



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E
TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



DHYEGO RODRIGUES VAZ

**VIDEOAULAS COMO RECURSO EXTRACLASSE NO ENSINO DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE
UM ESTUDO DE CASO DO ENSINO MÉDIO**

CATALÃO
2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese

2. Nome completo do autor

Dhyego Rodrigues Vaz

3. Título do trabalho

Videoaulas como recurso extraclasse no ensino de análise combinatória e probabilidade: um estudo de caso do Ensino Médio

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a)** consulta ao(a) autor(a) e ao(a) orientador(a);
- b)** novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;

- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **DHYEGO RODRIGUES VAZ, Discente**, em 23/02/2021, às 08:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Porto De Almeida Freitas, Orientador**, em 23/02/2021, às 11:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1893148** e o código CRC **FC9BD95D**.

DHYEGO RODRIGUES VAZ

**VIDEOAULAS COMO RECURSO EXTRACLASSE NO ENSINO DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE
UM ESTUDO DE CASO DO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Catalão, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Thiago Porto de Almeida Freitas.

CATALÃO
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Vaz, Dhyego Rodrigues

VIDEOAULAS COMO RECURSO EXTRACLASSE NO ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE [manuscrito] : UM ESTUDO DE CASO DO ENSINO MÉDIO / Dhyego Rodrigues Vaz. - 2021.

CLVII, 157 f.

Orientador: Prof. Thiago Porto de Almeida Freitas.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, PROFMAT - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Catalão, 2021.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui abreviaturas, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Videoaulas. 2. Análise combinatória. 3. Probabilidade. I. Freitas, Thiago Porto de Almeida, orient. II. Título.

CDU 51:37



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 16 da sessão de Defesa de Dissertação de **Dhyego Rodrigues Vaz**, que confere o título de Mestre em **Matemática**, na área de concentração **Ensino de Matemática**.

Em **dezenove de fevereiro de 2021**, às **10h02min**, por webconferência via sistema <https://meet.google.com/gbi-atxp-tdo>, reuniram-se os componentes da banca examinadora, docentes **Dr. Thiago Porto de Almeida Freitas (PROFMAT/IMTec - "RC/UFG - UFCAT em transição")**, orientador, **Dr. Daniel da Silveira Guimarães (PROFMAT/IMTec - "RC/UFG - UFCAT em transição")** e **Dra. Denise Nunes Viola (UFBA)** para, em sessão pública, procederem à avaliação da Dissertação intitulada "*Videoaulas como recurso extraclasse no ensino de análise combinatória e probabilidade: um estudo de caso do Ensino Médio*", de autoria de **Dhyego Rodrigues Vaz**, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da "RC/UFG - UFCAT em transição". A sessão foi aberta pelo presidente, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que procedeu com a apresentação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando. Terminada a fase de arguição, procedeu-se à avaliação da Dissertação, que foi considerado(a): () **Aprovado(a)** ou () **Reprovado(a)**. Cumpridas as formalidades de pauta, a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, lavrou-se a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente. **Dezenove de fevereiro de dois mil e vinte um.**

Obs.: "*Banca Examinadora de Qualificação/Defesa Pública de Dissertação/Tese realizada em conformidade com a Portaria da CAPES n. 36, de 19 de março de 2020, de acordo com seu segundo artigo:*

Art. 2º A suspensão de que trata esta Portaria não afasta a possibilidade de defesas de tese utilizando tecnologias de comunicação à distância, quando admissíveis pelo programa de pós-graduação stricto sensu, nos termos da regulamentação do Ministério da Educação."

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Daniel Da Silveira Guimaraes, Professor do Magistério Superior**, em 19/02/2021, às 11:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Denise Nunes Viola, Usuário Externo**, em 19/02/2021, às 11:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **DHYEGO RODRIGUES VAZ, Discente**, em 19/02/2021, às 11:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1884815** e o código CRC **281A6BD7**.

Referência: Processo nº 23070.003498/2021-77

SEI nº 1884815

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, aos meus pais Agnaldo Rodrigues Souto e Maria Vaz Rodrigues, a minha irmã G ssica Rodrigues Vaz e a minha esposa Lara Cristina Feliciano Amâncio.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela oportunidade de obter mais esta conquista;

Aos meus pais Maria Vaz Rodrigues e Agnaldo Rodrigues Souto pelo exemplo de carreira docente e pela dedicação a mim e aos meus estudos;

À minha querida esposa Lara Cristina Feliciano Amâncio pela paciência e carinho durante todos estes anos de mestrado;

Aos meus amigos e colegas de curso em especial Lorrán Lima que enfrentou oito horas de viagens todas as sextas ao meu lado para nossa formação;

Aos meus professores que me cobraram e ensinaram, em especial meu orientador Thiago Porto de Almeida Freitas pela paciência e capricho;

Aos meus queridos alunos que além de aplicados aceitaram fazer parte deste trabalho;

Aos membros da banca Daniel Da Silveira Guimarães e Denise Nunes Viola pela contribuição;

À CAPES pela bolsa de estudos disponibilizada.

RESUMO

Nos dias atuais, torna-se cada vez mais necessário o uso de materiais diversificados para o ensino extraclasse de modo a instigar a curiosidade do aluno em relação a matemática no ensino médio. O presente trabalho apresenta as ações desenvolvidas no projeto de pesquisa “Videoaulas como recurso extraclasse no ensino de análise combinatória e probabilidade” no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão. O projeto foi desenvolvido com estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de João Pinheiro/MG, com enfoque no ensino de conteúdos de probabilidade. Cabe destacar que o contexto da pandemia COVID-19 exigiu a criação de alternativas remotas para a execução do projeto e isto trouxe elementos para repensar a prática docente além de complementar a formação advinda do mestrado. A pesquisa descrita neste trabalho teve o objetivo de investigar quais os impactos da utilização de videoaulas como material extraclasse para o desenvolvimento de habilidades de matemática, conforme a Base Nacional Comum Curricular, de alunos do terceiro ano do ensino médio. Nesse contexto, 09 videoaulas foram elaboradas e utilizadas como material extraclasse intercaladas com as aulas virtuais com os participantes, abordando contagem e probabilidade, considerando aspectos motivacionais para estudantes do ensino médio. Para a coleta de dados, foram aplicados 11 questionários: um no início (levantamento de características dos participantes), 9 no decorrer do desenvolvimento das aulas previamente planejadas e vinculadas às videoaulas elaboradas e um no final (com questões que tratam dos conteúdos de probabilidade abordados em todo o período e reflexões da metodologia utilizada). Ademais, em diário de bordo, o professor-pesquisador registrou os fatos relevantes advindos das aulas desenvolvidas remotamente. Os dados coletados foram analisados, após a intervenção realizada com os participantes, a partir da categorização das informações obtidas. Este trabalho traz em seus resultados as opiniões dos alunos acerca da metodologia utilizada, a evolução do aprendizado do conteúdo e sua relação com o desenvolvimento das referidas habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Foi constatado evolução no aprendizado de todos os participantes, assim como grande aceitação e adaptação da metodologia utilizada.

Palavras-chave: Videoaulas. Análise combinatória. Probabilidade.

ABSTRACT

Nowadays, it is becoming increasingly necessary to use diversified materials for extra-class education in order to instill the student's curiosity regarding mathematics in high school. This work presents the actions developed in the research project “video classes as an extraclasse resource in the teaching of combinatory analysis and probability a high school case study” within the scope of the Professional Master in Mathematics in the National Network - PROFMAT from the Federal University of Goiás - Regional Catalão. The project was developed with students from the third year of high school at a public school in the city of João Pinheiro / MG, with a focus on teaching probability content. It should be noted that the context of the COVID-19 pandemic required the creation of remote alternatives for the execution of the project, and this brought elements to rethink teaching practice in addition to complementing the training that came from the master's degree. The research described in this work aimed to investigate the impacts of using video classes as extra-class material for the development of mathematics skills, according to the Common Base National Curriculum, of students in the third year of high school. In this context, 09 video classes were developed and used as extra-class material interspersed with the virtual classes with the participants, addressing counting and probability, considering motivational aspects for high school students. For data collection, 11 questionnaires were applied: one at the beginning (survey of the participants' characteristics), 9 during the development of the classes previously planned and linked to the elaborated video classes, and one at the end (with questions that deal with the content of probability addressed throughout the period and reflections on the methodology used). In addition, in a logbook, the professor-researcher recorded the relevant facts arising from classes developed remotely. The collected data were analyzed, after the intervention carried out with the participants, based on the categorization of the information obtained. This work brings in its results the opinions of the students about the methodology used, the evolution of the learning of the content and its relation with the development of the referred abilities of the Common Base National Curricular. There was an evolution in the learning of all participants, as well as great acceptance and adaptation of the methodology used.

Keywords: Video Classes. Mathematics. Probability.

LISTA DE FIGURA

Figura 01 - Simplificando fórmula.....	43
Figura 02 - Simplificando fórmula.....	44
Figura 03 - Relação sobre contagem e probabilidade segundo os alunos.....	51
Figura 04 - Conhecimento prévio de contagem dos alunos.....	52

LISTA DE GRÁFICO

Gráfico 01 - Tempo livre dos participantes.....	35
Gráfico 02 - Horas dedicadas ao estudo por semana dos participantes.....	36
Gráfico 03 - Horas dedicadas ao estudo de matemática por semana.....	36
Gráfico 04 - Preferência de recursos no estudo extraclasse.....	37
Gráfico 05 - Preferência de recursos no estudo extraclasse de matemática.....	37
Gráfico 06 - Respostas dos alunos sobre quantas maneiras diferentes duas pessoas podem se sentar em uma mesa redonda.....	57
Gráfico 07 - Respostas dos alunos sobre quantas maneiras se pode comprar 4 barras de chocolate dispondo de três tipos.....	57
Gráfico 08 - Respostas dos alunos sobre probabilidade de se retirar o Zap no baralho do Truco.....	59
Gráfico 09 - Respostas dos alunos da pergunta 02 sobre probabilidade condicional do questionário do vídeo 05.....	62
Gráfico 10 - Respostas dos alunos sobre o primeiro, segundo e terceiro lugar de uma disputa de 10 times.....	65
Gráfico 11 - Respostas dos alunos sobre probabilidade em teste de 5 questões com 5 alternativas.....	68
Gráfico 12 - Resposta dos alunos sobre soma 6 no lançamento de dois dados....	73
Gráfico 13 - Respostas dos alunos sobre a questão do bingo.....	73
Gráfico 14 - Respostas dos alunos sobre a brincadeira do copo.....	74
Gráfico 15 - Respostas dos alunos sobre o torneio com Sthefany e Isadora.....	75
Gráfico 16 - Respostas sobre a escolha de 8 bolas de sorvete dispondo de 5 sabores.....	76

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 - Informações sobre os vídeos utilizados.....	31
Quadro 02 - Relação dos conhecimentos de contagem e probabilidade na ótica dos participantes antes das aulas.....	50
Quadro 03 - Probabilidade e interpretação de dados quantitativos.....	52
Quadro 04 - Relevância dos dados quantitativos.....	53
Quadro 05 - Entendimento dos alunos sobre espaço amostral depois do vídeo 02.....	54
Quadro 06 - Exemplo exposto pelos alunos do que seria um experimento aleatório e não aleatório.....	55
Quadro 07 - Resposta dos alunos sobre espaço amostral do lançamento de uma moeda duas vezes.....	56
Quadro 08 - Respostas dos alunos sobre uma situação da qual se utilizaria combinação com repetição e permutação circular.....	58
Quadro 09 - Probabilidade aplicada segundo os alunos.....	60
Quadro 10 - Diferença entre probabilidade e probabilidade condicional segundo os participantes.....	61
Quadro 11 - Complementar de evento segundo os participantes.....	62
Quadro 12 - Porta dos desesperados.....	63
Quadro 13 - Diferença entre arranjo e combinação segundo os participantes.....	64
Quadro 14 - Respostas dos alunos sobre o emprego do conhecimento de contagem...	66
Quadro 15 - Respostas dos alunos sobre emprego do conhecimento de probabilidade	68
Quadro 16 - Maiores dificuldades encontradas pelos alunos durante o estudo segundo os mesmos.....	69
Quadro 17 - Maiores facilidades encontradas pelos alunos durante o estudo segundo os mesmos.....	71
Quadro 18 - Respostas dos alunos da pergunta 06 do Questionário 02 (probabilidade).....	75
Quadro 19 - Respostas sobre probabilidade condicional envolvendo dois dados.....	77
Quadro 20 - Vantagens sobre aulas com o próprio professor.....	78
Quadro 21 - Vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos sobre estudar por videoaulas em sua rotina de estudos.....	79
Quadro 22 - Vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos sobre assistir a videoaulas do seu professor.....	81
Quadro 23 - Vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos sobre videoaulas do próprio professor em relação a outras videoaulas.....	83
Quadro 24 - Vantagens e desvantagens do estudo remoto comparado com o presencial segundo os participantes.....	85
Quadro 25 - Importância de as videoaulas antecederem as aulas segundos os alunos.....	88
Quadro 26 - Descrição da sequência didática de atividades da primeira semana.....	99
Quadro 27 - Descrição da sequência didática de atividades da segunda semana.....	107
Quadro 28 - Descrição da sequência didática de atividades da terceira semana.....	118
Quadro 29 - Descrição da sequência didática de atividades da quarta semana.....	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 - Disponibilidade de recursos nas escolas de ensino médio.....	25
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
TIC	Tecnologia de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
2 VIDEOAULAS E SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	24
2.1 O uso de videoaulas no ensino médio.....	24
2.2 Ensino de contagem e probabilidade.....	27
3 COLETA DE DADOS	30
3.1 Sequência didáticas e videoaulas.....	30
3.2 Intervenção com os alunos.....	34
3.2.1 Pontos relevantes aula 01 da sequência didática 01: 03/08/2020.....	38
3.2.2 Pontos relevantes aula 02 da sequência didática 01: 06/08/2020.....	39
3.2.3 Pontos relevantes aula 01 da sequência didática 02: 10/08/2020.....	40
3.2.4 Pontos relevantes- Aula 02 da sequência didática 02: 13/08/2020.....	41
3.2.5 Pontos relevantes aula 01 da sequência didática 03: 17/08/2020.....	42
3.2.6 Pontos relevantes - Aula 02 da sequência didática 03: 20/08/2020.....	44
3.2.7 Pontos relevantes - Aula 01 da sequência didática 04: 24/08/2020.....	46
3.2.8 Pontos relevantes - Aula 02 da sequência didática 04: 24/08/2020.....	48
4 ANÁLISE DE DADOS	49
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
6 REFERÊNCIAS	95
APÊNDICE 01 - Sequência didática 01	98
APÊNDICE 02 - Sequência didática 02	106
APÊNDICE 03 - Sequência didática 03	116
APÊNDICE 04 - Sequência didática 04	128
APÊNDICE 05 - Questionário 01	141
APÊNDICE 06 - Perguntas referentes ao vídeo 01	143
APÊNDICE 07 - Perguntas referentes ao vídeo 02	144
APÊNDICE 08 - Perguntas referentes ao vídeo 03	145
APÊNDICE 09 - Perguntas referentes ao vídeo 04	146
APÊNDICE 10 - Perguntas referentes ao vídeo 05	147
APÊNDICE 11 - Perguntas referentes ao vídeo 06	148
APÊNDICE 12 - Questionário 02	149
APÊNDICE 13 - Respostas das questões de probabilidade do Questionário 02	153
APÊNDICE 14 - Perguntas referentes ao vídeo 07	155
APÊNDICE 15 - Perguntas referentes ao vídeo 08	156
APÊNDICE 16 - Perguntas referentes ao vídeo 09	157

1 INTRODUÇÃO

Em minha prática docente, percebi que nas escolas públicas periféricas as desmotivações dos alunos em estudar permeiam a vivência destes em ambientes com problemas familiares e sociais. Desse modo, aprender assuntos matemáticos se torna banal e desinteressante para o aluno, visto que existem outras preocupações na vida dele, tais como agressões familiares, fome e doenças. A interpretação pelos alunos de sua realidade impacta em como se posiciona em sala de aula e diante da sociedade, como expresso por Paiva:

As atribuições, interpretadas pelos alunos nas dimensões da causalidade, influenciam as expectativas, as emoções, a motivação para a aprendizagem e o desempenho acadêmico. Em situações de fracasso, a estabilidade da causa pode resultar na redução da expectativa de sucesso futuro e a níveis mais altos de ansiedade, o inverso ocorrendo quando a causa é tida como instável. Causas estáveis e internas ao fracasso geram sentimentos de incompetência e vergonha e, em longo prazo, podem levar à depressão e ao desamparo. Causas controláveis de fracasso suscitam sentimento de culpa, ao passo que as incontroláveis resultam em vergonha (PAIVA, 2008, p. 479).

Para romper este desinteresse do aluno em sala de aula, o professor de matemática, assim como os demais, esbarra no aspecto motivacional do aluno no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Posamentier e Krulik (2014, p. 16), existem dois tipos de motivação, a extrínseca e a intrínseca, a extrínseca ocorre geralmente fora do controle do aluno, no ambiente de aprendizagem, em grande medida sobre o controle do professor. Já a motivação intrínseca ocorre no próprio aluno e pode ser também trabalhada pelo professor.

Motivar um aluno aos estudos pode, além de iniciar o processo de aprendizagem, também influenciar em todo o futuro do discente. A diferenciação das aulas ministradas com recursos didáticos e metodológicos pode despertar nos alunos curiosidades e levá-los a buscar algo além do conteúdo de sala de aula, um complemento fora daquele ambiente. Segundo Lourenço e Paiva (2010), as tarefas realizadas em sala de aula estão associadas a processos cognitivos relacionados com a capacidade de atenção, concentração, raciocínio e resolução de problemas.

O conhecimento adquirido em sala de aula se não instigado raramente o aprendiz o leva adiante. Aquilo que se aprende com curiosidade e com aplicações instiga ir adiante com

o estudo, mas como gerar curiosidade no aluno se a matéria ministrada parece ser tão desinteressante? Posamentier e Krulik (2014, p. 17) trazem em sua obra nove maneiras de motivar os estudantes de matemática do ensino médio, a saber: 1) indicação de uma lacuna no conhecimento dos alunos; 2) descobrir padrões na matemática para induzir o aluno a descoberta; 3) instigar os alunos com um desafio; 4) instigar a turma com um resultado surpreendente; 5) explicar a utilidade de um tema; 6) utilizar a matemática de forma recreativa; 7) contar histórias pertinentes envolvendo matemática; 8) envolver os alunos ativamente na justificativa de curiosidades matemáticas; e 9) usar materiais feitos pelo professor ou vendidos prontos.

O uso de tecnologias na educação é uma forma de diferenciação das aulas e pode ser usado para despertar a curiosidade dos alunos. Segundo Ferreira (2018, p. 17) o uso de tecnologias digitais pode potencializar o processo de aprendizagem, mas cabe ao professor ser o mediador deste processo. Ainda por Ferreira (2018, p. 12), as escolas se veem na necessidade de adequar a prática docente a tecnologia, visto que, encontra grandes dificuldades em continuar com práticas pedagógicas obsoletas para uma clientela com olhos em mente na tecnologia e no futuro. Desta forma, adequando a realidade do aluno, com o ensino envolvendo as TICs, pode ser uma das estratégias de ensino para trabalhar a motivação do aluno.

Se compararmos objetos e serviços de hoje com aqueles que existiam há cinquenta anos, podemos perceber que eles estão automatizados ou possuem alguma outra tecnologia. Muitas vezes, em sala de aula, mesmo com a escola possuindo recursos tecnológicos, percebe-se o desenvolvimento de habilidades matemáticas utilizando somente o quadro e giz. Silva aponta que:

No contexto social atual já não compete ao professor mais decidir sobre usar ou não os recursos oriundos das tecnologias digitais na aprendizagem escolar, em virtude dos avanços sociais nos quais a sociedade encontra-se inserida, sejam eles ligados ou não ao campo educacional e, dificilmente as tecnologias digitais, como um produto da tecnologia, deixará de auxiliar com uma grande diversidade de áreas do desenvolvimento do ser humano, seja no âmbito do trabalho, no desenvolvimento das ciências e no aprimoramento dos recursos e equipamentos tecnológicos, ou quer seja nas diferentes etapas dos processos de ensino e aprendizagem na área da educação. (SILVA, 2018, p. 15)

Aulas tradicionais de quadro giz dentro quatro paredes, diante desse universo de informações oriundas das tecnologias digitais computacionais e do mundo da internet, tornam-se desmotivadoras, o que acarreta desinteresse por parte dos alunos, dificultando assim a atuação do professor e conseqüentemente, a aprendizagem dos discentes. Segundo Bzuneck (2001, p. 9) desafios excessivamente altos para um aluno com certeza lhe acarretarão fracassos que, entre outros efeitos nocivos à educação e motivação, sinalizam que ele não dispõe de capacidades suficientes.

A cultura digital¹ traz algumas mudanças importantes na sociedade e é abraçada principalmente pelos jovens, porém ela também causa a ânsia por respostas imediatas e, às vezes, os leva a análise superficial das informações. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 61) as escolas precisam preservar seu compromisso de estimular a reflexão e análise aprofundada de informações e, ainda, que contribua para o desenvolvimento do estudante. Também devem compreender e trabalhar novas linguagens e possibilidades de comunicação assim como de manipulação, e que eduque seus alunos para um uso democrático das tecnologias, assim obtendo uma participação mais consciente da cultura digital.

A Base Nacional Comum Curricular, BNCC, (BRASIL, 2018, p. 65) aponta a necessidade de se abordar tecnologias, principalmente, digitais na metodologia de ensino, assim como sugere aos professores que eles trabalhem sobre o uso destas tecnologias, pois são competências e habilidades que os alunos dos ensinos fundamental e médio, devem adquirir.

Segundo (BRASIL, 2018, p. 9)

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

¹ A cultura digital de acordo com a BNCC é uma das 10 competências básicas a serem desenvolvidas na educação básica. Ela justifica o papel essencial da tecnologia para o ser humano e estabelece que o estudante precisa ter domínio do universo digital.

Tecnologias digitais possuem qualidades que otimizam a educação matemática, e faz com que a didática das aulas fuja do tradicionalismo “quatro paredes e quadro” e somente livro e caderno para o dever de casa. Neste sentido visando otimização do estudo extraclasse, videoaulas podem apresentar algumas contribuições.

Quanto à disciplina de Matemática, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 517), coloca a probabilidade como um dos campos importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. E dentre estes campos, a probabilidade junto com contagem foi a escolhida para as intervenções que foram realizadas e que se encontram detalhadas nos capítulos seguintes.

Sobre a aplicação de tecnologias associadas ao ensino de probabilidade, segundo Moura (2020, p. 119) que realizou um trabalho utilizando jogos digitais afirma em sua análise de dados que todos os grupos reagiram de forma positiva a utilização da atividade e dos recursos tecnológicos empregados no ensino de probabilidade.

Dessa forma, se a tecnologia de informação e comunicação já era algo de grande auxílio à educação básica para quem possuía acesso e disponibilidade para utilizá-la, em cenário de pandemia acabou com maior destaque em 2020 quando o mundo foi surpreendido com a pandemia de COVID-19 que obrigou diversos países a adotarem o distanciamento social.

E Minas Gerais, assim como em todos os demais estados brasileiros, as aulas presenciais foram suspensas pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, SEE-MG, por meio da Resolução N° 4310 de 17 de abril de 2020.

A SECRETÁRIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DE MINAS GERAIS, no uso de suas atribuições, considerando o disposto no §1º, inciso III do art. 93 da Constituição Estadual, o §2º, do art. 23 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB), no Decreto Estadual nº 47.886, de 15 de março de 2020, que dispõe sobre medidas de prevenção ao contágio e de enfrentamento e contingenciamento, no âmbito do Poder Executivo, da epidemia de doença infecciosa viral respiratória causada pelo agente Coronavírus (COVID-19), a Deliberação do Comitê Gestor Extraordinário COVID-19 nº 18, de 22 de março de 2020, que dispõe sobre as medidas adotadas no âmbito do Sistema Estadual de Educação, enquanto durar o estado de CALAMIDADE PÚBLICA em todo o território do Estado, a Deliberação do Comitê Gestor Extraordinário COVID-19 nº 26, de 8 de abril de 2020 que dispõe sobre o **regime de teletrabalho** no âmbito do Sistema Estadual de Educação, enquanto durar o estado de CALAMIDADE PÚBLICA em decorrência da pandemia Coronavírus – COVID-19. (Grifo nosso).

.....
Art.3º - Para o desenvolvimento das atividades não presenciais previstas no art. 2º, as Escolas Estaduais deverão ofertar aos estudantes um Plano de Estudos Tutorado (PET), organizado de acordo com o Currículo Referência de Minas Gerais e com o Plano de Curso da unidade de ensino. §1º O Plano de Estudos Tutorado (PET) consiste em um instrumento de aprendizagem que visa permitir ao estudante, mesmo fora da unidade escolar, resolver questões e atividades escolares programadas, de forma autoinstrucional, buscar informações sobre os conhecimentos desenvolvidos nos diversos componentes curriculares, de forma tutorada e, possibilitar ainda, o registro e o cômputo da carga horária semanal de atividade escolar vivida pelo estudante, em cada componente curricular. (MINAS GERAIS, 2020, p. 50)

Com vídeoaulas como material didático de apoio, os alunos passaram a ter acesso aos conteúdos de diversos professores, de maneiras variadas e de forma gratuita. Sem contar a facilidade deste acesso que pode acontecer a qualquer horário, de qualquer lugar e da maneira mais confortável para o aluno, podendo pausar quando quiser, acelerar o vídeo, assistir novamente e ainda aproveitar até momentos que antes eram desperdiçados, como o tempo gasto para o trajeto de ônibus até a sua escola.

Houve uma corrida entre profissionais para se ter acesso e aprender a lidar com tudo deste universo tecnológico, pois é importante a presença de um professor, visto que informações no mundo digital podem ser absorvidas de modo superficial pelo aluno. Passou-se então a se ter reuniões pedagógicas, correção de atividades por meio de plataformas online como o Google Meet.

Dentro da perspectiva perceber os meios tecnológicos como relevante ferramenta para o desenvolvimento da aprendizagem, objetivei com este trabalho investigar e analisar as contribuições da utilização de vídeoaulas como o material de estudo extraclasse de acordo com as competências e habilidades exigidas pela BNCC em relação ao conteúdo abordado. Já os objetivos secundários são elaborar vídeoaulas relacionadas as habilidades exigidas pela BNCC (BRASIL, 2018), elaborar aulas vinculando ao conteúdo das vídeoaulas e realidade do aluno e analisar o desenvolvimento das habilidades matemáticas.

No capítulo 2 apresentamos a revisão bibliográfica que envolve o uso de vídeoaulas no ensino, suas características e impactos na educação. Também aborda a relevância do estudo de probabilidade e contagem no ensino de matemática.

No capítulo 3 traz como se deu a coleta de dados do trabalho, a organização das sequências didáticas, como ocorreu a intervenção com os alunos e sua interação com videoaulas e aulas online.

O capítulo 4 traz a análise de dados mostrando as opiniões e resultados obtidos a cada etapa da intervenção com os alunos. E no capítulo 5 as considerações finais sobre o uso da metodologia com videoaulas sobre probabilidade e contagem com alunos do terceiro ano do ensino médio.

Diante do exposto, o presente projeto de pesquisa busca investigar a seguinte questão: Quais impactos da utilização de videoaulas como material extraclasse para o desenvolvimento de habilidades de matemática, conforme a Base Nacional Comum Curricular, BNCC (BRASIL, 2018), para alunos do terceiro ano do ensino médio?

2 VIDEOAULAS E SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Em muitas escolas no Brasil, principalmente as de locais menos favorecidos financeiramente, ainda pode ocorrer de não possuir grandes tecnologias para disponibilizar aos professores utilizarem como recurso metodológico. Em outros casos, pode ocorrer de a escola possuir tais tecnologias, porém não serem tão utilizadas pelos professores. É colocado pela BNCC (BRASIL, 2018) que o professor tem um papel frente a formação dos alunos como cidadãos. Precisamos preparar estes alunos para viver em sociedade, e também mediar a interação do aluno com as tecnologias, até porque o mundo está cada vez mais tecnológico, principalmente envolvendo tecnologias digitais.

Lecionar Matemática, em especial neste trabalho lecionar Probabilidade, é um grande desafio saber promover ensino e aprendizagem a jovens com tantas variáveis que circulam o universo do aluno. Fazer esta aprendizagem visando além dos vestibulares, a sua aplicação na vida cotidiana é o principal objetivo do professor que quer um aluno competitivo como vestibulando, mas também atuante em sociedade. Para tal, pode se valer de videoaulas.

2.1 O uso de videoaulas no ensino médio

A utilização de tecnologia nas metodologias de ensino tem possibilitado levar algumas inovações para o ambiente de aprendizado em proporções diferentes de acordo com o potencial financeiro e interesse de investimento de cada instituição de ensino. Um exemplo são as instituições que buscam ensino a distância e precisam promover diversos conteúdos digitais e de diferentes formas com a maior qualidade possível.

Alguns canais educativos já contam com equipamento de grande qualidade de vídeo, áudio, iluminação, edição e provavelmente com muitas pessoas envolvidas na elaboração de seus vídeos. Como é o caso do canal Descomplica² que em 25/11/2020 contava com 3,27 milhões de inscritos e possui milhões de visualização em seus vídeos de conteúdos diversos voltados principalmente para o ensino médio. Cerca de 24,3 milhões de crianças e

² <https://descomplica.com.br/tudo-sobre-enem/novidades/matematica-enem/>

adolescentes, com idade entre 9 e 17 anos, são usuários de internet no Brasil, o que corresponde a cerca de 86% do Total de pessoas dessa faixa etária no país” (MASSALLI 2019, p. 21).

Tabela 01 – Disponibilidade de recursos nas escolas de ensino médio no Brasil em 2018

Recurso	DEPENDÊNCIA ADMINISTRATIVA					
	Total	Pública	Federal	Estadual	Municipal	Privada
Bib./sala de leitura	87,5%	85,7%	98,1%	85,4%	82,7%	91,9%
Banheiro (dentro/fora)	97,1%	96,4%	99,8%	96,3%	99,5%	98,8%
Banheiro PNE	62,5%	60,0%	93,8%	59,1%	57,6%	68,7%
Dependências PNE	46,8%	44,3%	79,5%	43,4%	37,7%	52,7%
Lab. de ciências	44,1%	38,8%	83,4%	37,5%	28,8%	57,2%
Lab. de informática	78,1%	82,1%	98,8%	81,8%	64,4%	68,4%
Internet	95,1%	93,6%	99,3%	93,5%	85,9%	98,7%
Banda larga	84,9%	81,1%	95,1%	80,8%	70,2%	94,1%
Pátio (cob./desc.)	79,2%	74,8%	89,9%	74,2%	88,0%	90,1%
Quad. esp. (cob./desc.)	75,9%	72,8%	70,0%	72,8%	73,3%	83,6%

Fonte: INEP/Censo Escolar 2018.

Videoaulas são aulas gravadas em formato de vídeo. Uma vez que estão dispostas em plataformas online e gratuitas como o Youtube gera pontos interessantes de utilização dessa metodologia para aqueles que possuem tecnologia e recursos. Segundo Júnior (2019) “Quando estiver em um ônibus e for impossível ler porque está balançando muito, você pode colocar seus fones de ouvido e assistir a uma videoaulas no celular”. Claro que é um ambiente cheio de distrações, mas já é uma absorção de conteúdo que irá contribuir com sua performance em aula.

Videoaulas tendem a ter uma liberdade muito grande de abordagens e exemplificações que são inviáveis em sala de aula. Durante uma videoaulas pode-se colocar imagens e trechos de vídeos para facilitar o entendimento. Pode-se, também, ter o formato de folha e pincel que é quando o professor filma somente a folha que está escrevendo, filmagens de quadro e pincel, filmagens de slides e escrita com mesa digitalizadora ou simplesmente filmagens do professor falando seu conteúdo teórico, além de várias outras abordagens para explicação.

Bergamann e Sams (2019, p. 9) utilizam de videoaulas para estudo extraclasse de seus alunos. No caso os autores colocam que os alunos aprendem o conteúdo por videoaulas no seu tempo extraclasse, aproveitando de todos os benefícios de otimização de tempo e

possibilidades de acesso que esta metodologia traz. Desta forma ele pode utilizar o tempo de aula para tirar dúvidas e gerar discussões sobre a aplicabilidade do conteúdo, gerando então otimização do tempo de aula e do tempo ocioso dos alunos para gerar aprendizagem.

Segundo Bergmann e Sams (2019, p. 3) criar ou utilizar de metodologias utilizando de videoaulas é trabalhoso inicialmente, pois gasta preparo de material, recursos de áudio, vídeo, iluminação, software de edição, ou seja, tempo e dinheiro empregados, mas uma vez o material feito é algo a ser utilizado várias vezes potencializando em muito o tempo de aula e preparos extraclasse tanto de professores quanto de alunos.

Segundo Oliveira e Standler (2014, p. 4) o processo de elaboração de videoaulas é dividido em algumas etapas. Na primeira é definido o tema a ser abordado, a forma mais prática de se abordar o conteúdo e definição dos recursos audiovisuais a serem utilizados. A segunda etapa é a roteirização, na qual é definido todo o conteúdo do vídeo a fim de facilitar o processo de ensino-aprendizagem por parte do aluno e este roteiro deve ser validado (aprovação da equipe envolvida se for o caso). Depois é passado para a produção dos recursos, na qual é criado as animações e ilustrações necessárias e pôr fim a parte de filmagem e edição.

O processo de produção de videoaulas primeiro é necessário o planejamento, no qual se defina cada item de forma cronológica, linguagem que é a identificação do seu público e adaptação da linguagem ao público, gravação e edição que lida com diversos softwares e equipamentos.

É preciso vários cuidados como uma boa edição, saber regular e investir em iluminação de ambiente e fundo, harmonizar cores, entre outros. É um mundo cheio de possibilidades inclusive mais simples, baratas e acessíveis a todos, como o caso de se usar um software para filmar a tela do computador enquanto trabalha em um slide, celular ou algum dispositivo com microfone para poder captar um áudio, equipado com os materiais necessários já temos uma videoaula pronta para se disponibilizar a diversos estudantes de qualquer lugar do mundo.

2.2 Ensino de contagem e probabilidade

Gerolamo Cardano foi o primeiro homem a trazer noções mais aprofundadas sobre probabilidade. Segundo Tomaz (2011, p. 2) “[...] ele foi o primeiro homem na história a sistematizar dados e a entender a lógica de alguns processos que até então eram tidos como aleatórios para grande parte da humanidade”. Tal conhecimento de Cardano foi publicado em 1663 em um livro chamado “O livro dos jogos de azar” que só veio realmente a ser publicado mais de 100 anos após sua morte.

Apesar da probabilidade e estatística ter começado a partir da análise de jogos de azar, hoje, ela já se revela importante na interpretação de diversas situações na vida cotidiana. Saber interpretar dados quantitativos de probabilidade e estatística impactam juntamente com a capacidade individual de correr riscos nas tomadas de decisões como é colocado por Alves (2020):

Quando pensamos em tomada de decisão, sabemos que os indivíduos fazem isso o tempo todo, tendo ou não consciência. São muitos os contextos em que os julgamentos e as escolhas acontecem, incluindo os de natureza pessoal, familiar, acadêmica e profissional. Contudo, nem sempre parece que estamos no comando. (ALVES, 2020, p. 30).

Ainda sobre nossa capacidade individual de aceitar uma determinada taxa de risco em nossas decisões, Alves (2020, p. 30) coloca que podemos ser impulsivos em relação a determinadas decisões, e também emotivos deixando que nossos sentimentos nos guiem ao invés da razão, e em outros casos ficamos paralisados perante a incerteza.

Se é preciso saber interpretar dados quantitativos de probabilidade e estatística para as tomadas de decisão na vida cotidiana, então é preciso ressaltar a importância do letramento probabilístico e estatístico. Segundo Moraes (2017, p. 30) “Em todas as esferas da vida, dispomos e mobilizamos diferentes práticas de letramentos para que possamos interagir e sobreviver”.

A BNCC (BRASIL 2018, p. 520) coloca probabilidade e estatística como um dos campos que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. É colocado ainda que este campo deve ser utilizado para interpretar, construir modelos e resolver

problemas em diversos contextos de modo a construir uma argumentação consistente. O ensino de probabilidade além de se mostrar necessário no cotidiano, é de fundamental importância para a continuidade dos estudos após o ensino médio. Nesta ótica, é colocado por Moura:

Em referência ao ensino de probabilidade no 3º ano do ensino médio, cresce a preocupação do sucesso de uma eficaz aprendizagem para a continuidade dos alunos em seus estudos, focando também processos seletivos e concursos futuros, e para independência em suas ações ao longo de suas vidas. (MOURA, 2020, p. 21).

O ensino de probabilidade se dá de formas diferentes no ensino fundamental e médio. Comparando o ensino de probabilidade no ensino médio em relação ao fundamental Filho afirma:

As noções de probabilidade são ampliadas, pois o estudante deve também desenvolver a habilidade de reconhecer os diferentes tipos de espaços amostrais, sejam eles discretos ou não, eventos não equiprováveis, bem como analisar as implicações dessas características no cálculo de probabilidade. (FILHO, 2020, p. 35).

Jogos assim como tecnologias são recursos dos quais podem auxiliar no ensino de probabilidade. Para Carloni (2019 p. 52) vivemos na era das tecnologias, na qual estudantes convivem a todo tempo com as mesmas, isso faz necessário que este recurso seja utilizado para facilitar o entendimento do aluno e despertar seu interesse pelo ensino de probabilidade.

Na educação básica, muitas vezes o ensino da probabilidade não recebe a devida atenção. Assim, é necessária uma metodologia que transforme a realidade da memorização de conteúdos e fórmulas em um ensino que desperte o real interesse por uma aprendizagem significativa. (CARLONI, 2019, p. 52).

Uma vez que tecnologias são citadas como necessárias ao estudo de probabilidade, relacionando então com o que já foi passado sobre videoaulas, tornam-nas uma possibilidade como recurso e estratégia motivacional para o ensino de probabilidade e estatística. Segundo Estevam e Kalinke (2013, p. 106) as TICs podem caracterizar uma ferramenta de apoio poderosa ao ensino, visto que favorecem a tomada de consciência e compreensão de

determinados conceitos estatísticos e probabilísticos. E ainda apontam que Tecnologias de Informação e Comunicação facilitam o entendimento do conteúdo.

A probabilidade envolve o conhecimento de contagem, e ambos detêm de situações em que há padrões em seu desenvolvimento. “O uso da tecnologia na educação contribui para a compreensão de gráficos e modelos matemáticos, para a identificação de padrões e para auxiliar o raciocínio matemático” (FARIA, 2017, p. 41).

As tecnologias na educação facilitam a identificação de padrões, algo fundamental no ensino de probabilidade e estatística. Todo meio pedagógico que leve conforto e facilidade aos alunos no ensino de matemática sem excluir e causar danos aos seus participantes é válido para ser explorado, e as tecnologias trazem diversas possibilidades neste sentido.

3. COLETA DE DADOS

Neste capítulo, apresentaremos a coleta de dados realizada em 2020 com os 14 alunos do Ensino Médio da Escola Estadual "Quintino Vargas", localizada na cidade de João Pinheiro, MG. Dos quatorze alunos, todos assistiam as videoaulas, no entanto dois deles não frequentavam a escola às quintas e sextas-feiras, porém assistiam as videoaulas e encaminhavam suas dúvidas pelo WhatsApp quanto no Google Meet.

O primeiro capítulo foi a fase de revisão bibliográfica realizada entre agosto de 2019 a julho de 2020 que culmina na construção das sequências didáticas e dos vídeos, o segundo momento a fase com os alunos.

Nas sessões a seguir encontrará todo o embasamento teórico que serviu de base para o desenvolver das sequências didáticas dispostas nos apêndices de 01 a 04, dos vídeos e de como se deu toda a intervenção com os alunos.

3.1 Sequências didáticas e videoaulas

Para as sequências didáticas, foram utilizados diversos livros e sites tratando da elaboração de videoaulas, metodologia ativa, e ensino de probabilidade para a elaboração das sequências didáticas. Vale ressaltar que inicialmente toda essa intervenção foi planejada para uma realidade de sala de aula, devido à pandemia de COVID-19, no ano de 2020, todo o material teve que ser adaptado para o universo.

Assim sendo, as vídeoaulas foram construídas para serem utilizadas como um recurso prévio de aula, isto é, antes de cada semana, foi enviado aos alunos o link do YouTube, das respectivas videoaulas, pelo “whatApp” da turma. Vídeoaulas essas com reflexões sobre o conteúdo e sua aplicabilidade e importância dos mesmos. Sendo assim, foi preparado, então, material para quatro semanas. Deste modo, a primeira semana contou com os vídeos 01 e 02, a segunda com os vídeos 03 e 04, a terceira com os vídeos 05 e 06 e a última semana com três vídeos, sendo eles os vídeos 07, 08 e 09.

Já tendo visto o exposto pelas videoaulas, eles utilizaram do tempo de aula para gerar discussões sobre o assunto, refletirem sobre situações e aplicabilidades da matéria e resolverem diversas situações matemáticas.

Para o desenvolvimento do conteúdo abordado foi levado em conta as habilidades exigidas pela BNCC:

(EM13MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades (...), (EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos. (...) (EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades. (...) (EM13CNT205) Utilizar noções de probabilidade e incerteza para interpretar previsões sobre atividades experimentais, fenômenos naturais e processos tecnológicos, reconhecendo os limites explicativos das ciências. (BRASIL 2018, p. 529-543).

São habilidades que procuram propiciar aos alunos competências para aliar o que foi aprendido em sala de aula com o contexto que vivenciava e vivenciará fora da escola.

O Quadro 02 contém informações dos vídeos, como título, duração e link de acesso.

Quadro 01 - Informações sobre os vídeos utilizados

Vídeo	Título	Duração	Link
01	A importância da probabilidade e estatística na vida cotidiana.	1:52	https://www.youtube.com/watch?v=A5_5FCW2Y9M&t=3s&ab_channel=ProfessorDhyego
02	Curiosidades sobre probabilidade e o conceito de espaço amostral.	2:40	https://www.youtube.com/watch?v=4VWtxiIcZww&t=23s&ab_channel=ProfessorDhyego
03	Combinação com repetição e permutação circular.	5:59	https://www.youtube.com/watch?v=tfoDQbwrlx0&ab_channel=ProfessorDhyego
04	Probabilidade.	4:33	https://www.youtube.com/watch?v=Xnl5WLa7qw&t=3s&ab_channel=ProfessorDhyego
05	Probabilidade Condicional.	6:12	https://www.youtube.com/watch?v=lBZigE8iAAI&ab_channel=ProfessorDhyego
06	Eventos complementares.	4:25	https://www.youtube.com/watch?v=TKCjWH6r784&ab_channel=ProfessorDhyego
07	Exercícios sobre Contagem.	5:30	https://www.youtube.com/watch?v=QeCuoEm6e_M&t=184s&ab_channel=ProfessorDhyego
08	Exercícios sobre Probabilidade	5:40	https://www.youtube.com/watch?v=y12YfpCDvsc&ab_channel=ProfessorDhyego
09	Exercícios sobre Probabilidade	7:30	https://www.youtube.com/watch?v=4nowrTbiKgk&t=72s&ab_channel=ProfessorDhyego

Fonte: O Autor

Os vídeos foram elaborados na perspectiva de Posamentier e Krulik (2014, p. 16), Jonathan Bergmann e Aaron Sams (2019, p. 11), e em sintonia com as habilidades e competências levantadas pela BNCC, contudo para abordar o conteúdo de probabilidade nas videoaulas foi necessário considerar de um ano para o outro, pois é possível que parte do conteúdo seja esquecido, ou que tenha ocorrido aprendizado insuficiente por parte de alguns alunos. Assim se optou por abordar preliminarmente os conteúdos de contagem, como seus conceitos e probabilidade.

O vídeo 01 considerou o exposto por Posamentier e Krulik (2014, p. 18) sobre uma das maneiras de se motivar os estudantes de ensino médio para a matemática, que é explicar aos alunos a utilidade do tema que será tratado em aula. “Aqui, uma aplicação prática é apresentada no início da aula. A aplicação selecionada deve ser de interesse verdadeiro para a turma, breve e não muito complicada, de modo a motivar a aula, em vez de ofuscá-la” Posamentier e Krulik (2014, p. 18).

Em 2020 os noticiários expuseram dados quantitativos sobre a pandemia de COVID-19, suas mortes, probabilidade de contágio, grupos de risco, entre outros assuntos. É então utilizado dessa situação vivenciada por eles para se trabalhar a necessidade de se saber interpretar dados quantitativos para as tomadas de decisões na vida cotidiana.

O vídeo 02 utiliza a maneira de contar uma história pertinente. Segundo Posamentier e Krulik (2014, p. 19) “A narrativa de um evento histórico ou de uma situação pode motivar os alunos”. Desta maneira o vídeo aborda a história da probabilidade, como ela começou e evoluiu, e ainda preliminarmente apresenta os conceitos de espaço amostral e experimento aleatório.

Os vídeos 03 e 04 abordam combinação com repetição, permutação circular e probabilidade. Em especial, o Para o vídeo 03 considera, conforme apontado pela BNCC a necessidade de relacionar o conteúdo com a vivência do aluno, então situações do cotidiano foram incluídas para apresentar o conteúdo aos alunos.

Para a parte de permutação circular foi utilizada a maneira motivacional citada por Posamentier e Krulik (2014, p. 18) de descobrir um padrão. “A criação de uma situação que leve os alunos a “descobrir” um padrão pode, muitas vezes, ser bastante motivadora, já que eles têm prazer em encontrar e, em seguida, “apropriar-se” de uma ideia” Posamentier e

Krulik (2014, p. 18). Assim, o professor mostra a construção de vários casos de permutação circular aumentando um elemento a cada caso, deste modo, levando o aluno a descobrir a fórmula matemática relacionada ao conteúdo.

Sobre combinação com repetição é utilizado da obra de Posamentier e Krulik (2014, p. 18) a motivação de instigar a turma com um resultado surpreendente. “Resultados inesperados muitas vezes intrigam os alunos e estimulam a sua curiosidade” (POSAMENTIER, KRULIK, 2014, p. 18). No caso é usada a situação de escolha de sorvetes, primeiramente com situações de fácil contagem com poucos elementos, e por último uma situação na qual é pedido uma escolha de 6 bolas de sorvete tendo a disposição 10 sabores, e o resultado é 5005 possibilidades.

No vídeo 04 é trabalhado os conceitos que envolvem o cálculo de probabilidade. Neste aspecto é utilizado a motivação de utilizar materiais feitos pelo professor ou vendidos prontos como por exemplo a obra de Posamentier e Krulik (2014, p. 18), no qual são apresentadas situações com dados e baralhos, jogos comuns aos alunos, para trabalhar os conceitos e o cálculo de probabilidade.

O vídeo 05 refere-se ao conteúdo de probabilidade condicional, assim como no vídeo anterior é utilizado de uma situação com dados, e ainda é acrescentada uma situação de sorteio, trabalhando a mesma motivação do vídeo passado. Segundo Posamentier e Krulik (2014, p. 18) “Ao serem desafiados intelectualmente, os alunos reagem com entusiasmo”.

No vídeo 06, primeiramente, é explicado o conteúdo com uma situação também envolvendo dados. Ao final do vídeo é apresentado um exemplo clássico de matemática do qual se trabalha um resultado surpreendente. Porém diferente de como foi tratada essa motivação no caso de combinação com repetição, resultado não é dado em vídeo. Os alunos deixam suas respostas no formulário do vídeo gerado pelo Google Forms, para assim o professor utilizando da resposta dos alunos poder instigar discussões em aula e lá apresentar o resultado para os alunos.

Os vídeos 07, 08 e 09 possuem o objetivo em explorar a resolução de listas de exercícios para consolidar todo o conteúdo. Para estes vídeos são questões de vestibulares.

3.2 Intervenção com os alunos

A intervenção foi realizada com alunos do terceiro ano do ensino médio, turma 301, de uma escola na cidade de João Pinheiro, Minas Gerais. Uma vez definida, que a intervenção teria duração de quatro semanas, colocamos a primeira delas para revisão do conteúdo de contagem, seus conceitos e aplicabilidades no cotidiano, pois os alunos precisariam ter uma boa base antes de irem para os conceitos e aplicabilidades do conteúdo de probabilidade, inclusive conseguindo aplicar este conhecimento no seu dia a dia.

As videoaulas foram construídas para serem utilizadas como um recurso prévio de aula, isto é, antes de cada semana, é enviado aos alunos através de link das respectivas videoaulas no YouTube trazendo reflexões sobre o conteúdo, fazendo com que os alunos aprendam sobre a matéria, reflita sobre sua aplicabilidade e importância em suas vidas. Já tendo visto o exposto pelas videoaulas, os alunos utilizariam do tempo de aula para gerar discussões sobre o assunto, refletir sobre situações e aplicabilidades da matéria, e resolver diversas situações matemáticas.

Devido ao distanciamento social causado pela pandemia de COVID-19, e também as medidas tomadas pelo governo do estado de Minas Gerais a partir de Março de 2020, a intervenção passou por vários ajustes. Antes seria uma ação dentro do espaço de sala de aula normal, na rotina do professor pesquisador.

Com a pandemia, optou por convidar os estudantes e realizar as atividades, com aqueles que aderirem ao convite e possuíssem a tecnologia necessária, que contou com o consentimento da direção escolar. Por fim, foi decidido que esta intervenção seria um estudo a parte do cronograma do ensino médio, sendo desenvolvido em um turno inclusive diferente. Os alunos são do matutino, porém devido ao contexto, as aulas foram desenvolvidas pelo Google Meet às 19h das segundas e quintas-feira.

O próximo passo foi então a obtenção da autorização dos pais dos alunos via Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Vale ressaltar que a todo momento os alunos poderiam decidir por abandonar a pesquisa, ou mesmo decidir por não ter seus dados divulgados.

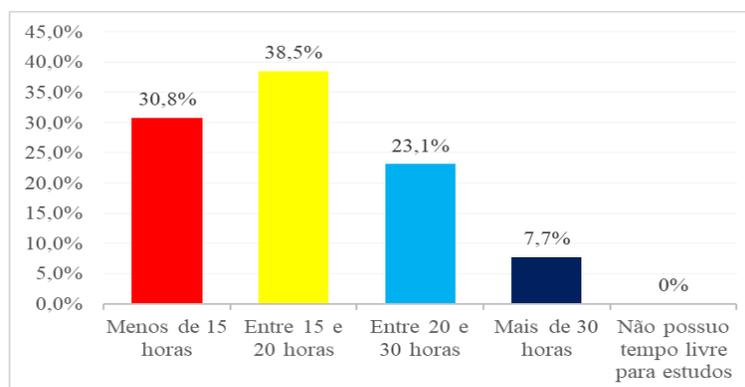
Quatorze alunos aceitaram participar com ressalvas, dois desses pediram que as vídeoaulas fossem, pois não poderiam estar presentes em todas. Uma vez que as aulas ocorriam nas segundas e quintas-feiras às 19h e dois deles por motivos particulares vez ou outra precisavam faltar nas quintas-feiras, assim foi feito e os 14 alunos mantiveram-se até o final das quatro semanas

De todo modo o professor gravou as aulas e disponibilizou as gravações e os slides utilizados a todos os alunos após as aulas, e também se disponibilizou a retirar dúvidas a todo tempo pelo WhatsApp dando-lhes liberdade de enviarem suas mensagens a qualquer dia e hora da semana.

Após a obtenção dos documentos TALE e TCLE dos participantes foi aplicado o Questionário 01, ver apêndice 05, diagnóstico sobre o conteúdo a ser explorado nas aulas remotas, no intuito de obter um direcionamento das aulas observando pontos chaves não contemplados pelo conhecimento prévio dos alunos.

A questão 1 foi: quantas horas por semana você possui livre que poderia estar utilizando para estudar?

Gráfico 01 – Tempo livre dos participantes

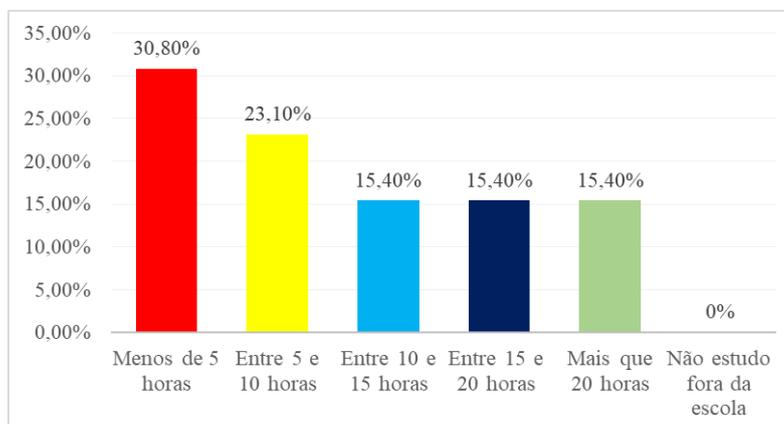


Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Dentre as respostas obtidas, conforme o gráfico 01, todos os participantes têm tempo livre para estudo, pois 38,5% têm entre quinze a vinte horas, 30,8% dos alunos têm entre 15 a 20 horas, 23,1% têm entre 20 e 30 horas livre e 7,7% tem mais de 30 horas livre e 0% não tem tempo livre para os estudos.

Quando questionados na segunda pergunta sobre quantas horas conseguem se dedicar aos estudos por semana (estudos de todas as matérias).

Gráfico 02 – Horas dedicadas ao estudo por semana dos participantes

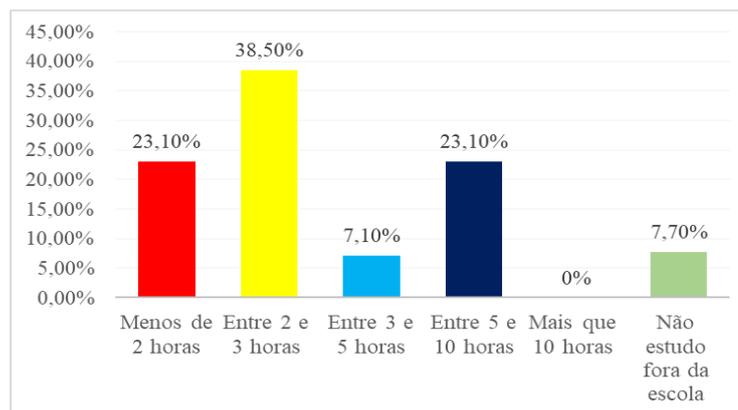


Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

30,8% dedicam menos de 5 horas, 23,1% dedicam entre 5 e 10 horas. Tivemos a mesma porcentagem, 15,4%, para os que dedicam entre 10 e 15 horas e entre 10 e 15h, já 15,5% dedicam-se mais que 20 horas e nenhum deles estudam fora de casa.

3). Quantas horas consegue dedicar aos estudos de matemática por semana de forma extraclasse?

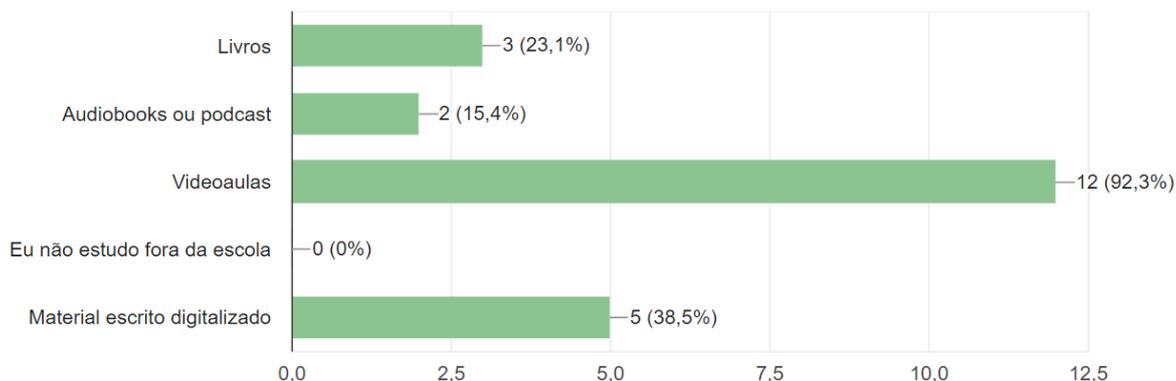
Gráfico 03 – Horas dedicadas ao estudo de matemática por semana



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

4) Qual o recurso você mais utiliza em seus estudos extraclasse?

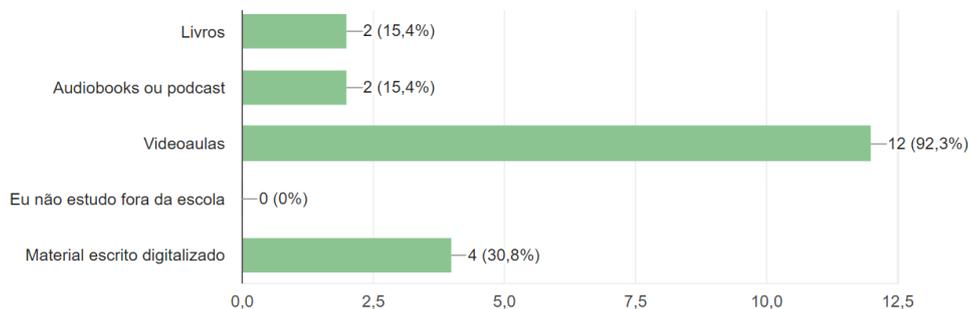
Gráfico 04 – Preferência de recursos no estudo extraclasse



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

5) Qual o método de estudo que você mais utiliza em seus estudos de matemática extraclasse?

Gráfico 05 – Preferência de recursos no estudo extraclasse de matemática



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Após a aplicação do primeiro questionário, teve-se início a intervenção metodológica com as videoaulas que já estavam gravadas junto ao desenvolvimento das sequências didáticas elaboradas. Com a intenção de instigar a busca por conhecimento dos alunos, antes da aula foi enviado a turma os vídeos referentes ao conteúdo da semana seguinte. Ao final de alguns vídeos foram deixados problemas para o aluno refletir a fim de trazer curiosidades relevantes e dúvidas para as aulas seguintes e ainda motivar os alunos com os estudos de matemática.

O professor colheu informações e opiniões dos alunos a respeito da aprendizagem matemática, ao estudo em casa, e também sobre a metodologia de estudo com videoaulas. É

necessário também a observação dos discentes em relação as dúvidas e comentários que foram surgindo de forma extraclasse e também a frequência nas aulas

Antecedendo a cada aula, o professor envia para a turma o link de acesso a sala pelo Google Meet, a medida que os alunos foram entrando o professor vai fazendo sua recepção e com a presença de todos no devido horário se dá o início das aulas. Da mesma forma ao final das aulas o professor agradece a presença e participação de todos e envia a lista de exercício, ou as videoaulas para a semana seguinte. Sobre aspectos relevantes a pesquisa que ocorreram ao longo das aulas, segue descrito estes pontos referentes as duas aulas de cada uma das quatro sequências didáticas.

3.2.1 Pontos relevantes aula 01 da sequência didática 01: 03/08/2020

O professor iniciou a primeira aula com 14 alunos, nela apresentou sobre a importância de interpretar dados quantitativos na vida cotidiana baseada nas respostas dos questionários dos vídeos 01 e 02 e também sobre o conceito de espaço amostral, neste ponto falamos do fator “coragem” para se tomar decisões baseados em dados quantitativos e o quanto os números publicados diariamente sobre a pandemia de COVID-19 vem afetando as decisões e rotinas.

Ao final da discussão se deu início a aula sobre contagem. Alguns alunos reclamaram do sinal de internet no início desta aula. Uma vez que esta pesquisa é desenvolvida em uma cidade do interior sem tanta infraestrutura, já era algo esperado, o fato de gravar a aula favoreceu aqueles que uma vez ou outra tiveram problemas com o sinal da internet.

Na parte de contagem os alunos demonstraram entender com facilidade o princípio multiplicativo e anagramas. A parte de arranjo foi ensinada tanto com a abordagem do princípio multiplicativo, quanto com sua fórmula. Os pontos que levantaram maior dúvida dos alunos foram na parte interpretativa de quando utilizar arranjo e combinação e em como simplificar os fatoriais principalmente na fórmula de combinação.

Para facilitar o professor utilizou um tipo de rima, que teve grande aceitação dos alunos desta aula em diante. Foi dito o seguinte: A ordem importa? Se “arran” então se usa “arranjo” se não, então se usa combinação. Na parte de simplificação foi utilizado alguns exemplos de combinação e com o recurso de marca texto do PowerPoint foi dando destaque

aos números que poderiam simplificar deixando o resultado final mais fácil para ser calculado pelos alunos.

Ao final da explicação, alguns alunos pediram para voltar em alguns exercícios, como o que pergunta de quantas maneiras que se pode ir da cidade X para a cidade Y. Neste exercício se usa o princípio multiplicativo, mas também se usa a soma de possibilidades, essa interpretação precisou ser reforçada. A parte de anagramas foi sugerido pelos alunos algumas palavras que com o auxílio da mesa digitalizadora foi feito seus anagramas e sanados as dúvidas em relação ao conteúdo da aula. Não houve nenhuma reclamação dos alunos sobre os vídeos, e o material dos mesmos serviu bem para gerar as discussões iniciais da aula.

3.2.2 Pontos relevantes aula 02 da sequência didática 01: 06/08/2020

No decorrer da semana antes da aula 02, os alunos enviaram suas resoluções, assim como algumas dúvidas. Até este ponto o que ainda surgiu de dúvidas foi sobre diferenciação de arranjo e combinação na interpretação dos exercícios, e em como simplificar os fatoriais nas fórmulas de combinação. As dúvidas foram bem mais presentes nos alunos faltosos da aula 01.

Os alunos até este ponto do estudo ainda têm uma certa dificuldade em pensar no princípio multiplicativo. O que foi sanado em aula em relação a palavra “distintos”. Por exemplo, na questão da urna de sorteio de prêmios enumerada de 0 a 9, da qual dela iria ser sorteado 6 algarismos distintos, foi perguntado aos alunos como fica esta resolução sem a palavra “distintos”. Foi dado alguns minutos para que os alunos pensassem e pudessem discutir o problema. Esta dúvida não surgiu nos exercícios subsequentes.

Foi nítido que os alunos faltosos na primeira aula, tiveram um pouco mais de dificuldade na resolução da lista e no entendimento da segunda aula. Em geral, na visão do professor os alunos aprenderam o conteúdo, porém exercícios que dispõem de muita interpretação, alguns alunos ainda possuem dificuldades em saber como atacar a situação.

3.2.3 Pontos relevantes aula 01 da sequência didática 02: 10/08/2020

É falada sobre a importância de probabilidade e também situações em que se utiliza combinação com repetição e permutação circular. Terminada as discussões preliminares sobre o conteúdo dos formulários e relevância da matéria, é passado então para a resolução de situações envolvendo combinação com repetição e permutação circular. Na parte de combinação com repetição, os alunos não demonstraram dificuldade em diferenciar o que são os elementos a serem distribuídos e o que são suas vagas.

Em permutação circular, os alunos em aula não demonstraram grande dificuldade nas situações simples em que tem que se colocar de forma circular de N pessoas ou objetos. Foi proposta uma questão onde fala que seis pessoas vão se sentar de forma circular, e duas delas muito amigas que vão se sentar juntas, neste exercício, os alunos tiveram mais tempo de interpretação para poder decifrar como iriam adotar o método de contagem. Após alguns minutos, um aluno conseguiu expor a resposta correta, lembrando que este exercício dispense de um nível de interpretação maior.

Terminado as explicações sobre contagem, começa o assunto de probabilidade. Mais uma vez há uma breve discussão de situações que se empregam probabilidade na vida cotidiana. É colocado situações envolvendo economia, ingresso no ensino superior, vestibular e tomadas de decisões.

Após a discussão é explicado o que é o conjunto evento, novamente o que é espaço amostral e como simbolizar o número de elementos do conjunto evento e espaço amostral. Posteriormente é dada a fórmula de probabilidade e apresentadas algumas situações para que os alunos discutam o processo de resolução utilizando o cálculo de probabilidade.

Durante a resolução das situações propostas ressaltou-se as maneiras de se representar a probabilidade de algum evento, seja na forma de fração reduzida, decimal e porcentagem. Neste momento os alunos não expressaram grande dificuldade nas resoluções dos problemas.

Na sequência é colocado novamente para os alunos a pergunta do Truco Mineiro disposta no questionário do vídeo 04, já que muitos alunos caíram no “pega” da quantidade total de cartas. O professor orientou os alunos a averiguarem a quantidade do total de casos possíveis de um experimento para o acerto das atividades de probabilidade.

Por fim, o professor pergunta aos alunos se ficou alguma dúvida e se querem voltar a explicação de alguma atividade. Retirando as dúvidas restantes o professor agradece a participação dos alunos e se despede. No grupo é colocado a lista de exercícios da qual é baseada a aula 02 e também o link para assistir novamente a aula no Google Drive. Nesta aula estavam presentes 13 alunos.

3.2.4 Pontos relevantes- Aula 02 da sequência didática 02: 13/08/2020

É colocado um exercício que pede para que no caso do nascimento de três filhos, qual a probabilidade de quem tenha ao menos uma menina. O interessante da questão citada acima é que gerou discussão entre os alunos para se saber como contar estes casos favoráveis. O total de casos possíveis foi facilmente encontrado por todos. Na discussão alguns alunos revelaram ter descrito todas as possibilidades e assim contado uma a uma os elementos do evento. Porém, com incitação do professor com algumas perguntas, os alunos conseguiram intuitivamente pensar no complementar de evento sem mesmo ter tido o contato com essa matéria para a resolução do exercício de forma mais simples.

A todo tempo o professor relembra aos alunos como representar o conjunto evento, o espaço amostral e como representar o número de elementos dos casos favoráveis e dos casos possíveis de um experimento aleatório. Durante algumas aulas inclusive são perguntadas a diferença entre experimentos aleatórios e não aleatórios, assim como toda parte conceitual de probabilidade e contagem para que os alunos consolidem este conhecimento.

Ao final da aula o professor cria algumas situações para ser discutido o método de contagem de elementos do evento e dos casos possíveis. Como por exemplo uma questão na qual é necessário utilizar combinação com repetição para calcular os casos favoráveis e possíveis assim como outra situação na qual precisaria de permutação circular para contar também os casos favoráveis e possíveis. Desta maneira evidenciando para os alunos a relação do conteúdo de contagem e de probabilidade.

3.2.5 Pontos relevantes aula 01 da sequência didática 03

Probabilidade condicional e eventos complementares costumam ser o conteúdo de maior interpretação a nível do ensino médio. Portanto o professor já espera grande dificuldade da turma na parte de interpretação de texto para este conteúdo.

O professor inicia a aula com a explicação do que é probabilidade condicional e também lembrando o que é intercessão de conjuntos.

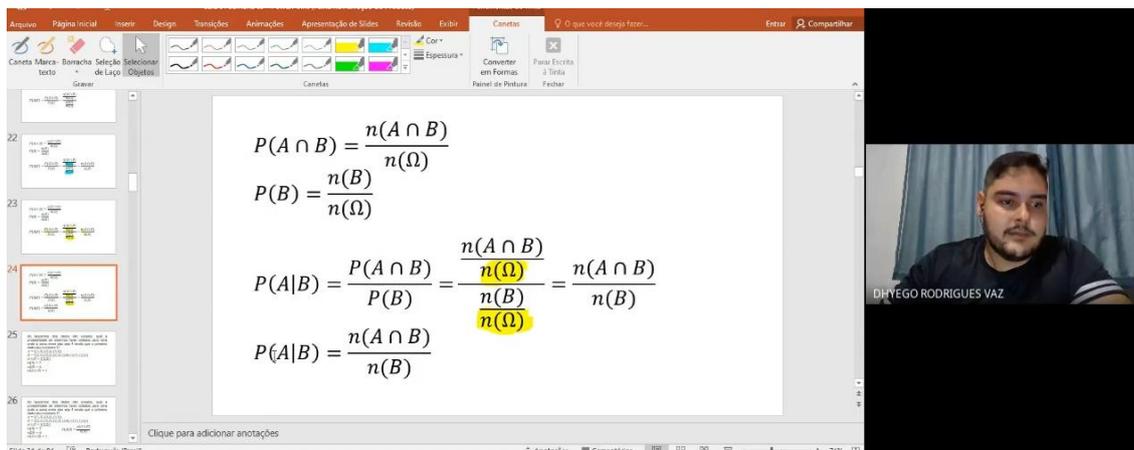
O professor expõe o exercício que pede o seguinte: Ao lançarmos dois dados não viciados, qual a probabilidade de obtermos faces voltadas para cima, cuja soma entre elas seja 4 sendo que o primeiro dado saiu o número 02? Neste momento o professor pergunta aos alunos qual o evento que já ocorreu e qual evento o exercício está pedindo. Assim com a argumentação dos alunos a resposta vai sendo construída, como as reflexões dos alunos sobre cada aspecto que está sendo pedido.

É colocado então o conjunto do evento A (o evento que foi pedido), o conjunto do evento B (o evento que já ocorreu), e assim é perguntado aos alunos quais elementos estes conjuntos tem em comum.

Após deixar claro o que é o evento A , B e $A \cap B$ é colocado então qual seria o número de elementos de cada um desses conjuntos, é então calculado o número do total de possibilidades da soma de 2 dados, logo após é calculado a probabilidade de ocorrer $P(A \cap B)$, depois a probabilidade de ocorrer $P(B)$, e só então é calculada a $P(A|B)$.

Neste ponto é o conteúdo mais complexo exposto até o momento e os alunos pedem para voltar a explicação algumas vezes. Sanadas as dúvidas, o professor para facilitar as resoluções seguintes para os alunos faz a simplificação da fórmula de probabilidade condicional como é mostrado na imagem a seguir.

Figura 01 – Simplificando fórmula



Fonte: O autor

Então dada a simplificação, é resolvido novamente a mesma situação anterior, só que agora utilizando a simplificação dada. Os alunos colocaram que ficou muito mais simples de entender e resolver a situação desta maneira, e também, que assim fica mais intuitivo a resposta a ser dada no exercício.

Depois passa para a explicação de eventos complementares. Primeiramente é lembrado aos alunos o conceito e também é dado situações simples e intuitivas para que eles resolvam utilizando os eventos complementares. Como por exemplo: Se a chance de algo acontecer é $\frac{1}{10}$, qual a chance de não acontecer? Os alunos instantaneamente vão dando as respostas certas para todas estas situações inicialmente simples.

Compreendido o que é eventos complementares é levantada a questão das três portas exposta ao final do vídeo 06. Através de perguntas os alunos vão construindo o desenrolar da questão até eles mesmos dizerem a resposta certa.

Os alunos, apesar de acertarem a resposta $\frac{2}{3}$, ficam mais alguns minutos digerindo a situação, pois realmente é um caso que causa alguma surpresa ao se definir o resultado. A seguir é colocada a mesma situação com as notações matemáticas e é desenvolvida sua solução de forma formal.

Em todos os exercícios de probabilidade condicional os alunos demonstraram ter entendido o conteúdo, porém apresentaram ter muita dificuldade em interpretação de texto.

Então em todos os exercícios foi necessário voltar a explicação algumas vezes, e a aula acabou durando um pouco mais de uma hora.

3.2.6 Pontos relevantes - Aula 02 da sequência didática 03

Durante os dias que antecederam a aula 02, os alunos foram mandando as dúvidas em relação a lista de exercícios. Mais uma vez os alunos demonstraram ter entendido o conteúdo, mas apresentam ter dificuldade na interpretação de texto. Os exercícios de probabilidade condicional a dificuldade dos alunos durante a resolução da lista se dá em identificar o que é o evento pedido e qual é o evento que já ocorreu. Já nos eventos complementares a dificuldade até o momento foi saber como identificar se deve utilizar o complementar de um evento.

Faltando alguns minutos para a aula o professor envia no grupo de WhatsApp da turma o link para acesso a aula no Google Meet. A medida que os alunos vão entrando o professor vai dialogando com os alunos sobre o que acharam de dificuldade no desenvolvimento da lista. Nesta aula esteve presente 10 alunos.

A cada resolução de exercício o professor coloca cada trecho da resolução em slides diferentes. Desta maneira, o professor vai construindo as perguntas e com elas os alunos vão colocando seus apontamentos e desenvolvendo assim a resolução do exercício.

Figura 02 – Simplificando fórmula

Ao lançarmos dois dados não viciados, qual a probabilidade de obtermos faces voltadas para cima onde a soma entre elas seja 6 sendo que o primeiro dado saiu o número 1?

$$A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$$

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$$

$$A \cap B = \{(1,5)\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$n(B) = 6$$

$$P(A|B) = \frac{1}{6}$$

Fonte: O autor

Para o slide da aula 2, foi apresentado em sala sete slides. O primeiro com o enunciado. Antes de mostrar o segundo slide é perguntado aos alunos: qual o experimento? É um experimento aleatório? Qual o evento que nos interessa? Os alunos responderam que o experimento é o lançamento de dois dados não viciados, que é um experimento aleatório pois tem vários resultados possíveis e não é possível prever com exatidão qual o resultado, e os alunos levantam que o evento que nos interessa é ter faces voltadas para cima, cuja soma entre elas dá o resultado 6.

Assim, é mostrado o segundo slide, no qual mostra apenas o conjunto A que definimos como “soma igual a 6”. É perguntado aos alunos então qual é o evento que já ocorreu, e eles responderam que é ter saído a face superior com o número 1 no primeiro lançamento do dado, assim mostrando o slide seguinte com o conjunto B . Logo é perguntado o que estes dois conjuntos têm em comum (sua intercessão). E eles respondem que é o elemento $\{(1,5)\}$.

Com isso é perguntado a turma, qual a quantidade de elementos possui esta intercessão, qual a quantidade de elementos do conjunto B e qual a probabilidade pedida pelo enunciado. Com a resposta dos alunos é mostrado os slides seguintes finalizando a explicação do exercício. Este padrão de resolução é dado durante todos os exercícios de todas as aulas.

Sobre a parte dos eventos complementares, inicialmente a dúvida dos alunos se dava em saber quando utilizar a noção do complementar de um evento. Assim o professor cria algumas situações e vai argumentando com os alunos. Como por exemplo: Vocês vão jogar dois dados comuns, qual a probabilidade que a soma entre eles seja menor do que 12? Então é perguntado aos alunos: O que é mais fácil, contar todas as somas menores do que 12, ou contar só as somas maiores ou iguais a 12 e retirá-las do nosso total de casos possíveis? Com este tipo de argumentação os alunos vão percebendo as facilidades da utilização do complementar de eventos.

Os alunos durante a resolução, demonstraram facilidade e assertividade em responder as perguntas do professor na construção da resolução dos exercícios. Com essas perguntas os alunos ficam bem atentos e confortáveis para desenvolver as situações. Porém quando são deixados sozinhos para desenvolver toda a interpretação e resolução das atividades, alguns ainda costumam demonstrar dificuldade em separar qual é o evento pedido e qual é o evento que já ocorreu.

Esta percepção é dada aos minutos finais da aula, nos quais é colocado alguns exercícios extras, e o professor deixa que os alunos tentem resolver e postarem seus comentários no chat ou falados no microfone aberto. Apesar das dificuldades encontradas nas aulas anteriores, neste momento de modo geral percebe-se uma maior facilidade dos alunos em lidar com as situações de eventos complementares e probabilidade condicional, demonstrando que houve aprendizado com a prática dos exercícios e aula.

3.2.7 Pontos relevantes - Aula 01 da sequência didática 04

Esta aula foi inteira pensada em resolução de exercícios, e por ser uma semana que trata de todos os conteúdos anteriores já vistos pelos alunos, então foi selecionado exercícios de uma dificuldade um pouco maior do que das semanas anteriores. Esta aula contou com a presença de 12 alunos.

O professor colocou o enunciado e deixa que os alunos tentem resolver e discutam suas resoluções através do chat e do microfone. A primeira questão trata de contagem, porém é uma questão de alta interpretação. Foi dado cinco minutos para os alunos discutirem seus desenvolvimentos. Após este prazo, o professor começa a intervir e conduzir com perguntas a assertividade dos alunos na referida questão. Este padrão de intervenção se manteve nas questões seguintes.

Teve um caso de uma questão que pergunta de quantas maneiras diferentes se pode expor em uma vitrine três tipos de refrigerantes tendo a disposição 6 tipos diferentes. Para esta questão muitos alunos deram a resposta 20 se tratando de um caso de combinação, já outra parte dos alunos deram a resposta 120 dizendo que se trata de uma questão de arranjo. Os alunos que disseram ser uma questão de combinação justificaram que o importante é o produto estar exposto na vitrine, e não sua ordem, por isto utilizaram combinação. Para finalizar a discussão, o professor mostra o gabarito oficial a turma, mostrando que consideraram como um caso de arranjo, porém a discussão continuou entre eles no grupo de WhatsApp dos alunos.

Os exercícios que dispendem de interpretação não tão elevada já são resolvidos com facilidade e rapidez pelos alunos, mostrando que possuem um certo costume e fluência em lidar com as situações. Entretanto, questão que dispendem de interseções de conjuntos ainda é

necessário fazer o diagrama de Venn para que os alunos consigam perceber com nitidez o desenrolar da resolução.

Esta aula extrapolou um pouco do tempo, ficando uma hora e nove minutos para terminar as discussões e sanar todas as dúvidas. Assim foi inteira pensada em resolução de exercícios, e por ser uma semana que trata de todos os conteúdos anteriores já vistos pelos alunos, então foi selecionado exercícios de uma dificuldade um pouco maior do que das semanas anteriores. Esta aula contou com a presença de 12 alunos.

O professor colocou o enunciado e deixa que os alunos tentem resolver e discutam suas resoluções através do chat e do microfone. A primeira questão trata de contagem, porém é uma questão de alta interpretação. Foi dado cinco minutos para os alunos discutirem seus desenvolvimentos. Após este prazo, o professor começa a intervir e conduzir com perguntas a assertividade dos alunos na referida questão. Este padrão de intervenção se manteve nas questões seguintes.

Teve um caso de uma questão que pergunta de quantas maneiras diferentes se pode expor em uma vitrine três tipos de refrigerantes tendo a disposição 6 tipos diferentes. Para esta questão muitos alunos deram a resposta 20 se tratando de um caso de combinação, já outra parte dos alunos deram a resposta 120 dizendo que se trata de uma questão de arranjo. Os alunos que disseram ser uma questão de combinação justificaram que o importante é o produto estar exposto na vitrine, e não sua ordem, por isto utilizaram combinação. Para finalizar a discussão, o professor mostra o gabarito oficial a turma, mostrando que consideraram como um caso de arranjo, porém a discussão continuou entre eles no grupo de WhatsApp dos alunos.

Os exercícios que dispõem de interpretação não tão elevada já são resolvidos com facilidade e rapidez pelos alunos, mostrando que possuem um certo costume e fluência em lidar com as situações. Entretanto, questão que dispõem de interseções de conjuntos ainda é necessário fazer o diagrama de Venn para que os alunos consigam perceber com nitidez o desenrolar da resolução.

Esta aula extrapolou um pouco do tempo, ficando uma hora e nove minutos para terminar as discussões e sanar todas as dúvidas.

3.2.8 Pontos relevantes - Aula 02 da sequência didática 04

Nesta aula buscou-se contemplar, em especial, a parte de maior dificuldade apontada pelos alunos que seria a probabilidade condicional e eventos complementares, e também a parte de combinação com repetição.

As dificuldades apontadas pelos alunos durante o desenrolar das resoluções, já foi bem menor que o demonstrado nas aulas anteriores. O que ainda gerou dúvidas dos alunos, foi em saber separar os conjuntos eventos da probabilidade condicional, e saber quando empregar o conhecimento de eventos complementares.

Para estes apontamentos o professor assim como nas aulas anteriores vai colocando perguntas durante a fase de resolução do exercício de modo que os alunos consigam construir com assertividade a construção da resposta.

Ao final da aula os alunos agradeceram o professor pela oportunidade de poder estar estudando diretamente com um professor uma vez que eles estão tendo pelo estado estudo apenas tutorado. De forma descontraída após o término da aula, o professor e alunos conversaram alguns minutos sobre como foi estar estudando pelo Google Meet, e também sobre as construções das videoaulas.

Nestas quatro semanas de estudos foram abordados os conteúdos de análise combinatória e probabilidade, envolvendo: arranjo, combinação, combinação com repetição, permutação, permutação circular, princípio multiplicativo, probabilidade, probabilidade condicional e eventos complementares. Estes conteúdos foram abordados em nove videoaulas, oito aulas e quatro listas de exercícios, além disto ainda foi aplicado dois questionários, um ao começo e outro ao final dos trabalhos para avaliar o conhecimento prévio do conteúdo e o grau de aprendizagem.

4 ANÁLISE DE DADOS

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) para uma boa análise de dados é necessário que se faça várias leituras dos dados coletados e separe os pontos comuns e divergentes adjacentes ao discurso, a fim de procurar o sentido, captar as intenções, constatar, avaliar e descartar o que não é essencial. Para Bartelmebs (2013) um trabalho de pesquisa deve deixar claro suas categorias para não ter sérios problemas estruturais em sua montagem. Assim foram levantados os pontos principais abordados pelos pesquisador e alunos e com eles a categorização das análises.

Seguindo as perspectivas de Fiorentini e Lorenzato (2012) e as de Bartelmebs (2013), buscou nesta pesquisa, categorizar as respostas afim de buscar o que havia de comum entre os argumentos dos alunos e o que havia de divergentes.

Neste trabalho os dados coletados na parte qualitativa foram classificadas as vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos com a devida análise do professor/pesquisador e a parte quantitativa mostrando os acertos da turma foi gerado os gráficos de cada ponto necessário. A estruturação destes dados leva em conta o desenvolvimento das habilidades da BNCC referentes ao conteúdo de probabilidade e contagem.

4.1 Questionário 1

O questionário 01 – ver apêndice 05 – aborda o ao conhecimento básico de contagem e probabilidade e foi respondido por 14 participantes. Em relação à pergunta um, sobre o espaço amostral do lançamento de uma moeda, 10 alunos acertaram, um ficou sem responder e três erraram.

Na pergunta dois, que trata do espaço amostral do lançamento de três moedas, quatro alunos acertaram, nove erraram e um não respondeu. Na pergunta três que trata da probabilidade de se obter apenas “caras” no lançamento de três moedas, foi obtido cinco respostas corretas, oito erraram e um deixou de responder.

Na pergunta quatro, sobre comissões de três pessoas, 12 alunos acertaram a resposta, uma resposta errada e um não respondeu. Na pergunta cinco sobre o primeiro ao terceiro lugar

de uma corrida com 5 atletas, obteve 5 respostas corretas e 9 erraram. Na pergunta 06 sobre quantas maneiras diferentes é possível usar 5 camisas e 4 bermudas, uma resposta errada e 13 corretas.

Na pergunta 07 sobre probabilidade de retirar um múltiplo de 5 de uma urna com bolinhas numeradas de 01 a 100, foi obtido 8 respostas corretas e os demais erraram. A pergunta 08 foi deixada aberta para os alunos, nela se pergunta a relação dos conteúdos de contagem e probabilidade. Suas respostas estão categorizadas a seguir.

Quadro 02– Relação dos conhecimentos de contagem e probabilidade na ótica dos participantes antes das aulas

Percepção sobre contagem e probabilidade (Corretas ou parcialmente corretas)	Percepção sobre contagem e probabilidade (Não condizentes)
O princípio fundamental da contagem é praticamente todo de probabilidade.	Ambos são formas de descobrir o total de vezes, combinações, frequência que se pode fazer ou acontecer algo.
A contagem é utilizada para a resolução de situações problema e a probabilidade estuda as chances da ocorrência de um resultado.	Uma das principais aplicações das técnicas de contagem é a resolução de problemas simples de probabilidade. O interesse dos matemáticos no estudo sistemático de probabilidades é relativamente recente e tem suas raízes no estudo dos jogos de azar.
A contagem é utilizada para a resolução de situações problema já a probabilidade estuda as chances da ocorrência de um resultado.	Não sei
A contagem nada mais é, que definirmos o número ou quantidades de elementos de um conjunto de objetos, já a probabilidade é a porcentagem de certa coisa acontecer, tendo em vista isso podemos concluir que a contagem é a ferramenta essencial da probabilidade.	São interdependentes
A análise combinatória é a parte da Matemática que estuda métodos e técnicas que permitem resolver problemas relacionados com contagem. Muito utilizada nos estudos sobre probabilidade, ela faz análise das possibilidades e das combinações possíveis entre um conjunto de elementos.	Multiplicação
	A matemática kakashaka (Brincadeira, que as duas são bem parecidas)

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Os participantes que por sua vez deixaram alguma pergunta sem resposta foi dito que não sabiam responder e por isto preferiram deixar em branco. Em relação a parte de conhecimento básico de probabilidade e contagem, revelaram ter uma noção do que seria espaço amostral, confundindo sobre como representar estes elementos e também confundindo o que é espaço amostral com o número de elementos possíveis de um experimento.

Figura 03 – Relação sobre contagem e probabilidade segundo os alunos

Qual a relação que existe entre o conteúdo de contagem e probabilidade?

13 respostas

O principio fundameIntal da contagem é praticamente todo de probabilidade.
Um utiliza o outro como base em determinados exercícios
Ambos são formas de descobrir o total de vezes, combinações, frequência que se pode fazer ou acontecer algo.
.
A contagem nada mais é, que definirmos o número ou quantidades de elementos de um conjuntos de objetos, já a probabilidade é a porcentagem de certa coisa acontecer, tendo em vista isso podemos concluir que a contagem é a ferramenta exicial da probabilidade.
A matemática kakakaka (Brincadeira, que as duas são bem parecidas)
A contagem é utilizada para a resolução de situações ,problema e a probabilidade estuda as chances da ocorrência de um resultado.

Fonte: O autor

Alguns alunos revelaram ter uma noção de como aplicar o básico de probabilidade e contagem, mas ainda com alguns erros. Também não demonstraram saber ao certo a relação entre contagem e probabilidade, ou seja, vão iniciar os estudos com noções básicas, porém não tão sólidas do conteúdo que será abordado.

Figura 04 – Conhecimento prévio de contagem dos alunos

De quantas maneiras podemos obter o primeiro, segundo e terceiro lugar de uma corrida disposta de 5 atletas?

14 respostas

60
20
3
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
12
60%
$5 \times 4 \times 3 = 60$
15
$5 \times 4 \times 3 = 60$

Fonte: O autor

Com base no exposto dos alunos embora alguns tenham alguma noção sobre contagem e probabilidade, de modo geral a turma é bem deficiente nas habilidades exigidas pela BNCC referentes ao conteúdo de contagem e probabilidade como estão dispostas no começo deste capítulo.

Respostas e análise do questionário do vídeo 01

- 1) Consegue imaginar uma situação em suas futuras escolhas em que precise interpretar dados quantitativos de probabilidade ou estatística? Se sim, comente abaixo.

Quadro 03– Probabilidade e interpretação de dados quantitativos

Respostas que demonstraram considerar relevante o conteúdo de probabilidade e estatística nas futuras escolhas.
--

Sim, a escolha na compra de um carro, comparar o seu valor com a quantidade de gasolina que ele gasta.
--

Sim. Fazendo simulados posso analisar a probabilidade de conseguir passar no que quero. Também posso analisar as taxas de desemprego e a chance de conseguir um emprego na área que quero.
--

Sim, esses dados estão presentes no meu dia a dia em diversas formas como em meios informativos e até mesmo atividades simples como as representadas nos exercícios como, por exemplo, a probabilidade na escolha de algo.
Sim. Principalmente na escolha de uma profissão.
Sim, tanto de escolha de faculdade, como né custos ao decorrer dos anos.
Sim, talvez em um futuro trabalho seja necessário.
Situações do meu trabalho
Sim, nas decisões diárias ao fazer uma compra de acordo com a variação de uso.
Sim, acredito que todas as nossas decisões, mesmo que de forma espontânea e irracional, são feitas de acordo com o que tem mais chance de dar certo, isto é, utilizando a probabilidade como instrumento de alcançar determinado fim.
Em muitos casos, como por exemplo a probabilidade de se passar em uma universidade dos sonhos, ou coisas simples como, quantas vezes uma pessoa acende a luz no dia ou quanto tempo a luz fica acessa a fim de calcular o gasto médio de uma família ou cidade. Entre varias outras coisas.
Sim por exemplo em uma empresa de administração
Sim, por exemplo a mesclagem de diferentes peças de roupa
Respostas que não demonstraram considerar relevante o conteúdo de probabilidade e estatística nas futuras escolhas.
Provavelmente não

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 2) Uma vez que estamos vivenciando uma pandemia. Os dados quantitativos emitidos diariamente nas reportagens, afetaram suas decisões e rotina?

Quadro 04– Relevância dos dados quantitativos

Respostas que demonstraram considerar relevante os dados quantitativos nas reportagens.
Sim, quanto maior o número de casos mais eu tomo cuidado.
Sim. Quanto mais os dados sobem mais fico em casa.
Sim, minha rotina mudou drasticamente principalmente por me incluir no grupo de risco.
Muito. Pois ela tenta transformar números em informações para auxiliar a compreensão de fatos passados e a tomada de decisão das mais variadas maneiras.
Sim, planos que tinha feito para esse ano acabaram que foram adiados ou interrompidos por causa da pandemia.
Sim, pois precisei parar e ver que neste momento não poderia pensar só em mim, mas também nas pessoas que estão ao meu redor.
sim
Sim, querer o bem da família mexer com suas decisões
Sim
Sim, de acordo com as taxas de maior mortalidade entre idosos e pessoas com algum

problema de saúde, passei a evitar o contato com parentes e conhecidos desses grupos, alterando de forma considerável a rotina familiar.
Claro, antes da pandemia eu costumava correr três vezes por semana, mas devido a toda situação que nos encontramos não estou nem saindo de casa para ir as compras por exemplo.
Sim
Sim, uma vez que sair de casa só ocorre quando é extremamente necessário
Respostas que não demonstraram considerar relevante os dados quantitativos nas reportagens.
Não

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Os alunos demonstraram reconhecer a importância dos dados quantitativos de probabilidade e estatística na vida cotidiana, e também demonstraram ter tido mudanças em suas rotinas devido aos dados quantitativos emitidos diariamente. Apenas um aluno diz não ser influenciado por esses dados quantitativos, o que foi interessante, uma vez que para as tomadas de decisões também é levado em consideração o fator “coragem de correr riscos” o que gerou também discussões em aula.

Respostas e análise do questionário do vídeo 02

- 1) O que você entendeu sobre espaço amostral?

Quadro 05– Entendimento dos alunos sobre espaço amostral depois do vídeo 02

Respostas que contemplam internadamente ou em partes sobre espaço amostral.
Espaço amostral é todas as possibilidades que pode ocorrer em um experimento.
É o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento aleatório.
Espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento.
Espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
É o conjunto estabelecido por todos os possíveis resultados de um experimento
É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento.
Todos os resultados possíveis de um determinado experimento.
O total de possibilidades de um evento ocorrer, sem retirar nada dele.
espaço amostral é o conjunto de todas as possibilidades de um experimento.
E um conjunto de possíveis resultados de um experimento.
Espaço amostral são as opções e possibilidades possíveis de que um determinado evento ocorra
Respostas que não contemplam o entendimento sobre espaço amostral.
Conjunto de experimentos
É a parte que vemos diante algo

E um experimento aleatório e o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 2) Dê um exemplo do que seria um experimento aleatório e um experimento não aleatório.

Quadro 06 – Exemplo exposto pelos alunos do que seria um experimento aleatório e não aleatório

Aleatório: jogar um dado e observando-se número da face a cima, o em um lançamento de uma moeda e observar a face de cima. Não aleatório: colocar fogo no pelo e vê se queima, jogar um ovo no chão e vê se quebra.
Aleatório: Jogar uma moeda quatro vezes e observar o número de caras que irá sair Não aleatório: Soltar uma pedra e ver se ela não vai cair.
Aleatório: retirar uma carta de um baralho completo. Não aleatório: sair um número menor que 7 em um dado com 6 lados.
Experimento aleatório: lançamento de uma moeda. Experimento não aleatório: lançamento de uma pedra para ver se vai cair.
experimento não aleatório é quando o experimento só pode ter um resultado, quando já sabemos qual vai ser o resultado. experimento aleatório é quando repetidos inúmeras vezes em processos semelhantes, possuem resultados imprevisíveis.
Experimento aleatório: jogar uma pedra em um poça de água/experimento não aleatório: testar uma vacina contra o Coronavírus
Experimento aleatório: lançamento de uma moeda; Experimento não aleatório: O lançamento de uma pedra.
Experimento aleatório: Lançamento de um dado / Experimento não aleatório: Escolha de uma determinada carta com as faces voltadas para cima
Experimento aleatório (lançamento de um dado) Experimento não aleatório (lançamento de uma pedra)
(Experimento aleatório): seria um experimento com dúvidas do que aconteceria. (Experimento não aleatório): é aquele que vc tem razão, ex soltar um copo para saber se ele irá cair...
Experimento aleatório: sorteio Experimento não aleatório: queda livre
Aleatório: Lançar um dado ou moeda, ou no dia a dia, a hora que acordamos esse é o mais aleatório possível. xD Não aleatório: temos vários, vou pegar um da própria matemática, um número elevado a Zero, a resultado sempre será um, esse evento ocorrer quando temos apenas uma opção/possibilidades.
Joga a moeda, jogue um dado
Aleatório: lançamento de uma moeda Não aleatório: colocar fogo no papel e ver se queima

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

3) Lançando uma moeda duas vezes consecutivas, qual o espaço amostral deste experimento?

Quadro 07 – Resposta dos alunos sobre espaço amostral do lançamento de uma moeda duas vezes

Respostas corretas
(C,K) (K,C) (C,C) (K,K)
Cara = C Coroa = K $S = \{(C,C), (C,K), (K,K), (K,C)\}$ $n(s) = 4$
$\{(K,C); (K,K);(C,K);(C,C)\}$
$\{(Cara, coroa), (Cara, cara), (Coroa,cara), (Coroa, coroa)\}$
KC, CK, KK, CC / KK, CC, CK, KC
{cara, coroa} {cara, cara} {coroa, coroa} {coroa, cara}
(cara,cara);(cara,coroa);(coroa,cara);(coroa,coroa).
Respostas erradas
{Cara e coroa}
{(cara),(coroa),(cara),(coroa)}
Cara ou coroa
...
$2 \times 2 = 4$
2
cara ou coroa

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

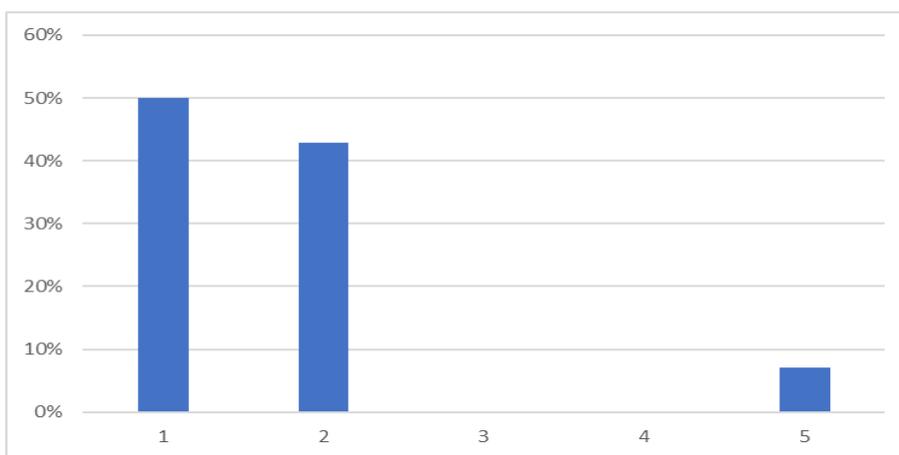
Depois do vídeo 02 os alunos passaram a ter uma melhor noção do que seria o espaço amostral, muitos já passaram a dizer que é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento, porém isto ainda não é algo claro a todos mesmo após assistir o vídeo, ainda há algumas confusões.

Quando se pede exemplos de experimentos aleatórios e não aleatórios, a parte dos experimentos aleatórios os alunos conseguiram trazer com clareza e criatividade salve alguns casos pontuais. O dos experimentos não aleatórios alguns repetiram o que foi falado em vídeo que foi o caso de soltar uma pedra e ver se vai cair, pois só existe uma possibilidade que é a pedra cair, houve alguns casos que não demonstraram ter clareza sobre este conceito, porém, também teve alguns bens criativos, como: “colocar fogo no pelo e vê se queima, jogar um ovo no chão e vê se quebra”, “Escolha de uma determinada carta com as faces voltadas para cima”.

Respostas e análise do questionário do vídeo 03

- 1) Na permutação circular de quantas maneiras diferentes duas pessoas podem se sentar em uma mesa redonda?

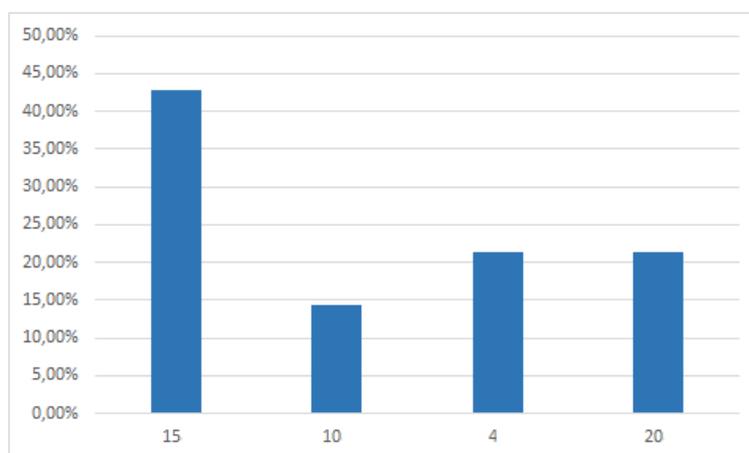
Gráfico 06 – Respostas dos alunos sobre quantas maneiras diferentes duas pessoas podem se sentar em uma mesa redonda



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 2) Uma loja de doces possui três tipos de chocolate sendo eles branco, amargo e ao leite. De quantas maneiras você pode fazer uma compra de 4 barras de chocolate?

Gráfico 07 – Respostas dos alunos sobre quantas maneiras se pode comprar 4 barras de chocolate dispondo de três tipos.



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 3) Comente uma situação da qual se utilizaria combinação com repetição e outra que utilizaria permutação circular.

Quadro 08 – Respostas dos alunos sobre uma situação da qual se utilizaria combinação com repetição e permutação circular

Permutação Circular: De quantas maneiras 6 amigos podem se sentar em uma mesa circular com 6 cadeiras? Levando em consideração apenas a relação que existe entre um amigo e outro. Combinação com Repetição: "Estamos organizando um campeonato de xadrez com 12 participantes. De quantas maneiras possíveis podemos criar as duplas para disputar a primeira partida? Este problema pode ser solucionado calculando a combinação de 12 jogadores organizados de 2 em 2." *essa eu pesquisei pq nao consegui pensar em um probleminha*
Combinação com repetição= Na pintura de um ou mais objetos. Permutação circular= Crianças brincando em uma roda.
Combinação com repetição: Quando se quer contar algo que tenha menos possibilidades. Permutação circular: Quando se encontra com muitas possibilidades.
Na escolha de 10 sabores de refrigerante para 6 copos. Na permutação que quantas maneiras diferentes 8 pessoas entrariam em uma roda de 8.
Combinação com repetição: escolher complementos de açaí Permutação circular: escolher a ordem de joias numa pulseira
Quando a ordem dos elementos pode ser repetida, então tratamos de uma combinação com repetição. Agora pra permutação circular é quando os elementos de um conjunto estão em um certo ciclo. Por exemplo: crianças brincando de roda, pessoas jantando em uma mesa, etc.
Combinação com repetição: um sorteio em uma loja de três blusas das 10 melhores marcas do mercado. Permutação circular: 5 crianças desejam brincar de roda. De quantas maneiras distintas elas podem formar a roda sem haver repetição?
Escolher um jogo Multiplayer da minha galeria de jogos.
Combinação com repetição: eu quero comprar 2 jogos de PS4 e tenho disponíveis o FIFA 21, PES 21 e o WWE2k20 Permutação circular: de quantos modos 5 crianças podem se organizar para brincar numa rodada de ciranda?
Combinação com repetição: complementos de açaí. Permutação circular: posição de pessoas em uma mesa.
ao ir comprar algo no supermercado em que eu precise comprar 2 elementos iguais, daria para utilizar uma combinação com repetição. a permutação circular seria muito comum de ser utilizadas em uma roda de amigos ou em uma reunião familiar.
Combinação com repetição: tem 3 tipos de chocolates na loja sendo que eles são brancos, amargos e ao leite. De quantas maneiras você pode fazer uma compra de 4 barras de chocolate? Permutação circular: na permutação circular de quantas maneiras diferentes duas pessoas podem se sentar em uma mesa redonda?
Calculando as possíveis maneiras de sentar em uma mesa circular, e calculando as

possibilidades de comprar 4 barras sendo que possuem 3 sabores
Um grupo de amigos se sentando em uma mesa de restaurante / Escolhas do recheio de um pastel

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

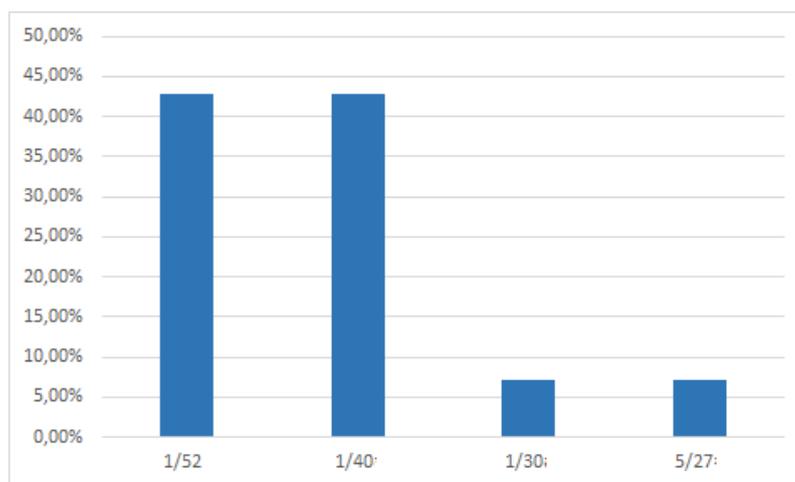
Das perguntas 1 e 2, podemos perceber que aproximadamente metade dos alunos conseguiram assimilar o conteúdo a ponto de acertar as questões somente com o conteúdo exposto no vídeo. Em compensação a outra metade dos alunos não foi capaz de acertar essas duas perguntas e vão depender da aula para lapidar o conhecimento que foi introduzido pelos vídeos 03 e 04.

Na pergunta 03, percebe-se que os alunos estão com boas noções de situações em que se deve empregar estes novos conteúdos. Porém fazendo esta análise junto as respostas 01 e 02 revela que com o vídeo 03, foi possível compreender o conteúdo a ponto de saber como ele vai ser aplicado, mas não necessariamente a ponto de resolver uma situação com ele.

Respostas e análise do questionário do vídeo 04

- 1) No baralho do Truco Mineiro o quadro de paus é considerada a carta mais forte chamada também de Zap. Ao se retirar uma carta do baralho do truco, qual a probabilidade de que esta carta seja o Zap?

Gráfico 08 – Respostas dos alunos sobre probabilidade de se retirar o Zap no baralho do Truco



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 2) Em qual situação mais próxima a sua realidade você se imagina utilizando o conteúdo de probabilidade?

Quadro 09 – Probabilidade aplicada segundo os alunos

Sim, imagino usando no Enem e em concurso público.
Por exemplo em uma situação da probabilidade de o trânsito estar ou não congestionado.
Analisar as chances de ganhar um sorteio, a partir do número de pessoas, comprando ou não mais bilhetes.
Por exemplo em jogos, tanto jogos de loterias quanto jogos que você joga ente amigos mesmo, e em sorteios também. Quais as chances de você ganhar, de ser o premiado etc.
no dia a dia posso usar a probabilidade para saber qual é a chance de eu me atrasar, até mesmo para escolher um livro
Para decidir quando for comprar algo ou uma faculdade
O exemplo da questão acima está bastante próximo da minha realidade, pois gosto muito de jogar truco.
Probabilidade de tirar 20 no dado
Em jogos como baralho e dado.
..
Qual a probabilidade de conseguir um emprego quando me mudar.
Lançamento de um dado no RPG de mesa.
A probabilidade de cada rota de fuga caso seja assaltado...
Na escolha de algo , ou em jogos

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

A pergunta 01 contém um pega, quando se pergunta qual a probabilidade de retirar um Zap do baralho do truco mineiro, este baralho não tem as 52 cartas, são retirados as cartas 8, 9 e 10 do baralho, ficando assim um baralho de 40 cartas. O Zap sendo apenas uma carta temos que esta probabilidade é de $\frac{1}{40}$. 42,9% dos alunos conseguiram marcar a resposta certa.

Considerando que um baralho comum possui 52 cartas, alunos que não possuem a informação do baralho do truco mineiro ter uma quantidade menor de cartas, e não estão dispostos a pesquisar, iriam marcar a alternativa $\frac{1}{52}$. Isso revela um descuido na interpretação da questão, porém também indica que o aluno possui uma noção de probabilidade como sendo o número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Essas duas alternativas possuem 85,8% das respostas dos alunos.

Na segunda pergunta os alunos demonstraram criatividade em utilizar o conteúdo exposto no vídeo em sua vida cotidiana, como na compra de algo, na escolha de uma faculdade, em jogos, enfim, situações das quais eles vivem diariamente.

Respostas e análise do questionário do vídeo 05

- 1) Quando se trata do estudo de probabilidade, como identificar um exercício de probabilidade condicional?

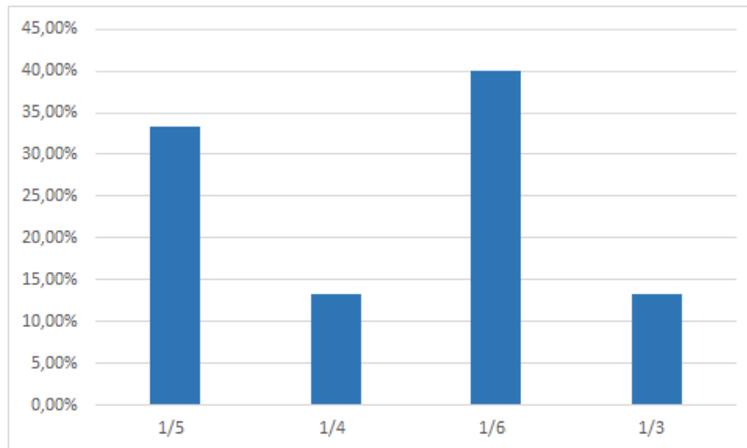
Quadro 10 – Diferença entre probabilidade e probabilidade condicional segundo os participantes

Respostas que satisfazem inteiramente ou em partes sobre a identificação de casos de probabilidade condicional.
probabilidade condicional é aquela que calcula as chances de um evento B acontecer, considerando que um evento A, ligado a ele, já ocorreu.
Quando temos que calcular a ocorrência de um evento, levando em consideração a ocorrência de outro evento.
A probabilidade condicional é identificada quando a probabilidade de determinado evento é dependente de 1 ou mais outros eventos.
Probabilidade condicional refere-se à probabilidade de um evento ocorrer com base em um evento anterior.
Se isso estiver ligado a outra coisa, estamos condicionando o primeiro evento ao segundo. Por exemplo: “E qual a possibilidade de isso ocorrer se os dois resultados forem pares? ”. É aquela que calcula a chance de um evento B acontecer considerando que um evento A, ligado a ele, já ocorreu.
Quando se calcula as chances de um segundo evento acontecer
Probabilidade condicional pode ser identificada a partir do momento em que se impõe dois eventos.
Quando a condição da existência de um fator depende de outro
Quando é preciso calcular um evento sendo que outro ligado à ele já exista.
Na probabilidade condicional o resultado está ligado a dois eventos A e B.
Quando se tem dois eventos
É aquela que calcula as chances de um evento B acontecer, considerando que um evento A, ligado a ele, já ocorreu.
Respostas que não satisfazem inteiramente ou em partes sobre a identificação de casos de probabilidade condicional.
Em geral como o nome já diz, quando é preciso uma condição para que tal coisa aconteça, logo nas primeiras linha do enunciado já vem descrevendo isso.
Quando você quer descobrir de quantas maneiras pode acontecer algo (por aí)

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

2) Um dado é lançado duas vezes, qual a probabilidade de que tenha saído 2 no primeiro lançamento sabendo que a soma das faces voltadas para cima é igual a 6?

Gráfico 09 – Respostas dos alunos da pergunta 02 sobre probabilidade condicional do questionário do vídeo 05



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Com a pergunta 01, os alunos demonstraram ter aprendido a essência do que seria probabilidade condicional. Porém, com a pergunta 02, os alunos demonstraram ainda ter dificuldade na interpretação da situação de forma matemática.

Respostas e análise do questionário do vídeo 06

1) O que seria o complementar de um evento?

Quadro 11 – Complementar de evento segundo os participantes

Respostas que satisfazem inteiramente ou em partes sobre o que é complementar de um evento.
Se uma moeda comum ser jogada assumirmos que pode cair uma das duas faces dela { coroa ou cara}. Pelo fato desses eventos serem mutuamente exclusivos e serem os únicos eventos que pode ocorrer eles são complementares.
A intersecção entre um evento e seu evento complementar sempre será um conjunto vazio.
A diferença entre o espaço amostral e o evento.
Um evento complementar é formado da seguinte maneira: Se consideramos E um

evento, ele faz parte de um subconjunto do espaço amostral Ω . O conjunto dos elementos pertencentes a Ω que não estão presentes em E constitui um subconjunto conhecido como evento complementar de E.
corresponde todo resultado possível do espaço amostral que não faz parte do evento $(A)=S-A$
União do evento em questão com o evento complementar forma o espaço amostral e a intersecção dos dois eventos forma um conjunto vazio
A união de ambos resulta no espaço amostral
Respostas que não satisfazem inteiramente ou em partes sobre o que é complementar de um evento.
Isso significa que o evento é formado por um conjunto de resultados possíveis de um experimento aleatório, portanto, ele pode possuir desde nenhum até todos os elementos do espaço a que pertence
É o resultado que tem quando se teve o evento A
É todos os eventos que não queremos ou que não importam para gente.
São todos os outros casos possíveis que aconteçam que não seja o resultado
O complementar de um evento é um complemento no evento que te auxilia na resolução da questão.
É a possibilidade de que aquele evento B ocorra sem necessariamente haver a condição de A
São todos os outros casos possíveis que aconteçam que não seja o resultado
É o evento que está ligado ao evento A no caso dos exercícios representado pela letra B, A', Ac ou \bar{A} .

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

2) Qual sua resposta em relação a questão das três portas do final do vídeo 06?

Quadro 12 – Porta dos desesperados

Não sei
Eu escolheria trocar de porta.
Não faz diferença, pois ele tem 50% de chance de escolher a porta correta.
continuar com a mesma porta
Não mudaria
Continuaria com a que eu estava, pois as chances são 50 por 50.
Continuar com a escolha
Tanto faz continuar na porta ou trocar de porta pois ambas tem 50% de chances de ser a contemplada.
Continuaria com a porta escolhida.
Não
No caso nos restaram 2 portas, e sabemos que ou o prêmio está na minha porta ou na outra que sobrou. Isso nos dá um total de 50% (2 portas e 1 contém o prêmio), eu ficaria com a minha mesmo não trocava, mas acho que tudo que podemos concluir

seria um 50%.
Mudaria e eu ganhei um carro muito obrigado
Eu ficaria com a porta número dois

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Sobre as respostas da pergunta 01, os alunos demonstraram ter entendido o que seria o complementar de evento, trazendo observações interessantes. Salve alguns casos pontuais que demonstraram não ter entendido muito bem o significado de eventos complementares.

A pergunta 02 foi colocada com o intuito de gerar discussão em aula. Esta situação é um caso clássico que gerou muita discussão inclusive entre os matemáticos, sendo colocada até mesmo em um filme. Já era esperado que inicialmente ninguém acertasse esta pergunta, para que a surpresa de seu resultado viesse em aula. E assim como o esperado, alguns acharam que a chance é de 50%, ou seja, a mesma para as duas portas, ou só disseram que trocariam de porta ou iriam se manter com a escolha inicial sem tanta profundidade em suas respostas.

Respostas e análise do questionário do vídeo 07

01) Qual diferença entre arranjo e combinação?

Quadro 13 – Diferença entre arranjo e combinação segundo os participantes

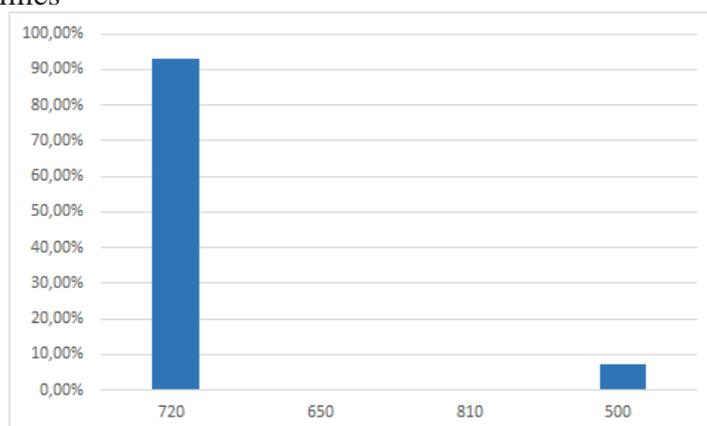
Respostas corretas sobre a diferenciação de arranjo e combinação.
No arranjo a ordem dos elementos importa e na combinação não importa.
Arranjo a ordem IMPORTA, e combinação NÃO importa. Claro isso de forma grosseira e de fácil entendimento.
Em arranjo a ordem importa e em combinação não.
Arranjo é utilizado quando a ordem importa, e combinação quando não importa.
Em combinação a ordem não importa, ao contrário do arranjo.
no arranjo a ordem importa e na combinação a ordem não importa
Em arranjo, a minha ordem dos elementos importa, já em combinação, a minha ordem não importa
Na combinação a ordem não importa, já no arranjo a ordem é importante para ter o resultado certo.
Arranjo refere-se às diferentes maneiras de organizar um conjunto de objetos em uma ordem sequencial. Combinação refere-se às várias maneiras de escolher itens entre um grande conjunto de objetos, de modo que sua ordem não importa.

Arranjo: não repete elementos e a ordem importa. Combinação: não repete elementos e a ordem não importa.
No arranjo a ordem dos elementos importa já na combinação não.
Em arranjo a ordem importa e em combinação, não
Respostas não satisfatórias sobre a diferenciação de arranjo e combinação.
Combinação e todas as possibilidades da combinação dos elementos. Arranjos e os agrupamentos de dois elementos dos conjuntos.
Arranjo a ordem não importa, já a combinação sim

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 2) Nos jogos internos de sua escola, existem 10 times de futebol. De quantas maneiras distintas podemos obter o primeiro, segundo e terceiro lugar?

Gráfico 10 – Respostas dos alunos sobre o primeiro, segundo e terceiro lugar de uma disputa de 10 times



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Dos alunos 92,9% responderam corretamente e apenas 7,1% deles responderam a opção de 500 alunos. O que mostra que uma situação simples de arranjo a maioria consegue desenvolver.

- 3) Um grupo de oito amigos decidem escolher três para organizarem uma festa. De quantas maneiras esta escolha pode acontecer?

Para a pergunta 03 todos os alunos marcaram a alternativa correta que é 56 maneiras. Assim mostra que neste momento todos os participantes conseguem desenvolver esta situação simples de combinação.

- 4) Comente uma situação do seu cotidiano que você se imagina utilizando o conhecimento de contagem.

Quadro 14 – Respostas dos alunos sobre o emprego do conhecimento de contagem

Souberam empregar o conhecimento de contagem.
Saber quais Faculdades em Minas são federais para fazer as escolhas deles.
Por exemplo na criação de alguma senha na internet ou de quantas maneiras diferentes posso montar meu almoço ou janta xD
De quantas maneiras eu e meus amigos podemos sentar em um sofá para assistir um filme
Na escolha de uma roupa para usar.
Saber o número de combinações possíveis de camisas, calças e calçados.
Ao pedir pizza
Os problemas de contagem estão presentes no cotidiano, por exemplo, no planejamento de pratos em um cardápio, a combinação de números em um jogo de loteria, nas placas dos veículos etc.
Posso usar na compra de um açaí quando for comprar um pizza etc
No trabalho, para tem uma ideia da sua chances de ganhar em um jogo etc...
Ao escolher uma senha para uma rede social.
Eu em um grupo de amigos, decidimos escolher algum membros para organizar uma festa de formatura...
Distribuição de cargos em um jogo
Não souberam empregar o conhecimento de contagem.
....
Não sei dar um exemplo contundente

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

O questionário do vídeo 07 trata especificamente de contagem. Na pergunta 01 sobre a diferença entre arranjo e combinação, foi colocado de laranja todas as respostas que satisfazem corretamente a pergunta e de azul as respostas que estão equivocadas. Há 12 respostas de laranja e apenas 02 de azul, o que revela que aproximadamente 86% dos participantes da pesquisa conseguem diferenciar situações das quais se deve aplicar arranjo e combinação.

A pergunta 02 é uma situação que pode ser resolvida utilizando o princípio multiplicativo, ou arranjo. Dos 14 participantes da pesquisa 13 conseguiram marcar a alternativa correta, mostrando que sabem definir o método de contagem e emprega-lo de forma correta.

Na pergunta 03 é uma situação de combinação, pois a ordem dos elementos não importa, e a totalidade dos participantes acertaram a resposta, mostrando que todos eles souberam identificar o método de contagem, separar o que são os elementos e a quantidade de vagas disponíveis e ainda fazer o cálculo de forma correta.

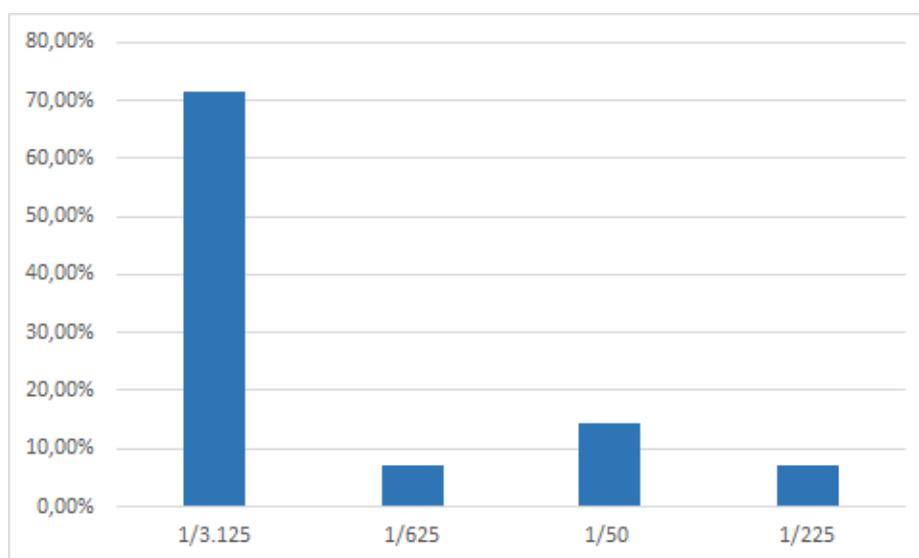
Na pergunta 04, 12 dos 14 participantes conseguiram de alguma forma comentar uma situação do seu cotidiano da qual aplicariam o conteúdo de contagem (respostas em laranja). Apenas 02 alunos não conseguiram passar um exemplo do qual aplicariam este conteúdo em seu cotidiano (respostas em azul).

De acordo com a BNCC a habilidade “Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore”. Levando em consideração o exposto nas aulas e vídeos, as participações dos alunos e suas respectivas respostas leva a entender que os alunos em quase sua totalidade conseguiram desenvolver esta habilidade sugerida.

Respostas do questionário do vídeo 08

- 1) Em um teste com 5 questões e cada questão com 5 alternativas, qual a probabilidade de que marcando aleatoriamente cada questão um aluno possa tirar nota máxima?

Gráfico 11 – Respostas dos alunos sobre probabilidade em teste de 5 questões com 5 alternativas



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Apenas 71,4% dos alunos acertaram esta questão envolvendo o princípio multiplicativo, 7,1% marcou a opção $\frac{1}{225}$, 7,1% marcou a opção $\frac{1}{625}$ e 14,3% dos alunos marcaram a opção $\frac{1}{50}$.

2) Consegue nos dizer uma vez que empregou o conhecimento de probabilidade?

Quadro 15 – Respostas dos alunos sobre emprego do conhecimento de probabilidade

Empregaram o conhecimento de probabilidade.
Nas atividades do Dhyego e nas provas escolares.
Sim, ao lançar um dado em um jogo e precisar de um número específico.
Saber as chances de ganhar um determinado prêmio em um sorteio, de acordo com a quantidade de participantes.
Por exemplo nas previsões do tempo para ver quais as probabilidades de chover, assim, saberemos o que levar, o estilo de roupa e etc.
sim, em um sorteio do Instagram.
Quando tento descobrir a probabilidade de conseguir nota máxima no ano escolar.
Qual a probabilidade de eu ser sorteada na mega-sena.
Para explicar a chance de uma pessoa falhar em um teste da escola
Em provas No cotidiano: Probabilidade de tirar certo item em um jogo virtual (ocorre isso direto xD)

No jogo de dados
Não empregaram o conhecimento de probabilidade.
Não faço ideia
Não
Apenas no ambiente escolas.
Apenas nas atividades
Nada fora de questões matemáticas

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Para a pergunta 01, 71,4% conseguiram calcular a probabilidade desejada, isso demonstra que souberam calcular e empregar o princípio multiplicativo para definir o número do total dos casos possíveis, interpretar que cada questão só possui uma alternativa correta e ainda definir o valor da probabilidade.

Para a pergunta 02, de laranja estão 10 respostas da qual alunos disseram uma situação em que lembram de ter empregado o conteúdo de probabilidade. De amarelo há duas respostas das quais o aluno diz ter empregado o conhecimento de probabilidade apenas em atividades de matemática. De azul dois alunos não conseguiram dizer uma situação da qual empregaram o conhecimento de probabilidade.

Segundo o questionário do vídeo 08, a maioria dos alunos já conseguem contar os elementos de um espaço amostral envolvendo o princípio multiplicativo, calcular a probabilidade de um evento aleatório dentro deste espaço amostral e ainda aplicar o conhecimento de probabilidade em situações da vida cotidiana. O que já se relaciona em partes com as habilidades da BNCC.

Respostas do questionário do vídeo 09

- 1) Dos tipos de probabilidade e contagem que vimos, quais você teve mais dificuldade e porquê?

Quadro 16 – Maiores dificuldades encontradas pelos alunos durante o estudo segundo os mesmos

Respostas dos alunos	Conteúdo citado	Quantidade de citações
Eu me perco na probabilidade condicional, União de eventos e interseção	Arranjo	2

de eventos.		
Probabilidade Condicional, pois é necessário calcular um evento levando outro em consideração.	Combinação	2
Combinação com repetição, porque a fórmula é maior e demora pra lembrar.	Combinação com repetição	3
Todos.	Permutação	3
tive bastante dúvida nas permutações principalmente para montar o exercício, interpretar a questão. Saber quando usar qual formula e como usar	Permutação circular	4
Probabilidade condicional, pois temos que calcular os dois eventos para se acha o valor de um	Princípio multiplicativo	2
Probabilidade condicional: Pois a formula dela é mais complexa.	Probabilidade	3
Permutação circular e probabilidade, muitos detalhes	Probabilidade condicional	10
Probabilidade condicional me confundiu bastante quanto a interpretação das questões.	Eventos complementares	4
Probabilidade condicional e evento, tive dificuldade pois na hora de separar os dados eu confundi, a interpretação é difícil e complica muito.		
Em eventos complementares, pois tinha dificuldade de interpretar a questão.		
Probabilidade condicional, acho que a interpretação dele vai muito além do que estamos acostumado, como por exemplo os exemplo visto no vídeo 9. Nele precisamos fazer um diagrama para nos auxiliar a encontrar A e B. E o que mais dificulta é o fato de que todo exercício de probabilidade requer uma interpretação diferente.		
Todos um pouco		
Probabilidade condicional a formula e o jeito em que é usada me deixa um pouco confusa, tenho medo de usar e errar		

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

2) Quais conteúdos vistos até agora você teve mais facilidade e porquê?

Quadro 17 – Maiores facilidades encontradas pelos alunos durante o estudo segundo os mesmos

Respostas dos alunos	Conteúdo citado	Quantidade de citações
Arranjo, combinação, combinação repetição, permutação circular e probabilidade.	Arranjo	2
Arranjo, pois é mais simples e mais fácil de ser gravado.	Combinação	2
Contagem, probabilidade, permutações e combinações, pois são de fácil entendimento e simples utilização nos exercícios.	Combinação com repetição	3
Bem no início, quando eram atividades sobre arranjo, combinação e permutação circular.	Permutação	3
Arranjo e combinação, e mais ou menos contagem	Permutação circular	4
Arranjo e combinação, pois são extremamente fáceis de identificar	Princípio multiplicativo	2
Contagem: Pois o Dhyego ensinou uma forma mais fácil de identificar qual formula usar.	Probabilidade	3
Contagem, fórmulas e identificações simples	Probabilidade condicional	10
Arranjo e combinação pois estudamos muito no 2º Ano.	Eventos complementares	4
Contagem, arranjo e conjunto, porque foi a última matéria vista no ano anterior, tinha um pouco de conhecimento da matéria.		
Na parte de contagem e probabilidade básica, pois normalmente é óbvio o que precisa ser feito.		
Arranjo e Combinação, querendo ou não são a base do princípio multiplicativo, normalmente a base é mais fácil de aprender, mas claro que tem seu valor. Assim como as quatro operações básicas são os pilares da matemática, mas em fim é isso.		
A matéria das videoaulas 3, 6 e 8		
Arranjo e combinação		

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Para as questões 01 e 02 nas quais foi perguntado aos alunos sobre suas maiores dificuldades e facilidades, foi feita as tabelas que se seguem mostrando de forma quantitativa como isso se deu em cada tópico estudado.

Segundo o que foi exposto pelos alunos e categorizado nestes quadros, podemos perceber que os conteúdos que exigem uma menor interpretação que são a base de contagem foi exposto pelos alunos como os conteúdos mais fáceis, até porque é exposto por alguns que foi um conteúdo do qual já se teve uma passagem no ano anterior.

A parte de maior dificuldade já cabe a probabilidade condicional e concidentemente é também o conteúdo de maior interpretação, pois são necessários métodos de contagem de elementos, categorizar mais de um conjunto evento assim como suas interseções, o número do total de casos possíveis e ainda a probabilidade pedida.

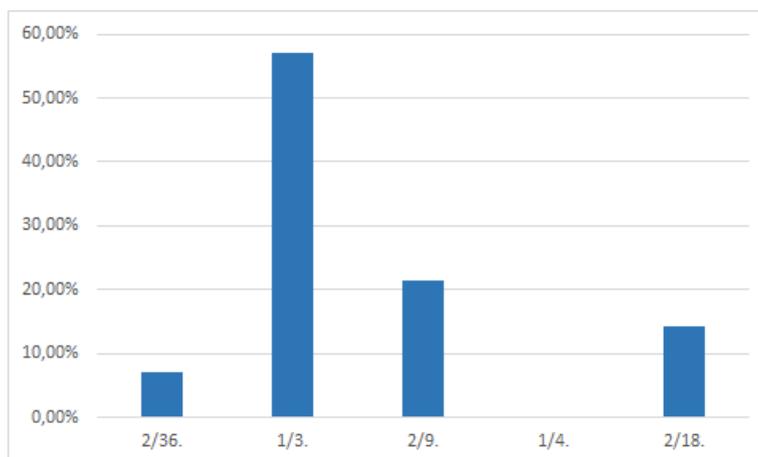
Respostas do questionário 02

- 1) (FGV-2005) Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é

Para esta questão, todos os alunos acertaram marcando a alternativa 15000, mostrando que estão conseguindo pensar em relação ao princípio multiplicativo.

- 2) (UFSCar) (adaptada) Dois dados usuais e não viciados são lançados. Sabe-se que os números observados são ímpares. Então, a probabilidade de que a soma deles seja 6 é:

Gráfico 12– Resposta dos alunos sobre soma 6 no lançamento de dois dados

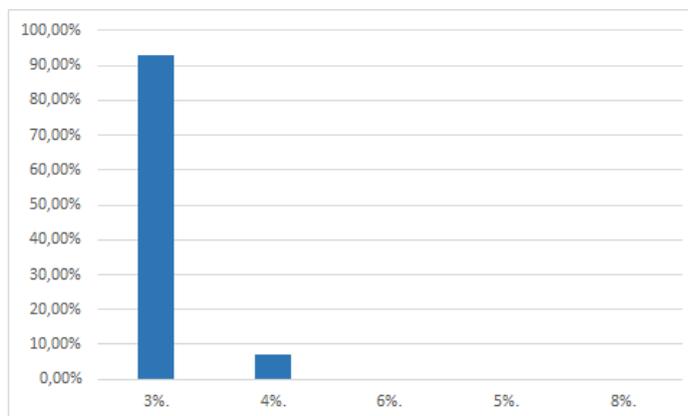


Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Dos alunos, 57,1% marcaram a alternativa $\frac{1}{3}$, 7,1% dos alunos marcaram a alternativa $\frac{2}{36}$, 14,3% marcaram a alternativa $\frac{2}{18}$ e 21,4% dos alunos marcaram $\frac{2}{9}$. O que mostra que mais da metade da turma sabe resolver este problema envolvendo probabilidade condicional, porém ainda é uma grande dificuldade da turma devido ao nível de interpretação que a situação exige.

- 3) (UFF–RJ) (adaptada) Em um jogo de bingo são sorteadas, sem reposição, bolas numeradas de 1 a 75, e um participante concorre com a cartela reproduzida abaixo. Qual é a probabilidade de que os três primeiros números sorteados estejam nessa cartela?

Gráfico 13 – Respostas dos alunos sobre a questão do bingo

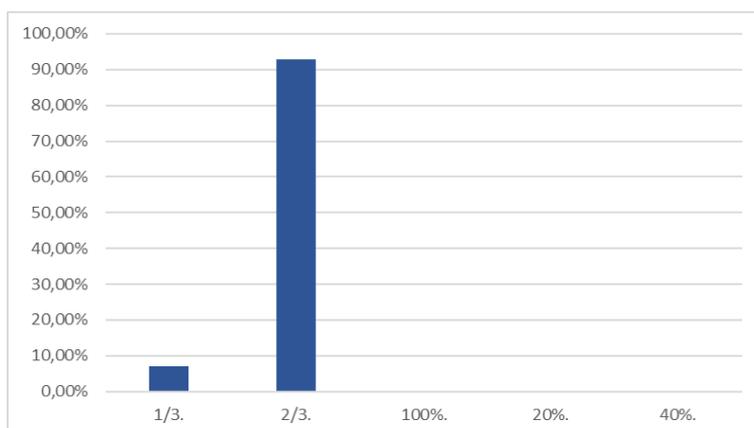


Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Quase a totalidade da turma acertou a questão, sendo 92,9% de acerto entre eles, apenas um aluno marcou a alternativa 4%.

4) Dois alunos da Escola Quintino Vargas decidem jogar um tipo de jogo. O jogo consiste em colocar uma moeda debaixo de um copo não transparente que está virado de boca para baixo, e ao lado tem dois outros copos iguais também virados de boca para baixo, mas sem moedas no seu interior. João que é o aluno que está conduzindo a brincadeira embaralha esses copos sem levá-los e depois pergunta a Maria que é a pessoa que está jogando com João qual o copo que contém a moeda. Maria decide que é o copo do meio. Então João vai em um dos outros dois copos e levanta mostrando que não contém a moeda no seu interior. Neste momento fica o copo do meio que Maria escolheu e um outro copo. Então João pergunta a Maria se ela deseja trocar de copo. Qual a probabilidade de que trocando de copo a Maria encontre a moeda?

Gráfico 14 – Respostas dos alunos sobre a brincadeira do copo



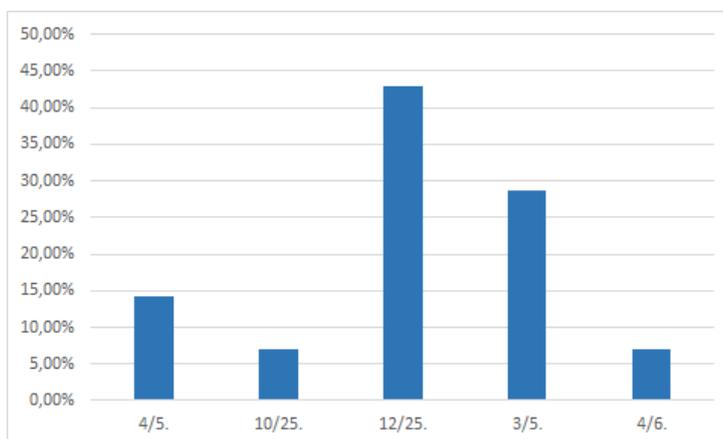
Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Esta questão envolvendo complementar de evento, que é uma situação de grande enunciado e interpretação, teve quase sua totalidade de acertos entre os alunos, ficando 92,9% de acerto. Apenas um aluno marcou uma opção errada.

5) Isadora e Sthefany foram indicadas a participar de um torneio de matemática que vai ocorrer na Escola Quintino Vargas. A probabilidade de Isadora ser escolhida para participar do torneio é $\frac{3}{5}$. A probabilidade de Sthefany ser escolhida para participar

do mesmo torneio é de $\frac{1}{5}$. Sabendo que a escolha de uma delas é independente da escolha da outra, a probabilidade de somente Isadora ser escolhida para participar do torneio é igual a:

Gráfico 15 – Respostas dos alunos sobre o torneio com Sthefany e Isadora



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Esta situação envolve tanto o complementar de evento, quanto calcular a probabilidade de dois eventos ao mesmo tempo. Devido ao nível de interpretação desta questão 42,9% dos alunos marcaram $\frac{12}{25}$, 7,1% marcaram $\frac{10}{25}$, 14,3% marcaram $\frac{4}{5}$, 7,1% marcaram $\frac{4}{6}$ e 28,6% da turma marcaram $\frac{3}{5}$.

- 6) Lançando dois dados ao mesmo tempo e somando os valores das faces voltadas para cima, qual a probabilidade de não sair a soma 4?(descreva sua resposta).

Quadro 18 – Respostas dos alunos da pergunta 06 do Questionário 02 (probabilidade)

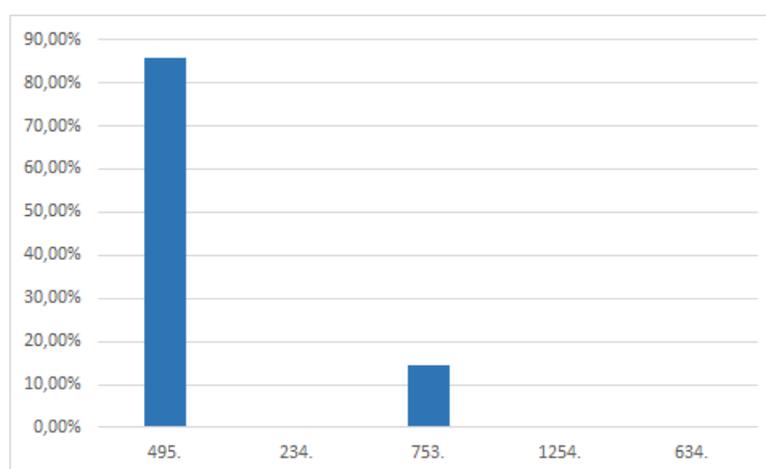
Respostas corretas
A probabilidade é de 33 de não sair a soma 4 em 36.
A probabilidade de não sair a soma 4 é de $\frac{33}{36}$.
São 36 diferentes possibilidades dos números voltados para cima, e existem 3 diferentes maneiras de dar soma 4, assim, $\frac{3}{36}$ é a probabilidade dos dois números darem soma 4. Seu complementar é $\frac{33}{36}$ ou $\frac{11}{12}$, que é a probabilidade de não sair a soma 4.
De sair a soma 4, tenho 3 possibilidades em $36 = (1,3) (2,2) (3,1) = \frac{3}{36}$ logo, as

minhas chances de não sair quatro são 33/36
33/36
33/36
Eu peguei as possibilidades de a soma ser 4 $\{(3,1)(1,3)(2,2)\}$, coloquei sobre o total de possibilidades (36) e subtraí o total, dando um total de 33/36.
33/36
(sair a soma 4)= $\{(1,3),(3,1),(2,2)\} = 3/36$ (Não sair soma = 4)= $36/36 - 3/36 = 33/36 = 11/12$
Se "sair a soma 4" é 3/36 A de "não sair a soma 4" seria 33/36.
A probabilidade de sair soma 4 é de 3/36 então a de não sair é 33/36.
11/12, eu calculei a probabilidade de cair a soma quatro e usei o evento complementar, então ficou assim. A = (3,1)(2,2)(1,3) (Probabilidade de sair a soma 4 no lançamento de dois dados). B = 36 (6(primeiro dado) x 6 (segundo dado)) Resultado 1/12 Mas como queremos a probabilidade de não sair, eu utilizei o complementar de evento, 11/12. Todas as frações utilizadas já estão na forma simplificada.
A probabilidade de não sair a soma 4 é de 33/36
Incompletas
3/36 dois dados cada um tem 6 faces, então $6*6= 36$ de todas as possibilidades apenas essas tem como resultado da soma o número 4= (1,3), (3,1),(2,2)

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 7) De quantas maneiras você pode comprar 8 bolas de sorvete tendo a disposição 5 sabores?

Gráfico 16 – Respostas sobre a escolha de 8 bolas de sorvete dispondo de 5 sabores



Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

O gráfico 18 mostra uma situação envolvendo combinação com repetição 85,7% marcou a alternativa correta, e apenas 2 alunos representando 14,3% marcaram uma alternativa errada, o que mostra que a maioria dos alunos conseguem interpretar uma situação complexa de contagem envolvendo combinação com repetição.

- 8) Lançando um dado duas vezes, qual a probabilidade de que tenha saído 4 no primeiro lançamento sabendo que a soma dos resultados obtidos é 5? (Descreva sua resposta).

Quadro 19 – Respostas sobre probabilidade condicional envolvendo dois dados

Respostas corretas
Sair 4 no primeiro lançamento é o conjunto A, e o conjunto B é formado por todos os resultados que dão soma 5. O conjunto B é composto por (1,4; 2,3; 3,2; 4,1) e a intersecção entre os conjuntos A e B apresenta apenas um elemento, portanto, a probabilidade é 1/4.
2 dados = 36 A= 4 no 1º lançamento = (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) = 6 B= soma igual a 5= (1,4) (2,3) (3,2) (4,1) = 4 $P(A \cap B) = 1/36$ $P(A) = 4/36$ $P(B) = 4/36$ $P(A \cap B) = 1/36$ dividido $P(B) = 4/36 = 1/4$
são 36 casos favoráveis A= (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)= 6 Possibilidades B= (4,1),(1,4),(3,2),(2,3)= 4 Possibilidades intersecção de A e B= 1 $P(A/B) = 1/36/4/36$ Corta o 36 $P(A/B) = 1/4$
Eu peguei os valores e joguei nos eventos determinados: A: {(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6)} B: {(1,4)(4,1)(3,2)(2,3)} A intersecção B: {(4,1)}. Número de elementos: A: {(6)} B: {(4)} A intersecção B: {(1)}. Aí eu joguei na formula número de elementos A intersecção B/ número de elementos B: 1/4.
A= {(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)} B= {(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)} P= 1/4
Respostas erradas
A probabilidade de ter saído 4 no primeiro lançamento é de 1/4 é os resultados obtidos é 5.
A = {(1,4) (4,1) (3,2) (2,3)} b = {(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6)} $A \cap B = (4,1)$ $n(A) = 4$ $n(B) = 6$ $n(A \cap B) = 1$ $P(A/B) = n(A \cap B) / n(B)$ P = 1/6
1/6
2/4
1/36
Essa questão se trata de probabilidade condicional. Então no primeiro evento foi lançado uma dado duas vezes, que resulta em um espaço amostral igual a 36, mas exercício nos deu a primeira condição sair 4 no primeiro dado. Com isso dos 36 vai reduzir para 6 apenas, veja só. B =(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) Agora a probabilidade final que o nosso exercícios quer, dos eventos, cujo primeiro

lançamento saiu 4, qual a probabilidade da soma ser 5. $A = (4,1)$ vamos ter apenas um evento. Com isso a nossa resposta final será, $1/6$.
14 maneiras
$A = \{(1,4), (4,1), (3,2), (2,3)\}$ $B = \{(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)\}$ $A \cup B = (4,1)$ $n(A) = 4$ $n(B) = 6$ $n(A \cap B) = 1$ $P(A/B) = n(A \cap B) / n(B) = 1/6$

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

- 4) Em tempos de pandemia, ter aulas com seu próprio professor traz vantagens em relação ao estudo apenas tutorado?

Quadro 20 – Vantagens sobre aulas com o próprio professor

Ter videoaula com meu próprio professor e uma vantagem enorme, pois as aulas que o governo disponibilizam não são tão eficaz e causa desânimo no aluno, mas quando é o nosso professor fica mais fácil de tirar dúvidas e aprender o conteúdo todo.
Sim, muitas vantagens com as aulas com nosso próprio professor podemos ter maior desempenho e até mesmo aprender mais rápido, por já estarmos acostumados com a dinâmica do professor.
Sim, porque complementa o estudo e traz de volta em parte, a sensação de estar em sala de aula.
Muita. Por ser uma pessoa que a gente já conhece e conhece a forma como ele trabalha, nos sentimos mais seguros e encorajados a continuar estudando. Sem contar o fato de que eles nos ajudam e incentivam.
Sim, em tempos de pandemia qualquer oportunidade de aprender algo a mais é uma vantagem. Pelo menos no meu ponto de vista é muito difícil aprender apenas com o tutorado, sempre tenho que pesquisar mais sobre o assunto, ver videoaulas para poder resolver alguma questão.
Sim, e muita. A ajuda do professor é essencial para tirarmos dúvidas e um melhor entendimento do conteúdo. O estudo tutorado não temos nenhuma forma de ajuda e quando não compreendemos uma questão, não temos a quem recorrer naquele momento, o que torna o estudo muito difícil.
Com certeza, porque como eu disse na primeira resposta, eu particularmente tenho muita dificuldade de estudar só lendo conteúdo, sendo assim as aulas com meu professor me auxiliam muito.
Sim, há uma maior relação e entendimento de conteúdo
Sim, porque o mesmo sabe os conteúdos que precisa ser mais trabalhado e o conteúdo que temos mais facilidade.
Sim.
Com certeza, ter ele para ajudar e explicar de um jeito mais claro um material tão alto didático é muito bom.
Sim, no estudo tutorado muitas vezes não atende o individual de cada aluno assim como o meu próprio professor, como já citei ele será mais preciso e identificará o meu erro com mais facilidade, fazendo com que o meu aprendizado seja cada vez

melhor.
Sim
Sim, por estamos com nosso professor vamos ter mais facilidade de pegar a matéria e por intender melhor sua dinâmica .

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Quadro 21 – Vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos sobre estudar por videoaulas em sua rotina de estudos

Vantagens	Desvantagens
Posso montar minha rotina de estudos adaptando com meus afazeres diários, podendo também rever as videoaulas quando precisar de esclarecimento, além disso posso estudar quando e onde eu quiser.	Na videoaula não podemos tirar dúvidas e fazer perguntas.
Já chegamos na aula tendo conhecimento sobre a matéria que vai ser ensinada na aula.	Não ter o auxílio de um professor.
A possibilidade de assistir em qualquer horário, de pausar e de assistir várias vezes. Pode rever sempre que quiser.	Ser mais cansativo, por passar mais horas no computador, agravando dores de cabeça e nos olhos. Não presença física do professor que muitas das vezes é fundamental para o entendimento da matéria.
Poder estudar no conforto de sua casa e se concentrar melhor nas atividades.	Não posso tirar dividas como na sala de aula.
Fato de ter alguém me explicando.	Fico menos motivada a estudar.
Posso assistir quando puder, em qualquer lugar, e as muitas ferramentas como pausar ou voltar quando não entendo.	A ausência de alguém para tirar as dúvidas no momento em que assisto, o fato de as vezes não ser muito apresentado algo que eu tenho mais dúvidas.
Servem como introdução para uma matéria que será vista, tendo então uma	Não poder ter a participação presencial que é de extrema importância para tirar

noção do que será o conteúdo proposto pelo professor.	dúvidas.
É possível conhecer a matéria.	Não tem como tirar as dúvidas.
Sempre ter o conteúdo à disposição, sem ter que esperar até a próxima aula do meu professor para tê-lo novamente.	Não tirar dúvidas mais profundas.
Elevar seu conhecimento, aprender algo novo.	

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Videoaula é uma ferramenta muito utilizada pelo grupo pesquisado, porém não é uma ferramenta perfeita. Muitos alunos colocaram o fato de que em uma videoaula caso surjam dúvidas, não existe um professor neste momento para que você possa perguntar, e também pode ocorrer de a explicação do professor não focar naquele aspecto que o aluno particularmente teve mais dúvida.

Uma desvantagem levantada da qual leva-se em conta a limitação física do aluno, é que caso ele tenha problemas de visão, principalmente em relação a claridade, ficar exposto a uma tela pode ser algo que o traga desconforto. Levando-se em conta pessoas com esta limitação, ter uma ferramenta de estudos que pode te trazer algum tipo de desconforto como dores de cabeça realmente pode simbolizar um método desmotivador para a aprendizagem.

Levando-se em conta no questionário 01 que 92,3% dos alunos participantes da pesquisa já utilizam videoaulas como rotina para seus estudos extraclases e somando as vantagens expostas pelos alunos, podemos dizer que para a grande maioria dos participantes, as vantagens sobrepõem as desvantagens.

Devido aos alunos dizerem como desvantagens não possuir um professor para tirar as dúvidas no momento da videoaula, podemos então ressaltar que somente as videoaulas como metodologia de ensino, sem ter uma aula de um professor, ou ao menos um tutor para poder tirar as dúvidas restantes, correria o risco de haver lacunas no conhecimento, ao até mesmo entendimentos distorcidos.

Sobre a pergunta 02 que trata das vantagens e desvantagens de ir para uma aula tendo visto uma videoaula do seu professor, as respostas foram categorizadas e estão na tabela a seguir.

Quadro 22 – Vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos sobre assistir a videoaulas do seu professor

Vantagens	Desvantagens
A vantagem de ver a videoaula antes da aula e que facilita a compreensão da matéria, a ansiedade de aprender um conteúdo novo pode-se torna difícil, contudo após a vídeo aula fica mais esclarecedor e confortante durante as aulas.	Entender de forma errada pelo modo de explicação do professor e ir à aula com conhecimento distorcido da matéria.
Já ter um conhecimento da matéria que vai ser abordada na aula.	É mais fácil perder o interesse se você já entendeu.
Inicia-se já tendo conhecimento sobre o assunto que será estudado, facilitando o aprendizado.	Por não ser a mesma coisa na aula ao vivo fica algumas dúvidas.
É muito bom ter um conhecimento prévio daquilo que iremos ver no dia, ajuda muito no entendimento da matéria.	
Iria para a aula já sabendo um pouco do conteúdo, pegando o assunto com mais facilidade e podendo tirar as dúvidas com o professor.	
É muito mais tranquilo, pois você já tem uma noção do que o professor vai falar Já ter um conhecimento prévio do que será visto.	
Você acaba conseguindo maior facilidade no entendimento do conteúdo	

Ter uma previa do conteúdo e alguma base para a aula, ter a mente aberta sobre o conteúdo.	
O aluno poderá ter uma noção do que será proposto na aula, ao invés de ir despreparado sem ter uma base.	
Você já terá uma base e saberá quais as dúvidas.	
Entre várias delas eu citar o fato do conhecimento prévio e o conforto de estar na minha casa. O fato de se chegar em uma aula com noções mínimas do que se trata o conteúdo, já faz um grande diferencial, como otimização do tempo, uma vez que não ficaremos presos na parte teórica da matéria, já avançando para resolução de exercícios e atividades propostas, nos permitindo uma possibilidade a mais de vermos todo o conteúdo letivo. Agora falando de conforto de estar em casa, simplesmente não vou ter a pressão de ter que estudar aqueles 50 minutos específicos, em casa eu vou poder escolher o momento em que eu estiver livre e sem preocupações, isso aumenta a minha capacidade de entender o conteúdo em um nível imaginável.	
O melhor cultivo do tempo utilizado em uma aula	
Já ir com o conhecimento do que vai ser falado na aula	

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Os alunos colocaram muito mais vantagens do que desvantagens em ir para uma aula tendo assistido as videoaulas do professor sobre o conteúdo. A principal vantagem levantada é

de ir para a aula já tendo uma noção do que está por vir, ressaltado também por muitos que isto traz um conforto à aula.

Como desvantagem, dos quatorze participantes, apenas três as citaram. Sendo uma dessas desvantagens, para um dos participantes da pesquisa, se caso tenha compreendido totalmente o conteúdo pela videoaula, a aula acabaria ficando desinteressante. As outras desvantagens levantadas ressaltam que pode haver um entendimento distorcido do conteúdo pela videoaula, ou ir para uma aula com mais dúvidas.

Na pergunta 03, trata das vantagens e desvantagens de assistir videoaulas do seu professor comparadas com videoaulas de outros professores. Foi feita a tabela a seguir classificando as respostas dos alunos.

Quadro 23 – Vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos sobre videoaulas do próprio professor em relação a outras videoaulas

Vantagens	Neutras
A desvantagem de ver uma vídeo aula de outro professor e que a explicação pode ser diferente, assim confundindo o aluno e dificultando o aprendizagem da matéria, que não ocorre quando as videoaula são do mesmo professor.	Todos os professores têm o seu jeito de explicar, todos tem sua parte favorita. Assim como os alunos, que entendem a matéria de acordo com os professores que se identificam mais, e muitas vezes para aprender completamente o conteúdo e necessário ver mais que uma videoaula.
Já estamos acostumados com ele e ele está acostumado com nosso jeito de aprender.	Cada pessoa consegue entender de um modo diferente então é bom ter muitos professores explicando do seu modo, pois posso aprender alguma matéria com um professor, mas outra matéria não.
Os vídeos direcionados à determinada turma facilitam e tornam o estudo mais dinâmico, em comparação com os outros vídeos.	É um meio termo, há maneiras diferentes que vários outros professores criadores de conteúdos (vídeos aulas) tem suas manias e jeitos diferentes

	para introduzir uma matéria.
Conhecer o professor e a turma ajuda muito, porque não sentimos aquele receio em dizer que não entendeu alguma coisa, e acaba que uns ajudam os outros. As aulas com o Dhyego são sempre boas, ele tem uma boa vontade incrível de ajudar e explicar tudo nos mínimos detalhes até que você entenda.	
Sim, pois já se tem uma base, um certo conhecimento daquele conteúdo, então facilita bem mais.	
O nosso professor já nos conhece e assim facilita tanto para ele dar um exemplo dentro da nossa realidade, tanto para nós que já conhecemos a forma dele explicar, e além do fato dele já conhecer nossos pontos fracos e nossos pontos fortes.	
Sim, complementa os estudos	
Sim pois ele nos conhece e sabe como entendemos.	
Sim, uma vez que o professor já tem uma análise da turma e o perfil de cada aluno, ele poderá ser mais preciso na hora de explicar o conteúdo e/ou sanar dúvidas.	
Sim, pelo fato de o professor ter uma noção de como é sua turma.	
Traz muita vantagem por ser meu professor e eu conhecer a maneira que ele explica e já ter um costume com suas aulas isso	

diferencia dos outros .	
-------------------------	--

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Segundo o levantado pelos alunos, não existe desvantagem em ter um conteúdo do seu professor para sua turma comparado aos outros professores criadores de conteúdo. O que é levantado por alguns, é que existem outras maneiras de se explicar um conteúdo por videoaulas de outros professores, o que pode gerar uma melhor adaptação por alguns alunos.

Os alunos levantaram muitas vantagens em relação ao conteúdo das videoaulas ser criado pelo próprio professor, em destaque coloco o fato do professor já conhecer a turma, suas limitações, características e principalmente a sua realidade. Assim o professor pode trazer para o seu ensinamento aspectos da realidade do aluno, do seu cotidiano.

Na pergunta 04, pela pandemia de COVID-19 ser algo que trouxe um isolamento social que pegou a todos de surpresa e afetou toda a intervenção do que foi planejado em projeto, é perguntado aos alunos se ter aula com seu próprio professor traz vantagens em relação ao estudo apenas tutorado (aulas disponibilizadas online pelo governo tendo os professores apenas como tutores do conhecimento), que é a realidade imposta aos alunos.

Não foi necessário classificar as respostas, pois por unanimidade todos disseram haver vantagens em relação ao ensino tutorado. São levantadas vantagens como ter maior desempenho no aprendizado, facilita retirar dúvidas, traz de volta a sensação de estar em sala de aula, se sentem mais seguros e encorajados, facilidade de identificação de dúvidas por parte do professor e maior facilidade de aprendizagem.

Já que a pesquisa foi impactada pelo isolamento social, fazendo com que as aulas que eram para ser desenvolvidas em sala de aula agora fossem ministradas pelo Google Meet, a pergunta 05 pede as vantagens e desvantagens do estudo remoto (pelo Google Meet) comparado com o estudo presencial de sala de aula. As vantagens e desvantagens apontadas pelos alunos estão classificadas na tabela a seguir.

Quadro 24 – Vantagens e desvantagens do estudo remoto comparado com o presencial segundo os participantes

Vantagens	Desvantagens
Podemos tirar dúvidas sem ter timidez	As vezes a escola define a rotina do aluno

diante dos outros alunos, assim fazendo perguntas através de mensagens.	dando mais animo é foco do que é preciso ser feito após o estudo e ter todo o conforto da sua casa pode-se torna um grande problema afetando sua disciplina.
Estar no conforto de casa.	Nas aulas da sala de aula temos mais desenvoltura e menos vergonha para fazer perguntas e tirar duvidas.
No estudo remoto há o maior aproveitamento do tempo, além de poder estudar no seu próprio ritmo.	Não há colegas ou professores para motivá-lo, além da necessidade de ser organizado e dedicado, dificultando a adaptação a esse formato.
O fato de você poder rever a aula quantas vezes quiser é muito bom e ajuda bastante.	Videoaulas é mais restrito, porque nas salas de aula você tem como explicar um assunto de forma mais abrangente e menos corrido.
A vantagem é poder estar em casa e mais relaxado.	As desvantagens no meu caso é que eu tenho uma dificuldade maior de aprender apenas lendo, sem ninguém explicando, ou sem ver na pratica. É acabo demorando muito tempo para fazer uma atividade, pois, para conseguir uma resolver uma questão sempre tenho que ver de um a três videoaula para entender e tentar resolver, depois voltar corrigindo para poder enviar aos professores. Na minha opinião a escola não pode ser substituída apenas pelo ensino tutorado, muitas vezes o assunto fica muito vago nos textos e para algumas matérias não tem videoaulas. Caso estivéssemos tendo aula o ensino tutorado seria melhor como um complementar, uma lista de exercícios para fixar a matéria. Porém, é fato que é mil vezes melhor do que se não estivesse tendo nada.
Temos mais oportunidades de pesquisas e ficamos no conforto de nossas casas	Não ter o professor por perto lhe auxiliando.

Organizar sua rotina de acordo com o tempo disponível	Falta de interação entre professor e aluno.
Em ocasiões como o atual contexto social da pandemia tem-se enorme vantagem pois é o método que mais se parece com o estudo presencial, assim o professor pode ter melhor controle e é possível melhor interação entre alunos e professores.	Maiores distrações e desfoco
O estudo remoto para aqueles que tem o alcance, é uma maneira bem inteligente de proporcionar um conhecimento de forma mais reduzida	A questão dos horários pode não favorecer a uma parte dos alunos, como também pode ocorrer problemas como falta de energia ou problemas com a internet e acabar atrasando o conteúdo.
Você acaba estudando o que quer no seu tempo	Não tendo a aula presencial dificulta um pouco tirar dúvidas, tendo em vista que o quadro escolar tem uma visão mais ampla e mais limpa para expor o conteúdo da matéria.
Estar no conforto de casa e sem conversas paralelas, isso faz a aula ser dinâmica e com um rendimento superior se comparado as aulas presenciais, com isso consequentemente resulta em mais conhecimento.	Fica muitas dúvidas e acaba complicado muito.
Ta no conforto de casa, não ficar parado, etc	Não só o contato com o ambiente próprio para estudos, também a socialização e o aprender a sociedade fora das matérias básicas que a constitui.
	Por ser totalmente diferente, ter um pouco de vergonha de falar, não ser a mesma coisa na hora de tirar dúvidas, pois na aula tem o quadro e a questão do pessoal

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Pela percepção do professor durante as aulas, e pelas claras respostas dos alunos, a grande maioria preferiam estar tendo este conteúdo ministrado em sala de aula, ao invés das aulas do Google Meet. Como também colocado por eles, é a melhor saída em um ambiente de isolamento social.

A todo tempo, o professor buscou deixar os alunos confortáveis para expor suas dificuldades com o conteúdo, e mesmo que não tenha ocorrido durante a pesquisa, o professor sempre repreendeu qualquer atitude de ridicularizar uma dúvida exposta pelos alunos.

Em relação a este receio de perguntar durante a pesquisa, tiveram alguns que disseram ficar mais tranquilos para expor suas dúvidas no ambiente de Google Meet, enquanto outros disseram que estaria mais tranquilos para perguntar no ambiente de sala de aula, mostrando que isso é particular de cada aluno.

Uma das desvantagens mais perceptíveis pelo professor e também exposta pelos alunos é que por ser em um ambiente online e adaptativo em relação a carga horária, a ausência de rotina escolar afeta o empenho dos alunos.

Após esta intervenção com os alunos, foi pedido que respondessem sobre qual o impacto de se assistir a uma videoaula anteriormente a aula. As respostas dos alunos estão no quadro a seguir:

Quadro 25 – Importância de as videoaulas antecederem as aulas segundos os alunos

Respostas dos alunos
A importância de ver uma videoaula antes de assistir uma aula e que o aluno poderá está mais despreocupado e confiante e entender facilmente o conteúdo, pois saberá o que irá aprender, sendo assim, tirando dúvidas com seu professor que teve ao ver a videoaula.
Eu gostei muito de assistir a vídeo aula antes da aula porque já me deixava informada do que ia acontecer na aula
As vantagens de assistir a uma videoaula antes de ir para a aula são inúmeras. Uma vez que todas as dúvidas que você tiver durante a videoaula, você já esclarece na aula mesmo, sem por exemplo ter que esperar que o professor explique tudo, que você tenha outra aula para tirar suas dúvidas, o que demora bem mais.
A videoaula proporciona ao aluno uma "pré apresentação" do que será proposto em aula pelo professor, isso gera maior confiança ao requisito de aprender a matéria, visto que o

aluno já terá uma noção... Isso é o impacto da videoaula na minha opinião.
Auxilia muito, pois quando já temos em mente um pouco da teoria do conteúdo fica mais fácil aprender a prática, além de nos dar um entendimento ainda maior na hora das aulas
Facilita na compreensão da matéria e até a pegar mais fácil a matéria e as atividades
Quando se assiste um vídeo aula antes da aula é possível conhecer e até mesmo entender o conteúdo, possibilitando que a aula sirva como aprofundamento e resolução de dúvidas. Dessa forma, o estudo se torna mais benéfico e efetivo ao estudante, promovendo um melhor aprendizado.
Bem, com certeza o fato de já sabermos o básico da matéria ajuda de mais na hora de iniciarmos um novo conteúdo, sem contar que muitas das vezes na matemática o básico representa boa parte da base do conteúdo em si. Vale lembrar que as videoaulas estarão salvas e disponível ao aluno sempre que ele quiser, com isso não precisará interromper a aula do professor toda vez que tiver dúvida nessa parte do conteúdo.
Já estar um pouco preparado para o assunto que será abordado, tendo mais facilidade em compreender e resolver as atividades propostas
Facilita o entendimento na hora da aula, ficando mais fácil de gravar o conteúdo e resolver as questões
O ato de assistir um vídeo aula anteriormente à aula contribuiu para o melhor entendimento e desenvolvimento da matéria da aula em questão, assim como, trazer melhores resultados em avaliações e exercícios.
Aula fica com um reforço e tu já vai com as dúvidas formadas
O fato de assistir uma videoaula anteriormente á uma aula gera um impacto grande sobre a compreensão e possível "domínio" sobre o assunto. Estar ciente, previamente, do que será abordado em uma aula auxilia diretamente não só na compreensão mas como também no momento de retirar as dúvidas, uma vez que ao final do processo resta apenas os questionamentos pertinentes ao assunto.

Fonte: Resposta dos participantes da pesquisa

Também foi pedido para que gravassem algum vídeo resolvendo alguma situação do seu dia-a-dia com algum dos conteúdos vistos com este estudo. A maioria das situações trazidas pelos alunos foram envolvendo a parte de contagem. Como por exemplo saber de quantas maneiras se podem combinar roupas para poder sair. Em destaque, trago alguns casos como o de um aluno que reparou em bingos de igreja onde se vende cartelas de 5 e 10

números para um sorteio, no qual se precisa ter 5 acertos, e a diferença de possibilidades dessa contagem é muito grande.

Outro caso foi de uma aluna que decidiu dentre suas maquiagens, deixar 5 em sua bolsa, e desta forma de quantas maneiras essa escolha poderia ser feita. Para este caso ela utilizou de combinação já que a ordem não importa. Outra aluna também utilizou de uma combinação envolvendo maquiagens, porém calculou dentre os casos possíveis a probabilidade de se escolher uma combinação de cores escuras para utilizar.

De modo geral os alunos apresentaram apenas vantagens da videoaula anteceder a aula, em maior parte, deixando a aula com mais tempo de tirar dúvidas do que simplesmente lecionando um conteúdo novo. Os alunos também demonstraram facilidade em aplicar o conteúdo nas situações do cotidiano, principalmente situações de contagem.

Perguntas sobre probabilidade e contagem do questionário 02:

As perguntas deste questionário apesar de buscar contemplar todo o conteúdo visto nas semanas anteriores, deu ênfase nos aspectos de maior dificuldade exposta pelos alunos.

A pergunta 01, que trata de contagem, é necessária uma boa noção do princípio multiplicativo para o desenvolvimento da mesma. Os alunos tiveram 100% de acerto mostrando que a habilidade exigida pela BNCC “Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore” foi contemplada.

A pergunta 02 trata de probabilidade condicional. É uma questão que necessita identificar um evento que já ocorreu “os números sorteados são ímpares” e ainda calcular a probabilidade “soma igual a 6”. A resposta para encontrar a alternativa correta ainda é necessária a simplificação da fração. Para esta questão apenas 57,1% dos alunos acertaram a alternativa correta.

A pergunta 03, trata de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos. 92,9% dos alunos conseguiram acertar a alternativa correta, mostrando que a habilidade da BNCC “Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos” foi contemplada pela grande maioria da turma.

A pergunta 04, trata de eventos complementares, é uma questão criada dentro do contexto da vivência dos alunos e remete a uma situação complexa semelhante a exposta no vídeo 06 sobre as três portas. No questionário do vídeo 06 todos os alunos não conseguiram acertar a probabilidade da escolha da porta seguinte, já na pergunta 04, 92,9% dos alunos já conseguiram calcular a probabilidade da segunda escolha.

A pergunta 05 também adaptada para a realidade do contexto social dos alunos, é de grande interpretação e remete também ao complementar de eventos, o aluno deve calcular o complementar e ainda identificar a probabilidade da ocorrência de dois eventos. Para esta questão de interpretação mais elevada, apenas 42,9% dos alunos conseguiram ser assertivos na alternativa.

A questão seis é mais um caso em que empregando eventos complementares facilita a resolução do exercício. Todos os alunos acertaram a probabilidade, com a exceção de um que demonstrou raciocínio correto do desenvolvimento da questão, porém não deixa o valor numérico da probabilidade.

A pergunta 07 é sobre contagem, mais especificamente de combinação com repetição, em uma situação comum vivenciada pelos alunos que é a compra de sorvete. 85,7% dos alunos conseguiram marcar a alternativa correta.

A pergunta 08 trata de probabilidade condicional, apesar do foco nas aulas anteriores, das videoaulas, e do apoio do professor individualmente pelo WhatsApp, muito dos alunos demonstraram ter a interpretação correta em apenas parte desta questão. Apenas 6 alunos conseguiram chegar na resposta correta, e esta pergunta obteve 13 respostas dos 14 participantes.

De modo geral os alunos demonstraram saber identificar métodos de contagem de elementos, identificar qual é o espaço amostral e o número de seus elementos, identificar eventos e número de seus elementos, efetuar o cálculo de probabilidade de eventos, efetuar cálculo de eventos sucessivos e de eventos complementares.

É possível dizer que as habilidades exigidas pelas BNCC e descritas nas sequências didáticas foram trabalhadas e contempladas. Porém, quando são casos de grande interpretação e que exigem separar vários conjuntos e suas intercessões como é o caso de muitas situações envolvendo probabilidade condicional alguns alunos ainda demonstram dificuldades.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo deste trabalho foi investigar e analisar a contribuições da utilização de videoaulas como o material de estudo extraclasse de acordo com as competências e habilidades exigidas pela BNCC em relação ao conteúdo de probabilidade e contagem. Os objetivos secundários foram elaborar videoaulas relacionadas as habilidades exigidas pela BNCC, elaborar aulas vinculando ao conteúdo das videoaulas e realidade do aluno e analisando o desenvolvimento das habilidades matemáticas.

Neste trabalho foi demonstrado nove videoaulas tratando do conhecimento de probabilidade e contagem relacionando com as habilidades da BNCC. Também foi trago quatro sequências didáticas relacionando aulas pelo Google Meet e listas de exercícios a estas nove videoaulas. Foi possível verificar que houve aprendizado durante as quatro semanas de estudo e com alto grau de evolução de todos os participantes. Da mesma forma todos os alunos trouxeram sua visão sobre a utilização de videoaulas antecedendo as aulas, em que mostraram que os pontos positivos da utilização desta metodologia sobrepõem em larga vantagem os pontos negativos.

A questão norteadora deste trabalho foi: Quais impactos da utilização de videoaulas como material extraclasse para o desenvolvimento de habilidades de matemática, conforme a Base Nacional Comum Curricular, de alunos do terceiro ano do ensino médio? Devido aos apontamentos dos alunos, videoaulas se encaixam em muito no ensino extraclasse de probabilidade do ensino médio, em especial, mais ainda em um universo de distanciamento social.

As vantagens descritas pelos alunos sobre o uso desta metodologia revelam que a mesma se encaixa em sua respectiva rotina de estudos, além disso, por mais de 90% dos alunos já utilizarem deste meio para seus estudos extraclasse, demonstra que suas vantagens sobressaem em relação as desvantagens de sua utilização.

Como o descrito pelos participantes, assistir a videoaulas do seu professor sobre o seu conteúdo antes das aulas diminui a ansiedade, e já traz uma noção do que será abordado. Deste modo videoaulas são excelentes estratégias motivacionais de ensino extraclasse. Suas vantagens descritas neste trabalho, principalmente as levantadas pelos alunos demonstram o

quanto este método deve ser explorado. Este método ainda tem seu resultado potencializado caso seja desenvolvido pelo professor vigente de sua turma.

Entretanto, apesar de ser uma metodologia que envolve o uso de tecnologias bem presente na vivência dos jovens, ainda não é apreciado pela totalidade dos estudantes, seja por gosto pessoal, seja por limitações particulares. Ressalto que no grupo pesquisado a grande maioria prefere adotar esta metodologia em seus estudos extraclases.

As vantagens e desvantagens levantadas pelos alunos demonstraram que esta metodologia precisa de um orientador que no caso é um professor. Apesar de a explicação de um vídeo estar correta, não quer dizer que o absorvido pelo aluno esteja, sem contar que durante uma explicação de um conteúdo, existem vários pontos nos quais há maiores dificuldades de aprendizado e estes pontos variam de cada indivíduo.

Tendo em vista que pontos específicos de dificuldade de um conteúdo variam para cada aluno é bem provável que a videoaula que foi muito satisfatória para um grupo de alunos, não seja a mesma experiência para outros grupos.

Reforço que diferentes professores possuem metodologias e posturas diferentes para expressar o mesmo conhecimento. Apesar do exposto pelos alunos que ter videoaulas do seu professor trazem muitas vantagens em relação a de outros, ter vários professores criadores de conteúdo iria enriquecer o universo desta metodologia.

A BNCC reforça o uso de tecnologias de informação e comunicação pelos jovens mediadas por um responsável. Neste aspecto, lidar com aprendizagem utilizando como metodologia videoaulas se torna uma excelente estratégia pedagógica para contemplar as habilidades exigidas pela BNCC e ainda o professor tem o privilégio de ter seu material garantido para anos seguintes e ter um alcance maior de público.

Desta maneira, podemos concluir que esta dissertação, vídeos e metodologia frutos desta pesquisa podem contribuir com o ensino de probabilidade no ensino médio, podendo ser adaptado para outros conteúdos. Conteúdo este trabalho ainda contribui com a reflexão acerca do uso de tecnologias para se adequar a realidade de ensino dos alunos.

7 REFERÊNCIAS

ALVES, Luiz Evandro Carneiro. **TOMADA DE DECISÃO SOB INCERTEZA NO ENSINO MÉDIO: CONEXÕES ENTRE A PROBABILIDADE E A PSICOLOGIA**. 2020. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2020. Cap. 6.

BARTELMEBS, Roberta Chiesa. **Analisando os dados na pesquisa qualitativa**. 2013. Disponível em: <http://www.sabercom.furg.br/bitstream/1/1453/1/Texto_analise.pdf>. Acesso em: 1 jan. 2013.

BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. **Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Rio de Janeiro: União Nacional de Autores, 2019. 104 f.

BRASILESCOLA. **Exercícios - Probabilidade**. 2020. Disponível em: <https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/>. Acesso em: 01 mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: jun. 2018.

BZUNECK, José Aloyseo. As Crenças de Auto-Eficácia e o seu Papel na Motivação do Aluno. In **E. Boruchovitch & J.a. Bzuneck (org.)**, Petrópolis, p.116-133, 2001.

CAMPOS, Bruna Paula; ALMEIDA, Alexandre Celestino Leite. **A Utilização de vídeos de Curta Duração no Ensino de Matemática**. 2019. 24 f. Tese (Doutorado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São João Del-rei- Ufsj, São João Del-rei, 2019.

CARLONI, Paula Carolina. **O ESTUDO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO**. 2019. 59 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019. Cap. 6.

ESTEVAM, Everton José Goldoni; KALINKE, Marco Aurélio. Recursos Tecnológicos e Ensino de Estatística na Educação Básica: um cenário de pesquisas brasileiras. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Santa Catarina, v. 21, n. 2, p. 105-117, 20 abr. 2013.

FARIA, Ive Sá de Pina. **Problemas na aprendizagem de matemática: uma proposta de ensino usando videoaulas**. 2017. 93 f. Tese (Doutorado) - Curso de (mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Profmat, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

FERNANDES, CRISTINA Soares et al. **Google Forms e a prática docente: contribuições, possibilidades e limitações de uso da ferramenta para o ensino e a prática docente na perspectiva dos professores do curso de pedagogia da unitins.** contribuições, possibilidades e limitações de uso da ferramenta para o ensino e a prática docente na perspectiva dos professores do curso de pedagogia da unitins. Educação e resistência, fortaleza, p. 1-10, 07 dez. 2018.

FERREIRA, Ernani Eugenio Baltazar. **Tecnologia e jogos para ensino x aprendizagem de sistemas lineares: uma nova ótica para o ensino da Matemática.** 2018. 38 f. Tese (Mestrado) - Curso de Profmat, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012. 228 p.

FREITAS FILHO, Adail Boa de. **PROBABILIDADE: UMA PROPOSTA À LUZ DA BNCC.** 2020. 53 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, 2020. Cap. 6.

GAL, Iddo. Towards "Probability Literacy" for all Citizens: Building Blocks and Instructional Dilemmas. Mathematics Education Library, [s.l.], p.39-63, jan. 2005. Springer-Verlag. http://dx.doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3.

INEP. **DADOS DO CENSO ESCOLAR – Noventa e cinco por cento das escolas de ensino médio têm acesso à internet, mas apenas 44% têm laboratório de ciências.** Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/dados-do-censo-escolar-noventa-e-cinco-por-cento-das-escolas-de-ensino-medio-tem-acesso-a-internet-mas-apenas-44-tem-laboratorio-de-ciencias/21206. Acesso em: 11 ago. 2020.

LOURENÇO, Abílio Afonso; PAIVA, Maria Olímpia Almeida de. A motivação escolar e o processo de aprendizagem. **Ciências & Cognição**, Porto, v. 15, p.132-141, 15 ago. 2010. INFOESCOLA.. **Exercícios - Probabilidade.** 2020. Disponível em: <https://www.infoescola.com/matematica/probabilidade/exercicios/>. Acesso em: abril, 22, 2020.

LÜDKE, Menga; ANDRE, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação abordagens qualitativas.** São Paulo: Epu, 1986.

MASSALLI, Fábio. **Brasil tem 24,3 milhões de crianças e adolescentes que usam internet: número equivale a 86% das pessoas entre 9 e 17 anos, diz pesquisa.** Número equivale a 86% das pessoas entre 9 e 17 anos, diz pesquisa. 2019. Disponível em:

<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2019-09/brasil-tem-243-milhoes-de-criancas-e-adolescentes-utilizando-internet>. Acesso em: 28 abr. 2020.

MOURA, Tarcisio Junqueira. **PROBABILIDADE E JOGOS DIGITAIS: UMA EXPERIÊNCIA COM O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO**. 2020. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão, Catalão, 2020. Cap. 6.

Nogueiras/MA. 2018. 59 f. Tese (Mestrado) - Curso de Profmat, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Floriano, 2018. Cap. 5.

OLIVEIRA, Alexandre; STADLER, Pâmella de Carvalho. **VIDEOAULAS: UMA FORMA DE CONTEXTUALIZAR A TEORIA NA PRÁTICA**. 2014. 8 f. TCC (Graduação) - Curso de Inovação e Mudança, Educação Superior, Universidade Positivo Online, Curitiba, 2014. Cap. 3.

PAIVA, Mirella Lopez Martini Fernandes. Promovendo a motivação do aluno: contribuições da teoria da atribuição de causalidade. **Psicologia Escolar e Educacional**, Paraná, v. 12, n. 2, p.479-480, 2008.

POSAMENTIER, Alfred S.; KRULIK, Stephen. **A Arte de Motivar os Estudantes do Ensino Médio Para a Matemática**. Porto Alegre: Amgh, 2014. p. 128.

ROSENVAL JÚNIOR,. **PDF ou VIDEOAULA? Qual o melhor?**: conheça as vantagens e desvantagens de cada tipo de material de estudo para concursos públicos.. Conheça as vantagens e desvantagens de cada tipo de material de estudo para concursos públicos.. 2019. Disponível em: <https://www.estrategiaconcursos.com.br/blog/pdf-ou-videoaula-qual-o-melhor/>. Acesso em: 05 ago. 2020.

SILVA, Antonio Ribeiro da. **As tecnologias digitais como estratégia para o ensino e aprendizagem de matemática na escola Marcelino Machado do município Fortaleza dos**

IX SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011, Acaraju. **Gerolamo Cardano: Pai da Teoria da Probabilidade ou Um Bom Apostador de Jogos de Azar?postador de Jogos de Azar?** Acaraju: Sbm, 2011. 8 p.

APÊNDICE 01

Sequência didática 01

Introdução de conceitos básicos a probabilidade

Resumo

Os alunos não costumam lembrar os conteúdos vistos em anos anteriores. Nesta sequência didática busca-se apresentar conceitos básicos de probabilidade e para isto revisitaremos alguns conceitos no processo de contagem, tais como: arranjo, permutação e combinação.

Unidade Temática: Probabilidade e Contagem

Habilidade segundo BNCC:

- Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.
- Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Estudar os conceitos básicos que envolvem contagem;
- Analisar as diferentes formas e conceitos acerca dos elementos de um espaço amostral;
- Explorar os métodos de contagem básicos dos elementos de um espaço amostral (arranjo, permutação e combinação);
- Introduzir o conceito de evento de um espaço amostral.

Duração das atividades em aula:

- 2 horas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Princípio multiplicativo;

- Fatorial;
- Conjuntos.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

- Vídeo 01 - A importância da probabilidade e estatística na vida cotidiana (Duração 1 minutos e 53 segundos);
- Vídeo 02 - Curiosidades sobre probabilidade e o conceito de espaço amostral (Duração 2 minutos e 41 segundos);
- Aula expositiva e dialogada;
- Questionário 01;
- Lista de exercícios;
- Google Meet;
- Slides;
- Mesa digitalizadora.

Quadro 26 – Descrição da sequência didática de atividades da primeira semana

Atividade	Tempo	Descrição/Estímulo	Materiais
Questionário 01	Extraclasse	Aplicação do Questionário 1 para diagnosticar o conhecimento prévio do aluno sobre probabilidade e sua rotina de exercícios.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet.
Vídeo 01 e 02	Extraclasse	Vídeos elaborados pelo professor e disponibilizado em plataforma online.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet.
Acolhimento aula 01	5 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em	Tecnologia para acesso de vídeo,

		aula.	questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet.
Discussão	55 minutos	Debate sobre a importância de probabilidade na vida cotidiana e o que é espaço amostral.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet.
Exercícios sobre contagem	Extraclasse	Resolução de problemas.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 02	5 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Nenhum.
Aula expositiva e Resolução de exercícios	55 minutos	Aula dos métodos de contagem: arranjo, combinação e permutação e resolução de exercícios	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet.

Fonte: Autor

Questionário 1

Primeiramente é necessário que o professor tenha um grupo de troca de mensagens com os alunos, é sugerido que seja o WhatsApp. Após o grupo montado o professor deverá explicar toda a metodologia que será aplicada. Após as devidas explicações o professor aplicará o Questionário 01 que visa diagnosticar o conhecimento do aluno em relação a contagem e probabilidade, assim como informações sobre sua rotina de estudos extraclasse. O Questionário 01 se encontra no apêndice 05.

Acolhimento (aula 01)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Na ocasião, o professor explicará a dinâmica que será adotada na disciplina a partir da utilização dos vídeos extraclasse. Para melhor desenvolvimento da sequência, sugerimos que esta primeira etapa seja realizada na última aula de matemática da semana. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso.

Discussão

De forma extraclasse, os alunos deverão assistir ao vídeos 01 vídeo 02 disponibilizados em plataforma online para os alunos. É importante o professor se atentar para o caso de algum aluno não ter acesso aos vídeos. Para contornar isto, sugerimos que a escola disponibilize recurso para que o aluno tenha acesso aos vídeos. Ao final de cada vídeo é disponibilizado um hiperlink através do Google Forms que direciona o aluno para um questionário com perguntas acerca do vídeo. Os questionários acerca dos vídeos 01 e 02 estão respectivamente nos apêndices 02 e 03.

Após acolhimento, promova um debate acerca dos momentos do cotidiano em que são tomadas decisões e quando estas são melhores aproveitadas se soubermos analisar dados quantitativos, probabilísticos e estatísticos. Espera-se que o aluno faça correlação do debate com o conteúdo do vídeo 01. Professor procure motivar que os alunos participem e valorize as

respostas apresentadas pelos alunos. Para facilitar o avanço da discussão é sugerido levantar as respostas dos alunos referentes aos formulários dos vídeos 01 e 02.

São esperadas respostas de naturezas diversas dos alunos, inclusive no sentido de serem corajosos e não ligar para os valores quantitativos de estatística e probabilidade nas decisões de seu cotidiano, porém até isto pode ser usado para enriquecer a discussão como um todo, mostrando o quão é complexo a tomada de decisões ao longo de nossas vidas.

O professor fará o desfecho do debate a partir da síntese dos apontamentos dos alunos no decorrer da aula. Em especial, espera-se que seja destacada a importância e relevância da interpretação de dados quantitativos, probabilísticos e estatísticos para a solução de problemas do cotidiano.

Após a fase de debates é sugerido ao professor usar situações corriqueiras da vida do aluno para incitar a contagem de elementos, como a quantidade de maneiras de se vestir dispondo de três calças e duas camisas, e utilizar de exemplos clássicos como lançamento de dados e moedas e evoluindo para situações com resultados maiores mostrando a necessidade de um método de contagem.

Um outro exemplo também é pegar a mesma situação, como o pódio de uma competição e analisar isto com 3 competidores, 6 e depois 100 competidores. A partir dos problemas apresentados, o professor mostrará a necessidade de ter alguma ferramenta para lidar quando há um número grande de competidores. Espera-se que os alunos ao compararem os resultados percebam a diferença quando a ordem importa e quando a ordem não importa, e assim aprendam a diferença entre arranjo e combinação.

Caso dê tempo, comece as explicações em relação ao princípio multiplicativo ainda na primeira aula da semana. Ao final da primeira aula é sugerido que envie aos alunos as questões dispostas a seguir como lista 01 e também a gravação da aula para que possam reassistir, ou quem faltou possa ter acesso ao conteúdo ministrado.

Exercícios

Segue os exercícios a serem utilizados na segunda aula, já sua resolução se encontra no apêndice 04. E foi adotado as seguintes anotações para a resolução, e a mesma é indicada para uso na fase da aula expositiva.

- Para arranjo em que n é o total de elementos e p o número de elementos escolhidos iremos denotar como $(A_n^p) = \frac{n!}{(n-p)!}$;
 - Para combinação em que n é o total de elementos e p o número de elementos escolhidos iremos utilizar $(C_n^p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}$;
- 1) Os resultados de um suporte sorteio da Mega-Sena foram os números 04, 10, 26, 25, 44 e 57. De quantas maneiras distintas pode ocorrer essa sequência de resultados?
 - 2) Na palavra NORTE, quantos anagramas podem ser formados? Quantos começam com vogal?
 - 3) Existem 10 pessoas para concorrerem uma comissão composta de um presidente, um vice-presidente e um tesoureiro. De quantas maneiras diferentes essa comissão pode ser montada?
 - 4) Em uma urna de sorteio de prêmios existem dez bolas enumeradas de 0 a 9. Determine o número de possibilidades existentes num sorteio cujo prêmio é formado por uma sequência de 6 algarismos distintos?
 - 5) Em uma escola, quinze funcionários se candidataram para as vagas de diretor e vice-diretor. Eles serão escolhidos através do voto individual dos alunos desta escola. De quantas maneiras essas vagas podem ser preenchidas?
 - 6) Em uma sala de aula existem 12 alunas, e uma delas chama-se Carla. Quantas grupos de 5 alunas podem ser formados que Carla ocupe uma vaga?
 - 7) Um pesquisador científico precisa escolher três cobaias, num grupo de oito cobaias. Determine o número de maneiras que ele pode realizar a escolha.
 - 8) Uma família é composta por cinco pessoas (pai, mãe e três filhos) que nasceram em meses diferentes do ano. Calcule as sequências dos possíveis meses de nascimento dos membros dessa família.
 - 9) Quantas maneiras podemos obter o primeiro, segundo e terceiro lugares de uma corrida com 100 pessoas?
 - 10) Na cidade de João Pinheiro estão se organizando regularmente corridas para atletas locais, uma ótima maneira de se incentivar o esporte e a prática de atividade física na região. Levando em conta que se inscreveram 50 pessoas, quantas maneiras distintas podemos obter o pódio do primeiro ao quarto colocado?

Resposta dos exercícios da Sequência didática 01

- 1) Temos 6 números a serem sorteados, e dentre estes 6 descritos no enunciado podemos organizar eles da seguinte forma. Para o primeiro sorteio temos 6 possibilidades, já que um número já foi usado e não irá se repetir sobrou 5 para o segundo sorteio, 4 para o terceiro, 3 para o quarto, 2 para o quinto e apenas 1 último número para o sexto sorteio. Multiplicando essas possibilidades temos: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$. Se preferir também podemos pensar como um arranjo, no qual o número de elemento e o número de elementos escolhidos sejam os mesmos. Assim utilizando arranjo em que n é o total de elementos e p o número de elementos escolhidos iremos denotar como (A_n^p) $= \frac{n!}{(n-p)!}$, sendo assim $(A_6^6) = \frac{6!}{(6-6)!} = 6! = 720$, lembrando-se de que $0! = 1$.
- 2) Anagramas da palavra norte temos 5 letras logo são $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$, E que começam com vogal temos 2 opções para a primeira letra, e por ter usado já uma letra fica então 4 para a segunda letra e assim por diante, então temos: $2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$.
- 3) Quando se fala de comissão geralmente se usa combinação, mas já que foi dado categorização para cada membro dessa comissão então a ordem deles importa, pois as mesmas pessoas em posições diferentes fazem comissões diferentes. Assim é um arranjo de $(A_{10}^3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$.
- 4) É um arranjo pois ordem diferentes dos números geram resultados diferentes, então temos $(A_{10}^6) = \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151200$.
- 5) Escolhendo duas pessoas e tendo elas como diretor e vice-diretor e alternando as funções gera lideranças diferentes então se trata de arranjo, logo temos que $(A_{15}^2) = \frac{15!}{(15-2)!} = \frac{15 \times 14 \times 13!}{13!} = 15 \times 14 = 210$.
- 6) Se Carla já está na comissão então das 12 pessoas sobraram 11 e das 5 vagas sobraram 4, por se tratar de uma comissão em que a ordem não importar então vamos usar combinação $(C_n^p) = \frac{n!}{p! (n-p)!}$. Neste caso $(C_{11}^4) = \frac{11!}{4! (11-4)!} = \frac{11!}{4! \times 7!} = 330$.
- 7) Já que a ordem das cobaias escolhidas não importa se trata de uma combinação de 3 em 8, logo temos $(C_8^3) = \frac{8!}{3! \times (8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$.

8) Para o primeiro membro temos 12 meses possíveis, para o segundo membro já que é em mês diferente sobrou 11 meses possíveis, o terceiro membro pelo mesmo motivo 10 meses, o quarto membro 9 meses e o quinto membro 8 meses, ficando então:
 $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 = 95.040.$

9) Já que a ordem importa se trata de um arranjo. Temos que
 $(A_{100}^3) = \frac{100!}{(100-3)!} = \frac{100 \times 99 \times 98 \times 97!}{97!} = 100 \times 99 \times 98 = 970.200.$

10) Já que a ordem importa se trata de um arranjo. Temos que
 $(A_{50}^4) = \frac{50!}{(50-4)!} = \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46!}{46!} = 50 \times 49 \times 48 \times 47 = 5.527.200.$

Acolhimento (Aula 02)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Uma sugestão de slide para esta aula está no Apêndice 18.

Aula expositiva e resolução de exercícios

Nesse momento é introduzido o conteúdo de arranjo, permutação e combinação. É interessante resolver os mesmos exemplos citados na parte da discussão de espaço amostral, mas desta vez levando os alunos a descobrirem as fórmulas a partir dos problemas apresentados. A vantagem de se usar os mesmos exemplos é mostrar ao aluno que aquela situação em que ele utilizou de grande esforço e criatividade pra resolver, pode ter sua solução facilitada com uma ferramenta matemática.

APÊNDICE 02

Sequência didática 02

Contagem e Probabilidade

Resumo

Nesta sequência busca-se aprofundar os processos de contagem de elementos de conjuntos, em especial, combinações com repetições e permutações cíclicas, ademais, explora-se o cálculo de probabilidade.

- **Unidade Temática:** Probabilidade e Contagem
- **Habilidade segundo BNCC:**
 - Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.
 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.
 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
 - Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Estudar conceitos básicos sobre probabilidade como o conceito de probabilidade e evento.
- Estudar contagem, como permutação circular e combinação com repetição.
- Resolver problemas envolvendo probabilidade.

- Diferenciar as técnicas de contagem a partir da análise de situações diferentes.

Duração das atividades

- 2 horas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Arranjo;
- Combinação;
- Princípio multiplicativo;
- Permutação;
- Espaço amostral.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

- Vídeo 03 - Combinação com Repetição e Permutação Circular (Duração 6 minutos);
- Vídeo 04 - Cálculo de probabilidade e exemplos envolvendo intercessões de conjuntos (Duração 4 minutos e 34 segundos);
- Aula expositiva e dialogada;
- Lista de exercícios;
- Google Meet;
- Slides;
- Mesa digitalizadora.

Quadro 27 - Descrição da sequência didática de atividades da segunda semana

Atividade	Tempo	Descrição/Estímulo	Materiais
Video 03 e Video 04	Extraclasse	Vídeos elaborados pelo professor e disponibilizado em plataforma online.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo

			Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 01	5 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Combinação com repetição e permutação circular	25 minutos	Discussão em sala de aula acerca do vídeo 03 e apresentação e resolução de problemas.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Cálculo de probabilidade	30 minutos	Discussão em sala de aula acerca do vídeo 04 e apresentação e resolução de problemas.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Exercícios sobre	Extraclasse	Resolução de problemas.	Tecnologia para acesso de vídeo,

combinação com repetição e permutação circular.			questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 02	5 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Resolução de exercícios	55 minutos	Resolução de exercícios problemas sobre o cálculo de probabilidade.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.

Fonte: O autor

Vídeo 03 e Vídeo 04

De forma extraclasse é sugerido disponibilizar aos alunos os vídeos 03 e 04 em plataforma online. Os alunos podem acessar da maneira que forem mais conveniente em seu tempo livre. O interessante desta metodologia é que ela se adapta a rotina e realidade do aluno. Lembrando que é necessário que a escola disponibilize ambiente com tecnologia para

acesso para aqueles alunos que queiram participar do acesso aos vídeos, mas que não disponibilizam da tecnologia.

Ao final de cada vídeos é disponibilizado um hiperlink através do Google Forms que direciona o aluno para um questionário com perguntas acerca do vídeo e estes questionários estão dispostos nos apêndices 05 e 06 respectivamente.

Acolhimento (Aula 01)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso. Uma sugestão de slides para esta aula está no apêndice 19.

Combinação com Repetição e Permutação Circular

Após os alunos assistirem os vídeos de forma extraclasse e já passado os recados e acolhimentos é dado início a aula sobre combinação com repetição. Para este momento é discutido o assunto do vídeo três que mostra aos alunos que existem casos que fogem da primeira visão simples de combinação que é a combinação com repetição, e também casos de permutação em que pessoas/objetos são ordenados/distribuídos de forma circular.

É sugerido expor para os alunos os exercícios propostos nos vídeo três e com questionamentos levando os alunos a deduzirem as fórmulas pra resolução de cada situação com a condução do professor. É sugerido também que neste momento de explicação vá pegando situações semelhantes e aumentando a parte quantitativa dos exercícios, levando cada vez mais a necessidade do uso de uma ferramenta matemática facilitando assim a precisão na dedução dos alunos das fórmulas da disciplina. Para facilitar as discussões dos alunos, considere as respostas dos alunos dos questionários dos vídeos 03 e 04.

Cálculo de probabilidade

Utilizando o vídeo 04 e as respostas de seu questionário dá início a discussão envolvendo probabilidade. É importante que neste momento os alunos desenvolvam a capacidade de identificar subconjuntos dentro do espaço amostral, a fim de se dar início ao

cálculo de probabilidade. Com isso é importante ressaltar a importância de simplificar as frações de probabilidade, e também mostrar as outras formas de se representar a chance de algo acontecer como a forma decimal e fração.

Ao final da aula é enviado aos alunos a lista de exercícios a serem abordados de forma extraclasse e que serão respondidos na aula 02, peça aos alunos que vá enviando as dúvidas e suas resoluções para o professor ao longo da semana. Essas respostas e dúvidas vão ajudar o professor a perceber quais pontos precisam ter maior atenção em aula.

Exercícios sobre combinação com repetição, permutação circular e probabilidade.

Após a discussão, serão apresentados os seguintes problemas para a turma. Sua respectiva resolução se encontra no apêndice 07. Vamos utilizar durante a parte expositiva e durante a resolução dos exercícios as seguintes notações:

- Combinação com repetição: $C_{n+p-1,p} = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$
- Permutação Circular: $P_n = (n - 1)!$
- Para probabilidade vamos adotar como $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$ em que E é considerado um evento, Ω os casos possíveis, $n(E)$ o número de elemento do evento e $n(\Omega)$ o número de casos possíveis.

- 1) Supondo que você queira comprar um sorvete com 4 bolas em uma sorveteria que possui 3 sabores disponíveis: chocolate, baunilha e morango. De quantos modos diferentes você pode fazer esta compra?
- 2) A escola Quintino vargas precisa comprar 8 pacotes de café e o fornecedor possui 6 marcas diferentes para sua distribuição. De quantas formas diferentes a escola pode adquirir 8 pacotes de café levando em consideração as 6 marcas distintas do distribuidor?
- 3) Na cantina da escola alguns alunos vão fazer uma vaquinha para comprar 12 docinhos para fazerem uma doação. De quantas maneiras estes alunos podem fazer a compra dos 12 docinhos se há disponível 8 opções de sabores diferentes?
- 4) De quantas maneiras posso levar 10 bombons se tenho 5 sabores diferentes à disposição.

- 5) Joana quer fazer uma pulseira para sua filha, e para utilizar nesta pulseira ela possui 5 pedrinhas e cada uma dessas pedras possui cores diferentes. De quantas maneiras Joana pode distribuir as pedras na pulseira?
- 6) Na escola Quintino Vargas para se realizar um trabalho de artes um grupo de 7 pessoas vão se reunir no refeitório e pretendem se sentar juntos na mesma mesa. De quantas maneiras distintas elas podem se distribuir na mesa?
- 7) Considerando que irão se sentar em uma mesa 8 pessoas, sendo que duas delas muito amigas que querem se sentar juntas, sendo elas Ana e Maria, e sempre Ana a esquerda de Maria. De quantas maneiras diferentes estas 8 pessoas podem se sentar à mesa?
- 8) Três moedas são lançadas simultaneamente. Qual é a probabilidade de ocorrer coroa nos três lançamentos?
- 9) Lançar dois dados comuns. Qual a probabilidade de sair um múltiplo de três nos dois lançamentos?
- 10) O baralho é composto quatro naipes e cada naipe possui treze cartas que vão dos ais ao rei. Qual a probabilidade de se retirar um Rei no baralho?
- 11) Um jovem casal pretende ter 3 filhos. Qual é a probabilidade de que tenham pelo menos uma menina?
- 12) Qual a probabilidade de um dos números 1, 2, 3, 4, ..., 100 ser múltiplo de 6 e de 10 ao mesmo tempo?
- 13) No lançamento de um dado qual é a probabilidade de obter deste lançamento o número 3 ou o número 5?
- 14) No lançamento de dois dados, qual a probabilidade de que a soma das faces voltadas para cima seja igual a 6?
- 15) Levando em consideração que o número 60 possui 12 divisores, qual a probabilidade de que escolhendo ao acaso um desses divisores se tenha um número primo?
- 16) Qual a probabilidade ao lançar um dado duas vezes, se obter números iguais nos dois lançamentos?
- 17) No lançamento de dois dados, qual a probabilidade de obtermos soma igual a 8?

Resposta dos exercícios sobre combinação com repetição e permutação circular da sequência didática 02

Para os exercícios de combinação com repetição, permutação circular e probabilidade vamos considerar as notações a seguir:

- Combinação com repetição: $C_{n+p-1,p} = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$
- Permutação Circular: $P_n = (n-1)!$
- Para probabilidade vamos adotar como $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$ em que E é considerado um evento, Ω os casos possíveis, $n(E)$ o número de elemento do evento e $n(\Omega)$ o número de casos possíveis.

- 1) O número de sorvetes que tenho pra distribuir são 3, e o número de vagas (bolas) são 4, então substituindo isto na fórmula com $n = 3$ e $p = 4$ temos $\frac{(3+4-1)!}{4!(3-1)!} = \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$.
- 2) Se tenho 6 marcas para distribuir e possuo 8 vagas, então vamos considerar $n=6$ e $k=8$, logo temos $\frac{(6+8-1)!}{8!(6-1)!} = \frac{13!}{8! \times 5!} = 1287$.
- 3) Se tenho 8 variedades diferentes e possuo para distribuir 12 vagas, vamos considerar $n=8$ e $k=12$, logo temos que $\frac{(8+12-1)!}{12!(8-1)!} = \frac{19!}{12! \times 7!} = 50.388$.
- 4) Se tenho 5 sabores para serem utilizados em 10 vagas então considerando $n=5$ e $k=10$ temos que $\frac{(5+10-1)!}{10!(5-1)!} = \frac{14!}{10! \times 4!} = 1001$.
- 5) Se tratando de permutação circular temos 5 pedras de cores diferentes a serem dispostas, considerando $n=5$ temos que $(5-1)! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.
- 6) Distribuição de 7 pessoas em uma mesa, vamos usar permutação circular, logo considerando $n=7$ temos que $(7-1)! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$.
- 7) Para facilitar a análise, considere as duas amigas como uma pessoa apenas, já que vão aparecer juntos e na mesma sequência, então considerando $n=7$ temos que $(7-1)! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$.

- 8) Chamando a moeda com a face virada para cima de C temos que para a situação descrita na questão os casos favoráveis são (CCC), logo temos $n(E) = 1$. E nossos casos possíveis são $n(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 = 8$ elementos, sendo assim nossa probabilidade é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$.
- 9) Em um dado, existem dois números múltiplos de 3, a saber: 3 e 6, logo são duas possibilidades em 6 possibilidades. Sendo então duas possibilidades no primeiro dado e duas no segundo dado podemos ter associando os dois dados temos $n(E) = 4$ casos favoráveis, e no nosso espaço amostral temos 6 possibilidades do primeiro dado com 6 possibilidades do segundo dado, já que associando os dois lançamentos cada número do primeiro dado pode sair com cada número do segundo dado isso nos dá $n(\Omega) = 36$ possibilidades ao todo. Assim temos então 4 casos favoráveis que seria nosso evento em um total de 36 casos possíveis, ficando assim a probabilidade $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.
- 10) Se são 4 naipes e cada naipe possui um rei então temos 4 reis no baralho, logo então nossos casos favoráveis (evento) é $C = 4$. Cada naipe possui 13 cartas, o que nos dá 52 cartas ao todo, sendo assim $n(\Omega) = 52$. Logo nossa probabilidade é $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.
- 11) Cada filho biologicamente existe duas possibilidades, a de ser menino ou menina, sendo assim nosso espaço amostral (casos possíveis) são $n(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 = 8$ Para facilitar nossa resolução, vamos pensar em quantos casos que não me interessam e retirar isto do nosso espaço amostral ficando apenas com os casos favoráveis. Sendo assim, os casos que não são favoráveis é o de nascer apenas meninos é de $1 \times 1 \times 1 = 1$ Ou seja sobraram 7 casos favoráveis $n(E) = 7$ em 8. Probabilidade então é $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{7}{8}$.
- 12) Para nossos casos favoráveis precisamos encontrar os números que são múltiplos de 6 e de 10 ao mesmo tempo no intervalo de 1 a 100, e neste caso o único número que satisfaz esta condição é o número 60, logo $n(E) = 1$. O espaço amostral que foi dado possui 100 elementos, sendo assim $n(\Omega) = 100$ logo a probabilidade é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{100}$.

- 13) Casos favoráveis são dois elementos $E=\{3,5\}$ e os casos possíveis são os 6 elementos de um dado comum, logo temos que a probabilidade é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- 14) Para o total de casos favoráveis temos 6 possibilidades do primeiro dado com 6 possibilidades do segundo dado, sendo assim aplicando o princípio multiplicativo temos então $6 \times 6 = 36$ casos favoráveis ao nosso experimento. Os casos favoráveis são $E=\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$, sendo assim $n(E) = 5$ elementos, logo a probabilidade é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$.
- 15) Os nossos casos favoráveis são todos os divisores do número 60 que no caso são (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60) 12 elementos. Nossos casos favoráveis são (2, 3, 5), ou seja, 3 elementos. A Probabilidade de se escolher um número primo dentre os divisores do número 60 é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
- 16) Para nosso espaço amostral temos 6 possibilidades no primeiro lançamento com 6 possibilidades no segundo lançamento, o que aplicando o princípio multiplicativo temos então $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$ possibilidades. Nossos casos favoráveis são $\{(1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6)\}$, ou seja, $n(E) = 6$ elementos, logo a probabilidade é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
- 17) Para nosso espaço amostral temos 6 possibilidades no lançamento do primeiro dado e 6 possibilidades no lançamento do segundo dado, o que aplicando o princípio multiplicativo temos então $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$ possibilidades. Nossos casos favoráveis são $\{(2,6) (3,5) (4,4) (5,3) (6,2)\}$ 5 elementos, logo a probabilidade é $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$.

Acolhimento (Aula 02)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso. Uma sugestão de slides para esta aula está no apêndice 20.

Resolução dos exercícios

Aconselha-se o professor de montar seus slides de acordo com as dificuldades dos alunos ao longo do que foi exposto por eles nas resoluções e dúvidas. Uma maneira interessante de se organizar os slides para expor esta resolução é colocar a pergunta em um slide, e em cada slide seguinte ir aparecendo trechos da resolução, para que assim os alunos possam colocar seus apontamentos e fazer a construção do conhecimento.

Ao final desta aula envie aos alunos os vídeos 05 e 06, o link de seus formulários e o link para assistirem novamente a esta aula, ou para apreciação de algum aluno que precisou se ausentar.

APÊNDICE 03

Sequência didática 03

Probabilidade condicional e eventos complementares

Resumo

Nesta sequência busca-se apresentar os conceitos de probabilidade condicional e de probabilidade de evento complementar. É esperado que os alunos consigam interpretar cálculos de elementos de espaço amostral finito, processos de contagem e consiga interpretar e resolver problemas de probabilidade que envolvam espaços amostral finito.

Unidade Temática: Probabilidade e Contagem

Habilidade segundo BNCC:

- Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
- Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Estudar Probabilidade Condicional
- Estudar complementar de eventos
- Resolver problemas sobre complementar de eventos.
- Resolver problemas sobre probabilidade condicional

- Diferenciar situações de probabilidade condicional e de probabilidade simples.

Duração das atividades

- 2 horas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Arranjo;
- Combinação;
- Permutação;
- Combinação com repetição;
- Permutação cíclica;
- Espaço amostral;
- Evento;
- Experimento aleatório;
- Cálculo de probabilidade simples.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

- Vídeo 05 Probabilidade Condicional (duração 2 minutos e 18 segundos);
- Vídeo 06 Eventos complementares (duração 3 minutos e 27 segundos);
- Aula expositiva e dialogada;
- Lista de exercícios;
- Google Meet;
- Slides;
- Mesa digitalizadora.

Quadro 28 – Descrição da sequência didática de atividades da terceira semana

Atividade	Tempo	Descrição/Estímulo	Materiais
Vídeo 05 e 06	Extraclasse	Vídeo elaborado pelo	Tecnologia para

		professor e disponibilizado em plataforma online.	acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 01	05 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Probabilidade Condicional	35 minutos	Discussão e aula acerca do vídeo 05.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Cálculo de eventos complementares	20 minutos	Discussão e aula acerca do vídeo 06.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Exercícios sobre eventos	Extraclasse	Resolução de exercícios sobre eventos	Tecnologia para acesso de vídeo,

complementares e probabilidade Condicional		complementares.	questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 02	05 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Resolução de exercícios	55 minutos	Resolução de exercícios sobre eventos complementares.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.

Fonte: O autor.

Vídeo 05 e 06

De forma extraclasse é enviado aos alunos os vídeos 05 e 06 dispostos em plataforma online para os alunos. É importante o professor se atentar para o caso de algum aluno não ter acesso aos vídeos. Para contornar isto, é sugerido que a escola disponibilize recurso in loco para que o aluno tenha acesso aos vídeos. Ao final de cada vídeo é disponibilizado um hiperlink através do Google Forms que direciona o aluno para um questionário com perguntas acerca do vídeo. Os formulários se encontram respectivamente nos apêndices 08 e 09.

Acolhimento (aula 01)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso.

Uma sugestão de slides para esta aula está no apêndice 21.

Probabilidade Condicional

Após acolhimento, o professor iniciará a aula com uma discussão relativa ao vídeo 05, para isto é interessante que o professor recorra as respostas do questionário do vídeo 05.

É fundamental que o professor se atente aos alunos com dificuldade que tem vergonha de expor suas dúvidas. É um desafio, perceber individualmente essas dificuldades ainda mais no universo online.

Nesta parte vai ser discutido como ocorre a probabilidade condicional. Vamos definir como probabilidade condicional como a chance de um evento acontecer dependendo de que outro evento tenha ocorrido. Melhor dizendo, se existe um espaço amostral S que contém os eventos A e B que são diferentes do conjunto vazio. A probabilidade de que A ocorra, assumindo que B já ocorreu é representada por $P(A|B)$ em que vamos calcular esta probabilidade da seguinte forma $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Cálculo de eventos complementares

Após as discussões sobre probabilidade condicional, inicia-se as discussões sobre eventos complementares. Vamos entender eventos complementares da seguinte forma: Seja A um evento qualquer. Então: $P(A^c) = 1 - P(A)$, em que $P(A^c)$ é o complementar do evento A . Vamos adotar esta escrita para a resolução dos exercícios que se seguem.

O problema proposto no vídeo é um exemplo clássico de matemática que descreve um programa de televisão dado composto por três portas fechadas a um participante que pode escolher abrir uma dessas portas. Na ocasião uma delas possui um prêmio e as outras duas estão vazias. Após a escolha da porta feita pelo participante o apresentador vai em uma das

outras duas portas não escolhidas e abre mostrando ao participante que está vazia. Neste instante o apresentador pergunta ao participante se ele deve trocar de porta.

É sugerido que o professor deixe a turma discutir a resolução e apresentem seus pontos de vista antes do professor expor a resolução do problema. A resolução por sua vez se dá pelo fato de a primeira porta ter sido escolhida quando havia três portas, portanto, sua chance de estar com o prêmio é de $\frac{1}{3}$, já a outra porta mesmo que tenha uma aberta possui a chance que falta para completar o espaço amostral. Chamando a probabilidade da porta escolhida inicialmente de $P(A)$, então a da outra porta sendo seu complementar é de que é de $P(A^c) = \frac{2}{3}$.

A primeira resposta para a discussão do problema das portas vem do questionário do vídeo 06, essas respostas servem como base para melhor elaborar a discussão com seus alunos devido aos apontamentos de cada turma tenderem a ser diferentes.

Exercícios sobre eventos complementares e probabilidade Condicional

Ao final da aula 01, envie aos alunos os exercícios dispostos a seguir:

- 1) Ao lançarmos dois dados não viciados, qual a probabilidade de obtermos faces voltadas para cima cuja soma entre elas seja 6 sendo que o primeiro dado saiu o número 1?
- 2) Ao se lançarem uma moeda e posteriormente um dado, qual a probabilidade de obtermos o resultado 1 no lançamento do dado levando em consideração que tivemos cara no lançamento da moeda?
- 3) Em uma empresa, o risco de alguém se acidentar é dado pela razão 1 em 30. Determine a probabilidade de ocorrer nessa empresa as seguintes situações relacionadas a 3 funcionários:
 - A) Todos se acidentarem.
 - B) Nenhum se acidentarem.
- 4) (UFSCar) (adaptada)

Dois dados usuais e não viciados são lançados. Sabe-se que os números observados são ímpares. Então, qual a probabilidade de que a soma deles seja 8?

- 5) Em uma aula de dança existem 50 alunos, 15 homens e 35 mulheres. Sabendo que 10 homens e 15 mulheres foram selecionados para uma apresentação. Uma pessoa é sorteada ao acaso.
Qual a probabilidade de:

- A. Ela ser do sexo feminino se foi sorteada para a apresentação?
B. Ela ter sido sorteada se é do sexo masculino?

- 6) (ENEM) 2015

Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos. A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é:

- a) 23,7%
b) 30%
c) 44.1%
d) 65,7%
e) 90%

- 7) Um casal tem dois filhos com a diferença de 5 anos de idade. Qual a probabilidade de que as duas crianças sejam do sexo feminino levando em consideração que a filha mais velha é do sexo feminino?
- 8) Duas cartas são retiradas aleatoriamente, sem reposição, de um baralho de 52 cartas. Calcule a probabilidade condicional de que a segunda carta retirada seja de espada dado que a primeira também é.
- 9) (Enem 2010) (Adaptada)

O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de

37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS
39	1
38	10
37	3
36	5
35	6

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calçado maior que 36,0, qual a probabilidade de ela calçar 38,0?

- 10) Supondo que um evento tem a chance de 50% de acontecer. Colocando este experimento a prova três vezes consecutivas sem alterar sua probabilidade, qual a chance deste evento não acontecer nas três vezes consecutivas.
- 11) No lançamento de um dado, qual a probabilidade de não sair o número 6?
- 12) No lançamento de três dados, qual a probabilidade de não sair o número 6?
- 13) Em um dado de 20 faces de 1 a 20 e o jogando duas vezes, qual a probabilidade de não sair o número 10?

Respostas dos exercícios da sequência didática 03

- 1) Por se tratar de um evento que depende que outro evento tenha ocorrido, vamos resolver utilizando a fórmula descrita acima de probabilidade condicional. Chamando de B o evento “sair 1 no primeiro lançamento” $B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$ ou seja 6 elementos. Vamos chamar de A o evento soma igual a 6, sendo assim temos que $A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$. A interseção entre estes conjuntos é $A \cap B = \{(1,5)\}$ ou seja 1 elemento, logo a probabilidade é de $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{6}$.
- 2) Por se tratar de um evento que depende que outro tenha ocorrido vamos utilizar a fórmula de probabilidade condicional. Chamando de B o evento “cara no lançamento da moeda” temos que $B = \{(cara, 1), (cara, 2), (cara, 3), (cara, 4), (cara, 5), (cara, 6)\}$. Chamando de A o

evento “sair 1 no lançamento do dado” temos que $A = \{(cara, 1), (coroa, 1)\}$. A interseção entre estes dois conjuntos é $A \cap B = \{(cara, 1)\}$. logo temos que $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{6}$.

3) A) Se a chance de um funcionário se acidentar é de $\frac{1}{30}$ então a chance dos três acidentarem é de: $\frac{1}{30} \times \frac{1}{30} \times \frac{1}{30} = \frac{1}{27000} = 0,0037\%$.

B) A chance de um funcionário não se acidentar é o que falta para completar o total de possibilidades, assim chamando a chance do funcionário acidentar de $P(A)$, a do funcionário não se acidentar é $P(A^c) = \frac{29}{30}$, e isto para os três funcionários é de:

$$\frac{29}{30} \times \frac{29}{30} \times \frac{29}{30} = \frac{24389}{27000} = 90,33\%.$$

4) Se tratando de um evento que para ocorrer é necessário que outro evento tenha acontecido vamos tratar de probabilidade condicional. Vamos chamar de A como sendo o evento “sair coma 8”, então temos que $A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$. Chamar de B o evento “só sair números ímpares”, sendo assim temos que $B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$. A interseção entre eles é $A \cap B = \{(3,5), (5,3)\}$, sendo assim $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{9}$.

5) A) Chamando as pessoas do sexo feminino que foram sorteadas para a apresentação de A temos que $n(A) = 35$. Chamando de B os que foram sorteados para a apresentação temos que $n(B) = 25$. A interseção entre eles é $n(A \cap B) = 15$. sendo assim temos que:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}.$$

B) Chamando os que foram sorteados de A , temos que $n(A) = 25$. Os que são do sexo masculino de B temos que $n(B) = 15$. A interseção entre eles é $n(A \cap B) = 10$. Logo temos

$$\text{que: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

6) Chamando de $P(A)$ a probabilidade de um aluno falar inglês temos que $P(A) = 30\%$, a de não falar inglês logo é o complementar de $P(A)$, ou seja $P(A^c) = 70\%$, Chamando a probabilidade de nenhum dos alunos fale inglês de B temos que

$B = 70\% \times 70\% \times 70\% = 34,3\%$. Sendo assim a probabilidade do entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida é de $P(B^c) = 100\% - 34,3\% = 65,7\%$.

7) Vamos chamar de A o evento “as duas crianças serem do sexo feminino”, sendo assim temos que $A = \{(menina, menina)\}$. Vamos chamar de B o evento “filha mais velha é do sexo feminino”, sendo assim, temos que $B = \{(menina, menina), (menino, menina)\}$. Sendo assim temos que $n(A \cap B) = 1$. Logo nossa probabilidade é $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2}$.

8) Cartas de espadas são 13. Vou chamar de A o evento “retirar uma carta de espadas”, e de B o evento “retirar uma segunda carta sabendo que a primeira é de espadas”. Temos que $n(A \cap B) = 12$. Logo $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{12}{51} = \frac{4}{17}$.

9) Chamando o número de funcionárias com calçado maior que 36 de B temos que $B = 1 + 10 + 3 = 14$ funcionárias. Chamando o número de funcionárias com calçado igual a 38 de A temos que $A = 10$ funcionárias, assim a probabilidade da funcionária calçar 38 é $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$.

10) Chamando a chance do evento acontecer de $P(A) = \frac{1}{2}$ então a de não acontecer é de $P(A^c) = \frac{1}{2}$. Aplicando $P(A^c)$ três vezes consecutivas temos que: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

11) Chamando de $P(A)$ a probabilidade de sair o número 6 temos que $P(A) = \frac{1}{6}$, logo a de não sair é o seu complementar, logo $P(A^c) = \frac{5}{6}$.

12) Chamando de $P(A)$ a probabilidade de sair o número 6 temos que $P(A) = \frac{1}{6}$, logo a de não sair é o seu complementar, logo $P(A^c) = \frac{5}{6}$. Chamando de $P(B)$ a probabilidade de não sair o número 6 nos três lançamentos, temos que $P(B) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{210}$.

13) Chamando de $P(A)$ a probabilidade de sair o número 10 temos que $P(A) = \frac{1}{20}$, logo a de não sair é o seu complementar, logo $P(A^c) = \frac{19}{20}$, aplicando então $P(A^c)$ três vezes consecutivas, temos que $\frac{19}{20} \times \frac{19}{20} = \frac{361}{400}$.

Acolhimento (aula 02)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso. Uma sugestão de slides para esta aula está no apêndice 22.

Resolução de exercícios

Após acolhimento, a aula iniciará com a proposição de situações problemas relacionados com o contexto de probabilidade condicional e eventos complementares. Os problemas propostos em sala de aula seguem abaixo, e suas respectivas resoluções estão dispostas no apêndice 10.

Aconselha-se o professor de montar seus slides de acordo com as dificuldades dos alunos ao longo do que foi exposto por eles nas resoluções e dúvidas. Uma maneira interessante de se organizar os slides para expor esta resolução é colocar a pergunta em um slide, e em cada slide seguinte ir aparecendo trechos da resolução, para que assim os alunos possam colocar seus apontamentos e fazer a construção do conhecimento.

Ao final desta aula envie aos alunos os vídeos 07, 08 e 09, o link de seus formulários e o link para assistirem novamente a esta aula, ou para apreciação de algum aluno que precisou se ausentar.

APÊNDICE 04

Sequência didática 04

Momento de consolidação da aprendizagem

Resumo ou Visão Geral

Nesta quarta semana o objetivo é consolidar a aprendizagem em respeito a tudo que foi visto até agora sobre probabilidade e contagem visto que em muitos casos os alunos possuem pouco tempo de estudos extraclasse devido a trabalhos e suas atividades.

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística.

Habilidade segundo BNCC:

- Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
- Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Resolver problemas Contagem;
- Resolver problemas sobre Probabilidade.

Duração das atividades

- 2 horas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Arranjo;
- Combinação;
- Permutação;
- Combinação com repetição;
- Permutação cíclica;
- Espaço amostral;
- Evento;
- Experimento aleatório;
- Cálculo de probabilidade simples;
- Complementar de eventos;
- Probabilidade Condicional.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

- Vídeo 07 - Exercícios sobre Contagem. (Duração 3 minutos e 45 segundos);
- Vídeo 08 - Exercícios sobre probabilidade. (Duração 4 minutos e 25 segundos);
- Vídeo 09 - Probabilidade Enem. (Duração 4 minutos e 22 segundos);
- Aula expositiva e dialogada;
- Lista de exercícios;
- Google Meet;
- Slides;
- Mesa digitalizadora.

Quadro 29 – Descrição da sequência didática de atividades da quarta semana

Atividade	Tempo	Descrição/Estímulo	Materiais
Vídeo 07, 08 e 09	Extraclasse	Vídeo elaborado pelo professor e disponibilizado em plataforma online.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários

			avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Exercícios sobre todo o conteúdo visto em contagem e probabilidade	Extraclasse	Resolução de exercícios sobre contagem e probabilidade.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 01	5 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Resolução de exercícios aula 01	55 minutos	Resolução de exercícios sobre contagem e probabilidade.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Acolhimento aula 02	5 minutos	Acolhimento dos alunos e explicação do que ocorrerá em aula.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas

			pelo Google Meet e material do aluno.
Resolução de exercícios aula 02	55 minutos	Resolução de exercícios sobre contagem e probabilidade.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.
Questionário 2	Extraclasse	Aplicação do Questionário 2 (em anexo) para diagnosticar o conhecimento prévio do aluno sobre probabilidade.	Tecnologia para acesso de vídeo, questionários avaliativos e aulas pelo Google Meet e material do aluno.

Fonte: O autor.

Vídeo 07, 08 e 09

É postado para os alunos e de forma online extraclasse os vídeos 07, 08 e 09 apenas com resoluções de exercícios. A função destes vídeos é dar mais apoio a fase de consolidação do conteúdo ministrado. Os questionários a serem dispostos no Google Formes na descrição de cada vídeo segue respectivamente nos apêndices 13, 14 e 15.

Exercícios sobre todo o conteúdo visto em contagem e probabilidade.

Esta semana temos o objetivo de consolidar o conteúdo já visto nas semanas anteriores, para isto foi selecionado exercícios de contagem e probabilidade. É sugerido que envie esta lista de exercícios junto aos vídeos 07, 08 e 09 para os alunos já irem desenvolvendo e encontrando suas dúvidas.

- Para arranjo em que n é o total de elementos e p o número de elementos escolhidos iremos denotar como $(A_n^p) = \frac{n!}{(n-p)!}$;
- Para combinação onde n é o total de elementos e p o número de elementos escolhidos iremos utilizar $(C_n^p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}$;
- Para Combinação com repetição em que n é o total de elementos e p o número de elementos escolhidos iremos utilizar $(CR_n^p) = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$;
- Para probabilidade vamos adotar como $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$ em que E é considerado um evento, Ω os casos possíveis, $n(E)$ o número de elemento do evento e $n(\Omega)$ o número de casos possíveis;
- Para probabilidade condicional vamos utilizar considerando que a probabilidade para que A ocorra, assumindo que B já ocorreu representada por $P\left(\frac{A}{B}\right)$ então vamos calcular esta probabilidade da seguinte forma $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- Para complementar de evento vamos adotar: Seja A um evento qualquer. Então: $P(A^c) = 1 - PA$, em que $P(A^c)$ é o complementar do evento A .

Segue os exercícios a serem utilizado nas aulas:

- 1) (FUVEST-2010) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?
 - a) 551
 - b) 552
 - c) 553
 - d) 554
 - e) 555

- 2) (UEMG-2007) Uma secretária possui 6 camisas, 4 saias e 3 pares de sapatos. O número de maneiras distintas com que a secretária poderá se arrumar usando 1 camisa, 1 saia e 1 par de sapatos corresponde a:
- a) 13
 - b) 126
 - c) 72
 - d) 54
- 3) (FATEC-2008) (adaptada) Para mostrar aos seus clientes alguns dos produtos que vende, um comerciante reservou um espaço em uma vitrine, para colocar exatamente 3 latas de refrigerante, lado a lado. Se ele vende 6 tipos diferentes de refrigerante, e não pretende repeti-los da exposição, de quantas maneiras distintas pode expô-los na vitrine?
- a) 144
 - b) 132
 - c) 120
 - d) 72
 - e) 20
- 4) (VUNESP-2009) Uma rede de supermercados fornece a seus clientes um cartão de crédito cuja identificação é formada por 3 letras distintas (dentre 26), seguidas de 4 algarismos distintos. Uma determinada cidade receberá os cartões que têm L como terceira letra, o último algarismo é zero e o penúltimo é 1. A quantidade total de cartões distintos oferecidos por tal rede de supermercados para essa cidade é
- a) 33 600.
 - b) 37 800.
 - c) 43 200.
 - d) 58 500.

e) 67 600.

5) (UFSCar-2007) Um encontro científico conta com a participação de pesquisadores de três áreas, sendo eles: 7 químicos, 5 físicos e 4 matemáticos. No encerramento do encontro, o grupo decidiu formar uma comissão de dois cientistas para representá-lo em um congresso. Tendo sido estabelecido que a dupla deveria ser formada por cientistas de áreas diferentes, o total de duplas distintas que podem representar o grupo no congresso é igual a:

a) 46.

b) 59.

c) 77.

d) 83.

e) 91.

6) Quando Lígia para em um posto de gasolina, a probabilidade de ela pedir para verificar o nível de óleo é de 0,28; a probabilidade de ela pedir para verificar a pressão dos pneus é 0,11 e a probabilidade de ela pedir para verificar ambos, óleo e pneus, é de 0,04. Portanto, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão nos pneus é igual a:

a) 0,25

b) 0,35

c) 0,45

d) 0,15

e) 0,65

7) (Vunesp-2005) Considere a identificação das placas de veículos, compostas de três letras seguidas de 4 dígitos. Sendo o alfabeto constituído de 26 letras, o número de placas possíveis de serem constituídas, pensando em todas as combinações possíveis de 3 letras seguidas de 4 dígitos, é:

- a) 3120.
 - b) 78624000.
 - c) 88586040.
 - d) 156000000.
 - e) 175760000
- 8) Para disputar a final de um torneio internacional de natação, classificaram-se oito atletas: três norte-americanos, um australiano, um japonês, um francês e dois brasileiros. Considerando que todos os atletas classificados são ótimos e têm iguais condições de receber uma medalha (de ouro, prata ou bronze), a probabilidade de que pelo menos um brasileiro esteja entre os três primeiros colocados é igual a:
- a) $5/4$
 - b) $3/7$
 - c) $4/7$
 - d) $9/14$
 - e) $5/7$
- 9) Em um instituto de pesquisa trabalham, entre outros funcionários, 3 físicos, 6 biólogos e 2 matemáticos. Deseja-se formar uma equipe com 4 desses 11 estudiosos, para realizar uma pesquisa. Se essa equipe for composta escolhendo-se os pesquisadores de forma aleatória, a probabilidade de todos os físicos serem escolhidos é um número cujo valor está compreendido entre
- a) 0,00 e 0,01.
 - b) 0,01 e 0,02.
 - c) 0,02 e 0,03.
 - d) 0,03 e 0,04.
 - e) 0,04 e 0,05.

10) Na Copa do Mundo 2010 da FIFA, o Brasil ficou no Grupo G junto com as seleções da Coreia do Norte, da Costa do Marfim e de Portugal. Analisando os resultados de jogos anteriores entre Brasil e Portugal, um torcedor concluiu que a chance do Brasil ganhar é 3 vezes a chance de perder, e que a chance de empatar é metade da chance de o Brasil perder. Para aquele torcedor, a probabilidade de o Brasil perder um jogo contra Portugal é

- a) $1/9$.
- b) $2/9$.
- c) $3/9$.
- d) $4/9$.
- e) $5/9$.

11) Ao se realizar um lançamento de um par de dados não viciados, com faces numeradas de 1 a 6, qual é a probabilidade de a soma dos pontos ser 3 ou 7?

- a) $4/9$
- b) $3/11$
- c) $5/7$
- d) $2/11$
- e) $2/9$

12) Se anotarmos em pedaços de papel todos os anagramas que podem ser obtidos a partir da palavra BRASIL, escrevendo um anagrama em cada pedaço de papel, podemos dizer que a probabilidade de sortearmos um desses papeis e sair um anagrama começado por uma vogal, é de, aproximadamente:

- a) 25%
- b) 33,3%
- c) 40%

d) 50%

e) 60%

13) São lançadas 4 moedas distintas e não viciadas. Qual é a probabilidade de resultar exatamente 2 caras e 2 coroas?

a) 25%

b) 37,5%

c) 42%

d) 44,5%

14) Um dado viciado, cuja probabilidade de se obter um número par é $\frac{3}{5}$, é lançado juntamente com uma moeda não viciada. Assim, a probabilidade de se obter um número ímpar no dado ou coroa na moeda é:

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{7}{10}$

Respostas das questões da Sequência didática 04

1) Utilizando do princípio multiplicativo temos que todas as possibilidades temos $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$, tendo os números 1 e 3 em sequência temos $(5 \times 5) \times 3 = 75$. Temos a possibilidade de senha 13 13 que já está incluída nos 75, para que ela não se repita então temos $75 - 1 = 74$. Assim o total de casos é $625 - 74 = 551$.

2) Usando do princípio multiplicativo temos que é só multiplicar $6 \times 4 \times 3 = 72$.

3) É um arranjo de 6 elementos tomados em 3 vagas. Usando $(A_n^p) = \frac{n!}{(n-p)!}$ Temos que

$$(A_6^3) = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \times 5 \times 4 = 120.$$

4) Utilizando do princípio multiplicativo temos que $25 \times 24 \times 1 \times 8 \times 7 \times 1 \times 1 = 33600$ cartões distintos.

5) Para resolver se deve multiplicar a quantidade de pesquisador de cada área combinados dois a dois: $7 \times 5 + 7 \times 4 + 5 \times 4 = 83$.

6) Somando os dois conjuntos e subtraindo deles a intercessão temos: $0,28 + 0,11 - 0,04 = 0,39 - 0,04 = 0,35$. Pegando e subtraindo este valor do total de possibilidades 1 temos então $1 - 0,35 = 0,65$.

7) Cada letra 26 possibilidades e cada número 10 possibilidades de 0 a 9, então usando o princípio multiplicativo temos para esta situação: $26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 = 175760000$.

8) O número de combinações possíveis são $(C_8^3) = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56$ **Combinações**

possíveis, o número de combinações possíveis em que não possuam brasileiros é (C_6^3)

$$= \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20 \text{ combinações possíveis.}$$
 As possibilidades que aparecem

brasileiros então é $56 - 20 = 36$, Sendo assim a probabilidade $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$ onde $n(E) = 36$

$$\text{e } n(\Omega) = 56 \text{ é } P = \frac{36}{56} = \frac{9}{14}.$$

9) Todas de casos $(C_{11}^4) = \frac{11!}{4!(11-4)!} = 330$, se os três físicos estiverem na equipe sobram

uma vaga na qual pode entrar nela oito pessoas diferentes, então são oito possibilidades.

Logo a probabilidade é $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$ que $n(E) = 8$ e $n(\Omega) = 330$ é $P = \frac{8}{330} = 0,02424\dots$

Ficando então alternativa C.

- 10) Tendo a chance de perder como x , a de ganhar então sendo $3x$ e a de empatar como $\frac{x}{2}$ podemos organizar isto da seguinte forma, a soma das três possibilidades tem q ser igual a 1. Então temos: $3x + \frac{x}{2} + x = 1$, isolando x temos que $x = \frac{2}{9}$.
- 11) Todas as possibilidades são dadas por $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$ possibilidades, e os eventos (E) que nos interessam são $(1;2), (2;1), (6;1), (5;2), (4;3), (3;4), (2;5)$ e $(1;6)$, ou seja $n(E) = 8$ Sendo assim a probabilidade $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.
- 12) Total de casos $n(\Omega) = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$, casos favoráveis $n(E) = 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 240$ logo temos que a probabilidade é $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{240}{720} = 0,33333... = 33,3..%$.
- 13) Todas as possibilidades: $n(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ casos, chamando C para caras e K para coroas temos então para os casos favoráveis (E) como sendo $(E) = \{CCKK, CKCK, KKCC, KCKC, CKKC, KCCK\}$, logo a probabilidade é de $P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{6}{16} = 37,5\%$.
- 14) Chamando a probabilidade de sair um número par de $P(A)$, se a probabilidade de se sair um número par é de $\frac{3}{5}$, a de sair um número ímpar é o seu complementar que é $P(A^c) = \frac{2}{5}$, Usando o princio multiplicativo assim múltiplicando isto com o valor da moeda temos: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$.

Acolhimento (Aula 01)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso. Uma sugestão de slides para esta aula está no apêndice 23.

Resolução de exercícios (Aula 01)

Nesta parte é interessante que organize os slides de modo que cada slide traga uma parte da resolução, podendo então construir essa resolução com os alunos, trazendo perguntas como: O que o exercício pediu? Qual é o evento? Qual o espaço amostral? Qual o total de possibilidades? Qual método de contagem devemos utilizar?

Acolhimento (Aula 02)

Faltando cinco minutos para o início da aula é sugerido o envio ao grupo de alunos o link para acesso a aula pelo Google Meet, com isto a aula já se dá início com o acolhimento e registro de frequência. Após os alunos já estarem dispostos em aula, é sugerido ao professor informar a todos que a aula será gravada, caso o professor realmente deseje utilizar este recurso. Uma sugestão de slides para esta aula está na continuação do apêndice 23.

Resolução de exercícios (Aula 02)

Assim como na primeira aula é interessante que organize os slides de modo que cada slide traga uma parte da resolução, podendo então construir essa resolução com os alunos. Após a resolução da lista, use as respostas obtidas nos questionários dos vídeos 07, 08 e 09 para melhor conduzir as dúvidas restantes dos alunos. Neste ponto a mesa digitalizadora é de grande ajuda para resolução de situações que acabarem surgindo das discussões dos alunos em relação as suas dúvidas restantes.

Questionário 2

Após a segunda aula é sugerido a aplicação do questionário 02 através do link do Google Forms, e tal questionário está disposto no apêndice 11 e a sua resolução da parte de probabilidade e contagem no apêndice 12.

APÊNDICE 05

Questionário 1

Prezado (a) estudante, este questionário é dividido em duas partes. Na primeira parte, gostaria de saber um pouco sobre seu hábito de estudo extraclasse. Na segunda parte, buscamos diagnosticar o seu conhecimento referente a contagem e a probabilidade. (É importante ressaltar que você não está sendo avaliando neste questionário).

1) Nome:

2) Quantas horas por semana você possui livre que poderia estar utilizando para estudar?

Horas livres que poderiam ser usadas para estudo por semana:

- Menos de 15 horas;
- Entre 15 e 20 horas;
- Entre 20 e 30 horas;
- Mais de 30 horas.
- Não possuo tempo livre para estudos

3) Quantas horas consegue se dedicar aos estudos por semana? (Estudos de todas as matérias).

- Menos de 5 horas;
- Entre 5 e 10 horas;
- Entre 10 e 15 horas
- Entre 15 e 20 horas;
- Mais que 20 horas;
- Não estudo fora da escola.

4) Quantas horas consegue dedicar aos estudos de matemática por semana de forma extraclasse?

- Menos de 2 horas;
- Entre 2 e 3 horas;
- Entre 3 e 5 horas;
- Entre 5 e 10 horas;

Mais de 10 horas.

Não estudo fora da escola.

5) Qual o recurso você mais utiliza em seus estudos extraclasse?

livros;

Audiobooks ou podcast;

videoaulas

eu não estudo fora da sala de aula.

Material escrito digitalizado

6) Qual o método de estudo que você mais utiliza em seus estudos de matemática extraclasse?

livros;

audiobooks ou podcast;

videoaulas;

Eu não estudo fora da escola;

Material escrito digitalizado

Segunda parte: sobre seu conhecimento de contagem e probabilidade.

1) Qual o espaço amostral do lançamento de uma moeda?

2) No lançamento de três moedas, qual o espaço amostral?

3) No lançamento de três moedas qual a probabilidade de obter apenas “caras” nas três faces voltadas para cima?

4) Quantas maneiras são possíveis de compor uma comissão de 3 pessoas tendo disponíveis 4 pessoas?

5) De quantas maneiras podemos obter o primeiro, segundo e terceiro lugar de uma corrida dispondo de 5 atletas?

6) Dispondo de 5 camisas e 4 bermudas, de quantas maneiras diferentes posso usar uma camisa e uma bermuda?

7) Considere uma urna com 100 bolas de 1 a 100. Qual a probabilidade de se retirar desta urna um número múltiplo de 5?

8) Qual a relação que existe entre o conteúdo de contagem e probabilidade?

APÊNDICE 06

Perguntas referentes ao vídeo 01 - A importância da probabilidade e estatística na vida cotidiana.

- 1) Nome:
- 2) Consegue imaginar uma situação em suas futuras escolhas em que precise interpretar dados quantitativos de probabilidade ou estatística? Se sim, comente abaixo.
- 3) Uma vez que estamos vivenciando uma pandemia. Os dados quantitativos emitidos diariamente nas reportagens, afetaram suas decisões e rotina?

APÊNDICE 07

Perguntas referentes ao vídeo 02 - Curiosidades sobre probabilidade e o conceito de espaço amostral.

- 1) Nome:
- 2) O que você entendeu sobre espaço amostral?
- 3) Dê um exemplo do que seria um experimento aleatório e um experimento não aleatório.
- 4) Lançando uma moeda duas vezes consecutivas, qual o espaço amostral deste experimento?

APÊNDICE 08

Perguntas referentes ao vídeo 03 - Combinação com repetição e permutação circular.

- 1) Nome:
- 2) Na permutação circular de quantas maneiras diferentes duas pessoas podem se sentar em uma mesa redonda?
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 3
 - d) 4
 - e) 5
- 3) Uma loja de doces possui três tipos de chocolate sendo eles branco, amargo e ao leite. De quantas maneiras você pode fazer uma compra de 4 barras de chocolate?
 - e) 15
 - f) 10
 - g) 4
 - h) 20
- 4) Comente uma situação da qual se utilizaria combinação com repetição e outra que utilizaria permutação circular.

APÊNDICE 09

Perguntas referentes ao Vídeo 04 - Probabilidade.

- 1) Nome:
- 2) No baralho do Truco Mineiro o quadro de paus é considerada a carta mais forte chamada também de Zap. Ao se retirar uma carta do baralho do truco, qual a probabilidade de que esta carta seja o Zap?
 - a) $\frac{1}{52}$
 - b) $\frac{1}{40}$
 - c) $\frac{1}{30}$
 - d) $\frac{5}{27}$
- 3) Em qual situação mais próxima a sua realidade você se imagina utilizando o conteúdo de probabilidade?

APÊNDICE 10

Perguntas referentes ao vídeo 05 - Probabilidade Condicional.

- 1) Nome:
- 2) Quando se trata do estudo de probabilidade, como identificar um exercício de probabilidade condicional?
- 3) Um dado é lançado duas vezes, qual a probabilidade de que tenha saído 2 no primeiro lançamento sabendo que a soma das faces voltadas para cima é igual a 6?
 - a) $\frac{1}{5}$
 - b) $\frac{1}{4}$
 - c) $\frac{1}{6}$
 - d) $\frac{1}{3}$

APÊNDICE 11

Perguntas referentes ao Vídeo 06 - Eventos complementares.

- 1) Nome:
- 2) O que seria o complementar de um evento?
- 3) Qual sua resposta em relação a questão das três portas do final do vídeo 06?

APÊNDICE 12

Questionário 2

Este questionário é para analisar o conhecimento sobre probabilidade e também sua opinião sobre a metodologia utilizada.

Nome:

Perguntas sobre a metodologia

- 1) Quais as vantagens e desvantagens de se estudar por videoaulas para sua rotina de estudos?
- 2) Quais as vantagens e desvantagens de ir para uma aula tendo assistido a videoaula do seu professor sobre o conteúdo que vai ser abordado?
- 3) Ter videoaulas do seu professor relacionadas diretamente a sua matéria e sua turma traz alguma vantagem para seu aprendizado em relação a vídeos de outros professores sobre o mesmo conteúdo?
- 4) Em tempos de pandemia, ter aulas com seu próprio professor traz vantagens em relação ao estudo apenas tutorado?
- 5) Quais as vantagens e desvantagens do estudo remoto comparando com o estudo presencial de sala de aula?

Probabilidade e contagem

- 1) (FGV-2005) Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:
 - a) 24356
 - b) 5124
 - c) 15000

d) 51453

e) 14256

2) (UFSCar) (adaptada) Dois dados usuais e não viciados são lançados. Sabe-se que os números observados são ímpares. Então, a probabilidade de que a soma deles seja 6 é:

a) $2/36$

b) $1/3$

c) $2/9$

d) $1/4$

e) $2/18$

3) (UFF-RJ) (adaptada) Em um jogo de bingo são sorteadas, sem reposição, bolas numeradas de 1 a 75, e um participante concorre com a cartela reproduzida abaixo. Qual é a probabilidade de que os três primeiros números sorteados estejam nessa cartela?

B I N G O				
5	18	33	48	64
12	21	31	51	68
14	30		60	71
13	16	44	46	61
11	27	41	49	73

a) 3%

b) 4%

c) 6%

d) 5%

e) 8%

4) Dois alunos da Escola Quintino Vargas decidem jogar um tipo de jogo. O jogo consiste em colocar uma moeda debaixo de um copo não transparente que está virado de boca para baixo, e ao lado tem dois outros copos iguais também virados de boca para baixo, mas sem moedas no seu interior. João que é o aluno que está conduzindo a brincadeira embaralha esses copos sem levantá-los e depois pergunta a Maria que é a pessoa que está jogando com João qual o copo que contém a moeda. Maria decide que é o copo do meio. Então João vai em um dos outros dois copos e levanta mostrando que não contém a moeda no seu interior. Neste momento fica o copo do meio que Maria escolheu e um outro copo. Então João pergunta a Maria se ela deseja trocar de copo. Qual a probabilidade de que trocando de copo a Maria encontre a moeda?

a) $1/2$

b) $1/3$

c) $2/3$

d) $2/5$

e) 1

5) Isadora e Sthefany foram indicadas a participar de um torneio de matemática que vai ocorrer na Escola Quintino Vargas. A probabilidade de Isadora ser escolhida para participar do torneio é $3/5$. A probabilidade de Sthefany ser escolhida para participar

do mesmo torneio é de $1/5$. Sabendo que a escolha de uma delas é independente da escolha da outra, a probabilidade de somente Isadora ser escolhida para participar do torneio é igual a:

- a) $4/5$
 - b) $10/25$
 - c) $12/25$
 - d) $3/5$
 - e) $4/6$
- 6) Lançando dois dados ao mesmo tempo e somando os valores das faces voltadas para cima, qual a probabilidade de não sair a soma 4? (Descreva sua resposta).
- 7) De quantas maneiras você pode comprar 8 bolas de sorvete tendo a disposição 5 sabores?
- a) 495
 - b) 234
 - c) 753
 - d) 1254
 - e) 634
- 8) Lançando um dado duas vezes, qual a probabilidade de que tenha saído 4 no primeiro lançamento sabendo que a soma dos resultados obtidos é 5? (Descreva sua resposta).

APÊNDICE 13

Respostas das questões de probabilidade do Questionário 2

- 1) Cada letra temos 5 possibilidades, mas de cada algarismo não tendo repetição vamos usar permutação, ficando assim: $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 15000$.
- 2) Se trata de probabilidade condicional pois para termos um evento foi necessário que outro tenha se ocorrido, sendo assim os casos favoráveis $(A) = \{(5;3), (3;5)\}$, ou seja dois casos favoráveis. Todos os casos $(B) = 3 \times 3 = 9$. Portanto a probabilidade é
$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{9}$$
.
- 3) A probabilidade de cada sorteio é para o primeiro $\frac{24}{75}$, para o segundo $\frac{23}{74}$ e para o terceiro temos $\frac{22}{73}$, assim utilizando o princípio multiplicativo temos que a probabilidade que vou chamar de P é de
$$P = \frac{24}{75} \times \frac{23}{74} \times \frac{22}{73} = \frac{12144}{405150} = 0,03 = 3\%$$
.
- 4) Chamando a probabilidade do primeiro copo escolhido ter a moeda de $P(A)$, temos que $P(A) = \frac{1}{3}$, o outro copo então é o que falta para o total de possibilidades, ou seja, é o complementar de $P(A)$, sendo assim $P(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
- 5) Se para Sthefany estar nesta equipe a probabilidade é de $\frac{1}{5}$ a de não estar é seu complementar, chamando seu complementar de $P(A^c)$ em que $P(A)$ sendo a probabilidade de Sthefany estar na equipe, então $P(A^c) = \frac{4}{5}$, sendo assim a probabilidade de que somente Isadora seja escolhida é de $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$.
- 6) Vamos utilizar o evento complementar. O total de possibilidades de soma entre as faces voltadas para cima do lançamento de dois dados é $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$.

Chamando de A o evento sair soma 4 temos que $A = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}$ sendo assim

$n(A) = 3$ e $P(A) = \frac{3}{36}$, logo a probabilidade de não sair a soma 4 é o seu

complementar que é $P(A^c) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$.

- 7) Se trata de uma questão de combinação com repetição, então vou levar em consideração a fórmula: $C_{n+p-1,p} = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$. O número de elementos que vou distribuir são os sabores, que no caso é 5, logo $n = 5$ e as vagas são as bolas de sorvete, assim $p = 8$. Assim temos que

$$C_{5+8-1,8} = \frac{(5+8-1)!}{8!(5-1)!} = \frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2} = 495.$$

- 8) Chamando de A o evento “ter saído 4 no primeiro lançamento” temos que $A = \{(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)\}$. Chamando de B o evento “sair soma 5” temos que $B = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$. Assim $A \cap B = \{(4,1)\}$. O total de possibilidade de soma das faces voltadas para cima de um dado lançado duas vezes é de $\Omega = 6 \times 6 = 36$. Temos que a $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$ e $P(B) = \frac{4}{36}$. Levando em

consideração que $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ temos que $P(A|B) = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{4}{36}} = \frac{1}{4}$.

APÊNDICE 14

Perguntas referentes ao vídeo 07

- 1) Nome:
- 2) Qual a diferença entre arranjo e combinação?
- 3) Nos jogos internos de sua escola, existem 10 times de futebol. De quantas maneiras distintas podemos obter o primeiro, segundo e terceiro lugar?
 - a) 720
 - b) 650
 - c) 810
 - d) 500
- 4) Um grupo de oito amigos decidem escolher três para organizarem uma festa. De quantas maneiras esta escolha pode acontecer?
 - a) 50
 - b) 56
 - c) 27
 - d) 35
- 5) Comente uma situação do seu cotidiano que você se imagina utilizando o conhecimento de contagem.

APÊNDICE 15

Perguntas referentes ao vídeo 08

- 1) Nome:
- 2) Em um teste com 5 questões e cada questão com 5 alternativas, qual a probabilidade de que marcando aleatoriamente cada questão um aluno possa tirar nota máxima?
 - a) $\frac{1}{3125}$
 - b) $\frac{1}{625}$
 - c) $\frac{1}{50}$
 - d) $\frac{1}{225}$
- 3) Consegue nos dizer uma vez que empregou o conhecimento de probabilidade?

APÊNDICE 16

Perguntas referentes ao vídeo 09

- 1) Nome:
- 2) Dos tipos de probabilidade e contagem que vimos, quais você teve mais dificuldade e porque?
- 3) Quais conteúdos vistos até agora você teve mais facilidade e porque?