser susceptível de formalização. Ou seja, a lógica informal apresenta uma linguagem comum, que busca desenvolver argumentos não formais, a fim de analisar, interpretar, avaliar, criticar e construir argumentos no discurso do cotidiano; já a lógica formal é estruturada por uma linguagem técnica e constituída por conceitos rigorosamente definidos e validados.

Ao mencionarmos a palavra lógica, neste trabalho, estamos nos referindo aos conteúdos referentes à lógica matemática, a qual não fazemos distinção entre raciocínio lógico, lógica simbólica, lógica formal ou lógica proposicional (cálculo sentencial); ou seja, o emprego de todos esses termos estão se referindo ao estudo do sistema simbólico utilizado para averiguação da verdade ou inverdade de sentenças, como também, na validade e invalidade de argumentos.

Conforme prever a Constituição Federal de 1988 em seu artigo 37, inciso II, a investidura em cargo ou emprego público necessita de prévia aprovação em concurso público de provas ou de provas e títulos. Diante do exposto acima e em sites especializados em concursos no país, como o Qconcursos.com, grancursosonline.com e estrategiaconcursos.com, podemos evidenciar que a lógica vem ganhando cada vez mais espaço como um dos assuntos presentes nos mais diversos concursos realizados por todo o país. Isso acontece pelo fato de o raciocínio lógico poder constatar algumas singularidades e capacidades individuais dos candidatos, as quais estão sendo exigidas pelo mercado de trabalho, pois o mesmo procura ter pessoas qualificadas para resolver situações-problema com rapidez e eficiência.

No entanto, muitas pessoas apresentam dificuldades em resolver questões que envolvam raciocínio lógico, o que se torna uma dificuldade para aprovação nas provas dos concursos.

Na tentativa de esclarecer algumas dessas questões corriqueiras, apresentaremos neste trabalho abordagens de resoluções, fazendo alusão desde os princípios mais básicos até os mais avançados do raciocínio lógico, de forma clara e objetiva, a fim de que os leitores tenham maiores chances de responderem corretamente às questões de lógica que são cobradas nos concursos.

O raciocínio lógico também se torna essencial no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, pois contribui para o pensar de forma mais crítica a respeito dos assuntos dos diversos componentes curriculares, tornando-os mais argumentativos, fundamentados em critérios e princípios logicamente validados.

Nessa perspectiva, a lógica apresenta-se como uma importante ferramenta para alcançar o objetivo proposto pelo Ministério da Educação (MEC) de "criar condições para que cada brasileiro [...] seja capaz de atuar crítica e reflexivamente no contexto em que se insere, como cidadão cônscio de seu papel num mundo cada vez mais globalizado" (ver [13]).

Ao concluírem a Educação Básica, os jovens deparam-se com várias possibilidades para suas vidas, dentre elas estão: realizar a prova do ENEM para ingressar num curso superior ou estudar para prestar concurso. Ambas as possibilidades exigem bastante esforço e dedicação. O indivíduo que opta pela segunda escolha, habitualmente, depara-se com o raciocínio lógico. Porém, boa parte dos candidatos apresenta dificuldade na compreensão deste tema, o que se torna um obstáculo em sua preparação.

Apesar da corriqueira presença de questões sobre raciocínio lógico em diversos concursos públicos, os livros didáticos estão dando pouca relevância a esses conteúdos, fazendo com que os estudantes concluam a Educação Básica com dificuldades acerca desses conhecimentos.

Nessa perspectiva, surgiu a ideia de elaborar um material que proporcione um apoio para candidatos no desenvolvimento do estudo dos conteúdos pertinentes ao tema de raciocínio lógico exigidos em concursos públicos no país, como também para professores que entendem que o ensino de Matemática deve ir além da reprodução de técnicas e modelos.

Tendo isso em vista, objetivamos com esse trabalho:

- Investigar como alguns livros didáticos de Matemática estão abordando os assuntos relacionados à lógica matemática.
- Discutir a importância do raciocínio lógico no Ensino Médio.
- Abordar os conteúdos da lógica matemática direcionados à resolução de questões de concursos públicos.
- Apresentar soluções de questões exigidas em alguns certames nacionais.
- Contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos candidatos que almejam uma vaga em concursos.

O trabalho é constituído por seis capítulos, onde o primeiro está intitulado por Introdução, o qual apresenta uma visão geral do trabalho, bem como as motivações e os objetivos esperados com a realização do trabalho. No segundo capítulo, faremos um aparato histórico sobre a evolução conceitual da lógica de forma abreviada e cronológica, que vai desde o surgimento da lógica com Aristóteles, passando pelo período Booleano, até o período atual com Bertrand Russel.

No terceiro capítulo, trataremos de modo sucinto a abordagem que os livros didáticos dão aos assuntos pertinentes ao raciocínio lógico, bem como procuramos mostrar uma justificativa para que esses assuntos sejam melhor abordados nos anos finais da Educação Básica pelo livro didático.

No quarto capítulo, veremos os fundamentos básicos da lógica matemática por intermédio de uma linguagem didática, sempre buscando apresentar questões de concursos cujas resoluções apresentem riquezas de detalhes, com o intuito de fornecer ao leitor maior facilidade na assimilação da temática trabalhada.

No quinto capítulo, apresentaremos alguns tópicos mais avançados da lógica: a lógica de argumentação e as regras de inferência, tendo em vista que na maioria dos concursos públicos é exigida a análise da eventualidade de um argumento ser válido ou inválido, como também chegar a uma conclusão a partir de condições já estabelecidas. Mostraremos algumas técnicas possíveis para essa verificação, quais sejam: validade mediante a tabela verdade, validade das premissas verdadeiras, método da conclusão falsa e método das regras de inferência.

No sexto capítulo, daremos enfoque às resoluções de diversas questões do último quinquênio dos certames de instituições renomadas no país como CESPE, FGV, UEPB, FCC, TRT, TJ, DPF, Proncon, entre outras, que cobram o raciocínio lógico como área de conhecimento técnico, buscando, desta forma, demonstrar a aplicação dos conhecimentos trabalhados nos capítulos antecedentes e capacitar ainda mais os candidatos para a realização dos certames. Vale frisar que todas as questões de concursos foram selecionadas a partir dos sites: Qconcursos, estudegratis, Gabaritou e grancursos.

Capítulo 2

Uma breve evolução conceitual da lógica

Neste capítulo, discorreremos sucintamente sobre a história da lógica, que teve início por volta do século IV a.C. com o filósofo Aristóteles e que se perpetua até os dias atuais como uma forma linguística completa. O texto deste capítulo foi baseado nas referências [1], [10], [18], [22], [25], [37], [38], [39] e [53].

A lógica, também chamada de lógica formal, lógica simbólica ou ainda lógica matemática, pode ser examinada por meio de três perspectivas:

1ª) lógica como um sistema de regras;

2ª) lógica como um conjunto de leis;

3ª) lógica como estrutura linguística.

Cada uma dessas concepções está relacionada a um determinado período da evolução conceitual da lógica. Os períodos correspondentes a estas perspectivas são:

1º) período grego (que teve início no século IV a.C. até o começo do século XIX);

2º) período booleano (que teve início no século XIX até a primeira década do século XX);

3º) período contemporâneo (que teve início em 1910 até os dias atuais).

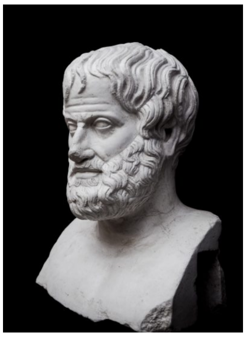
2.1 Período grego

A história da lógica teve início na Grécia Antiga com o filósofo Aristóteles (384-322 a.C.) a partir do trabalho intitulado Primeiros Analíticos (em grego: $'A\nu\alpha\lambda\upsilon\tau\iota\kappa\tilde{\omega}\nu$

$\pi\rho o\tau\acute{\epsilon}\rho\omega\nu$, em latim: Analytica priora), composto por dois livros. No primeiro, segundo Filho [25], Aristóteles apresenta a teoria do silogismo[1] em si, em que duas premissas concluem uma terceira proposição.

Além da obra Primeiros Analíticos, Aristóteles escreveu os tratados das Categorias, dos Tópicos, Refutação dos Sofistas, Interpretação e Segundos Analíticos. Após sua morte, todos eles foram organizados em uma única obra intitulada "Organon" (Instrumento). Nesses tratados, Aristóteles defendia que a lógica deveria fornecer instrumentos mentais fundamentais para o enfrentamento de qualquer situação do tipo investigativo.

Figura 2.1: Aristóteles (384-322 a.C.).



Fonte: [34]

Chagas [18], afirma que Aristóteles define a lógica como um método do discurso demonstrativo, que utiliza três operações da inteligência: o conceito, o juízo e o raciocínio. O conceito é a representação mental dos objetos; juízo é um ato mental de afirmação ou de negação de uma ideia a respeito de outra, isto é, da coexistência de um sujeito e um predicado; raciocínio é a articulação de vários juízos. O objeto próprio da lógica não é o conceito nem o juízo, mas o raciocínio, que permite a progressão do pensamento .

Ao examinar os argumentos matemáticos, Aristóteles definiu as regras básicas de argumentação lógica - os silogismos, raciocínios típicos de sua lógica. A seguir temos o silogismo mais conhecido desse estudioso:

Todo homem é mortal.
Sócrates é homem.
Logo, Sócrates é mortal.

Segundo Moreira [37], Aristóteles desenvolveu minuciosamente os silogismos nos Primeiros Analíticos, apresentando os princípios que os sustentam e as regras que devem moldar a sua construção. Entre as características mais importantes da silogística aristotélica está a utilização, pela primeira vez na história da lógica,

[1]O silogismo é uma regra de extrair uma conclusão necessária a partir de premissas.

de letras como representantes de uma expressão substantiva qualquer, e que se mostrou ser fundamental para estudos posteriores, bem como uma das primeiras tentativas de estabelecer um rigor nas demonstrações matemáticas.

Ao demonstrar os passos necessários para a investigação, o conhecimento e a demonstração científica, observa-se que o objetivo de Aristóteles foi apresentar um método científico baseado nas seguintes etapas:

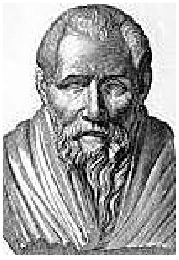
- observação de fenômenos particulares;
- intuição dos princípios gerais a que os mesmos obedecem;
- dedução, a partir dos princípios gerais, das causas dos fenômenos particulares.

Para Aristóteles, se os princípios gerais fossem bem ordenados e as suas decorrências deduzidas corretamente, o resultado de suas explicações só poderia ser verdadeiro. Para Dias [22], em sentido restrito, pode-se particularizar a lógica de Aristóteles, no que tange à Silogística, como estando associada ao que, nos dias atuais, entende-se por Lógica das Classes (ou dos Predicados).

É inegável a importância de Aristóteles para o desenvolvimento da lógica, porém outra tradição argumentativa de grande relevância se formou na Grécia Antiga, com os megáricos e estóicos.

Os megáricos, assim chamados por ter sua fundação na cidade de Mégara, Grécia Antiga, interessavam-se pelo que chamamos de paradoxos[2]. A exemplo podemos citar o conhecido "paradoxo do mentiroso": quem diz "O que eu afirmo agora é falso", enuncia algo verdadeiro ou falso? Um dos seus representantes é Diodoro Cronus (405-304 a.C.) que, segundo Nascimento [38], formulou interessante concepção modal, relacionando possibilidade, tempo e verdade, enquanto outro megárico, de nome Fílon, que viveu aproximadamente em 300 a.C., estudou proposições do tipo "Se chove, então a rua está molhada", construída com o auxílio das expressões "se..., então..." conhecidas como condicionais.

Figura 2.2: Diodoro Cronus (405-304 a.C.).

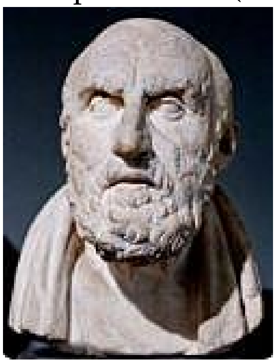


Fonte: [43]

[2]Segundo Filho [23], paradoxo é uma frase autocontraditória, falsa e verdadeira ao mesmo tempo, que fere o Princípio da Não Contradição.

Os estóicos tiveram grande relevância na construção da lógica com o desenvolvimento de teorias lógicas. Uma das principais contribuições estóicas para a lógica veio com Crísipo de Soles (280-206 a.C.), com o estudo das sentenças condicionais, das disjunções (regidas pela partícula "ou") e das conjunções (regidas pela partícula "e"). Segundo Dias [22], os estóicos foram os primeiros a elaborar uma teoria da demonstração com proposições condicionais, como também diversas outras formas de proposições complexas; foram eles também os responsáveis pelo início do que atualmente chamamos de Cálculo Proposicional, pois manipularam as inferências que dependiam apenas de noções expressas pela conexão de enunciados na forma designação-atributo em sentenças complexas, enquanto, por exemplo, Aristóteles direcionou seus estudos sobre inferências que envolviam relações entre termos gerais.

Figura 2.3: Crísipo de Soles (280-206 a.C.).



Fonte: [43]

2.2 Período Booleano

Do fim do período grego para o início do período booleano, destaca-se o filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1717), o propulsor da lógica moderna no século XVII. Leibniz apresentava em seus trabalhos, denominados *Calculus Ratiotinator* ou *Lógica Mathematica*, traços da lógica contemporânea e operações com símbolos, semelhantes ao cálculo algébrico. Ele introduziu a lógica simbólica a fim de interferir nas ambiguidades e contradições dos problemas do período grego, gerados pela inconsistência da linguagem utilizada.

Os estudos de Leibniz motivaram, duzentos anos mais tarde, várias áreas da lógica matemática moderna, onde seus trabalhos avançariam com o inglês George Boole (1815-1864), a partir de 1847.

Considerado o fundador da lógica matemática, por conta de sua obra The Mathematical Analysis of Logic, publicada em 1847, Boole dá origem a um período revolucionário na evolução da lógica, cujo nome é em sua homenagem. Segundo Tasinaffo

Figura 2.4: Leibniz (1646-1717).

Fonte: [28]

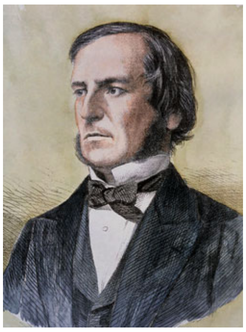
[53], dentre os principais feitos de George Boole, estão:

1) a introdução do primeiro sistema completo e funcional de lógica formal em seu livro *The Mathematical Analysis of Logic*, de 1847;

2) a publicação, em 1854, do livro *Investigations of the laws of thought* que compara as leis do pensamento às leis da álgebra;

3) o estabelecimento de que "1" representa a classe de todos os objetos (o universo) e o "0" representa a classe a qual nenhum objeto pertence (classe vazia) e enuncia o princípio da não-contradição: "nenhum objeto pode ter duas propriedades contraditórias".

Figura 2.5: Boole (1815-1864).



Fonte: [26]

No decorrer deste período, a lógica passou a desenvolver uma essência mais matemática ou, precisamente, mais algébrica. Dessa forma, passava-se a buscar as suas leis como um resultado do paralelo de fórmulas algébricas com o cálculo de predicados. George Boole e Augustus de Morgan (1806-1871) foram os influenciadores da aproximação da lógica com a álgebra, com a publicação do trabalho *Formal Logic*, o qual compara as leis do pensamento com as leis da Álgebra.

Figura 2.6: Augustus de Morgan (1806-1871).

Fonte: [6]

Vale salientar que a lógica só passou a ser considerada um campo da Matemática a partir de seus trabalhos, com a apresentação dos fundamentos da lógica algébrica.

Também nesse período, o alemão Gottlob Frege (1845-1925) deu um avanço significativo à lógica, mostrando que a Aritmética era idêntica à lógica, com a seguinte cronologia:

- em 1879, publicou o livro *Begriffsschrift*, o qual corresponde a um manual de escritura conceitual;

- em 1884, lançou a obra *Die Grund/agem der Arithemetic*, onde apresenta, de maneira informal, opiniões e críticas acerca das correntes sobre a essência da Aritmética;

- em 1893, publicou o primeiro volume de sua mais importante obra *Die Grundgesetze der Arithmetik*; sendo que apenas em 1903 publicaria o segundo volume.

Figura 2.7: Gottlob Frege (1845-1925).

Fonte: [29]

Conforme Dias [22], as principais características nos trabalhos de Frege são: a precisão da diferença entre os conceitos de variável e constante, a criação de sistemas lógicos tais como o que hoje se conhece por Cálculo Proposicional, a concepção de função lógica, o conceito de quantificador, a distinção entre lei e regra (entre linguagem e metalinguagem) e a distinção entre as premissas nas quais se baseia um dado raciocínio e as regras de inferência.

Ainda no período Booleano, encontramos os trabalhos de dois importantes estudiosos que são: Giuseppe Peano (1859-1932), que conseguiu criar uma notação matemática menos robusta que a de Frege e que é usada até os dias atuais, elaborou a notação atual para a lógica matemática, em 1889, e é criador da axiomatização da Aritmética; e o matemático Charles Sanders Peirce (1839-1914), que também formulou a lógica de primeira ordem[3] independentemente de Frege, em 1883.

Figura 2.8: Peano (1859-1932) e Peirce (1839-1914).

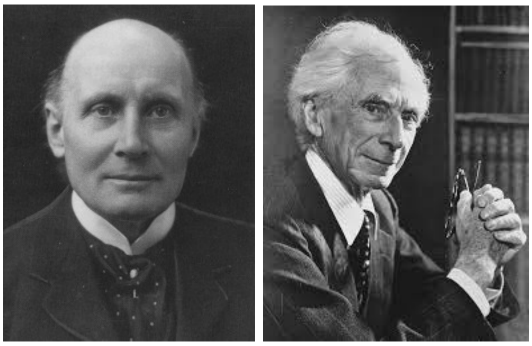
Fontes: [27] e [19]

2.3 Período contemporâneo

Dar-se início com a publicação dos três volumes do *Principia Mathematica*, dos autores Alfred North Whitehead (1861-1947) e Bertrand Russell (1872-1970), respectivamente, em 1910, 1912 e 1913. Segundo Dias [22], nesta obra eles desenvolveram os possíveis detalhes quanto à prova de que a Matemática Pura pode ser estabelecida a partir de um número específico de princípios lógicos fundamentais; chegando-se a afirmar que a "Matemática é indistinguível da lógica". A obra em questão promulga que a Matemática deveria ser apresentada como um sistema que se edifica a partir da lógica. Russell afirma com propriedade que "a lógica é a juventude da matemática e a matemática é a maturidade da lógica."

[3] A lógica de primeira ordem, também conhecida como cálculo de predicados, é um sistema lógico que perpassa a lógica proposicional, estudando os chamados quantificadores lógicos.

Figura 2.9: Whitehead (1861-1947) e Bertrand Russell (1872-1970).



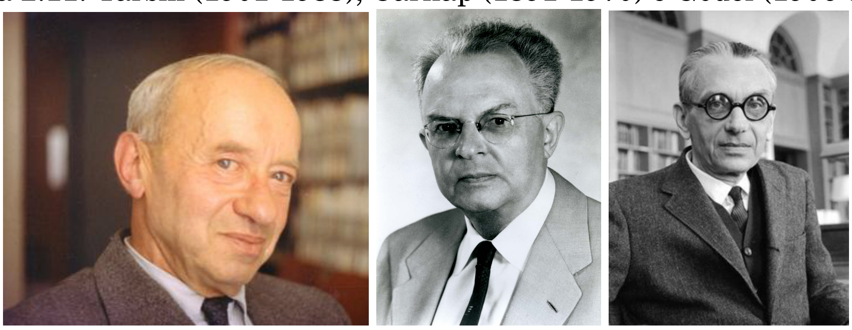
Fontes: [55] e [8]

Outros estudiosos que contribuíram para o desenvolvimento da lógica atual foram David Hilbert (1862-1943), Leopold Lowenheim (1878-1957) e Albert Thoralf Skolem (1887-1963), responsáveis por estabelecer a Metalógica[4]. Já Alfred Tarski (1901-1983), Rudolf Carnap (1891-1970) e Kurt Gödel (1906-1978) foram os responsáveis pela formalização da Metalógica.

Figura 2.10: Hilbert (1862-1943), Lowenheim (1878-1957) e Skolem (1887-1963).

Fontes: [21], [41] e [54]

Figura 2.11: Tarski (1901-1983), Carnap (1891-1970) e Gödel (1906-1978).



Fontes: [3], [30] e [49]

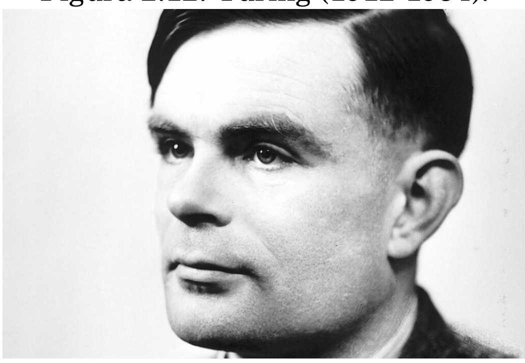
[4]Segundo [36], Metalógica é o estudo da metateoria da lógica. Enquanto a lógica estuda como sistemas lógicos podem ser usados para construir argumentos válidos e corretos, a Metalógica estuda as propriedades dos sistemas lógicos. Lógica concerne as verdades que podem ser verificadas usando sistemas lógicos; Metalógica fornece afirmações que podem ser verificadas a partir de linguagens e sistemas que são usados para expressar tais afirmações.

Vale salientar que é no período contemporâneo que a lógica é vista como estrutura linguística, ou seja, como uma linguagem dotada de uma sintaxe (regras ou leis de combinações de símbolos) e uma semântica (interpretação e significado dos símbolos).

Assim, vários estudiosos têm direcionado seus esforços para a ruptura da ideologia de que a lógica e a Matemática são áreas de estudos distintas. Dessa forma, podemos dizer que a Matemática é condicionada pela lógica, e a lógica, em essência, possui métodos matemáticos. Nessa perspectiva Dias [22] afirma que a lógica torna-se, em determinadas instâncias, mais Matemática e, a Matemática, por sua parte, cada vez mais lógica. Portanto, a lógica tem evoluído e tido extrema importância em diversas áreas do conhecimento como Engenharia, Robótica e Economia.

Um feito de bastante relevância para a sociedade veio com Alan Mathison Turing (1912-1954) com o surgimento da inteligência artificial, em 1936, com a teoria da computação, quando surge a possibilidade de uma máquina que tenha as regras de um sistema formal embutidas torna-se capaz de executar operações computacionais sobre a teoria dos números [37].

Figura 2.12: Turing (1912-1954).



Fonte: [2]

Capítulo 3

Uma análise da lógica no Ensino Médio

Neste capítulo, mostraremos como alguns livros didáticos de Matemática do Ensino Médio abordam os conteúdos referentes ao raciocínio lógico e procuraremos justificar porque esses conteúdos poderiam ser melhor trabalhados no Ensino Médio, devido à corriqueira presença em concursos públicos e em cursos superiores como na área da Ciência da Computação, Filosofia e na própria Matemática. Além de contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Para escrever este capítulo, nos baseamos em [5], [7], [9], [12], [14], [15], [16], [20], [31], [32], [39], [40], [42],[44], [51] e [52].

3.1 O ensino da lógica em nossas escolas

Todos concordam que conhecer os "princípios" da lógica facilita a compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados em toda a Educação Básica. Como sugere Buttierres [16], a aplicação de alguns dos princípios da lógica podem ser tratados de forma integrada aos demais conteúdos, desde as séries iniciais.

Bianchi [9] diz que a lógica é a arte de pensar, a arte de raciocinar, sendo o raciocínio o pensamento em movimento, o encadeamento de juízos. É a ciência que trata das operações que o espírito humano usa, na busca da verdade. Ele defende a inclusão da lógica no currículo da Educação Básica, não como conteúdo integrante da disciplina de Matemática, mas como tema transdisciplinar.

Nessa mesma perspectiva, Scolari, Bernardi e Cordenonsi [51] afirmam que a lógica trata do estudo do raciocínio, ou seja, sistemas que definem como pensar de forma mais crítica no que diz respeito a opiniões, inferências e argumentos, dando sentido ao pensamento.

Assim sendo, os assuntos da lógica são capazes de colaborar no clareamento e planejamento de situações do dia a dia, das mais simples até as mais complexas, pois a essência desses conhecimentos é estimular o indivíduo a pensar. Com isso, Noé [40] diz que a utilização do raciocínio lógico na formação educacional de jovens gera pessoas críticas com senso argumentativo, e é com essa característica que desenvolvemos estudantes capazes de criar, interpretar, responder e explicar situações-problema envolvendo Matemática. E desenvolver essas competências e habilidades faz parte dos objetivos do ensino de Matemática no nível médio, de acordo com Brasil [15].

Podemos encontrar também nas referências do Ministério da Educação, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, a abordagem da lógica como um importante instrumento em outras áreas do conhecimento, como na área de Linguagens, corroborando como ferramenta para compreensão e escrita de texto dissertativo-argumentativo, sendo esse o tipo de texto exigido no ENEM atualmente, e das Ciências da Natureza, por exemplo, contribuindo no relacionamento dos conhecimentos empíricos e formais.

Portanto, o desenvolvimento do raciocínio lógico nos estudantes se torna imprescindível no pensar de forma mais crítica a respeito dos conteúdos dos diversos componentes curriculares, tornando-os mais argumentativos, fundamentados em critérios e princípios logicamente validados, contribuindo assim para o desenvolvimento das dimensões física, intelectual, emocional e espiritual.

3.2 Abordagem da lógica em alguns livros de Matemática do Ensino Médio

O livro didático é uma das principais ferramentas pedagógicas utilizadas pelos professores no âmbito externo e interno da sala de aula. Por esse motivo, sua abordagem aos conteúdos deve ser clara, objetiva e de fácil assimilação por parte dos alunos.

Nosso objetivo nesta seção é fazer uma análise de como alguns livros didáticos de Matemática do Ensino Médio estão abordando os conteúdos relativos ao raciocínio lógico. Procuramos verificar se esses assuntos estão presentes e analisar se estão sendo "cobrados" na mesma perspectiva em que são exigidos em concursos públicos.

Para isso, procuramos por palavras relacionadas aos conteúdos de lógica nos sumários e nos índices remissivos de alguns livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio que foram indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD de 2018, como também fizemos uma breve leitura em partes destes livros a fim de encontrar conteúdos relacionados ao tema. Os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio que foram indicados e analisados pelo PNLD de 2018 são:

i. Conexões com a Matemática - Fabio Martins de Leonardo;

ii. Matemática: ciência e aplicações - Gelson Iezzi;

iii. Matemática: interação e tecnologia - Rodrigo Balestri;

iv. Matemática Paiva - Manoel Paiva;

v. Matemática: contexto e aplicações - Luiz Roberto Dante.

A Tabela 3.1 mostra os códigos das coleções escolhidas e aprovadas pelo PNLD de 2018, para serem usadas nos anos de 2018 a 2020.

Tabela 3.1: Tiragem de 2018 e 2019 dos livros analisados.

Editora	Coleção	Código
Moderna	Conexões com a Matemática	0195P18023
Saraiva	Matemática: ciências e aplicações	0082P18023
Leya	Matemática: interação e tecnologia	0127P18023
Moderna	Matemática Paiva	0180P18023
Ática	Matemática: contexto e aplicações	0008P18023

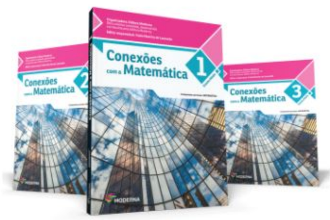
Fonte: Autor

Vejamos como os livros mencionados, de fato, abordam os conhecimentos lógicos.

Conexões com a Matemática

A Figura 3.1 mostra as capas dos livros da coleção Conexões com a Matemática.

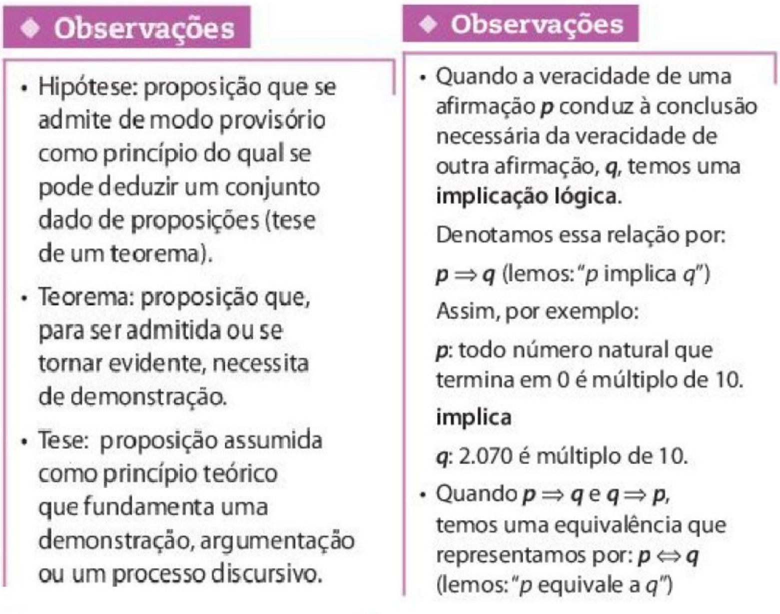
Figura 3.1: Coleção Conexões com a Matemática.



Fonte: Editora Moderna

Verificamos nessa coleção uma menção ao conteúdo de implicação lógica, no Volume I, de forma passageira para apresentar as proposições componentes de um teorema e, consequentemente, sua necessidade de demonstração. Vale salientar que essa abordagem deu-se em forma de observações como podemos ver na Figura 3.2. Tais observações ocorreram devido à demonstração por redução ao absurdo de que o número $\sqrt{2}$ é irracional.

Figura 3.2: Abordagem da lógica na coleção Conexões com a Matemática.



Observações

- Hipótese: proposição que se admite de modo provisório como princípio do qual se pode deduzir um conjunto dado de proposições (tese de um teorema).
- Teorema: proposição que, para ser admitida ou se tornar evidente, necessita de demonstração.
- Tese: proposição assumida como princípio teórico que fundamenta uma demonstração, argumentação ou um processo discursivo.

Observações

- Quando a veracidade de uma afirmação ***p*** conduz à conclusão necessária da veracidade de outra afirmação, ***q***, temos uma **implicação lógica.**

  Denotamos essa relação por:

  $p \Rightarrow q$ (lemos: "*p* implica *q*")

  Assim, por exemplo:

  p: todo número natural que termina em 0 é múltiplo de 10.

  implica

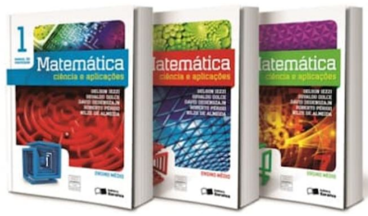
  q: 2.070 é múltiplo de 10.
- Quando $p \Rightarrow q$ e $q \Rightarrow p$, temos uma equivalência que representamos por: $p \Leftrightarrow q$ (lemos: "*p* equivale a *q*")

Fonte: [32, p. 47]

Matemática: ciência e aplicações

A Figura 3.3 exibe as capas dos livros da coleção Ciência & Aplicações.

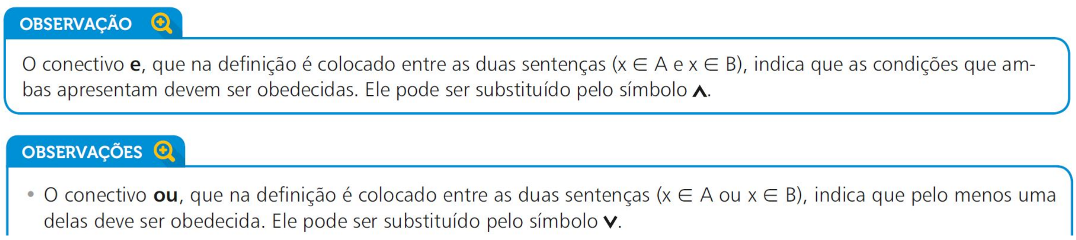
Figura 3.3: Coleção Ciência & Aplicações.



Fonte: Editora Saraiva

Analisando essa coleção, notamos uma passagem que faz parte do conteúdo da lógica, através dos conetivos lógicos: a conjunção e a disjunção inclusiva, como vemos na Figura 3.4. Porém, os autores não fazem menção a um estudo mais sistematizado sobre tais conectivos.

Figura 3.4: Presença dos conetivos "e" e "ou".



OBSERVAÇÃO

O conectivo **e**, que na definição é colocado entre as duas sentenças ($x \in A$ e $x \in B$), indica que as condições que ambas apresentam devem ser obedecidas. Ele pode ser substituído pelo símbolo $\wedge$.

OBSERVAÇÕES

- O conectivo **ou**, que na definição é colocado entre as duas sentenças ($x \in A$ ou $x \in B$), indica que pelo menos uma delas deve ser obedecida. Ele pode ser substituído pelo símbolo $\vee$.

Fonte: [31, p. 12 e 13]

Observamos também que em outro momento os autores trabalham a ideia de demonstração de proposições, em forma de texto, cujo título é "Investigação e argumentação Matemática", o qual traz a demonstração de uma proposição envolvendo números pares e ímpares. O autor explica a estrutura de um teorema e sua necessidade de validação. A Figura 3.5 mostra essa explicação.

Figura 3.5: Abordagem da lógica na coleção Ciência & Aplicações.

Investigação e argumentação em Matemática

A proposição: "Se **a** e **b** são números inteiros pares quaisquer, então a soma a + b é um número par" é sempre verdadeira?

Para se concluir que ela é sempre verdadeira é suficiente constatar que a proposição é válida para alguns casos particulares?

$8 + 2 = 10$; $(-16) + 48 = 32$; $120 + 122 = 242$; $(-4) + (-8) = -12$; $0 + 6 = 6$ etc.

Do ponto de vista da Matemática, prevalece o método dedutivo, em que uma propriedade matemática só é validada por meio de uma **demonstração**. Na Matemática, uma propriedade (ou um teorema) é uma proposição do tipo "Se **p** então **q**", em que **p** é a **hipótese** e **q** é a **tese**. A demonstração é uma sequência (finita) de passos lógicos que permitem, a partir de **p**, concluir que **q** é verdadeira.

Na proposição inicial, a hipótese é "**a** e **b** são números inteiros pares quaisquer" e a tese é "a + b é um número par".

Fonte: [31, p. 22]

Matemática Paiva

A Figura 3.6 mostra as capas dos livros da coleção Matemática Paiva.

Figura 3.6: Coleção Matemática Paiva.

Fonte: Editora Moderna

Nesta coleção, encontramos várias passagens que remetem a conceitos pertinentes ao raciocínio lógico, porém ainda em quantidade considerada irrelevante.

Verificamos, no Volume I desta coleção, a presença do símbolo de equivalência lógica, em forma de nota, ver Figura 3.7, para justificar a propriedade de conjunto: Se B é subconjunto de A, então $A \cup B = A$; e, se $A \cup B = A$, então B é subconjunto de A. Ou seja: $B \subset A \Leftrightarrow A \cup B = A$. Nessa abordagem, percebe-se que a equivalência é a junção de duas proposições condicionais, apesar de o autor não ter deixado isso muito claro.

Figura 3.7: Abordagem da equivalência.

Nota:
O símbolo $\Leftrightarrow$ (lê-se: "se, e somente se") representa a relação de equivalência, que é a implicação mútua entre duas proposições. Assim, a sentença $B \subset A \Leftrightarrow A \cup B = A$ significa que:
$B \subset A \Rightarrow A \cup B = A$ e $A \cup B = A \Rightarrow B \subset A$

Fonte: [42, p. 15]

Em outro momento, ainda no Volume I, vemos o uso dos conectivos "e" e "ou" empregados para definir a união e intersecção de conjuntos, ambos empregados com a mesma essência da lógica matemática, ou seja, no sentido inclusivo e de simultaneidade, respectivamente, como está exposto na Figura 3.8.

Figura 3.8: O uso dos conectivos "e" e "ou".

O conectivo "ou", com sentido inclusivo, é usado na definição de união (ou reunião) de conjuntos, conforme segue:

A **união** de dois conjuntos, A e B, que indicaremos por $A \cup B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a A **ou** a B.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \textbf{ ou } x \in B\}$$

O conectivo **"e"**, com o sentido de simultaneidade, conforme usado acima, é adotado na definição de intersecção de conjuntos:

A **intersecção** de dois conjuntos, A e B, que indicaremos por $A \cap B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a A e a B.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Se a intersecção entre os conjuntos A e B é o conjunto vazio, dizemos que A e B são **disjuntos**.

Fonte: [42, p. 14 e 15]

Verificamos também a presença de um texto informativo falando sobre as demonstrações matemáticas, ver Figura 3.9, seguido de dois exercícios resolvidos, o primeiro voltado para a argumentação matemática e o outro, para as técnicas de demonstrações: a demonstração direta e a demonstração por absurdo. O primeiro exercício apresenta proposições da forma $p \Rightarrow q$ e o segundo traz proposições da forma $p \Leftrightarrow q$. A Figura 3.10 mostra como o autor faz a abordagem a esses conceitos de implicação e equivalência, antes da resolução dos exercícios.

Figura 3.9: Presença da história da demonstração matemática.

O que é uma demonstração matemática? Como surgiu? Para que serve?

De modo geral, uma demonstração matemática é uma argumentação lógica da qual se conclui uma propriedade a partir de outra(s) previamente estabelecida(s).

Fonte: [42, p. 26]

Figura 3.10: Abordagem da implicação e equivalência por Paiva.

O símbolo "$\Rightarrow$" indica a relação de implicação entre duas proposições. Dizemos que uma proposição p **implica** uma proposição q quando o fato de p ser verdadeira garante que q também é verdadeira.

Em um teorema do tipo "$p \Rightarrow q$", a proposição p é chamada de hipótese do teorema e q é chamada de tese. Uma técnica de demonstração desse tipo de teorema, denominada demonstração direta, consiste em deduzir a tese a partir da hipótese.

Faremos essa demonstração por absurdo. Essa é outra técnica de demonstração de teoremas do tipo $p \Rightarrow q$, também chamada de demonstração indireta. Ela consiste em anexar à hipótese p a negação da tese q (essa negação é indicada por $\sim q$) e provar que, ao se admitir p e $(\sim q)$, chega-se a um absurdo, com o que se conclui que $p \Rightarrow q$.

Fonte: [42, p. 26 e 27]

Matemática: contexto e aplicações

A Figura 3.11 mostra as capas dos livros da coleção Contexto e Aplicações.

Figura 3.11: Coleção Contexto & Aplicações.

Fonte: Editora Ática

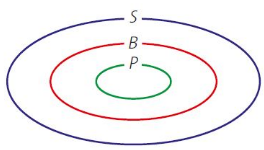
Ao analisar essa coleção, percebemos a presença dos conteúdos referentes à lógica em duas passagens, ambas no Volume I. A primeira menciona o silogismo aristotélico como uma exemplificação da propriedade transitiva de conjuntos, como podemos constatar através da Figura 3.12.

Figura 3.12: O uso do silogismo por Dante.

A propriedade transitiva é fundamental nas deduções. Na lógica, ela é conhecida como uma forma de raciocínio chamada **silogismo**. Por exemplo:

P: conjunto dos piauienses
B: conjunto dos brasileiros
S: conjunto dos sul-americanos

Todo piauiense é brasileiro.
Todo brasileiro é sul-americano.
Então, todo piauiense é sul-americano.
Se $P \subset B$ e $B \subset S$, então $P \subset S$.



Fonte: [20, p. 28]

A segunda consiste na abordagem em forma de texto complementar, onde o autor fala da relação entre a inclusão de conjuntos e a implicação lógica, e expõe alguns exemplos para explicar essa relação, ver a Figura 3.13 alguns trechos dessa abordagem; em seguida, ele fala sobre a recíproca de uma implicação lógica e a equivalência e finaliza o texto falando sobre a contrapositiva, Figura 3.14.

Figura 3.13: Abordagem da implicação por Dante.

Relação de inclusão e implicação lógica

Estudamos que uma propriedade pode ser expressa por um conjunto. Vamos considerar A o conjunto dos elementos de um certo universo U que possuem a propriedade p, e B o conjunto dos elementos desse mesmo universo que possuem a propriedade q. Quando dizemos que:

$$p \Rightarrow q \text{ (} p \text{ implica } q \text{ ou } p \text{ acarreta } q\text{)},$$

estamos dizendo que $A \subset B$.

Fique atento!
A implicação $p \Rightarrow q$ também pode ser lida assim:
- se p, então q;
- p é condição suficiente para q;
- q é condição necessária para p.

Exemplos:

b) Consideremos, no universo dos quadriláteros, as propriedades:

- p: ser quadrilátero com quatro lados de mesma medida;
- q: ser quadrilátero com lados opostos paralelos.

Nesse caso, A é o conjunto dos losangos e B é o conjunto dos paralelogramos e, portanto, $A \subset B$. Logo, $p \Rightarrow q$, ou seja, ser losango implica ser paralelogramo, ou, ainda, **se** um quadrilátero é losango, **então** ele é paralelogramo.

c) **Se** dois números inteiros, a e b, são pares, **então** seu produto é par.

Nesse caso, temos um teorema (proposição que devemos demonstrar) em que a **hipótese** é "a e b são dois números pares inteiros quaisquer" e a **tese** é "o produto $a \cdot b$ é par".

Vamos fazer a **demonstração** ou **prova**, que consiste em uma sequência finita de passagens lógicas que permite, a partir da hipótese (p), chegar à tese (q).

Hipótese p: a e b são números pares inteiros quaisquer

Tese q: $a \cdot b$ é par

Fonte: [20, p. 38]

Figura 3.14: Recíproca, Contrapositiva e equivalência.

Recíproca de uma implicação lógica e equivalência

Dada a implicação $p \Rightarrow q$, chamamos de sua **recíproca** a implicação $q \Rightarrow p$. Observe que nem sempre a recíproca de uma implicação verdadeira é também verdadeira. No exemplo **b**, dado anteriormente, temos que $p \Rightarrow q$ é verdadeira, pois todo losango é um paralelogramo, mas sua recíproca $q \Rightarrow p$ é falsa, pois nem todo paralelogramo é um losango.

Quando a implicação $p \Rightarrow q$ e sua recíproca $q \Rightarrow p$ são ambas verdadeiras, escrevemos $p \Leftrightarrow q$ e lemos: p é equivalente a q ou p se, e somente se, q ou p é condição necessária e suficiente para q.

Contrapositiva

Vamos representar por p' a negação de p e por q' a negação de q. Assim, dizer que um objeto x goza da propriedade p' significa afirmar que x **não** goza da propriedade p (isso vale também para q' em relação a q). Dessa forma, podemos escrever a equivalência:

$$A \subset B \Leftrightarrow B^C \subset A^C$$

da seguinte maneira:

$$p \Rightarrow q \text{ se, e somente se, } q' \Rightarrow p'$$

ou seja, a implicação $p \Rightarrow q$ (p implica q) é equivalente a esta outra implicação: $q' \Rightarrow p'$ (a negação de q implica a negação de p).

A implicação $q' \Rightarrow p'$ chama-se **contrapositiva** da implicação $p \Rightarrow q$.

de q implica a negação de p).

Fonte: [20, p. 39]

Matemática: interação e tecnologia

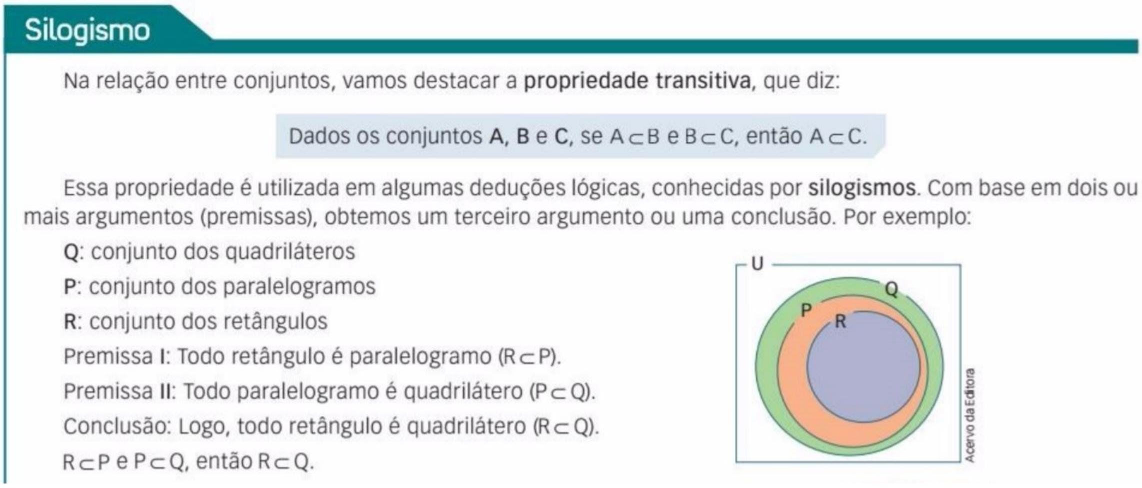
A Figura 3.15 exibe as capas dos livros da coleção Interação & Tecnologia.

Figura 3.15: Coleção Interação & Tecnologia.

Fonte: Editora Leya

Ao averiguar essa coleção do autor Rodrigo Balestri, notamos a presença de conteúdos relacionados à lógica em uma única passagem, no Volume I, trazendo em forma de texto/atividade complementar o silogismo como uma exemplificação da propriedade transitiva de conjuntos como podemos constatar na Figura 3.16.

Figura 3.16: O uso do silogismo por Balestri.



Silogismo

Na relação entre conjuntos, vamos destacar a **propriedade transitiva**, que diz:

Dados os conjuntos **A**, **B** e **C**, se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$.

Essa propriedade é utilizada em algumas deduções lógicas, conhecidas por **silogismos**. Com base em dois ou mais argumentos (premissas), obtemos um terceiro argumento ou uma conclusão. Por exemplo:

Q: conjunto dos quadriláteros
P: conjunto dos paralelogramos
R: conjunto dos retângulos
Premissa I: Todo retângulo é paralelogramo ($R \subset P$).
Premissa II: Todo paralelogramo é quadrilátero ($P \subset Q$).
Conclusão: Logo, todo retângulo é quadrilátero ($R \subset Q$).
$R \subset P$ e $P \subset Q$, então $R \subset Q$.

Fonte: [7, p. 11]

Constatada a fundamentalidade do livro didático como recurso do professor, percebe-se a relevância em serem analisados, avaliados e melhorados para atender às demandas dos profissionais da educação e às necessidades dos estudantes.

A análise dessas cinco coleções mostrou que os livros usam os conteúdos relacionados à lógica, em sua essência, para demonstrações e exemplificações, não mencionando ou apresentando a sistematização e a abrangência desses conteúdos em uma esfera maior. Por exemplo, os autores não fazem alusão que existem concursos públicos que exigem dos seus candidatos um estudo mais aprofundado relativo a esses conteúdos.

Todavia, em alguns dos livros a abordagem dos conteúdos lógicos vão ao encontro do que dizem os documentos legais, como os PCNs e a BNCC, que regem a educação nacional, fazendo uma apresentação de forma que estimule o argumentar matemático e mostrando a linguagem formal que a Matemática possui.

No entanto, podemos inferir que a maioria dos autores utilizam os conhecimentos lógicos apenas como exemplificações para as teorias de conjuntos, não mencionando nada a respeito de um estudo mais profundo e sistematizado sobre os assuntos pertinentes à lógica matemática. Deixando, dessa forma, uma defasagem na aprendizagem dos estudantes que desejam pleitear cargos por meio de concursos públicos que cobram esses conteúdos. Estes, por sua vez, perdem seu aproveitamento integral no decorrer do Ensino Médio, pois os assuntos da lógica são capazes de contribuir no clareamento e planejamento de situações do cotidiano, bem como estimula o pensamento crítico sobre os assuntos dos diversos componentes curriculares, tornando-os mais argumentativos e fundamentados.

3.3 A importância da inclusão do raciocínio lógico nas aulas de Matemática

São notórias as profundas transformações que a sociedade vem contemplando devido à globalização da informação e crescimento da informatização, tendo um reflexo direto na vida dos indivíduos. Uma de suas nuances é a exigência do mercado de trabalho de se ter pessoas mais qualificadas para resolver situações diversas.

Buscando selecionar pessoas com as habilidades necessárias para a investidura nos cargos, faz-se do uso de concursos públicos, um dos meios mais eficazes, os quais exigem dos seus candidatos conhecimentos teóricos direcionados a um desempenho prático.

Um dos tópicos que vem ganhando copioso espaço nos principais certames realizados no Brasil é o de raciocínio lógico. Como mostra a matéria do site alô concurseiro [44] e uma amostra feita pela empresa Estratégia [52], a qual apresenta a porcentagem do número de questões por assunto referentes ao raciocínio lógico.

Segundo os PCNs [14], embora a lógica não se constitua em um assunto a ser tratado explicitamente, alguns de seus princípios podem e devem ser integrados aos conteúdos, desde os ciclos iniciais, uma vez que ela é inerente à Matemática. Nesse sentido, a lógica permite a compreensão dos processos da construção do conhecimento matemático; possibilita o desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações, bem como o da capacidade de justificar por meio de uma demonstração formal.

De acordo com a BNCC, o Ensino Médio deve atender às necessidades de formação geral indispensáveis ao exercício da cidadania e construir aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea. Essas atividades devem ser imprescindíveis ao exercício da cidadania e à inserção no mundo do trabalho.

Restringindo um pouco, a BNCC diz que os estudantes devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, comunicar e argumentar, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora esses processos pressuponham o raciocínio matemático, em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado.

Acerca disso, Butierres [16] afirma que se a lógica permite um melhor discurso, com argumentos válidos e conclusões igualmente válidas obtidas deles, então o estudante pode se expressar melhor em debates e escritas nas Ciências Humanas e também na área das Linguagens, assim como pode fazer uma análise mais precisa de suas hipóteses e dos resultados obtidos em experimentos dentro das Ciências da Natureza. No mercado de trabalho, uma argumentação convincente é importante na hora de convencer um cliente a comprar um produto, uma equipe a escolher seu líder, uma empresa a contratar um novo funcionário. Também existe um número grande de concursos públicos que cobram dos candidatos conhecimentos de lógica.

Como aponta o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB, grande parte dos estudantes apresentam dificuldades quanto aos conhecimentos matemáticos. Segundo Nascimento [39], um dos fatores que contribuem para a dificuldade apresentada pelos alunos é a dissociação da lógica matemática com a grade curricular das escolas, muitas vezes respaldadas pela falta de tais conteúdos em alguns livros didáticos que são hoje utilizados tanto na rede pública quanto na rede privada de ensino. Ele afirma ainda que os estudantes por muitas vezes não conseguem organizar em seus pensamentos um raciocínio dedutivo na forma de encadeamento de ideias a fim de chegarem a uma conclusão plausível na resolução de problemas, deficiência essa que poderia ser muito bem solucionada com a inserção da lógica como conteúdo obrigatório na grade curricular dos discentes do Ensino Médio.

Diante do exposto, e levando em consideração o que observamos nas pesquisas realizadas nos livros didáticos sugeridos no PNLD, podemos afirmar que os conteúdos relacionados à lógica poderiam ser abordados de maneira mais profunda tanto pelos livros didáticos quanto pelos professores de Matemática, em virtude de sua contribuição na construção de um pensamento crítico, no melhoramento das competências e habilidades dos estudantes e no enriquecimento de conhecimentos adquiridos.

Capítulo 4

Cálculo proposicional

Neste capítulo, traçaremos a base conceitual do nosso estudo, abordando o cálculo (ou lógica) proposicional ou sentencial em conformidade com a lógica aristotélica, discutindo as principais definições necessárias para a resolução de questões envolvendo os conceitos do raciocínio lógico. O texto deste capítulo foi baseado nas referências [5], [10], [17], [23], [24], [46], [45], [47], [48], [33] e [39].

Cálculo proposicional é a parte da lógica matemática que estuda a validade de argumentos apresentados em uma linguagem própria, a linguagem proposicional. Nessa linguagem é possível distinguir dois aspectos: o sintático e o semântico. O sintático estabelece símbolos, regras de formação e regras de dedução de validade. O aspecto semântico consiste na valoração das fórmulas com atribuição da propriedade de verdadeiro ou falso (ver [10]).

4.1 Fundamentos da lógica

Nesta seção discorreremos os conceitos mais elementares no estudo da lógica. O primeiro deles é o de proposição, o qual diversos concursos exigem que seus candidatos tenham conhecimento.

Definição 1. Proposição (ou **sentença**) **lógica** é todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo, com as seguintes características:

(1) Apresenta estrutura como uma oração, com sujeito e predicado, incluindo o verbo.

(2) É afirmativa declarativa (não é imperativa, interrogativa nem exclamativa).

(3) Satisfaz os seguintes princípios:

  (3.1) **Princípio do terceiro excluído:** Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

(3.2) **Princípio da não contradição:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Vale destacar um terceiro princípio que fundamenta a lógica proposicional, o qual chamaremos de **princípio da identidade**: Uma proposição declarada verdadeira é sempre verdadeira. Uma proposição falsa é sempre falsa.

Assim, cada proposição recebe apenas um de dois valores distintos e absolutos, verdadeiro ou falso. Por isso, dizemos que a lógica proposicional é uma lógica **bivalente**.

São exemplos de proposições:

(p_1) Todo número par é divisível por 2.

(p_2) Todo homem é mortal.

(p_3) O número π é racional.

(p_4) Fortaleza é a capital da Paraíba.

(p_5) O Brasil é o maior país da América do Norte.

E são exemplos de expressões que não são proposições:

(p_6) Meu Deus!

(p_7) Você gosta de estudar?

As proposições (p_1) e (p_2) são verdadeiras, enquanto as proposições (p_3), (p_4) e (p_5) são falsas. Já as expressões (p_6) e (p_7) não são consideradas proposições por serem frases exclamativa e interrogativa, respectivamente.

Assim, as proposições são expressões a respeito das quais tem sentido dizer que são verdadeiras ou falsas. Daí, quando falarmos em **valor lógico**, estaremos nos referindo a um dos dois possíveis juízos que atribuiremos a uma proposição: verdade (ou verdadeiro) e falsidade (ou falso), que abreviaremos pelas letras V e F, respectivamente.

Em outros termos, proposição é uma oração declarativa – algo que será afirmado por meio de termos, palavras ou símbolos – cuja poderá ser considerada verdadeira ou falsa.

As proposições podem ser classificadas em: simples ou compostas.

Proposição simples (ou **atômica**) é aquela que não contém nenhuma outra proposição integrante de si mesma.

As proposições simples são, geralmente, designadas por letras minúsculas p, q, r, s, ..., ditas letras proposicionais. Indicaremos por $V(p)$ o valor lógico de uma proposição simples p.

As proposições simples também podem ser chamadas de **variáveis proposicionais**.

Exemplo 1. Considere a expressão p: O Brasil é o país do futebol. Percebemos que ela contém todas as características apresentadas na Definição 1. Além disso, não há a presença de uma combinação entre duas ou mais proposições, dessa forma temos uma proposição simples.

Proposição composta (ou **molecular**) é aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições simples.

As proposições compostas são, geralmente, designadas por letras maiúsculas P, Q, R, S, ..., também ditas letras proposicionais. Quando quisermos enfatizar, escrevemos $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ para denotar uma proposição composta P constituída das n sentenças simples $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

As proposições compostas também são chamadas de **fórmulas proposicionais** ou simplesmente de **fórmulas**.

Exemplo 2. Considere a expressão Q : Júlia é estudiosa e Carlos é esportista. Observe que nessa situação temos uma composição de duas proposições simples ligadas pela conjunção "e", além de conter todas as características da Definição 1. Logo, essa expressão trata-se de uma proposição composta.

Todas as proposições compostas são conectadas por expressões que chamamos de conectivos lógicos. A presença de tais conectivos é o que configura uma proposição como composta.

4.2 Conectivos lógicos

Conforme Filho [23], a lógica visa estudar as relações entre as sentenças, sem se preocupar efetivamente com os valores lógicos das sentenças. Com isso, no cálculo proposicional podemos representar qualquer proposição, simples ou composta, por um símbolo sem se importar com o conteúdo das sentenças.

Na linguagem formal usamos palavras para interligar frases munidas de algum sentido (sentenças). Na lógica sentencial, também podemos usar palavras para interligar duas proposições para formar outra proposição, a essas palavras damos o nome de **conectivos lógicos**, ou simplesmente **conectivos**. A Tabela 4.1 mostra os conectivos mais usados na lógica matemática.

Tabela 4.1: Símbolos dos conectivos lógicos.

Conectivo	Símbolo	Operação lógica
e	$\wedge$	Conjunção
ou	$\vee$	Disjunção
ou ... ou	$\veebar$	Disjunção exclusiva
se ..., então	$\rightarrow$	Condicional
se, e somente se,	$\leftrightarrow$	Bicondicional
não	$\sim$ ou $\neg$	Negação

Fonte: Autor

Os símbolos apresentados na Tabela 4.1 são costumeiramente chamados de conetivos sentenciais ou proposicionais, os quais serão minuciosamente trabalhados e exemplificados na Seção 4.3. Vale ressaltar que a proposta deste trabalho sobrepõe a abordagem do cálculo proposicional e entra no estudo mais complexo do raciocínio lógico, a saber, as regras de inferências, com exposição de métodos mediante a tabela verdade, a fim de apresentar métodos práticos que facilitem a assimilação e auxiliem na resolução de questões exigidas em concursos públicos.

4.2.1 Tabela verdade

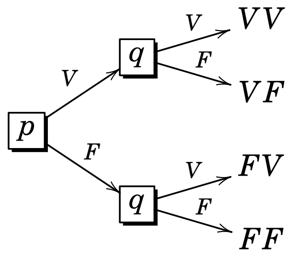
Conforme o princípio do terceiro excluído toda proposição simples ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

Para determinar o valor lógico de uma proposição composta, faz-se necessário o conhecimento dos valores lógicos das proposições simples componentes e o tipo de conectivo a ser empregado.

Portanto, para aplicar o princípio do terceiro excluído na determinação do valor lógico das proposições compostas, faz-se uso de um dispositivo denominado **tabela verdade** na qual é possível apresentar todas as atribuições dos valores lógicos das proposições simples componentes, como também todas as atribuições dos valores lógicos da proposição composta.

Por exemplo, no caso de uma proposição composta cujas proposições simples integrantes são p e q, podemos ter as seguintes possibilidades de combinações para seus valores lógicos:

Figura 4.1: Possibilidades da valoração de duas proposições.



Fonte: Autor

Veja que o diagrama da Figura 4.1 ilustra todas as configurações possíveis para a valoração de duas proposições simples, se alternando, os valores V e F, de dois em dois para a sentença p e de um em um para a sentença q, obtendo quatro combinações, a saber: VV, VF, FV e FF. Assim, as únicas possíveis atribuições de valores lógicos a p e q, ver na Tabela 4.2, são:

Tabela 4.2: Tabela verdade com duas proposições.

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Fonte: Autor

4.3 Operadores lógicos

A composição das proposições é feita a partir da ligação das proposições simples através do uso de certas palavras, chamadas **conectivos lógicos** (ou **operadores lógicos**), com estes é possível ligar, negar e realizar implicações entre proposições. A seguir apresentaremos alguns desses conectivos e veremos como os mesmos podem ser aplicados para determinar se uma proposição composta é verdadeira ou falsa.

4.3.1 Conjunção

Definição 2. Chamamos de **conjunção** de duas proposições p e q a proposição representada por "p e q", indicada pela notação $p \wedge q$, cujo valor lógico é a verdade (V) quando as proposições p e q são ambas verdadeiras e a falsidade (F) nos demais casos.

Para exemplificação, consideremos a seguinte sentença:

Mateus é professor **e** Davy é engenheiro.

Em qual(is) hipótese(s) a sentença acima é(são) verdadeira(s)? Suponhamos que as proposições simples “Mateus é professor” e “Davy é engenheiro” sejam ambas verdadeiras. Então a proposição composta é também verdadeira. Porém, se pelo menos uma das sentenças simples for falsa a composta será falsa.

Traduzindo as sentenças para a linguagem lógica, temos:

p : Mateus é professor.

q : Davy é engenheiro.

Dessa maneira, a proposição composta fica:

$$p \wedge q.$$

Portanto, podemos organizar todas as possibilidades dos valores lógicos da conjunção na seguinte tabela verdade, ver a Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Tabela verdade da conjunção.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: Autor

Observação: Podemos encontrar em algumas questões de concursos as palavras *mas*, *todavia*, *contudo*, *mesmo*, *no entanto*, necessariamente, no sentido lógico como conjunções.

4.3.2 Disjunção

Definição 3. Chamamos de **disjunção inclusiva** (ou apenas **disjunção**) de duas proposições p e q a proposição representada por “p ou q”, indicada pela notação $p \vee q$, cujo valor lógico é a falsidade (F) quando as proposições p e q são ambas falsas e a verdade (V) nos demais casos.

Analogamente ao que fizemos com a conjunção, analisemos a sentença:

Mateus é professor **ou** Davy é engenheiro.

Observemos, a priori, que podem ocorrer as duas possibilidades: "Mateus ser professor" e "Davy ser engenheiro", ou apenas uma, ou nenhuma delas. Se pelo menos uma das sentenças for verdadeira, a proposição composta também será verdadeira. Se ambas forem falsas, a composta será falsa.

Temos a seguinte linguagem lógica para a composta:

$$p \vee q.$$

O valor lógico da disjunção inclusiva é determinado pela Tabela 4.4, a seguir:

Tabela 4.4: Tabela verdade da disjunção inclusiva.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: Autor

4.3.3 Disjunção exclusiva

Definição 4. Chamamos de **disjunção exclusiva** de duas proposições p e q a proposição representada por "ou p ou q", indicada pela notação $p \veebar q$, cujo valor lógico é a verdade (V) quando as proposições p e q possuem valores lógicos distintos e a falsidade (F) nos demais casos.

Avaliemos a situação: Uma avó faz a seguinte promessa a sua netinha: Se você passar por média:

ou te darei um celular ou te darei um tablet.

Perceba que, se for verdade que ela recebeu o celular, então não ganhará o tablet. Já, se for verdade que ela ganhou o tablet, então não ganhará o celular. Isto é, temos duas situações mutuamente excludentes, de modo que apenas uma delas pode ser verdadeira, e a outra será necessariamente falsa. Havendo, assim, a impossibilidade de a netinha ganhar as duas coisas.

O valor lógico da disjunção exclusiva é determinado pela Tabela 4.5:

Tabela 4.5: Tabela verdade da disjunção exclusiva.

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: Autor

Observação: Nem sempre que uma fórmula apresentar a estrutura "p ou q" tratará de uma disjunção inclusiva.

Exemplo 3. Seja a proposição P: Rosa nasceu na Itália ou Rosa nasceu no Brasil. Observe que neste caso não se tem uma disjunção inclusiva, pois fica subentendido que Rosa nasceu em apenas um lugar, e não poderia ter nascido em ambos, transmitindo a ideia de exclusão. Dessa forma, esta proposição poderia ser escrita na forma:

Ou Rosa nasceu na Itália ou Rosa nasceu no Brasil.

4.3.4 Condicional

Definição 5. Chamamos de **proposição condicional** (ou apenas **condicional**) a proposição representada por " se p, então q", indicada pela notação $p \to q$, cujo valor lógico é a falsidade (F) no caso em que p é verdadeira e q é falsa e a verdade (V) nos demais casos.

Na condicional $p \to q$, diz-se que p é o **antecedente** e q é o **consequente**. O símbolo "$\to$" é chamado de **implicação**.

Consideremos a sentença:

Se Airton estudar, então irá chover.

Nesta sentença o antecedente p é "Airton estudar" e o consequente q é "irá chover". Note que, neste caso, o consequente q não se deduz ou é consequência do antecedente p. Isso ocorre porque na lógica proposicional não importa se o antecedente tem relação com o consequente, o que é de relevância é apenas sua valoração, isto é, seu valor lógico.

Existem situações nas quais as sentenças estão correlacionadas por uma condição de suficiência e/ou de necessidade, como podemos ver na seguinte afirmação.

Se nasci em João Pessoa, então sou paraibano.

Veja que, nascer em João Pessoa é condição suficiente para ser paraibano, porém não é necessária, pois posso ter nascido em Campina Grande e ainda continuo sendo paraibano. Fazendo a mesma análise, inferimos que ser paraibano não é condição suficiente para que tenha nascido em João Pessoa, mas é condição necessária para que tenha nascido em João Pessoa.

Isso ocorre em geral, isto é, sendo p e q proposições simples e $p \to q$ a condicional, concluímos que:

- p é condição suficiente para q.
- q é condição necessária para p.

O valor lógico da condicional é determinado pela Tabela 4.6, a seguir:

Tabela 4.6: Tabela verdade da condicional.

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Autor

Observação: Também podemos encontrar a condicional escrita das seguintes maneiras:

- Se p, q.
- q, se p.
- Quando p, q.

Como exemplificação, temos as seguintes proposições condicionais.

- Se Zé Ramalho nasceu em Brejo do Cruz, ele é paraibano.
- Quando chover, não irei à praia.

A fim de facilitar a assimilação da valoração desse operador lógico, avaliemos a promessa feita pelo esposo a sua esposa.

Se amanhã fizer sol, então iremos ao cinema.

Perceba que temos as seguintes possibilidades:

- Amanhã faz sol e vão ao cinema. Neste caso, a promessa foi cumprida.

- Amanhã faz sol e não vão ao cinema. Neste possibilidade, a promessa não foi cumprida.

- Amanhã não faz sol e vão ao cinema. Apesar de não ter feito sol, foram ao cinema; isso não contraria a promessa, uma vez que ela era para o caso de ter feito sol. A promessa não diz o que ocorreria se não tivesse feito sol, sendo assim nada impede de ir ao cinema.

- Amanhã não faz sol e não vão ao cinema. Nesse caso, como não fez sol, o esposo está desobrigado do passeio, sendo assim a promessa foi cumprida.

4.3.5 Bicondicional

Na Subseção 4.3.4, vimos que a condicional possui uma condição de suficiência ou de necessidade. Nesta subseção iremos abordar sentenças que possuem uma relação de suficiência e necessidade, a qual chamaremos de bicondicional.

Definição 6. Chamamos de **proposição bicondicional** (ou apenas **bicondicional**) a proposição representada por "p se, e somente se, q", indicada pela notação $p \leftrightarrow q$, cujo valor lógico é a verdade (V) quando as proposições p e q possuem os mesmos valores lógicos e a falsidade (F) nos demais casos.

Podemos entender a bicondicional como sendo a junção de duas condicionais. Vejamos a sentença:

Juciene é advogada se, e somente se, passou na OAB.

Traduzindo para a linguagem lógica, temos duas sentenças simples:

p : Juciene é advogada.

q : Juciene passou na OAB.

Podemos interpretar a sentença composta do seguinte modo:

Juciene passou na OAB, se ela é advogada, e Juciene é advogada, se passou na OAB.

Assim, podemos representar a bicondicional $p \leftrightarrow q$ como uma conjunção de duas condicionais:

$$(p \to q) \wedge (q \to p).$$

Vemos assim que o valor lógico da bicondicional só será verdade quando $V(p \to q) = \text{V}$ e $V(q \to p) = \text{V}$. Da tabela verdade da conjunção, obtemos a Tabela 4.7, a seguir:

Tabela 4.7: Tabela verdade de $(p \to q) \wedge (q \to p)$.

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Fonte: Autor

Portanto, o valor lógico da bicondicional é determinado pela Tabela 4.8:

Tabela 4.8: Tabela verdade da bicondicional.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Fonte: Autor

Observação: A bicondicional $p \leftrightarrow q$ pode ainda ser abordada das seguintes maneiras:

- p se, e só, se q.
- p é condição necessária e suficiente para q.
- q é condição necessária e suficiente para p.

4.3.6 Negação

Definição 7. Chamamos de **negação** de uma proposição p a proposição representada por "não p", e indicada com a notação $\sim p$ ou $\neg p$[1], cujo valor lógico é a verdade (V) quando p é falsa e a falsidade (F) quando p é verdadeira.

Assim, o valor lógico da negação de uma proposição lógica é determinado pela Tabela 4.9, a seguir:

[1]Chamamos os símbolos de negação $\sim$ e $\neg$ de til e cantoneira, respectivamente.

Tabela 4.9: Tabela verdade da negação.

p	$\sim p$
V	F
F	V

Fonte: Autor

Portanto, para negar uma proposição basta acrescentar a partícula de negação **não** na sentença.

Exemplo 4. Para a proposição

$$p : \text{Choveu ontem},$$

sua negação é:

$$\sim p : \text{Não choveu ontem.}$$

Existem outras formas de efetuar a negação, fazendo uso das expressões: **não é verdade que** ou **é falso que**.

Exemplo 5. Sendo a proposição

$$p : \text{Jéssika é professora},$$

então podemos negar da seguinte maneira:

$$\sim p : \text{Não é verdade que Jéssika é professora},$$

ou podemos dizer

$$\sim p : \text{É falso que Jéssika é professora.}$$

Vale ressaltar que existem alguns casos, por vezes exigidos em concursos, que podem causar certa confusão. Para melhor assimilação acompanhemos mais dois exemplos.

Exemplo 6. Considere a proposição

$$p : \text{A janela está fechada.}$$

Podemos negar esta proposição dos seguintes modos:

$$\sim p : \text{A janela não está fechada.}$$

Ou podemos dizer

$$\sim p : \text{A janela está aberta.}$$

Essas duas negações possuem o mesmo valor lógico, porque só existem duas possibilidades para aquela janela: ou estar aberta ou estar fechada. Isso já não acontece no exemplo que segue.

Exemplo 7. A negação da frase: "O Corinthians ganhou o jogo" não pode ser "O Corinthians perdeu o jogo", pois o Corinthians pode ter perfeitamente empatado o jogo. Desta forma, a negação correta seria "O Corinthians não ganhou o jogo".

Nesta subseção apresentamos a negação de uma proposição simples. Na Seção 4.8, trabalharemos a negação de proposições compostas.

4.3.7 Revisão dos operadores lógicos

Para facilitar a resolução de várias questões de lógica, devemos conhecer a valoração de cada operador lógico. Para isso, apresentamos em suma a tabela verdade dos conectivos vistos acima, ver a Tabela 4.10.

Tabela 4.10: Revisão dos operadores lógicos.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \veebar q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

Fonte: [17]

A Tabela 4.11 mostra as condições nas quais o valor lógico é verdade e aquelas em que o valor lógico é falsidade.

Tabela 4.11: Condições da valoração dos conectivos.

Estrutura lógica	É verdade quando	É falsidade quando
$p \wedge q$	p e q são, ambos, verdade	pelo menos um dos dois for falso
$p \vee q$	pelo menos um dos dois for verdade	p e q são, ambos, falsos
$p \veebar q$	p e q tiverem valores lógicos diferentes	p e q tiverem valores lógicos iguais
$p \rightarrow q$	nos demais casos	p é verdade e q é falso
$p \leftrightarrow q$	p e q tiverem valores lógicos iguais	p e q tiverem valores lógicos diferentes

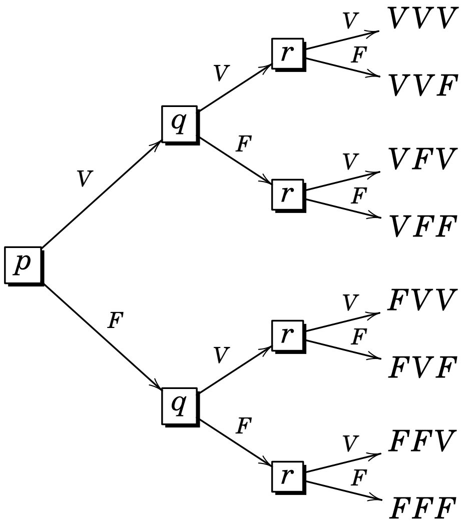
Fonte: [17]

4.4 Construção de tabelas verdade

Retornemos à Tabela 4.2 da Seção 4.2.1. Observamos que os valores lógicos V e F se alternam de dois em dois para a proposição p e de um em um para a proposição q, obtendo quatro combinações, a saber: VV, VF, FV e FF.

Agora, consideremos o caso de uma proposição composta cujas sentenças simples componentes são p, q e r. Neste caso, temos as seguintes possibilidades de combinações para seus valores lógicos:

Figura 4.2: Possibilidades da valoração de duas proposições.



Fonte: Autor

Veja que o diagrama da Figura 4.2 ilustra todas as configurações possíveis para a valoração de três proposições simples, se alternando, os valores V e F, de quatro em quatro para a sentença p, de dois em dois para a sentença q e de um em um para a sentença r, obtendo oito combinações, a saber: VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV e FFF. Assim, as únicas possíveis atribuições de valores lógicos a p, q e r, ver na Tabela 4.12, são:

Tabela 4.12: Tabela verdade com 3 proposições.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Fonte: Autor

Notemos que é possível construir a tabela verdade correspondente a qualquer quantidade de sentenças simples, a qual exibirá todos os casos em que a proposição composta será verdadeira e todos em que ela será falsa, sabendo-se quem são os conectivos utilizados e os valores lógicos das sentenças componentes.

Para tal construção, tomamos como base o seguinte teorema.

Teorema 1. A tabela verdade de uma proposição composta com n proposições simples componentes contém 2^n linhas.

Demonstração. Faremos a demonstração do teorema por indução sobre n. Para isto, seja $S(n)$ o número de linhas da tabela verdade de uma proposição composta por n proposições simples.

Para $n = 1$, a tabela verdade é formada pelos valores lógicos V e F; logo, tem $2 = 2^1$ linhas. Para $n = 2$ e $n = 3$, vimos acima que o número de linhas são $4 = 2^2$ e $8 = 2^3$, respectivamente. Portanto, nestes casos, o teorema é válido. Suponhamos que $S(n) = 2^n$ para algum n natural maior ou igual a 3. Seja $P = P(p_1, p_2, \ldots, p_n, p_{n+1})$ uma proposição composta com $n+1$ proposições simples. Devemos mostrar que a tabela verdade de P possui 2^{n+1} linhas.

Para isso, notemos que, para as proposições $p_1, p_2, \ldots, p_n$ temos 2^n linhas (hipótese de indução). Já pelo princípio do terceiro excluído temos que $V(p_{n+1}) =$ V ou $V(p_{n+1}) =$ F. Assim, temos 2^n linhas quando combinarmos as disposições de $p_1, p_2, \ldots, p_n$ com $V(p_{n+1}) =$ V e mais 2^n linhas para o valor lógico F. Logo,

$$S(n+1) = 2^n + 2^n = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}.$$

■

Segundo Filho [24], para dispor todas as configurações dos valores lógicos de uma proposição composta, podemos seguir os passos:

1º. Conta-se o número de proposições simples componentes. Se há n proposições simples componentes: $p_1, p_2, \ldots, p_n$, então a tabela verdade contém 2^n linhas.

2º. Para a primeira sentença simples p_1 atribuem-se $\dfrac{2^n}{2} = 2^{n-1}$ valores V seguidos de 2^{n-1} valores F.

3º. Para a segunda proposição p_2 atribuem-se $\dfrac{2^n}{4} = 2^{n-2}$ valores V seguidos de 2^{n-2} valores F, seguidos de 2^{n-2} valores V, seguidos, finalmente, de 2^{n-2} valores F.

De modo genérico, à k-ésima proposição simples p_k, com $k \leqslant n$, atribuem-se alternadamente $\dfrac{2^n}{2^k} = 2^{n-k}$ valores V seguidos de igual número de valores F.

Vale ressaltar que se a proposição composta contiver parênteses, colchetes ou chaves a sequência para o preenchimento de sua tabela verdade obedece a ordem do interior para o exterior.

Já na ausência de parênteses, colchetes e chaves na composição das proposições compostas, o preenchimento da tabela verdade se faz mediante a seguinte convenção de prioridade para os conectivos:

$$(1) \sim; \quad (2) \wedge \text{ ou } \vee; \quad (3) \rightarrow; \quad (4) \leftrightarrow .$$

No exemplo a seguir, apresentamos uma maneira de construir a tabela verdade de proposições compostas. Tal maneira tem por objetivo de economizar o número de colunas e, consequentemente, gastar menos tempo na resolução da questão e espaço na folha.

Exemplo 8. Construa a tabela verdade da proposição

$$P(p,q,r) = (p \vee \sim r \rightarrow q) \wedge \sim p.$$

Solução. Inicialmente preenchemos as colunas correspondentes às três proposições simples p, q e r. Prosseguindo, à direita, traçamos uma coluna para cada uma das proposições e para cada um dos conectivos que aparecem na proposição composta dada, conforme a Tabela 4.13.

Tabela 4.13: 1ª tabela verdade de $P(p,q,r) = (p \vee \sim r \rightarrow q) \wedge \sim p$.

p	q	r	$(p$	$\vee$	$\sim r$	$\rightarrow$	$q)$	$\wedge$	$\sim p$
V	V	V							
V	V	F							
V	F	V							
V	F	F							
F	V	V							
F	V	F							
F	F	V							
F	F	F							

Fonte: Autor

Em seguida, completamos essas colunas, escrevendo em cada uma delas a valoração correspondente, obedecendo a ordem de preenchimento apresentada, a qual numeramos na última linha da tabela, como mostra a Tabela 4.14.

Tabela 4.14: 2ª tabela verdade de $P(p,q,r) = (p \vee \sim r \rightarrow q) \wedge \sim p$.

p	q	r	$(p$	$\vee$	$\sim r$	$\rightarrow$	$q)$	$\wedge$	$\sim p$
V	V	V	V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V	F	F	F	V
Ordem			1	3	2	4	1	5	2

Fonte: Autor

Os valores lógicos da proposição $P(p,q,r)$ encontram-se na coluna de ordem 5, preenchida em último lugar. Ou seja, o resultado da tabela verdade da proposição $P(p,q,r)$, ver a Tabela 4.15, é:

Tabela 4.15: 3ª tabela verdade de $P(p,q,r) = (p \vee \sim r \rightarrow q) \wedge \sim p$.

p	q	r	$P(p,q,r)$
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	F

Fonte: Autor

$\diamond$

4.5 Tautologia, Contradição e Contingência

Vejamos agora mais três importantes conceitos relacionados à valoração de proposições, que se tornam perceptíveis.

Definição 8. Chamamos **tautologia** toda proposição composta cuja coluna correspondente da tabela verdade encerra somente a letra V, isto é, o valor lógico é sempre verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Exemplo 9. A proposição $p \vee \sim(p \wedge q)$ é uma tautologia, conforme podemos verificar pela Tabela 4.16.

Tabela 4.16: Tabela verdade de $p \vee \sim(p \wedge q)$.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Fonte: Autor

Definição 9. Chamamos **contradição** toda proposição composta cuja coluna correspondente da tabela verdade encerra somente a letra F, ou seja, o valor lógico é sempre falsidade, independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Exemplo 10. A proposição $(p \leftrightarrow \sim q) \wedge (p \wedge q)$ é uma contradição, conforme podemos verificar pela Tabela 4.17.

Tabela 4.17: Tabela verdade de $(p \leftrightarrow \sim q) \wedge (p \wedge q)$.

p	q	$\sim q$	$(p \leftrightarrow \sim q)$	$(p \wedge q)$	$(p \leftrightarrow \sim q) \wedge (p \wedge q)$
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F

Fonte: Autor

Definição 10. Chamamos **contingência** toda proposição composta cuja coluna correspondente da tabela verdade figuram as letras V (verdade) e F (falsidade) cada uma pelo menos uma vez, isto é, não se caracteriza nem uma tautologia nem uma contradição.

Exemplo 11. A proposição $x = 3 \wedge (x \neq y \rightarrow x \neq 3)$ é uma contingência, conforme podemos verificar pela Tabela 4.18.

Tabela 4.18: Tabela verdade de $x = 3 \wedge (x \neq y \rightarrow x \neq 3)$.

$x = 3$	$x = y$	$x \neq 3$	$x \neq y$	$(x \neq y \rightarrow x \neq 3)$	$x = 3 \wedge (x \neq y \rightarrow x \neq 3)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	F

Fonte: Autor

O exemplo a seguir é um tipo clássico de questão que costuma ser cobrada em concursos diversos.

Exemplo 12. **(IBFC - 2019 - Prefeitura de Cabo de Santo Agostinho - PE - Médico Gineco - Obstetra - Diarista e Plantonista)** A tautologia é uma sentença cuja tabela verdade resulta apenas em valores lógicos verdadeiros. A esse respeito, assinale a alternativa correta que apresenta uma tautologia.

(a) Se eu estou certo, então você está errado.

(b) Eu estou certo ou eu estou errado.

(c) Eu estou certo e errado.

(d) Ou eu estou certo, ou eu estou certo.

Solução. Para resolver essa questão basta transformar as sentenças na linguagem simbólica e verificar o resultado de sua tabela verdade. Denotemos por e a sentença "eu estou certo" e por v a sentença "você está errado". Assim, para o item (a), temos a Tabela 4.19, a seguir:

Tabela 4.19: Tabela verdade do Exemplo 12 (a).

e	v	$e \to v$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Autor

Daí, podemos constatar que neste caso temos um contingência.

Para facilitar a visualização, iremos fazer apenas um tabela verdade para os demais itens, ver a Tabela 4.20, pois possuem as mesmas proposições e: eu estou certo e sua negação $\sim e$: eu estou errado. Dessa forma, temos a seguinte linguagem simbólica para os itens (b), (c) e (d), respectivamente: $e \vee \sim e$, $e \wedge \sim e$ e $e \veebar e$. Logo,

Tabela 4.20: Tabela verdade do Exemplo 12 (b), (c) e (d).

e	$\sim e$	$e \vee \sim e$	$e \wedge \sim e$	$e \veebar e$
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F

Fonte: Autor

Analisando a Tabela 4.20, concluímos que a única proposição tautológica é $e \vee \sim e$. Portanto, a alternativa correta é a letra (b). $\diamond$

4.6 Implicação lógica

Abordaremos agora o conceito de implicação que é muito utilizado não apenas na área da Matemática, mas também em diversas áreas como Medicina, Direito, Engenharia, Educação, Processamento de Dados, entre outras e que, por esse motivo, é exigido em vários concursos.

Definição 11. Dizemos que uma proposição $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ **implica logicamente** (ou **implica**) uma proposição $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$, se $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ é verdadeira todas as vezes em que $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ é verdadeira.

Em outras palavras, uma proposição $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ implica logicamente uma proposição $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$, quando na tabela verdade de P e Q, constata-se que, sempre que P apresentar valor lógico V, Q também o apresentará.

Indicamos que $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ implica $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ pela seguinte notação:

$$P(p_1, p_2, \ldots, p_n) \Rightarrow Q(q_1, q_2, \ldots, q_m).$$

Perceba que existe uma sútil distinção entre a condicional ($\rightarrow$) e a implicação ($\Rightarrow$). A condicional representa uma operação lógica entre as proposições P e Q que resulta na proposição $P \rightarrow Q$, cujo valor lógico pode ser V ou F. A implicação representa a não ocorrência dos valores lógicos V e F, respectivamente, para P e Q, na tabela verdade.

Exemplo 13. Vamos analisar se a proposição $P(p,q,r) = p \vee q \rightarrow r$ implica logicamente a proposição $Q(p,q,r) = p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

Para isso, construiremos as tabelas verdade das proposições $P(p,q,r) = p \vee q \rightarrow r$ e $Q(p,q,r) = p \rightarrow (q \rightarrow r)$, respectivamente Tabela 4.21 e Tabela 4.22. E depois compararemos quais as linhas que possuem valor V na primeira tabela e averiguaremos se na respectiva linha da segunda tabela também aparece o valor V.

Tabela 4.21: $P(p,q,r) = p \vee q \to r$.

p	q	r	p	$\vee$	q	$\to$	r
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	V
F	F	F	F	F	F	V	F
Ordem			1	2	1	3	1

Fonte: Autor

Tabela 4.22: $Q(p,q,r) = p \to (q \to r)$.

p	q	r	p	$\to$	$(q$	$\to$	$r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F
Ordem			1	3	1	2	1

Fonte: Autor

Observamos que em todas as vezes que a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = p \vee q \to r$ encerra em V, as respectivas linhas da tabela verdade da proposição $Q(p,q,r) = p \to (q \to r)$ também encerram com a letra V. Portanto, P implica Q.

Outra maneira de resolução do Exemplo 13 é obtida pela utilização do teorema a seguir.

Teorema 2. A proposição $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ implica a proposição $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ se, e somente se, a condicional:

$$P(p_1, p_2, \ldots, p_n) \to Q(q_1, q_2, \ldots, q_m) \tag{4.1}$$

é tautológica.

Demonstração. Se $P(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ implica $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$, então não ocorrem simultaneamente os valores lógicos V e F, respectivamente, para P e Q. E por conseguinte a coluna da tabela verdade da condicional (4.1) encerra somente a letra V, isto é, essa condicional é tautológica. Reciprocamente, se a condicional (4.1) é tautológica, então a coluna da tabela verdade da condicional encerra somente a letra V, daí não ocorrem simultaneamente os valores lógicos V e F, respectivamente, para P e Q. Consequentemente, por definição, a primeira proposição implica a segunda. ■

4.7 Equivalência lógica

Nesta seção, estudaremos que é possível exibir a mesma proposição de maneiras distintas, garantindo ainda assim sua valoração original, do ponto de vista lógico. Isso refere-se à equivalência lógica.

Definição 12. Dizemos que uma proposição $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ é **logicamente equivalente** (ou apenas **equivalente**) a uma proposição $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$, se os resultados de suas tabelas verdade são idênticos.

Indicamos que a proposição $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ é equivalente a proposição $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ com a notação:

$$P(p_1, p_2, \ldots, p_n) \Leftrightarrow Q(q_1, q_2, \ldots, q_m).$$

Vejamos um teorema de relevância para o estudo das proposições equivalentes.

Teorema 3. A proposição $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ é equivalente à proposição $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ se, e somente se, a bicondicional:

$$P(p_1, p_2, \ldots, p_n) \leftrightarrow Q(q_1, q_2, \ldots, q_m) \tag{4.2}$$

é tautológica.

Demonstração. Se as proposições $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ e $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ são equivalentes, então, suas tabelas verdade são idênticas, consequentemente o valor lógico da bicondicional (4.2) é sempre verdadeiro, isto é, (4.2) é tautológica. Reciprocamente, se a bicondicional (4.2) é tautológica, então, a coluna da sua tabela verdade encerra somente a letra V, consequentemente os valores lógicos respectivos das proposições $P(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ e $Q(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ ou são ambos V ou são ambos F. Portanto, essas duas proposições são equivalentes. ∎

Apresentaremos agora algumas equivalências que são de fundamental importância para a resolução de certas questões de concursos, como veremos no Capítulo 6. Essas equivalências podem ser facilmente verificadas por meio da comparação entre os resultados de suas tabelas verdade ou utilizando o Teorema 3. Vejamos tais equivalências:

Equivalência da condicional

$$p \to q \Leftrightarrow \sim p \vee q. \tag{4.3}$$

Verificando a relação simbólica (4.3), percebemos que a condicional $p \to q$ pode ser reescrita pela seguinte regra:

1º) Nega-se o primeiro termo.

2º) Mantém-se o segundo termo.

3º) Troca-se o símbolo $\to$ por $\vee$.

Exemplo 14. (VUNESP - 2018 - Prefeitura de São Paulo - SP - Analista de Planejamento e Desenvolvimento Organizacional - Ciências Contábeis) Uma afirmação logicamente equivalente à afirmação: "Se planto no tempo certo, então a colheita é melhor", é:

(a) A colheita é melhor ou não planto no tempo certo.

(b) Não planto no tempo certo e a colheita é melhor.

(c) Se não planto no tempo certo, então a colheita não é melhor.

(d) Ou planto no tempo certo ou a colheita é melhor.

(e) Se a colheita é melhor, então planto no tempo certo.

Solução. Observamos que a proposição trata-se de uma condicional, onde o primeiro termo é "planto no tempo certo" e o segundo é "a colheita é melhor". Daí, obedecendo aos passos da regra acima, temos:

1º) Nega-se o primeiro termo: não planto no tempo certo.

2º) Mantém-se o segundo termo: a colheita é melhor.

3º) Troca-se o "se ..., então ..." por "ou".

Assim, obtemos como resultado: não planto no tempo certo ou a colheita é melhor. Mas, note que não possui nenhuma alternativa com essa possibilidade. Lembremos, porém, que a ordem das proposições que compõem uma disjunção não altera o resultado de sua tabela verdade. Portanto, a assertiva correta é a letra (a). ⋄

Equivalência da disjunção

$$p \vee q \Leftrightarrow \sim p \rightarrow q. \tag{4.4}$$

A relação simbólica (4.4) indica que podemos transformar uma disjunção em uma condicional, mediante o seguinte modelo:

1º) Nega-se o primeiro termo.

2º) Mantém-se o segundo termo.

3º) Troca-se o símbolo $\vee$ pelo símbolo $\rightarrow$.

Exemplo 15. (Instituto Excelência - 2018 - Prefeitura de São Carlos - SP - Analista de Tecnologia da Informação) A sentença lógica "Carla é babá ou Lara não é do Brasil" equivalente a:

(a) Se Carla é babá, então Lara é do Brasil.

(b) Se Carla é babá, então Lara não é do Brasil.

(c) Se Carla não é babá, então Lara não é do Brasil.

(d) Se Carla não é babá, então Lara é do Brasil.

(e) Nenhuma das alternativas.

Solução. Note que a proposição trata-se de uma disjunção, a qual o primeiro termo é "Carla é babá" e o segundo é "Lara não é do Brasil". Daí, seguindo os passos do modelo acima, teremos:

1º) Nega-se o primeiro termo: Carla não é babá.

2º) Mantém-se o segundo termo: Lara não é do Brasil.

3º) Troca-se o "ou" por "se …, então …".

Assim, obtemos como resultado final: Se Carla não é babá, então Lara não é do Brasil. Portanto, a alternativa correta é a letra (c). ⋄

Equivalência da bicondicional

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (q \to p). \tag{4.5}$$

Observando a relação simbólica (4.5), notamos que a bicondicional pode ser reescrita pela seguinte regra:

1º) Mantém-se as posições dos termos da bicondicional e troca-se o símbolo $\leftrightarrow$ pelo símbolo $\to$.

2º) Troca-se as posições dos termos da bicondicional e altera-se o símbolo $\leftrightarrow$ pelo símbolo $\to$.

3º) Acrescenta-se o símbolo $\wedge$ entre as condicionais.

Exemplo 16. Considere as seguintes proposições:

Se Siqueira estuda bastante, então ele irá passar no concurso.

Se Siqueira passou no concurso, então estudou bastante.

Logo,

(a) Siqueira não estuda bastante se, e somente se, passou no concurso.

(b) Siqueira estudou bastante se, e somente se, passou no concurso.

(c) Siqueira estudou bastante e passou no concurso.

(d) Siqueira não estudou bastante e passou no concurso.

(e) Siqueira não estudou bastante ou não passou no concurso.

Solução. Inicialmente, veja que o modo e o tempo verbal não interferem na valoração das proposições. Com isso, percebemos que temos duas proposições simples, a saber, p: Siqueira estudou bastante e q : Siqueira passou no concurso, que formam duas condicionais: $p \to q$ e $q \to p$. Assim, pela equivalência (4.5), temos: $p \leftrightarrow q$, que transformando em palavras obtemos:

Siqueira estudou bastante se, e somente se, passou no concurso.

Portanto, a alternativa que apresenta uma formulação equivalente para o enunciado é a letra (b). $\diamond$

Equivalência da negação

$$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p \tag{4.6}$$

Observando a relação de equivalência (4.6), vemos que ao negar duas vezes consecutivas, uma negação anula a outra, retornando-se a sentença inicial.

Exemplo 17. Considere a proposição

$$p : \text{A bola é esférica}$$

verdadeira. Logo, sua negação é

$$\sim p : \text{A bola não é esférica,}$$

que possui valor lógico falsidade. Assim, a negação da negação será:

$$\sim(\sim p) : \text{A bola não é não esférica,}$$

que possui valor lógico verdadeiro. Portanto, dizer que a bola é esférica é logicamente equivalente a dizer que a bola não é não esférica.

As duas proposições associadas à condicional que se seguem são corriqueiramente utilizadas como técnicas de demonstrações matemáticas. A equivalência (4.7) é conhecida como **contrapositiva** e a relação (4.8) é chamada de **recíproca**.

Contrapositiva

$$p \to q \Leftrightarrow \sim q \to \sim p. \tag{4.7}$$

Verificando a equivalência (4.7), notamos que a forma equivalente para $p \to q$ pode ser obtida pelo seguinte modelo:

1º) Nega-se ambos os termos da condicional.

2º) Mantém-se o símbolo $\to$.

3º) Troca-se as posições dos termos.

Exemplo 18. (VUNESP - 2019 - Prefeitura de Caraguatatuba - SP - Guarda Civil Municipal) Considere a afirmação:

Se o tapete é maior que a sala, então ele não cabe no quarto.

Uma afirmação logicamente equivalente é:

(a) Se o tapete não cabe no quarto, então ele é maior que a sala.

(b) O tapete é maior que a sala e ele não cabe no quarto.

(c) Se o tapete é menor que a sala, então ele cabe no quarto.

(d) O tapete é menor que a sala e ele cabe no quarto.

(e) Se o tapete cabe no quarto, então ele não é maior que a sala.

Solução. Perceba que a proposição trata-se de uma condicional. Mas, observe que nenhuma alternativa apresenta uma disjunção, assim não podemos usar a equivalência (4.3). Porém, podemos seguir os passos do modelo acima, já que a equivalência (4.7) trata-se de uma condicional.

1º) Nega-se ambos os termos: o tapete não é maior que a sala; quando vamos negar o segundo termo ficamos com a negação da negação, assim pela equivalência (4.6), temos que: o tapete cabe no quarto.

2º) Mantém-se o "se ..., então ...".

3º) Troca-se a posições dos termos.

Assim, obtemos como resultado final: Se o tapete cabe no quarto, então ele não é maior que a sala. Portanto, a alternativa correta é a letra (e). ⋄

Recíproca

A recíproca de uma sentença condicional é obtida pela troca de posições dos termos. Logo, a recíproca de $p \to q$ é:

$$q \to p. \tag{4.8}$$

É importante observar que na proposição recíproca não temos uma proposição equivalente à original, conforme podemos verificar na Tabela 4.7.

Exemplo 19. Seja a proposição

P : Se Jean foi trabalhar, então não foi estudar.

Então, a sentença não equivalente a P é:

(a) Jean não trabalhou ou não estudou.

(b) Se Jean foi estudar, então não foi trabalhar.

(c) Se Jean não foi estudar, então ele foi trabalhar.

(d) Jean não estudou ou não trabalhou.

Solução. Observe que a proposição trata-se de uma condicional e a questão deseja que encontremos a proposição não equivalente. Para isto, nomeemos as proposições simples p : Jean foi trabalhar e q : Jean não foi estudar, logo $P(p,q) = p \to q$. Assim, traduzindo para a linguagem simbólica todas as alternativas e analisando-as, obtemos:

(a) $\sim p \vee q$. Dessa forma, pela equivalência (4.3) temos que as sentenças são equivalentes.

(b) $\sim q \to \sim p$. Assim, pela equivalência (4.7) temos que as sentenças são equivalentes.

(c) $q \to p$. Neste caso, temos a recíproca da proposição P e, como vimos, não são equivalentes.

(d) $q \vee \sim p$. Neste caso, temos apenas a troca das posições do termo do item (a), como trata-se de uma disjunção essa permuta não altera a valoração do resultado de sua tabela verdade. Dessa forma, temos sentenças equivalentes.

Portanto, a alternativa correta é a letra (c). $\diamond$

4.8 Negação de proposições compostas

Vimos na Subseção 4.3.6 como negar uma proposição simples. Nesta seção veremos algumas propriedades dos conetivos lógicos em relação a como negar uma proposição composta. Novamente, as equivalências aqui expostas podem ser facilmente verificadas por meio da comparação entre os resultados das suas tabelas verdade ou utilizando o Teorema 3.

Negação da conjunção

Para negar uma proposição de estrutura $p \wedge q$, usaremos a seguinte regra, conhecida como 1ª Lei de De Morgan.

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q. \tag{4.9}$$

A relação simbólica (4.9) mostra que podemos obter a negação da conjunção, mediante o seguinte modelo:

1º) Nega-se o primeiro termo.

2º) Nega-se o segundo termo.

3º) Troca-se o símbolo $\wedge$ pelo símbolo $\vee$.

Para fins de comprovação dessa relação, usaremos a comparação dos resultados da tabela verdade.

Tabela 4.23: Tabela verdade da negação da conjunção.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Fonte: Autor

O exemplo a seguir mostra uma linguagem de negação frequentemente exigida em questões de concurso.

Exemplo 20. (UEPB - CPCON - 2016 - Prefeitura de Gado Bravo - Assistente Social) A proposição “Não é verdade que José é rico e João é baixo” é logicamente equivalente a dizer que é verdade:

(a) Se José não é rico, então João é baixo.

(b) José não é rico e João não é alto.

(c) José é rico ou João não é baixo.

(d) José não é rico ou João não é baixo.

(e) Se José não é rico ou João não é baixo.

Solução. Observamos que a proposição inicia-se com: "não é verdade que ...". Lembremos que essa expressão quer dizer que tudo o que vem depois dela será negado. Assim, o que vem em seguida é a conjunção. Portanto, negaremos a sentença "José é rico e João é baixo". Logo, seguindo o modelo, obtemos:

1º) Nega-se o primeiro termo: José não é rico.

2º) Nega-se o segundo termo: João não é baixo.

3º) Troca-se "e" por "ou".

Assim, obtemos como resultado final: José não é rico ou João não é baixo. Portanto, a assertiva correta é a letra (d). ⋄

Negação da disjunção

Para negarmos uma proposição de estrutura $p \vee q$, usaremos a seguinte regra, conhecida como 2ª Lei de De Morgan.

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q. \tag{4.10}$$

A relação simbólica (4.10) apresenta que podemos obter a negação da disjunção, mediante a seguinte regra:

1º) Nega-se o primeiro termo.

2º) Nega-se o segundo termo.

3º) Troca-se o símbolo $\vee$ por $\wedge$.

Para fins de comprovação dessa relação, usaremos o Teorema 3.

Tabela 4.24: Tabela verdade da negação da disjunção.

p	q	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\leftrightarrow$	$\sim p$	$\wedge$	$\sim q$
V	V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V

Fonte: Autor

Como a bicondicional $\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$ é tautológica, concluímos que a relação (4.10) é válida.

Examinemos, através de um exemplo, a aplicação da negação da disjunção.

Exemplo 21. (IDECAN - 2019 - UNIVASF - Assistente em Administração) No conto de fadas da Cinderela, Cinderela vivia como pobre e escrava por conta de sua madrasta malvada, e o jovem príncipe, filho do rei, era muito bonito. A negação lógica para a afirmação "Cinderela não é pobre ou o príncipe é bonito" é:

(a) Se Cinderela é pobre, então o príncipe não é bonito.

(b) Cinderela é pobre e o príncipe não é bonito.

(c) Cinderela é rica e o príncipe é feio.

(d) Cinderela é rica ou o príncipe é feio.

(e) Cinderela é pobre ou o príncipe não é bonito.

Solução. Observamos que a proposição trata-se de uma disjunção. Daí, obedecendo aos passos do modelo acima, teremos:

1º) Nega-se o primeiro termo, mas note que temos, assim, uma negação dupla e, como uma negação anula a outra, ficamos com a seguinte sentença: Cinderela é pobre.

2º) Nega-se o segundo termo: o príncipe não é bonito.

3º) Troca-se "ou" por "e".

Assim, obtemos como resultado final: Cinderela é pobre e o príncipe não é bonito. Portanto, o item correto é a letra (b). $\diamond$

Negação da disjunção exclusiva

Notemos pela tabela verdade qual a negação de uma proposição de estrutura $p \veebar q$.

Tabela 4.25: Tabela verdade da negação da disjunção exclusiva.

p	q	$p \veebar q$	$\sim(p \veebar q)$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Fonte: Autor

Perceba que o resultado da tabela verdade da negação da disjunção exclusiva é equivalente ao resultado da tabela verdade da bicondicional. Logo,

$$\sim(p \veebar q) \Leftrightarrow p \leftrightarrow q. \tag{4.11}$$

A relação simbólica (4.11) apresenta que podemos obter a negação da disjunção exclusiva, mediante a seguinte regra:

1º) Troca-se o símbolo $\veebar$ por $\leftrightarrow$.

2º) Mantém-se as posições dos termos.

Exemplo 22. (IBFC - 2020 - EBSERH - Farmacêutico) Dada a sentença "Ou Camila é médica ou Ana é dentista." Assinale a alternativa que apresenta a negação das proposições anteriores.

(a) Camila não é médica e Ana não é dentista.

(b) Camila não é médica ou Ana não é dentista.

(c) Se Camila não é médica então Ana não é dentista.

(d) Camila é médica se e somente se Ana é dentista.

(e) Se Camila é médica então Ana é dentista.

Solução. Percebemos que a sentença trata-se de uma disjunção exclusiva. Daí, seguindo os passos da regra acima, temos:

1º) Troca-se "ou … ou …" por "… se, e somente se, …".

2º) Mantém-se as posições dos termos: Camila é médica se, e somente se, Ana é dentista

Portanto, temos a letra (d) como a alternativa correta. ⋄

Negação da condicional

Vejamos agora uma das negações mais exigidas em concursos públicos. Negamos uma proposição de estrutura $p \to q$, utilizando a seguinte regra:

$$\sim(p \to q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q \tag{4.12}$$

Analisando a equivalência (4.12), concluímos que para efetuar a negação da condicional, basta seguir os passos a seguir:

1º) Mantém-se o primeiro termo.

2º) Nega-se o segundo termo.

3º) Troca-se o símbolo $\rightarrow$ por $\wedge$.

Para fins de comprovação dessa relação, usaremos o Teorema 3.

Tabela 4.26: Tabela verdade da negação da disjunção.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim (p \rightarrow q)$	$\leftrightarrow$	p	$\wedge$	$\sim q$
V	V	V	F	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F	F	V

Fonte: Autor

Como a bicondicional $\sim (p \rightarrow q) \leftrightarrow p \wedge \sim q$ é tautológica, concluímos que a relação (4.12) é válida.

Apliquemos esse modelo da negativa da condicional nos exemplos a seguir.

Exemplo 23. (IBADE - 2019 - Prefeitura de Aracruz - ES - Contador) A negação da proposição composta "se bebo bastante água, então não fico desidratado," é:

(a) Bebo bastante água e não fico desidratado.

(b) Se não bebo bastante água, então fico desidratado.

(c) Bebo bastante água e fico desidratado.

(d) Se fico desidratado, então não bebo bastante água.

(e) Bebo bastante água ou não fico desidratado.

Solução. Observamos que a proposição trata-se de uma condicional. Daí, respeitando os passos do modelo acima, temos:

1º) Mantém-se o primeiro termo: bebo bastante água.

2º) Nega-se o segundo termo, mas perceba que temos uma negação dupla e, como uma negação anula a outra ficamos com a seguinte sentença: fico desidratado.

3º) Troca-se o símbolo $\rightarrow$ por $\wedge$.

Assim, obtemos como resultado final: bebo bastante água e fico desidratado. Portanto, o item correto é a letra (c). $\diamond$

Exemplo 24. (CESPE - 2012 - TJ - AC - Técnico Judiciário - Informática) Em decisão proferida acerca da prisão de um réu, depois de constatado pagamento de pensão alimentícia, o magistrado determinou: “O réu deve ser imediatamente solto, se por outro motivo não estiver preso”.

Considerando que a determinação judicial corresponde a uma proposição e que a decisão judicial será considerada descumprida se, e somente se, a proposição correspondente for falsa, julgue o item seguinte.

A negação da proposição relativa à decisão judicial estará corretamente representada por “O réu não deve ser imediatamente solto, mesmo não estando preso por outro motivo”.

◯ Certo

◯ Errado

Solução. Notemos inicialmente que a sentença está na ordem q, se p. Então, escrevendo-a na ordem convencional, temos:

Se por outro motivo não estiver preso, então o réu deve ser imediatamente solto.

Assim, obedecendo os passos do modelo da negativa da condicional, teremos:

1º) Mantém-se o primeiro termo: por outro motivo não estiver preso.

2º) Nega-se o segundo termo: o réu não deve ser imediatamente solto.

3º) Troca-se o símbolo $\rightarrow$ por $\wedge$.

Assim, obtemos como resultado final: por outro motivo não estiver preso e o réu não deve ser imediatamente solto. Perceba, porém, que a negativa do enunciado não está escrita da forma que concluímos. Mas, lembremos que na lógica “*mesmo*” tem o mesmo significado de “e”. Além disso, a ordem em que se apresentam as proposições simples na *conjunção* não interfere na sua valoração, como também não interferem na valoração, o tempo e o modo verbal. Assim, obtemos a negativa:

O réu não deve ser imediatamente solto, mesmo não estando preso por outro motivo.

Portanto, o item está certo. ⋄

Negação da bicondicional

Analisemos o resultado da Tabela 4.27.

Tabela 4.27: Comparação da disjunção exclusiva e da bicondicional.

p	q	$p \veebar q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	V	F	V

Fonte: Autor

Percebemos que a bicondicional e a disjunção exclusiva possuem valorações opostas. Daí, podemos inferir que a negação da bicondicional é a disjunção exclusiva. Simbolicamente, temos:

$$\sim (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow p \veebar q \tag{4.13}$$

Assim, para realizar a negação da bicondicional basta manter a posição dos termos e trocar o símbolo $\leftrightarrow$ por $\veebar$.

Outra negativa para a bicondicional que, às vezes, é cobrada em questões de concursos é a seguinte:

$$\sim (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \tag{4.14}$$

Observando a relação simbólica (4.14), notamos que a negativa da bicondicional pode ser reescrita pela seguinte regra:

1º) Mantém-se o primeiro termo **e** nega-se o segundo termo.

2º) Nega-se o primeiro termo **e** mantém-se o segundo termo.

3º) Acrescenta-se o **ou** entre os resultados obtidos nos passos anteriores.

Para comprovar a validação dessa relação basta usar a relação (4.5), seguida da 1ª Lei de De Morgan e a negação da condicional.

$$\sim (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \Leftrightarrow \sim (p \rightarrow q) \vee \sim (q \rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q).$$

Exemplo 25. (IBADE - 2019 - Prefeitura de Aracruz - ES - Fisioterapeuta) Negar que “Marcos foi andar se e somente se Ana estava dormindo” equivale a dizer que:

(a) Marcos foi andar se e somente se Ana não estava dormindo.

(b) Marcos foi andar e Ana estava dormindo.

(c) ou Marcos foi andar ou Ana estava dormindo.

(d) Marcos não foi andar e Ana não estava dormindo.

(e) Marcos estava dormindo e Ana estava andando.

Solução. Observamos que a proposição trata-se de uma bicondicional. Daí, para obter sua negativa basta manter as posições dos termos e trocar o "... se, e somente se, ..." por "ou ... ou ...". Logo, sua negativa é "ou Marcos foi andar ou Ana estava dormindo". Portanto, o item correto é a letra (c). ⋄

Exemplo 26. Apresente duas formas de negar a sentença "Estudo se, e somente se, for aprovado".

Solução. Como vimos acima, existem duas formas de negar a bicondicional. A primeira forma é: manter os termos e trocar o "... se, e somente se, ...", por "ou ... ou ...". Assim, uma negativa será:

Ou estudo ou sou aprovado.

Para a outra forma de negação obedeceremos a regra (4.14). Logo, teremos:

1º) Mantém-se o primeiro termo **e** nega-se o segundo: Estudo e não sou aprovado.

2º) Nega-se o primeiro termo **e** mantém-se o segundo: não estudo e sou aprovado.

3º) Acrescenta-se o **ou** entre os resultados obtidos nos passos anteriores..

Assim, outra negativa será:

Estudo e não sou aprovado ou não estudo e sou aprovado.

⋄

Resumo das negações de proposições compostas

Colocamos na Tabela 4.28 um resumo das negações das proposições moleculares vistas acima.

Tabela 4.28: Negação de proposições compostas.

$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
$\sim(p \veebar q)$	$p \leftrightarrow q$
$\sim(p \rightarrow q)$	$p \wedge \sim q$
$\sim(p \leftrightarrow q)$	$p \veebar q$
$\sim(p \leftrightarrow q)$	$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

Fonte: Autor

4.9 Quantificadores lógicos

Para definirmos os quantificadores lógicos, precisamos da noção de sentença aberta, a qual definimos a seguir.

Definição 13. Chamamos de **sentença aberta** a uma frase subordinada a uma variável livre (ou melhor, *aberta*), fazendo com que não seja possível determinar o valor lógico da sentença.

Exemplo 27. A frase "Ele trabalha na escola em que estudou", trata-se de uma sentença aberta, pois não sabemos de qual pessoa a frase está se referindo, havendo assim uma indeterminação.

Esses tipos de sentenças podem ser transformadas em proposições de duas maneiras:

1º) Atribuindo-se valores às variáveis.

2º) Utilizando quantificadores lógicos.

Definição 14. Um **quantificador lógico** é um símbolo lógico que atua sobre uma sentença aberta, tornando-a uma proposição.

Os principais quantificadores lógicos são: o quantificador universal e o quantificador existencial.

O **quantificador universal** é indicado pelo símbolo $\forall$, que significa "qualquer que seja", "para todo" ou "para cada".

Exemplo 28. Veja que a relação "$x < 6$" é uma sentença aberta. No entanto, a relação "$\forall x \in \mathbb{R}$, $x < 6$" é uma proposição, a qual possui valoração falsa.

O **quantificador existencial** é indicado pelo símbolo $\exists$, que significa "existe pelo menos um", "para algum", "algum" ou "existe".

Exemplo 29. Note que a frase "x é um número primo" é uma sentença aberta, porém a frase "$\exists x / x$ é um número primo" é uma proposição, a qual possui valoração verdadeira.

4.9.1 Negação dos quantificadores lógicos

A negação dos quantificadores lógicos causa uma certa confusão em muitos candidatos. Por esse motivo, os mesmos devem ficar atentos às questões que envolvem esse assunto, as quais aparecem com uma certa frequência nos certames.

Negação do quantificador universal

A negação do quantificador universal é feita substituindo-se o quantificador universal ($\forall$) pelo existencial ($\exists$) e, em seguida, negando-se a sentença aberta. Por exemplo, vamos obter a negação da seguinte sentença:

Todo corinthiano é fiel.

Pelo exposto acima, para negar a frase "todo corinthiano é fiel" é preciso que exista pelo menos um corinthiano que não seja fiel. Portanto, a negativa da sentença dada será:

Existe corinthiano infiel.

Exemplo 30. (IBFC - 2019 - PM - BA - Soldado) Considere a proposição: "Todo pesquisador é estudioso." Assinale a alternativa que não apresenta uma negação da proposição anterior.

(a) Existe algum pesquisador que não é estudioso.

(b) Algum pesquisador não é estudioso.

(c) Pelo menos um pesquisador não é estudioso.

(d) Existe pesquisador que não é estudioso.

(e) Nenhum pesquisador é estudioso.

Solução. Para negar o quantificador universal, devemos trocar o quantificador universal pelo existencial e negar a sentença aberta. Logo, a negação da sentença "Todo pesquisador é estudioso" é "Existe pelo menos um pesquisador que não é estudioso". Lembremos, porém, que as expressões existe algum, algum, pelo menos um e existe são quantificadores existenciais. Assim, as alternativas (a), (b), (c) e (d) são negações da proposição dada. Dessa forma, a assertiva correta é a letra (e). $\diamond$

Negação do quantificador existencial

A negação do quantificador existencial é feita substituindo-se o quantificador existencial ($\exists$) pelo universal ($\forall$)) e, em seguida, negando-se a sentença aberta. Por exemplo, vamos obter a negação da seguinte sentença:

Existem pessoas otimistas.

Para negar esta sentença, trocamos o quantificador existencial pelo quantificador universal e negamos a sentença aberta, obtendo a seguinte sentença:

Todas as pessoas não são otimistas.

Existe outra forma de realizar a negação da sentença dada, que é simplesmente dizer que “nenhuma pessoa é otimista”. Ou seja, basta trocar a palavra “existe” pela palavra “nenhum(a)”.

Exemplo 31. (FGV - 2018 - MPE - AL - Técnico do Ministério Público - Tecnologia da informação) Considere a afirmação: “Existem insetos que não são pretos.” Se essa afirmação é falsa, então é verdade que

(a) Nenhum inseto é preto.

(b) Todo inseto é preto.

(c) Todos os animais pretos são insetos.

(d) Nenhum animal preto é inseto.

(e) Nem todos os insetos são pretos.

Solução. A negação da sentença dada é obtida com a troca do quantificador existencial pelo universal, seguida pela negação da sentença aberta. Assim, a negação da afirmação é: “Todo inseto é preto”. Portanto, a alternativa correta é a letra (b).

No Exemplo 31, usamos o fato de que a negação da sentença aberta “insetos não são pretos” é “insetos são pretos”.

⋄

Resumo das negações dos quantificadores

As negações com quantificadores estão apresentados na Tabela 4.29.

Tabela 4.29: Negação dos quantificadores.

Quantificador	Negação
Todo p é q	Algum p não é q
Algum p é q	Nenhum p é q
Nenhum p é q	Algum p é q
Todo p não é q	Algum p é q

Fonte: Autor

Exemplo 32. (FCC - 2017 - TRT - 24ª REGIÃO (MS) - Analista Judiciário - Área Administrativa) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação: todos os programas foram limpos e nenhum vírus permaneceu, é:

(a) Se pelo menos um programa não foi limpo, então algum vírus não permaneceu.

(b) Existe um programa que não foi limpo ou pelo menos um vírus permaneceu.

(c) Nenhum programa foi limpo e todos os vírus permaneceram.

(d) Alguns programas foram limpos ou algum vírus não permaneceu.

(e) Se algum vírus permaneceu, então nenhum programa foi limpos.

Solução. Note que a afirmação trata-se de uma conjunção cujas proposições integrantes são sentenças com os quantificadores todo e nenhum, respectivamente. Assim aplicando a 1ª Lei de De Morgan e as regras apresentadas na Tabela 4.29, temos a seguinte negação: "Existe um programa que não foi limpo ou pelo menos um vírus permaneceu". Portanto, a alternativa correta é a letra (b). ⋄

Capítulo 5

Lógica de argumentação e regras de inferências

Inúmeros certames requerem dos seus candidatos conhecimentos sobre os tipos de argumentos e como verificar se um argumento é válido ou inválido. Visando isso, neste capítulo abordaremos os tipos e as técnicas de validação de argumentos. Para escrever este capítulo, nos baseamos em [5], [10], [17], [23], [24], [46], [45], [47], [48] e [39].

5.1 Argumentos

Em diversas questões de concursos, é exigida a dedução de conclusões a partir de premissas. O processo de retirar conclusões de premissas é chamado de *argumento*.

Definição 15. Chamamos de **argumento** à relação que associa um conjunto de proposições $P_1, P_2, \ldots, P_n\,(n \geqslant 1)$ a uma proposição Q. As proposições $P_1, P_2, \ldots, P_n\,(n \geqslant 1)$ são chamadas **premissas** (ou hipóteses) do argumento, e a proposição Q é chamada **conclusão** (ou tese) do argumento.

Um argumento de premissas $P_1, P_2, \ldots, P_n$ e de conclusão Q indica-se por:

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ \cdots \\ P_n \\ \hline Q \end{array} \qquad \text{ou} \qquad P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q.$$

E se lê de uma das seguintes maneiras:

(i) $P_1, P_2, \ldots, P_n$ acarreta Q.

(ii) Q decorre de $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

(iii) Q se deduz de $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

(iv) Q se infere de $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

Um tipo de argumento ou argumentação que merece destaque é o qual Aristóteles denomina **silogismo**, que possui duas premissas e uma conclusão. Em grego, silogismo quer dizer "ligação", ou seja, a ligação de dois termos por meio de um terceiro. Vejamos o exemplo.

Exemplo 33.

Todo homem é mortal.	(Premissa maior)
Sócrates é homem.	(Premissa menor)
Logo, Sócrates é mortal.	(Conclusão)

Nesse exemplo, os termos envolvidos são homem, mortal e Sócrates. Os quais, conforme encontram-se dispostos na argumentação, podem ser classificados em: médio, maior e menor. Assim,

- Termo médio é aquele que aparece nas premissas e faz a ligação entre as premissas maior e menor: "homem".
- Termo maior é o predicado da conclusão: "mortal".
- Termo menor é o sujeito da conclusão: "Sócrates".

Segundo Aranha [4] existem oito regras que determinam o silogismo, são elas:

1. O silogismo tem, apenas, três termos (médio, maior e menor).
2. De duas premissas negativas nada resulta.
3. De duas premissas particulares nada resulta.
4. O termo médio nunca entra na conclusão.
5. O termo médio deve ser pelo menos uma vez total.
6. Nenhum termo pode ser total na conclusão sem ser total nas premissas.
7. De duas premissas afirmativas não se conclui uma negativa.
8. A conclusão segue sempre a premissa mais fraca (se nas premissas uma delas for negativa, a conclusão deve ser negativa; se uma for particular, a conclusão deve ser particular).

Segundo Carvalho [17], um argumento é um conjunto de proposições. Mas nem todos os conjuntos de proposições são argumentos. Para que o seja, é necessário que essas proposições tenham certa **estrutura**: é preciso que uma delas (a conclusão) exprima a ideia que se quer defender, e que as demais (as premissas) sejam apresentadas como razões a favor dessa ideia.

Dessa forma, a distinção entre premissa e conclusão independe de suas posições no argumento, porém sempre será possível apresentar a seguinte organização para um argumento:

$$\text{Premissa 1. Premissa 2. .... Premissa } n.$$
$$\text{Portanto, Conclusão.}$$

Diversos concursos trazem palavras distintas para introduzir a conclusão, algumas dessas expressões são: *Portanto*, *logo*, *por conseguinte*, *dessa maneira*, *consequentemente*, *assim sendo*, *segue que*, *então* e *de modo que*.

Um raciocínio ou uma inferência[1] é um argumento, isto é, raciocinar ou inferir é derivar conclusões de premissas. Desta forma, nosso intuito é verificar a validade ou invalidade desse argumento. Passemos, então, a entender o que significa um argumento válido e um argumento inválido.

Definição 16. Um argumento $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$ é **válido** quando for V o valor lógico da conclusão Q todas as vezes que as premissas $P_1, P_2, \ldots, P_n$ tiverem o valor lógico V.

Assim, um argumento válido é aquele em que, independentemente da valoração das proposições que compõem as premissas, a tese é verdadeira sempre que as hipóteses são todas verdadeiras.

Definição 17. Um argumento é **inválido** quando:

(a) A verdade das premissas não é suficiente para garantir a verdade da conclusão; ou

(b) Possuir premissas verdadeiras e conclusão falsa.

Conforme Filho [24] a lógica matemática só se preocupa com a validade dos argumentos e não com a verdade ou a falsidade das premissas e das conclusões. Logo, a validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e a conclusão, isto é, a validade ou não-validade de um argumento depende apenas de sua estrutura e não de seu conteúdo ou da verdade e falsidade das proposições que o integram.

Existem várias técnicas de verificar a validade de um argumento. O teorema a seguir pode ser aplicado como um critério.

[1] Epistemologicamente, inferência vem do latim *inferre* que significa levar para. Logo, no sentido da lógica, inferir é concluir a partir de proposições.

Teorema 4. Um argumento $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$ é válido se, e somente se, a condicional:

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \rightarrow Q \tag{5.1}$$

é tautológica.

Demonstração. Com efeito, as premissas $P_1, P_2, \ldots, P_n$ são todas verdadeiras se, e somente se, a proposição $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n$ tem valor lógico V. Assim, o argumento $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$ é válido se, e somente se, a conclusão Q possui valor lógico V todas as vezes que a proposição $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n$ é verdadeira. Isto é, se, e somente se, a sentença $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n$ implica logicamente a conclusão Q, simbolicamente: $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \Rightarrow Q$. Logo, pelo Teorema 2, isso equivale a dizer que a condicional (5.1) é tautológica. ■

Vale ressaltar, que a validade e a invalidade são atributos dos argumentos, enquanto a verdade e a falsidade são características das variáveis proposicionais. Isso quer dizer que uma proposição pode ser verdadeira ou falsa e não pode ser válida ou inválida e vice-versa. Assim, o valor verdadeiro de uma sentença depende do contexto, enquanto a validade de um argumento depende da relação das premissas.

Para mostrar a validade de um argumento, podemos usar sempre uma tabela verdade para verificar se um argumento é válido ou inválido. No entanto, se o argumento possuir bastantes hipóteses, construir uma tabela verdade pode gerar um incômodo muito grande. Por exemplo, para verificar a validade de um argumento envolvendo 10 sentenças, seria necessária uma tabela de $2^{10} = 1024$ linhas.

Para contornar a dificuldade, nós averiguaremos a validade de argumentos de maneira relativamente simples, denominadas de regras de inferência, e utilizaremos essas regras para construir argumentos mais complexos de maneira sólida.

5.2 Regras de inferência

Os argumentos são usados para fazer "inferências", logo, para obter uma conclusão de tais argumentos é preciso executar os "passos" como de uma dedução ou demonstração, a esses "passos" chamamos, também, **regras de inferência**, as quais habitualmente são escritas de forma padronizada: colocando as premissas sobre um traço horizontal e, em seguida, a conclusão sob o mesmo traço.

A fim de facilitar a resolução de algumas questões analisemos as principais regras de inferência do cálculo proposicional.

I. **Adição Disjuntiva (AD)**

Dada uma proposição p verdadeira, pode-se concluir a validade da sua disjunção com qualquer outra sentença, isto é,

$$\frac{p}{p \vee q} \qquad\qquad \frac{q}{q \vee p}$$

Demonstração. De fato, pois para a disjunção ser verdadeira basta, pelo menos, uma proposição seja verdadeira, como $V(p) =$ V, então $V(p \vee q) =$ V, como percebemos pela Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Tabela verdade da adição disjuntiva.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: Autor

■

II. **Adição Conjuntiva (AC)**

Dadas duas proposições p e q ambas verdadeiras, delas podemos deduzir que $p \wedge q$ é verdadeira. Simbolicamente, temos:

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{p \wedge q} \qquad\qquad \frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{q \wedge p}$$

Demonstração. A regra da adição conjuntiva é de fácil verificação, pois como $V(p) = V(q) =$ V, temos que $V(p \wedge q) =$ V. Ver a Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Tabela verdade da adição conjuntiva.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: Autor

■

III. **Simplificação (SIMP)**

Se uma proposição $p \wedge q$ é verdadeira, então a conclusão p é verdadeira e a proposição q é também verdadeira. Segue na linguagem simbólica:

$$\frac{p \wedge q}{p} \qquad\qquad \frac{p \wedge q}{q}$$

Demonstração. Como $V(p \wedge q) = \text{V}$, concluímos que $V(p) = \text{V}$ e $V(q) = \text{V}$. ■

IV. **Modus Ponens (MP)**

Se uma afirmação condicional $p \rightarrow q$ é verdadeira, e a hipótese p da condicional é verdadeira, então a conclusão q da condicional é necessariamente verdadeira. Segue na linguagem simbólica:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Demonstração. Como $V(p \rightarrow q) = \text{V}$ e $V(p) = \text{V}$, então $V(q) = \text{V}$, pois caso $V(q) = \text{F}$, teríamos $V(p \rightarrow q) = \text{F}$ contradição. Ver a Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Tabela verdade do Modus Ponens.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Autor

■

V. **Modus Tollens (MT)**

Se uma afirmação condicional $p \rightarrow q$ é verdadeira, e a hipótese $\sim q$ é verdadeira, então a conclusão $\sim p$ é necessariamente verdadeira. Ou seja:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \sim p \end{array}$$

Demonstração. Como $V(p \rightarrow q) = \text{V}$ e $V(\sim q) = \text{V}$, então $V(q) = \text{F}$, logo vemos que $V(p) = \text{F}$ e, portanto, $V(\sim p) = \text{V}$. Ver a Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Tabela verdade do Modus Tollens.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \to q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Fonte: Autor

■

Observação: A regra do *Modus Ponens* e *Modus Tollens* também valem para a bicondicional. A validade dessa afirmação, pode ser verificada facilmente mediante a tabela verdade, de modo análogo ao que foi feito anteriormente.

VI. **Silogismo Disjuntivo (SD)**

Se uma afirmação disjuntiva $p \vee q$ é verdadeira, e a hipótese $\sim p$ é verdadeira, então a conclusão $\sim q$ é necessariamente verdadeira. Simbolicamente, obtemos:

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \sim p \\ \hline q \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} p \vee q \\ \sim q \\ \hline p \end{array}$$

Demonstração. Como $V(p \vee q) = \text{V}$ e $V(\sim p) = \text{V}$, então $V(p) = \text{F}$, logo concluímos que $V(q) = \text{V}$, como podemos constatar pela Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Tabela verdade do silogismo disjuntivo.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	F

Fonte: Autor

■

Observação: A regra do silogismo disjuntivo também vale para a disjunção exclusiva. A validade dessa afirmação, pode ser verificada facilmente mediante a tabela verdade, de modo análogo ao que foi feito anteriormente.

VII. **Silogismo Hipotético (SH)**

Dadas duas condicionais $p \to q$ e $q \to r$ ambas verdadeiras, tais que o consequente da primeira coincide com o antecedente da segunda, essa regra permite concluir que uma terceira condicional $p \to r$ é também verdadeira, cujo antecedente e consequente são, respectivamente, o antecedente da primeira premissa e o consequente da outra premissa (transitividade $\to$). Segue na linguagem simbólica:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ q \to r \\ \hline p \to r \end{array}$$

Demonstração. Observe a Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Tabela verdade do silogismo hipotético.

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Fonte: Autor

Percebemos que existem quatro casos onde as premissas são todas verdadeiras e a conclusão $p \to r$ não apresenta o valor lógico falso. Portanto, a regra do silogismo hipotético é um argumento válido. ∎

VIII. **Dilema Construtivo (DC)**

Se as condicionais $p \to q$ e $r \to s$ são verdadeiras e a premissa disjuntiva $p \vee r$ é também verdadeira, então a conclusão disjuntiva $q \vee s$ é necessariamente verdadeira. Isto é:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \to s \\ p \vee r \\ \hline q \vee s \end{array}$$

Demonstração. Analise a Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Tabela verdade do dilema construtivo.

p	q	r	s	$p \to q$	$r \to s$	$p \lor r$	$q \lor s$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	F	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V	F
F	F	F	V	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F	F

Fonte: Autor

Constatamos que há cinco possibilidades nas quais as hipóteses são todas verdadeiras e a tese $q \lor s$ também apresenta valor verdadeiro. Portanto, a regra do dilema construtivo é um argumento válido. ■

IX. **Dilema Destrutivo (DD)**

Se as afirmações condicionais $p \to q$ e $r \to s$ são verdadeiras e a premissa disjuntiva $\sim q \lor \sim s$ é também verdadeira, então a conclusão disjuntiva $\sim p \lor \sim r$ é necessariamente verdadeira. Simbolicamente, temos:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \to s \\ \sim q \lor \sim s \\ \hline \sim p \lor \sim r \end{array}$$

Demonstração. Examinemos a Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Tabela verdade do dilema destrutivo.

p	q	r	s	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$\sim s$	$p \to q$	$r \to s$	$\sim q \vee \sim s$	$\sim p \vee \sim r$
V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	F	F
V	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	F
V	V	F	V	F	F	V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	F	F	V	V	F
V	F	V	F	F	V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V
F	V	V	V	V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V

Fonte: Autor

Notemos que existem cinco ocorrências onde todas as premissas apresentam valor lógico V e a conclusão $\sim p \vee \sim r$ não apresenta o valor lógico F, portanto a regra do dilema destrutivo é um argumento válido. ■

X. **Absorção (ABS)**

Dada uma condicional $p \to q$ verdadeira, essa regra permite deduzir como conclusão uma outra condicional com o mesmo antecedente e cujo consequente é a conjunção $p \wedge q$ das duas proposições que integram a premissa, isto é:

$$\frac{p \to q}{p \to (p \wedge q)}$$

Demonstração. Analisando a Tabela 5.9, concluímos que $p \to q$ e $p \to (p \wedge q)$ são equivalentes, logo vale a regra da absorção.

Tabela 5.9: Tabela verdade da absorção.

p	q	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow (p \wedge q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Fonte: Autor

■

Com o auxílio dessas regras de inferência podemos demonstrar a validade de um número de argumentos mais complexos, como podemos verificar na Subseção 5.3.2 e no Capítulo 6. No entanto, além dessas regras,podemos utilizar algumas relações. Tais relações podem facilitar a resolução de questões, são elas:

- **Relação I (RI)**

  Dadas duas condicionais $p \rightarrow q$ e $p \rightarrow r$ ambas verdadeiras, tais que os antecedentes da primeira e segunda condicional coincidem, essa relação permite concluir uma terceira condicional $p \rightarrow (q \wedge r)$ também verdadeira, cujo antecedente permanece o mesmo e cujo consequente é a conjunção dos consequentes das premissas. Simbolicamente, temos:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow (q \wedge r) \end{array}$$

Demonstração. Averiguemos a Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Tabela verdade da relação I.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

Fonte: Autor

Percebemos que em todos os casos em que as premissas são verdadeiras a conclusão também é. Portanto, é valida a relação apresentada. ∎

- **Relação II (RII)**

Dadas duas condicionais $p \to q$ e $r \to\sim q$ ambas verdadeiras, tais que o consequente da segunda é a negação do consequente da primeira, essa relação permite deduzir uma terceira condicional $p \to\sim r$ também verdadeira, cujo antecedente é o mesmo da primeira condicional e o consequente é a negação do antecedente da segunda condicional. Na linguagem simbólica, temos:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \to\sim q \\ \hline p \to\sim r \end{array}$$

Demonstração. Procederemos a prova dessa relação com o uso das regras de inferência e algumas propriedades de equivalências. Para isso, usaremos uma estrutura semelhante a uma tabela, na qual a primeira coluna exibe o número da linha da estrutura; a segunda coluna mostrará quais são as premissas e abaixo do traço as proposições deduzidas a partir das premissas pelas regras de inferências; e na terceira coluna temos a justificativa de qual linha e regra de inferência foi utilizada para concluir a proposição da 2ª coluna.

(1)	$p \to q$	P_1
(2)	$r \to\sim q$	P_2
(3)	$\sim\sim q \to\sim r$	2 - Contrapositiva
(4)	$q \to\sim r$	3 - Negação dupla
(5)	$p \to\sim r$	1,4 - SH

Logo, a relação é um argumento válido. ∎

5.3 Verificação da validade de um argumento

Como já foi mencionado na Seção 5.1, existem várias formas de testar a validade de um argumento. Mas, iremos abordar quatro maneiras, são elas: mediante a tabela verdade, as regras de inferências, método das premissas verdadeiras e o método da conclusão falsa.

5.3.1 Validade mediante a tabela verdade

Nesta subseção trabalharemos a resolução de duas questões através do método: mediante a tabela verdade, a qual usa os conceitos dos operadores lógicos juntamente com a condição de todas as premissas serem sempre verdadeiras.

Caso os argumentos venham na linguagem do português a transformação simbólica deve seguir os seguintes passos:

1º. Nomear cada proposição simples que compõe as premissas e a conclusão, a qual deve ser representada por uma letra minúscula do alfabeto latino. Como sugestão, consideramos uma palavra-chave da sentença e tomamos a letra inicial desse termo para representar a proposição.

2º. Transformar o argumento em linguagem simbólica.

3º. Dispor na tabela verdade as premissas e conclusão e analisar as linhas que possuem premissas cujo valor lógico seja V e o valor lógico da conclusão, seja V ou F. Caso o valor lógico da conclusão seja V, o argumento é válido; se configurar o valor lógico F, o argumento será inválido.

Exemplo 34. (Quadrix - 2019 - CRESS - SC - Assistente Administrativo Jr) Considerando as proposições P_1: "Ou é par, ou é ímpar", P_2: "É par se, e somente se, não é ímpar" e C: "Não é ímpar", julgue o item quanto à compreensão das estruturas lógicas e à lógica da argumentação.

É correto afirmar que o silogismo $P_1 \wedge P_2 \vdash C$ é um argumento válido.

○ Certo

○ Errado

Solução. Inicialmente, nomeemos as proposições. Assim, na situação, temos:
p: é par
i: é ímpar.

Tornando as premissas em linguagem simbólica: $P_1 : p \veebar i$, $P_2 : p \leftrightarrow \sim i$ e $C :\sim i$. Agora, usando a tabela verdade, temos:

Tabela 5.11: Tabela verdade do Exemplo 34.

p	i	$\sim i$	$p \veebar i$	$p \leftrightarrow \sim i$
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

Fonte: Autor

Observe, atentamente, que na segunda linha da Tabela 5.11 quando as premissas são verdadeiras a conclusão também é verdadeira; porém, na terceira linha, quando as premissas são verdadeiras, a conclusão é falsa, apresentando assim, um argumento inválido. Portanto, a afirmação é falsa e o item está errado. ⋄

Exemplo 35. **(IBFC - 2016 - EBSERH - Advogado (HU-FURG))** Um argumento válido para: "Se João estudou, então Paulo foi aprovado no concurso. Se Paulo foi aprovado no concurso, então Ana não é dentista", é:

(a) Se João estudou, então Ana é dentista.

(b) Se João não estudou, então Ana não é dentista.

(c) Se João não estudou, então Ana é dentista.

(d) Se João estudou, então Ana não é dentista.

(e) Se João não estudou, então Paulo não foi aprovado no concurso.

Solução. Designemos as proposições.
j: João estudou.
p: Paulo foi aprovado no concurso.
a: Ana é dentista.

Transformando as premissas em linguagem simbólica: $j \rightarrow p$ e $p \rightarrow \sim a$, e as conclusões de cada alternativa, respectivamente: (a) $j \rightarrow a$, (b) $\sim j \rightarrow \sim a$, (c) $\sim j \rightarrow a$, (d) $j \rightarrow \sim a$ e (e) $\sim j \rightarrow \sim p$. Segue-se, então, a tabela verdade das premissas:

Tabela 5.12: Tabela verdade das premissas do Exemplo 35.

j	p	a	$\sim j$	$\sim p$	$\sim a$	$j \rightarrow p$	$p \rightarrow \sim a$
V	V	V	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V	F
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Fonte: Autor

Agora, analisemos na Tabela 5.13 qual das possíveis conclusões torna o argumento válido.

Tabela 5.13: Tabela verdade das alternativas do Exemplo 35.

Premissas		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$j \to p$	$p \to \sim a$	$j \to a$	$\sim j \to \sim a$	$\sim j \to a$	$j \to \sim a$	$\sim j \to \sim p$
V	F	V	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F
V	V	V	V	F	V	F
V	V	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	V	V

Fonte: Autor

Veja que as linhas pintadas em azul e vermelho são as que apresentam premissas verdadeiras, as células que possuem a marcação em vermelho significam que as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. Dessa forma, analisando as conclusões (colunas) de cada alternativa, vemos que a única alternativa que não possui marcação em vermelho é a letra (d), exibindo, assim, um argumento válido. ⋄

Percebemos que, nesse método quanto mais proposições atômicas integrarem o argumento, mais trabalhosa será a construção da tabela verdade. Daí, se o número de proposições atômicas for muito alto, fica inviável usar este método. A seguir, apresentaremos uma técnica de inferência que contorna essa dificuldade.

5.3.2 Validade mediante regras de inferência

Nesta subseção, apresentaremos a resolução de três questões pelo método das regras de inferência. Usaremos também uma dessas questões para fazer uma comparação entre os dois métodos.

No caso do uso das regras de inferência, a transformação simbólica de um argumento deve obedecer aos seguintes passos:

1º. Nomear cada proposição simples que compõe as premissas e a conclusão, a qual deve ser representada por uma letra minúscula do alfabeto latino. Como sugestão, consideramos uma palavra-chave da sentença e tomamos a letra inicial desse termo para representar a proposição.

2º. Transformar o argumento em linguagem simbólica.

3º. Cada premissa é colocada em uma linha que recebe uma numeração, devendo iniciar no número (1) e seguir a ordem crescente dos números naturais.

4º. A conclusão deve ser colocada na última linha, seguindo também a numeração.

Para executar os passos acima iremos usar uma ferramenta semelhante a uma tabela, na qual a primeira coluna exibiremos o número da linha; a segunda coluna mostraremos quais são as premissas e abaixo do traço as proposições deduzidas a partir das premissas pelas regras de inferência; e na terceira coluna teremos a justificativa de qual linha e regra de inferência foi utilizada para concluir a proposição da 2ª coluna. Vejamos os exemplos.

Exemplo 36. (VUNESP - 2015 - Prefeitura de São José dos Campos - Arquiteto) Se Paulo é pedreiro, então Quirino não é marceneiro. Rute é analista se, e somente se, Sílvia é dentista. Quirino é marceneiro ou Telma é diarista. Constatado que Telma não é diarista e que Sílvia não é dentista, é correto concluir que

(a) Quirino é marceneiro, Rute é analista e Paulo é pedreiro.

(b) Quirino é marceneiro, Rute não é analista, e Paulo não é pedreiro.

(c) Quirino é marceneiro, Rute é analista, e Paulo não é pedreiro.

(d) Quirino não é marceneiro, Rute não é analista, e Paulo é pedreiro.

(e) Quirino não é marceneiro, Rute não é analista, e Paulo não é pedreiro.

Solução. Designando as proposições, temos:
p: Paulo é pedreiro.
q: Quirino é marceneiro.
r: Rute é analista.
s: Sílvia é dentista.
t: Telma é diarista.

Transformando as premissas em linguagem simbólica: $p \to \sim q$, $r \leftrightarrow s$, $q \vee t$ e $\sim t \wedge \sim s$, e as conclusões de cada alternativa, respectivamente: (a) $q \wedge r \wedge p$, (b) $q \wedge \sim r \wedge \sim p$, (c) $q \wedge r \wedge \sim p$, (d) $\sim q \wedge \sim r \wedge p$ e (e) $\sim q \wedge \sim r \wedge \sim p$.

Listando as premissas e fazendo uso das regras de inferências, obtemos:

(1)	$p \to \sim q$	P_1
(2)	$r \leftrightarrow s$	P_2
(3)	$q \vee t$	P_3
(4)	$\sim t \wedge \sim s$	P_4
(5)	$\sim t$	4 - SIMP
(6)	$\sim s$	4 - SIMP
(7)	q	3,5 - SD

(8)	$\sim(\sim q)$	7 - Negação dupla
(9)	$\sim p$	1,8 - MT
(10)	$\sim r$	6,2 - MT

Portanto, pela regra da adição conjuntiva, nas linhas 7, 9 e 10, temos $q \wedge \sim r \wedge \sim p$, transformando em palavras: Quirino é marceneiro, Rute não é analista, e Paulo não é pedreiro. Dessa maneira, a alternativa correta é a letra (b). ⋄

Exemplo 37. (CESPE - 2020 - SEFAZ-AL - Auditor de Finanças e Controle de Arrecadação da Fazenda Estadual) No argumento seguinte, as proposições P_1, P_2, P_3 e P_4 são as premissas, e C é a conclusão.

- P_1: Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.
- P_2: Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.
- P_3: Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.
- P_4: Se os beneficiários dos serviços prestados pelo setor Alfa são mal atendidos, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.
- C: Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.

Considerando esse argumento, julgue o item seguinte.

O argumento em questão é válido.

○ Certo

○ Errado

Solução. Nomeando as proposições, temos:
c: carência de recursos tecnológicos no setor Alfa.
t: o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado.
b: beneficiários dos serviços prestados pelo setor Alfa são mal atendidos.
s: servidores públicos que atuam nesse setor padecem.
p: beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.

Transformando as premissas em linguagem simbólica: P_1: $c \to t$, P_2: $c \leftrightarrow b$, P_3: $t \to s$, P_4: $b \to p$ e a conclusão C: $c \to (s \wedge p)$.

Elencando as premissas e utilizando as regras de inferência, lembremos que nessa questão devemos tentar chegar na conclusão C, no caso em que o argumento seja válido. Logo,

(1)	$c \to t$	P_1
(2)	$c \leftrightarrow b$	P_2
(3)	$t \to s$	P_3
(4)	$b \to p$	P_4
(5)	$c \to s$	1,3 - SH
(6)	$c \to p$	2,4 - SH
(7)	$c \to (s \wedge p)$	5,6 - RI

Como conseguimos chegar na conclusão C, temos que o argumento é válido e, portanto, o item está correto. ⋄

A seguir, vamos mostrar como o uso das regras de inferência em certas questões pode facilitar suas resoluções. Para isso, vamos responder o Exemplo 35 através do uso dessas regras.

Solução do Exemplo 35. Designando as proposições, temos:
j: João estudou.
p: Paulo foi aprovado no concurso.
a: Ana é dentista.

Transformando as premissas em linguagem simbólica: P_1: $j \to p$ e P_2: $p \to \sim a$, e as conclusões de cada alternativa, respectivamente: (a) $j \to a$, (b) $\sim j \to \sim a$, (c) $\sim j \to a$, (d) $j \to \sim a$ e (e) $\sim j \to \sim p$. Segue-se, então, pelas regras de inferência:

(1)	$j \to p$	P_1
(2)	$p \to \sim a$	P_2
(3)	$j \to \sim a$	1,2 - SH

Portanto, a alternativa correta é a letra (d). ⋄

Vale salientar, porém, que existem questões de fácil resolução com um método específico, ou seja, umas com o método mediante a tabele verdade outras mediante regras de inferência.

Dependendo da composição do argumento, isto é, das proposições simples que compõem o argumento, há outras técnicas eficientes na verificação da validade do argumento, são elas: método das premissas verdadeiras e o método da conclusão falsa.

5.3.3 Método das premissas verdadeiras

Essa técnica é utilizada quando o argumento tem na sua composição uma premissa formada por uma proposição simples ou uma conjunção, porque ambas as situações possuem apenas uma forma de ser verdade: quando a(s) proposição(ões) for(em) necessariamente verdadeira(s).

Na utilização desse método é preciso considerar as premissas como verdadeiras. Em seguida, devemos encontrar os valores lógicos das variáveis proposicionais que integram as premissas do argumento. Finalizando com a substituição dos valores lógicos encontrados na fórmula que compõem a conclusão.

Lembremos que se o argumento vier na língua portuguesa, a transformação para a linguagem simbólica deve obedecer aos mesmos passos do método das regras de inferência. Daí, analisar: caso a conclusão apresente valor lógico V, temos um argumento válido; caso a conclusão possua valor F ou se ela admitir os dois valores (V ou F), segue-se que o argumento é inválido. Apliquemos essa técnica no exemplo que prossegue.

Exemplo 38. (FCC - 2018 - TRT - 15ª Região (SP) - Analista Judiciário - Área Administrativa) Considere os dois argumentos a seguir:

I. Se Ana Maria nunca escreve petições, então ela não sabe escrever petições. Ana Maria nunca escreve petições. Portanto, Ana Maria não sabe escrever petições.

II. Se Ana Maria não sabe escrever petições, então ela nunca escreve petições. Ana Maria nunca escreve petições. Portanto, Ana Maria não sabe escrever petições.

Comparando a validade formal dos dois argumentos e a plausibilidade das primeiras premissas de cada um, é correto concluir que

(a) o argumento I é inválido e o argumento II é válido, mesmo que a primeira premissa de I seja mais plausível que a de II.

(b) ambos os argumentos são válidos, a despeito das primeiras premissas de ambos serem ou não plausíveis.

(c) ambos os argumentos são inválidos, a despeito das primeiras premissas de ambos serem ou não plausíveis.

(d) o argumento I é inválido e o argumento II é válido, pois a primeira premissa de II é mais plausível que a de I.

(e) o argumento I é válido e o argumento II é inválido, mesmo que a primeira premissa de II seja mais plausível que a de I.

Solução. Nomeando as variáveis proposicionais, obtemos:
e: Ana Maria nunca escreve petições.
s: Ana Maria não sabe escrever petições.

Tornando as premissas e a conclusão na linguagem simbólica: P_1: $e \rightarrow s$, P_2: e e Q: s. E seguindo com a averiguação do argumento I:

$$\begin{array}{lll}
(1) & \cancel{e}^{V} \rightarrow \cancel{s}^{V} & P_1 \\
(2) & \cancel{e}^{V} & P_2 \\
\hline
(3) & \cancel{s}^{V} & Q
\end{array}$$

Como todas as premissas devem ser verdadeiras, então $V(e) = $ V. Assim, substituindo e pelo valor lógico V da condicional, ficaremos com: $V \rightarrow s$. Para que $V(e \rightarrow s) = $ V, é necessário que $V(s) = $ V. Dessa forma, o argumento I é válido.

Verifiquemos o argumento II.

$$\begin{array}{lll}
(1) & \cancel{s}^{V/F} \rightarrow \cancel{e}^{V} & P_1 \\
(2) & \cancel{e}^{V} & P_2 \\
\hline
(3) & \cancel{s}^{F} & Q
\end{array}$$

Todas as premissas devem ser verdadeiras, logo $V(e) = $ V. Assim, substituindo e pelo valor lógico V da condicional, ficaremos com: $s \rightarrow V$. Para que $V(s \rightarrow e) = $ V, é necessário que $V(s) = $ V ou F. Dessa forma, o argumento II é inválido.

Portanto, o argumento I é válido e o argumento II é inválido, e a assertiva correta é a letra (e). ⋄

Vemos que nesse método não é possível chegar à conclusão a partir de suas premissas como fizemos no Exemplo 36.

5.3.4 Método da conclusão falsa

Segundo a Definição 16, um argumento é válido se não houver a situação em que as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. Este método baseia-se neste princípio.

Nessa técnica devemos considerar o valor lógico das premissas necessariamente verdade e a conclusão falsa, prosseguindo com a verificação da existência dessa possibilidade, caso haja. Tal verificação se procede, inicialmente, encontrando os valores lógicos das variáveis proposicionais que integram a conclusão, seguindo com a substituição desses valores nas premissas do argumento.

Se confirmada a conclusão falsa com as premissas verdadeiras, concluímos que o argumento será inválido; caso contrário, o argumento será válido. Vejamos os passos desse método no exemplo a seguir.

Exemplo 39. (Quatrix - 2018 -CRESS-PR - Assistente administrativo)

A: Se Luiz Fernando faz relatórios de manhã, então ele não participa de reuniões à tarde.

B: Se Luiz Fernando participa de alguma reunião à tarde, então ele acordou cedo.

C: Se Luiz Fernando vai viajar, então ele não acordou cedo.

A partir das proposições apresentadas acima, julgue o seguinte item.

Se Luiz Fernando vai viajar, então ele não participará de reuniões à tarde.

○ Certo

○ Errado

Solução. Veja que nesse problema se torna inviável a utilização do método das premissas verdadeiras por não ter uma premissa composta por uma proposição simples ou uma conjunção. Também torna-se inconveniente usar o método da tabela verdade, pois a tabela ficaria com $2^4 = 16$ linhas. Restando as regras de inferência e o método da conclusão falsa. Mas, por preferência usaremos a técnica da conclusão falsa.

Para isto, iniciemos nomeando as proposições.
m: Luiz Fernando faz relatórios de manhã.
t: Luiz Fernando participa de algumas reuniões à tarde.
a: Luiz Fernando acordou cedo.
v: Luiz Fernando vai viajar.

Transformemos as premissas e a conclusão na linguagem simbólica: P_1: $m \to \sim t$, P_2: $t \to a$, P_3: $v \to \sim a$ e Q: $v \to \sim t$.

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \cancelto{F}{m} \to \cancelto{F}{\sim t} & P_1 & \color{red}{V} \\
(2) & \cancelto{V}{t} \to \cancelto{V}{a} & P_2 & \color{red}{V} \\
(3) & \cancelto{V}{v} \to \cancelto{F}{\sim a} & P_3 & \color{red}{V} \\
\hline
(4) & \cancelto{V}{v} \to \cancelto{F}{\sim t} & Q & \color{red}{F}
\end{array}
$$

$\diamond$

Assim, considerando a conclusão $v \rightarrow \sim t$ falsa, e usando o fato de a condicional só ser falsa quando o antecedente tem valor lógico V e o consequente F, temos, $V(v) =$ V e $V(\sim t) =$ F, daí $V(t) =$ V. Como $V(m \rightarrow \sim t) =$ V, então substituindo $V(\sim t) =$ F na condicional, temos $m \rightarrow F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que o antecedente da condicional, m, seja F.

Não há qualquer prejuízo à resolução caso tivéssemos analisado a premissa P_2 ou P_3 antes da P_1.

Substituindo $V(t) =$ V em $t \rightarrow a$, obtemos $V \rightarrow a$, logo $V(a) =$ V, visto que $V(t \rightarrow a) =$ V. Portanto, $V(\sim a) =$ F. Dessa forma, a condicional $v \rightarrow \sim a$, fica $V \rightarrow F$, ou seja, um valor lógico falso, o que é um absurdo, porque não é possível a existência desta situação. Assim, deduzimos que o argumento é válido. Para que tivéssemos um argumento inválido, deveria ser possível a existência das premissas verdadeiras e conclusão falsa. Como isso não se concretizou, o argumento é válido e o item está correto.

5.4 Tabela comparativa dos métodos de verificação da validade de um argumento

Na Seção 5.3 apresentamos quatro métodos para verificar a validade de um argumento. Se executarmos dois ou mais métodos distintos em um mesmo argumento, eles conduzirão ao mesmo resultado. Entretanto, muitas vezes existirá uma técnica mais adequada para averiguar a validade de um argumento, proporcionando assim, maiores chances de acerto nas questões de forma eficiente e rápida.

A seguir, mostraremos em suma uma tabela com os quatro métodos, falando quando é mais adequado utilizar um ou outro, ver a Tabela 5.14. É obvio que essa escolha dependerá da composição do argumento.

Tabela 5.14: Tabela comparativa dos métodos de verificação da validade de um argumento.

Método	Pode ser utilizado quando ...	O argumento é válido quando ...
Tabela verdade	EM QUALQUER CASO, mas preferencialmente quando o argumento possui poucas proposições, no máximo 3.	em todas as linhas da tabela verdade em que os valores lógicos das premissas têm valor V, os valores lógicos da coluna da conclusão forem também V.
Regras de inferência	EM QUALQUER CASO, mas preferencialmente quando deseja-se chegar à conclusão, ou seja, quando as questões trazem apenas as premissas.	chegar à conclusão do argumento.
Premissas verdadeiras	houver uma premissa que seja uma proposição simples ou uma proposição conjuntiva.	o valor encontrado para a conclusão é necessariamente verdade.
Conclusão falsa	a conclusão for uma proposição simples, uma disjunção ou uma condicional.	não for possível a existência simultânea de conclusão falsa e premissas verdadeiras.

Fonte: Autor

Capítulo 6

Questões de concursos com soluções comentadas

No decorrer deste capítulo, serão apresentadas e resolvidas 50 questões de alguns dos principais certames do país, realizados no último quinquênio, por bancas que cobram o raciocínio lógico como área de conhecimento.

Os problemas aqui abordados serão solucionados com base nos conhecimentos apresentados nos Capítulos 4 e 5, de modo que possam proporcionar aos candidatos maiores chances de responderem corretamente às questões referentes à lógica proposicional nos concursos.

Questão 1. (UEPB - CPCON - 2017 - Prefeitura de Patos - PB - Enfermeiro) Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma mesma característica lógica comum, enquanto uma delas NÃO tem essa característica. Aponte-a

(a) Escreva uma carta.

(b) Que belo rio! Estradas do Brasil.

(c) Um excelente livro de inglês.

(d) Quem ganhou o jogo?

(e) Existem muitos buracos nas estradas do Brasil.

Solução.

Lendo, atentamente, todas as alternativas, vemos que a questão deseja do candidato conhecimento acerca do conceito de proposição, pois nas alternativas (a) e (c) temos frases imperativas; no item (b), uma frase exclamativa; no item (d), uma frase interrogativa; e no item (e), uma frase declarativa, a qual é possível julgar como verdadeira ou falsa. Dessa maneira, pela Definição 1, temos o item (e) como a assertiva correta, por apresentar uma proposição, característica essa que os demais itens não possuem.

Questão 2. (UEPB - CPCON - 2018 - Prefeitura de Serra Branca - PB - Odontólogo) Classifique cada uma das afirmativas abaixo como verdadeira (V) ou falsa (F).

( ) Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

( ) Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa.

( ) Duas proposições P e Q são equivalentes se, e somente se, a bicondicional é tautológica.

( ) Dadas duas proposições P e Q, as condicionais $P \to Q$ e $Q \to P$ sempre são equivalentes.

A sequência CORRETA dessa classificação, feita de cima para baixo, é:

(a) F,V,V,F.

(b) V,V,F,F.

(c) V,F,F,V.

(d) F,F,V,V.

(e) V,V,V,F.

Solução.

Analisemos cada item do enunciado. O primeiro e segundo itens estão corretos, por apresentarem, respectivamente, os princípios da não contradição e do terceiro excluído. O terceiro item é verdadeiro, pois é o que afirma o Teorema 4.7. E, por último, o quarto item que traz uma sentença falsa, pois uma proposição e sua recíproca não são equivalentes (veja a Relação (4.8)).
Portanto, a alternativa correta é a letra (e).

Questão 3. (UEPB - CPCON - 2016 - Prefeitura de Gado Bravo - PB - Psicólogo) A afirmação: “Ou ele é ou não é professor” está se referindo:

(a) Ao princípio da não contradição.

(b) Ao princípio de liberdade.

(c) Ao princípio do fim.

(d) Ao princípio da identidade.

(e) Ao princípio do terceiro excluído.

Solução.

Note que o conectivo "ou ... ou ..." dá a ideia de que ele é professor ou não é, não havendo nenhuma outra possibilidade. E de acordo com as definições dos princípios da não contradição, da identidade e do terceiro excluído, uma vez que não existe na lógica os princípios de liberdade e do fim, concluímos que esta afirmação trata-se do princípio do terceiro excluído. Portanto, a assertiva correta é a letra (e).

Questão 4. (CESPE - 2018 - BNB - Especialista Técnico - Analista de Sistema) Julgue os itens que se seguem, a respeito de lógica proposicional.

I. A sentença "É justo que toda a população do país seja penalizada pelos erros de seus dirigentes?" é uma proposição lógica composta.

II. A sentença "No **Livro dos Heróis da Pátria** consta o nome de Francisco José do Nascimento, o Dragão do Mar, por sua atuação como líder abolicionista no estado do Ceará" é uma proposição simples.

III. A sentença "O reconhecimento crescente da necessidade de reformas na área econômica é consequência da crise que acompanha a sociedade há várias décadas." pode ser representada na forma $P \rightarrow Q$, sendo P e Q proposições lógicas simples convenientemente escolhidas.

IV. Se P e Q forem proposições simples, então a proposição $\sim [P \vee (\sim Q)] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$ é uma tautologia.

Solução.

I. O item está errado, pois a sentença trata-se de uma frase interrogativa, a qual segundo a Definição 1 não se configura como uma proposição lógica, muito menos uma proposição lógica composta.

II. O item está correto, pois apresenta todas as características apresentadas na Definição 1 e, além disso, não há a presença de nenhum conetivo lógico sendo, portanto, uma proposição simples.

III. Note que a sentença abordada nesse item apresenta um sentido único, assim refere-se a uma proposição simples. Portanto, o item está errado.

IV. Para determinarmos se a proposição $\sim[P \vee (\sim Q)] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$ é uma tautologia faremos uso da tabela verdade.

Tabela 6.1: Tabela verdade da Questão 4 item IV.

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P \vee (\sim Q)$	$\sim[P \vee (\sim Q)]$	$(\sim P) \wedge Q$	$\sim[P \vee (\sim Q)] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V

Fonte: Autor

Com isso, verificamos que a tabela verdade da proposição $\sim[P \vee (\sim Q)] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$ encerra-se somente com a letra V. Portanto, é uma tautologia e o item está certo.

Questão 5. (UEPB - CPCON - 2019 - Prefeitura de Monte Horebe - PB - Professor - Matemática) Qual das alternativas abaixo corresponde aos valores lógicos omissos (de cima para baixo) da última coluna da tabela verdade abaixo, com V ou F.

Tabela 6.2: Tabela verdade do enunciado da Questão 5.

p	q	r	$\{[(p \wedge r) \leftrightarrow q] \leftrightarrow (q \wedge \sim p)\} \rightarrow (p \vee \sim r)$
V	V	V	V
V	V	F	
V	F	V	V
V	F	F	
F	V	V	V
F	V	F	
F	F	V	V
F	F	F	

Fonte: [48]

(a) VFVV

(b) VVVF

(c) VVFV

(d) VVVV

(e) FVVV

Solução.

Completando as lacunas da tabela verdade da Questão 5, temos:

Tabela 6.3: Tabela verdade da Questão 5.

p	q	r	$\{[(p$	$\wedge$	$r)$	$\leftrightarrow$	$q]$	$\leftrightarrow$	$(q$	$\wedge$	$\sim p)\}$	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$\sim r)$
V	V	V	V	V	V	V	V	F	V	F	F	V	V	V	F
V	V	F	V	F	F	F	V	V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	F	V	F	F	F	V	V	V	F
V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	F	F	F	V	F	F	F	F	V	V	F	V	V
Ordem			1	3	1	4	1	5	1	3	2	6	1	3	2

Fonte: Autor

Ao terminar o preenchimento da tabela verdade, vemos que proposição $\{[(p \wedge r) \leftrightarrow q] \leftrightarrow (q \wedge \sim p)\} \rightarrow (p \vee \sim r)$ trata-se de uma tautologia. Logo, a assertiva correta é a letra (d).

Questão 6. (Quadrix - 2019 - CRO - AC - Administrador - Gerente Geral)

Tabela 6.4: Tabela verdade do enunciado da Questão 6.

A	B	$\sim(A \vee \sim B)$	C
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	$+$	V
F	F	$\times$	V

Fonte: [48]

Considerando que a tabela verdade acima trate das proposições lógicas A, B e C e de seus valores de verdadeiro (V) e falso (F), que a notação $\sim A$ indique a negação da proposição A e que os símbolos $+$ e $\times$ estejam, na tabela, no lugar de valores V ou F, julgue os itens a seguir.

I. O valor correto no lugar do símbolo $+$ é F.

II. O valor correto no lugar do símbolo $\times$ é V.

III. Uma possibilidade correta é $C = A \rightarrow B$.

IV. Uma possibilidade correta é $C = B \to A$.

V. Uma possibilidade correta é $C = \sim A \vee B$.

Solução.

Para a solução dessa aplicação começaremos completando a tabela verdade.

Tabela 6.5: Tabela verdade da Questão 6.

A	B	$\sim B$	$A \vee \sim B$	$\sim(A \vee \sim B)$	C
V	V	F	V	F	V
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V

Fonte: Autor

Pela Tabela 6.5, temos que o valor lógico correspondente ao sinal de + é V; logo, o item I está errado.

Pela Tabela 6.5 observamos que o valor lógico correspondente ao sinal × é F, apresentando assim uma afirmação falsa. Portanto, o item II está errado.

Lembremos que o resultado da tabela verdade da condicional é:

Tabela 6.6: Tabela verdade da Questão 6 item III.

A	B	$A \to B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Autor

Comparando o resultado das Tabelas 6.5 e 6.6, inferimos que $C = A \to B$. Assim, o item III está certo.

Fazendo a tabela da proposição $C = B \to A$ vemos que o seu resultado é diferente do resultado da Tabela 6.4. Portanto, o item IV está errado.

Tabela 6.7: Tabela verdade da Questão 6 item IV.

A	B	$B \rightarrow A$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Fonte: Autor

Fazendo a tabela da proposição $C = \sim A \vee B$ observamos que o seu resultado é o mesmo da Tabela 6.4. Portanto, o item V está certo.

Tabela 6.8: Tabela verdade da Questão 6 item V.

A	B	$\sim A$	$\sim A \vee B$
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

Fonte: Autor

Questão 7. (CESPE - 2018 - Departamento de Polícia Federal - Agente de Polícia Federal) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: João e Carlos não são culpados.

Q: Paulo não é mentiroso.

R: Maria é inocente.

Considerando que $\sim X$ representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição $\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow \{Q \vee [(\sim Q) \vee R]\}$ será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

◯ Certo

◯ Errado

Solução.

Para resolver esta questão, faremos uso da tabela verdade.

Tabela 6.9: Tabela verdade da Questão 7.

P	Q	R	$\{P$	$\rightarrow$	$(\sim Q)\}$	$\rightarrow$	$\{Q$	$\vee$	$[(\sim Q)$	$\vee$	$R]\}$
V	V	V	V	F	F	V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	V	V	V	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F
Ordem			1	2	1	4	1	3	1	2	1

Fonte: Autor

Ao concluir o preenchimento da tabela verdade, observamos que seu resultado apresenta apenas valor lógico V. Portanto, a proposição $\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow \{Q \vee [(\sim Q) \vee R]\}$ trata-se de uma tautologia e, dessa forma, o item está certo.

Questão 8. (CESPE - 2016 - ANVISA - Técnico Administrativo - Conhecimentos Básicos) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos à lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

I. A sentença "A fiscalização federal é imprescindível para manter a qualidade tanto dos alimentos quanto dos medicamentos que a população consome" pode ser representada simbolicamente por $P \wedge Q$.

II. A sentença "As consequências de nossos atos são florestas devastadas, descongelamento das calotas polares, extinção de dezenas de espécies animais, poluição dos rios e diminuição drástica das reservas de água potável" apresenta um argumento válido.

III. A expressão $(\neg P) \wedge ((\neg Q) \vee R) \leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee ((\neg P) \wedge R)$ é uma tautologia.

IV. A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado.

Solução.

I. Ao ler a sentença não encontramos nenhum conectivo lógico implícito ou explícito na proposição. Poderíamos pensar que a conjunção subordinativa adverbial comparativa *tanto quanto* seria uma "espécie" de conjunção "e" implícita, mas não podemos considerá-la dessa maneira, porque ela tem efeito de comparação e não de adição. Portanto, o item está errado.

II. Perceba que a nossa afirmação trata-se de uma frase explicativa, a qual apresenta algumas consequências da ação humana sob a natureza. Dessa forma, não é considerada nem uma proposição, e muito menos um argumento válido. Portanto, o item está errado.

III. Para verificar este item, faremos uso da tabela verdade.

Tabela 6.10: Tabela verdade da resolução da questão 8 item III.

$(\neg P)$	$\wedge$	$((\neg Q)$	$\vee$	$R)$	$\leftrightarrow$	$\neg$	$(P$	$\vee$	$Q)$	$\vee$	$((\neg P)$	$\wedge$	$R)$
F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	F	F	V
F	F	F	F	F	V	F	V	V	V	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	F
V	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F	V	F	F
V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	V
V	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V	V	F	F
2	5	2	3	1	6	4	1	3	1	5	2	3	1

Fonte: Autor

Ao concluir o preenchimento da tabela verdade, observamos que seu resultado apresenta apenas valor lógico V. Portanto, a proposição $(\neg P) \wedge ((\neg Q) \vee R) \leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee ((\neg P) \wedge R)$ trata-se de uma tautologia e, dessa forma, o item está certo.

IV. Perceba que temos uma condicional implícita na sentença, cuja conjunção "pois" está fazendo o papel do "se ..., então ...". Dessa forma, podemos reescrever a sentença da seguinte forma: "se Alberto é advogado, então Bruno não é arquiteto". Assim, usando a contrapositiva (4.7) e a negação dupla (4.6), temos a seguinte sentença equivalente: "se Bruno é arquiteto, então Alberto não é advogado". Ou como está apresentado no item "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado". Portanto, o item está certo.

Questão 9. (CESPE - 2018 - Polícia Federal - Papiloscopista Policial Federal) Julgue os próximos itens, acerca da seguinte proposição:

P: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado".

I. Escolhendo aleatoriamente uma linha da tabela verdade da proposição P, a probabilidade de que todos os valores dessa linha sejam F é superior a $\frac{1}{3}$.

II. A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Não é verdade que o candidato aprovado será nomeado, a não ser que a nomeação do novo servidor público ocorra para reposição de vacância em área essencial".

III. A negação da proposição P está corretamente expressa por: "Ou a nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em áreas não essenciais, ou o candidato aprovado será nomeado".

IV. A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado".

Solução.

Note que a proposição P é composta pelas proposições simples:
r: A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial.
$\sim a$: o candidato aprovado não será nomeado.
I. Assim, pelo Teorema 1, temos que a tabela verdade de P é composta por $2^2 = 4$ linhas. Perceba que na forma simbólica $P = r \vee \sim a$, tendo apenas o valor falso quando $V(r) = \text{F}$ e $V(\sim a) = \text{F}$. Portanto, obtendo uma única possibilidade em 4 possíveis, ou seja, uma probabilidade de $\frac{1}{4}$. Logo, o item está errado.

II. Para este item temos a seguinte linguagem simbólica: $\sim (a \wedge \sim r)$. Aplicando a 1ª Lei de De Morgan e em seguida a negação dupla temos:

$$\sim (a \wedge \sim r) \Leftrightarrow \sim a \vee \sim (\sim r) \Leftrightarrow \sim a \vee r.$$

Como a posição das sentenças não interferem no resultado da disjunção, segue-se que $\sim (a \wedge \sim r) \Leftrightarrow r \vee \sim a$. Portanto, o item está certo.

III. A representação da negação de P é $\sim (r \vee \sim a)$. Aplicando a 2ª Lei de De Morgan, obtemos:

$$\sim (r \vee \sim a) \Leftrightarrow \sim r \wedge \sim (\sim a) \Leftrightarrow \sim r \wedge a.$$

Como a disposição das sentenças não interfere no resultado da conjunção, segue-se que $\sim (r \vee \sim a) \Leftrightarrow a \wedge \sim r$. Isto é, a negação de P é equivalente à proposição:

o candidato aprovado será nomeado, a não ser que a nomeação do novo servidor público ocorra para reposição de vacância em área essencial. Portanto, o item está incorreto.

IV. Transformando a proposição apresentada no item para a linguagem simbólica tem-se: $\sim r \rightarrow \sim a$. Aplicando a equivalência da condicional (4.3) segue-se:

$$\sim r \rightarrow \sim a \Leftrightarrow \sim (\sim r) \vee \sim a \Leftrightarrow r \vee \sim a.$$

Portanto, o item está correto.

Questão 10. (CESPE / CEBRASPE - 2018 - IFF - Professor - Matemática) Considerando-se que P e Q sejam proposições simples, a tabela a seguir mostra o início da construção da tabela verdade da proposição $P \vee [\sim (P \wedge Q)]$, em que $\sim X$ indica a negação da proposição X.

Tabela 6.11: Tabela da Questão 10.

P	Q				$P \vee [\sim (P \wedge Q)]$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Fonte: [48]

Completando a tabela, se necessário, assinale a opção que mostra, na ordem em que estão, os elementos da coluna referente à proposição $P \vee [\sim (P \wedge Q)]$.

(a) F / V / V / F

(b) V / F / F / F

(c) V / V / F / F

(d) F / V / F / F

(e) V / V / V / V

Solução.

Para resolver a questão basta preencher a tabela verdade da proposição $P \vee [\sim (P \wedge Q)]$.

Tabela 6.12: Tabela da Questão 10.

P	Q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Fonte: Autor

Ao terminar o preenchimento da tabela verdade, vemos que a proposição $P \vee [\sim (P \wedge Q)]$ trata-se de uma tautologia. Logo, a assertiva correta é a letra (e).

Questão 11. (CESPE - 2016 - POLÍCIA CIENTÍFICA - PE - Conhecimentos Gerais (Perito Papiloscopista e Auxiliar)) Texto CG1A06AAA

A Polícia Civil de determinado município prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade suspeito de ter cometido assassinatos em série. Ele é suspeito de cortar, em três partes, o corpo de outro jovem e de enterrar as partes em um matagal, na região interiorana do município. Ele é suspeito também de ter cometido outros dois esquartejamentos, já que foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes.

I. Tendo como referência o texto CG1A06AAA, assinale a opção correspondente à negação correta da proposição "A Polícia Civil de determinado município prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade suspeito de ter cometido assassinatos em série".

(a) A Polícia Civil de determinado município não prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade que é suspeito de não ter cometido assassinatos em série.

(b) A Polícia Civil de determinado município não prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade suspeito de ter cometido assassinatos em série.

(c) A Polícia Civil de determinado município prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade que não é suspeito de ter cometido assassinatos em série.

(d) A Polícia Civil de determinado município prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade suspeito de não ter cometido assassinatos em série.

(e) A Polícia Civil de determinado município não prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade que não é suspeito de ter cometido assassinatos em série.

II. Assinale a opção que apresenta corretamente a quantidade de linhas da tabela verdade associada à proposição “Ele é suspeito de cortar, em três partes, o corpo de outro jovem e de enterrar as partes em um matagal, na região interiorana do município”, presente no texto CG1A06AAA.

(a) 32.

(b) 2.

(c) 4.

(d) 8.

(e) 16.

III. Assinale a opção que é logicamente equivalente à proposição “Ele é suspeito também de ter cometido outros dois esquartejamentos, já que foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes”, presente no texto CG1A06AAA.

(a) Se foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, ele é suspeito também de ter cometido esses crimes.

(b) Ele não é suspeito de outros dois esquartejamentos, já que não foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes.

(c) Se não foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, ele não é suspeito desses crimes.

(d) Como ele é suspeito de ter cometido também dois esquartejamentos, foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os crimes.

(e) Foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, pois ele é também suspeito de ter cometido esses crimes.

Solução.

I. Note que temos uma proposição simples, pois não é possível identificar nenhum conectivo oculto na sentença. Dessa maneira, para negar uma proposição simples, com mais de um verbo, nega-se sempre o primeiro verbo. Assim, temos: “A Polícia Civil de determinado município não prendeu, na sexta-feira, um jovem de 22 anos de idade suspeito de ter cometido assassinatos em série”.
Portanto, a alternativa correta é a letra (b).

II. Inicialmente, devemos identificar quantas proposições simples possui a proposição dada. Note que temos uma conjunção com as seguinte proposições integrantes:
p: Ele é suspeito de cortar, em três partes, o corpo de outro jovem.
q: Ele é suspeito de enterrar as partes de um corpo de outro jovem em um matagal, na região interiorana do município.

Assim, pelo Teorema 1, temos que a quantidade de linhas da tabela verdade dessa proposição é $2^2 = 4$. Portanto, a alternativa certa é a letra (c).

III. Note que a questão faz menção à condicional invertida, uma vez que a proposição está alterada em sua causa e consequência, devido à maneira como a proposição foi escrita, utilizando a conjunção "já que". Assim, temos que:

- A proposição: "ele é suspeito também de ter cometido outros dois esquartejamentos" é a consequência.

- E a proposição: "foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamento" é o antecedente.

Logo, temos a seguinte escrita: "Se foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos, ele é suspeito também de ter cometido esses crimes." Da mesma forma que está apresentado na alternativa (a), que é a letra correta.
Pois, as duas outras alternativas possíveis seriam utilizando as equivalências (4.3) e (4.7), e teríamos as seguintes proposições, respectivamente:

Não foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando os dois esquartejamentos ou ele é suspeito também de ter cometido esses crimes.

Se ele não é suspeito também de ter cometido outros dois esquartejamentos, então não foram encontrados vídeos em que ele supostamente aparece executando esses crimes. As quais não aparecem como alternativas.

Questão 12. (CESPE - 2018 - Departamento de Polícia Federal - Escrivão de Polícia Federal) Julgue o próximo item, considerando a proposição P a seguir.

P: O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses.

A negação da proposição P está corretamente expressa por: Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses.

○ Certo

○ Errado

Solução.

Perceba que a proposição P é formada pelas seguintes variáveis proposicionais:
$\sim j$: O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio.
p: O bom jornalista não deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses.
Além disso, temos uma sentença conjuntiva. Então, segue-se a frase na linguagem simbólica: $\sim j \wedge \sim p$. Daí, para sua negação, obtemos:

$$\begin{array}{lcll} \sim(\sim j \wedge \sim p) & \Leftrightarrow & \sim(\sim j) \vee \sim(\sim p) & \text{1ª lei de De Morgan} \\ & \Leftrightarrow & j \vee p & \text{Negação dupla} \end{array}$$

Observe que a negação apresentada está na forma de uma condicional, então continuemos utilizando as equivalências para tentar chegar na veracidade ou falsidade da afirmação.

$$\begin{array}{lcll} \sim(\sim j \wedge \sim p) & \Leftrightarrow & \sim(\sim j) \vee p & \text{Negação dupla} \\ & \Leftrightarrow & \sim j \rightarrow p & \text{Equivalência condicional} \end{array}$$

Dessa forma, em palavras, temos: Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses. Portanto, o item está certo.

Questão 13. (IBFC - 2017 - SEDUC-MT - Professor de Educação Básica - Ciências Físicas e Biológicas) De acordo com a lógica proposicional, a negação da frase “O advogado não foi convincente e a petição foi cancelada”.

(a) Se o advogado foi convincente, então a petição não foi cancelada.

(b) Se o advogado não foi convincente, então a petição não foi cancelada.

(c) O advogado não foi convincente se, e somente se, a petição não foi cancelada.

(d) Se a petição não foi cancelada, então o advogado foi convincente.

(e) Se a petição foi cancelada, então o advogado não foi convincente

Solução.

Observe que a sentença é formada pelas seguintes variáveis proposicionais:
$\sim a$: O advogado não foi convincente.
p: a petição foi cancelada.
Segue-se a frase na linguagem simbólica: $\sim a \wedge p$. Daí, para sua negação, temos:

$$
\begin{array}{llll}
\sim(\sim a \wedge p) & \Leftrightarrow & \sim(\sim a) \vee \sim p & \text{1ª lei de De Morgan} \\
 & \Leftrightarrow & a \vee \sim p & \text{Negação dupla} \\
 & \Leftrightarrow & \sim p \vee a & \\
 & \Leftrightarrow & p \rightarrow a & \text{Equivalência condicional} \\
 & \Leftrightarrow & \sim a \rightarrow \sim p & \text{Contrapositiva}
\end{array}
$$

Dessa forma, em palavras, temos: Se o advogado não foi convincente, então a petição não foi cancelada. Portanto a alternativa correta é a letra (b).

Questão 14. (FGV - 2019 - MPE-RJ - Analista do Ministério Público - Administrativa) Considere a sentença:

“Se não estou cansado, então vejo televisão ou vou ao cinema”.

A negação lógica dessa sentença é:

(a) Se estou cansado, então não vejo televisão e não vou ao cinema.

(b) Se estou cansado, então vejo televisão ou vou ao cinema.

(c) Se não vejo televisão e não vou ao cinema, então estou cansado.

(d) Não estou cansado e não vejo televisão e não vou ao cinema.

(e) Estou cansado ou vejo televisão ou vou ao cinema.

Solução.

Perceba que a sentença é composta por três proposições simples:
$\sim c$: não estou cansado.
t: vejo televisão.
v: vou ao cinema.
Isto é, $\sim c \rightarrow (t \vee v)$. Logo, pela negação da condicional (4.12) e pela 2ª Lei de De Morgan (4.10), obtemos:

$$\sim[\sim c \rightarrow (t \vee v)] \Leftrightarrow \sim c \wedge \sim(t \vee v) \Leftrightarrow \sim c \wedge \sim t \wedge \sim v.$$

Portanto, a negação da sentença é: não estou cansado e não vejo televisão e não vou ao cinema. Tendo como resposta correta a letra (d).

Questão 15. (VUNESP - 2019 - TJ-SP - Contador Judiciário) A negação lógica da afirmação “Se acabou a energia elétrica ou não tive tempo, então fui trabalhar com a roupa amassada”, é:

(a) Acabou a energia elétrica, e não tive tempo, e não fui trabalhar com a roupa amassada.

(b) Se não acabou a energia elétrica e tive tempo, então não fui trabalhar com a roupa amassada.

(c) Se não fui trabalhar com a roupa amassada, então tive tempo e não acabou a energia elétrica.

(d) Não acabou a energia elétrica e tive tempo, e fui trabalhar com a roupa amassada.

(e) Acabou a energia elétrica ou não tive tempo, e não fui trabalhar com a roupa amassada.

Solução.

Perceba que a sentença é composta por três proposições simples:
e: acabou a energia elétrica.
$\sim t$: não tive tempo.
r: fui trabalhar com roupa amassada.
Na linguagem simbólica: $(e \vee \sim t) \rightarrow r$. Logo, pela negação da condicional (4.12), obtemos:

$$\sim [(e \vee \sim t) \rightarrow r] \Leftrightarrow (e \vee \sim t) \wedge \sim r.$$

Portanto, a negação da sentença na língua portuguesa é: Acabou a energia elétrica ou não tive tempo, e não fui trabalhar com a roupa amassada. Tendo como resposta correta a letra (e).

Questão 16. (FGV - 2017 - TRT - 12ª Região (SC) - Analista Judiciário - Área Judiciária) A negação lógica da sentença “Se eu como e não corro, então eu engordo” é:

(a) Se eu como e não corro, então eu não engordo.

(b) Eu como e não corro e não engordo.

(c) Se eu não engordo, então eu não como ou corro.

(d) Eu não como e corro e não engordo.

(e) Se eu não como ou corro, então eu não engordo.

Solução.

Veja que a sentença é composta por três proposições simples:
e: como.
$\sim c$: não corro.
g: engordo.
Isto é, $(e \wedge \sim c) \rightarrow g$. Logo, pela negação da condicional (4.12), obtemos:

$$\sim [(e \wedge \sim c) \rightarrow g] \Leftrightarrow e \wedge \sim c \wedge \sim g.$$

Portanto, a negação da sentença é: eu como e não corro e não engordo. Tendo como resposta correta a letra (b).

Questão 17. (FGV - 2019 - IBGE - Agente Censitário Operacional) Considere a sentença:

“Se corro ou faço musculação, então fico cansado”.

Uma sentença logicamente equivalente a essa é:

(a) Se não corro ou faço musculação, então não fico cansado.

(b) Se não corro e não faço musculação, então não fico cansado.

(c) Não corro e não faço musculação ou fico cansado.

(d) Corro ou faço musculação e não fico cansado.

(e) Não corro ou não faço musculação e fico cansado.

Solução.

Como a sentença trata-se de uma condicional temos duas possibilidades de equivalência, a lembrar: a equivalência da condicional (4.3) e a contrapositiva (4.7). Observe que a sentença é formada por três variáveis proposicionais:
c: corro.
m: faço musculação.
f: fico cansado.
Ou seja, $(c \vee m) \rightarrow f$. Daí, pela equivalência da condicional temos:

$$(c \vee m) \rightarrow f \Leftrightarrow \sim (c \vee m) \vee f \Leftrightarrow \sim c \wedge \sim m \vee f.$$

Em palavras: Não corro e não faço musculação ou fico cansado.

Já pela contrapositiva, segue-se:

$$(c \vee m) \to f \Leftrightarrow \sim f \to \sim (c \vee m) \Leftrightarrow \sim f \to (\sim c \wedge \sim m).$$

Isto é, a outra possibilidade de equivalência para a sentença é: Se não fico cansado, então não corro e não faço musculação.

Portanto, analisando as possibilidades de equivalência da condicional e as proposições apresentadas nas alternativas, concluímos que a assertiva correta é a letra (c).

Questão 18. (VUNESP - 2018 - TJ-SP - Escrevente Técnico Judiciário (Interior)) Considere a afirmação:

> "Marta não atende ao público interno ou Jéssica cuida de processos administrativos."

Uma afirmação equivalente à afirmação apresentada é:

(a) Se Jéssica não cuida de processos administrativos, então Marta atende ao público interno.

(b) Se Marta não atende ao público interno, então Jéssica cuida de processos administrativos.

(c) Se Marta atende ao público interno, então Jéssica não cuida de processos administrativos.

(d) Se Marta atende ao público interno, então Jéssica cuida de processos administrativos.

(e) Se Marta não atende ao público interno, então Jéssica não cuida de processos administrativos.

Solução.

Inicialmente, nomeemos as proposições.
$\sim m$: Marta não atende ao público interno.
j: Jéssica cuida de processos administrativos.

Na linguagem simbólica, temos: $\sim m \vee j$. Como a proposição trata-se de uma disjunção, têm-se pela equivalência (4.4) e pela relação (4.6):

$$\sim m \vee j \Leftrightarrow \sim (\sim m) \to j \Leftrightarrow m \to j.$$

Em palavras temos: se Marta atende ao público interno, então Jéssica cuida de processos administrativos.
Portanto, a alternativa correta é a letra (d).

Questão 19. (FCC - 2019 - SEFAZ-BA - Auditor Fiscal - Administração Tributária - Prova II) Suponha que a negação da proposição "Você é a favor da ideologia X" seja "Você é contra a ideologia X". A proposição condicional "Se você é contra a ideologia A, então você é a favor da ideologia C" é equivalente a

(a) Você é a favor da ideologia A e você é a favor da ideologia C.

(b) Ou você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C, mas não de ambas.

(c) Você é a favor da ideologia A ou você é contra a ideologia C.

(d) Você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C.

(e) Você é contra a ideologia A e você é contra a ideologia C.

Solução.

Perceba, inicialmente, que a proposição trata-se de uma condicional e as alternativas não apresentam nenhuma outra condicional. Logo, devemos usar a equivalência (4.3). Nomeando as proposições, temos:
a: Você é contra a ideologia A.
c: Você é a favor da ideologia C.
Na linguagem simbólica: $a \to c$. Daí, pela equivalência da condicional temos:

$$a \to c \Leftrightarrow \sim a \vee c.$$

Assim, pelo que foi apresentado no enunciado da questão acerca da negação, temos a seguinte afirmação equivalente: Você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C.
Portanto, a assertiva correta é a letra (d).

Questão 20. (FCC - 2016 - AL-MS - Engenheiro Civil) Se João canta ou Maria sorri, então Josefa chora e Luíza não grita. Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente à afirmação anterior é

(a) Se Luíza grita ou Josefa não chora, então João não canta e Maria não sorri.

(b) Se João não canta ou Maria não sorri, então Josefa não chora e Luíza grita.

(c) João canta ou Maria sorri, e Josefa não chora e Luíza grita.

(d) Se João canta, então Josefa chora e se Maria sorri, então Luíza grita.

(e) Se Luíza não grita e Josefa chora, então João canta ou Maria sorri.

Solução.

Como a afirmação trata-se de uma condicional temos duas possibilidades de equivalência, a lembrar: a equivalência da condicional (4.3) e a contrapositiva (4.7). Observe que a sentença é formada por quatro variáveis proposicionais:
j: João canta.
m: Maria sorri.
c: Josefa chora.
$\sim l$: Luíza não grita.
Ou seja, $(j \vee m) \to (c \wedge \sim l)$. Daí, pela equivalência da condicional temos:

$$(j \vee m) \to (c \wedge \sim l) \Leftrightarrow \sim (j \vee m) \vee (c \wedge \sim l) \Leftrightarrow \sim j \wedge \sim m \vee (c \wedge \sim l)$$

Escrevendo em palavras: João não canta e Maia não sorri, ou Josefa chora e Luíza não grita.

Já pela contrapositiva, segue-se:

$$\begin{aligned} (j \vee m) \to (c \wedge \sim l) &\Leftrightarrow \sim (c \wedge \sim l) \to \sim (j \vee m) \\ &\Leftrightarrow (\sim c \vee \sim (\sim l)) \to (\sim j \wedge \sim m) \\ &\Leftrightarrow (\sim c \vee l) \to (\sim j \wedge \sim m). \end{aligned}$$

Ou seja, a outra possibilidade de equivalência para a sentença é: Se Luíza grita ou Josefa não chora, então João não canta e Maria não sorri.

Portanto, analisando as possibilidades de equivalência da condicional e as proposições apresentadas nas alternativas, concluímos que a assertiva correta é a letra (a).

Questão 21. (Quadrix - 2017 - Procon - GO - Fiscal das Relações de Consumo) Sejam $P1$ e $P2$ as premissas e C a conclusão. Sob essa hipótese, $P1 \wedge P2 \to C$ se constitui em um argumento. Seja $P1$: "É um dia de pico". Seja $P2$: "O tempo máximo de espera na fila de uma agência bancária não superou trinta minutos". Seja C: "A agência bancária não pode ser alvo de reclamação junto ao Procon".

Considerando o período: "Se é um dia de pico e o tempo máximo de espera na fila de uma agência bancária não superou trinta minutos, então a agência bancária não pode ser alvo de reclamação junto ao Procon”, assinale a alternativa que apresenta a representação lógica que lhe está corretamente associada.

(a) $\sim(P1 \vee P2) \vee C$

(b) $\sim(P1 \wedge P2 \wedge \sim C)$

(c) $\sim(P1 \wedge P2) \to \sim C$

(d) $\sim C \to \sim P1 \wedge \sim P2$

(e) $P1 \wedge (P2 \to C)$

Solução.

Note que o período na linguagem simbólica é: $(P1 \wedge P2) \to C$. Logo, devemos encontrar uma expressão que seja equivalente ao período. Como se trata de uma condicional temos duas opções a considerar a equivalência da condicional (4.3) e a contrapositiva (4.7).
Assim, pela equivalência da condicional e pela 1ª Lei de De Morgan (4.9), temos:

$$(P1 \wedge P2) \to C \Leftrightarrow \sim(P1 \wedge P2) \vee C \Leftrightarrow (\sim P1 \vee \sim P2) \vee C.$$

Já pela contrapositiva e pela 1ª Lei de De Morgan (4.9), segue-se:

$$\begin{aligned} (P1 \wedge P2) \to C &\Leftrightarrow \sim C \to \sim(P1 \wedge P2) \\ &\Leftrightarrow \sim C \to (\sim P1 \vee \sim P2). \end{aligned}$$

Perceba que nenhuma alternativa apresenta as possibilidades encontradas até o momento. Mas, observe que se aplicarmos novamente a 1ª Lei de De Morgan e a equivalência da negação (4.6) na expressão $(\sim P1 \vee \sim P2) \vee C$ chegamos à seguinte representação $\sim(P1 \wedge P2 \wedge \sim C)$. Dessa forma, a assertiva correta é a letra (b).

Questão 22. (UEPB - CPCON - 2015 - Prefeitura de Catolé do Rocha - PB - Biomédico) Das expressões seguintes, qual é uma sentença aberta?

(a) Se x é sobrinho de y, então x é primo de z.

(b) $7+8=51$.

(c) $6<2$ ou $3+1=4$.

(d) $9-1<8$.

(e) $3+3 \neq 6$.

Solução.

Para resolver essa aplicação basta lembrar da definição de sentença aberta e analisar cada item. Uma sentença será dita aberta quando uma frase é subordinada a uma variável livre, e como nada se afirma sobre essa variável, não é possível determinar o valor lógico da sentença. Daí, averiguando cada alternativa, vemos que a única assertiva que não podemos julgar se é verdadeira ou falsa é a letra (a).

Questão 23. (UEPB - CPCON - 2015 - Prefeitura de Pombal - PB - Professor - História) A sentença aberta $2x^2 - 10x + 8 = 0$ tornar-se-á uma proposição verdadeira se:

(a) Não podemos usar quantificadores, neste caso.

(b) Usarmos o quantificador $\forall$, $x \mid 2x^2 - 10x + 8 = 0$.

(c) Usarmos os dois quantificadores $\exists$ e $\forall$.

(d) Usarmos o quantificador existencial $(\exists x \mid 2x^2 - 10x + 8 = 0)$.

(e) Teremos que deduzir outro quantificador, neste caso.

Solução.

Analisemos cada alternativa:

(a) Falso, pois os quantificadores são responsáveis por tornar sentenças abertas em proposições.

(b) Usar o quantificador universal significa dizer que para qualquer valor para x a igualdade $2x^2 - 10x + 8 = 0$ será satisfeita, o que sabemos que não é verdade. Logo, o item é falso.

(c) Falso, como visto no item (b).

(d) Verdade, pois existem valores para x que satisfazem a igualdade $2x^2 - 10x + 8 = 0$, que são 1 e 4.

(e) Falso, pois não existem outros quantificadores na lógica proposicional.

Questão 24. (FGV - 2017 - TRT - 12ª Região (SC) - Técnico Judiciário - Área Administrativa) Em um tribunal os processos possuem capas totalmente de cor cinza ou totalmente de cor azul.

Sabe-se também que:

Os processos de capa cinza não vão para o arquivo.

É correto concluir que:

(a) todo processo de capa azul vai para o arquivo.

(b) todo processo que vai para o arquivo tem capa azul.

(c) a capa de um processo que não é arquivado é certamente cinza.

(d) alguns processos que são arquivados têm capa cinza.

(e) nenhum processo de capa azul vai para o arquivo.

Solução.

Como no tribunal só possuem duas cores para as capas dos processos, ou azul ou cinza, e os processos de capa cinza não vão para o arquivo, só resta a opção dos processos que vão para o arquivo serem de capa azul. Ou seja, todo processo que vai para o arquivo tem capa azul, e assim a assertiva correta é a letra (b).

Questão 25. (CESPE - 2018 - STJ - Técnico Judiciário - Telecomunicações e Eletricidade) Considere as proposições P e Q a seguir.

P: Todo processo que tramita no tribunal A ou é enviado para tramitar no tribunal B ou no tribunal C.

Q: Todo processo que tramita no tribunal C é enviado para tramitar no tribunal B.

A partir dessas proposições, julgue os itens seguintes.

I. Se um processo for iniciado no tribunal A, então, com certeza, ele tramitará no tribunal B.

  ○ Certo

  ○ Errado

II. Se um processo não tramita no tribunal C, então ele também não tramita no tribunal B.

  ○ Certo

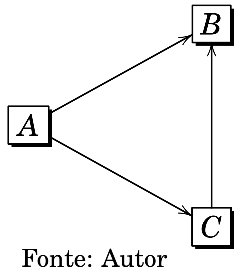
  ○ Errado

Solução.

Perceba que se um processo chegar no tribunal A só existem duas possibilidades para envio: ou para o tribunal B ou para o tribunal C, nunca enviado imediatamente para os dois tribunais B e C ao mesmo tempo.

No primeiro caso, se ele sair de A para B, ele será, com certeza, tramitado em B. No segundo caso, se ele sair de A para C, ainda será enviado, com certeza, para tramitar no tribunal B, ver a ilustração ao lado. Dessa forma, o item I está correto.

Figura 6.1: Imagem da Questão 25.



Fonte: Autor

A afirmação "se um um processo não tramita no tribunal C, então ele também não tramita no tribunal B" é falsa, pois um processo pode sair imediatamente de A para tramitar em B, sem passar por C. Portanto, o item II está errado.

Questão 26. (FGV - 2018 - TJ-SC - Oficial de Justiça e Avaliador) Considere a sentença:

"Todo catarinense gosta de camarão ou é torcedor do Figueirense".

A negação lógica da sentença dada é:

(a) Nenhum catarinense gosta de camarão ou é torcedor do Figueirense.

(b) Todo catarinense gosta de camarão, mas não é torcedor do Figueirense.

(c) Todo catarinense não gosta de camarão e não é torcedor do Figueirense.

(d) Algum catarinense não gosta de camarão e não é torcedor do Figueirense.

(e) Algum catarinense não gosta de camarão ou não é torcedor do Figueirense.

Solução.

Veja que a sentença trata-se de uma disjunção integrada pelas proposições:
g: Todo catarinense gosta de camarão.
t: torcedor do Figueirense.
Ou seja, $g \vee t$. Assim, aplicando a 2ª Lei de De Morgan (4.10), temos:

$$\sim (g \vee t) \Leftrightarrow \sim g \wedge \sim t.$$

Lembrando que para obter a negação do quantificador universal faz-se a negação desse quantificador, substituindo a expressão universal (todo) pela expressão particular (algum) e depois nega-se a sentença aberta. Dessa forma, ficamos com a seguinte negação: Algum catarinense não gosta de camarão e não é torcedor do Figueirense. Obtendo assim, a letra (d) como a assertiva correta.

Questão 27. (FCC - 2019 - Prefeitura de Gramado - RS - Analista de gestão contábil) Considere a seguinte proposição:

"Todos os profissionais formados pela Faculdade Alfa estão empregados."

Admitindo que ela seja falsa, então certamente:

(a) Todos os profissionais formados pela Faculdade Alfa estão desempregados.

(b) Existe pelo menos um profissional formado pela Faculdade Alfa que não está empregado.

(c) Se o profissional Roberto está desempregado, então ele é formado pela Faculdade Alfa.

(d) Nenhum profissional formado pela Faculdade Alfa está empregado.

(e) Alguns profissionais formados pela Faculdade Alfa estão empregados.

Solução.

Como a proposição "Todos os profissionais formados pela Faculdade Alfa estão empregados" é falsa, logo sua negação é verdadeira. Então, como na negação do quantificador universal basta troca pelo quantificador existencial e negar a sentença aberta, temos a seguinte negação: Existe pelo menos um profissional formado pela Faculdade Alfa que não está empregado. Dessa forma, a assertiva correta é a letra (b).

Questão 28. (FCC - 2020 - AL-AP - Assistente Legislativo - Assistente Administrativo) A negativa da afirmação "Todos os homens carregam todas suas malas" é

(a) Nenhum homem carrega todas as suas malas.

(b) Todos os homens carregam apenas uma de suas malas.

(c) Pelo menos um homem não carrega nenhuma de suas malas.

(d) Todos os homens não carregam nenhuma de suas malas.

(e) Pelo menos um homem não carrega todas as suas malas.

Solução.

Observe que na afirmação temos a seguinte sentença aberta: "os homens carregam todas as suas malas", com o quantificador universal. Como na negação do quantificador universal basta troca pelo quantificador existencial e negar a sentença aberta, temos a seguinte negação: Pelo menos um homem não carrega todas suas malas. Dessa forma, a assertiva correta é a letra (e).

Questão 29. (FGV - 2018 - Banestes - Técnico Bancário) Considere a afirmação:

"Quem rouba é preso. "

A negação dessa afirmação é:

(a) Alguém rouba e não é preso.

(b) Quem não é preso não roubou.

(c) Quem não rouba não é preso.

(d) Quem rouba não é preso.

(e) Alguém não rouba ou não é preso.

Solução.

Note que a afirmação "quem rouba é preso" pode ser escrita da forma "Todos que roubam são presos". Assim, para negar o quantificador universal basta trocar pelo quantificador existencial e negar a sentença aberta. Dessa forma, obtemos a seguinte negação: Alguém rouba e não é preso.
Portanto, a alternativa correta é a letra (a).

Questão 30. (FGV - 2015 - DPE-RO - Técnico da Defensoria Publica - Técnico em Informática) Considere a afirmação:

"Nenhum pintor é cego".

A negação dessa afirmação é:

(a) Há pelo menos um pintor cego.

(b) Alguns cegos não são pintores.

(c) Todos os pintores são cegos.

(d) Todos os cegos são pintores.

(e) Todos os pintores não são cegos.

Solução.

Lembremos que para negar o quantificador *nenhum* devemos apenas trocar esse quantificador por *algum* ou outra expressão equivalente. Assim, temos a seguinte negação para a afirmação: Algum pintor é cego, ou seja, há pelo menos um pintor cego. Portanto, a alternativa correta é a letra (a).

Questão 31. (VUNESP - 2019 - Prefeitura de Guarulhos - SP - Inspetor Fiscal de Rendas - Conhecimentos Gerais) Considere os argumentos a seguir.

I. O dobro de um número é um número par. O dobro de 1,5 é 3. Logo, o número 3 é um número par.

II. Todos os atletas são fortes. Juca é forte. Logo, Juca é atleta.

III. Os cachorros têm quatro patas. As vacas têm quatro patas. Logo, as vacas são cachorros.

Na ordem em que estão expressas, os argumentos são, respectivamente,

(a) válido, válido e inválido.

(b) inválido, inválido e válido.

(c) válido, inválido e inválido.

(d) inválido, inválido e inválido.

(e) válido, inválido e válido.

Solução.

Note que a questão exige a determinação de que argumentos são válidos ou inválidos. Lembremos que um argumento é válido quando as premissas são verdadeiras e a conclusão verdadeira e, um argumento é inválido quando as premissas são verdadeiras e a conclusão falsa ou quando a verdade das premissas não é suficiente para garantir a verdade da conclusão. Assim, vamos supor que todas as premissas são verdadeiras e verificar se a conclusão é verdadeira ou falsa.

I. Apesar da falha matemática presente na premissa: “O dobro de um número é um número par”, devemos considerar como verdadeiro. Dessa forma, admitindo que o dobro de um número é par, e que 3 é o dobro de 1,5, concluímos que a conclusão “o número 3 é um número par” é verdadeira. Portanto, o argumento é válido.

II. Se considerarmos que “todos os atletas são fortes” e que “Juca é forte”, não é necessariamente verdadeiro que “Juca é atleta”, pois as premissas não garantem que somente os atletas sejam fortes. Portanto, o argumento é inválido.

III. Considerando que os cachorros e as vacas possuem 4 patas, não é necessariamente verdadeiro que “as vacas são cachorros”, pois pode existir mais de um tipo de animal com o mesmo número de patas. Portanto, o argumento é inválido.

Assim, a alternativa certa é a aletra (c).

Questão 32. (VUNESP - 2019 - TJ-SP - Enfermeiro Judiciário) Considere as afirmações e o respectivo valor lógico atribuído a cada uma delas.

I. Ada é alegre e Bete é amigável. Afirmação FALSA.

II. Carla é faladora ou Dina é compreensiva. Afirmação VERDADEIRA.

III. Se Ada é alegre, então Dina é compreensiva. Afirmação FALSA.

IV. Bete é amigável ou Elen é calada. Afirmação VERDADEIRA.

A partir dessas informações é correto afirmar que

(a) Bete é amigável.

(b) Dina é compreensiva.

(c) Elen é calada.

(d) Ada não é alegre.

(e) Carla não é faladora.

Solução.

Para nos auxiliar na resolução, designemos as proposições.
a: Ada é alegre.
b: Bete é amigável.
c: Carla é faladora.

d: Dina é compreensiva.
e: Elen é calada.
Assim, segue-se na linguagem simbólica as premissas: $a \wedge b$, $c \vee d$, $a \rightarrow d$ e $b \vee e$. Prosseguimos com a averiguação da valoração de cada proposição. Para isto, comecemos pelo terceiro item.

III. Como $V(a \rightarrow d) = \text{F}$, e a condicional é falsa quando o antecedente é verdeiro e o consequente falso, então $V(a) = \text{V}$ e $V(d) = \text{F}$, ou seja, "Ada é alegre" e "Dina não é compreensiva".

I. Como $V(a \wedge b) = \text{F}$ e $V(a) = \text{V}$, tem-se que $V(b) = \text{F}$, isto é, "Bete não é amigável".

II. Como $V(c \vee d) = \text{V}$ e $V(d) = \text{F}$, então $V(c) = \text{V}$, ou seja, "Carla é faladora".

IV. Como $V(b \vee e) = \text{V}$ e $V(b) = \text{F}$, tem-se que $V(e) = \text{V}$, ou seja, "Elen é calada".

Analisando as sentenças encontradas com as alternativas, concluímos que o item certo é a letra (c).

Questão 33. (VUNESP - 2017 - TJM-SP - Técnico de Comunicação e Processamento de Dados) Considere verdadeiras as afirmações:

Se Maria é médica, então Eduardo não é advogado.

Maria é médica ou Dora é atriz.

Se Dora não é atriz, então Eduardo é professor.

Considere falsa a afirmação:

Dora é atriz ou Beatriz é médica.

A partir dessas afirmações, é possível concluir corretamente que:

(a) Dora é atriz e Beatriz não é médica.

(b) Maria não é médica ou Eduardo é ator.

(c) Eduardo é professor e Dora não é atriz.

(d) Maria é advogada e Dora é médica.

(e) Dora é advogada e Eduardo é médico.

Solução.

Inicialmente, nomeemos as proposições.
m: Maria é médica.
e: Eduardo é advogado.
d: Dora é atriz.
p: Eduardo é professor.
b: Beatriz é médica.
Observe que a sentença “Eduardo é professor” não pode ser considerada a negação da proposição “Eduardo é advogado”, pois ele pode ter perfeitamente outra profissão e não possuir a mesma valoração da afirmação “Eduardo não é professor”.

Transformando as premissas em linguagem simbólica: $m \rightarrow \sim e$, $m \vee d$, $\sim d \rightarrow p$ e $d \vee b$.

Como a afirmação “Dora é atriz ou Beatriz é médica” é falsa, isto é, $V(d \vee b) =$ F, e a disjunção é falsa quando as proposições integrantes são ambas falsas, temos que $V(d) =$ F e $V(b) =$ F, daí $V(\sim d) =$ V e $V(\sim b) =$ V.

Como $V(\sim d \rightarrow p) =$ V, e $V(\sim d) =$ V, segue-se que $V(p) =$ V. De modo análogo, temos que $V(m \vee d) =$ V e $V(d) =$ F, então $V(m) =$ V, e daí $V(\sim m) =$ F. E, também, como $V(m \rightarrow \sim e) =$ V e $V(m) =$ V, logo $V(\sim e) =$ V, ou seja, $V(e) =$ F.

Agora, analisaremos o valor lógico de cada proposição apresentada nas alternativas.

(a) Como $V(d) =$ F e $V(\sim b) =$ V, temos que a sentença “Dora é atriz e Beatriz não é médica” é falsa, pois $V(d \wedge \sim b) =$ F $\wedge$ V = F.

(b) Veja que não temos o valor lógico da proposição a: Eduardo é ator, logo pode ser verdadeira ou falsa, e como a sentença “Maria não é médica” é falsa, então temos dois possíveis valores para proposição “Maria não é médica ou Eduardo é ator”, a saber, quando $V(a) =$ V temos $V(\sim m \vee a) =$ F $\vee$ V = V e quando $V(a) =$ F temos $V(\sim m \vee a) =$ F $\vee$ F = F.

(c) Como $V(p) =$ V e $V(\sim d) =$ V, temos que a sentença “Eduardo é professor e Dora não é atriz” é verdadeira, pois $V(p \wedge \sim d) =$ V $\wedge$ V = V.

(d) Análogo ao item (b).

(e) Análogo ao item (b).

Portanto, a resposta correta é a letra (c).

Questão 34. (FGV - 2017 - TRT - 12ª Região (SC) - Analista Judiciário - Área Administrativa) Sabe-se que:

- Se X é vermelho, então Y não é verde.
- Se X não é vermelho, então Z não é azul.
- Se Y é verde, então Z é azul.

Logo, deduz-se que:

(a) X é vermelho.

(b) X não é vermelho

(c) Y é verde.

(d) Y não é verde.

(e) Z não é azul.

Solução.

Note que a questão exige a determinação da conclusão, a qual trata-se de uma proposição simples. Perceba, também, que as premissas são todas condicionais. Assim, poderíamos usar a técnica da conclusão falsa, mas não seria a melhor opção, porque deveríamos fazer, caso não tivéssemos sorte, cinco tentativas uma para cada item. Dessa forma, a melhor técnica para proceder na resolução dessa aplicação é mediante a tabela verdade, pois temos apenas três proposições, totalizando dessa forma $2^3 = 8$ linhas. Assim, nomeemos as proposições.
x: X é vermelho.
y: Y é verde.
z: Z é azul.
Logo, as premissas na linguagem simbólica são: $x \to \sim y$, $\sim x \to \sim z$ e $y \to z$. Portanto, segue-se:

Tabela 6.13: Tabela verdade da Questão 34.

x	y	z	$\sim x$	$\sim y$	$\sim z$	$x \to \sim y$	$\sim x \to \sim z$	$y \to z$
V	V	V	F	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	V	F	V	F
V	F	V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V	F	V
F	V	F	V	F	V	V	V	F
F	F	V	V	V	F	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V	V

Fonte: Autor

Perceba que nas linhas em que as premissas são verdadeiras (linhas em azul) a única proposição que também é verdadeira, todas as vezes que as premissas são (coluna que não apresenta a cor vermelha), é a proposição $\sim y$, logo é a que apresenta a conclusão para que o argumento seja válido. Portanto, a alternativa correta é o item (d).

Questão 35. (FGV - 2016 - IBGE - Analista - Processos Administrativos e Disciplinares) Sobre os amigos Marcos, Renato e Waldo, sabe-se que:

I. Se Waldo é flamenguista, então Marcos não é tricolor;

II. Se Renato não é vascaíno, então Marcos é tricolor;

III. Se Renato é vascaíno, então Waldo não é flamenguista.

Logo, deduz-se que:

(a) Marcos é tricolor.

(b) Marcos não é tricolor.

(c) Waldo é flamenguista.

(d) Waldo não é flamenguista.

(e) Renato é vascaíno.

Solução.

Pelas mesmas razões da Questão 34, o método da conclusão falsa não é a melhor escolha. Usaremos novamente o método da tabela verdade. Assim, nomeemos as proposições.
w: Waldo é flamenguista.
m: Marcos é tricolor.
r: Renato é vascaíno.
Logo, as premissas na linguagem simbólica são: $w \rightarrow \sim m$, $\sim r \rightarrow m$ e $r \rightarrow \sim w$. Portanto, utilizando a técnica da tabela verdade, segue-se:

Tabela 6.14: Tabela verdade da Questão 35.

w	m	r	$\sim w$	$\sim m$	$\sim r$	$w \rightarrow \sim m$	$\sim r \rightarrow m$	$r \rightarrow \sim w$
V	V	V	F	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	V	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V

Fonte: Autor

Perceba que nas linhas em que as premissas são verdadeiras (linhas em azul) a única proposição que também é verdadeira, todas as vezes que as premissas são (coluna que não apresenta a cor vermelha), é a proposição $\sim w$, logo é a que apresenta a conclusão para que o argumento seja válido. Portanto, a alternativa correta é o item (d).

Questão 36. (VUNESP - 2019 - Prefeitura de Campinas - SP - Auditor Fiscal Tributário Municipal) Considere verdadeiras as seguintes premissas:

I. Ou Carlos é auditor fiscal ou Vânia é auditora fiscal.

II. Se Carlos é auditor fiscal, então Roberto é juiz.

III. Roberto é juiz ou Vânia é auditora fiscal.

Das alternativas a seguir, a única que contém uma afirmação que pode ser tomada como conclusão para se ter, juntamente com as três premissas apresentadas, um argumento válido é:

(a) Carlos e Vânia são auditores fiscais e Roberto é juiz.

(b) Carlos não é auditor fiscal, Vânia é auditora fiscal e Roberto não é juiz.

(c) Carlos e Vânia não são auditores fiscais e Roberto é juiz.

(d) Carlos é auditor fiscal, Vânia não é auditora fiscal e Roberto não é juiz.

(e) Carlos e Vânia não são auditores fiscais e Roberto não é juiz.

Solução.

Note que a questão exige a determinação da conclusão, a qual trata-se de uma proposição conjuntiva. Assim, não procederemos pelo método da conclusão falsa. Perceba, também, que nenhuma premissa é uma conjunção. Dessa forma, não podemos usar a técnica das premissas verdadeiras. E observe que pelas regras de inferência seria complicado a resolução por não apresentar de imediato algumas das regras vistas. Dessa maneira, a melhor técnica para proceder na resolução dessa aplicação é mediante a tabela verdade, pois temos apenas três proposições, totalizando dessa forma $2^3 = 8$ linhas. Assim, nomeemos as proposições.

c: Carlos é auditor fiscal.

v: Vânia é auditora fiscal.

r: Roberto é juiz.

Logo, as premissas na linguagem simbólica são: $c \veebar v$, $c \to r$ e $r \vee v$. Portanto, utilizando a técnica da tabela verdade, segue-se:

Tabela 6.15: Tabela verdade da resolução da Questão 36.

c	v	r	$c \veebar v$	$c \to r$	$r \vee v$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

Fonte: Autor

Note que temos três situações possíveis para que o argumento seja válido (linhas em que as premissas estão todas em azul). Agora, vamos analisar essas três possibilidades para descobrir qual apresenta a resposta correta da questão.

- $V(c) = $ V, $V(v) = $ F e $V(r) = $ V. Em palavras, temos: Carlos é auditor fiscal, Vânia não é auditora fiscal e Roberto é juiz.

- $V(c) = $ F, $V(v) = $ V e $V(r) = $ V. Em palavras, temos: Carlos não é auditor fiscal, Vânia é auditora fiscal e Roberto é juiz.

- $V(c) = $ F, $V(v) = $ V e $V(r) = $ F. Em palavras, temos: Carlos não é auditor fiscal, Vânia é auditora fiscal e Roberto não é juiz.

Portanto, percebemos que a alternativa que apresenta uma conclusão que torna o argumento válido é a letra (e).

Questão 37. (VUNESP - 2019 - TJ-SP - Administrador judiciário) Se Milton ou Tomas, apenas um deles, é administrador judiciário, então Valéria é policial. Sabendo-se que Valéria não é policial, conclui-se, corretamente, que

(a) Milton e Tomas não são administradores judiciários.

(b) Apenas Tomas não é administrador judiciário.

(c) Apenas Milton não é administrador judiciário.

(d) Milton é administrador judiciário se, e somente se, Tomas também for.

(e) Milton não é administrador judiciário se, e somente se, Tomas também não for.

Solução.

Perceba que o problema exige conhecimento sobre a validação de argumentos, então decidimos qual método usar. Como a questão requer encontrar a conclusão que torna o argumento válido, um método adequado para a resolução é mediante as regras de inferência. Assim, iniciemos, nomeando as proposições.
m: Milton é administrador judiciário.
t: Tomas é administrador judiciário.
v: Valéria é policial.
Transformando as premissas para a linguagem simbólica. Mas, note que na primeira premissa quando fala "Milton ou Tomas, apenas um deles, é administrador judiciário", está configurado uma disjunção exclusiva, pois exclui a possibilidade dos dois serem (ou não serem) ao mesmo tempo administrador judiciário. Logo, P_1: $(m \veebar t) \to v$ e P_2: $\sim v$. Dessa forma, segue-se:

(1)	$(m \veebar t) \to v$	P_1
(2)	$\sim v$	P_2
(3)	$\sim (m \veebar t)$	1,2 - MT
(4)	$m \leftrightarrow t$	Negação da disjunção exclusiva

Portanto, em palavras, temos que a conclusão será "Milton é administrador judiciário se, e somente se, Tomas também for". Tendo assim, a alternativa correta é a letra (d).

Questão 38. (VUNESP - 2019 - UNICAMP - Profissional da Tecnologia, Informação e Comunicação) Considere verdadeiras as seguintes afirmações:

I. Se Pedro é pedreiro e José não é encanador então Mário não é eletricista.

II. Luiz é chaveiro ou Mário é eletricista.

III. Se Luiz é chaveiro então José é encanador.

IV. José não é encanador.

A partir dessas informações, pode-se concluir corretamente que:

(a) Luiz é chaveiro e Pedro é pedreiro.

(b) Mário não é eletricista e Luiz não é chaveiro.

(c) Mário é eletricista e Luiz é chaveiro..

(d) Pedro não é pedreiro e Luiz não é chaveiro.

(e) Pedro é pedreiro e Mário é eletricista.

Solução.

Perceba que o problema requer encontrar a conclusão que torna o argumento válido, como a última premissa é uma proposição simples podemos utilizar o método das premissas simples ou o método mediante as regras de inferência, mas por preferência vamos resolver pelas regras de inferência, vale destacar que poderia ser resolvido pelo outro método que teríamos o mesmo resultado.
Assim, iniciemos nomeando as proposições.
p: Pedro é pedreiro
j: José é encanador.
l: Luiz é chaveiro.
m: Mário é eletricista.
Transformando as premissas para a linguagem simbólica: $(p \wedge \sim j) \rightarrow \sim m$, $l \vee m$, $l \rightarrow j$ e $\sim j$. Dessa forma, segue-se:

(1)	$(p \wedge \sim j) \rightarrow \sim m$	P_1
(2)	$l \vee m$	P_2
(3)	$l \rightarrow j$	P_3
(4)	$\sim j$	P_4
(5)	$\sim l$	3,4 - MT
(6)	m	2,5 - SD
(7)	$\sim (\sim m)$	6 - Negação dupla

(8)	$\sim(p\wedge\sim j)$	1,7 - MT
(9)	$\sim p\vee j$	8 - 1ª lei de De Morgan e negação dupla
(10)	$\sim p$	4,9 - SD
(11)	$\sim p\wedge\sim l$	4,9 - AC

Portanto, em palavras, temos que a conclusão será "Pedro não é pedreiro e Luiz não é chaveiro". Tendo assim, a alternativa correta a letra (d).

Questão 39. (FCC - 2016 - TRF - 3ª REGIÃO - Analista Judiciário - Área Administrativa) Considere verdadeiras as afirmações abaixo.

I. Ou Bruno é médico, ou Carlos não é engenheiro.

II. Se Durval é administrador, então Eliane não é secretária.

III. Se Bruno é médico, então Eliane é secretária.

IV. Carlos é engenheiro.

A partir dessas afirmações, pode-se concluir corretamente que

(a) Eliane não é secretária e Durval não é administrador.

(b) Bruno não é médico ou Durval é administrador.

(c) se Eliane não é secretária, então Bruno não é médico.

(d) Carlos é engenheiro e Eliane não é secretária.

(e) se Carlos é engenheiro, então Eliane não é secretária.

Solução.

preferência, iremos resolver essa aplicação mediante as regras de inferência. Para isto, nomeemos as proposições.
b: Bruno é médico.
c: Carlos é engenheiro.
d: Durval é administrador.
e: Eliane é secretária.

Assim, transformando as premissas em linguagem simbólica: $b\veebar\sim c$, $d\rightarrow\sim e$, $b\rightarrow e$ e c. Dessa forma, pelas regras de inferências e algumas equivalências, segue-se:

(1)	$b \veebar \sim c$	P_1
(2)	$d \rightarrow \sim e$	P_2
(3)	$b \rightarrow e$	P_3
(4)	c	P_4
(5)	$\sim(\sim c)$	4 - Negação dupla
(6)	b	1,5 - SD
(7)	e	3,6 - MP
(8)	$\sim(\sim e)$	7 - Negação dupla
(9)	$\sim d$	2,8 - MT

Portanto, $V(b) =$ V, $V(c) =$ V, $V(d) =$ F e $V(e) =$ V. Daí, averiguemos o valor lógico das conclusões apresentadas em cada alternativa.

(a) Como $V(\sim d) =$ V e $V(\sim e) =$ F, temos que a sentença "Eliane não é secretária e Durval não é administrador' é falsa, pois $V(\sim e \wedge \sim d) =$ F $\wedge$ V = F.

(b) Como $V(\sim b) =$ F e $V(d) =$ F, então a fórmula "Bruno não é médico ou Durval é administrador" é falsa, pois $V(\sim b \vee d) =$ F $\vee$ F = F.

(c) Como $V(\sim e) =$ F e $V(\sim b) =$ F, segue que a "se Eliane não é secretária, então Bruno não é médico" é verdadeira, pois $V(\sim e \rightarrow \sim b) =$ F $\rightarrow$ F = V.

(d) Como $V(c) =$ V e $V(\sim e) =$ F, temos que a sentença "Carlos é engenheiro e Eliane não é secretária" é falsa, pois $V(c \wedge \sim e) =$ V $\wedge$ F = F.

(e) Como $V(c) =$ V e $V(\sim e) =$ F, logo a proposição "se Carlos é engenheiro, então Eliane não é secretária" é falsa, pois $V(c \rightarrow \sim e) =$ V $\rightarrow$ F = F.

Portanto, a resposta correta é a letra (c).

Questão 40. (VUNESP - 2019 - TJ-SP - Administrador judiciário) Considere verdadeiras as seguintes informações:

I. Se Neusa é juíza, então Débora é advogada.

II. Se Edmilson é administrador judiciário, então Clarice é delegada.

III. Débora é advogada se, e somente se, Mauro for desembargador.

IV. Todo administrador judiciário é formado em administração.

Sabendo-se que Mauro não é desembargador e que Edmilson não é formado em administração, é correto afirmar que

(a) Clarice é delegada.

(b) Neusa é juíza.

(c) Clarice é delegada ou Neusa não é juíza.

(d) Neusa não é juíza se, e somente se, Clarice não for delegada.

(e) Neusa não é juíza e Clarice não é delegada.

Solução.

A questão cobra do candidato a determinação da conclusão que torna o argumento válido. Como o argumento possui uma premissa conjuntiva a técnica das premissas verdadeiras é adequada para a resolução. Logo, nomeemos as proposições.
n: Neusa é juíza.
d: Débora é advogada.
e: Edmilson é administrador judiciário.
c: Clarice é delegada.
m: Mauro é desembargador.
a: Edmilson é formado em administração.
Transformando as premissas em linguagem simbólica: $n \rightarrow d$, $e \rightarrow c$, $d \leftrightarrow m$ e $\sim m \wedge \sim e$. Portanto, pela técnica das premissas verdadeiras, segue-se:

(1)	$\cancel{n}^{F} \rightarrow \cancel{d}^{F}$	$P1$	V
(2)	$\cancel{e}^{F} \rightarrow \cancel{c}^{V/F}$	$P2$	V
(3)	$\cancel{d}^{F} \leftrightarrow \cancel{m}^{F}$	$P3$	V
(4)	$\cancel{\sim m}^{V} \wedge \cancel{\sim a}^{V}$	$P4$	V

Como $V(\sim m \wedge \sim a) =$ V e o valor da conjunção só é verdadeira quando as proposições integrantes são ambas verdadeiras, temos que $V(\sim m) =$ V e $V(\sim a) =$ V, consequentemente, $V(m) =$ F e $V(a) =$ F.

Considerando a premissa "todo administrador judiciário é formado em administração" como verdadeira e "Edmilson não é formado em administração", concluímos que Edmilson não é administrador judiciário, isto é, $V(\sim e) =$ V, e daí $V(e) =$ F.

Já que $V(d \leftrightarrow m) =$ V, então substituindo $V(m) =$ F na bicondicional, temos $d \rightarrow F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que as proposições componentes possuam os mesmos valores lógicos. Assim, $V(d) =$ F. Segue-se substituindo $V(d) =$ F em $n \rightarrow d$ obtendo $n \rightarrow F$, para que essa condicional seja verdadeira é preciso que $V(n) =$ F.

Visto que $V(e \rightarrow c) =$ V, então substituindo $V(e) =$ F na condicional, temos que $V(F \rightarrow c)$. Daí, essa condicional é verdadeira, independentemente do valor lógico da proposição c, ou seja, $V(c) =$ ou V ou F.

Para finalizar, determinemos o valor lógico de cada proposição apresentada nas alternativas.

(a) Como $V(c) =$ ou V ou F, temos que a sentença "Clarice é médica" torna o argumento inválido.

(b) Como $V(n) =$ F, tem-se que a proposição "Neusa é juíza" torna o argumento inválido.

(c) Como esse item trata-se de uma fórmula disjuntiva, basta que pelo menos uma das sentenças seja verdadeira. Dessa forma, perceba que $V(c) =$ ou V ou F e $V(\sim n) =$ V, logo a proposição "Clarice é delegada ou Neusa não é juíza" é verdadeira, uma vez que $V(c \vee \sim n) =$ (ou V ou F) $\vee$ V = V.

(d) Como $V(\sim n) =$ V e $V(\sim c) =$ ou F ou V, temos que a proposição "Neusa não é juíza se, e somente se, Clarice não for delegada" ou é falsa ou é verdadeira, respectivamente, já que $V(\sim n \leftrightarrow \sim c) =$ V $\leftrightarrow$ (ou F ou V) = ou F ou V.

(e) Como $V(\sim n) =$ V e $V(\sim c) =$ ou F ou V, temos que a proposição "Neusa não é juíza e Clarice não é delegada" ou é falsa ou é verdadeira, respectivamente, já que $V(\sim n \wedge \sim c) =$ V $\leftrightarrow$ (ou F ou V) = ou F ou V.

Portanto, a resposta correta é o item (c).

Questão 41. (VUNESP - 2018 - PC-SP - Investigador de polícia) Considere verdadeiras as três afirmações seguintes:

- Ou Marta não é enfermeira, ou Clarice não é médica.
- Se Douglas não é professor, então Clarice é médica.
- Paulo é diretor ou Douglas não é professor.

Sabendo que Marta é enfermeira, a afirmação que possui um valor lógico verdadeiro é:

(a) se Clarice não é médica, então Marta não é enfermeira.

(b) se Marta é enfermeira, então Douglas não é professor.

(c) Paulo é diretor e Douglas não é professor.

(d) Clarice é médica ou Paulo não é diretor.

(e) se Clarice é médica, então Douglas não é professor.

Solução.

A questão requer encontrar a conclusão que torna o argumento válido, como o argumento possui uma proposição simples o método das premissas verdadeiras é qualificado para a resolução. Logo, iniciemos nomeando as proposições.

m: Marta é enfermeira.

c: Clarice é médica.

d: Douglas é professor.

p: Paulo é diretor.

Transformando as premissas para a linguagem simbólica: $\sim m \veebar \sim c$, $d \to c$ e $p \vee d$. Então, pela técnica das premissas verdadeiras, segue-se:

$$\begin{array}{lllc}
(1) & \overset{F}{\cancel{\sim m}} \veebar \overset{V}{\cancel{\sim c}} & P1 & \text{V} \\
(2) & \overset{F}{\cancel{\sim d}} \to \overset{F}{\cancel{c}} & P2 & \text{V} \\
(3) & \overset{V}{\cancel{p}} \vee \overset{F}{\cancel{\sim d}} & P3 & \text{V} \\
(4) & \overset{V}{\cancel{m}} & P4 & \text{V}
\end{array}$$

Observe que $V(m) = \text{V}$, logo $V(\sim m) = \text{F}$. Como $V(\sim m \veebar \sim c) = \text{V}$, então substituindo $V(\sim m) = \text{F}$ na disjunção exclusiva, temos $F \veebar \sim c$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que as proposições componentes possuam valores lógicos distintos. Assim, $V(\sim c) = \text{V}$, isto é, $V(c) = \text{F}$.

Segue-se, substituindo $V(c) = \text{F}$ em $\sim d \to c$ obtendo $\sim d \to F$. Para que essa condicional seja verdadeira é preciso que $V(\sim d) = \text{F}$.

Como $V(p \vee \sim d) = \text{V}$, então substituindo $V(\sim d) = \text{F}$ na disjunção e lembrando que a disjunção é verdadeira quando pelo menos uma das proposições integrantes tiver valor lógico V, temos que $V(p) = \text{V}$, e daí $V(\sim p) = \text{F}$.

Agora, averiguaremos o valor lógico de cada proposição apresentada nas alternativas.

(a) Como $V(\sim c) = \text{V}$ e $V(\sim m) = \text{F}$, temos que a sentença "se Clarice não é médica, então Marta não é enfermeira" é falsa, pois $V(\sim c \to \sim m) = \text{V} \to \text{F} = \text{F}$.

(b) Como $V(m) = \text{V}$ e $V(\sim d) = \text{F}$, temos que a fórmula "se Marta é enfermeira, então Douglas não é professor" é falsa, porque $V(m \to \sim d) = \text{V} \to \text{F} = \text{F}$.

(c) Como $V(p) = \text{V}$ e $V(\sim d) = \text{F}$, temos que a proposição "Paulo é diretor e Eduardo não é professor" é falsa, uma vez que $V(p \wedge \sim d) = \text{V} \wedge \text{F} = \text{F}$.

(d) Como $V(c) = \text{F}$ e $V(\sim p) = \text{F}$, temos que a proposição "Clarice é médica ou Paulo não é diretor" é falsa, já que $V(c \vee \sim p) = \text{F} \vee \text{F} = \text{F}$.

(e) Como $V(c) = \text{F}$ e $V(\sim d) = \text{F}$, temos que a sentença "se Clarice é médica, então Douglas não é professor" é falsa, pois $V(c \to \sim d) = \text{F} \to \text{F} = \text{V}$.

Portanto, a resposta correta é a letra (e).

Questão 42. (CESPE - 2017 - TRT - 7ª Região (CE) - Analista Judiciário - Contabilidade) Texto CB1A5BBB - Argumento formado pelas premissas (ou proposições) $P1$ e $P2$ e pela conclusão C.

$P1$: Se eu assino o relatório, sou responsável por todo o seu conteúdo, mesmo que tenha escrito apenas uma parte.

$P2$: Se sou responsável pelo relatório e surge um problema em seu conteúdo, sou demitido.

C: Logo, escrevo apenas uma parte do relatório, mas sou demitido.

I. A negação da proposição P2 do texto CB1A5BBB pode ser corretamente escrita na forma

(a) Não sou responsável pelo relatório, nem surge um problema em seu conteúdo, mas sou demitido.

(b) Se sou responsável pelo relatório e surge um problema em seu conteúdo, não sou demitido.

(c) Se não sou responsável pelo relatório e não surge um problema em seu conteúdo, não sou demitido.

(d) Sou responsável pelo relatório e surge um problema em seu conteúdo, mas não sou demitido.

II. O argumento apresentado no texto CB1A5BBB se tornaria válido do ponto de vista da lógica sentencial, se, além das premissas P1 e P2, a ele fosse acrescentada a proposição

(a) Não sou demitido ou não escrevo uma parte do relatório.

(b) Sou responsável apenas pela parte que escrevi do relatório.

(c) Eu escrevo apenas uma parte do relatório, assino o relatório e surge um problema em seu conteúdo.

(d) Se não escrevo nenhuma parte do relatório, não sou demitido.

Solução.

I. Note que a proposição $P2$ é composta por três proposições simples:
r: sou responsável pelo relatório.
p: surge um problema em seu conteúdo.
d: sou demitido.
Assim, na linguagem simbólica temos $P2$: $(r \wedge p) \rightarrow d$. Logo, pela negação da condicional (4.12), obtemos:

$$\sim [(r \wedge p) \rightarrow d] \Leftrightarrow (r \wedge p) \wedge \sim d.$$

Portanto, a negação da proposição $P2$ é: "sou responsável pelo relatório e surge um problema em seu conteúdo, mas não sou demitido". Tendo como resposta correta a letra (d).

II. A questão exige que determinemos qual premissa ($P3$) podemos acrescentar ao argumento apresentado para que ele seja válido. Dessa maneira, analisemos qual técnica podemos utilizar. Não dá para utilizar o método da conclusão falsa, pois a conclusão não apresenta uma proposição simples, ou uma disjunção ou uma condicional. A técnica da tabela verdade seria muito trabalhosa, pois o argumento possui 5 proposições simples e, assim, a tabela para cada alternativa teria $2^5 = 32$ linhas, inviável para a solução de uma questão de concurso. E o uso das regras de inferência seria complicado, porque as premissas $P1$ e $P2$ são compostas por três proposições simples, algo que as regras de inferência não abordam de forma imediata. Logo, resta-nos o método das premissas verdadeiras, o qual podemos usar quando se tem entre as premissas alguma que seja proposição simples ou composta desde que haja uma conjunção. Dessa forma, a alternativa (c) é a única que satisfaz essa condição. Veja na linguagem simbólica de cada item:

(a) $\sim d \vee \sim e$

(b) Proposição nova, a qual não é possível associar a nenhuma outra sentença do argumento.

(c) $e \wedge a \wedge p$

(d) $\sim e \rightarrow \sim d$

Portanto, consideremos as premissas verdadeiras, encontremos a valoração de cada sentença e verifiquemos se a conclusão é verdadeira.

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \cancelto{V}{a} \to \overbrace{(\cancelto{V}{r} \wedge \cancelto{V}{e})}^{V} & P1 & \color{red}{V} \\
(2) & \overbrace{(\cancelto{V}{r} \wedge \cancelto{V}{p})}^{V} \to \cancelto{V}{d} & P2 & \color{red}{V} \\
(3) & \cancelto{V}{e} \wedge \cancelto{V}{a} \wedge \cancelto{V}{p} & P3 & \color{red}{V} \\
\hline
(4) & \cancelto{V}{e} \wedge \cancelto{V}{d} & C & \color{red}{V}
\end{array}
$$

Como $V(e \wedge a \wedge p) =$ V e na conjunção só temos a verdade quando suas proposições integrantes são verdadeiras, temos que $V(e) = V(a) = V(p) =$ V. Assim, substituindo $V(e) = V(a) =$ V na condicional $a \to (r \wedge e)$, ficaremos com: $V \to (r \wedge V)$. Para que $V \to (r \wedge V) =$ V, é necessário que $V(r \wedge V) =$ V, assim $V(r) =$ V. Analogamente, substituindo $V(r) = V(p) =$ V na condicional $(r \wedge p) \to d$, ficaremos com: $(V \wedge V) \to d$, ou seja, $V \to d$. Para que $V \to d =$ V, é necessário que $V(d) =$ V. Portanto, $V(e \wedge d) =$ V $\wedge$ V = V. Logo, o argumento é válido com o acréscimo da proposição $e \wedge a \wedge p$. E daí, a alternativa certa é a letra (c).

Questão 43. (FCC - 2018 - SEFAZ-SC - Auditor-Fiscal da Receita Estadual - Auditoria e Fiscalização (Prova 1)) Considere as seguintes premissas:

I. Se eu vou para a academia, eu durmo bem.

II. Eu durmo bem e me alimento bem.

III. Eu me alimento bem ou trabalho o dia inteiro.

A partir dessas premissas, uma conclusão válida é

(a) Eu trabalho o dia inteiro e me alimento bem.

(b) Se eu trabalho o dia inteiro, eu durmo bem.

(c) Eu vou para a academia e durmo bem.

(d) Se eu vou para a academia, eu trabalho o dia inteiro.

(e) Eu vou para a academia ou trabalho o dia inteiro.

Solução.

A questão requer encontrar a conclusão que torna o argumento válido, como o argumento possui uma proposição conjuntiva um método adequado para a resolução é o das premissas verdadeiras. Logo, iniciemos, designando as proposições.

a: vou para a praia.

d: durmo bem.

b: alimento bem.

t: trabalho o dia inteiro.

Transformando as premissas para a linguagem simbólica: $a \to d$, $d \wedge b$ e $b \vee t$. Então, segue-se:

$$\begin{array}{llll} (1) & \overset{V,F}{\cancel{a}} \to \overset{V}{\cancel{d}} & P1 & \color{red}{\text{V}} \\ (2) & \overset{V}{\cancel{d}} \wedge \overset{V}{\cancel{b}} & P2 & \color{red}{\text{V}} \\ (3) & \overset{V}{\cancel{b}} \vee \overset{V,F}{\cancel{t}} & P3 & \color{red}{\text{V}} \end{array}$$

Considerando que $V(d \wedge b) = \text{V}$, temos que $V(d) = \text{V}$ e $V(b) = \text{V}$, uma vez que a única possibilidade em que a conjunção é verdadeira é quando suas proposições integrantes também são verdadeiras. Como $V(d) = \text{V}$, então substituindo na condicional $a \to d$, temos $a \to V$. Para que essa sentença seja verdadeira, o antecedente da condicional, a, pode ser verdadeiro ou falo, isto é, $V(a) = \text{V}$ ou F.

Como $V(b \vee t) = \text{V}$, então substituindo $V(b) = \text{V}$ na disjunção e lembrando que a disjunção é verdadeira quando pelo menos uma das proposições integrantes tiver valor lógico V, temos que $V(t) = \text{V}$ ou F.

Agora, averiguaremos o valor lógico de cada proposição apresentada nas alternativas.

(a) Como $V(t) = \text{V}$ ou F e $V(b) = \text{V}$, temos que a sentença “eu trabalho o dia inteiro e me alimento bem” não é necessariamente verdadeira, pois pode ocorrer a possibilidade da conclusão ser falsa. Se tomarmos $V(t) = \text{F}$, obtemos $V(t \wedge b) = \text{F} \wedge \text{V} = \text{F}$.

(b) Como $V(t) = \text{V}$ ou F e $V(d) = \text{V}$, temos que a sentença “se eu trabalho o dia inteiro, eu durmo bem” é necessariamente verdadeira, pois a sentença trata-se de uma condicional cujo consequente é verdadeiro e, com isso, o antecedente pode ser verdadeiro ou falso, que sempre resultará no valor lógico V.

(c) Como $V(a) = \text{V}$ ou F e $V(d) = \text{V}$, temos que a sentença “eu vou para a academia e durmo bem” não é necessariamente verdadeira, pois pode ocorrer a possibilidade da conclusão ser falsa. Se considerarmos $V(a) = \text{F}$, obtemos $V(a \wedge d) = \text{F} \wedge \text{V} = \text{F}$.

(d) Como $V(a) = \text{V}$ ou F e $V(t) = \text{V}$ ou F, temos que a sentença “se eu vou para a academia, eu trabalho o dia inteiro” não é necessariamente verdadeira, pois pode ocorrer a possibilidade da conclusão ser falsa. Se tomarmos $V(a) = \text{V}$ e $V(t) = \text{F}$, obtemos $V(a \to d) = \text{V} \to \text{F} = \text{F}$.

(e) Como $V(a)$ = V ou F e $V(t)$ = V ou F, temos que a sentença "eu vou para a academia ou trabalho o dia inteiro" não é necessariamente verdadeira, pois pode ocorrer a possibilidade da conclusão ser falsa. Se tomarmos $V(a)$ = F e $V(t)$ = F, obtemos $V(a \vee d)$ = F $\vee$ F = F.

Portanto, a resposta correta é a letra (b).

Questão 44. (CESPE - 2019 - PGE-PE - Analista Administrativo de Procuradoria - Calculista) Considere as seguintes proposições.

- $P1$: Se a empresa privada causar prejuízos à sociedade e se o governo interferir na sua gestão, então o governo dará sinalização indesejada para o mercado.
- $P2$: Se o governo der sinalização indesejada para o mercado, a popularidade do governo cairá.
- $Q1$: Se a empresa privada causar prejuízos à sociedade e se o governo não interferir na sua gestão, o governo será visto como fraco.
- $Q2$: Se o governo for visto como fraco, a popularidade do governo cairá

Tendo como referência essas proposições, julgue os itens seguintes, a respeito da lógica de argumentação.

I. O argumento em que as proposições $Q1$ e $Q2$ são as premissas e a conclusão é a proposição "Se a empresa privada causar prejuízos à sociedade e se o governo não interferir na sua gestão, a popularidade do governo cairá." é um argumento válido.

   ○ Certo

   ○ Errado

II. O argumento em que as proposições $P1$, $P2$, $Q1$ e $Q2$ são as premissas e a conclusão é a proposição "A popularidade do governo cairá" é um argumento válido.

   ○ Certo

   ○ Errado

III. A tabela-verdade da proposição $P1 \wedge P2 \wedge Q1 \wedge Q2$ tem mais de 30 linhas.

   ○ Certo

○ Errado

Solução.

Observe que tanto no item I como no item II, a conclusão trata-se de uma condicional e uma proposição simples, respectivamente, e as premissas são todas condicionais que possuem várias proposições, logo a melhor técnica para proceder na resolução desses itens é a conclusão falsa. Para isto, comecemos designando as proposições.

e: a empresa privada causar prejuízos à sociedade.

i: o governo interferir na sua gestão.

s: o governo der sinalização indesejada para o mercado.

p: a popularidade do governo cairá.

f: o governo será visto como fraco.

Transformando as premissas em linguagem simbólica: $P1$: $(e \wedge i) \to s$, $P2$: $s \to p$, $Q1$: $(e \wedge \sim i) \to f$ e $Q2$: $f \to p$.

Para o item I a linguagem simbólica da conclusão é Q: $(e \wedge \sim i) \to p$. Portanto, segue-se:

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \overbrace{(\overset{V}{e} \wedge \overset{F}{i})}^{F} \to \overset{F}{s} & P1 & \color{red}{V} \\
(2) & \overset{F}{s} \to \overset{F}{p} & P2 & \color{red}{V} \\
(3) & \overbrace{(\overset{V}{e} \wedge \overset{V}{\sim i})}^{V} \to \overset{F}{f} & Q1 & \color{red}{F} \\
(4) & \overset{F}{f} \to \overset{F}{p} & Q2 & \color{red}{V} \\
\hline
(5) & \overbrace{(\overset{V}{e} \wedge \overset{V}{\sim i})}^{V} \to \overset{F}{p} & Q & \color{red}{F}
\end{array}
$$

Logo, considerando a conclusão $(e \wedge \sim i) \to p$ falsa e sabendo que a condicional só é falsa quando o antecedente tem valor lógico V e o consequente F, temos que $V(e \wedge \sim i)$ = V e $V(p)$ = F, e daí $V(e)$ = V e $V(\sim i)$ = V, ou seja, $V(i)$ = F. Como $V(f \to p)$ = V, então substituindo $V(p)$ = F na condicional, temos $f \to F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que o antecedente da condicional, f, seja F.

Pelos valores lógicos encontrados até agora, verificamos que $V((e \wedge \sim i) \to f) = V((V \wedge V) \to F)$ = F, que é um absurdo! Logo, não é possível a existência de premissas verdadeiras e conclusão falsa. Portanto, temos um argumento válido e o item está certo.

Para o item II a linguagem simbólica da conclusão é Q: p. Dessa forma, temos:

$$
\begin{array}{lllc}
(1) & \overbrace{(\overset{F}{\cancel{e}} \wedge \overset{F}{\cancel{i}})}^{F} \to \overset{F}{\cancel{s}} & P1 & \color{red}{\text{V}} \\
(2) & \overset{F}{\cancel{s}} \to \overset{F}{\cancel{p}} & P2 & \color{red}{\text{V}} \\
(3) & \overbrace{(\overset{F}{\cancel{e}} \wedge \overset{V}{\cancel{\sim i}})}^{F} \to \overset{F}{\cancel{f}} & Q1 & \color{red}{\text{V}} \\
(4) & \overset{F}{\cancel{f}} \to \overset{F}{\cancel{p}} & Q2 & \color{red}{\text{V}} \\
\hline
(5) & \overset{F}{\cancel{p}} & Q & \color{red}{\text{F}}
\end{array}
$$

Considerando a conclusão p falsa, e como $V(f \to p) =$ V, então substituindo $V(p) =$ F na condicional, temos $f \to F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que o antecedente da condicional, f, seja F.

Substituindo $V(f) =$ F em $(e \wedge \sim i) \to f$, obtemos $(e \wedge \sim i) \to F$, logo $V(e \wedge \sim i) =$ F, visto que $V((e \wedge \sim i) \to f) =$ V. Como temos uma conjunção, basta que pelo menos uma das proposições seja falsa, então suponhamos que $V(e) =$ F e $V(\sim i) =$ V, ou seja, $V(i) =$ F.

Como $V(s \to p) =$ V, substituindo $V(p) =$ F na condicional, temos $s \to F$, logo $V(s) =$ F. Assim, pelos valores lógicos encontrados até agora, verificamos que $V((e \wedge i) \to s) = V((F \wedge F) \to F) =$ V, satisfazendo a suposição.

Portanto, averiguamos a existência de premissas verdadeiras e conclusão falsa, com isso temos um argumento inválido e o item está errado.

Para finalizar, lembremos do Teorema 1 e que temos 5 proposições simples que integram a proposição $P1 \wedge P2 \wedge Q1 \wedge Q2$. Dessa maneira, sua tabela verdade terá exatamente $2^5 = 32$ linhas. Tendo assim, o item III certo.

Questão 45. (Quatrix - 2018 - FUNDAÇÃO PRÓ SANGUE HEMOCENTRO DE SÃO PAULO - Médico do trabalho) Em uma sala de espera, se um paciente tem prioridade, ele recebe uma pulseira amarela, se um paciente tem dores fortes, ele recebe uma pulseira vermelha, se um paciente não está chorando, então ele não tem dores fortes e, se um paciente recebe pulseiras vermelha e amarela, ele é atendido imediatamente.

Com base nesse caso hipotético, julgue os itens seguintes.

I. Se João foi atendido imediatamente, então ele tinha dores fortes.

- ◯ Certo
- ◯ Errado

II. Se Tatiana não foi atendida imediatamente, então ela não tem prioridade.

○ Certo

○ Errado

Solução.

Observe que a questão exige verificar se as sentenças de cada item tornam o argumento válido ou inválido. Como as fórmulas dos itens (a), (b) e (c) tratam-se de condicionais, a melhor técnica a ser empregada é a da conclusão falsa. Para iniciarmos, intitulemos por letras as proposições.

p: Paciente com prioridade.

a: recebe pulseira amarela.

d: paciente com forte dores.

v: recebe pulseira vermelha.

c: Paciente chorando.

i: paciente atendido imediatamente.

Dessa forma, segue-se as premissas na linguagem simbólica: $p \to a$, $d \to v$, $\sim c \to \sim d$ e $(v \wedge a) \to i$.

Para o item I a linguagem simbólica da conclusão é: $i \to d$. Portanto, segue-se:

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \overset{V}{\cancel{p}} \to \overset{V}{\cancel{a}} & P1 & \text{V} \\
(2) & \overset{F}{\cancel{d}} \to \overset{V}{\cancel{v}} & P2 & \text{V} \\
(3) & \overset{V}{\cancel{\sim c}} \to \overset{V}{\cancel{\sim d}} & P3 & \text{V} \\
(4) & \overbrace{(\overset{V}{\cancel{v}} \wedge \overset{V}{\cancel{a}})}^{V} \to \overset{V}{\cancel{i}} & P4 & \text{V} \\
\hline
(5) & \overset{V}{\cancel{i}} \to \overset{F}{\cancel{d}} & Q & \text{F}
\end{array}
$$

Considerando a conclusão $i \to d$ falsa e como a condicional só é falsa quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso, temos que $V(i) =$ V e $V(d) =$ F, ou seja, $V(\sim d) =$ V.

Note que $(v \wedge a) \to i =$ V e $V(i) =$ V. Assim $(v \wedge a) \to V$, ou seja, como o consequente possui valor lógico V, o antecedente pode ter valor lógico V ou F, pois esses dois valores fazem com que a condicional seja verdadeira. Logo, consideremos o antecedente $V(v \wedge a)$ verdadeiro. Assim, temos uma conjunção verdadeira, e isso ocorre apenas quando as proposições integrantes são ambas verdadeiras, então $V(v) =$ V e $V(a) =$ V.

Como $V(\sim c \to \sim d) =$ V, então substituindo $V(\sim d) =$ V na condicional, temos $\sim c \to V$. Para que essa sentença seja verdadeira, o antecedente da condicional, $\sim c$, pode ser falsa (F) ou verdadeira (V). Suponhamos que $V(\sim c) =$ V. De modo análogo, temos que $V(p) =$ V.

Para finalizar, observe que $V(d \to v) = \text{F} \to \text{V} = \text{V}$, visto que $V(d) = \text{F}$ e $V(v) = \text{V}$. Portanto, verificamos que existe a possibilidade das premissas serem todas verdadeiras e conclusão falsa, logo o argumento é inválido e o item está errado.

Para o item II, a linguagem simbólica da conclusão é: $\sim i \to \sim p$. Dessa forma, temos:

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \overset{V}{p} \to \overset{V}{a} & P1 & \text{V} \\
(2) & \overset{F}{d} \to \overset{F}{v} & P2 & \text{V} \\
(3) & \overset{V}{\sim c} \to \overset{V}{\sim d} & P3 & \text{V} \\
(4) & \overbrace{(\overset{F}{v} \wedge \overset{V}{a})}^{F} \to \overset{V}{i} & P4 & \text{V} \\
\hline
(5) & \overset{V}{\sim i} \to \overset{F}{\sim p} & Q & \text{F}
\end{array}
$$

Supondo que a conclusão $\sim i \to \sim p$ possui valor falso e usando o fato de que a condicional só é falsa quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso, temos que $V(\sim i) = \text{V}$ e $V(\sim p) = \text{F}$, ou seja, $V(p) = \text{V}$. Assim, substituindo na expressão $p \to a$, obtemos $V \to a$, para que essa sentença seja verdadeira é necessário que $V(a) = \text{V}$.

Como $V((v \wedge a) \to i) = \text{V}$ e $V(i) = \text{F}$, temos $(v \wedge a) \to F$. Para que essa expressão tenha valor lógico V é preciso que $V(v \wedge a)$ seja falsa. Mas, $V(a) = \text{V}$, logo $V(v \wedge V)$, como se trata de uma conjunção é necessário que $V(v) = \text{F}$. Daí, substituindo na condicional $d \to v$, obtemos $d \to F$, sendo preciso que o $V(d) = \text{F}$ para que a condicional seja verdadeira.

Considerando $V(\sim c \to \sim d) = \text{V}$, então substituindo $V(\sim d) = \text{V}$, já que $V(d) = \text{F}$, na condicional, temos $\sim c \to V$. Para que essa sentença seja verdadeira o antecedente da condicional, $\sim c$, pode ser falso (F) ou verdadeiro (V). Portanto, verificamos que existe a possibilidade das premissas serem todas verdadeiras e a conclusão falsa, logo o argumento é inválido e o item está errado.

Questão 46. (CESPE - 2016 - DPU - Agente Administrativo - Conhecimentos Básicos) Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.

I. Quando chove, Maria não vai ao cinema.

II. Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.

III. Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.

IV. Quando Fernando está estudando, não chove.

V. Durante a noite, faz frio.

Tendo como referência as proposições apresentadas, julgue o item subsecutivo.

Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.

Solução.

Note que a conclusão trata-se de uma condicional, logo a melhor técnica para proceder na resolução dessa questão é a conclusão falsa. Para isto, designamos as proposições:
c: chove.
m: Maria vai ao cinema.
f: Cláudio fica em casa.
n: faz frio.
e: Fernando está estudando.
a: durante a noite, faz frio.

Transformando as premissas em linguagem simbólica, temos: $c \to \sim m$, $f \to m$, $\sim f \to \sim n$, $e \to \sim c$, a. Já a conclusão é $m \to e$. Portanto, segue-se:

$$\begin{array}{llll}
(1) & \cancelto{F}{c} \to \cancelto{F}{\sim m} & P1 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
(2) & \cancelto{V,F}{f} \to \cancelto{V}{m} & P2 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
(3) & \cancelto{V}{\sim f} \to \cancelto{V}{\sim n} & P3 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
(4) & \cancelto{F}{e} \to \cancelto{V}{\sim c} & P4 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
(5) & \cancelto{V}{a} & P5 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
\hline
(6) & \cancelto{V}{m} \to \cancelto{F}{e} & Q & \color{red}{\mathrm{F}}
\end{array}$$

Considerando a conclusão $m \to e$ falsa e sabendo que a condicional só é falsa quando o antecedente tem valor lógico V e o consequente F, temos, $V(m) =$ V e $V(e) =$ F. Como $V(m) =$ V, então $V(\sim m) =$ F, então substituindo na condicional $c \to \sim m$, temos $c \to F$. Para que essa sentença seja verdadeira, é necessário que o antecedente da condicional, c, seja F.

Como $V(f \to m) =$ V e $V(m) =$ V, temos $V(f \to V) =$ V e como se trata de uma condicional temos que $V(f) =$ V ou F. Supondo que $V(f) =$ F, temos que $V(\sim f) =$ V. Daí, substituindo na condicional $\sim f \to \sim n$, obtém-se $V \to \sim n$, sendo preciso que $V(\sim n) =$ V para que a condicional seja verdadeira.

Como $V(e) =$ F e $V(\sim c) =$ V, já que $V(c) =$ F, então substituindo na expressão $e \to \sim c$, temos que $V(e \to \sim c) =$ V, dessa forma satisfazendo a condição da técnica da conclusão falsa.

Agora, note que $V(a) = \text{V}$, para satisfazer a condição das premissas serem sempre verdadeiras. Portanto, verificamos que existe a possibilidade das premissas serem todas verdadeiras e a conclusão ser falsa, logo o argumento é inválido e o item está errado.

Questão 47. (Quadrix - 2019 - CRM-AC - Assistente Administrativo)

P : Se João obedece à sua mãe, então ele come pudim.

Q : Se João não come pudim, então ele fica triste.

R : João gosta de futebol e sua mãe gosta de novela.

Considerando as proposições lógicas acima, julgue os itens a seguir.

I. A negação de R é "João não gosta de futebol e sua mãe não gosta de novela".

◯ Certo

◯ Errado

II. A proposição "João come pudim ou fica triste" é equivalente à proposição Q.

◯ Certo

◯ Errado

III. Se João não fica triste, então ele come pudim.

◯ Certo

◯ Errado

IV. Se João não fica triste, então ele obedece à sua mãe.

◯ Certo

◯ Errado

Solução.

Para iniciarmos a resolução da questão, nomeemos as proposições:
o: João obedece à sua mãe.
p: João come pudim.
t: João fica triste.
f: João gosta de futebol.
n: A mãe de João gosta de novela.

Transformamos as proposições para a linguagem simbólica: P: $o \to p$, Q: $\sim p \to t$ e R: $f \wedge n$.

I. Perceba que R trata-se de uma sentença conjuntiva. Assim, para sua negação, devemos usar a relação (4.9):

$$\sim (f \wedge n) \quad \Leftrightarrow \quad \sim f \vee \sim n \qquad \text{1ª lei de De Morgan}$$

Dessa forma, em palavras temos: João não gosta de futebol ou sua mãe não gosta de novela. Portanto, o item está errado.

II. Note que a proposição Q trata-se de uma condicional, logo temos duas possibilidades de equivalência, a lembrar: a equivalência da condicional (4.3) e a contrapositiva (4.7). Porém, a frase dada para verificação é uma disjunção. Dessa forma, pela equivalência (4.3) e pela relação (4.6), temos:

$$\sim p \to t \Leftrightarrow \sim (\sim p) \vee t \Leftrightarrow p \vee t.$$

Traduzindo em palavras: João come pudim ou fica triste. Portanto, o item está certo.

III. Observe que apesar de uma premissa ser conjuntiva não podemos usar o método das premissas verdadeiras, pois suas proposições integrantes não aparecem nas demais premissas. Assim, como a conclusão "Se João não fica triste, então ele come pudim", trata-se de uma condicional, que na linguagem simbólica é C: $\sim t \to p$, podemos utilizar a técnica da conclusão falsa.

(1)	$\overset{F}{\cancel{o}} \to \overset{F}{\cancel{p}}$	P	V
(2)	$\overset{V}{\cancel{\sim p}} \to \overset{F}{\cancel{t}}$	Q	F
(3)	$\overset{V}{\cancel{f}} \wedge \overset{V}{\cancel{n}}$	R	V
(4)	$\overset{V}{\cancel{\sim t}} \to \overset{F}{\cancel{p}}$	C	F

Considerando a conclusão $\sim t \to p$ falsa e sabendo que a condicional só é falsa quando o antecedente tem valor lógico V e o consequente F, temos, $V(\sim t) =$ V e $V(p) =$ F. Daí, substituindo $V(p) =$ F, na condicional $o \to p$, temos $o \to F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que o antecedente da condicional, o, seja F.

Como $V(\sim t) =$ V e $V(p) =$ F, então $V(t) =$ F e $V(\sim p) =$ V, respectivamente. Assim, substituindo na condicional $\sim p \to t$, verificamos que $V(\sim p \to t) =$ F, que é um absurdo, pois as premissas não possuem valor lógico falso. Para efeito de análise, se tomarmos $V(f) =$ V e $V(n) =$ V, temos que a terceira premissa $(f \wedge n)$ possui valor lógico V.

Portanto, verificamos que não existe a possibilidade das premissas serem todas verdadeiras e a conclusão ser falsa, logo o argumento é válido e o item está certo.

IV. Veja que a conclusão “Se João não fica triste, então ele obedece à sua mãe”, é uma condicional, que na linguagem simbólica é C: $\sim t \to o$. Logo, o melhor método para proceder na resolução desse item é a conclusão falsa.

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \cancelto{F}{o} \to \cancelto{V}{p} & P & \color{red}{\text{V}} \\
(2) & \cancelto{F}{\sim p} \to \cancelto{F}{t} & Q & \color{red}{\text{V}} \\
(3) & \cancelto{V}{f} \wedge \cancelto{V}{n} & R & \color{red}{\text{V}} \\
\hline
(4) & \cancelto{V}{\sim t} \to \cancelto{F}{o} & C & \color{red}{\text{F}}
\end{array}
$$

Considerando a conclusão $\sim t \to o$ falsa, temos $V(\sim t) =$ V e $V(o) =$ F. Como $V(\sim t) =$ V, então $V(t) =$ F. Daí, substituindo $V(t) =$ F, na condicional $\sim p \to t$, temos $\sim p \to F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que o antecedente da condicional, $\sim p$, seja F, isto é, $V(p) =$ V.

Substituindo $V(p) =$ V e $V(o) =$ F na condicional $o \to p$, temos que $V(o \to p) =$ V, satisfazendo a condição da premissa ser verdadeira. Para efeito de análise, se tomarmos $V(f) =$ V e $V(n) =$ V, temos que a terceira premissa $(f \wedge n)$ possui valor lógico V, satisfazendo também a condição da premissa ser verdadeira.

Portanto, verificamos que existe a possibilidade das premissas serem todas verdadeiras e a conclusão ser falsa, logo o argumento é inválido e o item está errado.

Questão 48. (CESPE - 2016 - POLÍCIA CIENTÍFICA - PE - Conhecimentos Gerais (Perito Criminal e Médico)) Considere as seguintes proposições para responder a questão.

$P1$: Se há investigação ou o suspeito é flagrado cometendo delito, então há punição de criminosos.

$P2$: Se há punição de criminosos, os níveis de violência não tendem a aumentar.

$P3$: Se os níveis de violência não tendem a aumentar, a população não faz justiça com as próprias mãos.

Pretende-se acrescentar ao conjunto de proposições $P1$, $P2$ e $P3$ uma nova proposição, $P0$, de modo que o argumento formado pelas premissas $P0$, $P1$, $P2$ e $P3$, juntamente com a conclusão “A população não faz justiça com as próprias mãos” constitua um argumento válido. Assinale a opção que apresenta uma proposta correta de proposição $P0$

(a) Há investigação ou o suspeito é flagrado cometendo delito.

(b) Não há investigação ou o suspeito não é flagrado cometendo delito.

(c) Não há investigação e o suspeito não é flagrado cometendo delito.

(d) Se o suspeito é flagrado cometendo delito, então há punição de criminosos.

(e) Se há investigação, então há punição de criminosos.

Solução.

A questão exige que determinemos qual premissa ($P0$) podemos acrescentar ao argumento apresentado para que ele seja válido. Para a resolução dessa questão, iremos utilizar o método da conclusão falsa, pois a conclusão do argumento é uma proposição simples: "A população não faz justiça com as próprias mãos". Na resolução usaremos os seguintes passos: consideramos que a conclusão seja falsa, em seguida encontraremos a valoração de cada proposição simples que torna as premissas verdadeiras e finalizamos com a verificação da valoração das proposições apresentadas em cada item. A que apresentar valor verdadeiro está incorreta, pois nesse caso mostrará uma possibilidade em que as premissas são todas verdadeiras e a conclusão falsa, tendo assim um argumento inválido. Dessa forma, devemos encontrar a alternativa que apresenta valor lógico F. Para isso, inicialmente, nomearemos as proposições:
i: há investigação.
d: o suspeito é flagrado cometendo delito.
p: há punição de criminosos.
v: os níveis de violência tendem a aumentar.
j: a população faz justiça com as próprias mãos.
Transformando para a linguagem simbólica as premissas: $P1$: $(i \vee d) \to p$, $P2$: $p \to \sim v$ e $P3$: $\sim v \to \sim j$.

$$
\begin{array}{llll}
(1) & \overbrace{(\cancelto{F}{i} \vee \cancelto{F}{d})}^{F} \to \cancelto{F}{p} & P1 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
(2) & \cancelto{F}{p} \to \cancelto{F}{\sim v} & P2 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
(3) & \cancelto{F}{\sim v} \to \cancelto{F}{\sim j} & P3 & \color{red}{\mathrm{V}} \\
\hline
(4) & \cancelto{F}{\sim j} & C & \color{red}{\mathrm{F}}
\end{array}
$$

Considerando que $V(\sim j) = \mathrm{F}$ e substituindo na condicional $\sim v \to \sim j$, temos $\sim v \to F$. Para que essa sentença seja verdadeira é necessário que o antecedente da condicional, $\sim v$, seja F.

Como $V(p \rightarrow \sim v)$ = V e $V(\sim v)$ = F, temos $V(p \rightarrow F)$ = V. Como se trata de uma condicional temos que $V(p)$ = F. Daí, substituindo na condicional $(i \vee d) \rightarrow p$, obtemos $(i \vee d) \rightarrow F$, sendo preciso que $V(i \vee d)$ = F para que a condicional seja verdadeira. Como a disjunção só possui valor lógico falso quando ambas as proposições são falsas, temos que $V(i)$ = F e $V(d)$ = F e, consequentemente, $V(\sim i)$ = V e $V(\sim d)$ = V.

Agora, tornemos as proposições de cada alternativa na linguagem simbólica e verifiquemos qual sua valoração.

(a) $V(i \vee d)$ = F $\vee$ F = F.

(b) $V(\sim i \vee \sim d)$ = V $\vee$ V = V.

(c) $V(\sim i \wedge \sim d)$ = V $\wedge$ V = V.

(d) $V(d \rightarrow p)$ = F $\rightarrow$ F = V.

(e) $V(i \rightarrow p)$ = F $\rightarrow$ F = V.

Com isso, percebemos que a única alternativa que apresenta valor lógico F é a letra (a). Portanto, $P0$: Há investigação ou o suspeito é flagrado cometendo delito.

Questão 49. (FCC - 2019 - DETRAN-SP - Oficial Estadual de Trânsito) Uma criança brinca com três peças de um jogo. Na face de cada uma das três peças há um número diferente impresso, dentre os números 1, 2 e 3. Ainda, cada uma das três peças tem uma cor diferente, dentre azul, verde e branco; e cada uma tem um tamanho diferente, dentre pequeno, médio e grande. Finalmente, uma das peças tem formato circular, a outra, quadrado, e a terceira, triangular. Sabe-se que

- a maior peça é quadrada e não é azul,
- a numeração da peça branca, que é a de tamanho pequeno, é maior do que a da peça verde, e
- a peça de número 1 tem formato circular e não é a menor das três.

Pode-se concluir, corretamente, que a peça

(a) branca é a de número 2.

(b) azul é triangular.

(c) verde é a de número 2.

(d) de tamanho médio é a de número 3.

(e) verde é triangular.

Solução.

Para resolver essa questão será necessário apenas um pouco de raciocínio. E para auxiliar, iremos utilizar a Tabela 6.16.

Tabela 6.16: Tabela da Questão 49.

Número	Cor	Tamanho	Formato

Fonte: Autor

A ideia é completar a tabela através das dicas estabelecidas na questão e em seguida ver qual a alternativa correta.

Inicialmente, preenchemos a coluna referente aos formatos das peças, com a seguinte ordem: circular, quadrado e triangular, de cima para baixo. Lendo a dica: a maior peça é quadrada e não é azul, é possível preencher a célula da segunda linha da coluna Tamanho (maior).

Pela terceira dica, temos que a célula da primeira linha da coluna Número é preenchida com o número 1, e como a peça de número 1 não é a menor de todas, isso significa que ela só pode ser a maior ou média. Porém, a maior tem formato quadrado, logo a peça de número 1 possui tamanho médio. Com isso, a célula da primeira linha da coluna Tamanho é média, restando a opção de tamanho pequeno para a célula da terceira linha da coluna Tamanho.

Agora, pela segunda dica temos que a célula da terceira linha da coluna Cor é branca. Assim, voltando para a primeira dica: a maior peça não é azul, podemos concluir que a célula da primeira linha da coluna Cor é azul e, consequentemente, a segunda linha da mesma coluna é verde.

Para finalizarmos, voltemos à segunda dica e como restam apenas os números 2 e 3, inferimos que a célula da segunda linha da coluna Número é 2 e, consequentemente, a célula da terceira linha da mesma coluna é 3.

Tabela 6.17: Tabela completa da Questão 49.

Número	Cor	Tamanho	Formato
1	Azul	Média	Circular
2	Verde	Maior	Quadrada
3	Branco	Pequena	Triangular

Fonte: Autor

Portanto, analisando a Tabela 6.17 com as alternativas podemos concluir que a assertiva correta é a letra (c).

Questão 50. (FCC - 2019 - TRF - 4ª REGIÃO - Analista Judiciário - Oficial de Justiça Avaliador Federal) Adão tem três primas que moram em outra cidade, Ana, Beatriz e Carla, mas nunca lembra de seus nomes. Ele sabe que uma é loira, uma é ruiva e uma é morena. Cada uma delas é filha de um de seus tios, José, Jaime e Jairo. A mãe de Adão deixou o seguinte bilhete para ajudá-lo:

"A loira não é filha de Jaime nem de Jairo.

A morena não é Ana nem Beatriz.

Ana não é ruiva.

A ruiva não é filha de Jaime."

Adão descobriu, corretamente, que:

(a) Ana é loira e filha de José.

(b) Carla é morena e filha de Jairo.

(c) Ana é ruiva e filha de José.

(d) Beatriz é loira e filha de Jairo.

(e) Carla é morena e filha de José.

Solução.

Para auxiliar na resolução dessa questão vamos utilizar a Tabela 6.18.

Tabela 6.18: Tabela da Questão 50.

	Ana	Beatriz	Carla
Tio			
Cor do cabelo			

Fonte: Autor

A ideia é completar a tabela através das dicas estabelecidas na questão e em seguida ver qual conclusão é a correta.

Como A morena não é Ana nem Beatriz, então Carla é morena, preenche a célula correspondente a essa informação. Como Ana não é ruiva e Carla é morena, só resta a opção de Beatriz ser a ruiva e, consequentemente, Ana é loira, com isso colocamos essas informações nas células correspondentes.

Como A loira não é filha de Jaime nem de Jairo, então a loira que é Ana é filha de José, colocamos essa informação na célula da primeira linha e da primeira coluna. E, por fim, como A ruiva não é filha de Jaime e Ana é filha de José, então só resta a possibilidade de Carla ser filha de Jaime e, consequentemente, Beatriz é filha de Jairo, preenchemos as células correspondentes a essas informações e temos a Tabela 6.19.

Tabela 6.19: Tabela completa da Questão 50.

	Ana	Beatriz	Carla
Tio	José	Jairo	Jaime
Cor do cabelo	loira	ruiva	morena

Fonte: Autor

Portanto, analisando a Tabela 6.19 com as alternativas podemos concluir que a assertiva correta é a letra (a).

Capítulo 7

Considerações finais

O Raciocínio Lógico está entre os temas mais cobrados em provas de concursos públicos em esfera nacional. Isso porque ele ajuda o indivíduo a desenvolver sua capacidade intelectual, tornando-o capaz, principalmente, de resolver problemas práticos do dia a dia com rapidez e eficiência. No ambiente escolar, o Raciocínio Lógico favorece a assimilação de certos conteúdos das disciplinas que compõem a grade curricular e contribui na construção de um pensamento mais crítico alicerçado em critérios e princípios logicamente validados. Essas foram as principais perspectivas que nos motivaram a elaborar este trabalho.

Entretanto, ao longo de nossa pesquisa, constatamos que os conteúdos relacionados à lógica não estão recebendo a devida atenção na hora da seleção dos conteúdos a serem abordados nos livros didáticos, os quais são um dos principais recursos utilizados pelos docentes e discentes, o que se torna, a posteriori, uma dificuldade na aprendizagem significativa dos estudantes, principalmente no tocante ao estudo da Matemática.

No decorrer deste trabalho, apresentamos através de uma linguagem explicativa e ilustrativa, alguns conteúdos pertinentes ao Raciocínio Lógico voltados para estudantes de nível médio que pensam em prestar concurso público que cobra esses conhecimentos como forma de avaliar a capacidade de raciocínio dos candidatos, buscando oferecer embasamento para tanto, enfatizando-os com a resolução de questões, a fim de alcançar o mais alto nível de compreensão por parte do leitor.

Vale salientar entretanto que para lograr êxito, é primordial que o candidato se dedique e foque na resolução de questões, preferencialmente da banca que irá realizar o concurso, pois essa é uma maneira eficaz de assimilar e fixar os conteúdos.

Ressaltamos ainda que esta dissertação abrange grande parte dos conteúdos de lógica cobrados em provas de concursos. Porém, existem outros conteúdos de lógica que não foram tratados aqui e que também merecem atenção como, por exemplo, a abordagem da lógica dos predicados por meio do uso de diagramas de Venn.

Por fim, esperamos que esta dissertação sirva como fonte de pesquisa para alunos que estão se preparando para prestar concurso e para professores que queiram aprimorar suas aulas, além de contribuir com uma nova visão acerca da importância do ensino de lógica no Ensino Médio.

Referências

[1] ABAR, C. **Noções de Lógica Matemática**. PUCSP, 2020. Disponível em: <www.pucsp.br/~logica/>. Acesso em: 23 de maio de 2020.

[2] ALAN Turing, el padre de la computación. **Catalunya vanguardista**, 2020. Disponível em: <https://www.catalunyavanguardista.com/alan-turing-el-padre-de-la-computacion/>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[3] ALFRED Tarski. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Alfred_Tarski>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[4] ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. MARTINS, Maria Helena Pires. **Filosofando:** Introdução à Filosofia. 4ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.

[5] ARAÚJO, Edson Luiz de. **Raciocínio lógico para concursos**. 13/12/2017. 109 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa. 2017.

[6] AUGUSTUS De Morgan. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Augustus_De_Morgan>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[7] BALESTRI, Rodrigo. **Matemática**: interação e tecnologia. Volume 1. 2ª ed. São Paulo: Leya, 2016.

[8] BERTRAND Russel. **Wikiwand**. Disponível em: <https://www.wikiwand.com/en/Bertrand_Russell>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[9] BIANCHI, C. **A lógica no desenvolvimento da competência argumentativa**. Dissertação (Tese de Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, 2007. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2007/ bianchi_c_dr_rcla.pdf>. Acesso em: 10 de agosto de 2016.

[10] BISPO, Carlos Alberto Ferreira. CASTANHEIRA, Luiz batista. FILHO, Oswaldo Melo Souza. **Introdução à lógica matemática**. Cengage Learning, 2011.

[11] BRASIL, MEC/SEB/FNDED. **Guia PNLD 2018**. Brasília: 2017. Matemática. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em: 15 de agosto de 2020.

[12] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 26 de julho de 2020.

[13] BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação**: SAEB - matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília, DF, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em: 30 de julho de 2020.

[14] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 27 de julho de 2020.

[15] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **PCN + Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 29 de novembro de 2020.

[16] BUTIERRES, Gabrielly Costa. **Uma proposta para introdução da Lógica nas aulas de Matemática**. 09/07/2016. 68 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande, RS. 2016.

[17] CARVALHO, Sérgio. CAMPOS, Weber. **Raciocínio lógico simplificado:** teoria, questões comentadas e exercícios. v. 1. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

[18] CHAGAS, Elza Marisa Paiva de Figueiredo. **Apresentando alguns aspectos históricos do desenvolvimento da lógica clássica, ciência das ideias e dos processos da mente**. Disponível em: <https://www.ipv.pt/millenium/Millenium29/18.pdf>. Acesso em: 25 de agosto de 2020.

[19] CHARLES Sanders Peirce. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Charles_Sanders_Peirce>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[20] DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. Volume 1. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2016.

[21] DAVID Hilbert(49). **Pelas Barbas de Neptuno navegando pelo universo contemporâneo**. Disponível em: <https://2.bp.blogspot.com/-RPoHd-rI70Q/UVOIcVuf1vI/AAAAAAAADL8/DLEMJvwSNTs/s400/HILBERT,+PRIMEIRA+IMAGEM.jpg>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[22] DIAS, Carlos Magno Corrêa. **Escorço histórico da lógica matemática**. Rev. Acad., Curitiba, v. 5, n. 9, p. 39-42, mar. 1994. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/423>. Acesso em: 23 de agosto de 2020.

[23] FILHO, Daniel Cordeiro de Morais. **Um convite à Matemática**. 2ª ed. Rio de Janeiro, 2013.

[24] FILHO, Edgard de Alencar. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.

[25] FILHO, Hélder Paixão Felix. **Lógica Modal**: uma abordagem introdutória. 2018. 41 f. Monografia (Centro de Informática) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife - PE. 2018. Disponível em: <https://www.cin.ufpe.br/~tg/2018-1/hpff-tg.pdf> Acesso em: 20 de setembro de 2020.

[26] GEORGE Boole. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/George_Boole>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[27] GIUSEPPE Peano. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Giuseppe_Peano>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[28] GOTTFRIED Wilhelm Leibniz. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[29] GOTTLOB Frege. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[30] HEMPEL. Carl G.Rudolf Carnap. **Britannica**. Disponível em: <https://cdn.britannica.com/89/44089-050-89B6120C/Rudolf-Carnap-1960.jpg>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[31] IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. ALMEIDA, Nilze de. **Matemática**: ciência e aplicações. Volume 1. 9ª ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

[32] LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a matemática**. Volume 1. 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2016.

[33] LIMA, Cleone Silva de. **Apostila de Lógica**. Apodi/RN. Apostila do curso técnico de nível médio integrado em informática da disciplina Fundamentos de Lógica e Algoritmos. Disponível em: <https://docente.ifrn.edu.br/cleonelima/disciplinas/fundamentos-de-programacao-2.8401.1m/fundamentos-de-logica-e-algoritmos-1.8401.1v/apostila-proposicoes-tabelas-verdade-conectivos-logicos>. Acesso em: 29 de dezembro de 2020.

[34] MACIEL, Willyans. Aristóteles. **Infoescola navegando e aprendendo**. Disponível em: <https://www.infoescola.com/filosofia/aristoteles/>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[35] MEIER, Celito. **Filosofia:** por uma inteligência da complexidade. Volume único: ensino médio. 2ª ed. Belo horizonte, MG: PAX Editora e Distribuidora, 2014.

[36] METALÓGICA. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Metal%C3%B3gica>. Acesso em: 26 de agosto de 2020.

[37] MOREIRA, Ana Gabriele Soares da Costa. **Elementos de História da Lógica**. 2007. 73 f. Dissertação (Mestrado em Matemática/Educação) - Universidade Portucalense Infante D. Henrique. Porto, Portugal. 2007. Disponível em: <http://repositorio.uportu.pt/jspui/bitstream/11328/523/2/TMMAT%2077.pdf>. Acesso em: 20 de agosto de 2020.

[38] NASCIMENTO, Francisco Assis Moreira. **Evolução dos conceitos**. Disponível em: <http://www.assis.pro.br/public_html/hcomp/EvolucaoConceitual.html>. Acesso em: 15 de junho de 2020.

[39] NASCIMENTO, J. **Explorando a Lógica Matemática no Ensino Básico**. 09/08/2016. 182 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal. 2016.

[40] NOÉ, Marcos. **Estratégia de ensino-aprendizagem**: Raciocínio lógico. Educador Brasil Escola, 2020. Disponível em: <https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/raciocinio-logico.htm>. Acesso em: 21 de maio de 2020.

[41] O'CONNOR, J.J. ROBERTSON, E.F. Leopold Löwenheim. **MacTutor**, 2006. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lowenheim/>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[42] PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. Volume 1. 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2015.

[43] PENSAMENTO lógico matemático. **Timetoast**. Disponível em: <https://www.timetoast.com/timelines/pensamiento-logico-matematico-54499264-f299-47f1-8d27-b997820fcec7>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[44] PROVAS exigem cada vez mais conhecimentos de raciocínio lógico. **Alô concurseiro**, Paraíba, 02 de jun. de 2014. Disponível em: <http://aloconcurseiro.jornaldaparaiba.com.br/2014/06/02/provas-exigem-cada-vez-mais-conhecimentos-de-raciocinio-logico/>. Acesso em: 01 de dezembro de 2020.

[45] QUESTÕES de Raciocínio Lógico / Exercícios de Lógica. **Estude grátis**. Disponível em: <https://www.estudegratis.com.br/questoes-de-concurso/materia/raciocinio-logico>. Acesso em: 08 de março de 2020.

[46] RACIOCÍNIO lógico. **Grancursos questões**. Disponível em: <https://questoes.grancursosonline.com.br/2-raciocinio-logico>. Acesso em 15 de março de 2020.

[47] RACIOCÍNIO Lógico Matemático para Concursos. **Gabaritou**. Disponível em: <https://gabaritouti2020.azurewebsites.net/Disciplina/Detalhe/gabaritou-Racioc%C3%ADnio%20L%C3%B3gico%20Matem%C3%A1tico-para-concursos-13>. Acesso em: 05 de março de 2020.

[48] RACIOCÍNIO Lógico para Concursos Públicos. **Qconcursos**. Disponível em: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/disciplinas/matematica-raciocinio-logico>. Acesso em: 25 de março de 2020.

[49] ROBERTS, Siobhan. Waiting for Gödel. **The New Yorker**, 2016. Disponível em: <https://www.newyorker.com/tech/annals-of-technology/waiting-for-godel>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[50] RUSSEL, Bertrand. **Introdução à Filosofia Matemática**. Tradução e Edição de Augusto J. Franco de Oliveira. 1ª edição (provisória), Janeiro de 2006, 208 p. Disponível em: <https://marcosfabionuva.files.wordpress.com/2011/08/introduc3a7c3a3o-c3a0-filosofia-matemc3a1tica.pdf>. Acesso em: 02 de agosto de 2020.

[51] SCOLARI, Angélica Taschetto et al. **O Desenvolvimento do Raciocínio Lógico através de Objetos de Aprendizagem**. Cinted, 2020. Disponível em: <http://www.cinted.ufrgs.br/renoteold/dez2007/artigos/4eGiliane.pdf>. Acesso em: 08 de agosto de 2020.

[52] SILVEIRA, Leandro Ricardo Machado da. **Estatística de Cobrança por Banca – Raciocínio Lógico**. Estratégia, 09 de abr. de 2020. Disponível em: <https://www.estrategiaconcursos.com.br/blog/estatistica-de-cobranca-por-banca-raciocinio-logico/>. Acesso em: 01 de dezembro de 2020.

[53] TASINAFFO, Paulo Marcelo. **Um breve histórico do desenvolvimento da lógica matemática e o surgimento da teoria da computação**. Encontro de Iniciação Científica e Pós-Graduação do ITA - São José dos Campos, SP, Brasil, Outubro, 20 a 23, 2008. Disponível em: <http://www.bibl.ita.br/xivencita/COMP07.pdf>. Acesso em: 20 de agosto de 2020.

[54] THORAL Skolem. **Wikipédia, a enciclopédia livre**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Thoralf_Skolem>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.

[55] WHITEHEAD. **Secretaria de educação**. Disponível em: <http://www.filosofia.seed.pr.gov.br/modules/galeria/detalhe.php?foto=178&evento=5>. Acesso em: 27 de agosto de 2020.