



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

ADERLIO FERREIRA SILVA

**O ENSINO DE INTEGRAL COM RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS:  
POSSIBILIDADES E DESAFIOS COM ESTUDANTES DO CURSO DE  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

FLORIANO-PI  
2021

**ADERLIO FERREIRA SILVA**

**O ENSINO DE INTEGRAL COM RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS:  
POSSIBILIDADES E DESAFIOS COM ESTUDANTES DO CURSO DE  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Coorientador: Prof. Ms. Odimógenes Soares Lopes

FLORIANO-PI  
2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Silva, Aderlio Ferreira  
S586e O Ensino de integral com resoluções de problemas : possibilidades e desafios com estudantes do curso de licenciatura em matemática / Aderlio Ferreira Silva. - 2021.  
59 p.: il. color.  
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal do Piauí, Campus Floriano, 2021.  
Orientador : Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa.  
Coorientador : Prof. Me. Odimógenes Soares Lopes.  
1. Ensino de matemática. 2. Metodologias ativas. 3. Cálculo integral. 4. Resolução de problemas. I. Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ - IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

**ADERLIO FERREIRA SILVA**

**“O ENSINO DE INTEGRAL COM RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS: POSSIBILIDADES E  
DESAFIOS COM ESTUDANTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 13/05/2021.

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Orientador**

**Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Avaliador Interno**

**Prof. Dr. Cristiana Barra Teixeira**  
Universidade Federal do Piauí - UFPI  
**Avaliadora Externa**

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus. A minha mãe, Zizelda Ferreira, minha maior razão de existir e minha fonte de motivação de continuar lutando pelos meus sonhos. A meu pai, Agemiro. A minha madrinha, Eronithe. A meus irmãos e avós.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por me dá forças, saúde e coragem para eu continuar essa caminhada em busca dos meus sonhos.

À minha mãe Zizelda, e meu pai Agemiro, pelo amor, carinho, ensinamentos e por me apoiar sempre em busca dos meus sonhos.

À minha madrinha Eronithe, pelo o apoio e motivação de continuar em busca dos meus objetivos.

Aos meus avós, em especial a minha vó Izabel.

Aos meus irmãos, Adeliton e Zeivid, pela a amizade e companheirismo.

Aos meus amigos, em especial Juarez, Tenório e Adriana, pela amizade, companheirismo e palavras de apoio.

Aos meus professores, pelos ensinamentos, em especial ao meu amigo Professor Ms. Gildon César.

Ao meu orientador, Professor Dr. Ronaldo Campelo, pela condução do meu trabalho e pelos ensinamentos.

A todas as pessoas que contribuíram de forma direta ou indireta para que eu concluísse esse trabalho e pudesse está concretizando mais um sonho.

*“Educar verdadeiramente não é ensinar fatos novos ou enumerar fórmulas prontas, mas sim preparar a mente para pensar” (ALBERT EINSTEIN).*

## RESUMO

SILVA, A. F. **O ensino de integral com resoluções de problemas:** possibilidades e desafios com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. 2021. 57 f. dissertação (mestrado) – Instituto Federal do Piauí–*campus* Floriano, Floriano, 2021.

Apresenta-se nesse trabalho uma pesquisa desenvolvida no curso de Licenciatura em Matemática do IFPI-*Campus* Floriano, que teve como propósito compreender o processo de ensino de cálculo integral quando os alunos cursaram a disciplina e aplicar a metodologia ativa baseada na resolução de problemas como atividade mediadora no ensino de matemática. Nesse contexto, a implementação das metodologias ativas no processo de ensino tem como objetivo proporcionar um ensino em que o aluno seja o sujeito central durante o processo de ensino. Assim, a realização desse trabalho buscou responder o seguinte problema: quais os contributos o ensino de cálculo integral mediado pela metodologia de resolução de problemas pode promover no processo de formação de estudantes do curso de matemática? Teve como objetivo geral aplicar a metodologia ativa de resolução de problemas no ensino de cálculo integral no curso de licenciatura em matemática do IFPI/*Campus* Floriano. Para isso, foi necessário analisar o processo de ensino de cálculo integral no curso de licenciatura em matemática, investigar como se deu o processo de ensino de cálculo integral e utilizar o cálculo integral na resolução de problemas de volume de sólidos geométricos. Realizou-se uma pesquisa descritiva qualitativa com aplicação de questionários. Os sujeitos da pesquisa foram 12 alunos do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal do Piauí-*Campus* Floriano. Desses 12 alunos apenas 6 alunos participaram da segunda etapa da pesquisa. Para a coleta dos dados foram aplicados questionários e foram feitas observações dos registros obtidos. Diante dos resultados obtidos, infere-se que o processo de ensino mediado pela utilização de metodologias ativas, que tem o aluno como centro da aprendizagem e que tem o objetivo de proporcionar a maior interação e participação do estudante durante o processo de ensino, proporcionou uma aprendizagem significativa, ou seja, mais compreensiva.

**Palavras-chave:** Metodologias ativas. Cálculo integral. Resolução de problemas.

## ABSTRACT

SILVA, A. F. **Integral teaching with problem solving**: possibilities and challenges with undergraduate students in mathematics. 2021. 57 f. Dissertation (Master degree)-Federal Institute of Piauí-*Campus* Floriano, Floriano, 2021.

This work presents a research developed in the Mathematics undergraduate course at IFPI – Campus Floriano, which had the purpose to understand the teaching process of integral calculus when students coursed the discipline and apply the active methodology based on problem solving as a mediating activity in the teaching of mathematics. In this context, the implementation of active methodologies in the teaching process aims to provide teaching in which the student is the central subject during the teaching process. Thus, the realization of this work sought to answer the following problem: what contributions can the teaching of integral calculus mediated by the problem solving methodology promote in the process of training students in the mathematics course? Its general objective was to apply the active problem solving methodology in the teaching of integral calculus process in the mathematics undergraduate course at IFPI – Campus Floriano. For that, it was necessary to analyze the teaching process of integral calculus in the degree course in mathematics, to investigate how the integral calculus teaching process took place and use it to solve volume problems of geometric solids. A qualitative descriptive research was carried out with the application of questionnaires. 12 students from the mathematics undergraduate course at the Federal Institute of Piauí –Campus Floriano were the research subjects. Of these 12 students, only 6 students participated in the second stage of the research. For data collection, questionnaires were applied and observations, on the records obtained, were made. In view of the results obtained, it is inferred that the teaching process mediated by the use of active methodologies, which has the student as the center of learning and which aims to provide greater interaction and participation of the student during the teaching process, provided a meaningful learning, that is, more comprehensive.

**Keywords:** Active methodologies. Integral calculus. Problem solving.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Princípios que constituem as metodologias ativas de ensino.....	21
Figura 2: Arco de Maguerz.....	26
Figura 3: Resolução do problema 1 pelo o aluno Gauss. ....	39
Figura 4: Resolução do problema 2 pelo o aluno Euler. ....	39
Figura 5: Resolução do problema 3 pelo o aluno Newton. ....	40
Figura 6: Resolução do problema 5 pelo o aluno Euclides .....	41
Figura 7: Resolução do problema 6 pelo o aluno Descartes.....	41
Figura 8: Resolução do problema 1 pelo o aluno Euler. ....	42
Figura 9: Resolução do problema 5 pelo o aluno Leibniz.....	43
Figura 10: Resolução do problema 1 apresentado pelo o aluno Gauss. ....	44
Figura 11: Resolução do problema 2 apresentado pelo o aluno Euler. ....	44
Figura 12: Resolução do problema 3 apresentado pelo o aluno Leibniz.....	45
Figura 13: Resolução do problema 4 apresentado pelo o aluno Newton. ....	46
Figura 14: Resolução do problema 5 apresentado pelo o aluno Euclides. ....	46
Figura 15: Resolução do problema 6 apresentado pelo o aluno Descartes .....	47

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Respostas a pergunta nº 1 do questionário - Você está cursando qual período?....	34
Gráfico 2: Respostas da pergunta nº 2 do questionário 1- Você teve dificuldade com a disciplina cálculo integral? .....	35
Gráfico 3: Respostas a pergunta nº 3 do questionário 1-Quando você cursou a disciplina cálculo integral, as aulas foram: .....	35
Gráfico 4: Respostas da pergunta nº 4 do questionário 1 - Na disciplina cálculo integral, você estudou aplicações da integral no cálculo de volumes de sólido?.....	36
Gráfico 5: Respostas a pergunta nº 5 do questionário 1 - Quando cursou a disciplina, você aprendeu de fato aplicar a integral no cálculo de volumes de alguns sólidos? .....	37
Gráfico 6: Respostas da pergunta nº 6 do questionário 1 - Você considera o ensino mais significativos quando aplica a teoria na resolução de problemas contextualizados?.....	37
Gráfico 7: Respostas a pergunta nº 1 do questionário 2. ....	48
Gráfico 8: Respostas da pergunta nº 2 do questionário 2. ....	49
Gráfico 9: Respostas da pergunta nº 3 do questionário 2. ....	49
Gráfico 10: Respostas a pergunta nº 4 do questionário 2. ....	50

## **LISTA DE GRÁFICOS**

Quadro 1: Cronograma de atividades .....	32
Quadro 2: Respostas dos alunos sobre o que poderia ser melhorado no projeto .....	50

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2 A IMPORTÂNCIA DAS METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO .....</b>	<b>20</b>
2.1 METODOLOGIA ATIVAS .....	20
2.2 ALGUMAS METODOLOGIAS ATIVAS .....	24
2.3 ENSINO DE CÁLCULO E METODOLOGIA ATIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	27
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>30</b>
<b>4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>34</b>
4.1 ANÁLISE DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO APLICADO NA PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA .....	34
4.2 ANÁLISES DOS PROBLEMAS RESOLVIDOS PELOS OS ALUNOS .....	38
4.3 ANÁLISE DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO APLICADO NA ÚLTIMA ETAPA DA PESQUISA .....	48
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>52</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>54</b>
<b>APÊNDICE 1-QUESTIONÁRIOS .....</b>	<b>57</b>
<b>ANEXO 1 – PROBLEMAS PROPOSTOS .....</b>	<b>59</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo da disciplina cálculo integral está presente em todos os cursos de licenciatura em matemática e, normalmente, de acordo com os currículos, essa disciplina aparece logo no início do curso, sendo uma das disciplinas que muitos alunos sentem dificuldades. Diante desse contexto, foi feita uma proposta que visa ampliar as discussões sobre os conceitos estudados em cálculo integral por meio de uma prática pedagógica com a utilização de metodologias ativas, que atende uma proposta curricular atual e inovadora e que possibilite um processo de ensino-aprendizagem de matemática mais significativo, ou seja, que propicia a compreensão, a aplicação e o real significado dos conceitos absorvidos.

O cálculo integral é uma ferramenta que possui uma enorme variedade de aplicações em várias áreas tais como: física, engenharia, economia, biologia e estatística. Assim, é de suma importância que o professor de matemática, durante o ensino desse conteúdo, mostre que a integral é uma ferramenta muito utilizada para resolver diversos problemas, entre os quais: cálculos de volumes, comprimentos de curvas, previsões populacionais, saída de sangue do coração, força sobre um dique, trabalho, pressão, momentos, centro de massa, excedente do consumidor, valores médios, distribuições normais e dentre muitos outros (STEWART, 2013).

O cálculo integral trata-se de um conceito com grande abrangência e que deve ser trabalhado de modo dinâmico durante o processo de ensino, com o propósito de que os alunos compreendam e apropriem de maneira significativa o conceito trabalhado de modo a utilizar na resolução de diversos problemas, principalmente, os que envolvem volumes de sólidos geométricos.

Apesar de o cálculo integral ter uma grande importância no ensino de matemática, a metodologia utilizada pela maioria dos professores no ensino dessa disciplina se baseia apenas em aulas expositivas limitadas muitas vezes na memorização de técnicas de integração. Diante dessa perspectiva, infere-se que o ensino se torna mais compreensivo a partir do momento em que o docente aborda a teoria referente ao conteúdo em questões contextualizadas, ou seja, no momento em que expõe as possíveis aplicações que permeiam cada teoria.

Dessa forma, tendo em vista que o cálculo integral é um assunto que possui uma imensa variabilidade de aplicações, é de suma importância a exploração de suas aplicações a fim de tornar o processo de ensino-aprendizagem menos abstrato. Diante desse contexto, Fraccanabbia *et al.* (2018, p. 2) afirmam que,

Ao realizar tais abordagens, mostra-se como o conhecimento do Cálculo pode representar a capacidade de modelar e representar situações reais, de maneira a possibilitar a utilização das técnicas e resultados obtidos em outros contextos, além de envolver o estudante a repensar a presença do Cálculo nas suas ações diárias, conquistando seu interesse e participação na aula.

Diante do exposto, uma alternativa de superar os modos tradicionais de ensino de cálculo integral é a utilização das Metodologias Ativas, que é um método de ensino que tem como uma de suas premissas o diálogo como foco, assim como a valorização do conhecimento prévio dos estudantes, a contextualização e a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos. Assim, a fim de alcançar os objetivos da pesquisa foi realizado um estudo com a utilização da Metodologia Ativa baseado na resolução de problemas, que tem como foco central tornar-se os alunos sujeitos ativos e participativos durante o processo de ensino de matemática.

Com a aplicação de Metodologias Ativas como ferramenta de aprendizagem, o processo de ensino se torna mais compreensivo, pois o aprendizado se dá a partir de problemas e situações reais que proporciona ao estudante maior autonomia e maior participação, procurando relacionar as situações problemas com o seu contexto social. Além disso, o processo de ensino com a utilização de metodologias ativas de resolução de problemas propicia ao aluno um estudo ativo, o qual significa discutir, praticar, aplicar e resolver problemas. Um dos atributos das metodologias ativas é que o processo de ensino e aprendizagem deve ser construído de tal forma que os alunos sejam o centro deste processo, e não o professor (DIESEL *et al.*, 2017).

As metodologias ativas empregam estratégias educacionais na solução de problemas contextualizados, procurando estimulá-lo a conhecer melhor o problema, examiná-lo na dimensão necessária à reflexão que possibilite conhecê-lo para propor uma solução, ou mesmo chegar a resolvê-lo (SOUSA *et al.*, 2013). Assim, as metodologias ativas procuram estimular o envolvimento do estudante com os problemas condizentes diante da sua área de estudo.

Diante das diversas mudanças que vêm ocorrendo nos últimos tempos no contexto educacional, as metodologias de ensino devem ser repensadas a fim de promover uma aprendizagem significativa, que faça sentido e que possa estar relacionada com situações problemas do contexto social. Em relação às reflexões e discussões sobre o ensino da matemática escolar nota-se uma preocupação em “entender e promover o ensino e aprendizagem de matemática em todos os níveis de ensino” (ONUHCIC; ALLEVATO, 2011, p. 94).

Nesse contexto, a resolução de problemas aplicados, como abordagem metodológica, visa pressupor que aluno e professor estejam igualmente envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando buscar a

promoção de uma aprendizagem com mais significado e sentido. “A resolução de problemas tem grande poder motivador para o aluno, pois envolvem situações novas e diferentes atitudes e conhecimentos” (SOARES; PINTO, 2001, p. 2).

Para Romanatto (2012, p. 302) “A resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente. [...]. Solucionar problemas não é apenas buscar aprender Matemática e, sim, fazê-la”. Dessa forma, resolver problemas significa procurar meios para modelar e interpretar adequadamente determinado problema a fim de que se alcance o resultado desejado, tornando o aluno sujeito ativo no seu processo de formação. Assim, “Aprender por meio da problematização e/ou da resolução de problemas de sua área, portanto, é uma das possibilidades de envolvimento ativo dos alunos em seu próprio processo de formação” (BERBEL, 2011, p. 29).

Diante disso, a problemática que permeia este trabalho, gira em torno do seguinte questionamento: quais os contributos o ensino de cálculo integral mediado pela metodologia de resolução de problemas pode promover no processo de formação de estudantes do curso de matemática?

Tendo em vista os argumentos supracitados, o interesse em realizar essa pesquisa, justifica-se a partir da experiência vivenciada enquanto aluno do curso de licenciatura em matemática, que ao interagir e compartilhar experiências com outros alunos de outros períodos do curso de licenciatura em matemática, estes ressaltaram que quando cursaram a disciplina cálculo integral não tinha estudado as aplicações de cálculos integral no cálculo de volumes. Diante dessa perspectiva, verificou-se a necessidade de implementar práticas de ensino que potencializam e estimulam os alunos a serem sujeitos ativos capazes de interpretar e resolver problemas aplicados que envolvem o cotidiano.

Deste modo, esse trabalho teve como principal objetivo aplicar a metodologia ativa de resolução de problemas no ensino de cálculo integral no curso de licenciatura em matemática do IFPI/*Campus* Floriano. Teve como objetivos específicos: analisar o processo de ensino de cálculo integral no curso de licenciatura em matemática, investigar como se deu o processo de ensino de cálculo integral e utilizar o cálculo integral na resolução de problemas de volume de sólidos geométricos.

Para tal fim, foi feito, na primeira etapa, um questionário com perguntas para os alunos a fim de compreender como se deu o processo de ensino de cálculo integral quando cursaram a disciplina. Na segunda etapa da pesquisa, foi realizado dois encontros de forma remota com aula *online* por meio da plataforma *Google Meet* com a participação de 6 alunos. Nos encontros foram trabalhadas resoluções de problemas sobre aplicações do cálculo integral que teve a

finalidade de utilizar o cálculo integral na resolução de problemas de sólidos geométricos. Por fim, foi realizado um questionário pós teste, que teve o intuito de receber os *feedbacks* dos alunos e analisar o grau de compreensão do conteúdo que foi trabalhado.

O presente trabalho apresenta a seguinte estruturação: no primeiro capítulo é descrita a introdução, a qual destaca a fundamentação sobre a problemática analisada do processo de ensino-aprendizagem de matemática por meio das metodologias ativas e os objetivos da pesquisa; no segundo capítulo é descrito a fundamentação teórica, que evidenciam aspectos sobre o conceito de metodologias ativas, algumas metodologias ativas utilizadas no processo de ensino de aprendizagem e o ensino de calculo através da metodologias ativas de resolução de problemas. No terceiro capítulo é descrita a metodologia, a qual descreve a sequência de desenvolvimento das atividades propostas e todas as suas minúcias. No quarto capítulo, são descritos os resultados e discussões que se obtiveram da análise da experiência de ensino vivenciada, obtidos por meio das aplicações de questionários, realização de testes e descrição do ponto de vista do mediador. No último capítulo são apresentadas as considerações finais, as quais apresentam as reflexões e a síntese dos resultados obtidos.

## **2 A IMPORTÂNCIA DAS METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO**

### **2.1 METODOLOGIA ATIVAS**

Com a evolução do processo de ensino com a inserção de novos métodos e técnicas de aprendizagem, o método tradicional de ensino, que tem como foco o aluno passivo, já não atende as necessidades deste século. Sahagoff (2019, p. 12) afirma que “Devido à globalização, à informatização e às aspirações e comportamentos dos estudantes, as instituições de ensino estão percebendo a necessidade de adotar novas metodologias para que o aprendizado seja realmente efetivo para o aluno”.

Com isso percebe-se que o processo de ensino aprendizagem hoje está cada vez mais exigindo que os professores inovem durante suas aulas como, por exemplo, procurar relacionar a teoria trabalhada diretamente com suas aplicações a fim de que o conteúdo explicado tenha algum significado para o aluno, e, além disso, usar as tecnologias como ferramentas para potencializar o aprendizado, com o propósito de buscar cada vez mais estimular e ativar o aprendizado dos estudantes.

“No cenário atual da educação, parte-se da constatação de que o modelo passivo de educação não mais forma as habilidades requeridas pela vida moderna” (ROCHA; AMARAL, 2019, p. 9). Assim, é necessário implementar uma prática pedagógica adequada à nossa realidade e que proporcione ao estudante o desenvolvimento do pensamento científico e reflexivo.

As metodologias ativas são caminhos para progredir mais no conhecimento profundo e mais amplo, através da implementação de novas práticas. Segundo Sahagoff (2019, p. 12) “a introdução das chamadas metodologias ativas visa a dar conta deste novo perfil discente, pois elas têm o diálogo como foco, [...], a contextualização e a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos”. O uso das metodologias ativas é uma prática de ensino que tem como foco a autonomia do estudante, tornando-os mais participativos e comprometidos.

Para esclarecer o que se entende por uma abordagem pautada em metodologias ativas de ensino, apresenta-se a figura a seguir, que sintetiza suas principais concepções. Como se pode observar, na figura abaixo, um dos princípios da metodologia ativa de ensino é o aluno como centro da aprendizagem, pois esse princípio tem o objetivo de proporcionar a maior interação e participação do estudante durante o processo de ensino, possibilitando o aluno a ativar o seu próprio conhecimento.

Figura 1: Princípios que constituem as metodologias ativas de ensino



Fonte: Diesel *et al.* (2016)

Dessa forma, a implementação das metodologias ativas no processo de ensino visa estimular a autonomia intelectual do estudante e potencializar o processo de ensino proporcionando maior aprendizagem aos estudantes. Nesse sentido, Sahagoff (2019, p. 12) ressalta que “Trabalhando com essas metodologias, o professor passa a interagir com o aluno de forma mais prática, trabalhando os conhecimentos de modo mais consciente, possibilitando uma aprendizagem mais adequada à realidade”.

Assim, considerando o contexto da utilização das metodologias ativas durante o processo de ensino, é de suma importância, após explicar a teoria de certo conteúdo, explorar a aplicação prática e resolver problemas contextualizados aplicados que envolvem esse assunto para que o processo de aprendizagem seja mais compreensivo e dinâmico. Romanatto (2012, p. 303) reforça

A resolução de problemas, como metodologia de ensino da Matemática, pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa.

Moran (2018) destaca determinadas técnicas que colaboram para a implementação de metodologias ativas: aprendizagem personalizada, sala de aula invertida, aprendizagem baseada em investigação e em problemas, aprendizagem baseada em projetos e aprendizagem por história e jogos. Isso mostra que existe diversas possibilidades para desenvolver metodologias ativas, ou seja, metodologias que transformam o processo de ensino tornando-o mais contextualizado e compreensivo. Ainda segundo Moran (2018, p. 4), as metodologias ativas são “alternativas estratégicas de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na

construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida”. Isso enfatiza que a utilização de metodologias ativas são meios de transformar o processo de ensino tornando o estudante um sujeito ativo durante o processo de ensino. Ademais,

Podemos entender Metodologias Ativas como formas de desenvolver o processo do aprender que os professores utilizam na busca de conduzir a formação crítica de futuros profissionais nas mais diversas áreas. A utilização dessas metodologias pode favorecer a autonomia do educando, despertando a curiosidade, estimulando tomadas de decisões individuais e coletivas, advindos das atividades essenciais da prática social e em contextos do estudante (CASTRO; ALVES, 2012 apud SILVA; LIMA, 2019, p. 22).

Em suas pesquisas sobre concepção de ensino, Berbel (2011, p. 29) explica que “as Metodologias Ativas se baseiam em formas de desenvolver o processo de aprender, utilizando experiências reais ou simuladas, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social, em diferentes contextos”. Assim, infere-se que essa metodologia procura qualificar o processo de ensino aprendizagem e proporcionar maior sentido dos assuntos estudados relacionando-o com situações problemas contextualizadas. Nesse mesmo sentido,

As metodologias ativas procuram criar situações de aprendizagem nas quais os aprendizes possam fazer coisas, pensar e conceituar o que fazem e construir conhecimentos sobre os conteúdos envolvidos nas atividades que realizam, bem como desenvolver a capacidade crítica, refletir sobre as práticas realizadas fornecer e receber feedback, aprender a interagir com colegas e professores, além de explorar atitudes e valores pessoais. (VALENTE, 2018, p. 28 apud SANTOS, 2019, p. 18).

À vista disso, sabe-se que fugir do tradicional método de ensino difundido ao longo de muitos anos é considerado por muitos professores como um desafio ainda a ser superado. Procurar novas metodologias para desenvolver seus conteúdos se torna por ser uma tarefa considerada quase que impossível visto o desânimo e a acomodação de muitos profissionais. Os métodos tradicionais de ensino eram bem-sucedidos quando a sociedade não tinha tanto acesso à informação e o professor acabava por ser um importante transmissor de conhecimento para uma pequena parte privilegiada dessa sociedade (MORAN, 2015).

Ainda ocorre com frequência que muitos professores consideram que toda aprendizagem baseada no método tradicional seja inerentemente ativa, pois acreditam que, enquanto o aluno participa assistindo uma aula expositiva, ele está ativamente envolvido. Porém, algumas pesquisas com base na ciência cognitiva apontam que os alunos devem fazer

algo mais do que simplesmente ouvir para que a aprendizagem seja efetiva (MEYERS; JONES, 1993). Assim, mudar o método de ensinar e tornar as aulas mais interessantes e dinâmicas é um desafio e para isso é preciso entender realmente a mudança no papel do professor e do aluno.

Para isso,

As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. (MORAN, 2015, p. 17 apud SAHAGOFF, 2019, p. 12).

Uma alternativa para reverter esse quadro seria a adoção de metodologias que privilegiasse os estudantes como protagonistas do processo de ensino-aprendizagem, fazendo com que eles saltassem da posição de meros espectadores passando a serem os atores principais desse processo. Assim sendo, o uso das chamadas metodologias ativas configura uma prática que faz esse papel se reverter e tornar-se o estudante um grande protagonista desse processo. Assim,

[...], em contraposição ao método tradicional, em que os estudantes possuem postura passiva de recepção de teorias, o método ativo propõe o movimento inverso, ou seja, passam a ser compreendidos como sujeitos históricos e, portanto, a assumir um papel ativo na aprendizagem, posto que têm suas experiências, saberes e opiniões valorizadas como ponto de partida para construção do conhecimento. (DIESEL *et al.*, 2017, p. 271 apud SAHAGOFF, 2019, p. 12)

Nessa perspectiva, a proposta de aprendizagem ativa tem como proposição central a aprendizagem baseada em situações problema e objetiva buscar trabalhar com situações problemas para o desenvolvimento dos processos de ensino-aprendizagem e valorizar o aprender a aprender. Nesse sentido, a autonomia intelectual dos estudantes será desenvolvida por atividades previamente planejadas e contextualizadas. O professor vai trabalhar como um facilitador, mais precisamente como um mediador, propondo novos desafios e conduzindo de forma ativa o processo. Para Luckesi (2005, p. 132),

A aprendizagem ativa é aquela construída pelo educando a partir da assimilação ativa dos conteúdos socioculturais. Isso significa que o educando assimila esses conteúdos, tornando-os seus, por meio da atividade de internalização de experiências vividas.

Assim, a partir da utilização das metodologias ativas o professor vai procurar se aperfeiçoar a fim de proporcionar um processo de ensino mais significativo e, além disso, tornar as aulas mais interativas e dinâmicas. As metodologias ativas

[...] envolvem os estudantes e os engajam ativamente em todos os processos de sua aprendizagem, trazem benefícios como o protagonismo estudantil, a apreensão das informações mediadas, habilidades comunicacionais, habilidades de raciocínio avançadas, trabalho em equipe, motivação, novos recursos de aprendizagem e respeito aos vários estilos de aprendizagem (MOREIRA; RIBEIRO 2016, p. 97 apud SAHAGOFF 2019, p. 12).

Segundo Arruda *et al.* (2020, p. 11), “As metodologias ativas podem ser caracterizadas como um processo de interação de conhecimentos, análises e decisões, sendo o professor um mediador e o aluno, um gestor do seu conhecimento”. A principal característica da metodologia ativa é aprender a aprender, ou seja,

[...] os alunos são levados a aprender observando, pesquisando, perguntando, trabalhando, construindo, pensando e resolvendo situações problemáticas apresentadas, quer em relação a um ambiente de coisas, de objetos e ações práticas, quer em situações de sentido social e moral, reais ou simbólicos (LOURENÇO FILHO, 1978, p. 151).

Assim sendo, a utilização das chamadas metodologias ativas favorece ao aluno o desenvolvimento da autonomia, fator fundamental no processo de aquisição de conhecimentos e que proporciona maior confiança tornando-se protagonista do seu aprendizado. Assim, pode-se inferir que a aprendizagem é mais significativa quando o aluno busca a se envolver de forma ativa no processo de ensino, procurando aplicar, discutir e relacionar os conceitos absorvidos com situações problemas contextualizadas.

## 2.2 ALGUMAS METODOLOGIAS ATIVAS

São muitas as possibilidades de metodologias ativas que transformam o processo de ensino-aprendizagem. Nesta seção será apresentado e definido algumas das modalidades de metodologia ativa de ensino, explicando de forma resumida cada uma. Algumas das informações colhidas nessa seção foram com base nos textos de Berbel (2011).

Primeiramente, tem-se o estudo de caso, que segundo Berbel (2011, p. 29) “é bastante utilizado em cursos de Direito, Administração, Medicina entre outros. Com o Estudo de Caso, o aluno é levado à análise de problemas e tomada de decisões”. Observa-se que essa

metodologia de ensino busca envolver o aluno a analisar situações problemas e, a partir disso, buscar tomar decisões sobre o objeto de estudo. Nesse sentido, Gil (1990) afirma que essa técnica serve para alertar os alunos sobre a necessidade de maior número de informações quando se quer analisar fatos não presenciados, ou seja, padrões que não são descobertos. Seguindo esse mesmo direcionamento, o estudo de caso possibilita o aluno a ter contato com situações problemas encontrados no seu dia a dia e a partir dessa situação buscar maneiras de interpretar, analisar e, conseqüentemente, tomar a melhor decisão.

O método de projetos de acordo com Berbel (2011, p. 31) “é uma modalidade que pode associar atividades de ensino, pesquisa e extensão”. Esse método procura desenvolver no aluno o senso de pesquisador sobre a sua realidade na qual está inserido. Bordenave e Pereira (1982, p. 233), afirmam que “o método de projetos tem como principal objetivo lutar contra a artificialidade da escola e aproximá-la o mais possível da realidade da vida”. Em suma, os projetos

[...] são atividades que redundam na produção, pelos alunos, de um relatório final que sintetiza dados originais (práticos ou teóricos), colhidos por eles, no decurso de experiências, inquéritos ou entrevistas com especialistas. O projeto deve visar à solução de um problema que serve de título ao projeto (BORDENAVE; PEREIRA, 1982, p. 233).

Outra modalidade é a pesquisa científica, que, conforme Berbel (2011, p. 32), “trata-se de importante atividade que permite aos alunos ascenderem do senso comum a conhecimentos elaborados, desenvolvendo, no caminho, habilidades intelectuais de diferentes níveis de complexidade [...]”. Essa metodologia ativa propicia estimular os estudantes a fim de que busquem motivações para encontrar respostas as suas indagações, respaldadas e sistematizadas em procedimentos metodológicos pertinentes.

Temos ainda a metodologia de problematização baseado no arco de Maguerez, pois de acordo com Colombo (2007, p. 125) “tem como ponto de partida a realidade que, observada sob diversos ângulos, permite ao estudante ou pesquisador extrair e identificar os problemas ali existentes”. A Figura 2 mostra o esquema do arco de Maguerez.

Figura 2: Arco de Maguerez



Fonte: Colombo (2007)

Situamos, a seguir, uma descrição inicial de cada uma das fases, a partir de algumas informações colhidas nos textos de Colombo (2007). Como se pode observar na figura acima, a primeira fase é a observação da realidade e definição do problema, na qual os alunos são levados a observar a realidade e a partir disso identificar características do problema de estudo com a finalidade de contribuir para a modificação da realidade. A segunda fase é o pontos-chave, que objetiva refletir a respeito do problema e identificar os possíveis fatores associado ao problema. A teorização é a terceira fase, que tem como objetivo testar os instrumentos e analisar a forma de estudar pontos-chave. A quarta fase corresponde as hipóteses de solução, que objetiva elaborar as hipóteses de solução do problema com base nas fases anteriores. Por fim, tem-se a fase de aplicação à realidade, que procura analisar as aplicabilidades das hipóteses e conseqüentemente coloca-las em prática.

Em suma, essa metodologia de ensino juntamente com os saberes da docência relacionados à experiência, ao conhecimento e aos saberes pedagógicos dos professores são fundamentais para a construção do conhecimento crítico dos alunos. Assim, a partir da análise, confrontação e contextualização do problema permite ao aluno construir a noção de cidadania e aprendizagem.

Por último, apresenta-se a modalidade de metodologia ativa de ensino baseada na resolução de problemas que segundo Delisle (2000, p. 5), é “uma técnica de ensino que educa apresentando aos alunos uma situação que leva a um problema que tem de ser resolvido”. Nesse caminho, o aluno busca resolver problemas inerentes à sua área de conhecimento, com o foco na aprendizagem, com o objetivo de desempenhar um sujeito ativo no processo de investigação, na análise e síntese do conhecimento investigado.

Nessa mesma linha de pensamento, Ribeiro e Mizukami (2004, p. 90) ressalta que

A aprendizagem baseada em resolução de problemas, [...], é um método caracterizado pelo uso de problemas do mundo real para encorajar os alunos a desenvolverem o pensamento crítico e habilidades de solução de problemas e a adquirirem conhecimento sobre os conceitos essenciais da área em questão.

Assim, depreende-se que a utilização da metodologia de resolução de problemas pode auxiliar o professor de matemática a desenvolver suas aulas de forma mais dinâmica, proporcionando um ensino com mais significado e compreensão. Assim, a partir da utilização de uma metodologia de ensino adequada, os princípios de ensino ficam mais explícito e, conseqüentemente, o processo de ensino-aprendizagem se torna mais compreensivo.

### 2.3 ENSINO DE CÁLCULO E METODOLOGIA ATIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino do cálculo nos cursos de licenciatura em matemática e principalmente o ensino do cálculo integral juntamente com suas aplicações diversas é fundamental e inquestionável, pois proporciona ao estudante uma ferramenta muito relevante capaz de solucionar problemas e modelar situações matemáticas. A metodologia de ensino com base nessa ideia de aplicações em situações problemas faz com que os conceitos absorvidos tenham realmente significado.

Segundo Eves (2004, p. 462), “o cálculo, apoiado pela geometria analítica, foi o maior instrumento matemático descoberto no século XVII. Ele se mostrou notavelmente poderoso e eficiente para atacar problemas inexpugnáveis em tempos anteriores”. Assim, percebe-se que o cálculo é uma ferramenta muito eficaz para solucionar problemas que antes de sua descoberta era impossível de ser solucionada. Figueiredo *et al.* (2014, p. 189), ressalta que

A importância do ensino de integrais [...], é inquestionável, pois ele representa a ferramenta de diversas aplicações, como por exemplo: cálculo de áreas, perímetros, volumes, trabalho realizado por uma força, centro de massa, montante, dentre outras.

Dessa forma, constata-se que as aplicações do cálculo integral são de suma importância na formação do aluno, pois proporcionará uma ampla diversidade de conhecimentos sobre diversas aplicações. Além disso, o entendimento das aplicações do cálculo integral no cálculo de volumes propiciará uma maneira bem mais simples e compreensível de demonstrar as fórmulas de volumes de vários sólidos geométricos como, por exemplo, os sólidos gerados por rotações de curvas.

Diante disso, o estudo do cálculo integral não pode ser restringido apenas nas técnicas de memorização e métodos algébricos de resolver simplesmente uma integral sem fazer nenhuma correlação com o seu significado. É interessante fazer o uso de metodologias ativas, ou seja, promover situações para que o estudante possa de fato entender realmente o significado da integral e saber onde aplicá-la. Uma das maneiras significativas de compreender o assunto é através da exploração de suas aplicações por meio de resoluções de problemas.

Outrossim, o cálculo integral é uma ferramenta muito poderosa para solucionar diversos problemas como, por exemplo, cálculo de áreas, volumes, comprimentos. A utilização de suas diversas aplicações durante o processo de ensino proporciona ao estudante uma visão e uma aprendizagem transformadora, que possibilita ao estudante uma ampla reflexão dos conceitos que foram adquiridos e ao mesmo tempo capacitando-os a aplicar e relacionar esses conceitos adquiridos no seu cotidiano.

Nesse mesmo campo, as aplicações da integral no cálculo de volumes de sólidos geométricos são muito relevantes para a aprendizagem dos alunos, pois possibilitará uma técnica muito eficaz e bem mais simples para calcular volumes de sólidos, principalmente, os que fazem parte do currículo do ensino médio. Nesse viés, o processo de aprendizagem deve-se fundamentar na qualidade do ensino, fazendo que o permita compreender e apreciar o poder das aplicações da matemática relacionando com problemas contextualizados.

Assim, uma possível metodologia ativa que pode proporcionar a realizar esses objetivos é a metodologia de resolução de problemas, que é uma metodologia ativa que visa auxiliar o professor de matemática a desenvolver suas aulas de forma mais dinâmica, proporcionando um ensino com mais significado e compreensão. Nesse sentido, temos que uma das formas mais acessíveis de proporcionar aos alunos que aprendam a aprender é a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino. Leite e Esteves (2005) apud Batista (2013, p. 162) definem

A aprendizagem baseada na resolução de problemas como um percurso de aprendizagem, vindo nela "um processo de resolução de problemas", centrada no aluno, uma vez que este passa a ter um papel ativo na realização das tarefas de pesquisa, análise e síntese de informação, ou seja, na seleção de estratégias de aprendizagem, e na proposta de soluções.

Sendo assim, o ensinamento por meio desse método favorece e auxilia os alunos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, procurando por si próprios respostas as questões problema, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, ao invés de esperar uma resposta já pronta dada pelo professor ou pelo livro-texto.

Diante disso, sabe-se que a metodologia ativa de ensino baseado na resolução de problemas é uma ferramenta capaz de conduzir o aluno a aprender a aprender. Nesse sentido,

A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Assim, ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmas respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros [...] (POZO; ECHEVERRÍA, 1988, p. 09).

Seguindo essa mesma ideia, Sternberg (2000) considera que a atividade de resolução de problemas exige elaboração de estratégias, criatividade e deve estar de acordo com a experiência e o saber do aluno, pois a busca pela resposta não se dá do mesmo modo para todos os envolvidos na questão.

Porém, não basta ensinar o aluno a resolver problemas. É necessário incentivar o aluno a compreender e modelar aquela determinada situação problema por meio da busca de respostas de suas próprias indagações e questionamentos. Nesse sentido, a resolução de problema tem grande poder significativo, pois procura envolver outra maneira de compreender e promover o conhecimento. Outrossim, a resolução de problemas, inserida em um ensino baseado em transmissão e aquisição de conhecimentos pode constituir tanto um conteúdo educativo como um modo de conceber as atividades educativas.

A resolução de problemas como metodologia de ensino de matemática pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes, uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa. Sobre essa concepção de ensino Pozo *et al.* (1994, p. 9) apud Costa (1997, p. 7) ressalta que “ensino baseado na resolução de problemas supõe fomentar nos alunos o domínio de procedimentos para dar respostas a situações distintas e mutáveis”. Assim, depreende-se que a resolução de problemas procura estimular os alunos a estabelecer técnicas e domínios para alcançar o seu objetivo.

### 3 METODOLOGIA

O presente trabalho quanto ao tipo caracteriza-se como descritiva, uma vez que têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário, a observação e a interpretação dos dados (GIL, 2010). Esse tipo de pesquisa observa, registra e analisa a organização dos dados sem manipulá-los. Nesse sentido, segundo Pradnov e Freitas (2013, p. 52) tal pesquisa

Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de Levantamento. Nas pesquisas descritivas, os fatos são observados, registrados, analisados, classificados e interpretados, sem que o pesquisador interfira sobre eles, ou seja, os fenômenos do mundo físico e humano são estudados, mas não são manipulados pelo pesquisador.

Em relação à abordagem foi do tipo qualitativa, que trabalha com base no caráter subjetivo do objeto estudado, já que foram realizadas coleta dos dados por meio de questionários que teve a finalidade de descrever as características do objeto da pesquisa. Dessa forma, Neves (1996, p. 01) afirma que

Os estudos da pesquisa qualitativa diferem entre si quanto ao método, à forma e aos objetivos, pois a pesquisa qualitativa ressalta um conjunto de características essenciais como: o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental, além do caráter descritivo.

Ademais, a presente pesquisa utilizou-se da aplicação de questionários, os quais é um conjunto de questões com o enfoque de gerar dados necessários para se atingir os objetivos da pesquisa. Segundo Coelho *et al.* (2020, p.01),

O questionário é um instrumento composto por um conjunto de perguntas, questões ou itens padronizados e predefinidos, que visa mensurar atributos ou características relacionadas a pessoas, organizações, processos ou fenômenos.

Nesse contexto, a pesquisa foi desenvolvida com a participação de 12 alunos do curso de licenciatura em matemática, sendo 7 alunos do sexto período, 2 alunos do oitavo período e 3 alunos do nono período do Instituto Federal do Piauí-*Campus* Floriano, localizado na cidade de Floriano no estado do Piauí. Na primeira etapa da pesquisa, realizou-se a aplicação de questionários que ocorreu da seguinte forma: foi enviado o questionário para um grupo de

*WhatsApp* com cerca de 50 alunos, na qual foi solicitado que respondessem o questionário, ficando a critério de cada aluno. Nessa etapa, apenas 12 alunos responderam o questionário. Na segunda etapa, a escolha dos participantes ocorreu da seguinte forma: foi feito novamente um convite por meio da rede social *WhatsApp* ficando a critério de cada aluno a sua participação na pesquisa. Feito o convite, 6 alunos aceitaram participar do estudo. Os critérios para a escolha dos participantes foram os seguintes: alunos que tinham dificuldade na disciplina cálculo integral e que já tinham cursado a disciplina cálculo integral.

Vale ressaltar que em virtude da pandemia causada pela Covid-19, e com as recomendações de distanciamento social, dentre outras, pela Organização Mundial de Saúde (OMS), a realização da pesquisa se deu de forma totalmente remota. Dessa forma o trabalho foi realizado em sala de aula remota cujos os encontros foram realizados por meio do *Google Meet*, que é uma plataforma de comunicação por vídeo da empresa Google. Durante o desenvolvimento da pesquisa, em virtude do processo de ensino remoto, foi criado um grupo no *WhatsApp* no qual sucediam todas as instruções e se davam todas as informações a respeito da pesquisa.

A pesquisa foi desenvolvida em três etapas. Na primeira etapa da pesquisa, foi realizado a coleta de dados por meio de um questionário com 6 perguntas de múltipla escolha, na qual foi respondido por 12 alunos. Na segunda etapa da pesquisa foi realizado dois encontros de forma remota com aula *online* por meio da plataforma *Google Meet* com a participação de 6 alunos, todos do sexto módulo. No primeiro encontro dessa etapa, foi feita uma breve revisão do conteúdo cálculo integral, apresentando o método das secções transversais utilizado no cálculo de volumes, que proporciona a resolução dos problemas de sólidos geométricos. Posteriormente, foram apresentados 6 problemas a serem solucionados pelos alunos e em seguida foi realizado o sorteio de um problema para cada aluno apresentar a solução. No segundo encontro, ocorreu a entrega, por meio do *WhatsApp*, dos 6 problemas solucionados por cada um dos alunos e foram realizadas as apresentações das soluções dos problemas propostos por cada aluno. Os problemas apresentados e solucionados pelos os alunos foram os seguintes:

- ✓ *Calcular o volume do cilindro circular reto de raio  $r$  e altura  $h$*
- ✓ *Calcular o volume do cone circular de raio da base igual  $r$  e altura  $h$ .*
- ✓ *Calcular volume da pirâmide de base quadrada com lado  $l$  e cuja altura seja  $h$ .*
- ✓ *Calcular o volume do tronco de cone circular com altura  $h$ , raio da base maior  $R$  e raio da base menor  $r$ .*
- ✓ *Calcular o volume da esfera de raio  $r$*
- ✓ *Calcular o volume de uma calota esférica de altura  $h$  numa esfera de raio  $r$ .*

No Quadro 1, está descrito o cronograma das atividades realizadas durante o desenvolvimento da pesquisa. Conforme destacado no quadro 1, foram realizados um total de dois encontros, no qual o primeiro encontro teve duração de 3 horas-aula e o segundo teve duração de 4 horas-aula, totalizando 7 horas-aula.

Quadro 1: Cronograma de atividades

Dias	Atividade realizada	Carga-horária
Quinta - 04/02/2021	Apresentação e revisão do método das secções transversais para solucionar os problemas, escolha dos problemas a serem solucionados e sorteio dos problemas para cada aluno resolver.	3 horas-aulas
Quarta - 10/02/2021	Entrega e apresentação dos problemas propostos por cada um dos alunos.	4 horas-aulas

Fonte: Elaborado pelo o autor (2021).

Na terceira e última etapa, foi aplicado um questionário composto de 5 perguntas com a finalidade de auferir informações sobre as fases de desenvolvimento da pesquisa em termos de aprendizado efetivo e receber os *feedbacks* dos alunos sobre o nível de compreensão referente ao trabalho.

Em relação à coleta de dados, foram realizados questionários, sendo estes realizados na primeira etapa, que teve a finalidade de levantar alguns dados sobre como se deu o ensino do cálculo integral quando esses alunos cursaram a disciplina, e na última etapa, que teve finalidade de avaliar a compreensão do conteúdo trabalhado e receber os *feedbacks*. Os questionários foram elaborados de forma específica, relacionados ao problema, às hipóteses e aos objetivos que se desejavam investigar.

A partir dos questionários foi possível analisar os dados coletados de forma a satisfazer os objetivos da pesquisa. Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 98) afirmam que, “[...] a escolha da forma de coleta de dados deve estar de acordo com a natureza do problema ou questão de investigação e dos objetivos da pesquisa”. Assim, com a clareza da definição do problema de pesquisa e do percurso metodológico de uma pesquisa descritiva e qualitativa, foi feita uma busca para a construção dos instrumentos e métodos necessários para a investigação.

No tópico das discussões dos resultados, daremos os seguintes codinomes aos alunos que participaram da pesquisa: “Gauss”, referente à Johann Carl Friedrich Gauss, que foi um matemático, astrônomo e físico alemão que contribuiu muito em diversas áreas da ciência,

dentre elas a teoria dos números, estatística, análise matemática; “Euler”, referente a Leonhard Paul Euler, que foi um matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha; “Leibniz”, referente a Gottfried Wilhelm Leibniz, que foi um proeminente polímata e filósofo alemão e figura central na história da matemática e na história da filosofia; “Newton”, referente a Sir Isaac Newton PRS foi um matemático, físico, astrônomo, teólogo e autor inglês que é amplamente reconhecido como um dos cientistas mais influentes de todos os tempos e como uma figura-chave na Revolução Científica; “Euclides”, referente a Euclides de Alexandria, que foi um professor, matemático platônico e escritor grego, muitas vezes referido como o "Pai da Geometria"; e “Descartes”, referente a René Descartes, que foi um filósofo, físico e matemático francês. Todos esses codinomes foram dados a fim de preservar as reais identidades dos alunos.

## 4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

### 4.1 ANÁLISE DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO APLICADO NA PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA

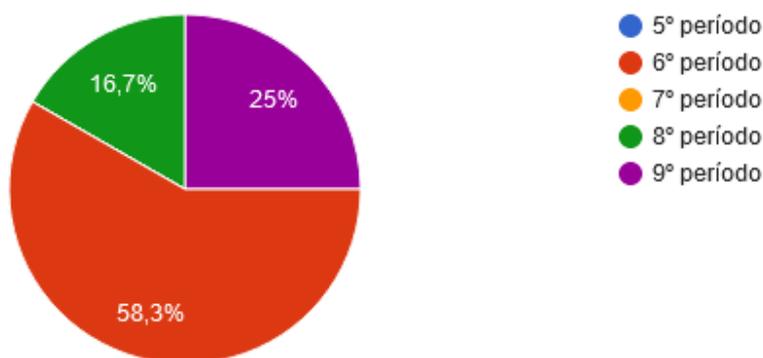
Diante dos nossos objetivos e escolhas metodológicas, nesta seção, apresentaremos a análise dos dados produzidos durante o desenvolvimento do trabalho, que ocorreu com a participação de alguns alunos do 6º, 8º e 9º módulo do curso de licenciatura em matemática e que já tinham cursado a disciplina cálculo integral.

Vale ressaltar também o desafio enfrentado para a realização desta pesquisa em virtude do conturbado período de pandemia vivenciado em todo o mundo, causado pela Covid-19, e que afetou seriamente a educação. Dessa forma, com a necessidade de promover o ensino, foi necessário dar ênfase ao ensino remoto. Assim, destaca-se que os questionários foram aplicados em forma de formulários criados pela ferramenta *google forms*, na qual os participantes recebiam os links dos formulários, respondiam e realizavam o envio.

Na sequência serão apresentadas e discutidas as análises dos resultados dos questionários aplicados na primeira, segunda e última etapa do trabalho. A primeira etapa da pesquisa buscou investigar como foi o processo de ensino de cálculo integral quando os participantes da pesquisa cursaram a disciplina.

Primeiramente, no Gráfico 1 serão apresentados os dados referente ao período no qual os alunos que participaram da pesquisa estão cursando.

Gráfico 1: Respostas a pergunta nº 1 do questionário - Você está cursando qual período?

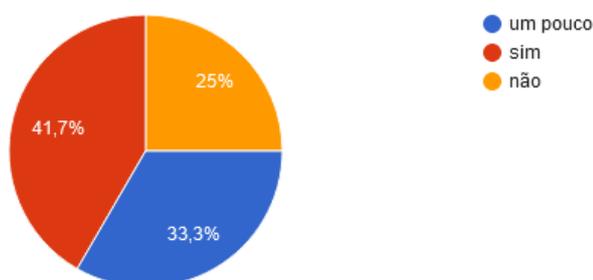


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Percebe-se que, no Gráfico 1, dos 12 alunos que participaram da pesquisa, 58,3% estão cursando o sexto período, 16,7% estão cursando o oitavo período e 25% estão no nono período.

O Gráfico 2, apresenta os dados relativos à dificuldade que os alunos encontraram quando cursaram a disciplina cálculo integral.

Gráfico 2: Respostas da pergunta nº 2 do questionário 1- Você teve dificuldade com a disciplina cálculo integral?

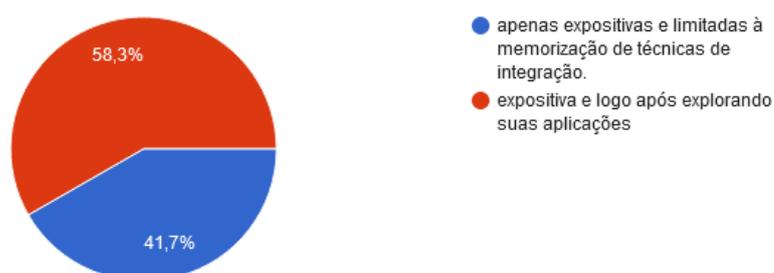


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Conforme o esboço acima, 41,7% dos alunos tiveram dificuldade com a disciplina cálculo integral, 33,3% tiveram um pouco de dificuldade e 25% não tiveram dificuldade com a disciplina. É notável que a maioria dos alunos que participaram da pesquisa sentiram dificuldade com a disciplina cálculo integral. Isso se deve possivelmente aos modos de ensino tradicional, pois com essa metodologia de ensino o aluno é um mero espectador, ou seja, é um sujeito passivo. Já com a utilização de metodologias ativas de resolução de problemas, que objetiva aplicar o conteúdo ensinado em problemas contextualizados, o processo de ensino se torna mais dinâmico e o aluno se torna um sujeito ativo e autônomo no seu processo de aprendizado. Assim, a metodologia de resolução de problemas propicia ao aluno o real significado de um determinado assunto estudado, articulando-o com situações problemas contextualizadas.

O Gráfico 3, mostra os dados de como eram as aulas quando os alunos cursaram a disciplina.

Gráfico 3: Respostas a pergunta nº 3 do questionário 1-Quando você cursou a disciplina cálculo integral, as aulas foram:

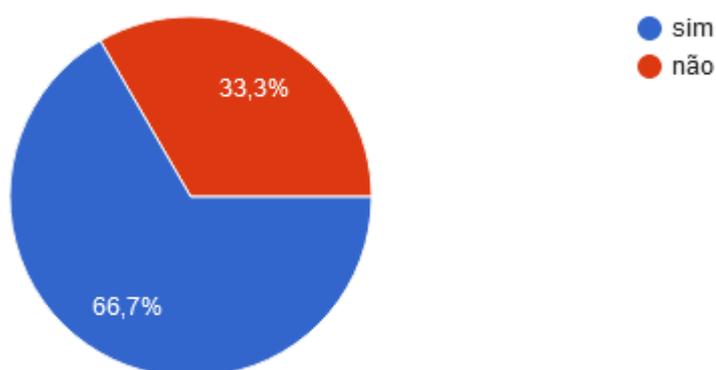


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

De acordo com o Gráfico 3, 41,7% dos alunos tiveram aulas apenas expositivas e limitadas à memorização de técnicas de integração quando cursaram a disciplina e 58,3% dos alunos tiveram aulas expositivas do conteúdo e logo após explorando suas aplicações no cálculo de volumes. O Gráfico mostra praticamente um equilíbrio entre os questionamentos, mas nota-se que a maioria dos alunos tiveram aulas que foram desenvolvidas aplicações de cálculo integral, ou seja, aulas que foram utilizadas metodologias que favorece a compreensão dos conteúdos ensinados e que foram baseadas na resolução de problemas contextualizados. Nesse sentido, as aulas com a utilização de metodologias ativas baseado na resolução de problemas proporcionam um ensino mais compreensível, propiciando ao aluno a construção do seu próprio conhecimento e articulando os conceitos aprendidos com situações problemas contextualizadas.

O Gráfico 4 mostra os dados referentes a quantidade de alunos que estudaram a aplicação do cálculo integral no cálculo de volumes de sólidos geométricos.

Gráfico 4: Respostas da pergunta nº 4 do questionário 1 - Na disciplina cálculo integral, você estudou aplicações da integral no cálculo de volumes de sólido?

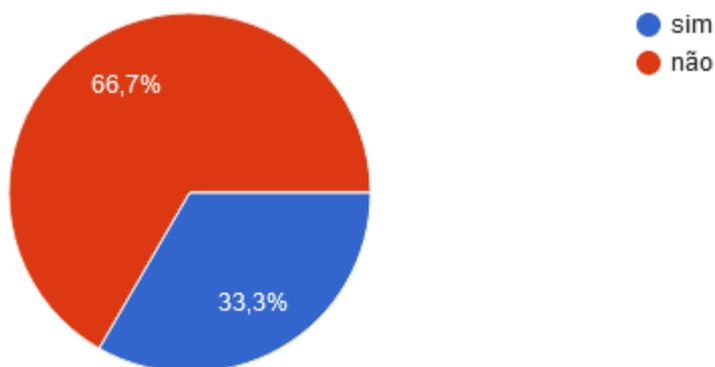


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

De acordo com os dados acima, percebe-se que 66,7% dos alunos estudaram a aplicação do cálculo integral no cálculo de volumes de sólidos geométricos e 33,3% disseram que não estudaram essas aplicações. Assim, conclui-se que mais da metade dos estudantes tiveram um ensino baseado na resolução de problemas contextualizados envolvendo o cálculo de volumes de sólidos geométricos, metodologia de ensino que proporciona o real significado dos assuntos trabalhados durante a exposição teórica. Tendo em vista tal metodologia, ela por sua vez pode proporcionar maneiras de articular a teoria de determinado assunto trabalhado com situações problemas contextualizadas, fazendo que o processo de ensino se torne realmente relevante no entendimento do conteúdo trabalhado.

O Gráfico 5 apresenta os dados relativos aos alunos que aprenderam e não aprenderam a aplicar o cálculo integral no cálculo de volumes quando cursaram a disciplina.

Gráfico 5: Respostas a pergunta nº 5 do questionário 1 - Quando cursou a disciplina, você aprendeu de fato aplicar a integral no cálculo de volumes de alguns sólidos?

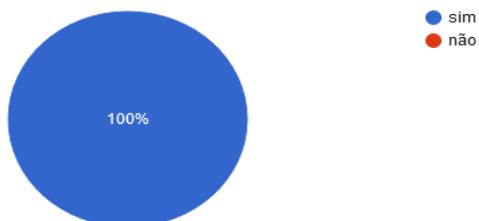


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Como se pode observar 66,7% dos alunos não compreenderam aplicar o cálculo integral no cálculo de volumes e 33,3% dos alunos pesquisados aprenderam a aplicar o cálculo integral no cálculo de volumes. Nota-se que apesar da maioria dos alunos terem estudados a aplicação da integral no cálculo de volumes de sólidos geométricos, conforme o Gráfico 4, mais da metade não souberam aplicar a integral no cálculo de volumes. A falta de compreensão do conteúdo de cálculo de volumes de sólidos por integrais revela que é necessário estudar como ocorre o processo de apropriação do conhecimento científico, e que a utilização das metodologias ativas baseadas na resolução de problemas é uma alternativa que pode contribuir no entendimento de determinado assunto, pois essa metodologia visa aplicar os conceitos estudados em situações problemas contextualizados e, além disso, estimular o aluno em busca do seu próprio conhecimento.

O Gráfico 6 mostra os dados referentes à quantidade de alunos que considera o processo de ensino-aprendizagem mais significativos quando aplica a teoria ensinada na resolução de problemas contextualizados.

Gráfico 6: Respostas da pergunta nº 6 do questionário 1 - Você considera o ensino mais significativos quando aplica a teoria na resolução de problemas contextualizados?



Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Todos os participantes da pesquisa consideram que o processo de ensino aprendizagem é mais significativo quando o conteúdo trabalhado durante a aula tem aplicação prática em problemas contextualizados, ou seja, o conteúdo ensinado se torna mais compreensível, pois os conceitos teóricos trabalhados são conectados com problemas contextualizados. Desse modo, as metodologias ativas baseadas na resolução de problemas dar-se indícios que com elas os alunos são levados a compreender o real significado de determinado assunto estudado.

#### 4.2 ANÁLISES DOS PROBLEMAS RESOLVIDOS PELOS OS ALUNOS

Passaremos às análises dos resultados trabalhados na segunda etapa da pesquisa. Nesta etapa, foi trabalhado alguns problemas de volumes de sólidos geométricos para serem resolvidos por meio da utilização do cálculo integral, que foram solucionados e apresentados pelos os alunos. Antes de comentar as soluções apresentadas pelos os alunos por meio da plataforma *google meet*, serão apresentadas as imagens das soluções dos problemas referente aos seis problemas solucionados por cada um dos participantes da pesquisa e, conseqüentemente, feito as análises da solução e do número de acertos de cada problema. Conforme já exposto anteriormente na metodologia, os problemas propostos foram os seguintes:

***Problema 1:*** calcular o volume do cilindro circular reto de raio  $r$  e altura  $h$

***Problema 2:*** calcular o volume do cone circular de raio da base igual  $r$  e altura  $h$ .

***Problema 3:*** calcular o volume da pirâmide de base quadrada com lado  $l$  e cuja altura seja  $h$ .

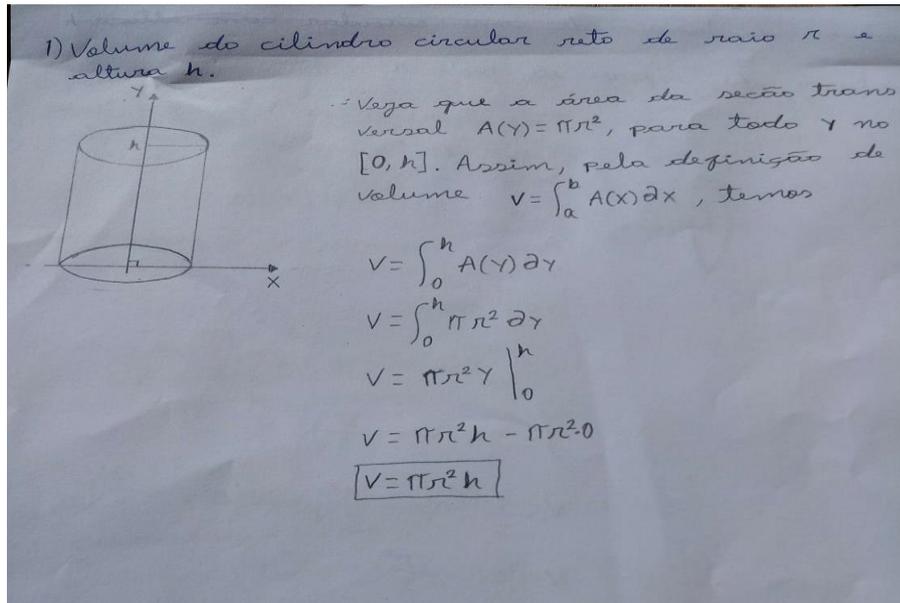
***Problema 4:*** Volume do tronco de cone circular com altura  $h$ , raio da base maior  $R$  e raio da base menor  $r$ .

***Problema 5:*** calcular o volume da esfera de raio  $r$ .

***Problema 6:*** Volume de uma calota esférica de altura  $h$  numa esfera de raio  $r$ .

Como mostra a figura abaixo, o problema 1 refere-se ao cálculo do volume do cilindro de raio  $r$  e de altura  $h$ . A solução do problema foi resolvida pelo aluno Gauss, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3: Resolução do problema 1 pelo o aluno Gauss.

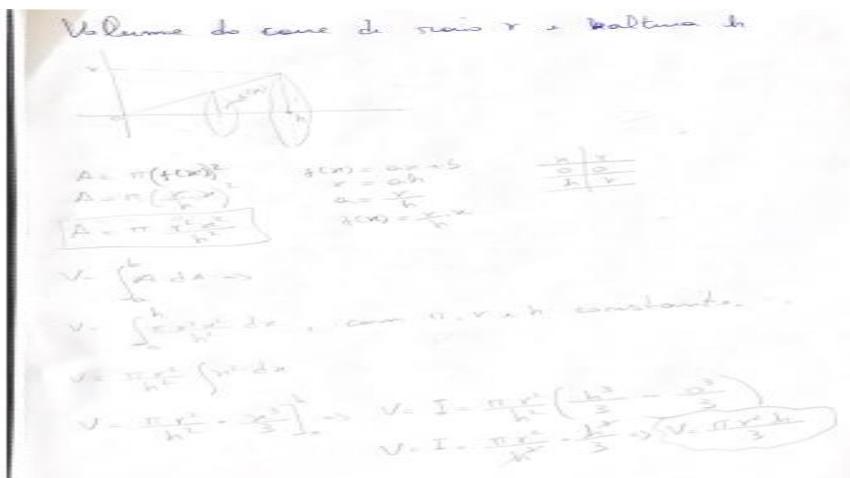


Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Neste problema os alunos tiveram um alto índice de acertos, ou seja, dos 6 alunos participantes da pesquisa todos resolveram com êxito o problema. Como se pode observar na figura acima, o aluno aplicou o método das secções transversais para encontrar a área da região seccionada e, conseqüentemente, realizou todos os passos de forma correta e coerente.

Na Figura 4, apresenta-se o problema 2, referente ao cálculo do volume do cone de circular de raio da base igual  $r$  e altura  $h$ . A Figura 4 mostra a solução do problema resolvido pelo o aluno Euler.

Figura 4: Resolução do problema 2 pelo o aluno Euler.

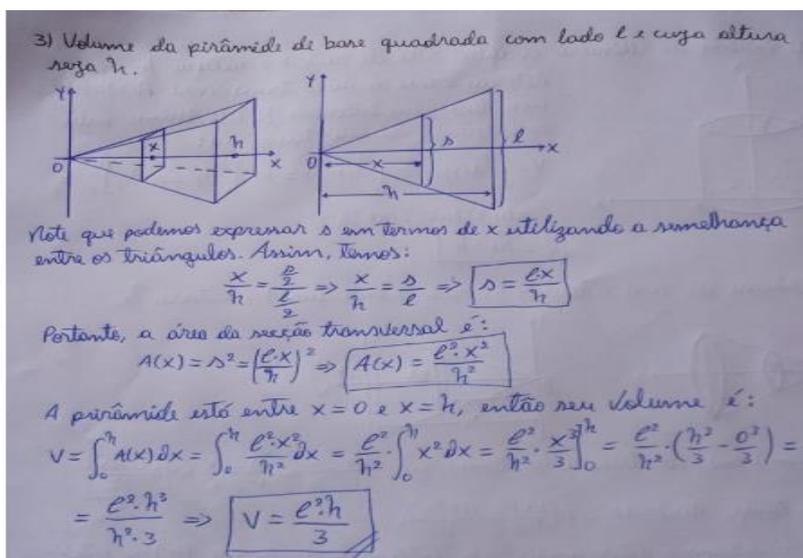


Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Neste problema, novamente, todos os alunos conseguiram resolver. De acordo com a Figura 4, nota-se que que aluno newton representou o cone no plano e aplicou o método das seções transversais, utilizado no cálculo de volumes, de maneira correta e logo em seguida realizou todos os passos de forma correta.

O problema representado na Figura 5 refere-se ao cálculo do volume da pirâmide de base quadrada com lado  $l$  e altura  $h$ . A Figura 5 mostra a solução apresentada pelo o aluno Leibniz.

Figura 5: Resolução do problema 3 pelo o aluno Newton.



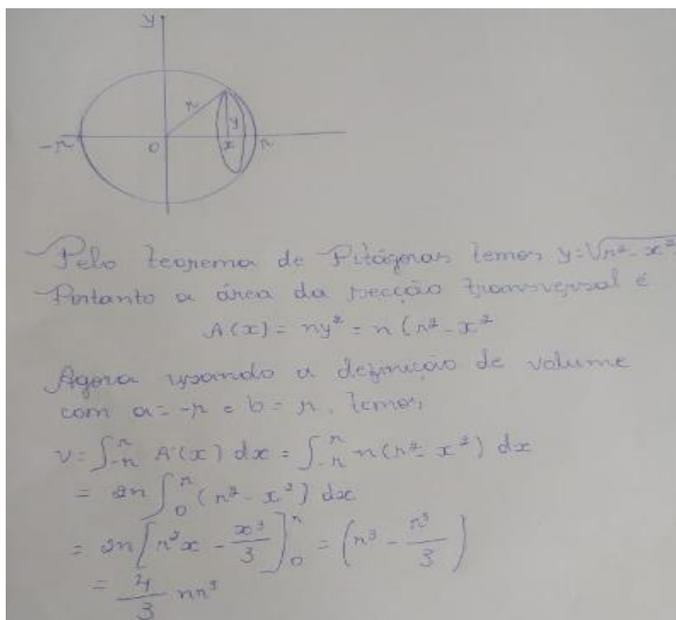
Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Nesse problema todos os 6 alunos participante da pesquisa conseguiram resolver o problema de forma correta. Como se pode observar o aluno newton planificou e representou o cone no plano de forma correta e, consequentemente, aplicou o método para o cálculo de volumes e resolveu a integral de maneira correta.

Em relação ao problema 4, que se refere ao cálculo do volume do tronco circular de altura  $h$ , raio da base maior  $R$  e raio da base menor  $r$ , nenhum aluno conseguiu resolver o problema. Esse problema é um pouco mais complexo, pois precisava de algumas análises mais minuciosas. Assim, como ninguém conseguiu resolver o problema foi necessário fazer algumas ressalvas sobre a ideia da resolução do problema para que o aluno conseguisse realizar a apresentação da solução no segundo encontro que foi realizado na plataforma *Google Meet*.

O problema representado na Figura 6 refere-se ao cálculo do volume da esfera de raio  $r$ , que foi resolvido pelo o aluno Euclides.

Figura 6: Resolução do problema 5 pelo o aluno Euclides

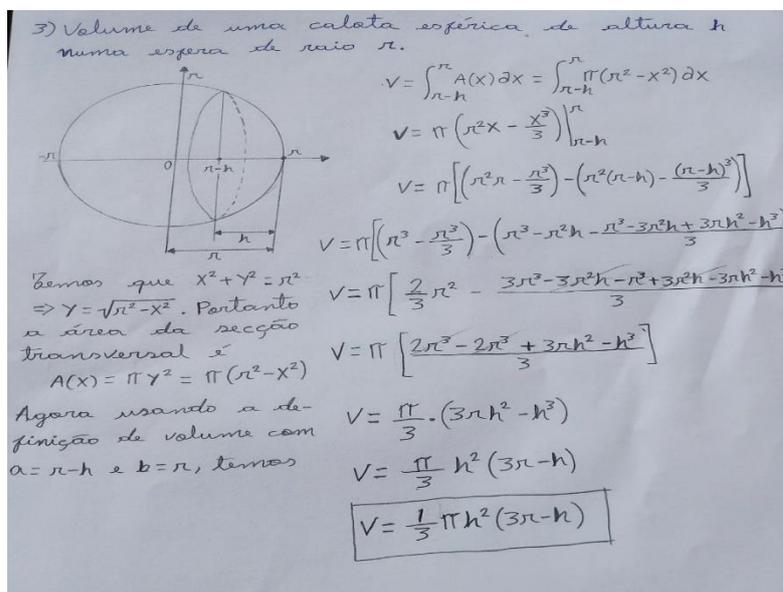


Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Novamente todos os alunos conseguiram resolver esse problema sem muitas dificuldades, pois é um problema simples e clássico nos cursos de matemática. Conforme mostra a Figura 6, o aluno Euclides representou a esfera no plano para facilitar a visualização do problema e logo em seguida aplicou o método do cálculo de volume e, conseqüentemente, resolveu a integral de forma correta.

O problema representado na Figura 7, refere-se ao cálculo do volume da calota esférica de altura  $h$  numa esfera de raio  $r$ , que foi solucionado pelo o aluno Descartes.

Figura 7: Resolução do problema 6 pelo o aluno Descartes.

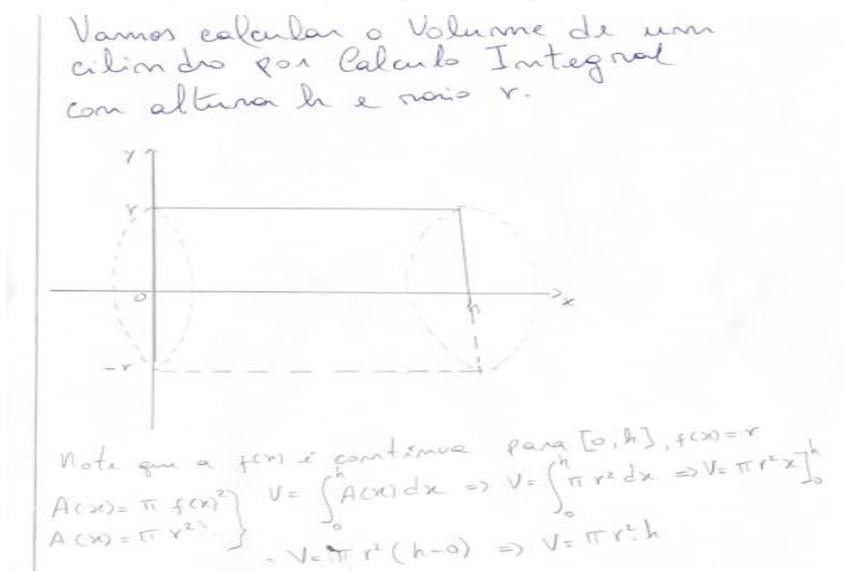


Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Esse problema alguns alunos tiveram dificuldade em resolver. Apenas 3 dos 6 participantes conseguiram resolver o problema. Assim, como se pode observar na Figura 7 o aluno representou a esfera no plano identificando a região correspondente à calota esférica e, logo após, encontrou a função área e aplicou o método do cálculo de volume e, por último, resolveu a integral de maneira correta.

Na sequência serão apresentadas duas outras soluções resolvidas pelos os alunos. A Figura 8 mostra a solução do volume do cilindro resolvido pelo o aluno Euler.

Figura 8: Resolução do problema 1 pelo o aluno Euler.

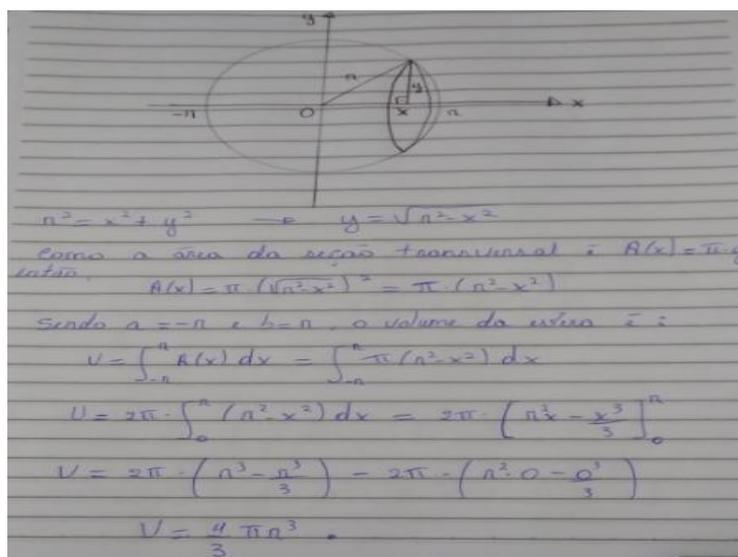


Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Nessa solução, pode se observar que o aluno Euler representou o cilindro de outra maneira no plano, o que mostra que existe outras possibilidades de resolver um determinado problema. Assim, a depender da representação do sólido, a solução pode ficar mais simples ou mais complexa, pois depende do problema que você está resolvendo. Diante dessa análise, observa-se que o aluno aplicou o método de forma correta e por fim resolveu a integral para se chegar a solução.

A solução mostrada na Figura 9, que corresponde ao volume do cone, foi resolvida pelo o aluno Leibniz.

Figura 9: Resolução do problema 5 pelo o aluno Leibniz.



Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Como se pode observar na Figura 9 o aluno representou a esfera no plano com suas medidas e, logo depois, aplicou o teorema de Pitágoras para encontrar o raio formado pela secção e, conseqüentemente, encontrar a função área. Por fim, aplicou o método de cálculo de volume, método das secções transversais, e resolveu a integral para se chegar a solução desejada.

Assim, diante dos problemas resolvidos pelos os alunos, pode-se concluir que o nível de aproveitamento das resoluções dos problemas propostos foi bom, pois a maioria dos problemas foram resolvidos, o que mostra que o ensino por meio da utilização de metodologias ativas baseada na resolução de problemas pode proporcionar uma melhor compreensão sobre o conteúdo ensinado e uma aprendizagem mais significativa, ou seja, compreensiva.

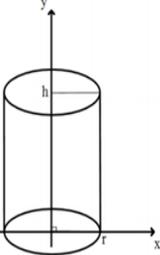
Agora serão feitos os comentários e as análises de cada um dos problemas apresentado por cada um dos alunos no encontro realizado. Para a realização dos comentários, foi feito recortes dos slides apresentado por cada um dos alunos. Os problemas que os alunos tiveram dificuldades em resolver como, por exemplo, o problema 4 foi necessário realizar algumas ressalvas para explicar os passos das soluções a fim de que o aluno pudesse realizar a apresentação do problema proposto.

**Problema 1:** calcular o volume do cilindro circular reto de raio  $r$  e altura  $h$ .

A Figura 10 apresenta a solução do problema resolvido pelo o aluno Gauss.

Figura 10: Resolução do problema 1 apresentado pelo o aluno Gauss.

**Volume do cilindro circular reto de raio  $r$  e altura  $h$ .**



Note que a área da seção transversal  $A(y) = \pi r^2$ , para todo  $y$  no intervalo  $[0, h]$ . Assim, pela definição de volume, temos que

$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^h A(y) dy \\
 &= \int_0^h \pi r^2 dy \\
 &= \pi r^2 \int_0^h dy \\
 &= \pi r^2 y \Big|_0^h \\
 &= \pi r^2 (h - 0) \\
 V &= \pi r^2 h
 \end{aligned}$$

Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

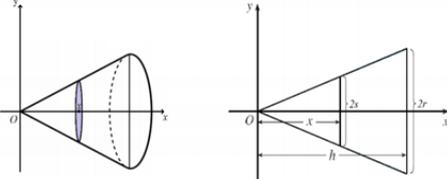
Este foi o problema mais simples dos propostos a serem solucionados. O aluno Gauss resolveu o problema sem dificuldades. Interpretou o problema de forma correta e conseguiu realizar todos os passos para chegar a solução desejada, conforme apresentada acima.

**Problema 2:** calcular o volume do cone circular de raio da base igual  $r$  e altura  $h$ .

A Figura 11 mostra a solução do problema 2, que foi apresentado e solucionado pelo o aluno Euler.

Figura 11: Resolução do problema 2 apresentado pelo o aluno Euler.

**Volume do cone circular de raio da base igual  $r$  e altura  $h$ .**



Pela semelhança de triângulos, temos que

$$\frac{2s}{2r} = \frac{x}{h} \Rightarrow s = \frac{rx}{h}.$$

Assim temos,  $A(x) = \pi s^2 = \pi \left(\frac{rx}{h}\right)^2 = \frac{\pi r^2 x^2}{h^2}$ .

Assim o volume é determinado pela integração da função  $A(x)$  no intervalo  $[0, h]$ . Como segue

$$V = \int_0^h \frac{\pi r^2 x^2}{h^2} dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\pi r^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx \\
 &= \left[ \frac{\pi r^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^h \\
 &= \frac{\pi r^2 h^3}{h^2 \cdot 3} - \frac{\pi r^2 0^2}{h^2 \cdot 3} \\
 V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h.
 \end{aligned}$$

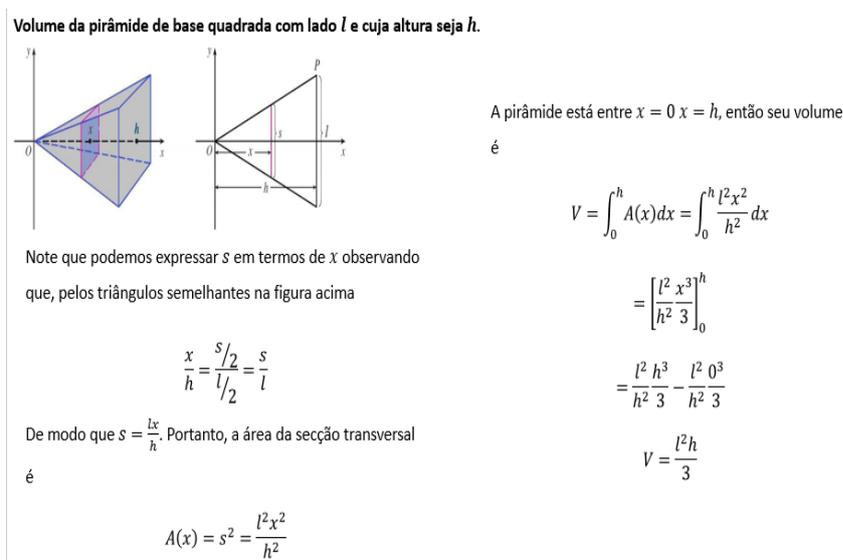
Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Nesse problema, o aluno Euler teve um pouco de dificuldade no momento de estabelecer a relação de semelhanças entre os triângulos para encontrar a função área da região circular formada pela secção do plano com o cone, mas mesmo assim conseguiu completar o raciocínio. Os demais passos da solução o aluno resolveu de forma satisfatória, pois envolvia apenas manipulações algébricas e a resolução de uma integral de um polinômio de grau dois para se chegar ao resultado do problema.

**Problema 3:** calcular o volume da pirâmide de base quadrada com lado  $l$  e cuja altura seja  $h$ .

A Figura 12 mostra a solução do problema 3, que foi apresentado e solucionado pelo o aluno Leibniz.

Figura 12: Resolução do problema 3 apresentado pelo o aluno Leibniz.



Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

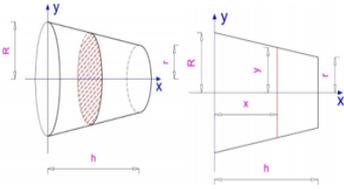
Problema muito semelhante com o problema 2. Nesse problema, no momento da apresentação, o aluno Leibniz teve dificuldade na interpretação da figura para encontrar as relações de semelhanças entre as incógnitas. Já no momento de encontrar a função da área da região em azul formada pela secção e realizar os demais passos da resolução o aluno obteve êxito.

**Problema 4:** Volume do tronco de cone circular com altura  $h$ , raio da base maior  $R$  e raio da base menor  $r$ .

O seguinte problema abaixo foi apresentado e solucionado pelo o aluno Newton.

Figura 13: Resolução do problema 4 apresentado pelo o aluno Newton.

**Volume do tronco de cone circular com altura  $h$ , raio da base maior  $R$  e raio da base menor  $r$ .**



Temos os seguintes pontos na **função**  $(0, R)$  e  $(h, r)$ . Assim, a equação que por esses pontos é dada por

$$y = \left(\frac{r-R}{h}\right)x + R$$

Com isso a área da secção circular em função de  $x$  obtida pelo corte é

$$A(x) = \pi r^2 = \pi y^2 = \pi \left[\left(\frac{r-R}{h}\right)x + R\right]^2$$

Aplicando a definição de volume, temos o seguinte

$$V = \int_0^h A(x) dx$$

$$V = \int_0^h \pi \left[\left(\frac{r-R}{h}\right)x^2 + 2R\left(\frac{r-R}{h}\right)x + R^2\right] dx$$

$$V = \pi \int_0^h \left[\left(\frac{r-R}{h}\right)x^2 + 2R\left(\frac{r-R}{h}\right)x + R^2\right] dx$$

$$V = \pi \left[\left(\frac{r-R}{h}\right)\frac{x^3}{3} + 2R\left(\frac{r-R}{h}\right)\frac{x^2}{2} + R^2x\right]_0^h$$

Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

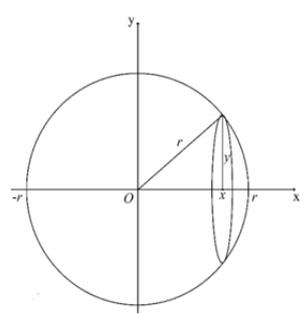
Esse é um problema um pouco mais complexo, pois necessita de muita interpretação e análise para encontrar os dados da função área. O aluno Newton teve muita dificuldade para interpretar o problema, encontrar a função área e também em resolver a integral, pois envolvia várias incógnitas tornando o problema um pouco capcioso. Assim, foi necessário realizar algumas ressalvas para explicar alguns passos da solução para que o aluno Newton pudesse concluir a solução do problema.

**Problema 5:** calcular o volume da esfera de raio  $r$ .

Esse problema foi apresentado e solucionado pelo aluno Euclides conforme mostra a Figura 14.

Figura 14: Resolução do problema 5 apresentado pelo o aluno Euclides.

**Volume da esfera de raio  $r$**



Pelo teorema de Pitágoras temos  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ . Portanto a área da secção transversal é

$$A(x) = \pi y^2 = \pi(r^2 - x^2)$$

Agora usando a definição de volume com  $a = -r$  e  $b = r$ , temos

$$V = \int_{-r}^r A(x) dx = \int_{-r}^r \pi(r^2 - x^2) dx$$

$$= 2\pi \int_0^r (r^2 - x^2) dx$$

$$= 2\pi \left[ r^2x - \frac{x^3}{3} \right]_0^r = 2\pi \left( r^3 - \frac{r^3}{3} \right)$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

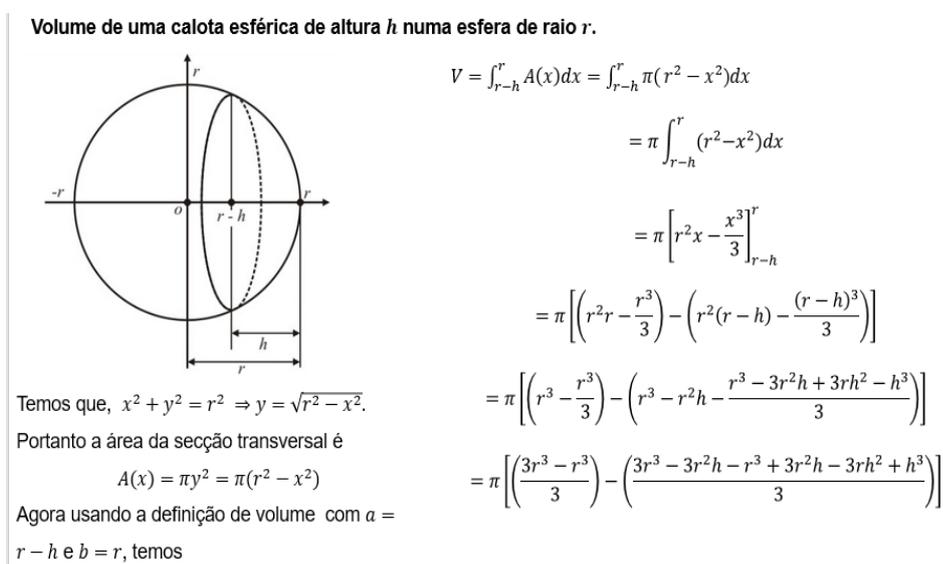
Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Nesse problema, o aluno Euclides resolveu sem muitas dificuldades, pois conforme mostra a Figura 14 é um problema simples e, além disso, muito conhecido pela maioria dos alunos que faz ou fizeram o curso de matemática. Como se pode observar, o aluno aplicou o método das secções e, conseqüentemente, encontrou a função área. Por fim, resolveu o cálculo da integral de maneira correta.

**Problema 6:** *Volume de uma calota esférica de altura  $h$  numa esfera de raio  $r$ .*

Já este último problema proposto foi apresentado e solucionado pelo o aluno Descartes.

Figura 15: Resolução do problema 6 apresentado pelo o aluno Descartes



Fonte: Problemas propostos pelo autor (2021).

Nesse problema, o aluno Descartes teve um pouco de dificuldade no momento de encontrar a relação entre os valores de  $x$  e  $y$  e na interpretação para encontrar os limites de integração para aplicar na integral. Nos demais passos, o aluno se saiu muito bem, pois era preciso, apenas, resolver a integral de um polinômio de grau 2 e realizar manipulações algébricas para se chegar a solução do problema.

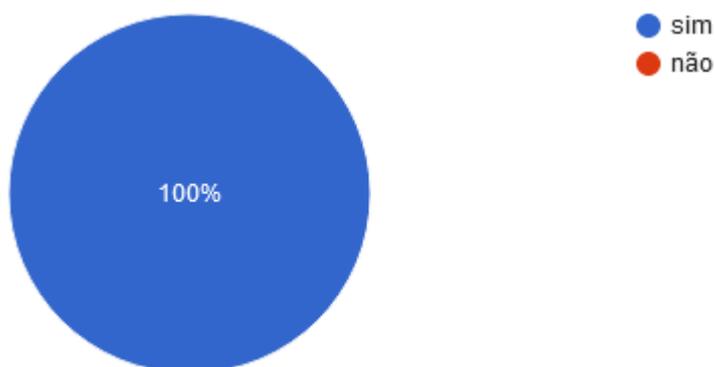
Assim, após o desenvolvimento dessa segunda etapa, conclui-se que, apesar de alguns dos alunos tiveram dificuldades na interpretação de alguns problemas no momento da apresentação, o resultado foi muito satisfatório, pois todos os alunos participaram de forma ativa e, além disso, compreenderam as soluções dos problemas trabalhados.

#### 4.3 ANÁLISE DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO APLICADO NA ÚLTIMA ETAPA DA PESQUISA

Por fim, discutiremos as análises dos resultados do questionário aplicado na última etapa da pesquisa. Nessa etapa, foi feito um questionário com cinco perguntas, sendo a última pergunta referente aos feedbacks dos alunos sobre o que acharam do projeto e o que poderia ser melhorado no projeto.

A primeira pergunta foi “O ensino com metodologias ativas, ou seja, ensino contextualizado favoreceu no entendimento do assunto trabalhado?”. Todos os seis alunos que participaram responderam “sim”. Conforme mostra o Gráfico 7.

Gráfico 7: Respostas a pergunta nº 1 do questionário 2.

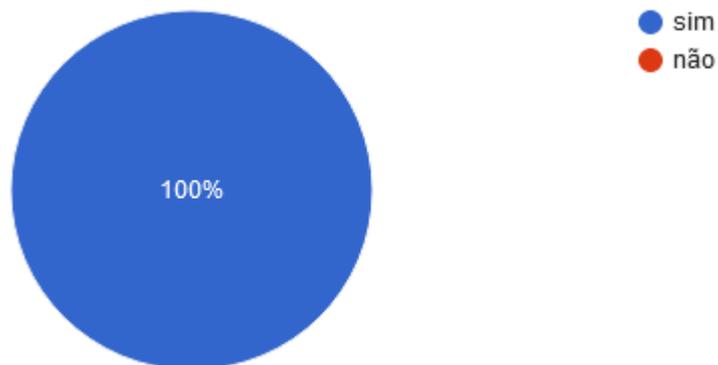


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Os dados acima confirmam que a utilização das metodologias ativas baseada na resolução de problemas durante o processo de ensino proporciona uma aprendizagem mais significativa e facilita a maior compreensão dos conteúdos, ou seja, a utilização das metodologias ativas torna o aluno o protagonista do seu processo de aprendizagem.

A segunda pergunta foi “Você compreendeu melhor a aplicação da integral no cálculo de volume de sólidos geométricos após o desenvolvimento do projeto? 100% dos alunos disseram que compreenderam.

Gráfico 8: Respostas da pergunta nº 2 do questionário 2.

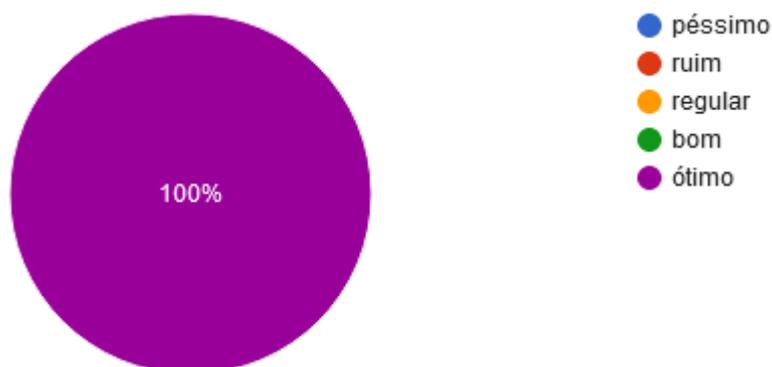


Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Em relação aos dados do Gráfico 8, infere-se que o processo de ensino baseado na resolução de problemas proporcionou melhor o entendimento da aplicação do cálculo integral na resolução de problemas de volumes de sólidos geométricos, visto que essa metodologia procura estabelecer conexões da teoria estudada com a resolução de problemas contextualizados.

A terceira pergunta foi “Qual foi o nível de aproveitamento das informações apresentadas no projeto?” “Nessa pergunta todos os alunos responderam “ótimo”. Conforme os dados abaixo.

Gráfico 9: Respostas da pergunta nº 3 do questionário 2.



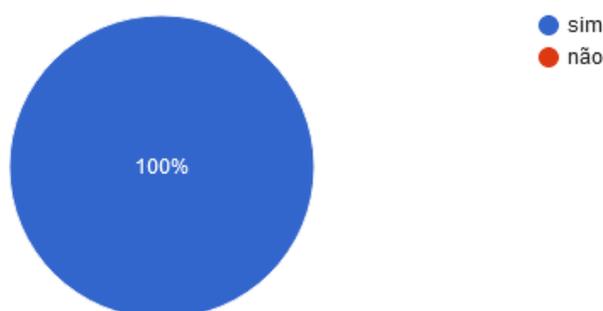
Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

De acordo com os dados acima, nota-se que, na fase de intervenção da pesquisa, o nível de aproveitamento das informações adquiridas pelos alunos foi satisfatório, o que mostra que a metodologia utilizada no trabalho foi eficiente e satisfatória no processo de ensino de matemática. Assim, vale ressaltar a importância de o professor de matemática buscar metodologias capazes de transformar o ensino a fim de tornar-se os conteúdos trabalhados em

sala de aula mais compreensível, relacionando a teoria explicada com a resolução de problemas contextualizados.

A quarta pergunta foi “O projeto aprimorou suas habilidades? “. Novamente todos os alunos responderam “sim”. Veja os dados.

Gráfico 10: Respostas a pergunta nº 4 do questionário 2.



Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Assim, identifica-se que o processo de ensino mediado pela utilização de metodologias ativas baseada na resolução de problemas proporcionou e aprimoraram, respectivamente, um ensino significativo e as habilidades dos alunos. Assim, essa metodologia de ensino é uma alternativa que pode contribuir para desenvolver as habilidades dos alunos e tornar-se os conceitos estudados mais compreensível durante a resolução de problemas.

Por fim, a última pergunta foi “O que poderia ser melhorado no projeto?” No Quadro 2 estão expressas as respostas dos 6 alunos que participaram do projeto.

Quadro 2: Respostas dos alunos sobre o que poderia ser melhorado no projeto.

Alunos	Respostas
Gauss	<i>“Acho que o projeto já contempla as habilidades dos conteúdos abordados”.</i>
Euler	<i>“Trazer aplicações menos conhecidas, para a aquisição de novos conhecimentos”.</i>
Leibniz	<i>“Se tivesse mais horas/aulas”.</i>
Newton	<i>“O projeto contemplou tudo o que foi trabalhado”.</i>
Euclides	<i>“Nada. Projeto muito enriquecedor”.</i>
Descartes	<i>“Ser aplicado mais vezes”</i>

Fonte: Questionário aplicado pelo o autor (2021).

Desse modo, diante dos resultados expostos, pode-se afirmar que apesar de alguns alunos não terem visto as aplicações do cálculo integral no cálculo de volumes quando cursaram a disciplina cálculo integral, percebe-se que, após a intervenção do trabalho e as análises dos

dados, todos os alunos compreenderam as soluções dos problemas trabalhados e, conseqüentemente, auxiliaram-nos na melhor compreensão do conteúdo estudado. Nesse sentido, conclui-se que a qualidade do ensino e o processo de ensino aprendizagem é mais significativo e transformador quando a teoria dos assuntos trabalhados em aula é aplicada na resolução de problemas contextualizados.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a evolução do processo de ensino e com a inserção de novos métodos e técnicas de aprendizagem, o método tradicional de ensino, que tem como foco o aluno passivo, já não atende as necessidades deste século, uma vez que não possibilita um ensino centrado na participação ativa do aluno. Diante disso, a metodologia de resolução de problemas é uma possibilidade de tornar o processo de ensino e aprendizagem mais compreensivo e contextualizado.

Assim, é interessante implementar práticas de ensino adequada à nossa realidade e que proporcione ao estudante o desenvolvimento do pensamento científico e reflexivo. Para isso, a utilização das chamadas metodologias ativas, que tem como um dos objetivos proporcionar um ensino centrado no aluno, surge para mudar essa realidade. Desse modo, a utilização das metodologias ativas baseada na resolução de problemas se mostra eficiente e potencialmente um instrumento mediador no ensino de matemática, pois objetiva conectar os conceitos teóricos estudados com situações problemas contextualizadas, tornando, assim, o ensino mais relevante e compreensível. Logo, a implementação da metodologia ativa baseada na resolução de problemas possibilita ao aluno entender o real significado da teoria de determinado assunto estudado.

Dessa forma, destaca-se que essa pesquisa teve como objetivo principal aplicar a metodologia ativa de resolução de problemas no ensino de cálculo integral no curso de licenciatura de matemática do IFPI/*Campus* Florianópolis. Diante disso, constatou-se que a implementação da metodologia ativa baseada na resolução de problemas como ferramenta de ensino contribuiu para o desenvolvimento do interesse, motivação, participação e assimilação dos conhecimentos pelos alunos.

Verificou-se que, apesar de alguns alunos tiveram um pouco de dificuldade na interpretação de alguns problemas, o processo de ensino mediado pela resolução de problemas foi muito enriquecedor, pois a partir da utilização dessa metodologia o ensino se torna mais significativo e compreensivo, conforme mostrou as análises dos resultados. Nesse sentido, constatou-se ainda pela análise dos resultados que, apesar da maioria dos participantes terem visto as aplicações de cálculo integral no cálculo de volumes e que mais da metade não tinha compreendido como solucionar problemas de volumes de sólidos por meio da utilização do cálculo integral, após a realização do trabalho, todos os alunos compreenderam as soluções dos problemas propostos, o que mostra que o trabalho foi potencialmente significativo para o ensino de matemática.

Por fim, espera-se que esse trabalho tenha auxiliado os alunos no processo de resolução de problemas e no uso de diferentes estratégias de resolução, bem como fazê-los perceber que a participação e a troca de opiniões pode ser algo produtivo na construção do conhecimento. Portanto, com base nos resultados obtidos, as atividades de ensino mediada pela a utilização das metodologias ativas são meios alternativos para se tornar o processo de ensino mais compreensivo, proporcionando aos estudantes uma maneira de ser o sujeito ativo durante o processo de ensino-aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

- ARRUDA, J. S.; SIQUEIRA, L. C. Metodologias Ativas. **Ensino Híbrido e os**, p.11, 2020.
- BATISTA, E. O ensino da Química orientado para a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: um estudo sobre as opiniões de alunos de cursos profissionais. **Encontro sobre Educação em Ciências através da Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas**, p. 161, 2013.
- BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, v. 32, n. 1, p. 25-40, 2011.
- BORDENAVE, J. D.; PEREIRA, A. M. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 1982.
- COELHO, J. A. P. M.; SOUZA, G.HS; ALBUQUERQUE, J. Desenvolvimento de questionários e aplicação na pesquisa em Informática na Educação. **Metodologia de Pesquisa Científica em Informática na Educação: Concepção de Pesquisa**. Porto Alegre: SBC. **Recuperado em**, v. 6, 2020.
- COLOMBO, A. A. A Metodologia da Problematização com o Arco de Maguerez e sua relação com os saberes de professores. **Semina: ciências sociais e humanas**, v. 28, n. 2, p. 121-146, 2007.
- COSTA, S. S. C.; MOREIRA, M. A. Resolução de problemas II: propostas de metodologias didáticas. **Investigações em ensino de ciências**. Porto Alegre. Vol. 2, n. 1 (jan. /Abr. 1997), p. 5-26, 1997.
- DELISLE, R. **Como realizar a Aprendizagem Baseada em Problemas**. Porto: ASA, 2000.
- DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N.. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, v. 14, n. 1, p. 268-288, 2017.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. - Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.
- FIGUEIREDO, E. B. O ensino da integral definida na formação docente – o olhar do (futuro) professor. **SIMPEMAD- I Simpósio Educação Matemática em Debate**, Joinville/SC, 2014, p.189. Disponível em: <http://revistas.udesc.br/index.php/matematica/article/view/4672>. Acesso em: 01 de jun. 2020. 20:34
- FRACCANABBIA, N.; PERIN, R. Z.; GIRARDI, V. As Aplicações no Ensino de Cálculo. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 6, n. 2, 2018.
- GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 7. Ed. São Paulo: Atlas S.A, 2010.
- GIL, A. C. **Metodologia do ensino superior**. São Paulo: Atlas, 1990.

- LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. Ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- LOURENÇO FILHO, M. B. **Introdução ao estudo da Escola Nova**. 13. ed. São Paulo: 15 Edições Melhoramentos, 1978.
- LUCKESI, C. C. **Filosofia da educação**. 21. ed. São Paulo, Cortez, 2005.
- MEYERS, C.; JONES, T. B. **Promoting active learning**. San Francisco: Jossey Bass, 1993.
- MORAN, J. (orgs.). **Metodologias Ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 1-25.
- MORAN, J. (orgs.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 26-44.
- MORAN, J. **Mudando a educação com metodologias ativas**. Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens, Vol. 02, 2015, p.15-33. Disponível em: < <http://www2.eca.usp.br/moran/>>. Acesso em: 16 de fevereiro de 2021.
- NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de pesquisas em administração, São Paulo**, v. 1, n. 3, p. 1-5, 1996.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, dez. 2011.
- POZO, J. I. (org.) **A Solução de Problemas -Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998.
- PRADNOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.
- RIBEIRO, L. R. C; MIZUKAMI, M. G. N. Uma implementação da aprendizagem baseada em problemas (PBL) na pós-graduação em engenharia sob a ótica dos alunos. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, v. 25, n. 1, p. 89-102, 2004.
- ROCHA, L. N. V; AMARAL, E. A. Metodologias ativas de ensino: percepções da aplicação no curso de direito. In: Jacks de Mello Andrade Junior; Liliane Pereira de Souza; Neidi Liziane Copetti da Silva (Organizadores). **Metodologias ativas: práticas pedagógicas na contemporaneidade**. Campo Grande: Editora Inovar, 2019. 203p. p. 96-113.
- ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 299-311, 2012.
- SAHAGOFF, A. P. C. Metodologias ativas: um estudo sobre práticas pedagógicas. In: Jacks de Mello Andrade Junior; Liliane Pereira de Souza; Neidi Liziane Copetti da Silva (Organizadores). **Metodologias ativas: práticas pedagógicas na contemporaneidade**. Campo Grande: Editora Inovar, 2019. 203p. p. 140-152.

SANTOS, C. L. *et al.* Uma análise da aplicação das metodologias sala de aula invertida e aprendizagem baseada em projetos em turmas do Ensino Médio Técnico Integrado. 2019.

SILVA, C. P.; LIMA, T. G. Metodologia ativa no ensino técnico profissionalizante e ensino superior: uma análise das vantagens e contribuições na formação dos educandos. In: Jacks de Mello Andrade Junior; Liliane Pereira de Souza; Neidi Liziane Copetti da Silva (Organizadores). **Metodologias ativas: práticas pedagógicas na contemporaneidade**. Campo Grande: Editora Inovar, 2019. p. 96-113.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. **24ª Reunião ANPED**, 2001.

SOUZA, C. V.; SHIGUTI, W. A.; RISSOLI, V. R. V. **Metodologia ativa para aprendizagem significativa com apoio de tecnologias inteligentes**. 2013.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

STEWART, J. **CÁLCULO**. 7. Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. 1 v.

## APÊNDICE 1-QUESTIONÁRIOS

### QUESTIONÁRIO 1- ANÁLISE DO ENSINO DE CÁLCULO INTEGRAL

01. Você está cursando qual período?
- 5º período
  - 6º período
  - 7º período
  - 8º período
  - 9º período
02. Você teve dificuldade com a disciplina cálculo diferencial e integral (cálculo 2)?
- sim
  - não
03. Quando você cursou a disciplina cálculo diferencial e integral (cálculo 2), as aulas foram
- apenas expositivas e limitadas à memorização de técnicas de integração.
  - expositiva e logo após explorando suas aplicações.
04. Na disciplina cálculo diferencial e integral (cálculo 2), você estudou aplicações da integral no cálculo de volumes de sólidos geométricos. ( ex: calcular o volume de um cone por integral)?
- sim
  - não
05. Quando cursou a disciplina, você aprendeu de fato aplicar a integral definida no cálculo de volumes de alguns sólidos?
- sim
  - não
06. Você considera o processo de ensino-aprendizagem mais significativos quando aplica a teoria ensinada na resolução de problemas contextualizados?
- sim
  - não

## QUESTIONÁRIO 2 – ANÁLISE DE COMPREENSÃO SOBRE O TRABALHO

01. O ensino com metodologias ativas, ou seja, ensino contextualizado favoreceu no entendimento do assunto trabalhado?
- sim
- não
02. Você compreendeu melhor a aplicação da integral no cálculo de volume de sólidos geométricos após o desenvolvimento do projeto?
- sim
- não
03. Qual foi o nível de aproveitamento das informações apresentadas no projeto?
- péssimo
- ruim
- regular
- bom
- ótimo
04. O projeto aprimorou suas habilidades?
- sim
- não
05. O que poderia ser melhorado no projeto?
-

## ANEXO 1 – PROBLEMAS PROPOSTOS

01. Calcular o volume do cilindro circular reto de raio  $r$  e altura  $h$ .
02. Calcular o volume do cone circular de raio da base igual  $r$  e altura  $h$ .
03. Calcular volume da pirâmide de base quadrada com lado  $l$  e cuja altura seja  $h$ .
04. Calcular o volume do tronco de cone circular com altura  $h$ , raio da base maior  $R$  e raio da base menor  $r$ .
05. Calcular o volume da esfera de raio  $r$
06. Calcular o volume de uma calota esférica de altura  $h$  numa esfera de raio  $r$ .