



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Bauru

Vinícius Nóbrega Medeiros

**ORMUB COMO FERRAMENTA NO APRENDIZADO DE TÉCNICAS
EM SOLUCIONAR PROBLEMAS**

Bauru

2021

Vinícius Nóbrega Medeiros

ORMUB COMO FERRAMENTA NO APRENDIZADO DE TÉCNICAS EM SOLUCIONAR PROBLEMAS

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional, junto ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de Bauru.

Orientador: Prof. Dr. Valter Locci

Bauru

2021

M488o Medeiros, Vinícius Nóbrega
ORMUB como Ferramenta no Aprendizado de Técnicas em
Solucionar Problemas / Vinícius Nóbrega Medeiros. -- Bauru,
2021

102 f. : tabs., fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista
(Unesp), Faculdade de Ciências, Bauru Orientador:
Valter Locci

1. Metodologia de Resolução de Problemas. 2. Ensino Médio. 3.
Olimpíadas. 4. ORMUB. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de
Ciências, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado de VINICIUS NÓBREGA MEDEIROS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL, DO INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS, LETRAS E CIÊNCIAS EXATAS - CÂMPUS DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO.

Aos 18 dias do mês de janeiro do ano de 2021, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE Mestrado de VINICIUS NÓBREGA MEDEIROS, intitulada *OrmuB como ferramenta no aprendizado de técnicas em solucionar problemas*. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. VALTER LOCCI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / UNESP/Câmpus de Bauru, Prof. Dr. GUSTAVO ANTONIO PAVANI (Participação Virtual) do(a) Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul, Profa. Dra. TATIANA MIGUEL RODRIGUES DE SOUZA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / UNESP/Câmpus de Bauru . Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: Aprovado . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. VALTER LOCCI

Vinícius Nóbrega Medeiros

**ORMUB COMO FERRAMENTA NO APRENDIZADO DE TÉCNICAS
EM SOLUCIONAR PROBLEMAS**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional, junto ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de Bauru.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Valter Locci

UNESP – Bauru

Orientador

Prof. Dr. Gustavo Antônio Pavani

UEMS – Nova Andradina

Prof^a. Dr^a Tatiana Miguel Rodrigues de Souza

UNESP – Bauru

Bauru

18 de janeiro de 2021

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos meus filhos Miguel e Anna. Eles representam a minha esperança em um mundo melhor, digno e livre de enfermidades.

Eles são a luz da minha vida, fonte da força que me incentiva ser uma pessoa melhor a cada dia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus. A Ele gratidão pela condução da minha vida e por estar sempre ao meu lado em todos os momentos, sejam eles bons ou ruins.

Agradeço aos meus pais por todo amor, apoio e dedicação. A vocês gratidão por tudo que fizeram por mim. Em especial ao meu pai que partiu para outro plano espiritual ainda este ano. Tenho certeza que onde ele estiver, estará orgulhoso por essa minha conquista.

Agradeço a minha ex-esposa, que apesar das divergências, me ensinou muito sobre várias coisas. Com certeza ela colaborou no que pode. Será sempre a mãe dos meus filhos e por isso não tenho palavras para expressar tamanha gratidão.

Agradeço imensamente a todos os professores. Em especial ao meu orientador Dr. Valter Locci e a professora responsável pelo PROFMAT em Bauru, Dra. Tatiana Miguel Rodrigues Souza. Esse trabalho não seria realizado se não fosse o incentivo e apoio que recebi de vocês.

Enfim, agradeço a todos, amigos e familiares, que de alguma forma acreditaram nesse sonho que se concretiza. Meu muito obrigado.

“Todo problema que resolvi acabou se tornando uma regra que serviu posteriormente para resolver outros problemas.”

(René Descartes)

RESUMO

Para quem gosta, a matemática pode ser muito prazerosa e instigante. Porém, para quem já criou empecilhos culturais com a disciplina, ela é vista como vilã e pouco atraente. Para melhorar a afinidade de todos os alunos com a matemática, o uso de metodologias de resolução de problemas e a participação em Olimpíadas de Matemática contribui significativamente com a dissolução desta barreira, melhorando o ensino. O presente trabalho, tem o objetivo de avaliar a melhoria no aprendizado da matemática dos alunos do colégio Alfa Sciens da cidade de Bauru/SP, verificar o rendimento deles nas competições, inspirar e criar um ambiente propício para o aprendizado da matemática através das competições olímpicas. Preliminarmente, apresentamos a metodologia de resolução de problemas e as normas e regulamentos das competições de quatro olimpíadas de matemática mais evidentes da região de Bauru: a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), a Olimpíada brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), a Olimpíada Regional de Matemática da Unesp de Bauru (ORMUB) e a olimpíada Canguru de Matemática. Por suas peculiaridades, um enfoque especial é dado à ORMUB, sendo apresentado e analisado alguns de seus dados estatísticos nos últimos 10 anos, bem como uma breve análise comparativa entre o desempenho de algumas escolas mais premiadas nos últimos 10 anos na ORMUB com o desempenho geral destas escolas no ENEM 2019. Devido à situação de permanência prolongada na pandemia do coronavírus, tudo precisou ser adequado, em especial os planejamentos e as propostas educacionais. Com a prática aplicada, os alunos do Ensino Médio da escola desenvolveram técnicas de resolução de problemas, tendo como parte do treinamento a resolução de vários problemas da ORMUB, que serviu como uma fonte de inspiração e desafio. Desenvolveram hábitos de investigar resultados e de procurar a solução de problemas por testes de diversas hipóteses e demonstraram um avanço no desempenho geral da matemática.

Palavras-chave: Metodologia de resolução de problemas; Ensino Médio; Olimpíadas; ORMUB.

ABSTRACT

For those who like it, mathematics can be very pleasurable and thought provoking. However, for those who have already created cultural obstacles with discipline, it is seen as villainous and unattractive. To improve the affinity of all students with mathematics, the use of problem solving methodologies and participation in Mathematics Olympics contributes significantly to the dissolution of this barrier, improving teaching. The present work has the objective of evaluating the improvement in the mathematics learning of the students of the Alfa Sciens school in the city of Bauru / SP, verifying their performance in the competitions, inspiring and creating a favorable environment for the learning of mathematics through the Olympic competitions. Preliminarily, we present the problem solving methodology and the rules and regulations of the competitions of four mathematical Olympics in the region of Bauru: the Brazilian Mathematics Olympiad (OBM), the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools (OBMEP), the Regional Mathematics Olympiad of Unesp Bauru (ORMUB) and the Kangaroo Mathematics Olympiad. Due to its peculiarities, a special focus is given to ORMUB, being presented and analyzed some of its statistical data in the last 10 years, as well as a brief comparative analysis between the performance of some most awarded schools in the last 10 years in ORMUB with the overall performance of these schools at ENEM 2019. Due to the situation of prolonged stay in the coronavirus pandemic, everything needed to be adequate, especially the educational plans and proposals. With applied practice, high school students at the school developed problem solving techniques, having as part of the training the resolution of several problems of ORMUB, which served as a source of inspiration and challenge. They developed habits of investigating results and seeking to solve problems by testing different hypotheses and demonstrated an advance in the general performance of mathematics.

Keywords: Problem solving methodology; High School; Olympics; ORMUB.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Logotipo da OBM	28
Figura 2: Logotipo da OBMEP	29
Figura 3: 41ª OBM – Problemas nível 1	30
Figura 4: 41ª OBM – Problemas nível 2	31
Figura 5: 41ª OBM – Problemas nível 3 (2º dia).....	31
Figura 6: 41ª OBM – Problemas nível U (1ª fase)	32
Figura 7: Revista EUREKA.....	33
Figura 8: Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo	33
Figura 9: OBMEP 2019 (Nível 1).....	35
Figura 10: OBMEP 2019 (Nível 2).....	35
Figura 11: OBMEP 2019 (Nível 3).....	35
Figura 12: OBMEP 2019 (Nível 1 - 2ª fase).....	37
Figura 13: Programas e Portais da OBMEP.....	38
Figura 14: Logotipo da ORMUB 2019	39
Figura 15: Questão ORMUB 2018 – 1º Ano.....	40
Figura 16: Questão ORMUB 2018 – 2º Ano.....	40
Figura 17: Questão ORMUB 2018 – 3º Ano.....	40
Figura 18: Mapa dos países que participam do Canguru de Matemática	42
Figura 19: Logotipo do Canguru de Matemática Brasil	42
Figura 20: Questão nível fácil – Canguru Prova P (2019).	45
Figura 21: Questão nível médio – Canguru Prova B (2019).....	45
Figura 22: Questão nível difícil – Canguru Prova C (2019).	45
Figura 23: Questão nível fácil – Canguru Prova S (2019).	46
Figura 24: Prova ORMUB 2017.....	74
Figura 25: Resolução de uma aluna.....	75
Figura 26: Print da tela do ZOOM de uma aula ao vivo.	76
Figura 27: Resolução – Gabarito do professor.....	77
Figura 28: Prova ORMUB 2016.....	78
Figura 29: Desenvolvendo e orientação aos alunos na montagem.....	79
Figura 30: Resolução de uma aluna.....	80
Figura 31: Resolução – Gabarito do professor.....	81

Figura 32: Problema ORMUB 2016.....	82
Figura 33: Orientação aos alunos	83
Figura 34. Resolução de uma aluna (parte 1)	84
Figura 35: Resolução de uma aluna (parte 2)	85
Figura 36: Resolução – Gabarito do professor.....	86
Figura 37: Prova ORMUB 2018.....	87
Figura 38: Resolução de um aluno (parte 1)	88
Figura 39: Resolução de um aluno (parte 2)	89
Figura 40: Resolução – Gabarito do professor.....	90
Figura 41: Resultados 2019	91
Figura 42: Resultados 2020	92
Figura 43: Relatório de Desempenho por notas.....	92
Figura 44: Desempenho em Álgebra e Geometria	93

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Número de participações de cidades nas 10 últimas edições da ORMUB	51
Gráfico 2: Número de participações de cidades nas 10 edições da ORMUB - públicas	52
Gráfico 3: Número de participações de cidades nas 10 edições da ORMUB - privadas.....	53
Gráfico 4: Número de escolas inscritas por cidades 100% frequentes - públicas.....	55
Gráfico 5: Número de escolas inscritas por cidades 100% frequentes - privadas	56
Gráfico 6: Número de alunos participantes na ORMUB nos últimos 10 anos.....	57
Gráfico 7: Número de premiações de cidades na ORMUB nos últimos 10 anos	58
Gráfico 8: Número de alunos de escolas públicas premiados na ORMUB	59
Gráfico 9: Número de alunos de escolas privadas premiados na ORMUB.....	60
Gráfico 10: Cidades premiadas em 5 ou mais edições na ORMUB	61
Gráfico 11: Escolas públicas premiadas em cinco ou mais edições da ORMUB.....	62
Gráfico 12: Escolas privadas premiadas em cinco ou mais edições da ORMUB	63
Gráfico 13: Número de alunos participantes nos últimos 20 anos na ORMUB	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Número de escolas e alunos inscritos, por cidade de origem – 2019.....	48
Tabela 2: Classificação da 27ª ORMUB - 2019.....	49
Tabela 3: Número de escolas inscritas por cidades 100% frequentes	54
Tabela 4: Alunos premiados duas ou mais vezes na ORMUB - públicas.....	64
Tabela 5: Alunos premiados duas ou mais vezes na ORMUB - privadas	65
Tabela 6: Classificação das Escolas de Bauru no ENEM 2019.	95
Tabela 7: Classificação das Escolas de Barra Bonita no ENEM 2019.	96
Tabela 8: Classificação das Escolas de Jaú no ENEM 2019.	96
Tabela 9: Classificação das Escolas de Bariri no ENEM 2019.....	97
Tabela 10: Classificação das Escolas de Fartura no ENEM 2019.	97
Tabela 11: Classificação das Escolas de São Carlos no ENEM 2019.	98
Tabela 12: Classificação das Escolas de São Manuel no ENEM 2019.....	98
Tabela 13: Classificação geral em Matemática das escolas no ENEM 2019.....	99

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MCTI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação
MEC	Ministério da Educação
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
ORMUB	Olimpíada Regional de Matemática da Unesp – Bauru
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	17
2.	METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	18
3.	OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA	28
3.1.	OBM e OBMEP.	28
3.1.1.	Das características gerais da OBM.	29
3.1.2.	Das características gerais da OBMEP.	33
3.2.	ORMUB.	38
3.3.	Canguru de Matemática.	41
3.4.	Enfoque: ORMUB.	46
3.5.	Dados estatísticos sobre a ORMUB nos últimos 10 anos.	47
3.5.1.	A participação de cidades, escolas e alunos na ORMUB.	50
3.5.2.	A premiação de cidades, escolas e alunos na ORMUB.	57
3.5.3.	Considerações sobre a participação de escolas públicas e privadas na ORMUB.	65
4.	OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA COMO PROPOSTA PARA MELHORIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA.	67
4.1.	Implementação da metodologia de resolução de problemas em uma escola.	69
4.2.	Relato pessoal.	69
4.3.	Adaptações ao projeto.	71
4.4.	Atividades desenvolvidas.	74
4.4.1.	1ª Série do Ensino Médio.	74
4.4.2.	2ª Série do Ensino Médio	78
4.4.3.	3ª Série do Ensino Médio	87
5.	ANÁLISE DE RESULTADOS	91
5.1.	Desempenho dos alunos da escola.	91
5.2.	Escolas premiadas na ORMUB e o desempenho no ENEM.	94
6.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	100
	REFERÊNCIAS.....	102

1. INTRODUÇÃO

A matemática está presente na evolução e desenvolvimento das civilizações. Desde o princípio, ela busca descrever fatos e fenômenos do cotidiano, contribuindo para o avanço da ciência como um todo. Sua importância é indiscutível e atraente para muitos, no entanto, para outros pode parecer um tanto quanto estranha. O ensino da matemática nas escolas vem sofrendo algumas transformações ao longo do tempo e, com o intuito de melhorar a compreensão de seus conceitos, o uso de resolução de problemas como proposta pedagógica, vêm crescendo e mostrando resultados positivos no aprendizado da matemática.

Pensando em tornar a matemática mais atraente e melhorar o desempenho dos alunos em competições em olimpíadas de matemática, o quanto a metodologia de resolução de problemas pode contribuir para o aprendizado dos alunos? Como os professores podem trabalhar com olimpíadas e inspirar os alunos a participarem das competições? O uso de resolução de problemas capacita os alunos e promove melhorias no ensino da matemática?

Motivado por essas indagações, inspirado pela MA21 – Resolução de Problemas (disciplina obrigatória do PROFMAT), e usando as principais olimpíadas matemáticas da região, analisamos o desenvolvimento e o interesse na participação dos alunos do Ensino Médio. O estudo é qualitativo, sendo assim, através de treinamentos inspirados na metodologia de resolução de problemas percebemos mudança comportamental nos alunos que passaram a ter mais empenho e dedicação nos estudos da matemática para aumentar o desempenho em competições olímpicas.

Para tanto, no capítulo 2 é apresentado um estudo sobre metodologia de solução de problemas para trabalhar com os alunos em sala de aula e no capítulo 3 as normas e regulamentos das quatro competições selecionadas. Estudar um pouco da história e das características de cada olimpíada torna-se um passo fundamental para aumentar o desempenho dos alunos. No capítulo 4 são apresentados o desenvolvimento prático e as adaptações necessárias em campo. Nos capítulos que seguem, as análises de resultados e conclusões.

2. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz em seu texto aspectos interessantes e de alta relevância no desenvolvimento deste trabalho principalmente ao se falar do Ensino Médio. Ela norteia competências e habilidades dentro da pasta de Matemática e suas Tecnologias. Evidenciamos de modo geral a inter-relação entre todas as áreas de conhecimento, mas sucinta e resumidamente em suas competências específicas acerca de solucionar problemas dentro de diferentes contextos.

“Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.”

(<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> - acesso em Abril/2020)

Ao olharmos mais especificamente encontramos embasamento suficiente para o desenvolvimento de um trabalho mais consciente e efetivo para melhorar as técnicas em solucionar problemas. De acordo com a BNCC cabe às escolas e professores adaptar o plano de ensino da melhor forma possível para atingir os objetivos.

“Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. [...] Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.”

(<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> - acesso em Abril/2020)

Dentre essas habilidades enfatiza-se verbos e orações: analisar, interpretar, planejar, escrever, resolver, concluir, ler a tabela, analisar o gráfico, comparar, investigar, construir problemas. Fica claro a necessidade da ação do aluno mediante

aos diferentes tipos de problemas propostos, e um desafio aos professores para promover e aperfeiçoar tais ações.

Entender melhor a diferença entre competências e habilidades torna mais palpável o trabalho a ser feito pelos profissionais da educação. Assim compreendemos que o sujeito que possui competência para realizar uma determinada atividade, ele é certamente dotado de algumas habilidades que o possibilita de assim fazer. O professor Vasco Moretto destaca um ponto fundamental em relação à Competência:

“Competência não se alcança, desenvolve-se. Competência é fazer bem o que nos propomos a fazer.”

(Moretto, 2010)

Já o conceito de habilidade, analisando alguns dicionários, está intimamente relacionado com a aptidão para cumprir uma tarefa específica com um determinado nível de destreza, normalmente classificado como bom a excelente. Vejamos alguns sinônimos de habilidade, dentre eles destacamos: capacidade, talento, inteligência, engenho, destreza, agilidade.

Tomando um exemplo lúdico para distinguirmos competência e habilidade, um bebê não possui competência de caminhar. Para tanto, ele desenvolve diversas habilidades para atingir essa competência. Bem superficialmente descrevemos um passo a passo. Primeiramente, desenvolve-se no bebê a capacidade de permanecer sentado, o que leva certo tempo e práticas. Mesmo com essa habilidade já em alto nível o bebê não consegue se levantar e caminhar ainda, assim, uma nova habilidade se desenvolve que é o engatinhar, posteriormente se levantar, dar os primeiros passos apoiando nos objetos e tudo que o rodeia, ficar de pé sem nenhum apoio, dar os primeiros passinhos juntamente com vários e vários tombos, o equilíbrio nesta fase não é tão simples o quanto parece ser, até por fim que todas as habilidades estejam em harmonia com o bebê, aí sim adquira a competência de caminhar.

Ainda segundo o professor Vasco Moretto, destaca-se que:

"As habilidades estão associadas ao saber fazer: ação física ou mental que indica a capacidade adquirida. Assim, identificar variáveis, compreender fenômenos, relacionar informações, analisar situações-problema, sintetizar, julgar, correlacionar e manipular são exemplos de habilidades. [...] Já as competências são um conjunto de habilidades harmonicamente desenvolvidas e que caracterizam, por exemplo, uma função/profissão específica: ser arquiteto, médico ou professor de química. As habilidades devem ser desenvolvidas na busca das competências."

(Moretto, 2010)

O grande desafio está na forma, na abordagem, na metodologia aplicada para nossos alunos terem as competências necessárias para solucionar problemas. Doutora em Matemática, Lourdes de La Rosa Onuchic, é coordenadora do Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), UNESP, Rio Claro/SP. Ela e sua equipe, vem desenvolvendo pesquisas sobre o tema há anos, o que fortalece cada vez mais a importância de enfatizarmos na metodologia de resolução de problemas no aprendizado da matemática. Por seus estudos recentes e contínuos é uma forte referência para o nosso trabalho.

Onuchic destaca que ao trabalharmos com resolução de problemas, o foco principal dos alunos estará voltado em dar sentido aos conceitos matemáticos. Proporcionará aos estudantes a capacidade de pensar matematicamente e utilizar diferentes e convenientes estratégias para solucionar problemas, desmistificando crenças limitantes do tipo "Matemática é só para gênios", alimentando a confiança e autoestima dos estudantes.

O método de resolução de problemas permite ainda uma avaliação contínua por parte do professor, pois consegue interagir diretamente com os estudantes auxiliando a obter sucesso com a Matemática. Segundo Onuchic:

"Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os estudantes desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios."

(ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. – 2011)

Vivemos momentos de transição na educação, onde o professor tem o papel fundamental de incentivar o aluno e não somente transmitir aquilo que está pré-estabelecido num livro didático ou apostila. Professores empolgados são inspirações para seus alunos. Trabalhar com a Solução de Problemas resgata o aluno, sendo este o protagonista da construção do seu próprio conhecimento, além de estreitar a relação com o professor facilitando o processo de aprendizagem como um todo.

Resolver todos os exercícios da apostila não vai trazer autonomia para os alunos. É preciso incentivá-los constantemente. Inovar problemas, propor situações problema partindo da realidade que os cercam. Incentivá-los a propor problemas e questionamentos como forma de aprendizado.

Obviamente ao trabalhar com resolução de problemas temos que tomar certos cuidados. Nesse sentido Onuchic define que problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver. Com a intenção de colaborar com a prática dos professores através da Resolução de Problemas, sugere ainda, que as atividades sejam organizadas basicamente em dez etapas, as quais enumeramos a seguir:

1. Proposição do problema.
2. Leitura individual.
3. Leitura em conjunto.
4. Resolução do problema.
5. Observar e incentivar.
6. Registro das resoluções na lousa.
7. Plenária.
8. Busca de consenso.
9. Formalização do conteúdo.
10. Proposição e resolução de novos problemas.

Cada uma dessas etapas será melhor elucidada em breve.

O método sugerido é decorrente de uma série de estudos feitos pelo GTERP. Sendo assim, podemos destacar alguns outros nomes de evidente reconhecimento no campo de resolver problemas:

Juan Ignacio Pozo, Doutor em Psicologia, tem vasta experiência como educador. Um dos seus trabalhos é o livro *A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS – Aprender a resolver, resolver para aprender*. Pozo organiza suas ideias, e de alguns outros autores, são pensamentos e diretrizes para introduzir a metodologia de solucionar problemas no currículo escolar. Segundo o autor:

“A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.”

(Pozo – 1998)

Pozo afirma ainda que não é suficiente dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas faz-se necessário criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta.

Outra referência mundial é o Dr. George Polya, considerado por muitos o “pai” das técnicas em Resolução de Problemas, ícone e referência para o ensino da Matemática utilizando resolução de problemas. Além de inúmeras publicações e livros, Polya dedicava-se a descobrir como resolver problemas e ensinava estratégias que possibilitavam enxergar um caminho para a solução de problemas. No livro intitulado: *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*, defendia que a solução de problemas dependia basicamente de 4 passos simples, mas minuciosamente examinados um a um.

Segundo Polya:

“Primeiro temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada

aos dados, para termos a ideia de resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.”

(POLYA, 1995).

Existem inúmeros trabalhos e publicações sobre a utilização de resolução de problemas no ensino da Matemática. Entendemos que o assunto é expansivo a qualquer outra disciplina, mas em especial e particular, o professor de Matemática em um imenso campo para explorar sobre o tema.

O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), considera toda essa evolução histórica. São estudos recentes, e fornece um roteiro completo para o professor pôr em prática em sala de aula. O GTERP, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic vem desenvolvendo e pesquisando nessa linha a décadas, atendendo uma demanda no ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas através da indagação inicial: como se realiza a construção do conhecimento matemático pelo aluno e o trabalho do professor quando da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

Apesar do largo tempo de pesquisa, é recente a ideia de educadores matemáticos utilizar a metodologia de ensino-aprendizagem através de solução de problemas. Entendemos que o problema é uma oportunidade para o aluno construir o seu próprio conhecimento e o professor o responsável por conduzir esse processo.

Segundo o roteiro elaborado pela GTERP, trabalhar com resolução de problemas tem uma série de observações e implementações para que realmente seja produtivo o desenvolvimento dessa metodologia. O olhar do professor é fundamental, conhecer seus alunos, ter domínio técnico da matéria e o principal, acreditar, ser fonte de inspiração para os alunos.

Sendo assim a postura do professor e do aluno deve ser diferente dentro da sala de aula. O professor deve saber o que é realmente um problema e suas diversas classificações tais como, problema rotineiros, problema aberto, fechado, quebra-cabeças, desafios, etc. A escolha do problema é de extrema importância, pois deve

estar contextualizado e fazer referência ao conteúdo que está sendo apresentado. Uma escolha mal estudada pode resultar em efeitos contrário ao desejado.

Já o aluno passa a ser o centro de toda atenção. Ele será responsável pelo seu próprio desenvolvimento. Segundo Onuchic:

“Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido. Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos. Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima dos estudantes aumentam.”

(ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. – 2011)

Trabalhar com resolução de problemas dentro de sala de aula não é rígido e imutável. Mas exige sim uma grande preparação. Pensando nisso segue as dez etapas sugeridas pelo GTERP devidamente comentados:

1. Proposição do problema.

A escolha dos problemas deve ser criteriosa. Não se deve propor problemas nem muito fáceis nem muito difíceis inicialmente, pois isso pode desestimular alguns alunos. Deve ser problemas que visam construir um novo conceito ou alguma ideia nova. A Dr^a. Onuchic classifica esses problemas iniciais como problemas geradores pois conduz a um novo conteúdo que se queira apresentar ao longo de sua resolução. O importante é que esses problemas geradores não tenham algum conteúdo ainda não apresentado em sala de aula para que seja possível o desenvolvimento de forma autônoma por parte dos alunos

2. Leitura individual.

Bem como Polya cita, o problema inicialmente deve ser interpretado. Deve ser entendido o que se quer e o que se tem para resolver. Destinar um tempo para os alunos refletirem individualmente.

3. Leitura em conjunto.

Abrir espaço para discussão e troca de ideias ainda sobre a interpretação do problema. Formar grupos se for o caso. O professor pode fazer a leitura para a sala toda se julgar necessário. Caso existam palavras novas ou fora do conhecimento do aluno, não dar a resposta de imediato, incentivá-los a buscar num dicionário ou deduzir pelo contexto.

4. Resolução do problema.

Após a interpretação e definida a estratégia para a solução, os alunos devem colocar o plano em ação e tentar resolvê-lo. Já que o problema é gerador, os alunos podem encontrar certa dificuldade, mas é justamente isso que o conduzirá a construção de um novo conteúdo.

5. Observar e incentivar.

Enquanto os alunos buscam uma solução para o problema o professor deve apenas incentivá-los. Trocar algumas ideias, analisar o comportamento de cada um. Não dar as respostas diretas que os alunos irão perguntar. Ao invés disso, incentivá-los a usar uma ou outra técnica já aprendida, trocar de estratégia se por acaso uma não deu certo. Auxiliar em subproblemas secundários que surgirem.

6. Registro das resoluções na lousa.

Os alunos são convidados a apresentar a solução encontrada. Importante ressaltar que pode haver duas ou mais formas e tanto faz estar certo ou errado, o importante é apresentar os diferentes processos e o raciocínio empregado na resolução.

7. Plenária.

Em pesquisa no Dicionário Online de Português, a palavra plenária é um substantivo feminino e tem o seguinte significado: Assembleia que tem o

objetivo de reunir os seus membros durante um determinado tempo para estudar, discutir ou resolver certas questões.

Nesse momento o professor é apenas o mediador e dá voz ativa para todos os alunos defenderem cada um o seu ponto de vista.

8. Busca de consenso.

Após o período de discussão o professor deve conduzir a sala para a conclusão correta da situação problema buscando o consenso de todos, ou seja, concordância unânime.

9. Formalização do conteúdo.

Com o problema gerador solucionado, o professor elegantemente estrutura o conteúdo apresentado formalmente dentro dos padrões da linguagem matemática. Destaca os pontos importantes na construção desse novo conteúdo e acrescenta demonstrações quando julgar necessário.

10. Proposição e resolução de novos problemas.

Agora com o novo conteúdo apresentado vem a parte da prática. Exercícios de fixação também são classificados como problemas. Propor problemas novos de diferentes tipos e concomitantes a conteúdos já abordados.

Seguramente, seguindo os 10 passos assim propostos, fica fácil a implementação dessa metodologia em resolver problemas. Lembrando que o método não é rígido e imutável por isso o constante estudo a respeito do tema. Outras variáveis bem como características do aluno, o contexto em que está inserido, o sistema educacional utilizado pela instituição de ensino são pontos que podem favorecer ou prejudicar essa implementação.

O olhar atento do professor se faz necessário a todo o momento. Sendo assim adaptações são bem-vindas para acomodar essa nova metodologia de forma confortável para o educando e o educador.

Ainda segundo Onuchic:

“Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática. A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.”

(ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. – 2011)

Outros estudos feitos pelo GTERP mostram ainda, a insatisfação dos alunos, a falta aparente do interesse pela matemática, e o quanto não faz sentido para a grande maioria dos alunos o conteúdo matemático apresentado. Nesse sentido, o GTERP tem mostrado resultados positivos, um salto qualitativo no combate desses indicadores ruins no aprendizado da matemática, quando utilizado o método de resolução de problemas. Ressalta o grande esforço dos professores, que buscam novas ferramentas e metodologia para inserir dentro da sala de aula. Resolver situações problema na matemática propicia ao aluno desvendar soluções práticas no seu dia a dia. Isso o auxiliará na tomada de decisão após concluir a fase escolar. Resolver problemas resgata o raciocínio matemático pouco importando o resultado, se está certo ou errado, mas sim criando ferramentas e autonomia para tomada de decisões.

“A Solução de Problemas – Aprender a resolver, resolver para aprender.”

(Pozo – 1998)

3. OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

A produção de um problema requer alguns pressupostos e pode levar algum tempo para sua elaboração. A contextualização e o vocabulário são muito importantes no desenvolvimento de um problema matemático. Podemos abusar da criatividade e criar novos problemas ou simplesmente utilizar problemas olímpicos de provas anteriores ao se pensar em trabalhar com a metodologia de resolução de problemas.

O banco de questões é vasto e variado. Nesse sentido, apresentamos as quatro Olimpíadas de Matemática mais evidentes da região. São elas: A Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), a Olimpíada Regional de Matemática da Unesp – Bauru (ORMUB) e o Canguru de Matemática.

3.1. OBM e OBMEP.

A Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) é uma realização conjunta do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). O IMPA fica com o planejamento e execução sob a responsabilidade da Comissão Gestora. Já a SBM possui a Comissão Nacional de Olimpíadas de Matemática que, além de colaborar diretamente coma Comissão Gestora do IMPA, possui responsabilidades tais como elaboração das provas e suas resoluções, além da preparação e acompanhamento dos alunos nas competições internacionais.

Figura 1: Logotipo da OBM



Fonte: site oficial OBM

A OBM é uma competição destinada a escolas públicas e privadas. É importante lembrar que OBM e OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das

Escolas Públicas) foram integradas em 2017 com o objetivo de racionalizar recursos humanos e financeiros.

Para entender melhor, a 1ª OBM foi realizada em 1979 e ao longo desses anos passou por diversas mudanças estruturais, com a intenção de melhorar e chegar mais próximo dos seus objetivos. Já a OBMEP foi criada em 2005 devido à baixa participação das escolas públicas na OBM. Financiada pelos Ministérios da Educação (MEC) Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC) a OBMEP alavancou a participação dos alunos, alcançou quase 18 milhões de alunos e mais de 47 mil escolas. Nesse período a OBM e a OBMEP têm promovido a descoberta de inúmeros alunos talentosos em todo o Brasil, além de proporcionar melhorias no ensino da Matemática por meios de programas de incentivo tais como o Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) e Programa OBMEP na Escola (ONE), entre outros.

Figura 2: Logotipo da OBMEP



Fonte: site oficial OBMEP

3.1.1. Das características gerais da OBM.

São objetivos da OBM:

- Interferir decisivamente em prol da melhoria do ensino de Matemática no Brasil, estimulando alunos e professores a um aprimoramento maior propiciado pela participação em olimpíadas.
- Descobrir jovens com talento matemático excepcional e colocá-los em contato com matemáticos profissionais e instituições de pesquisa de alto nível, propiciando condições favoráveis para a formação e o desenvolvimento de uma carreira de pesquisa.

- Selecionar os estudantes que representarão o Brasil em competições internacionais de Matemática a partir do seu desempenho na OBM, realizando o seu devido treinamento.
- Apoiar as competições regionais de Matemática em todo o Brasil.
- Organizar as diversas competições internacionais de Matemática, quando sediadas no Brasil.

(Regulamento OBM 2019)

Atualmente a OBM é realizada em quatro níveis, de acordo com a escolaridade do aluno:

Nível 1 - alunos que estejam matriculados no 6º ou 7º ano do Ensino Fundamental, quando da realização da prova da Fase Única da OBM. A prova é discursiva composta de 5 problemas, com duração de 4 horas e 30 minutos, e realizada em local a determinado pelo responsável pela aplicação das provas da OBM.

Figura 3: 41ª OBM – Problemas nível 1

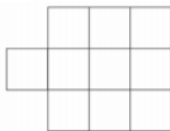
41ª Olimpíada Brasileira de Matemática
Fase Única - Nível 1 (6º e 7º ano)

► **PROBLEMA 1**
As letras O , B e M representam números inteiros positivos nas potências a seguir, tais que

$$2^O + 2^B + 2^M = 24.$$

a) Em um caso em que O , B e M representam o mesmo número, qual número é esse?
b) Mostre por que O não pode ser igual a 1.
c) Em um caso em que O vale o dobro de M , qual é o valor de B ?

► **PROBLEMA 2**
Betinha tem 3 fichas brancas, 4 pretas e 3 cinzas, todas de mesmo formato e diferentes apenas em relação à cor. Ela coloca fichas no tabuleiro a seguir, formado por quadradinhos iguais, no máximo uma ficha por quadradinho.



De quantas maneiras diferentes ela pode colocar no tabuleiro

a) exatamente três fichas, sendo uma ficha branca, uma preta e uma cinza somente na primeira linha horizontal?
b) exatamente três fichas pretas somente na segunda linha horizontal?
c) exatamente três fichas de cores diferentes?
d) todas as dez fichas, de modo que em dois quadradinhos com um lado comum não haja duas fichas pretas?

Nível 2 - alunos matriculados no 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental, quando da realização da prova da Fase Única da OBM.

Nível 3 - alunos matriculados em qualquer série do Ensino Médio, quando da realização da prova da Fase Única da OBM.

Nos níveis 2 e 3 as provas são discursivas, realizada em dois dias consecutivos, em local determinado pelo responsável pela aplicação das provas da OBM, com 3 problemas em cada dia e duração de 4 horas e 30 minutos por dia.

Figura 4: 41ª OBM – Problemas nível 2

41ª Olimpíada Brasileira de Matemática
Fase Única - Nível 2 (8º e 9º ano)
Primeiro Dia

► **PROBLEMA 1**
Um número de oito dígitos é dito *robusto* se cumprir ambas condições a seguir:

- (i) Nenhum dos seus algarismos é 0.
- (ii) A diferença entre dois algarismos consecutivos é 4 ou 5.

Responda às perguntas a seguir:

- (a) Quantos são os números robustos?
- (b) Um número robusto é dito *super-robusto* se todos os seus algarismos são distintos. Calcule a soma de todos os números super-robustos.

Fonte: Site Oficial OBM

Figura 5: 41ª OBM – Problemas nível 3 (2º dia)

41ª Olimpíada Brasileira de Matemática
Fase Única - Nível 3 (Ensino Médio)
Segundo Dia

► **PROBLEMA 4**
Prove que para todo inteiro positivo m , existe um inteiro positivo n_m tal que para todo inteiro positivo $n \geq n_m$, existem inteiros positivos (não necessariamente distintos) a_1, a_2, \dots, a_n tais que

$$\frac{1}{a_1^m} + \frac{1}{a_2^m} + \dots + \frac{1}{a_n^m} = 1.$$

► **PROBLEMA 5**

- (a) Prove que dadas constantes a, b com $1 < a < 2 < b$, não existe partição do conjunto dos inteiros positivos em dois subconjuntos A_0, A_1 tal que: se $j \in \{0, 1\}$ e m, n pertencem a A_j , então $n/m < a$ ou $n/m > b$.
- (b) Determine todos os pares de reais (a, b) com $1 < a < 2 < b$ para os quais vale a seguinte propriedade: existe uma partição do conjunto dos inteiros positivos em três subconjuntos A_0, A_1, A_2 tal que se $j \in \{0, 1, 2\}$ e m, n pertencem a A_j , então $n/m < a$ ou $n/m > b$.

Observação: Uma partição de um conjunto é escrever tal conjunto como união de subconjuntos disjuntos dois a dois.

Fonte: Site Oficial OBM

Nível Universitário - estudantes universitários em nível de graduação, podendo ser estudantes de qualquer curso e qualquer período, ou aqueles que concluíram o Ensino Médio há menos de um ano e não tenham ingressado em curso de nível superior até a data de realização da prova da Primeira Fase da OBM, Nível U. Para o Nível Universitário, a OBM é realizada em duas fases.

Primeira Fase - Prova objetiva com perguntas de múltipla escolha. A duração da prova será de 3 horas, aplicada em local a ser determinado pelo Coordenador Universitário.

Segunda Fase - Prova discursiva realizada em dois dias consecutivos, composta de 3 questões em cada dia e com duração de 4 horas e 30 minutos por dia a ser realizada em local designado pelo Coordenador Universitário.

Figura 6: 41ª OBM – Problemas nível U (1ª fase)

OBMU 2019 - Primeira Fase

Sexta-feira 13 de setembro de 2019

1. Sobre a equação $\frac{x^2}{n} = \cos x$, onde n é um natural fixado, é correto afirmar que:

(a) ela tem um número infinito de soluções no intervalo $[0, +\infty)$.
 (b) ela tem um número finito e ímpar de soluções em \mathbb{R} .
 (c) ela tem exatamente uma solução no intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$.
 (d) Se a_n é uma solução pertencente ao intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$, então $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ não existe.

2. Qual é o menor número de regiões em que 2019 planos distintos podem dividir \mathbb{R}^3 ?

(a) 2020 (b) 2018 (c) $2^{2019} - 1$ (d) 2^{2019}

Fonte: Site Oficial OBM

A OBM convida os 300 melhores participantes da OBMEP de cada nível. Os medalhistas do ano anterior e os melhores classificados em olimpíadas regionais também podem participar, de acordo com o regulamento.

Sobre a OBM e seus programas, destaca-se revista EUREKA! Nessa revista são publicados artigos relevantes na preparação dos estudantes para a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) em seus diversos níveis e para várias olimpíadas de caráter internacional das quais o Brasil participa.

Figura 7: Revista EUREKA



Fonte: Site oficial OBM

Os Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI) são outros destaques na preparação para a OBM e OBMEP. São programas que valem a pena conferir e participar.

Figura 8: Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo



Fonte: Site oficial OBM

3.1.2. Das características gerais da OBMEP.

São objetivos da OBMEP:

- Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil.
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade.

- Promover a difusão da cultura matemática.
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas.
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo com a sua valorização profissional.
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas.
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

(Regulamento OBMEP 2020)

As provas da OBMEP são realizadas em duas etapas, sendo a primeira composta de questões objetivas e a segunda composta de questões discursivas.

Atualmente, a OBMEP é realizada em três níveis, de acordo com a escolaridade do aluno: nível 1 são alunos que estejam matriculados no 6º ou 7º ano do Ensino Fundamental, nível 2 são alunos que estejam matriculados no 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental e o nível 3 são os alunos que estejam matriculados no Ensino Médio independente da série. Nas edições de 2018 e 2019 a OBMEP incluiu mais um nível de prova, o nível A, destinado a alunos do 4º ou 5º ano do Ensino Fundamental, porém não houve previsão para esse nível no ano de 2020.

A Primeira Fase consiste em uma prova objetiva, com duração de 2h30min, de caráter eliminatório, composta de vinte questões de múltipla escolha, onde cada questão dispõe de cinco opções de resposta, dentre as quais apenas uma delas é a correta. Cada questão nessa fase vale 1 ponto, totalizando 20 pontos a prova.

São questões separadas por níveis de dificuldade e por isso podemos encontrar, por exemplo, uma questão no nível 1, considerada pela comissão que elaborou as avaliações como difícil, também na prova de nível 2, mas considerada como fácil neste nível.

Em geral são questões bem contextualizadas e situações problemas que o aluno precisa raciocinar para compreender e resolver. Por ser abrangente, é mais caracterizada pelo uso da lógica matemática do que conteúdo específico e fórmulas, evitando desvantagem de uma série para outra dentro de um mesmo nível de prova.

Segue ilustrações de algumas questões da 15ª OBMEP 2019.

Figura 9: OBMEP 2019 (Nível 1)

OBMEP 2019 NÍVEL 1

7. As casas da figura abaixo devem ser preenchidas com números primos. Em cada linha ou coluna, o produto dos números deve ser igual ao número indicado pela seta. A coluna indicada por 294 já está preenchida. Qual é o número que deve ser escrito na casa marcada com * ?

A) 2
B) 3
C) 5
D) 7
E) 11

9. A figura mostra duas vistas de um mesmo cubo com as letras A, O, Y, X, N e E em suas faces. Qual é a face oposta à face de letra E?

A) O
B) Y
C) A
D) X
E) N

Fonte: Site oficial OBMEP

Figura 10: OBMEP 2019 (Nível 2)

OBMEP 2019 NÍVEL 2

11. Os quatro dados da figura são idênticos, e há três pares de faces em contato. Qual é o valor da soma dessas faces?

A) 73
B) 74
C) 75
D) 76
E) 77

14. Na figura, $ABCD$ é um quadrado, a medida do ângulo ABE é 20° e $EC = BC$. Qual é a medida do ângulo DFC ?

A) 80°
B) 85°
C) 90°
D) 95°
E) 100°

Fonte: Site oficial OBMEP

Figura 11: OBMEP 2019 (Nível 3)

OBMEP 2019 NÍVEL 3

17. Uma formiga caminha pela grade abaixo, podendo se mover apenas para a direita ou para cima. Se tiver duas opções para se mover, ela escolhe uma ao acaso, com probabilidade $1/2$. Qual é a probabilidade de que a formiga comece no ponto A e termine no ponto B?

A) $1/5$
B) $1/32$
C) $1/2$
D) $1/10$
E) $1/8$

19. Um reservatório, inicialmente vazio, é abastecido por duas torneiras de vazões diferentes. Se cada torneira for aberta por $1/3$ do tempo necessário para que a outra encha o reservatório, este ficará com $5/6$ de sua capacidade preenchida. Além disso, as duas torneiras juntas enchem o reservatório inicialmente vazio em 2 horas e 30 minutos. Em quanto tempo a torneira de maior vazão enche o reservatório?

A) 3 horas
B) 3 horas e 15 minutos
C) 3 horas e 30 minutos
D) 3 horas e 45 minutos
E) 4 horas

Lembre-se:
 $\text{vazão} = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$

Fonte: Site oficial OBMEP

São classificados para a Segunda Fase da OBMEP os alunos com maiores notas da Primeira Fase. Para essa definição, as escolas participantes são divididas em cinco grupos, de acordo com o número de inscrições na Primeira Fase, assim distribuídos:

Nível 1 – 1A (1 a 40 alunos); 1B (41 a 80 alunos); 1C (81 a 140 alunos); 1D (141 a 240 alunos) e 1E (241 alunos ou mais).

Nível 2 – 2A (1 a 40 alunos); 2B (41 a 80 alunos); 2C (81 a 140 alunos); 2D (141 a 240 alunos) e 2E (241 alunos ou mais).

Nível 3 – 3A (1 a 120 alunos); 3B (121 a 240 alunos); 3C (241 a 380 alunos); 3D (381 a 620 alunos) e 3E (621 alunos ou mais).

As vagas para a Segunda Fase são distribuídas de acordo com os respectivos níveis conforme explícitos a seguir:

Nível 1 – 1A (2 vagas); 1B (4 vagas); 1C (7 vagas); 1D (12 vagas) e 1E (5% do total de alunos inscritos na Primeira Fase).

Nível 2 – 2A (2 vagas); 2B (4 vagas); 2C (7 vagas); 2D (12 vagas) e 2E (5% do total de alunos inscritos na Primeira Fase).

Nível 3 – 3A (6 vagas); 3B (12 vagas); 3C (19 vagas); 3D (31 vagas) e 3E (5% do total de alunos inscritos na Primeira Fase).

A Segunda Fase se caracteriza pela aplicação de uma prova discursiva, com duração de 3 horas, de caráter classificatório, composta de seis questões valendo até 20 pontos cada, totalizando 120 pontos.

São questões também bem contextualizadas e, por serem discursivas, o aluno deverá tomar o cuidado com a resolução, ou seja, com o desenvolvimento e apresentação do raciocínio empregado para cada uma das questões.

Veja a seguir um exemplo de questão da segunda fase em que há três itens para o aluno responder. Observe que o item (a) é intuitivo e direto, ou seja, analisar e responder, porém os itens (b) e (c) exigem justificativas, mesmo não sendo necessário nenhum tipo de operação, é preciso redigir as argumentações e defender a escolha. Outro ponto a observar é que para concluir corretamente o item (c) é preciso que o aluno desenvolva e acerte o item anterior.

Figura 12: OBMEP 2019 (Nível 1 - 2ª fase)

NÍVEL 1 *Respostas sem justificativa não serão consideradas.*

3. Paulinho tem peças com cinco formas diferentes (cubos, pirâmides, esferas, cilindros e cones). Peças com a mesma forma têm o mesmo peso (massa). Ele coloca algumas peças numa balança de pratos e observa o equilíbrio nas duas situações abaixo.

a) Indique se as figuras abaixo representam situações certas ou erradas.

() certa
() errada

() certa
() errada

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual das figuras abaixo representa a situação correta?

Figura A

Figura B

Figura C

Justificativa:

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Com alguns pesos conhecidos, Paulinho observou a situação de equilíbrio abaixo. Quanto pesam, juntos, um cubo, uma pirâmide, uma esfera, um cilindro e um cone?

Justificativa:

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	TOTAL

4

É importante lembrar que o OBMEP pode ser realizada por escolas privadas mediante a pagamento de taxas assim estipuladas pela organização. Assim como já mencionado, a OBM e OBMEP se integraram a partir de 2017 nada mudando para as escolas públicas, apenas incluindo o direito das escolas privadas em participar da OBMEP, inclusive a medalhas de premiação das escolas privadas é separada das públicas, sendo distribuídas conforme critérios constantes no regulamento.

Os melhores alunos premiados nos 3 níveis são convidados a participar da OBM (fase única) ocorrendo dessa forma a integração de ambas as modalidades olímpicas até aqui descritas.

Vários programas mantidos pela OBMEP promovem a preparação e melhoria no ensino da matemática. São destinados a alunos e professores consonantes com os objetivos das Olimpíadas. Cada um deles possui características específicas que vale a pena conferir e participar.

Figura 13: Programas e Portais da OBMEP



Fonte: Site oficial OBMEP

3.2. ORMUB.

A Olimpíada Regional de Matemática da Unesp - Bauru (ORMUB) atualmente é um projeto de extensão realizado pelo Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru. Sua primeira edição, ainda como evento de extensão, foi realizada em 1993 e de lá para cá vem se aprimorando e desenvolvendo uma competição anual de alto nível nos modelos olímpicos. Com mais de 50 cidades

da região participando a ORMUB já atingiu um raio de aproximadamente 250 km em torno da cidade de Bauru.

Com o objetivo principal de estimular o estudo da Matemática por meio de resolução de problemas, a ORMUB busca desenvolver o interesse dos alunos do Ensino Médio propondo questões e problemas matemáticos desafiadores, buscando novas descobertas e aprendizados.

Figura 14: Logotipo da ORMUB 2019



Fonte: Site Faculdade de Ciências da UNESP Bauru / ORMUB

A ORMUB é destinada somente aos alunos do Ensino Médio de escolas pública e privadas, sendo as inscrições feitas pela unidade escolar.

É uma competição diferenciada pois é permitida a participação de apenas 6 alunos por escola, sendo 2 alunos de cada série do Ensino Médio. E suas questões e problemas não dissertativos, ou seja, são questões onde o aluno precisa mostrar o desenvolvimento e os cálculos.

As provas são realizadas na UNESP, campus de Bauru, e contêm 5 questões cada. Em geral contemplam conteúdo previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais e têm duração máxima de 3 horas. São três provas distintas, uma para cada série do Ensino Médio e a correção é feita pelos professores que compõem a comissão organizadora.

Figura 15: Questão ORMUB 2018 – 1º Ano

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU
26ª ORMUB – 2018
1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Questão 1. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $f(0) = 1$ e para todo $x, y \in \mathbb{R}$ vale que:
 $f(xy + 1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2$. Determine $f(x)$.

Fonte: Site Faculdade de Ciências da UNESP Bauru / ORMUB

Figura 16: Questão ORMUB 2018 – 2º Ano

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU
26ª ORMUB – 2018
2º ANO DO ENSINO MÉDIO

Questão 1. Caucher é um garoto apaixonado por números. Estudou **números primos**, **números quadrados perfeitos**, e recentemente, conheceu os **números regulares**, que correspondem aos números em que sua decomposição em fatores primos apresenta apenas potências de 2, 3 e 5, ou melhor, são aqueles escritos na forma $2^i \cdot 3^j \cdot 5^k$, onde i, j, k são inteiros maiores ou iguais a zero. Decidiu montar a senha de seu computador com 4 dígitos utilizando estes números estudados, da seguinte forma: o primeiro dígito da senha é o primeiro dos números regulares, o 1 (pois $1 = 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^0$), o segundo é o também segundo dos números regulares. Os outros dois dígitos são o determinante de uma matriz 3×3 , a qual dispõe a partir da primeira coluna, de cima para baixo, os próximos três números regulares, a segunda coluna os três primeiros quadrados perfeitos, e a última coluna formada pelos três primeiros números primos. Qual a senha escolhida por Caucher?

Fonte: Site Faculdade de Ciências da UNESP Bauru / ORMUB

Figura 17: Questão ORMUB 2018 – 3º Ano

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU
26ª ORMUB – 2018
3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Questão 1: Considere a função definida por $f(x) = \sqrt{3^{x-2}(9^{2x+1})^{\frac{1}{2x}}} - (3^{2x+5})^{\frac{1}{x}} + 1$.
Determine todos os valores de x para os quais $y^2 + 2y + f(x) = 0$ tem duas raízes reais e distintas.

Fonte: Site Faculdade de Ciências da UNESP Bauru / ORMUB

A ORMUB não divulga notas, apenas classificação dos premiados. São premiados os cinco primeiros colocados de cada série das escolas públicas e os cinco primeiros colocados de cada série das escolas particulares, num total de 30 alunos. Os alunos premiados são convidados a participar da cerimônia de premiação, também realizada na UNESP/Bauru. Eles recebem certificados e medalhas, além de alguns livros doados por editoras que apoiam a ORMUB.

3.3. Canguru de Matemática.

O Concurso Canguru de Matemática Brasil é disputado desde 2009. Nesse tempo a competição vem crescendo expressivamente em número de escolas participantes e alunos em todo o território nacional.

O surgimento do *Kangourou sans Frontières* (Canguru sem Fronteiras) se deu primeiramente na França em 1991. Iniciativa de dois professores, André Deledicq e Jean Pierre Boudine, que decidiram fazer o concurso nos modelos de um amigo australiano, Peter O'Halloran. Realizada desde 1978, Peter elaborou uma prova digital e propôs a realização simultânea por diversos alunos na Austrália. A ideia principal era organizar uma competição para realçar a alegria da matemática e incentivar a resolução de problemas matemáticos.

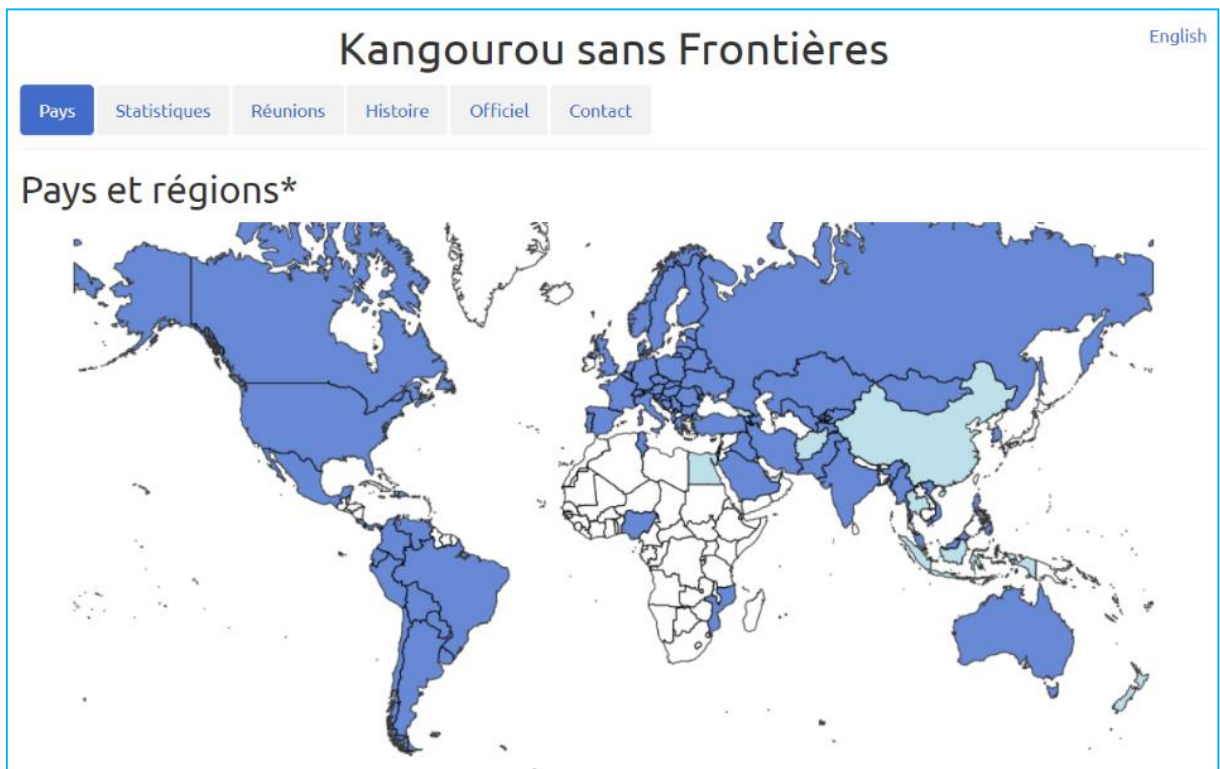
O primeiro desafio Canguru aconteceu no dia 15 de maio de 1991 na França. Recebeu o nome de Canguru de Matemática em homenagem ao professor australiano. Oferecendo um presente a cada participante (livros, pequenos jogos, objetos lúdicos, viagens científicas e culturais) foi um grande sucesso, logo depois eles espalharam a ideia pela Europa.

Já em 1995, devido ao grande sucesso, foi fundada a Associação Canguru sem Fronteiras com o intuito principal de promover a competição internacional entre os estudantes em toda a Europa, sendo o objetivo central, a divulgação mundial da cultura matemática básica. A Associação não tem fins lucrativos, mas possui despesas organizacionais, então cada país membro da Associação paga uma quantia para custearem despesas e mantê-la ativa.

A Associação Canguru sem Fronteiras só cresceu ao passar dos anos. Ultrapassou as fronteiras da Europa e se espalhou pelo mundo, atualmente mais de 80 países, incluindo o Brasil, participam do Canguru de Matemática.

Aqui no Brasil, o IMPA é o responsável pela organização da competição nacional e nomeação do representante brasileiro na Associação Canguru sem Fronteiras.

Figura 18: Mapa dos países que participam do Canguru de Matemática



Fonte: Site Canguru sem Fronteiras < <http://www.aksf.org/>>

O Brasil atingiu a expressiva marca de 2500 escolas e aproximadamente 500 mil estudantes participantes em 2019 e sediará a 30ª Reunião Anual dos países membros em 2022.

Figura 19: Logotipo do Canguru de Matemática Brasil



Fonte: Site oficial Canguru de Matemática Brasil

São Objetivos do Canguru de Matemática:

- Ampliar e incentivar a aquisição dos conhecimentos matemáticos.
- Contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis.
- Favorecer o estudo de maneira interessante e contextualizada, aproximando os alunos do universo da Matemática.
- Desenvolver a capacidade dos alunos de obter realização e satisfação através da atividade intelectual.

(Regulamento Canguru de Matemática 2020)

Podem participar todos os alunos devidamente matriculados em escolas públicas ou privadas desde o 3º ano do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio.

As provas são divididas em 6 níveis conforme descrito a seguir:

- Nível P (Pre Ecolier) – alunos do 3º e 4º anos do EFI.
- Nível E (Ecolier) – alunos do 5º e 6º anos do EFI e EFII, respectivamente.
- Nível B (Benjamin) – alunos do 7º e 8º anos do EFII.
- Nível C (Cadet) – alunos do 9º ano do EFII.
- Nível J (Junior) – alunos da 1ª e 2ª séries do EM.
- Nível S (Student) – alunos da 3ª série do EM.

Os alunos têm 1h40min para realizarem as provas. Os níveis P e E têm 24 questões cada, os demais níveis têm 30 questões. Em todos os níveis de prova, os problemas propostos estão dispostos em níveis crescente de dificuldade (fácil, médio e difícil).

“Organização das provas: As questões são propostas em três níveis de dificuldade crescente (primeiro terço da prova, questões básicas; segundo terço, questões mais complexas e terceiro terço, questões mais desafiadoras ou técnicas). Nos níveis mais elementares (P, E, B, C) predominam as habilidades de raciocínio, enquanto nos níveis J e S é exigido algum conhecimento técnico.”

(Regulamento Canguru de Matemática 2020)

Por serem assim classificadas, os problemas de níveis diferentes têm pontuação diferente também. Nos níveis P e E que possuem 24 questões, a divisão fica da seguinte forma: questões de 1 a 8, de 9 a 16 e de 17 a 24 valem respectivamente 3, 4 e 5 pontos. Já os demais níveis, as que possuem 30 questões, a pontuação é da seguinte forma: questões de 1 a 10, de 11 a 20 e de 21 a 30 valem respectivamente 3, 4 e 5 pontos.

No Canguru de Matemática questões respondidas erradas ou rasuradas no cartão de respostas resultam em perda de pontos. Cada questão respondida de forma errada acarretará num desconto de 25% do valor da questão. Problemas que valem 3 pontos se for respondida erradamente o aluno não ganha e ainda perde 0,75 ponto. Problemas que valem 4 pontos se for respondida erradamente o aluno não ganha e ainda perde 1,00 ponto. Problemas que valem 5 pontos se for respondida erradamente o aluno não ganha e ainda perde 1,25 pontos.

Por esse motivo, todos os participantes do nível P e E iniciam com 24 pontos e os demais níveis com 30 pontos cada. Caso algum aluno errar todas as questões, o mesmo teria nota final igual a zero devido aos descontos. Porém, se o aluno optar em deixar a questão em branco (não responder) por estar indeciso ou não saber resolver, a questão ficará zerada, ou seja, não ganha os pontos, mas também não perde.

A pontuação final do Canguru de Matemática será a soma dos valores de cada problema que acertar, menos os 25% do valor de cada problema que errar somados com o valor inicial em cada nível, ou seja, somar 24 pontos nos níveis P e E e somar 30 pontos nos níveis B, C, J e S.






Segue ilustrações de alguns problemas contemplados no Concurso Canguru de Matemática Brasil.

Figura 20: Questão nível fácil – Canguru Prova P (2019).

Canguru de Matemática Brasil - 2019 - P

3 pontos

1. Qual nuvem tem somente números menores do que sete?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

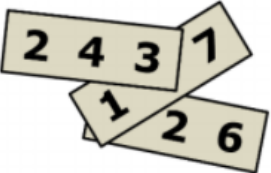
Fonte: Site oficial Canguru de Matemática Brasil.

Figura 21: Questão nível médio – Canguru Prova B (2019).

4 pontos

11. Números de três algarismos foram escritos em três cartões, conforme a figura. Dois algarismos não são visíveis. Sabe-se que a soma dos três números é 826. Qual é a soma dos dois algarismos que estão escondidos?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11



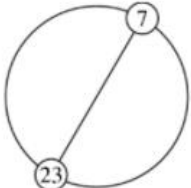
Fonte: Site oficial Canguru de Matemática Brasil.

Figura 22: Questão nível difícil – Canguru Prova C (2019).

5 pontos

21. Os números inteiros de 1 a n , inclusive, estão escritos, igualmente espaçados, ao redor de um círculo. As posições dos números 7 e 23 são extremidades de um dos diâmetros do círculo, conforme figura. Qual é o valor de n ?

(A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 36 (E) 38




Fonte: Site oficial Canguru de Matemática Brasil.

Figura 23: Questão nível fácil – Canguru Prova S (2019).

Canguru de Matemática Brasil - 2019 - S

3 pontos

1. A bandeira de Cangurulândia é um retângulo dividido em três retângulos iguais, conforme figura. Qual é a razão entre as medidas dos lados do retângulo branco?



(A) 1:2 (B) 2:3 (C) 2:5 (D) 3:7 (E) 4:9

Fonte: Site oficial Canguru de Matemática Brasil.

Uma forma de preparação para as Olimpíadas é a resolução de problemas de provas anteriores. Sabendo disso o Canguru de Matemática Brasil elaborou uma revista com as resoluções comentadas em 2019. Além disso, em seu site oficial há o KangoTrino com listas de exercícios e simulados para os alunos treinarem.

3.4. Enfoque: ORMUB.

Ao compararmos o Ensino Fundamental II e o Ensino Médio, notamos que geralmente a participação e interesse em olimpíadas é bem maior no Fundamental. Ao pensar em proporcionar ao Ensino Médio maior interesse por olimpíadas e conseqüentemente melhorar o aprendizado em matemática, a ORMUB, por ser aplicada apenas a esse segmento, merece uma atenção mais que especial, pois é uma ferramenta que auxilia e estimula os alunos das três Séries do Ensino Médio.

As questões das provas da ORMUB se caracterizam por serem bem conceituadas e contextualizadas. Sendo assim, seus problemas, serviram como base na preparação em geral dos alunos. Além disso a comissão organizadora não disponibiliza o gabarito das provas anteriores. Ao pesquisar, apenas algumas resoluções foram disponibilizadas no site da ORMUB, o que de certa forma colabora muito no uso de seus problemas na preparação dos alunos, evitando que eles encontrem uma solução pronta sem antes ao menos ter pensado em como resolver.

Com esses problemas pudemos desenvolver observações e avanços nas técnicas de resolução de problemas. Importante mencionar que não foi possível aplicar todas as etapas explicitadas pelo GTERP, devido a paralização das aulas presenciais por causa do coronavírus, mas com certeza nortearam as atividades desenvolvidas na forma de videoaulas ao longo de todo o trabalho.

A ORMUB é uma competição rica em aprendizado, mobiliza docentes, alunos, escolas e a sociedade em geral, promovendo um estímulo no estudo da matemática destinada aos jovens. Com o passar do tempo vem se destacando cada vez mais na região e por isso merece um olhar mais detalhados sobre os seus números.

3.5. Dados estatísticos sobre a ORMUB nos últimos 10 anos.

Nesta seção apresentamos e analisamos dados estatísticos da ORMUB nos últimos 10 anos. É uma análise descritiva das escolas que participam da olimpíada, sendo possível conhecer algumas características e curiosidades que não são divulgadas pela coordenação.

Algumas observações iniciais são bem visíveis. É notável que existem cidades que participaram várias edições e outras que não. Mesmo a prova sendo na UNESP câmpus de Bauru, não são todas as escolas bauruenses que participam, mas em todas as edições, sempre houve escolas aqui da cidade participando. Há escolas que não inscreve o número total de participantes, ou seja, 6 alunos e acabam participando com menos alunos.

Em cada edição, a ORMUB registra em tabelas do Excel o número de inscrições, o número de participações e o número de premiações referentes às cidades, às escolas e aos alunos, distinguindo as quantidades para as redes públicas e privadas, conforme exemplificado pela Tabela 1 onde é apresentado os dados referentes a edição de 2019. Logo em seguida é apresentada a Tabela 2 com a classificação dos premiados em 2019, esta última é divulgada em seu site.

Tabela 1: Número de escolas e alunos inscritos, por cidade de origem – 2019

CIDADE	NÚMERO DE ESCOLAS						NÚMERO DE ALUNOS					
	INSCRITAS		PARTICIPANTES		PREMIADAS		INSCRITOS		PARTICIPANTES		PREMIADOS	
	PUBL.	PART.	PUBL.	PART.	PUBL.	PART.	PUBL.	PART.	PUBL.	PART.	PUBL.	PART.
ARARAQUARA		3		2				17		12		
AVARÉ	1		1		1		6		5		1	
BARIRI	2	1	2	1			12	6	10	6		
BARRA BONITA	1	3	1	3	1	1	6	15	6	15	3	1
BAURU	4	10	3	10	1	2	16	56	13	47	2	2
BOTUCATU		2		2		1		12		10		5
CABRALIA PAULISTA	1		1		1		1		1		1	
CERQUEIRA CÉSAR		1		1				5		4		
FARTURA	2	1	2	1			12	4	10	4		
GARÇA	1		1				6		6			
IBITINGA	1		1		1		5		4		3	
ITÁPOLIS	1		1		1		1		1		1	
JAÚ	1	4	1	3	1	1	6	19	5	14	4	1
LENÇÓIS PAULISTA		2		2				9		8		
LINS		1		1				3		3		
PEDERNEIRAS		1		1				6		6		
PIRAJUÍ		1		1				5		4		
SANTA CRUZ DO RIO PARDO		1		1		1		6		6		1
SÃO CARLOS		2		2		2		8		8		4
SÃO MANUEL		2		2		1		10		10		1
Total Parcial	15	35	14	33	7	9	71	181	61	157	15	15
Total	50		47		16		252		218		30	

Fonte: Coordenação da ORMUB

Tabela 2: Classificação da 27ª ORMUB - 2019

Classificados da 1ª Série do Ensino Médio - ESCOLAS PARTICULARES			
Clas.	Nome	Escola	Cidade
1	GUILHERME RODRIGUES GOMES	COLÉGIO ADV – BOTUCATU	BOTUCATU
2	WISLEY FERNANDES BIM	COLÉGIO ADV – JAÚ	JAÚ
3	RAHILLY MACHADO	COLÉGIO ADV – BOTUCATU	BOTUCATU
4	PEDRO HENRIQUE SPÍNOLA NÉO	INTERATIVO - SÃO CARLOS	SÃO CARLOS
5	MARIANA BRUNATTI DE MORAES	COLÉGIO ANGLO BAURU	BAURU

Classificados da 2ª Série do Ensino Médio - ESCOLAS PARTICULARES			
Clas.	Nome	Escola	Cidade
1	HELOÍSA BIONDAN VASSOLER	COLÉGIO LUMA CAROLINA	SÃO MANUEL
2	LUCCA BERTOLINI DE MELLO	D'INCAO INSTITUTO DE ENSINO	BAURU
3	MURILO PEDROSO	COLÉGIO ADV – BOTUCATU	BOTUCATU
4	HENRIQUE KRUPPA DE MENEZES CURY RAMOS	COLÉGIO ADV – BOTUCATU	BOTUCATU
5	RAFAEL AUGUSTO ALMEIDA FERREIRA	EMEEF JOSÉ CESÁRIO PIMENTEL	SANTA CRUZ DO RIO PARDO

Classificados da 3ª Série do Ensino Médio - ESCOLAS PARTICULARES			
Clas.	Nome	Escola	Cidade
1	LUCAS PILLA PIMENTEL	COLÉGIO SÃO CARLOS	SÃO CARLOS
2	EMMANUEL CRUZICHI DE OLIVEIRA SILVA	COLÉGIO ADV – BOTUCATU	BOTUCATU
3	LUCAS FERNANDES MARTINS	COLÉGIO SÃO CARLOS	SÃO CARLOS
4	RENAN MUCARE CORREIA DO NASCIMENTO	COLÉGIO ADV - BARRA BONITA	BARRA BONITA
5	GUILHERME COSCIA SIMÕES	INTERATIVO - SÃO CARLOS	SÃO CARLOS

Classificados da 1ª Série do Ensino Médio - ESCOLAS PÚBLICAS			
Clas.	Nome	Escola	Cidade
1	RAFAEL FELIPE MENDES	EE PROF ANGELO MARTINO	IBITINGA
2	LINO MATHEUS BARTHOLOMEU MARIANO DE ALMEIDA	INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO - CÂMPUS AVARÉ	AVARÉ
3	MATHEUS CAMPANHÃ DOS SANTOS	EE PROFª ANA FRANCA DA ROCHA BRANDO	JAÚ
4	RAUL DA SILVA NETO	ETEC ASTOR MATTOS CARVALHO	CABRÁLIA PAULISTA
5	GUILHERME DA SILVA SIMÃO	EE PROF ANGELO MARTINO	IBITINGA

Classificados da 2ª Série do Ensino Médio - ESCOLAS PÚBLICAS			
Clas.	Nome	Escola	Cidade
1	RODRIGO BOTELHO ZUIANI	CTI - UNESP – BAURU	BAURU
2	ANDERSON RODRIGUES LIMA	EE PROFª ANA FRANCA DA ROCHA BRANDO	JAÚ
3	MARIA GIOVANA DE PAULA PINTO	EE PROFª ANA FRANCA DA ROCHA BRANDO	JAÚ
4	BRUNA FARIA DE SOUZA	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA
5	MARIA EDUARDA BATISTA MEIRA LEITE	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA

Classificados da 3ª Série do Ensino Médio - ESCOLAS PÚBLICAS			
Clas.	Nome	Escola	Cidade
1	GABRIEL COTA DA SILVA DE PASCOLI	EE PROF ANGELO MARTINO	IBITINGA
2	JOSIEL RAMALHO DA ROSA	EE DR ANTONIO MORAES BARROS	ITÁPOLIS
3	RICARDO PINAL DE MELLO	CTI - UNESP – BAURU	BAURU
4	NATHAN VINÍCIUS DOS SANTOS	EE PROFª ANA FRANCA DA ROCHA BRANDO	JAÚ
5	EMILY VITÓRIA DE SOUSA DA SILVA FERREIRA	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA

Fonte: Site da ORMUB

Tendo conhecimento de que nos últimos 10 anos a diferença entre o número de cidades/escolas inscritas com o número de cidades/escolas participantes é menor do que 10%, consideramos neste trabalho “participação na ORMUB” como as cidades/escolas inscritas na olimpíada.

A partir destas tabelas, e de outras informações obtidas junto à coordenação da ORMUB, apresentamos a seguir algumas análises quantitativas dos dados dos últimos 10 anos, em agrupamentos gerais ou específicos.

3.5.1. A participação de cidades, escolas e alunos na ORMUB

Nestes últimos 10 anos, de 2010 a 2019, alunos de 58 cidades foram inscritas na ORMUB. Dentre estas, 8 cidades participaram das 10 edições, 25 cidades participaram de 5 ou mais edições e 15 cidades participaram de apenas uma edição e, conforme podemos constatar no Gráfico 1.

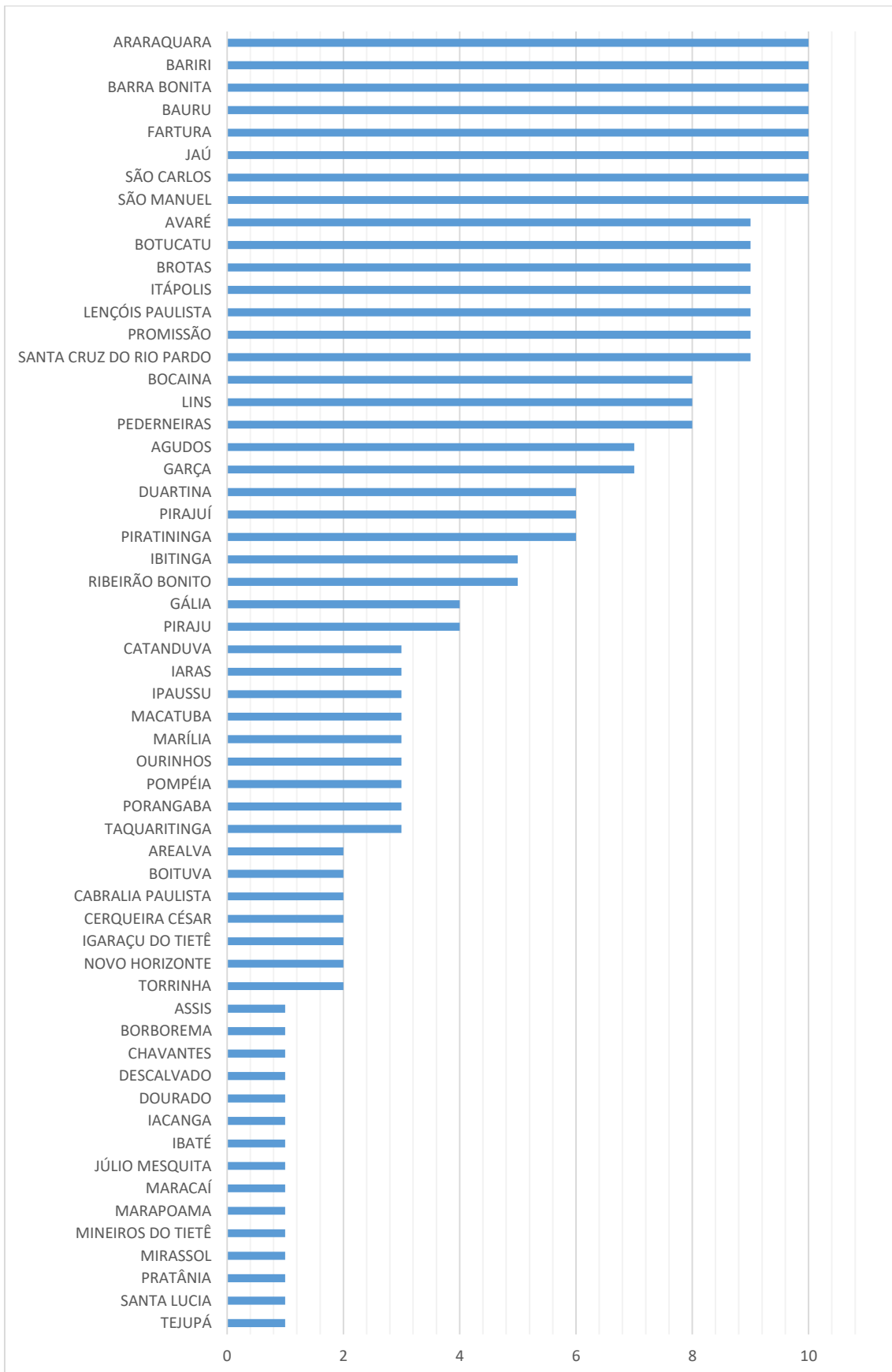
Isso traz uma ideia de que existem escolas que tradicionalmente participam da ORMUB e outras que por alguma razão não participam em alguma ou outra das edições. Mesmo havendo 15 cidades diferentes com apenas uma participação, isso demonstra que a ORMUB tem prosperado e atingido novas cidades/escolas ao longo do tempo. Uma hipótese seria o custo logístico que a escolar tem para trazer os alunos para realização da prova, mas este estudo mais avançado e específico fica para os membros da comissão organizadora em trabalhos futuros.

Como a ORMUB faz a premiação separadamente de escolas públicas e privadas, analisamos as inscrições/participação das cidades separadamente também. Há cidades que participaram com escolas com ambos os setores, públicas e privadas e cidades que participaram com apenas escolas públicas ou apenas escolas privadas.

Dentre as 58 cidades, 44 delas inscreveram alunos da rede pública. No Gráfico 2 apresentamos a participação destas cidades.

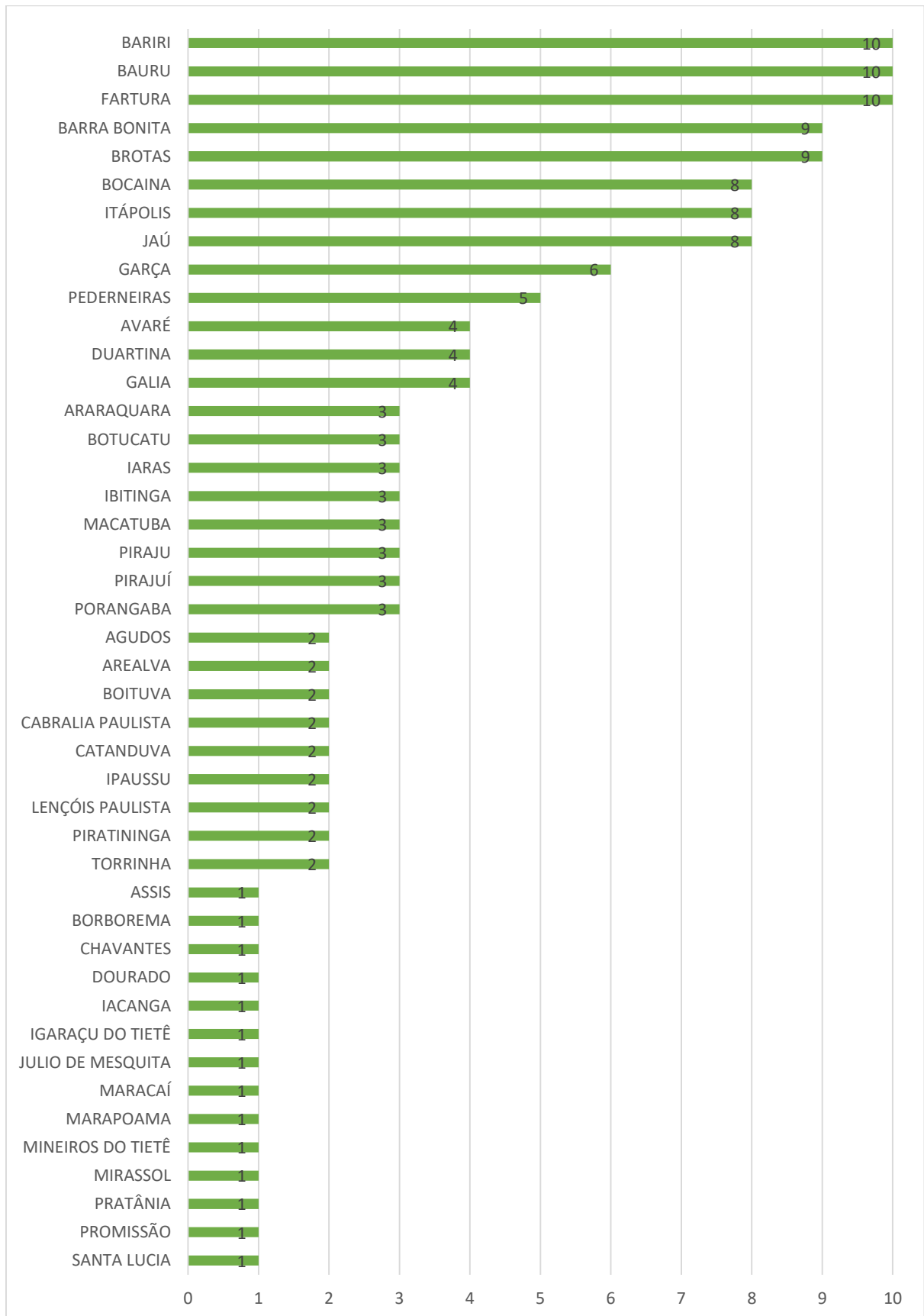
Dentre as 58 cidades, 36 delas inscreveram alunos da rede privada. No gráfico 3 apresentamos a participação destas cidades.

Gráfico 1: Número de participações de cidades nas 10 últimas edições da ORMUB



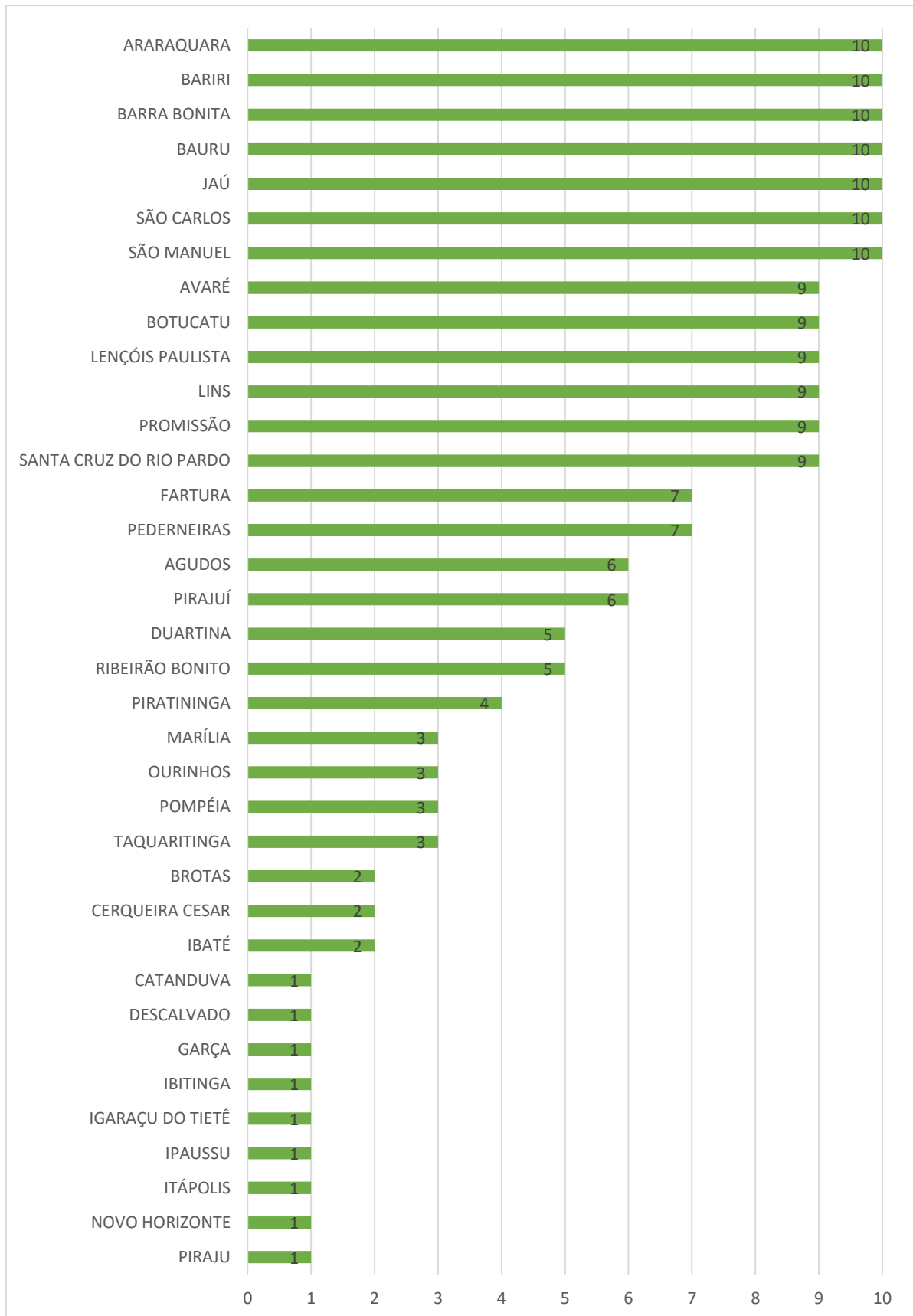
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 2: Número de participações de cidades nas 10 edições da ORMUB - públicas



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 3: Número de participações de cidades nas 10 edições da ORMUB - privadas



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 3 apresenta a quantidade de escolas inscritas em cada uma das dez edições da ORMUB, considerando apenas as oito cidades participantes com frequência de 100% nos últimos 10 anos.

Tabela 3: Número de escolas inscritas por cidades 100% frequentes

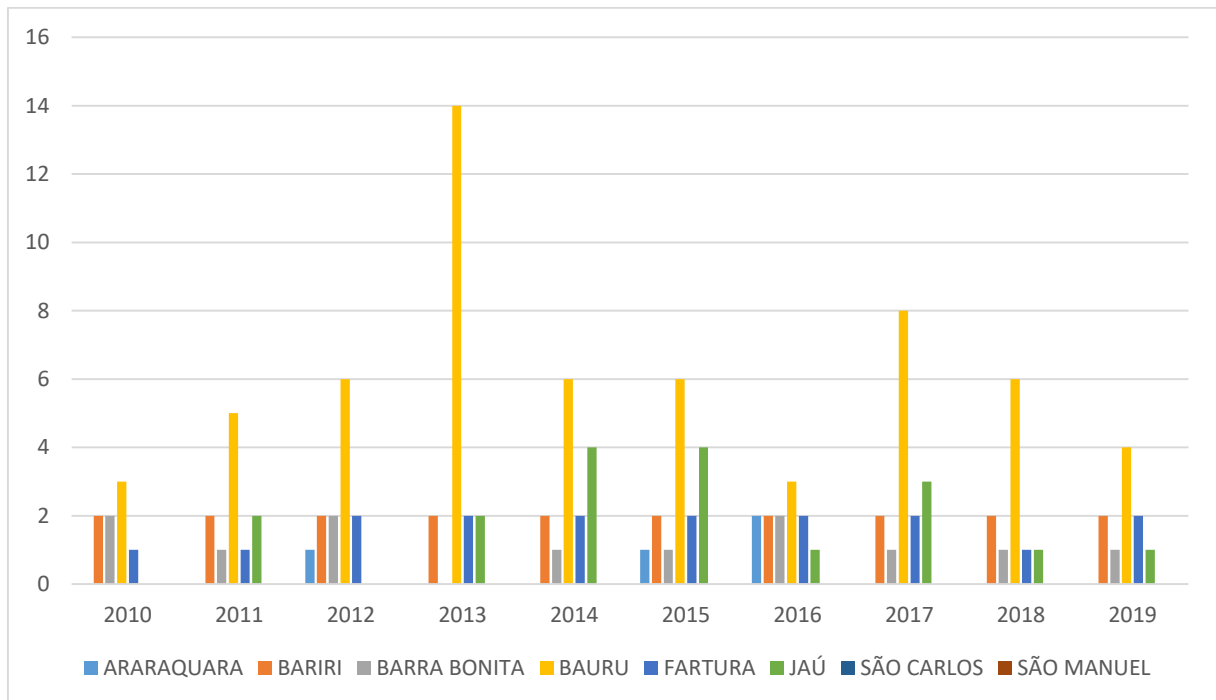
Número de escolas públicas participantes da ORMUB										
CIDADES (10 x)	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ARARAQUARA	0	0	1	0	0	1	2	0	0	0
BARIRI	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
BARRA BONITA	2	1	2	0	1	1	2	1	1	1
BAURU	3	5	6	14	6	6	3	8	6	4
FARTURA	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2
JAÚ	0	2	0	2	4	4	1	3	1	1
SÃO CARLOS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SÃO MANUEL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Número de escolas privadas participantes da ORMUB										
CIDADES (10 x)	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ARARAQUARA	1	1	3	1	3	2	1	1	3	3
BARIRI	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
BARRA BONITA	2	2	3	2	3	3	3	2	4	3
BAURU	7	6	9	3	7	7	7	11	9	10
FARTURA	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
JAÚ	3	4	4	3	4	5	5	4	5	4
SÃO CARLOS	3	3	2	1	2	2	2	2	2	2
SÃO MANUEL	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2

Fonte: Elaborado pelo autor

Constata-se que nos últimos dez anos, as oito cidades com 100% de frequência, inscreveram alunos da rede privada nas dez edições da ORMUB, com exceção da cidade de Fartura que nos anos de 2011, 2014 e 2015 não fizeram a inscrição para escolas privadas, mas manteve a participação com escolas públicas nesses anos. Outra constatação é que em duas cidades não inscreveram alunos de escolas públicas, no caso, São Carlos e São Manuel que só participaram com as escolas privadas.

O Gráfico 4 ilustra as quantidades de escolas públicas inscritas nesses últimos dez anos.

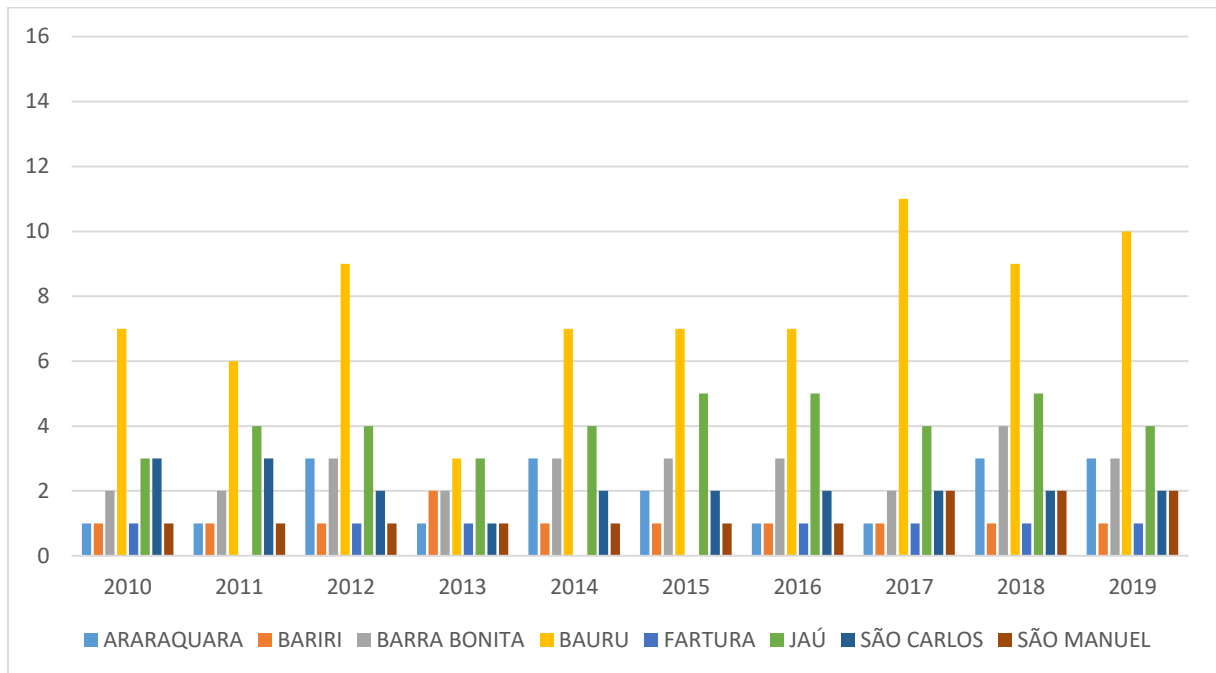
Gráfico 4: Número de escolas inscritas por cidades 100% frequentes - públicas



Fonte: Elaborado pelo autor

O Gráfico 5 logo a seguir, ilustra as quantidades de escolas privadas inscritas nesses últimos dez anos.

Gráfico 5: Número de escolas inscritas por cidades 100% frequentes - privadas



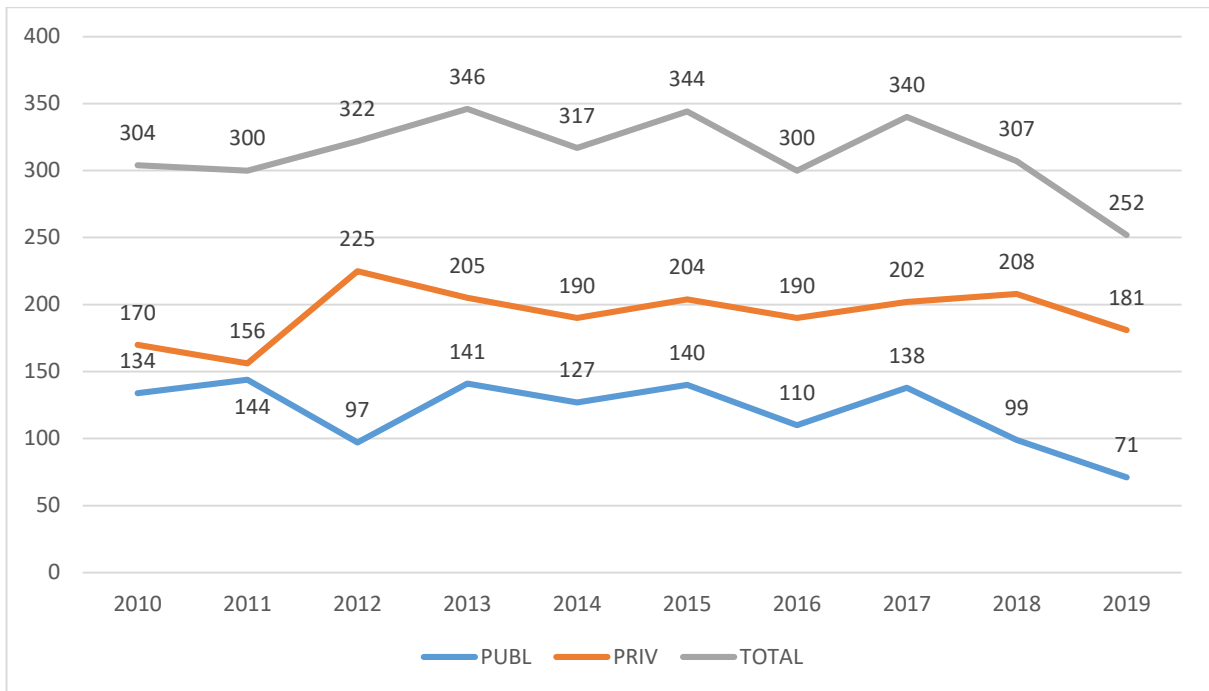
Fonte: Elaborado pelo autor

A quantidade de alunos que participam da ORMUB é diretamente relacionada a quantidade de escolas inscritas. Bem como já mencionado, não são todas as escolas que inscrevem o número máximo de participantes, que no caso são 2 por cada Série do Ensino Médio, totalizando 6 alunos por escola. Aqui é interessante destacar que principalmente escolas públicas, que têm um número grande de alunos, sendo que em algumas escolas há mais de uma sala formada por série, por exemplo, há escolas com o 1ª A, 1ª B, 1ª C, etc. De acordo com o regulamento da ORMUB apenas 2 alunos da 1ª Série do Ensino Médio dessa escola, por exemplo, poderiam se inscrever.

Sendo assim, a escola tem a necessidade de adotar um critério para escolher os alunos representantes de cada uma de suas séries. Esse fato faz com que cada uma das escolas, adotem seus próprios critérios. Espera-se que esses critérios sejam previamente definidos e que sejam coerentes e por méritos.

O Gráfico 6 apresenta a quantidade total de alunos participantes na ORMUB nos últimos 10 anos.

Gráfico 6: Número de alunos participantes na ORMUB nos últimos 10 anos



Fonte: Elaborado pelo autor

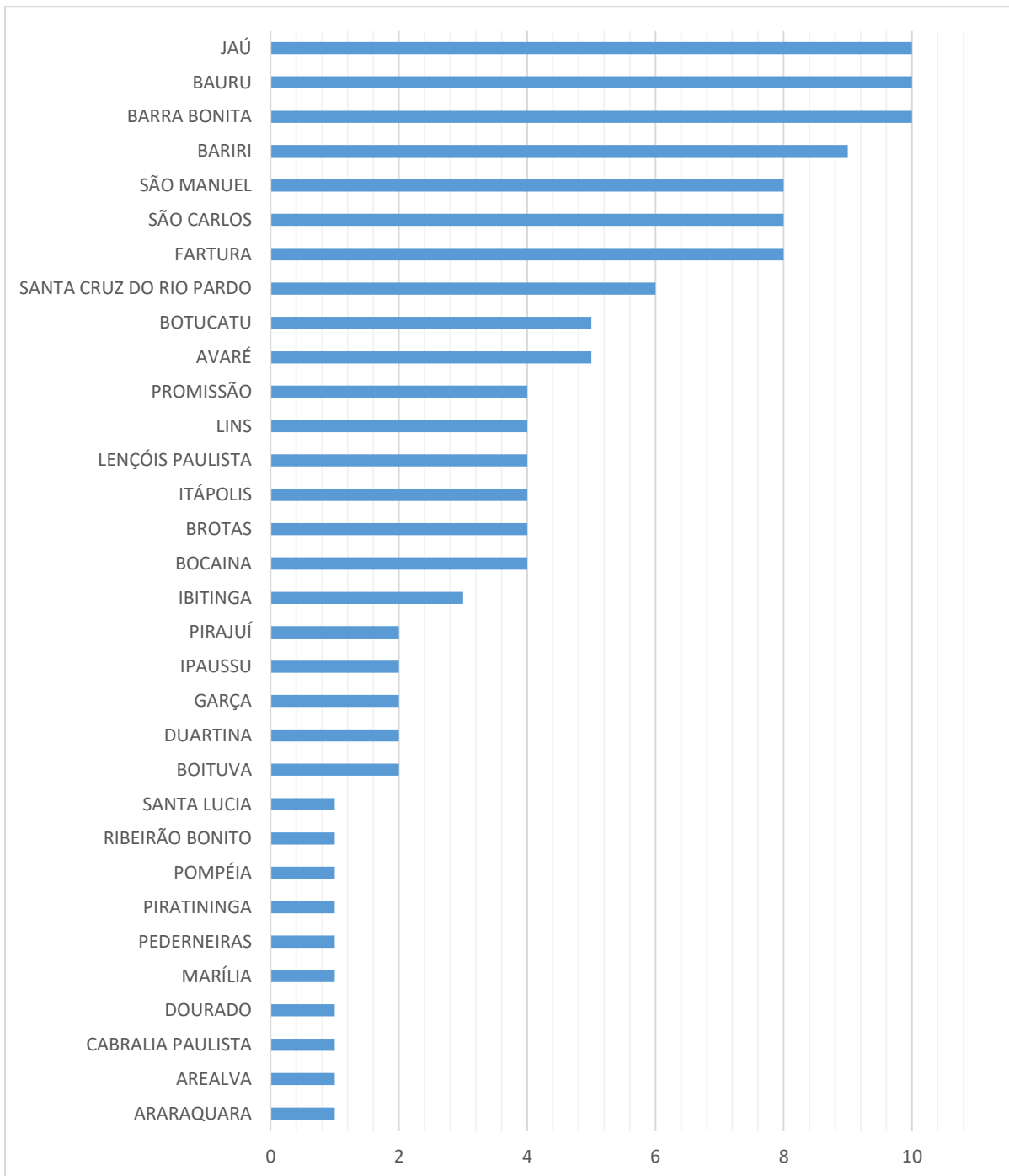
3.5.2. A premiação de cidades, escolas e alunos na ORMUB

A ORMUB faz a premiação de 30 alunos por edição, sendo 15 de escolas pública e 15 de escolas privadas. São os 5 alunos mais bem colocados de cada Série do Ensino Médio. A seguir é apresentado dados relativos à quantidade de vezes que uma cidade, escola ou aluno atingiu classificação para ser premiados.

A análise dessas informações foram uteis para a comparação do resultado dos principais vestibulares das unidades escolares que participaram da ORMUB. Para esse trabalho apenas comparamos os resultados com o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e será apresentado no tópico de análise de resultados.

De 2010 a 2019, foram premiadas 32 das 58 cidades participantes. A seguir, no Gráfico 7, é apresenta a quantidade de vezes que cada uma dessas 32 cidades foi premiada na ORMUB.

Gráfico 7: Número de premiações de cidades na ORMUB nos últimos 10 anos



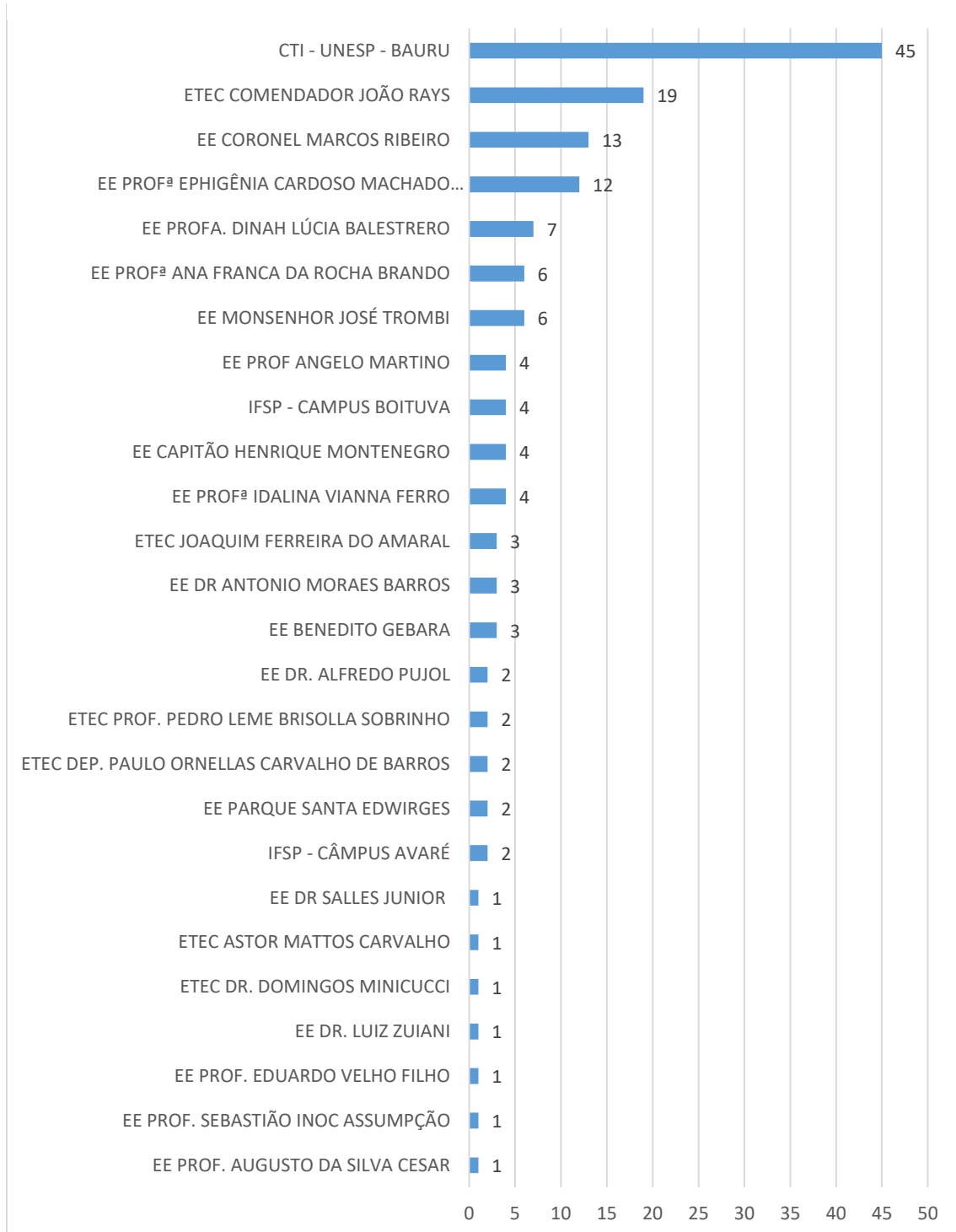
Fonte: Elaborado pelo autor

Segundo registros fornecidos pela coordenação da ORMUB, são 61 escolas premiadas dentre as 300 premiações nos últimos 10 anos.

Consta-se que, das 61 escolas premiadas nos últimos 10 anos, 26 são escolas públicas e 35 são escolas privadas. O gráfico 8 e o gráfico 9 apresentados a seguir,

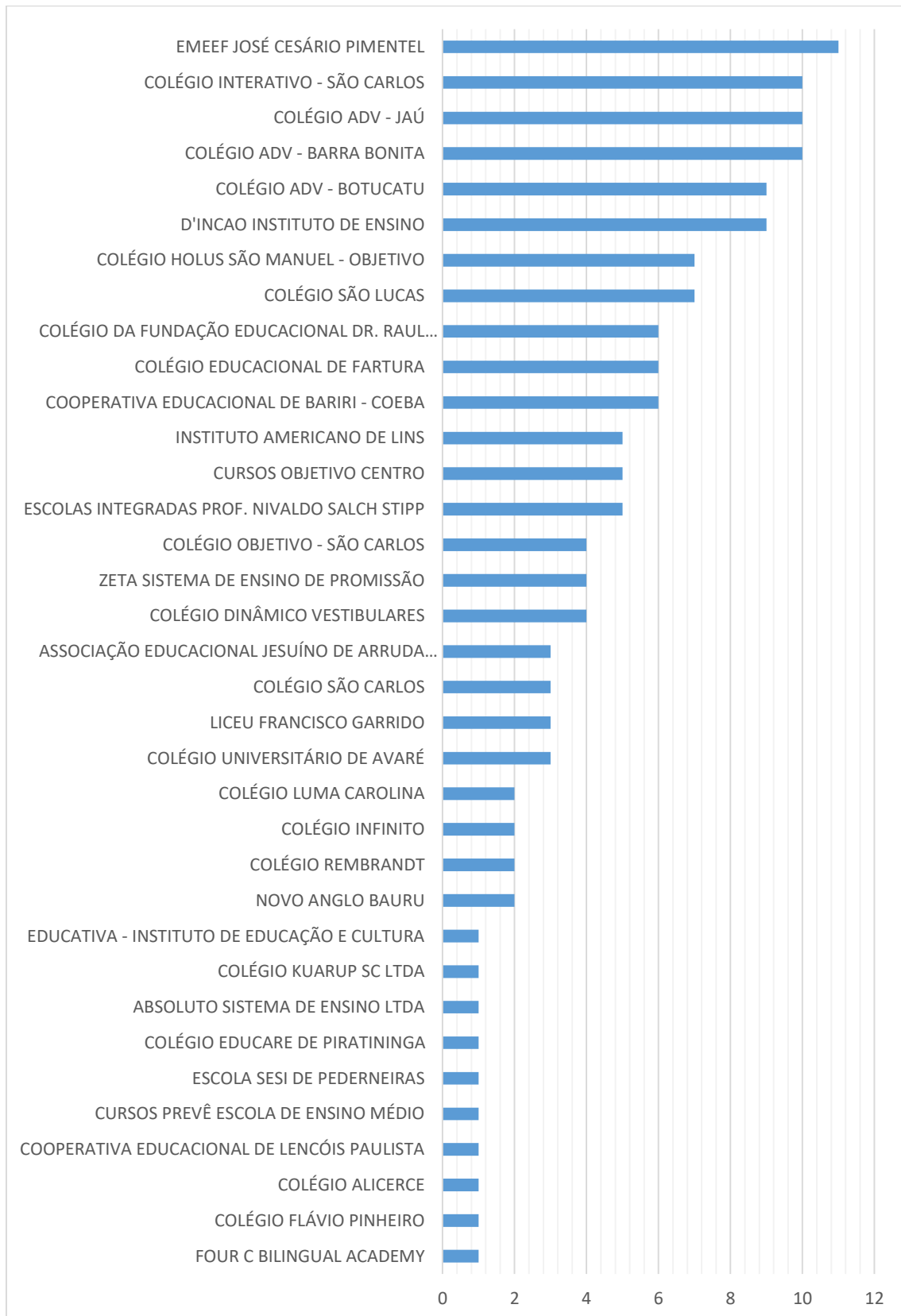
ilustram a quantidade total de alunos premiados de cada uma das escolas públicas e privadas respectivamente premiadas na ORMUB nos últimos 10 anos.

Gráfico 8: Número de alunos de escolas públicas premiados na ORMUB



Fonte: Elaborado pelo autor

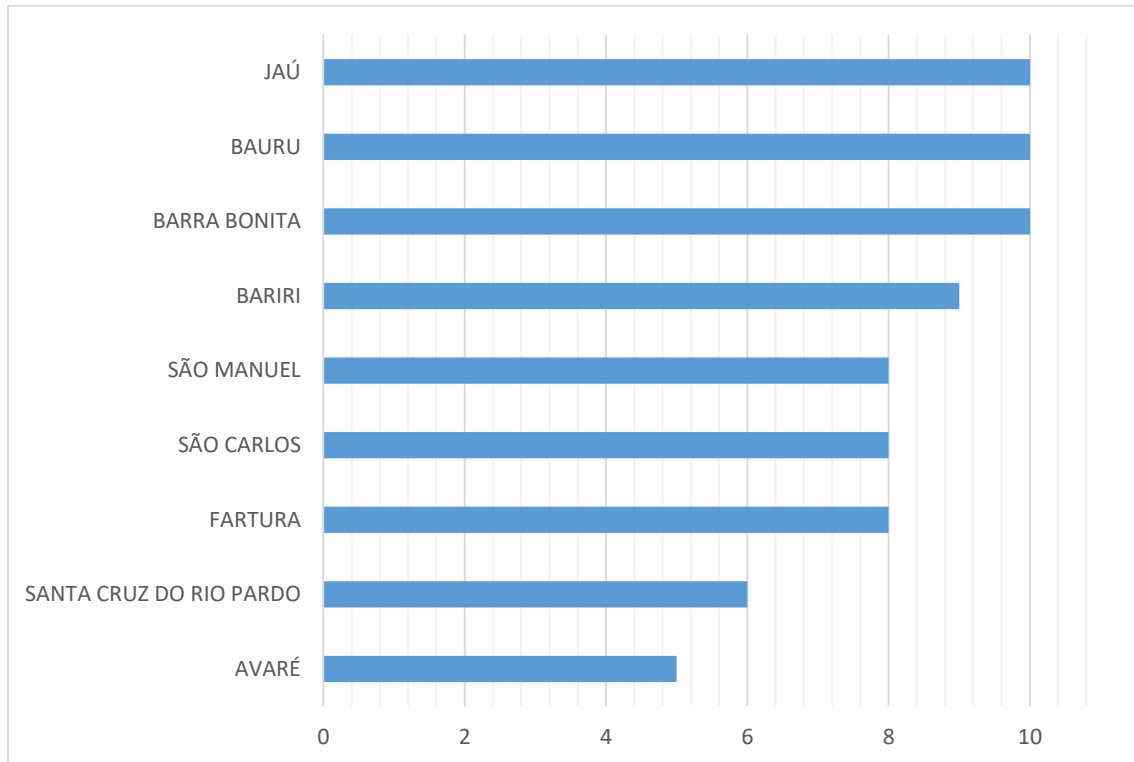
Gráfico 9: Número de alunos de escolas privadas premiadas na ORMUB



Fonte: Elaborado pelo autor

O Gráfico 10 apresenta as 9 cidades que foram premiadas em cinco ou mais edições na ORMUB nos últimos 10 anos.

Gráfico 10: Cidades premiadas em 5 ou mais edições na ORMUB



Fonte: Elaborado pelo autor

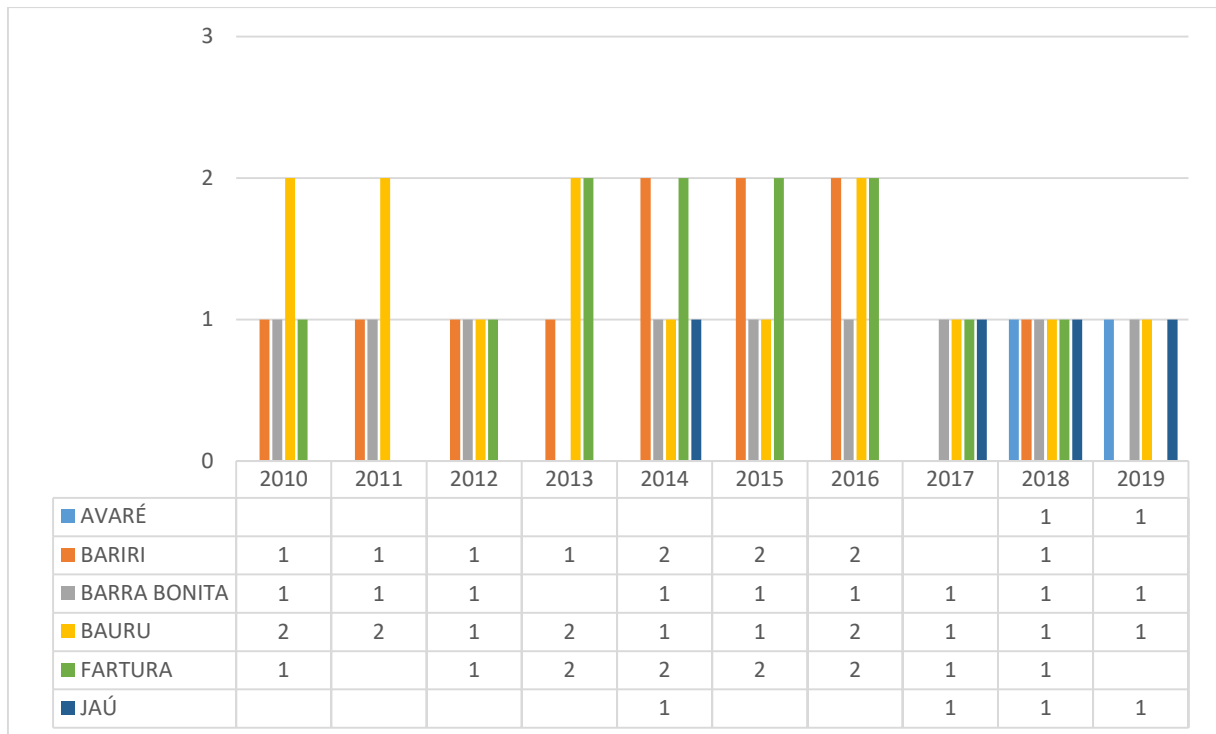
Observa-se que entre 2010 a 2019 que Avaré foi premiada em 5 edições, em 2010, 2012, 2014, 2018 e 2019. Santa Cruz do Rio Pardo foi premiada em 6 edições, em 2010, 2011, 2012, 2017, 2018 e 2019. São Manuel (2013 e 2017), São Carlos (2014 e 2017) e Fartura (2012 e 2019) em apenas duas das 10 edições não foram premiadas, Bariri (2019) apenas em uma edição não foi premiada e por fim, Barra Bonita, Bauru e Jaú que foram premiadas em todas as edições aqui estudadas.

Dentre as 9 cidades premiadas em cinco ou mais edições nos últimos 10 anos, observa-se 3 delas, São Carlos, São Manuel e Santa Cruz do Rio Pardo que não tiveram alunos de rede pública inscritos.

Nos gráficos a seguir, são apresentados os dados separadamente pelo setor público e privado relativos à quantidade de escolas premiadas nestas 9 cidades que mais foram premiadas nas últimas dez edições.

O Gráfico 11 apresenta a quantidade de escolas públicas premiadas para essas 7 cidades que mais foram premiadas nas dez últimas edições da ORMUB.

Gráfico 11: Escolas públicas premiadas em cinco ou mais edições da ORMUB



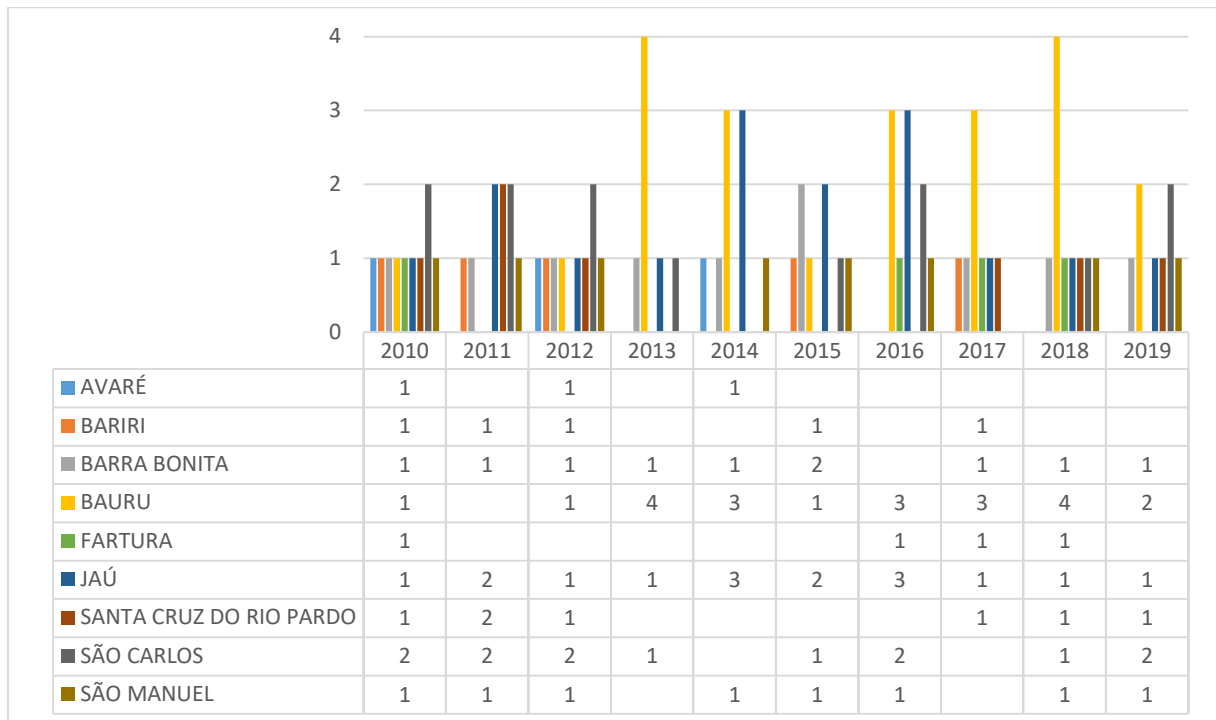
Fonte: Elaborado pelo autor

É possível ainda observar no Gráfico 11, que a cidade de Bauru teve escola pública premiada em todas as edições e que as escolas públicas das cidades de Bariri, Barra Bonita e Fatura que participam da ORMUB têm alto desempenho na olimpíada.

Passando a analisar as escolas privadas, nota-se que dentre as 9 cidades premiadas em 5 ou mais edições nos últimos 10 anos, todas elas tiveram alunos da rede privada premiados.

O Gráfico 12 apresenta a quantidade de escolas privadas premiadas para essas 9 cidades que mais foram premiadas nas dez últimas edições da ORMUB.

Gráfico 12: Escolas privadas premiadas em cinco ou mais edições da ORMUB



Fonte: Elaborado pelo autor

Sobre as escolas privadas, nota-se que a cidade de Jaú tem premiações em todas as 10 edições da ORMUB seguidas por Barra Bonita e Bauru que em apenas uma das edições, não foram premiadas.

Nota-se no geral, que devido a facilidade logística, é esperado que mais escolas bauruenses se inscrevam para a ORMUB, seja pública ou privada, o que reflete nos números de premiados é claro, mas como o próximo nome diz, é uma olimpíada regional onde várias escolas da região, que contribuem para acirrar a competição dificultando a conquista de medalhas. A seguir é apresentado os alunos que mais tiveram premiações durante o período estudado.

A Tabela 4 apresenta os alunos de escolas públicas que foram premiados 2 ou 3 vezes nas dez últimas edições da ORMUB. Foram 26 alunos, sendo que 6 deles premiados três vezes e 20 premiados duas vezes. Destaque especial para a escola Coronel Marcos Ribeiro, da cidade de Fartura, que dentre os seis alunos com maiores quantidades de premiações teve três alunos premiados no período.

Tabela 4: Alunos premiados duas ou mais vezes na ORMUB - públicas

Nome	3x ou 2x	ESCOLA	CIDADE
BRUNO AFONSO CORREA	3	EE CORONEL MARCOS RIBEIRO	FARTURA
CAIO GUILHERME	3	EE CAPITÃO HENRIQUE MONTENEGRO	BOCAINA
ÍTALO GABRIEL BEZERRA	3	EE MONSENHOR JOSÉ TROMBI	FARTURA
JOSIEL RAMALHO DA ROSA	3	EE DR ANTONIO MORAES BARROS	ITÁPOLIS
LÂMIA RAYS	3	CTI - UNESP - BAURU	BAURU
PEDRO HENRIQUE VARRASCHIN DA SILVA	3	EE CORONEL MARCOS RIBEIRO	FARTURA
ANA BEATRIZ ANTONIAZZI CUNHA	2	CTI - UNESP - BAURU	BAURU
ANDERSON RODRIGUES LIMA	2	EE PROFª ANA FRANCA DA ROCHA BRANDO	JAU
ANYELLE MENEGHESSO	2	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA
CARLOS EDUARDO DE OLIVEIRA	2	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA
EMILY VITÓRIA DE SOUSA DA SILVA FERREIRA	2	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA
GABRIEL COTA DA SILVA DE PASCOLI	2	EE PROF ANGELO MARTINO	IBITINGA
GABRIEL JOSÉ OLLER PEREIRA	2	ETEC COMENDADOR JOÃO RAYS	BARRA BONITA
GABRIELE CARRARA	2	EE PROFA. DINAH LÚCIA BALESTRERO	BROTAS
LUCAS MINORU ASITO	2	CTI - UNESP - BAURU	BAURU
MARCELA HELENA RIBEIRO SGAVIOLI	2	CTI - UNESP - BAURU	BAURU
MATEUS HENRIQUE DE SANTIS	2	EE PROFª EPHIGÊNIA CARDOSO MACHADO FORTUNATO	BARIRI
NÁDIA FARAH	2	EE PROFª EPHIGÊNIA CARDOSO MACHADO FORTUNATO	BARIRI
RENAN FELIPE BERGAMASCHI DE MORAIS	2	EE PROFª IDALINA VIANNA FERRO	BARIRI
RICARDO PINAL DE MELLO	2	CTI - UNESP - BAURU	BAURU
RODRIGO BOTELHO ZUIANI	2	CTI - UNESP - BAURU	BAURU
SERGIO MURILO DE SOUZA	2	EE PROFª EPHIGÊNIA CARDOSO MACHADO FORTUNATO	BARIRI
VINÍCIUS AQUILANTE POLICARPO	2	EE PROFª EPHIGÊNIA CARDOSO MACHADO FORTUNATO	BARIRI
VITOR GABRIEL DE LIMA PEREIRA	2	EE MONSENHOR JOSÉ TROMBI	FARTURA
WILIAN MARQUES DIAS	2	ETEC DEP. PAULO ORNELLAS CARVALHO DE BARROS	GARÇA
WILLIAN HILQUIAS DA SILVA	2	IFSP - CAMPUS BOITUVA	BOITUVA

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 5 apresenta os alunos de escolas privadas que foram premiados 2 ou 3 vezes nas dez últimas edições da ORMUB. Foram 18 alunos, sendo 3 premiados três vezes e 15 premiados duas vezes.

Tabela 5: Alunos premiados duas ou mais vezes na ORMUB - privadas

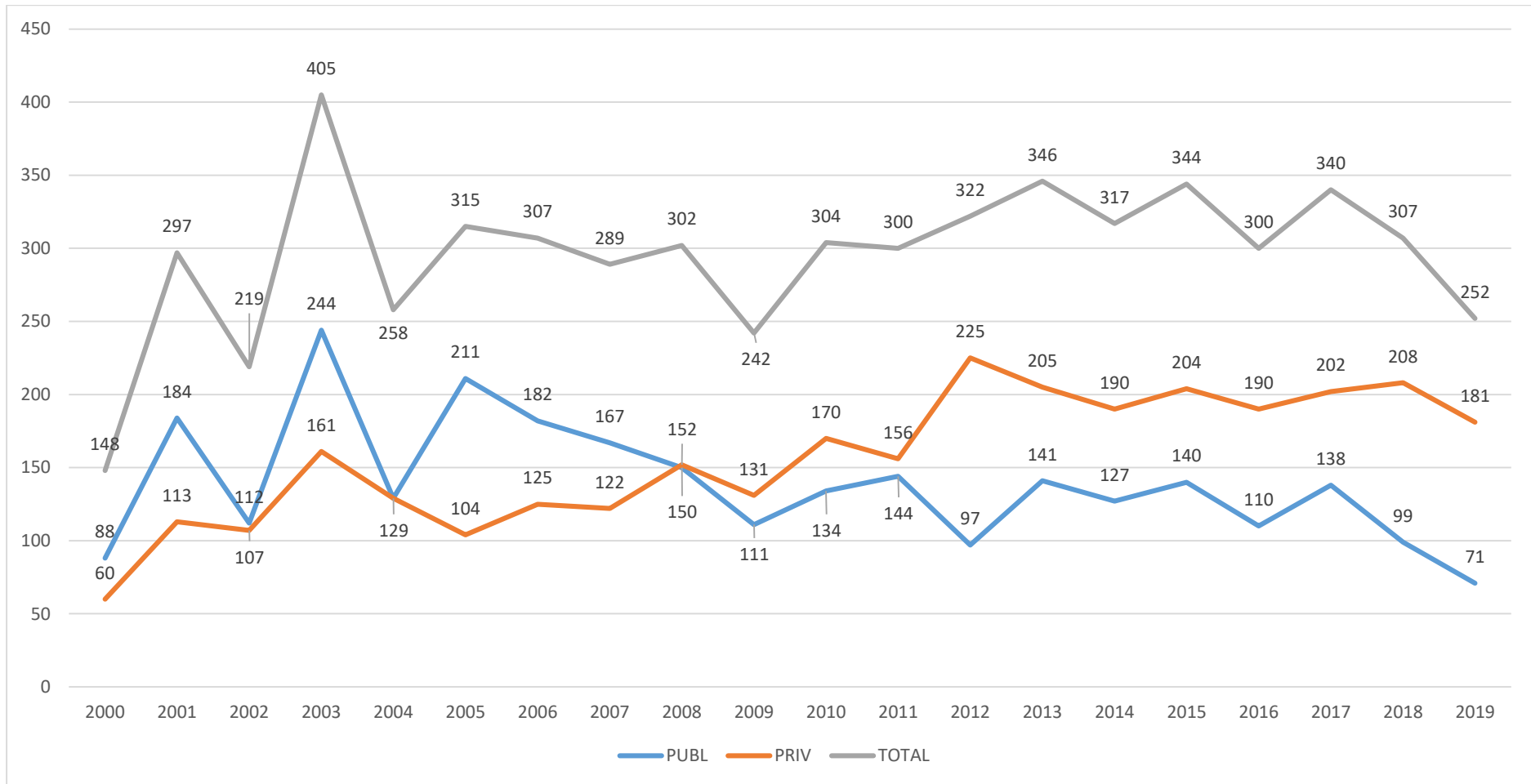
Nome	3x ou 2x	ESCOLA	CIDADE
GABRIEL MARQUES JACOBSEN	3	COLÉGIO HOLUS SÃO MANUEL - OBJETIVO	SÃO MANUEL
IGOR BARRETO LEITE	3	COLÉGIO EDUCACIONAL DE FARTURA	FARTURA
MATEUS REGAÇONI DE OLIVEIRA	3	LICEU FRANCISCO GARRIDO	LENÇÓIS PAULISTA
ALAN BUZZO DAMASCENO	2	EMEEF JOSÉ CESÁRIO PIMENTEL	SANTA CRUZ DO RIO PARDO
ALLAN DOS SANTOS COSTA	2	COLÉGIO REMBRANDT	BAURU
ANA VICTÓRIA DO AMARAL CARVALHO PRADO ROCCHI	2	COLÉGIO ADV - JAÚ	JAU
ANDRÉIA ROMERO FANTON	2	COOPERATIVA EDUCACIONAL DE BARIRI - COEBA	BARIRI
ANTONIO CARLOS MARCIOTTO JUNIOR	2	COLÉGIO ADV - JAÚ	JAU
ARTHUR FIGUEIREDO MOREIRA	2	COLÉGIO ADV - BARRA BONITA	BARRA BONITA
CAIO BLAZIZZA ALASMAR	2	COLÉGIO ADV - BARRA BONITA	BARRA BONITA
EDUARDA BACCARIN FERRARI	2	COLÉGIO DA FUNDAÇÃO EDUCACIONAL DR. RAUL BAUAB	JAU
EMMANUEL CRUZICHI DE OLIVEIRA SILVA	2	COLÉGIO ADV - BOTUCATU	BOTUCATU
ENRICO GRANDO BOTTEON	2	COLÉGIO DA FUNDAÇÃO EDUCACIONAL DR. RAUL BAUAB	JAU
GABRIEL FELIPE MORGUETTO	2	EMEEF JOSÉ CESÁRIO PIMENTEL	SANTA CRUZ DO RIO PARDO
GABRIELA FERNANDES MARTINS	2	COLÉGIO SÃO CARLOS	SÃO CARLOS
GUILHERME CARRARO PEDRONERO	2	COLÉGIO OBJETIVO - SÃO CARLOS	SÃO CARLOS
GUILHERME RAMON RODRIGUES DA SILVA	2	INSTITUTO AMERICANO DE LINS	LINS
HELOÍSA BIONDAN VASSOLER	2	COLÉGIO LUMA CAROLINA	SÃO MANUEL
HENRIQUE KRUPPA DE MENEZES CURY RAMOS	2	COLÉGIO ADV - BOTUCATU	BOTUCATU
IGOR MATEUS OMOTE	2	ZETA SISTEMA DE ENSINO DE PROMISSÃO	PROMISSÃO
JOSÉ CARLOS BELLIZOTTI SOUZA	2	CURSOS OBJETIVO CENTRO	BAURU
JÚLIA RIBEIRO MARTINS	2	COLÉGIO INTERATIVO - SÃO CARLOS	SÃO CARLOS
JULIO CANOS NETO	2	COLÉGIO SÃO LUCAS	JAU
LIZ CRISTINA MOTTA	2	D'INCAO INSTITUTO DE ENSINO	BAURU
MAICON CASTELLO DOS ANJOS	2	COLÉGIO SÃO LUCAS	JAU
MÔNICA BEATRIZ BIRELLO GUIMARÃES	2	COLÉGIO DINÂMICO VESTIBULARES	BAURU
RAFAEL HENRIQUE DOS SANTOS	2	EMEEF JOSÉ CESÁRIO PIMENTEL	SANTA CRUZ DO RIO PARDO
VINICIUS MARCHESINI BUZACARINI	2	COLÉGIO ADV - BARRA BONITA	BARRA BONITA

Fonte: Elaborado pelo autor

3.5.3. Considerações sobre a participação de escolas públicas e privadas na ORMUB

Nem sempre o número de alunos participantes das escolas particulares foi maior que o número de alunos das escolas públicas, anteriormente era o inverso, tendo a inversão ocorrida em 2008, conforme explicitado no Gráfico 13.

Gráfico 13: Número de alunos participantes nos últimos 20 anos na ORMUB



Fonte: Elaborado pelo autor

4. OLIMPIÁDAS DE MATEMÁTICA COMO PROPOSTA PARA MELHORIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Muito se discute sobre metodologias de ensino não só na matemática nas escolas, sua importância e como pode influenciar no desenvolvimento humano. Fato é, que vários alunos têm dificuldade em aprender matemática, seja por uma questão sociocultural ou ausência de estímulos.

Daí a necessidade de se discutir um pouco sobre ensino e aprendizado, ou melhor ainda, sobre práticas pedagógicas e educativas para conseguir melhorar o ensino da matemática. O objetivo principal da prática educativa é criar possibilidades ao educando de aprender e, conseqüentemente, se desenvolver pela ampliação permanente da consciência, como sujeito e como cidadão.

"O ensino e aprendizagem dos conhecimentos elaborados e em elaboração pela ciência, pela filosofia e pelas artes são recursos fundamentais para a ampliação da consciência."

(LUCKESI, 2011, p.55).

Ensinar significa apresentar a alguém algo que não conhece, modificando ou enriquecendo o seu comportamento por intermédio da aprendizagem. Já aprendizagem pode ser entendida como uma mudança de comportamento elaborada pelo próprio sujeito e não pela repetição ou pela associação automática de estímulos e respostas.

A matemática está presente em toda a fase escolar e mesmo assim existe uma grande lacuna no que se ensina nas escolas e o que realmente os alunos aprendem e levam para a vida adulta.

Não existe fórmula secreta, mas sim muitos estudos e propostas de metodologias para melhor apresentar os conteúdos curriculares e fazerem com que esses conteúdos sejam assimilados pelos alunos.

As Olimpíadas de Matemática, inspiradas pelas Olimpíadas Esportivas, são competições igualmente disputadas por alunos olímpicos de alta performance. Preparar um atleta olímpico é tão quão difícil como preparar um aluno olímpico.

Nesse sentido pode até parecer frustrante para vários alunos participar de Olimpíadas de Matemática pois desacreditam em seu potencial. A participação cada vez maior de alunos e incentivos, como os prêmios concedidos por algumas das olimpíadas, vêm mudando essa concepção e mostrando que é possível sim ter dificuldade em matemática e mesmo assim, participar, se empenhar e ser bem classificado em competições dessas modalidades.

Entendemos como Olimpíadas de Matemática qualquer tipo de competição ligada à disciplina. Existem vários tipos de Olimpíadas, as internacionais, estaduais, regionais, municipais, interescolares entre outras, valem até competições escolares internas. O IMPA e SBM, são responsáveis pela organização de várias competições em todo o território nacional.

O trabalho com resolução de problemas com foco em questões olímpicas tem sido uma estratégia bem sucedida, que vem crescendo e se desenvolvendo ao passar dos anos. Assim como vem crescendo o número de competições nos modelos olímpicos. Os jogos por si só, a disputa, são temperos que dão mais ânimo e incentivo para os jovens em fase escolar.

Sendo assim, as Olimpíadas de Matemática, de um modo geral, têm contribuído na melhoria do ensino e aprendizado. Tanto na qualificação dos professores que buscam novas formas de se ensinar, quanto na vida escolar do aluno que apresenta melhor desempenho e afinidade com a disciplina.

Além de todos esses benefícios, os alunos premiados em determinadas Olimpíadas de Matemática não ganham somente o prestígio da medalha no peito e um certificado, eles têm a possibilidade de ganhar bolsas de estudos, o ingresso em universidades sem a necessidade de aprovação no vestibular (a depender do regulamento de cada universidade), entre outros programas estudantis. É um *upgrade* no currículo escolar que merece um destaque especial.

4.1. Implementação da metodologia de resolução de problemas em uma escola.

É papel dos sistemas educacionais proporcionar estrutura pedagógica para o desenvolvimento do currículo. É de responsabilidade das escolas elaborarem planos de ensino em consonância com o sistema adotado. Sendo assim, o professor ganha liberdade para adequações e implementações que colaboram de modo amplo e geral no processo de aprendizado dos alunos. Nesse sentido, colocar em prática a metodologia de resolução de problemas para melhorar a qualidade de ensino na matemática não é uma tarefa árdua.

O Colégio Alfa Sciens aqui citado como objeto de estudo, é um grande exemplo de como a metodologia de resolução de problemas influencia positivamente no ânimo dos alunos e cria um ambiente propício para a participação de desafios como Olimpíadas.

Colégio privado e tradicional, com mais de 35 anos de atuação na educação na cidade de Bauru, atende desde o ensino infantil ao ensino médio. Até então o colégio não participava de nenhum tipo de competição externa no campo da matemática. Com um pouco de persuasão a equipe pedagógica incorporou em seu calendário o Canguru de Matemática em 2019, e tem propostas para ampliar a participação dos alunos em outras competições externas.

4.2. Relato pessoal.

Iniciei meu trabalho no Colégio Alfa Sciens em 2018 junto com a primeira sala do Ensino Médio. Até então, o colégio atendia até o Fundamental II. Fui contratado para lecionar apenas no Ensino Médio e, portanto, com um número de aulas bem reduzido. Ao perceber que o colégio não participava de nenhuma competição externa de matemática, levei para a coordenação as três olimpíadas, OBM, ORMUB e Canguru de Matemática.

A adesão do Canguru de Matemática foi logo aceita devido ao baixo custo e fácil organização. A primeira participação no colégio em 2019 foi além do Ensino

Médio, participaram alunos do Ensino Fundamental I e II. A aceitação foi geral, inclusive dos outros professores que ali já lecionavam. A OBM e a ORMUB seriam inclusas nos anos seguintes.

Visando atender aos objetivos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) em melhorar o ensino da matemática no ensino básico e consonante a proposta do trabalho de conclusão do curso, ao inserir as Olimpíadas no calendário dessa escola percebi que minha humilde contribuição havia sido feita. Chegando ao ano de 2020, já com a OBM e ORMUB em pauta, implementamos nas aulas de Plantão, no contra período, a inserção das técnicas de resolução de problemas com o objetivo de aprimorar os conteúdos estudados ao longo do Ensino Médio.

Usamos vários tipos de problemas, os problemas propostos pelo sistema de ensino do próprio colégio (material didático do aluno) e problemas olímpicos de anos anteriores. A ORMUB ganhou espaço evidente devido às características de seus problemas, por serem questões dissertativas, além de ser uma competição regional originária da cidade de Bauru.

“O PROFMAT visa atender prioritariamente professores de Matemática em exercício na Educação Básica, especialmente de escolas públicas, que busquem aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua docência. [...] O trabalho de conclusão final do PROFMAT versa sobre temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática da Educação Básica com impacto na sala de aula.”

(Regimento – PROFMAT)

Já tive outras experiências profissionais em colégios públicos e privados, onde tomei a frente de projetos como as Olimpíadas. O PROFMAT vem contribuindo diretamente no desenvolvimento das atividades como professor e melhorando os resultados dos alunos em competições olímpicas.

4.3. Adaptações ao projeto.

O envolvimento dos alunos em olimpíadas vem crescendo desde 2019 quando iniciaram a participação. É certo que a premiação alcançada por alguns alunos inspira outros, mas o trabalho com solução de problemas olímpicos vem contribuindo significativamente para esse envolvimento. Os problemas são analisados e discutidos antes de qualquer ação para resolvê-los. Todos os alunos têm voz ativa no processo, pois por mais absurda que possa ser uma ideia para solucionar um problema, ela pode ser o início para uma outra ideia ou outra, até conseguirmos um consenso.

Resolver problemas matemáticos deixou de ser monótono e mecânico, passando a ser mais atrativo e construtivo, pois promove reflexões e traz confiança e motivação para o aluno desenvolver sua própria solução sem se preocupar com um ou outro método. Hipóteses diversas são testadas e abre o caminho para aceitação do erro de uma forma natural, pois o erro, tanto na interpretação ou no desenvolvimento, serve para mostrar outros caminhos para a solução de um problema.

As aulas de plantão de dúvida no contra período do colégio tinham baixa adesão e frequências irregulares. Com a proposta de trabalhar com a metodologia de resolução de problemas, essas aulas tiveram uma nova finalidade que foi o treinamento olímpico na preparação para a OBM e ORMUB.

Inicialmente, foi formado um grupo de alunos com o propósito de se trabalhar com resolução de diversos problemas olímpicos com o objetivo de melhorar as técnicas e desenvolvimentos das resoluções de problemas matemáticos. Os alunos se candidataram voluntariamente e por isso não houve controle de presença.

As aulas foram abertas para todos os alunos do Ensino Médio independente se faziam parte do grupo formado ou não. As aulas tinham o caráter de extensão onde os alunos poderiam tirar dúvidas e resolver os problemas propostos com o auxílio do professor.

O calendário ficou definido com uma hora/aula semanal para a 3ª Série do Ensino Médio e uma hora/aula quinzenal para a 1ª e 2ª Série do Ensino Médio. Uma preparação intensiva estava programada para o mês de agosto de 2020 e uma

competição interna, apenas com questões da ORMUB para meados de setembro de 2020 com o intuito de incentivar os alunos e verificar o desenvolvimento e evolução dos participantes.

Importante enfatizar que apesar do adiamento das principais Olimpíadas de Matemática em 2020, devido ao cenário caótico na saúde mundial em virtude do coronavírus, a preparação não cessou, pois, o trabalho escolar permaneceu vivo apesar das dificuldades encontradas pelo distanciamento social imposto pela pandemia.

Com o avanço na propagação do coronavírus, as escolas em todo o Brasil, fecharam as portas atendendo recomendações do Ministério da Saúde. Sendo assim, muitas alterações na estrutura organizacionais precisaram ocorrer no Colégio Alfa Sciens e nas aulas de resolução de problemas.

As aulas presenciais não puderam mais acontecer abrindo espaço para ferramentas de ensino remoto como Google Sala de Aula, Zoom Meetings e Google Forms. Os professores passaram a gravar videoaulas, criaram formulários e lecionaram ao vivo em hora aula previamente marcadas. As aulas no contra período foram todas canceladas e aquele momento de reflexão e troca de ideias sobre os problemas propostos não puderam mais acontecer presencialmente.

Mesmo com todos os novos desafios o Colégio se manteve firme no propósito do ensino de qualidade. Uma sinergia foi criada pela equipe toda e o trabalho remoto ganhou espaço e força. Mas, a participação dos alunos em competições olímpicas de matemática permanecia em dúvida.

A coordenação do Canguru de Matemática manteve a competição, mesmo com a pandemia, optando pela forma online da prova e fazendo algumas adequações para realização do concurso.

Em nota oficial a OBM suspendeu a 42ª Olimpíada Brasileira de Matemática.

“Devido às medidas de contenção de disseminação do COVID-19, que impõem o isolamento social como principal estratégia de enfrentamento à pandemia, o calendário da 42ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), para todos os níveis, foi suspenso por tempo

indeterminado. Após o período de emergência o calendário será reavaliado, de modo a garantir a realização da competição.”

(Site oficial da OBM - Acesso em julho/2020)

A OBMEP também adiou sua 16ª edição:

“A 16ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) será adiada mais uma vez por causa da pandemia de Corona Vírus. Agora as provas somente serão realizadas quando todas as escolas tenham retornado às aulas presenciais. Esperamos ter um novo calendário definido muito em breve. As inscrições feitas até o momento continuam valendo e as regras não sofreram alterações. Quanto à realização das cerimônias de premiação referentes à 15ª OBMEP de 2019, a situação também está sendo avaliada pela coordenação. Contamos com a compreensão de todos.”

(Site oficial da OBMEP - Acesso em julho/2020)

A ORMUB seguindo as diretrizes da UNESP impostas pela pandemia, também não realizou sua 28ª edição no ano de 2020.

As escolas não pararam, se adaptaram. Com o Alfa Sciens não foi diferente. Sendo assim um replanejamento foi necessário para se trabalhar com a resolução de problemas no Ensino Médio. Os problemas selecionados foram embutidos em formulários. Alguns valeram pontos para compor a nota bimestral e outros simplesmente lançados como desafios. Alguns problemas foram discutidos e resolvidos em aula ao vivo e outros a solução foi compartilhada por meio de videoaula.

Os impactos devido à crise de saúde mundial causados pelo COVID-19 passaram a ser variáveis relevantes no desenvolvimento e discussão das conclusões desse trabalho.

4.4. Atividades desenvolvidas.

O primeiro passo foi a escolha dos problemas propostos. Nesses problemas, havia conteúdo já estudado pelos alunos ao longo das aulas regulares, e, portanto, fixaria os conceitos além de inspirá-los a procurar a solução do problema. O prazo para a entrega da solução variou de acordo com o calendário escolar. A entrega foi agendada sempre para o próximo encontro online com a turma.

A seguir são apresentados alguns problemas da ORMUB que foram trabalhados com os alunos. É apresentada a resolução do aluno e os comentários e observações pertinentes de cada questão.

4.4.1. 1ª Série do Ensino Médio.

Desafiando os alunos a resolver situações problemas, a questão da Figura 24 foi proposta para os alunos da 1ª Série do Ensino Médio.

Figura 24: Prova ORMUB 2017.

Questão 2. Em um concurso vestibular para ingresso em uma Universidade foi adotado o seguinte critério para pontuação da prova:

- ▶ A prova contém 50 questões.
 - ▶ A nota da prova será pontuada numa escala de 0 a 10 até a primeira casa decimal.
 - ▶ O valor de cada questão é 0,2.
 - ▶ A cada questão errada será anulada uma questão correta.
- a) Um candidato que obteve nota 6,8 quantas questões acertou e quantas errou?
- b) Qual a expressão que calcula a nota final do candidato em função da quantidade de questões erradas?

Fone: Site oficial da ORMUB

Para validar a atividade feita pelo aluno, ele precisava desenvolver a resolução do problema proposto numa folha ou no seu próprio caderno. Após o desenvolvimento e conclusão, o aluno precisava encaminhar as fotos com as resoluções pelo Google Sala de Aula ou para o e-mail informado. A partir dessas fotos pude avaliar o desenvolvimento que cada aluno fez para chegar a conclusão do problema, assim discutimos os métodos utilizados para posteriormente formalizar a resolução.

O recebimento dessas fotos garantia a execução da atividade solicitada, independentemente do resultado. É claro que o conteúdo produzido pelo aluno precisaria estar coerente com a situação problema proposta, mas aqui o maior interesse é o desenvolvimento, o raciocínio elaborado, e a execução das estratégias para solucionar e concluir o problema.

Figura 25: Resolução de uma aluna.

Alfa Sciens 1º Médio

a) 42 ACERTOS e 8 ERROS | 4,80
Nota \rightarrow 6,8

$$0,2(42 - x) + 0,4x = 6,8$$

$$8,4 - 0,2x + 0,4x = 6,8$$

$$8,4 + 0,2x = 6,8$$

$$0,2x = 6,8 - 8,4$$

$$0,2x = -1,6$$

$$x = \frac{-1,6}{0,2}$$

$$x = -8$$

0,2 \cdot 42 = 8,4
0,2 \cdot 6x = +0,8
0,2 \cdot 30 = +0,6
0,2 \cdot 12 = +2,4
0,2 \cdot 42 = 8,4
0,4 \cdot 8 = 3,2
0,4 \cdot 30 = 12,0
0,4 \cdot 12 = 4,8
8,4 + 3,2 = 11,6
11,6 + 1,2 = 12,8

b) $50 - 0,4x$
sendo x = número de questões erradas

Fonte: Próprio autor

Figura 26: Print da tela do ZOOM de uma aula ao vivo.

DESAFIO (Vale 0,5 pontos na nota da prova)

ORMUB (2017)

$C = \text{corretas}$
 $E = \text{erradas}$

Questão 2. Em um concurso vestibular para ingresso em uma Universidade foi adotado o seguinte critério para pontuação da prova:

- ▶ A prova contém 50 questões. $C + E = 50$
- ▶ A nota da prova será pontuada numa escala de 0 a 10 até a primeira casa decimal.
- ▶ O valor de cada questão é 0,2. \times
- ▶ A cada questão errada será anulada uma questão correta. $-0,2$

a) Um candidato que obteve nota 6,8 quantas questões acertou e quantas errou?

b) Qual a expressão que calcula a nota final do candidato em função da quantidade de questões erradas?

Sua resposta

$C = 50 - E$

$\begin{cases} C + E = 50 \\ 0,2C - 0,2E = 6,8 \end{cases}$

$N = \text{nota}$

$N = 0,2C - 0,2E$

Fonte: próprio autor

A Figura 25 é uma das fotos recebidas por uma aluna. A Figura 26 é um exemplo de como as aulas online aconteceram. O *Print*, é da tela apresentada pela plataforma ZOOM de aulas online. Nessa aula fui orientando e formalizando a resolução do problema. Notem que apesar da falta de formalização na escrita, a aluna que enviou a resolução da Figura 25, concluiu corretamente o problema e, portanto, teve o seu mérito garantido. Durante essas aulas o aluno poderia defender e explicar o raciocínio utilizado por ele para chegar à conclusão.

Após as explicações e um consenso formado, o gabarito era encaminhado para todos os alunos!

Figura 27: Resolução – Gabarito do professor.

ORMUB (2017) Questão 2

- * O número de questões corretas = C
- * O número de questões erradas = E

Assim $C + E = 50$

- * Cada questão correta = $+0,2$
- * Cada questão errada = $-0,2$

a) Candidato obteve 6,8 pontos

$$\begin{cases} C + E = 50 & \text{(I)} \\ 0,2C - 0,2E = 6,8 & \text{(II)} \end{cases}$$

(I) $C = 50 - E$
 Substituindo em (II)

$$0,2(50 - E) - 0,2E = 6,8$$

$$10 - 0,2E - 0,2E = 6,8$$

$$-0,4E = -3,2$$

$$E = \frac{3,2}{0,4}$$

$$\boxed{E = 8}$$

$$C = 50 - E \Rightarrow C = 50 - 8$$

$$\boxed{C = 42}$$

Assim o candidato acertou 42 e errou 8 questões

b) Seja N a nota final e como $C = 50 - E$ temos:

$$N = 0,2C - 0,2E$$

$$N = 0,2(50 - E) - 0,2E$$

$$N = 10 - 0,2E - 0,2E$$

$$N = 10 - 0,4E$$

4.4.2. 2ª Série do Ensino Médio

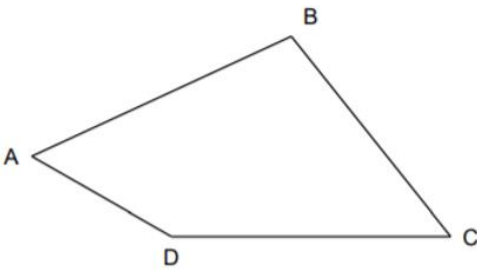
Analogamente as atividades da 2ª Série do Ensino do Médio foram propostas. A seguir é apresentado dois exemplos de problemas extraídos da ORMUB utilizados na 2ª Série do Ensino Médio:

Exemplo 01:

Figura 28: Prova ORMUB 2016.

ORMUB (2016)

Questão 5 – Um parque de formato quadrangular, como da figura abaixo, precisa ser gramado.



Sabendo que os ângulos \widehat{BAD} e \widehat{BCD} medem 60° e \widehat{ABC} mede 90° e os lados BC e CD medem 2000m, calcular a quantidade de grama (em m^2) para forrar o parque.

Fone: Site oficial da ORMUB

Esse foi um problema aparentemente fácil, mas que gerou bastante discussão principalmente na montagem. Inicialmente os alunos adotaram estratégias distintas e tiveram bastante dificuldade de desenvolver os cálculos necessários. Após algumas observações, os alunos conseguiram perceber a decomposição adequada do quadrilátero em dois triângulos.

Figura 29: Desenvolvendo e orientação aos alunos na montagem.

ORMUB (2016)

Questão 5 – Um parque de formato quadrangular, como da figura abaixo, precisa ser gramado.

Sabendo que os ângulos \widehat{BAD} e \widehat{BCD} medem 60° e \widehat{ABC} mede 90° e os lados BC e CD medem 2000m, calcular a quantidade de grama (em m^2) para forrar o parque.

Sua resposta

Mouse Selecionar Texto Desenhar Estampar Destacar Borracha Format Desfazer Refazer Limpar Salvar

Voltar Enviar

Nunca envie senha. Você está compartilhando a tela. Interromper Compartilhamento

Fonte: próprio autor.

Na Figura 29 é apresentada o *Print* da tela do ZOOM mostrando aos alunos a decomposição do quadrilátero. Com essa nova estratégia, os alunos passaram a desenvolver livremente os cálculos para chegar a alguma conclusão.

As fotos com as resoluções foram enviadas por e-mail ou pela plataforma Google Sala de Aula. Assim pude verificar o desenvolvimento feito por cada um dos alunos. Aqui é importante lembrar que as resoluções apresentadas tiveram o importante objetivo de corrigir pequenos erros para aprimorar o desenvolvimento dos problemas propostos.

A seguir é apresentada na Figura 30 uma resolução de uma aluna onde se pode observar um erro no uso da fórmula da área do triângulo equilátero. Uma pequena falta de atenção que a levou concluir os cálculos do problema de forma equivocada.

Figura 30: Resolução de uma aluna

Atividades

area total (A_T)
 $A_1 + A_2$

<p>$A_1 =$ no mínimos locais logo $180 - 60 = 120$ os outros ângulos seriam 60 por isso descobrimos que A_1 é equilátero e sua área calcula assim</p> $A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{2}$ $A = \frac{2000^2 \cdot 1,73}{2}$ $A_1 = 3\,500\,000 \text{ m}^2$	<p>$A_2 =$ por descobrimos o triângulo equilátero e ângulo ABD é 30° logo o outro é 90° assim A_2 é um triângulo retângulo de área</p> $A = \frac{\text{cat} \cdot \text{cat}}{2}$ <p>• achar um dos catetos</p> $\text{Tg} 60^\circ = \frac{C \cdot \sigma}{C \cdot A}$ $C \cdot A = \frac{2000}{2,73}$
--	---

$C \cdot A = 1\,156,7$
 $A_2 = \frac{2000 \cdot 1\,156}{2}$
 $A_2 = 1\,156\,000 \text{ m}^2$

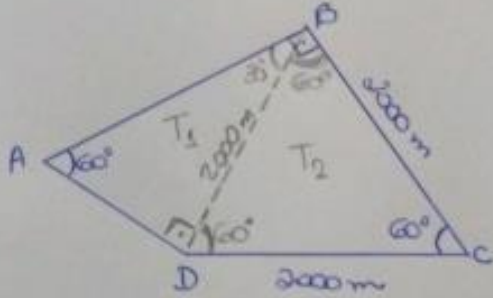
$A_T = A_1 + A_2$
 $A_T = 3\,500\,000 + 1\,156\,000$
 $A_T = 4\,656\,000 \text{ m}^2$

Fonte: próprio autor.

Segue na Figura 31 a resolução completa. Essa resolução foi entregue aos alunos após analisar as resoluções apresentados pelos alunos.

Figura 31: Resolução – Gabarito do professor.

ORMUB (2016) Questão 5



$\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 60^\circ$
 $\widehat{ABC} = 90^\circ$
 $BC = CD = 2000 \text{ m}$

Observações: Traçando a diagonal BD, ficamos com dois triângulos T_1 ($\triangle ABD$) e T_2 ($\triangle BCD$). T_2 é equilátero de acordo com as informações dadas e T_1 consequentemente é triângulo retângulo.

$\triangle ABD$ (T_1)

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{AD}{2000}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AD}{2000}$$

$$AD = \frac{2000\sqrt{3}}{3}$$

Área de $T_1 = \frac{\frac{2000\sqrt{3}}{3} \cdot 2000}{2}$

$$A_{T_1} = \frac{4000000\sqrt{3}}{6}$$

$\triangle BCD$ (T_2)

Área de $T_2 = \frac{2000^2 \sqrt{3}}{4}$

$$A_{T_2} = \frac{4000000\sqrt{3}}{4}$$

A área do parque é $A_p = A_{T_1} + A_{T_2}$

$$A_p = \frac{4000000\sqrt{3}}{6} + \frac{4000000\sqrt{3}}{4} = \frac{8000000\sqrt{3} + 12000000\sqrt{3}}{12}$$

$$A_p = \frac{20000000\sqrt{3}}{12} = \frac{5000000\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2 \quad (\text{Aprox } \sqrt{3} = 1,73)$$

$$A_p \approx 2883,33 \text{ m}^2$$

Exemplo 02:

O problema a seguir foi solicitado para os alunos da 2ª Série do Ensino Médio apesar de ele fazer parte da prova da ORMUB 2016 da 3ª Série. Essa decisão foi tomada pois os conteúdos necessários para a resolução já haviam sido trabalhados anteriormente.

Figura 32: Problema ORMUB 2016

ORMUB (2016)

Questão 4 - Sabe-se que a criptografia tem um importante papel em autenticações eletrônicas ou navegadores de internet. Ela pode ser vista como a ciência que oculta o significado de uma mensagem e tem como ferramenta a matemática. Desta forma, os polinômios podem ser utilizados para cifrar ou decifrar as mensagens. Por exemplo, dada as tabelas que associam a cada letra do alfabeto um número inteiro:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	W	Z
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

ao utilizar-se o polinômio $p(x) = x + 1$, pode-se cifrar a palavra ORMUB, de modo criptografado, da seguinte maneira:

O	R	M	U	B
16	19	14	22	3

Desta forma, EDEN resolveu cifrar o seu nome utilizando um polinômio de grau máximo 2, $p_2(x)$ e obteve o seguinte resultado: $p_2(E) = -23$, $p_2(D) = -20$ e $p_2(N) = 40$.

Determine o polinômio que EDEN utilizou para cifrar seu nome e a seguir cifre a palavra ORMUB.

Os alunos compreenderam rapidamente o que precisaria ser feito para solucionar esse problema e apesar de alguns erros de cálculo na execução, a maioria dos alunos conseguiram cifrar a palavra ORMUB corretamente.

Figura 33: Orientação aos alunos

as tabelas que associam a cada letra do alfabeto um número inteiro:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	W	Z
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

ao utilizar-se o polinômio $p(x) = x + 1$, pode-se cifrar a palavra ORMUB, de modo criptografado, da seguinte maneira:

O	R	M	U	B
16	19	14	22	3

Desta forma, EDEN resolveu cifrar o seu nome utilizando um polinômio de grau máximo 2, $p_2(x)$ e obteve o seguinte resultado: $p_2(E) = -23$, $p_2(D) = -20$ e $p_2(N) = 40$. Determine o polinômio que EDEN utilizou para cifrar seu nome e a seguir cifre a palavra ORMUB.

Handwritten notes on the left:

$P(x) = ax^2 + bx + c$

$P(E) \rightarrow x=5$
 $a5^2 + b.5 + c = -23$
 $25a + 5b + c = -23$

$P(D) \rightarrow x=4$
 $a4^2 + b.4 + c = -20$
 $16a + 4b + c = -20$

$P(N) \rightarrow x=14$
 $a.14^2 + b.14 + c = 40$
 $196a + 14b + c = 40$

Handwritten notes on the right:

sistema

$$\begin{cases} 25a + 5b + c = -23 \\ 16a + 4b + c = -20 \\ 196a + 14b + c = 40 \end{cases}$$

Fonte: próprio autor

As próximas figuras mostram a resolução feita por uma aluna da 2ª Série do Ensino Médio. A opção que ela escolheu para solucionar o sistema de equações lineares foi diferente do que a que eu escolhi para montar o gabarito da resolução, mas observa-se que ambas admitem a mesma conclusão. Esse fato contribui bastante na compreensão dos alunos, mostrando que um método escolhido para solucionar um problema pode ser distinto de outro e mesmo assim estar ambos corretos. É claro que nos dois casos as operações precisam estar corretas, mas nesse caso é uma questão de atenção e práticas nos cálculos efetuados.

Figura 34. Resolução de uma aluna (parte 1)

$p_2(E) = -23$ polinômio $2^\circ = ax^2 + bx + c$
 $p_2(D) = -20$ $E=5$ logo $p_2(E)$ é
 $p_2(N) = 40$ $25a + 5b + c = -23$
 $p_2(D) = 16a + 4b + c = -20$
 $p_2(N) = 196a + 14b + c = 40$

$$\begin{cases} 25a + 5b + c = -23 \\ 16a + 4b + c = -20 \\ 196a + 14b + c = 40 \end{cases}$$

ramer

$D =$	25	5	1	25	5	$(100 + 980 + 224) - (384 + 380)$
	16	4	1	16	4	$1704 - 1214$
	196	14	1	196	14	$D = 90$

$D_a =$	-23	5	1	-23	5	$(-92 + 200 - 290) - (160 - 322)$
	-20	4	1	-20	4	$-1321 + 262$
	40	14	1	40	14	$D_a = 90$

$D_b =$	25	-23	1	25	-23
	16	-20	1	16	-20
	196	40	1	196	40

$$\begin{aligned} & (-500 - 4507 + 640) - (-3920 + 1000 - 367) \\ & -4367 + 3287 \\ & D_b = -1080 \end{aligned}$$

Fonte: próprio autor

Figura 35: Resolução de uma aluna (parte 2)

data . . .

() () () () () () ()

	25	5	-22	25	5
D_c :	16	4	-20	16	4
	196	14	40	196	14

$$(4000 - 19600 - 5152) - (-18032 - 7000 + 3200)$$

$$-20752 + 21332$$

$$D_c = 1090$$

a) $\frac{90}{90} = 1$ b) $\frac{-1090}{90} = -12$ c) $\frac{1090}{90} = 12$

$\log_2 p_2(x) = x^2 - 12x + 12$

implantação

$p_2(0) = 15^2 - 12(15) + 12 = 57$

$p_2(R) = 18^2 - 12(18) + 12 = 120$

$p_2(m) = 13^2 - 12(13) + 12 = 25$

	O	R	M	V	B
$p_2(V) = 21^2 - 12(21) + 12 = 201$	57	120	25	201	-8

$p_2(B) = 2^2 - 12(2) + 12 = -8$

Segue o gabarito da resolução feito pelo professor.

Figura 36: Resolução – Gabarito do professor.

ORMUB (2016) Questão 4º

EDEN → $P(x)$ de 2º grau $P(x) = ax^2 + bx + c$

5 4 5 14

- $P(E) = P(5) = a5^2 + b5 + c = -23 \Rightarrow 25a + 5b + c = -23$
- $P(D) = P(4) = a4^2 + b4 + c = -20 \Rightarrow 16a + 4b + c = -20$
- $P(N) = P(14) = a14^2 + b14 + c = 40 \Rightarrow 196a + 14b + c = 40$

RESOLVENDO O SISTEMA (ESCALONAMENTO)

$$\begin{cases} 25a + 5b + c = -23 \\ 16a + 4b + c = -20 \\ 196a + 14b + c = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (16L_1 - 25L_2) \rightarrow 400a + 80b + 16c = -368 \\ 400a + 100b + 25c = -500 \\ \hline -20b - 9c = 132 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 25a + 5b + c = -23 \\ -20b - 9c = 132 \\ 630b + 171c = -5508 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (196L_1 - 25L_3) \rightarrow 4900a + 980b + 196c = -4508 \\ 4900a + 350b + 25c = 1000 \\ \hline 630b + 171c = +5508 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 25a + 5b + c = -23 \\ -20b - 9c = 132 \\ 630b + 171c = -5508 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (630L_2 + 20L_3) \rightarrow 12600b - 5670c = 83160 \\ 12600b + 3420c = -110160 \\ \hline -2250c = -27000 \end{matrix}$$

Sistema Escalonado

$$\begin{cases} 25a + 5b + c = -23 \\ -20b - 9c = 132 \\ -2250c = -27000 \Rightarrow c = 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -20b - 9(12) &= 132 \\ -20b &= 132 + 108 \\ b &= \frac{240}{-20} \Rightarrow b = -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25a + 5(-12) + 12 &= -23 \\ 25a &= -23 + 60 - 12 \\ a &= \frac{25}{25} \Rightarrow a = 1 \end{aligned}$$

Assim $P(x) = x^2 - 12x + 12$

ORMUB

15 18 13 21 2

$$\begin{aligned} P(15) &= 15^2 - 12(15) + 12 = 57 \\ P(18) &= 18^2 - 12(18) + 12 = 120 \\ P(13) &= 13^2 - 12(13) + 12 = 25 \\ P(21) &= 21^2 - 12(21) + 12 = 201 \\ P(2) &= 2^2 - 12(2) + 12 = -8 \end{aligned}$$

O	R	M	U	B
57	120	25	201	-8

4.4.3. 3ª Série do Ensino Médio

A seguir é apresentado um problema extraído da ORMUB aplicado na 3ª Série do Ensino Médio.

Figura 37: Prova ORMUB 2018

Questão 3. Em um requintado restaurante deseja fazer uma sobremesa inovadora, feita com uma esfera maciça de sorvete de chocolate, de 3 cm de raio, colocada sobre um copo de licor de menta, em forma de cone reto, com 15 cm de altura, conforme a figura abaixo. A sobremesa deverá ser consumida após a bola de sorvete derreter.



Determine a altura de licor no copo, h , para que o sorvete, ao se derreter ocupe exatamente o mesmo volume do copo.

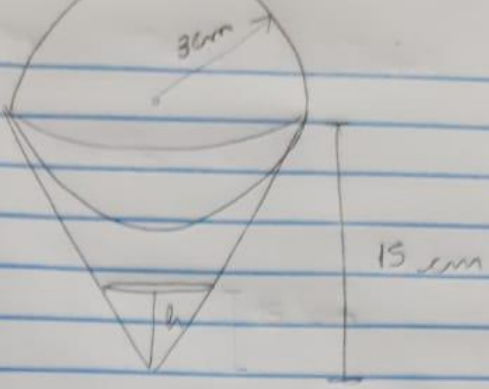
Fonte: site oficial ORMUB

Para esse problema, não foi passada nenhum tipo de ajuda na interpretação ou discutido de qualquer estratégia para sua resolução. Foi solicitado a resolução completa, ou seja, o aluno deveria não só calcular corretamente, mas sim demonstrar o desenvolvimento completo e expressar o raciocínio empregado na resolução.

A Figura 38 e a figura 39 mostra o desenvolvimento e os raciocínio enviados por um aluno que acertou o resultado.

Figura 38: Resolução de um aluno (parte 1)

3



Volume da bolacha de sorvete é:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3$$

$$V = 4 \cdot 3,14 \cdot 9$$

$$V = 36 \cdot 3,14$$

$$V = 113,04 \text{ cm}^3$$

Volume do cone é:

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 15}{3}$$

$$V = 141,3 \text{ cm}^3$$

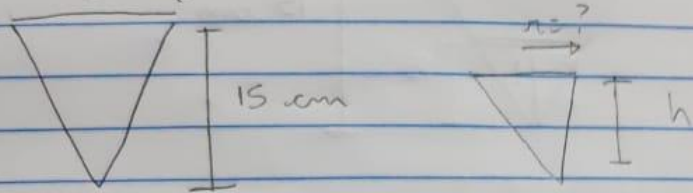
Fonte: próprio autor

Figura 39: Resolução de um aluno (parte 2)

Portanto: $141,3 - 113,04 = 28,26$

Este número é o volume que sobra.


Cossim: $n=3$



Se um cone tem $141,3$ e é proporcional ao cone do lior, então os volumes são proporcionais.

na verdade $141,3$ é 5 vezes maior que $28,26$

Deste modo:



$$\frac{v}{V} = \left(\frac{h}{H}\right)^3$$

$$\frac{1}{5} = \left(\frac{h}{15}\right)^3$$

$$\frac{1}{5} = \frac{h^3}{15^3} \Rightarrow \frac{15^3}{5} = h^3 \Rightarrow \frac{15 \cdot 15 \cdot 15}{5} = h^3$$

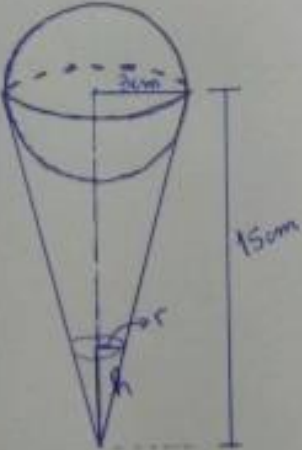
$$3 \cdot 15 \cdot 15 = h^3 \Rightarrow 675 = h^3 \Rightarrow h = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$$

$h = 3 \sqrt[3]{25}$

Segue o gabarito da resolução feito pelo professor.

Figura 40: Resolução – Gabarito do professor.

ORMUB (2018) Questão 3



$V_C = \text{VOLUME DO COPO (CONE)}$
 $V_S = \text{VOLUME DO SORVETE (ESFERA)}$
 $V_L = \text{VOLUME DO LICOR (CONE)}$

$V_C = V_S + V_L$
 $V_C = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h \Rightarrow V_C = \frac{1}{3} \pi 3^2 \cdot 15 \Rightarrow V_C = 45\pi \text{ cm}^3$
 $V_S = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow V_S = \frac{4\pi 3^3}{3} \Rightarrow V_S = 36\pi \text{ cm}^3$

$V_C = V_S + V_L$
 $V_L = V_C - V_S$
 $V_L = 45\pi - 36\pi$
 $V_L = 9\pi \text{ cm}^3$

Obs.: Os cones são proporcionais
então $\frac{H}{R} = \frac{h}{r} \Rightarrow \frac{15}{3} = \frac{h}{r}$
 $5 = \frac{h}{r} \Rightarrow \underline{h = 5r}$

Assim

$V_L = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
 $9\pi = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot 5r$
 $27 = 5r^3$
 $r^3 = \frac{27}{5} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{5}}$
 $r = \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}}$
 $r = \frac{3 \sqrt[3]{25}}{5}$

como $h = 5r$
 $h = 5 \cdot \frac{3 \sqrt[3]{25}}{5}$
 $\underline{h = 3 \cdot \sqrt[3]{25} \text{ cm}}$

Aproximação "aceitável"
 $\sqrt[3]{25} \approx 2,9$ pois $\begin{cases} \sqrt[3]{8} = 2 \\ \sqrt[3]{27} = 3 \end{cases}$
 $h \approx 3 \cdot 2,9$
 $\underline{h \approx 8,7 \text{ cm}}$

5. ANÁLISE DE RESULTADOS

Nessa seção, apresentamos as análises realizadas com os alunos do colégio Alfa Sciens e algumas observações sobre o desenvolvimento do trabalho com a resolução de problemas. Além disso, foi realizada uma análise geral de como as escolas mais premiadas na ORMUB nos últimos dez anos se saíram no ENEM 2019.

5.1. Desempenho dos alunos da escola.

Devido à pandemia, a ORMUB e OBM não foram realizadas em 2020. Seria a primeira participação do colégio Alfa Sciens nessas olimpíadas e serviriam de análise e preparação para projetos futuros envolvendo resolução de problemas olímpicos nos próximos anos. Já o Canguru de Matemática realizou a olimpíada com adequações. A primeira participação do colégio foi no ano passado, não havendo nenhum tipo de preparação naquela ocasião, mas comparativo nos resultados, dão uma boa impressão sobre o trabalho realizado com os alunos durante este ano.

As próximas figuras mostram um resumo gerencial fornecido pela plataforma do Canguru de Matemática.

Figura 41: Resultados 2019

Resultado - Quadro Resumo							
Classificação	P	E	B	C	J	S	TOTAL
TOTAL DE INSCRITOS	32	46	61	14	21	0	174
TOTAL DE RESPONDENTES	32	46	61	14	21	0	174
OURO (~1%)	0	0	0	0	0	0	0
PRATA (~2%)	2	0	0	0	0	0	2
BRONZE (~3%)	0	1	0	1	0	0	2
HONRA AO MÉRITO (~4%)	0	0	1	0	1	0	2
TOTAL PREMIADOS	2	1	1	1	1	0	6

Fonte: Plataforma Canguru de Matemática / Desempenho da escola

Figura 42: Resultados 2020

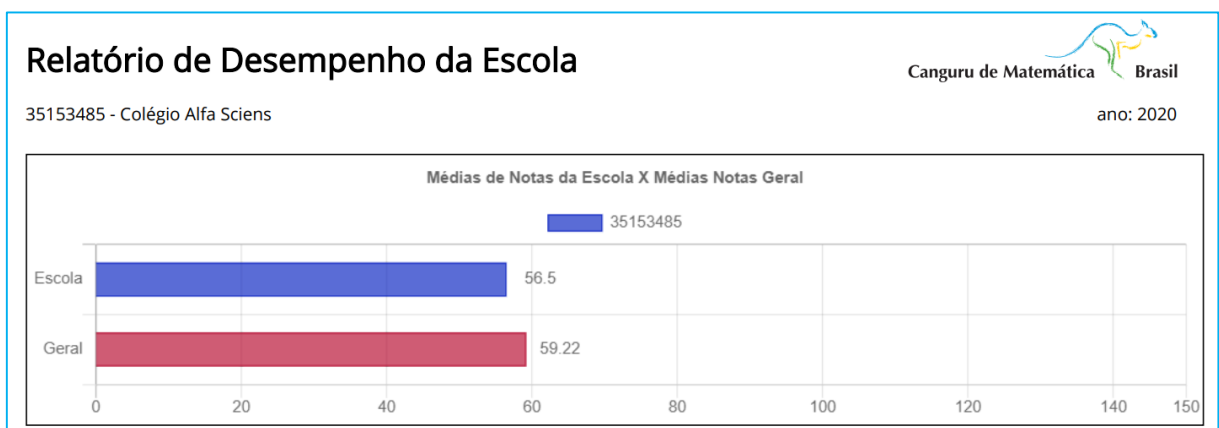
Resultado - Quadro Resumo							
Classificação	P	E	B	C	J	S	TOTAL
TOTAL DE INSCRITOS	30	66	65	27	21	19	228
TOTAL DE RESPONDENTES	9	53	57	23	19	14	175
OURO (~1%)	0	0	0	0	0	0	0
PRATA (~2%)	1	0	0	0	0	0	1
BRONZE (~3%)	2	1	0	0	0	0	3
HONRA AO MÉRITO (~4%)	0	7	6	3	3	2	21
TOTAL PREMIADOS	3	8	6	3	3	2	25

Fonte: Plataforma Canguru de Matemática / Desempenho da escola

De uma maneira geral observa-se um salto quantitativo nos premiados. Em 2019 foram apenas 6 alunos e em 2020 já foram 25 que atingiram pontuação para premiação. Analisando apenas os níveis J e S que são os do Ensino Médio, de 2019 com apenas 1 aluno, passamos para 5 alunos com medalhas de Honra ao Mérito, além de termos premiados nos dois níveis, foram 3 do nível J (1ª e 2ª Série do Ensino Médio) e 2 do nível S (3ª Série do Ensino Médio).

Claramente o treinamento com a resolução de problemas surtiu algum efeito positivo, mas é necessário que o trabalho continue para uma análise mais precisa. Outro ponto interessante é o relatório gerencial fornecido pela plataforma Canguru de Matemática. Nesse relatório há informações de desempenho por níveis de prova que dá condições de verificar pontos fortes e fracos, que precisam ser mais bem trabalhados.

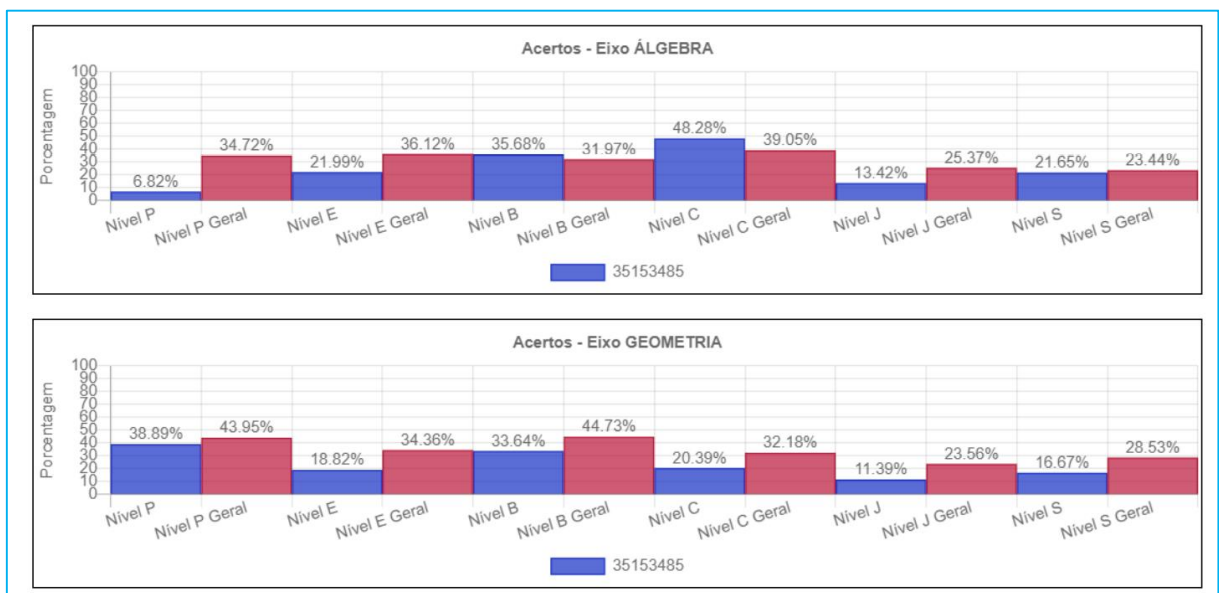
Figura 43: Relatório de Desempenho por notas



Fonte: Plataforma Canguru de Matemática / Desempenho da escola

O início do relatório, como mostra a Figura 43, indica que muito trabalho ainda precisa ser feito para melhorar o desempenho da escola de uma maneira geral. Além disso, na Figura 44 a seguir, retratam justamente potencialidades e fragilidades. Podemos perceber que questões sobre o eixo da Álgebra, por exemplo, os níveis B e C estão acima da média geral e ao passo que nos outros níveis precisa de mais atenção no campo algébrico. Em relação ao eixo da Geometria, podemos notar claramente que precisa ser trabalhado com maior atenção em todos os níveis de prova, ou seja desde o Ensino Fundamental I até o Ensino Médio.

Figura 44: Desempenho em Álgebra e Geometria



Fonte: Plataforma Canguru de Matemática / Desempenho da escola

Analisando o comparativo do resumo dos resultados da prova do Canguru de Matemática 2019 x 2020 percebemos um grande avanço, mais do que isso, uma alteração no ânimo dos alunos. Observando as primeiras resoluções enviadas, lá no início do trabalho com resolução de problemas olímpicos, e comparando com as últimas resoluções enviadas, nota-se que o desenvolvimento se tornou mais claro e assertivo. Nota-se também, que a interpretação dos problemas ainda é uma barreira a ser superada pela grande maioria e que resolver problemas exige treino, prática e uma constante revisão e interação com todos os conteúdos estudados.

As questões da ORMUB serviram de base do treinamento e as citações de alguns alunos sobre a prova da ORMUB, como: “*No começo parecia ser impossível resolver*” ou ainda: “*São problemas mais assustadores do que difícil*”, nos levam a acreditar que o trabalho com resolução de problemas atendeu às expectativas iniciais. A manutenção de projetos dessa natureza, bem como o incentivo do professor, é fundamental para o melhor desempenho do aluno.

5.2. Escolas premiadas na ORMUB e o desempenho no ENEM.

É fato que o desempenho individual de um ou outro aluno na ORMUB pode destoar dos demais de uma escola, mas numa análise de um período mais longo isto pode ser menos relevante. Considerando as cidades, Gráfico 10, que mais vezes foram premiadas nas últimas dez edições da ORMUB, realizamos aqui um breve comparativo entre o desempenho das escolas na ORMUB e o desempenho geral no ENEM 2019.

As tabelas a seguir mostram o *ranking* das escolas no ENEM 2019. Esses dados foram extraídos do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) que fornece dados relativos a escolas que realizaram o ENEM com 10 ou mais alunos, por isso é possível que não encontremos algumas escolas no *ranking*, que significa que a escola não participou do ENEM ou que pode ter participado com um número inferior a 10 alunos em 2019.

Na cidade de Bauru observa-se que o CTI, Colégio Técnico Industrial da Unesp, é o maior ganhador nesses últimos dez anos de ORMUB, o colégio foi premiado 45 vezes nesse período, Gráfico 8. Outro colégio em destaque é o D’Incao Instituto de Ensino que foi 9 vezes premiado, Gráfico 9.

A Tabela 6 mostra as cinco melhores escolas de Bauru, segundo o INEP. É importante destacar que dentre as cinco escolas que aparecem no topo do *ranking*, o CTI e o D’Incao têm tradicionalmente participado da ORMUB, já o Novo Anglo, Coolidge e Rembrandt, embora já tenham sido premiados na ORMUB, não são todas as edições que elas participam.

Tabela 6: Classificação das Escolas de Bauru no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
120	35922948	COL TEC INDUSTRIAL PROF ISAAC PORTAL ROLDAN UNESP	São Paulo	Bauru	Estadual	Urbana	113	631.45	607.15	608.62	742.37	647.4
705	35467066	NOVO ANGLO BAURU	São Paulo	Bauru	Privada	Urbana	37	601.07	580.31	584.72	692.49	614.65
767	35373886	D INCAO INSTITUTO DE ENSINO	São Paulo	Bauru	Privada	Urbana	23	608.14	585.2	588.19	669.01	612.63
1454	35442012	COOLIDGE COLEGIO	São Paulo	Bauru	Privada	Urbana	20	577.08	572.78	576.77	647.24	593.47
1507	35290518	REMBRANDT COC	São Paulo	Bauru	Privada	Urbana	27	585.67	564.38	574.09	645.2	592.33

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Pela nota do ENEM 2019, vemos ainda que a média das notas em Matemática é a mais alta entre Ciências Humanas, Ciências da Natureza e Linguagens e Códigos, o que reforça a ideia que trabalhar com olimpíadas é uma forma de fortalecer o conhecimento matemático dos alunos em geral. O que observamos é que normalmente as escolas premiadas na ORMUB têm um bom desempenho no ENEM.

Sendo assim, nas demais cidades, Gráfico 10, que mais vezes foram premiadas nesses últimos dez anos na ORMUB, foi realizada uma análise análoga a feita na cidade de Bauru que acabamos de citar. Consideraremos a cidade de Barra Bonita e Jaú, também premiadas em todas as dez últimas edições, Bariri premiada em 9 anos e as cidades de Fartura, São Carlos e São Manuel que foram premiadas em 8 anos cada uma delas. Avaré e Santa Cruz do Rio Pardo não foram analisadas por terem apenas 5 e 6 premiações, respectivamente.

Em Barra Bonita, observa-se, pela Tabela 7, que a escola com maior premiação na ORMUB nesses dez últimos anos também é a melhor do *ranking* do ENEM 2019. A Etec Comendador João Rays foi premiada 19 vezes, seguida pelo Colégio ADV – Barra Bonita com 10 premiações, Gráficos 8 e 9. Observamos que o colégio ADV não aparece no *ranking* do INEP, possivelmente por ter menos de 10 alunos prestando o ENEM em 2019. Outro colégio muito bem posicionado no *ranking*, que também já foi premiado na ORMUB em número menor de vezes, é o Colégio Tyto Objetivo que aparece na segunda posição na cidade segundo os dados fornecidos pelo INEP.

Tabela 7: Classificação das Escolas de Barra Bonita no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
1419	35920538	JOAO RAYS COMENDADOR ETEC	São Paulo	Barra Bonita	Estadual	Urbana	59	593.14	553.02	586.87	644.34	594.34
3244	35439939	COLEGIO TYTO OBJETIVO	São Paulo	Barra Bonita	Privada	Urbana	18	538.14	553.12	525.53	600.01	554.2
4613	35115824	SESI 263 CENTRO EDUCACIONAL	São Paulo	Barra Bonita	Privada	Urbana	14	525.06	475.23	527.59	592.39	530.07
5356	35115848	NIVALDO SALCH STIPP PROF ESCOLAS INTEGRADAS	São Paulo	Barra Bonita	Privada	Urbana	10	499.7	511.02	551.29	519.77	520.45
7214	35035836	MARIA LUIZA FERREIRA ZAMBELLO PROFESSORA	São Paulo	Barra Bonita	Estadual	Urbana	32	505.01	482.09	521.22	512.45	505.19

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Em Jaú, o Colégio Raul Bauab, premiado 6 vezes na ORMUB nas últimas dez edições, e o Colégio ADV – Jaú, premiado 10 vezes no período estudado, são os destaques principais do ENEM, conforme apresentado na Tabela 8.

Tabela 8: Classificação das Escolas de Jaú no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
115	35115712	RAUL BAUAB DOUTOR FUNDAÇÃO EDUCACIONAL COLEGIO	São Paulo	Jaú	Privada	Urbana	17	636.96	607.81	608.52	738.39	647.92
261	35299789	ADV COLEGIO UNIDADE II	São Paulo	Jaú	Privada	Urbana	22	608.32	600.1	596.98	734.4	634.95
656	35468061	NUCLEO DE INTERAÇÃO EDUCATIVA COLEGIO	São Paulo	Jaú	Privada	Urbana	15	606.67	565.7	595.17	697.63	616.29
1462	35025641	JOAQUIM FERREIRA DO AMARAL ETEC	São Paulo	Jaú	Estadual	Urbana	110	587.68	555.76	585.52	644.45	593.35
1940	35125982	COLEGIO PORTO ALVORADA - ENSINO FUNDAMENTAL E MEDIO	São Paulo	Jaú	Privada	Urbana	29	570.89	572.09	572.1	613.35	582.11

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Na cidade de Bariri, como podemos ver na Tabela 9, apenas 4 escolas apareceram no *ranking* do ENEM 2019 do INEP. Das quatro escolas, três delas tem premiações na ORMUB. A primeira do *ranking* é a Cooperativa Educacional COEBA, que obteve 6 premiações nos últimos dez anos, a escola Ephigenia Cardoso aparece na terceira posição tem 12 premiações, seguida pela escola Idalina Vianna na quarta posição do *ranking* com 4 premiações na ORMUB.

Tabela 9: Classificação das Escolas de Bariri no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
412	35159104	COOPERATIVA EDUCACIONAL DE BARIRI COEBA CENTRO DE ED	São Paulo	Bariri	Privada	Urbana	19	617.96	589.98	588.48	712.08	627.13
646	35566706	MAX BENY MACENA COLEGIO ENSINO MEDIO	São Paulo	Bariri	Privada	Urbana	10	606.62	590.37	584.22	685.79	616.75
6902	35025860	EPHIGENIA CARDOSO MACHADO FORTUNATO PROFESSORA	São Paulo	Bariri	Estadual	Urbana	69	508.89	466.68	527.47	525.59	507.16
7346	35025719	IDALINA VIANNA FERRO PROFESSORA	São Paulo	Bariri	Estadual	Urbana	75	506.79	463.12	522.25	525.3	504.36

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Na cidade de Fartura, Tabela 10, observamos que as três escolas do *ranking* ENEM 2019 segundo INEP, são as três escolas que sempre participam da ORMUB. o Colégio Educacional de Fartura que aparece em primeiro no *ranking* possui 6 premiações na ORMUB nos últimos dez anos, seguidos pela escola Coronel Marcos Ribeiro com 13 premiações e a escola Monsenhor Jose Trombi também com 6 premiações.

Tabela 10: Classificação das Escolas de Fartura no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
575	35153308	FARTURA COLEGIO EDUCACIONAL DE	São Paulo	Fartura	Privada	Urbana	14	624.34	586.18	590.82	674.63	618.99
5523	35034373	MARCOS RIBEIRO CORONEL	São Paulo	Fartura	Estadual	Urbana	66	520.24	471.58	530.2	552.98	518.75
6558	35034368	JOSE TROMBI MONSENHOR	São Paulo	Fartura	Estadual	Urbana	34	514.18	470.48	519.28	534.02	509.49

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Na cidade de São Carlos, apresentamos na Tabela 11, as cinco escolas mais bem posicionadas no ENEM 2019 segundo o INEP. A escola com mais premiações na ORMUB nesses últimos dez anos foi o Colégio Interativo com 10 premiações nesse período. A escola aparece no *ranking* na quarta posição, seguida pelo Instituto de Educação e Cultura que foi premiada uma única vez. Outras escolas em São Carlos foram premiadas na ORMUB, exemplo é o Colégio Objetivo, premiado 4 vezes, mas que não aparece no *ranking* do INEP, possivelmente por ter menos de 10 alunos prestando o ENEM em 2019. A escola Jesuíno de Arruda e o Colégio São Carlos são outras duas escolas premiadas da ORMUB, cada uma premiada 3 vezes. Elas aparecem na classificação, porém em posições não muito expressivas.

Tabela 11: Classificação das Escolas de São Carlos no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
180	35170331	SAO CARLOS INSTITUTO EDUCACAO DE ENSINO	São Paulo	São Carlos	Privada	Urbana	14	633.79	619.45	600.02	713.5	641.69
349	35125436	SAPIENS CURSO E COLEGIO	São Paulo	São Carlos	Privada	Urbana	24	625.75	593.88	596.55	705.25	630.36
504	35121307	ANGLO CIDADE DE SAO CARLOS COLEGIO	São Paulo	São Carlos	Privada	Urbana	25	623.53	600.68	600.79	664.58	622.4
722	35165116	INTERATIVO CURSO E COLEGIO	São Paulo	São Carlos	Privada	Urbana	39	604.71	565.45	585.99	700.3	614.11
920	35125441	EDUCATIVA - INSTITUTO DE EDUCACAO E CULTURA	São Paulo	São Carlos	Privada	Urbana	47	604.02	567.31	590.34	669.66	607.83

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Na cidade de São Manuel, Tabela 12, temos o Colégio Holus como primeiro do *ranking* sendo ele premiado 7 vezes na ORMUB nesses últimos dez anos. Outra escola premiada na ORMUB é o Colégio Luma Carolina, 2 vezes premiada, mas que não aparece no *ranking* do INEP, possivelmente por ter menos de 10 alunos prestando o ENEM em 2019.

Tabela 12: Classificação das Escolas de São Manuel no ENEM 2019.

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
4065	35144903	COLEGIO HOLUS	São Paulo	São Manuel	Privada	Urbana	12	549.82	514.8	540.39	550.6	538.9
4795	35014965	ATILIO INNOCENTI PROF	São Paulo	São Manuel	Estadual	Urbana	69	538.54	488.66	540.67	541.22	527.27
8311	35049273	FRANCISCO DE OLIVEIRA FARACO PROF	São Paulo	São Manuel	Estadual	Urbana	21	517.93	472.3	520.32	486.68	499.31
9461	35014771	MANUEL JOSE CHAVES DR	São Paulo	São Manuel	Estadual	Urbana	21	496.73	449.38	525.97	502.92	493.75
10310	35014758	SEBASTIANA DE BARROS DONA ETEC	São Paulo	São Manuel	Estadual	Rural	25	489.34	470.66	500.68	499.36	490.01

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

Fazendo uma análise geral das escolas citadas nesta seção, que apareceram no *ranking* do ENEM 2019 fornecida pelo INEP, classificando-as pela média em matemática, obtemos as escolas mais bem classificadas em matemática, veja a seguir a Tabela 13. Dentre as cinco melhores escolas no geral, quatro delas são escolas mais premiadas pela ORMUB nos últimos dez anos. Apenas a escola da quarta posição não é escola premiada na ORMUB no período estudado.

Tabela 13: Classificação geral em Matemática das escolas no ENEM 2019

Posição	Código INEP	Escola	Estado	Cidade	Setor	Localização	Nº de Alunos	Ciências Humanas	Ciências da Natureza	Linguagens e Códigos	Matemática	Média Geral
120	35922948	COL TEC INDUSTRIAL PROF ISAAC PORTAL ROLDAN UNESP	São Paulo	Bauru	Estadual	Urbana	113	631.45	607.15	608.62	742.37	647.4
115	35115712	RAUL BAUAB DOUTOR FUNDAÇÃO EDUCACIONAL COLEGIO	São Paulo	Jaú	Privada	Urbana	17	636.96	607.81	608.52	738.39	647.92
261	35299789	ADV COLEGIO UNIDADE II	São Paulo	Jaú	Privada	Urbana	22	608.32	600.1	596.98	734.4	634.95
180	35170331	SAO CARLOS INSTITUTO EDUCACAO DE ENSINO FUNDAMENTAL E MEDIO	São Paulo	São Carlos	Privada	Urbana	14	633.79	619.45	600.02	713.5	641.69
412	35159104	COOPERATIVA EDUCACIONAL DE BARIRI COEBA CENTRO DE ED BASICA	São Paulo	Bariri	Privada	Urbana	19	617.96	589.98	588.48	712.08	627.13

Fonte: INEP - portal.inep.gov.br/microdados

De modo geral, as escolas mais premiadas na ORMUB nessas últimas dez edições, tiveram um bom desempenho geral no ENEM 2019. Ressaltamos ainda, que o desempenho em matemática superou média das outras áreas de conhecimento, o que faz com que a média geral da escola aumente e melhore sua posição no *ranking* do INEP. Esse foi um primeiro estudo relacionando premiações de olimpíadas de matemática com o desempenho no ENEM, ficando para trabalhos futuros uma análise mais detalhada e específica sobre o tema.

6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A metodologia de resolução de problemas vem sendo empregada cada vez mais por várias escolas e professores, basta olharmos a quantidade de dissertações de mestrados e teses de doutorandos sobre a temática. O GTERP mantém alguns desses trabalhos em seu site onde destaca-se, por exemplo, a tese de doutorado de Elizabeth Quirino de Azevedo (2014) - O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática. Além do GTERP, o PROFMAT também detém dissertações sobre resolução de problemas, o que reforça ainda mais a tendência de utilizar situações problemas no aprendizado da matemática.

Constata-se que com um pouco de incentivo da direção ou coordenação, todos os alunos são capazes de participar efetivamente e ter boas classificações em competições como OBM, OBMEP, ORMUB e Canguru de Matemática. Essas olimpíadas têm colaborado cada vez mais para desenvolver o aprendizado da matemática de maneira mais simples e prazerosa.

Concluimos com este trabalho que as técnicas de resolução de problemas colaboram efetivamente no desenvolvimento e no aprendizado da matemática em geral. Além disso, o uso de olimpíadas estimula os alunos, fazendo com que se interessem mais sobre os conteúdos apresentados na disciplina. Analisando especificamente, no colégio Alfa Sciens percebemos que a inclusão das olimpíadas trouxe mais inspiração e confiança aos alunos. Além disso, com o treinamento percebe-se avanços na compreensão e assimilação de conteúdo.

Notoriamente, o professor é peça fundamental para que um projeto de treinamento com questões olímpicas aconteça. O colégio precisa apoiá-lo administrativamente, ou seja, cumprir as exigências das competições, para isso o professor deve estar sempre informado sobre regulamentos e cronogramas. Nesse sentido, o PROFMAT, exerceu influência direta no desenvolvimento das atividades no colégio. O Mestrado foi impulso e motivação, cumprindo com o seu objetivo de melhorar a educação básica.

De 2019 para 2020, o colégio Alfa Sciens, aqui estudado, teve melhor desempenho após a introdução de um treinamento baseado na metodologia de

resolução de problemas. São poucos dados para se ter uma avaliação mais detalhada, porém sabemos que é o início da participação do colégio em competições, e, portanto, muito trabalho ainda está por vir. É esperado que todas as partes do projeto se qualifiquem, ou seja, que os treinamentos sejam mais intensos e que a participação dos alunos aumente gradativamente.

É esperado ainda que nos próximos anos o colégio continue participando do Canguru de Matemática melhorando cada vez mais seus indicadores, além de participar da OBM e da ORMUB que, por uma infelicidade geral, não puderam ser realizadas no ano de 2020 por causa da pandemia do coronavírus.

Concluimos ainda, que a escola participando de olimpíadas de matemática, como por exemplo a ORMUB, colabora no desempenho geral do ENEM, pois é esperado que a média em matemática suba com o passar do tempo, fazendo com que a escola fique mais bem classificada no *ranking* do ENEM pelo INEP.

O ponta pé inicial está realizado, mas adaptações e melhorias no projeto serão necessárias. A expectativa é que se torne tradição a participação do colégio nessas olimpíadas, assim como ocorre com alguns outros colégios com 100% de assiduidade na ORMUB, que, por sua vez, traz inspirações e promove grandes aprendizados para várias cidades da região. Por fim, que os alunos aprendam, que continuem gostando e se aprimorando na matemática.

REFERÊNCIAS

Association Kangourou sans Frontières. Disponível em: < <http://www.aksf.org/>>. Acesso em: 23 de jul. de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 16 de abr. de 2020.

Canguru de Matemática Brasil. Disponível em: <<https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/>>. Acesso em: 16 de abr. de 2020.

Descartes, René. Frases de René Descartes. Disponível em: <https://www.pensador.com/frases_de_rene_descartes/4/>. Acesso em: 27 de nov. de 2020.

GTERP, Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas – Unesp câmpus de Rio Claro. Disponível em: <<https://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/publicacoes/>>. Acesso em: 16 de abr. de 2020.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: < <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/enem>>. Acesso em: 27 de nov. de 2020.

LUCKESI, C. C. **Avaliação de aprendizagem: componente do ato pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2011.

MORETTO, Vasco Pedro. **Planejamento: planejando a educação para o desenvolvimento de competências**. 5ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

OBM, Olimpíada Brasileira de Matemática. Disponível em: <<https://www.obm.org.br/>>. Acesso em: 23 de jul. de 2020.

OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/index.htm>>. Acesso em: 23 de jul. de 2020.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ORMUB, Olimpíada Regional de Matemática da Unesp – Bauru. Disponível em: <<https://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/ormub/>>. Acesso em: 16 de abr. de 2020.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo – 2^o Reimpressão, Interciência - 196 páginas, 1995.

POZO, J. I. **A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS – Aprender a resolver, resolver para aprender.** Artmed - 177 páginas, 1998.

PROFMAT, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Disponível em: <<https://www.profmat-sbm.org.br/funcionamento/regimento/>>. Acesso em: 23 de jul. de 2020.