Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática

Matemática financeira para a tomada de decisões: investimentos e financiamentos

Gustavo Lopes Yung
Mestrado Profissional em Matemática: Profmat/SBM

Orientador: **Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz**

Trabalho financiado pela Capes

Cuiabá - MT
Fevereiro de 2021

Matemática financeira para a tomada de decisões: investimentos e financiamentos

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação, devidamente corrigida e defendida por Gustavo Lopes Yung e aprovada pela comissão julgadora.

Cuiabá, 5 de fevereiro de 2021.

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz
Orientador

Banca examinadora:

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz
Prof. Dr. Moiseis dos Santos Cecconello
Prof. Dr. William Vieira Gonçalves

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática – Profmat, da Universidade Federal de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Matemática**.

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

Y95m Yung, Gustavo Lopes.
Matemática financeira para a tomada de decisões: investimentos e financiamentos / Gustavo Lopes Yung. -- 2021
xiv, 99 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Geraldo Lúcio Diniz.
Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática, Cuiabá, 2021.
Inclui bibliografia.

1. Juros. 2. Rentabilidade. 3. Educação financeira. 4. Finanças pessoais. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

AV. FERNANDO CORRÊA DA COSTA, 2367 - BOA ESPERANÇA - 78.060-900 - CUIABÁ/MT

FONE: (65) 3615-8576 – E-MAIL: PROFMAT@UFMT.BR

FOLHA DE APROVAÇÃO

Título**:** Matemática financeira para tomada de decisões: investimentos e financiamentos

Autor: mestrando Gustavo Lopes Yung

Dissertação defendida e aprovada em 5 de fevereiro de 2021.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

1. **Doutor Geraldo Lúcio Diniz** (Presidente Banca/orientador)

Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso

2. **Doutor Moiseis dos Santos Cecconello** (Membro Interno)

Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso

3. **Doutor William Vieira Gonçalves** (Membro Externo)

Instituição: Unemat - campus Barra do Bugres

Cuiabá, **5/2/2021**.

Documento assinado eletronicamente por **GERALDO LUCIO DINIZ**, **Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 07/02/2021, às 10:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Moiseis dos Santos Cecconello**, **Usuário Externo**, em 08/02/2021, às 15:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **William Vieira Gonçalves**, **Usuário Externo**, em 08/02/2021, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Referência: Processo nº 23108.006937/2021-29 SEI nº 3213737

Dedico este trabalho a Deus e a minha família.

Agradecimentos

A jornada até aqui foi longa, alguns anos, duas turmas, muitos amigos e professores, muitos quilômetros rodados entre as idas e vindas.

Agradeço a Deus pela vida, oportunidade de chegar até aqui, suporte nos momentos difíceis e proteção em tantas viagens.

Agradeço à minha esposa Jocasta que acreditou e sempre confiou em minha capacidade, não medindo esforços para me auxiliar em cada uma das batalhas enfrentadas e vencidas, dividiu tristezas e alegrias ao longo deste período.

Agradeço ao meu filho Miguel que, chegando já na reta final, foi e é fonte de inspiração e motivação para encarar cada desafio com todas as forças. Família presente de Deus.

Agradeço à minha mãe, Maria, pela educação, ensinamentos, dedicação e apoio em todos os momentos importantes, sempre disposta a ajudar. Sem ela, certamente, não chegaria tão longe.

Agradeço às minhas irmãs Larissa que, mesmo à distância, faz parte da minha jornada, e à Letícia que, residindo em Cuiabá, ofereceu ponto de apoio sempre que necessário, inclusive ouvindo os assuntos matemáticos durante as disciplinas de verão. As duas são muito importantes por todos os momentos de convívio, mesmo à distância.

Agradeço ao meu pai, Gilmar, que, do jeito dele, também foi capaz de auxiliar nesta etapa, mesmo que indiretamente.

Agradeço aos irmãos de fé, que em todos os momentos estiveram presentes e não cessaram as orações.

Agradeço aos amigos de trabalho, em especial ao Tarcis, através dele conheci o programa e participei da primeira seleção, inclusive no momento crucial em que retornei ao programa e conversamos a respeito das possibilidades. Sem dúvidas, o péssimo resultado na primeira foi decisivo para a retomada dos estudos. Além de tantos outros amigos que acreditaram e auxiliaram, principalmente quando havia findado o afastamento para qualificação.

Agradeço aos amigos que conheci através do Profmat, afinal, duas turmas proporcionam muitos amigos. Alguns mais próximos, dividindo horas e horas de convívio durante as viagens, e àqueles que não mediram esforços para auxiliar nas dificuldades de aprendizagem.

Agradeço à todos os professores pela dedicação e empenho nesta jornada transformadora, em especial ao meu orientador, professor Geraldo, com dicas preciosas já nos primeiros dias de aula, além do esclarecimento de inúmeras dúvidas relacionadas programa no exercício da coordenação institucional.

Agradeço à Unemat pela manutenção da política de qualificação com afastamento remunerado, fundamental para o desenvolvimento dos estudos.

Agradeço à UFMT, Capes e SBM por proporcionarem um programa de mestrado com as características e a qualidade do Profmat, graças à essas características foi possível cursá-lo.

Agradeço aos demais familiares, em especial ao tio Valdir que cedeu sua residência durante o período de verão, e demais amigos que fizeram parte dessa conquista.

Muito obrigado a todos.

"Quem de vós, querendo fazer uma construção, antes não se senta para calcular os gastos que são necessários, a fim de ver se tem com que acabá-la?"

Lucas 14:28.

Resumo

A oferta de produtos financeiros de crédito e investimento não para de crescer. Diante de tantas opções, este trabalho propõe uma reflexão em relação à utilização da matemática como ferramenta para a tomada de decisão. São abordados assuntos envolvendo a matemática financeira no cotidiano, as orientações para a abordagem no currículo escolar, algumas possibilidades além do espaço escolar, bem como possibilidades a serem consideradas quando se trata das finanças pessoais. O referencial matemático abordado é imprescindível para a análise e compreensão do comportamento do dinheiro ao longo do tempo. Foi desenvolvida a problematização conforme simulações realizadas com características reais, visando aplicar o referencial matemático para analisar e comparar as situações. Além das tabelas, as representações gráficas auxiliam a visualização e compreensão das variáveis envolvidas nos problemas. No estudo das consignações em folha de pagamento, foram identificados padrões e os efeitos sobre a renda dos servidores. Se pode concluir que o conhecimento de alternativas, a reflexão a respeito do comportamento e da forma de lidar com o dinheiro, são essenciais para um planejamento adequado das finanças pessoais.

Palavras chave: Juros; rentabilidade; educação financeira; finanças pessoais.

Abstract

The supply of financial credit and investment products continues to grow. Faced with so many options, this work proposes a reflection in relation to the use of mathematics as a tool for decision making. Issues involving the daily financial mathematics, guidelines for approaching the school curriculum, some possibilities beyond the school space, as well as possibilities to be considered when it comes to personal finances. The mathematical framework addressed is essential for the analysis and understanding of the behavior of money over time. The conceptualization of the problem was developed according to simulations performed with real characteristics, aiming to apply the mathematical framework to analyze and compare situations. Beyond tables, graphical representations help to visualize and understand the variables involved in the problems. In the study of payroll deductions, patterns and effects on the income of civil servants were identified. It can be concluded that knowledge of alternatives, reflection on behavior and how to deal with money, are essential for proper planning of personal finances.

Keywords: Interest; profitability; financial education; personal finances.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução

"The more you learn, the more you earn."
"Quanto mais você aprende, mais você ganha."
(Warren Buffett)

Diante da velocidade com que as informações circulam pelas redes sociais e outros meios de comunicação em massa, somos constantemente bombardeados por propagandas de ofertas e propostas tentadoras. Tanto relacionadas ao consumo, quanto às oportunidades de ganhar dinheiro.

Nesse contexto, apenas as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão já não são suficientes para tomarmos todas as decisões relacionadas ao dinheiro, em especial quando envolvem investimentos ou financiamentos. Conforme Molinari (2018), em virtude das inúmeras aplicações da matemática financeira no atual sistema econômico, ela é essencial para a formação crítica e racional visando o pleno exercício dos direitos e deveres sociais.

O consumo consciente e o gerenciamento da renda são fundamentais para a sobrevivência, evitando o endividamento diante de tantas novidades e opções de bens e serviços. Precisamos usar o racional para controlar as emoções, quando o assunto é dinheiro precisamos de equilíbrio, planejamento e disciplina para evitar problemas financeiros.

Conforme o Ministério da Educação (2018), a Base Nacional Curricular Comum - BNCC propõe a superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida (Ministério da Educação, 2018, p.15). Sobre a educação financeira dos alunos, é orientado o estudo de conceitos básicos de economia e finanças com a discussão de assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos, destacando a possibilidade de um estudo interdisciplinar considerando também questões culturais, sociais, políticas e psicológicas relacionadas a questões do consumo, trabalho e dinheiro.

Segundo o Ministério da Educação (2018), busca-se o desenvolvimento social mediante a consolidação e construção de conhecimentos, representações e valores que incidirão sobre seus processos de tomada de decisão. Os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo da vida.

Realizando uma pesquisa a partir dos títulos das dissertações disponibilizadas no portal do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, considerando o total de 5733 registros, localizamos 139 dissertações que abordam a matemática financeira, 44 dissertações com temas relacionados à educação financeira e 8 dissertações com títulos que tratam de ambos os temas.

Buscamos uma abordagem com foco no comportamento dos investimentos e financiamentos ao longo do tempo, com a finalidade de motivar a análise e reflexão a respeito das práticas adotadas em relação às finanças pessoais. Destacamos as possibilidades realistas para o consumo de produtos financeiros relacionados aos investimentos, ao invés dos financiamentos e empréstimos, para a aquisição de bens e serviços. Conforme Kiyosaki (2018), podemos fazer com que o dinheiro trabalhe por nós, ao invés de ficarmos trabalhando por ele.

A partir da abordagem realizada, esperamos que este trabalho possa contribuir com o maior público possível, seja em nível universitário ou na formação continuada dos professores da educação básica, dado o potencial de despertar nos alunos o reflexo das escolhas relacionadas ao consumo ao longo da vida. Não ficando restrito ao espaço formativo escolar, mas ultrapassando os muros das escolas para que as reflexões e possibilidades apresentadas possam contribuir para as ações de qualquer cidadão, inclusive para os servidores cujos dados apresentamos no terceiro capítulo e que contribuíram para a escolha do tema. Além de outros fatores, buscamos promover a reflexão a respeito da inversão da ordem de “consumir e pagar juros” para “receber juros e consumir”.

No primeiro capítulo propomos uma reflexão sobre a matemática financeira no cotidiano e no sistema de ensino. A questão não é apenas decidir se a melhor opção é realizar uma compra a vista ou a prazo, escolher um produto com embalagem de maior ou menor capacidade, apesar de que as pessoas sentem dificuldade em calcular a melhor opção e acabam observando apenas se o valor da parcela cabe no orçamento. Com foco nas finanças pessoais é preciso ir além. Abordamos conteúdos que não ficam restritos ao espaço escolar, princípios para considerarmos quando cuidamos das finanças pessoais, pois seus efeitos refletem ao longo da vida toda.

No segundo capítulo abordamos o referencial matemático utilizado para a análise das situações mais comuns que enfrentamos diariamente, além de possibilitar a compreensão a respeito do funcionamento de alguns produtos financeiros disponíveis. A comparação entre grandezas e opções disponíveis é fundamental para subsidiar as decisões.

No terceiro capítulo realizamos a aplicação dos conceitos abordados nos capítulos anteriores, com o objetivo de analisar as opções apresentadas. Para fins didáticos, analisamos situações em que um investimento é realizado de forma única, com aportes mensais, além do comportamento de investimentos com a realização de saques como fonte de renda, semelhante à aposentadoria. Também apresentamos situações práticas e comuns, tais como o financiamento de bens e planejamento, comparando com a possibilidade de compra futura mediante investimentos. Analisamos a quantidade de servidores da Universidade do Estado de Mato Grosso (Unemat) que contratam empréstimos consignados e algumas características relacionadas aos descontos em folha de pagamento. Finalmente, propomos uma reflexão sobre o impacto das decisões ao longo da vida, tanto as frequentes com pequenos valores, quanto às decisões que envolvem grandes valores e longo prazo.

Capítulo 1

Reflexões sobre a matemática financeira

Trataremos neste capítulo de algumas visões comuns sobre a matemática financeira cotidiana, alguns princípios básicos que deveriam nortear o gerenciamento financeiro pessoal, princípios estes que embasam, em conjunto com a matemática financeira, a tomada de decisões envolvendo as finanças pessoais. Abordaremos ainda as orientações da Base Nacional Curricular Comum - BNCC em relação ao desenvolvimento de habilidades e competências correspondentes ao tema desenvolvido neste trabalho.

1.1 A matemática financeira no cotidiano

A matemática financeira que consideraremos vai além do conceito popular de que precisamos apenas dominar os operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão para lidarmos com o dinheiro. Em sua pesquisa , na primeira etapa das entrevistas, Kistemann Júnior (2011) constatou que o valor da parcela configurava o principal fator para a tomada de decisão de consumo, em detrimento das taxas de juros. No cotidiano precisamos muito mais do que as operações básicas, basta pensar no uso do cartão de crédito com suas elevadas taxas, quando a conta corrente no banco está no vermelho e em casos não muito raros, quando nos querem convencer de que um empréstimo pessoal é um investimento.

Segundo Kistemann Júnior (2011):

> [...] a sociedade do século XXI inaugura, entre outras premissas, a era do consumo fortemente marcado pela abundância de produtos e velocidade com que estes surgem e desaparecem, a efemeridade de gostos e necessidades e, porque não, uma maior consciência por parte de um número considerável de indivíduos-consumidores de que essa velocidade pode comprometer a ação de um indivíduo-consumidor, por exemplo, em termos financeiros (Kistemann Júnior, 2011).

O autor ainda acrescenta que apesar de existir um lado positivo, o de proporcionar acesso a bens e serviços que as gerações anteriores não imaginaram ou usufruíram, também há um lado negativo na dependência das tendências mercadológicas, ocorrendo até a infantilização e adestramento de uma geração a serviço das normas do capitalismo, ignorando as consequências desmedidas das ações de consumo. Neste contexto, a necessidade deixa de ser o objetivo do consumo e a imagem passa a ser determinante.

Conforme Kistemann Júnior (2011):

> Aquele que detém o conhecimento matemático comanda os segmentos sociais de acordo com suas crenças político-sociais, reservando, àqueles que não detém, suficientemente, esse conhecimento, a opção de estarem sujeitos às obscuridades nas práticas, por exemplo, financeiro-econômicas. Denominamos esse conhecimento como Privilégio de Acesso à Informação (PAI) (Kistemann Júnior, 2011).

Kiyosaki (2018) afirma que o dinheiro é uma forma de poder. Mais poderosa ainda, entretanto é a educação financeira. O dinheiro vem e vai, mas, se tiver sido educado quanto ao seu funcionamento, você adquire poder sobre ele e começa a construir riqueza. Assim, podemos afirmar que antes mesmo da construção de riqueza, o objetivo primeiro seria buscar uma certa estabilidade financeira para proporcionar menos preocupações em tempos difíceis e, por consequência, direcionar a energia e os esforços para identificar novos caminhos.

Como veremos adiante, apenas ganhar mais não resolve todos os problemas, é preciso realizar boas escolhas, ou seja, gastar bem o dinheiro. Com esta finalidade, contamos com a matemática financeira quando estamos diante de taxas, desconto, desvalorização, financiamento, investimento, entre tantas outras situações às quais nos depararemos e precisaremos tomar decisões. Conforme Molinari (2018):

> se faz necessário uma reflexão crítica e o exercício da sua cidadania de forma plena, já que a Matemática Financeira passou a ter inúmeras aplicações no atual sistema econômico, sendo ela hoje, essencial para uma formação crítica e racional no que se refere aos direitos e deveres sociais (Molinari, 2018, p.6).

Skovsmose (2015) apresenta uma interpretação da matemática diferente daquela considerada pela concepção moderna, relacionando a matemática com o discurso e o poder, discutindo diferentes dimensões da matemática em ação. Trata-se de uma concepção crítica que aborda a racionalidade da matemática de forma crítica, reconhecendo a matemática em todo tipo de ação humana de diversas qualidades e visando atender diversos interesses, alertando ainda para os projetos tecnológicos de natureza duvidosa.

Kistemann Júnior (2011) justifica a importância de uma Educação Matemática Crítica que se preocupa com a formação matemática (continuada) escolar e pós-escolar, destacando a necessidade transpor a mera instrumentalização dos indivíduos-consumidores, promovendo em cada um dos indivíduos a relevância da utilização da Matemática na análise das situações de consumo, bem como refletir sobre a necessidade e viabilidade das decisões tomadas nas ações de consumo.

Conforme Kistemann Júnior (2011) entende e crê, um dos objetivos da Educação Matemática Crítica consiste em:

> [...] não só desenvolver nos indivíduos-consumidores habilidades de cálculos matemáticos, estratégias formatadas de tomadas de decisão, mas, sobretudo, promover a participação crítica desses indivíduos nas mais variadas esferas de atuação social, refletindo sobre os panoramas financeiros-econômicos e produzindo significados que promovam o entendimento da Matemática, que permeia o lócus e as relações sociais econômicas (Kistemann Júnior, 2011).

Informação, conhecimento e estudos se fazem necessários ao longo da vida toda, nas mais diversas áreas, inclusive quando estão relacionadas às finanças pessoais. Fato que justifica o domínio de assuntos básicos relacionados à matemática financeira, isso mesmo, o básico já auxiliará para boas decisões seja considerando o curto, médio ou longo prazo. Segundo Molinari (2018), destaca a necessidade em promover discussões a respeito do consumo consciente e do gerenciamento da renda, com base na importância da organização da vida financeira como um tema pouco discutido no âmbito escolar e social.

Inspirada nas teorias do conhecimento de Jean Piaget e de Rudolf Steiner, Cooper (2017) desenvolve como questão central de sua pesquisa a relação entre conhecimento e ação, investigando a prática pedagógica em educação econômico-financeira de adultos, voltada ao uso consciente do cartão de crédito. Na pesquisa, a autora identifica um grande distanciamento entre o discurso e as atitudes perante o uso do cartão de crédito, indicando que há o conhecimento, no entanto não reflete em mudanças significativas quanto ao uso consciente do crédito. Uma explicação seria que não há uma reflexão interiorizada sobre o processo de compra e venda que é influenciado por questões de cunho afetivo/emocional, além dos fatores racionais.

Conforme Piaget *apud* Cooper (2017) a compreensão exige a tomada de consciência das ações e a transformação da ação partirá da tomada de consciência. A abstração reflexionante é parte do processo em que o indivíduo passa da ação prática e irrefletida para a ação consciente. Tanto para Piaget quanto para Steiner, a relação entre conhecimento e ação é dialética, sendo que o conhecimento resulta em transformação da ação e origina-se desta.

Em sua investigação, Kistemann Júnior (2011) percebeu que diversos indivíduos-consumidores utilizam variados *modus operandi* matemáticos e modelos de tomadas de decisão de forma não questionada, seja pela tradição familiar ou por seguir a indicação de outrem, desconhecendo sua origem e sem saber justificar sua utilização e aquilatar suas decisões.

Segundo Cooper (2017):

> Os resultados desses estudos, de diferentes abordagens, têm demonstrado que, se por um lado há falta de compreensão do processo, por outro há aqueles que compreendem, mas não o fazem, o que se configura como um problema envolvendo a vontade, o querer.
> Os indivíduos são envolvidos afetivamente com as empresas de cartões de crédito e pelas grandes ofertas promocionais, relaxando o pensamento e agindo, impulsionados apenas pelo emocional, levando em consideração satisfazer apenas seus desejos e necessidades pessoais. Mesmo verbalizando os riscos do uso indevido de cartão de crédito, suas ações contrárias e contraditórias são justificadas pelo desejo, pela necessidade do ter e, até mesmo, pela ideia de ganho, ao aproveitar uma grande oferta (Cooper, 2017).

A autora ainda complementa que realizar escolhas críticas e refletidamente quanto à utilização do cartão de crédito não se trata apenas de uma racionalidade anticonsumo. As escolhas e opções que não devem ser puramente regidas pelas emoções e impulsos, mas baseadas na liberdade de escolha fundamentada no individualismo ético. Contrapondo os modelos de educação vigentes que trazem a dicotomia entre discurso e prática, razão e emoção, mente e corpo, surge a necessidade de uma educação que promova o desenvolvimento integral do ser humano.

Entender e perceber quando as decisões são tomadas pelas emoções ou pela razão, o que explicaria boa parte dos problemas nas finanças pessoais como veremos adiante.

Autoconhecimento para identificarmos quando as emoções estão comandando nossos pensamentos e, principalmente, nossas ações.

Na próxima seção, verificaremos o que é esperado e considerado como básico no ambiente escolar.

1.2 A matemática financeira na Base Nacional Curricular Comum - BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) consiste em um documento com caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que as escolas devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Tal normativa visa assegurar os direitos de aprendizagem e desenvolvimento conforme os preceitos do Plano Nacional de Educação (PNE) que, por sua vez, determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional em um determinado período. A BNCC tem o objetivo de ser balizadora da qualidade da educação, estabelecendo um nível de aprendizagem a que todos os alunos têm direto. Segundo o Ministério da Educação (2018):

> Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (Ministério da Educação, 2018, p.7).

A partir do documento em questão, tido como uma referência nacional, é que os currículos e as propostas pedagógicas dos sistemas e das redes escolares serão formulados. Assim, conforme o Ministério da Educação (2018), a BNCC deverá auxiliar a superar a fragmentação das políticas educacionais, possibilitar o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação. Portanto, as competências e diretrizes são comuns, os currículos são diversos e estão destinados a atender, minimamente, os aspectos comuns.

Na Figura 1.1 estão organizados os principais conceitos envolvidos na BNCC:

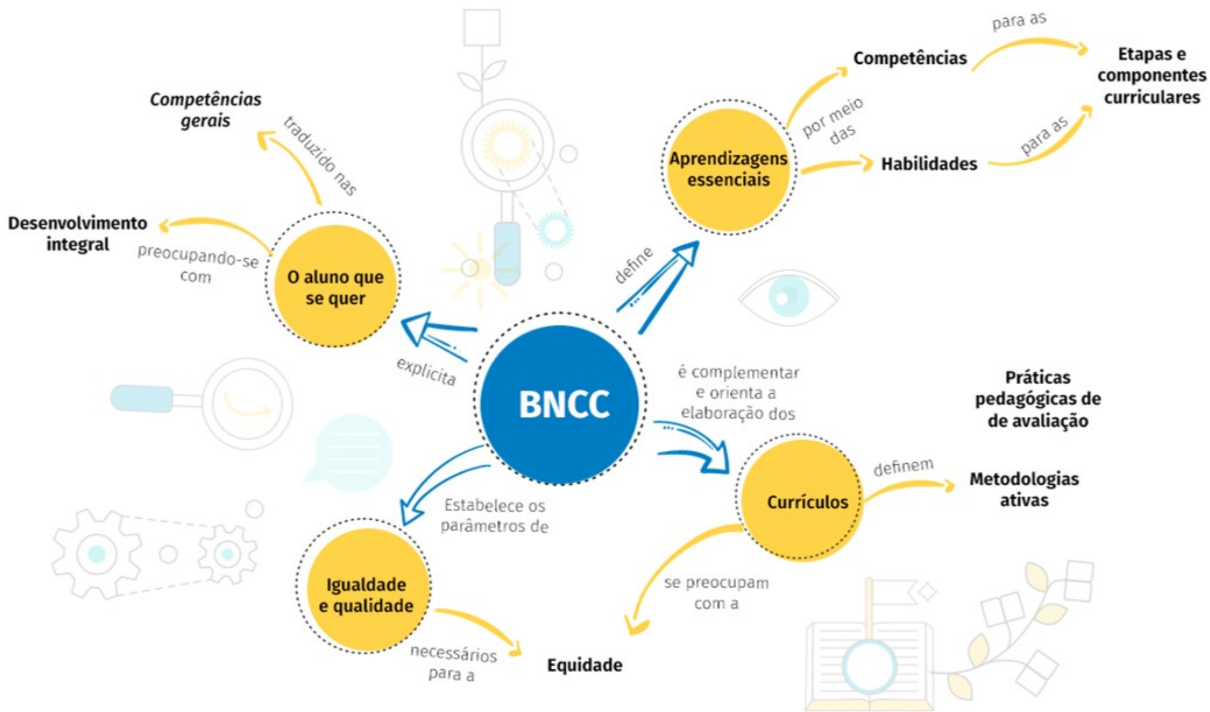


Figura 1.1: Apresentação da BNCC.
Fonte: Ministério da Educação e Secretaria de Educação Básica (2020)

O patamar comum de aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes será alcançado com base em competências, conforme a BNCC: competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (Ministério da Educação, 2018, p.8).

A necessidade realizar discussões relacionadas ao dinheiro já era sinalizada por Kiyosaki (2018), quando afirma que: "a principal razão pela qual as pessoas têm problemas financeiros é que passaram anos na escola, mas não aprenderam nada sobre dinheiro. O resultado é que elas aprendem a trabalhar por dinheiro ... mas nunca a fazê-lo trabalhar por elas". O autor ainda destaca que o assunto não é ensinado em casa ou na escola e questiona o quê os pais poderão ensinar aos filhos que diferenciará a mentalidade. Cabe destacar que o autor não é contra a escola, reconhecendo a importância das habilidades e profissões ensinadas e que a escola deve ser o início e não o fim.

Conforme Kistemann Júnior (2011) reforça:

> Não podemos nos desvencilhar do fato, de que um dos propósitos da Educação Matemática Crítica seja refletir sobre os reais usos da Matemática no cotidiano, educando matematicamente o cidadão, de tal forma que ele seja capaz de tomar decisões democráticas e conscientes, quando esta ciência está envolvida na discussão (Kistemann Júnior, 2011).

Diante das reflexões acima, visando dar sentido ao que é trabalhado nas escolas, observamos o encaminhamento conforme o Ministério da Educação (2018): a BNCC propõe a superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida (Ministério da Educação, 2018, p.15).

Como veremos na Figura 1.2 a seguir, muito há de se fazer em relação à aprendizagem de Matemática, em especial nos anos finais.

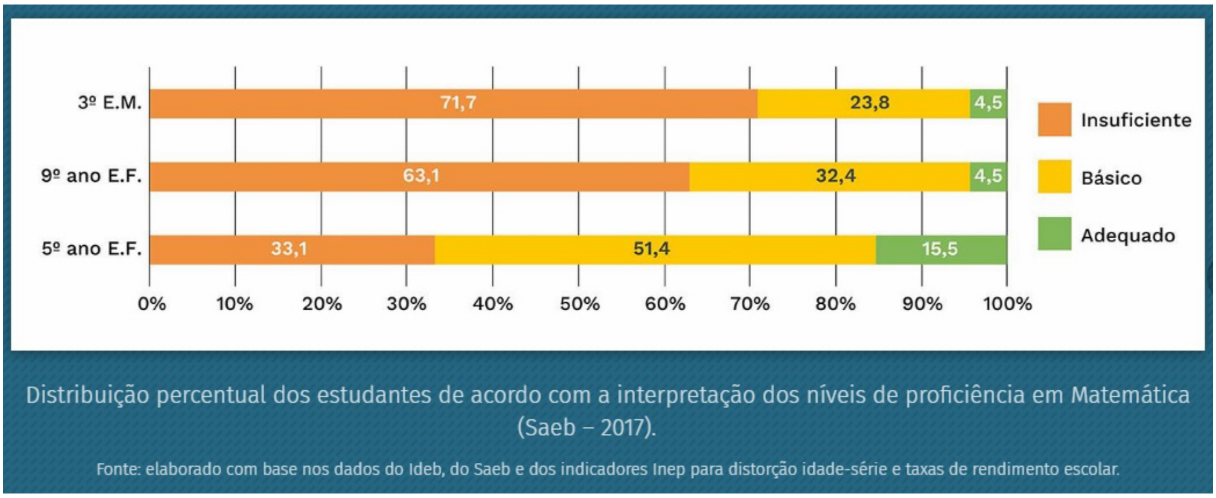


Figura 1.2: Níveis de proficiência em Matemática.
Fonte: Ministério da Educação e Secretaria de Educação Básica (2020)

Analisando a distribuição percentual dos estudantes de acordo com a interpretação dos níveis de proficiência em Matemática, percebemos um aumento do nível considerado insuficiente nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, justamente nas etapas em que os estudantes consolidam as aprendizagens exigindo maior reflexão e abstração para a resolução de questões mais complexas.

Neste contexto, procuraremos identificar as competências apresentadas na BNCC que estão ligadas à Matemática financeira, que poderão ser utilizadas no processo de tomada de decisões ao longo da vida dos cidadãos em formação na Educação Básica.

Conforme o Ministério da Educação (2018), a BNCC explicita as competências a serem desenvolvidas ao longo de cada etapa da escolaridade em toda a Educação Básica.

Considerando o Ensino Fundamental na BNCC, o Ministério da Educação (2018) destaca o letramento matemático enquanto competências e habilidades, com base na seguinte definição:

> Letramento em matemática é a capacidade do indivíduo de formular, aplicar e interpretar a matemática em diferentes contextos, o que inclui o raciocínio matemático e a aplicação de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Além disso, o letramento em matemática ajuda os indivíduos a reconhecer a importância da matemática no mundo, e agir de maneira consciente ao ponderar e tomar decisões necessárias a todos os cidadãos construtivos, engajados e reflexivos (OCDE, 2012, p.18).

Nesse sentido, Skovsmose (2001) aborda, inicialmente, a alfabetização matemática como uma habilidade de calcular e usar técnicas matemáticas e formais. O autor busca apresentar o conceito com um conteúdo mais diferenciado, propondo uma reflexão baseada na seguinte premissa:

> A alfabetização matemática, como constructo radical, tem de ser enraizada em um espírito de crítica e em um projeto de possibilidades que permitam às pessoas participar no entendimento e na transformação de suas sociedades e, portanto, a alfabetização matemática viria a ser um pré-requisito para a emancipação social e cultural (Skovsmose, 2001).

Conforme o autor, as pessoas deixariam de apenas receber informações e instruções com o desenvolvimento da capacidade de criticar, avaliar e entender com a possibilidade de impactar as instituições democráticas, necessitando assim, do entendimento de alguns princípios básicos de estruturação da sociedade. A alfabetização matemática e a educação matemática poderão exercer um papel relevante para o desenvolvimento democrático, com a educação na base de uma força social progressiva e forte. Mesmo que seja considerado como uma possibilidade, abandonar tais ideias poderá colaborar para que a educação seja apenas reprodutora, limitando-se ao repasse de informações e instruções.

Como apresentado, os conhecimentos matemáticos são de extrema relevância para a compreensão e atuação, com a devida importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico mediante a prática investigativa, estendendo-se para outras áreas do conhecimento. Considerando que o foco deste estudo está na Matemática financeira, podemos imaginar que este letramento matemático compõe a base para o conceito de inteligência financeira que veremos adiante, quando Kiyosaki (2018) destaca que a inteligência financeira resolve problemas e gera dinheiro.

Na BNCC de Matemática do Ensino Fundamental, as habilidades estão organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística).

Verificaremos as expectativas de aprendizagem que, segundo o Ministério da Educação (2018), os alunos devem desenvolver até nos anos finais do ensino fundamental e estão diretamente relacionadas com a Matemática financeira na área temática de números: cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. Considerando a educação financeira dos alunos, é orientado o estudo de conceitos básicos de economia e finanças com a discussão de assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos, destacando a possibilidade de um estudo interdisciplinar considerando também questões culturais, sociais, políticas e psicológicas relacionadas a questões do consumo, trabalho e dinheiro.

Ainda nos anos finais do ensino fundamental percebemos que a BNCC não isola as áreas temáticas:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa (Ministério da Educação, 2018, p.271).

Os aspectos citados evidenciam o foco trazido pela BNCC na educação integral dos estudantes, com a preocupação na construção do projeto de vida, buscando atender às necessidades de formação geral para o exercício da cidadania e a inserção no mundo do trabalho. Neste ponto, o ensino médio tem a finalidade de garantir a consolidação e aprofundamento dos conhecimentos adquiridos na etapa anterior, possibilitando a resolução de problemas que exijam maior reflexão e abstração. Observando ainda, as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes, sem crenças limitantes relacionadas aos alunos, pois parte-se da premissa de que todos eles podem aprender e alcançar seus objetivos.

Conforme o Ministério da Educação (2018), busca-se o desenvolvimento social mediante a consolidação e construção de conhecimentos, representações e valores que incidirão sobre seus processos de tomada de decisão. Os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo da vida.

Vale destacar a preocupação de que o objetivo não é simplesmente atender o mercado de trabalho, como é esclarecido na BNCC:

> Essas experiências, como apontado, favorecem a preparação básica para o trabalho e a cidadania, o que não significa a profissionalização precoce ou precária dos jovens ou o atendimento das necessidades imediatas do mercado de trabalho. Ao contrário, supõe o desenvolvimento de competências que possibilitem aos estudantes inserir-se de forma ativa, crítica, criativa e responsável em um mundo do trabalho cada vez mais complexo e imprevisível, criando possibilidades para viabilizar seu projeto de vida e continuar aprendendo, de modo a ser capazes de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores (Ministério da Educação, 2018, p.465).

Ainda considerando as diferenças entre os estudantes, tanto às especificidades locais, quanto à multiplicidade de interesses quanto ao desenvolvimento de um projeto de vida, o Ministério da Educação (2018) na BNCC destaca a flexibilidade na construção de currículos e propostas pedagógicas proporcionando uma organização curricular que atenda os objetivos estabelecidos em relação à qualidade e equidade. Vale destacar que na BNCC a igualdade consiste em definir as aprendizagens a que todos têm direito, e a equidade consiste na oferta de condições adequadas às especificidades de cada indivíduo, superando as desigualdades.

No contexto da educação matemática crítica, em relação à elaboração de um currículo crítico, Skovsmose (2001) destaca a colocação de princípios aparentemente objetivos e neutros, estruturando uma nova perspectiva. Estes princípios serão revelados como algo carregado de valores. Os assuntos são considerados conforme a aplicabilidade, os interesses por detrás, as funções e as limitações. O autor ainda considera as condições fora do processo educacional com o ensino-aprendizagem direcionado a problemas, destacando dois critérios fundamentais:

> O subjetivo: o problema deve ser concebido como relevante na perspectiva dos estudantes, deve ser possível enquadrar e definir o problema em termos próximos das experiências e do quadro teórico dos estudantes. E o objetivo: o problema deve ter uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes (Skovsmose, 2001).

A abordagem destacada se opõe ao estruturalismo enquanto forma de organizar a seleção e apresentação dos assuntos escolares, cuja ideia de que o conhecimento dos estudantes dependerá apenas desta estrutura e conteúdos, os fatores relacionados aos estudantes são secundários. Em reação ao estruturalismo surge a tendência pragmática em educação matemática. Segundo Skovsmose (2001), nesta tendência, a essência da matemática encontra-se em suas aplicações, destacando a importância de ilustrar as várias maneiras de a matemática ser útil, tendência esta que pode ser entendida em sentido amplo com a educação matemática dirigida a aplicações.

Ao relacionar a educação matemática e a democratização, Skovsmose (2001) trata do argumento social de democratização que busca identificar um assunto relevante da educação (matemática) por meio de reflexões sobre possibilidades para a construção e o aperfeiçoamento de instituições democráticas e capacidades democráticas na sociedade, melhorando o conteúdo da educação. A tendência pragmática na educação matemática é reforçada com a importância da atividade de construção de modelos matemáticos e a melhor forma para os estudantes aprenderem sobre a construção de modelos, seria através da construção de modelos. A busca de uma atitude mais crítica em relação à construção dos modelos dependerá de ir além da matemática do modelo, como o autor afirma, é necessário conhecer os pressupostos e ideias que estão escondidas atrás da cortina de certas fórmulas matemáticas.

No ensino médio, a BNCC traz a área de Matemática e suas tecnologias com foco na construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos, desenvolvendo habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Com isso, faz-se importante o recurso às tecnologias digitais e aos aplicativos, tanto para a investigação matemática quanto para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional. Destaca-se a proposta de que os estudantes também utilizem tecnologias (calculadoras e planilhas eletrônicas) desde os anos iniciais do ensino fundamental. Trata-se de um recurso para auxiliar o desenvolvimento do pensamento computacional pela interpretação elaboração de algoritmos, uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Um algoritmo é definido como a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma.

Abordaremos as competências específicas e apresentaremos apenas as habilidades inerentes ao tema deste estudo, segundo a organização da BNCC. Vale destacar que não se trata de exclusão das demais habilidades, pois elas se inter-relacionam, estamos apresentando apenas as que julgamos possuir maior proximidade com a Matemática financeira.

A seguir, apresentaremos as habilidades relacionadas com este estudo. Para melhor compreensão do código alfanumérico que precede as habilidades, segue a Figura 1.3 com a ilustração e explicação da composição do referido código.

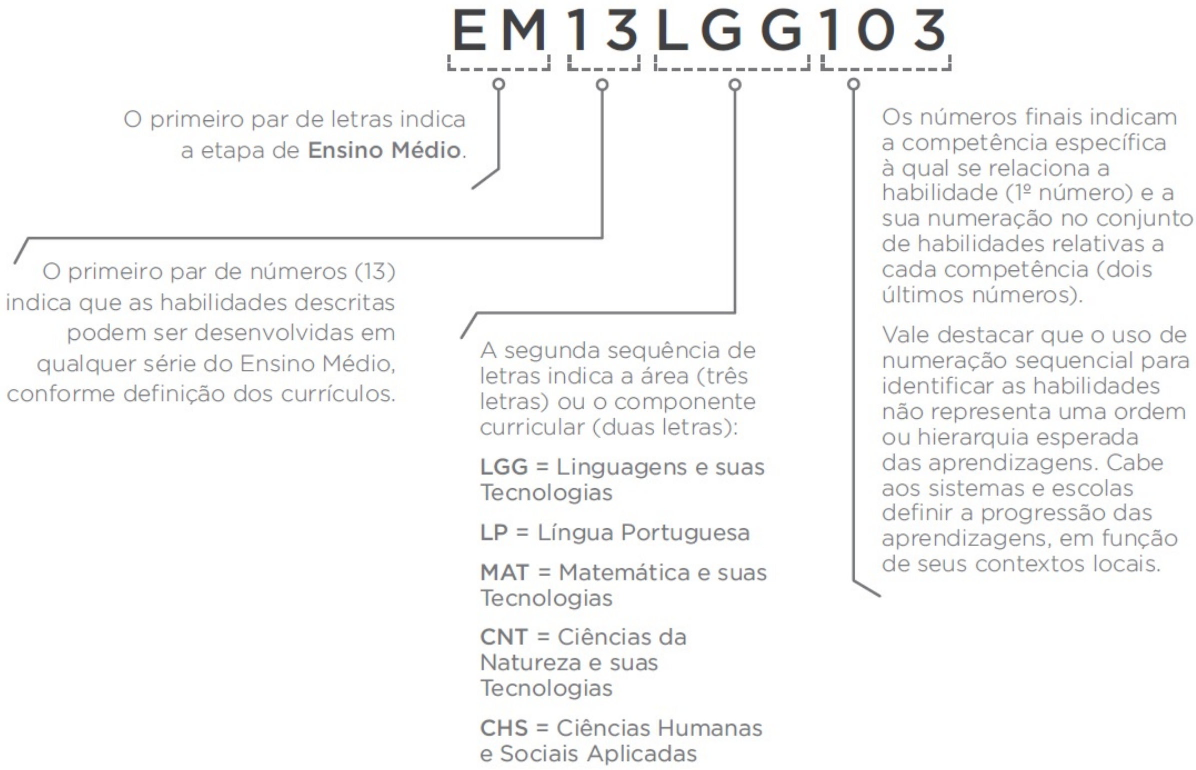


Figura 1.3: Identificação das habilidades.
Fonte: Ministério da Educação (2018)

Por exemplo: o código **EM13MAT303** corresponde ao Ensino Médio, a habilidade pode ser desenvolvida em qualquer série do Ensino Médio, conforme definições curriculares, na área de Matemática e suas Tecnologias, competência específica 3 e terceira habilidade.

Seguem as competências específicas precedidas dos números de 1 a 5 e as habilidades destacadas precedidas pelos códigos (Ministério da Educação, 2018, p.531):

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

Habilidades:

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

   Habilidade:

   (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

   Habilidades:

   (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

   (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da matemática financeira, entre outros.

   (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, matemática financeira, entre outros.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

   Habilidade:

   (EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

   Habilidades:

   (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, matemática financeira ou cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

   (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Observamos que as competências e habilidades a serem desenvolvidas contemplam de forma significativa as noções básicas relacionadas à matemática financeira. Em consulta aos três volumes dos livros didáticos utilizados pela rede pública na cidade de Cáceres, Mato Grosso, livros que já fazem parte do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), o autor Balestri (2016) apresenta uma breve introdução aos conteúdos relacionados à matemática financeira no volume 1, quando trata de função exponencial e progressões aritmética e geométrica. No volume 2, o último capítulo é dedicado à matemática financeira, no entanto, no volume 3 não identificamos conteúdos relacionados.

No capítulo dedicado à matemática financeira, Balestri (2016) trata dos conteúdos: matemática financeira, responsabilidade financeira, acréscimos e descontos sucessivos, juros simples e juros compostos, juros e funções, amortizações. Com os principais objetivos a serem atingidos, conforme os itens abaixo:

- reconhecer situações do cotidiano que envolvem matemática financeira;
- compreender o conceito de porcentagem e resolver problemas envolvendo acréscimos e descontos;
- resolver problemas envolvendo juros simples e juros compostos;
- perceber a relação entre juros e o conceito de função;
- estudar o conceito de amortização.

Os objetivos não são limitados, caso necessário poderão ser estabelecidos novos objetivos complementares. Assim, verificamos uma base considerável em termos de conteúdo que, quando aplicado, fornecerá subsídios racionais para o processo de tomada de decisão.

Em um livro didático atualizado, versão submetida à avaliação, a abordagem realizada por Bueno (2020) consiste no desenvolvimento de projetos integradores. Estes visam ressaltar a posição do estudante como agente do processo de ensino e aprendizagem, considerando as dimensões intelectual, física, social, emocional e cultural, contribuindo para a formação integral do estudante. Dos seis projetos integradores, dois deles tratam do protagonismo juvenil. Um dos títulos é: "Orçamento: como cuidar do nosso dinheiro?" e é dividido em três etapas, abordando temas do cotidiano para que os conhecimentos matemáticos, aliados a conhecimentos de outras áreas, sejam ferramentas para a resolução de problemas reais. Assim, busca-se uma aproximação entre teoria e prática no ensino da Matemática Financeira, levando em conta o contexto financeiro-econômico que vai além das regras e cálculos mecânicos estimulando a participação crítica.

Neste contexto, é relevante a preocupação apontada por Baroni e Maltempi (2019) ao questionarem se o professor de Matemática possui formação que contemple disciplinas e ações que favoreçam o trabalho com a Educação Financeira, ou ainda se professor se sente engajado para tal, buscando respostas na formação inicial de professores. Principalmente quando se trata de uma concepção de Educação Financeira que privilegia uma educação essencialmente crítica e emancipadora, que precisa ser discutida nos ambientes de formação do professor de Matemática para se fazer presente nas salas de aula.

Cunha e Laudares (2017) destacam a questão do consumo pelo consumo na sociedade capitalista como segue:

> Em uma sociedade capitalista há a busca do consumo pelo consumo, o qual, muitas vezes, não reflete a realização de necessidades, mas o puro acúmulo de produtos para a mais-valia do capital. Numa abordagem sociológica, educamos o trabalhador para uma consciente aquisição de processos e produtos inerentes à sua necessidade de vida com valor de uso, pois ao capital interessa mais o valor de troca, com incentivo ao consumo não consciente e, consequente acúmulo de lucros financeiros e de valor econômico (Cunha e Laudares, 2017).

Os autores ainda apontam que uma das funções da escola é preparar o indivíduo para o exercício da cidadania buscando a formação de uma consciência social e política, uma vez que este está inserido numa sociedade de capitalismo selvagem que visa, basicamente, a obtenção de lucro econômico financeiro.

Apesar dos materiais didáticos, das abordagens propostas e da formação dos professores, há a questão da aprendizagem. No entanto, analisar se as aprendizagens são de fato alcançadas e os possíveis motivos não é o objetivo deste trabalho, até porque o processo de tomada de decisão não envolve apenas o racional. Não seria correto associar o resultado de escolhas ruins exclusivamente ao sistema de ensino. Conforme Queiroz e Barbosa (2016), no cotidiano das pessoas as decisões não são meramente financeiras como apresentadas nos livros, ou seja, não se trata apenas de cálculos e resultados meramente matemáticos. No cotidiano as decisões serão tomadas conforme o contexto, as situações pessoais e, pelo menos deveriam considerar, as análises críticas.

Na próxima seção, trataremos de algumas possibilidades de aprofundamento dos estudos que vão além do espaço escolar, aproveitando-se, principalmente, da facilidade e praticidade de acesso à conteúdos em meio digital. Como vimos, neste estudo da BNCC a Educação Básica é a base para a construção de conhecimentos, desenvolvimento de habilidades e formação do indivíduo capaz de refletir e transformar a própria vida e até mesmo a sociedade em que vive. Abordaremos alguns exemplos para não nos limitarmos apenas às aprendizagens relacionadas à escolarização da Educação Básica.

1.3 Finanças pessoais além do espaço escolar

Vimos na seção anterior, questões relativas ao desenvolvimento de habilidades e competências relacionadas à matemática financeira. Nesta seção abordaremos algumas possibilidades para buscarmos informações e conhecimentos, seja através de livros, ebooks, audiobooks, redes sociais e outras mídias digitais, com foco no desenvolvimento da inteligência financeira.

Kistemann Júnior (2011) afirma a concordância com Skovsmose em relação à necessidade de uma Educação Matemática que ocorra em todo lugar, não apenas no contexto escolar, mas em todos os segmentos sociais, sejam formais ou informais, para as pessoas usufruírem de suas competências para tomar decisões de natureza diversa, inclusive as de natureza financeira-econômica.

Nos últimos anos acompanhamos a crescente divulgação de materiais e conteúdos relacionados à educação financeira, seja por instituições públicas ou privadas. Tais iniciativas condizem com os Decretos do Governo Federal, nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010 e nº 10.393 de 9 de junho de 2020, que tratam da Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF. Possuem a finalidade de promover a educação financeira, securitária, previdenciária e fiscal no país, conforme verificamos em Brasil (2010) e Brasil (2020b). Podemos encontrar conteúdos com foco em educação financeira até mesmo nas páginas das instituições bancárias, corretoras de investimentos, bolsa de valores. No entanto, tais informações não chegam à população, por razões obvias, da mesma forma com que empréstimos e produtos financeiros são oferecidos. Vale a observação de estarmos atentos aos conteúdos e sempre buscarmos fontes diversas. A ideia é, por exemplo, não cairmos na falácia de que títulos de capitalização é investimento.

O Ministério da Educação (2018) na BNCC, destaca a importância de considerar a cultura digital e as consequentes mudanças nas sociedades contemporâneas, seja pelo avanço e multiplicação das tecnologias de informação e comunicação, ou ainda pela crescente disponibilidade de dispositivos eletrônicos. Neste cenário imediatista e superficial, o espaço escolar deve manter o compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada, que possibilitará ao estudante exercer uma conduta crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais.

Skovsmose (2015) destaca que simulações e tomadas de decisões acontecem todo o tempo nos mais variados ramos de negócios, em vendas, em planejamento de produção, em grandes empresas, em pequenas empresas, em todos os agentes econômicos da sociedade. Apontando a imaginação tecnológica apoiada em matemática que é utilizada para a divulgação de preços e planos de pagamentos variados para os produtos e serviços ofertados.

Levando em consideração as tecnologias digitais e a computação no contexto desta seção, na BNCC:

> São definidas competências e habilidades, nas diferentes áreas, que permitem aos estudantes:
>
> - buscar dados e informações de forma crítica nas diferentes mídias, inclusive as sociais, analisando as vantagens do uso e da evolução da tecnologia na sociedade atual, como também seus riscos potenciais;[...]
> - usar diversas ferramentas de software e aplicativos para compreender e produzir conteúdos em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática (Ministério da Educação, 2018, p.474).

Apresentamos a seguir, algumas opções de leitura e conteúdo que possibilitam ampliar o leque de conhecimentos relacionados às finanças pessoais e práticas cotidianas que influenciam diretamente no processo de tomada de decisão. Podem ser consideradas informações complementares à razão dos cálculos e conteúdos abordados na Matemática financeira, evidenciando o peso das emoções e dos pré-conceitos que temos originados em nossa família, amigos e interações mais variadas.

Como opções, destacamos apenas alguns autores e livros, além do Pai Rico, Pai Pobre de Kiyosaki (2018), que receberam mais comentários e diversas indicações em nossa pesquisa, dentre eles temos: “Como organizar a sua vida financeira” e “Casais inteligentes enriquecem juntos”, ambos de Gustavo Cerbasi; “A mente acima do dinheiro: o impacto das emoções em sua vida financeira” de Brad Klontz e Ted Klontz; “Rápido e devagar: duas formas de pensar” de Daniel Kahneman; “As armas da persuasão: como influenciar e não se deixar influenciar” de Robert B. Cialdini; “Os segredos da mente milionária” de T. Harv Eker e, finalmente, “Essencialismo” de Greg Mckeown.

Abaixo, segue a Tabela 1.1 que apresenta oito canais do YouTube com conteúdo relacionado à finanças pessoais, os referidos canais ou responsáveis também estão no Instagram com conteúdos semelhantes ou complementares, a seleção foi baseada no tipo de conteúdo e relevância, mas há vários outros.

Tabela 1.1: Exemplos de canais do YouTube.
Fonte: YouTube - 06/11/2020

Canal	inscritos
Me poupe!	5,49 milhões
O Primo Rico	4,2 milhões
EconoMirna	1,15 milhão
Gustavo Cerbasi	822 mil
Tiago Reis	365 mil
Papo de Bolsa	320 mil
Economista Sincero	297 mil
Rafael Seabra	295 mil

Cabe destacar que os canais da Tabela 1.1, ordenados por quantidade de inscritos, correspondem a apenas uma pequena parcela dos canais, que tratam dos mais variados assuntos relacionados às finanças pessoais tais como: organização financeira, investimentos, empreendedorismo, etc.

Fica a critério do usuário das redes sociais analisar e identificar qual o tipo de conteúdo que poderá agregar algum conhecimento e valor. Há muito conteúdo gratuito com ótima qualidade, devemos estar atentos às ofertas de cursos e conteúdos pagos. Não que isso seja um problema, no entanto, percebemos que as redes sociais permitem a divulgação massiva e exponencial. Como em todo ambiente, neste das redes sociais não é diferente, existem ótimos e péssimos conteúdos, tanto gratuitos, quanto pagos. Por este motivo é importante a atenção aos apelos de marketing e avaliar criteriosamente as informações e propostas recebidas.

Sendo assim, destacamos a importância de buscarmos pontos de vista diferentes dos que já temos, informações e conhecimento para uma melhor análise e compreensão do meio em que vivemos. Além de analisarmos como estamos reagindo às mudanças constantes às quais somos submetidos. Somente com informações e conhecimento poderemos, realmente, compreender as variáveis envolvidas na tomada de decisão, seja no âmbito das finanças pessoais ou em qualquer área.

1.4 Princípios para a saúde das finanças pessoais

As finanças pessoais necessitam de atenção especial. Quantas pessoas conhecemos que apresentam problemas financeiros? Ou ainda, quantas vezes nós mesmos tivemos ou ainda temos problemas com as nossas finanças? As dificuldades financeiras se tornam ainda mais evidentes e preocupantes em situações de crises, sejam elas de ordem econômica, de saúde ou mesmo política, como é o caso do cenário atual, em que uma pandemia mundial causa impactos devastadores.

Diante destas considerações, trataremos de princípios que constituem o início de qualquer transformação, e que estão diretamente relacionados com a saúde das finanças pessoais. Por mais que pareçam óbvios para algumas pessoas, para outras não o são, ou até mesmo não conseguem colocá-los em prática.

Abordaremos alguns princípios trazidos como lições por Kiyosaki (2018). E uma das lições trata de fazer com que o dinheiro trabalhe por nós, assim os ricos fazem e as classes média e baixa não. No caso da classe baixa a situação é mais delicada, pois normalmente a remuneração oriunda do trabalho não é capaz de cobrir as despesas básicas como alimentação e moradia. No entanto, nem sempre aquele que tem o menor salário é o pobre. Não é difícil conhecermos situações em que, mesmo ganhando muito acima da média, as dificuldades financeiras estão presentes, como se o dinheiro nunca fosse o suficiente. Nestes casos, o aumento da renda gera ainda mais endividamento. Neste sentido, o autor apresenta o conceito da Corrida dos Ratos, busca-se maior renda no trabalho para pagar os gastos que aumentam cada vez mais, retornando à necessidade de mais trabalho e mais renda. E continuamos a trabalhar para o dinheiro.

Outro princípio que trará sentido aos estudos dos capítulos seguintes está relacionado à proficiência financeira. Kiyosaki (2018) inicia a abordagem com a afirmação: não importa quanto dinheiro você faz. Mas quanto conserva.

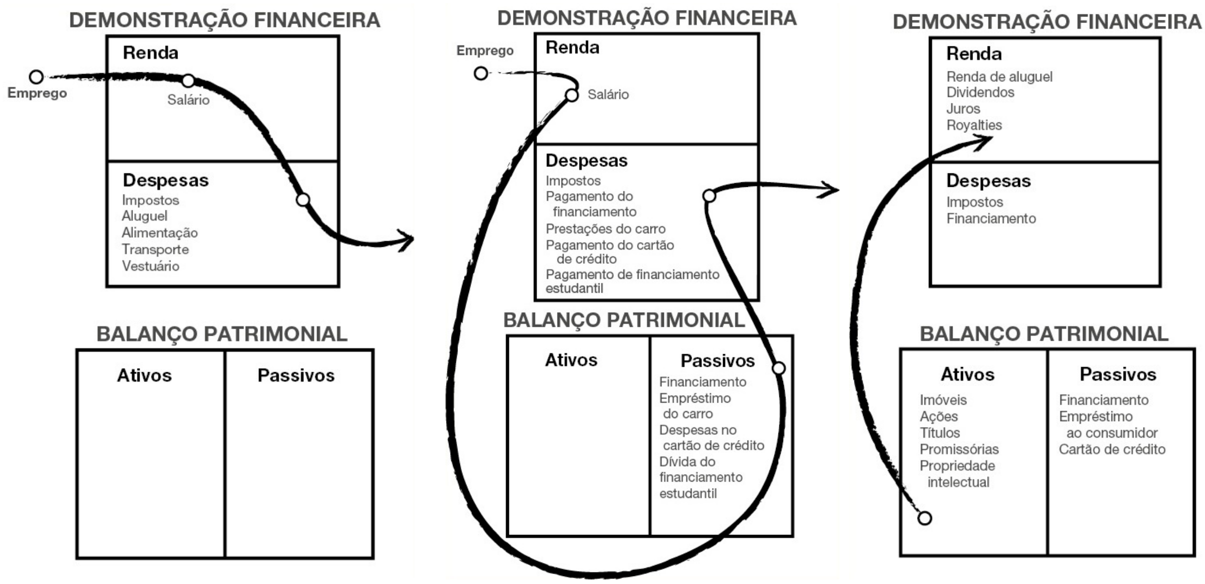
Como os conceitos envolvidos estão inter-relacionados, a afirmação acima tem ligação direta com o pensamento de que mais dinheiro resolverá os problemas, o autor destaca que a inteligência financeira resolve problemas e gera dinheiro. Neste sentido, a educação deverá ser uma preocupação fundamental para lidar com os altos e baixos ao longo da vida.

Assim, Kiyosaki (2018) ressalta a importância de se entender a diferença entre um ativo e um passivo e a comprar ativos, que estará diretamente relacionado com a análise de fluxo de caixa, conforme a Figura 1.4. Inicialmente, imagina-se que deste ponto em diante, as coisas ficarão mais complexas, no entanto, trata-se de uma simples noção de contabilidade, indispensável para proficiência financeira. De maneira objetiva, um ativo é aquilo coloca dinheiro no bolso e o passivo tira. A confusão entre um ativo e um passivo pode gerar dificuldades financeiras.

Dentre as estratégias para captação de clientes, as ligações telefônicas são comumente utilizadas pelas empresas de empréstimo pessoal. Há situações em que o representante da empresa tenta convencer o possível cliente, a todo custo, de que o produto financeiro oferecido é um ativo, no entanto, trata-se de um passivo. Pior ainda, quando uma oferta de empréstimo pessoal é seguida da sugestão de utilização para comprar um veículo, neste caso serão dois passivos em um. Assim, quando estamos atentos e guiados pela razão, não é difícil identificar quando as estratégias de marketing com lindas propagandas, as redes sociais e até mesmo no convívio social nos induzem a confundir ativos e passivos.

Ainda sob o prisma de ativos e passivos, Kiyosaki (2018) aponta que a trajetória financeira da maioria das famílias envolve trabalho árduo procurando progredir. Até ganham bastante dinheiro, que normalmente é destinado à compra de passivos em detrimento dos ativos. Assim fica caracterizado o fluxo de caixa de uma pessoa pobre. Já no caso dos ricos, o foco está na aquisição de ativos para gerar renda. Vale reforçar a ressalva já realizada anteriormente, de que não se trata apenas de ser rico ou não, mas de ter alguma segurança e estabilidade financeira.

Analisemos a ilustração:



(a) Pobre. (b) Classe média. (c) Rico.

Figura 1.4: Ativos e passivos.

Na Figura 1.4, apresentada por Kiyosaki (2018), é ilustrado de forma clara o caminho do dinheiro. Na Figura 1.4(a), a renda é composta pelo salário proveniente do emprego e é suficiente apenas para as despesas essenciais. Já na Figura 1.4(b), a renda também proveniente do emprego e salário, mas é capaz adquirir passivos além das despesas, que por sua vez já não são apenas as essenciais. Na Figura 1.4(c), a renda é proveniente de várias fontes originadas na coluna de ativos. Percebemos que mesmo com a renda proveniente de salário, é importante direcionar parte dela para a coluna de ativos, uma vez que ativos geram mais renda.

Devemos analisar os diagramas e interpretar nossa demonstração financeira sem paixões, precisamos ler os números e entender o que eles nos dizem. Como afirma Kiyosaki (2018), uma pessoa pode ser muito instruída, bem-sucedida profissionalmente e ser improficiente do ponto de vista financeiro. Essas pessoas muitas vezes trabalham mais do que seria necessário porque aprenderam a trabalhar arduamente, mas não a fazer o dinheiro trabalhar para elas. Uma demonstração financeira poderá nos revelar como está a saúde das finanças pessoais.

Uma afirmação de Kiyosaki (2018) que gera muita polêmica, é de que a casa própria não é um ativo. Neste ponto temos a opção de apenas negar com base no que normalmente ouvimos ao longo de toda a vida, como dogma popular, ou podemos refletir. Levando em consideração a realidade vivida, uma vez que não é garantia que uma casa se valorize ao longo do tempo, gera gastos com manutenção, reparos e reformas, normalmente vem acompanhada de um longo financiamento, comprometimento de renda e patrimônio que impossibilita aproveitar oportunidades financeiras, são algumas das questões envolvidas.

Segundo Cooper (2017):

> Se o indivíduo tiver condições (pessoais e sociais) de manter a sua situação financeira estabilizada, provavelmente não terá problemas em quitar o financiamento do imóvel. Mas, se por alguma razão, sua situação financeira ficar comprometida, o indivíduo correrá o risco de ficar sobre-endividado e de, até mesmo, perder o investimento feito no imóvel. O contrário também pode ocorrer. O indivíduo pode ter boa condição financeira, mas, por não saber investir, "lidar" com o dinheiro, não consegue expandir sua situação econômica.

Muitas vezes, trata-se de um sonho, a motivação é emocional, aliada à facilidade de financiamentos, adquirimos um imóvel muito maior ou muito mais caro do que o adequado ao momento. Conforme a fase da vida, por exemplo em pleno desenvolvimento profissional, a aquisição de um imóvel pode se tornar um problema devido à baixa liquidez à medida que seja necessário morar em outra cidade, ou seja, a venda do imóvel pelo valor desejado nem sempre é possível ou rápida. Há ainda a questão, apresentada por Kiyosaki (2018), em que ocorrem perdas educacionais, pois, por não ter dinheiro para investir, a experiência nos investimentos não será adquirida. Não é o caso de não devermos comprar um imóvel, mas distingui-lo entre ativo e passivo e o peso dele no fluxo de caixa.

Kiyosaki (2018) comenta que muitas pessoas não reservam um tempo para questionar se suas atitudes fazem sentido e simplesmente seguem a multidão. Eventualmente, repetem sem pensar o que lhes foi dito: "Diversifique", "Sua casa é um ativo", "Quanto mais dívidas, maior isenção fiscal", "Consiga um emprego seguro", "Não cometa erros", "Não assuma riscos". Portanto, apenas seguindo a multidão, permaneceremos como tal. Para resultados diferentes, precisamos pensar e agir diferente.

O acúmulo de passivos em detrimento aos ativos ocasiona a situação descrita por Kiyosaki (2018) em que a única fonte de renda é o contracheque. Seu modo de vida depende totalmente do empregador. Sendo assim, quando os verdadeiros "negócios da sua vida" aparecem, essas mesmas pessoas não podem aproveitar a oportunidade, porque estão trabalhando muito, pagando impostos máximos e assoberbadas em dívidas. Assim, fica evidente a importância na aquisição de ativos e buscar um equilíbrio no balanço patrimonial entre ativos e passivos.

Vale destacar, em relação aos "negócios da sua vida" a importância do conhecimento e da proficiência financeira em um cenário cheio de armadilhas e pegadinhas por trás de falsas promessas. O autor ainda apresenta a medida da riqueza como a capacidade de geração de renda a partir dos ativos, o suficiente para cobrir as despesas, é o que costumamos ouvir como independência financeira.

Outro princípio que trazemos de Kiyosaki (2018) para a segurança financeira, é a necessidade de cuidar do próprio negócio. Neste ponto há a diferenciação de profissão e negócio, o primeiro corresponde ao trabalho desenvolvido e renda, o segundo está relacionado com o gerenciamento dos ativos. Popularmente, conhecemos a expressão "trabalhamos para nós mesmos", neste caso ainda estamos falando de profissão conforme a atividade desenvolvida. Os ativos que devem compor o nosso negócio, será tudo aquilo que gera renda ou se valorize ao longo do tempo sem a necessidade do nosso trabalho direto, constituindo a formação e manutenção da coluna de ativos. O autor até sugere a manutenção do emprego e iniciar a comprar ativos como forma de começar a cuidar do próprio negócio. Além disso destaca a importância de reduzir as despesas e os passivos e a formar uma base sólida de ativos.

Como vimos anteriormente não cabe apenas à escola ensinar, destaca-se a importância em ensinar os filhos a diferença entre ativos e passivos, com a educação financeira preparando os jovens para os desafios financeiros da vida adulta. Kiyosaki (2018) comenta que: à medida que o seu fluxo de caixa cresce, você pode comprar alguns artigos de luxo. Uma distinção importante é que os ricos compram os artigos de luxo por último, enquanto os pobres e a classe média tendem a fazê-lo antes. Não precisamos nos esforçar muito para identificar algumas situações em que nós mesmos antecipamos alguns sonhos ou desejos, seja pela facilidade de acesso à linhas de crédito, financiamentos ou simplesmente por caber no orçamento baseado na renda proveniente do trabalho.

Quando Kiyosaki (2018) afirma que poupadores são perdedores, recebemos com estranheza esta informação. Como é possível? Sempre recebemos orientações de que devemos poupar! Precisamos estar dispostos a analisar e refletir sobre os argumentos. O ato de apenas poupar está relacionado à redução das despesas, enquanto o foco desta abordagem está na caderneta de poupança, normalmente oferecida e amplamente divulgada pelos bancos tradicionais.

Contextualizando para a nossa realidade, nos últimos anos a taxa básica de juros vem sendo reduzida progressivamente. A rentabilidade da poupança também sofre redução, uma vez que é baseada nesta taxa. Atualmente, a rentabilidade da poupança é inferior ao percentual da inflação, logo o dinheiro que está "guardado"na poupança perde valor. Não nos aprofundaremos na questão da rentabilidade, mas na preferência dos brasileiros pela poupança.

Segue a Figura 1.5 apresentada pela Anbima (2020):

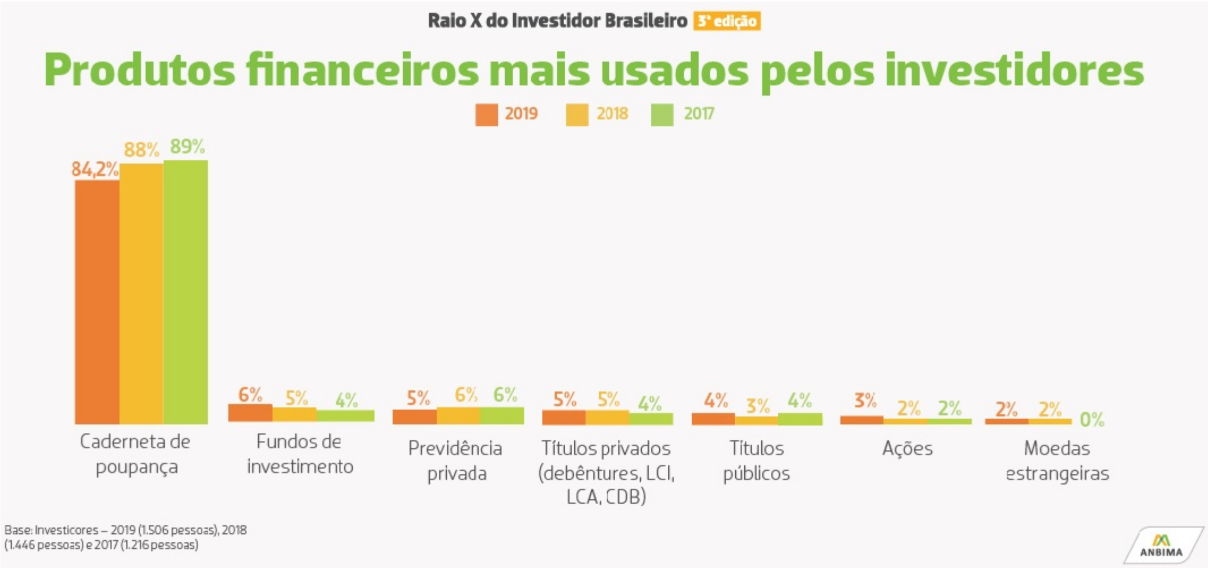


Figura 1.5: Produtos financeiros mais utilizados.
Fonte: Anbima (2020)

Segundo a Anbima (2020), Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais, os produtos financeiros mais usados pelos brasileiros em 2019 foi a caderneta de poupança com cerca de 84,2% e o percentual de outros 6 produtos financeiros variaram de 2 a 6%. Kiyosaki (2018) considera válido fazer uma poupança mensal, mas aponta o problema de perder grandes oportunidades de um ganho maior por não conhecer o que acontece à nossa volta, a opção mais interessante seria abrir os horizontes através do conhecimento de outras possibilidades que não seria apenas poupança, mas investimentos, os tão mencionados ativos.

Diante da dinamicidade das coisas, em especial aos investimentos, Kiyosaki (2018) ainda ressalta:

> [...] é que os investimentos vêm e vão, os mercados sobem e descem. As economias melhoram e entram em crise. O mundo está sempre lhe apresentando oportunidades únicas, a cada dia da sua vida; no entanto, na maior parte das vezes, não conseguimos percebê-las. Mas elas estão lá. E quanto mais o mundo muda e a tecnologia progride, maiores oportunidades existirão para permitir que você e sua família estejam seguros pelas próximas gerações (Kiyosaki, 2018, p.149).

O autor ainda destaca que, diante da complexidade ou do não entendimento quanto ao funcionamento do investimento, ele não investirá. Pois o sucesso financeiro está ligado à matemática simples e ao bom senso. Assim, percebemos que os riscos estão relacionados ao nosso nível de conhecimento sobre o investimento ou da estratégia utilizada. Nem sempre um investimento ou oportunidade que é adequada para uma pessoa também seja para outra. Podemos dizer que é questão de desenvolvimento da inteligência financeira. Naturalmente vamos acumulando experiências e conhecimentos à medida em que nos aprofundamos e nos expomos às situações que vão além da caderneta de poupança, justificando o investimento em instrução financeira.

Nos concentramos nas lições apresentadas por Kiyosaki (2018), pois observamos a atemporalidade nos conceitos abordados e identificamos grande similaridade com outras referências, preservando a essência após as variações de termos ou abordagem utilizadas.

É comum termos como base para cuidar das finanças pessoais a premissa de que devemos gastar menos do que ganhamos, como vimos, apenas esta prática não é o suficiente para obtermos uma certa segurança e tranquilidade nas finanças pessoais. Tal prática servirá apenas para não nos endividarmos, se apenas este é o objetivo, está tudo correto. No entanto, apresentamos outras práticas que possibilitarão a ampliação dos objetivos.

Capítulo 2

Fundamentos matemáticos

Neste capítulo abordaremos o referencial matemático fundamental, de razão e proporção à juros compostos e amortizações, essencial para a análise das situações mais comuns. Este conteúdo norteará o levantamento e análise das variáveis envolvidas no processo decisório pelos quais somos submetidos, especialmente, quando lidamos com as finanças pessoais. Os exemplos serão desenvolvidos de forma aplicada no capítulo seguinte.

2.1 Razões e proporções

Razões e proporções configuram uma possibilidade de compararmos valores, uma vez que apenas a diferença entre dois valores não oferece uma ideia relativa do crescimento ou decréscimo por exemplo.

Conforme Iezzi et al. (2004), a comparação poderia ser realizada dividindo o valor, conforme a definição apresentada abaixo:

Definição 1. *Dados dois números a e b, com $b \neq 0$, chamamos de razão de a para b ou simplesmente razão entre a e b, nessa ordem, ao quociente $\frac{a}{b}$ que também pode ser indicado por $a : b$.*

O número a é chamado de *antecedente*, e b é denominado *consequente*. Quando a e b forem medidas de uma mesma grandeza, elas devem ser expressas na mesma unidade de medida.

A proporção consiste na igualdade de duas razões, segue a definição conforme Iezzi et al. (2004):

Definição 2. *Dadas as razões* $\frac{a}{b}$ *e* $\frac{c}{d}$, *à sentença de igualdade* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *chamamos de proporção. Os valores* a *e* d *são denominados extremos e* b *e* c *são chamados de meios.*

Considerando a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com b e d diferentes de zero, vale a seguinte propriedade:

Propriedades: 1. *Se* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, *então* $a \cdot d = b \cdot c$; *isto é, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.*

Em outras palavras, conforme a propriedade, em toda proporção os produtos cruzados são iguais.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Neste caso, os produtos cruzados são: $a \cdot d$ e $b \cdot c$, daí $a \cdot d = b \cdot c$. Esta propriedade pode ser verificada tomando-se a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e multiplicando-se membro a membro por $b \cdot d$, como segue:

$$b \cdot d \cdot \frac{a}{b} = b \cdot d \cdot \frac{c}{d}$$

E, portanto:

$$a \cdot d = b \cdot c$$

O conceito de razão será utilizado com frequência nas situações abordadas no próximo capítulo. Já o conceito de proporção pode ser utilizado para planejar uma meta com base em uma razão anterior. Por exemplo, um artesão produziu em 2 meses consecutivos 200 e 300 unidades de um determinado produto. Sabendo-se que no mês atual as encomendas totalizam 100 unidades, para alcançar a razão calculada nos 2 meses anteriores, o artesão necessitará produzir 150 unidades no mês seguinte. Podemos verificar aplicando a Definição 2, tomando $a = 300$, $b = 200$ e $d = 100$, obtemos c.

$$\frac{300}{200} = \frac{c}{100}$$

$$c = \frac{300}{200} * 100 = 150$$

Conforme calculado, a produção deverá ser de 150 unidades para repetir a razão calculada anteriormente.

2.2 Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

Observemos as tabelas abaixo:

Tabela 2.1: Grandezas diretamente proporcionais.

x	1	2	3	4	5	6	...	n	...
y	60	120	180	240	300	360	...	$60n$	...

Tabela 2.2: Grandezas inversamente proporcionais.

x	1	2	3	4	5	6	...	n	...
y	60	30	20	15	12	10	...	$\frac{60}{n}$	...

Note que na Tabela 2.1, quando o valor de x aumenta, o de y também aumenta, de forma que a razão entre cada valor de x e o correspondente de y é constante e vale $\frac{1}{60}$ e a razão entre cada valor de y e o correspondente de x também é constante e vale 60, portanto, as grandezas expressas por x e y são diretamente proporcionais.

Observemos a definição de proporcionalidade[1] apresentado por Lima et al. (2012).

Definição 3. *Sejam x e y dois tipos de grandezas. Diz-se que y é proporcional a x quando:*

1. *As grandezas x e y acham-se de tal modo relacionadas que a cada valor de x corresponde um valor bem determinado de y. Diz-se então que existe uma correspondência $x \mapsto y$ e que y é função de x.*
   Quando escrevemos $x \mapsto y$ estaremos querendo dizer que y é o valor que corresponde a x.

2. *Quanto maior for x, maior será y. Em símbolos: se $x \mapsto y$ e $x' \mapsto y'$ então $x < x'$ implica $y < y'$.*

3. *Se a um valor x_0 corresponde y_0 e c é um número qualquer, então o valor de y que corresponde a cx_0 é cy_0. Simbolicamente: se $x_0 \mapsto y_0$ então $cx_0 \mapsto cy_0$.*

[1] Recomendamos o estudo do teorema fundamental da proporcionalidade conforme Lima (2014).

Assim, quando $x \mapsto y$ é uma proporcionalidade, existe um número k, chamado de fator de proporcionalidade, tal que $y = k \cdot x$ para todo x. Dizer que a grandeza y é proporcional à grandeza x equivale a afirmar que existe um número k tal que $y = k \cdot x$.

No entanto, na Tabela 2.2, quando o valor de x aumenta, o de y diminui, de forma que o produto entre cada valor de x e o correspondente de y é constante e vale 60, assim, as grandezas expressas por x e y são inversamente proporcionais. Conforme Lima et al. (2012):

Definição 4. *Sejam x, y dois tipos de grandezas. Diz-se que y é inversamente proporcional a x quando:*

1. *As grandezas x e y estão relacionadas de tal modo que a cada valor de x corresponde um valor bem determinado de y. Escreve-se então $x \mapsto y$ e diz-se que y é função de x. Costuma-se também escrever $y = f(x)$.*

2. *Quanto maior for x, menor será y. Simbolicamente: se $x \mapsto y$ e $x' \mapsto y'$ então $x < x'$ implica $y' < y$. Ou ainda: se $y = f(x)$ e $y' = f(x')$, tem-se a implicação $x < x' \Rightarrow f(x') < f(x)$.*

3. *Se y_0 é o valor de y que corresponde ao valor x_0 de x e c é qualquer número, então ao valor cx_0 corresponde $\frac{1}{c}y_0$. Ou seja: se $x_0 \mapsto y_0$ então $cx_0 \mapsto \frac{1}{c}y_0$. Na notação funcional: $f(cx) = \frac{1}{c}f(x)$.*

Em resumo, quando y é inversamente proporcional a x, existe uma constante k, chamado de fator de proporcionalidade, tal que $y = \frac{k}{x}$. Equivalentemente: $x \cdot y = k$. A igualdade $y = \frac{k}{x} = k(\frac{1}{x})$ significa que y é inversamente proporcional a x se, e somente se, y é diretamente proporcional a $\frac{1}{x}$.

2.3 Porcentagem

A comparação entre razões apresentará algum significado analítico quando expressarmos as razões com o mesmo denominador. É comum utilizarmos o denominador 100, assim as razões são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou simplesmente de porcentagens. São utilizadas para expressar alguma quantidade como porcentagem de um valor. Usualmente, representamos as porcentagens pelo numerador seguido do símbolo % (lê-se: "por cento"). Outra forma de representação é sob a forma decimal, obtida dividindo-se o numerador por 100.

Conforme a definição apresentada por Iezzi et al. (2004):

Definição 5. *De modo geral, calcular $a\%$ de x, corresponde a multiplicar $\frac{a}{100}$ por x.*

Ou seja, $a\%$ de $x \Leftrightarrow a \cdot \frac{x}{100} = \frac{a}{100} \cdot x = y$.

Um erro comum está relacionado com a representação percentual do aumento de alguma grandeza. Por exemplo, no caso de um item que era vendido por 60 reais e hoje custa 120 reais. Como $120 = 2 \cdot 60$, costumam afirmar que o item sofreu um aumento de 200%. Apesar do item custar duas vezes mais, o aumento foi de $120 - 60 = 60 = 1 \cdot 60$ reais, o que corresponde a 100%.

O cálculo da porcentagem de porcentagem segue a mesma lógica da Definição 5, mas x também será um percentual. Por exemplo, calcular 40% de 30%. Escreveremos os valores em frações com denominador 100.

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{30}{100} = \frac{12}{100} = 0,12 \text{ ou } 12\%$$

2.4 Variação percentual

A razão entre o aumento de um determinado valor e o valor inicial, expressa na forma de porcentagem, é chamada de variação percentual no intervalo considerado. Segundo os conceitos apresentados por Iezzi et al. (2004), temos:

Definição 6. *De modo geral, consideremos uma grandeza que assuma um valor V_0 na data 0 e o valor V_t numa data futura t. Chamamos de razão de variação dessa grandeza entre as datas 0 e t, e indicamos por j o número dado por:*

$$j = \frac{V_t - V_0}{V_0} \tag{2.1}$$

A variação percentual será obtida efetuando o produto da Equação (2.1) por 100, uma vez que j representa a variação em decimais. Assim, realizamos a seguinte operação:

$$j \cdot 1 = j \cdot \frac{100}{100} = (j \cdot 100)\%.$$

Para a realização dos cálculos e aplicação de fórmulas, com o objetivo de facilitar a representação, convertemos o valor percentual em decimal. Para fins de comparação utilizamos os valores na forma de porcentagem.

Na Equação (2.1), aplicando a propriedade distributiva, a razão de variação também poderá ser expressa por:

$$j = \frac{V_t}{V_0} - 1 \tag{2.2}$$

O autor ainda destaca que, desde que $V_0 > 0$ e $V_t > 0$, denomina-se taxa percentual de crescimento quando a variação é positiva, quando é negativa, seu valor absoluto é denominado taxa percentual de decrescimento. Acrescentamos que, de maneira análoga, quando os valores são representados na forma decimal, trata-se de taxa de crescimento para a variação positiva e taxa de decrescimento para a variação negativa.

2.4.1 Variações percentuais sucessivas

As variações percentuais sucessivas, com base nos conceitos apresentados por Iezzi et al. (2004), serão definidas, a partir da razão de variação, da seguinte maneira:

Definição 7. *Consideremos os instantes de tempo* $0, t_1, t_2, t_3, \ldots t_{n-1}, t_n$, *em que* $0 < t_1 < t_2 < t_3 \ldots < t_n$, *e chamemos de* j_1 *a razão de variação da grandeza entre* 0 *e* t_1. *Denominamos* j_2 *a razão de variação da grandeza entre* t_1 *e* t_2 *e assim, sucessivamente, até* j_n, *que representa a razão de variação da grandeza entre* t_{n-1} *e* t_n. *Os valores de* $j_1, j_2, j_3 \ldots j_n$, *escritos na forma de porcentagem, são chamados de variações percentuais sucessivas.*

Note que neste caso, tanto as variações j_i, quanto as variações t_i podem ser distintas, respectivamente, entre si. Veremos na próxima subseção a expressão para o cálculo das variações percentuais acumuladas. Nas seções seguintes que tratam da matemática financeira, veremos o conceito aplicado nos casos em que as variações j_i e t_i são constantes.

2.4.2 Variações percentuais acumuladas

Conforme Iezzi et al. (2004):

Se indicarmos por $V_0, V_1, V_2, \ldots, V_n$ os valores da grandeza nas datas 0, t_1, t_2, t_3, $\ldots$ t_{n-1}, t_n, utilizando o conceito apresentado na Equação (2.2), poderemos escrever:

- $j_1 = \dfrac{V_1}{V_0} - 1 \Rightarrow V_1 = V_0(1 + j_1)$
- $j_2 = \dfrac{V_2}{V_1} - 1 \Rightarrow V_2 = V_1(1 + j_2) = V_0(1 + j_1)(1 + j_2)$
- $j_3 = \dfrac{V_3}{V_2} - 1 \Rightarrow V_3 = V_2(1 + j_3) = V_0(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)$

Assim, concluímos que:

$$V_n = V_0(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n) \tag{2.3}$$

A variação percentual acumulada, obtida a partir de razão de variação acumulada j_{ac} na forma de porcentagem, é a variação percentual entre as datas 0 e t_n.

$$j_{ac} = \frac{V_n}{V_0} - 1 \tag{2.4}$$

Substituindo o numerador da Equação (2.4) por (2.3), temos:

$$j_{ac} = \frac{V_0(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n)}{V_0} - 1$$

$$j_{ac} = (1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n) - 1$$

2.5 Matemática financeira

No geral, a matemática já assusta um pouco as pessoas. Quando falamos em matemática financeira, misturando a matemática com dinheiro, acaba assustando ainda mais a população em geral. Para quem é apaixonado pelos números ela é uma aliada para a compreensão das práticas financeiras que envolvem juros. Mas aqueles que não possuem tanta afinidade, deveriam ao menos entender o princípio do funcionamento e ter a ciência de que existem ferramentas que podem auxiliar na realização de cálculos para fins de comparações.

Conforme Morgado e Carvalho (2015): "no fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo". O autor ainda destaca que trata-se de uma das importantes aplicações de progressões geométricas, como veremos adiante.

Podemos complementar a ideia segundo a afirmação de Iezzi et al. (2004): "fundamentalmente, a Matemática Financeira estuda os procedimentos utilizados em pagamentos de empréstimos, bem como os métodos de análise de investimentos em geral".

Nas seções seguintes, abordaremos os conceitos que serão aplicados em situações práticas que constituirão o próximo capítulo, em que será possível verificar na prática como a aplicação (ou não) da matemática financeira pode influenciar as nossas vidas.

2.5.1 Juros compostos

Devemos ter clareza quanto às variáveis envolvidas, conforme Morgado e Carvalho (2015) e Iezzi et al. (2004) temos:

- C: chamamos de capital (principal), valor que alguém possui para emprestar a outrem por um período;
- J: conhecida como juro, será a remuneração, além do capital C, recebida ao término da operação;
- M: será o montante, ou seja $C + J$;
- $i = \dfrac{J}{C}$: esta razão é a taxa de crescimento do capital, taxa de juros, correspondente ao período da operação. Comumente vemos $J = C \cdot i$.

No regime de juros compostos, os juros de cada período são calculados sobre o valor do início do período. Vale destacar que a caracterização como empréstimo ou investimento ocorre conforme o ponto de vista, pois quem toma emprestado depende de outra parte que concede o empréstimo. Assim, o primeiro está realizando um empréstimo e o segundo um investimento.

Quando se trata de juros compostos, é um erro comum as pessoas acreditarem que uma taxa de juros de 10% ao mês, após dois meses será o mesmo que 20%, quando na verdade será 21% como veremos de acordo com Morgado e Carvalho (2015) no Teorema 1 enunciado a seguir.

Teorema 1. *No regime de juros compostos de taxa i, um principal C_0 transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0(1 + i)^n$.*

Demonstração: 1. *Após* 1 *período, o montante* C_1 *será:*

$C_1 = C_0 + C_0 \cdot i = C_0(1+i)$

Após 2 *períodos, o montante* C_2 *será:*

$C_2 = C_1 + C_1 \cdot i = C_1(1+i) = C_0(1+i)(1+i) = C_0(1+i)^2$

Após 3 *períodos, o montante* C_3 *será:*

$C_3 = C_2 + C_2 \cdot i = C_2(1+i) = C_0(1+i)^2(1+i) = C_0(1+i)^3$

$\ldots$

Após n períodos, o montante C_n *será:*

$C_n = C_{n-1} + C_{n-1} \cdot i = C_{n-1}(1+i) = C_0(1+i)^{n-1}(1+i) = C_0(1+i)^n$

Portanto,

$$C_n = C_0(1+i)^n \tag{2.5}$$

Note que o capital C_0 (a_0) cresce a uma taxa constante i, formando uma progressão geométrica de razão $1+i$ (q). Seja $a_n = a_1 q^{n-1}$, se começarmos a enumerar os termos a partir de zero, avançaremos n termos ao passar de a_0 para a_n, daí: $a_n = a_0 q^n$.

O Teorema 1, conforme Morgado e Carvalho (2015) pode ser lido de outra forma: uma quantia, cujo valor atual é A, equivalerá no futuro, depois de n períodos de tempo, a $F = A(1+i)^n$. Trata-se da fórmula fundamental da equivalência de capitais, pois para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por $(1+i)^n$. Para obter o valor atual, basta dividir o futuro por $(1+i)^n$.

2.5.2 Taxas equivalentes

Neste tema é importante destacar o conceito de taxa efetiva, que consiste na taxa calculada ao término da operação. Por vezes nos deparamos com as taxas proporcionais, conforme cita Morgado e Carvalho (2015): taxas proporcionais não são equivalentes.

No caso das taxas proporcionais, são anunciadas como por exemplo, 12% ao ano com capitalização mensal, proporcionalmente corresponde à 1% ao mês, mas ao término da operação, veremos que trata-se de uma taxa efetiva de aproximadamente 12,68% ao ano.

Esta forma de anunciar taxas reforça a confusão de acreditar que uma taxa de 0,5% ao mês seja 6% ao ano para fins de operações financeiras e dificulta ainda mais a comparação entre opções de formas de pagamento por exemplo. Vejamos o lema apresentado por Morgado e Carvalho (2015):

Lema 2. *Se I é a taxa de crescimento de uma grandeza relativamente ao período de tempo T e i é a taxa de crescimento relativamente ao período t, e se $T = nt$, então $1 + I = (1 + i)^n$.*

Demonstração: 2. *Seja C_0 o capital. Após um período de tempo T, o valor do capital será $C_0(1 + I)^1$. Como um período de tempo T equivale a n períodos de tempo iguais a t ($T = nt$), o valor do capital será também igual a $C_0(1+i)^n$. Logo, $C_0(1+I)^1 = C_0(1+i)^n$ e $1 + I = (1 + i)^n$.*

Assim, obtemos a fórmula das taxas equivalentes:

$$1 + I = (1 + i)^n \tag{2.6}$$

No caso do exemplo inicial, temos $i = 1\%$ ao mês, portanto $n = 12$, substituindo na Equação (2.6), segue:

$1 + I = (1 + 0,01)^{12}$

$I = (1,01)^{12} - 1 \cong 0,1268$ ou $12,68\%$

2.5.3 Séries uniformes

Uma série, anuidade ou renda, segundo Morgado e Carvalho (2015) é um conjunto de quantias (pagamentos ou recebimentos), referidas a épocas diversas. Quando esses pagamentos ou recebimentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, a série é dita uniforme. Segue o Teorema 3 :

Teorema 3. *O valor de uma série uniforme de n pagamentos iguais a P, um termo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, igual a $A = P\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$.*

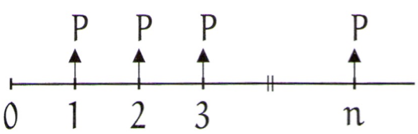


Figura 2.1: Série uniforme.
Fonte: Morgado e Carvalho (2015)

Demonstração: 3. *Considerando a Figura 2.1, o valor da série na época 0 é:*

$$A = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n},$$

note que trata-se de uma progressão geométrica com razão $\frac{1}{1+i}$ *e primeiro termo* $\frac{P}{(1+i)}$, *cuja soma de* n *termos será:*

$$A = \frac{P}{(1+i)} \frac{1-(\frac{1}{1+i})^n}{1-\frac{1}{1+i}} = P\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.$$

$$A = P\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \tag{2.7}$$

Partindo do Teorema 3, com n tendendo ao infinito teremos o Corolário 4 abaixo:

Corolário 4. *O valor de uma perpetuidade de termos iguais a* P*, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo* i *a taxa de juros, igual a* $\frac{P}{i}$

Demonstração: 4. *Considerando a Equação (2.7) e a perpetuidade,* n *tenderá ao infinito, e* $(1+i)^{-n}$ *tenderá a zero, ou seja:*

$$A = \lim_{n\to\infty} P\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{P}{i}.$$

$$A = \frac{P}{i} \tag{2.8}$$

No Teorema 3 consideramos o tempo antes do primeiro pagamento e a Equação (2.7) trata de pagamentos, como em dívidas. Quando consideramos depósitos ao invés de pagamentos, o valor da série representará um valor no tempo n e corresponderá ao montante de depósitos, como em investimentos. Abordamos anteriormente que, para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por $(1+i)^n$, ou ainda considerando a Figura 2.1, o valor da série na época n, ou seja , $P(1+i)^n$.

Partindo da Equação (2.7), teremos:

$$F = A(1+i)^n = P\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^n$$

Portanto:

$$F = P\frac{(1+i)^n - 1}{i} \tag{2.9}$$

2.5.4 Sistemas de amortização

Os sistemas de amortização são utilizados na contratação de empréstimos ou financiamentos, assim, uma parte empresta um dado valor por um certo período de tempo e a outra parte obriga-se a restituir o principal acrescido dos juros devidos, no prazo estipulado. O sistema de amortização adotado definirá como será calculado o valor das prestações e sua composição, parte de juros e parte do capital.

Conforme Mathias e Gomes (1993), em relação aos empréstimos de longo prazo, os problemas mais importantes envolvem a explicitação do sistema de reembolso adotado e ao calculo da taxa de juros efetivamente cobrada pelo credor.

Definiremos a seguir alguns termos que serão utilizados:

- credor: aquele que concede o empréstimo;
- devedor: aquele que recebe o empréstimo;
- taxa de juros: é a taxa acordada entre as partes. Destacamos que a taxa efetiva de juros pode englobar outros custos adicionais previstos no ato da contratação;
- prazo de carência: período entre a utilização e o pagamento da primeira amortização. É considerado existente quando este prazo for superior ao dobro do menor período de amortização;
- amortização: trata-se da devolução do principal (capital) emprestado;
- prestações: é a soma da amortização acrescida de jutos e eventuais encargos em um dado período;
- saldo devedor: é o valor devido em um determinado instante de tempo.

Os principais sistemas de amortização, segundo Mathias e Gomes (1993) são:

- *Sistema de amortização constante (SAC)*: as parcelas de amortização são iguais entre si. Os juros são calculados, a cada período, multiplicando-se a taxa de juros contratada pelo saldo devedor existente no período anterior;
- *Sistema de amortização francês (SAF) ou Tabela PRICE*: as prestações são iguais entre si e calculadas de tal modo que uma parte paga os juros e a outra o principal;

- *Sistema americano*: o devedor paga em uma única parcela, após um certo prazo, o capital emprestado. Neste sistema, o devedor poderá pagar juros durante a carência, esta é a modalidade mais comum no sistema americano;

- *Sistemas de amortizações variáveis*: as parcelas de amortização são contratadas pelas partes e os juros são calculados sobre o saldo devedor;

No Brasil os sistemas mais comuns são o sistema de amortização constante (SAC) e o sistema de amortização francês (SAF) ou tabela Price. Destacamos que cada sistema pode apresentar modalidades diferentes entre si em relação à carência para pagamento dos juros ou capital, bem como o prazo e valores a serem liberados, podendo ocorrer em uma única parcela ou não.

Outra questão importante, no ato da contratação do empréstimo ou financiamento, o contratante deve estar atento às condições estabelecidas, inclusive com incidência de correção da dívida ou do saldo devedor. Esta correção costuma basear-se em índices como a Taxa Referencial (TR), Índice Geral de Preços Mercado (IGP-M), Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), etc.

Veremos que existem opções de financiamentos de longo prazo com taxas atraentemente baixas, no entanto, na contratação pode existir a previsão de correção do saldo devedor anualmente, principalmente no longo prazo, por índices que dependem da situação econômica momentânea. A seguir trataremos dos sistemas SAC e SAF.

2.5.4.1 Sistemas de amortização constante (SAC)

No sistema de amortização constante, o nome já caracteriza a forma constante de devolução do principal em n parcelas iguais e os juros são calculados sobre o saldo devedor em cada período.

Apresentaremos o SAC conforme Morgado e Carvalho (2015):

Teorema 5. *No SAC, sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros, temos*

$$A_k = \frac{D_0}{n}, \qquad D_k = \frac{n-k}{n} D_0, \qquad J_k = iD_{k-1}, \qquad P_k = A_k + J_k$$

No Teorema 5 temos:

- A_k: amortização;
- D_k: saldo devedor;
- J_k: juros;
- P_k: valor do pagamento.

Demonstração: 5. *Se a dívida D_0 é amortizada em n partes iguais, cada parte é igual a*

$$A_k = \frac{D_0}{n}.$$

O saldo devedor, após k amortizações é

$$D_k = D_0 - k\frac{D_0}{n} = \frac{n-k}{n}D_0.$$

Os juros são calculados sobre a saldo devedor no período anterior

$$J_k = iD_{k-1}.$$

O valor do pagamento é composto somando o valor da amortização com os juros

$$P_k = A_k + J_k.$$

Exemplo 1. *Uma dívida de R\$ 1200,00 será paga com juros de 4,25% ao mês, em 6 meses utilizando o SAC, segue a Tabela 2.3 de amortização:*

Tabela 2.3: Amortização SAC.

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0	-	-	-	1200,00
1	251,00	200,00	51,00	1000,00
2	242,50	200,00	42,50	800,00
3	234,00	200,00	34,00	600,00
4	225,50	200,00	25,50	400,00
5	217,00	200,00	17,00	200,00
6	208,50	200,00	8,50	-

Na Tabela 2.3 observamos a amortização constante A_k, por consequência, o saldo devedor decresce de maneira linear conforme a expressão de D_k e as parcelas P_k são decrescentes.

2.5.4.2 Sistema de amortização francês (SAF)

No sistema de amortização francês (SAF), também conhecido como sistema Price, as parcelas que serão pagas pelo devedor, composta por capital e juros, possuem os mesmos valores e são periódicas, ou seja, são constantes ao longo do período do empréstimo ou financiamento.

Conforme Mathias e Gomes (1993), o sistema Price é o SAF com algumas particularidades:

- a taxa de juros contratada é dada em termos nominais. Na prática, esta taxa é dada em termos anuais;
- as prestações têm período menor do que aquele a que se refere a taxa. Em geral, as amortizações são feitas em base mensal;
- no cálculo é utilizada a taxa proporcional ao período a que se refere a prestação, calculada a partir da taxa nominal.

Conforme o autor, a tabela Price, na verdade, é uma tabela contendo os índices mais usuais já levando em conta a taxa de juros proporcional. Uma vez identificada a taxa dos períodos de amortização, a aplicação é idêntica ao SAF, com a taxa efetiva um pouco maior do que a taxa nominal.

Segue o Teorema 6 conforme Morgado e Carvalho (2015):

Teorema 6. *No SAF, sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros, temos*

$$P_k = D_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}, \qquad D_k = D_0 \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+i)^{-n}}, \qquad J_k = iD_{k-1}, \qquad A_k = P_k - J_k$$

No Teorema 6 apresentado temos:

- A_k: amortização;
- D_k: saldo devedor;
- J_k: juros;
- P_k: valor do pagamento.

Demonstração: 6. *Considerando o Teorema 3 e Equação (2.7), página 40, tomando* $A = D_0$ *e* $P = P_k$*, obtemos*

$$P_k = D_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}. \tag{2.10}$$

Note D_k *é a dívida que será liquidada no período* k *antecipada em relação a* n*, ou seja, em* $n-k$ *pagamentos sucessivos a* P_k*. Pelo Teorema 3 e Equação (2.7), página 40, segue*

$$D_k = P_k \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i}.$$

Substituindo P_k *pelo seu valor em (2.10), obtemos:*

$$D_k = D_0 \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+i)^{-n}}.$$

Observe ainda que, $D_k = D_{k-1} - A_k$*.*

Os juros são calculados sobre a saldo devedor no período anterior

$$J_k = iD_{k-1}.$$

A amortização é calculada pela diferença entre a parcela do pagamento e o juros

$$A_k = P_k - J_k.$$

Exemplo 2. *Uma dívida de R$ 1200,00 será paga com juros de 4,25% ao mês, em 6 meses utilizando o SAF, segue a Tabela 2.4 de amortização:*

Tabela 2.4: Amortização SAF.

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0	-	-	-	1200,00
1	230,78	179,78	51,00	1020,22
2	230,78	187,42	43,36	832,80
3	230,78	195,39	35,39	637,41
4	230,78	203,69	27,09	433,72
5	230,78	212,35	18,43	221,37
6	230,78	221,37	9,41	-

Na Tabela 2.4 observamos as parcelas constantes e o saldo devedor decresce formando uma curva conforme D_k.

Nos exemplos percebemos que há pouca diferença diferença entre o total pago utilizando o SAF ou o SAC, no primeiro sistema o valor final será menor. Em alguns casos não há a possibilidade de utilização do SAC quando as parcelas iniciais superam a capacidade de pagamento, neste caso o SAF terá parcelas iniciais com valores menores. Nas aplicações e gráficos do próximo capítulo, analisaremos o comportamento do valor das parcelas e saldo devedor ao longo do tempo, conforme cada situação um sistema poderá ser mais vantajoso do que o outro.

Capítulo 3

Aplicando o conhecimento na tomada de decisões

Neste capítulo desenvolveremos problemas relacionados às situações que ocorrem ao longo da vida e que dependem da tomada de decisões. Kistemann Júnior (2011) constatou que a Matemática, para a tomada de decisões, se mostra afastada da grande maioria dos indivíduos-consumidores ou não é oferecida a estes sujeitos. Tal fato reforça o conceito do Privilégio de Acesso à Informação (PAI) em que apenas um grupo reduzido da sociedade detém as regras de operação e ação econômicas. Apontando que um dos caminhos para mudar a situação em questão seria a estruturação de novos cenários de investigação e aprendizagem matemática com a finalidade de proporcionar ao indivíduo-consumidor conhecimento matemático para atuar e tomar suas decisões de consumo.

A resolução de problemas, segundo Cunha e Laudares (2017), é entendida como uma possibilidade para a aprendizagem de tomada de decisão, uma vez que, numa problematização, utiliza-se uma construção organizacional e argumentativa para gerenciar dados numa estrutura. Quando analisados os exercícios apresentados nos livros didáticos e, por consequência, utilizados no ensino, Queiroz e Barbosa (2016) afirmam que esses exercícios, mesmo que inventados, ao trazer situações mais próximas daquelas que ocorrem ou já ocorreram nas situações financeiras tomadas como modelo, podem propiciar aos leitores oportunidades para que os mesmos possam se familiarizar com práticas comuns do mercado financeiro.

Em relação às competências e habilidades trazidas pela BNCC, considerando a etapa do ensino médio, as situações abordadas colaboram para o desenvolvimento de algumas habilidades relacionadas à matemática e suas tecnologias, como por exemplo: EM13MAT101, EM13MAT102, EM13MAT104, EM13MAT203, EM13MAT303, EM13-MAT304, EM13MAT305, EM13MAT403, EM13MAT405, EM13MAT503 e EM13MAT-508. Destacamos que as habilidades mencionadas aparecem na ordem que constam na BNCC, no entanto, seu desenvolvimento não ocorrerá de forma sequencial. Considerando ainda as possibilidades e interações entre as demais áreas, podemos citar algumas habilidades de outras áreas como, por exemplo: EM13LGG104, EM13LP02, EM13LP30 e EM13CHS606.

Analisaremos de forma prática, como a aplicação da matemática financeira aliada aos princípios apresentados podem impactar as finanças pessoais. Trataremos das situações mais comuns e apresentaremos os reflexos das decisões na saúde financeira. Os gráficos[1] que ilustram as situações propostas foram elaborados com o GeoGebra (2020), que é um software de matemática dinâmica, possibilitando explorar as equações abordadas no capítulo 2.

3.1 Um milhão agora ou dez mil por mês?

O problema que motivou o desenvolvimento desta pesquisa foi apresentado por Nigro (2019), em um vídeo com o seguinte questionamento: o que você prefere, um milhão de reais agora ou dez mil por mês até o fim da vida? Imediatamente começamos a pensar nas possibilidades e buscar argumentos que justifiquem as escolhas. E, como o autor mesmo afirmou, depende! Exatamente, não há uma resposta certa ou errada, melhor ou pior, tudo dependerá das possibilidades que identificamos em ambas situações, assim, percebemos que necessitamos de conhecimento.

Uma das possibilidades para a tomada de decisão diante do questionamento realizado é a matemática financeira, como dizem: os números não mentem.

Inicialmente, limitaremos as possibilidades definindo que em ambas situações, os valores serão investidos. Com isso teremos duas situações:

1. o investimento será realizado em uma única parcela de um milhão;

2. o investimento será realizado mensalmente com parcelas de dez mil;

[1]Disponíveis no endereço eletrônico https://www.geogebra.org/u/gulyung.

Verificaremos o que acontece com o investimento no primeiro caso. Conforme abordamos no capítulo 2, em juros compostos, podemos aplicar a Equação (2.5), página 38, do Teorema 1:

$$C_n = C_0(1+i)^n.$$

Temos $C_0 = 1000000$, consideraremos $n = 420$ em meses que corresponde a 35 anos, e $i = 0,005$, pois 0,5% ao mês é uma rentabilidade atualmente disponível para o perfil conservador.

Neste ponto, embora não seja o objetivo deste trabalho, cabem alguns esclarecimentos a respeito da rentabilidade. Podemos observar que há uma diferença significativa entre as taxas de empréstimos e investimentos praticadas pelas instituições financeiras, conforme Banco Central do Brasil (2016), tal diferença é chamada de *spread* bancário. Resumidamente, as instituições financeiras são estabelecimentos comerciais que negociam o dinheiro, daí, captam ou compram o dinheiro através da oferta de investimentos e vendem o dinheiro através dos empréstimos. Nesta comercialização ocorre uma diferença de taxas (*spread* bancário) para proporcionar uma diferença de valor que compõe uma das fontes de receitas e, consequentemente, lucros para as instituições financeiras.

Considerando a rentabilidade tomada como exemplo, 0,5% ao mês equivalerá à, aproximadamente, 6,17% ao ano. Realizando simulações em corretoras de investimentos, encontramos rentabilidades anuais que chegaram a 9,07% para investimentos em Letra de Crédito do Agronegócio – LCA e Letra de Crédito Imobiliário – LCI. Estes são investimentos de renda fixa isentos de imposto de renda. Por se tratar de renda fixa a Comissão de Valores Mobiliários – CVM os classifica compatíveis com o perfil conservador.

Conforme Banco Central do Brasil (2013), para a CVM, o investidor pode ser classificado em três diferentes perfis, de acordo com o a sua disposição para aceitar riscos, sua preferência por liquidez e expectativa de rentabilidade.

> A combinação dessas características determina o perfil do investidor, que pode ser conservador, moderado ou arrojado (agressivo). A análise de perfil do investidor é fundamental para que seus investimentos sejam realizados de forma consciente e sejam compatíveis com seus objetivos. [...]
> **Conservador**: privilegia a segurança e faz todo o possível para diminuir o risco de perdas, aceitando, inclusive, uma rentabilidade menor.
> **Moderado**: procura um equilíbrio entre segurança e rentabilidade e está disposto a correr certo risco para que o seu dinheiro renda um pouco mais do que as aplicações mais seguras.
> **Arrojado**: privilegia a rentabilidade e é capaz de correr grandes riscos para que seu investimento renda o máximo possível (Banco Central do Brasil, 2013, p.44).

Portanto, aplicando a taxa de 0,5% ao mês, obtemos:

$$C_n = 1000000(1 + 0,005)^{420} = 8.123.551,49$$

Alterando a taxa para $i = 0,01$, pois 1% ao mês é possível com diversificação e um pouco de gerenciamento de risco, necessitando de um perfil de investidor moderado.

Conforme Banco Central do Brasil (2013), uma boa sugestão é diversificar suas aplicações entre investimentos com diferentes características (por exemplo, imóveis, renda fixa e renda variável), na tentativa de minimizar riscos e maximizar a rentabilidade de seu portfólio de investimentos.

Aplicando a taxa de 1,0% ao mês, obtemos:

$$C_n = 1000000(1 + 0,01)^{420} = 65.309.594,71$$

Percebemos que dobramos a taxa e o resultado foi surpreendente, pois trata-se de um crescimento exponencial, seu efeito nos investimentos de longo prazo são interessantes.

No segundo caso, utilizaremos as mesmas taxas e período para fins de comparação. Agora ocorrerá pagamentos ou depósitos mensais, trata-se de séries uniformes e aplicaremos a Equação (2.9), página 40, obtida a partir do Teorema 3.

$$F = P\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Temos $P = 10.000$. Com $i = 0,5\%$ e $i = 1\%$,

$$F = 10000\frac{(1 + 0,005)^{420} - 1}{0,005} = 14.247.102,99 \qquad \text{e}$$
$$F = 10000\frac{(1 + 0,01)^{420} - 1}{0,01} = 64.309.594,71$$

Novamente percebemos a alteração da taxa de 0,5% para 1% muda consideravelmente o resultado.

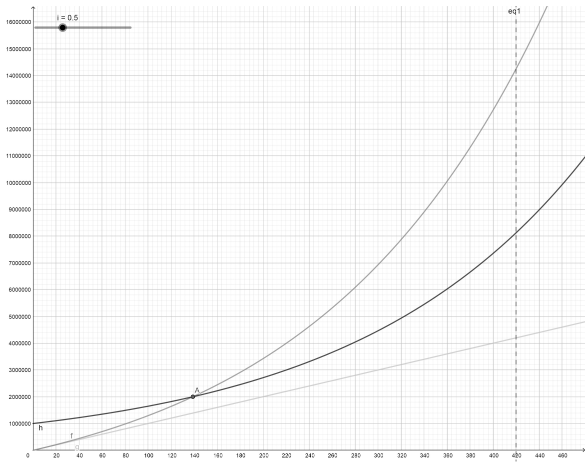
Comparando as duas situações, obtemos a Tabela 3.1:

Tabela 3.1: Comparação de investimentos.

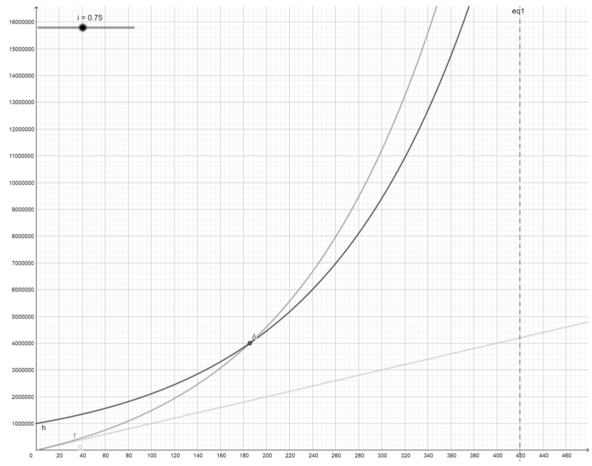
Taxa	Situação 1	Situação 2
0,5%	8.123.551,49	14.247.102,99
1,0%	65.309.594,71	64.309.594,71

Conforme a Tabela 3.1, observamos que a taxa influenciará o resultado, pois com a taxa de 0,5% a segunda situação é mais vantajosa. Quando a taxa é de 1,0% a primeira situação é mais vantajosa. Note diferença entre as opções com a taxa de 0,5%, conforme a Equação (2.2), página 35, a melhor opção é aproximadamente 0,7538 ou 75,38% maior. Com a taxa de 1,0% a vencedora é pouco mais de 1,55% maior.

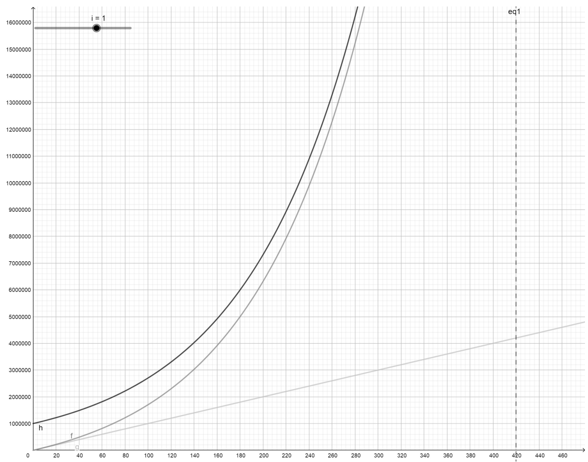
Como percebemos, a taxa altera o resultado de forma significativa, sendo assim, observemos os gráficos apresentados na Figura 3.1.



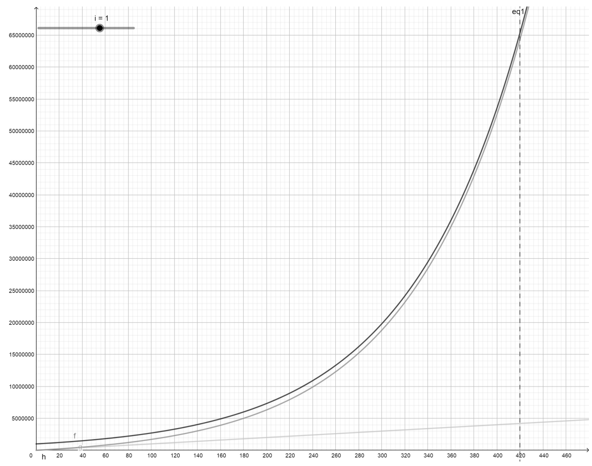
(a) $i = 0,50\%$.



(b) $i = 0,75\%$.



(c) $i = 1,00\%$.



(d) $i = 1,00\%$ com ajuste na escala.

Figura 3.1: Gráficos da situação um milhão ou dez mil por mês.

Trata-se da simulação das duas situações, com as taxas de 0,50%, 0,75% e 1,00%, note que conforme a taxa aumenta, a curva de crescimento fica mais acentuada. O ponto A representa a interseção entre as curvas, ou seja, o ponto em que uma opção passa a ser mais vantajosa do que a outra e, conforme a taxa aumenta, este ponto fica mais distante no tempo. No entanto, com a taxa maior ou igual a 1,00% não existe interseção, e a opção com um milhão inicial será sempre a mais vantajosa segundo os critérios estabelecidos.

Seguindo o mesmo contexto e se considerarmos realizar saques mensais de três ou cinco mil reais por mês? Veremos a análise das situações.

Utilizaremos as mesmas taxas, prazo e valores da condição anterior, em que consideramos apenas investir os valores, no entanto, os cálculos mudam um pouco. Na segunda situação com dez mil mensais, o raciocínio é bem intuitivo. Ora, se recebermos dez mil e retirarmos três ou cinco mil, restará, respectivamente, sete e cinco mil para investir.

Mas para a primeira situação, o capital de um milhão será investido e, após um mês, os saques serão realizados mensalmente. Assim, conforme o capítulo 2 teremos a ação dos juros compostos, no entanto, será afetada pela série uniforme de retiradas (saques) com efeito no futuro. Neste caso, trata-se dos juros compostos com a Equação (2.5), página 38, do Teorema 1, subtraindo a Equação (2.9), página 40, abordada na série uniforme para valores no futuro. Portanto,

$$M = C_n - F = \frac{(iC_0 - P)(1+i)^n + P}{i}.$$

Substituindo $C_0 = 1.000.000$, $n = 420$, $P = 3.000$. Com $i = 0,5\%$ e $i = 1\%$,

$$M = \frac{(0,005 \cdot 1000000 - 3000)(1+0,005)^{420} + 3000}{0,005} = 3.849.420,60 \qquad \text{e}$$

$$M = \frac{(0,01 \cdot 1000000 - 3000)(1+0,01)^{420} + 3000}{0,01} = 46.016.716,30$$

Substituindo $C_0 = 1.000.000$, $n = 420$, $P = 5.000$. Com $i = 0,5\%$ e $i = 1\%$,

$$M = \frac{(0,005 \cdot 1000000 - 5000)(1+0,005)^{420} + 5000}{0,005} = 1.000.000,00 \qquad \text{e}$$

$$M = \frac{(0,01 \cdot 1000000 - 5000)(1+0,01)^{420} + 5000}{0,01} = 33.154.797,36$$

Note que o saque de 5.000 com o rendimento de 0,5%, apenas preservará o capital, pois o saque mensal equivale ao valor do rendimento.

Para a segunda situação, temos $P = 10.000 - 3.000 = 7.000$ e $P = 10.000 - 3.000 = 5.000$. Com $i = 0,5\%$ e $i = 1\%$,

$$F = 7000\frac{(1+0,005)^{420} - 1}{0,005} = 9.972.972,09 \qquad \text{e}$$

$$F = 7000\frac{(1+0,01)^{420} - 1}{0,01} = 45.016.716,30$$

$$F = 5000\frac{(1+0,005)^{420} - 1}{0,005} = 7.123.551,49 \qquad \text{e}$$

$$F = 5000\frac{(1+0,01)^{420} - 1}{0,01} = 32.154.797,36$$

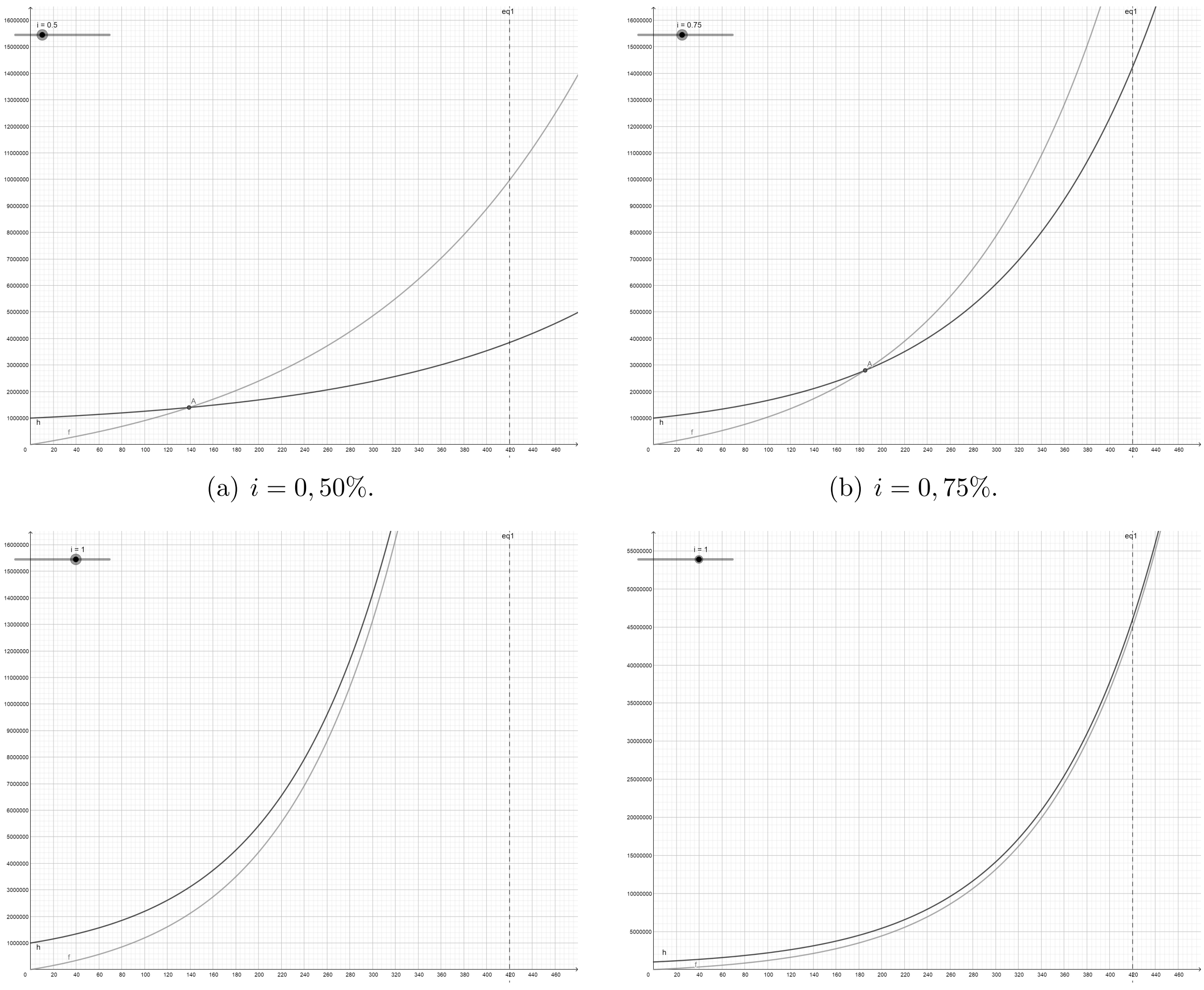
Comparando as duas situações, obtemos a Tabela 3.2:

Tabela 3.2: Comparação de investimentos com saques mensais.

Saque	Taxa	Situação 1	Situação 2
3.000,00	0,5%	3.849.420,60	9.972.972,09
	1,0%	46.016.716,30	45.016.716,30
5.000,00	0,5%	1.000.000,00	7.123.551,49
	1,0%	33.154.797,36	32.154.797,36

Conforme a Tabela 3.2, novamente observamos que a taxa influenciará o resultado, pois com a taxa de 0,5% a segunda situação é mais vantajosa para ambos os valores de saque. Quando a taxa é de 1,0% a primeira situação é mais vantajosa. A variação percentual para a taxa de 0,5% é de, aproximadamente 159,08% e 612,36%. Para a taxa de 1,0%, a variação percentual é de, aproximadamente, 2,22% e 3,11%.

Como percebemos, a taxa altera o resultado de forma significativa, sendo assim, veremos os gráficos nas figuras 3.2 e 3.3.



(a) $i = 0,50\%$.

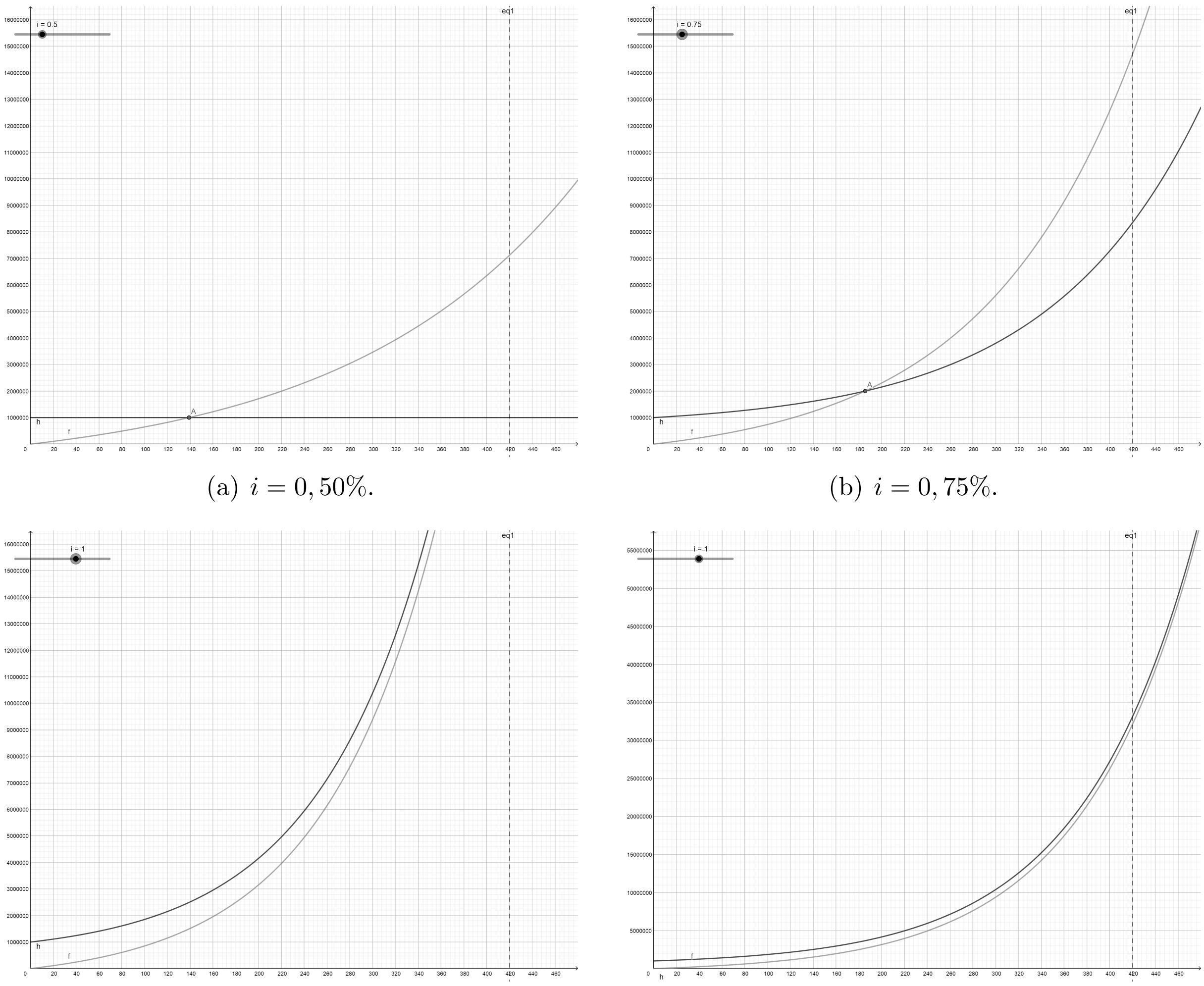
(b) $i = 0,75\%$.

(c) $i = 1,00\%$.

(d) $i = 1,00\%$ com ajuste na escala.

Figura 3.2: Gráficos da situação um milhão ou dez mil por mês, com retiradas de três mil mensais.

Novamente observamos que a curva se acentua com o crecimento da taxa. Visualizamos o ponto A de interseção entre as curvas e, que para a taxa maior ou igual a 1,00% não existe interseção. Com a realização dos saques a curva é levemente suavizada, levando mais tempo para alcançar os mesmo valores de quando não os realiza.



(a) $i = 0,50\%$.

(b) $i = 0,75\%$.

(c) $i = 1,00\%$.

(d) $i = 1,00\%$ com ajuste na escala.

Figura 3.3: Gráficos da situação um milhão ou dez mil por mês, com retiradas de cinco mil mensais.

Além das observações realizadas nas demais figuras, note a reta que aparece na Figura 3.3(a), com a taxa de 0,5% o valor inicial se mantém constante, pois os juros mensais possuem o mesmo valor do saque. Nesta circunstância, com a rentabilidade ainda menor ou o saque maior, o valor inicial começará a diminuir.

É uma das situações que pode ocorrer com ganhadores de prêmios de loteria por exemplo, ganhando um valor considerado alto sem o devido gerenciamento da rentabilidade e dos saques, o valor inicial pode acabar rapidamente, pois a curva se acentua rapidamente no sentido de decrescimento como é dito nas finanças. Cálculo semelhante também é utilizado quando se tem um valor e pretende-se viver dos juros e consumindo o capital, neste caso, seria prudente considerar uma expectativa de vida além da média para não correr o risco de zerar o capital antes da hora.

Outra questão que cabe a observação é que a rentabilidade deve ser acima da inflação, de maneira bem simplificada podemos dizer que enquanto a primeira mantém ou aumenta o capital, a segunda reduz à medida que o dinheiro perde valor em relação aos produtos ou serviços. Conforme Mathias e Gomes (1993), a inflação ocorre quando grande parte dos preços estejam sofrendo elevação em um dado período de tempo, diferenciando de elevações sazonais como em oscilações dos preços agrícolas na safra e entressafra que não caracterizam a inflação.

Nesta seção observamos algumas aplicações da matemática financeira e o comportamento das curvas correspondentes ao efeito dos juros compostos. A princípio pode parecer sem aplicação real, afinal quantas vezes recebemos uma oferta semelhante para realizarmos tal escolha? No entanto, o conceito pode ser aplicado quando buscamos aumentar a renda mensal destinando uma parte investir mensalmente, ou ainda quando realizamos algum empreendimento, seja com recursos próprios ou mediante financiamento, projetando o crescimento a partir do capital inicial.

A principal pergunta dos iniciantes nos investimentos é: qual investimento é o melhor? A resposta não é exata, pois dependerá do perfil de cada investidor e dos objetivos do investimento. Por exemplo, há possibilidades mais conservadoras, previsíveis e seguras como no caso da renda fixa e o inverso em renda variável, mas as rentabilidades também seguem as variáreis citadas, no primeiro caso a rentabilidae costuma ser menor do que no segundo. Há ainda o empreendedorismo com seus riscos e potencial também. É sempre importante reforçarmos os riscos de pirâmides financeiras com as promessas de rentabilidade garantida e muito acima do mercado. Seja qual for a situação o estudo e conhecimento serão decisivos.

3.2 Aquisição ou troca de veículo: consórcio, financiamento ou investimento

O sonho de muitos brasileiros é comprar um automóvel ou motocicleta. Aplicativos de transporte e alternativas para a mobilidade urbana fazem sucesso, principalmente, nos grandes centros, mas estas alternativas estão longe de ser uma realidade para toda a população. Um veículo próprio muitas vezes representa liberdade, conforto e até a realização pessoal, no entanto, é importante tomar decisões racionais para que o sonho não vire pesadelo, seja por parcelas que comprometem o orçamento doméstico ou mesmo pelos custos de utilização e manutenção do veículo.

Adquirir um veículo é relativamente fácil, o difícil é mantê-lo. Pois o dinheiro que poderia ser poupado e investido, passa a ser utilizado para pagar o veículo ou mesmo realizar a manutenção e cobrir as despesas como combustível, documentação, seguro, oficina mecânica entre outras. Apresentaremos a seguir algumas opções mais comuns para a compra do primeiro veículo ou mesmo a troca, no segundo caso o raciocínio é similar, dispondo de valores menores, pois o veículo atual poderá ser utilizado como parte do pagamento do novo veículo.

Umas das formas mais comuns é o consórcio, inclusive muitas pessoas o utilizam como uma forma de poupar, pois existe uma parcela para pagar todos os meses, caso contrário gastaria o dinheiro. Como informado em Banco do Brasil (2020): "o consórcio funciona como uma poupança conjunta para aquisição programada de um bem. Você paga parcelas mensais e pode ter o valor total disponível de forma antecipada caso seja sorteado ou ofereça um lance vencedor". Tal prática pode até fazer sentido para a pessoa que assim o utiliza, ao final desta seção veremos que há outras opções.

Seguem as principais informações apresentadas pelo Banco do Brasil (2020) para auxiliar na compreensão do funcionamento do consórcio, poderá ocorrer algumas diferenças entre as administradoras, no geral as características são semelhantes:

- o consórcio é uma maneira segura e econômica de adquirir um bem ou serviço. Funciona com um sistema que reúne pessoas com o mesmo objetivo que você. Todos pagam uma parcela mensal com valor menor que financiamentos comuns, pois não existe cobrança de juros. Ideal para quem não tem pressa, tem disciplina e deseja investir. A duração varia de acordo com o bem ou serviço escolhido e o tempo de contemplação varia de acordo com os sorteios e lances;

- o valor da parcela é a soma dos itens referentes a:
  a) Fundo comum: destinado à aquisição do bem ou conjunto de bens. Corresponde à divisão do valor do bem de referência pelo número de meses de duração do grupo de consórcio.
  b) Fundo de reserva: destinado a garantir as despesas do grupo. O saldo final desse fundo, se positivo, é devolvido aos consorciados ao encerramento do grupo e, se negativo, é cobrado ao final.
  c) Taxa de administração: paga à Administradora, referente aos serviços prestados pela administração, organização e gestão dos interesses do grupo de consórcio.
  d) Seguro prestamista (opcional): prêmio do seguro de vida;

- a parcela aumenta ou diminui, conforme a variação do preço do bem de referência, objeto do consórcio. No caso do BB Consórcio de Automóveis e Motocicletas o valor da parcela varia mensalmente conforme a tabela FIPE. No Consórcio de Tratores e Caminhões o valor da parcela poderá variar mensalmente ou anualmente de acordo com a tabela FIPE, tabela da montadora ou IPCA. No BB Consórcio de Imóveis o reajuste é anual de acordo com a variação do INCC (Índice Nacional da Construção Civil). Já no caso do BB Consórcio de Outros Bens Móveis e do BB Consórcio de Serviços o reajuste é anual e têm como referência o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo).

- Só é possível o cancelamento para cotas que não tenham sido contempladas. Neste caso, o valor devido será devolvido após o encerramento do grupo ao qual você pertence. Você pode também receber o valor devido antes do encerramento do grupo caso seja sorteado nas assembleias mensais. Se a cota já tiver sido contemplada, a melhor alternativa será vender sua cota por meio de cessão de direitos (Banco do Brasil, 2020).

Analisando os itens citados, seguem as reflexões: o consórcio realmente é para quem não tem pressa, pois o bem poderá ser adquirido somente após sorteio ou lance. Normalmente, será necessário poupar uma valor considerável, em relação ao valor do bem, para que seja possível a contemplação por lance. No caso do consórcio de automóvel, com o elevado valor do bem, a quantia necessária para a contemplação por lance poderá ser suficiente para a aquisição de um veículo usado. Caso a cota seja sorteada ou ocorra a conclusão dos pagamentos das parcelas e, por consequência, a quitação do consórcio, será possível a utilização do crédito e até mesmo resgatar o valor da carta de crédito conforme o regimento do consórcio.

Realmente não há a incidência de juros, mas a administradora do grupo do consórcio precisa ser remunerada e isso ocorre com a taxa de administração. O fundo comum que corresponde a um percentual constante de amortização do valor do bem proporcional à duração do plano. Note que o fundo de reserva poderá ser devolvido ou cobrado ao final, conforme a ocorrência de despesas do grupo, normalmente ocorre a devolução de um pequeno valor. A questão do seguro de vida é opcional e pode não fazer sentido em algumas circunstâncias. Em uma simulação, verificamos os percentuais das tabelas 3.3 e 3.4, sobre o valor do bem, que compõe o valor da parcela:

Tabela 3.3: Composição das parcelas do consórcio com 100 pagamentos.
Fonte: Simulador Banco do Brasil.

	Parcelas		**Parcelas**	
Descrição	1 a 3	4 a 100	1 a 3	4 a 100
Taxa de administração	1,0000%	0,1047%	1,0000%	0,1047%
Fundo comum	0,1316%	1,0269%	0,1316%	1,0269%
Fundo de reserva	0,0300%	0,0300%	0,0300%	0,0300%
Seguro de vida	-	-	0,0663%	0,0663%

De acordo com a Tabela 3.3, o valor total correspondente à taxa de administração é de 13,16% e fundo de reserva 3%, totalizando 16,16% do valor do bem. Quando consideramos o seguro de vida com 3,8892%, que é calculado sobre o saldo devedor no mês, ou seja, o valor é decrescente, o percentual total será de 20,049%.

Tabela 3.4: Composição das parcelas do consórcio com 56 pagamentos.
Fonte: Simulador Banco do Brasil.

	Parcelas		**Parcelas**	
Descrição	1 a 3	4 a 56	1 a 3	4 a 56
Taxa de administração	1,0000%	0,1728%	1,0000%	0,1728%
Fundo comum	1,0029%	1,8300%	1,0029%	1,8300%
Fundo de reserva	0,0536%	0,0536%	0,0536%	0,0536%
Seguro de vida	-	-	0,0622%	0,0622%

Na Tabela 3.4, com prazo menor e valor da parcela maior, os percentuais são maiores, no entanto, o total da taxa de administração é de 12,16%, fundo de reserva mantém o mesmo percentual de 3%, sem seguro o percentual total é de 15,16%. Considerando 2,0414% do seguro de vida, o percentual total correspondente aos custos é de 17,2010%. Percebemos então, que em 100 pagamentos o valor adicional ao bem será pouco mais do que 6,60% e 16,56% maiores em relação ao plano de 56 pagamentos.

Conforme vimos nos sistemas de amortização, temos situações em que o valor da parcela é decrescente ou constante conforme os exemplos, respectivamente, das tabelas 2.3 e 2.4. No consórcio não há esta previsibilidade, pois os valores podem variar mensalmente ou anualmente e dependerá de indicadores que estão relacionados com a situação econômica do momento. Normalmente ocorre um aumento do valor das parcelas mesmo com a amortização constante. Segue a Tabela 3.5 com dois exemplos da variação do valor do bem, segundo a simulação realizada.

Tabela 3.5: Variação do valor do bem em reais.

Fonte: Simulador Banco do Brasil.

Mês	Automóvel A	Variação	Automóvel B	Variação
Novembro	49.566,00	-2,85%	59.988,00	0,91%
Outubro	48.190,00	-0,09%	60.541,00	-3,71%
Setembro	48.143,00	-1,84%	58.375,00	-2,03%
Agosto	47.270,00	-1,64%	57.208,00	-0,10%
Julho	46.507,00	-1,55%	57.150,00	-0,56%
Junho	45.793,00	1,26%	56.829,00	-0,20%
Maio	46.378,00	0,09%	56.715,00	-0,82%
Abril	46.420,00	-1,51%	56.250,00	-0,47%
Março	45.725,00	-0,58%	55.984,00	0,00%
Fevereiro	45.460,00	0,00%	-	-
Total	-4.106,00	-8,71%	-4.004,00	-6,98%

Na Tabela 3.5 em ambos os casos, houve um acréscimo no valor do veículo, embora o sinal seja negativo. Em relação aos valores e percentuais, observamos que, conforme as equações (2.1), página 34, ou (2.2), página 35, os valores deveriam ser positivos, pois houve um crescimento no valor dos bens. Em relação à variação percentual total, observamos que apenas efetuou-se a soma dos percentuais totais mensais, o que não corresponde ao valor da diferença de R$ 4.106,00. Utilizando a Equação (2.2), página 35, ou ainda a Equação (2.5), página 36, obtemos a variação de 0,0903 ou 9,03% correspondente ao crescimento do valor do automóvel A e 0,0715 ou 7,15% de aumento no automóvel B. Como vimos na Tabela 3.3 os demais valores que compõem a parcela também aumentará 9,03% e 7,15%, pois trata-se de percentual aplicado sobre o valor do bem. Assim, planos com menor quantidade de parcelas estará menos suscetível às variações do valor do bem ao longo do tempo.

Em relação ao cancelamento da cota, podemos observar que existe uma certa dificuldade e, por consequência, reduz a liquidez para receber o valor correspondente à amortização, pois há algumas regras a seguir como citado.

Apresentamos a Tabela 3.6 com os valores da simulação do consórcio.

Tabela 3.6: Simulação do consórcio automóvel, crédito de R$ 59.988,00 em 100 meses.
Fonte: Simulador Banco do Brasil.

	Parcelas		**Parcelas**	
Descrição	1 a 3	4 a 100	1 a 3	4 a 100
Taxa de Administração	599,88	62,81	599,88	62,81
Fundo comum	78,94	616,02	78,94	616,02
Fundo de reserva	18,00	18,00	18,00	18,00
Seguro de vida	-	-	45,74	45,74
Total da parcela	**696,83**	**696,83**	**742,57**	**742,57**
Total do consórcio	**69.683,00**		**72.015,00**	

Conforme a simulação utilizada na Tabela 3.6, os lances contemplados em grupos em andamento variaram de 35% a 53% do valor do bem e, diferente do caso de financiamentos e empréstimos, como não se trata de juros, os valores da taxa de administração não são deduzidos ou trazidos a valor presente, eles são calculados sobre o percentual amortizado, como nos cálculos mensais. Simulamos um plano em 50 meses, realizando o lance de 50% do valor do bem, as parcelas reduziram para 28 meses, sobre o valor do lance foi aplicada a taxa de administração. Podemos imaginar que a solução seria escolher um consórcio com valor do crédito 50% menor, neste caso a aquisição do bem ainda dependerá de sorteio, e ofertando-se o lance de 50% há grandes chances de obter a contemplação e adquirir o bem.

Na Tabela 3.6, o valor do seguro é calculado sobre o saldo devedor do mês, portanto, é decrescente. A única diferença nas parcelas correspondem ao valor do seguro de vida. Observamos que a taxa de administração apresenta um valor mais elevado em detrimento da amortização nas três primeiras parcelas, assim a administradora assegura uma parte maior da remuneração nestas três primeiras parcelas. Desprezando as eventuais correções do valor do bem, temos um acréscimo total de 16,1616% para o plano sem seguro e 20,0490% para o plano com seguro em relação ao valor do bem, mas na prática o valor da última parcela costuma ser mais alta, principalmente, neste caso em que o prazo é de 100 meses. O valor que será pago com as despesas do consórcio será, respectivamente, de R$ 9.695,00 e R$ 12.027,00.

Outra questão importante, é que após a contemplação, o valor do bem não é fixado, a correção continua conforme definido no contrato, pois o grupo está em andamento e os demais cotistas não contemplados deverão receber o valor do bem vigente na época da contemplação. O mesmo ocorre quando um bem deixa de ser produzido, ele é substituído por outro equivalente, mantendo-se as correções definidas.

Realizadas as observações e análise do funcionamento do consórcio, abordaremos o financiamento de veículo e crédito pessoal.

Sobre o financiamento de veículo e outras modalidades que abordaremos a seguir, conforme as simulações realizadas, percebemos que a parcela é fixa seguindo o funcionamento conforme o exemplo na Tabela 2.4, página 45. No momento da simulação, o imposto sobre operações financeiras (IOF) estava zerado conforme o decreto Brasil (2020a), mas observamos o custo fixo de registro de contrato para o caso do automóvel, assim, conforme o valor do financiamento, este custo fixo representa percentuais diferentes. Segundo o Serasa (2020), estas eventuais despesas como os juros, taxas, encargos, tributos e seguros são acrescentadas ao valor solicitado, assim os juros também incidirão sobre estes valores, influenciando no custo efetivo total (CET), utilizado para comparar financiamentos com base no custo final.

A princípio, o funcionamento deste financiamento é mais simples, uma vez que as parcelas são fixas e que na antecipação de parcelas os juros são calculados conforme a data da antecipação, com isso é possível adiantar os pagamentos e reduzir a quantidade de juros pagos, seja pela redução na quantidade de parcelas ou pela redução do valor das parcelas.

No financiamento de veículo, o bem serve de garantia para quem concede os valores. Existem inúmeras modalidades de crédito pessoal, uma delas é o crédito consignado em folha de pagamento, neste a garantia de pagamento é a margem disponível para a realização do desconto diretamente na folha de pagamento, segue a Figura 3.4 com algumas opções mediante simulação.

Dados da simulação

Ano/Modelo	2020/2021
Valor do veículo	R$ 60.000,00
Valor da entrada	R$ 0,00
Valor do financiamento	R$ 60.000,00
Dia do vencimento	24/12/2020
Quantidade de Parcelas	59
Valor da parcela	R$ 1.444,35
Taxa de juros	1,23% a.m.
CET	16,11% a.a.

(a) Automóvel.

Informações complementares

Valor devido do financiamento no ato da contratação	R$ 60.341,77	
Valor liberado ao vendedor	R$ 60.000,00	99,43%
Despesas vinculadas à concessão de crédito	R$ 341,77	0,57%
Tarifas	R$ 0,00	0,00%
Tributos (IOF)	R$ 0,00	0,00%
Seguros	R$ 0,00	0,00%
Outros	R$ 0,00	0,00%
Serviços de Terceiros		
Registro de Contrato	R$ 341,77	0,57%
Anotação de Gravame	R$ 0,00	0,00%
Valor base para o CET		R$ 60.341,77
Custo efetivo anual		16,11%

(b) Automóvel - CET.

BB Crédito Consignado

```
VALOR SOLICITADO:                            60.000,00
VALOR ESTIMADO DAS PARCELAS:                  1.453,33
QUANTIDADE DE PARCELAS MENSAIS:                     56
DATA DE DEBITO DA PRIMEIRA PARCELA:         25/01/2021
TAXA MENSAL DE JUROS:                            1,09%
TAXA ANUAL DE JUROS:                            13,89%
TRIBUTOS(IOF):                                    0,00
SEGUROS:                                          0,00
OUTRAS DESPESAS:                                  0,00
REGISTRO:                                         0,00
VALOR BASE P/ O CET:                         60.000,00
CUSTO EFETIVO TOTAL (MENSAL):                    1,09%
CUSTO EFETIVO TOTAL (ANUAL):                    13,90%
CONVENIO:           GOVERNO DO MATO GROSSO - CONSI
------------------------------------------------
                Informacoes Complementares
----------------------------------- Em R$   --- %
Vl.Total Emprestimo:             60.000,00      -
Valor Liberado.....:             60.000,00 100,00
Despesas...........:                  0,00   0,00
-Tarifas ..........:                  0,00   0,00
-Tributos (IOF)....:                  0,00   0,00
-Seguro............:                  0,00   0,00
------------------------------------------------
```

(c) Consignado sem seguro.

BB Crédito Consignado

```
VALOR SOLICITADO:                            60.000,00
VALOR ESTIMADO DAS PARCELAS:                  1.571,75
QUANTIDADE DE PARCELAS MENSAIS:                     56
DATA DE DEBITO DA PRIMEIRA PARCELA:         25/01/2021
TAXA MENSAL DE JUROS:                            1,09%
TAXA ANUAL DE JUROS:                            13,89%
TRIBUTOS(IOF):                                    0,00
SEGUROS:                                      4.888,77
OUTRAS DESPESAS:                                  0,00
REGISTRO:                                         0,00
VALOR BASE P/ O CET:                         64.888,77
CUSTO EFETIVO TOTAL (MENSAL):                    1,39%
CUSTO EFETIVO TOTAL (ANUAL):                    18,04%
CONVENIO:           GOVERNO DO MATO GROSSO - CONSI
------------------------------------------------
                Informacoes Complementares
----------------------------------- Em R$   --- %
Vl.Total Emprestimo:             64.888,77      -
Valor Liberado.....:             60.000,00  92,47
Despesas...........:              4.888,77   7,53
-Tarifas ..........:                  0,00   0,00
-Tributos (IOF)....:                  0,00   0,00
-Seguro(BB Credito Protegido):    4.888,77   7,53
------------------------------------------------
```

(d) Consignado com seguro.

Figura 3.4: Financiamento e empréstimo com garantias.
Fonte: Simulador Banco do Brasil.

Na Figura 3.4 observamos que, mesmo com o veículo fazendo parte da garantia, a taxa de juros é menor no crédito consignado nas circunstâncias específicas da simulação. No demonstrativo do CET, é perceptível como o registro de contrato e o seguro elevam o CET, note em 3.4(c) que o valor total do empréstimo e o valor liberado é o mesmo, ou sejá, não há outros encargos ou despesas.

BB Crédito Automático

```
VALOR SOLICITADO:                              2.000,00
VALOR ESTIMADO DAS PARCELAS:                     111,60
QUANTIDADE DE PARCELAS MENSAIS:                      27
DATA DE DEBITO DA PRIMEIRA PARCELA:          23/12/2020
TAXA MENSAL DE JUROS:                             3,19%
TAXA ANUAL DE JUROS:                             45,76%
TRIBUTOS(IOF):                                     0,00
SEGUROS:                                           0,00
OUTRAS DESPESAS:                                   0,00
REGISTRO:                                          0,00
VALOR BASE P/ O CET:                           2.000,00
CUSTO EFETIVO TOTAL (MENSAL):                     3,19%
CUSTO EFETIVO TOTAL (ANUAL):                     45,84%
-----------------------------------------------
             Informacoes Complementares
---------------------------------- Em R$  --- %
Vl.Total Emprestimo:            2.000,00      -
Valor Liberado.....:            2.000,00 100,00
Despesas...........:                0,00   0,00
-Tarifas ..........:                0,00   0,00
-Tributos (IOF)....:                0,00   0,00
-Seguro............:                0,00   0,00
-----------------------------------------------
```

(a) Crédito Automático sem seguro.

BB Crédito Automático

```
VALOR SOLICITADO:                              2.000,00
VALOR ESTIMADO DAS PARCELAS:                     115,90
QUANTIDADE DE PARCELAS MENSAIS:                      27
DATA DE DEBITO DA PRIMEIRA PARCELA:          23/12/2020
TAXA MENSAL DE JUROS:                             3,19%
TAXA ANUAL DE JUROS:                             45,76%
TRIBUTOS(IOF):                                     0,00
SEGUROS:                                          77,02
OUTRAS DESPESAS:                                   0,00
REGISTRO:                                          0,00
VALOR BASE P/ O CET:                           2.077,02
CUSTO EFETIVO TOTAL (MENSAL):                     3,52%
CUSTO EFETIVO TOTAL (ANUAL):                     51,46%
-----------------------------------------------
             Informacoes Complementares
---------------------------------- Em R$  --- %
Vl.Total Emprestimo:            2.077,02      -
Valor Liberado.....:            2.000,00  96,29
Despesas...........:               77,02   3,71
-Tarifas ..........:                0,00   0,00
-Tributos (IOF)....:                0,00   0,00
-Seguro(BB Credito Protegido):     77,02   3,71
-----------------------------------------------
```

(b) Crédito Automático com seguro.

BB Crédito Salário

```
VALOR SOLICITADO:                              2.000,00
VALOR ESTIMADO DAS PARCELAS:                     129,54
QUANTIDADE DE PARCELAS MENSAIS:                      27
DATA DE DEBITO DA PRIMEIRA PARCELA:          10/01/2021
TAXA MENSAL DE JUROS:                             4,29%
TAXA ANUAL DE JUROS:                             65,54%
TRIBUTOS(IOF):                                     0,00
SEGUROS:                                           0,00
OUTRAS DESPESAS:                                   0,00
REGISTRO:                                          0,00
VALOR BASE P/ O CET:                           2.000,00
CUSTO EFETIVO TOTAL (MENSAL):                     4,30%
CUSTO EFETIVO TOTAL (ANUAL):                     65,64%
-----------------------------------------------
             Informacoes Complementares
---------------------------------- Em R$  --- %
Vl.Total Emprestimo:            2.000,00      -
Valor Liberado.....:            2.000,00 100,00
Despesas...........:                0,00   0,00
-Tarifas ..........:                0,00   0,00
-Tributos (IOF)....:                0,00   0,00
-Seguro............:                0,00   0,00
-----------------------------------------------
```

(c) Crédito Salário.

Figura 3.5: Crédito pessoal.
Fonte: Simulador Banco do Brasil.

Nas modalidades de crédito pessoal da Figura 3.5 a margem disponível é consideravelmente menor e as taxas mensais muito mais elevadas, ao ponto de serem cerca de 192% e 293% maiores quando comparadas com a menor taxa da Figura 3.4. Neste caso, a instituição bancária considerou mais arriscado esta modalidade em relação à anterior, e o reflexo é nítido nas taxas.

Simularemos na Tabela 3.7 a aquisição de um automóvel de R$ 60.000,00 com parcelas semelhantes, utilizando o consórcio, financiamento, consignado em folha de pagamento e investindo mensalmente até obter o valor necessário.

Tabela 3.7: Simulação automóvel de R$60.000,00.
Fonte: Simulador Banco do Brasil e autor.

Descrição	Financiamento	Consignação	Consórcio	Investimento
Valor da parcela	1.444,35	1.433,77	1.381,64	1.413,05
Prazo em meses	59	57	50	37
Valor total	85.216,65	81.724,89	69.082,00	52.282,85

No cálculo dos investimentos, para encontrar a quantidade aproximada de meses, consideramos um valor médio entre as parcelas das outras modalidades de crédito e utilizamos a Equação (2.9), página 40, com uma rentabilidade de 0,75%, ou seja, $i = 0,0075$. Recalculamos, com base no período encontrado, e obtemos o valor das parcelas para o referido período.

Conforme a Tabela 3.7, financiamento e consignação são as opções com maior prazo para pagamento, por consequência, o valor final também é maior, além de que a aquisição é imediata. Via consórcio a aquisição dependerá de sorteios ou lance e no investimento será somente no final do prazo. O menor prazo e valor desembolsado para aquisição, foi a opção utilizando o investimento das parcelas. Segue a Figura 3.6 com o gráfico do saldo devedor e, para o caso do investimento, do valor necessário para a aquisição do automóvel.

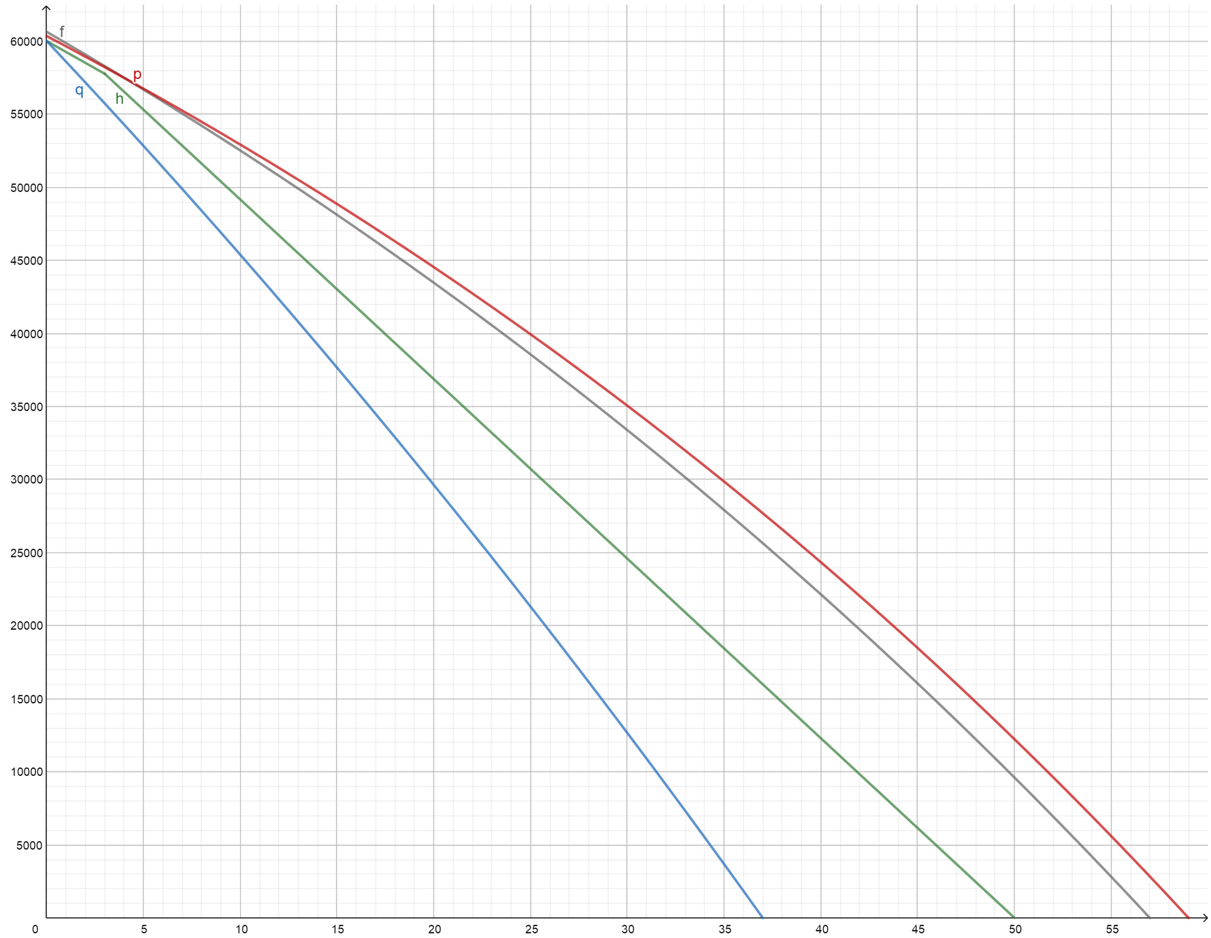


Figura 3.6: Amortização de automóvel de R$ 60.000,00.

A linha h representa a amortização constante do consórcio, com inclinação menor nos três primeiros pagamentos em que ocorrem a antecipação da taxa de administração. A curva q representa os investimentos, considerando que a rentabilidade de 0,75% ao mês é baixa e o prazo curto, a curva é pouco acentuada, mas é perceptível que o tempo para realizar o pagamento do bem é consideravelmente menor. As curvas f e p, que correspondem, respectivamente, a consignação e financiamento, possuem pouca diferença gráfica, mas a diferença do valor total chega a R$ 3.490,00.

Matematicamente falando, a opção de investimento é a mais interessante, por mais que o valor do bem sofra algum reajuste neste período. Pois no caso do financiamento, ocorre uma desvalorização do bem, em outras palavras, quando finalizar o pagamento nas modalidades financiamento ou consignação, o automóvel valerá em média 75% menos em relação ao valor da aquisição.

Na Tabela 3.8 e Figura 3.7 realizamos simulações alterando o valor do bem e estendendo o prazo.

Tabela 3.8: Simulação automóvel de R$100.000,00.

Descrição	Financiamento	Consignação	Consórcio	Investimento
Valor da parcela	1.266,55	1.162,13	1.161,60	1.154,29
Prazo em meses	300	273	100	67
Valor total	379.965,63	317.260,18	116.160,00	77.377,19

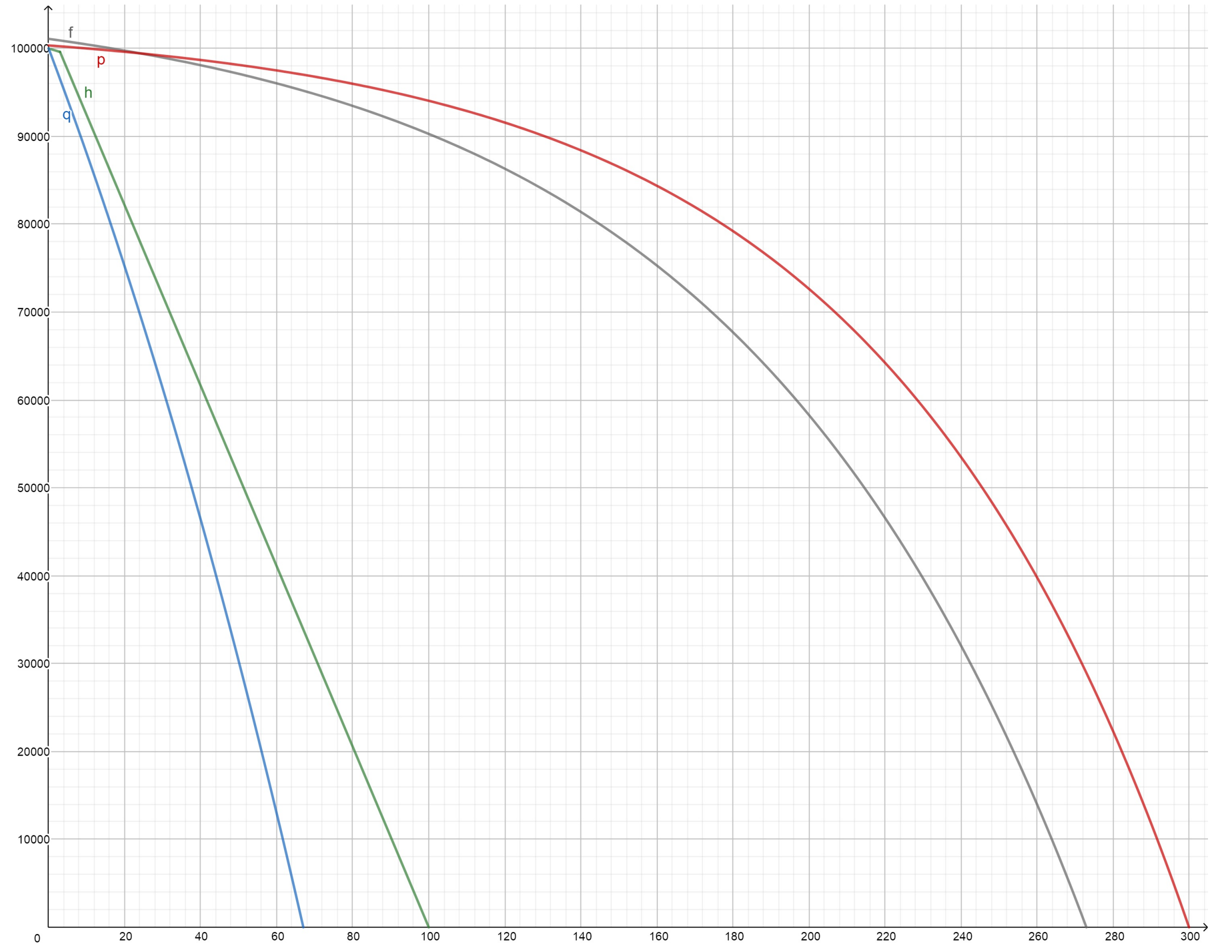


Figura 3.7: Amortização de automóvel de R$ 100.000,00.

Nesta nova condição apresentada, as diferenças se acentuam drasticamente. No caso do financiamento, com juros de 1,23% ao mês foi necessário aumentar o valor da parcela, uma vez que os juros do primeiro período são de R$ 1.234,20 e a parcela precisa ser maior para que ocorra a amortização, conforme A_k no Teorema 6, página 44.

3.3 Aquisição de imóvel: financiamento imobiliário ou investimentos com aluguel?

A respeito do financiamento imobiliário é preciso tecer algumas considerações, conforme as informações disponíveis em Caixa (2020a), como por exemplo a alienação fiduciária que trata-se de uma garantia que a parte que concede o financiamento necessita para reduzir os riscos da operação. O banco será o proprietário do imóvel até que a dívida seja paga, até então o contratante tem apenas a posse. Quando a dívida não é paga o banco tem o direito de ficar com o imóvel e vendê-lo. Os valores da parcela de amortização, juros, eventual tarifa de administração mensal e seguros compõe o valor mensal a ser pago, também chamado de encargo mensal.

Segundo Caixa (2020a), a atualização monetária é o ajuste financeiro do valor da dívida, com o objetivo de compensar a perda de valor da moeda no tempo. Conforme as informações em Caixa (2020b), a atualização ou correção monetária influencia na evolução do financiamento, pois os encargos mensais são calculados periodicamente e os sistemas de amortização não levam em consideração a atualização do saldo devedor. Ainda é esclarecido que na tabela Price o valor total pago de juros no final do contrato é maior do que no SAC.

Sobre o saldo devedor, além das opções pelo SAC ou SAF (Price), verificamos as opções com taxas pós-fixadas e pré-fixadas em ambos os sistemas de amortização. Seguem as informações, conforme Caixa (2020a):

> No caso dos produtos pós-fixados, o saldo devedor é atualizado todos os meses na data escolhida para vencimento dos encargos pelo indexador contratado, posteriormente, o saldo devedor é amortizado pelo valor da parcela de amortização apurada no pagamento do encargo mensal, independente do sistema de amortização escolhido.
> Numa operação prefixada, o saldo devedor não sofre reajuste, permitindo uma maior previsibilidade das parcelas futuras.
> Além da amortização por meio da parcela de amortização, é possível amortizar o saldo devedor com recursos próprios para diminuir o valor da prestação ou prazo restante de financiamento, a qualquer tempo, inclusive com utilização de recursos da conta vinculada do FGTS, observadas às exigências específicas (Caixa, 2020a).

As diversas opções podem causar confusão e indecisão no ato da contratação de um financiamento que costuma ser de longo prazo, os efeitos das variações no sistema de amortização e taxas pós ou pré-fixadas, bem como a evolução do saldo devedor podem ser visualizados nas figuras 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11.

Vale destacar que nas informações para a elaboração do gráfico, conforme Caixa (2020a), a evolução do saldo devedor é considerada teórica com base no cumprimento das metas de inflação e taxa referencial de juros (TR), pois como citamos, dependerá destes indexadores para o cálculo das correções, que neste caso é hipotético. Assim na simulação das figuras 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11, os dados utilizados foram:

Valor do financiamento: R$300.000,00
Prazo de amortização:360 e 240 meses
Taxa de juros:
3,95% aa para contratos atualizados pelo IPCA
8,50% aa para contratos atualizados pelo TR
IPCA hipotética utilizada: 3,80% ao ano
TR hipotética utilizada: 0,00% ao ano

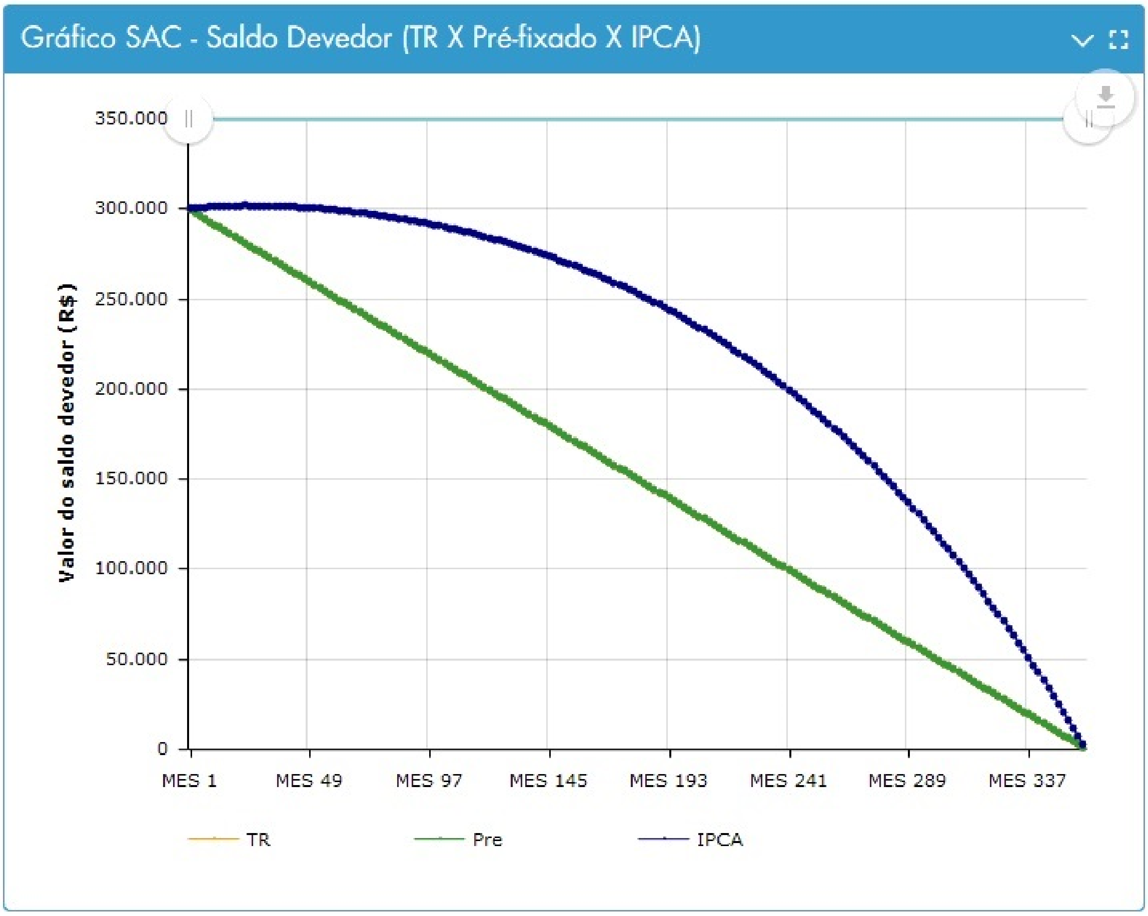


Figura 3.8: Saldo devedor SAC.
Fonte: Simulador Habitacional Caixa.

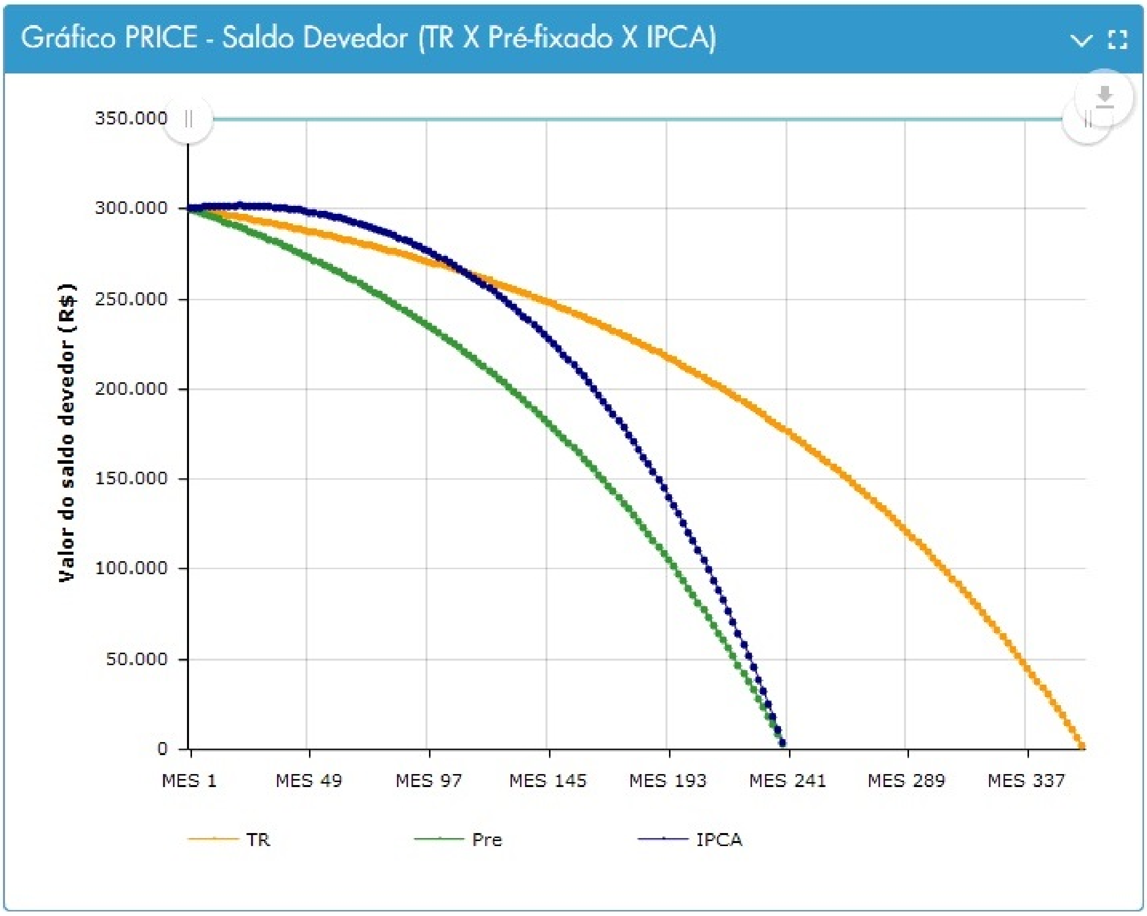


Figura 3.9: Saldo devedor SAF.
Fonte: Simulador Habitacional Caixa.

Observamos que os contratos que utilizam o SAC e o indexador é a TR, que historicamente tem menos variação, ou quando a taxa é pré-fixada, a amortização do saldo devedor ocorre de forma linear como esperado, tanto que as linhas se sobrepõem. No entanto, quando é utilizado o IPCA como indexador descaracteriza a amortização constante, formando uma curva em virtude da variação do saldo devedor além da taxa de juros. No caso dos contratos com a amortização SAF, as curvas que representam as taxas pré-fixadas e a TR são menos acentuadas em relação à curva que representa os efeitos do indexador IPCA.

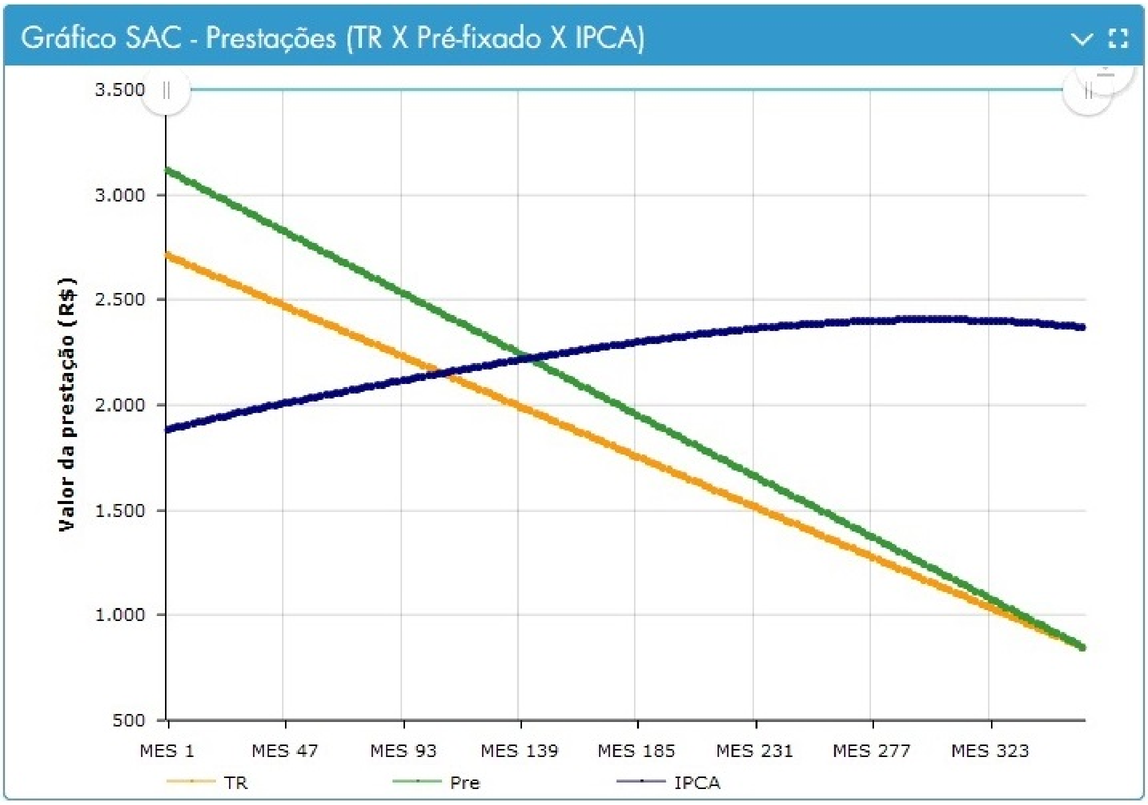


Figura 3.10: Prestações SAC.
Fonte: Simulador Habitacional Caixa.

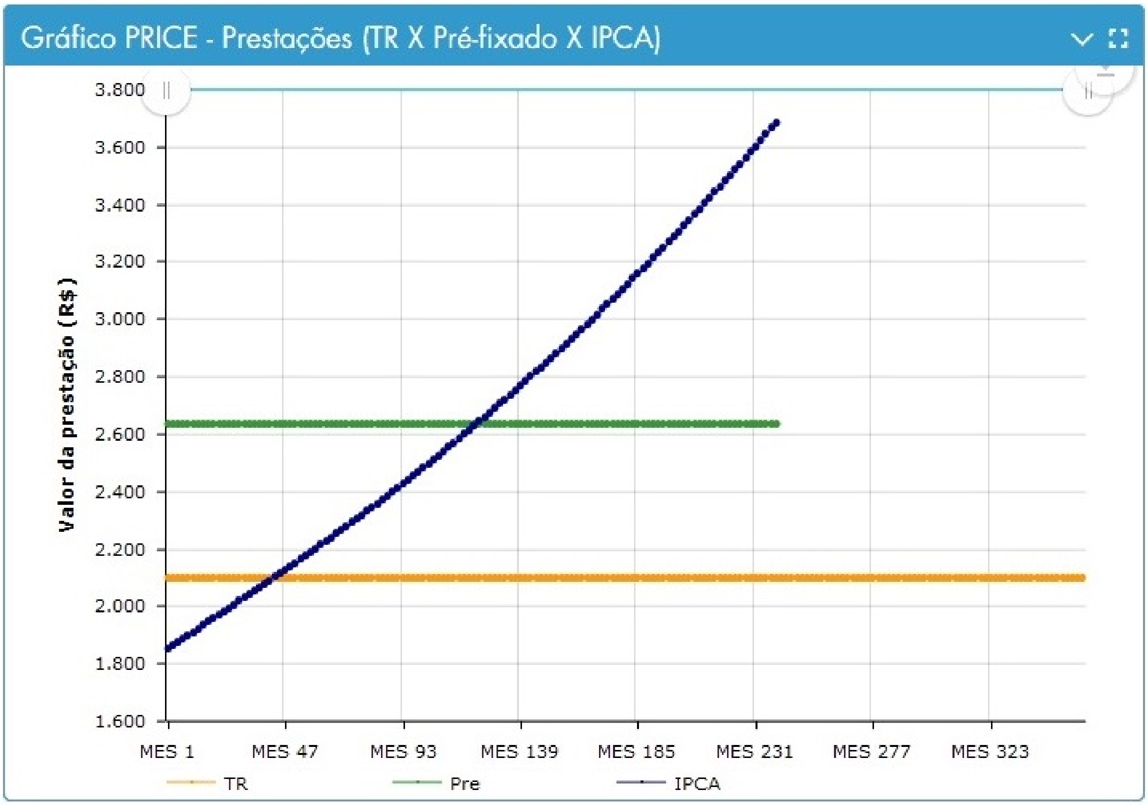


Figura 3.11: Prestações SAF.
Fonte: Simulador Habitacional Caixa.

Em relação ao valor da prestação, no SAC com TR de indexador ou taxa de juros fixa, as parcelas são decrescentes. No entanto, a correção via IPCA aplicada ao saldo descaracteriza o SAC e o valor das parcelas formam uma curva. No caso dos contratos com SAF o valor é constante com a TR e taxa pré-fixada, quando o indexador é o IPCA, o SAF também é descaracterizado e o valor da parcela é crescente, sendo representado por uma leve curva.

Em algumas simulações realizadas, verificamos que os indexadores, em especial o IPCA não é considerado para o cálculo das prestações, pois não é previsível. Embora conste esta informação na simulação, os valores chamam a atenção, pois consideram uma taxa baixa uma vez que a correção é alta, já nas figuras 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11, percebemos os efeitos de um IPCA hipotético.

Diante das observações, considerando que o mais comum dos financiamentos de longo prazo é a utilização do SAC, os contratos com taxa de juros + IPCA fará sentido em um cenário de inflação controlada e para quem deseja quitar o financiamento em um prazo menor, que corresponderia aos prazos próximos ao cruzamento da curva e das retas na Figura 3.10. O mais comum são os contratos com taxa de juros + TR, como a TR possui pouca variação, a parcela será decrescente e o financiamento fica mais previsível para utilizar o prazo de 30 anos, por exemplo.

Realizaremos a comparação entre a aquisição de um imóvel mediante financiamento ou pagar aluguel e realizar investimentos. Pois levamos em consideração, além da necessidade básica de moradia, a questão da independência em relação à moradia de terceiros (familiares ou amigos). Portanto, segue a tabela com os dados da simulação realizada:

Tabela 3.9: Simulação imóvel de R$150.000,00.

Fonte: Simulador habitacional Caixa e autor.

Descrição	Financiamento	Investimento
Valor da entrada	30.000,00	30.000,00
Valor disponibilizado	120.000,00	120.000,00
Prazo em meses	420	115
Valor da 1 ª parcela	1.040,97	436,06 + 600,00
Valor da última parcela	312,39	436,06 + 600,00
Valor total desembolsado	297.667,87	119.146,90

Na simulação representada na Tabela 3.9, destacamos que para a aquisição do imóvel de R$ 150.000,00 o valor liberado para financiamento foi de R$ 120.000,00. Como a parcela é decrescente, pois utilizamos o SAC, o valor da 115ª parcela é de R$ 854,00 e o total pago em prestações seria de R$ 108.991,02. Na opção que utiliza o aluguel + investimento, o valor de R$ 600,00 corresponde ao aluguel utilizando 0,4% sobre o valor do imóvel, totalizando R$ 69.000,00 no período. O valor da entrada foi utilizado para investir e os depósitos mensais para investimento nos 115 meses totalizou R$ 50.146,90 e os juros dos investimentos totalizaram R$ 69.854,34.

A Figura 3.12 representa a amortização da simulação conforme a Tabela 3.9:

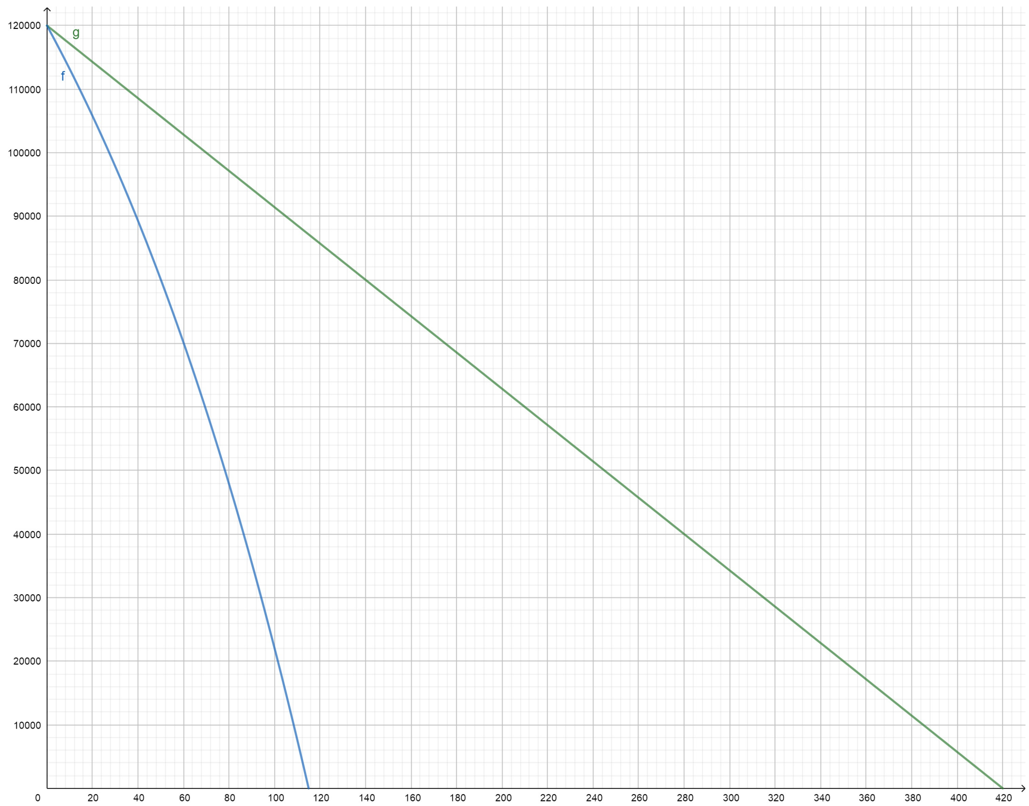


Figura 3.12: Amortização de imóvel de R$ 150.000,00.

O gráfico foi construído conforme o D_k apresentado no Teorema 5, página 42, como a amortização é constante, temos uma reta g. Para os investimentos, utilizamos o valor total imóvel, subtraindo os valores que correspondem ao investimento das parcelas e dos juros compostos aplicado ao valor da entrada, conforme as respectivas equações (2.9), página 40, e (2.5), página 38.

Com base no que foi desenvolvido até o momento, não é surpresa que a opção realizando-se os investimentos possibilitaria quitar o imóvel com menor prazo em relação ao financiamento, e que o valor final desembolsado também fosse menor. Talvez não seria tão óbvio o tamanho da diferença mesmo quando é considerado o pagamento do aluguel mensal. Utilizamos um investimento como um ativo gerador de renda para uma posterior aquisição do imóvel.

Assim, destaca-se a importância das simulações para a percepção do efeito que, mesmo taxas menores, podem proporcionar nas contas e nas transações financeiras. Seja por tabelas ou pela representação gráfica, as simulações auxiliam a análise, produção de significados e a tomada de decisões, principalmente quando realizamos comparações.

Sabemos que ao decorrer do tempo outras variáveis podem afetar tanto os investimentos, quanto o financiamento. Estas foram desconsideradas por afetarem as duas alternativas, e a imprevisibilidade de, por exemplo, sabermos se até o final do prazo haverá condições de pagar as parcelas. Neste caso, até quitar a dívida, o imóvel será do banco, enquanto no investimento o capital estará disponível. Lembrando ainda da reflexão proposta por Kiyosaki (2018) em relação à casa própria que citamos no capítulo 1.

Kistemann Júnior (2011) reconhece a relevância do modelo matemático presente nas simulações e destaca as limitações diante da existência de variáveis (não-matemáticas) que devem ser levadas em consideração e que não são explícitas nos modelos matemáticos, dentre elas o autor cita a disciplina financeira para poupar durante um longo prazo, o sonho e a tradição de se adquirir uma casa própria. Por outro lado, devemos nos ater de que as instituições financeiras e bancárias utilizam-se destes gatilhos para criarem seus produtos. Há ainda os "vendedores de sonhos" com as promessas de facilidades e encurtamento do caminho para a realização dos sonhos, podem transformá-los em pesadelos.

Salientamos que o objetivo não é dizer para seguir a opção A ou B, mas é de mostrar as possibilidades, afinal os 420 meses ou 35 anos passarão e é muito provável que o financiamento seja quitado com o valor final de aproximadamente R$ 300.000,00. No entanto, após os 115 meses ou aproximadamente 10 anos, também teríamos o imóvel e 25 anos para continuar realizando as aplicações e investimentos para formar uma base sólida de ativos que gerarão renda passiva, e como vimos, o efeito do longo prazo nos juros compostos acelera o processo.

3.4 Estudo dos consignados em folha: o caso da Unemat

Nesta seção realizaremos uma abordagem sobre a margem consignável em folha de pagamento para empréstimos e financiamentos, bem como a análise do montante de descontos consignados atualmente realizados. Trata-se de promover a reflexão sobre as alternativas e possibilidades de gerenciamento das finanças pessoais e consumo, bem como uma visão sob o prisma das instituições financeiras.

O levantamento e a análise quantitativa realizada foram inspirados em situações vivenciadas por servidores que enfrentaram problemas com as instituições financeiras. Fato ocorrido após a alteração e aumento da alíquota de contribuição previdenciária de 11% para 14%, conforme legislação, Mato Grosso (2020b). O desconto do novo valor foi implantado na folha de pagamento de junho de 2020.

A margem consignável é calculada a partir de um percentual aplicado sobre a remuneração líquida. Com a alteração do desconto para a previdência, ocorreu uma redução do valor líquido e, por consequência, uma redução no valor da margem. Assim, não foram realizados os lançamentos em folha de pagamento para os servidores que possuíam descontos que excediam o novo valor da margem. O resultado foi que as instituições financeiras atualizaram os valores das dívidas, com base no atraso do pagamento, efetuando os descontos diretamente em conta corrente, com valores corrigidos, portanto maiores. O que gerou transtornos e comprometeu ainda mais o orçamento familiar daqueles que foram afetados.

Outra questão interessante ocorreu com a publicação das notícias conforme Seplag (2020b), em 17 de agosto, e Seplag (2020a), em 21 de agosto, uma abrindo e a outra fechando a semana. A primeira trata de uma palestra com o tema: “Educação Financeira - Como se livrar das dívidas, fazer o dinheiro sobrar e investir com segurança”, que aconteceu no dia 20 de agosto de 2020, com apenas um dia de diferença entre a circulação do decreto do governo estadual, conforme Mato Grosso (2020a), e a publicação da segunda notícia.

Esta segunda notícia, conforme Seplag (2020a), e o decreto citado, tratam do aumento de margem e do número de parcelas para empréstimos consignados. Vale destacar, que nesta notícia, fica registrada a preocupação dos gestores com o risco de endividamento e necessidade do uso consciente do empréstimo consignado. Percebemos que o decreto veio de encontro aos problemas vivenciados pelos servidores, pois o aumento da margem e das parcelas possibilitou o ajuste dos descontos em relação à redução da remuneração líquida.

A análise qualitativa dos empréstimos consignados depende de critérios subjetivos do contratante, em cada caso existem os argumentos favoráveis e desfavoráveis à realização do empréstimo. Por exemplo, o servidor pode ter contratado um empréstimo para finalizar a construção de um imóvel e, com isso, deixar de pagar aluguel. Ou ainda, caso seja um segundo imóvel, gerar renda extra de aluguel suficiente para cobrir as parcelas do empréstimo. Também pode ter trocado de veículo, reformado sua residência ou utilizado para alguma emergência, enfim, as possibilidades são inúmeras.

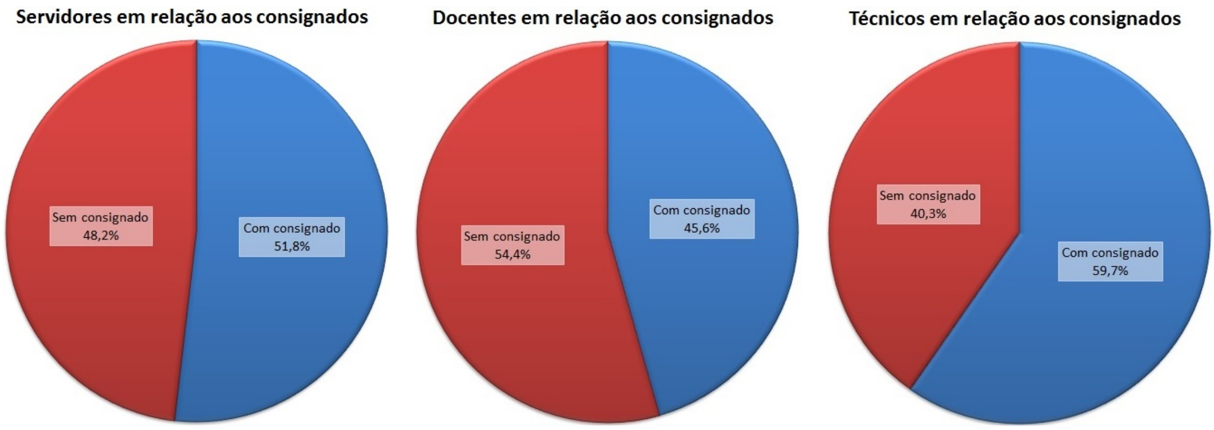
Os dados apresentados foram coletados a partir de relatórios da folha de pagamento, gerados pelo Sistema Estadual de Administração de Pessoas (SEAP). Realizamos a comparação da remuneração com os valores dos lançamentos das consignações, filtramos apenas os valores dos empréstimos. Os registros são do mês de novembro de 2020. A remuneração líquida foi obtida com base na classe e nível dos servidores efetivos, mediante o cálculo dos descontos de previdência e imposto de renda.

Considerando que os empréstimos consignados possuem prazos médios ou longos, julgamos desnecessário acompanharmos a evolução quantitativa ao longo dos meses, restando apenas observar o valor total dos descontos.

Inicialmente, apresentamos a Tabela 3.10 e a Figura 3.13 que representam o total de servidores e a distribuição entre os que possuem o desconto consignado e os que não possuem. Além disso, buscamos identificar se há diferenças relevantes entre os cargos de docente e técnico.

Tabela 3.10: Servidores efetivos em relação aos consignados.
Fonte: SEAP.

Descrição	**Docentes**		**Técnicos**		**Total de servidores**	
	Quant.	%	Quant.	%	Quant.	%
Com consignado	339	45,6	351	59,7	690	51,8
Sem consignado	404	54,4	237	40,3	641	48,2
Total	743	100,0	588	100,0	1331	100,0



(a) Total. (b) Docentes. (c) Técnicos.

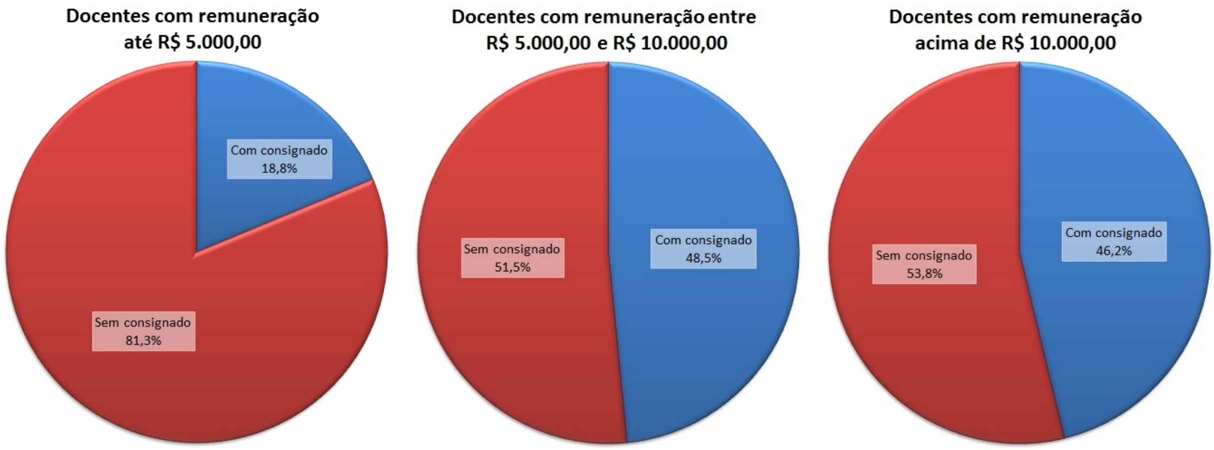
Figura 3.13: Servidores efetivos em relação aos consignados.

Conforme os dados apresentados, considerando todos os servidores, pouco mais da metade possuem descontos consignados. Quando observamos os cargos, na Figura 3.13 é nítido que o percentual dos técnicos com descontos é maior. Apesar da quantidade total de docentes ser pouco mais de 20% maior do que os técnicos, ainda assim, a quantidade de técnicos com consignado é cerca de 3,5% maior quando comparado com a quantidade de docentes com consignado.

Como existe diferença entre a remuneração média dos docentes e técnicos, sendo a média da remuneração dos docentes pouco mais de 114% maior do que a média da remuneração dos técnicos, apresentamos as tabelas 3.11 e 3.12, bem como as respectivas figuras 3.14 e 3.15, que representam os dados conforme as faixas salariais dos dois cargos.

Tabela 3.11: Consignados por faixa salarial dos docentes efetivos.
Fonte: SEAP.

Descrição	Até 5 mil reais		Entre 5 e 10 mil reais		Acima de 10 mil reais	
	Quant.	%	Quant.	%	Quant.	%
Com consignado	6	18,8	94	48,5	239	46,2
Sem consignado	26	81,3	100	51,5	278	53,8
Total	32	100	194	100	517	100



(a) (b) (c)

Figura 3.14: Consignados por faixa salarial dos docentes efetivos.

Note que a maior concentração de docentes está nas duas maiores faixas, principalmente na maior faixa, com pouco mais de 69% dos docentes. Na Figura 3.14, o que mais chama a atenção é o gráfico da menor faixa ser muito diferente dos demais. A diferença pode ser atribuída ao fato de que, os 31 docentes com as menores remunerações, não optaram pelo regime de tempo integral em regime de dedicação exclusiva. Na prática, os docentes permanecem no regime de 20 ou 30 horas semanais por possuírem algum outro vínculo profissional. Por possuírem outra fonte de renda como a principal, a margem consignável no vínculo analisado deixa de ser interessante.

Seguem os dados considerando a remuneração dos técnicos, conforme a Tabela 3.12 e Figura 3.15.

Tabela 3.12: Consignados por faixa salarial dos técnicos efetivos.
Fonte: SEAP.

Descrição	Até 4 mil reais		Entre 4 e 8 mil reais		Acima de 8 mil reais	
	Quant.	%	Quant.	%	Quant.	%
Com consignado	76	59,8	257	59,5	18	62,1
Sem consignado	51	40,2	175	40,5	11	37,9
Total	127	100	432	100	29	100

(a) (b) (c)

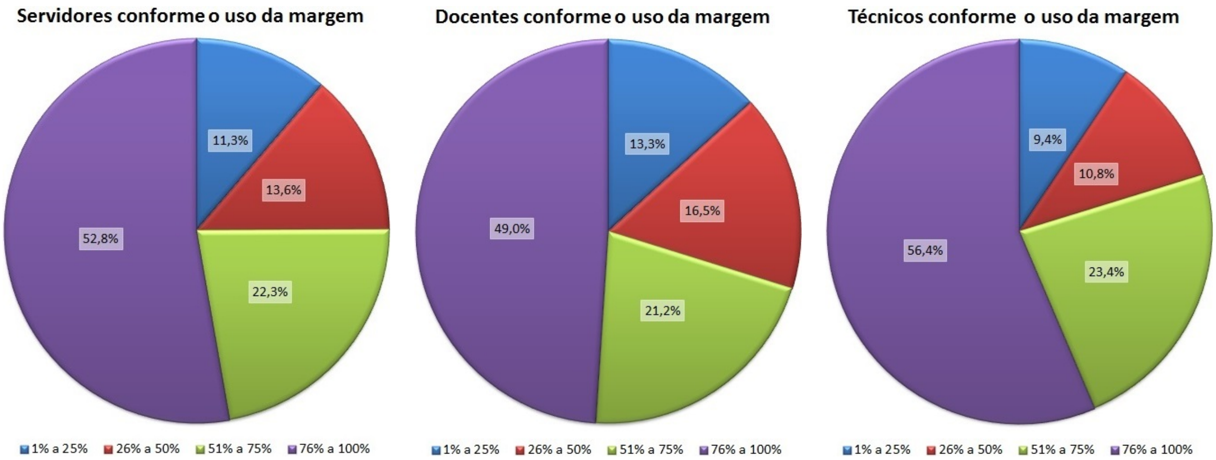
Figura 3.15: Consignados por faixa salarial dos técnicos efetivos.

Na Tabela 3.12, observamos uma maior concentração de técnicos na segunda faixa de remuneração. Conforme a Figura 3.15, as diferenças entre as faixas pouco divergem. A maior diferença, em percentual, ocorreu na faixa das maiores remunerações.

Os dados apresentados despertaram o interesse em relação ao uso da margem disponível, que corresponde a 35% da remuneração líquida. Seguem os dados gerais e os dados por cargo, apresentados na Tabela 3.13 e Figura 3.16, referente aos servidores que possuem desconto consignado.

Tabela 3.13: Servidores efetivos conforme o uso da margem.
Fonte: SEAP.

Descrição	**Docentes**		**Técnicos**		**Total de servidores**	
	Quant.	%	Quant.	%	Quant.	%
Até 25%	45	13,3	33	9,4	78	11,3
de 25 a 50%	56	16,5	38	10,8	94	13,6
de 50 a 75%	72	21,2	82	23,4	154	22,3
Acima de 75%	166	49,0	198	56,4	364	52,8
Total	339	100,0	351	100,0	690	100,0



(a) Total. (b) Docentes. (c) Técnicos.

Figura 3.16: Servidores efetivos conforme o uso da margem.

Quando observamos apenas os servidores que possuem os descontos, percebemos que o maior comprometimento da renda, em percentual, ocorre com os técnicos, Figura 3.16(c). Quando consideramos ambos os cargos, Figura 3.16(a), percebemos a maior concentração na faixa de 76 a 100% da margem, seguida pela faixa de 51 a 75% que também concentra uma fatia interessante dos consignados.

Levando em conta a distribuição dos consignados em relação à remuneração e ao comprometimento da margem disponível, constatamos que a maior renda gera menos contratação de consignados. Quando ocorre a contratação, o percentual de remuneração comprometida é menor. Isso nos remete à situação destacada por Kiyosaki (2018) e apresentada na Figura 1.4, página 24, pois, com maior renda, os gastos essenciais são proporcionalmente menores.

Assim, controlando-se as despesas supérfluas é possível poupar mais e realizar investimentos para a aquisição de bens e serviços, ou ainda, adquirir ativos em detrimento de passivos. Por outro lado, quando a renda é menor, bens como imóvel e automóvel demandam, proporcionalmente, um comprometimento maior da renda para a aquisição de forma parcelada.

Finalmente, reunimos os dados referentes aos anos de 2019 e 2020, com os valores mensais dos descontos correspondentes aos empréstimos e financiamentos consignados em folha de pagamento, apresentados na Tabela 3.14 e Figura 3.17.

Tabela 3.14: Valores mensais dos descontos consignados.
Fonte: SEAP.

	2019	**2020**
Janeiro	997.171,56	1.284.854,93
Fevereiro	1.140.817,83	1.277.316,04
Março	1.186.686,08	1.281.922,28
Abril	1.156.632,63	1.230.570,76
Maio	1.157.749,18	1.189.359,14
Junho	1.161.754,05	919.668,56
Julho	1.179.943,41	917.085,48
Agosto	1.179.732,95	979.529,65
Setembro	1.191.701,06	1.263.772,75
Outubro	1.205.396,37	1.295.886,05
Novembro	1.229.276,02	1.312.084,13
Dezembro	1.281.292,73	1.357.841,94
Subtotal	**14.068.153,87**	**14.309.891,71**
Total	**28.378.045,58**	

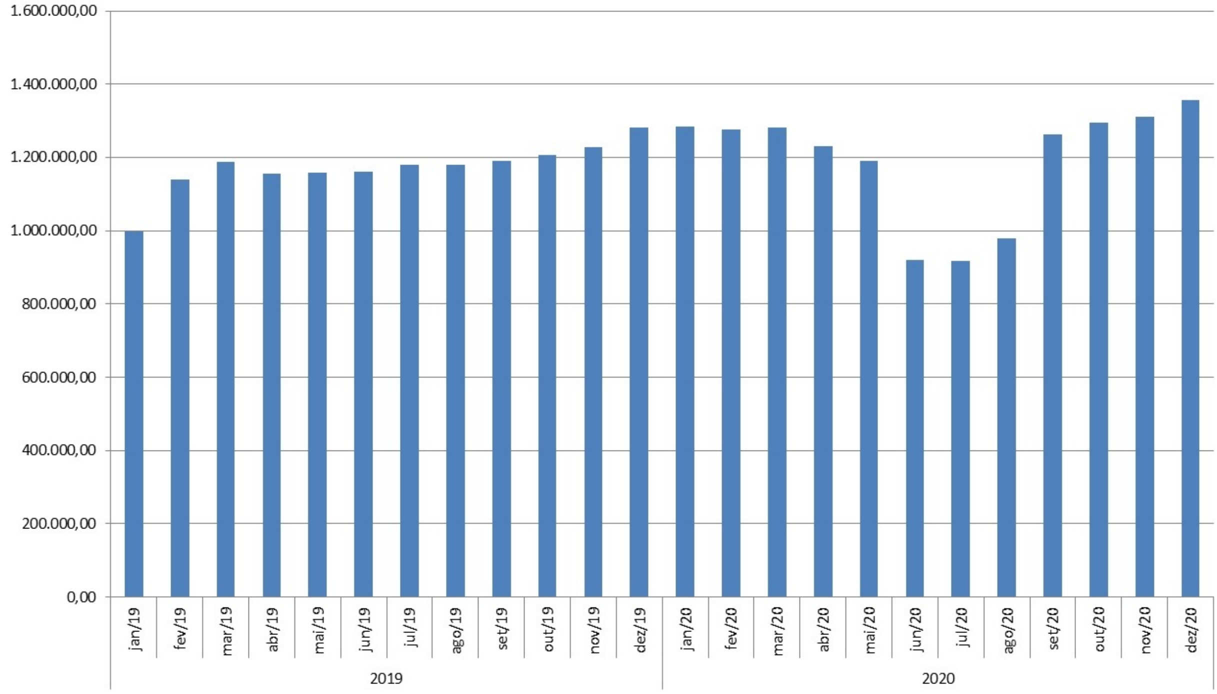


Figura 3.17: Valores mensais dos descontos nos anos de 2019 e 2020.

Representamos os dados no gráfico conforme a Figura 3.17 e percebemos que os valores permanecem próximos de 1,2 milhão. Note que nos meses de junho a agosto de 2020 houve uma queda acentuada, justificada pelos problemas descritos anteriormente, relacionados à redução da margem e impossibilidade de realização o desconto em folha. No mês de agosto, com efeito na folha de pagamento de setembro de 2020, como citamos, houve o aumento da margem de 30% para 35%, além do aumento da quantidade de parcelas e a possibilidade de contratação de consignados por canais digitais. Um dos reflexos foi a tendência de alta entre os meses de setembro e dezembro, com as máximas sendo renovadas todos os meses.

Diante do aumento dos descontos nos últimos meses de 2020, verificamos que os efeitos do aumento da margem, não só compensou a redução decorrente do desconto previdenciário maior, mas trouxe um aumento real da margem disponível. O aumento chegou a aproximadamente 13%, com pouca variação em função da remuneração.

Utilizar de 75% a 100% da margem, corresponde a comprometer cerca de 26% a 35% da remuneração com parcelas que costumam se estender por longos prazos. Com base nos dados, podemos dizer que há muitos servidores que utilizam deste recurso, o que implica no comprometimento da renda e pagamento de juros. Por outro lado, para as instituições financeiras, ainda há um bom espaço para crescer.

Nas ações de consumo e tomada de decisão, Kistemann Júnior (2011) verificou o seguinte:

> As entrevistas revelaram que mesmo tendo passado, em média, 12 anos na escola básica, os indivíduos-consumidores, especialista, ou não em Matemática, fazem uso, para sua tomada de decisão financeiro-econômica, de Matemática Básica, em alguns relatos os indivíduos-consumidores justificam que se utilizam tão somente das quatro operações e de intuição com relação às porcentagens para analisar os prós e os contras de uma ação de consumo, bem como as taxas de juros envolvidas nestas ações (Kistemann Júnior, 2011).

Se por um lado há o indivíduo-consumidor com tais práticas nas ações de consumo, por outra lado há as instituições financeiras e comerciantes que se aproveitam da situação para lucrarem ainda mais. A cultura da parcela também foi observada por Kistemann Júnior (2011) quando considerou a fartura de acesso ao crédito na sociedade atual e que os entrevistados apontaram como item central o valor das parcelas na análise e tomada de decisão numa ação de consumo. O caráter abstrato de difícil compreensão intuitiva dos juros compostos no médio e longo prazo faz com que as taxas de juros fiquem em segundo plano em relação ao valor das parcelas.

Na simulação realizada na Tabela 3.7, página 65, para termos uma noção, ao final do prazo, os juros chegam a 36% do total pago. Em média, 26% do valor das parcelas foram utilizados para pagamento dos juros. Optamos pela média, pois os descontos realizados mensalmente correspondem a momentos distintos do consignado de cada servidor.

Enquanto uns estão finalizando o prazo, pagando poucos juros, outros estão iniciando e pagando muitos juros, conforme as curvas de amortização apresentadas. Assim, aplicando 26% ao valor dos descontos de novembro, os servidores pagaram, aproximadamente, 340 mil reais somente de juros para as instituições financeiras.

As consignações são muito comuns entre os servidores, os motivos podem ser as taxas de juros que tiveram uma redução nos últimos anos, estabilidade no cargo, confiança de contar com o pagamento mensal, facilidades de contratar financiamentos e empréstimos ou, até mesmo, por desconhecimento a respeito de outras possibilidades e práticas. No entanto, ninguém está de fato seguro ao ponto de não precisar de uma reserva financeira para emergências ou pensar em ativos para complementar a renda. Temos o caso da alteração da legislação previdenciária que gerou transtornos, o período de incertezas durante a pandemia e até mesmo o escalonamento do pagamento dos salários, enfim, diversos são os fatores que podem tirar a paz e a tranquilidade das pessoas. Estes fatores podem assumir dimensões ainda mais graves no caso do endividamento ou quando há um elevado comprometimento da renda.

3.5 Impacto das descisões

Retomando a preocupação apresentada na BNCC, conforme o Ministério da Educação (2018), em relação à formação dos estudantes criando possibilidades para viabilizar seu projeto de vida, as reflexões e abordagens realizadas nas seções anteriores mostram como o endividamento sem o devido planejamento pode comprometer o projeto de vida. Neste caso, tratamos das situações envolvendo um imóvel e um automóvel, pois ambos são os sonhos de muitos brasileiros, e o peso da escolha adotada será relevante.

Conforme Kistemann Júnior (2011):

> Ao ultrapassar o atendimento das necessidades e dirigir-se ao atendimento dos desejos, vivenciamos na sociedade líquido-moderna o que denominamos de "Capitalismo de Consumo", que acompanha e é acompanhado por uma ética de infantilização e que tem como protagonista ideal, segundo os segmentos de mercado e a mídia, o consumidor compulsivo, que gosta das variedades e novidades, fixando-se na imagem que os produtos podem lhe impingir e destaca-lo do lugar comum, do anonimato, sem despertá-lo do sonho mágico do consumo (Kistemann Júnior, 2011).

Diante deste cenário, Skovsmose (2001) *apud* Kistemann Júnior (2011) destaca a importância da Educação Matemática Crítica como instrumento que:

> [...] possibilite aos indivíduos-consumidores questionarem-se e questionarem a sociedade em que encontra-se inseridos, bem como as ideologias hegemônicas que regem essa sociedade. De posse da compreensão dos conceitos matemáticos que estão presentes em cada situação nesta sociedade, cada indivíduo poderá por meio de seus conhecimentos matemáticos e fazendo leituras críticas das situações utilizando esses conhecimentos (Matemacia), tomar suas decisões embasando-se, não mais nas diretrizes hegemônicas de uma nobreza de estado, mas em seu conhecimento matemático crítico (Kistemann Júnior, 2011)

A educação matemática recebe destaque em relação ao consumo, segundo Skovsmose (2015):

> A educação matemática ocupa-se também da preparação para o consumo, e podemos refletir sobre a responde-habilidade social nesse caso. Consumidores são expostos a uma enorme variedade de "bens" (com sua enorme variedade de "males"). [...] Como cidadãos, estamos expostos a ações, iniciativas, anúncios, projetos e decisões que fazem parte da matemática em ação. Como cidadãos, teremos de responder a várias formas de matemática em ação, e é possível que façamos isso aceitando tudo cegamente (Skovsmose, 2015).

Uma das características da matemacia apresentada por Skovsmose (2015), consiste na competência para questionar os hábitos estabelecidos, avaliando criticamente os bens e males que estão disponíveis para o consumo. A matemacia pode ser entendida como responde-habilidade, com respeito às práticas de consumo, o autor considera crucial tal entendimento.

Diante das consideração citadas, munidos dos conhecimentos matemáticos e informações complementares a respeito de alguns produtos financeiros, com o intuito de promover a tomada de decisão utilizando-se do conhecimento matemático crítico, constatamos que o consórcio é divulgado como uma forma de investimento, porém não há rentabilidade. Também é divulgado como uma forma de poupar dinheiro, o que não está errado, no entanto não é uma das formas mais eficientes de poupar para atingir algum objetivo específico. Não é difícil encontrarmos pessoas que, muitas vezes por falta de disciplina, afirmam que necessitam do compromisso de pagar uma parcela mensalmente, caso contrário gastarão o dinheiro. Assim, acabam mantendo-se na dependência de produtos financeiros que não aceleram o cumprimento do objetivo de adquirir um determinado bem. A expressão "pague-se primeiro" poderá auxiliar na criação de um compromisso mensal de poupar uma determinada quantia até atingir o montante desejado.

Ainda em relação aos consórcios, conforme o Banco do Brasil (2020): "ideal para quem não tem pressa, tem disciplina e deseja investir", se observarmos bem, com estas características, o melhor caminho seria de fato investir os valores com a vantagem de termos liquidez caso necessário resgatar o valor antes do prazo estipulado.

Existem outras situações cotidianas que podem prejudicar a saúde das finanças pessoais e, por serem valores baixos, acabam passando desapercebidos. Como exemplo, temos as despesas mensais como contas de água e esgoto, energia elétrica, telefone, internet, tv por assinatura, plataformas de streaming (cada vez mais opções), impostos anuais como IPTU e IPVA, entre outros. Quando Skovsmose (2015) trata do raciocínio hipotético essencial em todo tipo de projeto tecnológico e em decisões diárias, comenta que as questões domésticas não estão distantes das abordagens para a tomada de decisão de grande porte. A diferença residirá que modelos matemáticos mais sofisticados serão utilizados em casos mais complexos.

O problema em si não seria apenas a despesa, mas o mau hábito de pagar com atraso, o que normalmente gera uma multa e ainda juros e correção monetária até o pagamento. Por exemplo, na conta de energia elétrica há a cobrança de 2% de multa, atualização monetária com base na variação do IGP-M e juros de mora de 1% ao mês, que são cobrados na próxima conta. Ou ainda, o IPTU e IPVA que normalmente possuem calendários de descontos para pagamento à vista. São despesas que todos os meses ou anualmente deverão ser pagas, em outras palavras, há um período para o planejamento do pagamento no prazo estipulado, evitando despesas extras com multas e juros.

Em relação aos ganhos e gastos, Kistemann Júnior (2011) percebeu que:

> [...] na sociedade líquido-moderna, de acordo com os indivíduos-consumidores entrevistados, ganhar mais significa, em geral, gastar mais também. Justificam ainda que, mesmo sem ter acesso direto a um ganho maior (seja, por exemplo, por aumento de salário), muitos indivíduos-consumidores, por terem, atualmente, amplo acesso e facilidade a linhas de crédito e a instrumentos financeiro-econômicos (cartões de crédito, financiamentos, empréstimos, cheque especial, etc), podem acabar consumindo além de suas necessidades, ou seja, consumindo por impulso ou desejo (Kistemann Júnior, 2011)

Vale reforçar os casos do cheque especial e fatura de cartão de crédito, ambos com taxas de juros mensais bem acima das linhas de crédito, quando na vida adulta é muito simplificada a utilização dos recursos citados e o mau uso pode trazer sérias complicações relacionadas ao endividamento, comprometendo todo o orçamento familiar, uma vez que as elevadas taxas dificultam a quitação da dívida que tende a crescer muito rapidamente.

Dentre as principais razões que impedem pessoas financeiramente proficientes de adquirir ativos de forma significativa, Kiyosaki (2018) destaca o medo, o ceticismo, a preguiça, os maus hábitos e a arrogância. Quem não tem medo de perder dinheiro? O medo sempre estará presente, por isso devemos gerenciá-lo. Acreditamos que podemos perder dinheiro em tentar alternativas para obter alguma rentabilidade maior, por outro lado, se ficarmos paralisados e ficamos presos à segurança de uma caderneta de poupança por exemplo, também estaremos perdendo. Reforçamos a importância do gerenciamento de riscos com o objetivo de maximizar os ganhos e minimizar as perdas. O resultado positivo não virá sem perdas, mas com ganhos superiores às perdas.

Ao invés de apenas criticar as possibilidades, é necessário analisar para identificá-las e escapar do ceticismo. O desejo de alcançar algum determinado objetivo gerará motivação suficiente para a superação da preguiça. Podemos ter conhecimento e educação suficiente, mas se tivermos maus hábitos o restante será comprometido. Diante dos mesmos hábitos, os resultados também serão os mesmos, por isso devemos estar dispostos à mudança.

Sobre a arrogância, Kiyosaki (2018) destaca o ensinamento do personagem *pai rico* quando afirmava que o que ele sabia, o fazia ganhar dinheiro, mas o que ele desconhecia o fazia perder. Quando se é arrogante, acredita-se que o que não se sabe não é importante. Daí a necessidade de buscar informações com especialistas, livros e demais fontes confiáveis. Percebemos assim que tais razões estão interligadas e a superação de cada uma delas, necessita de dedicação, conhecimento e ação.

Houve uma época em que necessitávamos de uma calculadora, a famosa HP 12C, para realizar alguns cálculos. Atualmente existe a facilidade de usar calculadoras e simuladores disponíveis na internet, aplicativos para smartphones, planilhas de cálculos, etc. No entanto, o caminho não é tão simples, no começo parece ser bem difícil, mas é necessário buscar conhecimento, alternativas, recursos, ferramentas e, a partir daí, desenvolver as habilidades e competências necessárias.

Em relação aos obstáculos enfrentados, Kiyosaki (2018) destaca que, embora o processo de gerar fluxo de caixa a partir da coluna de ativos seja fácil, a força mental de direcionar o dinheiro é difícil. Devido às tentações externas, é mais cômodo, numa sociedade baseada no consumismo, gastar o dinheiro na coluna das despesas. A falta de motivação e disciplina leva o dinheiro a fluir pelos caminhos de menor resistência. Esta é a causa da pobreza e dos problemas financeiros, mesmo quando a remuneração não seja o principal fator.

Kistemann Júnior (2011) resume as concepções acerca da Matemacia Financeiro-Econômica, inter-relacionando a educação financeira, competência crítica, cidadania crítica com a tomada de decisão conforme o esquema apresentado na figura 3.18:

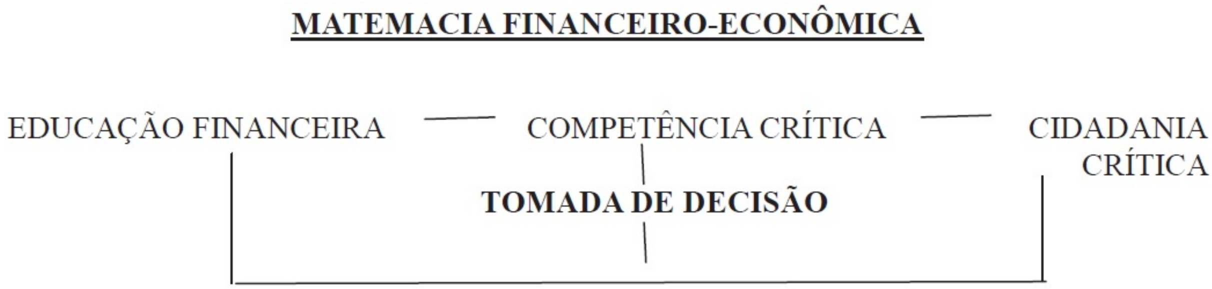


Figura 3.18: Matemacia financeiro–econômica.
Fonte: Kistemann Júnior (2011)

As opções atraentes que são oferecidas para adiantar sonhos através de empréstimos e financiamentos acabam ficando irresistíveis e nos desviando do foco e disciplina. Ainda mais que, conforme a verificação de Kistemann Júnior (2011), houve consenso entre os indivíduos-consumidores que os mecanismos de funcionamento dos empréstimos não são claros e, em geral, acabam passando despercebidos ou desconhecidos. Desta forma, é natural pensarmos que cinco ou dez anos é muito tempo quando tratamos de investimentos. Afirmações como: "não rende quase nada" ou "vai demorar muito", servem de justificativas para cedermos à tentação das facilidades oferecidas nos financiamentos, por exemplo.

Cooper (2017) identificou que a incoerência entre discurso e ação é comum quando se trata de questões econômico-financeiras. Muitas vezes os indivíduos são movidos por ações práticas e emocionais, automatizadas e inconscientes que culminam em atos que vão de encontro ao seu discurso, chegando a comprometer seu orçamento. A autora afirma que:

> [...] harmonia entre conhecimento e ação requer, além da construção de conhecimento, conhecer o próprio processo de conhecer - pensar sobre o pensar -, o autoconhecimento e o conhecimento da realidade. Ressaltando que o autoconhecimento demanda volver a observação a si mesmo, sobre as próprias motivações, às próprias ações e, principalmente, sobre o desenvolvimento do próprio processo cognitivo, o que consiste em complexa tarefa (Cooper, 2017).

Relacionadas às próprias motivações e ações, Kistemann Júnior (2011) também destaca o custo de oportunidade à medida que a tomada de decisão exige comparar os custos e benefícios de possibilidades alternativas de ação. O custo de oportunidade de algo é aquilo de que você abre mão para obter esse algo. Em outras palavras, o custo de alguma coisa e aquilo de que você desiste para obtê-la. Traçando um paralelo em relação aos financiamentos ou investimentos, no primeiro adquirimos bens e serviços no presente à um custo maior ao longo do tempo. No segundo, abrimos mão de alguns bens e serviços no presente para realizarmos aquisições no futuro, adiamos por um período de tempo em função da expectativa de obtermos maior poder de compra no futuro.

É comum a oferta de empréstimos em cinquenta, sessenta, cento e vinte meses para pagar, e diante da possibilidade de antecipar o desejo de algum bem ou serviço, o tempo parece menor, logo passa, mesmo com uma taxa muitas vezes maior do que a dos investimentos mais comuns. De qualquer forma o tempo passará, conforme nossas escolhas no tempo presente é que colheremos os resultados no tempo futuro.

Considerações finais

.

A crítica ao ensino escolar, como grande responsável pela causa da maioria dos problemas financeiros enfrentados pelas pessoas na fase adulta, foi observada no desenvolvimento deste estudo. No entanto, percebemos que as afirmações a respeito da falta de conteúdo ou discussões relacionadas às finanças pessoais estavam presentes em referências menos recentes.

Kistemann Júnior (2011) afirma que a família se constitui como o primeiro e primordial meio para se efetuar uma educação financeira, reiterando que também caberia à escola uma parte dessa educação. Diante da consideração, destacamos a importância da formação de professores e a necessidade de proporcionar às famílias oportunidades para conhecerem e atuarem de forma crítica diante das situações financeiro-econômicas às quais estão inseridas, principalmente na análise e reflexão da situações de consumo.

Na problematização de sua pesquisa, Saito (2007) identifica a inexistência de trabalhos sobre a implantação da educação em finanças pessoais nos currículos nacionais, tampouco uma análise dos pontos de vista dos educadores sobre o tema. O autor ainda destaca a lacuna deixada pelo estado brasileiro diante da ausência de políticas que promovam a inclusão do tema nos currículos. A consequência foi o desenvolvimento de iniciativas por parte da esfera privada, como por exemplo, das instituições financeiras. Por outro lado, os produtos financeiros destinados às pessoas físicas, tais como crédito, seguro e a previdência aberta, já estavam em franca expansão. Cooper (2017) ressalta a importância dos estudos sobre educação econômico-financeira com jovens e adultos, pois estes estão em fase de aquisição de bens e serviços, a partir da ampliação do poder aquisitivo pessoal, libertando-se da dependência de terceiros.

No desenvolvimento deste trabalho, citamos ações governamentais com a finalidade de promover a educação financeira e percebemos o conteúdo presente nos livros didáticos para o ensino médio, segundo Balestri (2016), além das ações para implementação da BNCC, conforme Ministério da Educação (2018).

A captação de clientes, para consumir produtos financeiros das corretoras de investimentos, também foi decisiva para o crescimento da educação financeira. Como Kiyosaki (2018) afirmou, é necessário conhecermos e termos clareza quanto ao funcionamento de um investimento para realizarmos. Assim, para a migração dos valores mantidos na poupança para outras modalidades de investimentos, fez-se necessário levar conhecimento para a população.

Através das redes sociais, em especial o YouTube, enquanto a taxa básica de juros estava alta, muito se falou sobre o Tesouro Direto. Conforme Tesouro Direto (2020), trata-se de um programa do Tesouro Nacional para a venda online de títulos públicos federais para pessoas físicas. Lançado em 2002 com o objetivo de democratizar o acesso aos títulos públicos, permitindo aplicações a partir de R$ 30,00, conforme informado pelo site do Tesouro Direto, pois "o sistema possui uma trava para valores abaixo de R$30,00 (trinta reais), o que significa que se o preço do título for menor que essa quantia, não será possível realizar a aplicação". Também foi uma forma de promover a migração de valores da poupança para esta modalidade de investimento de renda fixa.

Compreendendo o funcionamento dos empréstimos, financiamentos e investimentos ao longo do tempo, com a visualização clara através dos gráficos, percebemos o quanto é vantajoso planejar a compra de algum bem através da realização de investimentos. Além da questão do consumo consciente, basicamente, ao invés de pagar juros consideráveis às instituições financeiras, passamos a receber juros ou outra forma de rentabilizar conforme o tipo do investimento ou empreendimento. Boas decisões, ao longo de uma vida toda, representará uma diferença significativa quando vivenciamos momentos difíceis ou quando chegar o momento de se aposentar.

Destacamos a proficiência financeira com a devida importância de se conservar o dinheiro, abordada por Kiyosaki (2018). Pois já não basta gastar menos do que se ganha, é necessário conservar e até multiplicar as economias. Um caminho é a aquisição de ativos para gerar renda.

Conforme Muniz (2010), também observamos a preocupação mais recente na BNCC, segundo Ministério da Educação (2018), não se trata apenas de ensinar Matemática Financeira, é necessário uma amplitude envolvendo a matemática para a compreensão de situações financeiras, entender o comportamento do dinheiro no tempo, organizar as finanças pessoais mediante planejamento, uso consciente do crédito, enfim, estamos nos referindo à situações reais que serão vivenciadas na vida adulta.

Para Cooper (2017), é necessário o desenvolvimento de prática de educação econômico-financeira integrando razão e emoção, afetividade e cognição, conhecimento e ação. O acesso à informação não é suficiente, uma vez que a construção de noções econômicas demanda o desenvolvimento de estruturas cognitivas e a ação prática e mental dos indivíduos em relação ao conhecimento específico. Kistemann Júnior (2011) também constatou que saber matemática (financeira) não garante que o indivíduo-consumidor tome suas decisões de consumo melhor do que um leigo em matemática (financeira).

Muniz (2010) afirma que a população brasileira tem lidado com o dinheiro de maneira desastrosa, em que a falta de informação matemática, inclusive sem foco na tomada de decisões, tem sido um dos principais motivos dessa realidade. Por mais que as mudanças já estejam em curso, não cabe, exclusivamente, à escola a formação do cidadão. É uma questão de mentalidade, de colocar em prática a parte racional e os conceitos matemáticos, buscando subsidiar a tomada de decisão com o objetivo de alcançar o equilíbrio entre razão e emoção. São pequenas reflexões e mudanças comportamentais, inclusive relacionadas à maneira com que lidamos com o dinheiro e consumimos. Caso contrário, o endividamento, consumismo, péssimas práticas com o dinheiro, entre outros problemas, poderão afetar as demais áreas da vida.

Neste estudo nos concentramos em verificar o comportamento do dinheiro ao longo do tempo e os conceitos matemáticos envolvidos, propondo a reflexão sobre qual caminho escolher: o dos financiamentos e empréstimos ou o dos investimentos. Em outras palavras, escolher os passivos ou ativos. Apontamos algumas opções mais comuns de crédito e, para dar sequencia a este trabalho, sugerimos o aprofundamento nas modalidades e tipos de investimentos. Pois, com a redução da taxa básica de juros nos últimos anos, a renda fixa, com rentabilidade vinculada a essa taxa, deixou de ser tão atrativa. Mais uma vez, os investidores da renda fixa precisaram conhecer novas modalidades de investimentos. Assim, o destaque passou para a renda variável com a bolsa de valores e o empreendedorismo, assunto suficiente para novos estudos.

Referências Bibliográficas

Anbima (2020). Raio X do Investidor Brasileiro - Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. URL: https://www.anbima.com.br/pt_br/especial/raio-x-do-investidor-2020.htm Acesso em: 07/09/2020.

Balestri, R. (2016). *Matemática: interação e tecnologia*. Leya, São Paulo.

Banco Central do Brasil (2013). Caderno de educação financeira – gestão de finanças pessoais. URL: https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/caderno_cidadania_financeira.pdf Acesso em: 10/11/2020.

Banco Central do Brasil (2016). Juros e spread bancário – série perguntas mais frequentes. URL: https://www.bcb.gov.br/content/cidadaniafinanceira/Documents/publicacoes/serie_pmf/FAQ%2001-Juros%20e%20Spread%20Banc%C3%A1rio.pdf Acesso em: 10/11/2020.

Banco do Brasil (2020). Consórcios. URL: https://www.bb.com.br/pbb/pagina-inicial/voce/produtos-e-servicos/consorcios#/ Acesso em: 23/11/2020.

Baroni, A. K. C. e Maltempi, M. V. (2019). Os espaços da educação financeira na formação de professor de Matemática em uma instituição federal de São Paulo. *Revemop*, 1(2):248–265. URL: https://doi.org/10.33532/revemop.v1n2a5 Acesso em: 16/02/2021.

Brasil (2010). Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010. URL: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm Acesso em: 10/11/2020.

Brasil (2020a). Decreto nº 10.504, de 02 de outubro de 2020. URL: https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/decreto-n-10.504-de-2-de-outubro-de-2020-280889046 Acesso em: 25/11/2020.

Brasil (2020b). Decreto nº 10.393, de 9 de junho de 2020. URL: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2019-20222020DecretoD10393.htm Acesso em: 10/11/2020.

Bueno, C. O. C. (2020). *+Ação na escola e na comunidade: projetos integradores. Área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. Volume único, ensino médio.* FTD, São Paulo.

Caixa (2020a). Cartilha do crédito imobiliário_v3. URL: https://www.caixa.gov.br/Downloads/habitacao-documentos-gerais/Cartilha_Credito_Imobiliario.pdf Acesso em: 17/11/2020.

Caixa (2020b). O que devo saber para contratar o meu financiamento imobiliário? URL: https://www.caixa.gov.br/Downloads/habitacao-documentos-gerais/Como_contratar_meu_financiamento.pdf Acesso em: 17/11/2020.

Cooper, I. S. (2017). *Conhecimento e ação no desenvolvimento cognitivo do adulto: o caso da educação econômico-financeira.* Tese de Doutorado, PPGE–UFPR, Curitiba/PR.

Cunha, C. L. e Laudares, J. B. (2017). Resolução de problemas na matemática financeira para tratamento de questões da educação financeira no ensino médio. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(58):659–678. URL: https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a07 Acesso em: 16/02/2021.

GeoGebra (2020). Software GeoGebra. URL: https://www.geogebra.org/ Acesso em: 09/06/2020.

Iezzi, G., Hazzan, S., e Degenszajn, D. M. (2004). *Fundamentos de matemática elementar, volume 11, 1ª edição.* Atual, São Paulo.

Kistemann Júnior, M. A. (2011). *Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de Indivíduos-consumidores.* Tese de Doutorado, IGCE–Unesp, Rio Claro/SP.

Kiyosaki, R. T. (2018). *Pai Rico, Pai Pobre-Edição de 20 anos atualizada e ampliada: O que os ricos ensinam a seus filhos sobre dinheiro.* Alta Books Editora, Rio de Janeiro.

Lima, E. L. (2014). Números e funções reais. In *Coleção Profmat*, página 297p. SBM, 1st edição.

Lima, E. L., Carvalho, P. C. P., Wagner, E., e Morgado, A. C. (2012). Temas e problemas elementares. In *Coleção Profmat*, página 330p. SBM, 3rd edição.

Mathias, W. F. e Gomes, J. M. (1993). *Matemática financeira*. Atlas, São Paulo.

Mato Grosso (2020a). Decreto nº 602, de 18 de agosto de 2020, doe nº 27.818. URL: https://www.iomat.mt.gov.br/ Acesso em: 25/08/2020.

Mato Grosso (2020b). Lei Complementar nº 654, de 19 de fevereiro de 2020, doe nº 27.696. URL: https://www.iomat.mt.gov.br/ Acesso em: 14/09/2020.

Ministério da Educação (2018). Base Nacional Comum Curricular - BNCC. URL: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 04/08/2020.

Ministério da Educação e Secretaria de Educação Básica (2020). A BNCC do Ensino Médio: Matemática e suas tecnologias. URL: https://avamec.mec.gov.br/#/instituicao/seb/curso/2767/visualizar Acesso em: 09/06/2020.

Molinari, N. A. (2018). A Influência da Matemática Financeira no cotidiano do aluno. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE 2016*, 1. URL: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_nelciaparecidamolinari.pdf Acesso em: 21/01/2020.

Morgado, A. C. e Carvalho, P. C. P. (2015). Matemática discreta. In *Coleção Profmat*, página 294p. SBM, 2nd edição.

Muniz, I. J. (2010). Educação financeira: conceitos e contextos para o ensino médio. In *X Encontro Nacional de Educação Matemática, Jul 7-9*, Brasília. SBEM.

Nigro, T. (2019). R$ 1 milhão agora ou R$ 10 mil por mês até o fim da vida? URL: https://youtu.be/LpIWFcq1cio Acesso em: 18/11/2019.

OCDE (2012). Relatório Nacional PISA 2012: resultados brasileiros. URL: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf Acesso em: 23/10/2020.

Queiroz, M. R. P. P. P. e Barbosa, J. C. (2016). Características da Matemática Financeira expressa em livros didáticos: conexões entre a sala de aula e outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56):1280–1299. URL: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a23 Acesso em: 16/02/2021.

Saito, A. T. (2007). Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil. Dissertação de Mestrado, FEA–USP, São Paulo/SP.

Seplag (2020a). Governo aumenta margem e número de parcelas para empréstimos consignados - secretaria de estado de planejamento e gestão. URL: www.seplag.mt.gov.br/index.php?pg=ver&id=6098&c=38 Acesso em: 27/08/2020.

Seplag (2020b). Seplag promove palestra online sobre educação financeira - secretaria de estado de planejamento e gestão. URL: www.seplag.mt.gov.br/index.php?pg=ver&id=6086&c=38 Acesso em: 27/08/2020.

Serasa (2020). CET: O Que é Custo Efetivo Total e Para Que Serve? URL: https-://www.serasa.com.br/ensina/seu-credito/cet-o-que-e/ Acesso em: 25/11/2020.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Papirus editora, Campinas/SP.

Skovsmose, O. (2015). *Um convite à educação matemática crítica*. Papirus editora, Campinas/SP.

Tesouro Direto (2020). Tudo o que você precisa saber sobre o tesouro. URL: https://www.tesourodireto.com.br/conheca/conheca-o-tesouro-direto.htm Acesso em: 21/12/2020.

Apêndice: Material adicional

.

A.1 Sugestão de atividade

Esta atividade busca contextualizar a problematização desenvolvida neste trabalho, envolvendo o conteúdo e abordagem realizada em outra situação, com a finalidade de proporcionar o desenvolvimento em sala de aula com jovens, adolescentes que sonham em adquirir um smartphone de última geração.

Inicialmente a atividade pode parecer que se trata apenas da escolha entre pagamento à vista ou parcelado, no entanto, aprofundando as reflexões de forma crítica, será possível tratar, além da matemática, questões relacionadas ao consumo consciente e endividamento por exemplo. O objetivo principal é levar os estudantes a perceberem as possibilidades e reflexos das decisões atuais ao longo da vida.

Consideremos duas categorias de smartphones, chamaremos de categoria A e categoria B. A primeira com aparelhos de desempenho mediano e a segunda com aparelhos com desempenho alto, mas ainda assim não são considerados os última geração. Estipularemos os valores de no máximo, R$ 1.200,00 para a categoria A e R$ 3.600,00 para a categoria B. Consideremos ainda que a vida útil dos aparelhos seja de, no máximo, 2 anos.

A atividade consistirá em buscar smartphones, seja em lojas físicas ou lojas online que também possuem lojas físicas, com o melhor custo benefício, respeitando-se a limitação do orçamento. Em seguida, propomos analisar o resultado de um padrão de consumo que se repetirá por 30 anos, consumindo os aparelhos correspondentes à categoria A e B.

Na primeira parte da atividade, será possível refletir a respeito da necessidade de determinadas configurações, promovendo o questionamento se a decisão está pautada no atendimento das necessidades ou atendimento dos desejos. Lembrando ainda que em virtude da velocidade dos avanços tecnológicos, em intervalos de tempo relativamente curtos, um eletrônico deixa de pertencer à categoria B, passando para a A. A conclusão desta primeira parte poderá ser realizada com os jovens apresentando os argumentos que justifiquem suas escolhas.

Na segunda parte da atividade, será possível analisar e identificar os valores envolvidos para a manutenção do perfil de consumo A e B. Inicialmente, consideremos as formas de pagamento que são inúmeras, tais como: pagamento à vista (normalmente é possível conseguir melhores preços nesta modalidade), parcelado via cartão de crédito (sem juros, por outro lado, muitas vezes sem descontos), parcelado via cartão de crédito com a incidência de juros, parcelado via crediário próprio, pagamento à vista mediante a realização de empréstimo, etc. Cada situação poderá ser simulada e comparada com as demais, no entanto definiremos alguns critérios para realizarmos uma análise a partir de situações extremas que não são tão incomuns de serem utilizadas.

Considerando a realização da troca a cada 2 anos e que a aquisição do aparelho da categoria A será mediante ao investimento de parcelas mensais, rentabilidade de 0,5% ao mês, durante 24 meses com o objetivo de alcançar o valor de R$ 1.200,00. O valor das parcelas poderão ser calculadas da seguinte forma:

$$F = P\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Substituindo as variáveis $F = 1200$, $i = 0,005$ e $n = 24$, obtemos $P = 47,1847$, aproximadamente R$47,19 por mês.

O procedimento será o mesmo ao longo dos 30 anos, desconsiderando as variações de ordem econômica, pois estas refletiriam tanto no valor do bem quanto na renda, somando todas as parcelas obtemos o valor de R$ 16.988,40. O valor gasto com os aparelhos totalizam R$ 18.000,00. Percebemos que a diferença de R$ 1.011,60 ocorre em razão dos juros recebidos nos investimentos. Pode parecer pouco para 30 anos, mas este valor reflete apenas uma pequena parte dos valores destinado ao consumo. Por outro lado, considerando um parcelamento via cartão de crédito com juros e IOF de 1,29% ao mês, o valor das parcelas mensais serão de R$ 57,89, o valor total pago será de R$ 20.839,00. Neste caso a diferença será de R$ 3.850,60.

No outro extremo, consideraremos a aquisição do aparelho da categoria B sem planejamento, seria uma situação em que a compra seria realizada imediatamente. Identificamos um aparelho ofertado por R$ 3.762,36 em 24 parcelas de R$ 181,49, com a taxa de 0,99% ao mês, totalizando R$ 4.355,76. Ao verificar a taxa utilizando a equação $A = P\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$, observamos que a taxa efetiva é maior do que 0,99%, a justificativa está na incidência do IOF. Assim, podemos utilizar o Excel (ou outro software similar) para realizarmos o cálculo da taxa. No Excel, utilizando a função =TAXA(nper, pgto, vp, [vf], [tipo], [estimativa]) em que:

- **Nper**: obrigatório. O número total de períodos de pagamento em uma anuidade;
- **Pgto**: obrigatório. O pagamento feito em cada período e não pode mudar durante a vigência da anuidade. Geralmente, pgto inclui o principal e os juros e nenhuma outra taxa ou tributo. Se pgto for omitido, você deverá incluir o argumento vf;
- **Vp**: obrigatório. O valor presente - o valor total correspondente ao valor atual de uma série de pagamentos futuros;
- **Vf**: opcional. O valor futuro, ou o saldo, que você deseja obter depois do último pagamento. Se vf for omitido, será considerado 0 (o valor futuro de um empréstimo, por exemplo, é 0);
- **Tipo**: opcional. O número 0 ou 1 e indica as datas de vencimento. 0 ou omitido no final do período; 1 no início do período.

Obtemos uma taxa aproximada de 1,2064%.

Utilizando esta taxa de $1,2064\%$ na equação $A = P\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$, com $A = 3500$ e $n = 24$, obtemos $P = 168,8345$, aproximadamente R$ 168,84 que corresponderá à parcela paga pelo smartphone de R$ 3.500,00.

Como no caso anterior, somando todas as parcelas obtemos o valor de R$ 60.782,40, dos quais R$ 52.500,00 correspondem aos gastos com os aparelhos. Percebemos que a diferença de R$ 8.282,40 ocorre em razão dos juros pagos nas operações financeiras. Sugerimos ainda, calcular o valor total caso a parcela de R$ 168,84 fosse investida mensalmente, descontando o valor do aparelho a cada 24 meses, mantendo o restante do valor investido, repetindo o processo até completar os 30 anos.

Para finalizar, caso o consumidor que realize o consumo do smartphone da categoria B nas condições apresentadas, alterasse o padrão de consumo para a primeira situação calculada. Considerando a parcela de R$ 168,84, utilizando R$ 47,19 para realizar a aquisição como na primeira situação, restaria R$ 121,65 para realizar o investimento mensal. Considerando uma rentabilidade de 0,5% ao mês, após os 30 anos, obtemos valor de R$ 122.199,25.

Podemos ajustar as variáveis da equação no geogebra e analisar o gráfico[2].

Cada estudante, enquanto consumidor, poderá simular e analisar outras situações e decidir qual padrão de consumo seguirá. Claro que existem outras variáveis que podem ser consideradas, criando-se modelos mais ou menos complexos para a tomada de decisão. Certamente, fatores relacionados à renda e à satisfação pessoal poderão sobreporem os cálculos. A ideia principal é promover a reflexão em relação às escolhas que realizamos.

[2]Disponível no endereço eletrônico https://www.geogebra.org/u/gulyung.