



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**MATEMÁTICA NA TELA: O DESENHO ARTÍSTICO COMO ATIVIDADE  
MEDIADORA DO ENSINO DA MATEMÁTICA NA EJA**

**ADALGISA MARIA DE OLIVEIRA**

**FLORIANO – PI  
2021**

**ADALGISA MARIA DE OLIVEIRA**

**MATEMÁTICA NA TELA: O DESENHO ARTÍSTICO COMO ATIVIDADE  
MEDIADORA DO ENSINO DA MATEMÁTICA NA EJA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa

Co-orientador: Prof. Msc. Odimógenes Soares Lopes

FLORIANO – PI  
2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Oliveira, Adalgisa Maria de

O48m Matemática na tela : o desenho artístico como atividade mediadora do ensino da matemática na EJA / Adalgisa Maria de Oliveira. - 2021.  
107 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal do Piauí, Campus Floriano, 2021.

Orientador : Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa.

Coorientador : Prof. Me. Odimógenes Soares Lopes.

1. Ensino de Matemática. 2. Desenho Artístico. 3. Teoria da Atividade. 4. Interdisciplinaridade. 5. Educação de Jovens e Adultos (EJA). I. Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**

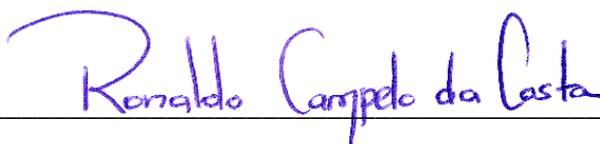
**ADALGISA MARIA DE OLIVEIRA**

**“MATEMÁTICA NA TELA: O DESENHO ARTÍSTICO COMO ATIVIDADE  
MEDIADORA DO ENSINO DA MATEMÁTICA NA EJA”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 14/05/2021.

BANCA EXAMINADORA

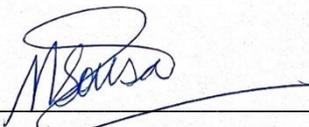


---

**Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

**Orientador**



---

**Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Maria Cezar de Sousa**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

**Avaliador Interno**



---

**Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Carolina Tamoyo Osorio**

Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

**Avaliadora Externa**

FLORIANO – PI

2021

## AGRADECIMENTOS

A Deus, minha força e proteção, que me manteve viva e segurou em minha mão em todos os degraus dessa caminhada.

A minha família: meu esposo Baltazar Rodrigues por estar sempre ao meu lado e por cuidar de mim, mesmo quando precisei me distanciar. Ao meu amado filho Daniel, por todo o carinho, amor e compreensão. Ao meu pai Otacílio por todos os valores que me ensinou e a minha mãe querida Maria Isabel que sempre esteve comigo, por sua força e amor incondicional. A minha sogra e segunda mãe Josefa e às minhas cunhadas irmãs Cacilda e Damiana por cuidarem do meu filho e do meu lar enquanto estive ausente. A minha irmã Santana e ao meu cunhado Alécio pelas inúmeras viagens que fez para buscar-me. E aos demais familiares pelo apoio e incentivo nos meus projetos.

Aos amigos do Profmat, pelos momentos de alegria, companheirismo e experiências compartilhadas durante esses dois anos de estudos. Ao grupo 4: Anísio, Abraão, Arimatea e Joselio. Ao Daniel e Adriana pelas muitas horas de estudos online e discussões. E aos demais, tenho muito a agradecer e carrego profunda admiração e carinho por todos vocês.

Aos professores do Profmat IFPI, pelas valiosas contribuições que deram à minha formação docente, em especial Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa, que me orientou nesse trabalho de pesquisa.

Ao IFPI Campus Floriano, na pessoa do Prof. Mrs. Odimógenes Soares Lopes, pela oportunidade de poder cursar um mestrado com excelência de qualidade e pelo acolhimento sempre caloroso.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo apoio financeiro e incentivo à pós-graduação.

A toda equipe do CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho, em especial, à supervisora de ensino Daislan Dantas, ao diretor Romuel Lima e à coordenadora Antônia Pimentel, pela disponibilidade em todas as vezes que precisei e pelas contribuições no desenvolvimento dessa pesquisa.

Aos estudantes participantes da pesquisa, pela dedicação e pelo brilhante trabalho que desenvolveram, mesmo em meio a inúmeras dificuldades.

Aos amigos professores: Aroldo José, Francisca Leal, Gledyany Santana, Jáira Alves e Valdemir Brito, pela ajuda na revisão textual desse trabalho.

Todos vocês fazem parte dessa conquista, gratidão imensa!

“A alegria não chega apenas no encontro do achado, mas faz parte do processo de busca. E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria.”

(Paulo Freire)

## RESUMO

OLIVEIRA, Adalgisa Maria de. **Matemática na tela: o desenho artístico como atividade mediadora do ensino da Matemática na EJA**. 2021. p.107. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus Floriano*, Floriano, 2021.

Considerando que a matemática está presente em todos os campos da nossa vida e que o processo de adquirir conhecimentos é mais significativo quando está aliado à nossa prática cotidiana, o presente estudo objetivou investigar em que aspectos o ensino da matemática, mediado pelo dinamismo do desenho artístico, pode agregar conhecimento e motivação aos alunos a respeito da matemática. Alguns dos passos seguidos para alcançar esse objetivo foram reconhecer as principais dificuldades, percepções e anseios dos estudantes, analisar as contribuições do método interdisciplinar entre matemática e desenho através de atividades práticas e verificar qualitativamente as habilidades adquiridas. Para isso, desenvolveu-se uma pesquisa-ação, de natureza aplicada e abordagem qualitativa com os estudantes da VI Etapa da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho no município de Pimenteiras, Piauí, tendo como método de produção de dados a pesquisa bibliográfica, questionários qualitativos, atividades práticas e depoimentos dos estudantes. De acordo com a análise dos dados obtidos na pesquisa foi possível verificar que ensinar matemática tendo como mediador o desenho artístico contribui em diversos aspectos para a formação integral do aluno. Dentre os benefícios observados durante os encontros, podemos citar uma maior concentração e motivação pelas aulas, aprendizagem de conceitos e fórmulas de maneira mais simples, compreensão do motivo e utilidade do conteúdo estudado, maior nível de envolvimento e participação do grupo, desenvolvimento da criatividade e superação das dificuldades iniciais apresentadas. Quanto às limitações vivenciadas, destacam-se as dificuldades em reunir a turma presencialmente devido à pandemia mundial do coronavírus e quanto às atividades, o manuseio de materiais de construção geométrica como transferidor e esquadros. Por fim, através da realização desta pesquisa e da revisão de literatura pôde-se concluir que a atividade interdisciplinar entre matemática e desenho artístico auxilia no processo educacional, tornando o processo ensino-aprendizagem mais dinâmico, motivador e construtivista.

**Palavras-Chave:** Matemática. Desenho Artístico. Teoria da Atividade. Interdisciplinaridade.

## ABSTRACT

OLIVEIRA, Adalgisa Maria de. **Mathematics on the screen: artistic drawing as a mediating activity in the teaching of Mathematics at EJA.** 2021. p.107. Dissertation (Master's) – Federal Institute of Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2021.

Considering that mathematics is present in all aspects of our life and that the process of acquiring knowledge is more expressive when it is combined with our daily practice, the present study aimed to investigate to what extent the teaching of mathematics, mediated by the dynamism of artistic design, can add knowledge and motivation to students about mathematics. Some of the steps taken to achieve this purpose were to acknowledge the main difficulties, perceptions and desires of the students, to analyze the contributions of the interdisciplinary method between mathematics and drawing through practical activities and to verify qualitatively the acquired skills. In order to achieve this, an action research, of an applied nature and a qualitative approach, was developed with the students of the 6th Stage of Youth and Adult Education at CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho in the municipality of Pimenteiras, Piauí, using as a method to yield data bibliographic research, questionnaires, practical activities and testimonials from students. According to the analysis of the data obtained in the research, it was possible to demonstrate that teaching mathematics with artistic design as a mediator contributes in several aspects to the integral formation of the student. Among the benefits observed during the meetings, we can mention a greater concentration and motivation by classes, learning concepts and formulas in a simpler way, understanding the reason and usefulness of the content studied, higher level of involvement and participation of the group, development of creativity and overcoming the initial difficulties presented. As for the limitations experienced, we highlight the difficulty in bringing the class together in person due to the worldwide pandemic of the coronavirus and regarding the activities, the handling of geometric construction materials such as protractor and squares. Finally, through this research and literature review, we conclude that the interdisciplinary activity between mathematics and artistic design notably helps in the educational process, making the teaching-learning process more dynamic, motivating and constructivist.

**Keywords:** Math. Artistic Design. Activity Theory. Interdisciplinarity.

## ÍNDICE ABREVIATURAS E SIGLAS

**A.C** – Antes de Cristo

**ABNT** – Associação Brasileira de Normas Técnicas

**BNCC** – Base Nacional Comum Curricular

**CEEP** – Centro Estadual de Educação Profissional

**EJA** – Educação de Jovens e Adultos

**LDB** – Lei das Diretrizes e Bases

**LH** – Linha do Horizonte

**NBR** – Norma Técnica Brasileira

**PF** - Ponto de Fuga

**PROEJA** – Programa Nacional de integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos.

**PV** – Ponto de Vista

**TA** – Teoria da Atividade

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura da Atividade.....	20
Figura 2 - Perspectivas no Desenho .....	25
Figura 3 - Perspectivas Cônicas.....	26
Figura 4 - Elementos da Perspectiva com um ponto de fuga .....	27
Figura 5 - Desenho com um ponto de fuga .....	27
Figura 6 - Escola de Atenas, Raphael.....	28
Figura 7 - Perspectiva com dois pontos de fuga.....	29
Figura 8 - Perspectiva com três pontos de fuga.....	29
Figura 9 - Perspectivas Paralelas .....	30
Figura 10 - Projeções Cilíndricas e Paralelas .....	30
Figura 11 - Projeção Isométrica .....	31
Figura 12 - Perspectiva Isométrica Simplificada.....	32
Figura 13 - Perspectiva Cavaleira.....	32
Figura 14 - Coeficientes de Redução.....	33
Figura 15 - Escala Reduzida, Normal e Ampliada .....	34
Figura 16 – Método do Quadriculado.....	37
Figura 17 - Representação geométrica da Razão Áurea.....	38
Figura 18 - Templo de Pathernon.....	41
Figura 19 - Prédio da ONU em Nova York.....	41
Figura 20 - Retângulo Áureo e Sequência de Fibonacci .....	42
Figura 21 – Mona Lisa e Auto - Retrato de Da Vince.....	43
Figura 22 - Espiral Áurea na Natureza .....	43
Figura 23 - Razão Áurea na fotografia .....	44
Figura 24 - Logotipo Twitter e Pepsi com proporção Áurea.....	44

Figura 25 - Estrutura das Atividades de desenho. ....	49
Figura 26 - Fotografia do 1º Encontro.....	59
Figura 27 - Atividade 1 - Perspectiva com um ponto de fuga.....	60
Figura 28 – Realização da atividade 1 .....	61
Figura 29 - Produção dos estudantes - atividade 1 .....	61
Figura 30 - Respostas da Atividade 2.....	62
Figura 31 - Realização da Atividade 3 .....	63
Figura 32 - Desenho em perspectiva com um ou dois pontos de fuga .....	64
Figura 33 - Realização das atividades do 2º Encontro .....	65
Figura 34 - Atividade 1 – Segundo Encontro.....	66
Figura 35 - Atividades do 2º Encontro .....	66
Figura 36 - Atividade 1 - Terceiro Encontro .....	68
Figura 37- Atividade 2 - Terceiro Encontro .....	70
Figura 38 - Ampliação de Desenhos.....	71
Figura 39 - Desenhos ampliados na escala 2:1 .....	71
Figura 40 - Respostas das atividades do 4º Encontro.....	73
Figura 41 - Fotos da oficina de pintura e desenho.....	74
Figura 42 - Produção da Aluna Tarsila.....	75
Figura 43 - Produção da Aluna Anita.....	75
Figura 44 - Produção do Aluno Candido.....	76
Figura 45 - Produção da Aluna Rosina.....	76
Figura 46 - Produção da Aluna Abigail.....	77
Figura 47 - Produção do Aluno Romero .....	77
Figura 48 - Respostas Questão 6 .....	80
Figura 49 - Respostas Questão 7 .....	81

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Construção do Retângulo de Ouro.....	39
Quadro 2 – Estrutura do 1º Encontro.....	50
Quadro 3 – Estrutura do 2º Encontro.....	51
Quadro 4 - Estrutura do 3º Encontro .....	52
Quadro 5 - Estrutura do 4º Encontro .....	53
Quadro 6 - Estrutura do 5º Encontro .....	54
Quadro 7 - Respostas da pergunta nº 4.....	57
Quadro 8 - Questionamentos sobre Atividade 1 - Terceiro Encontro .....	69

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Escalas .....	35
Tabela 2 - Escala Gráfica.....	36
Tabela 3 - Codinomes dos participantes da pesquisa .....	56
Tabela 4 – Resultados Gerais da Pesquisa .....	82

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Resultados da Pesquisa Qualitativa.....	57
Gráfico 2 – Respostas questão 6.....	58
Gráfico 3 - Respostas pergunta nº 7 .....	58
Gráfico 4 - Respostas pergunta nº 11 .....	59
Gráfico 5 - Análise qualitativa do primeiro encontro.....	64
Gráfico 6 – Respostas da questão 1 - Questionário Qualitativo final.....	78
Gráfico 7 - Respostas Questão 2 - Questionário Qualitativo Final .....	79
Gráfico 8 - Respostas da questão 5 - Questionário Qualitativo Final .....	79

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>2. A ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR COMO MEDIADORA NO ENSINO DA MATEMÁTICA .....</b>	<b>17</b>
2.1 - O Papel da interdisciplinaridade na construção da Aprendizagem Matemática.....	17
2.1.1 – A Teoria da Atividade .....	18
2.1.2 - Arte e Matemática, uma proposta interdisciplinar .....	22
2.2 - O Desenho Artístico como atividade no ensino da Matemática.....	23
2.2.1 - Perspectiva no desenho.....	24
2.2.2 - Escalas na ampliação e redução do desenho .....	33
2.2.3 - Razão Áurea .....	38
<b>3. MÉTODOS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA.....</b>	<b>46</b>
3.1 - Caracterização da Pesquisa .....	46
3.2 - Local e participantes da Pesquisa.....	47
3.3 - Técnicas/Instrumentos de produção de dados .....	48
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>55</b>
4.1 - Aplicação e resultado do Questionário Qualitativo 1 .....	56
4.2 - Primeiro encontro presencial: Perspectivas no desenho .....	59
4.3 - Segundo encontro: Perspectivas Isométrica e Cavaleira.....	65
4.4 - Terceiro encontro: Escalas na ampliação e redução do desenho.....	67
4.5 - Quarto e quinto encontros – Razão Áurea .....	72
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>83</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>85</b>
<b>APÊNDICES</b>	
<b>ANEXOS</b>	

## 1 INTRODUÇÃO

A Matemática está presente em todos os setores da nossa vida. Por onde passamos podemos observar as formas, os padrões e como tudo o que criamos ou desenvolvemos de alguma forma está relacionado aos números e estruturas lógicas. O conhecimento matemático também está aliado à produção artística, à contemplação da beleza, ao uso da dedução e do pensamento racional que influencia diretamente na forma de compreender e interagir com o mundo. De acordo com Velho et. all. (2011), a Matemática, assim como as outras ciências, surgiu da necessidade de facilitar a vivência no mundo e devido à sua relevância prática tornou-se uma ferramenta indispensável na luta pela sobrevivência.

Desse modo, o ensino da Matemática na educação básica não pode ser feito de forma separada da realidade e das outras ciências. Trabalhar com a interdisciplinaridade, possibilita ao estudante relacionar os diversos conhecimentos específicos de cada área do saber e assim formar uma visão global, encontrando sentido e aplicabilidade dos conteúdos em sua vida social e cultural. Para Moraes (2012), o ser humano como sujeito multidimensional, necessita olhar o mundo como um todo indiviso, onde o processo de construção do conhecimento não é limitado nem fragmentado e onde todas as partes se complementam dando sentido à interpretação da realidade.

Entretanto, percebemos que mesmo diante das grandes mudanças enfrentadas pela sociedade e com as constantes lutas de estudiosos da educação por um ensino interdisciplinar, o sistema educacional ainda encontra resistência em adequar o currículo a métodos mais inovadores e que contemplem as necessidades dos estudantes. Assim, a desmotivação e as dificuldades de aprendizagem ainda são desafios constantes para o educador contemporâneo.

O ensino desvinculado das atividades práticas vivenciadas dentro e fora do ambiente escolar, conforme mostra a Teoria da Atividade de Leontiev (1978), pode ser um dos potencializadores do insucesso na aprendizagem na educação básica. Em relação ao ensino da Matemática, ainda é possível se observar uma certa insatisfação por parte de alguns estudantes, que muitas vezes, a caracterizam como disciplina chata e difícil, onde se faz necessário memorizar fórmulas e conceitos. Segundo Santos (2018), a não percepção da necessidade ou utilidade de determinado conteúdo e a não interação do conteúdo com o espaço exterior e interior dos estudantes, desfavorece a aprendizagem, pois não estimula a vontade de aprender.

Essas dificuldades são ainda mais perceptíveis quando existem outros fatores que as intensificam, é o que ocorre na educação de Jovens e Adultos, onde há distorção série-idade,

evasão escolar, os estudantes precisam conciliar o trabalho com os estudos e entre outros aspectos sociais e econômicos que interferem na aprendizagem.

Neste sentido, esta pesquisa procura fazer uma relação interdisciplinar da Matemática com o desenho artístico na EJA, com o foco em dar significado aos conteúdos, fazendo do aluno um ser atuante que transforma seus conhecimentos em ações e estas ações são capazes de modificar seu espaço social. Segundo Fonseca (2004), a integração da Arte nas aulas de Matemática torna-se uma força vital, podendo adquirir relevância para a construção do pensamento e um meio através do qual os estudantes consigam expressar seus sentimentos e criar as ações necessárias para buscar seu próprio conhecimento.

A ideia central da pesquisa é baseada na Teoria da Atividade de Leontiev (1978) e Davydov (1999), que trata a atividade como um meio através do qual o sujeito consegue desenvolver ações direcionadas a um motivo que é baseado em fatores internos e externos a ele. Dessa forma, em cada etapa dessa pesquisa, foram pensadas e estruturadas atividades de desenho artístico em que o estudante necessite dos conhecimentos matemáticos para desenvolver determinada ação criativa e foram articulados meios de investigar a seguinte pergunta: em quais aspectos o ensino da matemática mediado pela atividade do desenho artístico pode contribuir para a aprendizagem matemática e motivação dos estudantes?

Assim, na tentativa de se encontrar respostas a esta questão problema, se definiu o objetivo geral desta pesquisa que é “investigar em que medida o ensino da matemática, mediado pelo dinamismo do desenho artístico, pode agregar conhecimento e motivação aos alunos a respeito da matemática.” Com o intuito de alcançar este objetivo, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

- Reconhecer as principais dificuldades, percepções e anseios dos estudantes em relação à disciplina de matemática;
- Analisar através de atividades interdisciplinares entre matemática e arte (criação do desenho artístico), o desenvolvimento da aprendizagem de conteúdos matemáticos, da lógica, criatividade, concentração e motivação;
- Verificar qualitativamente as habilidades adquiridas pelos estudantes por meio da metodologia aplicada.

Para uma melhor compreensão do leitor, este trabalho foi estruturado em 5 capítulos, cada um contendo uma parte específica do trabalho, onde são tratados assuntos pontuais de acordo com o processo em que foi se desenvolvendo a pesquisa:

O capítulo 1, traz a introdução do trabalho apresentando uma breve justificativa, a problemática e os objetivos do trabalho.

O capítulo 2, apresenta os fundamentos teóricos da pesquisa, está subdivido em dois subtópicos. O subtópico 2.1 aborda “O papel da interdisciplinaridade na construção da aprendizagem matemática”, onde buscou-se relacionar diferentes pontos de vista de vários autores sobre este tema, foram apresentados os principais pressupostos teóricos sobre a Teoria da Atividade e a relação entre a Matemática e a Arte como proposta de interdisciplinaridade no ensino. Já o subtópico 2.2, “o desenho artístico como mecanismo de ensino da matemática”, é destinado a conceituar e explorar de acordo com a literatura algumas aplicações da matemática no desenho, para isso se busca relacionar a história da arte e o conhecimento matemático envolvido nos processos de construção do desenho. São tratados neste capítulo a perspectiva matemática, escalas numéricas na reprodução do desenho e razão áurea.

O capítulo 3, é destinado a descrição da metodologia, onde é feita a caracterização da pesquisa, são descritas as etapas de realização da investigação, os participantes, materiais e métodos utilizados. É nesta seção que são especificadas as atividades que foram desenvolvidas, bem como é feita a descrição dos passos utilizados na execução de cada tarefa.

No capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos em cada fase da pesquisa, as dúvidas que surgiram, os questionamentos e o produto de cada atividade desenvolvida pelos estudantes. Também são mostrados através de gráficos e entrevistas como foi a qualidade da aprendizagem matemática mediada pela atividade do desenho artístico.

Por fim, o capítulo 5 traz as considerações finais, com uma avaliação geral da pesquisa, observando-se o cumprimento dos objetivos estabelecidos e trazendo a resposta para a problemática elencada na investigação. Todas as atividades, fichas de avaliação e questionários utilizados na pesquisa estão dispostos nos apêndices.

## **2. A ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR COMO MEDIADORA NO ENSINO DA MATEMÁTICA**

### **2.1 O papel da Interdisciplinaridade na construção da Aprendizagem Matemática**

A interdisciplinaridade é extremamente importante no processo de ensino da matemática, isso porque o conhecimento matemático se constitui como um alicerce para o desenvolvimento das demais aprendizagens e permeia todo o caminho de construção cidadã do estudante nos aspectos social, intelectual e transformador da realidade. A Lei das Diretrizes e Bases LDB (9394/96), traz como finalidade da educação escolar o desenvolvimento integral do estudante, preparando-o para o trabalho e plena cidadania. Assim, a aprendizagem deve acontecer de uma maneira universal, onde as partes se fundem para formar um conhecimento global e que traz respostas aos problemas da sociedade.

De acordo com Fazenda (2014, p.106),

A Interdisciplinaridade é uma atitude de ousadia e de parceria diante da concepção fragmentada da racionalidade disciplinar ou instrumental-analítica. É atitude de reciprocidade e complementaridade que impulsiona o diálogo, à troca. É atitude de responsabilidade com o que se faz, com o que se revela, com o que se constrói. É atitude de humildade e alteridade em face do(s) outro(s) e com o outro(s), reconhecendo a incompletude e importância do outro para ampliar o conhecimento de nós mesmos, do outro e das coisas que cercam os fenômenos sociais e educacionais [...].

Conforme citado acima, a interdisciplinaridade surgiu como uma tentativa de transformar um sistema educacional totalmente fragmentado em um ensino provido de sentido e aplicação prática. O autor fala sobre ousadia no sentido de que o trabalho com essa metodologia de ensino exige um grande esforço de buscar outros saberes nas diferentes áreas a fim de dar mais significado e utilidade aos conteúdos. Por outro lado, o autor deixa claro que a interdisciplinaridade é atitude de humildade, pois não se pode hierarquizar os conhecimentos, visto que a união das diferentes áreas forma o conhecimento universal responsável por toda transformação e evolução da sociedade ao longo do tempo.

Não se sabe ao certo como ocorreu a divisão entre disciplinas e áreas do saber, de acordo com Capra (2004, p.24), “René Descartes criou o método do pensamento analítico, que consiste em quebrar fenômenos complexos em pedaços a fim de compreender o comportamento do todo a partir de propriedades das suas partes”. Essa separação do conhecimento em pequenas frações defendida por Descartes influenciou a forma como se organizaram os processos de construção e a maneira de transmitir o conhecimento ao longo da história.

O fato é que o exagero na especificação de um conteúdo sem relacioná-lo com a prática e demais saberes, traz uma série de consequências educacionais como dificuldades de aprendizagem, perda de significado e desmotivação por conhecimentos estanques. A falta de conexão entre as áreas do saber leva os estudantes a terem uma aversão por certas disciplinas, resultando em uma formação insignificante que em nada contribui para a transformação da sociedade. (GERHARD, 2012).

No ensino de matemática, esta aversão citada por Gerhard (2012), torna-se bastante frequente, sendo por muitos considerada como uma disciplina com conteúdos complexos, que em sua maioria não serão utilizados em suas práticas cotidianas. Nesse aspecto, a introdução de um ensino interdisciplinar favorece uma compreensão mais significativa dos conteúdos, além de proporcionar um maior entendimento e envolvimento com as outras áreas do saber.

Para Moutinho (2007), a interdisciplinaridade na matemática traz diversas consequências positivas para o professor e para o aluno como: motivação, facilidade em ensinar e aprender os conteúdos, desenvolvimento da lógica dedutiva e argumentativa, formação crítica e intelectual do aluno, motivar as relações interpessoais, possibilidade de criar e relacionar a modelagem matemática à situação estudada.

O trabalho interdisciplinar exige planejamento, disposição e organização para que se tenha objetivos concretos e que possam ser avaliados no final do processo. Toda metodologia implantada deve ter uma intencionalidade bem definida, para isso a Teoria de Leontiev (1978) traz uma proposta que muito enriquece a metodologia interdisciplinar que é a de motivo para aprender. Para ele, é o motivo que influencia a iniciativa do aluno, de modo que este tome ações que gerem sua própria aprendizagem e essa ação é transformada em atividade. Assim, seguindo a lógica dessa teoria, o ensino da matemática direcionado através de atividades específicas relacionadas com outras áreas do conhecimento dão propósito ao conteúdo e despertam no aluno o desejo em aprender, pois há um objetivo concreto, se sabe o porquê e onde se pretende chegar com determinada atividade.

### 2.1.1 A Teoria da Atividade

A Teoria da atividade tem suas raízes na psicologia sócio-histórico-cultural de Vygotsky, Leontiev e Luria, cuja abordagem interdisciplinar das ciências humanas baseia-se na filosofia Marxista, do início do Século XX. (DUARTE, 2002). Esta teoria tem por base o conceito de ação mediada proposto por Vigotsky, onde o sujeito interage com o meio físico no qual está inserido através de atividades ou instrumentos mediadores, visando a completude de

um objetivo pré-estabelecido. Embora Vigotsky e Luria tenha dado grandes contribuições, coube a Alexei Leontiev a tarefa de elaborar a estrutura geral da atividade cujos primeiros esboços foram publicados em 1947, em “Ensaio sobre o desenvolvimento da mente”. Leontiev desmembrou a atividade em atividade derivada de um motivo, ação a partir de um objetivo e operações condicionadas (DANIELS, 2003).

A principal coisa que distingue uma atividade de outra, porém, é a diferença de seus objetos. É exatamente o objeto de uma atividade que lhe dá uma direção determinada. De acordo com a terminologia que propus, o objeto de uma atividade é seu verdadeiro motivo. (LEONTIEV, 1978, p. 62).

A atividade passa a ser estabelecida como um conjunto de aspectos interiores e exteriores que são derivados de um motivo, para isso estrutura-se como uma sequência de elementos que se organizam hierarquicamente de modo a suprir uma necessidade subjetiva do sujeito. Com base nessa teoria, toda ação tem um objetivo e um conjunto de ações pode estar relacionado a um único motivo, dessa forma há as divisões de trabalho e os resultados parciais que culminam na completude de uma dada tarefa.

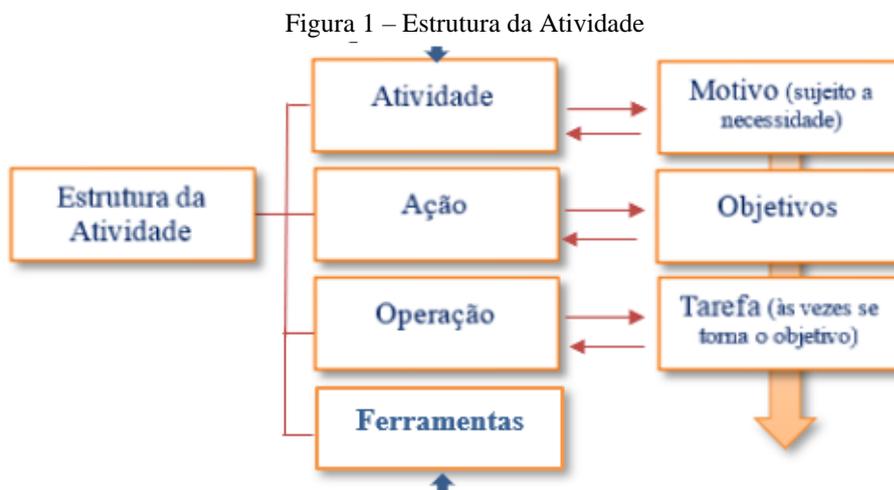
De acordo com Oliveira (2009), Leontiev define as atividades como formas de interação do homem com o mundo, derivadas de motivos, ou seja, toda ação nasce de um desejo de se alcançar algo e para isso são elencados objetivos de modo que o indivíduo aja de maneira planejada, direcionando suas ações de forma consciente à realização de metas, dentro de suas relações com o outro e com o meio em que vive.

Considerando as afirmações acima, podemos observar que uma atividade deve conter em sua estrutura tanto a preocupação com o sujeito quanto com o meio em que está inserido, pois todo conhecimento deriva-se de uma necessidade interior que provém do meio cultural e material culminando em ações individuais que encontram sentido em uma atividade coletiva exterior ao indivíduo.

“Para Leontiev, tanto as atividades externas quanto as internas apresentam a mesma estrutura geral. A atividade interna é constituída a partir da atividade prática sensorial externa, ou seja, a forma primária fundamental da atividade é a forma externa, sensório-prática, não apenas individual, mas fundamentalmente social. A transformação da atividade externa em interna acontece por meio do processo de internalização. A passagem do externo para o interno dá lugar a uma forma específica de reflexo psíquico da realidade: a consciência” (ASBAHR, 2005 p. 5).

Desse ponto de vista, nem toda atividade contempla os requisitos necessários a desenvolver a consciência humana. A atividade deve conter em sua estrutura uma necessidade, objeto, motivo, operações e a sua existência se dá através de ações isoladas que provém do objetivo geral. Para Leontiev (1978), toda atividade deriva de uma necessidade. No entanto, a definição ou orientação de uma atividade só acontece por meio de um objetivo, ou seja, a

necessidade sozinha não pode dar sentido à atividade, ela própria deve encontrar sua determinação em um objeto, que se torna o objetivo da atividade e, portanto, o motivo e estímulo para a sua realização.



Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em Leontiev (1978)

Esse esquema pode também ser lido do final para o começo e mostra a estrutura hierárquica da atividade proposta por Leontiev: a atividade decorre de uma necessidade interna ou externa ao sujeito e é orientada para o objeto, ou seja, apresenta uma proposta que precisará de métodos para sua realização, a ação é direcionada para os objetivos a serem alcançados e as operações consistem nos comportamentos e aprendizagens adquiridas para realização de cada tarefa.

Nos dias atuais a Teoria da Atividade (TA) possui um caráter interdisciplinar e vem sendo estudada por diversos pesquisadores de variados países que reúnem os seus escritos em coletâneas que abordam diversos campos do conhecimento como pedagogia, sociologia, filosofia, política, entre outros. Segundo Engestrom (1999), os estudiosos de uma dessas coletâneas intitulada de *Mind, Culture and Activity*, definem a Teoria da Atividade como sendo uma abordagem multidisciplinar das ciências humanas que toma como objeto de estudo a atividade orientada para um objetivo e mediada por elementos, relacionando o ser em seu aspecto individual e o meio social em que se encontra.

Dessa forma, a teoria da atividade é de fundamental importância no processo de ensino-aprendizagem, pois todo conhecimento é norteado pela motivação que gera ações que podem ser transformadas em atividades. Segundo Grymuza (2014), a teoria da atividade no campo escolar está vinculada diretamente à ideia de que se deve ter um motivo para aprender. Assim, é o motivo que impulsiona a ação do aluno, de modo que ele seja responsável por sua

aprendizagem, para facilitar seu desejo de saber o porquê de determinada atividade e onde se pretende chegar com ela.

No que diz respeito à educação, Vasili V. Davydov retoma a Teoria da Atividade e traz uma nova abordagem para sua interpretação e conteúdo, promovendo algumas discordâncias em relação a estrutura da atividade proposta por Leontiev, ele incorpora o papel das emoções como elemento fundamental do desenvolvimento humano, ideia já defendida por Vigotski de que o homem é um ser racional e emocional. De acordo com Ribeiro (2010), Davydov inclui o desejo como um dos elementos que compõem a atividade, não só no aspecto psicológico, mas interdisciplinar.

Em seus trabalhos, Leontiev afirma que as ações são conectadas às necessidades e motivos. Discordo desta tese. Ações, como formações integrais, podem ser conectadas somente com necessidades baseadas em desejos e as ações ajudam na realização de certas tarefas a partir dos motivos. Por outro lado, os motivos são formas específicas de necessidades, no caso de uma pessoa que estabelece para si mesma uma tarefa e está realizando ações para realizá-las. Dessa forma, os motivos são consistentes com ações. Ações são baseadas em motivos e o agir é possível se estiverem disponíveis certos meios materiais ou signos e símbolos. (DAVYDOV 1999, p. 4).

Ao inserir o desejo humano na estrutura da atividade, Davydov entende que somente o motivo não é capaz de impulsionar o ser humano a alcançar seus objetivos, mas, que é a vontade que estimula a realização das ações e tarefas de uma atividade. De acordo com sua teoria, a verdadeira motivação nasce nas necessidades e emoções humanas e as fontes primárias que despertam o desejo em uma atividade são o trabalho, a arte, a lei, a religião e o esporte.

É possível notar que a estrutura da atividade possui um caráter mutável e inacabado, sendo alvo de estudos e discussões ao longo do tempo. No que tange a atividade interdisciplinar, a proposta de Davydov traz luz às reflexões sobre a importância de se buscar nas diversas áreas do conhecimento o desejo e o motivo para se aprender determinado conteúdo curricular. Segundo ele, o desejo é essencial para toda atividade interdisciplinar, que é transformado em necessidade e posteriormente no desenvolvimento de ações. Neste sentido, constata-se a necessidade de se promover uma educação interdisciplinar que proporcione o desenvolvimento das ciências e da cultura.

Portanto, cabe ao professor elaborar atividades que despertem a vontade de realizá-las, e conduzir as ações e tarefas de modo a proporcionar uma aprendizagem significativa, partindo sempre do conhecimento prévio dos estudantes e estimulando o seu aprofundamento. Dessa forma, uma atividade que é prazerosa, como por exemplo, um jogo, uma brincadeira ou a criação de uma arte pode também ser uma atividade de aprendizagem de conteúdos didáticos e vice-versa.

## 2.1.2. Arte e Matemática – uma proposta interdisciplinar

A Arte e a Matemática, embora se caracterizem como ciências distintas, mantêm uma relação de intimidade muito profunda desde o início das primeiras manifestações do ser humano no planeta. Isso porque ambas representam o potencial de criatividade humana, o senso de observação e análise que transforma as ideias em algo concreto transformador da realidade.

Arte e Matemática, Matemática e Arte. Essas duas áreas do conhecimento aparecem juntas desde os registros feitos pelo homem pré-histórico nas cavernas [...]. Com a construção de armas e utensílios utilizando pedras, ossos e madeira, que depois de prontos eram decorados, começou a existir também a convivência entre formas, tamanhos ou dimensões com símbolos e padrões. No decorrer da história humana, a Arte e a Matemática continuaram a contribuir para organizar e explicar as aquisições culturais (ZALESKI FILHO, 2017, p. 6).

A Matemática está presente em todos os tipos de manifestações artísticas, seja na música através das frações que dão as notas musicais, no desenho através dos padrões e formas, nas marcações e movimentos da dança, na computação gráfica do cinema e etc. De modo recíproco, a Arte está presente na Matemática através das construções geométricas, sensibilidade do pensamento, criatividade, reflexão e acima de tudo na beleza e no rigor dos padrões e resultados.

Essas duas áreas do conhecimento se complementam através da razão e emotividade. E sempre se mantiveram unidas, seus recursos foram utilizados desde o início das civilizações como por exemplo nas construções de pirâmides egípcias, monumentos gregos, mosaicos e várias construções gregas circulares (FAINGUELERNT, et al, 2006).

A Arte, enquanto atividade prática, desenvolve no ser humano a concentração, autonomia de pensamento, intuição, raciocínio lógico e motivação para buscar novas competências e habilidades que são indispensáveis para compreensão de si mesmo e do mundo. Em contrapartida, o ensino da matemática tem gerado um grande desconforto para boa parte dos estudantes, que não conseguem relacionar a matemática que é transmitida no espaço escolar com suas práticas cotidianas.

O ensino da Matemática nos remete a grandes preocupações, entre elas a falta de entusiasmo por parte dos alunos, o interesse pelas aulas de matemática, dificuldade de compreender e utilizar os conceitos dados. Uma vez que a matemática é apresentada quase sempre desvinculada da realidade e muito abstrata, torna-se difícil despertar o interesse, o gosto e o prazer do aluno em aprendê-la [...] (SANTOS e LIMA, 2018, p. 11).

Então, se arte e matemática são tão complementares, e o trabalho por meio da arte traz benefícios para a aprendizagem, por que não utilizar a atividade artística como ferramenta no processo de construção do conhecimento matemático? Para Helbel (2013, p.15), as metodologias que relacionam “a matemática e a arte propiciam uma mudança de paradigma, no

processo de ensino e aprendizagem, fazendo com que a Matemática de sala de aula não seja somente transmissão de conhecimento, mas um contínuo processo de construção/reconstrução do conhecimento pelo aluno”.

O intuito dessa relação é despertar o interesse do aluno por transformar o ensino tradicional e robotizado com o foco na memorização de conteúdos e fórmulas em um ambiente de criação, argumentação, dando significado e ação ao conteúdo estudado, gerando oportunidade para os alunos construírem a sua própria aprendizagem.

O processo de dinamizar o ensino da matemática através trabalho interdisciplinar com a arte pode ser feito de várias maneiras, a começar pela delimitação do tema ou especialidade artística, que será o foco da investigação e através do qual serão compartilhados os conhecimentos matemáticos envolvidos neste processo. O papel do professor é nortear as etapas do trabalho e coordenar as atividades para que as aprendizagens possam ocorrer de forma gradativa dentro de cada etapa do trabalho interdisciplinar.

Ensinar Matemática requer, portanto, que, por parte dos professores, existam não só conhecimentos sólidos acerca da própria Matemática, mas também toda uma sabedoria relativamente à melhor forma de ajudar o aluno a construir o seu conhecimento matemático. Ora, aumentamos a probabilidade de uma aprendizagem significativa se mantivermos os alunos interessados nos assuntos em causa, algo que se consegue buscando formas agradáveis de levar o aluno a aprender, nomeadamente, instigando a sua curiosidade, levando-o a evolver-se nos conceitos matemáticos, a experimentar, a procurar (ALVES, 2013, p.52).

Dessa forma, o ensino da matemática através da arte é um grande desafio para o professor e requer uma mobilização de todos os envolvidos no processo, inclusive profissionais das áreas com as quais se fará o envolvimento e a troca de saberes. No tópico seguinte veremos como pode ser o trabalho interdisciplinar entre matemática e arte através da investigação e criação do desenho artístico.

## **2.2. O Desenho Artístico como Atividade no Ensino da Matemática**

O desenho é uma das primeiras fases da manifestação artística visual sendo caracterizado pela transferência de ideias do plano imaginário para a realidade através de uma composição gerada pela união de pontos, traços e formas em um plano com duas dimensões. Para Junqueira Filho (2005), ele é um mecanismo de comunicação utilizado pela humanidade desde a sua origem através do qual o homem conseguiu expressar seus sentimentos e representar suas ideias ao longo do tempo.

A palavra desenho em seu sentido original vem de desígnio, que significa propensão para se construir algo, ou seja, a vontade de agir (MORAES, 2012). Assim o ato de desenhar é

um fazer que traz alegria e prazer, além de despertar o potencial criativo através do qual se consegue exprimir a beleza, revelar os sentimentos e comunicar-se com o mundo.

No processo de desenhar estão envolvidas várias intencionalidades que vão além de dar forma aos pensamentos e emoções. Com o passar do tempo, o homem foi adquirindo habilidades e buscando cada vez mais perfeição para suas construções, de modo que elas pudessem expressar a realidade com toda a sua beleza e complexidade. Neste sentido, se buscou a observação da natureza através de seus padrões matemáticos e se começou a reproduzi-los em suas obras. “Observando a natureza, o homem aprimorou a utilização de suas formas e padrões” (PARANÁ, 2006, p. 13).

A utilização da matemática nas artes visuais teve início logo após a invenção da escrita. Os povos egípcios, por exemplo, passaram a construir suas pinturas no interior de monumentos religiosos e usavam medidas matemáticas perfeitas, além de pinturas esculpidas em diferentes relevos (SEMMER, 2007). No entanto, a civilização grega foi a que mais se utilizou de padrões matemáticos para aperfeiçoar suas artes. Para eles, as medidas e proporções estavam diretamente ligadas à beleza e eram um reflexo de suas concepções religiosas. Um exemplo era a comparação das proporções da natureza com a perfeição dos Deuses, que chamavam de divina proporção ou proporção áurea (JANSON e JANSON, 1996).

Assim, a matemática passou a ser inserida em todas as etapas de construção do desenho artístico como por exemplo, a utilização de formas geométricas planas e espaciais, proporções métricas, artifícios para dar noção de perspectiva de tridimensionalidade, simetrias e etc. De acordo com Gabardo e Chagas (2016), o desenho feito sob perspectiva matemática possibilita uma arte criativa com transformações do plano bidimensional para o plano tridimensional, facilitando desenhos mais bem elaborados e que retratam mais fielmente a realidade.

### 2.2.1. Perspectiva no desenho

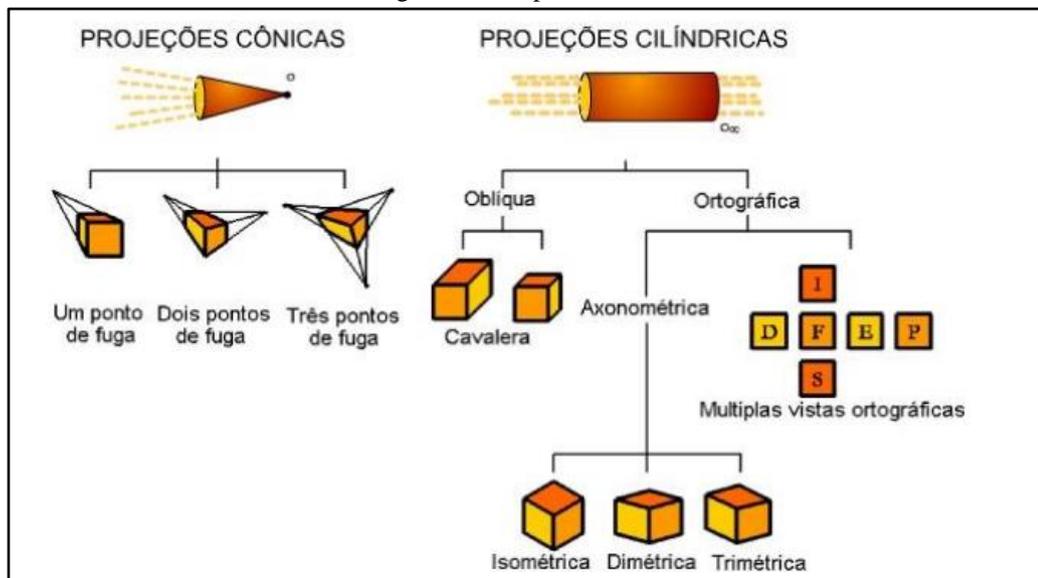
Ao observar a natureza ou algo do cotidiano para tentar reproduzi-lo em um plano bidimensional é preciso conhecer algumas técnicas matemáticas que permitem desenhar em um espaço plano figuras com perspectivas em 3D (tridimensional). Para isso, é necessário observar e compreender as ideias de pontos, retas, volume e formas dos objetos no espaço que se quer reproduzir.

A perspectiva, como técnica de desenho tridimensional é um sistema de representação que utiliza os princípios da geometria descritiva e da precisão matemática para representar, com rigor científico, objetos no plano com as devidas proporções da realidade tridimensional. Através de determinadas regras de projeção, a perspectiva introduz a terceira dimensão no plano, representando distâncias (tamanho, altura,

largura, profundidade) e volumes (massa, textura, luz, sombra, efeitos visuais) (SANTOS, 2006, p. 5)

Ainda de acordo com Santos (2006), a Perspectiva Cônica ou Linear começou a ser utilizada durante o Renascimento e dominou a representação de figuras tridimensionais durante muitos séculos, embora nos tempos atuais existam outros tipos de perspectivas empregadas na construção de desenhos em perspectivas, as mais utilizadas são as vistas ortográficas e as perspectivas Axonométricas. Na perspectiva cônica as retas projetadas convergem para um ou mais pontos, os outros tipos utilizam projeção paralela. “A característica que distingue a Perspectiva Axonométrica quando comparada às vistas ortográficas é que o desenho é inclinado em relação ao plano de projeção” (GIESECKE, 2008, p. 155).

Figura 2 - Perspectivas no Desenho



Fonte: (HARRIS E SCALCO, 2005, p. 1)

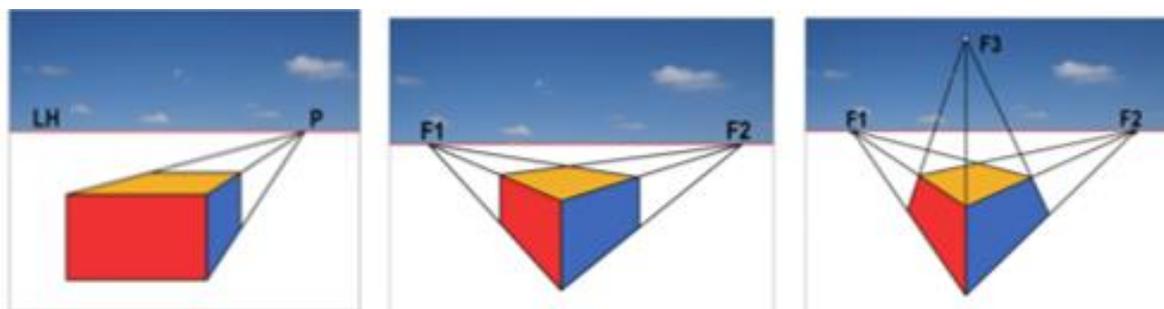
A ideia central do trabalho com a perspectiva Linear ou Cônica é encontrar um ponto focal no plano e traçar retas que convergem para esse ponto. Para isso, o autor além de fazer as medições e analisar a ideia que deseja construir, deve utilizar também as escalas que consistem em construir um desenho proporcional à imagem real. De acordo com SILVA (2006), essa ideia de perspectiva linear ou artificial é atribuída ao artista Florentino Filippo Brunelleschi e que ele também se preocupou em manter as proporções entre o tamanho real do objeto e sua representação no quadro em função da distância que estavam do primeiro plano.

Segundo Juanes (2008), existem três tipos de Perspectiva Cônica e estão diretamente relacionados com a posição do objeto em relação ao plano de projeção. A primeira delas é a perspectiva frontal, que ocorre quando uma das faces do objeto é paralela ao plano e possui

apenas um ponto de fuga. O segundo tipo é a perspectiva oblíqua, que é quando o objeto não possui nenhuma face ou aresta paralelas ao plano, e todas as arestas verticais são perpendiculares à linha do horizonte possuindo dois pontos de fuga. O último caso é a perspectiva aérea que possui três pontos de fuga em pontos diferentes do espaço e nenhuma de suas faces ou arestas são paralelas ao plano.

Na figura 3, estão representadas as perspectivas frontal, oblíqua e aérea respectivamente.

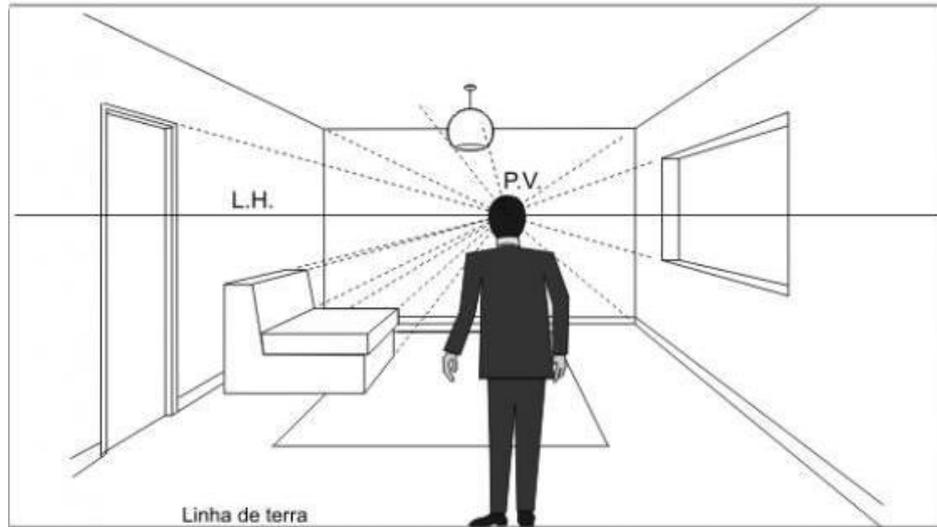
Figura 3 - Perspectivas Cônicas



Fonte: (JUANES, 2008, p.81-82)

Dantas (2018), em seu texto “*A perspectiva nas artes visuais*”, publicado no site *médium.com*<sup>1</sup> explica que a perspectiva é formada por quatro elementos que representam o ângulo e o nível sobre o qual o expectador do desenho irá observá-lo, que são: Linha do horizonte que consiste em uma linha pontilhada traçada a partir do nível do olhar do observador. Ponto de vista que é uma reta perpendicular à linha do horizonte. Ponto de fuga que é o ponto de intersecção entre a linha do horizonte e o Ponto de vista, para onde todas as linhas convergem. E por fim, as linhas de fuga que são as retas imaginárias que vão afunilando em direção ao ponto de fuga e geram a sensação de profundidade.

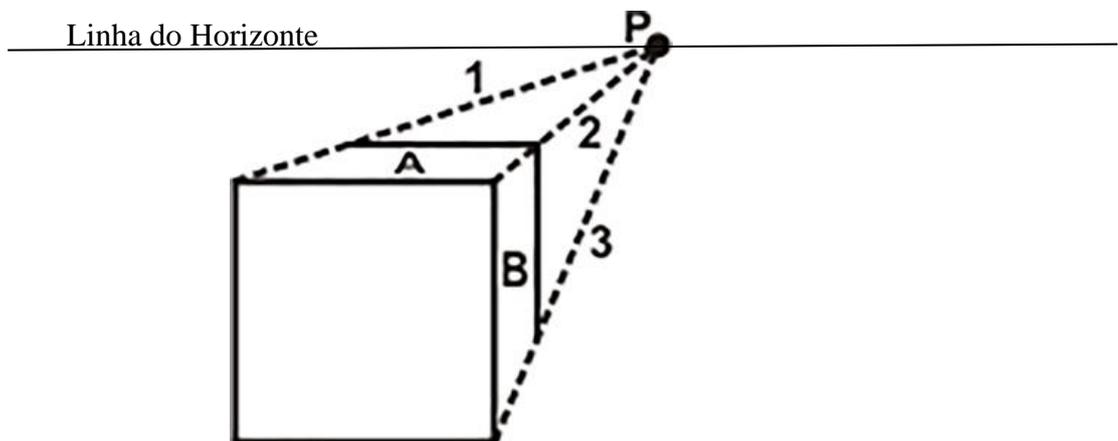
Figura 4 - Elementos da Perspectiva com um ponto de fuga



Fonte: (DANTAS, 2018, p.1)<sup>1</sup>

Ainda de acordo com Dantas (2018), para se construir um cubo em perspectiva cônica com um ponto de fuga, inicialmente é desenhado um ponto P, chamado de ponto focal, e as retas pontilhadas 1, 2 e 3 convergentes para o ponto P, construindo as arestas das faces A e B de um cubo, causando uma redução de tamanho à medida que se distanciam do primeiro plano, gerando um efeito visual de volume.

Figura 5 - Desenho com um ponto de fuga



Fonte: (DANTAS, 2018, p.1)

Para Santos (2006), a ideia da perspectiva central é combinar linhas paralelas às arestas da face frontal do objeto com retas que convergem para um ponto que está sobre a linha do

<sup>1</sup> Fonte: <https://medium.com/aela/a-perspectiva-nas-artes-visuais-76afe4114da1>

horizonte ou acima dela, criando um ângulo de visão central. “Este tipo de perspectiva constrói espaços cúbicos em forma de pirâmide mostrando o teto, o chão, as paredes laterais e a parede do fundo, só não mostra a parede em que supostamente o observador se encontra” (SANTOS, 2006, p.68). É possível notar a utilização dessas técnicas matemáticas em diversas obras de arte produzidas ao longo do tempo. Um exemplo onde se nota claramente a perspectiva frontal é na obra de Raphael, “Escola de Atenas”.

Gregório (2008, p. 02), assim descreve a obra de Raphael

Observem a precisão da simetria geométrica no estudo exposto. Vejam como os polígonos são concêntricos, afunilando a visão para o ponto mais centralizado, o chamado ponto-de-fuga, o qual exerce considerável efeito sobre a perspectiva da sobreposição dos planos nos quais os personagens estão simetricamente dispostos: um primeiro plano, mais frontal, e abaixo da linha da metade do quadro; um segundo plano, mais elevado, onde se colocam os principais personagens do quadro no sentido da concentricidade; um terceiro plano mais elevado e mais abstrato remetendo ao infinito.

Figura 6 - Escola de Atenas, Raphael



Fonte: (GOUVEIA, 2017, p.1)<sup>2</sup>

A perspectiva com dois pontos de fuga, conforme comenta Gonçalves (2013), é uma técnica mais recente e não era conhecida pelos artistas da renascença, ela capta a percepção de ambos os olhos simultaneamente e as linhas de fuga convergem para dois pontos sobre a linha do horizonte, conforme mostra a figura 07:

---

<sup>2</sup> GOUVEIA, M. **Perspectiva com um ponto de fuga**. Amo Pintar, 2017. Disponível em: <https://www.amopintar.com/criar-profundidade/acesso> em 22/02/2021

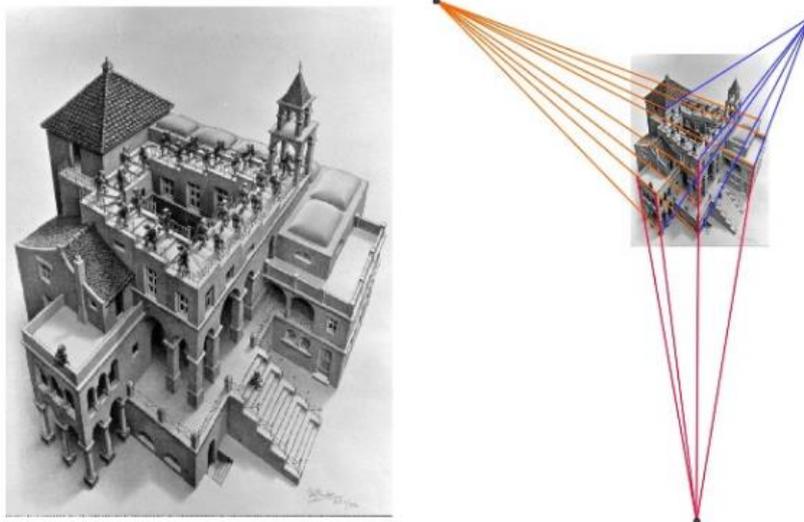
Figura 7 - Perspectiva com dois pontos de fuga



Fonte: (GOLVEIA, 2018)

Na perspectiva com três pontos de fuga a visão do observador está muito acima ou muito abaixo da linha do horizonte, dando assim à imagem a ideia de profundidade ou de altura. Kubba (2014), afirma que esta é uma evolução da perspectiva com dois pontos de fuga onde o terceiro ponto de fuga sugere que o plano esteja inclinado em relação ao desenho ou que o observador está com a visão inclinada para cima ou para baixo em relação ao plano, como se percebe na obra de Escher (1960).

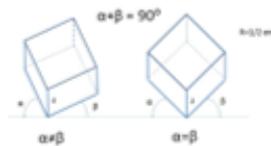
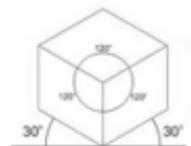
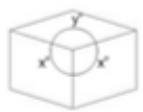
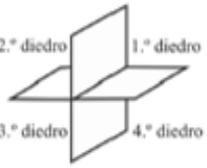
Figura 8 - Perspectiva com três pontos de fuga



Fonte: (GONÇALVES, 2013, p.83)

Quanto à perspectiva de projeção paralela, ela divide-se em Projeção ortogonal ou Projeção oblíqua. São representações mais utilizadas na arquitetura e utilizam o sistema de três eixos ortogonais como base para suas construções. “É uma perspectiva mais rigorosa, com raios visuais totalmente paralelos e tangentes à forma representada, deste modo, idêntica à figura” (SANTOS, 2006, p.75). A perspectiva ortogonal Axonométrica subdivide-se em isométricas (todos os ângulos de mesma medida), dimétricas (um dos ângulos é diferente) ou trimétricas (todos os ângulos distintos). Já as representações oblíquas podem ser cavaleira (face frontal paralela ao eixo de projeção) ou militar (variação da perspectiva cavaleira - voo do pássaro) (MORGADO, 2011). Neste trabalho serão estudadas apenas a perspectiva isométrica e a cavaleira.

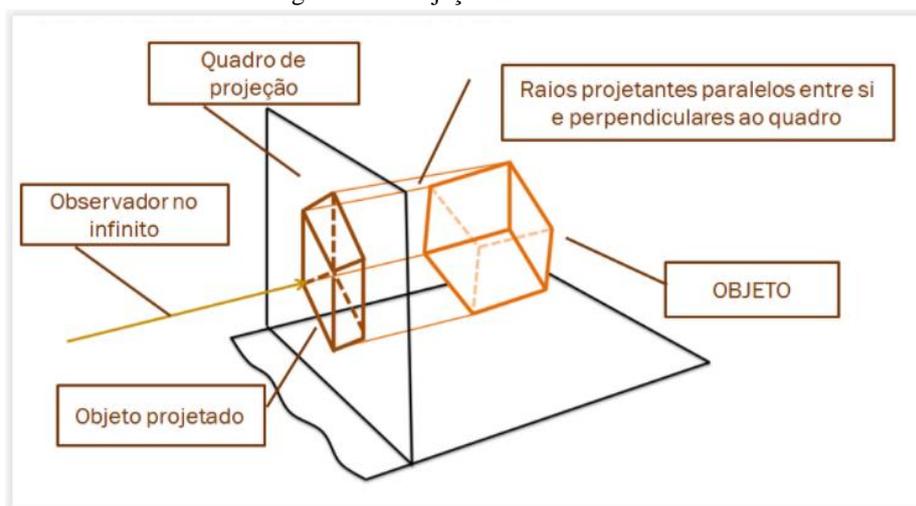
Figura 9 - Perspectivas Paralelas

PROJEÇÕES CILINDRICAS OU PARALELAS			
PROJEÇÃO OBLÍQUA	Projeção Cavaleira 		
	Projeção Militar 		
PROJEÇÃO ORTOGONAL	Axonométrica	Isométrica 	
		Dimétrica 	
		Trimétrica 	
	Ortográfica	1° Diedro	
		2° Diedro	
3° Diedro			
4° Diedro			

Fonte: Própria do autor, baseado em SANTOS (2020)

Na perspectiva isométrica os semieixos são construídos com igual inclinação no plano tridimensional, o desenho é inclinado em relação ao plano de projeção e todas as dimensões vão sendo reduzidas proporcionalmente em cada eixo. Santos (2020), afirma que essa perspectiva é muito utilizada em desenhos arquitetônicos devido à facilidade no processo de construção e também por representar fielmente as dimensões do objeto real o que simplifica ao observador identificar as características e comprimentos com exatidão do desenho.

Figura 11 - Projeção Isométrica

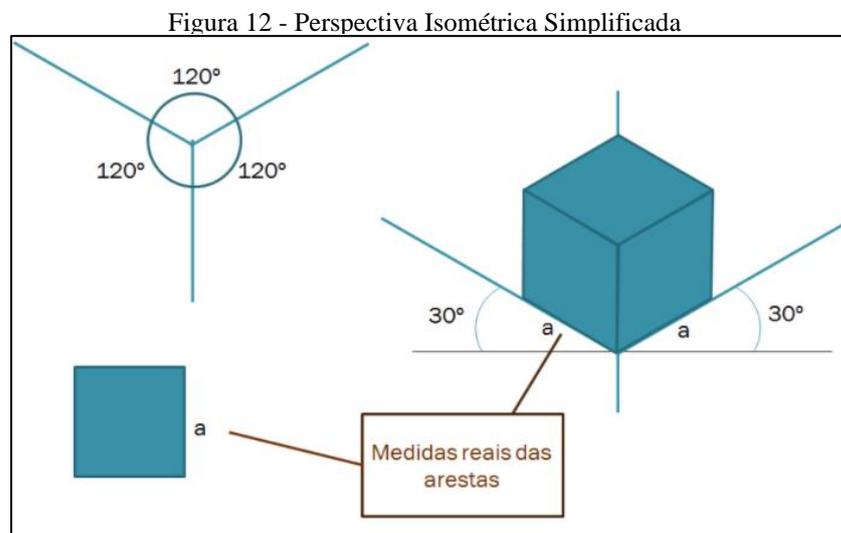


Fonte: (BENUTTI, 2017, p.1)

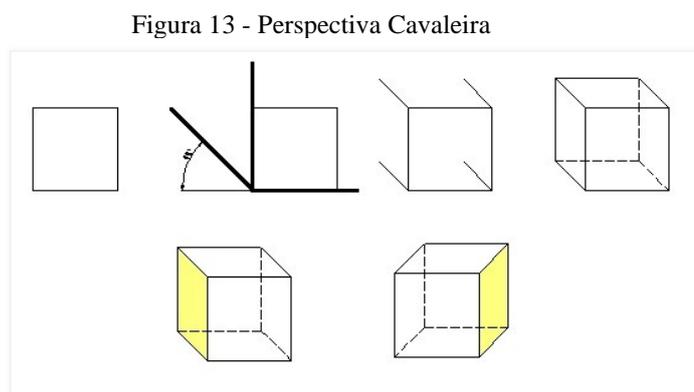
A perspectiva isométrica utiliza um sistema de três semirretas que têm o mesmo ponto de origem e formam entre si ângulos de  $120^\circ$ , é a que menos deforma o objeto, mantendo as proporções de comprimento, largura e altura observados na realidade. De acordo com Giesecke et. al. (2008), quando a superfície de um objeto está inclinada em relação ao plano de projeção, a visualização de suas dimensões aparecerá de forma reduzida. No entanto, quando se vai construir um desenho em perspectiva isométrica não é necessário calcular a redução do tamanho da superfície, podendo ser representadas as dimensões reais do objeto. Isso é possível devido às superfícies serem reduzidas igualmente nesse tipo de perspectiva e o desenho ainda será proporcional ao tamanho real. Esse processo é chamado de esboço isométrico ou perspectiva isométrica simplificada.

Caso o desenho do objeto seja construído utilizando uma escala de redução isométrica, ou quando é desenhado num plano de projeção, é chamado de projeção isométrica. Arbex (2014), afirma que na “projeção isométrica” o objeto está inclinado em relação ao plano e em virtude disso, o desenho do objeto representado sofrerá distorções em suas dimensões. “O fator de distorção é o mesmo para as três dimensões, sendo 0,816, do valor real. Por exemplo, um

cubo de dimensões 10x10x10cm seria representado como sendo 8,16 x 8,16 x 8,16 cm” (ARBEX, 2014, p.13).



Na perspectiva oblíqua Cavaleira o desenho possui a face frontal paralela ao plano de projeção e a face lateral (eixo x), possui uma inclinação que pode variar de 15°, 30°, 45°, 60° ou 75°, além disso há uma razão de redução do comprimento da face lateral em relação à frontal de acordo com o valor do ângulo adotado para a inclinação do eixo x. Gonçalves (2013), afirma que esta é a mais célebre entre as perspectivas oblíquas devido ao seu rigor matemático além de ser bem fácil de construir, como mostra a imagem abaixo:

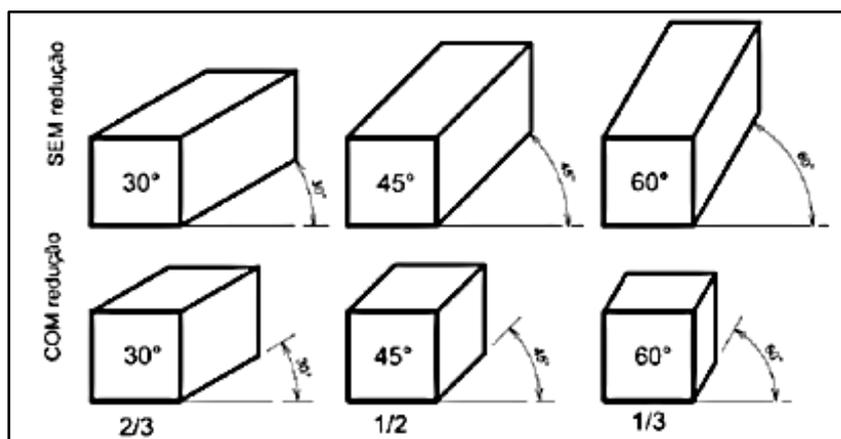


Fonte: (BENUTTI, 2017, p.1)

<sup>3</sup> BENUTTI, Maria Antonia. **Aulas da Toninha**. [S. l.], 2017. Disponível em: <http://toninha-aulas.blogspot.com>. Acesso em: 10 mar. 2021.

Como se verifica na imagem acima o coeficiente de redução deve ser aplicado de acordo com o ângulo das arestas laterais, também chamadas de fugantes, de acordo com o tipo de percepção que o artista pretende alcançar. Para os cubos em perspectiva Cavaleira de 15°, 30°, 45°, 60° e 75°, reduz -se 1/4, 1/3, 1/2, 2/3 ou 3/4 das fugantes respectivamente.

Figura 14 - Coeficientes de Redução



Fonte: (AMARO, 2012, p.2)<sup>4</sup>

Conforme mostrado, a criação de um desenho tridimensional em um plano não seria possível sem a utilização de princípios básicos matemáticos, como as proporções, noções de ângulos, dimensões, áreas, volumes e profundidade. Dessa forma, a perspectiva no desenho consiste em uma excelente estratégia para o ensino desses conteúdos em sala de aula, uma vez que pode aliar a criatividade, motivação com novas aprendizagens aplicadas em situações concretas. Pois como afirma Gabardo (2005), aprender matemática através do desenho em perspectiva é algo prazeroso, fascina o estudante, é meio de expressão e desenvolve o conhecimento geométrico.

### 2.2.2 Escalas na ampliação e redução do desenho

No processo de construção do desenho, nem sempre é possível representar um objeto ou imagem utilizando o seu tamanho real, isso porque as proporções podem ser muito grandes para caber na folha de papel ou por serem muito pequenas e sua representação ficaria pouco

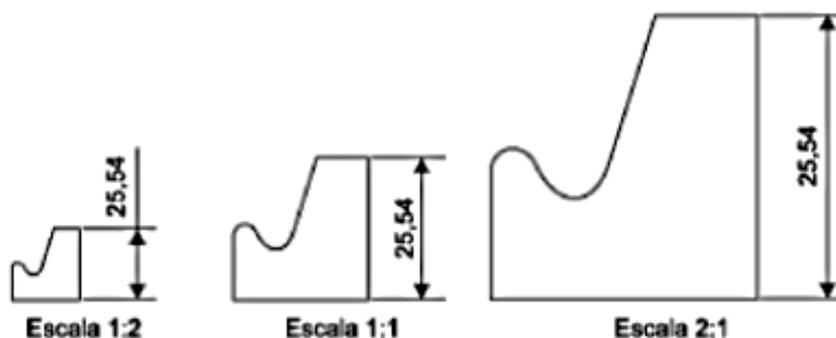
<sup>4</sup> AMARO, A. **Prática de Ensino Supervisionada em Artes Visuais**, 2012. Disponível em: [https://ubibliorum.ubi.pt/bitstream/10400.6/1530/63/Ar%C3%AAndice%20V%20-%20Ficha%20de%20apoio%20\(Perspectivas%20cavaleira%20e%20is%20\(2\).pdf](https://ubibliorum.ubi.pt/bitstream/10400.6/1530/63/Ar%C3%AAndice%20V%20-%20Ficha%20de%20apoio%20(Perspectivas%20cavaleira%20e%20is%20(2).pdf). Acesso em 10/03/2020.

visível. No entanto, é possível desenhar o que se deseja de forma a garantir as características da imagem utilizando a redução, ampliação ou mantendo o seu tamanho real através de escalas matemáticas. “Escala é uma forma de representação que mantém as proporções das medidas lineares do objeto representado” (FERRO et. al. 2018, p.121).

Podemos definir escala como a razão entre a medida linear do desenho e a medida linear correspondente na realidade. As distâncias expressas nos mapas, plantas e maquetes são consideradas representativas, isto é, indicam uma constante de proporcionalidade usada na transformação para a distância real. Os dados expressos nos mapas são diretamente proporcionais às distâncias na realidade (SILVA, 2009, p.1).

Conforme mencionado acima, as dimensões de uma imagem representada no desenho com escala reduzida ou ampliada, obedece sempre a uma constante de proporcionalidade que é determinada pela razão entre o comprimento do desenho e o comprimento real homólogo, definidos sob a mesma unidade de medida. De acordo com Cruz e Morioka (2016), a escala divide-se em: escala natural (1:1) que é quando o desenho reproduz a imagem em seu tamanho real, Escala Reduzida (1: X, com  $X > 1$ ), o desenho reproduz a imagem real em um tamanho proporcionalmente menor e a Escala Ampliada (X:1, com  $X > 1$ ) que é quando o desenho é maior que a imagem real. As escalas de ampliação ou redução são chamadas de escalas numéricas ou métricas, como por exemplo 1:5, lê-se (um por cinco), significando que cada unidade de medida do desenho corresponde a uma realidade que é 5 vezes maior (MONTENEGRO, 2017).

Figura 15 - Escala Reduzida, Normal e Ampliada



Fonte: (CRUZ e MORIOKA, 2016)

Observe que embora os desenhos possuam as mesmas medidas de comprimento, as escalas são diferentes o que significa que no desenho 1 com escala (1:2) o tamanho do objeto desenhado é metade do objeto real (escala 1:1) e no desenho 3 com escala (2:1) representa o dobro do tamanho do objeto real. Em outras palavras, basta multiplicar a constante de

proporcionalidade (escala) pelas dimensões do objeto real e se obtém as medidas para este objeto reduzido, normal ou ampliado.

A escala no desenho técnico não é escolhida aleatoriamente de acordo com o interesse do autor, ela é regida pela ABNT, através da NBR 8196 e deve satisfazer a complexidade e a finalidade que se quer alcançar na representação de um objeto ou imagem (SENAI, 2015). As escalas apresentadas pela NBR 8196/1999 podem ser ampliadas ou reduzidas à razão de 10, conforme mostrado na tabela 1 (CRUZ e MORIOKA, 2016).

Tabela 1 - Escalas

Redução	Natural	Ampliação
1:2	1:1	2:1
1:5		5:1
1:10		10:1
NOTA - As escalas desta tabela podem ser reduzidas ou ampliadas à razão de 10.		

Fonte: NBR 8190/199

Muitas vezes saber interpretar as escalas e se definir exatamente qual deve ser a escala ideal de ampliação ou redução de imagem não é algo simples, principalmente quando o desenho que se pretende ampliar ou reduzir já está em escala diferente da escala natural. Para facilitar esse trabalho se utiliza a escala gráfica que de acordo com Ocampo (2005, p.19), “é a representação de vários segmentos, medidos em centímetros. Cada um deles mostra na parte inferior a equivalência em metros ou quilômetros da realidade.”

Montenegro (2017, p.32), afirma que:

Quando se faz redução ou ampliação fotográfica de um desenho, sua escala fica alterada. uma casa desenhada na escala de 1:50, quando reduzida para 75% de seu tamanho, ficará representada na escala de 1: 66,6= 1,50x0,75. Deve-se, assim, ter o cuidado de conferir as escalas numéricas indicadas em cópias, livros e revistas. Esse trabalho será dispensável quando vem acompanhado de escala gráfica.

De acordo com a citação acima podemos observar que a escala gráfica facilita a leitura e interpretação do desenho, sendo desnecessário o uso de cálculos mais complexos, isso porque na escala gráfica os valores da escala numérica são transformados em gráficos que já mostram explicitamente a correspondência dos valores do desenho ou mapa e suas equivalências com a realidade. Na tabela abaixo, são apresentadas algumas escalas numéricas e sua interpretação na escala gráfica:

Tabela 2 - Escala Gráfica

Escala numérica	Valor en metros o kilómetros primer centímetro	Escala gráfica tamaño de 6 centímetros
1: 1.000	10 metros	 0 10 Mts 60 Mts
1: 10.000	100 metros	 0 100 Mts 600 Mts
1: 25.000	250 metros 0,25 Kms	 0 0,25 Kms 1,5 Kms
1: 100.000	1.000 metros 1 Km	 0 1k 6 Kms
1: 250.000	2.500 metros 2,5 Kms	 0 2,5 Kms 15 Kms

Fonte: (OCAMPO e CÉSPEDES, 2005, p. 19)<sup>5</sup>

Após a definição da escala, o processo de reprodução de um objeto ou imagem exige bastante técnica e observação do sujeito para que consiga traduzir o desenho de modo satisfatório. Para isso existem alguns métodos de ampliação e redução de imagens, porém neste trabalho iremos abordar apenas o método do quadriculado que de acordo com Santos (2011), é uma excelente ferramenta para de treinar a observação e aplicar diferentes tipos de escalas com facilidade e rapidez.

Segundo Santos (2011), o método do quadriculado surgiu durante o renascimento como estratégia para facilitar o desenho e sua criação é atribuída ao desenhista e pintor alemão Albrecht Dürer<sup>6</sup> que desenvolveu alguns artifícios para solucionar o problema com as proporções dos desenhos que criava. Além disso, o método permite fazer um planejamento mais bem elaborado de forma que esteja dentro dos limites do papel, ajustando a escala com o que se pretende captar.

Vesco (2013, p.15), explica como deve ser feita ampliação através do método de quadriculado:

Nesse método nós quadriculamos a imagem original, que pode ser uma foto ou xerox dela. Quadriculamos também a tela ou o suporte destino com a mesma quantidade de retângulos do desenho original. Depois de quadricularmos o suporte alvo, podemos repetir o desenho do original quadro a quadro transferindo-o para o suporte proporcionalmente maior. Isso não seria possível se as divisões não forem semelhantes ou proporcionais. [...]Se as divisões do original resultarem em retângulos,

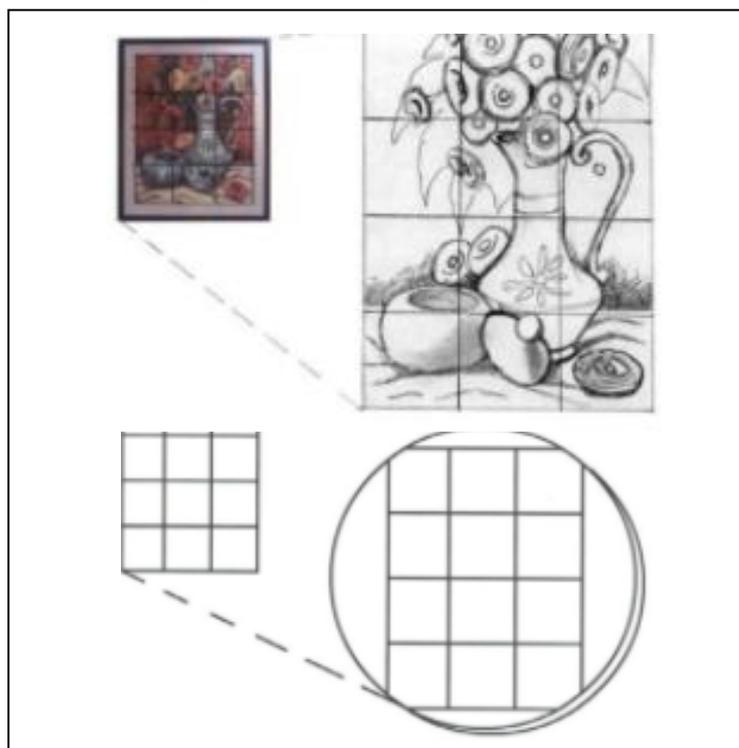
<sup>5</sup> OCAMPO, J.A.M; CÉSPEDES, R.E.V: Cartografia Básica aplicada. Universidade de Caldas, 2005. Disponível em: [https://www.google.com.br/books/edition/Cartograf%C3%ADa\\_b%C3%A1sica\\_aplicada/Tkpu3Rvv3vsC?hl=pt-BR&gbpv=1&dq=escala+gr%C3%A1fica+e+numérica&pg=PA19&printsec=frontcover](https://www.google.com.br/books/edition/Cartograf%C3%ADa_b%C3%A1sica_aplicada/Tkpu3Rvv3vsC?hl=pt-BR&gbpv=1&dq=escala+gr%C3%A1fica+e+numérica&pg=PA19&printsec=frontcover), acesso em 12/03/2021.

<sup>6</sup> Albrecht Dürer - Matemático, físico, botânico, zoólogo, desenhista e pintor profissional alemão nascido na cidade imperial livre de Nürnberg, ou Nuremberg, introdutor da arte da representação gráfica em três dimensões, ou seja, em perspectiva (ESCOLA, 2007, p.1).

as divisões da tela alvo deverão ser também retângulos maiores. Caso contrário, haverá distorções no desenho. No entanto, podemos transferir desenhos entre suportes de formas diferentes como de um retângulo para um círculo, desde que respeitemos a quadriculação, deixando laterais sem utilizar no suporte alvo.

Conforme explicado por Vesco (2013), o processo de ampliação do desenho por meio do método do quadriculado exige um pouco de trabalho e alguns cálculos por parte do autor, pois é necessário dividir o desenho original em quadros metrificados e construir quadros semelhantes aplicando a escala desejada no papel em que vai se realizar a reprodução do desenho. A principal vantagem desse método é que quando o desenho é bem dividido a área de cada quadro fica bem pequena facilitando a reprodução quadro a quadro e deixando o resultado bastante semelhante ao original.

Figura 16 – Método do Quadriculado.



Fonte: (VESCO, 2013, p.15)

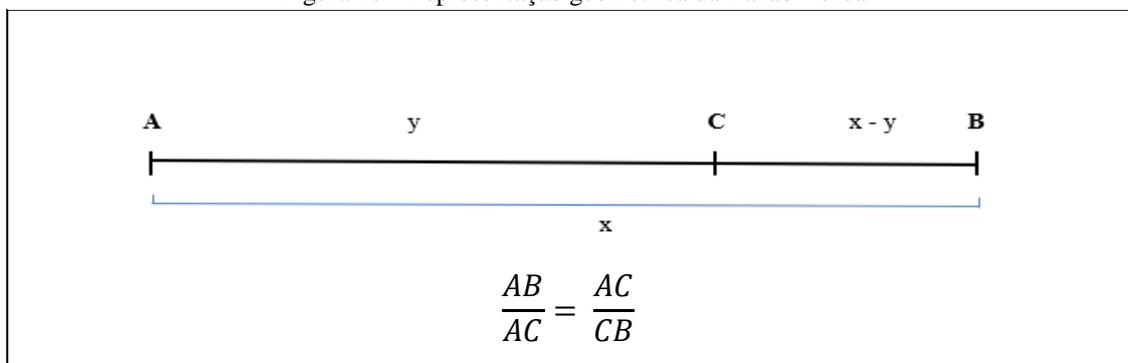
No que se refere ao ensino da matemática, o método quadriculado além de auxiliar o estudante no cálculo de escalas e metrificação do desenho, pode ser utilizado para calcular com bastante facilidade a área, o perímetro e o volume no caso de imagens tridimensionais. É possível observar as relações de semelhança entre objetos, constantes de proporcionalidade do perímetro e da área entre as imagens reais e as reproduções em desenho ampliado ou reduzido e entre outras aplicações.

### 2.2.3 Razão Áurea

Uma das mais significativas aplicações da matemática no desenho artístico, é a razão áurea também conhecida como proporção áurea ou número de ouro. Esse conceito surgiu ainda na antiguidade como sinônimo de harmonia e beleza, e está presente na natureza, na filosofia, na arquitetura e até na composição do corpo humano. De acordo com Livio (2006), quando um segmento é dividido em duas partes por um ponto, a razão áurea ocorre se o comprimento do segmento total estiver para o segmento maior, assim como o segmento maior estiver para o menor.

Os primeiros estudos sobre o tema foram realizados por Euclides, na Grécia antiga a aproximadamente 300 a.C., embora só tenha sido identificado pelo termo razão áurea durante o Renascimento (SANTOS, 2014). O número irracional que representa a razão áurea ficou conhecido como número de ouro e é representado pela letra grega  $\Phi$  (Phi<sup>7</sup>), conforme explicado no parágrafo anterior, ela surge quando um segmento de comprimento  $x$  é dividido em duas partes de comprimentos diferentes  $y$  e  $x-y$ , respectivamente, com  $y > x-y$ , e as razões  $x/y$  e  $y/x-y$  são iguais.

Figura 17 - Representação geométrica da Razão Aurea



Fonte: Própria do Autor, adaptado de (LÍVIO, 2006, p. 12)

Desse modo, o número de ouro ( $\phi$ ) é expresso algebricamente por:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{x-y} = \phi$$

Para se determinar o valor numérico de  $\phi$  (phi), efetuamos cálculos simples de regra de três, obtendo a equação de segundo grau  $y^2 + xy - x^2 = 0$ . Uma das maneiras de se resolver é

---

<sup>7</sup> Phi – Letra grega usada para representar a proporção áurea, criada em homenagem ao escultor Phideas, que teria utilizado essa proporção para conceber o Parthenon. (KWG GRÁFICA, 2019)

substituindo na expressão  $x = y\phi$  e dividindo ambos os membros da igualdade por  $y^2$ , obtendo a equação de 2º grau  $\phi^2 - \phi - 1=0$  que resulta na solução:

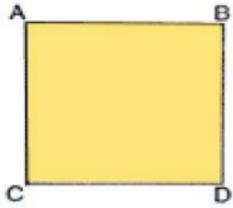
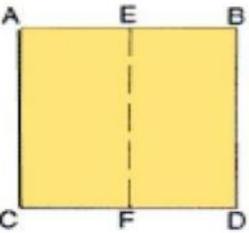
$$\frac{x}{y} = \Phi = \pm \frac{1+\sqrt{5}}{2},$$

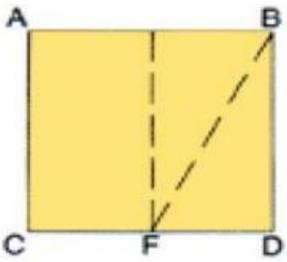
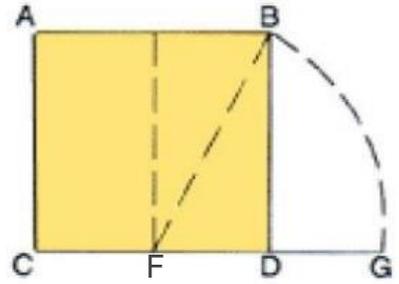
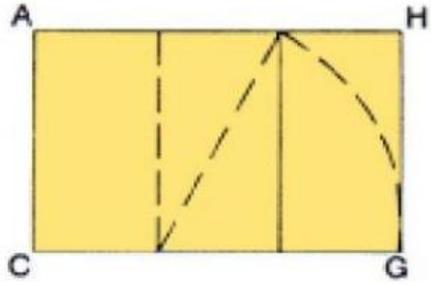
Como o valor de  $x$  e  $y$  representam comprimentos de segmento de retas o valor negativo é descartado e  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180339887$  e  $\frac{y}{x} = 0,6180399\dots$  é a razão inversa do número de ouro, também denominada de secção áurea do segmento  $AB$ .

A razão áurea foi muito utilizada na arte e nas construções egípcias, grega e assíria. Durante o Renascimento ficou conhecida como proporção divina e aparece bastante nas pinturas e esculturas da época. (DOCZI, 2006). Juntamente com a razão ou secção áurea outro conceito muito utilizado pelos artistas renascentistas foi a do retângulo áureo que de acordo com Lívio (2006), consiste em um retângulo cujos comprimentos estão em proporção áurea entre si e retirando-se um quadrado, obtém-se outro retângulo áureo com dimensões menores e esse processo se repete infinitamente.

Em outras palavras, o retângulo de ouro é o único retângulo que retirando-se quadrados forma-se outros retângulos semelhantes a uma razão de 1,618 aproximadamente e a razão entre o comprimento e a largura de cada retângulo também resulta em 1,618, por isso é considerado o retângulo mais perfeito e símbolo de beleza estética para a arquitetura e desenho. Landim (2014, p. 21 a 24) explica como pode ser feita a criação do retângulo de ouro:

Quadro 1 – Construção do Retângulo de Ouro

<p>1º Passo: Com a medida do segmento <math>AB</math> determinado, construa um quadrado <math>ABCD</math> de lado medindo <math>AB</math>.</p>	
<p>2º Passo: Marcar os pontos <math>E</math> e <math>F</math>, nos lados <math>AB</math> e <math>CD</math> respectivamente, onde <math>E</math> e <math>F</math> sejam os pontos médios desses segmentos, formando o segmento tracejado <math>EF</math>.</p>	

<p>3º Passo: Traçar a diagonal <math>FB</math> do retângulo <math>EBDF</math></p>	
<p>4º Passo: Prolongando o lado <math>CD</math> e usando um compasso com centro em <math>F</math>, traçar o arco com raio <math>BF</math>, onde esse arco encontre o prolongamento do lado <math>CD</math>, esse ponto de encontro chamará de <math>G</math>.</p>	
<p>5º Passo: Forme o retângulo <math>BDGH</math> junto ao quadrado <math>ABCD</math>, formando o retângulo <math>ACGH</math>. Esse último retângulo, é um Retângulo Áureo.</p>	

Fonte: Adaptado de Landim (2014, p.21-24)

A prova de que o retângulo construído acima é um retângulo áureo, está em demonstrar que  $AH/AC = \varphi$ . Para isso, observamos o quadrado  $ABCD$ , como os quatro ângulos do quadrado são retos, temos que o triângulo  $\Delta FDB$ , é retângulo em  $D$ . Assim, utilizando o Teorema de Pitágoras podemos escrever:

$$\overline{BF}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{FD}^2 \text{ e } \overline{FD} = \frac{\overline{DB}}{2}$$

$$\overline{BF}^2 = \overline{DB}^2 + \frac{\overline{DB}^2}{4}$$

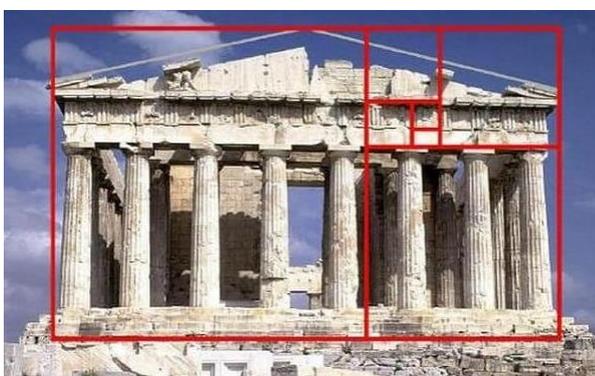
$$\overline{BF}^2 = \frac{5 \overline{DB}^2}{4}$$

$$\overline{BF} = \frac{\sqrt{5} \overline{DB}}{2}$$

Sabemos que  $\overline{BF} = \overline{FG}$  e  $\overline{CG} = \overline{CF} + \overline{FG}$ , então  $\overline{CG}$  será igual a:  $\overline{CG} = \overline{CF} + \overline{FG} \rightarrow \overline{CG} = \frac{\overline{DB}}{2} + \overline{DB}\sqrt{5}/2 \rightarrow \overline{CG} = \overline{DB} \cdot (1 + \sqrt{5})/2$ , como  $\overline{AH} = \overline{CG}$  e  $\overline{AC} = \overline{DB}$  portanto, temos:  $\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \varphi$ .

O retângulo de ouro aparece em diversas construções arquitetônicas desde a antiguidade e vem compondo os padrões de beleza e harmonia estética nas edificações até os dias atuais. Podemos citar como exemplo, o Parthenon, edifício grego construído no século V a.C. e o edifício sede das Nações Unidas, construído em Nova York no século XX (FARIA, 2016).

Figura 18 - Templo de Pathernon



Fonte: (VIVADDECORA, 2019, p.1) <sup>8</sup>

Figura 19 - Prédio da ONU em Nova York



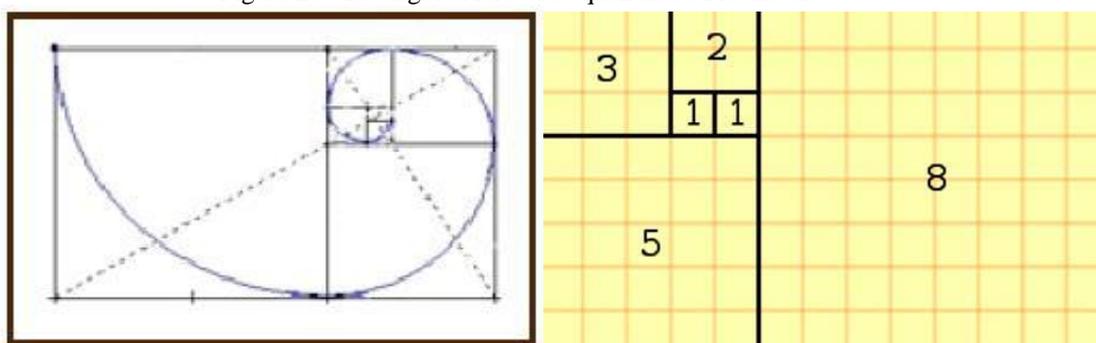
Fonte: (VIVA DECORA, 2019, p. 1)

---

<sup>8</sup> Entenda o que é proporção áurea e porque ela mudou a história da arquitetura. **Viva Decora**, 2019. Disponível em: Fonte: <https://www.vivadecora.com.br/pro/curiosidades/proporcao-aurea/>. Acesso em 13/03/2021.

Outra maneira de encontrar o retângulo áureo é através da sequência de Fibonacci<sup>9</sup>. Essa sequência numérica infinita descrita por Leonardo Fibonacci no século VIII, passou a ser utilizada para construir um retângulo cujas divisões em quadrados menores seguem a ordem dos números 1,1,2,3,5,8,13,21... (SEMMER 2007). Cada quadrado possui arestas que medem um dos números dessa sequência e o próximo quadrado terá comprimento igual a soma das arestas dos dois quadrados anteriores, desta forma o retângulo formado sempre estará em uma proporção cada vez mais próxima do número de ouro. Construindo este retângulo e desenhando um arco, este padrão começa construir formas, que são denominadas como a Espiral áurea, encontrada em muitas situações do cotidiano. “A espiral logarítmica e a Razão Áurea são muito próximas, pois ao se ligar os pontos sucessivos dos quadrados, se obterá uma espiral logarítmica que se enrola para o interior na direção do polo”(SILVA e NEVES, 2011, p. 180).

Figura 20 - Retângulo Áureo e Sequência de Fibonacci



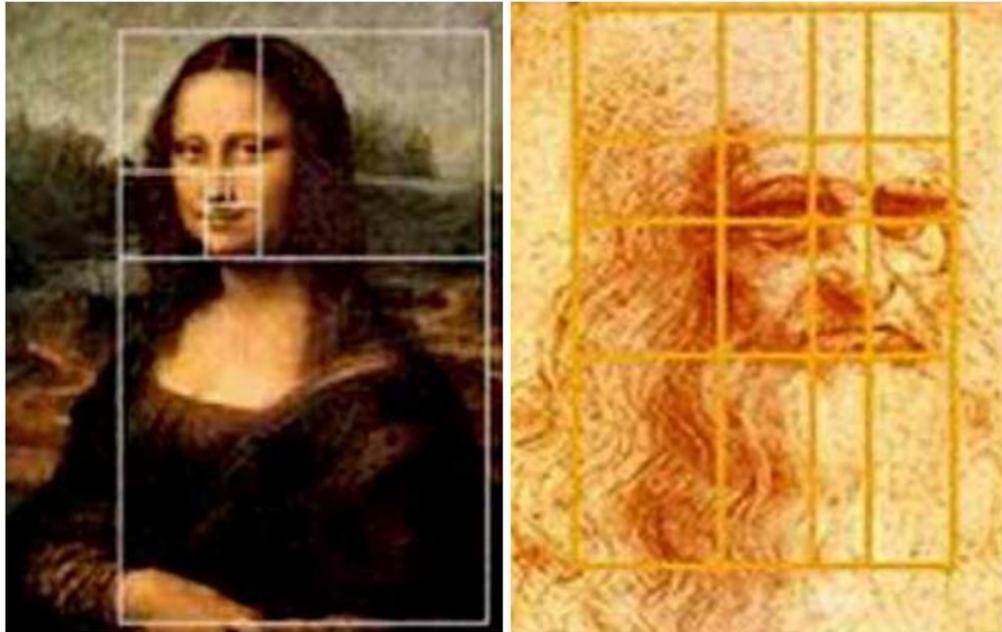
Fonte: (TANURE, 2012, p.1)<sup>10</sup>

Livio (200), afirma que a espiral áurea pode ser encontrada na concha marinha, na flor do girassol, nos sistemas das estrelas e muitas outras situações na natureza. Ele também relata a presença marcante do número de ouro nas construções do Renascimento, como por exemplo nas obras de Leonardo da Vinci, “Mona Lisa” e “Auto - Retrato”.

<sup>9</sup> Leonardo Fibonacci também conhecido como Leonardo de Pisa, foi um matemático italiano nomeado como o primeiro grande matemático europeu da Idade Média.

<sup>10</sup> TANURE, A.C: Proporção Áurea e Sequência de Fibonacci, Pegasus Portal, 2012. Disponível em: <http://pegasus.portal.nom.br/proporcao-aurea-e-sequencia-de-fibonacci/>, acesso: 13/03/2021.

Figura 21 – Mona Lisa e Auto - Retrato de Da Vince



Fonte: (TANURE, 2012, p. 1)

Figura 22 - Espiral Áurea na Natureza



Fonte: (RINCÓN, 2015, p. 1)<sup>11</sup>

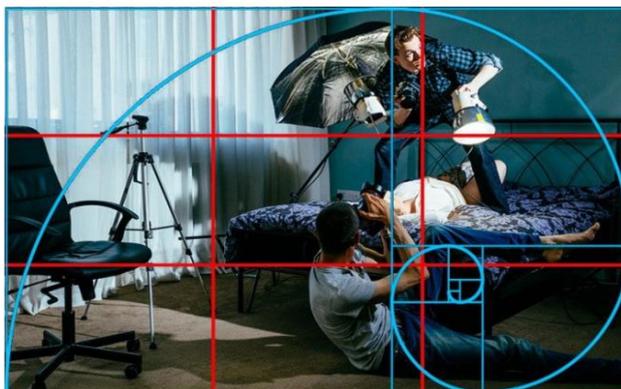
Segundo Queiroz (2007 p. 03), “o número irracional 1,618... pode ser obtido matematicamente através de sequências contínuas infinitas, deduções algébricas ou geométricas”. A utilização da razão áurea passou a ser vista pela sociedade como padrão de beleza e perfeição estética, sendo utilizada cada vez mais no processo de construções artísticas e demais construções visuais que pretendem atrair a observação e o encantamento do

---

<sup>11</sup> RINCÓN, M. L. **Você sabe o que é a proporção áurea?** Mega Curioso, 2015. Disponível em: <https://www.megacurioso.com.br/matematica-e-estatistica/74174-voce-sabe-o-que-e-a-proporcao-aurea.htm/> acesso 13/03/2021.

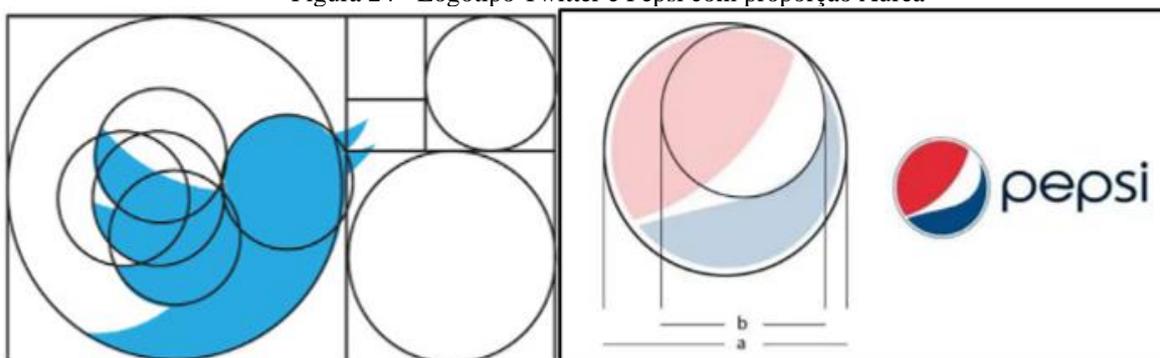
expectador. De acordo com Rincón (2019), atualmente é muito comum se observar a utilização dessa técnica em diferentes criações do nosso dia a dia, como por exemplo na fotografia, nas criações de logomarcas, designers em geral, engenharia e arquitetura.

Figura 23 - Razão Áurea na fotografia



Fonte: (VIVA DECORA, 2019, p.1)

Figura 24 - Logotipo Twitter e Pepsi com proporção Áurea



Fonte: (MOREIRA, 2018, p.1)

Tratando-se da fotografia ou da criação do desenho a utilização da espiral de ouro ou a secção áurea pode tornar a imagem perceptivelmente mais atrativa, e direciona o olhar para os pontos de maior interesse. Para Moreira (2018), tanto a espiral quanto a divisão em secções são boas formas de compor uma imagem, para ele a espiral funciona melhor para imagens de pessoas, que devem estar sobre o final da espiral e a grade da secção áurea funciona melhor para paisagens.

O uso de uma destas fórmulas irá ajudar-nos a criar interesse nas nossas imagens. Os nossos olhos tendem a seguir as linhas principais ou olhar para uma imagem de uma certa maneira. Ao utilizar estas fórmulas, iremos perceber que o “assunto” muitas vezes acabará por ser colocado um pouco fora do centro — para a esquerda ou para a direita, e, muitas vezes, para cima e para baixo no quadro. Isso não quer dizer que uma imagem centralizada não seja visualmente agradável, mas seguir esses guias pode ajudar-nos a criar uma imagem muito mais interessante (MOREIRA, 2018, p. 2).

Neste sentido, a proporção áurea tem diversas aplicações matemáticas que podem ser exploradas no cotidiano escolar. A proposta de criação de desenho artístico utilizando o retângulo e espiral de ouro pode favorecer o entendimento dos conteúdos de razão e proporção, equações de segundo grau, além de melhorar a percepção geométrica, o senso crítico e de observação, tornando o jovem mais sensível e capaz de compreender o mundo que o rodeia.

### **3. MÉTODOS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA**

Neste capítulo será apresentada a metodologia que foi adotada nesta pesquisa, ou seja, serão mostrados os meios e as técnicas que foram utilizados para se conseguir alcançar os objetivos elencados. Inicialmente, será feita a caracterização da pesquisa quanto à sua natureza, abordagem e tratamento das informações, esta etapa se faz necessária para uma correta exploração do problema e devida organização do processo investigativo, em seguida, serão apresentados os participantes, o local e as etapas de desenvolvimento da pesquisa.

#### **3.1. Caracterização da Pesquisa**

Prodanov e Freitas (2013), definem a pesquisa como a execução de uma investigação bem planejada, onde o método científico do estudo é definido pela forma como o problema será abordado. Para eles, a finalidade é encontrar respostas para as questões problema aplicando-se procedimentos científicos.

Dessa forma, para que o problema desse estudo fosse mais bem explorado, optou-se por uma pesquisa de natureza aplicada, uma vez que tem o intuito de produzir conhecimentos a serem aplicados na resolução de problemas práticos e específicos da realidade. Trata-se de uma pesquisa voltada para a análise de novos métodos de ensino através da interdisciplinaridade entre matemática e arte (desenho artístico), cujo método científico adotado será o indutivo, onde a partir de um estudo particular possa se produzir observações gerais que servirão de base para outras realidades (LAKATOS e MARCONI, 2010).

Quanto aos objetivos, observou-se que ela se caracteriza como uma pesquisa exploratória pois de acordo com Martins Júnior (2017), é um tipo de pesquisa desenvolvida quando o tema proposto ainda não é bem conhecido e necessita, portanto, de uma investigação mais a fundo para a elaboração de hipóteses. Ela também se caracteriza como descritiva por “expor características de uma determinada população ou fenômeno, demandando técnicas padronizadas de coleta de dados” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 127).

Como procedimentos técnicos, podemos citar a pesquisa bibliográfica que se fez necessária no momento em que se buscou os conhecimentos já existentes em livros, artigos, revistas, documentos digitais que fundamentam o trabalho interdisciplinar entre a matemática e arte e também a Pesquisa Ação que é, segundo Gil (2002, p. 55), quando “exige o envolvimento ativo do pesquisador e a ação por parte das pessoas ou grupos envolvidos no problema”.

Dessa forma, o objetivo do trabalho é investigar através da pesquisa bibliográfica e da pesquisa ação se é possível ensinar matemática através da atividade criação do desenho artístico e de que forma essa metodologia pode melhorar a motivação, concentração e aprendizagem dos estudantes. Para isso, a abordagem escolhida foi a qualitativa que é quando não se busca quantificar e sim compreender determinado fenômeno, é relatar, estabelecer um aspecto com outro (CID et. al. 2011).

### **3.2 Local e Participantes da Pesquisa**

Esta pesquisa foi desenvolvida no período compreendido entre dezembro de 2020 e março de 2021 com os estudantes do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), do CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho, no centro do município de Pimenteiras Piauí, situada a 259 km da capital Teresina. A escola é um Centro de Educação Profissionalizante da Rede Estadual de Ensino que oferta somente a modalidade de Ensino Médio Regular e Ensino Médio integrado ao técnico (MEDIOTEC) no horário diurno e Ensino Médio EJA e Ensino Médio PROEJA no horário noturno. Os cursos técnicos ofertados na modalidade integrada ao médio, são nas áreas de Enfermagem, Administração e Informática. A escola conta com apenas um prédio, dividido em 8 salas de aulas, laboratório de informática, laboratório de enfermagem, biblioteca, auditório, refeitório, quadra esportiva e salas administrativas.

A investigação foi direcionada à turma de 6ª Etapa da Educação de Jovens e Adultos que corresponde à 1ª e 2ª séries do Ensino Médio, composta por 15 alunos, todos maiores de 18 anos e que possuem um histórico de dificuldades de aprendizagem e reprovação. Esta modalidade de ensino também conta com o grave problema de evasão, pois muitos estudantes se desmotivam pelos estudos e por terem diversas ocupações em seus cotidianos acabam abandonando a escola. Este foi o principal motivo da escolha dessa amostra para a pesquisa.

Quanto ao desenvolvimento da pesquisa, alguns estudantes não puderam participar de todos os encontros presenciais devido ao período de insegurança na saúde ocasionado pela pandemia do coronavírus (Covid-19), sendo que apenas 6 estudantes estiveram presentes em todas as atividades. O desenvolvimento da pesquisa só ocorreu presencialmente devido grande parte dos participantes não disporem de internet e outros equipamentos necessários para a aplicação das atividades remotamente. Assim, foram adotadas todas as medidas de segurança e os encontros ocorreram no pátio da escola, em ambiente aberto e ventilado, mantendo-se o distanciamento social e utilizando todos os equipamentos de proteção individuais como o uso de máscaras e álcool em gel 70%.

É importante destacar, que os três primeiros encontros presenciais ocorreram no início de dezembro de 2020, período em que havia poucos casos do coronavírus na cidade, e, com o encerramento das aulas no dia 13 de dezembro, os dois últimos encontros só puderam ser realizados no mês de março de 2021, devido à redução de pessoas infectadas pelo vírus no município. Assim, a pesquisa foi sendo adaptada às necessidades e segurança de todos os envolvidos.

### **3.3 Técnicas/Instrumentos de Produção de Dados**

Como técnicas de produção de dados podemos citar inicialmente a pesquisa bibliográfica que de acordo com Gil (2008), é realizada a partir de material já elaborado e tem a vantagem de dar ao investigador um maior aprofundamento no fenômeno investigado, muito além do que se pretendia pesquisar diretamente. A pesquisa bibliográfica se fez necessária no momento do planejamento das atividades, fundamentou toda a parte introdutória dos encontros presenciais e deu suporte teórico para toda a construção da pesquisa e consolidação dos resultados.

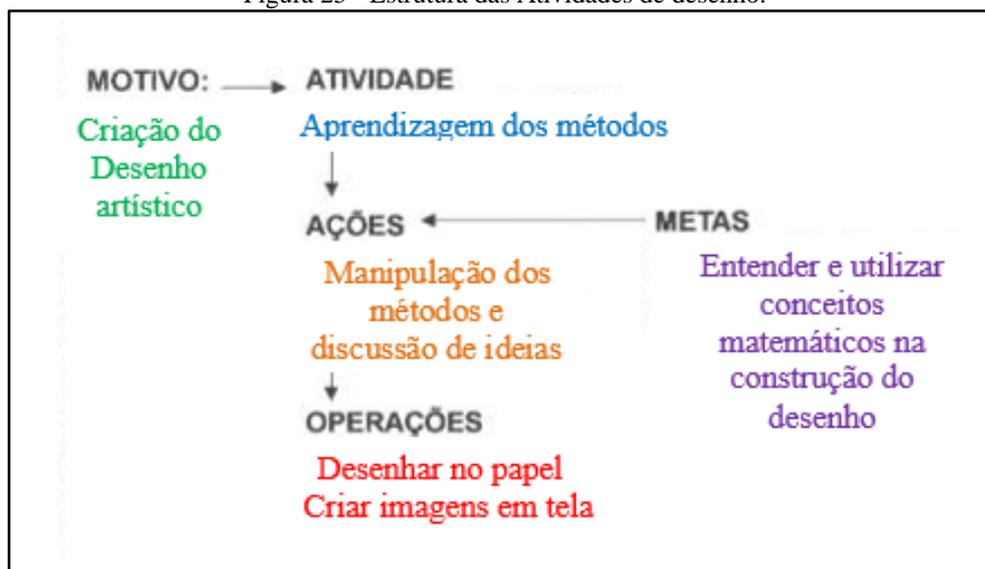
Em um segundo momento, foi utilizada para a coleta de dados com os estudantes a abordagem qualitativa realizada por meio de questionários, observações, atividades práticas, e depoimentos. A investigação contou com dois questionários qualitativos, o primeiro proposto antes do desenvolvimento da pesquisa e o outro após a realização das atividades práticas. Os depoimentos e demais observações foram recolhidos pelo professor pesquisador durante os encontros presenciais.

O questionário 1 (ver apêndices) foi elaborado com o intuito de compreender a visão dos estudantes sobre a matemática, suas dificuldades ou afinidades, opinião sobre as metodologias empregadas pelos professores e seus conhecimentos prévios a respeito da relação entre arte e matemática. Já o questionário 2, teve a finalidade de verificar se a atividade interdisciplinar entre a matemática e o desenho contribuiu para a melhoria da aprendizagem, e em quais aspectos ocorreu essa transformação. Os questionários foram aplicados através da plataforma *Google Classroom* e por meio de questionários impressos para os estudantes que não tinham acesso à internet.

Quanto as atividades práticas, estas foram realizadas no período de 02 de dezembro de 2020 a 13 de março de 2021, num total de 5 encontros presenciais (oficinas) com carga horária média de 3 horas/aula cada. A pesquisa - ação foi desenvolvida com base nos pressupostos da Teoria da Atividade de Leontiev (1978) e Davydov (1999), onde inicialmente os estudantes

foram levados a conhecer a história da arte relacionada à matemática e a desenvolver uma série de atividades com objetivos pré-estabelecidos e direcionados por um motivo específico trazido da realidade do estudante: criação do desenho a partir do ambiente externo e expressão da atividade psíquica interna. As atividades foram estruturadas do seguinte modo:

Figura 25 - Estrutura das Atividades de desenho.



Fonte: Própria do autor (2020)

Todas as atividades foram planejadas com o intuito do estudante produzir um desenho artístico (motivo/desejo), para isso através da atividade ele aprende métodos ou técnicas matemáticas para que consiga desenvolver a ação que é dividida numa série de tarefas ou operações que levam ao objetivo final de produção do desenho. Dessa forma, o ensino da matemática acontece durante o processo de produção, onde o aluno sente a necessidade de buscar pelo conhecimento para assim, conseguir desenvolver uma tarefa que o estimule.

#### Primeiro Encontro (Noções iniciais da perspectiva no desenho)

O objetivo desse primeiro encontro foi de reconhecer a matemática e a arte como duas áreas do saber que estão intimamente relacionadas; compreender e utilizar o conhecimento matemático na criação de desenhos em perspectivas com um ou mais pontos de fuga; relembrar os conceitos de ponto, reta, planos e ângulos e aplicar esses conhecimentos na construção do desenho tridimensional. A estrutura do 1º encontro está representada no quadro 2:

Quadro 2 – Estrutura do 1º Encontro.

<b>Mediação das Atividades (para quê?):</b> Desenvolver habilidades com relação às noções geométricas de pontos, retas, planos tridimensionais e ângulos			
<b>Motivo (por quê?):</b> Construir desenhos em perspectivas 3D			
Ação	Objetivo Principal	Descrição da Ação	Tempo
Introdução	✓ Contextualizar o conhecimento matemático com a história da arte utilizando o conceito de perspectiva	✓ Exposição através de slides da evolução do desenho artístico ao longo do tempo e as contribuições da matemática na construção da perspectiva.	20 min
Estudo da Perspectiva Cônica	✓ Entender a ideia de perspectiva e os conceitos matemáticos empregados no processo de construção desse tipo de desenho	✓ Apresentação das ideias de linha do horizonte, pontos de fuga e linhas de fuga e demonstração da construção de sólidos geométricos em perspectiva cônica com um, dois ou três pontos de fuga.	30 min
Atividade 1	✓ Projetar figuras geométricas planas em perspectivas tridimensionais	✓ Proposta de construção de sólidos geométricos utilizando a ideia de perspectiva cônica	20 min
Atividade 2	✓ Perceber as técnicas matemáticas utilizadas pelo artista na construção de sua arte em perspectiva	✓ Identificar pontos, de fuga, linha do horizonte, linhas de fuga e ângulos de uma obra de arte	20 min
Atividade 3	✓ Sistematizar os conhecimentos matemáticos na construção da perspectiva e incentivar a criatividade	✓ Criar um desenho utilizando as técnicas de perspectiva aprendidas na aula	40 min

Fonte: Própria do Autor (2020)

### Segundo Encontro: (Perspectiva Isométrica e Cavaleira)

No segundo encontro foram trabalhadas as perspectivas isométricas e cavaleira. O objetivo era abordar os conteúdos matemáticos de sistema tridimensional de coordenadas, ângulos, projeções ortogonais e proporções através da atividade de construção desse tipo de perspectiva.

Quadro 3 – Estrutura do 2º Encontro

<b>Mediação das Atividades (para quê?):</b> Construir desenhos geométricos; utilizar noções de ângulos, sistema de três eixos e proporcionalidade.			
<b>Motivo (por quê?):</b> Desenhar sólidos em perspectivas isométrica e cavaleira			
Ação	Objetivo Principal	Descrição da Ação	Tempo
Introdução	✓ Identificar e compreender as características visuais e métricas de cada tipo de perspectiva axonométrica	✓ Apresentar através de slides os diversos tipos de perspectivas Axonométricas identificando suas características	15 min
Estudo da Perspectiva Isométrica e Cavaleira	✓ Compreender como se constrói sólidos geométricos a partir da perspectiva isométrica e cavaleira, utilizando para isto os conhecimentos acerca do sistema cartesiano de três eixos(tridimensional), noções básicas sobre medidas de ângulos, ortogonalidade e proporções.	✓ Explorar através de exemplos os passos de construção da perspectiva isométrica e cavaleira.	15 min
Atividade 1	✓ Desenvolver os conhecimentos matemáticos estudados na construção de uma perspectiva isométrica	✓ Construção de um sólido geométrico em perspectiva isométrica utilizando os conhecimentos matemáticos.	30 min
Atividade 2:	✓ Utilizar a ideia de perspectiva cavaleira para aprimorar os conhecimentos acerca de ângulos, ortogonalidade e proporções matemáticas	✓ Criar um desenho em perspectiva cavaleira	15 min

Fonte: Própria do Autor (2020)

### Terceiro Encontro (Redução e Ampliação de desenhos)

Esse encontro teve por objetivo trabalhar a ideia de escala matemática e revisar alguns conceitos acerca de área e perímetro de figuras planas utilizando para isso atividades de ampliação e a redução do desenho.

Quadro 4 - Estrutura do 3º Encontro

<b>Mediação das Atividades (para quê?):</b> Resolver problemas de escalas e proporções.			
<b>Motivo (por quê?):</b> Conseguir ampliar um desenho semelhante ao original.			
Ação	Objetivo Principal	Descrição da Ação	Tempo
Introdução	✓ Compreender a importância do cálculo de escalas na reprodução do desenho.	✓ Estudo do cálculo de escalas e demonstrações de exemplos de imagens ampliadas e reduzidas	15 min
Ampliação e Redução do desenho	✓ Observar como é feito o processo de marcação do desenho para realizar uma redução ou ampliação	✓ Explorar através de vídeo, como se faz uma ampliação e redução do desenho utilizando proporções e marcações quadro a quadro	14 min
Atividade 1	✓ Ampliar um desenho e concluir algumas observações importantes acerca de proporções	✓ Utilizar a malha quadriculada para ampliar um desenho fazendo os devidos cálculos e observações da área e perímetro da região ocupada por cada imagem.	30 min
Atividade 2:	✓ Determinar, área, perímetro e a escala utilizada no desenho	✓ Apresentar uma imagem original e sua redução em malha quadriculada a fim de se perceber a escala, a constante de proporcionalidade de suas áreas e perímetros e propor a criação de uma imagem semelhante, com outra escala.	20 min
Atividade 3:	✓ Utilizar as proporções e o método do quadriculado para realizar ampliação e redução de um desenho.	✓ Ampliar uma imagem da internet usando o método do quadriculado	40 min

Fonte: Própria do autor (2020)

#### Quarto Encontro: Razão áurea

Este encontro teve por objetivo estudar o número de ouro, também chamado de seção áurea ou razão áurea; verificar sua presença e utilização na natureza e em construções artísticas como desenho, escultura e arquitetura; observar a sua relação com a sequência de Fibonacci e utilizá-lo na criação de desenhos artísticos. Os conteúdos de Matemática abordados foram: Números Irracionais, Equação do 2º grau, Sequência de Fibonacci, Razão e Proporção.

Quadro 5 - Estrutura do 4º Encontro

<b>Mediação das Atividades (para quê?):</b> Resolver equações de 2º grau e regra de três simples			
<b>Motivo (por quê?):</b> Encontrar proporções áureas nos desenhos; criar desenhos usando proporção áurea.			
Ação	Objetivo Principal	Descrição da Ação	Tempo
Introdução	✓ Compreender o número de ouro e perceber sua presença e relevância em diversas construções do mundo material e de modo específico na arte do desenho	✓ Exposição da história do número de ouro através de vídeo e slides com diversas imagens e situações do cotidiano onde podemos verificar a presença desta relação matemática	10 min
Cálculo do número de ouro $\phi$ (phi)	✓ Deduzir através de análise matemática e cálculos, o valor da razão áurea.	✓ Analisar juntamente com os estudantes as relações de proporções que definem o número de ouro e através de manipulações matemáticas determinar o valor da razão áurea.	14 min
Atividade 1: retângulo de ouro	✓ Verificar a relação da sequência de Fibonacci com o número de ouro e construir o retângulo e da espiral de ouro.	✓ Introduzir a sequência de Fibonacci e construir o retângulo de ouro e espiral de ouro, cujos lados dos quadrados são proporcionais aos números da sequência de Fibonacci	30 min
Atividade 2:	✓ Encontrar a posição exata do ponto de seção áurea em um segmento dado.	✓ Propor a resolução de uma questão cujo objetivo é localizar o ponto de seção áurea em um segmento de comprimento conhecido.	10 min
Atividade 3:	✓ Desenhar uma paisagem utilizando seções áureas.	✓ Apresentação de vídeo com dicas de como desenhar utilizando seções áureas. Proposta de atividade de desenho livre	40 min

Fonte: Própria do autor (2020).

Quinto Encontro: (Desenho e pintura em tela)

Momento destinado à aplicação dos conhecimentos desenvolvidos ou aperfeiçoados durante a realização da pesquisa na criação de quadros artísticos.

Quadro 6 - Estrutura do 5º Encontro

<b>Mediação das Atividades (para quê?):</b> Fazer cálculos de escala, regra de três e usar a sequência de Fibonacci para construir quadrados.			
<b>Motivo (por quê?):</b> Criação de telas de pintura			
Ação	Objetivo Principal	Descrição da Ação	Tempo
Desenho e pintura em telas	✓ Aplicar os conhecimentos de matemática na construção de telas artísticas	✓ Criação de desenho e pinturas utilizando os conhecimentos acerca de perspectiva, razão áurea e escalas numéricas	3 horas

Fonte: Própria do Autor (2020)

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo do trabalho é destinado à discussão e análise dos resultados obtidos a partir da pesquisa-ação desenvolvida. Aqui estão expostos todos os dados coletados da abordagem qualitativa que foi composta de questionários, atividades práticas presenciais, ficha de avaliação dos objetivos alcançados. Ao mesmo tempo se faz uma descrição detalhada de cada encontro, as intervenções, questionamentos e dificuldades vivenciadas pelos estudantes durante a execução da pesquisa.

Para melhor entendimento, alguns resultados foram convertidos em gráficos, outros mostrados através de imagens e recortes de diálogos dos estudantes. Como a quantidade de participantes nas etapas da pesquisa oscilou entre 15 e 6 estudantes, optou-se por mostrar, preferencialmente, as fotografias dos resultados das atividades dos 6 alunos que estiveram presentes em todos os encontros, para que assim, o leitor possa observar a progressão destes em relação à suas habilidades e conhecimentos adquiridos ao longo da pesquisa. É importante destacar que foi assegurado a todos os estudantes a preservação de suas imagens/identidades<sup>12</sup>, e foi atribuído a eles os codinomes Tarsila, Anita, Rosina, Abigail, Candido e Romero em homenagem a importantes artistas brasileiros.

Tabela 3 - Codinome dos Participantes da Pesquisa

1	<b>Tarsila do Amaral</b>	A pintora Tarsila do Amaral (1886-1973), foi um dos mais importantes nomes do modernismo brasileiro. Tarsila fez belíssimas obras que conquistaram o mundo e por isso, sempre foi muito bem aceita pela crítica social.
2	<b>Anita Malfatti</b>	Anita Malfatti (1889-1964), é outro grande nome das pintoras brasileiras ao lado de Tarsila do Amaral, que integraram o modernismo brasileiro.
3	<b>Rosina do Valle</b>	Rosina (1914-2000), foi uma das alunas na escola do Museu de Arte Moderna do Rio de Janeiro e teve como principal marca de seu trabalho o folclore e mata brasileiros. Hoje é possível encontrar suas obras no Museu de Arte Naif da Ilha de França, Museu de Arte Moderna de Hamburgo e Museu de Arte Moderna de Buenos Aires.
4	<b>Abigail de Andrade</b>	Foi uma pintora nascida em Vassouras, no interior do Rio de Janeiro, em 1864. É reconhecida por ter sido a primeira mulher premiada na Exposição Geral de Belas Artes, em sua 26ª edição ocorrida em 1884.
5	<b>Candido Portinari</b>	Portinari (1903-1962), destaca-se entre os pintores brasileiros mais conhecidos mundialmente. Sempre usou a pintura como meio de fazer crítica social e envolveu-se principalmente com a pintura moderna.
6	<b>Romero Britto</b>	Romero Britto é um artista brasileiro que nasceu em 1963, em Recife. Atualmente vive radicado em Miami, nos EUA. Ele é famoso pelos seus trabalhos como pintor e também como artista plástico.

Fonte: Própria do Autor, baseado em Arte e Cultura (2018)

<sup>12</sup> Os estudantes assinaram um termo de Consentimento Livre e Esclarecido (anexo II), onde foi assegurado aos mesmos a não divulgação de suas identidades. A direção da escola também assinou um termo de permissão para a realização da pesquisa na escola.

#### 4.1 Aplicação e resultado do questionário Qualitativo 1

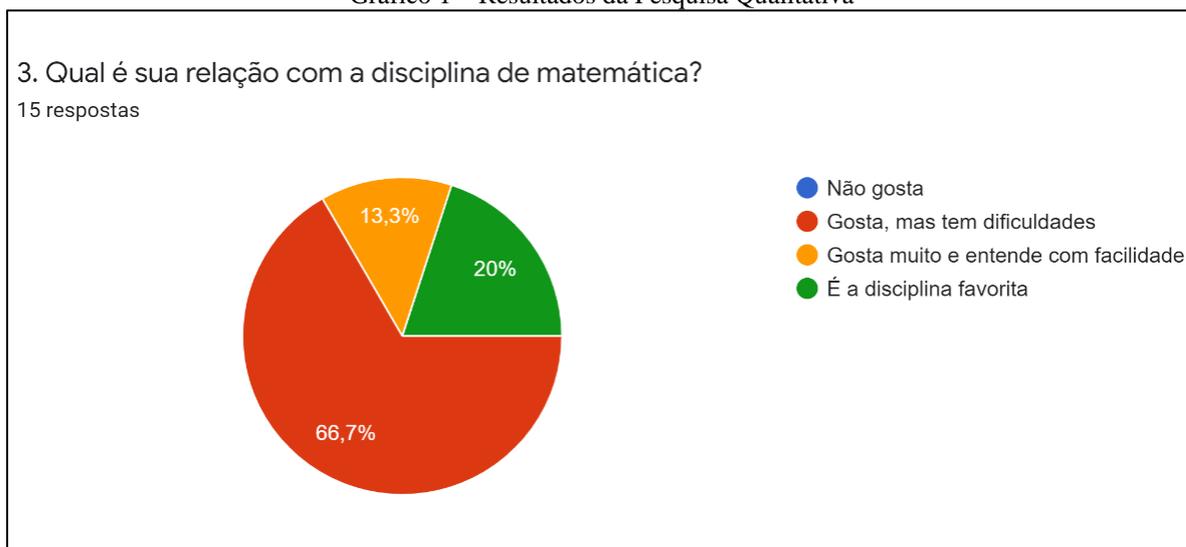
Devido às aulas da rede regular de ensino estarem funcionando apenas de modo remoto, o primeiro contato dos estudantes com a pesquisa foi por meio do grupo de *WattsApp* da turma e aconteceu no dia 01 de dezembro de 2020. A professora pesquisadora e a coordenadora pedagógica da modalidade de ensino explicaram os motivos e os objetivos do estudo, em seguida, foi solicitado aos estudantes da VI Etapa EJA do CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho – Pimenteiras Piauí, que respondessem a um questionário qualitativo a respeito da disciplina de matemática.

Os estudantes mostraram-se bastante receptivos e se comprometeram em participar da investigação, nesse momento, eles apresentaram as dificuldades em participar das atividades remotamente, devido à pouca qualidade de suas internet ou a ausência de tecnologias que permitissem os encontros on-line, dessa forma, chegou-se ao consenso de se realizar as atividades presencialmente no ambiente da escola. O questionário foi postado na plataforma *Google Classroom* e também disponibilizado no formato impresso, para os estudantes que possuíam pouco acesso à internet.

O questionário foi elaborado com nove questões objetivas e duas subjetivas que buscavam conhecer o perfil dos estudantes que participariam da pesquisa e a relação destes com a disciplina de Matemática. Esses dados fizeram-se necessários para uma melhor avaliação quanto às contribuições do método utilizado na pesquisa para a aprendizagem e motivação desses jovens.

Participaram dessa etapa da pesquisa 15 estudantes, sendo que 53,4% possuíam de 18 a 25 anos, 13,3% de 26 a 30 anos e 33,4% mais de 30 anos. Do total, 46,7% eram do sexo feminino e 53,3% do sexo masculino. No que diz respeito a forma como se relacionam com Matemática a pesquisa mostrou que a maior parte dos estudantes (66,7%) gostam da disciplina, mas possuem dificuldades e apenas 13,3% conseguem compreender os conteúdos com facilidade.

Gráfico 1 – Resultados da Pesquisa Qualitativa



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Para 93,3% dos estudantes da turma pesquisada, a Matemática é uma disciplina importante que está inserida em tudo o que compõe a nossa realidade, apesar disso, apontaram alguns motivos que dificultam a aprendizagem matemática. Algumas das respostas foram selecionadas aleatoriamente e se encontram no quadro abaixo.

Quadro 7 - Respostas da pergunta nº 4

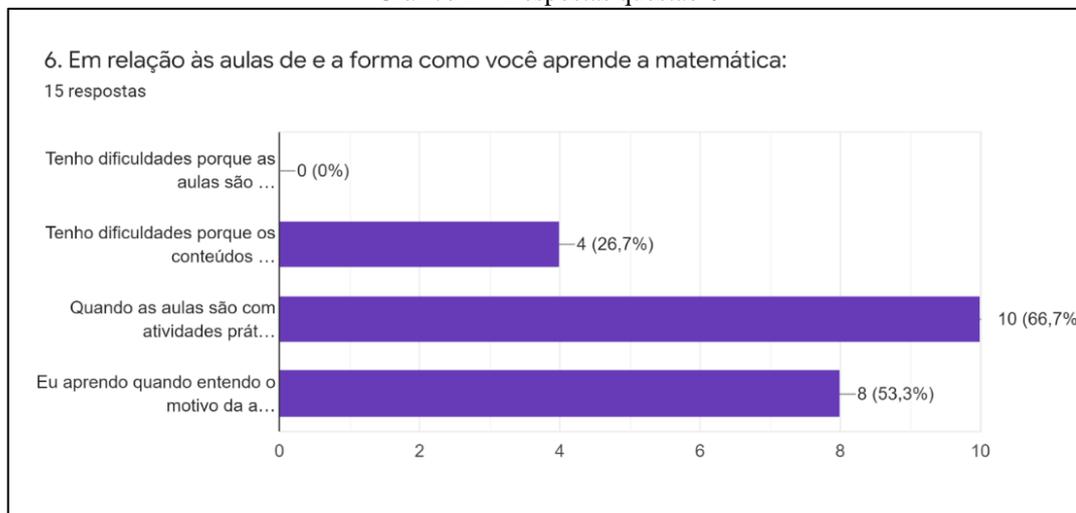
4. Na sua opinião o que mais dificulta a aprendizagem matemática?
<i>“Acho que as distrações que temos na hora da aula, às vezes os conteúdos repassados que vem difíceis. Os métodos que alguns professores escolhem para utilizar e repassar a nós, acaba dificultando um pouco o nosso aprendizado.”</i>
<i>“A falta de atenção, interação e nervosismo, etc.”</i>
<i>“A falta de aulas presenciais”</i>
<i>“Na minha opinião são as regras que dificulta, por isso temos que aprender todas.”</i>
<i>“O que mais tenho dificuldade é fazer um cálculo sem entender a pergunta.”</i>
<i>“No meu caso é alguns problemas de raciocínio de questões.”</i>
<i>“Aprender as contas com as letras”</i>
<i>“Não presto atenção na hora da explicação porque é muito fácil”</i>

Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Entre os principais motivos apresentados acima, está a falta de atenção e dificuldades em interpretar as questões propostas, o que evidencia a necessidade de se trabalhar com atividades mais práticas, conforme mostra o gráfico 2: para 66,7% dos estudantes, a maneira que mais aprendem o conteúdo de matemática é através de atividades práticas ou quando entendem o motivo da atividade (53,3%). Esse último resultado é validado pela Teoria da

Atividade de Leontiev (1978) e Davydov (1999), a atividade só exerce o papel de mediadora do conhecimento quando se pode perceber o seu motivo e necessidade.

Gráfico 2 – Respostas questão 6



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Em relação às atividades que mais gostam de realizar nas aulas de matemática, 60% dos estudantes ainda preferem as de cálculo, 26,7% gostam das que utilizam materiais concretos, 13,3% preferem jogos e desafios.

Gráfico 3 - Respostas pergunta nº 7

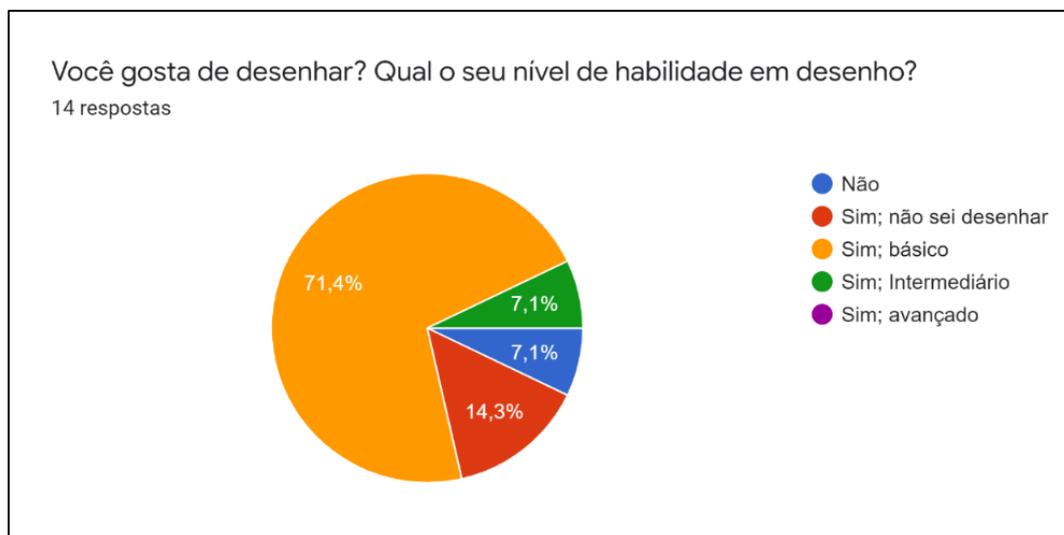


Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Em relação a presença da matemática na arte, apenas 33,3% dos estudantes responderam que já sabiam algo a respeito, 60% deles acreditam que seria possível aprender matemática através do desenho e 93,3% disseram que aprender matemática através do desenho artístico seria algo bastante motivador.

Em relação às suas habilidades em construção de desenho, observou-se que a maioria (92,9%) gostam de desenhar, mas 14,3% deles não sabem, 71,4% apresentam nível básico e 7,1% têm nível intermediário na criação de desenhos, conforme mostra o gráfico 4.

Gráfico 4 - Respostas pergunta nº 11



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

#### 4.2 - Primeiro Encontro Presencial: Perspectivas No Desenho

O primeiro encontro presencial aconteceu no dia 03 de dezembro de 2020, no horário de 18h30 às 21h30 no pátio da escola e contou com a participação dos 15 estudantes da turma, foram adotadas todas as medidas de segurança e as recomendações do Ministério da Saúde em relação a higienização dos materiais e equipamentos de proteção individuais.

Figura 26 - Fotografia do 1º Encontro

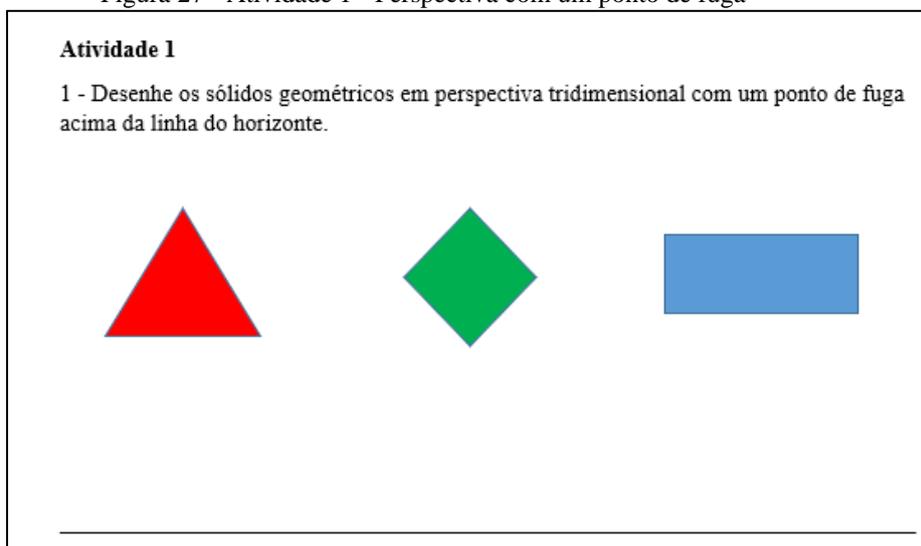


Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Foram distribuídos os materiais necessários como folhas sulfite, réguas, esquadros, compassos, transferidores, lápis (comum, 4B e 6B), borrachas, canetas e iniciou-se então o desenvolvimento da pesquisa, conforme apresentado no quadro 2. Percebia-se a curiosidade dos estudantes ao receberem os materiais, pois não estavam habituados a trabalharem com estes, nas aulas de matemática. Após o momento de introdução que trazia slides e vídeos sobre a história do desenho em perspectiva e a relação direta da Matemática com esse processo evolutivo, os estudantes demostram-se surpresos, e discutiam alguns pontos como “eu não sabia que a Matemática estava presente no desenho”, “desenhar é divertido, mas não sei como fazer”, “essa aula de Matemática é diferente de todas que já participei”.

Após o estudo detalhado dos métodos utilizados na construção das perspectivas cônicas, os estudantes começaram a desenvolver as atividades práticas propostas, conforme indicação da professora/pesquisadora. A primeira atividade proposta (construção de sólidos geométricos com um ponto de fuga) incluía noções de retas paralelas, ortogonais e concorrentes, linhas horizontais e verticais.

Figura 27 - Atividade 1 - Perspectiva com um ponto de fuga



Fonte: Própria do autor, baseado em Nova escola (2017).

O procedimento da tarefa era traçar uma linha do horizonte e sobre ela fixar um ponto (ponto de fuga), em seguida deveriam ser ligados todos os vértices da face frontal dos sólidos para este ponto. Daí bastava traçar retas paralelas às arestas seguindo a orientação do ponto de fuga.

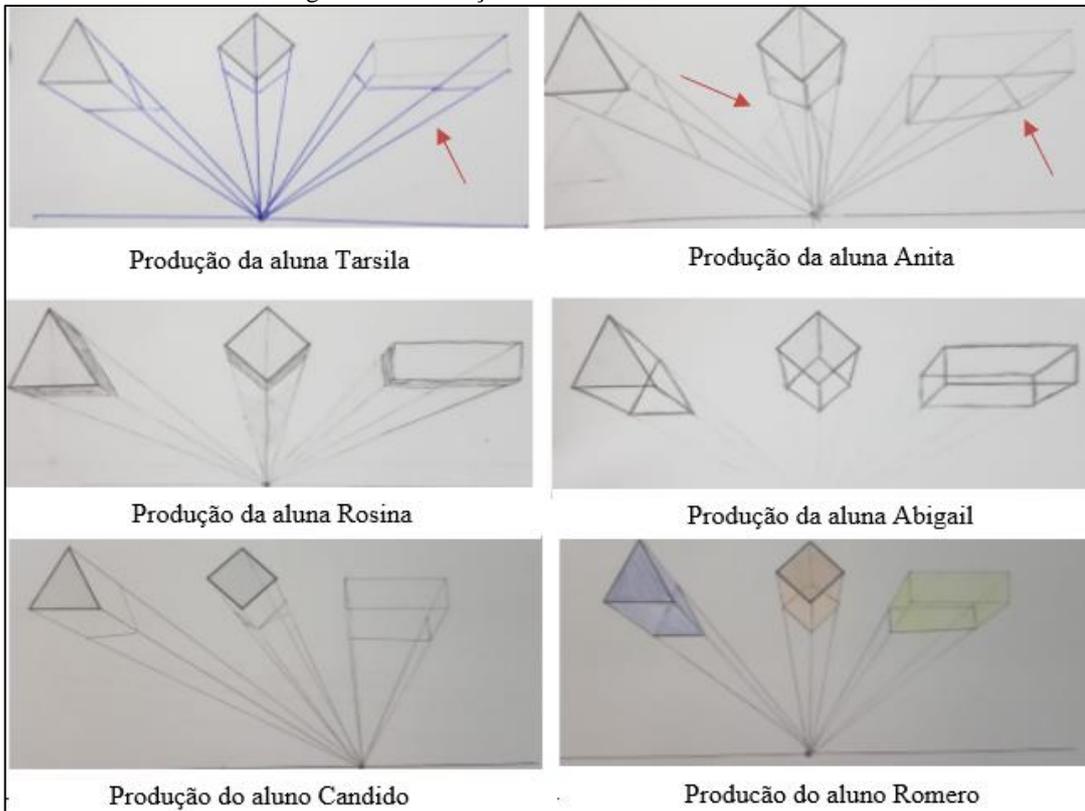
Figura 28 – Realização da atividade 1



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020).

Alguns estudantes demonstraram muitas dificuldades principalmente em relação às retas paralelas, compreendiam o conceito, mas no momento de traçar no desenho não conseguiam, resultando em um sólido deformado visualmente, conforme verificado nas produções das alunas Tarsila e Anita na figura 29. Ausubel (1978), explica que se o aluno estuda um conceito ou conteúdo e não encontra significado nele, será armazenado de maneira separada dos outros conhecimentos, o que pode ocasionar o rápido esquecimento e uma aprendizagem mecanizada.

Figura 29 - Produção dos estudantes - atividade 1



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Ainda observando a figura 29, podemos perceber que a aluna Abigail não segue o mesmo padrão de desenho dos demais colegas, ela consegue explorar corretamente a ideia sugerida pela professora, mas além disso, consegue dar sua própria interpretação para o desenho, incorporando a ele outras retas e retirando as linhas e o ponto de fuga. Isso deixa claro que a aprendizagem ocorre em momentos e em processos diferentes para cada pessoa, e cada um traz conhecimentos prévios que devem ser levados em conta no processo de mediação da aprendizagem, conforme mostra a Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1978).

Na atividade 2, foi apresentada a foto de uma obra de arte para que os estudantes percebessem as técnicas matemáticas empregadas pelo artista no processo de criação. Foi solicitado que identificassem na imagem, a linha do horizonte, o/os ponto(s) de fuga(s), as linhas de fugas e os ângulos entre as retas. Os estudantes já haviam compreendido as noções principais do desenho em perspectiva e não tiveram dificuldades na identificação dos pontos e linhas, entretanto, não sabiam utilizar o transferidor para marcar os ângulos entre as retas, conforme pode ser verificado nas imagens abaixo:

Figura 30 - Respostas da Atividade 2



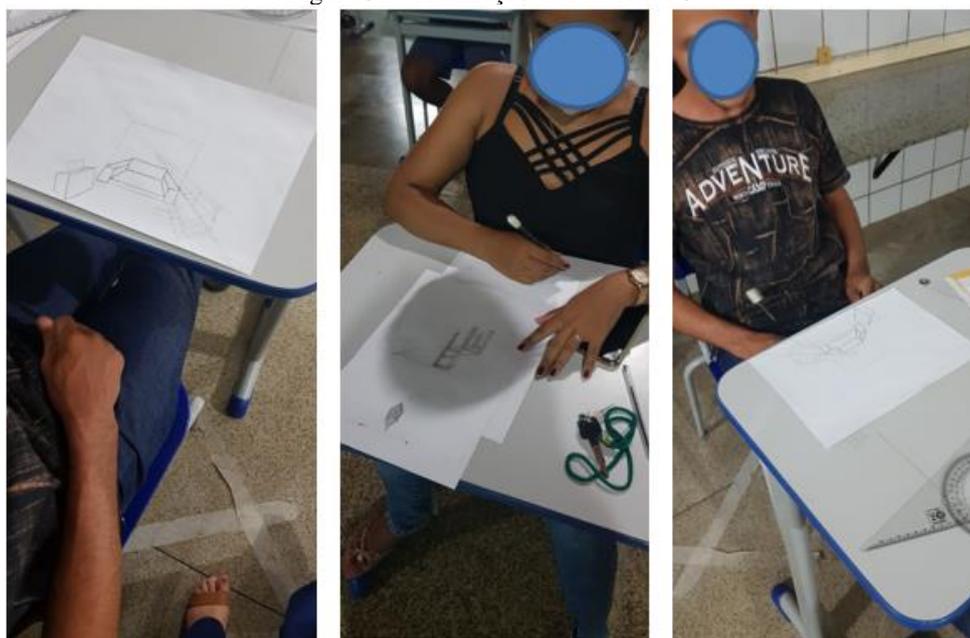
Fonte: Resultados da Pesquisa (2020).

É possível verificar nas imagens (figura 30), que as alunas Anita e Abigail conseguiram identificar corretamente o ponto e as linhas de fuga da imagem, porém, os ângulos não foram medidos corretamente e há também problemas quanto à forma de notação, na imagem a aluna Anita não utilizou o símbolo de grau ( $^{\circ}$ ) e sim o nome “grau”, já a aluna Abigail marcou ângulos de  $100^{\circ}$  e  $60^{\circ}$  onde se percebe visualmente que os ângulos são menores que as medidas indicadas. Nesse momento, se fez necessária a mediação do professor para direcionar o conhecimento das estudantes e dar sentido ao que se estava estudando. “A mediação é um processo essencial para tornar possível as atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo.” (OLIVEIRA, 2004, p. 33).

De início, apenas 73% dos estudantes conseguiram realizar a tarefa com sucesso, mas após a mediação da professora pesquisadora e das discussões da turma todos conseguiram desenvolver a atividade, o aluno Romero explicou a forma correta de se usar o transferidor e ressaltou a maneira adequada de se representar os ângulos.

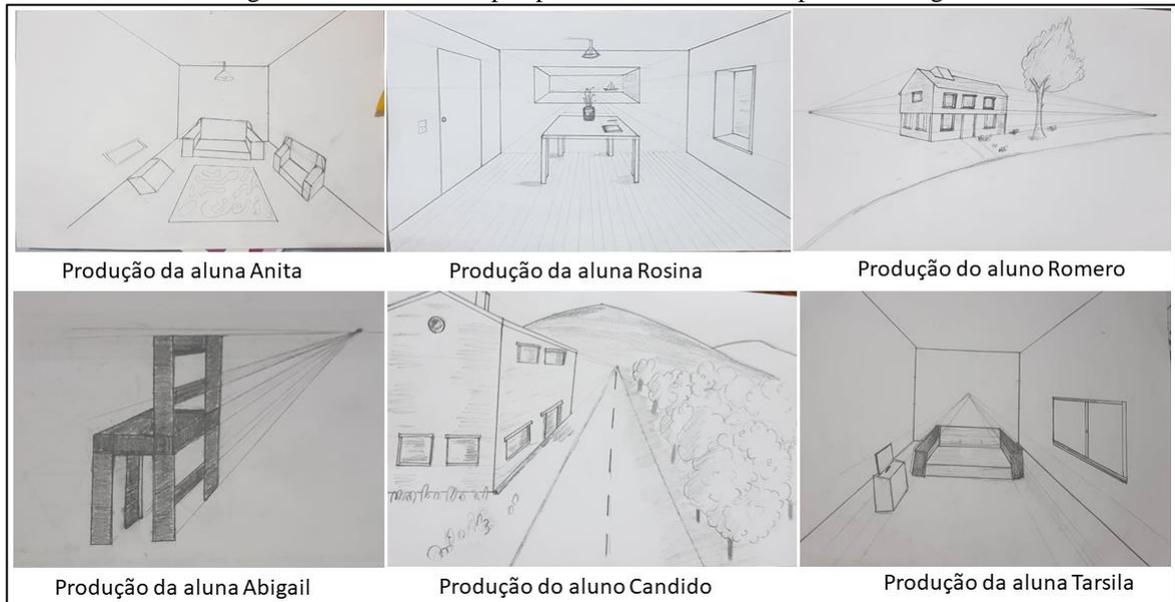
A atividade 3, trouxe a proposta de construção de um desenho em perspectiva utilizando, um ou mais pontos de fuga. Nesse momento foi transmitido um vídeo com exemplos de construção de paisagens e objetos em perspectiva cônica para que os estudantes pudessem agregar alguns métodos e criar seus próprios desenhos. Foi possível analisar como os estudantes foram pouco a pouco se apropriando das técnicas e superando as dificuldades iniciais, melhorando assim, sua percepção tridimensional, coordenação motora e traço. Abaixo estão expostos alguns dos resultados obtidos na atividade.

Figura 31 - Realização da Atividade 3



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Figura 32 - Desenho em perspectiva com um ou dois pontos de fuga

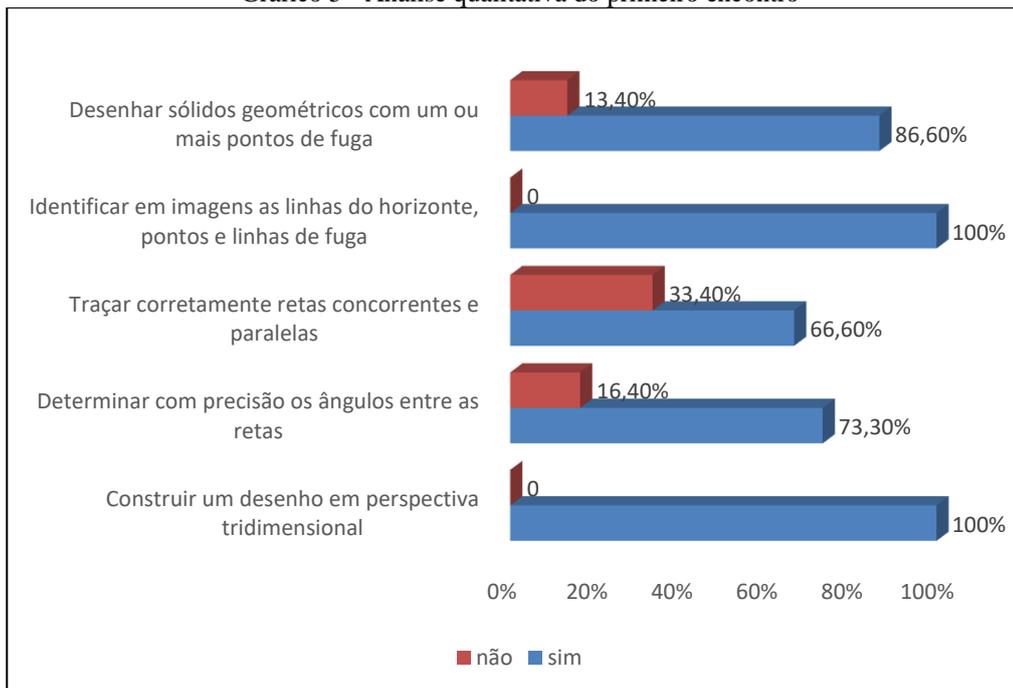


Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Durante a realização das tarefas os estudantes mantiveram-se bastante concentrados e motivados, o professor pesquisador pode avaliar o cumprimento dos objetivos das atividades através da ficha de avaliação individual dos estudantes.

No gráfico abaixo estão representados os resultados qualitativos dos 15 estudantes que participaram do primeiro encontro, “SIM” representa que o estudante cumpriu o objetivo proposto e “NÃO” que o objetivo não foi alcançado em sua totalidade.

Gráfico 5 - Análise qualitativa do primeiro encontro



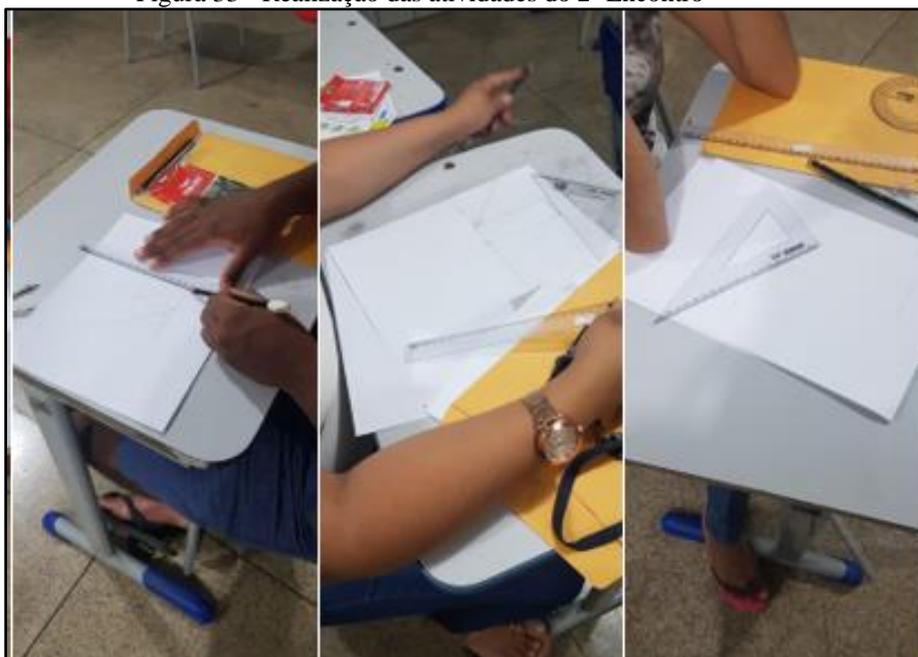
Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

### 4.3 Segundo Encontro: Perspectiva Isométrica e Cavaleira

O segundo encontro foi realizado no dia 11 de dezembro de 2020 no horário das 18h30 às 20h30, no espaço físico da mesma escola. Neste encontro estiveram presentes 9 dos 15 estudantes da turma e foram exploradas as perspectivas de projeção paralelas, em especial as Perspectivas Isométricas e a Cavaleira. Para uma abordagem mais ampla, a professora pesquisadora utilizou slides, diversas imagens ilustrativas, realizou algumas construções no quadro branco e discutiu com os estudantes os cálculos que envolvem cada uma das perspectivas citadas.

O encontro contou com duas atividades práticas de desenho, sendo uma com Perspectiva Isométrica e a outra com Perspectiva Cavaleira. Para isso, foi necessário que os estudantes aprendessem a manusear transferidores, régulas e esquadros de  $30^\circ$  e  $45^\circ$  para a marcação dos ângulos.

Figura 33 - Realização das atividades do 2º Encontro



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

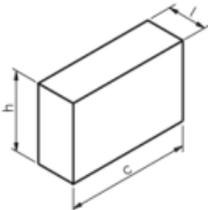
A atividade 1 (figura 34), propôs a construção de um prisma regular em Perspectiva Isométrica, o objetivo dessa atividade foi explorar a construção do sistema de três eixos, análise e marcação de ângulos, aperfeiçoamento nas técnicas construção e interpretação de Projeções Ortogonais Isométricas.

Figura 34 - Atividade 1 – Segundo Encontro

**Atividade 1:**

Construa um prisma retangular em perspectiva isométrica, com as seguintes proporções:

Comprimento:  $c = 10$  cm,  
 Largura:  $l = 4$  cm  
 Altura:  $h = 6$  cm

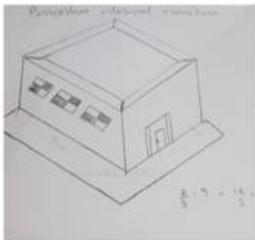
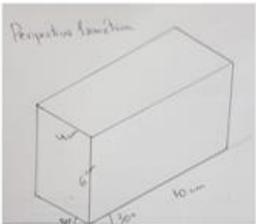
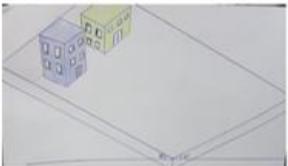


Fonte: Própria do autor (2020)

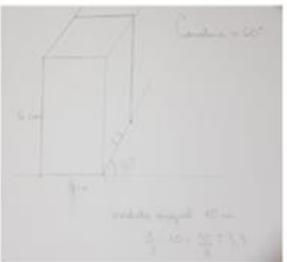
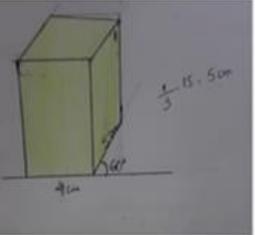
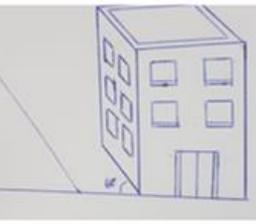
A segunda atividade pedia que os estudantes criassem um desenho em Perspectiva Cavaleira. Deveriam escolher um ângulo de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ou  $60^\circ$  e utilizar a redução correta do comprimento lateral de acordo com o ângulo escolhido. Abaixo estão ilustrados alguns resultados das duas atividades:

Figura 35 - Atividades do 2º Encontro

**Perspectiva Isométrica**

			
Produção da aluna Tarsila	Produção da aluna Rosina	Produção do aluno Candido	Produção do aluno Romero

**Perspectiva Cavaleira**

			
Produção da aluna Anita	Produção da aluna Abigail	Produção do aluno Candido	Produção do aluno Romero

Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Ao analisar as produções verificou-se que os estudantes não tiveram grandes dificuldades no processo de construção de perspectivas paralelas, alguns até consideraram que este tipo de desenho seria mais fácil do que os estudados no encontro anterior, no entanto, ao observar os desenhos mais atentamente percebe-se que a aluna Tarsila utilizou o coeficiente de redução das fugantes de  $2/3$  na perspectiva isométrica, sendo que este devia ser usado na perspectiva cavaleira. Alguns tiveram dificuldade em traçar o sistema de três eixos com  $120^\circ$  entre as retas, mas com o auxílio do transferidor foi possível a todos concluir a tarefa. Outros, colocaram o ângulo corretamente, mas não usaram o coeficiente de redução do comprimento lateral.

O encontro permitiu aos estudantes uma maior familiarização com os instrumentos de desenho geométrico e estes mantiveram-se entusiasmados durante todo o encontro, optando por repetir as atividades até que conseguissem um resultado satisfatório. De acordo com as observações da professora pesquisadora, 53,6% dos estudantes que participaram deste encontro conseguiram traçar, sem nenhuma ajuda, o sistema de três eixos com  $120^\circ$  entre as retas; 77,8% calcularam corretamente as marcações e reduções, proporcionalmente ao ângulo da visão; todos efetuaram os cálculos matemáticos corretamente e conseguiram completar as tarefas de construção do desenho em perspectiva cavaleira e isométrica.

#### **4.4 Terceiro Encontro: Escalas na Ampliação e Redução do Desenho**

Este encontro foi realizado presencialmente no dia 13 de dezembro de 2020 no horário das 18h30 às 21h00 e abordou o conceito de escalas matemáticas na construção do desenho. Foram realizadas três atividades práticas que exploraram as proporções, semelhança de figuras, noções de área e perímetro com o intuito de reproduzir imagens através do processo de ampliação ou redução. Os conteúdos matemáticos foram sendo explorados no decorrer do desenvolvimento das atividades práticas.

As atividades 1 e 2 trazem a ideia de ampliação de desenho na malha quadriculada. As atividades foram baseadas em um vídeo tutorial da organização *Khan Academy*<sup>13</sup> e consistem em ampliar e reduzir um desenho em malha quadriculada utilizando escalas. As atividades contemplam a habilidade da BNCC que diz “Construir figuras planas semelhantes em situações

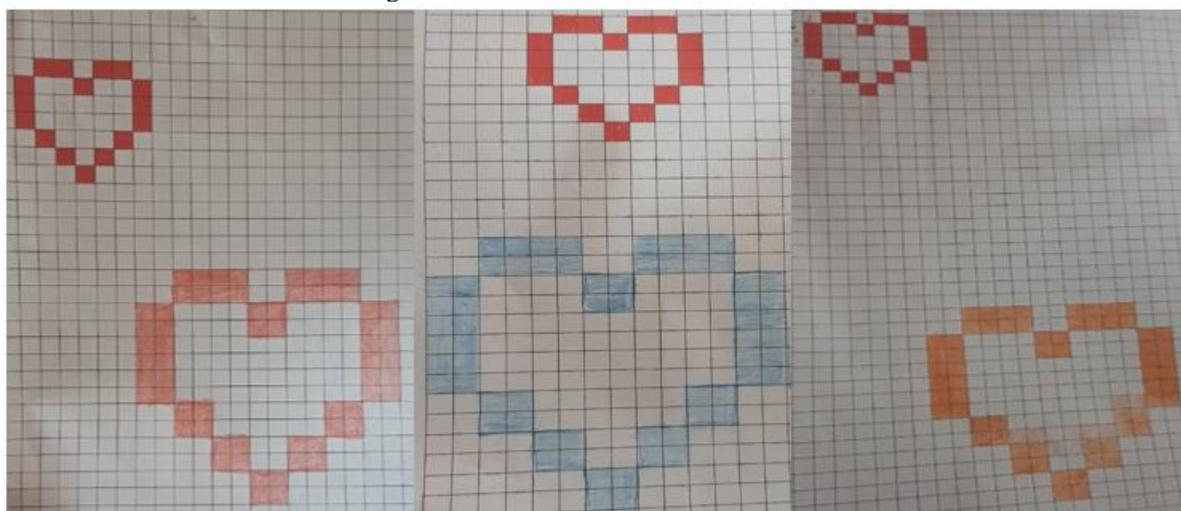
---

<sup>13</sup> *Khan Academy* é uma organização sem fins lucrativos que produz uma série de materiais sobre educação. Vídeo utilizado na pesquisa, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=h4Kf1w4LBVQ>

de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais” (BRASIL, 2018 p. 303).

A atividade 1, trouxe a proposta de ampliação de um desenho na escala 2:1, abaixo estão dispostos alguns resultados:

Figura 36 - Atividade 1 - Terceiro Encontro



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Na foto acima estão dispostos os trabalhos das estudantes Tarsila, Anita e Abigail, respectivamente, é possível perceber que elas conseguiram ampliar a imagem numa escala de 2:1, onde cada quadrinho 1x1 foi duplicado. Durante a realização dessa atividade, a maior dificuldade percebida pelos estudantes foi a de que deviam ampliar igualmente a largura e o comprimento, ou seja, onde havia um retângulo de 2 quadros de largura e 1 quadro de altura passa a ser 4 quadros de largura e 2 quadros de altura, totalizando 8 quadrinhos, portanto, quatro vezes maior que a área original. Isso foi percebido pelos estudantes Cândido e Romero, e logo compartilharam a descoberta com todos os participantes. É possível observar (figura 36), que a aluna Abigail tinha realizado a contagem dos quadros inicialmente errada, tornando o desenho com área não proporcional ao original.

Em seguida foram feitos alguns questionamentos orais para que os estudantes fossem instigados a refletirem sobre as noções de semelhança e constante de proporcionalidade nas imagens. Para responderem aos questionamentos foi solicitado aos estudantes que calculassem as áreas e os perímetros das figuras. Alguns não lembravam como era o cálculo de área e perímetro devido terem parado os estudos por um longo período. Essas dúvidas foram esclarecidas pelos próprios estudantes que exemplificaram cada um dos conceitos. O cálculo foi bastante simples devido os desenhos estarem construídos numa malha quadriculada, então,

bastou que contassem os quadros para a área e as linhas (arestas dos quadrados) que contornam o desenho para o perímetro. Todos conseguiram realizar a tarefa com sucesso. A síntese das respostas dos estudantes aos questionamentos posteriores está disposta no quadro abaixo:

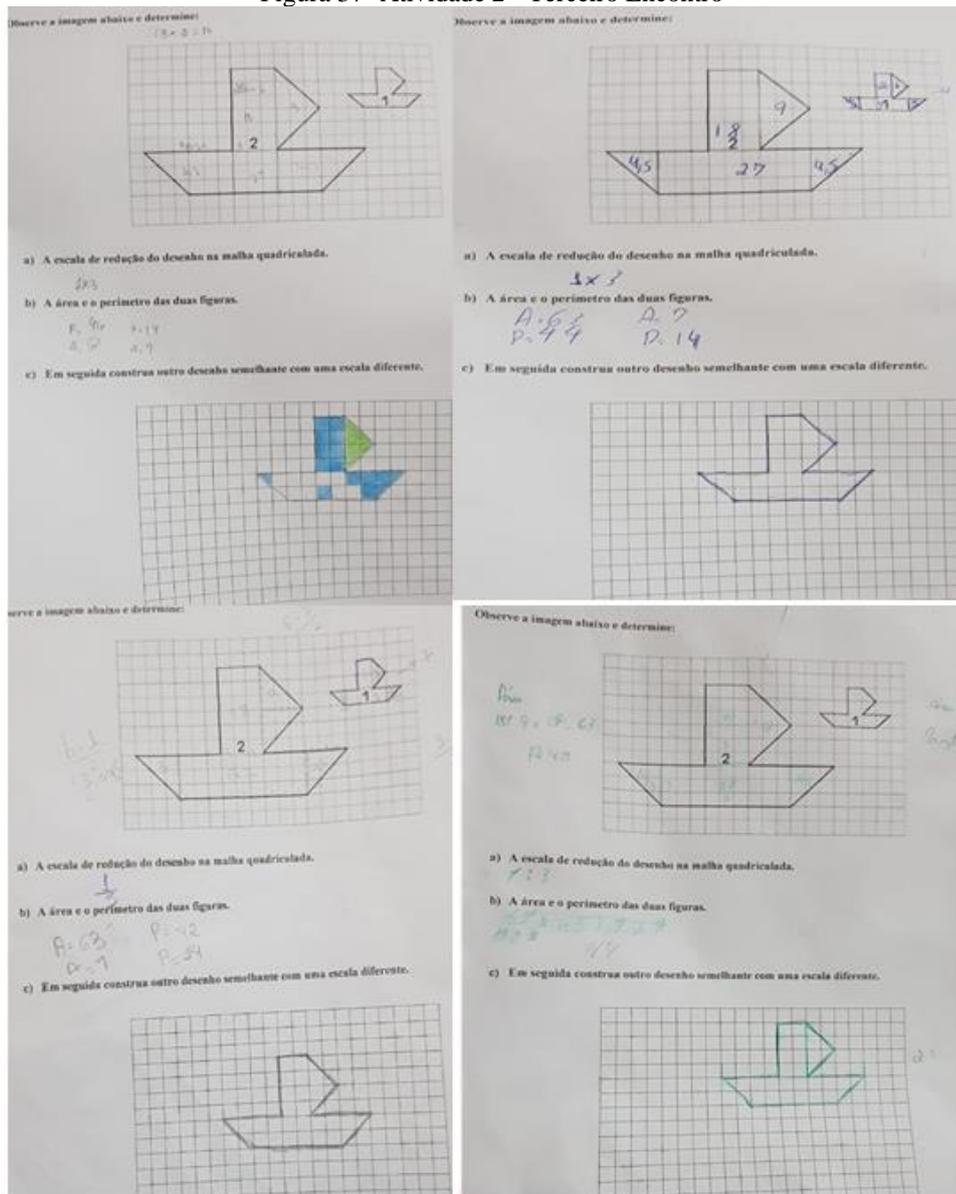
Quadro 8 - Questionamentos sobre Atividade 1 - Terceiro Encontro

<b>1. Considerando que a escala de ampliação do desenho foi de 2:1, quantas vezes o perímetro da figura ampliada é maior que o da figura original? E a área?</b>	
Tarsila	<i>2 vezes. 4 vezes.</i>
Anita	<i>O perímetro 2 vezes maior e a área 4 vezes.</i>
Rosina	<i>O dobro e o quádruplo.</i>
Abigail	<i>2 vezes. 4 vezes.</i>
Candido	<i>2 vezes. 4 vezes.</i>
Romero	<i>O perímetro é o dobro e a área o quádruplo da original.</i>
<b>2. E se a escala de ampliação fosse de 3:1, o que ocorreria com o perímetro e área do desenho ampliado?</b>	
Tarsila	<i>O perímetro seria três vezes maior. Agora a área não sei dizer.</i>
Anita	<i>O perímetro seria 3 vezes maior e a área 6 vezes maior.</i>
Rosina	<i>O perímetro fica 3 vezes maior e a área o triplo</i>
Abigail	<i>O perímetro fica 3 vezes maior e área 6 vezes maior.</i>
Candido	<i>O perímetro fica 3 vezes maior e a área 9 vezes maior.</i>
Romero	<i>O perímetro fica 3 vezes maior e a área 9 vezes maior.</i>

Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Para esclarecer as dúvidas, a professora pesquisadora solicitou que desenvolvessem a atividade 2, onde poderiam observar um desenho reduzido à escala de 1:3, calcular as áreas e perímetros e assim descobrirem a constante de ampliação ou redução da área de figuras planas. Na mesma atividade eles deveriam construir um desenho semelhante usando uma escala diferente das utilizadas na questão. Abaixo estão organizados alguns resultados:

Figura 37- Atividade 2 - Terceiro Encontro



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Conforme percebido nas imagens acima para o cálculo de área, os estudantes tiveram que utilizar as fórmulas da área do retângulo e do triângulo, pois o desenho não é formado por quadrados completos, dessa forma, bastou que dividissem estrategicamente o desenho e contassem as arestas dos quadrinhos que formavam a base e a altura de cada parte para em seguida aplicarem as fórmulas ( $\text{base} \times \text{altura}$  – retângulo e  $\text{base} \times \text{altura} / 2$  – triângulo). Através desta atividade os estudantes verificaram que a área da imagem ampliada em 3:1 era 9 vezes maior que a original, daí que  $9=3^2$ , portanto, todos entenderam que a área cresce ou decresce sempre de acordo com o quadrado da constante de proporcionalidade nos desenhos, ou seja, a escala ao quadrado. Os estudantes também conseguiram reproduzir a imagem1 na escala 2:1, demonstrando que já haviam adquirido habilidade na realização dessas tarefas.

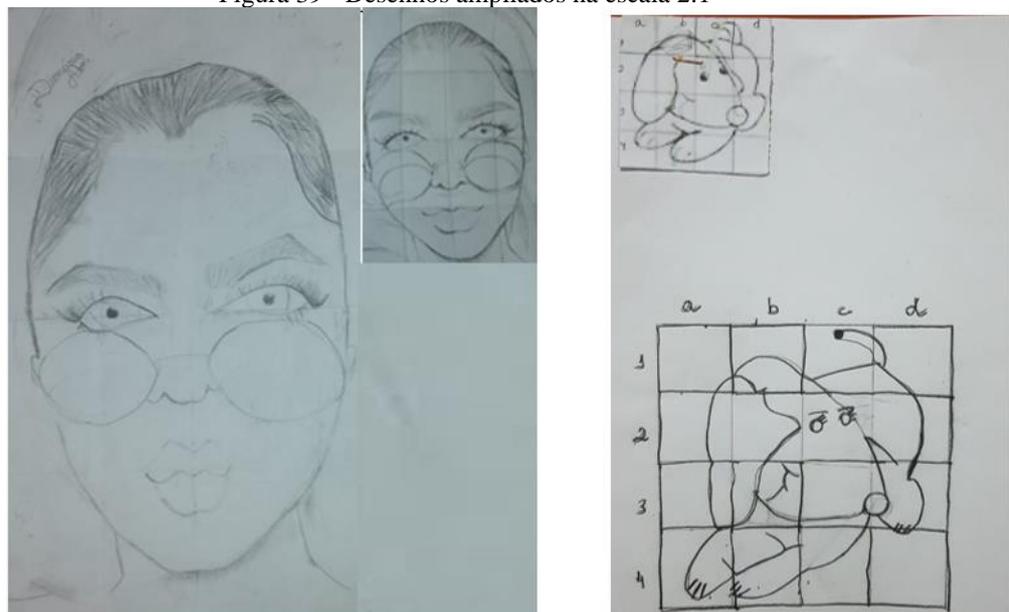
A atividade 3, consistiu em ampliar uma imagem da internet, a partir do método do quadriculado, utilizando escalas. Os alunos dividiram a imagem original em pequenos quadros e em seguida mediram as dimensões e reproduziram em uma folha em branco aplicando a escala desejada. O método permitiu que o desenho fosse pouco a pouco sendo reproduzido de forma ampliada e bastante semelhante ao original. Abaixo estão expostos alguns resultados da atividade.

Figura 38 - Ampliação de Desenhos



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Figura 39 - Desenhos ampliados na escala 2:1



Fonte: Resultados da Pesquisa (2020)

Os estudantes que participaram deste encontro ficaram bastante satisfeitos com suas produções e admiraram o método de ampliação usando a matemática, de acordo suas opiniões, o classificaram como “fácil”, “resultado muito parecido com o original”, “qualquer pessoa consegue fazer isso usando este método”. Quanto a avaliação individual dos estudantes durante este encontro, a professora pesquisadora acompanhou que na atividade 1, 100% dos estudantes conseguiram ampliar o desenho em malha quadriculada e determinaram a área e o perímetro das figuras. Na atividade 2, 33,3% alunos tiveram dificuldade em determinar a área e o perímetro das figuras, mas conseguiram após a explicação do professor. Todos os estudantes conseguiram ampliar o desenho utilizando escala matemática e método do quadriculado.

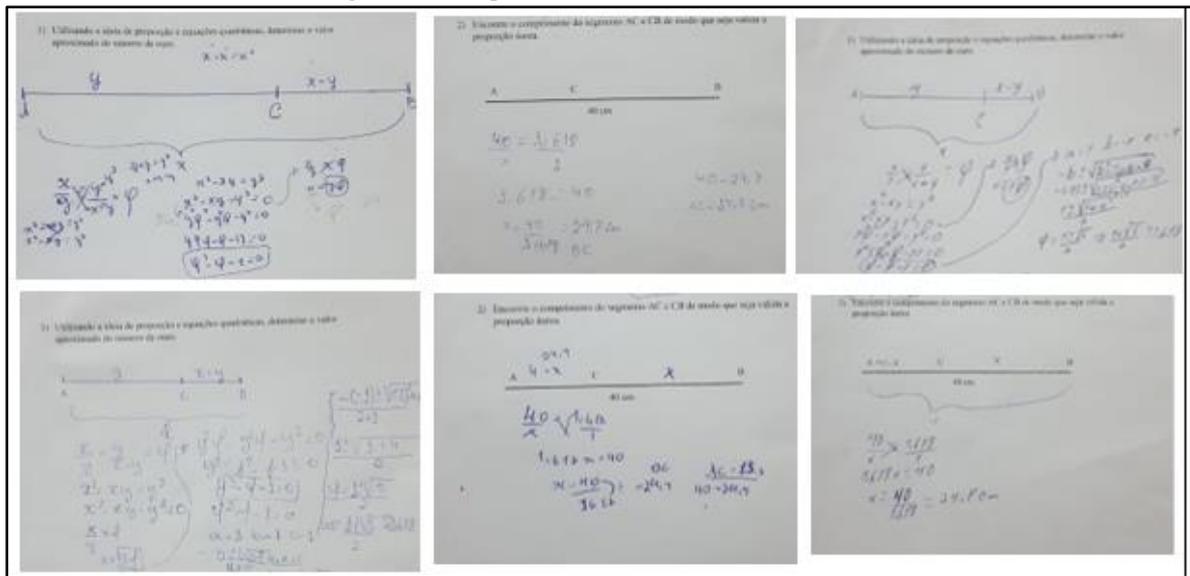
#### **4.5 Quarto e Quinto Encontros – Razão Áurea**

Os dois últimos encontros foram realizados nos dias 3 e 4 de março de 2021, somente após o retorno das aulas na Rede Estadual de Ensino do Piauí. Ambos os encontros foram destinados ao estudo da proporção áurea ou razão áurea, sendo o primeiro encontro direcionado à parte mais teórica e o segundo às atividades práticas com oficinas de desenho e pintura.

Por ser um tema bastante curioso, inicialmente, foram apresentados vídeos que traziam uma abordagem história do número de ouro, suas principais aplicações, a sua relação com a natureza, com a arte, arquitetura e processo de construção do desenho. Em seguida, foi trabalhado o conceito formal da proporção áurea e os estudantes procuraram representar esse conceito através da forma algébrica e também geométrica.

Como atividades podemos citar a dedução do valor do número de ouro, encontrar a seção áurea em um segmento e construir o retângulo e espiral de ouro a partir da sequência de Fibonacci.

Figura 40 - Respostas das atividades do 4º Encontro



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

No item 1 da primeira atividade, os estudantes conseguiram resolver as igualdades de proporções utilizando regra de três simples, no entanto, ao chegar na equação quadrática eles não lembravam a fórmula de *Báskara* e foi preciso o professor utilizar o quadro branco para relembrar este conteúdo. Após a explicação, todos conseguiram concluir a tarefa. No item 2, que pedia para calcular o comprimento da secção áurea num segmento dado, os participantes utilizaram o resultado do item 1 e rapidamente chegaram ao valor desejado.

O intuito era aprender a dividir o espaço em secções para construir uma imagem proporcionalmente agradável. O restante do encontro foi dedicado ao treino da construção do retângulo e espiral de ouro para que na etapa seguinte os conhecimentos adquiridos fossem aplicados nas atividades práticas. Também foram vistos alguns tutoriais de pinturas que os auxiliaria na construção de telas.

No último encontro, que foi realizado no dia 04 de março de 2021, os estudantes estavam ansiosos para procederem nas construções de suas primeiras pinturas. Ao mesmo tempo estavam com receio de não conseguirem concretizar a tarefa, pois nunca haviam realizado esse tipo de atividade.

As oficinas iniciaram às 18h30min e durou o tempo necessário para os estudantes concluírem as suas telas (22h15min). O primeiro passo foi a marcação das telas a partir das ideias que pretendiam materializar, dos 6 estudantes, 2 optaram por trabalhar uma imagem em perspectiva com um ponto de fuga, os outros 4 utilizaram os conhecimentos acerca da razão áurea para confecção de seus quadros.

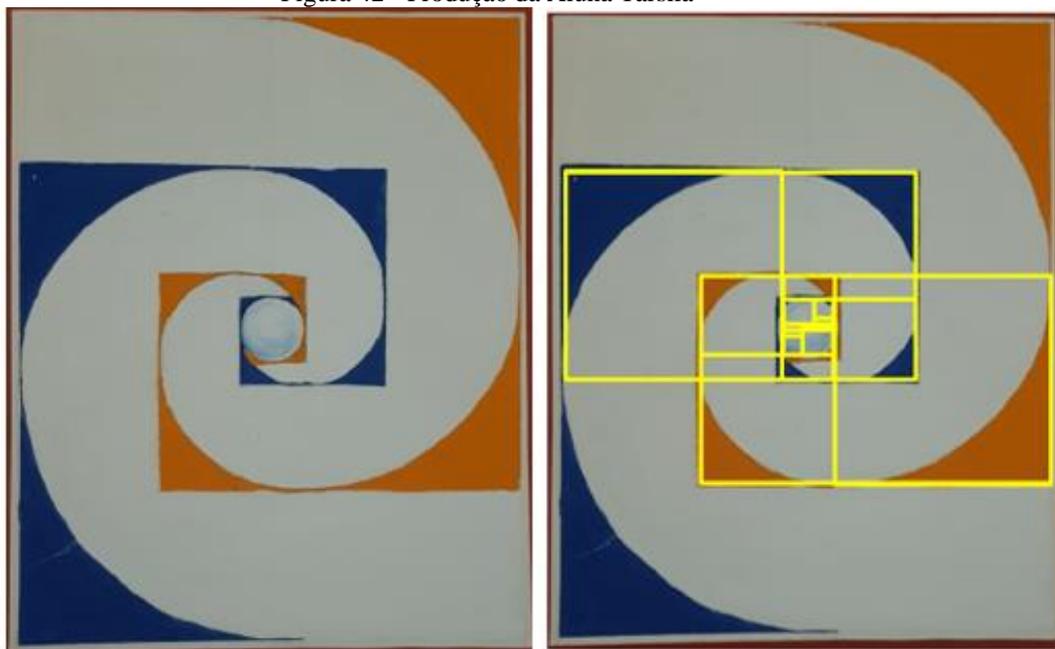
Figura 41 - Fotos da oficina de pintura e desenho



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Os participantes da pesquisa: Tarsila, Anita e Cândido optaram por criar uma tela abstrata a partir da espiral de ouro e retângulo áureo, utilizaram a sequência de Fibonacci como base para a construção dos retângulos, conforme mostrado nas fotos:

Figura 42 - Produção da Aluna Tarsila



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Figura 43 - Produção da Aluna Anita



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Figura 44 - Produção do Aluno Candido



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

A aluna Rosina, optou por construir uma paisagem usando a secção Áurea, ou seja, multiplicou as dimensões da tela por 0,618 para adquirir os pontos de interesse do desenho e criá-lo de uma forma mais harmoniosa.

Figura 45 - Produção da Aluna Rosina



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

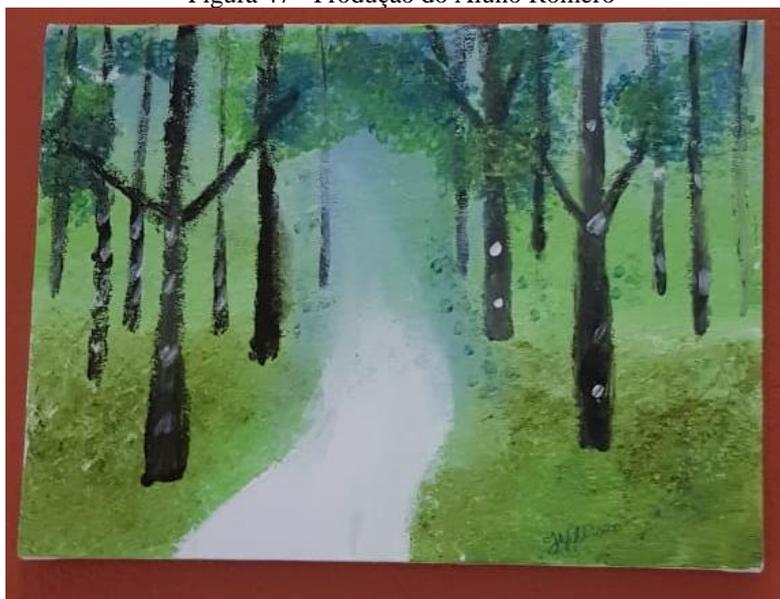
Por fim os alunos: Abigail e Romero, optaram por construir uma paisagem em perspectiva com um ponto de fuga.

Figura 46 - Produção da Aluna Abigail



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Figura 47 - Produção do Aluno Romero

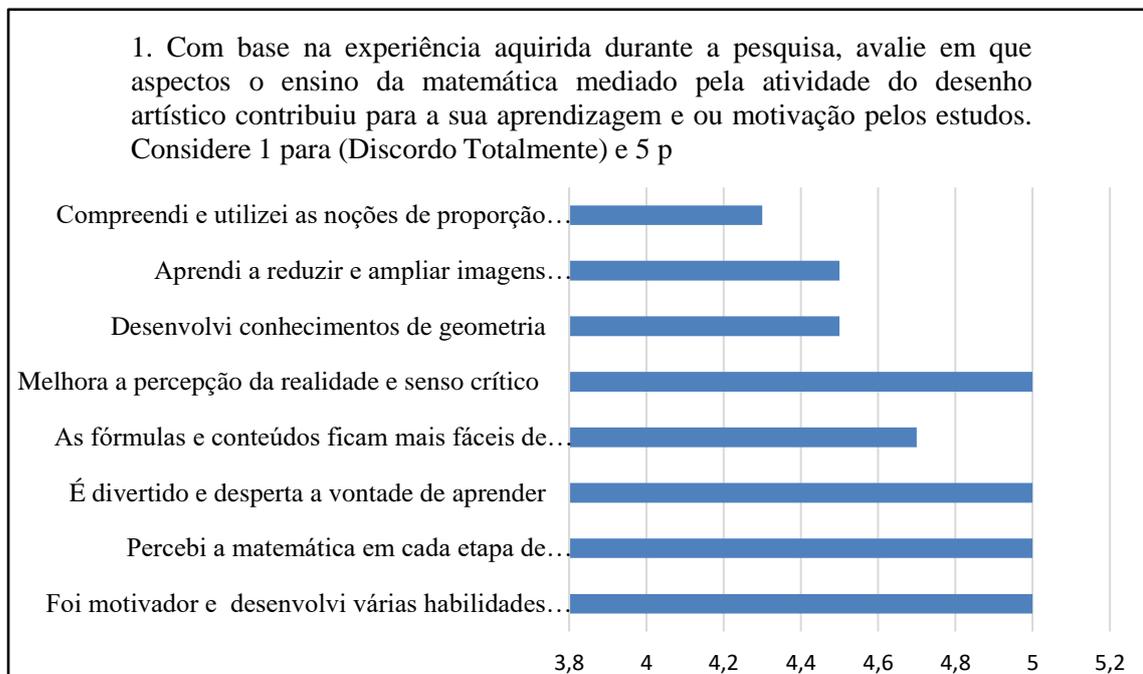


Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Os estudantes ficaram surpresos como os resultados obtidos, diziam não acreditar que foram capazes de criar uma obra de arte. Abigail e Tarsila disseram que iriam continuar fazendo isso em suas práticas cotidianas e todos ressaltaram que a experiência havia sido muito gratificante. No decorrer do processo de pintura eles comentavam que a pintura era algo prazeroso de se fazer e trouxe muita leveza e concentração.

Ao final da oficina os estudantes responderam a um questionário qualitativo para que avaliassem a experiência de estudar matemática através do desenho. Os resultados estão apresentados a seguir.

Gráfico 6 – Respostas da questão 1 - Questionário Qualitativo final

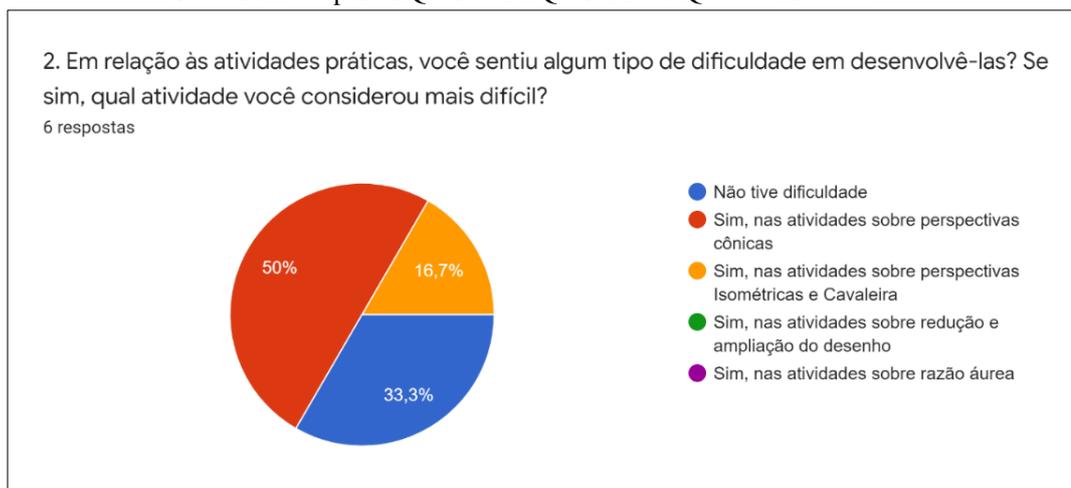


Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Conforme observa-se no gráfico acima, os estudantes avaliaram com valores próximos de 5 (concordo totalmente) cada um dos itens acima de acordo com os resultados esperados para cada uma das atividades realizadas. Isso mostra que houve uma melhora no desenvolvimento destes, tanto na parte de conteúdos de matemática, quanto aos aspectos motivacionais.

Com relação às atividades propostas nos encontros, 33,3% dos participantes disseram não ter sentido dificuldade em desenvolvê-las. Enquanto os demais sentiram algum tipo de dificuldade nos encontros sobre perspectivas cônicas e paralelas, conforme mostrado no gráfico 7:

Gráfico 7 - Respostas Questão 2 - Questionário Qualitativo Final

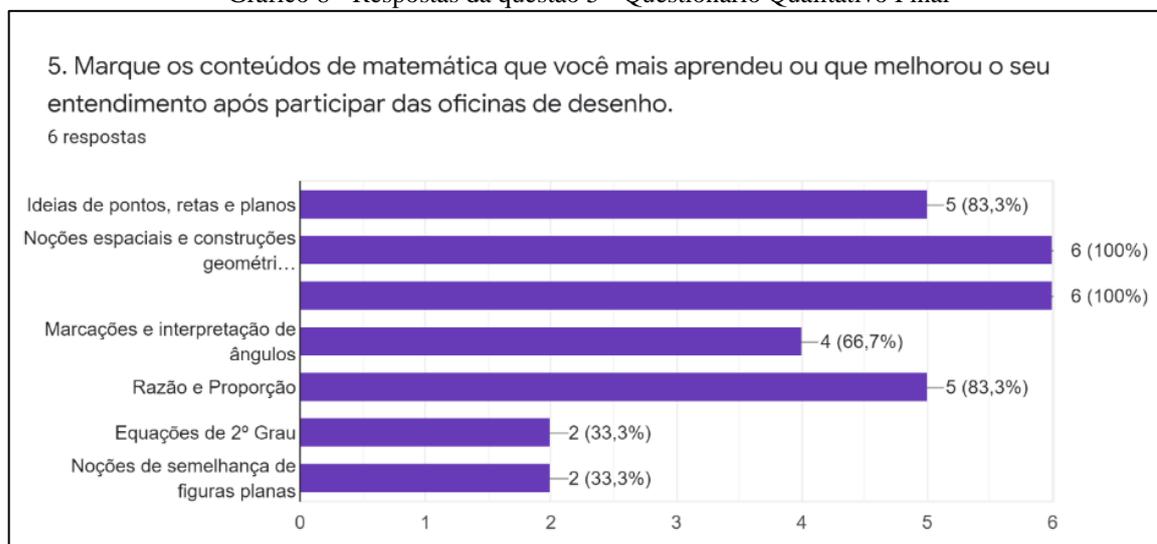


Fonte: Resultados da Pesquisa (2021).

A hipótese é de que essas dificuldades apontadas pelos estudantes nas atividades sobre perspectivas se justifiquem pelo fato de serem os primeiros encontros e eles ainda não terem se adaptados aos métodos e precisarem repetir as tarefas diversas vezes para adquirir um resultado satisfatório.

Quanto as atividades que despertaram mais motivação e vontade de aprender matemática, 83,3% elegeram as oficinas de redução e ampliação do desenho e a criação de quadros artísticos, 33,3% as atividades sobre razão áurea e 16,7% o estudo de perspectivas. De acordo com os estudantes as atividades de desenho que mais possibilitaram a aprendizagem ou a ampliação dos conhecimentos matemáticos foram:

Gráfico 8 - Respostas da questão 5 - Questionário Qualitativo Final



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

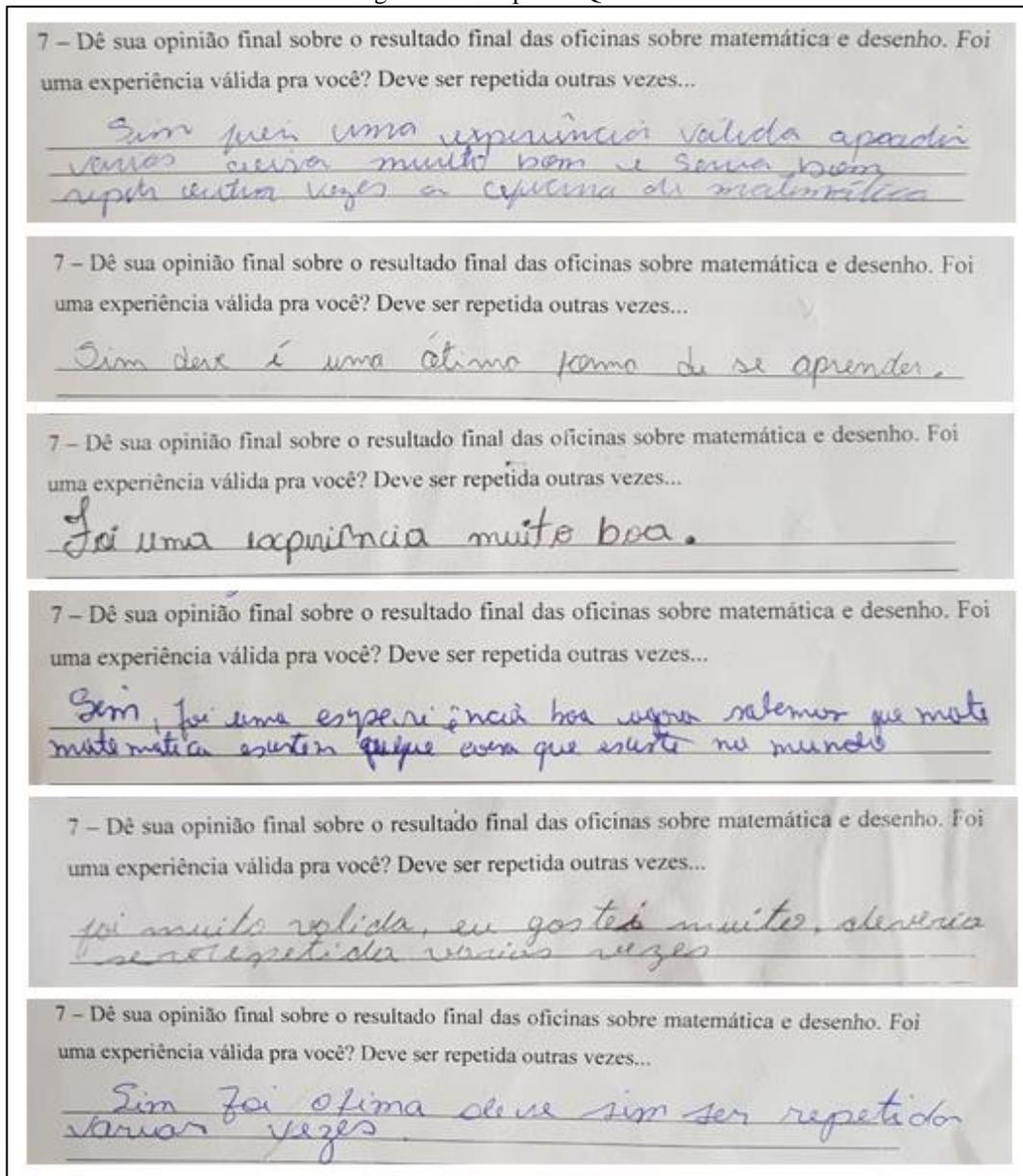
Como avaliação geral, 100% dos estudantes consideraram a proposta de trabalho interdisciplinar entre Matemática e Arte uma boa estratégia de ensino, e expressaram nas questões 6 e 7 as suas opiniões em relação às experiências obtidas com a pesquisa.

Figura 48 - Respostas Questão 6

6 - A sua opinião sobre a disciplina matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique
<u>Sim, foi ótimo pois com cada desenho estudamos a matemática.</u>
6 - A sua opinião sobre a disciplina matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique
<u>Sim pois aprendi que em toda coisa se usa matemática</u>
6 - A sua opinião sobre a disciplina matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique
<u>Sim, porque foi um jeito mais fácil de aprender.</u>
6 - A sua opinião sobre a disciplina matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique
<u>Sim, pois não sabia que matemática teria em coisas que jamais usava.</u>
6 - A sua opinião sobre a disciplina matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique
<u>Sim, porque eu achava que matemática era só cálculo etc. Agora sei que ela existe em tudo até no desenho assim matemática fica mais legal!</u>
6 - A sua opinião sobre a disciplina matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique
<u>sim, vejo que aprender matemática pode ser divertido</u>

Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Figura 49 - Respostas Questão 7



Fonte: Resultados da Pesquisa (2021)

Com base em todos os dados adquiridos durante a investigação é possível concluir que a introdução do desenho artístico no processo de ensino-aprendizagem da disciplina de Matemática traz diversos benefícios, entre eles podemos citar a redução das dificuldades ocasionadas por falta de atenção e concentração nas aulas, conforme citado por alguns estudantes no questionário qualitativo 1, também houve maior compreensão dos conteúdos devido estes terem sido apresentados dentro das atividades práticas, dando assim maior sentido e ajudando o estudante a interpretar e raciocinar melhor as questões. Como síntese das respostas dos estudantes à metodologia aplicada e observações do professor orientador durante

o desenvolvimento de todas as atividades, apresenta-se os seguintes resultados gerais da pesquisa:

Tabela 4 - Resultados Gerais da Pesquisa

<i><b>Problemática:</b> Em quais aspectos o ensino da matemática mediado pela atividade do desenho artístico pode contribuir para a aprendizagem matemática e motivação dos estudantes? Considere 1 (resultado insatisfatório) e 5 (resultado totalmente satisfatório).</i>																									
MOTIVAÇÃO	Concentração					Participação					Atenção					Ludicidade					Progresso				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
					x						x					x					x				x
APRENDIZAGEM	Redução das Dificuldades					Interpretação das questões					Compreensão do Conteúdo					Raciocínio					Resolução dos cálculos				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
				x						x				x						x					x

Fonte: Própria do autor, baseado nos resultados da pesquisa (2021)

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do presente trabalho de pesquisa possibilitou analisar em que aspectos a atividade lúdica de desenhar é uma aliada na aprendizagem da matemática, tanto no sentido de conteúdo curricular, quanto no sentido motivacional, ao mesmo tempo trouxe importantes reflexões acerca das dificuldades enfrentadas pelos estudantes e como se faz necessária a inserção da interdisciplinaridade no contexto da educação escolar, a fim de dar sentido e motivo aos conteúdos aprendidos.

O objetivo geral da pesquisa foi: “Investigar em que medida o ensino da Matemática, mediado pelo dinamismo do desenho artístico, pode agregar conhecimento e motivação aos alunos a respeito da Matemática”. De um modo geral, os estudantes demonstraram interesses em estudar Matemática através da atividade de desenho, mantendo-se concentrados e empolgados durante todo o desenvolvimento dos encontros. A maioria dos estudantes assimilaram bem os conteúdos de Matemática utilizados durante as atividades e conseguiram cumprir todas as tarefas de desenho propostas. A pesquisa mostrou que apesar das dificuldades matemáticas apresentadas pelos estudantes, houve uma evolução quanto à interpretação e resolução dos cálculos que envolviam razão e proporção, áreas e perímetros, construções geométricas e marcações de ângulos.

Os alunos também demonstraram um melhoramento em suas percepções do desenho, coordenação motora, criatividade, interação de grupos e motivação pelas aulas. Foi possível verificar o papel relevante das emoções na produção do conhecimento, defendido por Davydov na Teoria da Atividade. A criação dos desenhos e da pintura despertou nos estudantes alegria em poder realizar algo novo, descobrir habilidades que eles ainda não haviam acessado e, sobretudo, resgatar um pouco da autoestima. “As emoções conferem, portanto, o suporte básico, afetivo, fundamental e necessário às funções cognitivas e executivas da aprendizagem que são responsáveis pelas formas de processamento de informação mais humanas, verbais e simbólicas” (FONSECA, 2016, p.01).

Através do questionário qualitativo 1, pôde-se compreender os principais desafios enfrentados pelos estudantes em relação à aprendizagem matemática e observar durante o desenvolvimento das atividades práticas como essas dificuldades foram pouco a pouco sendo vencidas (objetivo específico 1).

Durante os encontros presenciais, a utilização dos vídeos e slides permitiu a contextualização das aprendizagens locais com a visão mais global do conhecimento acerca dos temas abordados, garantindo uma aproximação do conhecimento técnico e científico com o

cotidiano do aluno. As discussões em grupos proporcionaram a troca de ideias, argumentação e solidariedade entre os estudantes. As atividades práticas de desenho favoreceram a motivação e a criação de um ambiente lúdico e promotor de aprendizagens, que contribuiu para os estudantes assimilarem com mais facilidade os conceitos que antes não foram aprendidos, reduzir as dúvidas e ampliar ou desenvolver as suas habilidades prévias (objetivo específico 2).

O questionário qualitativo final serviu de base para a formalização do cumprimento dos objetivos da pesquisa. Através dele foi possível verificar que a metodologia desenvolvida contribuiu para a formação dos estudantes, dentro das suas particularidades e expectativas individuais (Objetivo específico 3).

Assim, pode se constatar, que com o uso desses métodos de produção de dados os objetivos da pesquisa foram alcançados com sucesso, tendo sido possível analisar que a utilização do desenho artístico como recurso didático nas aulas de Matemática, apesar dos contratempos e dificuldades na aplicação da pesquisa, de fato trouxe contribuições para a aprendizagem matemática em diversos aspectos.

É importante salientar, que essa metodologia de ensino pode ser ampliada, ou melhor, explorada dentro do cotidiano escolar, uma vez que é possível elaborar diversas atividades voltadas para um conteúdo específico de acordo com o currículo do ano/série. São muitas as possibilidades que podem ser desenvolvidas com este tema e a colaboração deste trabalho estar em mostrar essa proposta metodológica e despertar no professor a vontade de buscar por métodos que facilitem e propiciem um conhecimento significativo e motivador nos estudantes.

Diante da relevância de todo o exposto, faz-se necessário que o processo de ensino da Matemática passe por uma reformulação, pois grande parte das dificuldades vivenciadas diariamente pelos estudantes podem ser amenizadas, com a inserção de metodologias que relacionem suas vivências práticas com os conteúdos escolares, garantindo a motivação e o desejo destes pelos estudos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, Helena Susana Pires. **Ensinar Matemática através da Arte: um Incentivo ao Gosto pela Matemática?**. 2013. Dissertação (Mestrado em arte e educação) - Universidade Aberta - UNIV, Lisboa, 2013.
- ARBEX, Cristiano. **Perspectivas**. 2014. Plano de Aula (Graduação) - Engenharia Civil FSP, [S. l.], 2014. Disponível em: <https://engenhariacivilfsp.files.wordpress.com/2014/04/8perspectivas.pdf>. Acesso em: 16 dez. 2020.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade. **Rev. Bras. Educ. [online]**, [S. l.], p. 108-118, 5 ago. 2005. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-24782005000200009&lng=pt&tlng=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782005000200009&lng=pt&tlng=pt). Acesso em: 12 dez. 2020.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR, 8196. **Emprego de escalas em desenho técnico-procedimento**, Rio de Janeiro, 20 dez. 1999.
- AUSUBEL, David Paul.; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Educational psychology: a cognitive view**. Second Edition. New York. USA: Ed. Holt, Rinehart and Winston, 1978.
- BRASIL, Ministério da Educação. **BNCC - Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: [s. n.], 2018.
- BRASIL. **Lei nº 9394, de 20 de novembro de 1996**. Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN. [S. l.], 20 nov. 1996.
- CAPRA, Fritjof. **A teia da vida: Uma nova compreensão científica dos sistemas vivos**. Tradução: Newton Roberval Eicheberg. São Paulo: Cultrix, 2004. 24 p.
- CID, Alma Del; MÉNDEZ, Rosemary; SANDOVAL, Franco. **Investigación Fundamentos y metodología**. 2. ed. Mexico: Pearson, 2011.
- CRUZ, Michele David; MORIOKA, Carlos Alberto. **Desenho Técnico: Medidas e representação gráfica**. São Paulo: Saraiva, 2016. *E-book*.
- DANIELS, Harry. **Uma introdução a Vygotsky**. Tradução: Marcos Bagno. [S. l.]: Edições Loyola, 2003. Disponível em: [https://www.google.com.br/books/edition/Uma\\_introdu%C3%A7%C3%A3o\\_a\\_Vygotsky/1bFhk1le8scC?hl=pt-BR&gbpv=1&dq=teoria+da+atividade+daniels&pg=PA10&printsec=frontcover](https://www.google.com.br/books/edition/Uma_introdu%C3%A7%C3%A3o_a_Vygotsky/1bFhk1le8scC?hl=pt-BR&gbpv=1&dq=teoria+da+atividade+daniels&pg=PA10&printsec=frontcover). Acesso em: 10 dez. 2020.
- DANTAS, Marcelo. Aela, designe interativo. *In: A Perspectiva nas Artes Visuais*. [S. l.], 1 maio 2018. Disponível em: <https://medium.com/aela/a-perspectiva-nas-artes-visuais-76afe4114da1>. Acesso em: 14 dez. 2020.

DOCZI, György. **O poder dos limites: Harmonias e proporções na Natureza: Arte e Arquitetura.** São Paulo: Mercuryo, 2006.

DUARTE, Newton. **A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação.** 2002. Artigo (Doutorado em educação) - UNESP, [S. l.], 2002.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Fazendo Arte com a Matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2006.

FARIA, Leonardo Lopes. **Razão Áurea: Matemática e Arte, a verdadeira harmonia!**. 2016. Trabalho de conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de São João Del Rei, [S. l.], 2016.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Interdisciplinaridade: pensar, pesquisar, intervir.** São Paulo: Cortez, 2014.

FERRO, Antonio *et al.* **Desenho técnico.** SÃO PAULO: SENAI, 2015. *E-book*.

FONSECA, Vitor da. **Dificuldades de aprendizagem, abordagem neuropsicopedagógica.** 5. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2016.

FONSECA, Vítor da. Importância das emoções na aprendizagem: uma abordagem neuropsicopedagógica. **Revista Psicopedagogia**, [s. l.], 12 nov. 2016.

FOUREZ, Gérard. **Alfabetización científica y tecnológica. Acerca de las finalidades de la enseñanza de las ciencias.** Buenos Aires, Argentina: Colihue, 1997.

GABARDO, Ivânia Mara; CHAGAS, Jocemar de Quadros. A Influência da Geometria na Construção das Obras de Arte: aprendendo com perspectiva. **Cadernos PDE**, [s. l.], 28 abr. 2016. Disponível em:  
[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2016/2016\\_artigo\\_mat\\_uepg\\_ivaniamaragabardo.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_uepg_ivaniamaragabardo.pdf). Acesso em: 10 dez. 2020.

GERHARD, Ana Cristina; ROCHA, João Filho Bernardes da. A Fragmentação dos Saberes da Educação Científica escolar na percepção de professores de uma escola de ensino médio. **Ienci-Investigaciones em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, 17 mar. 2012. Disponível em:  
<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/issue/view/15>. Acesso em: 9 dez. 2020.

GIESECKE, Frederick E. **Comunicação Gráfica Moderna.** Tradução: Alexandre Kawano. [S. l.]: Bookman, 2002. *E-book*.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2002.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.** 6. ed. São Paulo: [s. n.], 2008.

GONÇALVES, Tiago da Silva. **Uma Introdução à Geometria Projetiva para o Ensino Fundamental.** 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande do Sul, 2013.

GREGÓRIO, Douglas. Artes - perspectiva, simetria e ponto-de-fuga na arte renascentista. **Kafenacoca**, [s. l.], 21 mar. 2008. Disponível em: <http://kafenacoca.blogspot.com/2008/03/artes-perspectiva-simetria-e-ponto-de.html>. Acesso em: 21 dez. 2020.

GRYMUZA, Alissá Mariane Garcia; REGO, Rogéria Gaudêncio do. Teoria da Atividade: uma possibilidade no ensino de Matemática. **Revista Temas em Educação**, João Pessoa, v. 23, ed. 2, p. 117-138, 17 jul. 2014. Disponível em: <file:///C:/Users/dalgi/Desktop/adalgisa/GRIMUZA.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2020.

HELBEL, Ana Paula Tomazini; NETO, João Coelho. Matemática e Arte: Possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria. **Cadernos PDE**, Paraná, 6 mar. 2013. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2013/2013\\_uenp\\_mat\\_pdp\\_ana\\_paula\\_tomazini.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_pdp_ana_paula_tomazini.pdf). Acesso em: 18 nov. 2020.

JANSON, Horst Woldemar; JANSON, Anthony F. **Iniciação à história da arte**. Tradução: Jefferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

JUANES, Santiago Garcia *et al.* **Educación Plástica y Visual**. [S. l.]: Editex, 2008. *E-book*.

JUNQUEIRA FILHO, Gabriel de Andrade. **Linguagens geradoras: seleção e articulação de conteúdos em Educação Infantil**. 1. ed. Porto Alegre: Mediação, 2005.

KUBBA, Sam A. A. **Desenho Técnico para construção**. Tradução: Alexandre Salvaterra. Nova York: Bookman, 2014. *E-book*.

LANDIM, Nilo Pinheiro. **Razão Áurea: Expressando a beleza desse número para o Ensino Médio**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semiárido ? UFERSA, [S. l.], 2014.

LEONTIEV, Alexei N. **Atividade Consciência e Personalidade**. Tradução: Maria Silvia Cintra Martins. [S. l.: s. n.], 1978. Disponível em: [https://www.marxists.org/portugues/leontiev/1978/activ\\_person/cap04.htm](https://www.marxists.org/portugues/leontiev/1978/activ_person/cap04.htm). Acesso em: 12 dez. 2020.

LIVIO, Mario. **Razão Áurea: A história de fi, um número surpreendente**. Tradução: Marco Shinobu Matsumura. Rio de Janeiro: Record, 2006. *E-book*.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2010.

MARTINS, Joaquim Junior. **Como escrever trabalhos de conclusão de curso: instruções para planejar e montar, desenvolver, concluir, redigir e apresentar trabalhos monográficos e artigos**. 9. ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2017.

MONTENEGRO, Gildo A. **Desenho Arquitetônico**. 5ª. ed. rev. [S. l.]: Blucher, 2017.

MORAES, Maria Cândida. **O Paradigma Educacional Emergente**. 16. ed. São Paulo: Papyrus, 2012. *E-book*.

MOREIRA, André. O uso do golden ratio na fotografia. **André Moreira Photographer**, [s. l.], 21 set. 2018. Disponível em: <https://medium.com/@andrebmoreira93/o-uso-do-golden-ratio-na-fotografia-17822e400ce4>. Acesso em: 17 dez. 2020.

MORGADO, Eugénia Margarida de Figueiredo. **Promoção do Sucesso do Ensino-Aprendizagem das ?Representações Axonométricas? na Disciplina de Geometria Descritiva**. 2011. Seminário (Mestrado) - Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2011.

MOUTINHO, Pedro Estevão da Conceição. **CTS e a modelagem matemática na formação de professores de física**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

OCAMPO, Jorge Alirio Mendieta; CÉSPEDES, Ramón Elias Valencia. **Cartografia Básica Aplicada**. [S. l.]: Editorial Universidade de Caldas, 2005.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky: Aprendizado e Desenvolvimento, um processo sócio-histórico**. 4ª edição, São Paulo: Editora Scipione, 2004.

OLIVEIRA, Wellington de. **A colaboração crítica no desenvolvimento de uma atividade de formação de professores a distância**. 2009. Tese (Doutorado em linguística) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, [S. l.], 2009. Disponível em: [http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/PUC\\_SP-1\\_e5e473faebbd4d98b4231bf3b76cf17c](http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/PUC_SP-1_e5e473faebbd4d98b4231bf3b76cf17c). Acesso em: 12 dez. 2020.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. Novo Hamburgo, Rio Grande do Sul: Universidade FEEVALE, 2013.

QUEIROZ, Rosania Maria. **Razão Áurea: a beleza de uma razão surpreendente**. 2007. Trabalho apresentado ao Programa de desenvolvimento da Educação (Curso de formação profissional) - Universidade Estadual de Londrina, [S. l.], 2007.

RIBEIRO, Lacy Ramos Jubé. Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade e Educação: uma introdução. **Revista Educa Ativa - PUC Goiás**, [s. l.], v. 13, n. 1, 10 nov. 2010. Disponível em: <https://www.bing.com/search?q=ribeiro+2010+teoria+da+atividade&qsn&form=QBRE&sp=-1&ghc=1&pq=ribeiro+2010+teoria+d&sc=0-21&sk=&cvid=02C576AD86944F0B92D4A18290A5B1DB>. Acesso em: 12 dez. 2020.

SANTOS, Andréa Oriques. **Educação Matemática e Arte: um estudo da representação em perspectiva nas pinturas do renascimento**. 2006. Monografia (Graduação em Matemática) - UFSC, Florianópolis, 2006.

SANTOS, Fabiana G. Reprodução de Desenho em Quadriculado. **No mundo da Arte**, [s. l.], 4 maio 2011. Disponível em: <http://fabianaearte.blogspot.com/2011/05/reproducao-de-desenho-em-quadriculado.html>. Acesso em: 17 dez. 2020.

SANTOS, Maria Dayane Dalysse. **O número de ouro na educação básica: construções geométricas na sala de aula**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2014.

SANTOS, Osane Oliveira; LIMA, Mary Gracy e Silva. **O processo de Ensino-Aprendizagem da disciplina Matemática: Possibilidades e limitações no contexto escolar**. 2018. 11 p. Artigo (Graduação em Pedagogia) - UEMA, Caxias - MA, 2018.

SANTOS, Rafael Nascimento. Perspectivas: Tipos Utilizados no Curso de Arquitetura. **Arquiteto Versátil**, [s. l.], 3 mar. 2020. Disponível em: <https://www.arquitetoversatil.com/2017/03/perspectivas-tipos-utilizados-no-curso-de-arquitetura.html>. Acesso em: 16 dez. 2020.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ. **Parâmetros Curriculares de Matemática da Educação Básica**. Curitiba, 12 jul. 2006.

SEMMER, Simone. **Matemática e Arte**. 2007. Artigo (Programa de Desenvolvimento Educacional - PDE) - Unespar, [S. l.], 2007.

SILVA, Josie Agatha Parrilha da; NEVES, Marcos Cesar Danhoni. **O Cordex Cigoli-Galileo: ciência, arte e religião num enigma copernicano**. Maringá: Eduem, 2015.

SILVA, Marcos Noé Pedro. Escalas Matemáticas. **Mundo Educação**, [s. l.], 3 jun. 2009. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/escalas-matematicas.htm#:~:text=Podemos%20definir%20escala%20como%20a,transforma%C3%A7%C3%A3o%20para%20a%20dist%C3%A2ncia%20real>. Acesso em: 20 dez. 2020.

VESCI, Clóvis Stachetti. **Técnicas de Desenho e Pintura**. [S. l.: s. n.], 2009. Disponível em: [https://books.google.com.br/books?id=VwhzDwAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?id=VwhzDwAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false). Acesso em: 12 dez. 2020.

VESCO, Clóvis Stachetti. **Técnicas de Desenho e Pintura**. [S. l.]: Agbook, 2013. *E-book*.

ZALESKI, Dirceu Filho. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autentica, 2017. *E-book*.

## **APÊNDICES**





INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Mestranda: Adalgisa Maria de Oliveira

(APÊNDICE I)

**Questionário Qualitativo 1**

*Este questionário tem por objetivo compreender a visão dos estudantes do Ensino Médio EJA (VI etapa) sobre a disciplina de matemática, bem como conhecer as principais dificuldades e afinidades destes para a aplicação da pesquisa-ação: **Desenho artístico como ferramenta mediadora para a aprendizagem de Matemática na educação básica.***

- **Assinale a/as alternativas que mais se adequam à sua opinião e realidade.**

1. Gênero:

- A) Feminino
- B) Masculino

2. Idade:

- A) 18 a 20 anos
- B) 20 a 25 anos
- C) 26 a 30 anos
- D) Mais de 30 anos

3. Qual é sua relação com a disciplina de matemática?

- A) Não gosta
- B) Gosta, mas tem dificuldades
- C) Gosta e entende com facilidade
- D) É a disciplina favorita

4. Na sua opinião o que mais dificulta a aprendizagem matemática?

---

---

---

**Nas questões de 5 a 7, podem ser marcadas mais de uma alternativa, se julgar necessário.**

5. Você considera a matemática:

- A) Uma disciplina complicada e não se utiliza muito na realidade.
- B) Uma disciplina importante apenas porque é muito cobrada nas provas.
- C) Uma disciplina importante porque tudo na nossa realidade tem por base o conhecimento matemático.

Outro: \_\_\_\_\_

6. Em relação às aulas e a forma como você aprende a matemática:

- A) Tenho dificuldades porque as aulas são chatas e desmotivadoras e não entendo por que estudo os conteúdos.
- B) Tenho dificuldades porque os conteúdos são muito difíceis.
- C) Quando as aulas são com atividades práticas eu consigo aprender melhor.
- D) Eu aprendo quando entendo o motivo da atividade.

7. Que tipo de atividade você mais gosta nas aulas de matemática:

- A) Jogos e desafios
- B) Atividades de pesquisa
- C) Atividades práticas fora da escola
- D) Atividades que utilizam materiais como régua, compasso, coleção...
- E) Atividades de cálculo
- F) Atividades que envolvem as tecnologias

Outra \_\_\_\_\_

8. O que desperta sua vontade de aprender matemática?

---

9. Você conhece a relação entre arte e matemática?

( ) Sim      ( ) Não

10. Você acha possível aprender matemática através do desenho artístico?

( ) Sim      ( ) Não

11. Você acha que aprender matemática com atividades de desenho motivariam a sua aprendizagem e as aulas seriam mais divertidas?

Sim       Não

Obrigada pela sua colaboração!



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**  
**INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**  
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Mestranda: Adalgisa Maria de Oliveira

**(APÊNDICE II)**

**Questionário Qualitativo 2**

1. Como você avalia a experiência de estudar matemática a partir do desenho artístico? Marque uma opção de 1 a 5 em cada item a ser avaliado, considerando que 1 é (DISCORDO TOTALMENTE) e 5 representa (CONCORDO TOTALMENTE).

<b>Pontos a serem avaliados</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Foi motivador e pude desenvolver várias habilidades ao mesmo tempo					
Percebi a Matemática em cada etapa de construção do desenho					
É divertido e desperta a vontade de aprender					
As fórmulas e conteúdos ficam mais fáceis de serem aprendidos					
Melhora a percepção da realidade e senso crítico					
Desenvolvi conhecimentos de geometria					
Aprendi a reduzir e ampliar imagens utilizando escalas matemáticas					
Compreendi e utilizei as noções de proporção e razão áurea.					

2. Em relação às atividades práticas propostas, você sentiu algum tipo de dificuldade em desenvolvê-las? Se, sim, qual foi a/as mais difícil/eis?

- a) Não tive dificuldades
- b) Sim, nas atividades sobre Perspectiva Cônica com um ou mais pontos de fuga.
- c) Sim, nas atividades sobre Perspectivas Isométrica e Cavaleira.
- d) Sim, nas atividades sobre ampliação e redução do desenho.
- e) Sim, nas atividades sobre razão áurea.

3. Qual ou quais atividades (desenho e matemática) despertaram mais motivação e vontade de aprender?

- a) atividades sobre perspectiva cônica com um ou mais pontos de fuga.
- b) atividades sobre perspectivas Isométrica e Cavaleira.
- c) atividades sobre ampliação e redução do desenho.
- d) atividades sobre razão áurea.
- e) Atividades de produção de quadros artísticos.

4. Você considera essa proposta de trabalho interdisciplinar entre Matemática e Arte uma boa estratégia de ensino?

- a) Sim, bastante.
- b) Sim, em partes
- c) Não

5. Marque os conteúdos que você considera ter ampliado o entendimento durante as oficinas de desenho e matemática.

- a) Ideias de pontos, retas e planos.
- b) Noções espaciais e construções geométricas de figuras tridimensionais.
- c) Área, perímetro e noções de perspectiva.
- d) Marcações e interpretação de ângulos.
- e) Razão e Proporção
- f) Equações de 2º grau
- g) Noções de semelhança e congruência de figuras planas.

6. A sua opinião sobre a disciplina de matemática foi alterada após estas oficinas de desenho? Justifique.

---

---

---

7. Dê sua opinião final sobre o resultado das oficinas sobre matemática e desenho. Foi uma experiência válida para você? Deve ser repetida outras vezes?

---

---

---

---

Obrigada por sua colaboração!



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**  
**INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**  
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Mestranda: Adalgisa Maria de Oliveira

**(APÊNDICE III)**

**Atividades Propostas Encontro 1**

**Atividade 1**

1.1 - Utilizando a ideia de perspectiva, represente sólidos geométricos a partir das vistas frontais abaixo colocando –os acima da linha do horizonte em um mesmo ponto de fuga.



**Atividade 2.**

Atividade:

- 1 – Encontre as linhas do horizonte da imagem.
- 2 - Encontre os pontos de fuga da imagem.
- 3 - Trace na imagem as linhas utilizadas para determinar a perspectiva até o ponto de fuga.
- 4 – Determine o valor dos ângulos formados entre as retas que passam pelo ponto de fuga.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO  
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Mestranda: Adalgisa Maria de Oliveira

(APÊNDICE IV)

Atividades Propostas Encontro 2

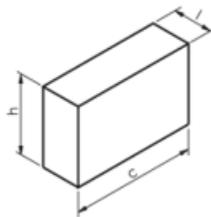
Atividade 1:

Construa um prisma retangular em perspectiva isométrica, com as seguintes proporções:

Comprimento:  $c = 10$  cm,

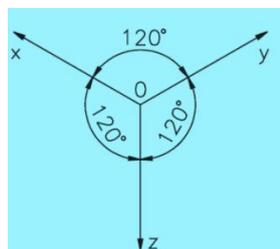
Largura:  $l = 4$  cm

Altura:  $h = 6$  cm



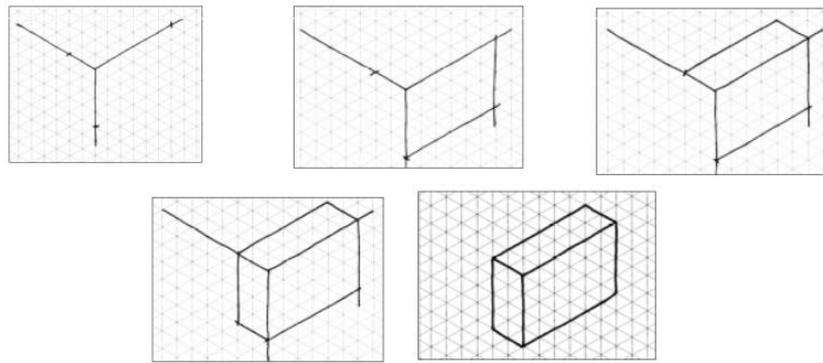
PASSOS:

1 – Construa o sistema de 3 eixos cartesianos que formam entre si ângulos de  $120^\circ$



2 – Marque as medidas de comprimento “c” sobre a semirreta y, a largura “l” sobre a semirreta x e a altura “h” sobre a semirreta z.

3 – Trace retas paralelas aos eixos passando pelos pontos marcados no item 2, ligando o prisma retangular



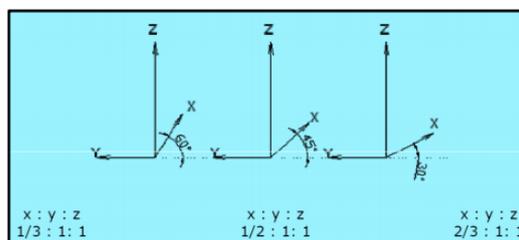
## Atividade 2

Construa um desenho em perspectiva cavaleira, para isso escolha:

- Cavaleira a  $30^\circ$
- Cavaleira a  $45^\circ$
- Cavaleira a  $60^\circ$

Passos:

- 1 – Construa os eixos y e z com ângulo de  $90^\circ$  entre si.
- 2 – Escolha o tipo de perspectiva cavaleira ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ou  $60^\circ$ ) e utilizando os esquadros adequados marque o eixo x e informe o ângulo utilizado
- 3- Desenhe a face frontal no plano yz e as laterais com comprimentos de  $2/3$ ,  $1/2$  ou  $1/3$  do comprimento da face frontal correspondente aos ângulos de  $30^\circ$  ou  $45^\circ$  ou  $60^\circ$  respectivamente.
- 4 – Complete o desenho observando sempre as retas paralelas aos eixos.





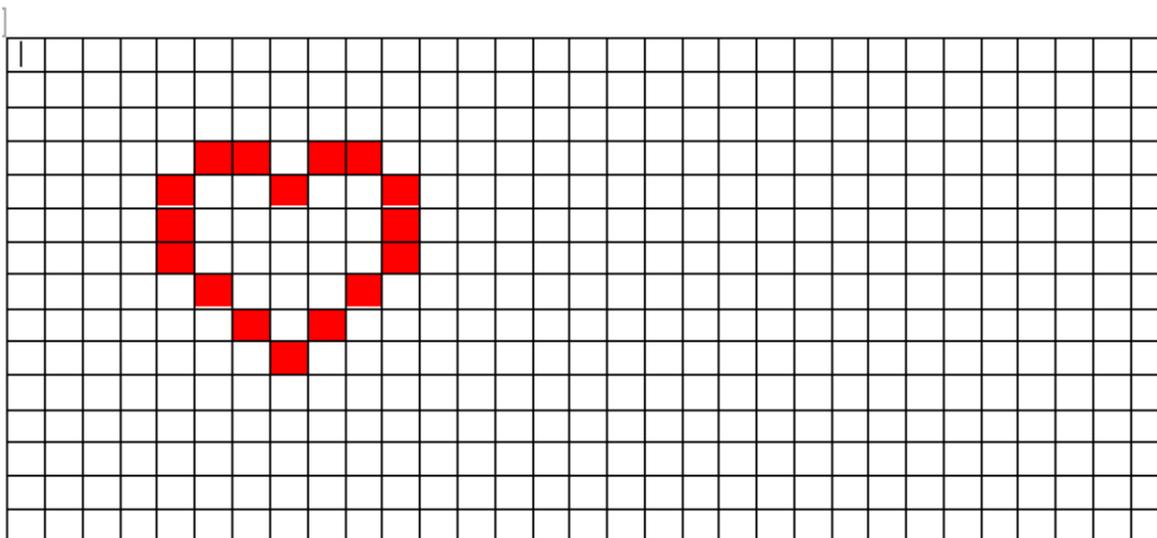
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**  
**INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**  
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Mestranda: Adalgisa Maria de Oliveira

**(APÊNDICE V)**

### **Atividades Propostas Encontro 3**

#### **ATIVIDADE 1**

**Amplie o desenho na proporção de 1:2**



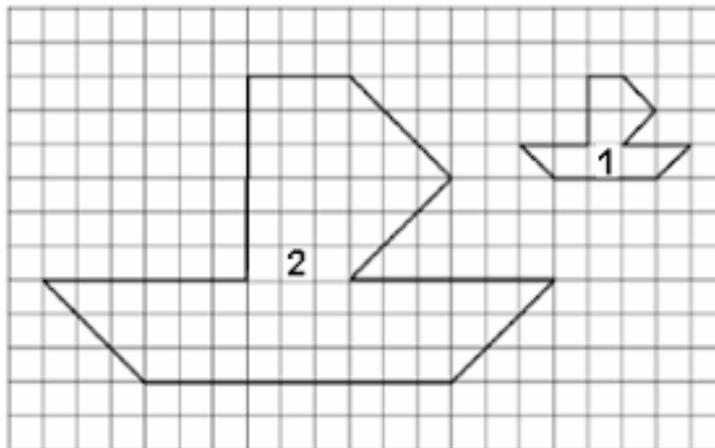
Questões para análise:

Considere que cada quadrado da malha quadriculada possua 1 cm de medida de lado e, portanto, 1cm<sup>2</sup> de área.

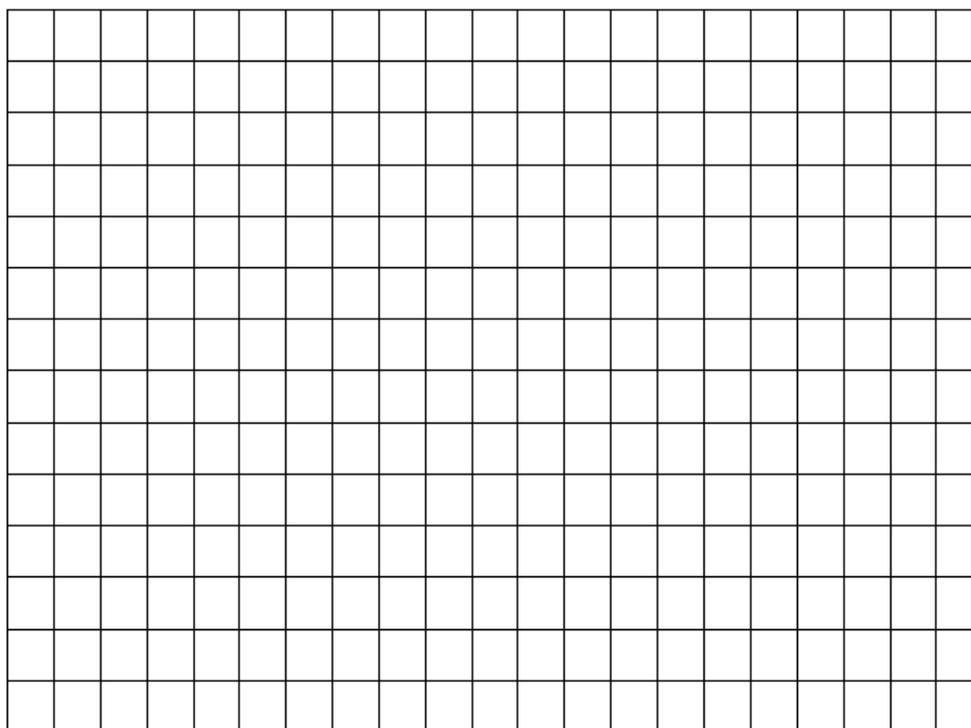
3. Quantas vezes o perímetro da figura ampliada é maior que o da figura original?
4. Em relação a área das duas figuras, qual é a razão entre a menor e a maior?
5. Que conclusões é possível se inferir a respeito área das duas figuras a partir da escala de ampliação adotada?

## ATIVIDADE 2

Observe a imagem abaixo e determine:



- A escala de redução do desenho na malha quadriculada.
- A área e o perímetro das duas figuras.
- Em seguida construa outro desenho semelhante com uma escala diferente.

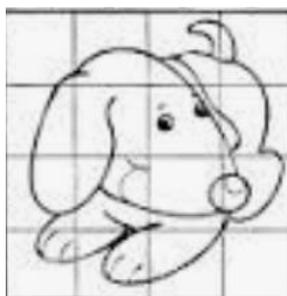


**Atividade 3** - Escolha uma imagem, em seguida defina uma escala (redução ou ampliação) e através do método apresentado nesta aula, faça uma reprodução da imagem de acordo com a escala escolhida.



### PASSOS:

- 1 – Contorne a imagem escolhida com um retângulo.
- 2 - Utilizando um compasso ou régua marque o ponto médio das medidas dos lados da figura.
- 3 – Ligue os pontos médios dos comprimentos, e os pontos médios das larguras.
- 4 – Repita os mesmos procedimentos (1 e 2) com os quatro retângulos formados, totalizando ao final 16 retângulos.



- 5 – Caso ache necessário realize marcações estratégicas (diagonais, divisões horizontais ou verticais) em pontos mais complexos do desenho
- 6 – Para facilitar a localização de cada quadro no momento de reprodução, nomeie as linhas de A, B, C, D e as colunas com os números 1,2,3,4.
- 7 – Construa em uma folha em branco um retângulo semelhante ao construído no passo 1, de acordo com a escala escolhida. Ex: Imagem 5cm x 8 cm, escala escolhida 2:1, retângulo na folha branca 10 cm x 16 cm.
- 8 – Realize os passos 2, 3, 4, 5 e 6 no retângulo construído.
- 9- Agora reproduza quadro a quadro a imagem escolhida.



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**  
**INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**  
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Mestranda: Adalgisa Maria de Oliveira

**(APÊNDICE VI)**

### **Atividades Propostas Encontro 4**

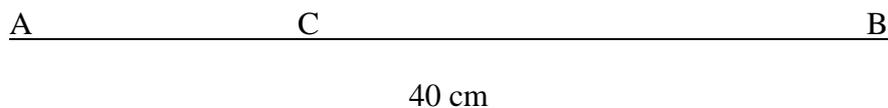
#### **Atividade 1**

*“O número de ouro surge quando um segmento de comprimento  $x$  é dividido em duas partes de comprimentos diferentes  $y$  e  $x-y$ , respectivamente, com  $y > x-y$ , e as razões  $x/y$  e  $y/x-y$  são iguais”.*

Utilizando a ideia de proporção e equações de 2º grau, determine o valor aproximado do número de ouro.

#### **Atividade 2**

Sabendo que o segmento  $\overline{AB}$  possui 40 cm de comprimento, encontre o comprimento dos segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{CB}$  de modo que seja válida a proporção áurea.



## **ANEXOS**



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**TERMO DE RESPONSABILIDADE**

Eu, \_\_\_\_\_, diretor e responsável pelo CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho, localizado no município de Pimenteiras no Piauí, declaro que fui informado do desenvolvimento da pesquisa intitulada **“Desenho artístico como ferramenta mediadora da aprendizagem Matemática na Educação Básica”** sob responsabilidade da professora Adalgisa Maria de Oliveira, que tem por objetivo investigar em que medida o ensino da matemática, apoiado pelo dinamismo do desenho artístico, pode agregar conhecimento e motivação aos alunos a respeito da matemática. Para tanto, autorizo a execução deste trabalho nessa instituição de ensino, podendo o pesquisador dispor do espaço físico e recursos didáticos, com direito a fotografia e filmagem das instalações para fins estritamente acadêmicos. Declaro também, que não receberei nenhum tipo de ajuda financeira ou pagamento por essa autorização.

Pimenteiras, Piauí, 02 de dezembro de 2020.

---

Prof. Pesquisador

---

Diretor



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Eu, \_\_\_\_\_, aluno da VI Etapa da Educação de Jovens e Adultos do CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho, localizado no município de Pimenteiras no Piauí, declaro que aceito participar da pesquisa intitulada **“Desenho artístico como ferramenta mediadora da aprendizagem Matemática na Educação Básica”** sob responsabilidade da professora Adalgisa Maria de Oliveira, que tem por objetivo investigar em que medida o ensino da matemática, apoiado pelo dinamismo do desenho artístico, pode agregar conhecimento e motivação aos alunos a respeito da matemática. Concordo em participar de todas as atividades práticas que serão desenvolvidas de modo presencial no ambiente escolar. Para tanto, declaro que fui informado dos riscos ocasionados pela pandemia do coronavírus, e estou ciente que a escola tomará as medidas necessárias para a segurança de todos e que também deverei tomar os devidos cuidados. Fui informado também que não receberei nenhum tipo de benefício financeiro por participar da pesquisa e que minha imagem e identidade serão preservadas.

A assinatura deste termo não me obriga a participar de todos os encontros, uma vez que, estou livre para sair, sem sofrer nenhum tipo de penalidade e todos dados da pesquisa estarão a minha disposição para consulta.

Declaro, que me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Pimenteiras, Piauí, 02 de dezembro de 2020.

\_\_\_\_\_  
Prof. Pesquisador

\_\_\_\_\_  
Aluno(a)