



**SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

IVAN FLOR DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA PLANILHA EXCEL NO
ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA**

**PORTO VELHO
2021**

IVAN FLOR DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA PLANILHA EXCEL NO
ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT no Polo da Universidade Federal de Rondônia – UNIR, como requisito parcial para obtenção de Mestre em Matemática, tendo como orientador o Prof. Dr. Adeilton Fernandes da Costa.

Porto Velho

2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Fundação Universidade Federal de Rondônia

Gerada automaticamente mediante informações fornecidas pelo(a) autor(a)

S586p Silva, Ivan Flor da.

Uma proposta de utilização da planilha excel no ensino-aprendizagem da matemática financeira / Ivan Flor da Silva. -- Porto Velho, RO, 2021.

54 f. : il.

Orientador(a): Prof. Dr. Adeilton Fernandes da Costa

Coorientador(a): Prof. Dr. ADEILTON FERNANDES DA COSTA.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Fundação Universidade Federal de Rondônia

1.Excel. 2.Matemática Financeira. 3.Ensino-Aprendizagem. 4.Planilha. 5.Funções do Excel. I. Costa, Adeilton Fernandes da. II. Título.

CDU 330.4:51

Bibliotecário(a) Luã Silva Mendonça

CRB 11/905



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ATA DE DISSERTAÇÃO

ATA DA QUINQUAGÉSSIMA SÉTIMA SESSÃO DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DO

CURSO DE MESTRADO – PROFMAT/UNIR, POLO PORTO VELHO.

MESTRANDO: Ivan Flor da Silva

INÍCIO DO CURSO: março/2019

Aos trinta e um dias do mês de março de 2021, às nove horas e trinta minutos, por videoconferência no Google Meet, foi realizada a sessão de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do mestrando **IVAN FLOR DA SILVA**, como requisito obrigatório estabelecido nos termos dos artigos 37, 41, 42 do Regimento Interno do PROFMAT/UNIR. A Comissão Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa, foi composta pelos membros: Prof. Dr. Adelton Fernandes da Costa (Orientador), Prof. Dr. Flávio Batista Simão (membro interno), Prof. Dr. Marinaldo Felipe da Silva (membro interno) e Prof.ª Dr.ª Maria das Graças Viana de Sousa (membro externo ao Programa), sob a presidência do primeiro, julgou o trabalho intitulado "**Uma proposta de utilização da planilha excel no ensino-aprendizagem da matemática financeira**". Após a defesa apresentada pelo mestrando e arguições pela Comissão, o trabalho foi considerado "APROVADO" e, em razão das recomendações dos membros da Comissão, o Senhor Presidente se comprometeu a orientar a sequência do processo da elaboração da versão final com a inclusão das recomendações realizadas. Nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão e, para constar, foi lavrada a presente ATA, que vai assinada digitalmente pelos membros da Comissão Examinadora e o Mestrando.



Documento assinado eletronicamente por **ADEILTON FERNANDES DA COSTA**, Docente, em 31/03/2021, às 12:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **MARINALDO FELIPE DA SILVA**, Membro da Comissão, em 31/03/2021, às 12:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **FLAVIO BATISTA SIMAO**, Docente, em 31/03/2021, às 12:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **MARIA DAS GRACAS VIANA DE SOUSA**, Docente, em 31/03/2021, às 22:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por IVAN FLOR DA SILVA, Usuário Externo, em 23/04/2021, às 12:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.unir.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0637407** e o código CRC **93369A7C**.

A minha mãe, Professora Walda Flor da Silva, por ser minha inspiração na busca de conhecimento, e a minha esposa Neide Lima Steele, pela paciência e tolerância nos momentos de minhas ausências no âmbito familiar, bem como aos meus filhos Iran, Vitor, Vinícius e Heloísa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por permitir que eu realizasse este Mestrado, bem como pela Sua grandiosa ajuda durante essa jornada;

A minha querida mãe Walda Flor da Silva, minha grande incentivadora e inspiradora, pois é exemplo de determinação;

A minha esposa, Neide Lima Steele, pelo indispensável apoio e compreensão nos momentos que estive ausente do convívio familiar;

Aos meus filhos Iran, Vitor, Vinícius e Heloísa por entenderem ser necessário a minha ausência em momentos importantes nas suas vidas;

Ao meu orientador Prof. Dr. Adeilton Fernandes da Costa, por compartilhar seu conhecimento e tornar possível a realização deste trabalho;

Aos meus amigos de curso: Ana, Adão, Aprígio, Carlos, Erisvaldo, Edleuza, Gleice e Walmor, pela troca de conhecimentos e de momentos marcantes os quais guardaremos na memória para sempre;

Aos docentes do PROFMAT-UNIR: Prof. Dr. Adeilton Fernandes da Costa, Prof. Phd Tomás Daniel Menéndez Rodriguez, Prof. Dr. Marinaldo Felipe da Silva, Prof. Dr. Flávio Batista Simão e Prof. Ms. Ronaldo Chaves Cavalcanti, que proporcionaram o enriquecimento dos meus conhecimentos matemáticos.

RESUMO

Nos dias atuais, com os avanços tecnológicos, nos dispomos de mais ferramentas para o processo de aprendizagem no ensino da Matemática, tais como os *Softwares* Geogebra, Graphmatica, Maxima, entre outros.

O que propomos neste trabalho é a utilização do *Software* Microsoft Excel no Ensino da Matemática Financeira.

Para isto, foi feito um levantamento de conteúdos propostos para o ensino da Matemática Financeira e as funções oferecidas pelo Excel que podem ser usadas para o processo de ensino-aprendizagem.

Almeja-se assim, que este trabalho possa contribuir de forma reflexiva e ativa na prática pedagógica no referido cenário, e melhore a aproximação e o desempenho desses estudantes no que tange o estudo da Matemática e das Tecnologias Educacionais.

Palavras-chave: Matemática. Tecnologia Educacional. Excel.

ABSTRACT

Nowadays, with technological advances, we have more tools for the learning process in the teaching of Mathematics, such as the Geogebra, Graphmatica, Maxima softwares, among others.

What we propose in this work is the use of Microsoft Excel Software in the Teaching of Financial Mathematics.

For this, we carried out a survey of contents proposed for the teaching of Financial Mathematics and the functions offered by Excel that can be used for the teaching-learning process.

It is aimed, therefore, that this work can contribute in a reflexive and active way in the pedagogical practice in the referred scenario, and improve the approach and the performance of these students regarding the study of Mathematics and Educational Technologies.

Keywords: Mathematics. Educational technology. Excel.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Mostra a célula no Excel	18
Quadro 2 - Mostra a tela do Excel	20
Quadro 3 - Tabela com os operadores do Excel	21
Quadro 4 - Exemplo de cálculo da Atividade 1 no Excel	23
Quadro 5 - Exemplo de cálculo da Atividade 2 no Excel	23
Quadro 6 - Exemplo de cálculo da Atividade 3 letra (a) no Excel	24
Quadro 7 - Exemplo de cálculo da Atividade 3 letra (b) no Excel	24
Quadro 8 - Exemplo de cálculo da Atividade 4 no Excel	27
Quadro 9 - Exemplo de cálculo da Atividade 5 no Excel	27
Quadro 10 - Exemplo de cálculo da Atividade 6 no Excel	28
Quadro 11 - Exemplo de cálculo da Atividade 7 no Excel	29
Quadro 12 - Exemplo de cálculo da Atividade 8 no Excel	29
Quadro 13 - Exemplo de cálculo da Atividade 9 no Excel	31
Quadro 14 - Exemplo de cálculo da Atividade 10 no Excel	31
Quadro 15 - Exemplo de cálculo da Atividade 11 no Excel	33
Quadro 16 - Exemplo de cálculo da Atividade 12 no Excel	34
Quadro 17 - Resolução da atividade 13 no Excel, Tabela SAC sem valores	36
Quadro 18 - Resolução da atividade 13, Tabela SAC, valores da amortização.	36
Quadro 19 - Resolução da atividade 13, Tabela SAC, juros e saldo devedor ..	37
Quadro 20 - Resolução da atividade 13, Tabela SAC, Tabela completa	37
Quadro 21 - Atividade 14, Planilha de financiamento vazia, no Excel	39
Quadro 22 - Atividade 14, Planilha de financiamento completa, no Excel	40
Quadro 23 - Tabela de Juros Simples sem valores	41
Quadro 24 - Tabela de Juros Simples com valores	43
Quadro 25 - Tabela de Juros Compostos sem valores	43
Quadro 26 - Tabela de Juros Compostos com valores	45
Quadro 27 - Tabela de Sistema de Amortização PRICE sem valores	46
Quadro 28 - Tabela de Sistema de Amortização PRICE inserindo fórmulas	48
Quadro 29 - Tabela de Sistema de Amortização PRICE, para preencher as demais linhas	49
Quadro 30 - Tabela de Sistema de Amortização PRICE toda preenchida	50
Quadro 31 - Tabela de Sistema de Amortização SAC sem valores	51

Quadro 32 - Tabela de Sistema de Amortização SAC inserindo fórmulas	52
Quadro 33 - Tabela de Sistema de Amortização SAC, para preencher as demais linhas	53
Quadro 34 - Tabela de Sistema de Amortização SAC toda preenchida	53
Quadro 35 - Gráfico comparativo entre PRICE e SAC	54

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	14
INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO 2	16
UMA BREVE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	16
2.1 Os Juros e os Impostos	16
CAPÍTULO 3	18
PLANILHA ELETRÔNICA (MS EXCEL)	18
3.1 Componentes de uma Planilha Eletrônica	18
3.1.2 Célula.....	18
3.1.3 Valores.....	19
3.1.4 Fórmula.....	19
3.1.5 Testes Lógicos.....	19
3.2 Tela do Excel	20
3.3 Conceitos básicos	20
3.3.1 Operadores.....	20
CAPÍTULO 4	22
JUROS SIMPLES	22
4.1 Fórmula dos juros simples	22
4.2 Taxas Proporcionais	24
CAPÍTULO 5	25
JUROS COMPOSTOS	25
5.1 Fórmulas de Juros Compostos	25
5.2 Taxas Equivalentes	30
5.3 Taxa Nominal ou Aparente e Taxa Efetiva	32
CAPÍTULO 6	35

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO	35
6.1 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)	35
6.2 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS (Price ou SAF)	37
CAPÍTULO 7	41
AUTOMATIZAÇÃO DE PLANILHAS DO EXCEL	41
7.1 Calculadora dos Juros Simples no Excel	41
7.1.1 Construção de calculadora Juros Simples	41
7.2 Calculadora dos Juros Composto no Excel	43
7.2.1 Construção de calculadora Juros Compostos	43
7.3 Calculadora do Sistema Price no Excel	45
7.3.1 Construção de calculadora Sistema Price	45
7.4 Calculadora do Sistema SAC no Excel	50
7.4.1 Construção de calculadora Sistema SAC	50
7.5 Comparativo Entre os Sistemas Financeiros SAC e PRICE	53
CAPÍTULO 8	56
CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
REFERÊNCIAS	58

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

O mundo evoluiu bastante, no que se refere às tecnologias. Os alunos de hoje podem e devem utilizar essas tecnologias como, por exemplo, o aplicativo MicroSoft Excel a seu favor, no processo de ensino-aprendizagem. Em especial na Matemática Financeira, com suas variadas fórmulas: porcentagem, juros simples e compostos, cálculos de financiamentos (métodos Price e SAC, dentre outros).

O uso da planilha do Excel no ensino da Matemática Financeira, pode levar o estudante a ter mais domínio com as fórmulas evitando os cansativos cálculos e assim oportunizar o raciocínio, a criatividade e a interpretação.

O computador, fruto da revolução tecnológica dos últimos tempos, constitui uma importante ferramenta de auxílio na prática pedagógica docente que almeja realizar e inovar em seus métodos de ensino (PACHECO e BARROS, 2016).

Em particular no ensino da Matemática Financeira, a aplicação das fórmulas no referido aplicativo, obtém-se algo atrativo e prático para os estudantes. Além de ser uma oportunidade para os alunos conhecerem novas ferramentas. Proporcionando uma aprendizagem não só do abstrato, mas também de algo útil para o mercado de trabalho que este cidadão vai se deparar no futuro.

Nessa perspectiva, diante da necessidade dos alunos de recursos capazes de subsidiar no processo de ensino-aprendizagem é que apresentaremos essa ferramenta que é o Excel, com suas fantásticas planilhas eletrônicas.

Para tanto, foram delineados os seguintes objetivos específicos: apresentar a parte teórica da matemática financeira, como, Juros Simples e Compostos, sistemas financeiros Price e SAC, seguidos de exemplos práticos. Em seguida, com este conteúdo, construiremos calculadoras, utilizando as planilhas eletrônicas.

No **Capítulo 2**, faremos uma breve abordagem sobre a História da Matemática Financeira: os primeiros textos populares de aritmética, os primeiros juros e impostos que se têm notícias.

No **Capítulo 3**, trataremos os Juros Simples, definindo-o, apresentando fórmulas e exemplificando-o.

Em seguida, no **Capítulo 4**, definiremos Juros Compostos, taxas equivalente, nominal ou aparente e taxa efetiva, seguido de exemplos práticos.

Na continuação, no **Capítulo 5**, abordaremos sobre Sistema de Amortização Constante (SAC), o qual é comumente utilizado em financiamento de habitação, também daremos exemplos práticos.

No **Capítulo 6**, definiremos Sistema de Amortização Francês (Price ou SAF), o qual é comumente utilizado em empréstimos bancários.

Seguindo, no **Capítulo 7**, conceituaremos Planilha Eletrônica, apresentando seus componentes.

No **Capítulo 8**, apresentaremos e ensinaremos sobre automatização de planilhas do Excel, na qual envolve a criação de códigos para interagir com o Excel e executar tarefas automaticamente.

Por fim, no **Capítulo 9**, faremos as nossas considerações finais.

CAPÍTULO 2

2 UMA BREVE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Como consequência do interesse pela educação e do crescimento enorme da atividade comercial no Renascimento, começaram a aparecer muitos textos populares de aritmética. Três centenas desses livros foram impressos na Europa antes do século XVII. Essas obras eram de dois tipos, basicamente aquelas escritas em latim por intelectuais de formação clássica, muitas vezes ligados a escolas da igreja, e outras escritas no vernáculo por professores práticos interessados em preparar jovens para carreiras comerciais.

A mais antiga aritmética impressa é a anônima e hoje extremamente rara Aritmética de Treviso, publicada em 1478 na cidade de Treviso. Trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo. Como os "algoritmos" iniciais do século XIV, ela também inclui questões recreativas. Foi o primeiro livro de matemática a ser impresso no mundo ocidental. (PITON-GONÇALVES, 2005)

Bem mais influente na Itália que a Aritmética de Treviso foi a aritmética comercial escrita por Piero Borghi. Esse trabalho altamente útil foi publicado em Veneza em 1484 e alcançou pelo menos dezessete edições, a última de 1557. Em 1491 foi publicada em Florença uma aritmética menos importante, de autoria de Filippo Calandri, porém interessante para nós pelo fato de conter o primeiro exemplo impresso do moderno processo de divisão e também os primeiros problemas ilustrados a aparecerem na Itália. (PITON-GONÇALVES, 2005).

2.1 Os Juros e os Impostos

Os juros e os impostos existem desde os primeiros registros de civilizações. Um dos primeiros indícios apareceram na Babilônia, por volta de 2000 a.C. Nas citações mais antigas, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou outras

conveniências emprestadas, tais como outros bens. Muitas das práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes e de outros produtos agrícolas. (PITON-GONÇALVES, 2005).

A História também revela que a ideia de juro estava tão bem estabelecida que data-se uma firma de banqueiros internacionais em 575 a.C., com os escritórios centrais na Babilônia. Sua renda era proveniente das altas taxas de juros cobradas pelo uso de seu dinheiro para o financiamento do comércio internacional.

O juro não é apenas uma das nossas mais antigas aplicações da matemática financeira e economia, mas também seus usos sofreram poucas mudanças através dos tempos. Como em todas as instituições que tem existido por milhares de anos, algumas das práticas relativas aos juros têm sido modificadas para satisfazerem às exigências posteriores. Mas alguns dos antigos costumes ainda persistem, de tal modo que o seu uso, nos dias atuais, ainda os envolve.

Entretanto, devemos lembrar que todas as antigas práticas que ainda persistem foram inteiramente “lógicas” no tempo de sua origem. Por exemplo, quando as sementes eram emprestadas para a semeadura de uma certa área, era lógico esperar o pagamento na próxima colheita no prazo de um ano. Assim, o cálculo de juros em uma base anual era mais razoável tão quanto o estabelecimento de juros compostos para o financiamento das antigas viagens comerciais. Essas não poderiam ser concluídas em um ano. Conforme a necessidade de cada época e período da história, foi se criando novas formas de se trabalhar com a relação tempo e juros (semestral, bimestral, diário, etc.).

Há tábuas nas coleções de Berlín, de Yale e do Louvre que contêm problemas sobre juros compostos e há algumas tábuas em Istambul que resolviam algumas equações exponenciais. Por exemplo, em uma tábua do Louvre (cerca de 1700 a.C.) há o seguinte problema: “por quanto tempo deve-se aplicar uma certa soma de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ela dobre?” (PITON-GONÇALVES, 2005).

CAPÍTULO 3

3 PLANILHA ELETRÔNICA (EXCEL)

Planilha eletrônica, ou seja, o Excel ou *Calc (LibreOffice)*, são *softwares* de computador que utiliza tabelas para realização de cálculos ou apresentação de dados. Cada tabela é formada por uma grade composta de linhas e colunas. O nome eletrônica se deve à sua implementação por meio de programas de computador. Para identificarmos uma célula, normalmente utilizamos o nome da coluna seguido do nome da linha. Por exemplo, se tomarmos a coluna de nome A e a linha de número 10, neste cruzamento teremos a célula A10. As planilhas são utilizadas principalmente para aplicações financeiras e pequenos bancos de dados.

3.1 Componentes de uma Planilha Eletrônica

3.1.2 Célula

O elemento indicado pelo cruzamento entre uma linha e uma coluna chama-se célula. Células são o componente elementar de uma planilha eletrônica. Toda a informação, como valores e fórmulas, deve ser colocada em alguma célula para poder ser utilizada.

Quadro 1 - Mostra a célula no Excel

O diagrama mostra uma grade de planilha com colunas rotuladas de A a H e linhas rotuladas de 1 a 5. A célula na interseção da coluna A e da linha 1 está destacada com uma borda verde. Uma seta azul aponta para esta célula com o rótulo 'Célula'.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								

Fonte: Dados primários

3.1.3 Valores

Valores numéricos (números, data e hora), textuais e fórmulas (expressões e funções).

3.1.4 Fórmula

Uma fórmula algébrica define como deve ser calculado o valor de uma célula de uma planilha eletrônica. O conceito de fórmula, que é basicamente o conceito elementar de fórmula matemática, é que dá as planilhas eletrônicas seu principal motivo de existência.

As fórmulas podem ser fórmulas aritméticas ou mais avançadas, usando funções internas da planilha. Essas funções oferecem desde mecanismos de simplificação da construção de fórmulas (como a função SOMA, que admite conjuntos de células como parâmetros) até funções matemáticas ou estatísticas bastante complexas.

Atualmente as planilhas eletrônicas ainda permitem que o usuário defina suas próprias fórmulas, usando para isso uma linguagem de programação, como *VisualBasic for Applications* no caso do Microsoft Excel.

Um exemplo de fórmula é "`=A1+A2+A3+A4+A5`", que pode ser substituída pela função "`=SOMA(A1:A5)`", que é mais prático de usar.

Há outras maneiras de se executar as fórmulas, no Excel uma soma pode ser feita através de seleção, e usar a ferramenta, identificada pela letra grega SIGMA Σ .

3.1.5 Testes Lógicos

São testes que retornam valores do tipo VERDADEIRO, FALSO ou uma condição pré-estabelecida, comumente se usa a fórmula com os conectivos SE, E e OU.

Exemplos: 1) Digamos que a célula A1=10. Seja a fórmula `=A1>15`. Ela retornará como resultado FALSO, pois $10 < 15$;

2) Digamos que a célula A1=100 e B1=200. Seja a fórmula `=SE(E(A1>50;B1>100);"Meta Atingida";"Meta Não Atingida")`, que significa: Se A1 for

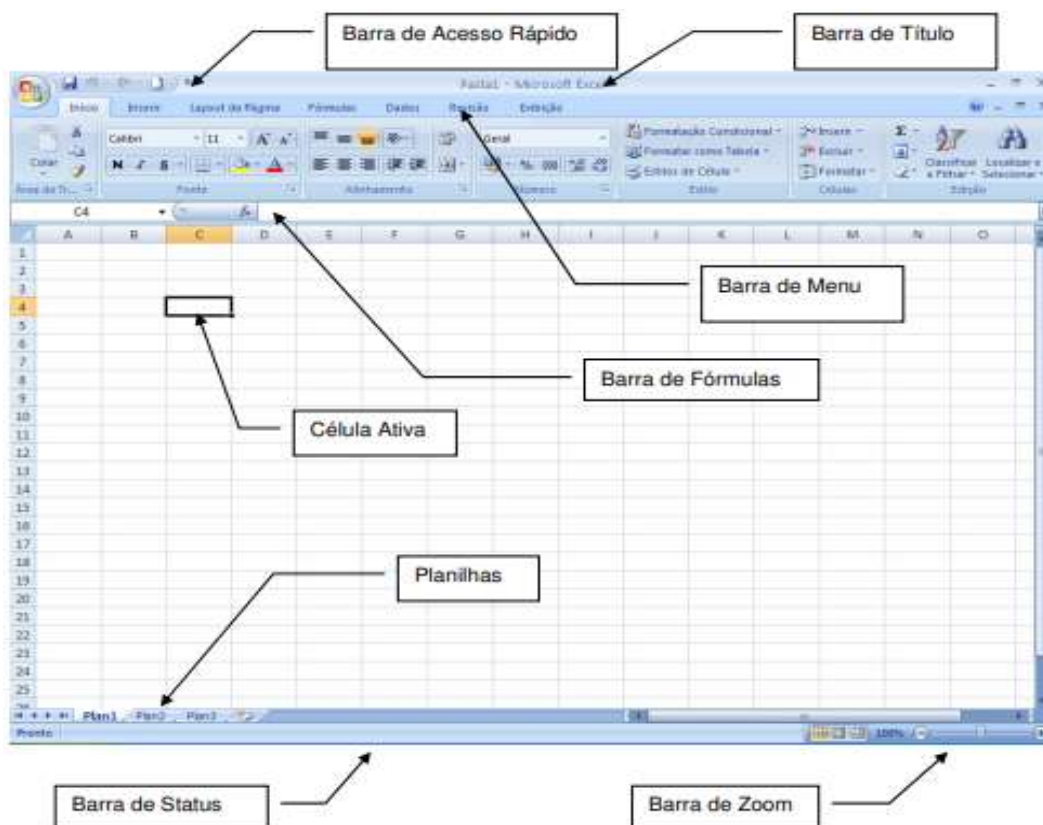
maior que 50 e B1 for maior que 100 então retornar “Meta Atingida”, caso contrário “Meta Não Atingida”. Como as duas condições são satisfeitas, terá como resultado “Meta Atingida”.

3) Digamos que a célula A1=100 e B1=200. Seja a fórmula =SE(OU(A1>50;B1<100);”Meta Atingida”;”Meta Não Atingida”), que significa: Se A1 for maior que 50 ou B1 for menor que 100 então retornar “Meta Atingida”, caso contrário “Meta Não Atingida”. Como pelo menos uma das duas condições foi satisfeita, terá como resultado “Meta Atingida”.

3.2 Tela do Excel

Conhecendo a tela inicial do *software* Excel, juntamente com a apresentação de suas ferramentas básicas

Quadro 2 - Mostra a tela do Excel



Fonte: Dados primários

3.3 Conceitos básicos

Vejamos os operadores utilizados na construção de fórmulas

3.3.1 Operadores

Para construir as fórmulas do Excel, primeiro precisa-se conhecer os operadores matemáticos e de igualdade, conforme demonstrado no 'Quadro 3'.

Quadro 3 - Tabela com os operadores do Excel

		EXEMPLO (Seja: A1=12 e B1=4)	
SINAL	FUNÇÃO	FÓRMULA	RETORNA
+	ADIÇÃO	=A1+B1	16
-	SUBTRAÇÃO	=A1-B1	8
*	MULTIPLICAÇÃO	=A1*B1	48
/	DIVISÃO	=A1/B1	3
%	PORCENTAGEM	=A1*10%	1,2
^	EXPONENCIAÇÃO	=A1^3	1.728
=	IGUALDADE	=A1=B1	FALSO
<>	DIFERENTE	=A1<>B1	VERDADEIRO
>	MAIOR QUE	=A1>B1	VERDADEIRO
<	MENOR QUE	=A1<B1	FALSO
>=	MAIOR OU IGUAL A	=A1>=B1	VERDADEIRO
<=	MENOR OU IGUAL A	=A1<=B1	FALSO

Fonte: Dados primários

CAPÍTULO 4

4 JUROS SIMPLES

O juros simples é calculado com base em um valor fixado chamado de capital inicial. Trata-se de uma porcentagem do capital inicial aplicada durante determinado tempo. A principal característica do juros simples é que o valor não se altera no decorrer dos meses.

4.1 Fórmula do juros simples

A fórmula do juros simples é dada por:

$$j = C \cdot i \cdot t$$

Onde:

j = juros simples

C = capital

i = taxa percentual

t = tempo

Como corolário desta expressão, temos a fórmula do montante que é a soma do principal com os juros:

$$M = C + j \Rightarrow M = C + C \cdot i \cdot t \Rightarrow \mathbf{M = C(1 + i \cdot t)}$$

Atividade 1: Quanto renderia de juros R\$ 100 aplicados durante 12 meses, a 1% ao mês no regime de juros simples?

$j = ?$

$C = R\$ 100$

$i = 1\%$ ou 0,01 a.m (ao mês)

$t = 12$ meses

Quadro 4 - Exemplo de cálculo da Atividade 1 no Excel

The image shows two Excel spreadsheets illustrating the calculation of interest (j) in cell D3. The first spreadsheet shows the formula $j = C \cdot i \cdot t$ in cell D3, with the formula bar displaying $=B2*B3*B4$. The second spreadsheet shows the result 12 in cell D3, with the formula bar displaying $=B2*B3*B4$.

	A	B	C	D	E
1	j	?		$j = C \cdot i \cdot t$	
2	C	100			
3	i	1%		$=B2*B3*B4$	
4	t	12			
5					

	A	B	C	D	E
1	j	?		$j = C \cdot i \cdot t$	
2	C	100			
3	i	1%		12	
4	t	12			
5					

Fonte: Dados primários

Resposta: Renderia R\$ 12,00

Atividade 2: Qual o valor do montante do item (1)?

Quadro 5 - Exemplo de cálculo da Atividade 2 no Excel

The image shows two Excel spreadsheets illustrating the calculation of the total amount (M) in cell D3. The first spreadsheet shows the formula $M = j + C$ in cell D3, with the formula bar displaying $=B1+B2$. The second spreadsheet shows the result 112 in cell D3, with the formula bar displaying $=B1+B2$.

	A	B	C	D	E
1	j	12		$M = j + C$	
2	C	100			
3	i	1%		$=B1+B2$	
4	t	12			
5					

	A	B	C	D	E
1	j	12		$M = j + C$	
2	C	100			
3	i	1%		112	
4	t	12			
5					

Fonte: Dados primários

Resposta: Renderia R\$ 112,00

4.2 Taxas Proporcionais

Duas (ou mais) taxas de juro simples são ditas proporcionais quando seus valores e seus respectivos períodos de tempo, reduzidos a uma mesma unidade, forem uma proporção. (PARENTE, 1996).

Atividade 3: Calcular a taxa anual proporcional a:

- (a) 2% ao mês;
- (b) 20% ao bimestre.

Solução: a)

Quadro 6 - Exemplo de cálculo da Atividade 3 letra (a) no Excel

	A	B	C	D	E
1					
2	a)	i_m	2%	12	=C2*D2
3					

	A	B	C	D	E
1					
2	a)	i_m	2%	12	24%
3					

Fonte: Dados primários

Solução: b)

Quadro 7 - Exemplo de cálculo da Atividade 3 letra (b) no Excel

	A	B	C	D	E
1					
2	b)	i_b	20%	6	=C2*D2
3					

	A	B	C	D	E
1					
2	b)	i_b	20%	6	120%
3					

Fonte: Dados primários

CAPÍTULO 5

5 JUROS COMPOSTOS

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e, portanto, o mais útil para cálculos de problemas do dia-a-dia. Os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte. Matematicamente, o cálculo a juros compostos é conhecido por cálculo exponencial de juros. (BRANCO, 2002).

5.1 Fórmulas de Juros Compostos

Cálculo do valor do juro em capitalização composta

$$J = C[(1 + i)^t - 1] \quad \text{ou} \quad J = M[1 - (1 + i)^{-t}]$$

Onde:

J = juros compostos

C = capital (valor presente)

i = taxa percentual

t = tempo

M = montante (valor futuro)

Cálculo do montante (valor futuro) em capitalização composta

$$M = C(1 + i)^t$$

Cálculo do capital (valor presente) em capitalização composta

$$C = M(1 + i)^{-t} \quad \text{ou} \quad C = \frac{M}{(1+i)^t}$$

Cálculo da taxa de juros em capitalização composta

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

Cálculo do período de aplicação em capitalização composta

Como $M = C(1 + i)^t$ então:

$$(1 + i)^t = \left(\frac{M}{C}\right) \Rightarrow \log(1 + i)^t = \log\left(\frac{M}{C}\right) \Rightarrow t \cdot \log(1 + i) = \log\left(\frac{M}{C}\right)$$

Portanto,

$$t = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)}$$

Atividade 4: Quanto uma pessoa deve aplicar hoje, para ter acumulado um montante de R\$ 100.000,00 daqui a 12 meses, a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês?

Solução:

$$C = M(1 + i)^{-t}$$

$$C = 100.000(1 + 0,02)^{-12}$$

$$C = 100.000(1,02)^{-12}$$

$$C = 100.000 \cdot 0,7884932$$

$$C = 78.849,32$$

No excel:

Quadro 8 - Exemplo de cálculo da Atividade 4 no Excel

SOMA					D4				
=B2*(1+B3)^(-B4)					=B2*(1+B3)^(-B4)				
	A	B	C	D		A	B	C	D
1	C	?		$C = M(1+i)^{-t}$	1	C	?		$C = M(1+i)^{-t}$
2	M	100.000,00			2	M	100.000,00		
3	i	2%			3	i	2%		
4	t	12		=B2*(1+B3)^(-B4)	4	t	12		78.849,32
5					5				

Fonte: Dados primários

Resposta: R\$ 78.849,32

Atividade 5: Qual o valor de resgate relativo à aplicação de um capital de R\$ 500.000,00, por 18 meses, à taxa de juros compostos de 10% ao mês?

Solução:

$$M = C(1 + i)^t$$

$$M = 500.000(1 + 0,1)^{18}$$

$$M = 500.000(1,1)^{18}$$

$$M = 500000.5,559917$$

$$M = 2.779.658,66$$

No Excel:

Quadro 9 - Exemplo de cálculo da Atividade 5 no Excel

SOMA					D4				
=B2*(1+B3)^(B4)					=B2*(1+B3)^(B4)				
	A	B	C	D		A	B	C	D
1	M	?		$M = C(1+i)^t$	1	M	?		$M = C(1+i)^t$
2	C	500.000,00			2	C	500.000,00		
3	i	10%			3	i	10%		
4	t	18		=B2*(1+B3)^(B4)	4	t	18		2.779.958,66
5					5				

Fonte: Dados primários

Resposta: O valor do resgate será de R\$ 2.779.958,66

Atividade 6: Um capital de R\$ 2.500,00 foi aplicado a juros compostos durante quatro meses, produzindo um montante de R\$ 3.500,00. Qual a taxa mensal de juros?

Solução:

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

$$i = \left(\frac{3.500}{2.500}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$i = (1,4)^{0,25} - 1$$

$$i = 1,087757 - 1$$

$$i = 0,087757$$

$$i = 8,78\% \text{ a.m.}$$

No Excel:

Quadro 10 - Exemplo de cálculo da Atividade 6 no Excel

	A	B	C	D
1	<i>i</i>	?		$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{t}} - 1$
2	<i>C</i>	2.500,00		
3	<i>M</i>	3.500,00		
4	<i>t</i>	4		
5				= (B3/B2)^(1/B4)-1
6				

	A	B	C	D
1	<i>i</i>	?		$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{t}} - 1$
2	<i>C</i>	2.500,00		
3	<i>M</i>	3.500,00		
4	<i>t</i>	4		
5				8,78%
6				

Fonte: Dados primários

Resposta: a taxa mensal de juros é de 8,78%

Atividade 7: Durante quanto tempo um capital de R\$ 1.000,00 deve ser aplicado a juros compostos à taxa de 10% a.a. para resultar em um montante de R\$ 1.610,51?


Solução:

$$t = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)} = \frac{\log\left(\frac{1.610,51}{1.000}\right)}{\log(1+0,1)} = \frac{\log(1,61051)}{\log(1,1)} = \frac{0,476551}{0,095310} = 5$$

No Excel:

Quadro 11 - Exemplo de cálculo da Atividade 7 no Excel

NPER		fx		=LOG10(B3/B2)/(LOG10(1+B4))	
A	B	C	D	E	
1	<i>t</i>	?	$t = \frac{\log(\frac{M}{C})}{\log(1+i)}$		
2	<i>C</i>	1.000,00			
3	<i>M</i>	1.610,51			
4	<i>i</i>	10%			
5			=LOG10(B3/B2)/(LOG10(1+B4))		
6					



D5		fx		=LOG10(B3/B2)/(LOG10(1+B4))	
A	B	C	D	E	
1	<i>t</i>	?	$t = \frac{\log(\frac{M}{C})}{\log(1+i)}$		
2	<i>C</i>	1.000,00			
3	<i>M</i>	1.610,51			
4	<i>i</i>	10%			
5					5,00
6					

Fonte: Dados primários

Resposta: durante 5 anos

Atividade 8: Determinar os juros produzidos por um capital de R\$ 1.000,00, aplicado a juros compostos de 10% ao semestre, capitalizado semestralmente, durante 1 ano e seis meses.


Solução:

$$\begin{aligned}
 J &= C[(1+i)^t - 1] = 1000[(1+0,1)^3 - 1] = 1000[(1,1)^3 - 1] = \\
 &= 1000(1,331 - 1) = 1000(0,331) = \mathbf{331,00}
 \end{aligned}$$

No Excel:

Quadro 12 - Exemplo de cálculo da Atividade 8 no Excel

NPER		fx		=B2*((1+B4)^B3-1)	
A	B	C	D	E	
1	<i>J</i>	?	$J = C[(1+i)^t - 1]$		
2	<i>C</i>	1.000,00			
3	<i>t</i>	3			
4	<i>i</i>	10%			
5			=B2*((1+B4)^B3-1)		
6					



D5		fx		=B2*((1+B4)^B3-1)	
A	B	C	D	E	
1	<i>J</i>	?	$J = C[(1+i)^t - 1]$		
2	<i>C</i>	1.000,00			
3	<i>t</i>	3			
4	<i>i</i>	10%			
5					331,00
6					

Fonte: Dados primários

Resposta: R\$ 331,00 de juros

5.2 Taxas Equivalentes

Duas taxas são consideradas equivalentes, a juros compostos, se aplicadas sobre um mesmo capital, por um período equivalente de tempo, gerando montantes iguais. (SHINODA, 1998).

No sistema de capitalização composta, ao contrário do que acontece no sistema de capitalização simples, duas taxas equivalentes não são necessariamente proporcionais entre si.

Daí a necessidade de obtermos uma relação que nos permita calcular a taxa equivalente, num certo período de tempo, a uma dada taxa de juro composto. (PARENTE, 1996).

Fórmula.

$$i_2 = (1 + i_1)^{\frac{n_2}{n_1}} - 1$$

Sendo:

i_1 = taxa conhecida

i_2 = taxa desconhecida ou procurada

n_1 = período relativo à taxa conhecida

n_2 = período relativo à taxa desconhecida ou procurada

Atividade 9: Qual a taxa anual equivalente a 5% ao mês?

Solução:

$$i_2 = (1 + i_1)^{\frac{n_2}{n_1}} - 1 = (1 + 0,05)^{\frac{12}{1}} - 1 = (1,05)^{12} - 1 = 1,795856 - 1 = 0,795856 = 79,59\%$$

No Excel:

Quadro 13 - Exemplo de cálculo da Atividade 9 no Excel

NPER		= (1+B4)^(B3/B2)-1	
A	B	C	D
1	i_a	?	
2	$n1$	1	$i2 = (1 + i)^{\frac{n2}{n1}} - 1$
3	$n2$	12	
4	i_m	5%	
5			$= (1+B4)^{(B3/B2)} - 1$
6			

→

D5		= (1+B4)^(B3/B2)-1	
A	B	C	D
1	i_a	?	
2	$n1$	1	$i2 = (1 + i)^{\frac{n2}{n1}} - 1$
3	$n2$	12	
4	i_m	5%	
5			79,59%
6			

Fonte: Dados primários

Resposta: 79,59% a.a.

Atividade 10: Qual a taxa mensal equivalente a 200% ao ano?

Solução:

$$i_2 = (1 + i_1)^{\frac{n_2}{n_1}} - 1 = (1 + 2)^{\frac{1}{12}} - 1 = (3)^{0,083333} - 1 = 1,09587269 - 1 = 0,09587269 = \mathbf{9,59\%}$$

No Excel:

Quadro 14 - Exemplo de cálculo da Atividade 10 no Excel

SOMA		= (1+B4)^(B3/B2)	
A	B	C	D
1	i_m	?	
2	$n1$	12	$i2 = (1 + i)^{\frac{n2}{n1}} - 1$
3	$n2$	1	
4	i_a	200%	
5			$= (1+B4)^{(B3/B2)} - 1$
6			

→

D5		= (1+B4)^(B3/B2)	
A	B	C	D
1	i_m	?	
2	$n1$	12	$i2 = (1 + i)^{\frac{n2}{n1}} - 1$
3	$n2$	1	
4	i_a	200%	
5			9,59%
6			

Fonte: Dados primários

Resposta: 9,56% a.m.

5.3 Taxa Nominal ou Aparente e Taxa Efetiva

Existem algumas situações em que a taxa utilizada na operação não coincide com o período de capitalização. Por exemplo, aplica-se R\$ 1.000,00 a juros compostos por três meses à taxa de 70% ao ano, capitalizados mensalmente.

Note que, apesar da taxa ser expressa em termos anuais, a capitalização se dá em termos mensais. Isto implica estarmos utilizando uma taxa nominal anual quando, efetivamente, a remuneração do capital se dá em termos mensais. Para tanto, faz-se necessária a distinção entre taxa nominal e taxa efetiva (TEIXEIRA, 1998).

Taxa nominal: é aquela cuja unidade do período a que se refere não coincide com a unidade do período de capitalização.

Taxa Efetiva: é aquela que efetivamente grava uma operação financeira.

Dada uma taxa de juros nominal procede-se, para o cálculo da respectiva taxa de juros efetiva, por convenção, de maneira igual a do sistema de capitalização simples, isto é, calcula-se a taxa proporcional à dada, relativa à unidade de tempo mencionada para a capitalização, e, posteriormente, apura-se exponencialmente a taxa efetiva à nominal. (TEIXEIRA, 1998).

Fórmula

Cálculo da taxa Efetiva

$$i_f = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k - 1$$

Onde:

i = Taxa nominal

i_f = Taxa efetiva

k = Números de capitalizações para um período da taxa nominal

Atividade 11: Qual a taxa efetiva relativa à taxa nominal de 24% a.a., capitalizada mensalmente?

Neste caso, basta usar a fórmula

$$i_f = \frac{i}{k}$$

Solução:

$$i_f = \frac{i}{k} = \frac{24\%}{12} = 2\% \text{ a. m.}$$

No Excel:

Quadro 15 - Exemplo de cálculo da Atividade 11 no Excel

	A	B	C	D
1	i_f	?		$i_f = \frac{i}{k}$
2	i_a	24%		$i_f = \frac{i}{k}$
3	k	12		$i_f = \frac{i}{k}$
4				2%
5				

Fonte: Dados primários

Resposta: 2% a.m.

Atividade 12: Uma taxa nominal de 24% a.a. é capitalizada trimestralmente. Calcule a taxa efetiva anual.

Solução:

$$i_n = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k - 1 = \left(1 + \frac{0,24}{4}\right)^4 - 1 = (1 + 0,06)^4 - 1 = (1,06)^4 - 1 = 1,262477 - 1 = 0,262477 = 26,25\% \text{ a. a.}$$

No Excel:

Quadro 16 - Exemplo de cálculo da Atividade 12 no Excel

		SOMA		: X ✓ f_x		=(1+B2/B3)^B3-1	
	A	B	C	D			
1	i_n	?		$i_n = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k - 1$			
2	i_a	24%					
3	k	4					
4				=(1+B2/B3)^B3-1			
5							

➔

		D4		: X ✓ f_x		=(1+B2/B3)^B3-1	
	A	B	C	D			
1	i_n	?		$i_n = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k - 1$			
2	i_a	24%					
3	k	4					
4				26,25%			
5							

Fonte: Dados primários

Resposta: 26,25% a.a.

CAPÍTULO 6

6 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO

O conceito de amortização diz respeito à redução do valor total de uma dívida através de pagamentos periódicos, caracterizando sua quitação. O valor das parcelas pode ser variado ou fixo, dependendo do modelo de amortização escolhida pelo mutuário — pessoa que pegou dinheiro emprestado da instituição financeira.

6.1 Sistema de amortização constante (SAC)

Entre as inúmeras maneiras que existem para se amortizar o principal, o sistema de amortização constante (SAC) é um dos mais utilizados na prática. Tal sistema consiste em se fazer que todas as parcelas de AMORTIZAÇÃO sejam iguais. Assim, considerando um principal a ser amortizado em “n” parcelas, e supondo pagamento dos juros em todos os períodos. (HAZZAN, 2007).

Fórmula:

$$A = \frac{C}{n}$$

Em que:

A = valor da prestação

C = valor a ser financiado (ou principal)

n = período a ser financiado

Atividade 13: Uma dívida de R\$ 100.000,00, é paga com juros de 2% em 10 meses, pelo método SAC. Construa a planilha de amortização.

Solução: Considere a Tabela abaixo, sendo R\$ 100.000,00 o saldo devedor inicial;

Quadro 17 - atividade 13 no Excel, Tabela SAC sem valores

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0				100.000,00
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Fonte: Dados primários

- a) Na coluna “Amortização” preenchida com valores fixos de R\$ 10.000,00 (R\$ 100.000 ÷ 10 = 10.000,00);

Quadro 18 - Resolução da atividade 13, valores da amortização

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0				100.000,00
1		10.000,00		
2		10.000,00		
3		10.000,00		
4		10.000,00		
5		10.000,00		
6		10.000,00		
7		10.000,00		
8		10.000,00		
9		10.000,00		
10		10.000,00		

Fonte: Dados primários

- b) Na coluna dos “Juros”, na primeira prestação, terá R\$ 100.000 x 2% = 2.000,00.
- c) De um modo geral, o juro de cada parcela será determinado pelo produto entre o saldo devedor pela taxa de 2%;

Quadro 19 - Resolução da atividade 13, valores juros e saldo devedor

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0				100.000,00
1	2.000,00	10.000,00		90.000,00
2	1.800,00	10.000,00		80.000,00
3	1.600,00	10.000,00		70.000,00
4	1.400,00	10.000,00		60.000,00
5	1.200,00	10.000,00		50.000,00
6	1.000,00	10.000,00		40.000,00
7	800,00	10.000,00		30.000,00
8	600,00	10.000,00		20.000,00
9	400,00	10.000,00		10.000,00
10	200,00	10.000,00		-

Fonte: Dados primários

d) Na coluna “Prestação”, corresponde a soma entre o Juros e a Amortização.

Quadro 20 - Resolução da atividade 13, Tabela completa

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0				100.000,00
1	2.000,00	10.000,00	12.000,00	90.000,00
2	1.800,00	10.000,00	11.800,00	80.000,00
3	1.600,00	10.000,00	11.600,00	70.000,00
4	1.400,00	10.000,00	11.400,00	60.000,00
5	1.200,00	10.000,00	11.200,00	50.000,00
6	1.000,00	10.000,00	11.000,00	40.000,00
7	800,00	10.000,00	10.800,00	30.000,00
8	600,00	10.000,00	10.600,00	20.000,00
9	400,00	10.000,00	10.400,00	10.000,00
10	200,00	10.000,00	10.200,00	-

Fonte: Dados primários

6.2 Sistema de Amortização Francês (PRICE ou SAF)

Neste sistema, as PRESTAÇÕES são iguais e periódicas, a partir do instante em que começam a ser pagas.

Assim, considerando um principal a ser pago nos instantes 1,2,3, ..., n, a uma taxa de juros (expressa na unidade de tempo da periodicidade dos pagamentos), as

prestações sendo constantes constituem uma sequência uniforme em que cada parcela é indicada por R. (HAZZAN, 2007).

Fórmula:

$$A = \frac{P \cdot i \cdot (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]} \quad \text{ou}$$

$$A = \frac{P \cdot i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

Onde:

A = valor da prestação

P = valor presente (valor do empréstimo)

n = número de períodos

i = taxa de juros

Atividade 14: Um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 deve ser liquidado por meio do pagamento de cinco prestações iguais e mensais, vencendo a primeira, 30 dias após a data da contratação, por meio do sistema Francês de amortização.

Sabendo-se que a taxa de juros compostos cobrada foi de 10% ao mês, pede-se:

- i) O valor das prestações a serem pagas;
- ii) Construir uma tabela demonstrando o estado da dívida e o valor dos encargos e principal amortizado após o pagamento de cada prestação.

Solução:

i) Dados

P = 100.000,00

i = 10% = 0,10 a. m

n = 5

A = ?

$$A = \frac{100\,000 \cdot 0,10}{[1 - (1 + 0,10)^{-5}]} = \frac{10.000}{[1 - (1,10)^{-5}]} = \frac{10.000}{[1 - 0,6209213]} = \frac{10.000}{[0,379078]} \\ = \mathbf{26.379,75}$$

Resposta: o valor das prestações será de R\$ 26.379,75

ii) Planilha de Financiamento: Veja o Quadro 21

Quadro 21 - Atividade 14, Planilha de financiamento vazia

n	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0					
1					
2					
3					
4					
5					

Fonte: Dados primários

- a) a coluna “n” indica o número de parcelas e a parcela “0” indica o momento do empréstimo;
- b) a coluna “**Prestação**” indica o valor de cada uma das parcelas, obtidas através da aplicação da fórmula:

$$A = \frac{P \cdot i}{[1 - (1+i)^{-n}]},$$

que neste caso resulta em 26.379,75 reais cada;

- c) a coluna “**Juros**” indica o valor do juro pago em cada parcela e é obtido através do produto entre o valor da dívida, no período, pela taxa de juro, como

Quadro 22 - Planilha SAC de financiamento completa, no Excel

n	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0					100.000,00
1	10,0%	10.000,00	16.379,75	26.379,75	83.620,25
2	10,0%	8.362,03	18.017,72	26.379,75	65.602,53
3	10,0%	6.560,25	19.819,50	26.379,75	45.783,04
4	10,0%	4.578,30	21.801,45	26.379,75	23.981,59
5	10,0%	2.398,16	23.981,59	26.379,75	-

Fonte: Dados primários

CAPÍTULO 7

7 AUTOMATIZAÇÃO DE PLANILHAS DO EXCEL

A automatização de planilhas do Excel envolve a criação de códigos para interagir com o Excel e executar tarefas automaticamente.

Por exemplo, o Excel leva menos de um décimo de segundo para calcular uma planilha massiva inteira. São as operações manuais que atrasam esse processo.

Por isso, é importante saber da existência de atalhos do Excel e como usá-los para combinar todas essas tarefas em uma única operação rápida.

7.1 Calculadora dos Juros Simples no Excel

7.1.1 Construção de calculadora Juros Simples

a) Construir uma tabela, conforme Quadro 23 :

Quadro 23 - Tabela de Juros Simples

	A	B	C	D	E	F
1						
2			Juros Simples (fórmula: $J = C.i.n$)			
3			<i>Descrição</i>	<i>Dados</i>	<i>Resultado</i>	
4			C (Capital)			
5			i (Taxa percentual)			
6			n (Período/tempo)			
7			J (Juros)			
8						
9						

Fonte: Dados primários

b) Na célula E4 (coluna E, linha 4), digitar a fórmula:

`=SE(D4="";D7/(D5*D6);"`

Interpretação da fórmula: se a célula D4 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D7/(D5 \cdot D6)$, caso contrário (;), deixar a célula (E4) vazia;

c) Na célula E5 (coluna E, linha 5), digitar a fórmula:

`=SE(D5="";D7/(D4*D6);"`

Interpretação da fórmula: se a célula D5 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D7/(D4 \cdot D6)$, caso contrário (;), deixar a célula (E5) vazia;

d) Na célula E6 (coluna E, linha 6), digitar a fórmula:

`=SE(D6="";D7/(D4*D5);"`

Interpretação da fórmula: se a célula D6 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D7/(D4 \cdot D5)$, caso contrário (;), deixar a célula (E6) vazia;

e) Na célula E7 (coluna E, linha 7), digitar a fórmula:

`=SE(D7="";D4*D5*D6;"`

Interpretação da fórmula: se a célula D7 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D4 \cdot D5 \cdot D6$, caso contrário (;), deixar a célula (E7) vazia;

Atividade 15: Quanto rendeu a quantia de R\$ 10.000, aplicado a juros simples, com a taxa de 4% ao mês, no final de 1 ano e 7 meses?

Dados:

$C = 10.000$

$i = 4\% \text{ a.m. (ao mês)}$

$n = 1 \text{ ano e } 7 \text{ meses} = 19 \text{ meses}$

Quadro 24 - Tabela de Juros Simples com valores

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			Juros Simples (fórmula: $J = C.i.n$)					
3			Descrição	Dados	Resultado			
4			C (Capital)	10.000,00				
5			i (Taxa percentual)	4%				
6			n (Período/tempo)	19				
7			J (Juros)		7.600,00			
8			Nota: na coluna "Dados", deixar vazia a célula correspondente ao item a ser encontrado					
9								

=SE(D4="";D7/(D5*D6);"
 =SE(D5="";D7/(D4*D6);"
 =SE(D6="";D7/(D4*D5);"
 =SE(D7="";D4*D5*D6;")

Fonte: Dados primários

Observação: Inclui-se três valores na coluna "Dados" e o quarto aparecerá na coluna "Resultado".

Portanto, ao final de 19 meses rendeu R\$ 7.600,00 de juros.

7.2 Calculadora dos Juros Composto no Excel

7.2.1 Construção de calculadora Juros Compostos

a) Construir um tabela, conforme Quadro 25:

Quadro 25 - Tabela de Juros Compostos sem valores

	A	B	C	D	E
1					
2			Juros Compostos (fórmula: $M = C.(1 + i)^n$)		
3			Descrição	Dados	Resultado
4			C (Capital)		
5			i (Taxa percentual)		
6			n (Período/tempo)		
7			M (Montante)		
8					

Fonte: Dados primários

b) Na célula E4 (coluna E, linha 4), digitar a fórmula:

$$=SE(D4="";D7/((1+D5)^{D6});"")$$

Interpretação da fórmula: se a célula D4 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D7/((1+D5)^{D6})$, caso contrário (;), deixar a célula (E4) vazia;

c) Na célula E5 (coluna E, linha 5), digitar a fórmula:

$$=SE(D5="";((D7/D4)^{(1/D6)})-1;"")$$

Interpretação da fórmula: se a célula D5 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $((D7/D4)^{(1/D6)})-1$, caso contrário (;), deixar a célula (E5) vazia;

d) Na célula E6 (coluna E, linha 6), digitar a fórmula:

$$=SE(D6="";LOG(D7/D4;1+D5);"")$$

Interpretação da fórmula: se a célula D6 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $LOG(D7/D4;1+D5)$, caso contrário (;), deixar a célula (E6) vazia;

e) Na célula E7 (coluna E, linha 7), digitar a fórmula:

$$=SE(D7="";D4*(1+D5)^{D6};"")$$

Interpretação da fórmula: se a célula D7 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D4*(1+D5)^{D6}$, caso contrário (;), deixar a célula (E7) vazia;

Atividade 16: Se um capital de R\$ 13.152,42 é aplicado durante 8 meses no sistema de juros compostos sob uma taxa mensal fixa que produz um montante de R\$ 18.000,00, qual será o valor da taxa mensal de juros?

Dados

$C = 13.152,42$

$n = 8$ meses

$M = 18.000,00$

$i = ?$

Quadro 26 - Tabela de Juros Compostos com valores

	A	B	C	D	E	F	G	I
1								
2			Juros Compostos (fórmula: $M = C \cdot (1 + i)^n$)					
3			Descrição	Dados	Resultado			
4			C (Capital)	13.152,42				
5			i (Taxa percentual)		4%			
6			n (Período/tempo)	8				
7			M (Montante)	18.000,00				
8								
9								
10								

=SE(D4="";D7/((1+D5)^D6);"
 =SE(D5="";((D7/D4)^(1/D6))-1;"
 =SE(D6="";LOG(D7/D4;1+D5);"
 =SE(D7="";D4*(1+D5)^D6;")

Fonte: Dados primários

Observação: Inclui-se três valores na coluna “Dados” e o quarto aparecerá na coluna “Resultado”.

Portanto, o valor da taxa mensal é de 4%.

7.3 Calculadora do Sistema Price no Excel

8.3.1 Construção de calculadora Sistema Price

a) Construir as tabelas, conforme Quadro 27:

Quadro 27 - Tabela de Sistema de Amortização PRICE

	A	B	C	D	E	F	G	
1								
2			(fórmula: $R = P \cdot i / [1 - (1 + i)^{-n}]$)					
3								
4			P (Principal)					
5			i (Taxa percentual)					
6			n (Prazo)					
7			R (Parcela)					
8								
9			Uso comum: Empréstimos bancários					
10								
11								
12			n	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
13			0					
14			1					
15			2					
16			3					
17			4					
18								

Fonte: Dados primários

b) Na célula E4 (coluna E, linha 4), digitar a fórmula:

`=SE(D4="";D7*(1-(1+D5)^(-D6))/D5;"")`

Interpretação da fórmula: se a célula D4 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D7 \cdot (1 - (1 + D5)^{-D6}) / D5$, caso contrário (;), deixar a célula (E4) vazia;

c) Na célula E5 (coluna E, linha 5), digitar a fórmula:

`=SE(D5="";TAXA(D6;-D7;D4);"")`

Interpretação da fórmula: se a célula D5 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $TAXA(D6; -D7; D4)$, caso contrário (;), deixar a célula (E5) vazia;

d) Na célula E6 (coluna E, linha 6), digitar a fórmula:

`=SE(D6="";LOG(D7/(D7-D4*D5);1+D5);"")`

Interpretação da fórmula: se a célula D6 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $LOG(D7 / (D7 - D4 \cdot D5); 1 + D5)$, caso contrário (;), deixar a célula (E6) vazia;

e) Na célula E7 (coluna E, linha 7), digitar a fórmula:

`=SE(D7="";D4 * D5 / (1 - (1 + D5)^(-D6));"")`

Interpretação da fórmula: se a célula D7 for igual a vazio (""), então (;) usar a fórmula $D4 * D5 / (1 - (1 + D5)^{-D6})$, caso contrário (;), deixar a célula (E7) vazia;

f) Na célula G13 (coluna G, linha 13), digitar a fórmula:

=SOMA(D4:E4)

Interpretação da fórmula: corresponde a soma do valores que estão na células D4 e E4, porém umas dessas células vai estar vazia;

g) Na célula F14 (coluna F, linha 14), digitar a fórmula:

=SOMA(\$D\$7:\$E\$7)

Interpretação da fórmula: corresponde a soma dos valores que estão nas células D7 e E7, porém umas dessas células vai estar vazia;

h) Na célula G14 (coluna G, linha 14), digitar a fórmula:

=SE(B14 > \$D\$6; 0; G13-E14)

Interpretação da fórmula: se o valor do prazo que está a célula B14 for maior que o valor do prazo adotado (que está na célula D6), então (;) considerar 0, caso contrário (;), usar a fórmula G13-E14 (subtração entre os valores que estão nas células G13 e E14);

i) Na célula D14 (coluna D, linha 14), digitar a fórmula:

=SE(B14 > \$D\$6; 0; G13*C14)

Interpretação da fórmula: se o valor do prazo que está a célula B14 for maior que o valor do prazo adotado (que está na célula D6), então (;) considerar 0, caso contrário (;), usar a fórmula G13*C14 (multiplicação entre os valores que estão nas células G13 e C14);

j) Na célula E14 (coluna E, linha 14), digitar a fórmula:

=F14 - D14

Interpretação da fórmula: subtração entre os valores que estão nas células F14 e D14;

k) Na célula C14 (coluna C, linha 14), digitar a fórmula:

=SOMA(\$D\$5:\$E\$5)

Interpretação da fórmula: corresponde a soma dos valores que estão nas células D5 e E5, porém umas dessas células vai estar vazia;

Atividade 17: A que taxa mensal um financiamento no valor de R\$ 100.000,00, pode ser quitado em 30 meses, com prestação de R\$ 8.882,74?

Dados

P = 100.000,00

n = 30 meses

R = 8.882,74

i = ?

Quadro 28 - Tabela de Sistema de Amortização PRICE inserindo fórmulas

Sistema Price (fórmula: $R = P \cdot i / [1 - (1 + i)^{-n}]$)

Descrição	Dados	Resultado
P (Principal)	100.000,00	
i (Taxa percentual)		8,00%
n (Prazo)	30	
R (Parcela)	8.882,74	

Uso comum: Empréstimos bancários

n	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0					100.000,00
1	8,0%	8.000,00	882,74	8.882,74	99.117,26
2					
3					
4					
5					
6					

Fórmulas exibidas no diagrama:

- =SE(D4="";D7*(1-(1+D5)^(-D6))/D5;"")
- =SE(D5="";=TAXA(D6;-D7;D4);"")
- =SE(D6="";LOG(D7/(D7-D4*D5);1+D5);"")
- =SE(D7="";D4 * D5 / (1 - (1 + D5) ^ (- D6));"")
- =F14-D14
- =SOMA(D4:E4)
- =SE(B14>D0\$6;0;G13-E14)
- =SOMA(\$D\$7:\$E\$)
- =SE(B14>D0\$6;0;G13*C14)
- =SOMA(\$D\$5:\$E\$5)

Fonte: Dados primários

I) Feito os itens acima, para estender para as demais linhas, proceda da seguinte forma:

i) selecione as células C14 a G14 ;

ii) coloque o cursor (☒) no canto inferior direito até aparecer um sinal de mais (+); e

iii) arraste para baixo até a linha desejada.

Quadro 29 - Tabela Price, para preencher as demais linhas

	A	B	C	D	E	F	G	
11								
12			n	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
13			0					100 000,00
14			1	8,0%	8 000,00	882,74	8 882,74	99 117,26
15			2					
16			3					
17			4					
18			5					
19			6					

Fonte: Dados primários

Tabela preenchida:

Quadro 30 - Tabela Price toda preenchida

n	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Presteção	Saldo Devedor
0					100.000,00
1	8,0%	8.000,00	882,74	8.882,74	99.117,26
2	8,0%	7.929,38	953,36	8.882,74	98.163,90
3	8,0%	7.853,11	1.029,63	8.882,74	97.134,27
4	8,0%	7.770,74	1.112,00	8.882,74	96.022,27
5	8,0%	7.681,78	1.200,96	8.882,74	94.821,31
6	8,0%	7.585,70	1.297,04	8.882,74	93.524,27
7	8,0%	7.481,94	1.400,80	8.882,74	92.123,47
8	8,0%	7.369,87	1.512,87	8.882,74	90.610,60
9	8,0%	7.248,84	1.633,90	8.882,74	88.976,70
10	8,0%	7.118,13	1.764,61	8.882,74	87.212,09
11	8,0%	6.976,96	1.905,78	8.882,74	85.306,31
12	8,0%	6.824,50	2.058,24	8.882,74	83.248,07
13	8,0%	6.659,84	2.222,90	8.882,74	81.025,17
14	8,0%	6.482,01	2.400,73	8.882,74	78.624,44
15	8,0%	6.289,95	2.592,79	8.882,74	76.031,65
16	8,0%	6.082,53	2.800,21	8.882,74	73.231,44
17	8,0%	5.858,51	3.024,23	8.882,74	70.207,21
18	8,0%	5.616,57	3.266,17	8.882,74	66.941,04
19	8,0%	5.355,28	3.527,46	8.882,74	63.413,58
20	8,0%	5.073,08	3.809,66	8.882,74	59.603,92
21	8,0%	4.768,31	4.114,43	8.882,74	55.489,49
22	8,0%	4.439,16	4.443,58	8.882,74	51.045,91
23	8,0%	4.083,67	4.799,07	8.882,74	46.246,84
24	8,0%	3.699,75	5.182,99	8.882,74	41.063,85
25	8,0%	3.285,11	5.597,63	8.882,74	35.466,22
26	8,0%	2.837,30	6.045,44	8.882,74	29.420,78
27	8,0%	2.353,66	6.529,08	8.882,74	22.891,70
28	8,0%	1.831,34	7.051,40	8.882,74	15.840,30
29	8,0%	1.267,22	7.615,52	8.882,74	8.224,78
30	8,0%	657,98	8.224,76	8.882,74	0,02

Fonte: Dados primários

Portanto, a taxa mensal de 8%.

7.4 Calculadora do Sistema SAC no Excel

7.4.1 Construção de calculadora Sistema SAC

a) Construir as tabelas, conforme Quadro 31:

Quadro 31 - Tabela de Sistema de Amortização SAC sem valores

	A	B	C	D	E	F										
1																
2			Sistema SAC (fórmulas: $J = S \cdot i$, $A = S/n$ e $Prest = J + A$)													
3			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Descrição</th> <th>Dados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>i (Taxa percentual)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>n (Prazo)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>A (Amortização)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>S (Saldo devedor)</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				Descrição	Dados	i (Taxa percentual)		n (Prazo)		A (Amortização)		S (Saldo devedor)	
Descrição	Dados															
i (Taxa percentual)																
n (Prazo)																
A (Amortização)																
S (Saldo devedor)																
4																
5																
6																
7																
8																
9			Uso comum: Financiamento habitacional													
10																
11																
12			n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor									
13			0													
14			1													
15			2													
16			3													
17			4													

Fonte: Dados primários

b) Na célula F13 (coluna F, linha 13), digitar a fórmula:

$=\$D\7

Interpretação da fórmula: é igual ao valor da célula D7;

c) Na célula F14 (coluna F, linha 14), digitar a fórmula:

$=F13-D14$

Interpretação da fórmula: é igual a diferença entre o valor que está na célula F13 menos o valor que está na célula D14;

d) Na célula E14 (coluna E, linha 14), digitar a fórmula:

$=C14+D14$

Interpretação da fórmula: é igual a soma entre o valor que está na célula C14 e o valor que está na célula D14;

e) Na célula D14 (coluna D, linha 14), digitar a fórmula:

$=\$D\$7/\$D\5

Interpretação da fórmula: é igual a divisão entre o valor que está na célula D7 pelo valor que está na célula D5;

f) Na célula C14 (coluna C, linha 14), digitar a fórmula:

=SE(B14>\$D\$5;0;F13*\$D\$4)

Interpretação da fórmula: se o valor do prazo que está a célula B14 for maior que o valor do prazo adotado (que está na célula D5), então (;) considerar 0, caso contrário (;), usar a fórmula F13*\$D\$4 (multiplicação entre os valores que estão nas células F13 e D4);

Quadro 32 - Tabela de amortização SAC inserindo fórmulas

Sistema SAC (fórmulas: $J = S \cdot i$, $A = S/n$ e $Prest = J + A$)				
Descrição	Dados			
i (Taxa percentual)	5,0%			
n (Prazo)	10			
A (Amortização)	10.000,00			
S (Saldo devedor)	100.000,00			
Uso comum: Financiamento habitacional				
n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0				100.000,00
1	5.000,00	10.000,00	15.000,00	90.000,00
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

=D\$7

=F13-D14

=C14+D14

=D\$7/D\$5

=SE(B14>D\$5;0;F13*D\$4)

Fonte: Dados primários

g) Feito os itens acima, para estender para as demais linhas, proceda da seguinte forma:

i) selecione as células C14 a F14 ;

ii) coloque o cursor (☒) no canto inferior direito, até aparecer um sinal de mais (+); e

iii) arraste para baixo até a linha desejada.

Quadro 33 – Tabela Amortização SAC, para preencher as demais linhas

	A	B	C	D	E	F
10						
11						
12		n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
13		0				100.000,00
14		1	5.000,00	10.000,00	15.000,00	90.000,00
15		2				
16		3				
17		4				
18		5				
19		6				
20		7				
21		8				
22		9				
23		10				

Fonte: Dados primários

Tabela preenchida:

Quadro 34 - Tabela de Amortização SAC toda preenchida

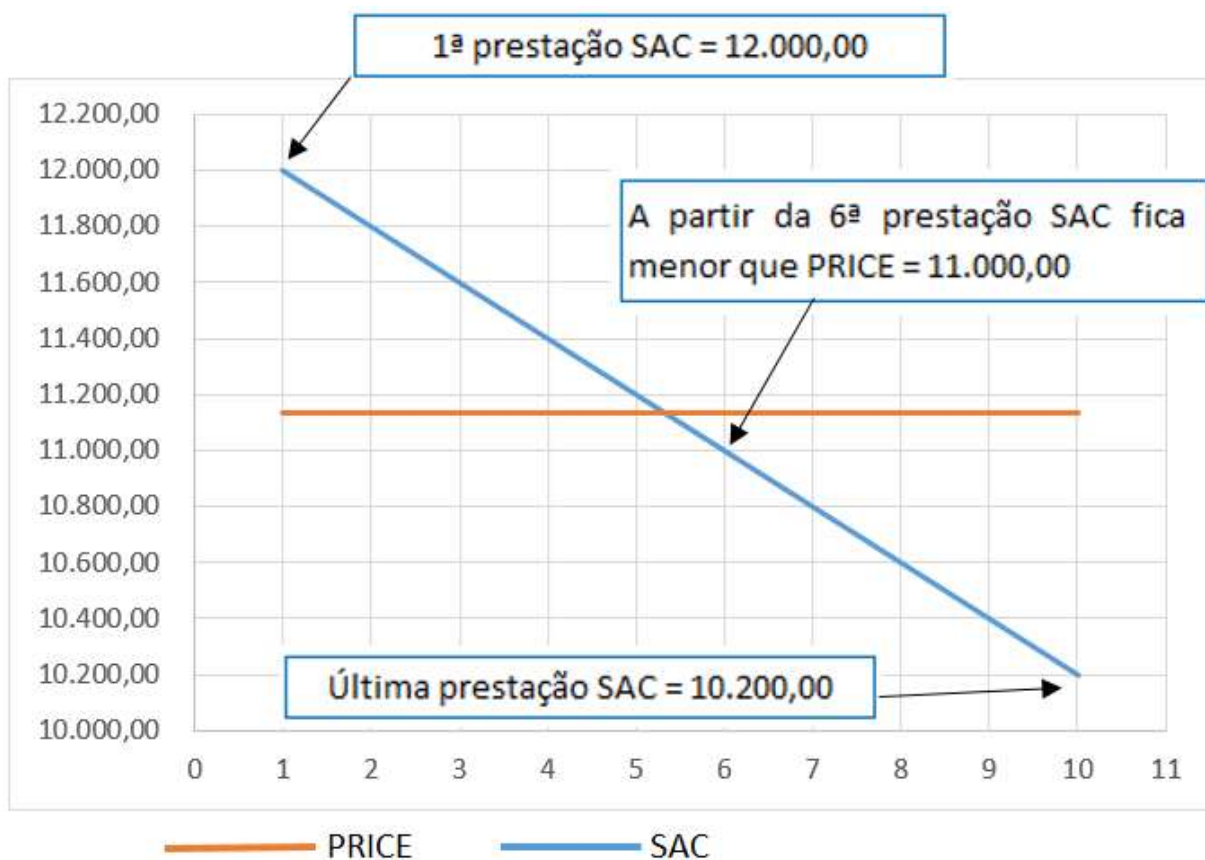
n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0				100.000,00
1	5.000,00	10.000,00	15.000,00	90.000,00
2	4.500,00	10.000,00	14.500,00	80.000,00
3	4.000,00	10.000,00	14.000,00	70.000,00
4	3.500,00	10.000,00	13.500,00	60.000,00
5	3.000,00	10.000,00	13.000,00	50.000,00
6	2.500,00	10.000,00	12.500,00	40.000,00
7	2.000,00	10.000,00	12.000,00	30.000,00
8	1.500,00	10.000,00	11.500,00	20.000,00
9	1.000,00	10.000,00	11.000,00	10.000,00
10	500,00	10.000,00	10.500,00	-

Fonte: Dados primários

7.5 Comparativo Entre os Sistemas Financeiros SAC e PRICE

Vejamos o gráfico abaixo do Quadro 35:

Quadro 35 – Gráfico comparativo entre PRICE e SAC



Fonte: Dados primários

Se verifica que ao finalizar as prestações no sistema PRICE, o total pago corresponde a **R\$ 111.326,52**, enquanto que no sistema SAC corresponde a R\$ **111.000,00**.

Contudo, temos que levar em consideração o seguinte:

1. Não faz sentido afirmar que a tabela Price e SAC cobrem juros sobre juros e são injustas. As duas modalidades são internacionalmente utilizadas e os juros são aplicados somente sobre o saldo devedor;
2. As duas modalidades são matematicamente equivalentes e partem do princípio de que os juros incidem apenas sobre o valor devedor;
3. A soma das parcelas da Tabela SAC é menor que da Tabela Price. A explicação para essa diferença está no conceito de valor do dinheiro no tempo, no qual “dinheiro

antes” vale mais do que o mesmo “dinheiro depois”. Na tabela SAC você paga parcelas maiores antes e quem paga antes, paga menos juros, por isso a soma das parcelas dá um valor total menor. Se você calcular o valor presente líquido das parcelas em ambas as modalidades, vai descobrir que são iguais ao valor da dívida inicial.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando propomos elaborar este tema, tínhamos a experiência de educador, que no ensino da Matemática, em especial da Matemática Financeira, pouco se faz uso da tão importante ferramenta que é o Excel, no ensino fundamental e médio, razão pela qual adotamos o tema “Uma Proposta de Utilização da Planilha Excel no Ensino-Aprendizagem da Matemática Financeira”.

Entretanto, a realidade atual é a de um mundo globalizado, onde a cada dia se exige que o fluxo de informações seja mais rápido e preciso. Logo, é de suma importância que os profissionais da educação saibam manusear, por exemplo, as ferramentas de texto e planilhas eletrônicas, mesmo porque as instituições, públicas ou privadas, utilizam-se da tecnologia da informação para agilizar, avaliar, demonstrar e guardar dados, de tal forma que possam auxiliar na tomada de decisões.

Diante disso, o presente trabalho teve como objetivo mostrar que é possível e mais viável o estudo do referido assunto, utilizando os recursos do *software* Excel, conforme foi mostrado com exemplos de automação de planilhas.

Contudo, na escolha desse tema, não era nossa pretensão abordar todo assunto de Matemática financeira, e sim utilizar apenas alguns tópicos como exemplo. No entanto, o aluno tem aqui ferramentas e modelos para utilizar com outros tópicos.

Diante do exposto, este trabalho proporcionou ao educando, o desenvolvimento de suas capacidades e habilidades com *software* Excel no estudo da Matemática, dando-lhes autonomia, autoconfiança, argumentação, flexibilidade às mudanças tecnológicas.

Por fim, acreditamos também que serviu de incentivo aos educadores conhecer os benefícios que a modelagem matemática e o uso das tecnologias oferecem, pois verifica-se que durante o levantamento bibliográfico os autores mencionam que estes recursos quando bem direcionados e utilizados traçam um caminho de uma educação de qualidade.

Dada a importância do tema, torna-se necessário o desenvolvimento de projetos que visem garantir a utilização continuada dos recursos do aplicativo Excel nas escolas, para que possam desencadear competências e habilidades para garantir um ensino de maior qualidade, que atenda as diferentes necessidades dos alunos e, assim, efetivar uma prática pedagógica diferenciada.

REFERÊNCIAS

BRANCO, ANÍSIO COSTA CASTELO. Matemática Financeira aplicada. São Paulo: Pioneira Thompson, 2002.

GONÇALVES, JEAN PITON - A História da Matemática Comercial e Financeira, trabalho fornecido ao site Só Matemática em 2005, disponível em: <https://www.professorjanildoarantes.com.br/2016/02/mmn-e-propedeutica-6-historia-da.html>, acesso em 23/01/2021.

HAZZAN, SAMUEL. Matemática Financeira. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

JOSÉ ADSON D. PACHECO & JANAÍNA V. BARROS – UPE - O Uso de Softwares Educativos no Ensino de Matemática, disponível em: https://www.revistadialogos.com.br/Dialogos_8/Adson_Janaina.pdf, acesso em 23/01/2021.

MATTOS, ANTÔNIO CARLOS M. – O Modelo Matemático dos Juros. Uma Abordagem Sistêmica, Vozes – Petrópolis;

PARENTE, EDUARDO AFONSO DE MEDEIROS, Matemática Comercial e Financeira. Ed reform. São Paulo: FTD, 1996.

SHINODA, CARLOS. Matemática Financeira para usuários do Excel. São Paulo: Atlas, 1998.

TEIXEIRA, JAMES. Matemática financeira. São Paulo: Makron Books, 1998.