UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

UMA ANÁLISE DOS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA EM DESUSO NAS PROVAS DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)[1]

POR

SAMUEL BEZERRA DE MENEZES

SOB A ORIENTAÇÃO DO

PROF. DR. EDUARDO GONÇALVES DOS SANTOS

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede nacional – PROFMAT – CCEN – UFPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

FEVEREIRO / 2021
JOÃO PESSOA – PB

[1] O Presente trabalho foi realizado com o apoio da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M543a Menezes, Samuel Bezerra de.
Uma análise dos conteúdos de matemática em desuso nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) / Samuel Bezerra de Menezes. - João Pessoa, 2021.
53 f. : il.

Orientação: Eduardo Gonçalves dos Santos.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Matemática. 2. ENEM. 3. Binômio de Newton. 4. Determinantes. 5. Números Complexos. I. Santos, Eduardo Gonçalves dos. II. Título.

UFPB/BC CDU 51(043)

Elaborado por Larissa Silva Oliveira de Mesquita - CRB-15/746

UMA ANÁLISE DOS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA EM DESUSO NAS PROVAS DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MEDIO (ENEM)

POR

SAMUEL BEZERRA DE MENEZES

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede nacional – PROFMAT – CCEN – UFPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada por:

Eduardo Gonçalves dos Santos

Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos – UFPB (Orientador)

Bruno Henrique Carvalho Ribeiro

Prof. Dr. Bruno Henrique Carvalho Ribeiro – UFPB (Membro interno)

Prof. Dr. Airton Temístocles Gonçalves de Castro – UFPE (Membro externo)

FEVEREIRO / 2021

AGRADECIMENTOS

A Deus acima de tudo, por ter me dado saúde e por me permitir concluir este curso ante várias adversidades.

A minha esposa, Lenilza e meus filhos Samuel Júnior e Selton que me acompanharam e me inspiraram durante toda essa jornada.

Aos professores do PROFMAT por todos os conhecimentos adquiridos, que com certeza muito me engrandeceram em todos os aspectos.

Aos colegas de curso pela amizade que formamos e por todos os momentos que nos reunirmos para estudar, muitas vezes aos sábados, em especial a Janeide e Luciano, que foram verdadeiros irmãos nas horas mais difíceis.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos, por todo o apoio e valiosas sugestões para que esse trabalho se concretizasse.

Aos amigos professores, Airton Castro da UFPE e Pedro Pessoa do IFPE por todas as horas de estudo que me dedicaram.

A CAPES pelo apoio financeiro durante o curso de mestrado.

DEDICATÓRIA

À minha amada mãe Cosma Francisca de Menezes(in memoriam) que com seu amor e dedicação fez com que meus sonhos se concretizassem.

RESUMO

No ano de 1998 o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) foi implementado em nosso país, tornando-se o principal instrumento de acesso às universidades e às políticas dos programas de financiamento aos estudantes, como exemplos temos o Programa Universidade Para Todos (Prouni), de 2004 e o Fundo de Financiamento Estudantil (Fies), de 2001, ambos criados pelo Ministério da Educação (MEC). Nesse contexto verificamos que, anteriormente, conteúdos que costumavam cair com bastante frequência em provas dos principais exames vestibulares do Brasil, foram de certa forma sendo menos requisitados ou não mais abordados, devido sobretudo ao poder de contextualização e interdisciplinaridade que alguns conteúdos têm em detrimento de outros. Nossa dissertação tem como objetivo geral procurar, por vários meios, compreender as razões pelas quais os temas: Determinantes, Binômio de Newton e Números Complexos estarem praticamente ausentes em provas do ENEM e como objetivos específicos: fazer um histórico sobre a criação do ENEM, analisar suas provas para obter uma profunda amostra dos conteúdos de matemática nela contidos, pesquisar os documentos oficiais do MEC a fim de observar as recomendações para o ensino desses temas, pesquisar em livros e sites questões contextualizadas conforme o modelo ENEM, compor um histórico e definição desses conteúdos elencados, promover entrevista estruturada com docentes do ensino básico, como também mostrar a importância desses conteúdos para a sociedade e suas aplicações nas ciências. Utilizamos em nosso trabalho a pesquisa bibliográfica que nos forneceu os dados qualitativos e quantitativos necessários na identificação dos conteúdos e seus graus de frequências nessas avaliações. Promovemos também entrevistas estruturadas com professores do ensino médio de escolas públicas e privadas. Por fim, concluímos que os temas: Determinantes, Binômio de Newton e Números Complexos, abordados nesta dissertação, mesmo não tendo sido evidenciados nas provas do ENEM, como foi verificado, têm sua importância para as ciências e sociedade e, por conseguinte, devem sim ser melhor oportunizados no estudo da Matemática, decerto de uma forma mais atrativa.

Palavras-chave: ENEM. Binômio de Newton. Determinantes. Números Complexos.

ABSTRACT

In 1998 the ENEM (National High School Exam) was implemented in our country, becoming the main instrument of access to universities and to the policies of student funding programs. Examples are the University for All Program (Prouni), created in 2004 by the Ministry of Education (MEC), whose function is to select candidates for partial and full scholarships in private universities and the Student Fund (Fies), created in 2001 by the MEC, whose purpose is to grant funding to students in higher education courses not free of charge. In this context, the role of mathematics teaching has verified other aspects in its approach. Previously, contents that used to fall quite frequently in exams of the main vestibular exams in Brazil, were less requested or simply not approached anymore, due mainly to the power of contextualization and interdisciplinarity that some contents have to the detriment of others. This dissertation aims to search through various means to understand the reasons why the themes: Determinants, Newton`s Binomial and Complex Numbers are practically absent in ENEM tests. It will also show the importance of the contents less or not charged in tests, their applications in other areas of knowledge and their importance to society. In this work we used the bibliographic research that provided the necessary qualitative and quantitative data to identify which contents were more or less addressed in these evaluations. Structured researches were also made with teachers working in public and private high schools, a fact that provided a deeper and more authoritative view of these possible causes, showing to educators and students that even not being approached in ENEM tests such contents have their relevance in the study of Mathematics.

Keywords: ENEM. Newton's Binomial. Determinants. Complex Numbers.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO AO TEMA DO TRABALHO

Instituído no ano de 1998, o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) tornou-se aos longos dos anos o principal meio de promover o acesso dos estudantes do ensino médio às universidades federais do Brasil como por exemplo à programas de financiamento estudantil. Neste sentido muitas das instituições de ensino básico tem direcionado os conteúdos de sua programação para aqueles que têm maior ênfase nas provas do ENEM, ocasionando dessa forma um esvaziamento ou até mesmo um desprezo pelos temas que são pouco ou não abordados nessas provas. Devido a isso, a função do professor em trabalhar com conteúdos menos ou não exigidos nas citadas provas torna-se extremamente difícil, pois sem uma justificativa plausível, qual interesse deverão ter estudantes em aprender tais conteúdos se não lhes trarão os resultados esperados de forma concreta e imediata.

Nesse sentido o nosso trabalho tem como objetivo geral procurar compreender as razões pelas quais os conteúdos: Determinantes, Números Complexos e Binômio de Newton estarem praticamente ausentes do ENEM.

Como objetivos específicos teremos:

- Fazer um histórico sobre a criação do ENEM, destacando sua importância ao longo dos anos como meio de acesso às universidades e como políticas de programas de financiamento aos estudantes;
- Analisar as provas das edições do ENEM e identificar os conteúdos presentes nessas provas;
- Identificar os conteúdos pouco ou não abordados em provas de Matemática do ENEM;
- Fazer uma leitura dos documentos oficiais afim de coletar informações sobre as recomendações feitas no ensino desses conteúdos;
- Trazer um pouco do histórico e definição desses conteúdos, bem como algumas de suas aplicações nos diversos campos das ciências;
- Elencar algumas pesquisas publicadas que envolvem o ensino desses conteúdos;

- Entrevistar professores do ensino básico;
- Analisar livros didáticos em busca de questões contextualizadas.

A fim de conseguir atender aos objetivos supracitados, optou-se, portanto, pela utilização da pesquisa de caráter bibliográfico. De acordo com Gil (2008, p. 50), a pesquisa bibliográfica consiste na análise de outras produções já elaboradas, ou seja, livros e artigos científicos. Assim, foram consultados trabalhos acadêmicos através de sites e plataformas como o Google Acadêmico, o *Scielo* e o Periódicos Capes, além, claro, de livros didáticos de ensino médio e do Portal do ENEM, de onde extraímos as questões de todas as temporadas do ENEM.

Além disso, para a execução deste trabalho foram realizadas dez entrevistas estruturadas com professores de escolas públicas, de rede particular e de curso pré-vestibular dos estados de Pernambuco e da Paraíba, todos atuantes no ensino médio. Por meio das entrevistas foi possível compreender a conjuntura através da experiência e da visão dos próprios professores. Assim, optou-se pela técnica de entrevista estruturada pois, segundo Gil (*Idem*., p. 113)

> entre as principais vantagens das entrevistas estruturas estão a sua rapidez e o fato de não exigirem exaustiva preparação dos pesquisadores, o que implica custos relativamente baixos. Outra vantagem é possibilitar a análise estatística dos dados, já que as respostas obtidas são padronizadas.

Resumidamente essas foram as ferramentas utilizadas na construção deste trabalho, no qual também utilizamos elementos quantitativos, através de dados estatísticos dos assuntos mais populares no ensino e na avaliação da Matemática. Assim foi possível observar com maior clareza o tratamento dado a esses temas matemáticos. Dentre as obras bibliográficas selecionadas para a presente análise destacam-se: Ramos (2015), Castro e Tiezzi (2004), Minhoto (2018) e Brasil (2020).

Quanto ao formato desta dissertação, além deste capítulo temos:

O segundo capítulo que trata da criação do ENEM, sua importância para a mudança do ensino básico, meio de acesso às universidades e políticas de programas aos estudantes, além de fazer uma análise das provas de Matemática do ENEM em todas as suas edições.

O terceiro capítulo traz um apanhado sobre os conteúdos de Matemática com menor ou nenhuma incidência em todas as edições do ENEM, neste caso elencamos: Binômio de Newton, Números Complexos e Determinantes. Fazemos também uma definição, seguida de um histórico e por fim a importância em forma de pesquisas recentes das aplicações de cada um desses conteúdos nas diversas áreas de conhecimento.

O quarto e último capítulo apresenta as entrevistas estruturadas realizadas com os professores de ensino médio mencionados anteriormente. Dessa forma pôde-se realizar questionamentos a respeito do tempo em atividade profissional e sobretudo no que concerne às experiências com os conteúdos em sala de aula: Binômio de Newton, Determinantes e Números Complexos. Finalmente, elencamos algumas questões contextualizadas dos conteúdos já citados, com suas respectivas resoluções.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo faremos uma narrativa sobre o surgimento do ENEM, sua importância para o processo de ingresso às universidades, políticas de programas de financiamento estudantil e as mudanças nas perspectivas da educação básica.

Mostraremos também, através de tabelas e gráficos quais e com que frequência conteúdos de Matemática foram ou não contemplados em todas as suas edições.

Por fim, faremos uma análise das razões pelas quais determinados conteúdos terem sido mais abordados que outros.

2.1 ENEM E SUAS TRANSFORMAÇÕES

O ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), foi criado no ano de 1998 pelo MEC (Ministério da Educação e Cultura) durante o Governo do então Presidente Fernando Henrique Cardoso. E desde sua criação suas provas têm sido formuladas e aplicadas anualmente pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), autarquia federal vinculada ao ministério da educação.

De acordo com Cassiani (2016), o ENEM foi estruturado sob as bases da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), criada em 1996, além de outras propostas de reforma da educação como as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (DCNEM) e os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCNEM).

A princípio a finalidade era de avaliar a qualidade do ensino médio nas escolas particulares e públicas do Brasil. Foi a partir de 2009 que o ENEM passou a ter mudanças mais significativas, ficando conhecido como novo ENEM.

Segundo Nascimento (2018), outras atribuições foram conferidas ao ENEM, como o fato de substituir alguns dos tradicionais exames vestibulares, promovendo dessa forma a seleção do acesso de estudantes ao ensino superior. Como consequência desse fato, tornou-se necessária a participação nos exames do ENEM à obtenção de políticas de financiamento estudantil como o Fies (Fundo de Financiamento Estudantil), Prouni (Programa Universidade para todos). Posteriormente em 2010, foi criado também pelo MEC, o SISU (Sistema de Seleção Unificada) que corresponde a uma plataforma digital onde os estudantes participantes do ENEM, após a aprovação, podem optar de acordo com suas notas a uma vaga em qualquer universidade do país que aderir a esse sistema.

Como curiosidade, temos os fatos de que nem todas as Universidades do Brasil aderiram ao SISU, a UFPB aderiu em 2013, enquanto que a UFPE foi uma das últimas a aderir, fato que só veio a ocorrer por completo no ano de 2016, já que para alguns cursos o ENEM só era aceito apenas na primeira fase, ficando a segunda fase por conta de um vestibular específico da UFPE.

Em 2013 o MEC criou o SISUTEC (Sistema de Seleção Unificada para o Ensino Técnico) onde estudantes do ensino médio teriam oportunidade de ingressar, por meio da nota do ENEM, nas escolas públicas em cursos profissionalizantes. Outro fato muito relevante ocorreu em 2014, quando o ENEM passou a ofertar vagas em algumas universidades de Portugal.

2.1.1 ENTENDENDO O ENEM

Desde seu início, em 1998, até o ano de 2008 as provas do ENEM constavam de 63 questões objetivas de Matemática, Português, Geografia, História, Física, Biologia e Química, não unificadas em grandes áreas (o que ocorreria a partir de 2009) e uma redação, com tempo de 5 horas de duração realizadas em um só dia.

A partir de 2009, a prova do ENEM passou a conter 180 questões e a redação, mas em dois dias consecutivos de aplicação (sábado e domingo) e com os conteúdos unificados em 4 grandes áreas, todas contendo 45 questões formando os blocos:

- Linguagens, Códigos e Suas Tecnologias,
- Ciências Humanas e Suas Tecnologias,
- Ciências da Natureza e Suas Tecnologias,
- Matemática e Suas Tecnologias.

Provas do 1º dia: Ciências Humanas e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias (com 4h e 30min. de duração).

Provas do 2º dia: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Redação e Matemática e suas Tecnologias (com 5h e 30min. de duração)

A partir de 2017 as provas do ENEM foram ministradas em dois domingos consecutivos, atendendo com isso a uma reivindicação de grande parte da sociedade. Em 2018, foi aumentado em meia hora o tempo de entrega no segundo dia de provas.

Provas do 1º dia: Linguagens, Códigos e sua Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias e Redação (com 5h e 30min de duração)

Provas do 2º dia: Matemática e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias.(com 4h e 30min. de duração)

As maiores novidades no ano de 2020 foram: a implementação de uma versão digital do ENEM (para quem fez a solicitação), sendo as provas com a mesma estrutura do formato atual, mas realizadas em computadores nas Universidades; atendimentos específicos para pessoas com deficiência e para as mães lactantes que levarem o bebê terão o tempo de 60 minutos adicionais na prova.

2.1.2 A MATEMÁTICA ABORDADA NO ENEM

A prova de Matemática do ENEM a partir de 2009, como todas as outras quatro áreas de conhecimentos, é composta por 45 questões e diferentemente das outras é a única que possui somente uma disciplina como área de conhecimento, tornando-se, portanto, umas das mais significativas, em termos de peso, no contexto final do exame, já que sozinha representa 25% de toda a nota do ENEM. A prova de Matemática geralmente é aplicada no segundo dia, juntamente com as provas de Ciências da Natureza e Suas Tecnologias que abrange as disciplinas de Física, Química e Biologia, perfazendo um total de 90 questões e tempo de 5 horas (mais meia hora a partir de 2018) para conclusão.

Segundo Brasil (2020) as notas de todas as disciplinas do ENEM, exceto a de redação, são obtidas utilizando para a correção o método da Teoria de Resposta ao Item (TRI). E o que é e como funciona esse método?

De acordo com Pasquali (2020), o método de Teoria de Resposta ao Item (TRI) é um método estatístico da área da psicometria que surgiu em meados da década de 30 do século passado, mas só veio a ser difundido no Brasil na década de 90 com o desenvolvimento da tecnologia, já que precisava de softwares apropriados. O método TRI tornou-se uma proposta no campo da psicometria em oposição a Teoria Clássica dos Testes (TCT), pois a TCT apresentava algumas fragilidades em termos de avaliações como: Se basear nas respostas aos itens de testes dadas por um grupo determinado, ficando portanto dependente desse grupo e sobretudo no caso de testes educacionais, onde alunos alcançando escores iguais em um mesmo teste, não se podia saber se tinham tido esforços e desempenhos iguais pois , poderia acorrer o fato de alguns terem acertado as questões mais fáceis enquanto outros, as mais difíceis.

Conforme Brasil (2020), assumir o fato de que todas as questões forneçam a mesma quantidade de informação sobre o conhecimento que o participante domina não é a melhor opção metodológica. Há questões que representam melhor o que está sendo avaliado do que outras e há questões que informam mais. A teoria TRI procura captar isso. Na prova objetiva do Enem, a nota não é calculada levando-se em conta somente o número de questões corretas, mas também a coerência das respostas do participante diante do conjunto das questões que formam a prova realizada. Na avaliação do conhecimento, a unidade de medida se expressa por meio do conjunto de itens pertencentes a uma escala de proficiência; assim, os parâmetros dos itens são estabelecidos previamente. A proficiência é verificada a partir da análise do perfil das respostas dos participantes a esse conjunto de itens.

Para a elaboração de suas provas, o INEP utiliza uma matriz de referência do ENEM que é composta por competências e habilidades.

Segundo Brasil (2020), **competências** são as modalidades da inteligência que usamos para estabelecer relações entre o que desejamos conhecer, enquanto que **habilidades** são competências adquiridas e estão ligadas ao "saber fazer", ou seja, em outras palavras competência está ligada a capacidade de mobilizar conhecimentos ou vivências para resolver situações da vida real, utilizando o pensamento crítico, enquanto que habilidade indica o que aprendemos a fazer , decorrentes das competências adquiridas. A seguir temos um exemplo de questão do ENEM onde é verificada a competência relacionada com a habilidade.

ENEM 2011 (CADERNO AZUL - QUESTÃO 162)

COMPETÊNCIA 1 - HABILIDADE 2 (ver anexo)

O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33000 passagens; em fevereiro, 34500; em março, 36000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

A) 38000

B) 40500

C) 41000

D) 42000

E) 48000

Para obtermos a resolução dessa questão utilizamos do conhecimento (**competência 1**), **construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais** e utilizar a competência adquirida (**habilidade 2**), **identificar padrões numéricos ou princípios de contagem**, que no caso percebemos ser de uma Progressão Aritmética, assim devemos determinar o sétimo termo da PA, ou seja, a_7= 42000.

2.1.3 MATRIZ DE REFERÊNCIA DO ENEM

Para a elaboração das provas do ENEM, o INEP utiliza uma equipe de colaboradores que após um treinamento, formulam as questões segundo parâmetros por ele determinados, essas questões quando submetidas a um pré-teste e aprovadas, passam a compor o Banco Nacional de Itens (BNI).

Dessa forma as questões que compõem as provas do ENEM estão condicionadas a conter em sua formulação fatores como: contextualização, interdisciplinaridade e sobretudo competência e habilidade, como determinam os documentos da BNCC, dos PCNs e Matriz de referência do ENEM.

A prova de Matemática compõe o bloco denominado Matemática e Suas Tecnologias e é composto por 45 questões, que também como nos outros blocos tem como eixos cognitivos (comuns a todas as áreas de conhecimento): o domínio de linguagens, compreensão de fenômenos, enfrentamento de situações-problema, construção de argumentação e elaboração de propostas, que são itens muito importantes no contexto das questões.

A área de Matemática e Suas Tecnologias é composta especificamente por sete competências e trinta habilidades compondo todo o conteúdo de Matemática da educação básica (ver anexo 1), os quais se relacionam, tendo como objetivo fundamental e esperado pelo ENEM o de produzir no estudante não a capacidade de assimilar e acumular informações, mas de aprender a utilizá-las e processá-las em contextos adequados, valorizando o raciocínio com pensamento crítico e voltado para os desafios do mundo globalizado.

2.1.4 PROVAS ENEM (1998 - 2008)

Há uma diferença de objetivos entre as provas do ENEM entre 1998 e 2008 em comparação com as que vieram a partir de 2009. Na tabela a seguir, apresentaremos os conteúdos de Matemática que fizeram parte das provas do ENEM nesse período, onde ainda não se tinham as disciplinas organizadas por blocos, fato que viria a ocorrer a partir do ano de 2009. Dessa forma as questões de Matemática vinham juntas com as outras disciplinas, já de certa forma, antecipando e promovendo o processo da interdisciplinaridade. Cabe ainda ressaltar que algumas questões contêm mais de um conteúdo de Matemática envolvido em sua formulação, além de em alguns casos ter interdisciplinaridade com outras áreas de conhecimento. Na Tabela 1, apresentamos os conteúdos de Matemática neste período.

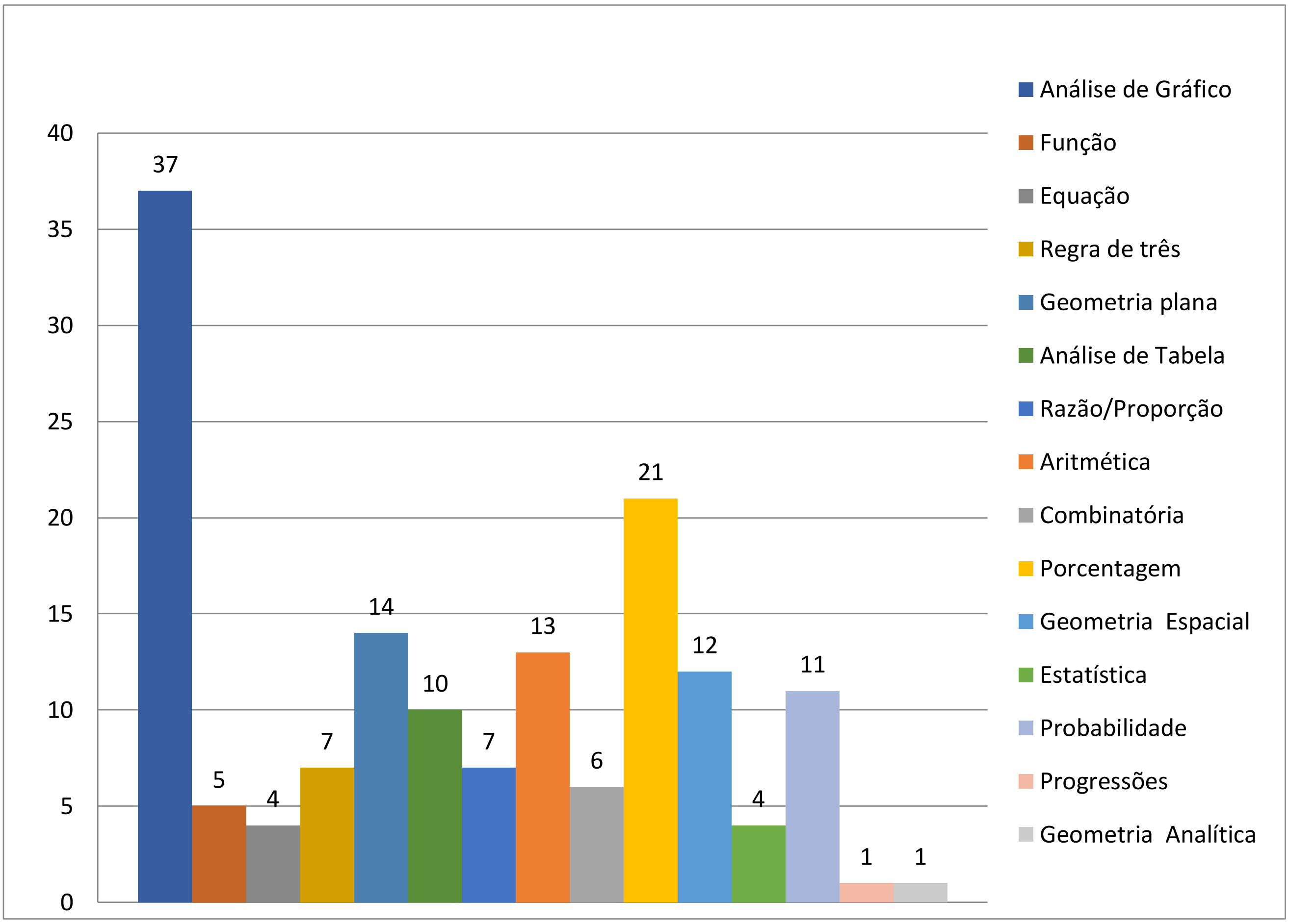
TABELA 1. Número de questões por tema em provas do ENEM (1998-2008)

TEMAS	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Análise de Gráfico	4	4	2	4	4	4	3	2	2	3	5
Função	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
Equação	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
Regra de três	0	1	1	0	3	1	1	0	0	0	0
Geometria Plana	0	0	1	3	2	2	1	2	1	0	2
Análise de Tabela	1	1	0	1	1	1	2	1	0	0	2
Razão/Proporção	1	0	1	0	2	0	2	0	0	1	0
Aritmética	4	0	0	1	1	2	2	1	0	1	1
Combinatória	0	0	0	0	1	0	1	2	0	1	1
Porcentagem	2	1	1	6	1	3	4	2	0		1
Geometria Espacial	2	2	1	1	0	1	0	1	2	2	0
Estatística	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
Probabilidade	2	0	2	2	0	0	0	0	2	2	1
Progressões	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Geometria Analítica	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: Próprio autor.

O gráfico 1 nos mostra a quantidade de questões com que cada conteúdo apareceu em provas do ENEM no período de 1998 a 2008. Observa-se que há uma predominância de determinados temas como análise de gráficos, porcentagem e razão/proporção em detrimento de outros conteúdos como progressões e geometria analítica.

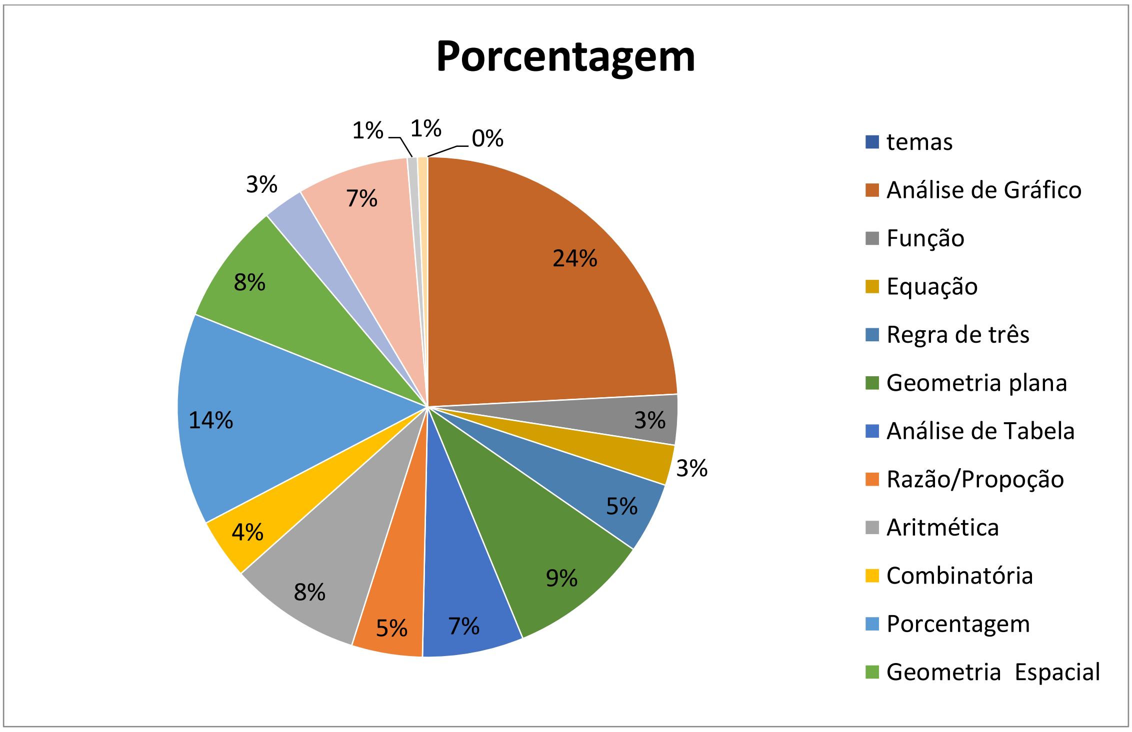
GRÁFICO 1. Temas de Matemática em provas do ENEM (1998-2008)



Fonte: Próprio autor.

De acordo com o gráfico 2 de setores, temos uma amostra em termos percentuais dos conteúdos que mais foram explorados em provas do ENEM, como por exemplo: Análise de Gráficos e Porcentagem.

GRÁFICO 2. Percentual dos temas no período (1998-2008)



Fonte: Próprio autor.

2.1.5 PROVAS DE MATEMÁTICA ENEM (2009 - 2019)

A partir da edição 2009 (tabela 2), que passou a ser chamada de "novo ENEM", as provas de Matemática passaram a compor um bloco chamado de **Matemática e Suas Tecnologias**, esse bloco como os demais seria formado por 45 questões. Continua ainda o fato de haver questões com mais de um conteúdo de Matemática envolvido em sua formulação e o fator da contextualização e interdisciplinaridade com outras áreas de conhecimento, o que sem dúvida passou a ser uma marca do ENEM.

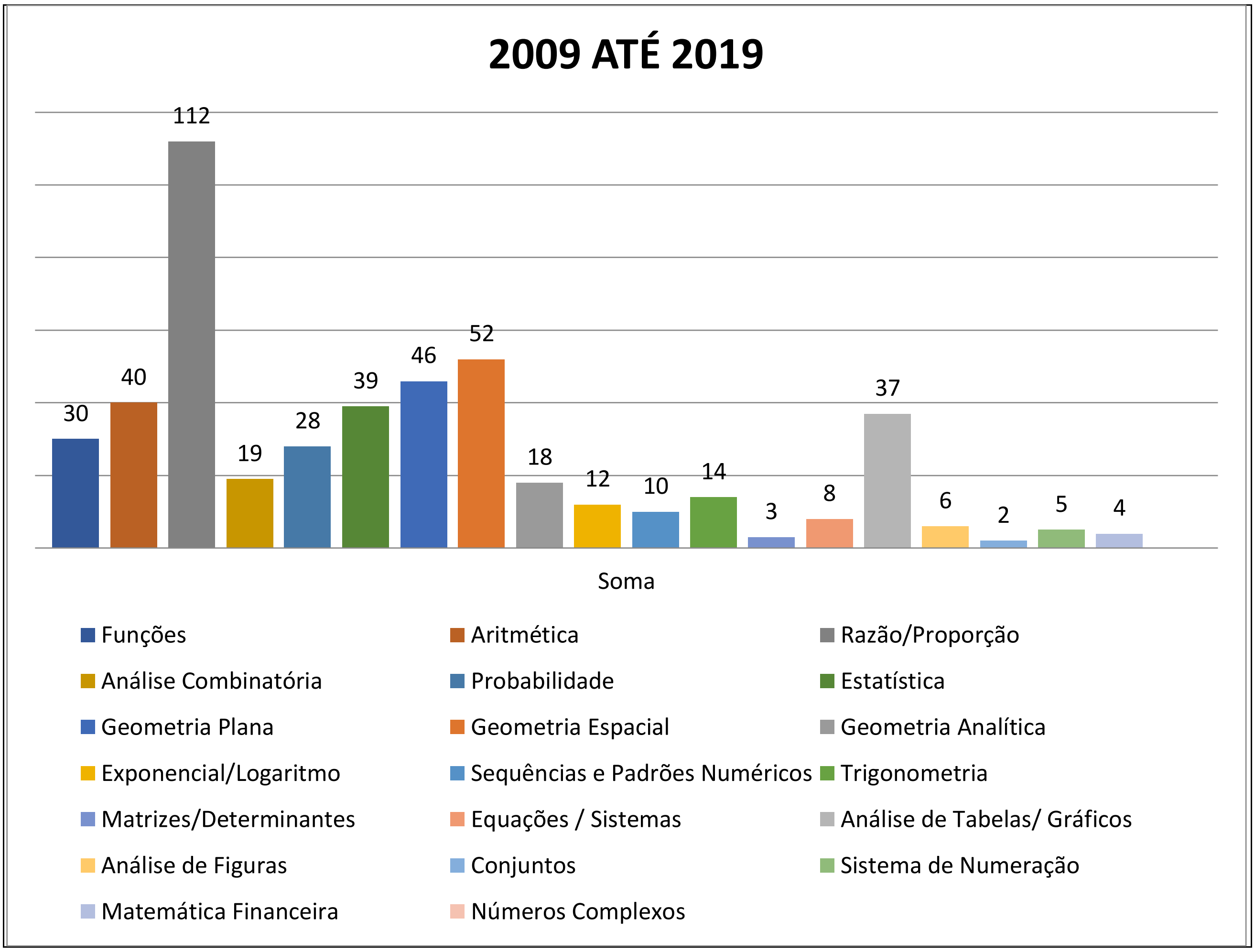
TABELA 2. Números de questões por ano período (2009-2019)

Temas	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Funções	2	4	5	5	3	1	2	4	1	2	1
Aritmética	5	1	1	3	2	5	8	2	3	5	5
Razão/Proporção	11	10	14	11	11	12	2	9	11	11	10
Análise Combinatória	1	1	1	2	3	1	1	3	3	1	2
Probabilidade	4	2	4	3	3	1	3	1	3	3	1
Estatística	4	4	2	3	3	4	2	7	3	4	3
Geometria Plana	4	4	3	5	6	4	7	3	4	2	4
Geometria Espacial	5	10	3	4	3	7	5	5	5	2	3
Geometria Analítica	0	1	1	0	2	1	2	3	3	4	1
Exponencial/Logaritmo	1	0	1	1	1	0	1	2	1	1	3
Sequências e Padrões Numéricos	0	2	1	1	2	0	1	1	0	1	1
Trigonometria	2	2	1	0	1	0	1	0	3	3	1
Matrizes/Determinantes	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
Equações / Sistemas	2	2	0	0	1	1	0	0	0	2	0
Análise de Tabelas/ Gráficos	1	2	3	3	2	6	6	4	3	1	6
Análise de Figuras	2	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
Conjuntos	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
Sistema de Numeração	0	0	1	2	0	1	0	1	0	0	0
Matemática Financeira	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
Números Complexos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: próprio autor

O gráfico 3 nos dá uma amostragem do número de questões por tema no período 2009 a 2019 chamado de "novo ENEM", onde verificamos como predominante a quantidade de questões de conteúdos como: Porcentagem, Aritmética e Análise Combinatória, enquanto que conteúdos como: Conjuntos, Matrizes/Determinantes, Números Complexos e Binômio de Newton ou não aparecem ou aparecem em pouquíssima quantidade.

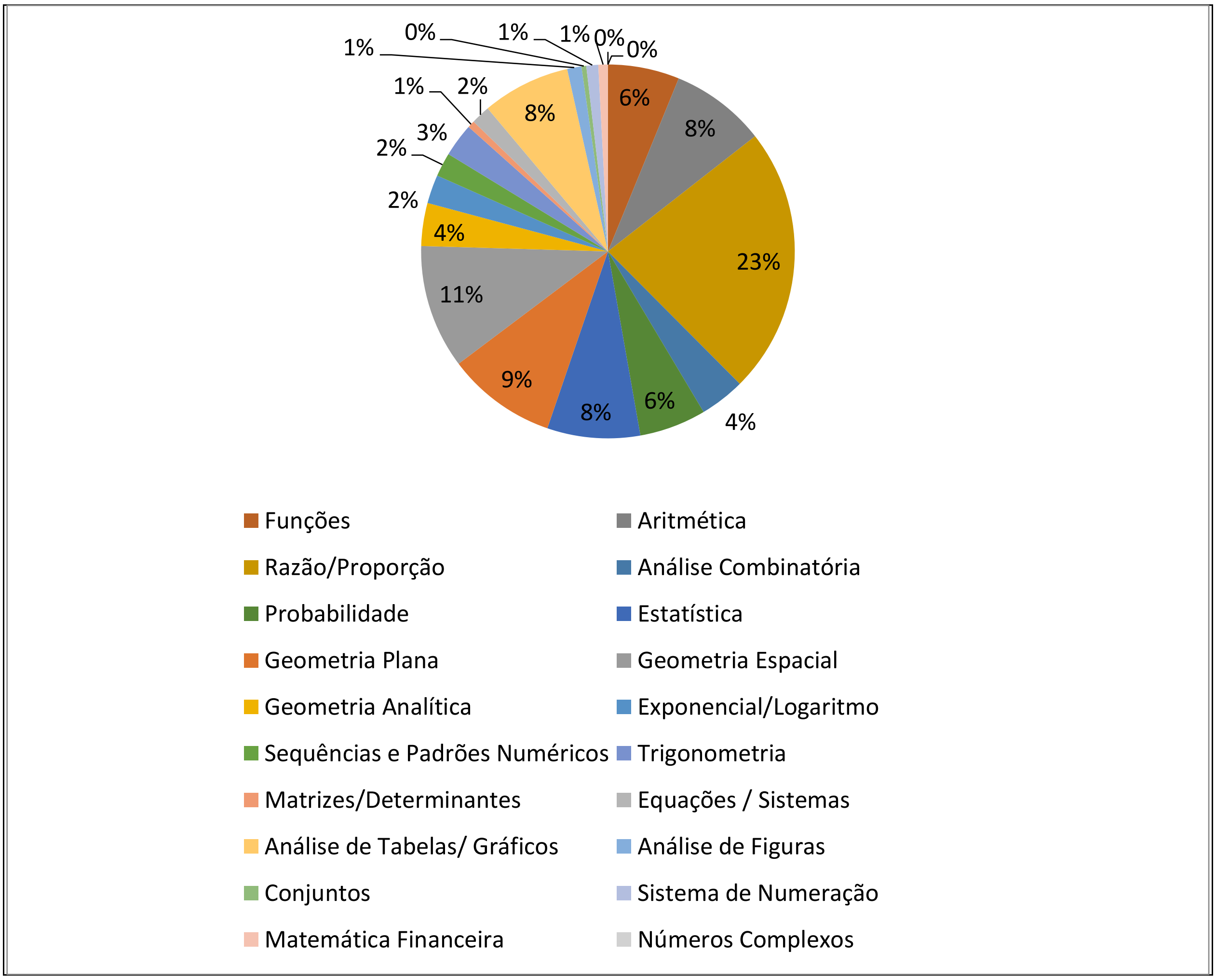
GRÁFICO 3. Número de questões por tema



Fonte: próprio autor

O gráfico 4 traz o percentual de temas no período de 2009 a 2019, onde observamos que conteúdos como Razão/Proporção, Análise de Gráficos, Análise Combinatória, Funções, são assuntos muito recorrentes e conteúdos como Conjuntos, Números Complexos, Matrizes/Determinantes e Binômio de Newton, trazem pouca ou nenhuma participação.

GRÁFICO 4. Percentual dos temas período (2009-2019)



Fonte: próprio autor

CAPÍTULO 3

CONHECENDO OS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA QUE ESTÃO EM DESUSO NO ENEM

Neste capítulo faremos uma análise dos conteúdos de Matemática: **Números Complexos, Binômio de Newton e Determinantes**, que de acordo com o nosso estudo estatístico de todas as edições do ENEM, foram verificados como não incidentes ou com um percentual baixíssimo de incidência nas suas avaliações.

Analisaremos possíveis causas desse fenômeno, através de pesquisas bibliográficas que corroborem para esta perspectiva. Antes, porém, iremos fazer um breve estudo de cada um desses componentes curriculares, suas aplicações no cotidiano, além de pesquisas acadêmicas atuais envolvendo o seu ensino.

Segundo Castro e Tiezzi (2004), antes do advento da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, que culminou posteriormente com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e ENEM, o Vestibular era o "grande" exame de avaliação do ensino médio e fundamentalmente voltado às elites , onde o conteúdo de suas provas era excessivamente enciclopédico e elitista, não reproduzindo o que os educandos realmente aprendiam, e sobretudo contribuindo dessa forma para que os estudantes não estivessem devidamente preparados para as frequentes mudanças do mundo globalizado, principalmente no que concerne às novas tecnologias e consequentemente o mais fundamental no processo ensino-aprendizagem, que é o constante desenvolvimento de habilidades e competências ,ou seja, desenvolver o raciocínio, o pensamento crítico e a capacidade de contextualizar o que adquiriu em termos de conhecimentos.

Havia por parte do próprio MEC a consciência de que deveria mudar a forma como era formulado o ensino médio e consequentemente as avaliações dos vestibulares pelo Brasil, culminando com a criação dos PCN.

> [...] Tínhamos um ensino descontextualizado, compartimentalizado e baseado no acúmulo de informações. Ao contrário disso, buscamos dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização; evitar a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender. (BRASIL, 2020, p. 4)

Neste sentido entendemos que após a criação do ENEM, alguns conteúdos de Matemática passaram a ser pouco ou definitivamente não explorados em suas avaliações, ou pelo fato de não possuírem um grau de contextualização e interdisciplinaridade como sugerem as matrizes de referência de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM, ou também por não fazerem mais parte dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e posteriormente também da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Dessa forma verificamos que os temas: Binômio de Newton, Determinantes e Números Complexos não constam em provas do ENEM como iremos verificar através do apanhado que fizemos de todas as avaliações do ENEM desde sua criação.

3.1 DETERMINANTES E SEU ENSINO

Segundo Frizanco (2016), o início da teoria relativa ao estudo dos Determinantes deu-se por volta do final do séc. XVII, tendo Leibniz (1649-1716) como referencial na Europa e Seiki Kowa (1642-1708) no Japão, sendo Seiki o primeiro matemático a calcular Determinantes.

O fundamento para a criação da Teoria dos Determinantes era de simplificar as complexas e trabalhosas eliminações necessárias a resoluções de sistemas de n equações e n incógnitas. Outro matemático a aparecer na história dos Determinantes foi o escocês Colin Maclaurin (1698-1746), Maclaurin escreveu em 1730 o livro intitulado *Treatise of algebra*. Neste livro ele apresenta o que chamou de "Teorema Geral", o que viria a ser conhecido atualmente como a Regra de Cramer. Coube ao matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855) no ano de 1801 a introdução do termo "determinante", sendo que outros matemáticos como o francês Cauchy (1789-1857) também deram sua contribuição para o desenvolvimento dessa temática, tendo feito em 1812, um dos mais importantes trabalhos sobre Determinantes, onde provou o Teorema do Produto dos Determinantes com o uso de permutações. Foi do matemático inglês Cayley (1821-1895) a introdução das duas barras verticais para indicação dos Determinantes.

DEFINIÇÃO DETERMINANTE ($n \leq 3$)

De acordo com Iezzi e Hazzan (1993, p.78), " consideremos o conjunto das matrizes quadradas de elementos reais. Seja M uma matriz de ordem n desse conjunto. Chamamos de determinante da matriz M (e indicamos por det M) o número que podemos obter operando com os elementos de M da seguinte forma:

1°) se M é de ordem n = 1, então det M é o único elemento de M.

M =$[a_{11}] \Rightarrow$ det M = a_{11}

Exemplo: M = [6] ⇒ det M = 6.

2º) Se M é de ordem n = 2, o produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

M $= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \det M = (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$.

exemplo: $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = (3 \cdot 2) - (-1 \cdot 4) = 10$

3º) Se M é de ordem n = 3 isto é,

M = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, definimos:

det M = $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} -$

$- a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$

Esta forma de desenvolvimento para o cálculo de determinante de ordem 3, é conhecido como Regra de Sarrus, em homenagem a Pierre Frédéric Sarrus (1798 - 1861), matemático francês membro da Académie des Sciences e professor da Universidade de Estrasburgo na França.

Para o cálculo de Determinantes de ordem $n > 3$, se faz necessário a utilização do teorema fundamental (de Laplace).

Segundo Iezzi e Hazzan (1993), o determinante de matriz de ordem $n \geq 2$ é dado pela soma dos produtos dos elementos de uma fila qualquer (linha ou coluna) pelos seus respectivos cofatores .considere que A seja uma matriz quadrada qualquer:

O cofator do elemento a_{ij} desta matriz A é obtido da seguinte forma:

$A_{ij} = (-1)^{i+j} D_{ij}$, onde o valor A_{ij} é justamente o cofator do elemento a_{ij} da matriz A, enquanto que D_{ij} será o determinante da matriz obtida através da matriz A, excluindo-se da matriz A os elementos da linha i e da coluna j. Assim se:

i) Escolhermos a coluna j da matriz M

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \boldsymbol{a_{1j}} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \boldsymbol{a_{2j}} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & \boldsymbol{a_{nj}} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Então: det M = $a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}$.

ii) Escolhermos a linha i da matriz M

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{a_{i1}} & \boldsymbol{a_{i2}} & \cdots & \boldsymbol{a_{in}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Então: det M = $a_{i1} . A_{i1} + a_{i2} . A_{i2} + \cdots + a_{in} \cdot A_{in}$

Dessa forma, para calcularmos um determinante, qualquer coluna ou linha e seus cofatores permitem seu cálculo.

Exemplo: Para calcularmos o determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

Se escolhermos a 3ª linha para efetuarmos o cálculo, teremos:

det M = 3$\cdot A_{31} + 0 \cdot A_{32} + 0 \cdot A_{33} + 2 \cdot A_{34} = 3 \cdot A_{31} + 2A_{34}$, o que simplifica muito o cálculo, pois só teremos que calcular dois cofatores, ao invés de quatro, como indica a definição. Esse fato tornou-se possível devido a quantidade de zeros que compõe a 3ª linha.

3.1.1 PESQUISAS RECENTES

Com o intuito de verificarmos como se encontra o estudo e pesquisas mais recentes e aprofundadas sobre o tema Determinantes, fizemos através do Google Acadêmico algumas consultas de trabalhos acadêmicos onde destacamos os seguintes:

I- **A Geometria de Matrizes e Determinantes.** De autoria de Marta Lena Jahn (2013), onde a autora se propõe a fazer uma abordagem diferente sobre o estudo das Matrizes e Determinantes, buscando valorizar o aspecto geométrico deles e utilizando para isso a ferramenta Geogebra.

II- **O Processo de Construção dos Conceitos de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares no Ensino Médio, Utilizando a Planilha como Recurso: Um estudo comparativo**. De autoria de Aroldo César Steinhorst (2011), onde o autor se propõe a fazer um trabalho de interdisciplinaridade com as disciplinas de Física, Biologia e Educação Física, utilizando a planilha Excel, para desenvolver de forma mais atraente os conceitos de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares entre os alunos de sua escola.

III- **Jogando Dominó: Um Jeito Novo de Aprender Matrizes e Determinantes.** Artigo científico de autoria de Ferreira *et al*. (2013). Neste artigo os autores promovem numa turma de 3º ano do ensino médio de uma escola do Ceará, a inserção do jogo de dominó como uma forma lúdica para a aprendizagem de Matrizes e Determinantes.

IV- **Usando a História da Resolução de Alguns Problemas para Introduzir Conceitos: Sistemas Lineares, Determinantes e Matrizes.** Neste trabalho de dissertação o autor, Agamenon Henrique de Carvalho (2013), introduz de forma natural os conceitos de Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes, além do desenvolvimento do Teorema de Laplace para o cálculo de Determinantes de matrizes quadradas de ordem maior que três, por meio da observação que fez do livro " Os nove capítulos sobre a arte matemática", onde verifica como a história pode ser motivadora para a introdução de tópicos de Matemática do ensino médio.

3.2 BINÔMIO DE NEWTON E SEU ENSINO

De acordo com Garbi (2009), quando estava com idade de 22 anos (1664-1665), Newton investigou as regras de potenciação de binômios fazendo uma generalização para expoentes fracionários e negativos, o que conduz à séries infinitas, enquanto que matemáticos como Pascal, Cardano e Tartaglia já conheciam relativamente as potências inteiras e positivas.

TEOREMA BINOMIAL

Conforme Hazzan (1993), o desenvolvimento do binômio $(x+a)^n$ para $n \in N \; e \; x, a \in R$ $é \; dado \; por:$ $(x+a)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} \cdot a^1 + \binom{n}{2} \cdot x^{n-2} \cdot a^2 + \cdots + \cdots + \binom{n}{p} \cdot x^{n-p} \cdot a^p + \cdots + \binom{n}{n} \cdot a^n$

Demonstração

$$(x+a)^n = (x+a) \cdot (x+a) \cdot (x+a) \cdot \ldots \cdot (x+a)$$

Pela propriedade distributiva da multiplicação, concluímos que os diferentes tipos de termos que podem ser obtidos na multiplicação são:

x^n; $x^{n-1} \cdot a$; $x^{n-2} \cdot a^2$; ...; $x^{n-p} \cdot a^p$; ...; a^n.

Observemos agora a quantidade de cada um desses diferentes tipos de termos.

i) x^n

Temos que o produto x^n só pode ocorrer de uma forma: $x \cdot x \cdot x \ldots \cdot x$ (n fatores) e, dessa forma, o coeficiente de x^n é 1 ou $\binom{n}{0}$.

ii) $x^{n-1} \cdot a$

O produto $x^{n-1} \cdot a$ pode ocorrer de tantas formas quantas pudermos permutar (n-1) letras "x" e uma letra "a". Isto é:

$P_n^{n-1,1} = \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = \binom{n}{1}$.

Portanto, o coeficiente de $x^{n-1} \cdot a$ é $\binom{n}{1}$.

iii) $x^{n-2} \cdot a^2$

O produto $\mathrm{x}^{\mathrm{n}-2} \cdot \mathrm{a}^2$ pode ocorrer de tantas formas quantas pudermos permutar $(n-2)$ letras "x" e duas letras "a", isto é:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{n}-2,2} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \binom{n}{2}.$$

Dessa forma, o coeficiente de $\mathrm{x}^{\mathrm{n}-2} \cdot \mathrm{a}^2$ é $\binom{n}{2}$.

iv) $\mathrm{x}^{\mathrm{n}-\mathrm{p}} \cdot \mathrm{a}^{\mathrm{p}}$

Genericamente, o produto $\mathrm{x}^{\mathrm{n}-\mathrm{p}} \cdot \mathrm{a}^{\mathrm{p}}$ pode ocorrer de tantas formas quantas pudermos permutar $(n-p)$ letras "x" e p letras "a". Isto é:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{n}-\mathrm{p},\mathrm{p}} = \frac{n!}{(n-p)! \cdot p!} = \binom{n}{p}.$$

Portanto, o coeficiente de $\mathrm{x}^{\mathrm{n}-\mathrm{p}} \cdot \mathrm{a}^{\mathrm{p}}$ é $\binom{n}{p}$.

v) $\mathrm{a}^{\mathbf{n}}$

Por fim, o produto a^{n} só pode acontecer de uma forma, que é:

$$\mathrm{a}^{\mathrm{n}} = a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a \quad \text{(n fatores)}$$

Portanto, o coeficiente de a^{n} é 1 ou $\binom{n}{n}$.

Das considerações postas acima, concluímos que:

$$(x+a)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n + \binom{n}{1} \cdot x^{n-1} \cdot a^1 + ... + \binom{n}{p} \cdot x^{n-p} \cdot a^p + ... + \binom{n}{n} \cdot a^n$$

c.q.d.

3.2.1 PESQUISAS RECENTES

Através de pesquisas feitas através do Google Acadêmico, elencamos alguns trabalhos mais recentes e com relevância na área de Binômio de Newton.

I- **Usos do Binômio de Newton em diferentes contextos**. Neste trabalho o autor, Paulo Henrique da Silva (2016), faz um breve estudo sobre a obra de Newton e indaga sobre onde utilizar o Binômio de Newton e mostra exemplos de aplicação em áreas como a Biologia, Informática e Probabilidade.

II**- O Binômio de Newton**. Este artigo de autoria de José Osvaldo Tognato II (2013) mostra uma pesquisa sobre o Binômio de Newton e sua importância para o desenvolvimento do cálculo das probabilidades e na evolução do cálculo infinitesimal.

III- **Binômio de Newton com expoente negativo e fracionário**. Neste trabalho de dissertação o autor, Alan Alceu Leachenski (2017), faz uma análise sobre o Binômio de Newton com expoente inteiro positivo como também mostra através da prova de Euler o Binômio de Newton com expoente negativo ou fracionário.

IV- **Uma conexão entre Binômio de Newton e Probabilidade**. O autor Leandro Solano Carneiro da Cunha (2017), tem como proposta nesse trabalho a utilização do Teorema Binomial para o cálculo de probabilidade, estabelecendo uma conexão entre conteúdos.

3.3 OS NÚMEROS COMPLEXOS E SEU ENSINO

Segundo Lopes (2016), o primeiro vestígio de que se tem conhecimento de uma raiz quadrada de número negativo na história da Matemática é atribuído ao grego Herão de Alexandria (aprox. 50 a.C-50 d.C), em sua obra Stereometria, ele ao tentar determinar a altura de um tronco de uma pirâmide de base quadrada teria encontrado a equação $15^2 = (12\sqrt{2})^2 + h^2$, para a qual, acertadamente, encontrou como resultado o valor $\sqrt{-63}$, o que para a época não havia solução, e que realmente em termos de cálculo matemático se torna impossível, pois esses dados mostram a medida de um dos catetos maior que a da hipotenusa. Porém, de forma desastrada teria ele convertido esse valor para $\sqrt{63}$, erro que não se sabe se foi cometido pelo próprio Herão ou por um copista.

Este fato fez Herão deixar de ser o primeiro acadêmico a mostrar que a raiz de um número negativo surge a partir de um problema físico (mesmo sem solução).

Após aproximadamente dois séculos, Diofanto de Alexandria, conhecido como o "pai da Álgebra", incluiu na sua obra Arithmetica, o problema: achar os lados de um triângulo retângulo de área 7 e perímetro 12, chegando na resolução à equação $-33x^2 + 172x = 24$, onde concluiu não ter raízes.

Por volta da metade do século IX, o matemático hindu Mahavira universalizou a conclusão de Diofanto, afirmando "Tal como na natureza das coisas, uma quantidade negativa não é quadrado e, portanto, não tem raiz quadrada". Muitos séculos se passaram até que essa afirmação fosse repensada.

Em meados do século XVI, tem-se início o descobrimento da solução das equações de grau 3, as equações cúbicas, nesse contexto entra em cena o matemático italiano Girolamo Cardano (1501- 1576), Cardano publicou em 1545 a obra Ars Magna (A grande Arte), pela qual ficou mais conhecido atualmente. Nessa obra há um maior enfoque as várias formas de equações cúbicas e suas respectivas soluções e onde se adianta a descoberta dos Números Complexos, sendo o pioneiro em divulgar essa solução como também o primeiro a operar com esses números. No entanto, havia na fórmula de Cardano um impasse ao se resolver equações cúbicas do tipo $x^3 - 15x = 4$, pois só havia aplicabilidade da fórmula quando as raízes quadradas eram de números positivos. Foi nesse contexto que apareceu a figura do algebrista Bolonhês Rafael Bombelli, que para superar esse problema tentou encontrar regras para trabalhar com raízes quadradas de números negativos. Bombelli sabia que $x = 4$ era uma das raízes da equação, então resolveu considerar $\sqrt{-1}$ como um número qualquer e utilizando as mesmas regras da Álgebra elementar chegou ao resultado esperado.

Segundo Smole e Diniz (2005), os matemáticos a partir daí passaram a trabalhar com raízes quadradas de números negativos de uma forma mais sistematizada, assim ocorreu com Albert Girard em 1629 quando escreveu raízes quadradas de números negativos na forma $a + b\sqrt{-1}$, desta notação em 1637, René Descartes chama **a** de "parte real" e **b** de "parte imaginária". Em 1748 Leonhard Euler usa a letra **i** para representar $\sqrt{-1}$, porém foi no final do século XVIII e começo do século XIX, a partir dos trabalhos feitos por Karl Friedrich Gauss que os números da forma $a + bi$ passaram a ser chamados de **complexos,** tendo representação na geometria, além de ganhar o status de campo numérico, sendo estudado dentro e fora da Ciência Matemática.

CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Segundo Iezzi *et al*. (2016), denomina-se conjunto dos Números Complexos o conjunto $\mathbb{C}$ de todos os pares ordenados pertencentes aos reais para os quais são válidas as definições:

- Igualdade: (a,b) = (c,d) ⇔ a = c e b = d
- Adição: (a,b) + (c,d) = (a + c, b + d)
- Multiplicação: (a,b) · (c,d) = (ac − bd, ad + bc)

Assim, $z \in \mathbb{C}$, temos que $z = (a, b), em\ que\ \ a \in \mathbb{R}\ e\ b \in \mathbb{R}$.

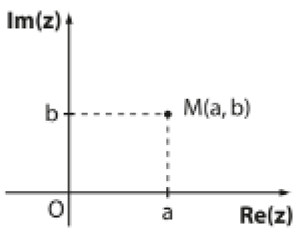
Dessa maneira temos que $z =$ (a,b),onde a ∈ $\mathbb{R}$ e b ∈ $\mathbb{R}$. A forma z = a+bi, é chamada de forma algébrica de z, onde **a** é chamado parte real de z e indicamos a = Re(z) e **b** é chamado parte imaginária de z e indica-se b = Im(z).

Sendo um número complexo um par ordenado de números reais, podemos dizer que existe uma correspondência biunívoca entre os elementos do conjunto $\mathbb{C}$ e o conjunto dos pontos de um plano, isto é, a cada número complexo z = (a,b) corresponde um único ponto M, de coordenadas (a,b), pertencente a um plano e reciprocamente.

Ao ponto M chamaremos de imagem ou afixo do número complexo z.

O plano ao qual M pertence é denominado Plano de Argand-Gauss, e é determinado pelos eixos perpendiculares, denominados de eixo real (Re(z)) e o eixo imaginário (Im(z)), representado na figura 1.

Figura 1. Plano de Argand-Gauss



Fonte: próprio autor

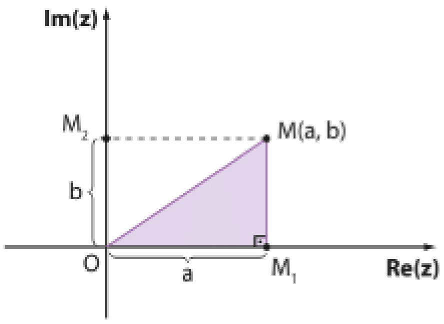
Dessa forma, pertencem ao eixo Re(z) as imagens dos Números Complexos de forma (x,0) e ao eixo Im(z), os Números Complexos da forma (0, y).

Módulo de um número complexo e sua interpretação geométrica

Dado um complexo z = a + bi, com a ∈ ℝ e b ∈ ℝ , denomina-se módulo de z, e indica-se por $|z|$ ou pela letra grega ρ (rô), o número real não negativo expresso da forma $|z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$.

No plano de Argand-Gauss, temos de acordo com a figura 2:

Figura 2. plano de Argand-Gauss com representação do triângulo $\mathrm{OMM_1}$



Fonte: próprio autor

O triângulo $\mathrm{OM_1M}$ é retângulo em $M_{1.}$

Então, aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$(OM)^2 = (OM_1)^2 + (MM_1)^2$$

Da figura temos que: $\mathrm{OM_1}$ = a e $\mathrm{MM_1} = \mathrm{OM_2}$ = b, então:

$$\mathrm{OM}^2 = \sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2} \Rightarrow \mathrm{OM} = \sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2} = |\mathrm{z}|$$

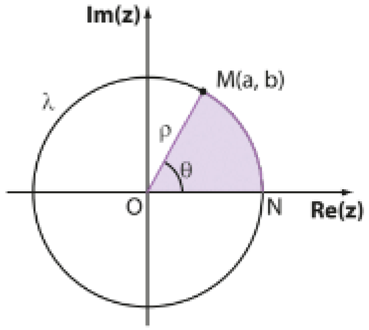
Do exposto, concluímos que: Geometricamente, o módulo de um número complexo é dado pela distância de sua imagem à origem do plano de Argand- Gauss.

Argumento de um número complexo

Sejam M a imagem de um complexo z = a + bi, não nulo, e N a intersecção da circunferência λ, de centro na origem O do plano e raio $\overline{OM},$ em que $OM = \rho = |\mathrm{z}|$ com o semieixo real positivo.

Denomina-se argumento de z qualquer ângulo θ que corresponde a um arco de $\lambda,$ de origem N e extremidade M, conforme figura 3.

Figura 3. Argumento do número Complexo z

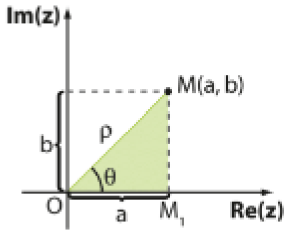


,

Fonte: próprio autor

Indica-se: θ = arg z, se $0 \leq \theta < 2\pi$, diz-se que θ é o argumento principal de z. Observemos que na figura 4 o triângulo $0MM_1$ é retângulo.

Figura 4. Triângulo Retângulo OMM_1



$$\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{a}{\rho} \\ \operatorname{sen}\theta = \dfrac{b}{\rho} \end{cases}$$

Fonte: próprio autor

Forma trigonométrica ou polar

Seja z = a + bi, um número complexo não nulo, com **a** e **b** reais, sabemos que $\theta =$ arg z satisfaz as condições:

$$\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{a}{\rho} \Rightarrow a = \rho \cdot \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta = \dfrac{b}{\rho} \Rightarrow b = \rho \cdot \operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

Então, substituindo a 1ª e 2ª equações em z = a + bi, temos:

$$z = \rho \cdot (\cos\theta + i \cdot \text{sen}\,\theta)$$

3.3.1 PESQUISAS RECENTES

Através de pesquisas recentes no Google Acadêmico, verificamos os trabalhos mais recentes sobre o tema Números Complexos que podem auxiliar como incentivo e conhecimento para discentes e docentes. Desses trabalhos escolhemos os que seguem:

I- **Números Complexos**: **Um estudo dos registros de representação e de aspectos gráficos**. A dissertação de autoria de Carlos Nely Clementino de Oliveira (2010) procura dar uma visão diferenciada sore o tema dos Números Complexos no que concerne aos aspectos gráficos, relacionados a rotações, translações, simetrias, ampliações e reduções no plano de Argand-Gauss.

II- **Potencializando o ensino de Números Complexos a partir da abordagem vetorial**. Esse trabalho de autoria de Daniella Assemany e Luiza Harab (2013), apresentado durante o VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, no Uruguai, mostra a partir do enfoque vetorial, uma abordagem geométrica ao estudo dos Números Complexos no ensino médio.

III- **Números Complexos e Polinômios: Estratégias de ensino para aplicação por meio do Geogebra**. Trabalho de dissertação de Rinaldo Gomes (2013) que utiliza a ferramenta Geogebra em turmas de terceiro ano do ensino médio para atividades envolvendo o tema Números Complexos e Polinômios.

IV- **Espectroscopia de impedância no laboratório de ensino**. Este artigo da Revista Brasileira de Ensino de Física (2008), mostra uma aplicação dos Números Complexos na área de eletrônica, mais precisamente um circuito de uma "caixa-preta".

CAPÍTULO 4

ENTENDENDO AS POSSÍVEIS RAZÕES PELAS QUAIS OS TEMAS: BINÔMIO DE NEWTON, DETERMINANTES E NÚMEROS COMPLEXOS ESTÃO EM DESUSO EM PROVAS DO ENEM

Neste capítulo iremos verificar através de pesquisas, em formato de entrevista estruturadas, com alguns professores que militam na educação básica, sobretudo no ensino médio de escolas públicas estaduais, Institutos federais e em instituições de ensino da rede privada e curso pré-vestibular, os motivos ou razões pelas quais os temas: Binômio de Newton, Determinantes e Números Complexos estão em desuso nas avaliações do ENEM. Para corroborar com esses relatos, traremos também algumas questões contextualizadas relativas a esses conteúdos, extraídas de livros didáticos e de vestibulares pelo Brasil.

Primeiramente apresentaremos as entrevistas realizadas com os professores que lecionam no ensino médio, nível de ensino que comportam os conteúdos elencados no nosso trabalho.

Para isso fizemos um questionário contendo sete perguntas distribuídas em dois grupos: quanto à formação profissional e local de trabalho, e outro conjunto de perguntas mais relacionadas aos temas específicos. Nesse contexto identificamos cada professor por professor A, professor B, até o professor J.

4.1 OPINIÃO DOS PROFESSORES

ROTEIRO DE ENTREVISTA

1- Qual a sua formação?

2- Quanto tempo está em sala de aula?

3- Em que séries trabalha?

4- A qual rede de ensino pertence a sua escola?

5- Você consegue trabalhar com os conteúdos: Binômio de Newton, Determinantes e Números Complexos?

6- Quando você consegue trabalhar com esses conteúdos, você enfatiza as utilidades deles na vida dos alunos?

7- Você tem alguma opinião formada porque esses conteúdos estão em desuso nos vestibulares, principalmente no ENEM?

RESPOSTAS

- **Professor A**:

1- Licenciatura em Matemática pela UFPE e Mestrado em Matemática pela UFRPE, programa PROFMAT.

2- Há 21 anos.

3- Turmas de técnico integrado, técnico subsequente e graduação.

4- Rede federal (IFPE)

5- Estou trabalhando com Determinantes na turma de Álgebra Linear.

6- Acho meio complicada essa pergunta. É aplicação da Matemática pra Matemática mesmo.

7- Não tenho uma opinião formada, mas acho que seja pela pouca possibilidade de contextualização desses conteúdos em relação aos demais.

- **Professor B**:

1- Especialização em Educação Matemática pela UFPE.

2- Mais de 20 anos.

3- Turmas de 2º e 3º anos do ensino médio.

4- Rede estadual de Pernambuco.

5- Em alguns anos deu pra abordar, depende do nível de conhecimento pré existente dos educandos.

6- Sim, a utilização para fins criptográficos, logísticos e elétricos.

7- Devido a complexidade na abordagem e a retirada desses assuntos dos livros didáticos atualmente.

- **Professor C**:

1- Especialização em Ensino da Matemática e concluindo Mestrado em Matemática, PROFMAT pela UFPB.

2- Há 36 anos.

3- Turmas de 1º, 2º e 3º anos do ensino médio.

4- Rede estadual da Paraíba.

5- Com alunos interessados por Matemática sim, esses alunos gostam da abstração, já com os alunos que não gostam de Matemática, fica bem difícil pois eles querem algo do dia a dia.

6- São assuntos que não tem muita praticidade no dia a dia e não tem como demonstrar essa prática na vida dos alunos.

7- São assuntos de difícil contextualização, não é fácil você elaborar questões desses assuntos de forma contextualizada.

- **Professor D**:

1- Especialização em Ensino da Matemática pela UFRPE.

2- Leciona há 19 anos.

3- Trabalha com as três séries do ensino médio.

4- Rede estadual do estado de Pernambuco.

5- Trabalha com todos esses conteúdos, inclusive com estudo dirigido.

6- Procura trabalhar a aplicabilidade dando ênfase as avaliações externas como ENEM, SAEBE, SAEPE e concursos.

7- Acredito que quando vamos analisar os livros didáticos esses assuntos são tratados de forma mecanizada, são conteúdos que primam muito por cálculo e não trazem a realidade do aluno, ou seja, não tem muita aplicabilidade.

- **Professor E**:

1- Mestre em Matemática pela UFPB

2- Há 15 anos.

3- 2º e 3º anos do ensino médio e cursinho pré-vestibular.

4- Estadual e privada do estado de Pernambuco.

5- Binômio de Newton e Determinantes.

6- Parcialmente, pois não são assuntos tão fáceis de contextualizar com o cotidiano do aluno.

7- Acredito que a falta de aplicabilidade em situações problemas que envolvam o cotidiano, vai de encontro à proposta inicial do ENEM, que é a problematização dessas situações. Mas, em minha opinião as provas de matemática poderiam voltar a abrir espaço para conteúdos como esses, fortalecendo uma base para os alunos que vão encarar um curso superior nas áreas de exatas.

- **Professor F**:

1- Licenciatura em Matemática pela UFPE.

2- Há 29 anos.

3- 3º anos do ensino médio.

4- Rede estadual de Pernambuco.

5- Sim, eu consigo, pois está no programa de Matemática da Secretaria de Educação do Estado.

6- Pra dizer a verdade não. Mas as vezes dou exemplo da vida cotidiana deles.

7- Não, sei que no ENEM realmente aboliram esse assunto.

- **Professor G**:

1- Mestrado em Matemática pela UFRPE.

2- Há 8 anos.

3- Todas as séries do ensino médio.

4- Rede estadual de Pernambuco.

5- Números Complexos raramente, mas consigo trabalhar com Binômio de Newton e Determinantes.

6- Determinantes e Binômio de Newton sim, mas a parte de Números Complexos é muito difícil para mostrar uma aplicação para os alunos.

7- No momento não, acredito que os alunos tenham muita dificuldade em aprender esses assuntos por isso estão ficando em desuso.

- **Professor H**:

1- Licenciatura em Matemática pela UFPB.

2- Há 14 anos.

3- Do 1º ao 3º ano do ensino médio e 9º ano do ensino fundamental.

4- Rede estadual e particular da Paraíba.

5- Sim, pois estão incluídos no livro didático.

6- Sim, principalmente para aplicação em outros contextos.

7- Acredito que pela dificuldade em contextualizar e colocar questões que façam parte do foco do ENEM, muito contextualizada e com poucos cálculos, devido ao pouco tempo que cada questão tem.

- **Professor I**:

1- Especialização em Ensino da Matemática pela UFRPE.

2- Há 29 anos.

3- Turmas do 1º aos 3º anos do ensino médio.

4- Rede estadual de Pernambuco.

5- Sim, consigo trabalhar os três conteúdos.

6- Sim, destacando algumas aplicações na resolução de problemas.

7- Eu acho que nos últimos anos vêm se dando ênfase aos conteúdos mais básicos da Matemática.

- **Professor J**:

1- Mestrado pela UFPB.

2- Há 12 anos.

3- Trabalho com todas as séries do ensino médio e uma turma do curso de engenharia elétrica.

4- Pertence a rede federal de Pernambuco.

5- Sim, consigo trabalhar com todos.

6- Sempre tento, principalmente Determinantes e Números Complexos.

7- Acredito que estão em desuso porque realmente não é fácil ter suas aplicações no cotidiano.

Após as entrevistas, apresentaremos questões dos temas: Binômio de Newton, Determinantes e Números Complexos que contenham os ingredientes de contextualização e/ou interdisciplinaridade, como é cobrado em provas do ENEM.

4.2 QUESTÕES DE VESTIBULARES

1- (UFG modificada) Após uma prova de 4 questões aplicada a 4 alunos, o professor construiu uma matriz (A) em que cada linha corresponde a um aluno e cada coluna às questões da prova, colocou 0 (zero) se o aluno errou a questão e 1 (um) se acertou. Com base nesse enunciado podemos afirmar:

a) Se um aluno tirou zero na prova, o determinante da matriz é zero?

Resolução: Sim, pois como uma das linhas da matriz A só tem elementos nulos, seu determinante necessariamente será igual a zero.

b) Se todos os alunos acertarem a totalidade das questões da prova, então det A ≠ 0?

Resolução: não, pois a matriz A seria uma matriz com pelo menos duas linhas iguais, logo, det A = 0

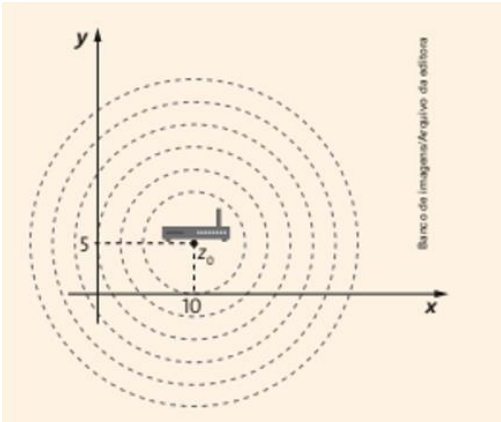
2- (UERJ 2012 adaptado) - Todas as n capitais de um país estão interligadas por estradas pavimentadas, de acordo com o seguinte critério: uma única estrada liga duas capitais. Com a criação de duas novas capitais, foi necessária a construção de mais de 21 estradas pavimentadas para que todas as capitais continuassem ligadas com o mesmo critério. Determine o número inicial de estradas.

Resolução: Devemos observar que cada uma das novas cidades deverá ser ligada a cada uma das n cidades e dessa forma, de cada uma delas partirão n novas estradas. Além disso, se faz necessário unir essas duas novas por uma estrada. Assim, $2n + 1 = 21$, ou seja, $n = 10$. Então o total de estradas no início era:

$\binom{n}{2} = \binom{10}{2} = 45$.

3- (UFSM-RS) No plano complexo, o ponto z_o representa o local de instalação de uma antena *wireless* na praça de alimentação de um *shopping.*

Figura 5. questão vestibular UFSM-RS. 2014



Fonte: https://bemvin.org/prova-comentada-prova-da-ufsm-2014-ps1.html.

Os pontos z = x + yi que estão localizados no alcance máximo dessa antena satisfazem a equação $|z - z_0| = 30$.

De acordo com os dados, esses pontos pertencem a circunferência dada por:

a) $x^2 + y^2 - 20x - 10y - 775 = 0$.

b) $x^2 + y^2 - 900 = 0$.

c) $x^2 + y^2 - 10x + 20y - 775 = 0$.

d) $x^2 + y^2 - 10x + 20y - 900 = 0$.

e) $x^2 + y^2 - 20x - 10y - 900 = 0$.

Resolução: A partir das coordenadas da antena, temos: $z_0(10,5) \therefore z_0 = 10 + 5i$, a partir da equação $|z - z_0| = 30$, temos que $|x + yi - 10 - 5i| = 10$, efetuando o desenvolvimento , temos: $\sqrt{(x-10)^2 + (y-5)^2} = 30 \Rightarrow (x-10)^2 + (y-5)^2 = 900 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 20x + 100 + y^2 - 10y + 25 - 900 = 0$

donde $x^2 + y^2 - 20x - 10y - 775 = 0$, alternativa (**a**)

4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Através das tabelas e gráficos e das análises da matriz de referência do ENEM e documentos como os PCNs e BNCC, apresentados no capítulo anterior, pudemos observar que os temas em questão, Números Complexos, Binômio de Newton e Determinantes, não fazem mais parte da maioria desses documentos e quando fazem, ficam em condição de escolha para utilização por parte do professor, produzindo dessa forma menos importância em relação aos demais.

Por outro lado, através das entrevistas estruturadas realizadas com professores com vasta experiência na educação básica, sobretudo no ensino médio, foram verificados vários aspectos que corroboram para constatar essa tendência. Uma significativa parcela dos entrevistados mencionou o fato de alguns conteúdos não estarem previstos nos PCNs, no BNCC ou na Matriz de Referência do ENEM, mas também há uma dificuldade dos estudantes em aprenderem tais conteúdos, seja pelo seu grau de complexidade ou porque não encontram aplicação prática em seu cotidiano. Outros aspectos igualmente relevantes consistem em: 1) alguns desses conteúdos estarem no final dos livros utilizados como material didático, questão que contribui para a falta de tempo em lecionar o assunto; 2) uma falta de contextualização e interdisciplinaridade que na abordagem desses temas, argumento esse que achamos mais importante em todos os relatos dos professores.

Quanto às questões de vestibulares, pesquisamos em vários livros didáticos, sites educativos, provas de concursos e vestibulares do país, e o que constatamos foi uma enorme dificuldade em obtê-las no formato de contextualização e interdisciplinaridade, como sugere o ENEM, fato que, mais uma vez, corrobora com todos os outros argumentos já citados, indicando os motivos que levam esses conteúdos a estarem em desuso nas provas do ENEM.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Realizamos esse trabalho com o objetivo principal de analisar os conteúdos de Matemática em desuso nas provas de todas as edições do ENEM, nesse caso escolhemos Binômio de Newton, Determinantes e Números Complexos, apresentando sua história e aplicações práticas que levem a professores e estudantes a refletirem sobre a importância e continuidade de seus estudos de forma estimulante e propositiva, uma vez que, por não estarem presentes em provas de ENEM ou principais vestibulares, tais conteúdos passaram a ser menos ou não estudados e terem sua importância diminuída por parte de alguns estudantes e por conseguinte deixarem de ser ofertados por alguns docentes.

Para tal, durante o desenvolvimento desse trabalho, fizemos um histórico sobre o surgimento do ENEM, sua importância para o desenvolvimento do ensino básico e políticas educacionais, destaque de como funcionavam os vestibulares das Universidades UFPE e UFPB antes de adotarem o ENEM como principal forma de acesso, mudanças dos dias de avaliação e como fatores principais: analisar através de gráficos e tabelas padrões envolvidos em suas questões, entrevistas estruturadas com professores de instituições públicas e privadas que atuam no ensino médio, como também a apresentação de questões com o teor de contextualização exigido no ENEM.

Observamos através das pesquisas bibliográficas e provas de vários vestibulares que antes da criação do ENEM, não havia por parte das universidades em seus vestibulares um padrão na escolha dos temas que comporiam as questões de Matemática e fatores como contextualização e interdisciplinaridade eram pouco explorados.

Avaliamos que após a criação do ENEM, as questões passaram a ter um maior rigor em termos de formulação e os conteúdos passaram a obedecer a um critério de qualificação promovidos pela Matriz de Referência do ENEM, onde cada questão é observada sobre a análise da competência e habilidade a que cada candidato é submetido durante a realização das provas. Além disso, assim como a matriz de referência do ENEM, os PCNs e BNCC deixaram de fora de sua composição alguns componentes curriculares, fazendo com que alguns desses temas passassem a despertar pouco ou nenhum interesse por parte dos estudantes, pois não seriam exigidos em provas do ENEM e nesse contexto alguns professores também passaram a não mais ofertá-los.

Diante disso vemos que conteúdos como Binômio de Newton, Números Complexos e Determinantes, passaram a ser pouco ou não mais explorados em provas do ENEM, e em consequência disso, esperamos que os que militam na educação, principalmente os docentes e discentes encontrem nesse trabalho uma fonte de informação e contribuição para observarem e despertarem o interesse por temas que embora estejam sendo pouco ou não exigidos em exames como o ENEM, têm sua importância e papel importante não somente na Matemática como também em várias áreas do conhecimento humano.

REFERÊNCIAS

ASSEMANY, Daniella; HARAB, Luiza. **Potencializando o Ensino de Números Complexos a Partir da Abordagem Vetorial**. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Outros Documentos (Matriz De Referência do Enem)**. 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/outros-documentos>. Acesso em: 10 Out. 2020.

CASTRO, Maria Helena Guimarães de; TIEZZI, Sergio. A Reforma do Ensino Médio e a Implantação do Enem no Brasil. **Desafios**, v. 65, n. 11, p. 46-115, 2004.

CASSIANI, Suzani; DA SILVA, Henrique César; PIERSON, Alice Helena Campos. **Olhares para o ENEM na Educação Científica e Tecnológica**. Junqueira&Marin Editores, 2016.

CHINAGLIA, D. L. *et al*. Impedance Spectroscopy Used in a Teaching Lab. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, n. 4, p. 4504.1-4504.9, 2008.

CUNHA, Leandro Solano Carneiro da. **Uma Conexão entre Binômio de Newton e Probabilidade**. 2017.

FERREIRA, G. S. S. *et al*. **Jogando Dominó:** um Jeito Novo de Aprender Matrizes e Determinantes. Congresso Norte Nordeste de Pesquisa e Inovação (VII CONNEPI). Salvador: [s.n.]. 2013. p. 7.

FRIZANCO, O. **Cálculo I - Fundamentos e Aplicações**. 1ª. ed. Curitiba: Clube de autores, v. I, 2016.

GARBI, Gilberto Geraldo. **O Romance das Equações Algébricas**. Editora Livraria da Física, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6ª. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, Reinaldo. Números Complexos e Polinômios: Estratégias de Ensino para Aplicação por Meio do Geogebra. 2013.

IEZZI, G. *et al*. **Matemática Ciência e Aplicações**. 9ª. ed. São Paulo: Saraiva, v. 2, 2016.

IEZZI, G.; HAZZAN, S. **Fundamentos de Matemática Elementar**. 6ª. Ed. São Paulo: Atual, 1993.

JAHN, Marta Lena *et al*. **A Geometria de Matrizes e Determinantes**. 2013.

LEACHENSKI, Alan Alceu *et al*. **Binômio de Newton com Expoente Negativo e Fracionário**. 2017.

LOPES, Thiago Beirigo. **Números Complexos: uma Metodologia Baseada na História para Obtenção de Conceito**. 1ª. ed. Confresa: Clube de Autores, 2016.

MINHOTO, Maria Angélica Pedra. **Institucionalização do Enem em Perspectiva Crítica**. Editora Appris, 2018.

NASCIMENTO, J. S. **ENEM: Regras e Estratégias no Jogo das Classificações e Desclassificações**. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2018.

OLIVEIRA, Carlos Nely Clementino de *et al*. **Números Complexos: um Estudo dos Registros de Representação e de Aspectos Gráficos**. 2010.

PASQUALI, Luiz. **TRI–Teoria de resposta ao item: Teoria, procedimentos e aplicações**. Editora Appris, 2020.

RAMOS, Z. **Entendendo o ENEM**. 1ª. ed. Joinville: Clube de Autores, 2015. 180 p.

REVISTA BRASILEIRA DE ENSINO DE FÍSICA. Vol. 30. No. 4. São Paulo. Out./Dez. 2008.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. D. S. V. **Matemática Ensino Médio**. 5ª. ed. SÃO PAULO: SARAIVA, v. 1, 2005.

SILVA, Paulo Henrique da. **Usos do Binômio de Newton em Diferentes Contextos**. 2016.

STEINHORST, Aroldo César. **O Processo de Construção dos Conceitos de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares no Ensino Médio, Utilizando a Planilha como Recurso: um Estudo Comparativo**. 2011. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

TAVARES, Agamenon Henrique de Carvalho. **Usando a História da Resolução de Alguns Problemas para Introduzir Conceitos: Sistemas Lineares, Determinantes e Matrizes**. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

TOGNATO II, José Osvaldo. **O Binômio de Newton**. 2013.

ANEXO

Matriz de Referência do ENEM

EIXOS COGNITIVOS: (comuns a todas as áreas de conhecimento)

I- **Dominar Linguagens (DL)**: dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemáticas, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.

II- **Compreender fenômenos (CF)**: construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III- **Enfrentar situações-problema (SP):** selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV- **Construir argumentação (CA):** relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V- **Elaborar propostas (EP)**: recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para a elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Matriz de Referência de Matemática e Suas Tecnologias

Competência de área 1- Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1- Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações- naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2- Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6- Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7- Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8- Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9- Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10- Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12- Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13- Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14- Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 - Construir noção de variação de grandezas para a representação da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15- Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16- Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17- Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18- Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19- Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20- Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21- Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22- Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23- Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6- Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24- Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25- Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26- Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7- compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27- Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28- Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29- Utilizar conhecimento de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30- Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.