UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

MARIA DA CONCEIÇÃO CERQUEIRA ARAGÃO DE OLIVEIRA

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL

CRUZ DAS ALMAS - BAHIA
DEZEMBRO DE 2020

MARIA DA CONCEIÇÃO CERQUEIRA ARAGÃO DE OLIVEIRA

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA:
UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional — PROFMAT, do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia — UFRB, como requisito parcial para obtenção do grau de *Mestre* em Matemática.

CRUZ DAS ALMAS - BAHIA

DEZEMBRO DE 2020

FICHA CATALOGRÁFICA

O48a Oliveira, Maria da Conceição Cerqueira Aragão de.

Aprendizagem significativa: utilização de materiais didáticos manipuláveis para a aprendizagem da geometria espacial / Maria da Conceição Cerqueira Aragão de Oliveira._ Cruz das Almas, Bahia, 2020.

88f.; il.

Orientadora: Sânzia Alves do Nascimento.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Mestrado em Matemática.

1.Matemática – Geometria espacial. 2.Matemática – Materiais manipuláveis. 3.Aprendizagem – Análise. I.Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas . II.Título.

CDD: 514.1

Ficha elaborada pela Biblioteca Central de Cruz das Almas - UFRB.
Responsável pela Elaboração - Antonio Marcos Sarmento das Chagas (Bibliotecário - CRB5 / 1615).
(os *dados para catalogação foram enviados pelo usuário via formulário eletrônico*).

Maria da Conceição Cerqueira Aragão de Oliveira

Aprendizagem Significativa: Utilização de materiais didáticos manipuláveis para a aprendizagem da Geometria Espacial

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), como requisito parcial para obtenção do grau de *Mestre* em Matemática.

Trabalho aprovado em: 07/12/2020

BANCA EXAMINADORA

Sânzia Alves do Nascimento

Profª. Drª. Sânzia Alves do Nascimento
Orientadora

Prof. Dr. João Carlos Sedraz Silva
(UNIVASF)

Maria Amélia de P. B. Hohlenwerger

Profª. Drª. Maria Amelia de Pinho Barbosa Hohlenwerger
(UFRB)

Cruz das Almas – Bahia
Dezembro de 2020

"A Matemática não é como um filme que deva ser passado para crianças assistirem.
Ela deve ser uma proposta para um programa ao vivo,
com todas as suas aventuras e imprevistos."

Lellis Jakubovic

AGRADECIMENTOS

A nossa realização é a maior graça alcançada pelo homem. Dedicá-la é reconhecer que alguém foi importante nessa realização. Por isso, um agradecimento de todo coração:

A Deus, Supremo inspirador de todos nós.

A minha Orientadora Sânzia Alves do Nascimento, pelo auxílio em todas as etapas desta pesquisa.

Aos meus colegas de curso.

Ao meu esposo Darlan, pela compreensão e ajuda durante todo o curso.

Aos meus filhos Stephanie e Enzo, aos quais peço desculpas pelos momentos de ausência.

RESUMO

Neste trabalho foi realizada uma pesquisa de campo a partir da aplicação de três questionários durante o desenvolvimento de uma Sequência Didática sobre o estudo da Geometria Espacial, composta por atividades que objetivam desenvolver uma educação visual adequada e desenvolver o raciocínio ativado pela visualização. Configurando-se em uma pesquisa aplicada, de caráter qualitativo, neste trabalho buscou-se verificar se a utilização dos materiais didáticos manipuláveis estimula o aluno a adquirir a habilidade de visualização dos elementos geométricos e se torna a aprendizagem significativa. Assim, foi elaborada uma Sequência Didática com base nas Orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com atividades embasadas em duas teorias construtivistas da aprendizagem. Em seguida, analisou-se a aplicação da Sequência Didática com os alunos de uma turma do 2º Ano do Ensino Médio do Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand (CIEAC), em Feira de Santana, Bahia. A partir dos resultados obtidos, verificou-se que a construção de sólidos geométricos pelos alunos proporcionou a visualização dos elementos geométricos e permitiu que os alunos, através do manuseio dos mesmos, construíssem seu próprio conhecimento, favorecendo a aplicação prática dos conceitos geométricos na resolução de problemas, estimulando assim uma aprendizagem significativa. Também foi feita uma análise da percepção e da representação dos alunos sobre a Matemática e a Geometria, a inter-relação entre ambas e suas aplicações no cotidiano. Neste sentido, observou-se que os alunos têm dificuldade de reconhecer a Geometria como parte da Matemática. Conclui-se que é necessário rever como a Geometria tem sido ensinada, e que é fundamental que se adotem metodologias adequadas em seu ensino.

Palavras-chave: Sequência didática; Geometria Espacial; Visualização; Teorias da aprendizagem.

ABSTRACT

In this work, a field research was conducted from the application of three questionnaire during the development of a Didactical Sequence about the study of Espacial Geometry, composed by activities that aim for developing an adequate visual education and reasoning activated by visualization. In the capacity of an applied research, of qualitative character, in this work it was sought to verify if the use of manipulable didactical materials stimulates the student to acquire the ability of visualizing geometric elements and if it makes learning meaningful. Thereby, a didactical sequence was elaborated with base on the Orientations of the National Curriculum Parameters (PCN) and the Common National Curriculum Base (BNCC), with activities based on two constructivists theories of learning. Afterwards, the application of the Didactical Sequence was analyzed with the students of a High School 2º Grade class of Integrated Center of Education Assis Chateaubriand (CIEAC), in Feira de Santana, Bahia. From the results obtained, it was verified that the construction of geometric solids by the students provided the visualization of the geometric elements and allowed the students to, through handling them, build their own knowledge, favoring the practical application of the geometric concepts in the solving of problems, thereby stimulating a meaningful learning. It was also made an analysis of the perception and the representation of students about Mathematics and Geometry, the interrelation between them both and their applications on the everyday life. In this sense, it was observed that students have difficulties recognizing Geometry as a part of Mathematics. It is concluded that it is necessary to review how Geometry has been taught and that it is essential to adopt appropriate methodologies in the teaching of it.

Keywords: Didactical Sequence; Space Geometry, Visualizing; Learning Theories.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A busca por caminhos que possibilitem um melhor ensino-aprendizagem da Matemática tem sido uma preocupação e um desafio constantes dos educadores. A história da Matemática revela que o conhecimento matemático foi construído a partir de perguntas relacionadas à questões cotidianas, problemas de outras áreas ou da sua própria estrutura. Por possuir um vasto campo de aplicações práticas, a Matemática permite ao discente construir conhecimentos interdisciplinares, além de refletir sobre as leis sociais e servir como poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza.

As constantes mudanças sociais e tecnológicas, como as que deram origem a uma grande variedade de funções no mercado de trabalho, colocam a necessidade de se repensar as atitudes e estratégias relacionadas ao ensino e ao aprendizado desta matéria. É o que ressalta Silva ao apontar que:

> [...] é urgente recorrer a um ensino de Matemática, onde teoria e prática, conteúdo e forma integram-se para desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e o espírito crítico, a partir do resgate da questão cultural, já que a Matemática é um bem cultural [...] (SILVA, 1992, p. 5).

Na sociedade atual, faz-se necessário a presença de profissionais que sejam capazes de dominar as novas tecnologias e de produzir outras, que estejam preparadas para as constantes mudanças, tendo como objetivo uma sociedade mais justa e o bem estar de todos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já ressaltavam a importância destes profissionais no ensino da Matemática ao dizer que:

> Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia a dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 1999b, p. 85).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece competências e habilidades que devem fomentar no aluno, dentre outras coisas, a capacidade de "usar diversas ferramentas de software e aplicativos para compreender e produzir conteúdos em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática." (BRASIL, 2018, p. 475).

Dessa forma, seria interessante que as pessoas percebessem a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e que permite modelar a realidade e interpretá-la. No entanto, a Matemática, enquanto disciplina, apresenta grandes entraves para a aprendizagem de muitos alunos e situa-se como uma área que necessita ser bem compreendida para que possa ser bem ensinada. Muitos questionamentos devem povoar a mente dos professores, que estão preocupados com o ensino da matemática, a exemplo de: "O que ensinar?", "Para que ensinar?", "Como ensinar?". Além desses questionamentos existe uma série de fatores que influenciam o ensino-aprendizagem da Matemática, a exemplo de: a base teórica, o interesse, a compreensão da linguagem formal e as metodologias aplicadas. Dessa forma, é interessante que os estudantes possam perceber a Matemática como um conhecimento que favorece o desenvolvimento de seu raciocínio e de sua sensibilidade estética.

Além dos problemas já citados em relação ao ensino-aprendizagem da Matemática, pode-se destacar aqueles relacionados à ausência ou quase ausência do ensino da Geometria, no qual os conteúdos dessa matéria, muitas vezes, deixam de ser ensinados pelos professores do Ensino Básico por não terem conhecimentos geométricos suficientes para sua prática pedagógica.

A Geometria é um ramo da Matemática que tem como objetivo desenvolver no aluno uma abstração de mundo que faz parte da nossa realidade, bem como auxiliar a inserção do homem no espaço Terra, utilizando e dividindo esse espaço, além de facilitar a construção de estratégias para resolver problemas relacionados à forma e ao espaço.

A linguagem geométrica está presente no cotidiano da sociedade, porém não é explicitamente percebida. Cabe à escola explicitar tal fato, mostrando que a Geometria faz parte da vida. É ela que nos ajuda a julgar, por exemplo, se um carro cabe ou não em uma vaga, a saber quantos metros quadrados de piso são necessários para revestir uma casa ou a encontrar o caminho de casa a partir da escola.

Segundo Estephan (2000), estudo feito por pesquisadores na área da Educação Matemática aponta que na maioria das escolas públicas brasileiras o ensino da Geometria continua fundamentado na transmissão de conteúdos curriculares muitas vezes fragmentados e voltados para a memorização, ou seja, não representa uma aprendizagem significativa.

De acordo com o relatório mais recente do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2019, a maioria dos alunos que concluem o ensino médio possui um baixo rendimento em Matemática (SAEB, 2019). Ainda segundo relatórios deste sistema de avaliação, são raros os alunos do último ano do ensino médio que conseguem resolver problemas de Geometria, daí a preocupação em tentar melhorar o ensino-aprendizagem da Matemática, de maneira especial o da Geometria.

Diante disto, este trabalho tem como *objetivo geral* propor e analisar a utilização de uma estratégia de ensino fundamentada em ideias construtivistas, para verificar se a construção de sólidos geométricos pelos alunos proporciona a visualização dos elementos geométricos, permitindo-lhes construir seu próprio conhecimento a partir do manuseio desses objetos.

Tendo em vista isto, os *objetivos específicos* desse estudo são:

1. Buscar práticas pedagógicas diferenciadas e inovadoras que facilitem o ensino das propriedades dos sólidos geométricos;

2. Verificar a percepção dos alunos sobre a Matemática e a Geometria;

3. Apreender os elementos que compõem a representação do aluno sobre a Geometria;

4. Analisar as impressões dos alunos em relação ao uso do material didático manipuláveis para o ensino da Geometria Espacial;

5. Verificar se a utilização de recursos visuais estimula a capacidade de percepção espacial dos alunos;

6. Proporcionar uma aprendizagem significativa em relação ao ensino da Geometria Espacial;

7. Propor a aplicação de uma sequência didática com alunos do Segundo Ano do Ensino Médio do Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand, em Feira de Santana - BA, visando à melhoria do ensino-aprendizagem da Geometria Espacial, sugerindo alternativas que possam reduzir ou superar os problemas de aprendizagem nesse ramo da Matemática.

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos, além da introdução, que contemplam os seguintes tópicos: o segundo capítulo destaca a importância da Geometria no que se denomina uma sociedade da informação e, especialmente, o processo ensino-aprendizagem da Geometria com seus reflexos no contexto geral da Matemática, e utiliza como suporte teórico duas teorias da aprendizagem: a teoria das inteligências múltiplas e a teoria da aprendizagem significativa. O terceiro capítulo aborda, de maneira bem sucinta, a formalização dos principais elementos e definições referentes aos poliedros convexos, destacando os prismas retos regulares, uma vez que alguns elementos serão necessários para explicar os cálculos envolvendo áreas, volumes, diagonais, entre outros. O quarto capítulo relata a aplicação da sequência didática, detalhando todo o seu processo de desenvolvimento. O quinto capítulo apresenta e analisa as informações sobre a pesquisa de campo, que adota uma perspectiva metodológica multidimensional através de questionário escrito, questionário de associação livre, e de caráter qualitativo. Em seguida, traz informações do questionário que avalia a sequência didática aplicada utilizando materiais manipuláveis, descrevendo detalhadamente os resultados, de caracteres quantitativos. E, por fim, traz as considerações finais do estudo em questão.

CAPÍTULO 2

O ENSINO DA GEOMETRIA

2.1 Dilemas no Ensino da Geometria

De acordo com Pavanello (1993), pesquisas na área de Educação Matemática apontam que, na maioria dos países, a Geometria Euclidiana sempre se defrontou com a dificuldade de conciliar o seu ensino, desenvolvido axiomaticamente, com o grau de imaturidade mental dos alunos. A redução de sua carga horária e a sua colocação no final dos programas dos cursos de Matemática foram as características da fuga ao problema e, como consequência, o seu ensino se deteriorou ou quase desapareceu. Numa reação a esse fato, encontros de educadores matemáticos, como o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), tiveram lugar em vários países, notadamente na Inglaterra, Alemanha, Bélgica, Holanda, França e Estados Unidos onde projetos de pesquisas sobre o assunto foram solicitados.

Uma das proposições decorrentes dos estudos realizados foi a de empenhar esforços para uma apresentação da geometria euclidiana como um sistema dedutivo, a partir de um conjunto alternativo de axiomas, apresentados de maneira não ostensiva e de tal forma que a disciplina pudesse ser assimilada com mais êxito pelos alunos. O grande desafio era, portanto, substituir a memorização mecânica pela compreensão, ou seja, tornar a aprendizagem mais significativa.

Dantas *et al.* (1996) aponta algumas razões que podem ter influenciado o fracasso do ensino da Geometria:

a) O ensino da Geometria não se renovou e, com isso, perdeu seu vigor;

b) Os professores na sua maioria, não dominam conhecimentos de Geometria e, por isso, excluem a Geometria dos seus planos de curso;

c) Os livros-textos para o ensino básico apresentam uma Geometria que se limita a definir figuras e seus elementos.

Seguindo o pensamento de Dantas *et al.* (1996) para o fracasso do ensino da Geometria, serão analisadas tais razões.

a) O ensino da Geometria não se renovou e, com isso, perdeu seu vigor.

Para Borges (2001), a Geometria ensinada na maioria das escolas brasileiras é a Geometria Euclidiana na sua apresentação milenar, exclusivamente formal, e no seu aspecto, exclusivamente, axiomático. Essa apresentação representa uma grave ameaça ao ensino dessa disciplina, pois os alunos ainda não possuem maturidade intelectual suficiente para compreender o raciocínio dedutivo, como mostram as pesquisas cognitivas, entre elas, as de Van Hiele [1](SILVA; CANDIDO, 2007).

Borges (2001) afirma que:

> [...] Os adeptos do método axiomático pensam, equivocadamente, que uma demonstração é a via preferencial para alguém aprender o raciocínio correto. Na prática, nas salas de aula, até mesmo o ensino da chamada lógica matemática, é feito por intermédio de regras mecânicas, sem nenhuma justificativa [...]. (BORGES, 2001, p. 5).

De acordo com Lima (1999), pesquisas importantes mostram que:

> O uso sistemático das transformações geométricas como enfoque básico exige um nível de abstração que está acima da maturidade de compreensão dos alunos em geral, embora se reconheça que o emprego ocasional dessas transformações contribui para enriquecer o conhecimento geométrico e simplificar algumas demonstrações. (LIMA, 1999, p. 3).

Segundo Borges (2001), a organização da Geometria efetuada por Euclides no século III a.C. foi precedida de alguns milhares de anos de tentativa para a compreensão através das quais os seres humanos buscavam organizar suas experiências. "[...] Essa terrível inversão, global-local verifica-se não apenas em geometria e é responsável pela rejeição por parte do aluno, àquilo que o professor tenta ensinar [...]" (BORGES, 2001, p. 4).

b) Os professores, na sua maioria, não dominam conhecimentos de Geometria e, por isso, excluem a Geometria dos seus planos de curso.

Para Lima (1999), os professores do Ensino Básico, quer por formação, quer por hábito, acham-se envolvidos numa rotina de trabalho na qual os assuntos abordados são aqueles em que se sentem seguros de tratar e os exercícios propostos são quase sempre aqueles mesmos que eles já sabem resolver, como lembra Fonseca, Lopes & Barbosa (2001):

> Muitas vezes percebemos certo desconforto dos professores do Ensino Fundamental ao falar sobre o ensino de Geometria, o que não acontece quando se

[1] A teoria de Dina e Peter van Hiele propõe uma progressão na aprendizagem da Geometria através de cinco níveis cada vez mais complexos. Assim, o modelo de desenvolvimento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas pelos Van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro.

> referem ao ensino de Álgebra ou de Aritmética, por exemplo. Refletindo esse desconforto, pouco tempo, ou às vezes, quase nenhum, é dedicado ao trabalho com a Geometria nas salas de aula. (FONSECA; LOPES; BARBOSA, 2001, p. 17).

Hershkowitz, Bruckheiner & Vinner (1994) afirmam que um conhecimento básico de Geometria é fundamental para os alunos interagirem adequadamente com seu meio, assim como se iniciarem num estudo mais formal dessa disciplina. Se os alunos devem aprender esses fundamentos é importante que os professores da escola básica conheçam bem essas ideias e as maneiras de ajudá-los a aprender.

c) Os livros-textos para o ensino básico apresentam uma Geometria que se limita a definir figuras e seus elementos.

Segundo Fonseca, Lopes & Barbosa (2001), o professor, em geral, toma como referência para suas aulas um único livro didático, sem ter oportunidade de conhecer e analisar a proposta de outros autores, suas concepções de Matemática e de ensino.

Para tentar mudar essa realidade, os autores propõem um levantamento dos conteúdos que têm sido trabalhados em sala, confrontando as experiências dos professores com o que está sendo proposto pelos órgãos oficiais, pelos livros didáticos e pela pesquisa sobre o ensino de Geometria. Porém, esse levantamento não se justifica se não for confrontado com outras vozes que compõem o discurso escolar, tais como, propostas curriculares, livros didáticos, publicações em periódicos especializados, trabalhos apresentados em congressos, dentre outras.

Esse confronto das diferentes propostas contidas nesses materiais dará ao professor condições de, conhecendo e analisando diferentes tendências de ensino, dispor de argumentos e alternativas para refletir sobre sua prática pedagógica e transformá-la.

Portanto, como foi relatado, existem muitos fatores que contribuíram para a caótica situação do ensino de Geometria. A ausência ou quase ausência do ensino da Geometria, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e, até mesmo, não integrada com as outras partes da própria Matemática, é uma lacuna a ser preenchida na prática pedagógica enquanto professores de Matemática.

Atualmente, observa-se que tem havido esforços para uma renovação do ensino da Geometria, como pode ser visto numa busca no repositório de dissertações do Profmat[2]. Além disso, devido a maior disponibilidade de recursos bibliográficos gratuitos, devido ao maior acesso à Internet, os professores podem diversificar suas práticas pedagógicas. Entretanto, ainda é necessário rever

[2] https://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes/

a abordagem dos conceitos geométricos nos currículos das licenciaturas em matemática no país (LEIVAS, 2009), a fim de que o professor do ensino básico não somente domine os conceitos, mas também as diferentes formas de atingir as competências e habilidades estabelecidas atualmente para o ensino da Matemática.

2.2 Importância do Ensino da Geometria

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), discussões no âmbito da Educação Matemática que aconteceram no Brasil e em outros países já apontavam a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Geometria em diversos campos da atividade humana. Tais discussões influenciaram a análise e revisão de currículos de Matemática no Ensino Básico, levando aos currículos que foram utilizados durante os quase vinte anos seguintes.

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) reforça a importância do estudo da Geometria, quando diz que:

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (BRASIL, 2018, p. 269).

Segundo Ozániz (1995), a necessidade de uma volta do espírito geométrico ao ensino da Matemática é algo que todo mundo parece estar de acordo, embora não haja consenso quanto a propostas eficientes voltadas para o Ensino Básico nos cursos de formação inicial e continuada de professores.

Como ressaltava Leivas (2009, p.239) "uma renovação ou inovação dos currículos da formação de professores de Matemática é urgente e há de se cogitar da utilização de uma interdisciplinaridade dos saberes que permeiam as diversas disciplinas que compõem as grades curriculares dos cursos", pensando-se em interdisciplinaridade entre as disciplinas matemáticas. Nesse sentido, o autor propõe "a criação de uma componente curricular em Geometria que vai muito além de duas ou três disciplinas ao longo do currículo, e que possibilitará a aquisição do que se denotou antes como cultura geométrica", com a finalidade de "ensinar conceitos geométricos em disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática a partir de abordagens que envolvam imaginação, intuição e visualização". O autor busca assim proporcionar aos futuros professores a reunião de saberes para que eles possam "aprender a fazer essa construção em sua atuação profissional futura".

Mas, qual a importância do ensino de Geometria? De acordo com Pires, Curi & Campos (2000, p.15), essa disciplina é considerada importante, tanto pelos pesquisadores quanto pelos curriculistas, porque através dela é permitido à criança "compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive, além de ser um campo fértil para se trabalhar com situações-problemas". Nesse sentido, os autores chamam a atenção "para a importância do desenvolvimento de um pensamento geométrico, de tanta relevância para o aluno como o pensamento aritmético ou algébrico".

De acordo com os PCN:

> O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de artes, pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 5).

Para Pavanello (1993), o estudo da geometria proporciona o desenvolvimento de um tipo de raciocínio espacial, lógico-dedutivo e sequencial por meio do qual entendemos muitas relações, como as relações de paralelismo, perpendicularismo, distâncias, medidas, posições, movimentos, contribuindo para o conhecimento e entendimento do que está ao nosso redor no espaço em que vivemos. Também, proporciona o desenvolvimento integral do processo de pensamento necessário à resolução de problemas matemáticos.

Kaleff (1998) chama a atenção para o fato que:

> Apesar de, para os matemáticos, não haver dúvidas de que os elementos geométricos (ponto, reta, plano, etc.) pertencem ao mundo das ideias matemáticas, estes elementos tiveram sua origem no mundo físico e representam abstrações de objetos materiais [...]. Embora a maioria das representações de objetos geométricos seja perceptível visualmente, é importante não se confundir a habilidade de visualização, isto é, a habilidade de se perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção visual das representações disponíveis deste objeto. (KALEFF, 1998, p. 16).

É, portanto, a partir de elementos ligados à realidade do aluno que as primeiras noções relativas aos elementos geométricos podem ser trabalhadas, encorajando-se sua experiência pessoal com os elementos espaciais e sua familiarização com figuras bi e tridimensionais, e interligando-as aos conhecimentos numéricos, métricos e algébricos que serão construídos.

2.3 PCN, BNCC e o Ensino da Geometria

De acordo com Pavanello (1993), a partir do movimento da Matemática Moderna, a Geometria passou a ser ensinada através da linguagem dos conjuntos, onde as figuras geométricas passaram a ser utilizadas como conjunto de pontos do plano ou do espaço e se realizavam as operações com essas figuras. No entanto, essas tentativas foram frustradas porque a maioria dos professores não dominava o assunto e, consequentemente, o ensino da Geometria, apesar de constar oficialmente nos currículos, foi abandonado.

Depois desta fase de quase ausência do ensino de Geometria nas escolas, que deixou várias gerações sem um estudo satisfatório, começou uma preocupação com o assunto. Algumas escolas, para tentar diminuir o problema, passaram a usar a disciplina Educação Artística para ensinar os conteúdos de Geometria, desvinculados dos outros conteúdos de Matemática, por professores de outras áreas e, às vezes, só de Desenho Geométrico.

Esta situação prevaleceu até a promulgação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB) em 1996 (BRASIL, 1996) e a implantação dos PCN em 1998, que colocaram a Geometria como um dos blocos de conteúdos da Matemática no Ensino Fundamental e Médio. A partir daí, houve um gradativo aumento da preocupação com o ensino de Geometria e do interesse dos professores em aprender Geometria e incluí-la nos currículos escolares, a fim de cumprir a lei. Também, alguns livros didáticos foram modificados, colocando os conteúdos de Geometria, não no final, mas intercalando-a com Álgebra e Aritmética e tentando fazer uma relação entre ela e outros ramos da Matemática.

Os PCN para o Ensino Médio estão organizados em três áreas: *Linguagens, Códigos e suas Tecnologias*; *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias* e *Ciências Humanas e suas Tecnologias*. A área *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias* abrange as disciplinas Matemática, Física, Química e Biologia.

Os conteúdos básicos de Matemática para o ensino médio estão organizados em quatro blocos: *Números e operações*, *Funções*, *Geometria* e *Análise de dados e Probabilidade*. No que se refere às competências que os alunos devem atingir ao final do ensino médio em relação à Matemática, os PCN ressaltam que eles sejam capazes de

> [...] usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano, para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreender que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 1998, p. 60).

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medidas.

> [...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para os problemas podem ser desenvolvidos com um trabalho adequado de geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1998, p. 257).

Atualmente, está sendo analisado e aplicado um novo documento normativo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), que define as competências gerais e específicas, as habilidades e as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver durante cada etapa da educação básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. (SAE DIGITAL, 2020). A BNCC, também, determina que essas competências, habilidades e conteúdos devem ser os mesmos, independentemente de onde as crianças, os adolescentes e os jovens moram ou estudam.

A BNCC está dividida em três partes de acordo com as etapas do Ensino Básico: *Educação Infantil*, *Ensino Fundamental* e *Ensino Médio*. A partir de 14 de dezembro de 2018, com a aprovação da BNCC do Ensino Médio pelo Conselho Nacional de Educação, todas as escolas brasileiras, públicas ou privadas, foram orientadas a construir, até 2022, novos currículos e novas propostas pedagógicas tendo em vista as características e culturas locais, assim como as necessidades de formação e as demandas dos alunos.

A BNCC do Ensino Médio está organizada por Áreas do Conhecimento, que são: 1) *Linguagens e suas Tecnologias*, 2) *Matemática e suas Tecnologias*, 3) *Ciências da Natureza e suas Tecnologias*, e 4) *Ciências Humanas e Sociais Aplicadas*.

De acordo com o Sae Digital (2020), as mudanças sugeridas pela BNCC em relação à Matemática não retiram a visão dos PCN sobre a mesma, elas apenas ampliaram e aprofundaram os objetivos relatados nos PCN, no que diz respeito ao estudo da Matemática, uma vez que durante muito tempo os PCN serviram como principal documento de referência para as escolas brasileiras.

A BNCC orienta sobre as competências específicas a serem alcançadas, indicando como as competências gerais da base devem ser trabalhadas em um dado componente curricular. Entre as competências específicas da Matemática do Ensino Médio, a BNCC orienta que, ao final do processo de aprendizagem, o aluno deve

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos — Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística — , para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 527).

Essa competência considera que para resolver problemas matemáticos mais complexos, os alunos deverão aplicar seus conhecimentos e habilidades identificando ou construindo modelos existentes que possam gerar respostas adequadas, avaliando seu alcance e sua validade para o problema proposto.

Em relação à Geometria, a BNCC orienta que uma das habilidades que o aluno deve alcançar ao final do Ensino Médio é a capacidade de

> Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados. (BRASIL, 2018, p. 529).

Portanto, o estudo da Geometria é fundamental para a compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos que são utilizados para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

2.4 Materiais Didáticos Manipuláveis e o Ensino da Geometria

De acordo com Dante (1998), algumas questões vêm sendo discutidas em relação ao ensino da Matemática, e uma delas refere-se à forma com a qual os professores transmitem aos seus alunos conteúdos matemáticos fundamentais para a formação escolar. Segundo Pais (2003), estudos na área de Educação Matemática enfatizam como é importante para os alunos iniciarem o estudo da Matemática a partir de manipulação de objetos, como forma de facilitar a aprendizagem.

Materiais manipuláveis podem ser entendidos como “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia.” (PASSOS, 2006).

A utilização de modelos ou materiais manipuláveis nas aulas de matemática não é recente. De acordo com Smole & Diniz (2016), Comenius[3], em sua Didática Magna (1621-1657), aconselhava a aplicação dos mais variados recursos nas aulas, tais como pintar nas paredes fórmulas e, também, construir modelos para o ensino da geometria, para "desenvolver uma melhor e maior aprendizagem".

Nos séculos XVIII e XIX, os educadores Pestalozzi (1746-1870) e Froëbel (1782-1852) acreditavam que se houvesse uma ampla atividade exercida pelos próprios alunos, este seria o principal passo para uma "educação ativa" e que, também, os conceitos surgiriam da experiência direta e das operações que o aprendiz realizasse sobre aquilo que observasse ou manipulasse (SMOLE; DINIZ, 2016).

Além disso, segundo o psicólogo Bruner (1972), o primeiro passo quando estamos tentando entender um objeto é ver como este objeto funciona. Para que isto ocorra, utilizamos os recursos concretos ou materiais manipuláveis, para que possamos realizar as experimentações no concreto[4]. Dessa forma, vamos criando imagens claras dos objetos com que estamos trabalhando, e ao invés de trabalharmos somente com o concreto, começamos a elaborar representações escritas sobre o objeto e passamos a pensar, principalmente, por meio dessas representações, como se elas fossem os próprios objetos.

Com relação à ação cognitiva de manipulação, Lévy (1993, p. 158) ressalta que

> [...] este poder de manejar e remanejar o ambiente irá mostrar-se crucial para a construção da cultura, o pensamento lógico ou abstrato sendo apenas um dos aspectos, variável e historicamente datado desta cultura.

No processo de ensino-aprendizagem da Geometria, a habilidade de visualizar, o desenho, a argumentação lógica e a aplicação na busca de soluções para problemas são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões de matemática e de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1999b). Em Educação Matemática, "visualizar é formar ou conceber uma imagem visual de algo que não se tem ante os olhos no momento." (PAIS, 2003).

De acordo com Kaleff (1998, p.15), na década de 90 foram realizadas diversas pesquisas em educação matemática destacando a importância de incentivar o desenvolvimento no aluno da "habilidade de visualizar tanto objetos do mundo real, quanto, em nível mais avançado,

[3] Iohannis Amos Comenius (1592-1670) foi um professor, cientista e escritor checo, considerado o fundador da Didática Moderna. Ele propôs um sistema articulado de ensino, reconhecendo o igual direito de todos os homens ao saber.

[4] Podemos entender o concreto como significando uma contextualização: quando trabalhamos com material manipulável existe um contexto que ajuda a entender o processo de manipular ou utilizar um material. Portanto, concreto pode referir-se à manipulável, mas também pode referir-se a contextualizado.

conceitos, processos e fenômenos matemáticos” . A autora destaca que é a partir desse momento que “os educadores matemáticos começaram a tomar consciência da importância assumida pelo entendimento das informações visuais em geral, tanto para a formação matemática do educando quanto para sua educação global”. A autora ainda pondera que, para alguns pesquisadores, a habilidade de visualizar é “tão ou mais importante do que a de calcular numericamente e a de simbolizar algebricamente”. Desde então, o tema visualização tem sido cada vez mais abordado em pesquisas, e nos últimos anos, como destaca Monteiro (2016, p. 31), “tem sido recorrente entre os educadores a preocupação em inserir materiais concretos no ensino de Geometria Espacial”.

Uma das maneiras de adquirir essa habilidade de visualizar objetos geométricos é fazendo uso de materiais didáticos manipuláveis, pois ao construir e manusear um modelo dos objetos geométricos cria-se uma imagem mental de tal objeto, tornando-se mais fácil a compreensão das propriedades e dos elementos do objeto em estudo.

Atualmente, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999a, p.87), por exemplo, propõe uma ação inovadora referindo-se ao aprendizado da Geometria, ressaltando a importância de “estimular todos os procedimentos e atividades que permitam ao aluno reconstruir ou reinventar o conhecimento didaticamente transposto para a sala, entre eles a experimentação, a execução de projetos, o protagonismo em situações sociais”.

De acordo com Kaleff (1998), o principal problema dos alunos com relação ao aprendizado da Geometria está na extrema dificuldade em abstrair tais conceitos e transformá-los em realidades concretas, daí a importância de se utilizar materiais didáticos manipuláveis nas aulas de Geometria, como um trampolim para a construção do pensamento abstrato, ou seja, para uma melhor apreensão dos conceitos geométricos e, consequentemente, para uma aprendizagem mais significativa.

2.5 Teorias da Aprendizagem

A Geometria é um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência (FAINGUELERNT, 1999). Dessa forma, é necessário buscar práticas pedagógicas que funcionem na apreensão das ideias geométricas e que gerem a consciência de que a Geometria é fundamental para o mundo moderno.

De acordo com Vidaletti (2009), as teorias construtivistas embasam as aprendizagens lógicas por meio da construção de estruturas mentais capazes de receber novos conhecimentos, que leva a uma reflexão mais profunda sobre as maneiras pelas quais a Matemática, especificamente, a Geometria, deve ser ensinada e aprendida, de modo que o aluno tenha a compreensão do assunto e a efetiva formação de um conceito, podendo futuramente agir segundo essa compreensão, na resolução de problemas que envolvam Geometria, tanto na vida cotidiana como na escola. A partir desses aspectos, o presente trabalho baseou-se em duas teorias da aprendizagem: a teoria das inteligências múltiplas e a teoria da aprendizagem significativa.

2.5.1 Teoria das Inteligências Múltiplas

A teoria das inteligências múltiplas desenvolvida por Gardner (1994) admite a existência de um grupo de inteligências distintas, ou seja, para Gardner (1994) não existe uma inteligência única, mas sim um espectro de inteligências que aparecem em indivíduos diferentes, combinadas de formas diferentes. Sendo assim, não há a possibilidade, a não ser em indivíduos anormais, de que, na idade adulta, as inteligências operem isoladamente. Dentre as diferentes inteligências listadas por Gardner (1994) será feita uma análise das inteligências Lógico-Matemática e Vísuo-Espacial.

Inteligência Lógico-Matemática

Segundo Gardner (1994), a inteligência lógico-matemática é a habilidade para explorar relações, categorias e padrões, por meio da manipulação de objetos ou símbolos para experimentar de forma controlada; é a habilidade para lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. O componente central dessa inteligência é uma sensibilidade para padrões, ordem e sistematização.

> É evidente que, em alguns casos, a inteligência lógico-matemática aparece muito elevada e o indivíduo, mesmo sem estímulos adequados, pode fazê-la “brilhar", mas, mais evidente ainda é que os pais ou a escola que saibam como estimulá-la obterão resultados bem mais significativos do que impor a matemática como um perverso desafio. (ANTUNES, 1998, p.31).

A competência lógico-matemática é a responsável pela construção mental de cadeias causais (modelos de raciocínio). O estímulo a essa inteligência provém de interações abstratas, problemas matemáticos, análises algébricas, jogos como gamão e xadrez, games específicos e que explorem a dedução e o raciocínio analítico, os desafios ligados à engenharia e à arquitetura.

Inteligência Vísuo-Espacial

De acordo com Gardner (1994), é a inteligência que depende do senso de ver e ser capaz de visualizar um objeto, incluindo a habilidade de criar imagens mentais. É a responsável pela capacidade de orientação no mundo físico. As pessoas conseguem construir mentalmente um mundo e operar nele. As habilidades de percepção espacial, decorrentes desse tipo de inteligência, são importantes para o sucesso escolar e têm grande influência na estabilidade do aluno. O mundo visual é o resultado de um processo lento que cria um mundo de objetos semelhantes ou diferentes, interdependentes e significativos.

Segundo Kaleff (1998), na Geometria Espacial, a melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidade de observar e usar muitas relações espaciais. Os alunos com "talento" neste tipo de inteligência pensam em imagens e quadros e prontamente estão rabiscando, desenhando ou construindo coisas, manipulam formas e objetos mentalmente.

No decorrer da vida, os indivíduos desenvolvem o espectro das inteligências. Algumas são desenvolvidas mais do que as outras, assim, têm-se mais facilidade em executar algumas atividades que outras. Tendo em vista que as inteligências se manifestam de modos diversos, em fases de desenvolvimento diferentes e em níveis variados, cada indivíduo necessita que sua avaliação e estimulação ocorram de forma adequada.

2.5.2 Teoria da Aprendizagem Significativa

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, Novak & Hanesian (1980) é uma teoria cognitiva[5] e, como tal, procura descrever o que acontece quando o ser humano se situa e organiza seu mundo. Preocupa-se com o processo de compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição. De acordo com essa teoria, novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo aprendiz e sirvam, dessa forma, de ancoradouro a novas ideias e conceitos.

A compreensão por parte do aluno da ideia ou conceito de poliedro[6], pode ser considerada como um exemplo da utilização da aprendizagem significativa no estudo da Geometria. De acordo com a definição dada pelo microdicionário de Matemática de Imenes & Lellis (2001,

[5] Segundo Stenberg (2000), a psicologia cognitiva trata do modo como as pessoas percebem, aprendem, recordam e pensam sobre a informação.

[6] O termo poliedro é de origem grega: póly(vários) + hédrai (faces)

p. 239) "Poliedros são sólidos cuja superfície é formada por partes planas, não arredondadas". Portanto, verifica-se que para o aluno incorporar a ideia de poliedro é necessário que ele tenha bem claro, em sua bagagem intelectual, o que são sólidos, o que é superfície e o que é plano. No entanto, esses conceitos não são primários, isto é, necessitam de outros elementares para o seu suporte. Dessa forma, para a fixação e entendimento do conceito de poliedro seria necessário conhecer pelo menos, três elementos, que vão servir de âncoras para o desenvolvimento do aprendizado.

Ausubel, Novak & Hanesian (1980), também, descrevem a aprendizagem mecânica (ou automática), definindo-a como sendo aquela em que novas informações são aprendidas praticamente sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, sem ligar-se a conceitos específicos. A nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva e pouco ou nada contribuindo para a sua elaboração e diferenciação. Um exemplo típico de aprendizagem mecânica no estudo da Matemática é a simples memorização de fórmulas, propriedades e conceitos.

Para os autores, embora a aprendizagem significativa deva ser preferida à mecânica por facilitar a aquisição de significados, a retenção e a transferência de aprendizagem, pode ocorrer em certas situações a partir da aprendizagem mecânica que seja, talvez, necessária ou desejável. Por exemplo, no estudo da Geometria Espacial, no Ensino Médio, a parte referente aos polígonos regulares (triângulo equilátero, quadrado, hexágono regular) e as relações dos seus elementos (lados, raio, apótema, altura) representa um exemplo em que a memorização ajuda a agilizar a resolução de determinados problemas. É claro que todas as fórmulas referentes aos polígonos regulares devem ser demonstradas, mas a resolução de problemas, em Geometria Espacial, envolvendo poliedro formado por esses polígonos, fica mais fácil quando o aluno as aceita como básica (âncoras) e as memoriza.

Ainda conforme os autores, numa perspectiva de aprendizagem significativa, a inteligência está, acima de tudo, associada à aptidão de organizar comportamentos, descobrir valores, inventar projetos, mantê-los, ser capaz de liberta-se do determinismo da situação, analisar problemas e solucioná-los. Dessa forma, uma aprendizagem significativa está relacionada à possibilidade dos alunos aprenderem por múltiplos caminhos e formas de inteligência, permitindo aos alunos usar diversos meios e modos de expressão.

2.6 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo, buscou-se evidenciar a importância da Geometria no que se denomina uma sociedade da informação e, especialmente, o processo ensino-aprendizagem da Geometria através da utilização de materiais didáticos manipuláveis. Como suporte teórico foi utilizado duas teorias da aprendizagem: teoria das inteligências múltiplas e teoria da aprendizagem significativa.

O capítulo que segue abordará, de maneira bem sucinta, os principais elementos e definições, referentes aos poliedros convexos, tendo como destaque os prismas retos regulares, pois os mesmos são o tema da sequência didática que será aplicada e analisada nos demais capítulos.

CAPÍTULO 3

POLIEDROS: UM BREVE ESTUDO SOBRE PRISMAS

Neste capítulo, serão abordados apenas os principais elementos e definições referentes aos *poliedros convexos*, tendo como foco principal os *prismas retos regulares*, pois alguns desses elementos serão necessários para explicar os cálculos envolvendo áreas, volumes, diagonais, entre outros. Dessa forma, será feita a formalização dos conceitos envolvendo poliedros para que se construa a definição de prisma reto, destacando seus elementos, associando o cálculo de áreas de figuras planas ao cálculo de área da superfície de um prisma reto e consequentemente, será definido e formalizado o conceito de volume de um prisma reto. Assim, é necessário que esses conceitos sejam bem ensinados e bem compreendidos para que haja, de fato, a aprendizagem.

Nos próximos capítulos, dar-se-á prosseguimento ao objetivo desse trabalho, que é mostrar que a construção de sólidos geométricos pelos alunos proporciona a visualização dos elementos geométricos, permitindo que o aluno, a partir do manuseio dos mesmos, construa seu próprio conhecimento, estimulando a aprendizagem significativa.

3.1 Poliedros

De acordo com Lima *et al.* (1998), antes de definir o que são poliedros, é necessário estabelecer uma definição adequada para o nível de estudo que se pretende ensinar. Dessa forma, os autores recomendam que a definição de Poliedros para alunos do Ensino Médio seja a que não permita grandes generalidades, mas que seja suficiente para demonstrar os teoremas e propriedades importantes.

Definição 1. *Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados faces onde:*

a) Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.

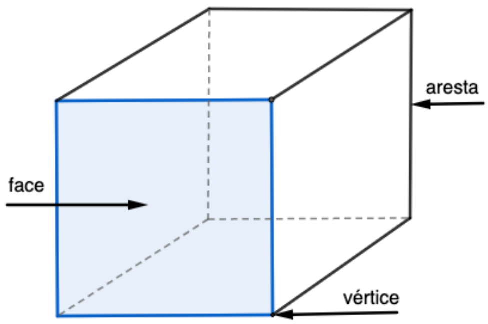
b) A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia.

Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.

c) É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas).

A Figura 1 indica os elementos de um poliedro.

Figura 1 – Elementos de um poliedro.



Fonte: A autora.

Atendendo a Definição 1, qualquer poliedro limita o espaço em duas regiões: interior ao poliedro e exterior a ele. Assim, pode-se afirmar que um poliedro é convexo se a região do espaço interior a ele for convexa. Uma região convexa pode ser definida da seguinte forma:

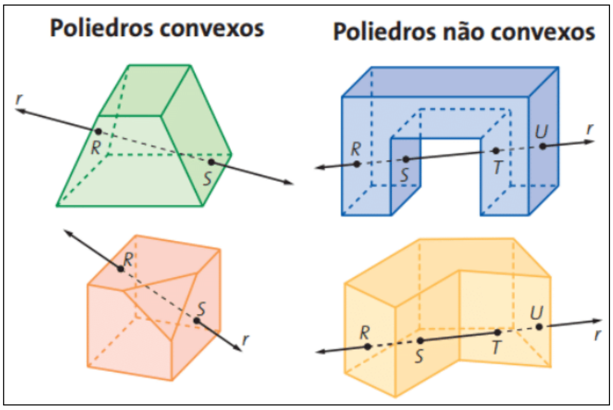
Definição 2. *Um conjunto A de pontos no espaço é convexo quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos distintos de A está inteiramente contido em A.*

Podemos adequar a Definição 2 aos poliedros por uma equivalente, da seguinte forma:

Definição 3. *Um Poliedro é convexo se qualquer reta, não paralela a nenhuma de suas faces, o corta em, no máximo, dois pontos.*

A Figura 2 ilustra com clareza a diferença entre poliedro convexo e não convexo.

Figura 2 – Poliedros convexos e poliedros não convexos.



Fonte: Casa da Matemática (2020).

Um teorema importante que surgiu a partir da investigação de propriedades dos poliedros é o *Teorema de Euler*, também conhecida como *Relação de Euler*.

Teorema 1 (Teorema de Euler)**.** *Em todo poliedro convexo com A arestas, V vértices e F faces, vale a relação*

$$V - A + F = 2$$

Esse teorema foi descoberto em 1758, e a partir daí, várias demonstrações foram construídas, muitas delas continham falhas que só foram descobertas anos depois. Segundo Lima *et al.* (1998), essas falhas eram devidas à falta de precisão na definição de poliedros. Para uma leitura mais detalhada sobre os aspectos históricos do Teorema de Euler ver a referência Santos (2014).

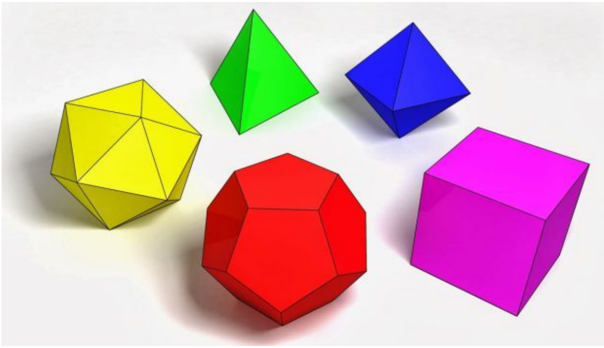
3.2 Poliedros Regulares

Os poliedros regulares são conhecidos desde a antiguidade. Euclides dedicou todo o seu livro VIII dos "Elementos" (cerca de 300 anos a.C.) ao estudo dos sólidos regulares e nele estão contidos extensos cálculos que determinam, para cada um dos sólidos, a razão entre o comprimento da aresta e o raio da esfera circunscrita (ÁVILA, 2001). Nesse livro, Euclides prova que os poliedros regulares são apenas cinco: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro (Figura 3).

Definição 4. *Um Poliedro convexo é regular quando todas as faces são polígonos regulares iguais e em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas.*

Teorema 2. *Existem apenas cinco poliedros regulares convexos.*

Figura 3 – Poliedros regulares convexos.



Fonte: Cursos Iped (2020).

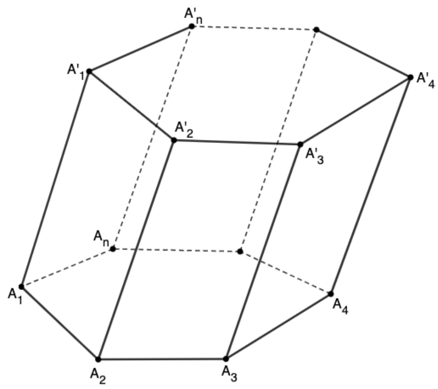
3.3 Prismas

Segundo Eves (1995), relatos históricos mostram que o prisma é uma figura geométrica conhecida desde antes de 2000 a.C. e que os estudiosos da época já mostravam-se familiarizados com o volume do paralelepípedo reto retângulo e, também, o volume do prisma reto de base trapezoidal. Diversos matemáticos dedicaram-se ao estudo do prisma com objetivos diversos, neste estudo abordaremos a definição de primas dada por Muniz Neto no livro Geometria da Coleção PROFMAT (MUNIZ NETO, 2013).

Definição 5. *Sejam dados polígonos $A_1A_2\ldots A_n$ e $A_1^{'}A_2^{'}\ldots A_n^{'}$, situados em planos paralelos e tais que as retas $\overleftrightarrow{A_1A_1^{'}}$, $\overleftrightarrow{A_2A_2^{'}}$, ..., $\overleftrightarrow{AA_n^{'}}$ sejam também paralelas. Então, é imediato (Figura 4) que, para $1 \leq i \leq n$, considerando por convenção que $A_{n+1} = A_1$, o quadrilátero $A_iA_{i+1}A_{i+1}^{'}A_i^{'}$ é um paralelogramo e que os polígonos $A_1A_2\ldots A_n$ e $A_1^{'}A_2^{'}\ldots A_n^{'}$ são congruentes.*

Assim, a porção limitada do espaço, delimitada pelos polígonos $A_1A_2\ldots A_n$ e $A_1^{'}A_2^{'}\ldots A_n^{'}$ e pelos paralelogramos $A_iA_{i+1}A_{i+1}^{'}A_i^{'}$, para $1 \leq i \leq n$, é denominada prisma de bases $A_1A_2\ldots A_n$ e $A_1^{'}A_2^{'}\ldots A_n^{'}$.

Figura 4 – Prisma de bases $A_1A_2\ldots A_n$ e $A_1^{'}A_2^{'}\ldots A_n^{'}$.



Fonte: A autora.

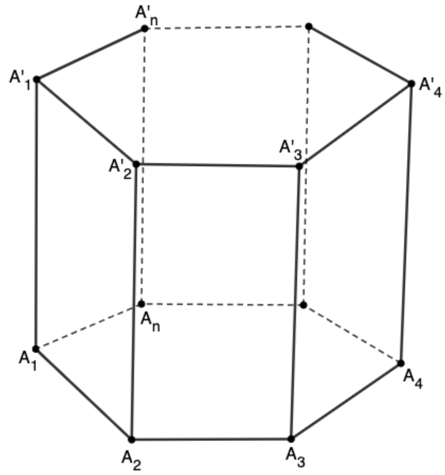
Note que os pontos $A_1, A_2, \ldots, A_n, A_1^{'}, A_2^{'}, \ldots, A_n^{'}$ são os vértices do prisma; os segmentos $A_iA_{i+1}, A_i^{'}A_{i+1}^{'}$ e $A_iA_i^{'}$ são suas arestas e os segmentos $A_iA_i^{'}$, para $1 \leq i \leq n$, suas arestas laterais. Os paralelogramos $A_iA_{i+1}A_{i+1}^{'}A_i^{'}$ são as faces laterais do prisma.

Como as bases do prisma são polígonos de n lados, dizemos que ele se trata de um prisma n-gonal. Dessa forma, os prismas são classificados pelos polígonos de n lados que formam sua base, ou seja, se $n = 3$ temos o prisma triangular; se $n = 4$ temos o prisma quadrangular; se $n = 5$ temos o prisma pentagonal e assim sucessivamente.

A altura de um prisma é a distância entre os planos de suas bases. Assim, em relação à inclinação das arestas laterais aos planos das bases, os prismas são classificados em: oblíquo ou retos. Temos, então, a seguinte definição:

Definição 6. *Um prisma é denominado de prisma reto quando suas arestas laterais são perpendiculares aos planos de suas bases; em particular, se $A_1, A_2, \ldots, A_n, A_1^{'}, A_2^{'}, \ldots, A_n^{'}$ são as bases de um prisma reto, então $\overline{A_1A_1^{'}} = \overline{A_2A_2^{'}} = \ldots = \overline{AA_n^{'}}$, e tal valor comum coincide com a altura do prima. Desse modo, um prisma reto é regular (Figura 5) se suas bases forem polígonos regulares.*

Figura 5 – Prisma regular de bases $A_1A_2\ldots A_n$e$A'_1A'_2\ldots A'_n$.



Fonte: A autora.

Quando o prisma reto tem como base um retângulo obtemos um paralelepípedo retângulo, ou bloco retangular, no qual cada face é um retângulo, assim um paralelepípedo retângulo é um prisma reto, no qual qualquer face serve como base. Ainda, temos o cubo ou hexaedro regular, que é um caso particular do paralelepípedo retângulo no qual cada face é um quadrado.

3.4 Áreas da superfície de um prisma

A área é definida por muitos livros didáticos do Ensino Médio ou Fundamental como sendo a quantidade de espaço bidimensional, desse modo, área é sempre medida em um plano horizontal. Logo, podemos ter uma superfície inclinada, no entanto sua área será medida pela sua projeção num plano horizontal. Por isso, muitas fórmulas para o cálculo de área de uma superfície são obtidas quando as planificamos.

Planificar uma superfície é uma operação que consiste em cortar essa superfície, abrindo-a e tornando-a plana. Então, para calcular a área da superfície de um prisma qualquer podemos planificá-lo e assim, encontrarmos a área de cada polígono que compõe suas faces. A soma das áreas de todas as faces juntas é a área de sua superfície.

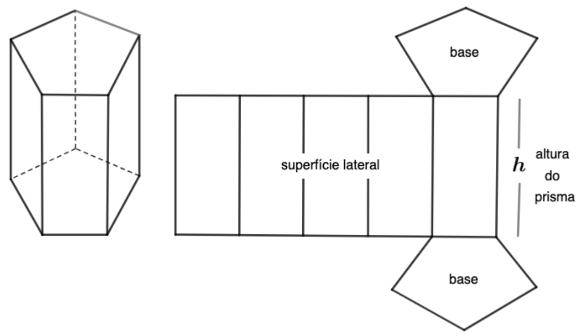
Sendo assim, é possível distinguir dois tipos de superfície em um prisma: as faces das bases e as faces das laterais, conforme ilustrado na Figura 6. Dessa forma, considere as seguintes áreas:

- **superfície lateral** é formada pelas faces laterais, que são paralelogramos, logo a área lateral (A_l) do prisma é a soma das áreas dos paralelogramos;

- **superfície da base** é a face da base que é formada por um polígono, logo a área da base (A_b) do prisma é a área do polígono;
- **superfície total** é formada pelas faces laterais e as bases, logo a área total (A_t) do prisma é a área da superfície total, ou seja,

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b.$$

Figura 6 – Área da superfície de um prisma.



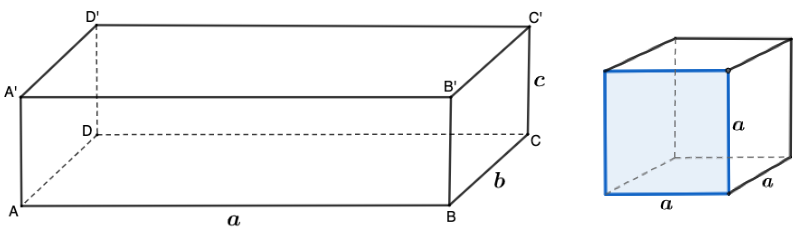
Fonte: A autora.

3.5 Paralelepípedo retângulo

Definição 7. *Paralelepípedo é um prisma formado por 6 paralelogramos. Quando as faces do paralelepípedo são retângulos ele é chamado de paralelepípedo retângulo ou bloco retangular.*

O paralelepípedo retângulo é determinado por três medidas: o seu comprimento a, a sua largura b e a sua altura c. Um paralelepípedo retângulo que possui todas as faces quadradas é chamado de cubo. Essas medidas estão identificadas na Figura 7.

Figura 7 – Paralelepípedo retângulo e cubo.

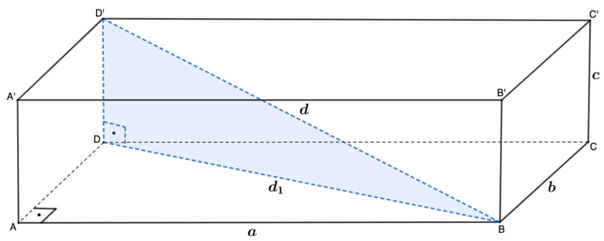


Fonte: A autora.

3.5.1 Diagonal de um paralelepípedo retângulo

Seja d a medida da diagonal do paralelepípedo e d_1 a medida da diagonal da base, conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Diagonal do paralelepípedo retângulo.



Fonte: A autora.

Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos ABD e $D^{'}DB$, tem-se:

$$\triangle ABD: \quad d_1^2 = a^2 + b^2 \tag{1}$$

$$\triangle D^{'}DB: \quad d^2 = d_1^2 + c^2. \tag{2}$$

Substituindo a equação 1 na equação 2, obtém-se:

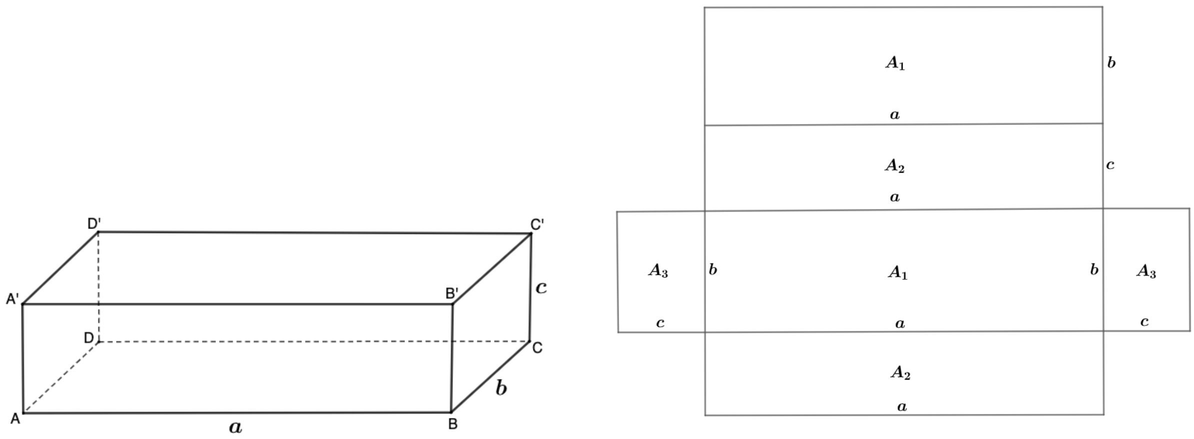
$$\begin{aligned} d^2 &= a^2 + b^2 + c^2 \\ d &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \end{aligned} \tag{3}$$

3.5.2 Área total de um paralelepípedo retângulo

Conforme pode ser visto na Figura 9, a planificação do paralelepípedo mostra que sua superfície é a reunião de seis retângulos, dois a dois congruentes, de tal forma que a área total A_t do paralelepípedo é a soma dessas áreas, ou seja,

$$\begin{aligned} A_t &= 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3 \\ A_t &= 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c. \end{aligned} \tag{4}$$

Figura 9 – Área total do paralelepípedo retângulo.

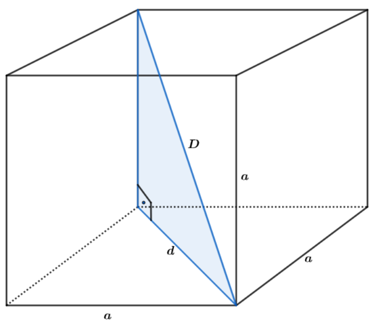


Fonte: A autora.

3.5.3 Diagonal de um cubo

Seja D a medida da diagonal do cubo cuja aresta é dada por a, e a diagonal da base é d. Como o cubo é um caso particular do paralelepípedo temos que as medidas a, b e c são todas iguais a a (Figura 10).

Figura 10 – Diagonal de um cubo.



Fonte: A autora.

Assim, dada a diagonal do paralelepípedo (equação 3), temos que:

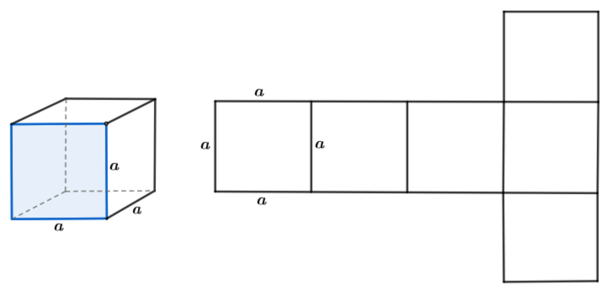
$$\begin{aligned} D^2 = a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2 \\ D = \sqrt{3a^2} \\ D = a\sqrt{3}. \end{aligned} \tag{5}$$

3.5.4 Área total do cubo

A planificação do cubo mostra que sua superfície é a reunião de seis quadrados congruentes de lados a, cuja área A_q de cada um dos quadrados é dada por a^2 (Figura 11). Assim a área total A_t do cubo é a soma dessas áreas, ou seja,

$$A_t = 6 \cdot A_q$$
$$A_t = 6 \cdot a^2. \quad (6)$$

Figura 11 – Área da superfície de um cubo.



Fonte: A autora.

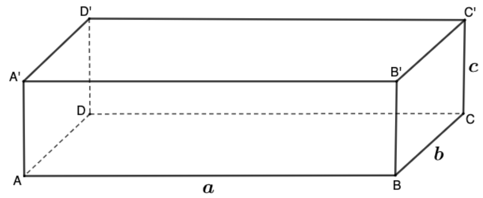
3.6 Volume de um paralelepípedo

Intuitivamente, o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Para representar essa quantidade de espaço por meio de um número, devemos compará-la com uma unidade e o resultado dessa comparação será chamado de volume. Consideraremos, então, que a unidade de volume é o cubo de aresta 1 unidade. Assim, para cada unidade de comprimento, temos uma unidade correspondente de volume.

Dessa forma, o volume de um sólido S deve ser o número que representa quantas vezes o sólido S contém o cubo unitário. No entanto, como esse sólido pode ter uma forma bastante irregular, não fica claro o que significa o número de vezes que o sólido contém esse cubo. Logo, precisamos obter fórmulas para o cálculo de volumes dos sólidos simples, tais como o paralelepípedo retângulo.

Dado o paralelepípedo retângulo da Figura 12, cujas dimensões são comprimento a, largura b e altura c, representaremos seu volume por por $V(a,b,c)$. Dessa forma, como o cubo unitário é um paralelepípedo retângulo de dimensões $a = b = c = 1$, temos que $V(1,1,1)$ é o volume do cubo unitário.

Figura 12 – Paralelepípedo retângulo.



Fonte: A autora.

Assim, para obter o volume do paralelepípedo retângulo, devemos primeiro verificar que ele é proporcional a cada uma das suas dimensões. O Teorema 3 comprova essa afirmação.

As demonstrações dos Teoremas 3 e 4 a seguir são apresentadas por Wagner (2013), baseada no texto do livro Geometria da coleção PROFMAT (MUNIZ NETO, 2013).

Teorema 3. *Se dois paralelepípedos retângulos possuem bases iguais, então a razão entre seus volumes é igual à razão entre suas alturas.*

Demonstração. Sejam V e $V^{'}$ os volumes de dois paralelepípedos retângulos com mesma base B e alturas h e $h^{'}$, respectivamente.

i) Suponha que h e $h^{'}$ são comensuráveis.

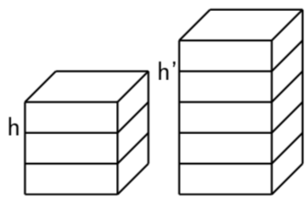
Seja x um segmento que cabe m vezes em h e n vezes em $h^{'}$.

Assim, $h = mx$ e $h^{'} = nx$, implicando em que:

$$\frac{h}{h^{'}} = \frac{m}{n}. \tag{7}$$

Pelos pontos de divisão traçamos planos paralelos a B que dividem os dois paralelepípedos retângulos em outros menores, todos congruentes, conforme pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 – Paralelepípedos retângulos de alturas h e $h^{'}$.



Fonte: Wagner (2013).

Se v é o volume de cada um dos pequenos paralelepípedos então $V = mv$ e $V^{'} = nv$. De forma que

$$\frac{V}{V'} = \frac{m}{n}.$$

A partir do resultado dado pela equação 7, temos que,

$$\frac{V}{V'} = \frac{h}{h'}.$$

ii) Suponha que as alturas h e $h^{'}$ não são comensuráveis.

Seja x um segmento que cabe n vezes em $h^{'}$, ou seja, $h^{'} = nx$.

Suponha agora que x esteja contido em h entre m e $(m+1)$ vezes, isto é, $mx < h < (m+1)x$.

Assim, a razão ${}^{h}/_{h'}$ entre as alturas é tal que,

$$\frac{mx}{nx} < \frac{h}{nx} < \frac{(m+1)x}{nx}.$$

Como $h^{'} = nx$, temos que,

$$\frac{m}{n} < \frac{h}{h'} < \frac{(m+1)}{n}. \tag{8}$$

Sejam $V = mv$ e $V^{'} = nv$, traçando planos paralelos à base B por cada extremidade dos segmentos x assinalados sucessivamente sobre h e $h^{'}$ temos que a razão entre os volumes V e $V^{'}$ dos dois paralelepípedos é tal que

$$\frac{mv}{nv} < \frac{V}{V'} < \frac{(m+1)v}{nv}.$$

Assim,

$$\frac{m}{n} < \frac{V}{V'} < \frac{(m+1)}{n}. \tag{9}$$

Note que tanto a razão entre as alturas (equação 8) quanto a razão entre os volumes (equação 9) estão entre ${}^{m}/_{n}$ e ${}^{(m+1)}/_{n}$. Entretanto, essas razões diferem de ${}^{1}/_{n}$ que pode ser tão pequeno quanto quisermos desde que n seja suficientemente grande.

Portanto, a razão entre os volumes dos dois paralelepípedos é igual à razão entre suas alturas:

$$\frac{V}{V'} = \frac{h}{h'}.$$

■

Então, através do teorema 4, obtemos a fórmula que determina o volume de um paralelepípedo retângulo.

Teorema 4. *O volume de um paralelepípedo retângulo é o produto de suas dimensões.*

Demonstração. Seja V o volume do paralelepípedo retângulo cujas dimensões são a, b e c.

Considere três outros paralelepípedos retângulos cujos volumes são dados por V_1, V_2 e v e cujas dimensões, respectivamente, são dadas conforme:

$$\begin{cases} V_1 & \Rightarrow \text{ dimensões: } a, b, \text{ e } 1. \\ V_2 & \Rightarrow \text{ dimensões: } a, 1 \text{ e } 1. \\ v & \Rightarrow \text{ dimensões: } 1, 1 \text{ e } 1. \end{cases}$$

Aplicando o Teorema 3, temos:

$$\frac{V}{V_1} = \frac{c}{1},$$
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{b}{1},$$
$$\frac{V_2}{v} = \frac{a}{1}.$$

Multiplicando membro a membro temos que

$$\frac{V}{V_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_2}{v} = \frac{c}{1} \cdot \frac{b}{1} \cdot \frac{a}{1}$$
$$\frac{V}{v} = \frac{a \cdot b \cdot c}{1 \cdot 1 \cdot 1},$$

Como, por definição, $v = 1$, temos que

$$V = a \cdot b \cdot c \tag{10}$$

é o volume do paralelepípedo retângulo. ■

3.6.1 Volume do Cubo

Como o cubo é um caso particular do paralelepípedo retângulo, cujas dimensões a, b e c são congruentes, pode-se usar a fórmula do volume do paralelepípedo retângulo (equação 10) para deduzir a fórmula do volume do cubo. Dado o cubo de aresta a, tem-se:

$$\begin{aligned} V &= a.b.c \\ &= a.a.a \\ \therefore V &= a^3 \end{aligned} \tag{11}$$

Logo, o volume do cubo é dado por $V = a^3$.

3.7 Princípio de Cavalieri

Anteriormente, conseguimos obter a fórmula do volume de um paralelepípedo retângulo, no entanto é difícil obter a fórmula de outros sólidos geométricos, por isso é preciso usar ferramentas adicionais para seguir adiante. Como o Princípio de Cavalieri é apresentado aos alunos do Ensino Médio, sob a forma de axioma e não como teorema, torna-se mais confortável utilizá-lo como ferramenta na obtenção da fórmula do volume de outros sólidos geométricos. Nesse nível de ensino é satisfatório a sua apresentação como um axioma, pois sua apresentação na forma de teorema requer demonstração que foge do conteúdo ensinado no Ensino Médio, já que para demonstrá-lo precisamos de ideias desenvolvidas no Cálculo Integral. Logo, podemos dizer, que o Princípio de Cavalieri, na forma de axioma, é intuitivamente aceitável e reduz os argumentos necessários para obtenção das fórmulas de volumes de alguns sólidos.

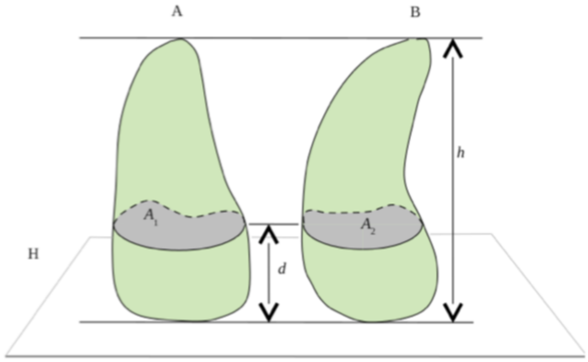
O Princípio de Cavaliere afirma que, dados dois sólidos A e B e um plano H, se todo plano paralelo a H secciona A e B segundo figuras de mesma área então esses sólidos têm mesmo volume.

Na Figura 14, um plano paralelo a H, distando d de H, seccionou os sólidos A e B segundo figuras de áreas $A_1 = A_2$, então A e B têm mesmo volume.

Segundo Wagner (2013), o exemplo acima não representa uma demonstração do Principio de Cavaliere, mas indica sua validade. Assim, pode-se aceitar o axioma a seguir:

Axioma 1 (Princípio de Cavaliere)**.** *São dados dois sólidos e um plano. Se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume.*

Figura 14 – Sólidos A e B de altura h.

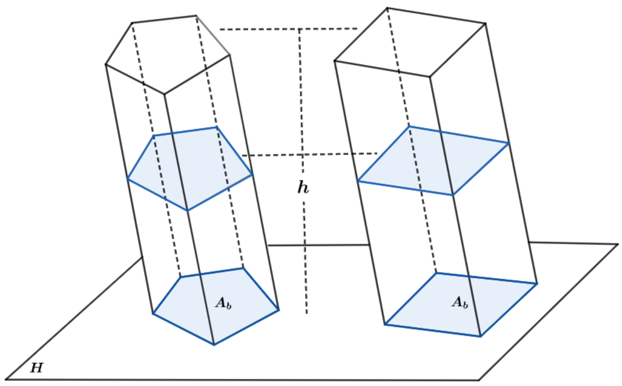


Fonte: Wagner (2013)

3.8 Volume de um Prisma

Pode-se obter o volume de um prisma usando o Princípio de Cavaliere. Assim, dado um prisma de altura h cuja base é um polígono de área A_b, considere um paralelepípedo retângulo tal que o produto de duas das dimensões seja A_b e que a terceira seja h. Ponha os dois sólidos com a face de área A_b sobre um plano H, conforme mostrado na (Figura 15). O prisma e o paralelepípedo retângulo possuem mesma altura h.

Figura 15 – Prisma e paralelepípedo de altura h.



Fonte: A autora.

Para qualquer plano H' paralelo a H a seção produzida no prisma é congruente com a base e a seção produzida no paralelepípedo retângulo também é congruente com a base. Assim, se A_1 e A_2 são as áreas das duas seções, temos $A_1 = A_b = A_2$.

Pelo Princípio de Cavalieri, os dois sólidos têm mesmo volume. Então o volume do prisma é $V = A_b \cdot h$.

3.9 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foram abordados os principais elementos e definições referentes aos poliedros convexos, com destaque para os prismas retos regulares, uma vez que estes são os objetos de estudo trabalhados na sequência didática proposta. E, esses conceitos devem ser bem compreendidos pelos alunos para que as atividades pospostas na sequência didática atinjam seu objetivo de promover a aprendizagem significativa. No próximo capítulo abordaremos a metodologia utilizada no desenvolvimento dessa dissertação.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

4.1 Delineamento da pesquisa

4.1.1 Tipo de pesquisa

O presente estudo apresentou um modelo de pesquisa qualitativa aplicada, por não se preocupar com representatividade numérica, e sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc. Este tipo de pesquisa permite ao pesquisador, adquirir conhecimentos para a aplicação prática, direcionados à solução de problemas específicos que envolvam verdades e interesses locais (GIBBS, 2009).

4.1.2 Delineamento

Este estudo enquadrou-se no modelo de delineamento denominado pesquisa exploratória, cujo objetivo é proporcionar maior familiaridade com o objeto de estudo, com o intuito de torná-lo mais explicativo ou de construir hipóteses para o problema estudado, por meio, de análise de exemplos que estimulam a compreensão (GIBBS, 2009).

4.2 Universo, Amostragem, Amostra

4.2.1 Universo

O Universo estudado constituiu-se de 36 alunos de uma turma do 2º Ano do Ensino Médio da escola pública estadual Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand (CIEAC), localizada na cidade Feira de Santana, no estado da Bahia.

4.2.2 Amostragem

A amostra para o desenvolvimento do estudo foi composta por alunos do sexo masculino e feminino, sendo 20 do sexo masculino e 16 do sexo feminino, com faixa etária entre 15 e 19 anos. A turma envolvida nesse estudo foi selecionada de forma aleatória.

4.3 Limitação da pesquisa

Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, esse estudo possui limitações quanto à veracidade e precisão das informações coletadas. Além disso, a análise dos dados obtidos pode ser muito subjetiva em decorrência da interpretação do pesquisador. É importante ressaltar que, em uma pesquisa qualitativa, não se deve tentar generalizar os resultados obtidos (GIBBS, 2009), considerando-se que o presente estudo tem por delimitação uma turma do 2º ano do Ensino Médio da escola pública estadual Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand (CIEAC).

4.4 Coleta e Análise dos dados

4.4.1 Coleta dos dados

A coleta de dados foi realizada por meio de três questionários: Questionário 1, Questionário de Associação Livre e Questionário 2, que são disponibilizados para consultar nos apêndices dessa dissertação

4.4.2 Análise dos dados

A análise dos dados desse estudo teve como base o método descrito por Bardin (2010) para análise de conteúdo.

Essa autora, define o termo análise de conteúdo como

> um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, por procedimentos sistêmicos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 2010, p. 47)

Assim, esse estudo guiou-se pelas três etapas de desenvolvimento descritas por Bardin (2010):

Primeira etapa: Pré-análise — é a fase que representa a organização do material coletado.

Segunda etapa: Exploração do material — é a fase que consiste na definição das categorias e da codificação.

Terceira etapa: Tratamento dos resultados, inferência e interpretação — é a fase que consiste no tratamento dos resultados.

4.5 Sequência Didática

Uma sequência didática é definida por Leal & Rôças (2012, p. 7), como:

> um conjunto de atividades, estratégias e intervenções planejadas etapa por etapa pelo docente para que o entendimento do conteúdo ou tema proposto seja alcançado pelos discentes (KOBASHIGAWA et al., 2008). Lembra um plano de aula, entretanto, é mais amplo que este por abordar várias estratégias de ensino e aprendizagem e por ser uma sequência de vários dias.

Assim, as atividades propostas em uma sequência didática devem ser ordenadas de forma a aprofundar o tema que está sendo estudado e são variadas em termos de estratégias: leituras, situações problemas, aula dialogada, experimentos, vídeos, etc. Além disso, o tema deverá ser abordado durante um conjunto de aulas de modo que o aluno se aprofunde e se aproprie do tema desenvolvido.

Para analisar o desempenho dos alunos no que se refere à aprendizagem dos conceitos, propriedades e elementos referentes aos poliedros elaborou-se uma sequência didática com materiais didáticos manipuláveis, procurando levar em consideração todos os fatores motivadores e modificadores expostos nessa pesquisa.

As atividades foram propostas com o objetivo de proporcionar uma aprendizagem significativa em relação ao ensino da Geometria, auxiliando assim, o acesso do estudante ao conhecimento de maneira diferenciada, provocando uma atitude de mudança didática pedagógica na aula.

4.5.1 Construção da sequência didática

Segundo Leal & Rôças (2012), o uso de uma sequência didática é muito importante porque proporciona a organização e a implementação de um ensino que possibilita uma aprendizagem significativa. Com esse intuito, foi elaborada a sequência didática "Planificação e construção de prismas regulares utilizando papel vergê", para ser aplicada no início do I Ciclo, em março de 2020. A escolha do tema abordado seguiu o conteúdo programático planejado pela escola Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand, uma escola pública estadual, localizada em Feira de Santana - BA. A sequência didática foi aplicada em uma turma de 36 alunos dessa escola, e contou com a participação de todos.

4.5.2 Aplicação da sequência didática

A sequência didática foi organizada em cinco momentos, descritos a seguir.

No **primeiro momento** (1 aula - 50 minutos), foram aplicados dois questionários, um de natureza qualitativa (Apêndice A) e outro de associação livre (Apêndice B), para verificar a percepção dos alunos em relação à Matemática e à Geometria.

No **segundo momento** (2 aulas - 1 hora e 40 minutos), foram lançados alguns questionamentos aos alunos, com o intuito de verificar os possíveis conhecimentos prévios que os mesmos possuíam em relação à Geometria, recordando conceitos de Geometria Plana e fazendo associações da Geometria com o cotidiano.Durante esses questionamentos, os alunos foram estimulados a discutir e anotar em seus cadernos as afirmações abordadas na estratégia aplicada. E, ao final da discussão, foram introduzidos conceitos de sólidos geométricos, tais como: faces, vértices e arestas, relacionando esses conceitos aos conteúdos discutidos durante a aula.

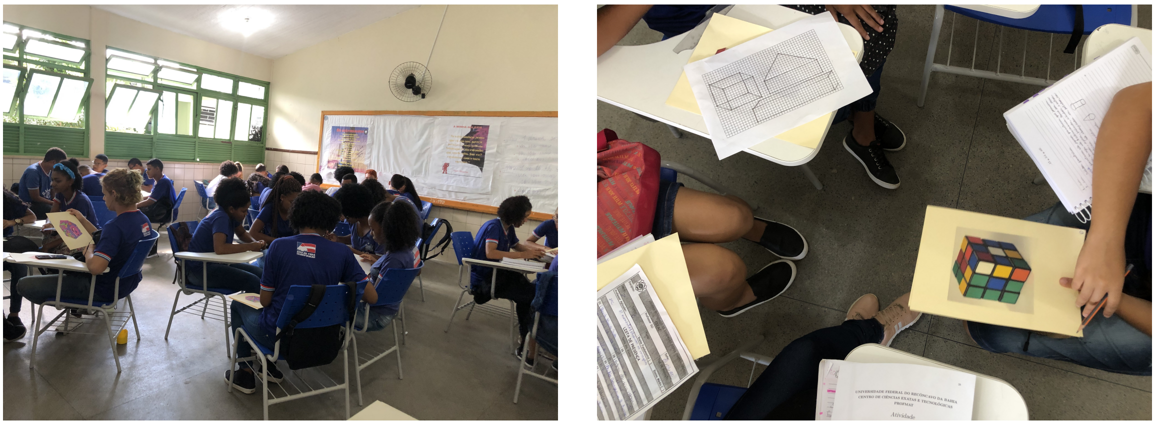
Dando continuidade, os alunos foram separados em seis grupos de cinco alunos e um grupo de seis alunos. Em seguida, foram entregues para eles seis imagens, como pode ser visto na Figura 16, com desenhos do cotidiano que lembram alguns poliedros. Em seguida, foi solicitado aos alunos que analisassem as figuras entregues e respondessem a Atividade 1 (Apêndice C). A Figura 17 mostra os alunos trabalhando na atividade 1.

Ao final desse segundo momento, foram retomadas as definições da Geometria Plana e o cálculo de áreas de figuras planas, finalizando com a análise e discussão da Situação - problema 1 (Apêndice F).

Figura 16 – Imagens entregues aos alunos.

Fonte: Breamstime (2020).

Figura 17 – Desenvolvimento da Atividade 1.

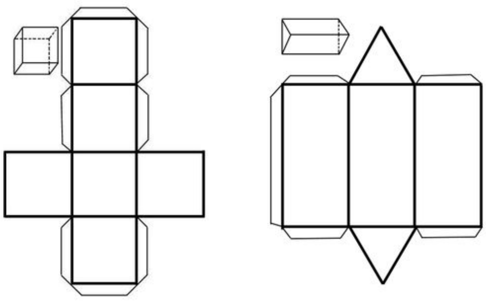


Fonte: A autora.

Devido à pandemia da Covid-19, as aulas presenciais foram suspensas, seguindo as orientações do Decreto Estadual Nº 19529 de 16/03/2020 (BAHIA, 2020). Assim, a aplicação da sequência didática foi interrompida. Durante as duas semanas seguintes foram feitos contatos com os alunos da turma, via rede social, ficando acordado que os demais momentos da sequência didática ocorreriam por meio de videoaulas, Google Sala de Aula[1] e, também, por meio do grupo formado pela rede social de mensagens instantâneas WhatsApp. Como a maioria dos alunos moram nas mediações da escola, foi entregue a cada líder dos grupos o material impresso necessário para dar continuidade a aplicação da sequência didática.

No **terceiro momento** (2 horas), os alunos foram orientados a observar quatro imagens, impressas em papel vergê, com a planificação de alguns poliedros, conforme reproduzido nas Figuras 18 e 19. Em seguida, foi solicitado a cada grupo que identificasse as figuras geométricas planas representadas em cada uma das faces do sólido.

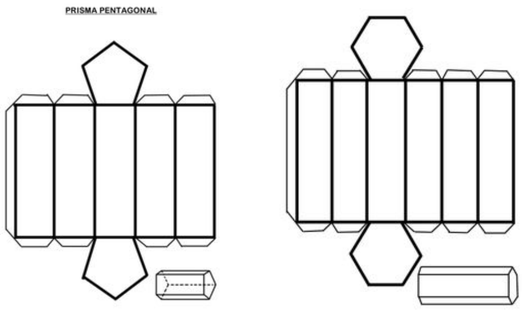
Figura 18 – Planificações: prisma quadrangular regular e prisma triangular regular.



Fonte: Pinterest (2020).

[1] https://classroom.google.com/c/NzM2MTEyMzQwOTBa?cjc=rhmdyp

Figura 19 – Planificações: prisma pentagonal regular e prisma hexagonal regular.



Fonte: Pinterest (2020).

Dando continuidade à sequência didática, foi solicitado aos grupos que cortassem e montassem cada um dos sólidos geométricos que recebeu. Na Figura 20 é mostrado os alunos de um dos grupos trabalhando no desenvolvimento das atividades 2 e 3.

Figura 20 – Desenvolvimento das Atividades 2 e 3

Fonte: A autora.

Finalizada a montagem, os alunos foram instruídos a observar se os sólidos possuíam alguma característica em comum e, também, foi solicitado que eles respondessem a Atividade 2 (Apêndice D).

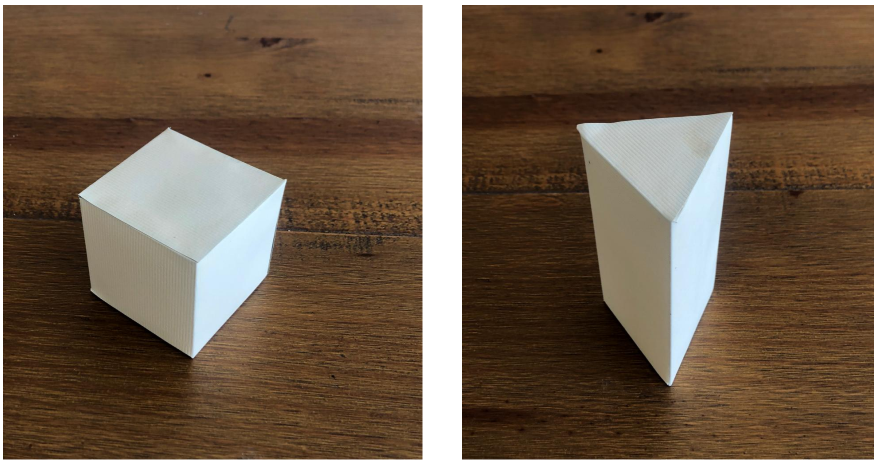
As principais características que orientaram a atividade aplicada foram: o desenvolvimento de uma educação visual adequada e o desenvolvimento do raciocínio ativado pela visualização.

Na literatura disponível sobre a construção de sólidos geométricos, observam-se dois tipos de representação concreta que pode ajudar os alunos a visualizar, reconhecer e analisar as propriedades geométricas. São elas: modelo casca — que representa a superfície do poliedro, e o modelo esqueleto — que representa a estrutura das arestas do poliedro. O modelo tipo casca é gerado a partir de planificações de poliedros, em papel ou materiais transparentes de pequena espessura (como filmes radiográficos). Já o modelo do tipo esqueleto é montado a partir de varetas de madeira ou canudos plásticos. Neste trabalho, optou-se por utlilizar o modelo tipo casca pois:

> O modelo tipo casca de um poliedro é de fácil construção, a partir de planificações disponibilizadas na literatura e permite a percepção do sólido como um todo, cumprindo, neste particular, um papel fundamental relativamente ao aspecto da familiarização do aluno com o conceito subjacente. (KALEFF, 1998).

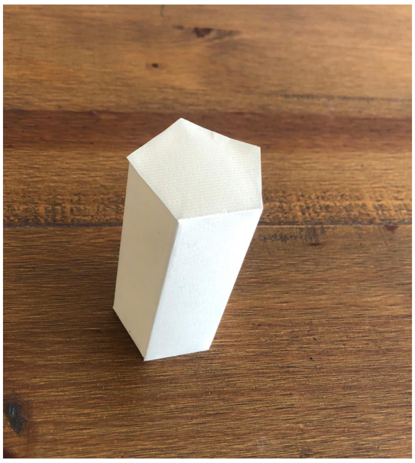
Para que os alunos pudessem realizar a atividade proposta (ver Figuras 21 e 22) os materiais disponíveis para as equipes foram: as planificações dos poliedros impressas no papel vergê, tesoura, cola e régua.

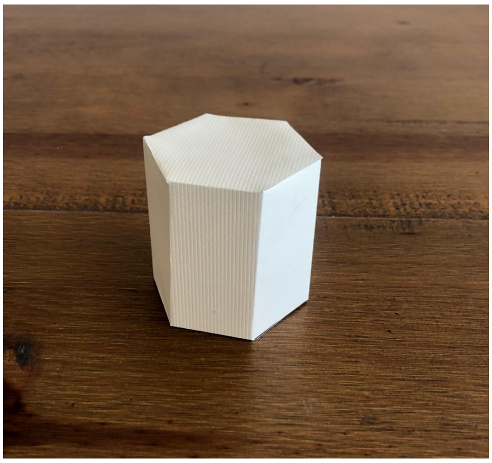
Figura 21 – Prisma quadrangular regular e Prisma triangular regular.



Fonte: A autora.

Figura 22 – Prisma pentagonal regular e Prisma hexagonal regular.





Fonte: A autora.

Após análise e discussão sobre os sólidos geométricos construídos, foram introduzidos conceitos de poliedros, tais como: aresta, vértices, faces, poliedros convexos, relação de Euler e os poliedros regulares convexos, chamando a atenção dos alunos que as figuras estudadas são conhecidas como prismas.

Assim, foram introduzidos os conceitos iniciais relacionados ao estudo dos prismas, tais como:

1. Definição de prisma.
2. Classificação dos prismas.
3. Prismas regulares.
4. Casos especiais de prisma: cubo e paralelepípedo.
5. Diagonal do cubo.
6. Diagonal do paralelepípedo.

Ao final desse momento, foi solicitado aos alunos que resolvessem a Situação-problema 2 (Apêndice G), relacionado ao estudo dos prismas.

No **quarto momento** (2 horas), foi solicitado aos alunos que utilizassem os prismas montados na aula anterior, analisando as características de um cubo, observando a área da face, a área lateral e área total.

Em seguida, a mesma abordagem foi aplicada em relação ao paralelepípedo retângulo, abrindo uma análise e discussão em relação aos outros tipos de prismas.

Dessa forma, foram introduzidos os conceitos de:

1. Área total do cubo.
2. Área total do paralelepípedo.
3. Área da base de um prisma reto qualquer.
4. Área lateral de um prisma reto qualquer.
5. Área total de um prisma reto qualquer.
6. Volume do paralelepípedo.
7. Volume do cubo.
8. Volume de um prisma reto qualquer.

Após abordar todos os conceitos relacionados ao estudo dos prismas, foi aplicada a atividade 3 (Apêndice E). A partir dos materiais didáticos manipuláveis, construídos nos momentos anteriores, foi pedido aos grupos que respondessem à atividade solicitada, manuseando os materiais confeccionados por eles. Ao final desse momento, foi solicitado aos alunos que resolvessem a Situação-problema 3 (Apêndice H), relacionado ao estudo da área e volume de um prisma regular.

Por fim, no **quinto momento** (30 minutos), foi solicitado aos alunos que respondessem ao Questionário 2 (Apêndice I), para avaliar a sequência didática aplicada.

O capítulo que segue apresenta os resultados da pesquisa que adotou uma perspectiva metodológica multidimensional, com a aplicação de questionário escrito, questionário de associação livre, de caráter qualitativo. Em seguida, trará informações do questionário utilizado para a avaliação da sequência didática pelos estudantes.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DOS DADOS

A pesquisa de campo que este estudo aborda foi realizada a partir de março de 2020, com os alunos da segunda série do Ensino Médio da escola pública estadual Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand, localizada no Município de Feira de Santana-BA, e o universo pesquisado foi formado por trinta e seis alunos. Utilizou-se como objeto particular de investigação a aprendizagem de Geometria, buscando práticas pedagógicas diferenciadas e inovadoras, onde as situações da pesquisa aconteceram durante o horário normal de aula[1], por meio de questionários, resolução de problemas e uma sequência didática com materiais manipuláveis, que começou em sala de aula e, devido a suspensão das aulas por causa da pandemia do Covid-19, terminou com a participação dos alunos em casa, via redes sociais, Google Sala de Aula e videoaulas.

A partir dos dados coletados durante a pesquisa, nas próximas seções, são feitas análises a respeito dos seguintes aspectos:

a) Importância e interesse do aluno pela Matemática e pela Geometria;

b) As representações em Geometria;

c) Avaliação da Sequência Didática aplicada.

5.1 Descrição, Levantamento e Análise das situações

5.1.1 Importância e Interesse do Aluno pelo Estudo da Matemática e da Geometria

A presente pesquisa iniciou-se com a aplicação de um questionário (Apêndice A) de natureza qualitativa, para avaliar a percepção dos alunos em relação à Matemática e à Geometria.O questionário foi elaborado com o objetivo de colher informações em relação à importância e a aplicação da Matemática e da Geometria na vida dos alunos, assim como verificar o interesse

[1] O horário normal de aula refere-se ao período que abrange cinco aulas diárias, de segunda a sexta, com duração de 50 minutos cada aula.

deles por estes campos do saber, analisando a partir das respostas obtidas se eles conseguem associar que a Geometria faz parte da Matemática. A seguir os resultados obtidos são analisados.

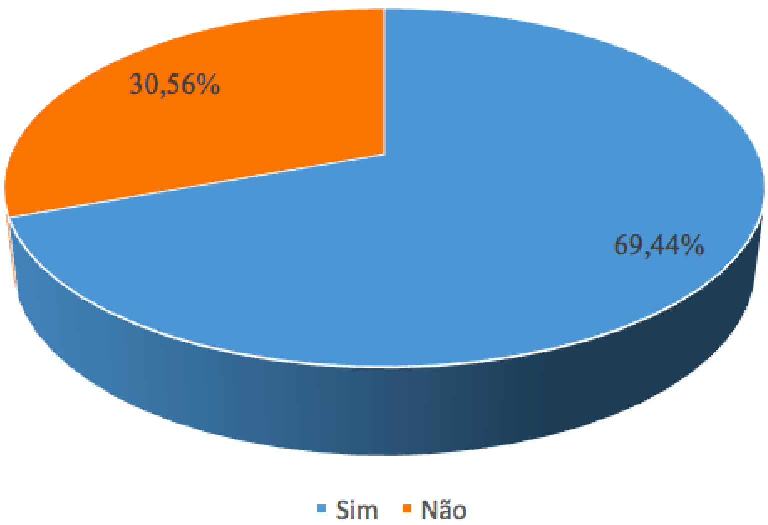
Conforme Figura 23, observou-se que ao serem questionados se gostam de estudar Matemática, $30,56\%$ (trinta vírgula cinquenta e seis por cento) dos alunos declararam que não. Dentre as justificativas apresentadas para não gostar de estudar Matemática, os três fatores que apresentaram maior percentual referem-se à condição do aluno, conforme as respostas indicadas na Tabela 1, a seguir:

Tabela 1 – Aversão dos alunos à Matemática.

Respostas	Frequência	Percentual
Complexa/difícil	12	33,33%
Detesta cálculos	9	25%
Não consegui entender	8	22,22%
Outras respostas	7	19,44%
Total	36	100%

Fonte: Autora.

Figura 23 – Respostas dadas à pergunta: "Você gosta de estudar Matemática?" do Questionário 1.

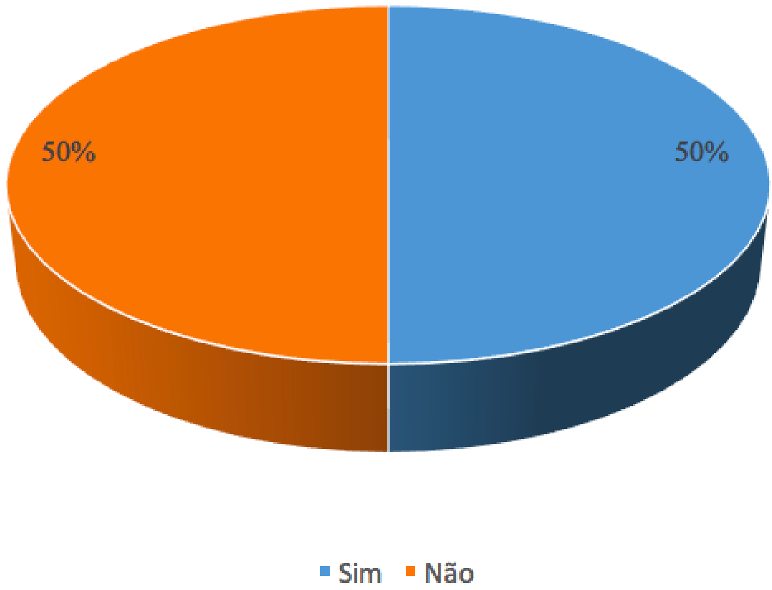


Fonte: A autora.

A argumentação dos alunos sobre a sua aversão à Matemática, pode ser um reflexo da metodologia aplicada ao longo de todo ensino fundamental, pois a maioria dos alunos que não gosta de estudar Matemática afirma que a acham difícil, complicada e que não conseguem entendê-la. Esses fatores levam a supor que, em muitos momentos, a Matemática não foi ensinada de maneira atrativa, prazerosa e significativa.

Na Figura 24, pode-se perceber que o desinteresse ou aversão dos alunos à Geometria é de 50% (cinquenta por cento). Verifica-se, então, um considerado aumento no percentual em relação aos alunos que não gostam de estudar Matemática.

Figura 24 – Respostas dadas à pergunta: "Você gosta de estudar Geometria?" do Questionário 1.



Fonte: A autora.

Dentre os fatores apresentados pelos alunos para justificar seu desinteresse pela Geometria, os três fatores que apresentaram maior percentual estão representados na Tabela 2, a seguir:

Tabela 2 – Aversão dos alunos à Geometria.

Respostas	Frequência	Percentual
Já basta Matemática	10	27,78%
Professor/aulas chatos	9	25%
Não consegui entender	9	25%
Outras respostas	8	22,22%
Total	36	100%

Fonte: Autora.

Nota-se na argumentação dos alunos que muitos consideram a Geometria como uma disciplina separada da Matemática e isso reflete na diferença apresentada pelos alunos que não gostam de estudar Geometria em relação aos que não gostam de estudar Matemática. Outros fatores que provavelmente contribuem para esse aumento são a ausência da Geometria nas séries anteriores e a metodologia aplicada. Na escola envolvida na pesquisa, por exemplo, a Geometria basicamente é deixada de lado no Ensino Fundamenta II, já no Ensino Médio ela é ministrada como uma disciplina separada da Matemática.

Um fato bastante curioso nessa análise é que 8,33% (oito vírgula trinta e três por cento) dos alunos responderam que não gostam de estudar Matemática, mas gostam de estudar Geometria e 22,22% (vinte e dois vírgula vinte e dois por cento) responderam que gostam de estudar Matemática, mas não gostam de estudar Geometria.

Com relação aos alunos que gostam de estudar Matemática, os três fatores, com maior frequência, identificados nas justificativas dadas por eles, estão representados na Tabela 3, a seguir:

Tabela 3 – Interesse dos alunos em estudar Matemática.

Respostas	Frequência	Percentual
Consegui compreender facilmente	14	38,89%
Desenvolvi o raciocínio lógico	10	27,78%
Estudar números/problemas é interessante	7	19,44%
Outras respostas	5	13,89%
Total	36	100%

Fonte: Autora.

Já entre as justificativas dadas pelos alunos do porquê eles gostam de estudar Geometria, os três fatores, com maior frequência, identificados estão representados na Tabela 4, a seguir:

Tabela 4 – Interesse dos alunos em estudar Geometria.

Respostas	Frequência	Percentual
Consegui compreender facilmente	10	27,78%
Estuda as formas geométricas	9	25%
É importante estudar medidas	9	25%
Outras respostas	8	22,22%
Total	36	100%

Fonte: Autora.

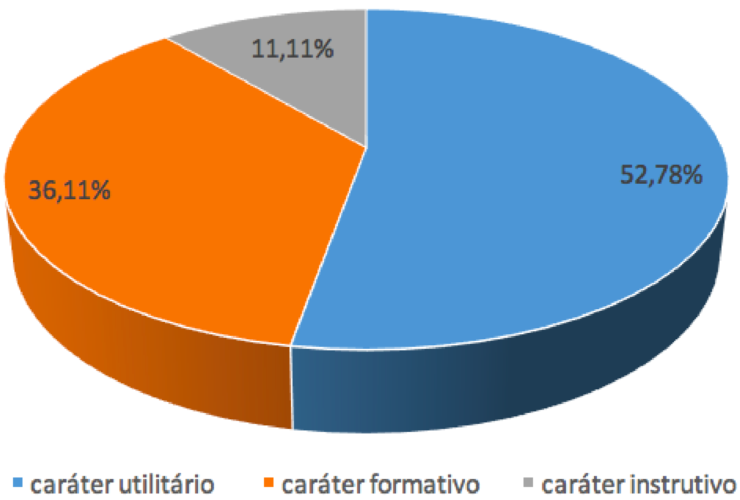
Verifica-se que, aproximadamente, $33,45\%$ (trinta e três vírgula quarenta e cinco por cento) dos alunos justificaram que gostam de estudar Matemática e, também, de estudar Geometria porque conseguem compreender com facilidade os conteúdos abordados e essa compreensão implica em uma multiplicidade de fatores, que interferem no processo ensino-aprendizagem. Trata-se de trabalhar as informações de forma diferente, dando-lhes significado.

As questões 3 e 4 do Questionário 1, (Apêndice A) são complementares e foram tratadas como tal.

Na pesquisa, verificou-se que 100% (cem por cento) dos alunos consideram a Matemática importante, no entanto, $30,56\%$ (trinta vírgula cinquenta e seis por cento) dizem não gostar de estudá-la, o que nos leva a supor que o fato de reconhecer a importância de um determinado campo de estudo não implica que o aluno irá gostar de estudar aquilo ou mesmo buscar aprender pelo simples fato de que é importante. Assim, enfraquece o discurso da importância como principal fator motivador para o aluno. O professor deve ir além do fato de que algo é útil e importante para a formação intelectual. Essas evidências apontam que o interesse do aluno não é despertado apenas por reconhecer que precisará daquele conhecimento.

Ainda, em relação à importância que os alunos atribuem à Matemática fica evidente na Figura 25 a visão de caráter utilitário que os alunos detêm.

Figura 25 – Distribuição percentual das respostas dos alunos à pergunta 3, do Questionário 1 (Apêndice A).

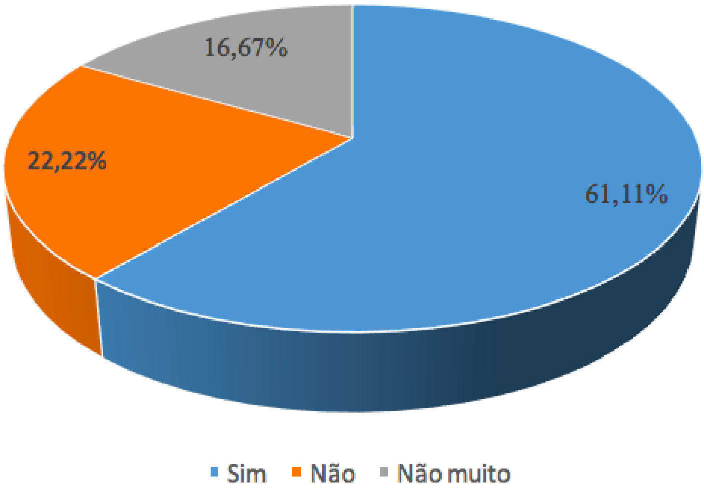


Fonte: A autora.

As questões 5 e 6 da pesquisa do Questionário 1, (Apêndice A) também são complementares e foram analisadas como tal.

No ensino da Geometria Plana e Espacial, existem atividades que facilitam a integração com outras áreas e que podem favorecer uma atitude positiva em relação ao estudo da Matemática. No entanto, os dados da pesquisa revelam que enquanto 100% (cem por cento) dos alunos consideram importante o estudo da Matemática, apenas $61,11\%$(sessenta e um vírgula onze por cento) consideram importante o estudo da Geometria, conforme podemos ver na Figura 26.

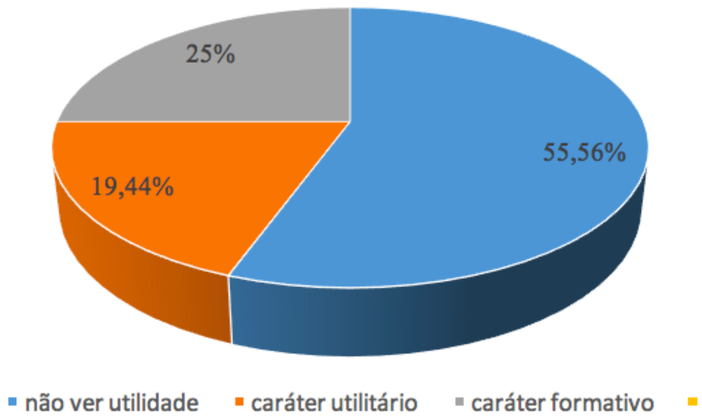
Figura 26 – Respostas dadas à primeira parte da pergunta 5, "Você acha importante estudar Geometria?", do Questionário 1.



Fonte:A autora.

Além disso, a maioria dos alunos não consegue perceber a aplicação da Geometria no cotidiano, como mostra a Figura 27.

Figura 27 – Respostas dadas pelos alunos à pergunta 6, do Questionário 1.



Fonte: A autora.

Os alunos que identificaram algum uso da Geometria no dia a dia, representam 19,44%

(dezenove vírgula quarenta e quatro por cento), conforme mostra a Figura 27.

Percebe-se, portanto, que na percepção dos alunos, a Matemática é de fundamental importância, não importando que caráter lhe é atribuído, enquanto, a Geometria é considerada pouco importante, com pouca ou nenhuma utilidade identificada por eles para o seu cotidiano.

Para mudar essa realidade torna-se necessário que ao ensinar Geometria, utilize-se uma variedade significativa de problemas geométricos nos quais envolva-se o dia a dia do estudante, como: por que na estrutura dos telhados das casas é bastante utilizado a representação de triângulos? O problema geométrico no contexto utilitário passa a ter um significado determinante na medida em que não é um problema em que o aluno repete, mecanicamente, enunciados, teoremas ou definições, decoradas ou que tenha pura aplicação direta de fórmulas.

5.2 As Representações da Geometria

Segundo Flores, Wagner & Buratto (2012), pesquisas realizadas por educadores matemáticos revelam que um estudo das representações do aluno sobre a Geometria pode contribuir para a compreensão de alguns aspectos que não se manifestam, mas está subentendido ao ensino.

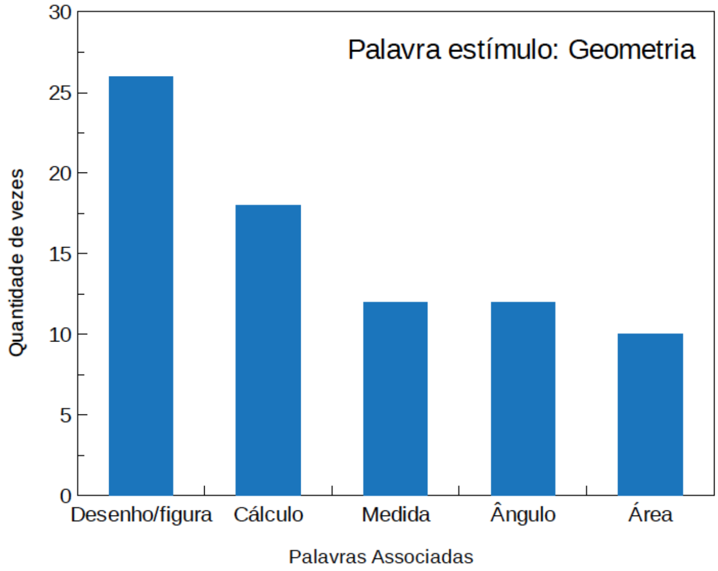
Dessa forma, conhecer as representações do aluno sobre a Geometria pode ajudar na formulação de uma intervenção didática, no sentido de poder selecionar ferramentas que possam auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, para que a aprendizagem torne-se significativa, ou seja, para que os alunos possam compreender e apreender os significados geométricos com mais facilidade.

O segundo instrumento utilizado na pesquisa foi um questionário de associação livre (Apêndice B). A partir de uma palavra estímulo (Geometria, no caso) o aluno deveria escrever palavras, relacionadas a ela, que lhe vinhessem à mente. Esse instrumento foi utilizado com a finalidade de apreender, de forma mais direta, os elementos que compõem a representação, ou seja, o caminho do aluno na organização do seu conhecimento matemático, relacionando especificamente à Geometria.

O questionário de associação livre foi aplicado na turma, sendo respondido pelos 36 (trinta e seis) alunos.

A Figura 28 apresenta a distribuição das palavras mais importantes relacionadas ao termo Geometria e a frequência com que foram citadas: desenho/figura – 26 vezes; cálculo – 18 vezes; ângulo – 12 vezes; medida –12 vezes e área – 10 vezes.

Figura 28 – Palavras mais importantes relacionadas à Geometria dadas pelos alunos.



Fonte: A autora.

As palavras na Figura 28, além de mais frequentes, são também consideradas "mais importantes". Dessa forma, podemos considerá-las elementos centrais de representações, ou seja, pode-se situar tais palavras, no que se refere às duas concepções pedagógicas de Geometria: a atividade geométrica enquanto constatação empírica e a atividade geométrica enquanto experiência racional de dedução, visando à resolução de problemas.

As palavras "medida" e "cálculo" se enquadrariam na perspectiva empírica, trazendo a dimensão da aplicação dessa área de conhecimento à vida real. A palavra "desenho" está relacionada ao ramo da Matemática que estuda as formas do espaço. As palavras "desenho" e "figura" são elementos centrais das representações dos discentes. Desse modo, a figura é o objeto abstrato que serve de substrato para o raciocínio, para o pensamento enquanto tal. O desenho por sua vez, é a materialização sobre meios como uma folha de papel, a uma tela do computador. O desenho é um modelo da figura (KALEFF, 1998). Muitas vezes o aluno não consegue fazer distinção entre os dois termos, usando-os indistintamente.

As palavras "ângulo" e "área" privilegiam um conteúdo de ensino como representantes da Geometria. No entanto, a Geometria, enquanto experiência sensível, está pouco presente, embora tais conteúdos sejam considerados como objetos geométricos, não refletem a preocupação em situar o ensino da Geometria ao estudo das formas, elemento importante nas representações identificadas (KALEFF, 1998).

Os resultados obtidos revelam evidências de que, embora a Geometria possa ser considerada como um conteúdo que tem uma forte ligação com a realidade, na prática, ela é, sobretudo, trabalhada na sua versão mais abstrata.

5.3 Avaliação da Sequência Didática

Como um dos objetivos da Geometria trabalhada no Ensino Médio é o aumento da percepção para diferentes situações em um problema, como última etapa da coleta de dados da pesquisa, foi solicitado aos alunos, que fizessem uma avaliação da sequência didática proposta. Para tanto, foi aplicado um questionário (Apêndice I), com a finalidade de analisar as impressões dos estudantes em relação ao uso do material didático manipulável para o ensino e a aprendizagem da Matemática, especificamente, da Geometria.

Buscou-se a partir dessa avaliação verificar se a utilização de recursos visuais, como a construção de poliedros, estimula a capacidade de percepção espacial, ou seja, se estimulam a inteligência visuo-espacial, definida por Gardner (1994) como "a inteligência que depende do senso de ver e ser capaz de visualizar um objeto, incluindo a habilidade de criar imagens mentais."

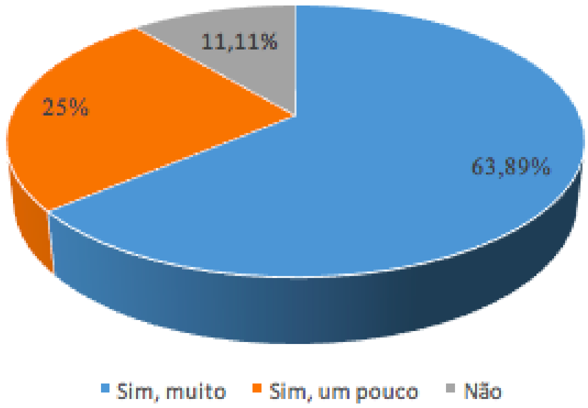
Kaleff (1998), também, chama a atenção para a importância de estimular a percepção espacial, pois observando a figura de vários ângulos, pode-se ter percepções distintas da mesma imagem. Dessa forma, o questionário da avaliação da sequência didática feito pelos alunos levou em consideração as seguintes questões:

1. Como os alunos veem o uso dos materiais didáticos manipuláveis na compreensão e superação de dificuldades no ensino da Geometria.

2. Se o uso do material didático manipulável pode facilitar na visualização, tornando as aulas mais atrativas, trazendo motivação para a aprendizagem da Geometria, ajudando assim na assimilação dos conteúdos trabalhados.

A seguir, verifica-se o resultado obtido por meio do questionário aplicado aos alunos para avaliar a sequência didática desenvolvida, conforme se observa na Figura 29.

Figura 29 – Resposta dos alunos a pergunta 1 do Questionário 2.



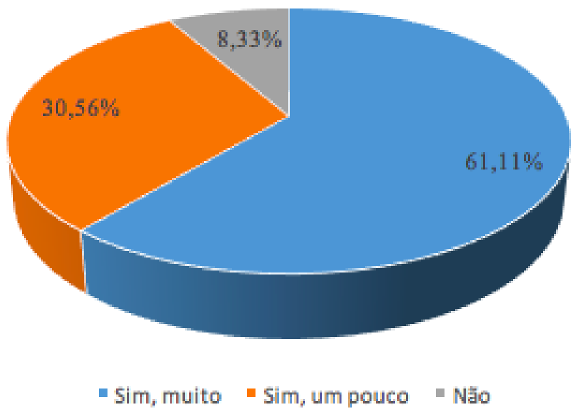
Fonte: A autora.

Analisando a Figura 29, verifica-se que, na opinião da maioria dos discentes, o uso de materiais manipuláveis pode auxiliar na compreensão do ensino da geometria. Nesse sentido, Dante (1998) ressalta que

> Devemos criar oportunidades para os alunos usarem materiais didáticos manipuláveis (blocos, palitos, tampinhas, etc.), cartazes, diagramas, tabelas e gráficos na resolução de problemas matemáticos. A abstração de ideias tem sua origem na manipulação e atividades mentais associadas. (DANTE, 1998, p. 60).

Analisando a Figura 30, percebe-se que, na opinião dos estudantes, a utilização de materiais manipuláveis pode ajudar a superar dificuldades em Geometria, esclarecendo dúvidas que a aula puramente teórica não consegue fazer.

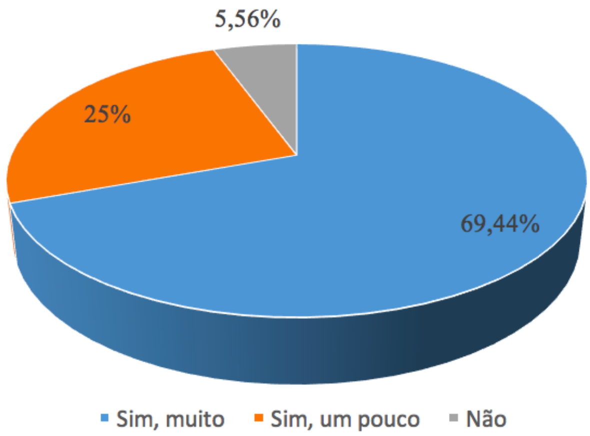
Figura 30 – Resposta dos alunos a pergunta 2 do Questionário 2.



Fonte: A autora.

Analisando a Figura 31, nota-se evidências de que, para a maioria dos discentes, o uso do material didático manipulável tornou as aulas mais atrativas, trazendo motivação, assim facilitando o aprendizado da Matemática, especificamente da Geometria, conforme revela a teoria de Ausubel, Novak & Hanesian (1980) sobre a aprendizagem significativa, na qual o aluno, manuseando o material didático, não aprende a matéria de modo decorado ou mecânico. 5,56%(cinco vírgula cinquenta e seis por cento) dos alunos não viram vantagem em seu uso.

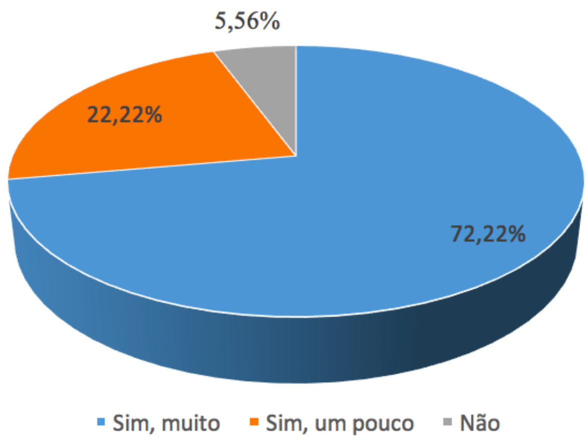
Figura 31 – Resposta dos alunos a pergunta 3 do Questionário 2.



Fonte: A autora.

Analisando a Figura 32, percebe-se que a visualização que o material didático manipulável proporciona pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Geometria.

Figura 32 – Resposta dos alunos a pergunta 4 do Questionário 2.



Fonte: A autora.

5.4 Considerações finais do capítulo

De acordo com os resultados obtidos na primeira parte dessa pesquisa, verificou-se que a maioria dos discentes pesquisados gosta de estudar Matemática e Geometria e que, também, a maioria deles detém uma visão mais utilitária da Matemática do que da Geometria. Além disso, verificou-se que o domínio de conceitos elementares (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980) em Geometria é fundamental para o desencadeamento de estratégias de resolução dos problemas e que a exploração mais detalhada do significado desses conceitos se faz necessária.

Na segunda parte da pesquisa, verificou-se uma avaliação positiva dos discentes em relação ao aprendizado por meio de visualização de espaço tridimensional construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais e que a grande maioria dos alunos aprovou o uso do material didático manipulável. O resultado da pesquisa mostrou que é interessante fundamentar o ensino e a aprendizagem da Geometria de forma construtivista e integrada com a construção do novo conceito, apoiando o mesmo em conceitos já existentes na sua estrutura cognitiva.

Para desenvolver as atividades pedagógicas descritas neste estudo, procurou-se utilizar material de baixo custo de forma a tornar acessível e atrativa, a outros professores, a sequência didática desenvolvida. Todas as atividades elaboradas estão disponíveis como material de apoio ao professor (Apêndices A, B, C, D, E, F, G, H, e I).

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo motivou-se pela identificação dos muitos dilemas no ensino da Geometria que, apesar da sua inegável importância, tem sido muitas vezes negligenciada, apresentando-se uma abordagem limitada, ou mesmo ausente, desse tema dentro do currículo da Matemática no ensino básico. Neste trabalho, buscou-se, a partir da teoria das inteligências múltiplas de Gardner (1994) e da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, Novak & Hanesian (1980), interações entre o desenvolvimento e o aprendizado, destacando que a aprendizagem em Matemática e, consequentemente, em Geometria está relacionada à apreensão do significado, ou seja, os conteúdos devem ser trabalhados numa abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas.

Durante este estudo foi aplicada e validada uma sequência didática para o ensino da Geometria no Ensino Médio, ressaltando a importância da utilização de recursos didáticos para o ensino da Matemática, favorecendo sua aplicação prática na construção dos conceitos e possibilitando a formação integral do aluno. Entende-se que a visualização tridimensional que o material didático manipulável proporciona aos discentes facilita em muito a assimilação dos conteúdos de Matemática, especificamente os de Geometria, pois, para estes, tudo o que é mais próximo de sua realidade é mais fácil de compreender, de entender, e fixar, trazendo assim motivação e interesse no processo de ensino-aprendizagem, no qual o material didático contribui para que ele crie seu próprio conhecimento e seus próprios conceitos.

A sequência didática foi aplicada para 36 alunos da escola pública estadual Centro Integrado de Educação Assis Chateaubriand em Feira de Santana-BA, no início do ano letivo de 2020. Inicialmente, realizou-se uma pesquisa de campo que buscou verificar a partir de questionários se os alunos detêm um conhecimento prévio, básico e significativo para respaldar uma consequente evolução no plano da Geometria. O primeiro questionário (Apêndice A) consistiu de uma série de perguntas que investigou como o ensino da Matemática, e especialmente, o da Geometria, é visto na perspectiva do aluno do Ensino Médio, enquanto o segundo (Apêndice B) consistiu de um questionário de associação livre de compreensão dos termos geométricos. Os resultados obtidos por estes questionários foram utilizados para obter informações a respeito das representações do aluno sobre a Geometria associado à análise do ensino da mesma dentro de um aspecto cognitivo.

Nesta etapa, observou-se que, embora os alunos reconheçam a importância da Matemática de modo unânime, cerca de 30% reportou que não gosta de estudá-la, associando esse comportamento a razões majoritariamente pessoais, como a percepção de dificuldade e complexidade dos conteúdos abordados, e ao não gostar e ao não entender. Com respeito a Geometria, a maior parte dos alunos não a reconhece como parte da Matemática, e não consegue sequer enxergar seus usos práticos. Talvez por isso mesmo, nota-se que o interesse pelo estudo da Geometria é, relativamente, menor do que o interesse pelo estudo da Matemática.

Posteriormente, os alunos foram separados em grupos e desenvolveram várias atividades, reproduzidas nos apêndices C, D, E, F, G e H, e ao final da última atividade foi aplicado um questionário (Apêndice I), para avaliar a sequência didática aplicada durante as aulas. De acordo com as respostas dos alunos, verificou-se que a utilização dos materiais didáticos manipuláveis lhes ajudou a superar dificuldades em Geometria, esclarecendo dúvidas que as aulas puramente teóricas não conseguem elucidar. Além disso, ficou evidente que o uso do material tornou as aulas mais atrativas, trazendo motivação, e consequentemente facilitando o aprendizado. A partir da visualização do material houve uma maior assimilação dos conteúdos da Geometria. Em torno de 5% dos alunos não viu vantagem no uso da sequência didática.

Após analisar os dados obtidos a partir da aplicação da sequência didática, convém destacar que os alunos tiveram um bom desempenho para o objetivo proposto; o uso de materiais didáticos manipuláveis aumenta o aprendizado e o sucesso reforça a motivação para aprender Geometria.

A utilização do Google Sala de Aula, das videoaulas e da rede social WhatsApp, como apoio pedagógico, foi uma experiência desafiadora e enriquecedora. Verificou-se que o uso dessas ferramentas potencializaram o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que minimizou os espaços entre as modalidades de ensino presencial e a distância e, também, permitiu uma boa interação entre os alunos e a professora. Foi muito gratificante perceber o interesse que os alunos demonstraram em dar continuidade às atividades propostas, apesar da distância. Assim, com muito cuidado e atenção, foi possível orientá-los nas atividades, principalmente, pelo grande envolvimento que eles revelaram em todo processo de desenvolvimento das atividades propostas. Dessa forma, os alunos que participaram deste estudo contribuíram bastante para a finalização do mesmo, pois, sem o envolvimento e a dedicação desses alunos, não seria possível finalizar esse estudo de maneira satisfatória.

Por meio deste estudo buscou-se meios para facilitar o ensino das propriedades geométricas dos sólidos, tornando esse ensino mais atrativo e motivador, pois a utilização de materiais concretos leva o aluno a vivenciar os conceitos espaciais a partir de experiências elementares. O docente que se interessar poderá usá-las sem fazer mudanças ou, alterá-las de modo a satisfazer seus objetivos, adequando-os aos diversos contextos em que atuam. Este trabalho pode ter continuidade se forem desenvolvidos outros recursos didáticos e atividades para serem realizadas com outros conteúdos de Geometria como o estudo mais aprofundado de cilindro, pirâmide e esfera. A sequência didática proposta, também, pode ser adaptada para contemplar os alunos do Ensino Fundamental.

Em suma, por meio do estudo relatado, procurou-se enfatizar a importância de uma abordagem pedagógica que dê oportunidade ao aluno de concentrar-se numa tarefa, exercitar a sua paciência, criar imagens, interpretar desenhos e intuir soluções para problemas. Consequentemente, acredita-se que a aprendizagem tornou-se significativa, pela participação destes, na descoberta do conteúdo e pelo crescimento de suas capacidades cognitivas.

Finalmente, é interessante que se reveja toda a estrutura que permeia o processo ensino-aprendizagem de Geometria em todos os níveis de ensino para propor metodologias adequadas, pois, a falta da Geometria em algumas séries, tanto do Ensino Médio quanto do Ensino Fundamental, afeta a faculdade de visualização dos estudantes. Percebe-se que estes entram no Ensino Médio sem o conhecimento suficiente para apresentarem um resultado satisfatório. Assim, buscou-se, com a aplicação da sequência didática, minimizar essas dificuldades e reconstruir conceitos, tornando-os sujeitos participantes de um ambiente de aprendizagem significativa.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, C. *As inteligências múltiplas e seus estímulos*. São Paulo: Papirus, 1998. Citado na página 27.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. Citado 5 vezes nas páginas 28, 29, 66, 67 e 68.

ÁVILA, G. Euclides, geometria e fundamentos. *Revista do professor de matemática*, v. 45, 2001. Citado na página 33.

BAHIA, D. O. d. *Site Diário Oficial da Bahia: Decreto N.19529 de 16 de março de 2020. Regulamenta, no Estado da Bahia, as medidas temporárias para enfrentamento da emergência de saúde plúbica de importância internacinal decorrente do coronavírus.* 2020. Disponível em: <http://www.legislabahia.ba.gov.br/documentos/decreto-no-19529-de-16-de-marco-de-2020>. Acesso em: abril de 2020. Citado na página 51.

BARDIN, L. Análise de conteúdo. *Lisboa (Portugal): Edições*, v. 70, p. 225, 2010. Citado na página 48.

BORGES, C. C. Como você vê o ensino da geometria? *Folhetim de Educação Matemática.*, Feira de Santana, Ano 9, n. 106, jan/fev 2001. Citado na página 18.

BRASIL. *Lei n. 9.394. de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União.* 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>. Citado na página 22.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental.* Brasilia: MEC/SEF, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 22 e 23.

BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC, 1999. Citado na página 26.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - Ensino Médio. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica*. Brasília: MEC, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 25.

BRASIL. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: MEC, 2006. Citado na página 23.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: julho de 2020. Citado 4 vezes nas páginas 14, 20, 23 e 24.

BREAMSTIME. *Site Breamstime*. 2020. Disponível em: <https://pt.dreamstime.com/free-photos>. Acesso em: abril de 2020. Citado na página 50.

BRUNER, J. S. *O processo de Educação*. Tradução de Lobo L. de Oliveira. São Paulo: Herder, 1972. Citado na página 25.

CASA DA MATEMÁTICA. *Site Casa da Matemática: Aprenda Matemática online*. 2020. Disponível em: <https://casadamatematica.com.br>. Acesso em: abril de 2020. Citado na página 33.

CURSOS IPED. *Site Cursos Iped*. 2020. Disponível em: <http://www.iped.com.br/>. Acesso em: abril de 2020. Citado na página 34.

DANTAS, M. *et al. As transformações Geométricas e o Ensino de Geometria.* Salvador: EDUFBA, 1996. Citado na página 17.

DANTE, L. R. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 65.

ESTEPHAN, V. M. *Perspectiva e limites do uso de materiais didáticos na visão do professor do ensino médio.* Dissertação (Mestrado) — UFPR, Curitiba, 2000. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/65529>. Citado na página 14.

EVES, H. W. *Introdução à história da Matemática.* Tradução de Hygino Hugueros Domingues. Campinas: Ed. UNICAMP, 1995. Citado na página 34.

FAINGUELERNT, E. K. *Educação Matemática - Representação e construção em Geometria*. Porto Alegre: Artmed, 1999. Citado na página 26.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. v. 14, n. 1, p. 31–45, 2012. Citado na página 62.

FONSECA, M. d. C. F. R.; LOPES, M. d. P.; BARBOSA, M. d. G. G. *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

GARDNER, H. *Estruturas da Mente. As Teorias das Inteligências Mútiplas.* Porto Alegre: Artmed, 1994. Citado 4 vezes nas páginas 27, 28, 64 e 68.

GIBBS, G. *Análise de dados qualitativos: coleção pesquisa qualitativa*. *[S.l.]*: Bookman Editora, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

HERSHKOWITZ, R.; BRUCKHEINER; VINNER. Atividades com professores baseadas em pesquisa cognitiva. *In*: LINQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994. Citado na página 19.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Microdicionário de Matemática - 1 Âº Grau*. Rio de Janeiro: Scipione, 2001. Citado na página 28.

KALEFF, A. M. M. R. *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos.* Niterói: EdUFF, 1998. Citado 7 vezes nas páginas 21, 25, 26, 28, 53, 63 e 64.

LEAL, C.; RÔÇAS, G. *Sequência didática: brincando em sala de aula: uso de jogos cooperativos no ensino de ciências.* Dissertação (Mestrado), Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Rio de Janeiro, 2012. Citado na página 49.

LEIVAS, J. C. P. Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. *Paraná: UFPR*, 2009. Citado na página 20.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993. Citado na página 25.

LIMA, E. L. A atualização do ensino da matemática. *Folhetim de Educação Matemática*, Feira de Santana, Número Especial, 1999. Citado na página 18.

LIMA, E. L. *et al. A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1998. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.

MONTEIRO, B. N. d. S. *Dissertação (Mestrado): Utilização de modelos concretos como uma alternativa para o ensino de geometria espacial*. Dissertação (Mestrado), 2016. Citado na página 26.

MUNIZ NETO, A. C. *Geometria*. Rio de Janeiro: SBM, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 41.

OZÁNIZ, M. de G. *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid, 1995. Citado na página 20.

PAIS, L. C. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria*. Caxambu/MG: Anped, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, S. (Org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 77–91. Citado na página 24.

PAVANELLO, R. M. O abandono da geometria no brasil: causa e conseqüências. *Revista Zetetiké*, Ano I, n. 1, p. 7 – 17, mar. 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 21 e 22.

PINTEREST. *Site Pinterest*. 2020. Disponível em: <https://br.pinterest.com/>. Acesso em: abril de 2020. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.

PIRES, C. M. C.; CURI, E.; CAMPOS, T. M. M. *Espaço e Forma: a construção de noções geométricas*. São Paulo: PROEM, 2000. Citado na página 21.

SAE DIGITAL. *Site Sae digital*. 2020. Disponível em: <https://sae.digital/bncc-o-que-e-qual-e-o-seu-objetivo/>. Acesso em: abril de 2020. Citado na página 23.

SAEB. *Relatório SAEB [recurso eletrônico]. Brasília*. INEP, 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/saeb/resultados>. Citado na página 15.

SANTOS, P. E. da Silva dos. *Teorema de Euler: um estudo com auxílio de materiais concretos e tecnologias*. Dissertação (Mestrado) — UENF, Camps dos Goytacazes, RJ, 2014. Disponível em: <http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/26062014Paula-Eveline-da-Silva-dos-Santos.pdf>. Citado na página 33.

SILVA, L.; CANDIDO, C. C. Modelo de aprendizagem de geometria do casal van hiele. *Relatório de Iniciação científica*, 2007. Citado na página 18.

SILVA, T. T. da. *O que produz e o que reproduz em Educação: ensaios de sociologia da educação*. Porto Alegre: Artmed, 1992. Citado na página 13.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. *Materiais Manipuláveis para o Ensino de Sólidos Geométricos*. Porto Alegre: Penso, 2016. v. 5. Citado na página 25.

STENBERG, R. J. *Psicologia Cognitiva*. Porto Alegre: Artmed, 2000. Citado na página 28.

VIDALETTI, V. B. B. *Ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos*. Dissertação (Mestrado) — UNIVATES, Lajeado, RS, 2009. Citado na página 27.

WAGNER, E. Poliedros – MA13. Unidade 12: Resumo baseado no texto Geometria de Antonio Muniz Neto, parte da Coleção PROFMAT. Notas de Aula. 2013. Citado 3 vezes nas páginas 41, 44 e 45.

Apêndices

APÊNDICE A

QUESTIONÁRIO 1

Ensinar Matemática de forma significativa tem sido um grande desafio para os professores comprometidos com um ensino de melhor qualidade. A Matemática está presente em quase tudo que nos cerca, mas nem todas as pessoas conseguem perceber. Diante disso, estamos desenvolvendo um trabalho que tem como objetivo melhorar o ensino-aprendizagem da Matemática, de maneira especial o da Geometria.
Por isso, responda com seriedade as questões abaixo.
Elas vão ajudar a propor atividades em Matemática que favoreçam o seu aprendizado.

1. Você gosta de estudar Matemática?
Sim ( ) Não ( ) Por quê?

2. Você gosta de estudar Geometria?
Sim ( ) Não ( ) Por quê?

3. Você acha importante estudar Matemática? Explique.

4. Onde você aplica Matemática no seu dia a dia?

5. Você acha importante estudar Geometria? Explique.

6. Onde você aplica Geometria no seu dia a dia?

APÊNDICE B

QUESTIONÁRIO DE ASSOCIAÇÃO LIVRE

Através deste questionário pretende-se verificar o grau de apreensão das representações geométricas (conceito e significado).

Escreva cinco palavras que o termo GEOMETRIA lhe faz pensar.

1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

4. ______________________________

5. ______________________________

Agora, escolha duas das palavras citadas acima que você considera mais importante.

1. ______________________________

2. ______________________________

APÊNDICE C

ATIVIDADE 1

Analise atentamente as imagens entregues em cada grupo e identifique os conceitos já estudados sobre cada uma delas, da seguinte forma:

1. Utilize o papel milimetrado para fazer um desenho dos sólidos identificados em cada imagem.
2. Observe e analise as faces, os vértices e as arestas de cada um dos sólidos representados nas imagens entregues.
3. Verifique e determine quantas faces, quantos vértices e quantas arestas cada sólido possui.

Imagens	**faces**	**vértices**	**arestas**
Imagem 1			
imagem 2			
Imagem 3			
imagem 4			
Imagem 5			
imagem 6			

4. Associe todas as faces de cada imagem com as figuras geométricas planas contidas nas mesmas.
5. Determine e classifique os polígonos representados em cada face dos sólidos.

Imagens	**polígono**	**polígono**	**polígono**
Imagem 1			
imagem 2			
Imagem 3			
imagem 4			
Imagem 5			
imagem 6			

APÊNDICE D

ATIVIDADE 2

Analise atentamente as imagens entregues em cada grupo e identificando os conceitos já estudados sobre cada uma delas, da seguinte forma:

1. Identifique as figuras geométricas planas (polígonos) representadas em cada imagem.

Imagens	**polígono**	**polígono**
Imagem 1		
imagem 2		
Imagem 3		
imagem 4		

2. Recorte as planificações representadas em cada imagem e monte cada um dos sólidos geométricos correspondentes.

3. Os sólidos geométricos obtidos têm alguma característica comum? Qual?

4. Calcule, no verso da folha da atividade, a área de cada face dos sólidos geométricos obtidos e preencha a tabela abaixo com os resultados encontrados.

Sólidos	**AF1**	**AF2**	**AF3**	**AF4**	**AF5**	**AF6**	**AF7**	**AF8**
Sólido 1								
Sólido 2								
Sólido 3								
Sólido 4								

OBS: Área da face está representada na tabela por AF.

APÊNDICE E

ATIVIDADE 3

Através desta atividade pretende-se verificar se a utilização de materiais didáticos manipuláveis facilita a compreensão dos conceitos geométricos.

1. Com base nos prismas que foram construídos pela equipe, preencha a tabela a abaixo de acordo com as informações solicitadas.

Prisma	**Nº de vértices**	**Nº de faces**	**Nº de arestas**
Prisma triangular regular			
Prisma quadrangular regular			
Prisma pentagonal regular			
Prisma hexagonal regular			

2. Considerando o prisma triangular regular, construído pela equipe, determine:

a) A medida da área da base.

b) A medida da área lateral.

c) A medida da área total.

d) A medida do volume.

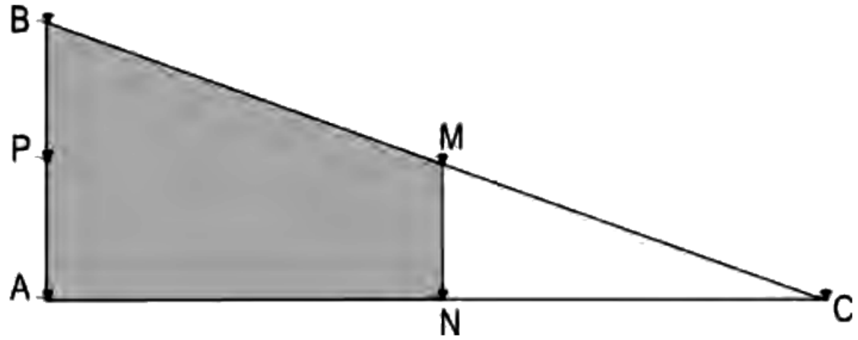
3. Considerando o prisma hexagonal regular, construído pela equipe, determine o seu volume.

APÊNDICE F

SITUAÇÃO - PROBLEMA 1

1. (ENEM) Em canteiros de obras de construção civil, é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

Figura 33 – Terreno como a forma geométrica de um triângulo retângulo



Fonte: ENEM MT - 2º dia | Caderno 5 - AMARELO - Página 24

A região demarcada pelas estacas A,B,M e N deveria ser calçada com concreto. Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

a) à mesma área do triângulo AMC.

b) à mesma área do triângulo BNC.

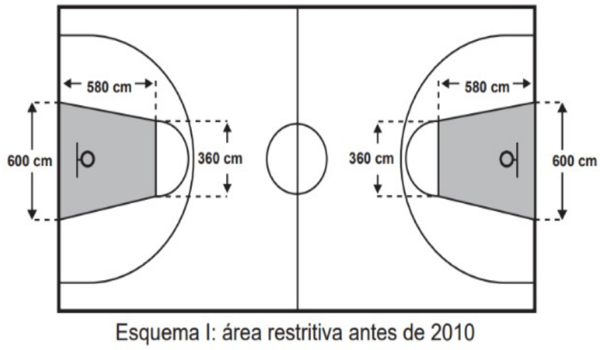
c) à metade da área formada pelo triângulo ABC.

d) ao dobro da área do triângulo MNC.

e) ao triplo da área do triângulo MNC.

2. O esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.

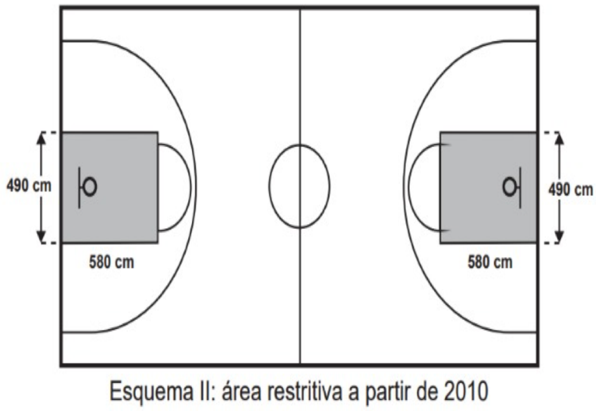
Figura 34 – Esquema I



Fonte:

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diferentes ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.

Figura 35 – Esquema 2



Fonte:

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a):

a) aumento de 5 800 cm^2.

b) aumento de 75 400 cm^2.

c) aumento de 214 600 cm^2.

d) diminuição de 63 800 cm^2.

e) diminuição de 272 600 cm^2.

APÊNDICE G

SITUAÇÃO - PROBLEMA 2

1. (ENEM 2017) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

Figura 36 – Cabana com a forma de um sólido geométrico

Figura 1

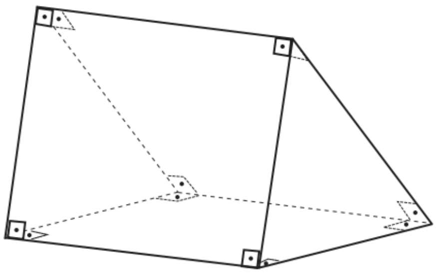


Figura 2

ROMERO, L. Tendências. **Superinteressante**, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

Fonte: MT - 2º dia | Caderno 6 - CINZA - Página 20

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é:

a) tetraedro.

b) pirâmide retangular.

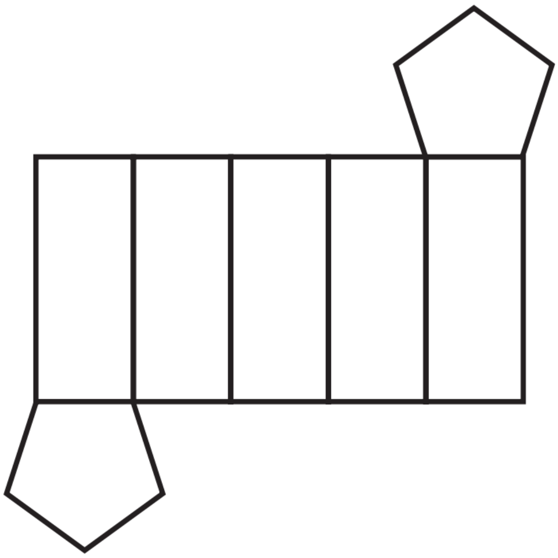
c) tronco de pirâmide retangular.

d) prisma quadrangular reto.

e) prisma triangular reto.

2. (ENEM 2014) Um lojista adquiriu novas embalagens para presentes que serão distribuídas aos seus clientes. As embalagens foram entregues para serem montadas.

Figura 37 – Planificação de uma embalagem para presente



Fonte: MT - 2º dia | Caderno 6 - CINZA - Página 22

Após montadas, as embalagens formarão um sólido com quantas arestas?

a) 10

b) 12

c) 14

d) 15

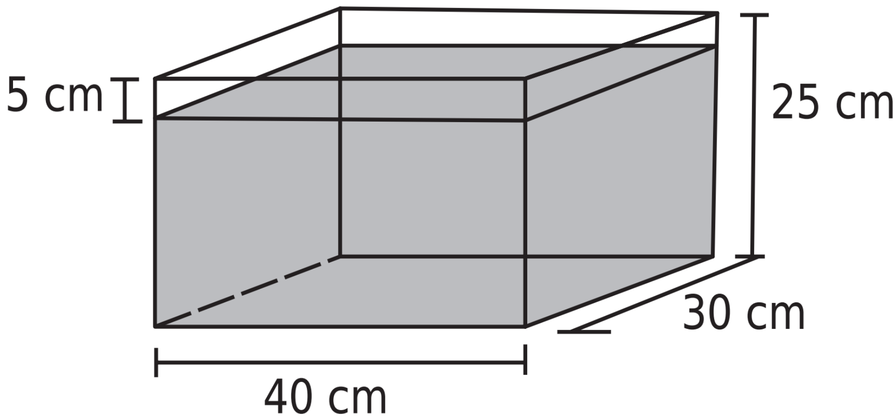
e) 16

APÊNDICE H

SITUAÇÃO - PROBLEMA 3

1. (ENEM - 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.

Figura 38 – Tanque cúbico de resfriamento



Fonte: MT - 2º dia | Caderno 6 - CINZA - Página 23

O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2400 cm^3 ?

a) O nível subiria $0,2$ cm, fazendo a água ficar com $20,2$ cm de altura.

b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.

c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.

d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.

e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

APÊNDICE I

QUESTIONÁRIO 2

Avaliando o uso do material didático manipulável (construção de sólidos geométricos) durante as aulas de Matemática, responda com seriedade as questões a seguir:

1. O uso de materiais didáticos manipuláveis pode auxiliar os alunos a compreender melhor a Geometria?

a) ( ) Sim, muito b) ( ) Sim, um pouco c) ( ) Não

2. Os alunos que apresentam dificuldades em Geometria poderiam saná-las com o apoio do material didático manipulável?

a) ( ) Sim, muito b) ( ) Sim, um pouco c) ( ) Não

3. O uso do material didático manipulável tornou as aulas mais atrativas, trazendo nova motivação para o ensino da Geometria?

a) ( ) Sim, muito b) ( ) Sim, um pouco c) ( ) Não

4. A visualização proporcionada pelo uso do material didático manipulável, pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Geometria?

a) ( ) Sim, muito b) ( ) Sim, um pouco c) ( ) Não

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Nossa história tem um bocado da gente

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB

Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas / Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Rua Rui Barbosa, s/n, Campus Universitário de Cruz das Almas - BA

CEP: 44380-000

<http://www.ufrb.edu.br/profmat>

<http://www.profmat-sbm.org.br>