UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO CIÊNCIA EXATA E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MÔNICA DA SILVA MORAIS SENA

Relatos de Experiência do Ensino Remoto para Olimpíadas de Matemática

Orientadora:

Profª. Drª. Débora Borges Ferreira

Natal/RN - 2021

MÔNICA DA SILVA MORAIS SENA

Relatos de Experiência do Ensino Remoto para Olimpíadas de Matemática

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - CCET - UFRN, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora:

Profª. Drª. Débora Borges Ferreira

Natal/RN - 2021

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Setorial Prof. Ronaldo Xavier de Arruda - CCET

Sena, Mônica da Silva Morais.
Relatos de experiência do ensino remoto para Olimpíadas de Matemática / Mônica da Silva Morais Sena. - 2021.
110f.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Departamento de Matemática, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Natal, 2021.
Orientadora: Profa. Dra. Débora Borges Ferreira.

1. Matemática - Dissertação. 2. Treinamento olímpico de matemática - Dissertação. 3. Ensino remoto - Dissertação. 4. Resoluções de problemas matemáticos - Dissertação. 5. Competições de matemática - Dissertação. 6. Canguru de matemática - Dissertação. 7. OBMEP - Dissertação. I. Ferreira, Débora Borges. II. Título.

RN/UF/CCET CDU 51

Elaborado por Joseneide Ferreira Dantas - CRB-15/324

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

MÔNICA DA SILVA MORAIS SENA

Relatos de Experiência do Ensino Remoto para Olimpíadas de Matemática

Comissão Examinadora:

Profª. Drª. Débora Borges Ferreira (UFRN - Orientadora)
Prof°. Dr°. Carlos Alexandre Gomes Da Silva (UFRN - Membro interno)
Prof°. Dr°. Romildo Nascimento de Lima (UFCG - Membro externo)

Natal/RN - 2021

Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus, ao meu amado esposo, Erielson Silva de Sena, e a minha adorada filha, Eloá Morais Sena.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado forças e fé para superar os desafios encontrados ao longo dessa jornada, sem Ele nada seria possível. Agradeço também ao meu esposo que me acompanhou em todos os momentos deste mestrado, pelo seu apoio, compreensão e companheirismo. A minha filha, que por muitas vezes tive que me ausentar devido a necessidade. Aos meus pais e irmãos. Aos meus professores que foram grandes mestres e me proporcionaram um conhecimento maior e mais amplo da Matemática e do ensinar Matemática. A minha orientadora por me apoiar e está ao meu lado na conclusão deste trabalho. Agradeço ao diretor da Escola Estadual Antônia Guedes Martins, Bernardo, por toda a ajuda e apoio, tanto no decorrer do curso como na aplicação desse projeto. Agradeço a participação e o empenho de todos os alunos que participaram do treinamento olímpico remoto em meio as dificuldades de estudo e as impostas pela pandemia. E por fim, não menos importante, aos meus colegas de sala, em especial a Sabrina, pelo conhecimento compartilhado.

Resumo

Este trabalho apresenta um treinamento específico para competições de matemática, como o Concurso Canguru de Matemática Brasil, Olimpíada de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP) e a Olimpíada de Matemática do Estado Rio Grande do Norte (OMRN). O treinamento é direcionado para alunos do Ensino Médio e foi aplicado com os discentes da Escola Estadual Antônia Guedes Martins, localizada na cidade de Lagoa D'Anta, Rio Grande do Norte. Ele consiste no desenvolvimento da capacidade dos alunos para resolver problemas matemáticos olímpicos, através da prática de resoluções dos problemas encontrados nas provas das competições supracitadas. Inicialmente, formulamos a aplicação do treinamento de forma presencial, no entanto, devido a pandemia do Sars-CoV2, este foi adaptado para ser trabalhado com os discente de forma remota. Para isso, os encontros semanais, que seriam presenciais, passaram a ser síncronos, sendo realizados através do aplicativo Google Meet, os discentes também assistiram lives de resoluções de problemas no Instagram e fizeram simulados *online*. Além disso, os discentes que não participaram dos encontros síncronos, têm a oportunidade de ter acesso aos mesmos de forma assíncrona na plataforma do YouTube.

PALAVRAS-CHAVE: Treinamento olímpico de matemática. Ensino remoto. Resoluções de problemas matemáticos. Competições de matemática. Canguru de Matemática. OBM. OBMEP. OMRN.

Abstract

This work presents specific training for mathematics competitions, such as the Kangaroo Mathematics Brazil Competition, the Mathematics Olympiad in Public Schools (OBMEP) and the Rio Grande do Norte State Mathematics Olympiad (OMRN). The training is directed at high school students and was applied with students from the Escola Estadual Antônia Guedes Martins, located in the city of Lagoa D'Anta, Rio Grande do Norte. It consists in developing the students ability to solve olympic mathematical problems, through the practice of solving the problems found in the tests of the aforementioned competitions. Initially, we formulated the application of the training in person, however, due to the Sars-CoV2 pandemic, it was adapted to be worked with students remotely. For this, the weekly meetings, which would be in person, became synchronous, being carried out through the Google Meet application, the students also watched lives of problem solving on Instagram and made simulations online. Besides that, students who did not participate in synchronous meetings have the opportunity to access them asynchronously on the YouTube platform.

KEYWORDS : Olympic mathematics training. Remote teaching. Solving math problems. Mathematics competitions. Math Kangaroo. OBM. OBMEP. OMRN.

Lista de Figuras

Sumário

Capítulo 1

Introdução

O presente trabalho é um relato de experiência de treinamento olímpico remoto, portanto destina-se a professores de Matemática do ensino médio que desejam treinar no modo remoto seus alunos para as competições de Matemática diversas.

As competições olímpicas de matemática são importantes para o desenvolvimento intelectual do discente, e contribuem para o aprimoramento de habilidades presentes na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) do Ensino Médio, visto que ao resolver problemas matemáticos os discentes aprendem a raciocinar, representar, comunicar e argumentar:

> [...] os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e da resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, apresentar conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. [3, p. 529]

Ademais, o ato de resolver problemas vai além da progressão intelectual. De acordo com Alencar, Cândido e Farias, "A tentativa de solucionar um problema conduz ao desenvolvimento intelectual, além de potencializar habilidades como o raciocínio lógico, tenacidade, disciplina, paciência, visão geométrica entre outras."[2]. Para Feitosa "A resolução de problemas motiva os estudantes a buscarem soluções para problemas do seu cotidiano."[9, p. 15].

Como a resolução de problemas e a participação em competições olímpicas acarretam em benefícios para o alunado, os treinamentos olímpicos nasceram exatamente da necessidade de auxiliar os alunos em competições de Matemática. Para Carneiro, “O aluno que frequenta as aulas de preparação olímpica terá oportunidade de estar em contato com novas ideias da Matemática, e isso certamente vai estimular seu raciocínio e sua criatividade.”[6].

Observando a importância do treinamento olímpico e o ato de resolver problemas, levando em consideração também o baixo número de premiações e participações em competições olímpicas de Matemática, agregado a uma baixa estima, com relação a Matemática, dos alunos do ensino médio da Escola Estadual Antônia Guedes Martins, a qual leciono. Formulamos esse treinamento olímpico para despertar o amor dos alunos pela Matemática através do encanto de solucionar problemas.

Para que isso fosse possível, foi planejado um treinamento olímpico direcionado para competições de Matemática, aplicado de forma presencial, baseado em resoluções de problemas para os alunos do Ensino Médio. Além disso, a escola foi inscrita em várias competições de Matemática, como por exemplo, no concurso Canguru de Matemática Brasil, na OBMEP (Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas) e na OMRN (Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte).

No entanto, devido a pandemia do Sars-CoV2, o treinamento olímpico que se iniciou de forma presencial passou a ser realizado de forma remota, mas mantendo a essência de ser baseado em resolução de problemas Matemáticos.

No Capítulo 2, são apresentadas informações relacionadas à história, objetivos, modo de inscrição, níveis de dificuldade e etc, das competições de Matemática para as quais o treinamento olímpico de Matemática é direcionado. Entre elas estão o concurso Canguru de Matemática Brasil, a OMRN (Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte), a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) e a OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática).

O Capítulo 3 discorre a respeito de dois matemáticos, Titu Andreescu e George Pólya, apresentando os conselhos dados pelo primeiro para quem deseja participar de competições olímpicas e mostra a metodologia de resolução de problemas desenvolvida pelo segundo. Além disso, este capítulo também apresenta soluções de problemas da geometria, álgebra, combinatória e aritmética, com o intuito de mostrar como as questões devem ser trabalhadas durante o treinamento olímpico de matemática.

O Capítulo 4 é dividido em duas seções. Na primeira é descrito a realidade dos alunos da escola na qual o treinamento foi aplicado, e da comunidade em seu entorno. E a última seção apresenta como foi realizado o treinamento olímpico direcionado para cada competição olímpica de Matemática, tanto presencialmente como no formato remoto, os desafios encontrados e as tecnologias utilizadas durante a execução do treinamento olímpico remoto.

No Capítulo 5 os resultados dos simulados realizados durante o treinamento e os resultados das competições de Matemática realizados pelos alunos da escola são expostos e comentados.

Capítulo 2

Competições de Matemática

As competições de matemática, no formato que as conhecemos hoje, são disputadas desde 1894 com a realização de competições na Hungria. Mas a 1ª Olimpíada de Matemática, internacional, foi organizada em 1959, na Romênia.

Neste capítulo será discorrido a respeito de competições matemáticas para as quais o treinamento olímpico de matemática será direcionado. Entre elas estão o concurso Canguru de Matemática Brasil, a OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática), a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) e a OMRN (Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte).

2.1 Canguru de Matemática Brasil

O concurso *Kangourou sans Frontières* (Canguru sem Fronteiras) é uma competição internacional de matemática destinada aos alunos da 3ª série do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio. Se originou na França no ano de 1991, criada por dois franceses, André Deledicq e Jean Pierre Boudine. No Brasil a competição é conhecida como Canguru de Matemática Brasil, cuja primeira participação foi em 2009. O nome da competição *Kangourou* é uma homenagem ao professor Peter O'Halloran, australiano, que na década de 80 elaborou uma prova digital que passou a ser resolvida por milhares de alunos ao mesmo tempo. Atualmente, ela é administrada pela Associação Canguru Sem Fronteiras (*Association Kangourou Sans Frontières* – AKSF) [5].

Segundo o site oficial do Canguru de Matemática Brasil [5] os objetivos do concurso são:

- Ampliar e incentivar o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos.
- Contribuir para a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis da Educação Básica.
- Favorecer o estudo de maneira interessante e contextualizada, aproximando os alunos do universo da Matemática.
- Estimular a capacidade dos alunos de obter prazer e satisfação intelectual na resolução de problemas de Matemática pura ou aplicada.

As escolas públicas e privadas brasileiras devidamente cadastradas no MEC (Ministério da Educação e Cultura) podem se inscrever no concurso Canguru de Matemática Brasil. A inscrição é paga e terá o valor definido de acordo com a modalidade padrão ou personalizada.

Os alunos inscritos são subdivididos em seis níveis de prova:

- Nível P (Pre Ecolier) – alunos do 3º e 4º anos do Ensino Fundamental I.
- Nível E (Ecolier) – alunos do 5º e 6º anos do Ensino Fundamental I e II, respectivamente.
- Nível B (Benjamin) – alunos do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental II.
- Nível C (Cadet) – alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II.
- Nível J (Junior) – alunos da 1ª e 2ª séries do Ensino Médio.
- Nível S (Student) – alunos da 3ª série do Ensino Médio.

Este concurso é composto de fase única através de uma prova objetiva presencial com 24 questões para os níveis P e E, e 30 questões para os demais. De acordo com [5] "As questões são propostas em três níveis de dificuldade crescente (primeiro terço da prova, questões básicas; segundo terço, questões mais complexas e terceiro terço, questões mais desafiadoras ou técnicas). Nos níveis mais elementares (P, E, B, C) predominam as habilidades de raciocínio, enquanto nos níveis J e S é exigido algum conhecimento técnico”.

Os alunos participantes do Canguru de Matemática podem ser premiados com medalha de ouro, prata, bronze ou honra ao mérito:

- 1% dos melhores colocados, por nível, em território nacional, recebem a classificação ouro;
- 2% dos melhores colocados, por nível, em território nacional, recebem a classificação prata;
- 3% dos melhores colocados, por nível, em território nacional, recebem a classificação bronze;
- 4% dos melhores colocados, por nível, em território nacional, recebem a classificação honra ao mérito.

No ano de 2020, por conta da pandemia do Sars-CoV2, o concurso Canguru de Matemática Brasil foi aplicado de forma *online*. Inicialmente foi realizado para as escolas que optaram pela prova *online*, foram aplicadas entre os dias 22, 23 e 24 de junho. Na ocasião, os alunos receberam login e senha para acessar a plataforma do Canguru de Matemática Brasil para baixar a prova e preencher o gabarito da mesma.

2.2 OBM

No Brasil, no ano de 1979, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) organizou a 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM).

Desde a sua primeira edição a OBM sofreu várias alterações em seu formato, mas sempre manteve a ideia principal que é estimular o estudo da matemática nos alunos, desenvolver e aperfeiçoar a capacitação dos professores, influenciar a melhoria no ensino, além de descobrir jovens talentos [14].

Segundo o site oficial da OBM [14], ela é uma competição de matemática gratuita para estudantes a partir do 6º ano do Ensino Fundamental ao nível Universitário das instituições públicas e privadas do Brasil. A mesma tem como objetivos principais:

- Interferir decisivamente em prol da melhoria do ensino de Matemática no Brasil, estimulando alunos e professores a um aprimoramento maior propiciado pela participação em olimpíadas.
- Descobrir jovens com talento matemático excepcional e colocá-los em contato com matemáticos profissionais e instituições de pesquisa de alto nível, propiciando condições favoráveis para a formação e o desenvolvimento de uma carreira de pesquisa.
- Selecionar os estudantes que representarão o Brasil em competições internacionais de Matemática a partir do seu desempenho na OBM, realizando o seu devido treinamento.
- Apoiar as competições regionais de Matemática em todo o Brasil.
- Organizar as diversas competições internacionais de Matemática, quando sediadas no Brasil.

A OBM é realizada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), sendo dividida em quatro níveis:

- Nível 1: compreende alunos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental;
- Nível 2: compreende alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental;
- Nível 3: compreende todos os alunos do Ensino Médio;
- Nível Universitário: compreende os estudantes universitários que não concluíram o curso superior, ou que tenham concluído o ensino médio a menos de um ano e não tenham ingressado em um curso de nível superior.

Para os níveis 1, 2 e 3, a prova da OBM acontece em fase única e, para o nível universitário ocorre em duas fases, sendo a primeira a competição Elon Lages Lima de Matemática:

- Nível 1: prova discursiva, composta de 5 problemas, com duração de 4 horas e 30 minutos.

- Nível 2 e 3: prova discursiva, realizada em dois dias consecutivos,composta por 3 problemas por dia e duração de 4 horas e 30 min em cada dia.

- Nível Universitário:

  – 1ª fase: Competição Elon Lages Lima de Matemática: Uma prova composta por 25 questões de múltipla escolha, com duração de 3 horas.

  – 2ª fase: prova discursiva, realizada em dois dias consecutivos, composta de 3 questões em cada dia com duração de 4 horas e 30 minutos por dia.

Os alunos que obtiverem a melhor pontuação final em cada nível serão contemplados com Medalhas de Ouro, Prata ou Bronze. Também serão ofertados, a critério da banca, Menções Honrosas.

A OBM está na sua 42ª edição. Excepcionalmente nesta edição, devido a pandemia do Sars-CoV2 a competição Elon Lages Lima de Matemática aconteceu de forma virtual no dia 29 de janeiro de 2021 e a fase única para os níveis 1, 2, 3 e universitário, ocorreu virtualmente nos dias 15 e 16 de março do mesmo ano.

2.3 OBMEP

As edições da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) são realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e promovida com recursos do Ministério da Educação e o Ministério da Ciência,Tecnologia, Inovação e Comunicações desde a sua primeira edição no ano de 2005 [13].

Desde a sua primeira edição a OBMEP é direcionada para alunos do 6º ano do ensino fundamental até o último ano do ensino médio das escolas brasileiras públicas federais, estaduais e municipais. Mas, no ano de 2017 as escolas privadas também podem participar. Para as escolas públicas a inscrição é gratuita. Para as privadas, a inscrição será feita mediante o pagamento de uma taxa que varia de acordo com a quantidade de alunos inscritos [13].

Desde a sua criação, a finalidade principal da OBMEP é estimular o estudo da Matemática e identificar talentos na área. Com isso, os seus principais objetivos são[13]:

- Estimular e promover o estudo da Matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Os alunos são divididos por três níveis que dependem da sua escolaridade:

- Nível I: Compreende alunos do 6º e 7º anos do ensino fundamental;
- Nível II: Compreende alunos do 8º e 9º anos do ensino fundamental;
- Nível III: compreende todos os alunos do ensino médio.

Além disso, as provas são aplicadas em duas fases. Na primeira fase é realizada uma prova objetiva composta por vinte questões, com cinco alternativas cada. Essa fase é realizada nas escolas inscritas, que se responsabilizam pela supervisão da aplicação da prova. Os alunos que obtiverem as melhores notas na prova da primeira fase serão classificados para a segunda fase.

A segunda fase da OBMEP é uma prova contendo seis questões discursivas, valendo até vinte pontos cada[13]. Esta fase é de caráter classificatório, mas, no entanto, para os alunos que não costumam pensar matematicamente, ela acaba sendo eliminatória, pois os mesmos não conseguem se classificar.

Com relação as premiações, os alunos podem ser premiados com medalha de ouro, prata, bronze, ou com um certificado de menção honrosa. Os medalhistas têm a oportunidade de participar do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), que inclui o recebimento de uma bolsa de Iniciação Científica Jr. do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) [13].

No ano de 2019, a OBMEP contou com a participação de 18.158.775 alunos na primeira fase e 50.663 na segunda fase, abrangendo mais de 99% dos municípios brasileiros em cada fase.

A edição de 2020 da OBMEP, foi adiada, em decorrência da pandemia provocada pelo Sars-CoV2 e ocorrerá em edição especial 2020/2021 no ano de 2021.

2.4 OMRN

A Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte (OMRN) é uma competição de Matemática gratuita organizada pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) direcionada para escolas públicas e privadas do estado.

Os objetivos principais da OMRN, de acordo com o site oficial da olimpíada [16], são:

- Induzir nos jovens o gosto e o prazer de estudar Matemática;
- Estimular o ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental e Médio;
- Disponibilizar aos estudantes e professores uma coleção de problemas estimulantes e desafiadores.

Nesta competição os estudantes são divididos em quatro níveis:

- Nível I – Ensino Fundamental – 6º e 7º anos;
- Nível II – Ensino Fundamental – 8º e 9º anos;
- Nível III – Ensino Médio;
- Nível IV – Nível universitário.

O professor responsável por competições Matemáticas na escola pode realizar a inscrição da instituição. E, no caso de alunos universitários, os próprios são responsáveis pela suas inscrição.

Esta competição ocorre anualmente e é dividida em duas fases.

- A 1ª fase é composta por uma prova de 20 questões objetivas, para os alunos da educação básica a aplicação ocorre na escola onde o aluno estuda e para o nível universitário a prova é aplicada no Campus central da UFRN.
- A 2ª fase é composta por uma prova dissertativa pela qual o aluno demonstra a sua capacidade na resolução de problemas. Para os alunos da educação básica a prova é realizada no Campus Central da UFRN, em Natal/RN e no Colégio Mater Christi em Mossoró/RN. Já para os alunos universitários a prova é realizada apenas no Campus Central da UFRN.

Na primeira fase, os alunos com as 20 melhores pontuações de cada nível e de cada escola são classificados para a segunda fase. No final, são premiados os alunos com as 15 melhores colocações de cada nível [16].

Excepcionalmente, no ano de 2020, em decorrência da pandemia do Sars-CoV2, a competição foi realizada em fase única, com uma prova contendo 20 questões objetivas aplicada de forma *online*, no dia 07 de novembro de 2020.

Capítulo 3

Resolução de Problemas

Muitos matemáticos são interessados em preparar estudantes para competições olímpicas de Matemática, e também estudam métodos e meios de se resolver problemas matemáticos. Titu Andreescu é um desses matemáticos, nascido em 1956, na Romênia, tem como uma de suas áreas de interesse as competições de Matemática.

Em seu livro "*101 Problems in Algebra*", 2001 [1], ele descreve alguns conselhos necessários para quem pretende resolver os problemas presentes no livro, mas, que também podem ser seguidos por competidores olímpicos iniciantes. Destaco alguns deles:

- Não ter pressa! Muito poucos competidores podem resolver todos os problemas fornecidos;
- Tente fazer conexões entre os problemas;
- Problemas de olimpíada não se resolvem imediatamente. Seja paciente. Experimente abordagens diferentes. Experimente casos simples. Em alguns casos, trabalhar para trás a partir do resultado desejado é útil;
- Mesmo se você puder resolver um problema, leia as soluções. Eles podem conter algumas ideias que não ocorreram em suas soluções e podem discutir abordagens estratégicas e táticas que podem ser usadas em outro lugar. As soluções formais também são modelos de apresentação elegante que você deve imitar, mas muitas vezes obscurecem o torturante processo de investigação, falsos começos, inspiração e atenção aos detalhes que levaram a eles. Ao ler as

soluções, tente reconstruir o pensamento que nelas se desenvolveu. Pergunte a si mesmo: "Quais foram as ideias-chave?", "Como posso aplicar mais essas ideias?";

- Volte ao problema original mais tarde e veja se você pode resolvê-lo de uma maneira diferente. Muitos dos problemas têm várias soluções;
- A resolução de problemas significativa requer prática.

Outro matemático destaque em resolução de problemas é George Pólya [17]. Pólya desenvolveu uma metodologia de resoluções de problemas matemáticos que foi utilizada durante o treinamento olímpico remoto. Para Pólya, a resolução de problemas envolve a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e o retrospecto.

A metodologia de Pólya irá ajudar o professor a alcançar dois objetivos principais:

- Auxiliar o aluno a resolver um problema;
- Desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio.

Para que esses objetivos fossem alcançados pelo professor, Pólya desenvolveu o que ele chama de lista composta por quatro passos. Segundo Pólya, essa lista é aplicável apenas a problemas de determinação [17].

- **Compreensão do problema**: A compreensão do problema envolve o entendimento e a interpretação do enunciado da questão. Ou seja, o discente deverá ser capaz de identificar algumas informações relacionadas ao problema, tais como: a informação solicitada, a incógnita, as informações que a questão oferece e condições necessárias que são dadas.
- **Estabelecimento de um plano**: Para estabelecer um plano o discente deve decidir qual a melhor maneira de solucionar o problema, porque muitas vezes o aluno já viu um problema correlato, ou até o mesmo problema escrito de forma diferente. Então, o aluno deve ser capaz de utilizar métodos de resoluções

anteriores, caso ele já tenha visto o problema, ou se existir um problema parecido, que já foi solucionado por ele, conseguir fazer a adaptação necessária que o ajude a resolver o problema. E, caso o problema seja difícil, o aluno pode solucionar problemas correlatos simples.

- **Execução do plano**: Neste passo o aluno deve seguir o plano estabelecido anteriormente. Dessa forma, o discente deve saber por onde começar, o que pode fazer e qual a vantagem de proceder assim. Além disso, o aluno deve verificar se cada passo do seu plano está correto, pois muito erros de soluções de problemas ocorrem na execução do plano.

- **Retrospecto**: Após conseguir solucionar o problema, no passo anterior, o aluno deve ser capaz de identificar se está correto. Então, ele deve fazer um retrospecto afim de verificar se todos os passos, seguidos na resolução, estão sem erros. Ademais, também é necessário refletir sobre o(s) resultado(s) encontrado(s), se são realmente o(s) requisitado(s) pelo problema.

Durante os encontros *online*, foi procurado aplicar a metodologia de Pólya, sempre que possível, ao realizar resoluções de problemas juntamente com os alunos, afim de tornar esses passos um hábito mental à resolução de problemas.

Nas seções seguintes são solucionados problemas de álgebra, geometria, combinatória e aritmética, para demostrar como os problemas dessas áreas de conhecimento da Matemática foram resolvidos durante o treinamento olímpico remoto.

3.1 Geometria

Este problema faz parte do material de treinamento disponibilizado pelo concurso Canguru de Matemática [5] do Nível Student.

Problema (Adaptado): Uma formiga vai do ponto A ao ponto B, indicado na Figura 3.1 andando sobre a superfície do cilindro cujo raio da base mede r e a sua altura h. Sabendo que r = 1 e h = 6, quanto mede o caminho mais curto que a formiga pode percorrer entre esses pontos?

A) 7

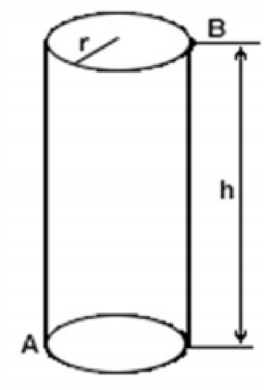
B) 8

C) $2\sqrt{10}$

D) $\sqrt{\pi + 36}$

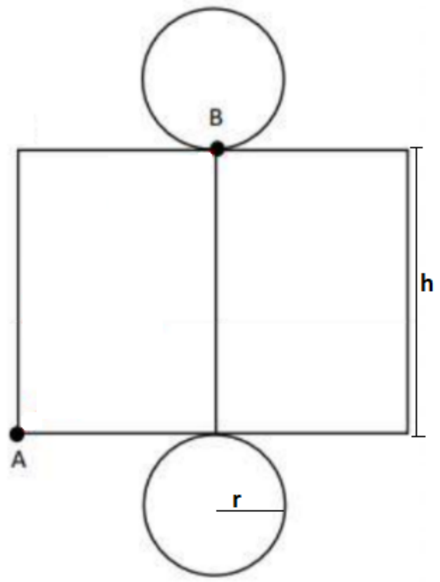
E) $2\sqrt{\pi^2 + 9}$

Figura 3.1: Cilindro



Antes de iniciar a resolução utilizado a metodologia de Pólya, fiz a planificação do cilindro para que os alunos pudessem visualizar melhor o problema em questão.

Figura 3.2: Cilindro Planificado



Pelo método de Pólya o primeiro passo é compreender o problema, para isso o aluno deve responder algumas perguntas que irão lhe ajudar a entender o enunciado da questão.

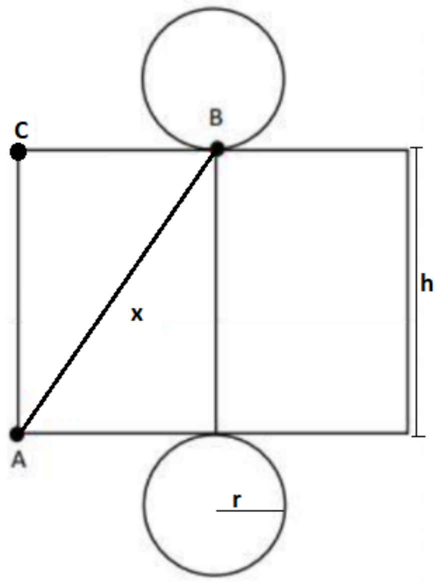
Passo 1: Compreensão do problema.

- Qual é a incógnita? O caminho mais curto que a formiga pode percorrer entre os pontos A e B. Para responder essa pergunta a Figura 3.2 foi extremamente importante pois ajudou os alunos a entenderem que o menor caminho que a formiga poderia fazer de A para B era em diagonal. Na ocasião foi nomeada de x.

- Quais são os dados? O raio r = 1 e a altura h = 6 do cilindro.
- Qual é a condicionante? x é a hipotenusa do triângulo retângulo ABC, cujo cateto AC é a altura do cilindro.
- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Não, pois é desconhecido o cateto BC do triângulo ABC, então não podemos determinar a hipotenusa do mesmo.

A partir dessas respostas a figura do cilindro planificado assumiu a seguinte forma:

Figura 3.3: Cilindro Planificado



Passo 2: Estabelecimento de um plano.

- Como podemos determinar o valor de x? Existe algum teorema ou questão parecida que podemos utilizar? Se conhecêssemos o cateto BC, poderíamos aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar o valor de x.
- Vejo que um plano já está definido. Existe alguma forma de determinar o cateto BC? O comprimento de BC é a mesma medida da metade da circunferência do cilindro?

- Podemos calcular o comprimento da circunferência do cilindro? Sim, pois conhecemos o raio.

Passo 3: Execução o plano.

- Calculando o comprimento do cateto BC (medida da metade da circunferência do cilindro):

  Raio da circunferência da base do cilindro: r = 1

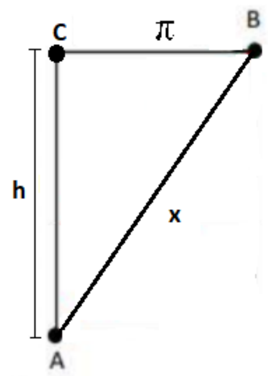
  Comprimento da circunferência da base do cilindro:

$$c = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$c = 2 \cdot \pi \cdot 1 = 2\pi$$

  Medida de $BC = \dfrac{c}{2} = \pi$

Figura 3.4: Triângulo



- Após este processo já se conhecia os dois catetos do triângulo ABC (Figura: 3.4), podendo então aplicar o Teorema de Pitágoras:

$$x^2 = \pi^2 + 6^2$$

$$x^2 = \pi^2 + 36$$

$$x = \sqrt{\pi^2 + 36}$$

Seguindo o plano chegou-se à conclusão que o caminho mais curto que a formiga deve fazer de A para B é de $\sqrt{\pi^2 + 36}$.

Passo 4: Retrospecto.

- É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? O caminho mais curto deve ser um pouco maior que 6, o valor que encontramos é de aproximadamente 6.25 e os cálculos foram executados corretamente.

As demais perguntas foram realizadas com o intuito dos alunos refletirem sobre a resposta e o modo de como o problema foi solucionado.

- É possível utilizar o resultado em outros problemas?
- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

3.2 Álgebra

O problema apresentado nesta seção foi extraído do Banco de Questões da OBMEP 2020 [15], Nível III.
Problema: Ache todos os valores de x satisfazendo $\frac{x+\sqrt{x+1}}{x-\sqrt{x+1}} = \frac{11}{5}$.
Passo 1: Compreensão do problema.

- Qual é a incógnita? A incógnita está explicita: x.
- Qual é a condicionante? $x \geq -1$ e $x \neq \sqrt{x+1}$.

Passo 2: Estabelecimento de um plano.

- Como podemos determinar o valor de x? Como a equação está montada, o próximo passo é desenvolver para simplificar a equação e encontrar o valor de x.
- Por onde podemos começar, então? Se multiplicarmos pelos denominadores simplificaremos a equação.

Passo 3: Execução o plano.

- Desenvolvendo a equação:

$$5 \cdot (x - \sqrt{x+1})\frac{x+\sqrt{x+1}}{x-\sqrt{x+1}} = 5 \cdot (x - \sqrt{x+1})\frac{11}{5}$$
$$5(x + \sqrt{x+1}) = 11 \cdot (x - \sqrt{x+1})$$

$$5x + 5\sqrt{x+1} = 11x - 11\sqrt{x+1}$$

Juntando os termos semelhantes:

$$11x - 5x = 5\sqrt{x+1} + 11\sqrt{x+1}$$
$$6x = 16\sqrt{x+1}$$

Elevando ambos os lados da igualdade ao quadrado, temos:

$$(6x)^2 = (16\sqrt{x+1})^2$$
$$36x^2 = 256 \cdot (x+1)$$
$$36x^2 = 256x + 256$$
$$36x^2 - 256x - 256 = 0$$

Dividimos ambos os lados da igualdade por 4, teremos:

$$\frac{36x^2 - 256x - 256}{4} = \frac{0}{4}$$
$$9x^2 - 64x - 64 = 0$$

Ao resolver está equação de grau 2, encontra-se dois valores para x: 8 e $-\frac{8}{9}$

Passo 4: Retrospecto.

- Os cálculos foram executados corretamente?
- É possível verificar o resultado? Sim. Ao verificar o resultado, observa-se que apenas o 8 satisfaz a equação.
- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

Ao realizar o retrospecto, observa-se que existe apenas um valor possível para x ($x = 8$), de tal forma que satisfaça a equação $\frac{x+\sqrt{x+1}}{x-\sqrt{x+1}} = \frac{11}{5}$.

3.3 Combinatória

Este problema de combinatória foi retirado da 1ª fase da OBMEP, edição de 2015, Nível III.

Problema: Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

A) 20

B) 30

C) 60

D) 90

E) 120

Passo 1: Compreensão do problema.

- Qual é a incógnita? O número de formas diferentes que pode ter acontecido a premiação, nomeada de "n".
- Quais são os dados? Os participantes da olimpíada: Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis, que foram renomeados, respectivamente, de A, B, C, D e E. E as medalhas que podem ser de ouro, prata ou bronze.
- Qual é a condicionante? Cada participante pode receber apenas uma medalha.
- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Sim.

Passo 2: Estabelecimento de um plano.

- Como podemos determinar o valor de n? Podemos verificar a quantidade de combinações dois a dois entre os participantes.
- E como saberemos as possíveis medalhas recebidas? Podemos determinar também a quantidade de combinações duas a duas entre as medalhas, lembrando que podemos ter medalhas repetidas.

- Isto é suficiente para determinar n? Sim, pois se combinarmos resultados anteriores encontraremos o valor de n.

Passo 3: Execução o plano.

- Combinando dois a dois os participantes da olimpíada:

  AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE, logo o número de pares possíveis dos participantes dois a dois é 10. Que também pode ser determinado da seguinte forma:

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$$

- Determinando a quantidade de combinações com repetição possíveis entre as medalhas:

  Ouro Ouro, Ouro Prata, Ouro Bronze, Prata Ouro, Prata Prata, Prata Bronze, Bronze Ouro, Bronze Prata, Bronze Bronze, logo são 9 possibilidades. Também pode se obter o resultado pelo princípio multiplicativo:

$$3 \cdot 3 = 9$$

- Determinando o valor de n:

  Para encontrar n, basta utilizar o princípio multiplicativo para determinar a quantidade de formas diferentes que podem ter acontecido a premiação:

$$10 \cdot 9 = 90$$

Após a execução do plano chegou-se a conclusão que a premiação dos alunos participantes pode ocorrer de 90 formas possíveis, que corresponde a alternativa **D) 90**.

Passo 4: Retrospecto.

- É possível verificar o resultado? Como o número encontrado não é alto e o princípio multiplicativo foi utilizado é possível escrever todas as combinações possíveis.
- É possível utilizar o resultado em outros problemas?
- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

3.4 Aritmética

Este problema foi retirado da 1ª fase da Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte (OMRN), Nível III, edição 2019.

Problema: Seja $K = 9 + 99 + 999 + 9999 + ... + \underbrace{9999 \cdots 9}_{321 \text{ dígitos}}$. A soma dos dígitos de K é igual a:

A) 321

B) 322

C) 341

D) 342

E) 642

Passo 1: Compreensão do problema.

- Qual é a incógnita? A soma dos dígitos de K.
- Quais são os dados? As parcelas que formam o número K: 9, 99, 999, ..., $\underbrace{9999 \cdots 9}_{321 \text{ dígitos}}$.
- Existe alguma condição necessária? Não.

Passo 2: Estabelecimento de um plano.

- Como podemos determinar a quantidade de dígitos de K? O 9 está presente em todas as parcelas.
- Existe alguma forma de reescreve-los, de modo que a quantidade de dígitos apareça? Cada parcela é uma potência de 10 subtraindo 1.
- Existe alguma forma de escrever isto matematicamente? Sim, $9 = (10^1 - 1)$, e assim por diante.
- Qual seria o próximo passo? Podemos desenvolver a equação juntando as potências para que os dígitos de K fique explicito.

Passo 3: Execução o plano.

- Rescrevendo $K = 9 + 99 + 999 + 9999 + ... + \underbrace{9999\cdots 9}_{\text{321 dígitos}}$ com potência de 10:

$$K = (10^1 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + (10^4 - 1) + \cdots + (10^{321} - 1)$$

- Juntando as potências de 10:

$$K = (10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \cdots + 10^{321}) - (\underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{\text{321 parcelas}})$$

A primeira parcela da subtração é uma soma dos termos de uma progressão geométrica:

$$K = 10 \cdot \frac{10^{321} - 1}{10 - 1} - 321$$

$$K = 10 \cdot \frac{\overbrace{9999\cdots 9}^{\text{321 dígitos}}}{9} - 321$$

$$K = 10 \cdot \underbrace{1111\cdots 1}_{\text{321 dígitos}} - 321$$

$$K = \underbrace{1111\cdots 11}_{\text{318 dígitos}}1110 - 321$$

$$K = \underbrace{1111\cdots 11}_{\text{318 dígitos}}0789$$

O número K é formado por 318 dígitos "uns", seguido de um "zero", um "sete", um "oito"e um "nove". Logo a soma dos dígitos de K é:

$$318 \cdot 1 + 0 + 7 + 8 + 9 = 342$$

Após a execução do plano, conclui-se que K possui 342 dígitos, logo a alternativa correta é **D) 342** .

Passo 4: Retrospecto.

- Os cálculos foram efetuados corretamente?
- É possível utilizar o resultado em outros problemas?
- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

Capítulo 4

Treinamento Olímpico Remoto

Este capítulo apresenta uma descrição do contexto situando o leitor na realidade da escola que o treinamento olímpico remoto foi aplicado. Em seguida descreve os procedimento realizados no decorrer do treinamento olímpico, que foi dividido em etapas para melhor compreensão dos procedimentos.

4.1 Descrição do Contexto

A escola para a qual o treinamento olímpico remoto foi aplicado é a Escola Estadual Antônia Guedes Martins, localizada na cidade de Lagoa D'Anta/RN, distante 109 km da capital do Estado, com 6.811 habitantes, de acordo com o IBGE [1] [12]. Atualmente, ela é a única escola de ensino médio da cidade. O quadro de alunos matriculados no Ensino Médio na escola, em 2020, são 183 alunos sendo que 42,62% destes residem na zona rural.

O Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) da escola em 2019 foi de 3.0. Percebe-se que o mesmo é relativamente baixo comparado ao Ideb do Brasil no mesmo ano, para o ensino médio, que é de 4.2 [10].

A primeira participação da escola em olimpíadas de matemática foi na 1ª edição da OBMEP em 2005 e, a partir daí, participou de todas as outras edições da OBMEP. No entanto, as únicas conquistas da escola até a edição de 2019, foram dois certificados de menção honrosa, um em 2005 e outro em 2006. A escola também não participou de outras competições de Matemática desde a sua criação até o ano de 2020.

[1] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Na escola, não havia um direcionamento dos alunos para olimpíadas. As aulas almejam apenas cumprir o currículo pré-definido. No entanto, segundo Carneiro em [6] "a olimpíada fará com que o aluno estimule seu raciocínio e isso vai possibilitar um desenvolvimento educacional melhor, não só em Matemática, como também nas outras áreas", por esse motivo, nos empenhamos em aplicar esse treinamento.

4.2 Procedimentos

Inicialmente os encontros do treinamento olímpico aconteceriam na forma presencial, uma vez por semana, com duração de duas horas cada encontro. A expectativa era trabalhar com os alunos demonstrações e resoluções de problemas de geometria, aritmética, álgebra e análise combinatória, levando em consideração a metodologia de Pólya.

No entanto, por conta do Decreto Estadual Nº 29.524, de 17 de março de 2020 [4] que dispõe sobre o enfrentamento da situação de emergência em saúde pública provocada pelo novo Coronavírus (COVID-19), no âmbito do Estado do Rio Grande do Norte, com principal objetivo de proteger a coletividade em busca da mitigação da propagação da pandemia, suspendeu as atividades escolares presenciais nas unidades da rede pública por um período inicial de 15 dias.

Por conta deste decreto, ocorreu apenas um encontro presencial do treinamento olímpico, no dia 11 de março de 2020. Nesse encontro, foi exaltado a importância das competições olímpicas de matemática para o estudante. Também foi explanado a respeito de competições olímpicas que poderiam ser realizadas por eles como o concurso Canguru de Matemática Brasil, a OMRN, a OBMEP e a OBM.

Na ocasião também foi explicado a metodologia de resolução de problemas utilizada, e para despertar nos discentes a paixão pela Matemática e pela resolução de problemas, foi apresentado aos mesmos alguns problemas propostos nos Encontros de Aritmética, realizados pela OBMEP, disponível em [8], como o jogo das faces e problemas envolvendo paridade. Neste encontro a participação foi de 19 alunos.

Após o decreto suspendendo as aulas presenciais, vieram outros decretos, e os demais encontros presenciais não puderam ser realizados. No entanto, como professora e idealizadora desse projeto não poderia deixar de proporcionar aos meus alunos os benefícios, supracitados acima, que o treinamento olímpico acarreta. Portanto, para cumprir o objetivo principal desse trabalho “treinar os alunos para competições de matemática através da resolução de problemas olímpicos”o treinamento olímpico remoto passou por algumas etapas que serão descritas nas subsecções seguintes.

4.2.1 Primeira Etapa

Inicialmente foi pensado em realizar encontros *online* utilizando aplicativos de videoconferência Zoom Cloud Meet e o Google Meet. Porém, no início das aulas remotas (março de 2020), tanto a internet como os aplicativos de videoconferência não estavam preparados para tal feito. O resultado de um primeiro encontro síncrono com a participação de alunos foi desapontador, pois o vídeo pausava, a voz falhava, a conexão da internet era ruim, muitos alunos sem acesso à internet, e acabei por desistir do encontro *online*.

Embora tendo esses obstáculos, não poderia desistir do objetivo principal. Então, foi criado no aplicativo Whatsapp um grupo de estudos onde os 26 alunos que desejavam continuar o treinamento olímpico foram inseridos. A princípio, foi trabalhado com os alunos uma lista de problemas de aritmética aplicados na segunda fase da OBMEP. Ao mesmo tempo, abri uma PlayList “Treinamento Olímpico - Nível III”[2] no meu canal na plataforma do YouTube com a finalidade de conter resoluções dos problemas pertencentes a lista proposta.

Neste momento do treinamento, os alunos deveriam seguir a seguinte sequência:

1. Tentar solucionar o problema se baseando na metodologia de resolução de problemas de Pólya;

2. Caso o aluno não tenha conseguido solucionar o problema, ele deveria assistir a solução do problema, publicada na PlayList supracitada e voltar para o passo anterior.

Com este processo os alunos foram ganhando confiança e facilidade ao solucionar um problema matemático. Esta fase do treinamento aconteceu entre 28 de março

[2] Link da PlayList: `https://youtu.be/nRwLACTWMYY`

à 24 de abril de 2020, e foram publicados quatro vídeos de soluções de problemas totalizando um tempo de 46 minutos.

Nesta época, os alunos estavam vivenciando o início da pandemia causada pelo novo Corona vírus e estavam assustados. Mesmo querendo participar do treinamento, a maioria dos alunos não conseguia se concentrar nas listas para solucionar os problemas.

Ao final desta etapa, apenas 4 alunos deram retorno com relação as soluções da lista. Percebi que, diante das circunstâncias, não estava agindo da melhor forma. Então decidi finalizar essa etapa e mudar a estratégia de acesso dos alunos à resoluções de problemas. A partir daí o treinamento olímpico remoto entrou em uma segunda etapa.

4.2.2 Segunda Etapa

A segunda etapa se deu no início de maio com o treinamento olímpico remoto direcionado para o concurso Canguru de Matemática Brasil que aconteceu no dia 23 de junho, no formato *online*.

Nesta etapa do treinamento, todos os alunos do turno vespertino tiveram a oportunidade de participar pois foi realizado por meio da rede social Instagram, onde realizei lives para resolver os problemas das listas disponibilizadas semanalmente no site da competição. As lives eram marcadas às sete horas da noite, que era um horário mais apropriado para a participação dos alunos. Previamente, o cronograma a seguir foi definido e acompanhado durante esta etapa:

Tabela 4.1: Cronograma - Segunda Etapa

Atividades	Maio/2020					junho/2020			
	18	20	22	25	27	03	05	12	23
Aula/Live	X	X	X	X	X	X	X	X	
Aplicação da Prova									X

Ao total foram realizadas 8 lives/aulas. As listas a serem trabalhadas nas lives eram divulgadas com uma semana de antecedência nos grupos de WhatsApp das turmas da escola e no grupo do treinamento olímpico. E, no dia da live, as questões a serem solucionadas na mesma eram expostas tanto nos grupos como na minha página no Instagram. A minha orientação era que os alunos se empenhassem na solução dos problemas durante o dia, para que à noite, durante a live, conseguissem subtrair as dúvidas e me ajudar a solucionar os problemas.

No decorrer de uma aula/live era solucionado um problema do nível J, para alunos da 1ª e 2ª série, e outro do nível S, para alunos da 3ª série do ensino médio. Os alunos eram participativos e me ajudavam a solucionar as questões propostas. Na última aula/live, além de resolver os problemas, foi explanado a respeito do modo de aplicação da prova, regras, e forma de acesso.

No total 60 alunos do turno vespertino da escola se comprometeram em realizar a prova do concurso Canguru de Matemática que foi aplicado de modo *online* no dia 23 de junho de 2021. Durante esse dia fiquei à disposição dos alunos das 7 às 23 horas para ajudá-los com relação a algum imprevisto/falha na plataforma do concurso Canguru que poderia acontecer e também fiz o controle de quem já havia realizado a prova e o tempo para a realização da mesma. Contudo, dos 60 alunos que desejavam realizar o concurso apenas 53 conseguiram, sendo 25 para o nível J e 28 para o nível S. Os demais tiveram problema com o acesso à internet.

4.2.3 Terceira Etapa

Após a aplicação da prova do Concurso Canguru de Matemática, iniciei uma nova etapa direcionada para a OMRN e para a OBMEP. Nesta etapa, a estratégia era aplicar simulados online com 20 problemas retirados de provas que já haviam ocorrido da 1ª fase da OBMEP e da OMRN, e fazer a correção se baseando na metodologia de Pólya por meio de lives realizadas no Instagram.

Os simulados eram elaborados e salvos no formato não editável PDF (*Portable Document Format*). Esse arquivo era adicionado na plataforma Google Drive onde pode ser acessado via internet através de um link.

Para que os alunos pudessem realizar os simulados de forma remota, foi utilizado a plataforma Google Forms para que eles acessassem o simulado no formato PDF através do link do Google Drive. Feito o *download* do simulado, os alunos respondiam os problemas propostos e anotavam as alternativas que julgavam corretas. Após responderem o simulado de modo *offline*, os alunos precisavam voltar ao simulado no Google Forms para registrar e enviar as suas respostas. O tempo de duração para que os alunos realizassem cada simulado é igual ao tempo da aplicação da 1ª fase da OBMEP, 2 horas e 30 minutos.

A plataforma Google Forms foi escolhida para que a aplicação e correção dos simulados fossem facilitadas, pois através dela podemos adicionar pontos para cada pergunta, gerar planilha com o nome dos alunos e sua respectiva pontuação obtida no simulado, gerar gráfico das questões com o menor/maior número de acertos, além disso podemos encerrar o simulado no horário planejado garantindo o tempo limite para a realização do simulado.

No Apêndice A encontra-se um tutorial mostrando como utilizar o Google Forms para realizar simulados, avaliações e provas *online*. Além disso, esse apêndice também discorre sobre como analisar as respostas enviadas através do Google Forms.

No início desta etapa, planejamos a ocorrência de 7 simulados antes da aplicação da 1ª fase da OBMEP, que ocorreria no dia 22 de setembro de 2020, após sofrer alterações devido à pandemia do novo coronavírus (Covid-19). No entanto, a 16ª edição da OBMEP foi adiada mais uma vez em decorrência da pandemia, e estendemos a quantidade de simulados até o mês de novembro, o que totalizou a aplicação de 10 simulados *online*. Os simulados eram aplicados a cada 15 dias, sempre nas segundas-feiras entre 18h e 20h30min, de acordo com o cronograma a seguir:

Tabela 4.2: Cronograma Simulados – Terceira Etapa

	Jul/2020		Ago/2020		Set/2020		Out/2020		Nov/2020	
Simulados	13	27	10	24	07	21	05	19	09	23
Simulado I	X									
Simulado II		X								
Simulado III			X							
Simulado IV				X						
Simulado V					X					
Simulado VI						X				
Simulado VII							X			
Simulado VIII								X		
Simulado IX									X	
Simulado X										X

A tabela seguinte apresenta o número de alunos participantes em cada simulado:

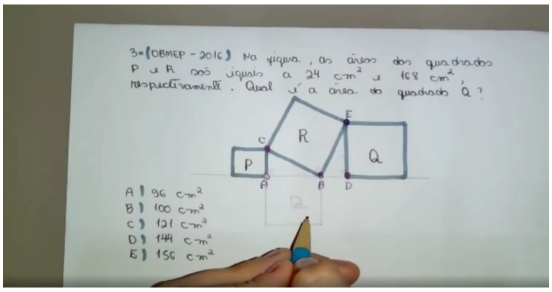
Tabela 4.3: Cronograma Simulados – Terceira Etapa

Simulado	Nº de alunos
Simulado I	16
Simulado II	18
Simulado III	15
Simulado IV	20
Simulado V	15
Simulado VI	8
Simulado VII	13
Simulado VIII	16
Simulado IX	17
Simulado X	14

Como na etapa anterior as lives realizadas via Instagram no período noturno foram satisfatórias, então decidi dar continuidade nesta terceira etapa. As lives eram realizadas nas segundas-feiras, quartas-feiras e sextas-feiras, sempre às 19 horas com o intuito de solucionar os problemas propostos nos simulados. No entanto, com o decorrer do tempo, mesmo participando dos simulados, os alunos estavam desinteressados para acompanhar as lives, após a aplicação do Simulado II, observei que as lives não estavam provocando o interesse dos estudantes, a audiência estava diminuindo.

Após o Simulado III, observei que as lives já não eram um atrativo para os alunos, então julguei necessário incluir os alunos neste processo de solucionar os problemas. Convidei 5 alunos que tiveram um bom desempenho nos simulados para produzir vídeos solucionando os problemas. Na Figura 4.1 tem-se um *screen* do vídeo de uma aluna solucionando um problema publicado no Instagram:

Figura 4.1: Aluna solucionando um problema da OBMEP

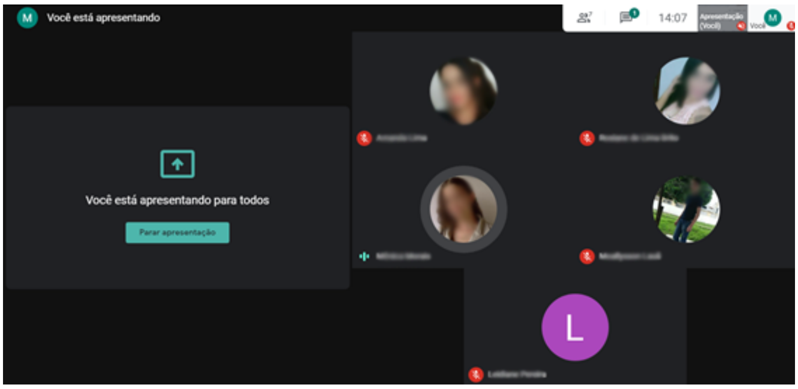


No entanto, apenas uma aluna aceitou o convite e realizou a produção de três vídeos.

Nesta época, em meados do mês de agosto de 2020, as aulas remotas estavam implantadas e os meios de comunicação virtual e internet estavam bastante adaptados a nova realidade. Assim, pude iniciar um treinamento *online* síncrono de modo que os alunos pudessem interagir e participar da resoluções dos problemas da melhor forma possível. Desse modo, iniciei no dia 20 de agosto de 2020 encontros síncronos através da plataforma, disponibilizada pelo Google, utilizada para videoconferências, o Google Meet.

Os encontros ocorreram entre os dias 20 de agosto e 19 de novembro de 2020, sempre às terças-feiras e quintas-feiras das 14 às 15 horas. Nas terças-feiras o foco dos encontros era solucionar problemas que fizeram parte dos simulados anteriores e nas quintas-feiras a meta era resolver problemas do nível III que faziam parte do banco de questões da OBMEP 2020 [15]. Na Figura 4.2 temos um *screen* de um dos encontros *online* realizados no Google Meet. A frequência dos alunos era baixa, no entanto a maioria dos encontros foram gravados e disponibilizados no meu canal no YouTube, para que os alunos que não pudessem participar do encontro de forma síncrona assistissem assincronamente.

Figura 4.2: Aula *online* realizada através do Google Meet.



Existiam alunos que moravam na zona rural da cidade e o acesso a internet era apenas através dos dados móveis, por esse motivo assistiam as aulas de forma assíncrona, pelo YouTube e realizavam os simulados. As aulas disponíveis no YouTube têm entre 6 e 23 visualizações.

Nas Figuras 4.3 e na 4.4 são alguns exemplos de como as soluções dos problemas eram apresentadas aos alunos. Como não tenho quadro branco, utilizei o aplicativo Paint, da Microsoft, e também solucionei problemas utilizando papel e caneta.

Figura 4.3: Aula *online* utilizando o Paint.

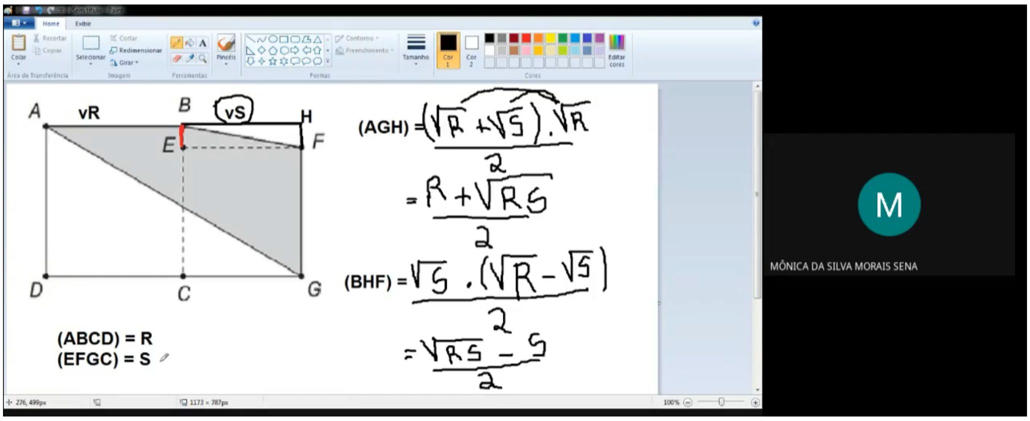
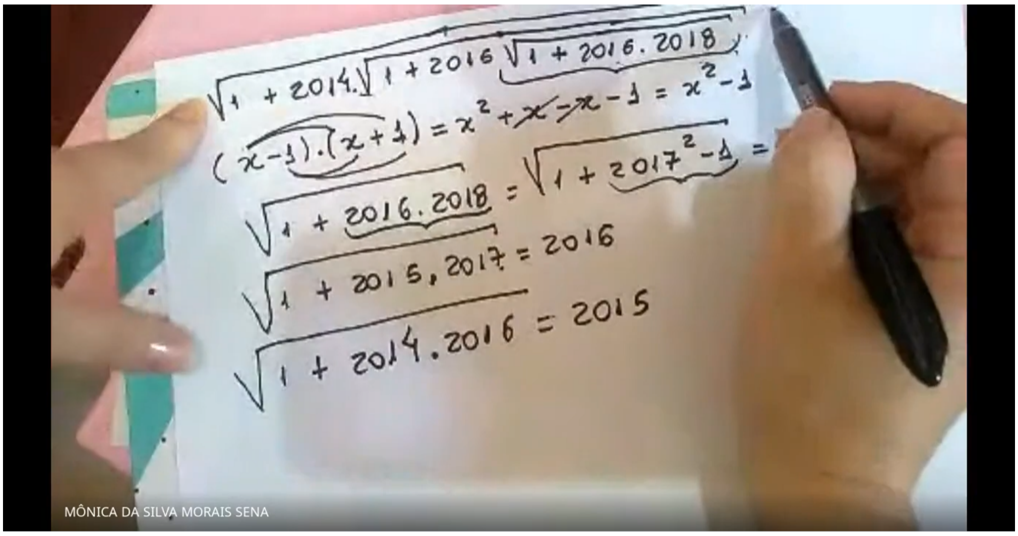


Figura 4.4: Aula *online* utilizando papel e caneta.



Nos encontros *online*, embora a frequência fosse baixa, entre três e oito alunos, a participação dos presentes era muito boa: liam questões, davam dicas de como solucionar problemas, desenvolviam um plano para seguir, etc. O ambiente virtual se tornou uma sala de aprendizagem. Os alunos que participavam dos encontros se apaixonaram pela matemática e pelo ato de resolver problemas.

A 1ª fase da OMRN estava marcada para acontecer no dia 6 de junho de 2020. Mas, em razão da pandemia do Sars-CoV2, tanto a primeira fase como a segunda foram adiadas. No entanto, em outubro de 2020 foi noticiado que a OMRN aconteceria em fase única, excepcionalmente em 2020, online.

Como o treinamento remoto é direcionado para várias competições de matemática, citadas anteriormente, os alunos estavam aptos para realizar a OMRN. Então, no dia 07 de novembro de 2020, 40 alunos se disponibilizaram e realizaram a prova OMRN, que aconteceu entre às 9h e 12:30h. Durante esse horário fiquei acompanhando os alunos remotamente para garantir que tudo ocorresse bem, de acordo com as regras da OMRN e para resolver algum imprevisto que por ventura acontecesse.

Como a OBMEP foi adiada, sem data prevista para acontecer, encerrei a aplicação dos simulados e os encontros *online* no mês de novembro de 2020.

Capítulo 5

Resultados

Este capítulo trata dos resultados obtidos através da aplicação do treinamento olímpico remoto. Serão apresentados resultados dos simulados realizados do concurso Canguru de Matemática Brasil e da Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte.

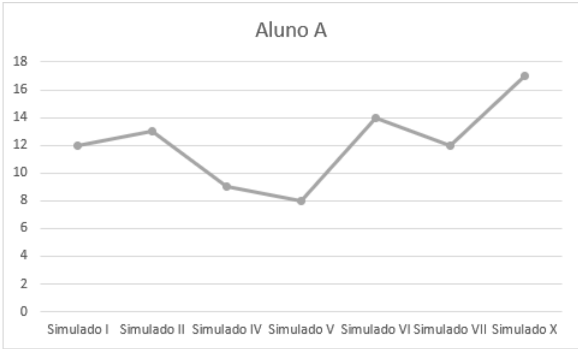
5.1 Simulados

Todos os simulados possuíam o mesmo nível, uma vez que os problemas eram de provas da 1ª fase da OBMEP Nível III, com exceção do Simulado VII. Neste Simulado VII foram inseridos 10 problemas da 1ª fase da OMRN, que são similares aos da OBM e, na sua maioria, não possuem contextualização e têm nível de dificuldade elevado em comparação com a OBMEP, que acarretou em um baixo desempenho dos alunos neste Simulado VI, que pode ser observado nos gráficos que seguem nesta secção.

Ao todo 47 alunos participaram de pelo menos um dos dez simulados *online* aplicados e dez participaram também dos encontros via Google Meet. Desses 47 alunos, analisei nos parágrafos seguintes os que realizaram pelo menos 7 simulados. Os chamei de alunos **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F**.

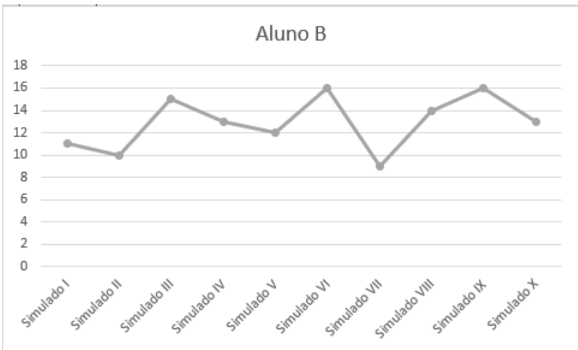
O aluno **A** esteve presente em todos os encontros *online*, foi bastante participativo e o seu desempenho pode-se ver no gráfico da Figura 5.1. Observando este gráfico, embora o aluno tenha uma variação de 8 para 17 pontos, o desempenho foi excelente pois no início do treinamento o seu aproveitamento era de 60% e ao final do treinamento saltou para 85% .

Figura 5.1: Gráfico de desempenho do Aluno A.



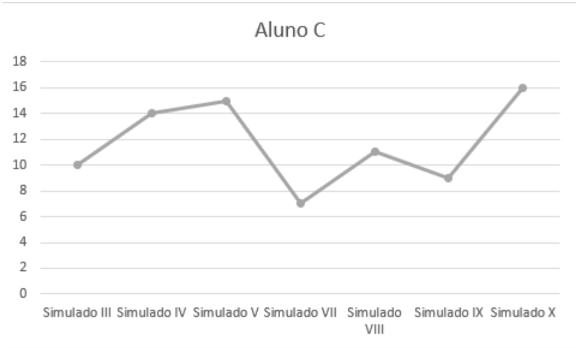
O gráfico da Figura 5.2 mostra o número de acertos do aluno **B** nos dez simulados. O mesmo participou ativamente de todos os encontros. É admirável o seu desempenho, pois no início dos simulados o seu aproveitamento era de 55% e mesmo tendo um aproveitamento no último simulado de 65%, observa-se que nos Simulados VI e IX alcançou o seu desempenho máximo de 80%.

Figura 5.2: Gráfico de desempenho do Aluno B.



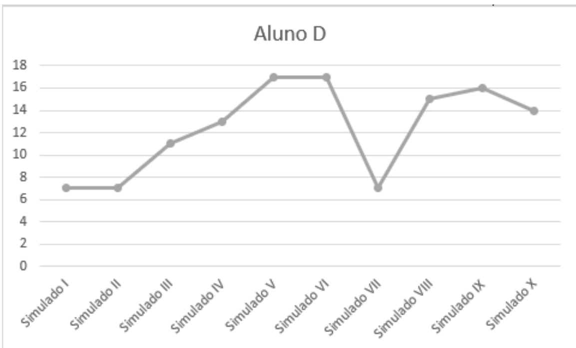
O aluno **C** também participou dos encontros *online*, mas com dificuldade de acesso, pois o mesmo reside na zona rural. No total, realizou sete simulados. No gráfico da Figura 5.3, verifica-se que no primeiro simulado o seu aproveitamento foi de 50% e no último saltou para 80%, tendo um aumento em seu desempenho de 60%, o que considero um desempenho ótimo.

Figura 5.3: Gráfico de desempenho do Aluno C.



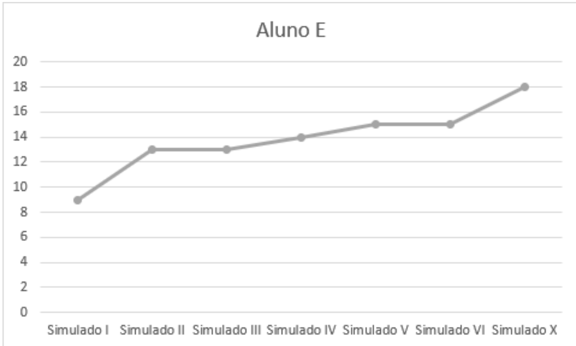
O gráfico da Figura 5.4 mostra a pontuações obtidas pelo aluno **D** em todos os simulados. O aluno **D** reside na zona rural e possui acesso à internet limitado. Ele conseguiu participar apenas uma vez dos encontros *online* de forma síncrona, no entanto o mesmo afirmou ter assistido os demais encontros assincronamente via YouTube. Ele foi o único aluno que obteve um aumento de 142% em seu desempenho, visto que no primeiro simulado o seu desempenho foi de 35% e nos Simulados V e VI chegou a 85%, mesmo tendo uma variação negativa no Simulado VII, haja vista que o nível deste simulado foi alto, com relação aos demais, considero o desempenho do aluno **D** excelente.

Figura 5.4: Gráfico de desempenho do Aluno D.



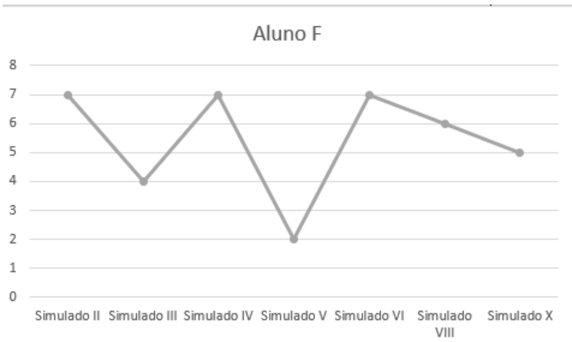
A Figura 5.5 apresenta o gráfico de desempenho do aluno **E**. Este discente, no início, participou dos encontros *online* e realizou sete dos dez simulados realizados. A participação em todos os simulados não foi possível, pois a discente (Aluno E) estava grávida, e em seu pós-parto e não realizou os três simulados, mas pelo seu esforço, conseguiu realizar o último simulado. Mesmo em meio a dificuldades a discente teve um desempenho de 100%, haja vista que no primeiro simulado o seu aproveitamento foi de 45% e no último de 90%.

Figura 5.5: Gráfico de desempenho do Aluno E.



O aluno **F** não participou dos encontros *online*, nem assistiu de forma assíncrona as aulas. Contudo, mesmo sem participar do treinamento, realizou sete simulados. Analisando o gráfico da Figura 5.6, observa-se que não ocorreu evolução em seu desempenho haja vista que o seu melhor desempenho foi de 35% no Simulado II, e ao longo dos simulados não obteve melhores resultados.

Figura 5.6: Gráfico de desempenho do Aluno F.

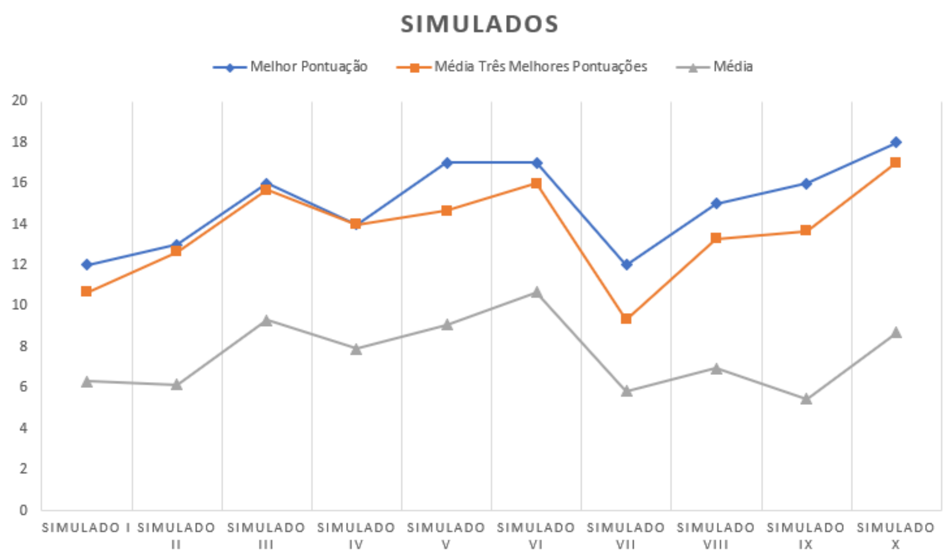


Nestas análises observa-se que os discentes participantes dos encontros síncronos ou assíncronos tiveram um melhor rendimento nos simulados do que os alunos não participantes.

Além das análises individuais apresentadas, examinarei os resultados dos simulados quanto a média de todos os alunos que realizaram o simulado, a média das três melhores pontuações, e a melhor nota.

O gráfico presente na Figura 5.7 apresenta os resultados gerais obtidos nos 10 simulados realizados: a média dos participantes em cada simulado, a média aritmética das três melhores pontuações por simulado e a melhor nota no simulado.

Figura 5.7: Gráfico dos Resultados dos Simulados.



Neste gráfico também pode ser observado que a menor média das três primeiras pontuações foi no Simulado VII. Nesta época, início de outubro, já era de conhecimento dos alunos a realização da OMRN no dia 07 de novembro, então, na ocasião, decidi realizar este simulado direcionado à OMRN. Sendo assim, foram inseridos 10 problemas provindos da OMRN e 10 da OBMEP. É fato que os problemas que compõe as provas da OMRN possuem o nível de dificuldade bastante elevado em relação aos da OBMEP. Dessa forma, os alunos sentiram dificuldade para realizar esse simulado, tanto pelo nível das questões, como pelo tempo disponível para realização do mesmo. No relatório de repostas oferecido pelo Google Forms, as questões oriundas da OMRN tiveram o menor percentual de acerto. O que justifica um baixo desempenho dos alunos no Simulado VII, em comparação com os demais.

Os simulados realizados durante o treinamento olímpico remoto demostraram a importância do treinamento realizado. Os alunos não tiveram a oportunidade de participar da edição 2020 da OBMEP, por conta do adiamento da mesma, mas em edições anteriores a pontuação máxima alcançada na primeira fase da OBMEP era de 12 pontos. Os simulados demonstraram que o treinamento aumentou a capacidade dos discentes de solucionar problemas haja vista que com o decorrer do tempo as pontuações nos simulados foram aumentando, chegando a alcançar 18 pontos, como pode ser visto no Gráfico 5.7.

No geral os resultados dos simulados foram satisfatórios alcançando uma das metas desse trabalho: aumentar a capacidade de resolver problemas matemáticos dos discentes abarcados neste trabalho.

5.2 Canguru de Matemática Brasil

A edição de 2020 do concurso Canguru de Matemática Brasil foi a primeira que os alunos da Escola Estadual Antônia Guedes Martins participaram. Ao todo 53 estudantes da escola realizaram a prova de forma *online*, sendo 25 alunos do Nível J e 28 do Nível S.

Dos alunos participantes 6 foram contemplados com medalhas de Honra ao Mérito: 3 alunos do Nível J e 3 do Nível S. Na Tabela 5.1 são apresentados os resultados dos seis alunos premiados.

Tabela 5.1: Resultado do Concurso Canguru de Matemática Brasil – Alunos da E. E. Antônia Guedes Martins.

Aluno	Série	Nível	Pontuação	Premiação
Aluno AJ	1ª	J	61,00	Honra ao Mérito
Aluno BJ	1ª	J	53,75	Honra ao Mérito
Aluno CJ	2ª	J	52,50	Honra ao Mérito
Aluno AS	3ª	S	52,50	Honra ao Mérito
Aluno BS	3ª	S	45,75	Honra ao Mérito
Aluno CS	3ª	S	42,50	Honra ao Mérito

Os parágrafos que seguem apresentam uma análise dos alunos premiados de acordo com a sua participação no treinamento específico para o Canguru de matemática, que foram as lives via Instagram. Os alunos receberam o nome de **AJ**, **BJ**, **CJ**, **AS**, **BS** e **CS**.

O aluno **AJ** reside na zona rural da cidade, no entanto participou ativamente de todas as lives direcionadas para o Canguru de matemática. Nas lives ele sempre se empenhava para me ajudar a resolver os problemas apresentados. Acredito, que de fato, as lives o ajudaram a obter um bom desempenho no concurso. O aluno **BJ** não era assíduo com relação as lives, no entanto obteve a segunda maior pontuação da escola no concurso. Já a aluna **CJ** reside na zona rural e não acompanhou as lives direcionadas para o concurso, no entanto pelo seu empenho e esforço conseguiu realizar uma boa prova e foi merecedora da medalha de Honra ao Mérito.

Os alunos **BS** e **CS** possuíam um acesso à internet limitado, pois não tinham ponto de acesso em suas residências, por esse motivo não participaram das lives realizadas, mas ainda assim, se prontificaram de realizar a prova e estudaram as listas utilizadas nas lives. A aluna AS não participou das lives pois não tinha conta na rede social Instagram, no entanto assistia posteriormente, pois as lives ficam salvas e o link de acesso era sempre encaminhado para os alunos, e estudava as listas de problemas utilizadas nas lives.

Observando os fatos da escola ter participado pela primeira vez desse concurso e que a escola só tinha duas premiação de alunos com certificados de menção honrosa (OBMEP 2005 e 2006), acredito que esta primeira participação foi um sucesso, pois os alunos da escola conseguiram 6 medalhas de Honra ao Mérito a maioria através do treinamento olímpico ofertado.

Para exibir essa façanha dos discentes da escola, foi realizado uma cerimônia de entrega de medalhas e certificados de participação dos alunos que realizaram o concurso Canguru de Matemática Brasil 2020, obedecendo os protocolos de Biossegurança do Ministério da Educação [7]. Na Figura 5.8 tem-se uma foto com os medalhistas presentes na cerimônia.

Figura 5.8: Cerimônia de Premiação concurso Canguru de Matemática 2020 – E. E. Antônia Guedes Martins.

5.3 OMRN

A edição de 2020 da Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte contou com a participação de 29 alunos da Escola Estadual Antônia Guedes Martins. Destes 29 alunos, destaquei os cinco que obtiveram as melhores pontuações, a Tabela 5.2 exibe tais pontuações.

Tabela 5.2: Cinco melhores na OMRN 2020 – Alunos da E. E. Antônia Guedes Martins.

Aluno	Série	Pontuação	Nº de Acertos
Aluno ARN	3ª	40/100	8
Aluno BRN	3ª	35/100	7
Aluno CRN	3ª	30/100	6
Aluno DRN	1ª	30/100	6
Aluno ERN	1ª	30/100	6

As alunas **ARN** e **BRN** participavam assiduamente dos encontros *online* e eram empenhadas em aprender a solucionar problemas. Acredito que o treinamento olímpico ajudou-as durante a prova da OMRN. Quanto ao desempenho das mesmas na OMRN, foi razoavelmente bom, pois nesta mesma edição, os alunos que realizaram a prova do

Nível III, cuja pontuação estava entre 50 e 80 pontos, foram premiados com medalhas ou diplomas e por 10 pontos (acerto de dois problemas) a estudante **ARN** não está entre os premiados.

Já os alunos **CRN**, **DRN** e **ERN** não participavam do treinamento ativamente, no entanto pelo incentivo e pelo amor despertado pela Matemática, fez com que os mesmos se interessassem por competições de Matemática, que provocou uma boa pontuação na OMRN, em comparação com os demais alunos da escola.

Embora os alunos da E. E. Antônia Guedes Martins não tenham conseguindo nenhuma premiação na OMRN 2020, a participação dos mesmos na competição foi de grande valia, pois só a participação dos mesmos em meio a todas as dificuldades enfrentadas em 2020 já é um prêmio. Todos estavam empenhados em realizar a prova e, além disso, tiveram a chance de competir com alunos que irão participar da OBM, quem gosta de Matemática sabe da importância disto.

Capítulo 6

Conclusão

O treinamento olímpico remoto foi de grande importância para os alunos da escola, para os estudantes que desejam realizar competições de Matemática e para os professores que pretendem implantar o treinamento olímpico na escola em que trabalham, visto que existe um vasto material no YouTube [18] das gravações dos encontros *online* via Google Meet, de resoluções de problemas tanto do Canguru de Matemática Nível J e S, como da OBMEP Nível III e, no Instagram [11], também tem um amplo material gerado a partir das lives realizadas. Além disso, anexo neste trabalho, também estão os dez simulados aplicados, assim como também um tutorial de como usar o Google Forms para colher as respostas dos alunos e fazer análise em cima dos dados coletados.

Para os alunos o treinamento olímpico remoto foi valioso, porque em meio a pandemia de Sars-CoV2, enquanto as aulas ainda estavam suspensas, o treinamento olímpico foi uma base para os discentes, se sentiam acolhidos e especiais em meio a um ano tão conturbado (2020). Além do mais, os discentes que participaram do treinamento assiduamente aumentaram a sua capacidade de resolver problemas matemáticos, vimos isto nos resultados apresentados nos simulados, alguns deles ainda foram agraciados com medalha de Honra ao Mérito do concurso Canguru de Matemática.

Mesmo que a maioria dos alunos não tendo participado ativamente do treinamento olímpico remoto, de alguma forma foram alcançados, pois, de fato, o incentivo, a importância da Matemática e das competições de Matemática eram disseminados tanto em grupos de WhatsApp, como no Instagram e no YouTube.

Não somente os alunos, como a escola também foi beneficiada com o treinamento olímpico remoto, pois os alunos se motivaram para o estudo de outras disciplinas relacionadas à matemática. Além disso, a escola, incentivada por participar das competições de matemática, se engajou em outras competições olímpicas, como a Olimpíada Nacional de Ciências – ONC [1], que envolve disciplinas relacionadas com a ciência.

Como professora me senti extremamente satisfeita com os resultados obtidos através do treinamento olímpico remoto. Sempre fui apaixonada pela matemática e ver essa paixão sendo despertada nos discentes é maravilhoso.

As lives realizadas durante o treinamento olímpico remoto tiveram êxito quando direcionadas para o concurso Canguru de Matemática, no entanto, quando foram realizadas para solucionar os problemas apresentados nos simulados não proporcionaram o mesmo efeito.

Os encontros realizados por meio do Google Meet se mostraram proveitosos, pois os alunos que participavam assiduamente dos mesmos tiveram um bom desempenho nos simulados, na OMRN e aumentaram a sua capacidade de resolver problemas matemáticos, como vimos no Capítulo 5.

Os simulados aplicados durante o treinamento foram eficazes, serviram tanto como base para analisar o desempenho dos alunos, como para estimular os mesmos a participarem do treinamento e a despertar o interesse pela Matemática.

O treinamento olímpico remoto deixou seu legado para os alunos que participaram do treinamento, para a comunidade escolar e para a comunidade na qual a Escola Estadual Antônia Guedes Martins pertence. Além disso, as heranças principais do treinamento olímpico remoto irão permanecer na escola, como os encontros *online*, as lives e os simulados.

Esses recursos foram extremamente importantes para treinar os discentes durante esse período de pandemia e irão permanecer após esse momento conturbado, principalmente os simulados *online*. Até porque, o treinamento olímpico direcionado para competições de Matemática deve ser constante.

[1] Site oficial da ONC `https://onciencias.org/`

Referências Bibliográficas

[1] ANDREESCU, Titu; FENG, Zuman. **101 Problems in Algebra**. AMT Publishing, 2001.

[2] ALENCAR, Hilário; CÂNDIDO, Larissa; FARIAS, Milena. **Resoluções Visuais de Alguns Problemas de Matemática da Educação Básica**. Professor de Matemática Online. PMO v.7, n.1, 2019.

[3] BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio** , `http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf`. Acessado em 05 outubro de 2020.

[4] BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de implementação de protocolos de retorno das atividades presenciais nas escolas de educação básica**, `https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/GuiaderetornodasAtividadesPresenciaisnaEducaoBsica.pdf`. Acessado em 16 de outubro de 2020.

[5] Canguru de Matemática Brasil. **Canguru de Matemática Brasil**, `https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/`. Acessado em 18 de maio de 2020.

[6] CARNEIRO, Emanuel. Texto **Como montar um projeto de Olimpíada de Matemática na escola**. Disponível em `www.obm.org.br/content/uploads/2018/01/Como-montar-um-projeto-de-Olimpada-de-Matemtica-na-escola.pdf`. Acessado em 07 de março de 2020.

[7] Decreto Nº 29.524, de 17 de março de 2020. **Dispõe sobre medidas temporárias para o enfrentamento da Situação de Emergência em Saúde Pública provocada pelo novo Coronavírus (COVID-19)**.

[8] DUTENHEFNER, Francisco. CADAR, Luciana. - **Encontros de Aritmética**. IMPA/OBMEP, Rio de Janeiro, 2015.

[9] FEITOSA, Kleber Xavier. **Uma proposta didática de resolução de problemas na matemática: escrever para entender, entender para resolver**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

[10] Índice de Desenvolvimento da Educação Básica –IDEB. `http://ideb.inep.gov.br/resultado/`. Acessado 02 de maio de 2020.

[11] Instagram. **Perfil da Professora Mônica Morais Sena**, `https://www.instagram.com/monicamoraissena/channel/`. Acessado em 30 de novembro de 2020.

[12] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, **Brasil, Rio Grande do Norte, Lagoa d'Anta**, `https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rn/lagoa-danta/panorama`. Acessado em 09 de janeiro de 2021.

[13] OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Publicas) , `http://www.obmep.org.br`. Acessado em 02 de mai 2020.

[14] OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática), `https://www.obm.org.br/`. Acessado em 20 de dezembro de 2020.

[15] OBMEP – Banco de Questões 2020 , `https://drive.google.com/file/d/1aSDz7zRIIF6LcV3No6fBS52BosKPjwPA/view`. Acessado em 02 de mai 2020.

[16] OMRN (Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte) , `http://gg.gg/omrn2021`. Acessado em 02 de maio de 2020.

[17] PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**/G. Pólya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo – 2 reimpr. Editora interciência. Rio de Janeiro, 1995.

[18] YouTube. **Canal da Professora Mônica Morais Sena**, `https://www.youtube.com/user/strkity/`. Acessado em 30 de novembro de 2020.

Apêndice A

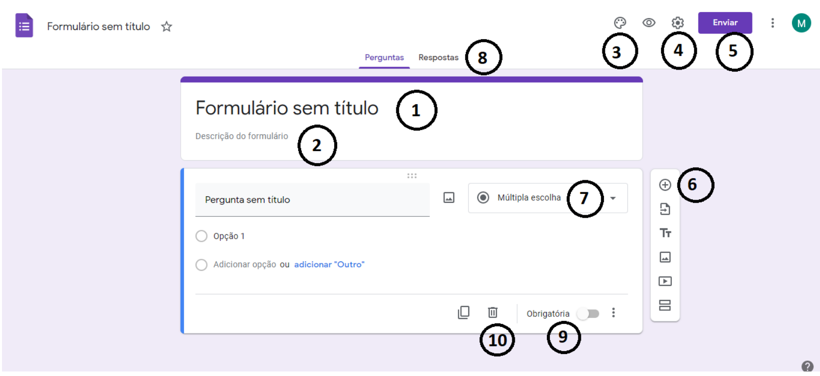
Tutorial: Simulados no Google Forms

O Google Forms é uma plataforma gratuita disponibilizada pela Google para criar formulários *online*. Com ele pode-se criar com qualidade profissional formulários de pesquisa, questionário, avaliação, inscrição em evento, etc. Além disso, o formulário fica disponível *online*, podendo ser compartilhado e facilmente respondido. O Google Forms ainda conta com uma análise de respostas com resumos automáticos para melhor interpretação dos resultados.

A.1 Conhecendo o Google Forms

A Figura A.1 apresenta a tela de edição de um formulário, nela estão numerados as principais ferramentas utilizadas na edição que serão explicadas a seguir:

Figura A.1: Formulário em branco.



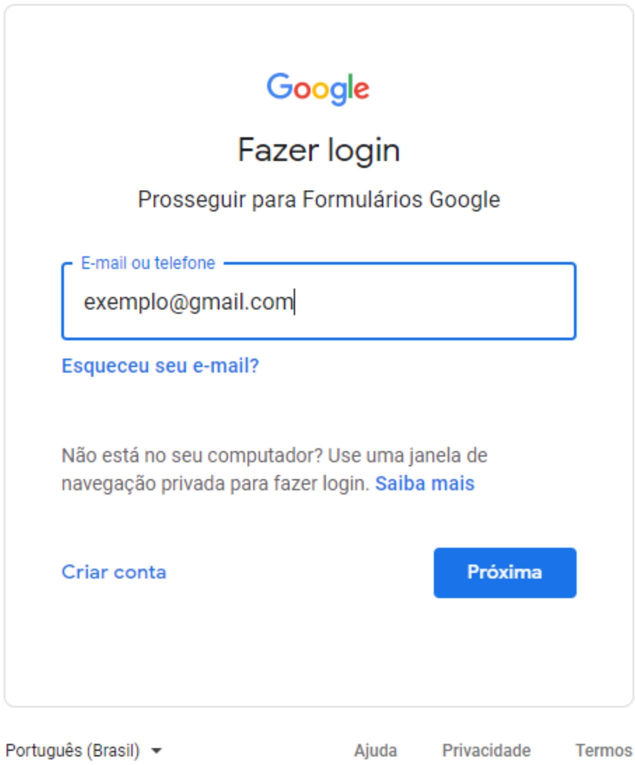
- **1:** Título do formulário;
- **2:** Descrição do formulário;

- **3:** Personalizar o tema;
- **4:** Configurações;
- **5:** Botão de Enviar/compartilhar o formulário;
- **6:** Adicionar uma pergunta;
- **7:** Escolher o formato de resposta;
- **8:** Visualiza as respostas inseridas no formulário;
- **9:** Torna a pergunta obrigatória;
- **10:** Exclui a pergunta.

A.2 Acessando o Google Forms

- **1:** Para acessar o Google Forms utilize o link: `https://docs.google.com/forms/`.
- **2:** Após abrir o link, a tela de login é apresentada. Realize o login em uma conta do Google como mostra a Figura A.2.

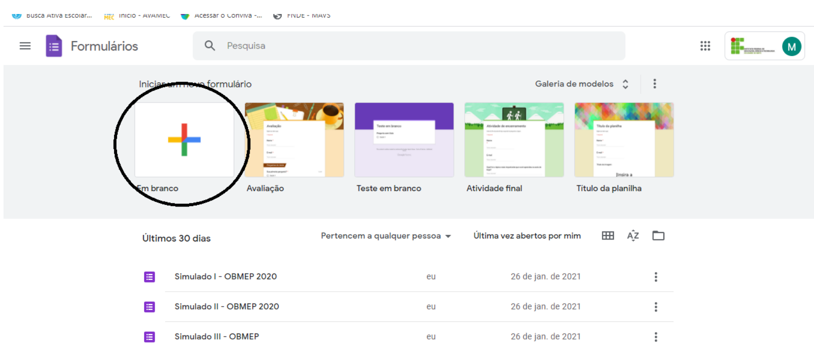
Figura A.2: Login com uma conta do Google.



A.3 Criando um Formulário de Simulado

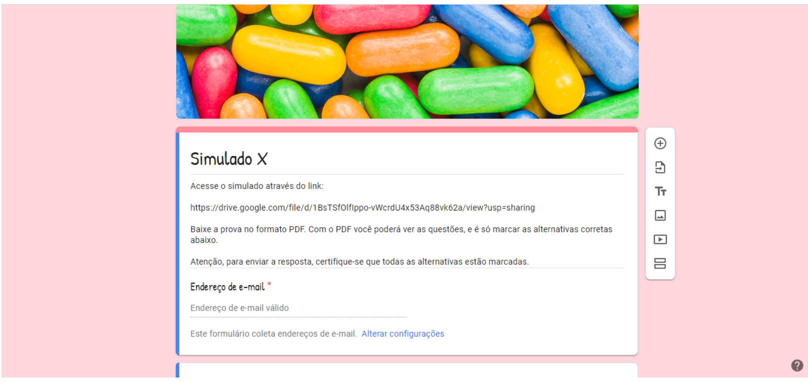
Após ter acesso ao Google Forms, a Figura A.3 apresenta a tela inicial. Clique em "+", região circulada na Figura A.3, para criar um formulário em branco.

Figura A.3: Página inicial do Google Forms.



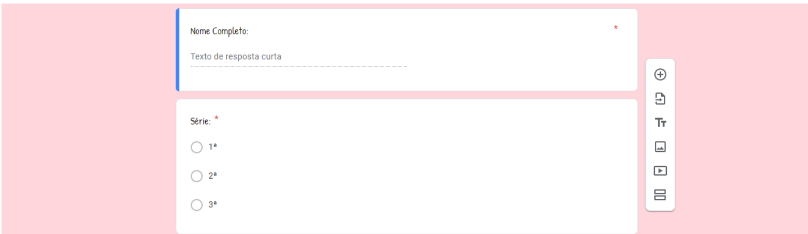
No cabeçalho, Figura A.4, são inseridas as principais informações do simulado, como título, instruções para os alunos e o link de acesso ao PDF do simulado, onde estão os problemas a serem resolvidos.

Figura A.4: Cabeçalho



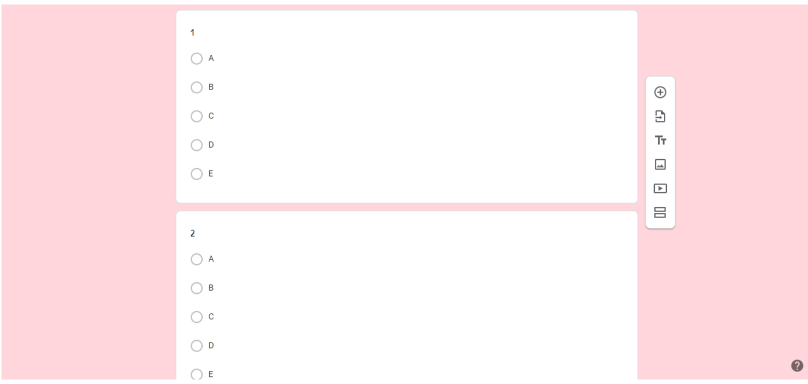
Logo após, é indicado reservar um espaço onde o aluno deverá inserir o seu nome, e-mail e série que está cursando, como na Figura A.5

Figura A.5: Dados colhidos inicialmente.



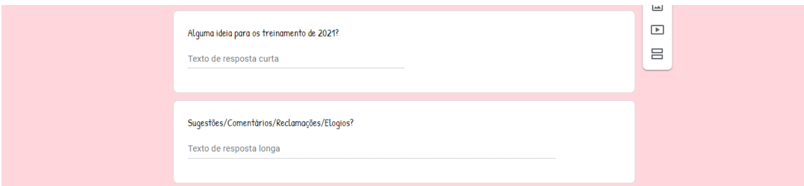
Todas as 20 questões do simulado são inseridas apenas o número e as cinco alternativas possíveis de respostas, de acordo com a Figura A.6, pois os alunos visualizam as questões no PDF do simulado, disponível *online* através de um link no Cabeçalho.

Figura A.6: Inserção das questões.



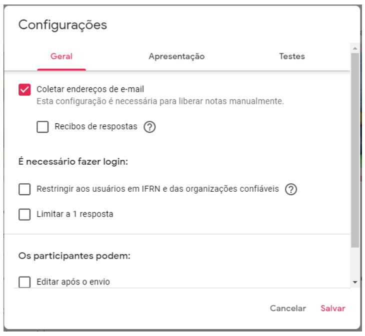
Após os alunos marcarem a resposta de cada questão é pertinente um *feedback* para os mesmos com relação ao simulado e ao treinamento, então insiro questões que me deem esse retorno.

Figura A.7: *Feedback* dos alunos.



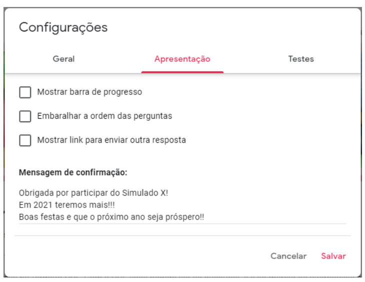
Posteriormente à inserção das perguntas pertinentes ao simulado é necessário realizar as configurações. A Figura A.8 mostra as configurações gerais, onde informa se deseja coletar os e-mails dos alunos, para possível retorno de respostas, limitar uma resposta por aluno, entre outras configurações.

Figura A.8: Configurações Gerais do Google Forms.



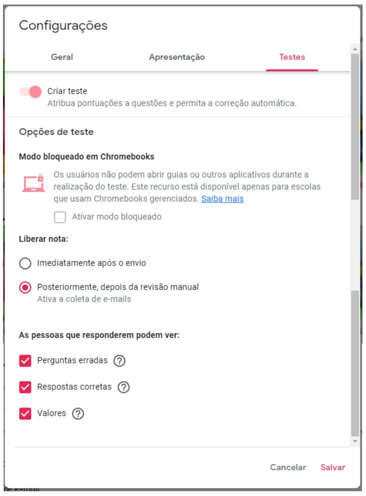
Já a Figura A.9 são as configurações de apresentação, onde pode-se escolher a forma de apresentação do simulado, com relação a exibição da barra de progresso, embaralhamento das perguntas e pode-se adicionar também uma mensagem final que se apresentará após o envio do simulado.

Figura A.9: Configurações de Apresentação do Google Forms.



A Figura A.10 mostra a configuração de teste. Para que possa adicionar pontuação as questões é necessário que a opção teste esteja ativada, no botão “Criar teste”. Além disso, também escolhe se as repostas irão ser liberadas imediatamente após o envio ou manualmente posteriormente.

Figura A.10: Configuração de Teste do Google Forms.

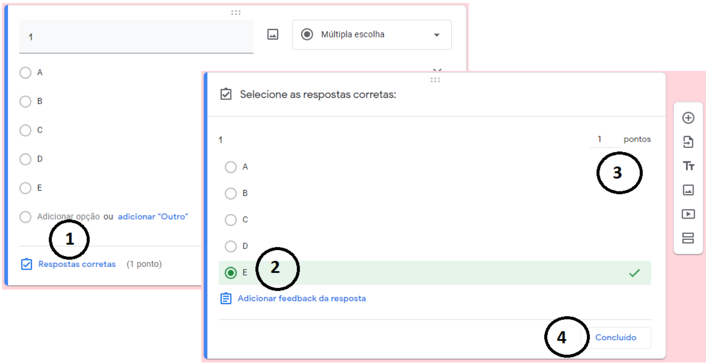


Com a função teste ativada consegue-se adicionar pontuação nas questões. Na Figura A.11 estão numerados os principais pontos a serem configurados para pontuar uma questão:

- **1:** Clique em “Respostas corretas”;
- **2:** Marque a alternativa correta para a questão;
- **3:** Adicione quantos pontos vale a questão. Para os simulados cada questão vale 1 ponto;
- **4:** Clique em “Concluído”para salvar as configurações de resposta das questões.

Para todas as questões de 1 à 20 esses quatro passos devem ser seguidos.

Figura A.11: Pontuando as questões.



A.4 Compartilhando o formulário

Há várias opções de compartilhamento de formulário, por exemplo, enviar por e-mail, compartilhar um link ou ainda incorporar HTML para uma página de internet, como visto na Figura A.12.

Figura A.12: Enviar o formulário.

Para bloquear o envio de novas respostas, basta acessar a aba “Respostas”e acionar o botão “Aceitando respostas”de acordo com a Figura A.13.

Figura A.13: Bloquear o envio de novas respostas.

A.5 Analisando as respostas com o Google Forms

O Google Forms apresenta uma variedade de ferramentas para analisar as respostas recebidas através do formulário criado. Como, por exemplo, pontuação média dos alunos, perguntas erradas com mais frequência, gráfico de alternativas escolhidas por questão, etc.

As analises são realizadas na aba “Respostas”.

A Figura A.14 mostra as informações gerais de respostas com o gráfico **Número de participantes X Pontos marcados**, além de expressar a médias de acertos e a mediana.

Figura A.14: Informações gerais.

Já a Figura A.15 mostra um exemplo da análise perguntas erradas com mais frequência. Através desse tipo de análise o professor descobre qual/is questões eram mais difíceis. Na Figura A.15 as questões 5, 14 e 15 foram as que um número maior de alunos erraram, consequentemente, eram as mais difíceis do simulado.

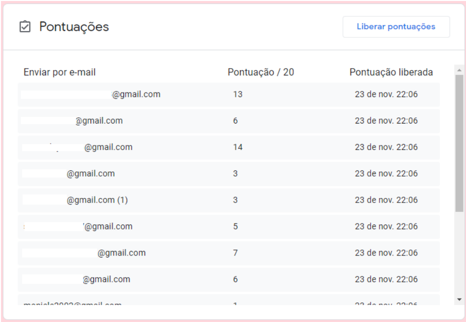
Figura A.15: Perguntas erradas com frequência.


Perguntas erradas com frequência

Pergunta	Respostas corretas
2	4 / 14
3	4 / 13
5	6 / 13
7	4 / 14
8	5 / 14
9	3 / 14
12	4 / 14
14	6 / 13
15	6 / 14
17	4 / 13

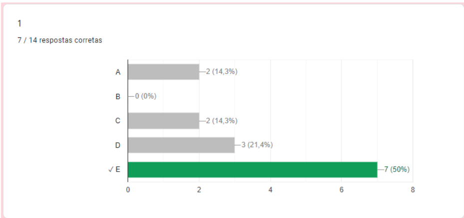
Na área de Pontuação, o professor pode liberar a pontuação de cada aluno, neste caso o discente receberá um a-mail informando a sua pontuação. Além disso, tem informações como o e-mail de cada aluno que respondeu o simulado e sua respectiva pontuação, como é apresentado na Figura A.16.

Figura A.16: Pontuações.



Análise de alternativas escolhidas em cada questão também pode ser realizadas através de um gráfico. Um exemplo é apresentado na Figura A.17.

Figura A.17: Gráfico de respostas por questão.



Apêndice B

Simulados

B.1 Simulado I

1. Os estudantes de uma escola foram divididos em equipes de 8 meninas e 5 meninos cada uma. Se nessa escola há 60 meninas a mais do que meninos, qual é o número total de estudantes?

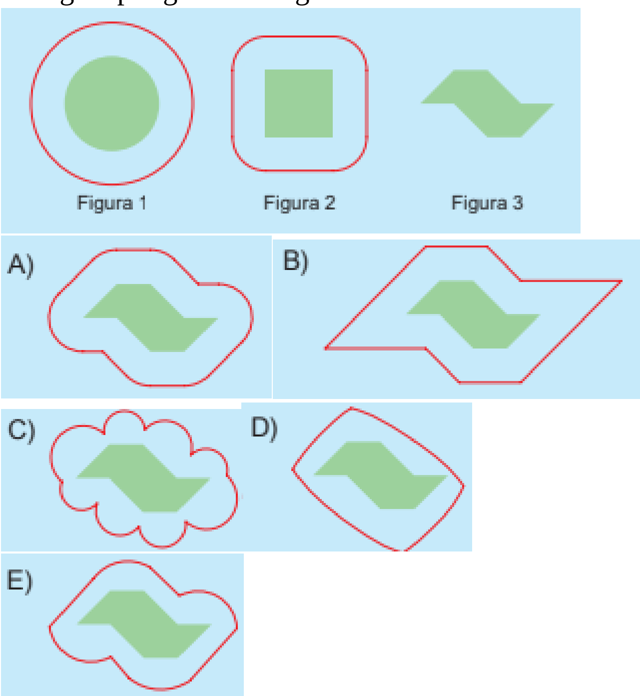
A) 130
B) 260
C) 390
D) 520
E) 650

2. Na igualdade abaixo, a, b e c são números inteiros positivos. Qual é o valor de c?

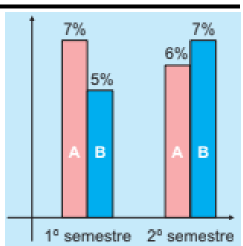
$$\frac{10}{7} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c}}$$

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 7

3. Um ponto está a 1 cm de uma figura quando a menor distância desse ponto aos pontos da figura é 1 cm. Celinha traçou com uma caneta vermelha todos os pontos que estão a 1 cm de distância do círculo da Figura 1. A seguir, ela fez o mesmo para a região quadrada da Figura 2. Qual é o desenho que ela vai obter se traçar todos os pontos que estão a 1 cm de distância da região poligonal da Figura 3?



4. O gráfico representa o percentual de aumento do preço de dois produtos, A e B, em uma mercearia no primeiro e no segundo semestres do ano passado. As afirmativas abaixo referem-se ao período completo do ano passado. Qual delas é a correta?



A) O aumento percentual do preço de B foi maior do que o de A.
B) O aumento percentual dos preços dos dois produtos foi o mesmo.
C) O aumento percentual do preço de A foi de exatamente 13%.
D) O preço de A diminuiu e o de B aumentou.
E) O aumento percentual do preço de B foi maior do que 12%.

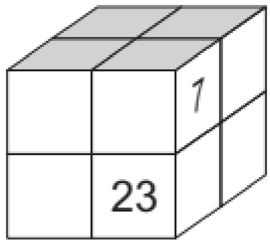
5. Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

A) 20
B) 30
C) 60
D) 90
E) 120

6. Todos os números de 1 a 24 devem ser escritos nas faces de um cubo, obedecendo-se às seguintes regras:

• em cada face devem ser escritos quatro números consecutivos;
• em cada par de faces opostas, a soma do maior número de uma com o menor número da outra deve ser igual a 25.

Se os números 7 e 23 estiverem escritos no cubo como na figura, qual é o menor número que pode ser escrito na face destacada em cinza?



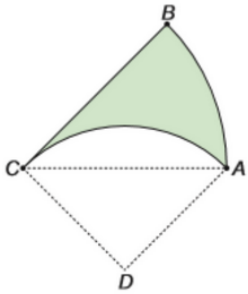
A) 1
B) 5
C) 9
D) 11
E) 17

7. Na conta ao lado, as letras A, B e C representam algarismos não nulos e diferentes entre si. Qual é o valor de C?

	A	B
×		C
A	A	A

A) 1
B) 3
C) 5
D) 7
E) 9

8. Na figura, o arco AC é um quarto de uma circunferência de centro D e o arco AB é um oitavo de uma circunferência de centro C. O segmento AD mede 2 cm. Qual é a área em cm^2 da região verde?



A) 2
B) π
C) 4
D) 2π
E) 4π

---

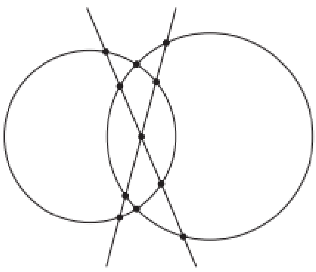
9. Joãozinho distribuiu bolas em caixas numeradas de 1 a 2016. Ele fez isso de forma que o número total de bolas, em quaisquer cinco caixas consecutivas, fosse sempre o mesmo. Na figura abaixo estão indicadas as quantidades de bolas em algumas caixas; a figura também mostra que Joãozinho colocou 3 e 7 bolas em duas caixas vizinhas. Quantas bolas ele colocou na última caixa?

A) 1
B) 3
C) 5
D) 7
E) 9

---

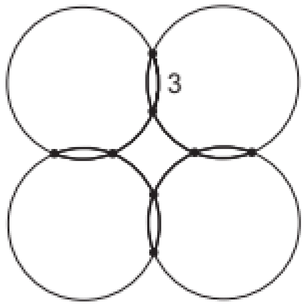
10. Maria desenhou duas circunferências e duas retas, determinando 11 pontos de intersecção, como mostra a figura. Se ela desenhar mais três retas distintas entre si e também das demais, qual será, no total, o maior número possível de pontos de intersecção?

A) 17
B) 24
C) 32
D) 40
E) 54



---

11. Quatro circunferências de mesmo raio estão dispostas como na figura, determinando doze pequenos arcos, todos de comprimento 3. Qual é o comprimento de cada uma dessas circunferências?

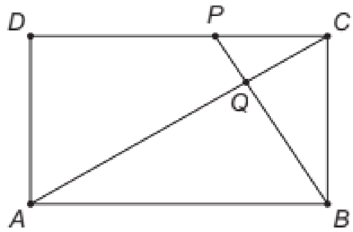


A) 18
B) 20
C) 21
D) 22
E) 24

---

12. Sabendo que as áreas dos triângulos BCQ e QCP da figura são, respectivamente, 6 e 2, qual é a área do retângulo ABCD?

A) 48
B) 50
C) 52
D) 54
E) 56



---

13. Observe que na igualdade 360 = 90 + 120 + 150 as parcelas são proporcionais a 3, 4 e 5. De quantas maneiras podemos escrever 360 como a soma de três parcelas inteiras, em ordem crescente, e proporcionais a três números inteiros positivos consecutivos?

A) 12
B) 15
C) 20
D) 60
E) 120

---

14. Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa?

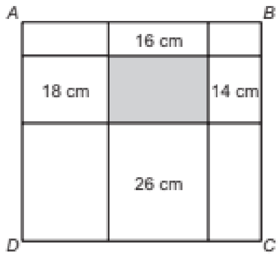
A) 11
B) 14
C) 21
D) 22
E) 23

---

15. O retângulo ABCD foi dividido em nove retângulos menores, alguns deles com seus perímetros indicados na

figura. O perímetro do retângulo ABCD é 54 cm. Qual é o perímetro do retângulo cinza?

A) 15 cm
B) 19 cm
C) 20 cm
D) 22 cm
E) 24 cm



16. João colocou 100 moedas iguais em um pote e pediu a seus filhos, de idades distintas, que cada um deles colocasse no pote uma moeda para cada irmão mais velho e retirasse do pote duas moedas para cada irmão mais novo. Quando todos os filhos terminaram de fazer isso, restaram no pote 22 moedas. Quantos são os filhos de João?

A) 5
B) 7
C) 10
D) 13
E) 15

17. Mônica tem três dados nos quais a soma dos números em faces opostas é sempre 7. Ela enfileira os dados de modo que as faces em contato tenham o mesmo número, obtendo um número de três algarismos nas faces superiores. Por exemplo, o número 436 pode ser obtido como mostrado na figura; já o número 635 não pode ser obtido. Quantos números diferentes ela pode obter?

A) 72
B) 96
C) 168
D) 192
E) 216

18. Cinco bolas numeradas de 1 a 5 estão dentro de cinco caixas tampadas, também numeradas de 1 a 5. Em cada caixa há somente uma bola, e sabe-se que apenas uma caixa está numerada com o mesmo número de sua bola. Qual é o número mínimo de tampas que devemos abrir para descobrir, com certeza, que caixa é essa?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

19. Dois dados têm suas faces pintadas de vermelho ou azul. Ao jogá-los, a probabilidade de observarmos duas faces superiores de mesma cor é 11/18. Se um deles tem cinco faces vermelhas e uma azul, quantas faces vermelhas tem o outro?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

20. Sérgio quer numerar de 1 a 16 os triângulos da Figura 1 de tal modo que números consecutivos fiquem em triângulos que têm um lado comum. Por exemplo, ele pode numerar os triângulos como na Figura 2. De quantas maneiras Sérgio pode fazer isso?

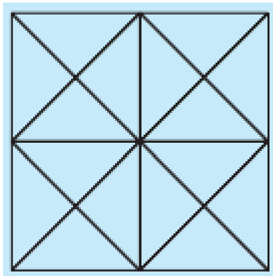


Figura 1

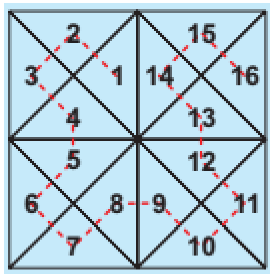
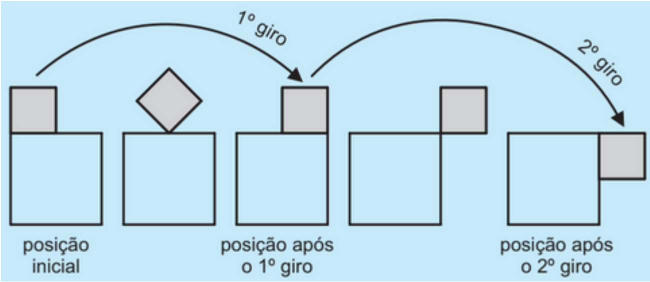


Figura 2

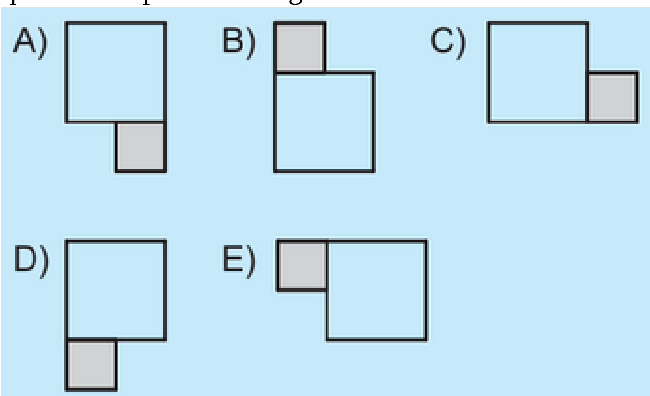
A) 16
B) 32
C) 48
D) 56
E) 64

B.2 Simulado II

1.(OBMEP -2012) Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um
quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.



Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



2. (OBMEP - 2019) Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?

A) Ana
B) Beatriz
C) Cláudia
D) Daniela
E) Érica

3. (OBMEP - 2014) Cinco meninas não estão totalmente de acordo sobre a data da prova de Matemática.

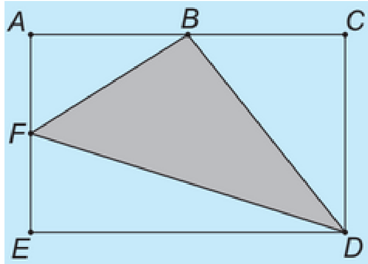
• Andrea diz que será em agosto, dia 16, segunda-feira;
• Daniela diz que será em agosto, dia 16, terça-feira;
• Fernanda diz que será em setembro, dia 17, terça-feira;
• Patrícia diz que será em agosto, dia 17, segunda-feira;
• Tatiane diz que será em setembro, dia 17, segunda-feira.

Somente uma está certa, e as outras acertaram pelo menos uma das informações: o mês, o dia do mês ou o dia da semana. Quem está certa?

A) Andrea
B) Daniela
C) Fernanda
D) Patrícia
E) Tatiane

4. (OBMEP - 2015) O retângulo da figura possui área igual a 640 cm^2.
Os pontos B e F são pontos médios dos lados AC e AE, respectivamente. Qual é a área do triângulo BDF?

A) 100 cm^2
B) 120 cm^2
C) 160 cm^2
D) 220 cm^2
E) 240 cm^2



5. (OBMEP 2016) No refeitório da escola de Quixajuba, na hora do almoço, 130 alunos comeram carne e 150 comeram macarrão, sendo que 1/6 dos alunos comeram carne e também macarrão. Além disso, 70 alunos não comeram carne nem macarrão. Quantos alunos comeram carne mas não comeram macarrão?

A) 80
B) 90
C) 100
D) 120
E) 130

6. (OBMEP - 2017) Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?

A) 0
B) 1
C) 8
D) 10
E) 80

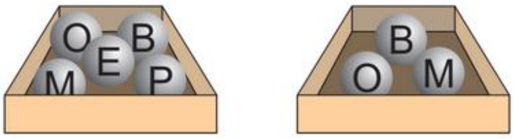
7. (OBMEP - 2018) Sabendo-se que $\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2} = \frac{7}{12}$, qual é o valor de $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$?

A) 2,0
B) 2,2
C) 2,4
D) 2,6
E) 2,8

8. (OBMEO - 2019) Em uma caixa há cinco bolas idênticas, com as letras O, B, M, E e P. Em uma segunda caixa há três bolas idênticas, com as letras O, B e M. Uma bola é sorteada da primeira caixa e, a seguir, outra

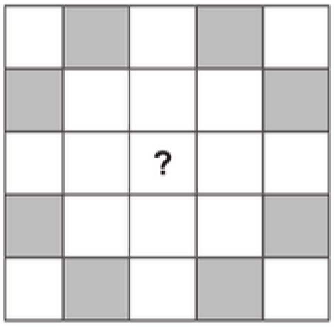
bola é sorteada da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que essas bolas tenham a mesma letra?

A) 1/6
B) 1/5
C) 1/4
D) 1/3
E) 1/2



9. (OBMEP - 2012) No quadriculado 5 5 × ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?

A) 13
B) 14
C) 15
D) 16
E) 17



10. (OBMEP - 2013) Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: "De quem são os celulares que tocaram?" Guto disse: "O meu não tocou", Carlos disse: "O meu tocou" e Bernardo disse: "O de Guto não tocou". Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

A) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
B) Bernardo mentiu.
C) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.
D) Carlos mentiu.
E) Guto falou a verdade.

11. (OBMEP - 2015) Uma sequência de números é definida por $a_1 = 3$ e

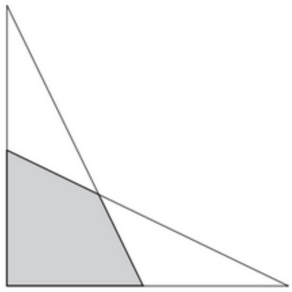
$$a_{n+1} = a_n + a_n^2$$

para todo número natural n ≥ 1. Por exemplo: $a_2 = a_1 + a_1^2 = 3 + 3^2 = 12$. Qual é o algarismo das unidades de a_{2015}?

A) 2
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

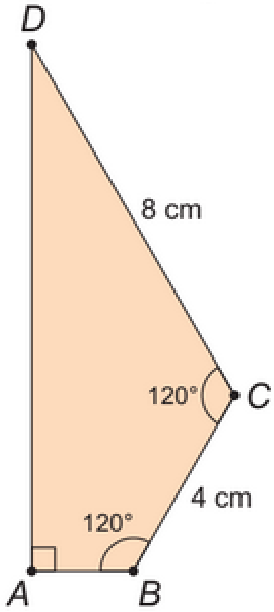
12. (OBMEP - 2016) Dois triângulos retângulos, ambos com catetos de medidas a e b, com **a** > **b** , são sobrepostos como na figura. Qual é a área do quadrilátero sombreado?

A) $\frac{a(a^2+b^2)}{a+b}$
B) $\frac{b(a^2+b^2)}{a+b}$
C) $\frac{b^2(a-b)}{a+b}$
D) $\frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$
E) $\frac{ab^2}{a+b}$



13. (OBMEP - 2017) Na figura, os ângulos $\widehat{ABC}$ e $\widehat{BCD}$ medem 120°, o ângulo $\widehat{BAD}$ é reto, e os segmentos BC e CD medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero ABCD em cm²?

A) $14\sqrt{3}$
B) $28\sqrt{3}$
C) $32\sqrt{3}$
D) $36\sqrt{3}$
E) $40\sqrt{3}$



14. (OBMEP - 2018) Vovó Vera quis saber qual de suas cinco netinhas tinha feito um desenho na parede de sua sala. As netinhas fizeram as seguintes declarações:

- Emília: Não fui eu.
- Luísa: Quem desenhou foi a Marília ou a Rafaela.
- Marília: Não foi a Rafaela nem a Vitória.
- Rafaela: Não foi a Luísa.
- Vitória: Luísa não está dizendo a verdade.

Se apenas uma das netinhas mentiu, quem fez o desenho?

A) Emília
B) Luísa

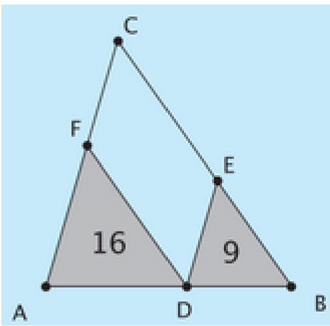
C) Marília
D) Rafaela
E) Vitória

---

15. (OBMEP - 2019) As 6 cadeiras de uma fila são numeradas de 1 a 6 e devem ser ocupadas uma de cada vez de modo que, sempre que possível, é escolhida uma cadeira sem vizinhas ocupadas.
Por exemplo, é válida a ordem de ocupação 1 6 3 2 4 5, em que a primeira pessoa ocupa a cadeira 1, a segunda, a cadeira 6, a terceira, a cadeira 3, a quarta, a cadeira 2, a quinta, a cadeira 4 e a última, a cadeira 5. Já a ordem 1 5 2 3 6 4 não é válida, pois a terceira pessoa sentou-se ao lado da primeira quando poderia ter se sentado em uma cadeira sem vizinhas ocupadas. Quantas ordens de ocupação válidas existem?
A) 72
B) 108
C) 144
D) 192
E) 216

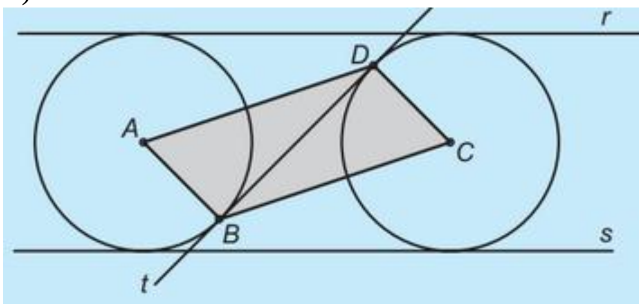
---

16. (OBMEP - 2013) Na figura, as retas DE e DF são paralelas, respectivamente, aos lados AC e BC do triângulo ABC. Os triângulos ADF e DBE têm áreas 16 e 9, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero CFDE?
A) 18
B) 21
C) 24
D) 25
E) 27



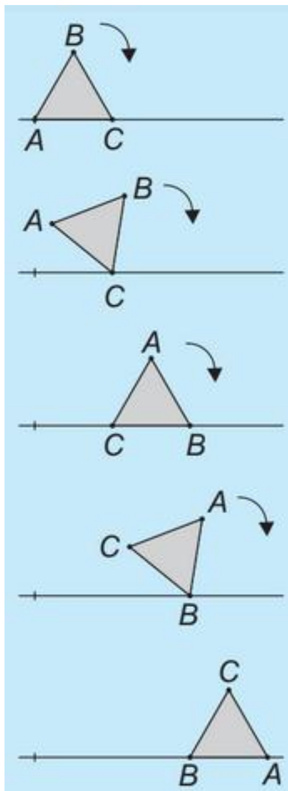
---

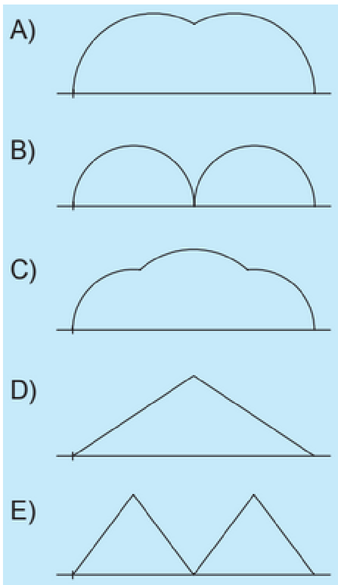
17. (OBMEP - 2012) 17. Na figura, as retas r e s são paralelas e a distância entre elas é 2 cm. A reta t forma um ângulo de 45° com a reta r. Os círculos com centro em A e C tangenciam a reta t nos pontos B e D, respectivamente, e tangenciam as retas r e s. Qual é a área, em centímetros quadrados, do quadrilátero ABCD?
A) $\sqrt{2}$
B) 2
C) $1 + \sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2}$
E) 3



---

18. (OBMEP - 2014) Um triângulo equilátero ABC gira uma vez em torno do vértice C e outra vez em torno do vértice B, sempre se apoiando em uma reta, como na figura ao lado. Qual das alternativas representa a trajetória descrita pelo ponto A?





---

19. (OBMEP - 2015) Dado o conjunto A = {1, 2, 3, ..., 2015}, forma-se um subconjunto B, com a maior quantidade possível de elementos, tal que todo elemento

de B é múltiplo ou divisor de qualquer outro elemento de B. Quantos elementos há no conjunto B?

A) 9
B) 10
C) 11
D) 12
E) 13

---

20. (OBMEP - 2016) João tem cinco saquinhos de balas. Escolhendo-se, de todos os modos possíveis, quatro desses saquinhos e contando o total de suas balas, obtêm-se apenas quatro resultados: 23, 24, 26 ou 29. Qual é o maior número de balas em um saquinho?

A) 8
B) 9
C) 10
D) 11
E) 12

B.3 Simulado III

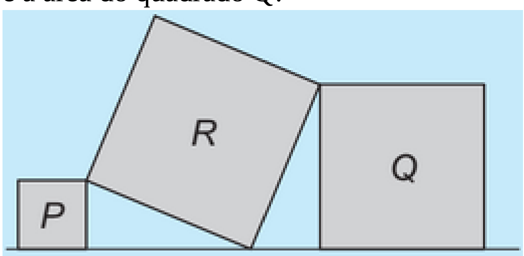
1.(OBMEP -2018) Na tabela abaixo, a soma dos números da primeira linha é igual à soma dos números da segunda linha. Qual é o valor de x?

1ª Linha	35	36	37	38	39	40	2018
2ª Linha	31	33	35	37	39	41	x

A) 43
B) 1009
C) 2019
D) 2020
E) 2027

2. (OBMEP - 2017) Se a - b = 1 e ab = 1, qual é o valor de $a^2 + b^2$?
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

3. (OBMEP - 2016) Na figura, as áreas dos quadrados P e R são iguais a 24 cm^2 e 168 cm^2, respectivamente. Qual é a área do quadrado Q?

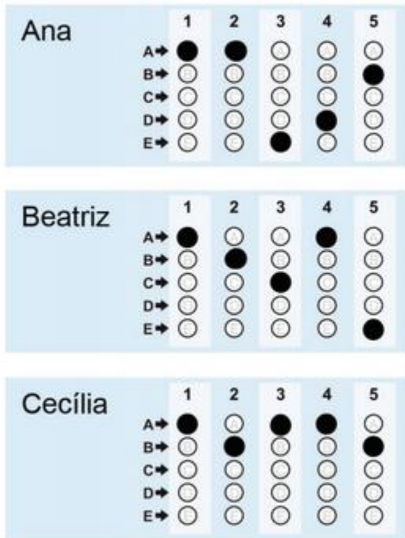


A) 96 cm^2
B) 100 cm^2
C) 121 cm^2
D) 144 cm^2
E) 156 cm^2

4. (OBMEP - 2014) Guilherme precisa chegar em 5 minutos ao aeroporto, que fica a 5 km de sua casa. Se nos 2 primeiros minutos seu carro andar a uma velocidade média de 90 km/h, qual é a menor velocidade média que ele terá que desenvolver nos próximos 3 minutos para não chegar atrasado ao aeroporto?
A) 35 km/h
B) 40 km/h
C) 45 km/h
D) 50 km/h
E) 60 km/h

5. (OBMEP 2018) De quantas maneiras podemos trocar uma nota de R$ 20,00 por moedas de R$ 0,10 e R$ 0,25?
A) 21
B) 36
C) 38
D) 41
E) 56

6. (OBMEP - 2016) A figura mostra os cartões com as respostas de Ana, Beatriz e Cecília para uma prova de múltipla escolha, com cinco questões e alternativas A, B, C, D e E. Ana acertou quatro questões, Beatriz acertou uma e Cecília acertou três. Qual foi a questão que Ana errou?



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

7. (OBMEP - 2015) A soma de dois números é 3 e a soma de seus cubos é 25. Qual é a soma de seus quadrados?

A) $\frac{77}{9}$

B) $\frac{99}{7}$

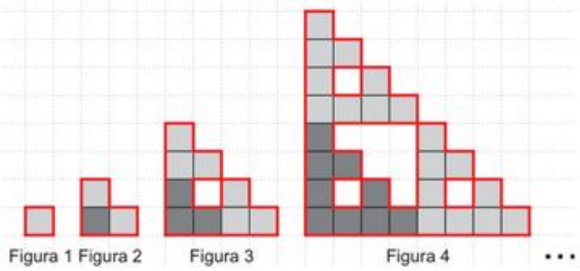
C) 7

D) 9

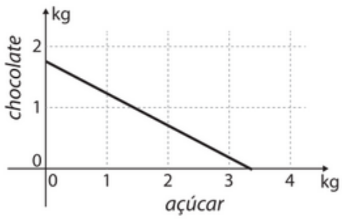
E) $\frac{7}{9}$

8. (OBMEP - 2014) Começando com um quadrado de 1 cm de lado, formamos uma sequência de figuras, como na ilustração. Cada figura, a partir da segunda, é formada unindo-se três cópias da anterior. Os contornos destacados em vermelho das quatro primeiras figuras medem, respectivamente, 4 cm, 8 cm, 20 cm e 56 cm. Quanto mede o contorno da Figura 6?

A) 88 cm
B) 164 cm
C) 172 cm
D) 488 cm
E) 492 cm



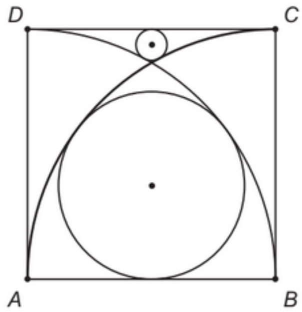
9. (OBMEP - 2013) Iara gastou R$10,00 para comprar açúcar e chocolate. A relação entre as quantidades desses ingredientes que podem ser compradas com essa quantia é dada pelo gráfico. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira, independentemente das quantidades compradas?



A) Iara comprou mais açúcar do que chocolate.
B) Iara comprou quantidades diferentes de açúcar e chocolate.
C) Iara gastou mais em chocolate do que em açúcar.
D) O preço de um quilo de chocolate é maior que o preço de um quilo de açúcar.
E) Iara comprou duas vezes mais chocolate do que de açúcar.

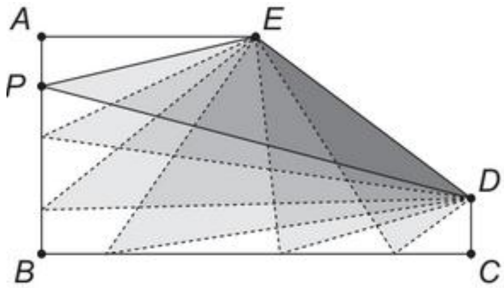
10. (OBMEP - 2012) Na figura, ABCD é um quadrado de lado 1 e os arcos $\widehat{BD}$ e $\widehat{AC}$ têm centros A e B, respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual é a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?

A) 4,5
B) 5
C) 5,5
D) 6
E) 6,5



11. (OBMEP - 2019) A figura mostra um pentágono ABCDE tal que AB = 4 , BC = 8 , CD = 1, AE = 4 , e os ângulos ABC, BCD e EAB são retos. O ponto P se move sobre os lados AB e BC. Quantas posições o ponto P pode ocupar sobre os lados AB e BC de modo que o triângulo PDE seja isósceles?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



12. (OBMEP - 2017) Por duas vezes Benício juntou, como na figura, três dados com faces numeradas de 1 a 6, de tal modo que faces em contato tivessem o mesmo número. Em cada uma das vezes ele somou os números de todas as faces que não ficaram em contato entre si. A diferença entre as somas obtidas foi 16. Quais são os números das faces que nunca ficaram em contato entre si?

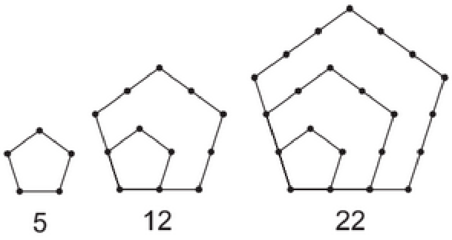
A) 1 e 4
B) 1 e 6
C) 2 e 5
D) 3 e 4
E) 2 e 6

13. (OBMEP - 2016) Uma função f é tal que f(1 – x) + 2 f(x) = 3x, para todo x real. Qual é o valor de f(0) ?

A) – 2
B) – 1
C) 0
D) 1
E) 2

14. (OBMEP - 2015) Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?

A) 656
B) 695
C) 715
D) 756
E) 769



15. (OBMEP - 2014) Quantos números inteiros e positivos de cinco algarismos têm a propriedade de que o produto de seus algarismos é 1000?

A) 10
B) 20
C) 25
D) 30
E) 40

16. (OBMEP - 2019) A rã Zinza quer ir da pedra 1 até a pedra 10 em cinco pulos, pulando de uma pedra para a seguinte ou por cima de uma ou de duas pedras. De quantas maneiras diferentes Zinza pode fazer isso?

A) 10
B) 35
C) 45
D) 84
E) 126

17. (OBMEP - 2018) Gabriel brinca com números de dois ou mais algarismos. Ele substitui os dois primeiros algarismos à esquerda do número pela soma desses algarismos, e repete esse procedimento até obter um número de um algarismo. Por exemplo, partindo do número 2018 ele obtém o número 2, pois 2018 → 218 → 38 → 11 → 2. Quantos são os números de três algarismos a partir dos quais Gabriel pode obter o número 1?

A) 9
B) 10
C) 56
D) 80
E) 100

18. (OBMEP - 2017) Para quantos conjuntos {a, b, c} de três números naturais é verdade que a×b×c = 2310?

A) 24
B) 30
C) 32
D) 36
E) 40

19. (OBMEP - 2019) Um reservatório, inicialmente vazio, é abastecido por duas torneiras de vazões diferentes. Se cada torneira for aberta por 1/3 do tempo necessário para que a outra encha o reservatório, este ficará com 5/6 de sua capacidade preenchida. Além disso, as duas torneiras juntas enchem o reservatório inicialmente vazio em 2 horas e 30 minutos. Em quanto tempo a torneira de maior vazão enche o reservatório?

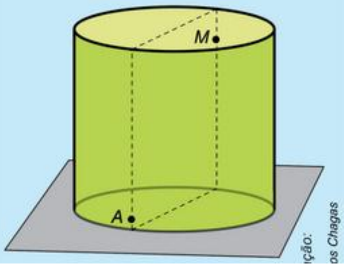
A) 3 horas
B) 3 horas e 15 minutos
C) 3 horas e 30 minutos
D) 3 horas e 45 minutos
E) 4 horas

Lembre-se:
$$\text{vazão} = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$$

(OBMEP - 2015)

20. Uma lata cilíndrica, fechada embaixo e aberta na parte de cima, tem altura de 17 cm e sua borda é uma circunferência de comprimento 30 cm. Na superfície interna da lata, a 4 cm da borda superior, há uma mosca parada (ponto *M*). Na superfície externa da lata, a 1 cm da base e no mesmo plano que passa pela mosca e que divide a lata em duas partes iguais, encontra-se uma aranha (ponto *A*), como na figura. A aranha anda pela superfície da lata até chegar à mosca, fazendo o caminho mais curto entre elas. Quantos centímetros a aranha anda pela superfície interna da lata?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



B.4 Simulado IV

1.(OBMEP -2015) Para assar um frango são necessários 15 minutos para aquecer o forno e mais 12 minutos para assar cada meio quilo de frango. Paula comprou um frango de 2,5 kg. A que horas ela deve ligar o forno para que o frango fique pronto às 20 horas?

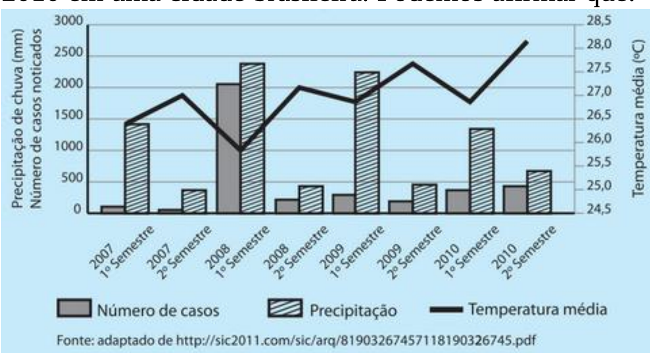
A) 18h
B) 18h15min
C) 18h30min
D) 18h45min
E) 19h

2. (OBMEP - 2014) Dois números x e y estão localizados na reta numérica como abaixo.

Onde está localizado o produto xy?

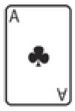
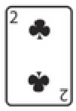
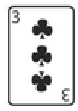
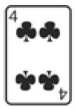
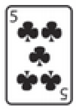
A) À esquerda de 0.
B) Entre 0 e x.
C) Entre x e y.
D) Entre y e 1.
E) À direita de 1.

3. (OBMEP - 2013) O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:



A) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com o maior número de casos de dengue notificados.
B) O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
C) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.
D) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.
E) Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificados.

4. (OBMEP - 2012) Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?

A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

5. (OBMEP - 2017) Ana, Beatriz e Cristina treinam numa pista de corrida. Ana corre sempre com o dobro da velocidade de Beatriz e com o triplo da velocidade de Cristina. Um dia, Ana partiu do fim da pista, correndo em sentido contrário ao de suas amigas, no mesmo instante em que Beatriz e Cristina partiram do início da pista. Após o treino, Ana disse para suas amigas que tinha percorrido 20 metros desde o momento em que cruzou com Beatriz até o momento em que cruzou com Cristina. Quantos metros tem a pista?

A) 200 metros
B) 220 metros
C) 240 metros
D) 300 metros
E) 360 metros

6. (OBMEP - 2019) Em uma lanchonete, um pão de queijo, dois cachorros-quentes e um suco de laranja custam juntos R$ 31,00; já três pães de queijo, três cachorros-quentes e dois sucos de laranja custam juntos R$ 59,00. Qual é a diferença entre os preços de um cachorro-quente e de um pão de queijo?

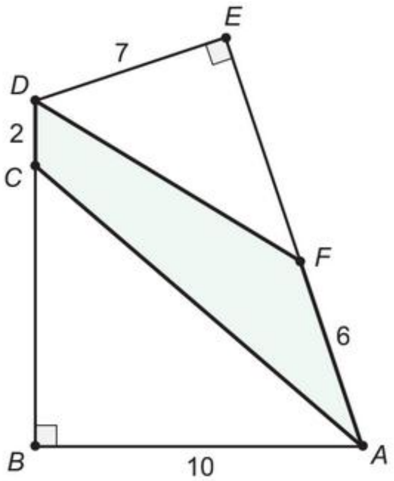
A) R$ 1,00
B) R$ 1,50
C) R$ 2,00
D) R$ 2,50
E) R$ 3,00

7. (OBMEP - 2017) Se $f(x) = 5x^2 + ax + b$, com $a \neq b$, $f(a) = b$ e $f(b) = a$, qual é o valor de $a + b$?

A) −5
B) -1/5
C) 0
D) 1/5
E) 5

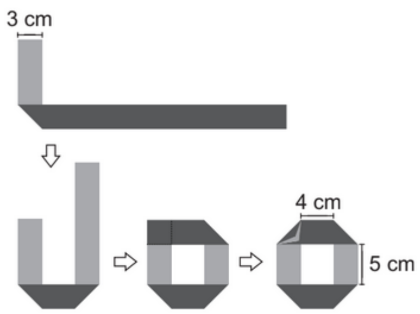
8. (OBMEP - 2016) Na figura, os pontos C e F pertencem aos lados BD e AE do quadrilátero ABDE, respectivamente. Os ângulos B e E são retos e os segmentos AB, CD, DE e FA têm suas medidas indicadas na figura. Qual é a área do quadrilátero ACDF?

A) 16
B) 21
C) 31
D) 33
E) 40



9. (OBMEP - 2015) Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45º com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

A) 21 cm
B) 27 cm
C) 30 cm
D) 33 cm
E) 36 cm



10. (OBMEP - 2014) Gustavo possui certa quantidade de moedas de 1, 10, 25 e 50 centavos, tendo pelo menos uma de cada valor. É impossível combiná-las de modo a obter exatamente 1 real. Qual é o maior valor total possível para suas moedas?

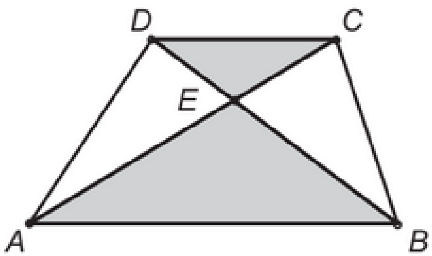
A) 86 centavos
B) 1 real e 14 centavos
C) 1 real e 19 centavos
D) 1 real e 24 centavos
E) 1 real e 79 centavos

11. (OBMEP - 2013) Ana quer fazer duas aulas de natação por semana, uma de manhã e a outra à tarde. A escola de natação tem aulas de segunda a sábado às 9h, 10h e 11h e de segunda a sexta às 17h e 18h. De quantas maneiras distintas Ana pode escolher o seu horário semanal, de modo que ela não tenha suas aulas no mesmo dia nem em dias consecutivos?

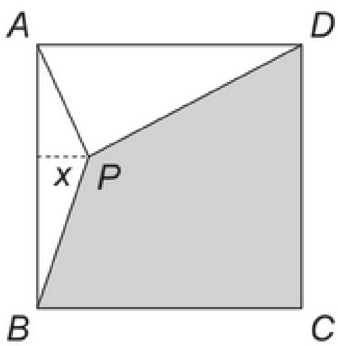
A) 96
B) 102
C) 126
D) 144
E) 180

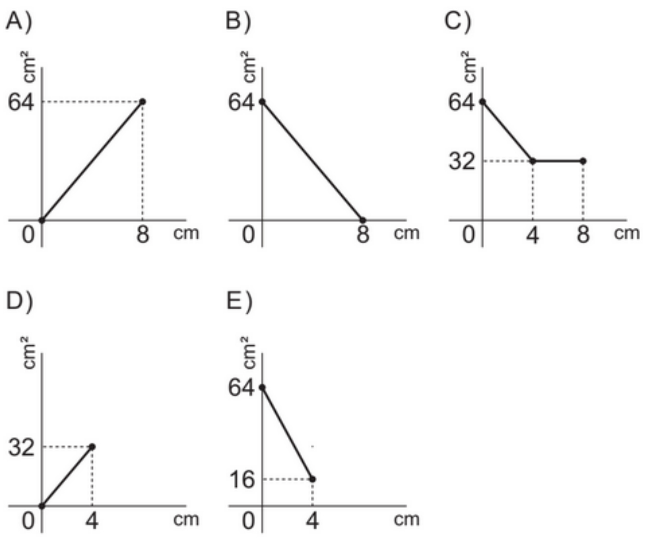
12. (OBMEP - 2012) A figura mostra um trapézio ABCD de bases AB e CD; o ponto E é o ponto de encontro de suas diagonais. Os triângulos ABE e CDE têm áreas a e b, respectivamente. Qual é a área do trapézio?

A) $2\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$
B) $\frac{3}{2}(a+b)$
C) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$
D) $2(a+b)$
E) $\sqrt{ab}$

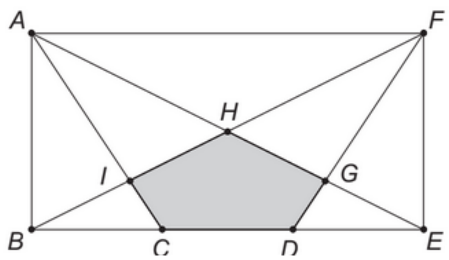


13. (OBMEP - 2019) O quadrado ABCD tem 8 cm de lado. O ponto P, no interior do quadrado, é tal que a área do triângulo APD é o dobro da área do triângulo ABP. Seja x a distância, em centímetros, do ponto P ao lado AB. Qual é o gráfico da área da região destacada em cinza em função de x?





14. (OBMEP - 2016) Na figura, ABEF é um retângulo e BC = CD = DE.
Qual é a razão entre as áreas do pentágono CDGHI e do retângulo ABEF?



A) $\frac{2}{15}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{1}{8}$

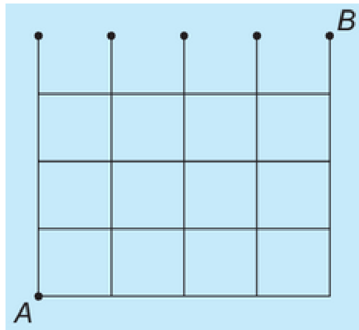
D) $\frac{3}{10}$

E) $\frac{1}{12}$

15. (OBMEP - 2015) Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?
A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

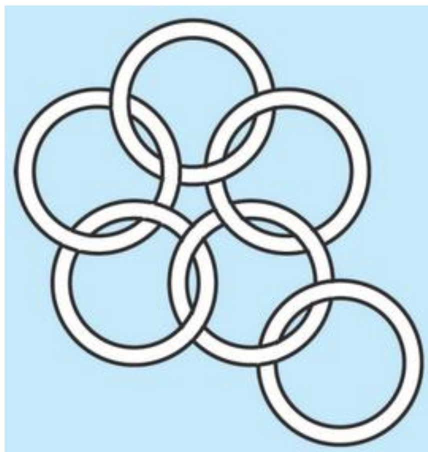
16. (OBMEP - 2012) 16. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
B) Pedro é marido de Cláudia.
C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.
E) Vitor é marido de Bianca.

17. (OBMEP - 2019) Uma formiga caminha pela grade abaixo, podendo se mover apenas para a direita ou para cima. Se tiver duas opções para se mover, ela escolhe uma ao acaso, com probabilidade 1/2. Qual é a probabilidade de que a formiga comece no ponto A e termine no ponto B?



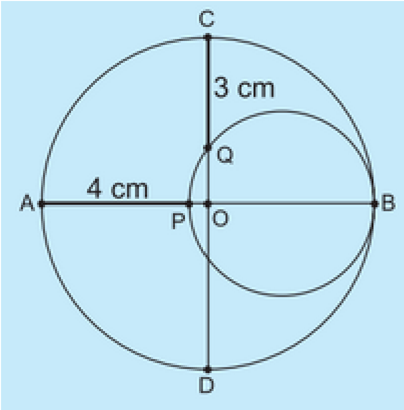
A) 1/5
B) 1/32
C) 1/2
D) 1/10
E) 1/8

18. (OBMEP - 2016) O símbolo proposto para os Jogos Escolares de Quixajuba é formado por seis anéis entrelaçados como na figura. Cada um dos anéis deve ser pintado com uma das três cores da bandeira da cidade (azul, verde ou rosa), de modo que quaisquer dois anéis entrelaçados tenham cores diferentes. Quantas são as maneiras de pintar esse símbolo?



A) 24
B) 36
C) 48
D) 60
E) 72

19. (OBMEP - 2013) Duas circunferências são tangentes internamente, como na figura. Os segmentos AB e CD são perpendiculares e o ponto O é o centro da circunferência maior. Os segmentos AP e CQ medem, respectivamente, 4 e 3 centímetros. Qual é a medida do raio do círculo menor?



A) 2,25 cm
B) 2,5 cm
C) 2,75 cm
D) 3 cm
E) 3,5 cm

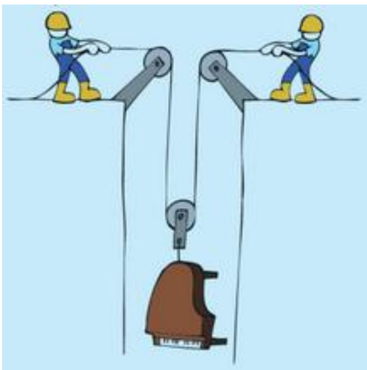
---

20. (OBMEP - 2012) Pedro vai participar de um programa de prêmios em que há uma urna contendo quatro bolas com valores diferentes e desconhecidos por ele, que serão sorteadas uma a uma até que ele decida ficar com uma delas. Ele observa o valor das duas primeiras bolas sorteadas e as descarta. Se o valor da terceira bola sorteada for maior que os das duas primeiras, ele ficará com ela e, caso contrário, ficará com a bola que restou. Qual é a probabilidade de Pedro ficar com a bola de maior valor?
A) 1/4
B) 1/3
C) 3/8
D) 5/12
E) 1/2

B.5 Simulado V

1.(OBMEP -2011) A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?

A) 15
B) 20
C) 25
D) 30
E) 40



---

2. (OBMEP - 2010) Para qual valor de x a igualdade

$$3-\frac{6}{4-\frac{8}{1+x}}=0$$

é verdadeira?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

---

3. (OBMEP - 2009) Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal $*$. Ela funciona assim:

$$a * b = (a + 1) \times (b - 1)$$

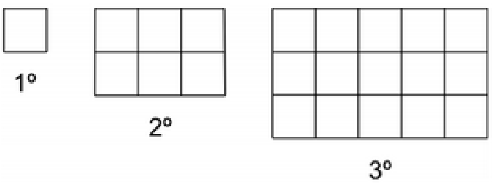
Por exemplo, $3 * 5 = (3 + 1) \times (5 - 1) = 16$. Se a e b são inteiros positivos tais que $a * b = 24$ e $b * a = 30$, quanto vale a + b?

A) 11
B) 12
C) 15
D) 16
E) 18

---

4. (OBMEP - 2008) Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma sequência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa sequência. Qual é o perímetro do 100o retângulo dessa sequência?

(A) 402 cm
(B) 472 cm
(C) 512 cm
(D) 598 cm
(E) 634 cm



---

5. (OBMEP - 2007)
A mãe de César deu a ele as seguintes instruções para fazer um bolo:

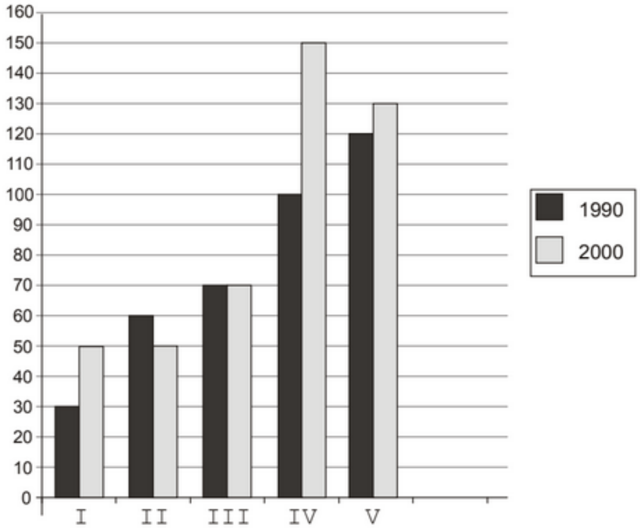
- se colocar ovos, não coloque creme.
- se colocar leite, não coloque laranja.
- se não colocar creme, não coloque leite.

Seguindo essas instruções, César pode fazer um bolo com:

A) ovos e leite, mas sem creme.
B) creme, laranja e leite, mas sem ovos.
C) ovos e creme, mas sem laranja.
D) ovos e laranja, mas sem leite e sem creme.
E) leite e laranja, mas sem creme.

---

6. (OBMEP - 2006) No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150 000 habitantes.



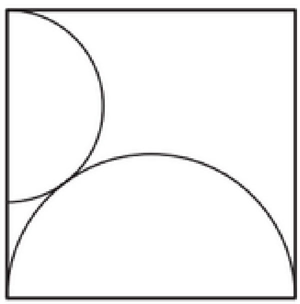
Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?

A) I
B) II
C) III
D) IV
E) V

---

7. (OBMEP - 2011) Na figura, os dois semicírculos são tangentes e o lado do quadrado mede 36 cm. Qual é o raio do semicírculo menor?

A) 8 cm
B) 9 cm
C) 10 cm
D) 11 cm
E) 12 cm

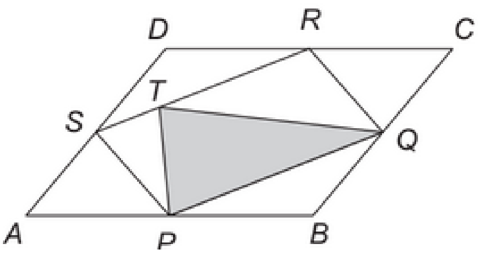


8. (OBMEP - 2010) João vai de bicicleta ao encontro de sua namorada Maria. Para chegar na hora marcada, ele deve sair às 8 horas e pedalar a 10 km/h ou sair às 9 horas e pedalar a 15 km/h. A que horas é o encontro dos namorados?

A) 10h
B) 10h30min
C) 11h
D) 11h30min
E) 12h

9. (OBMEP - 2009) Na figura, o paralelogramo ABCD tem área 40 cm^2.Os pontos P, Q, R, S são pontos médios dos lados do paralelogramo e T está no segmento RS. Qual é a área do triângulo PQT?

A) 10 cm^2
B) 12 cm^2
C) 14 cm^2
D) 16 cm^2
E) 18 cm^2



10. (OBMEP - 2008) Pedrinho preencheu a tabela com números inteiros de forma que em cada linha, coluna ou diagonal, o número do meio é a média aritmética dos outros dois. Qual é a soma dos números que apareceram nas casas em cinza?

(A) 16
(B) 17
(C) 18
(D) 19
(E) 20

	7	
9		
		20

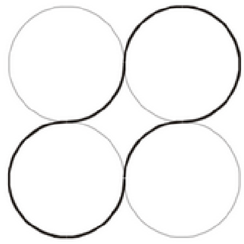
11. (OBMEP - 2007)

Manuela quer pintar as quatro paredes de seu quarto usando as cores azul, rosa, verde e branco, cada parede de uma cor diferente. Ela não quer que as paredes azul e rosa fiquem de frente uma para a outra. De quantas maneiras diferentes ela pode pintar seu quarto?

A) 8
B) 16
C) 18
D) 20
E) 24

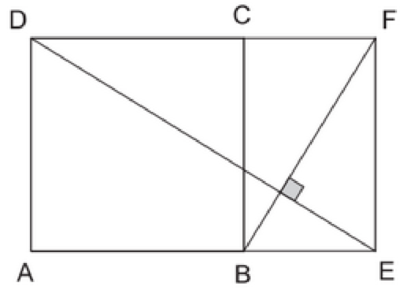
12. (OBMEP - 2006) Na figura os quatro círculos são tangentes e seus centros são vértices de um quadrado de lado 4 cm. Qual é o comprimento, em centímetros, da linha destacada?

A) 2π
B) 4π
C) 6π
D) 8π
E) 10π



13. (OBMEP - 2011) Na figura, AEFD é um retângulo, ABCD é um quadrado cujo lado mede 1 cm e os segmentos BF e DE são perpendiculares. Qual é a medida, em centímetros, do segmento AE?

A) $\sqrt{2}$
B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C) 2
D) $\frac{8}{5}$
E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$



14. (OBMEP - 2010) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

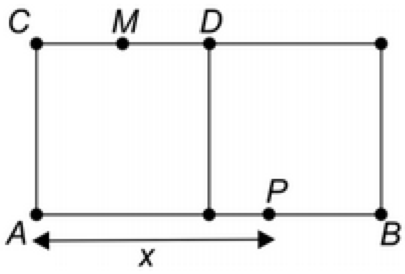
A) 3/5
B) 5/9
C) 1/2
D) 2/3
E) 3/4

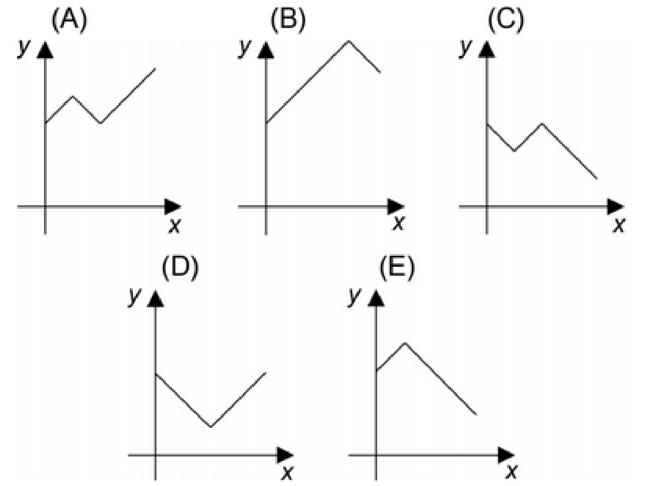
15. (OBMEP - 2009) Luciana tem três canetas pretas e três vermelhas. Ontem ela pegou, ao acaso, uma dessas canetas e colocou-a na bolsa. Hoje ela colocou uma caneta preta na bolsa. Se ela retirar uma dessas duas canetas da bolsa, sem olhar, qual a probabilidade de essa caneta ser preta?

A) 1/2
B) 2/3
C) 3/5
D) 3/4
E) 4/7

16. (OBMEP - 2008) Na figura vemos dois quadrados, sendo M o ponto médio de CD. Uma formiguinha parte de um ponto qualquer P do segmento AB e quer chegar

ao ponto M andando apenas sobre os lados dos quadrados pelo menor caminho possível. Qual dos gráficos abaixo melhor representa a distância y que a formiguinha vai percorrer em função da distância x = AP ?

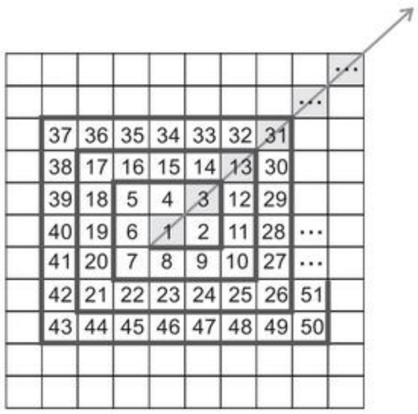




17. (OBMEP - 2007)

Paula escreveu os números 1, 2, 3, ... em uma folha de papel quadriculado de acordo com o padrão indicado abaixo. Os números que aparecem ao longo da flecha formam a seqüência 1, 3, 13, 31, ... Qual é o 30º termo dessa seqüência?

A) 3301
B) 3303
C) 3307
D) 3309
E) 3313



18. (OBMEP - 2006) No dia de seu aniversário em 2006, o avô de Júlia disse a ela: “Eu nasci no ano x^2 e completei x anos em 1980. Quantos anos eu completo hoje?”.

A resposta certa é:

A) 61
B) 64
C) 67
D) 70
E) 72

19. (Banco de Questões OBMEP – 2020)(Adaptada) Qual valor de x pode assumir satisfazendo a igualdade:

$$\frac{x+\sqrt{x+1}}{x-\sqrt{x+1}}=\frac{11}{5}$$

A) 6
B) 7
C) 8
D) 9
E) 0

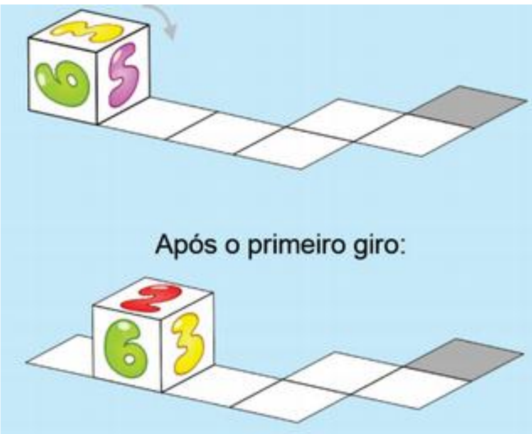
20. (OBMEP - 2006) O número abcde tem cinco algarismos distintos e diferentes de zero, cada um deles representado por uma das letras a, b, c, d, e. Multiplicando-se este número por 4 obtém-se número de cinco algarismos edcba. Qual o valor de a + b + c + d + e?

A) 22
B) 23
C) 24
D) 25
E) 27

B.6 Simulado VI

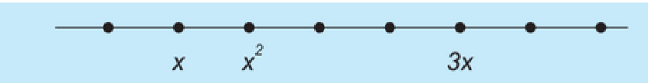
1.(OBMEP -2016) A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



---

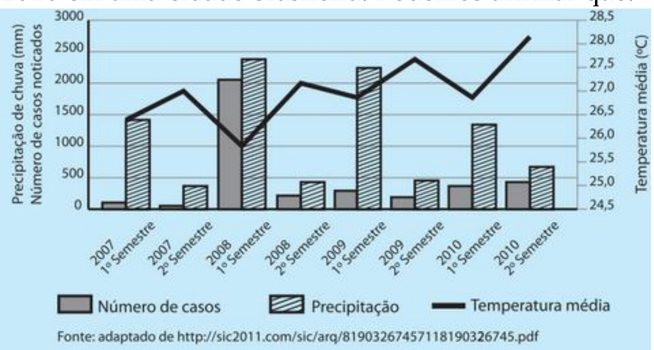
2. (OBMEP - 2015) Na reta abaixo, a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma. Qual é o valor dessa distância?



A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) 1

---

3. (OBMEP - 2013) O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:



A) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com o maior número de casos de dengue notificados.
B) O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
C) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.
D) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.
E) Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificados.

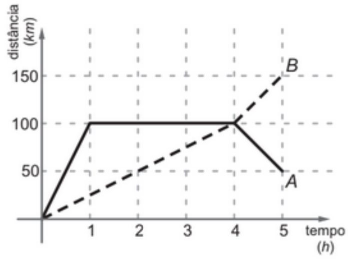
---

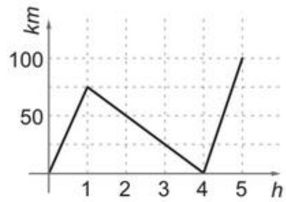
4. (OBMEP - 2014) Guilherme precisa chegar em 5 minutos ao aeroporto, que fica a 5 km de sua casa. Se nos 2 primeiros minutos seu carro andar a uma velocidade média de 90 km/h, qual é a menor velocidade média que ele terá que desenvolver nos próximos 3 minutos para não chegar atrasado ao aeroporto?

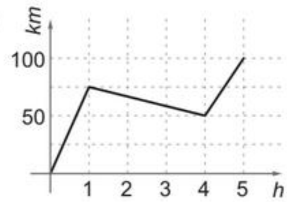
A) 35 km/h
B) 40 km/h
C) 45 km/h
D) 50 km/h
E) 60 km/h

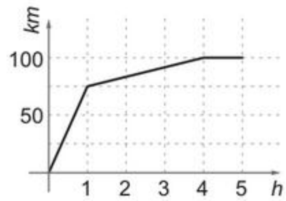
---

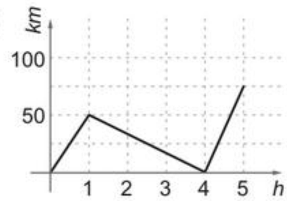
5. (OBMEP - 2012) Dois carros A e B partem de Quixajuba, ao mesmo tempo, pela estrada que vai para Pirajuba. No gráfico ao lado, a linha contínua e a linha pontilhada representam, respectivamente, a distância de A e B a Quixajuba, ao longo da estrada, em função do tempo. Qual dos gráficos abaixo representa a distância entre os dois carros, ao longo da estrada, em função do tempo?

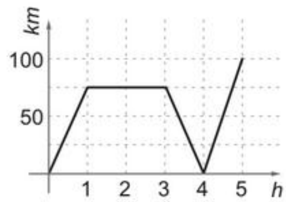


A)


B)


C)


D)


E)


---

6. (OBMEP - 2011) Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 40 cm. O pedaço de papel que sobrou

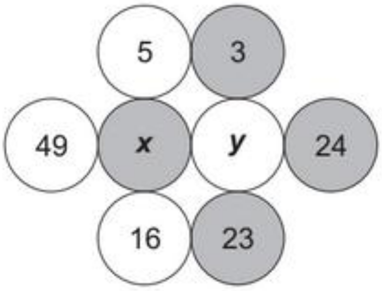
tem 68% da área da folha original. Qual é a largura das tiras?

A) 1 cm
B) 2 cm
C) 3 cm
D) 4 cm
E) 5 cm

---

7. (OBMEP - 2010) Na figura, x é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos claros e y é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos escuros. Qual é o valor de x – y?

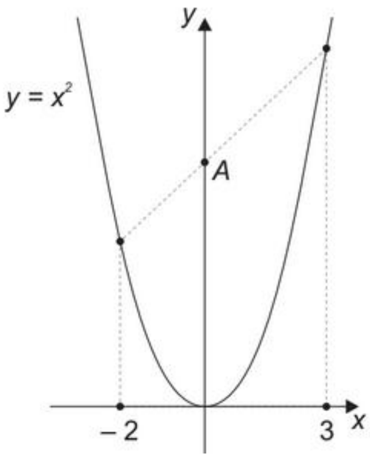
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4



---

8. (OBMEP - 2018) A figura mostra o gráfico da função definida por $y = x^2$.O ponto A tem coordenadas (0, p). Qual é o valor de p?

A) 5
B) 5,5
C) 6
D) 6,25
E) 6,5



---

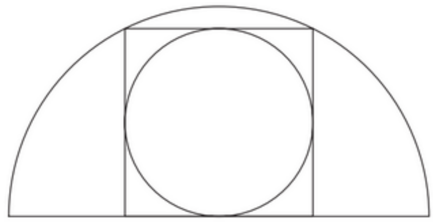
9. (OBMEP - 2017) A maior potência de 2 que divide o produto1 × 2 × ... × 2023 × 2024 é 2^{2017}. Qual é a maior potência de 2 que divide o produto 1 × 2 × ... × 4047 × 4048 ?

A) 2^{2018}
B) 2^{4034}
C) 2^{4041}
D) 2^{6051}
E) 2^{8068}

---

10. (OBMEP - 2016) O quadrado da figura está inscrito no semicírculo e o círculo está inscrito no quadrado. O círculo tem área igual a 10 cm^2. Qual é a área do semicírculo?

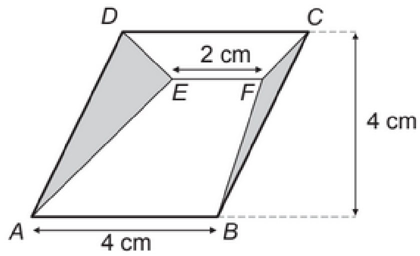
A) 25 cm^2
B) 30 cm^2
C) 35 cm^2
D) 40 cm^2
E) 45 cm^2



---

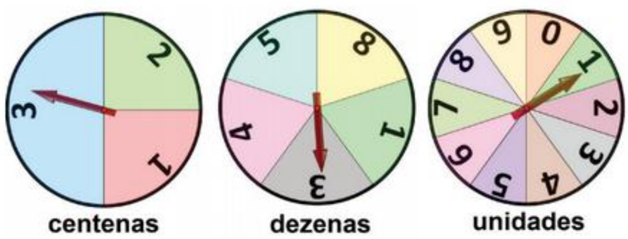
11. (OBMEP - 2009) Na figura, ABCD é um paralelogramo e o segmento EF é paralelo a AB. Qual é a soma das áreas dos triângulos cinzentos?

A) 2 cm^2
B) 4 cm^2
C) 6 cm^2
D) 8 cm^2
E) 10 cm^2



---

12. (OBMEP - 2015) Na figura, o círculo das centenas está dividido em três setores, um semicircular e outros dois de mesma área. Cada um dos outros dois círculos está dividido em setores de mesma área. As setas nesses círculos, quando giradas, param ao acaso em algum setor, determinando um número de três algarismos. Por exemplo, na figura elas determinaram o número 331.



Qual é a probabilidade de que o número determinado pelas setas, após serem giradas, seja maior do que 260?

A) 45%
B) 55%
C) 60%
D) 65%
E) 70%

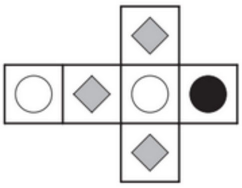
---

13. (OBMEP - 2014) Em uma orquestra de cordas, sopro e percussão, 23 pessoas tocam instrumentos de corda, 18 tocam instrumentos de sopro e 12 tocam instrumentos de percussão. Nenhum de seus componentes toca os três tipos de instrumentos, mas 10 tocam instrumentos de corda e sopro, 6 tocam instrumentos de corda e percussão e alguns tocam

instrumentos de sopro e percussão. No mínimo, quantos componentes há nessa orquestra?

A) 31
B) 33
C) 43
D) 47
E) 53

14. (OBMEP - 2013) Um dado foi construído usando a planificação da figura. Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?



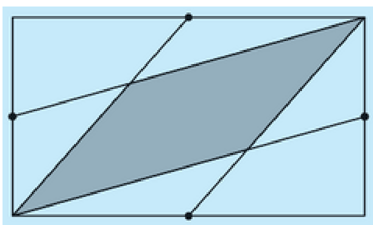
A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{11}{18}$
C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{5}{6}$
E) $\frac{31}{36}$

15. (OBMEP - 2012) Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.

16. (OBMEP - 2011) A figura mostra um retângulo de área 42 cm^2 com os pontos médios dos lados em destaque. Qual é a área, em cm^2, da região cinza?

A) 8
B) 10
C) 12
D) 14
E) 16



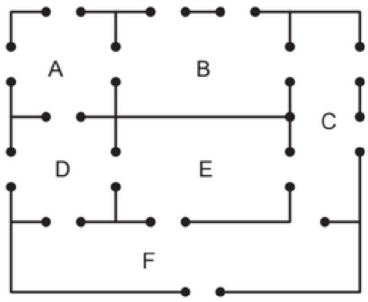
17. (OBMEP - 2010)

Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

A) 20
B) 32
C) 60
D) 72
E) 120

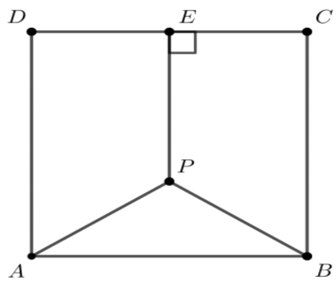
18. (OBMEP - 2009) A figura mostra a planta de uma escola que tem seis salas, indicadas pelas letras de A até F. Joãozinho entrou na escola, percorreu todas as salas e foi embora, tendo passado exatamente duas vezes por uma das portas e uma única vez por cada uma das outras. A porta pela qual Joãozinho passou duas vezes liga:

A) as salas A e B.
B) as salas C e E.
C) as salas E e F.
D) a sala D e o lado de fora da escola.
E) a sala F e o lado de fora da escola.



19. (Banco de Questões OBMEP – 2020) (Adaptada) Seja ABCD um quadrado de lado 28cm. Seja P um ponto interior ao quadrado e E um ponto no lado CD tal que PE é perpendicular a CD. Além disso, AP Æ BP Æ PE. Qual é o comprimento de AP em cm.

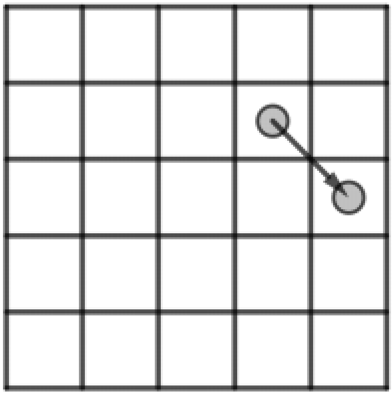
A) 28
B) 17,5
C) 14
D) 15,5
E) 20



20. (Banco de Questões OBMEP – 2020) (Adaptada) Em um tabuleiro 5£5, cada quadradinho possui uma peça em seu centro. O único movimento permitido para uma dessas peças é se deslocar para um quadradinho que compartilhe exatamente um vértice com o quadradinho em que ela está, como indicado na figura abaixo. Tanto é possível que várias peças ocupem um mesmo quadradinho quanto que um quadradinho fique vazio. Em um dado momento, todas as peças serão

movidas simultaneamente. Qual o número mínimo de quadradinhos vazios que poderão ser encontrados após Esse momento?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



B.7 Simulado VII

1.(OMRN -2017) Podemos afirmar que a expressão $\sqrt{1+2014\sqrt{1+2015\sqrt{1+2016\cdot 2018}}}$ é igual a:

A) 2015
B) 2016
C) 2017
D) 2018
E) 2019

2. (OMRN - 2018) Seja f uma função tal que para todo número real x

$$\begin{cases} f(x)+f(1-x)=10 & (I) \\ f(1+x)=4+f(x) & (II) \end{cases}$$

O valor de f(2018) + f(-2018) é:
A) 10
B) 6
C) 90
D) 1000
E) 9

3. (OMRN - 2018) Numa prova de Matemática, a média dos alunos que estudaram bastante foi de 9,0 e a média daqueles estudantes que não tinham estudado muito foi de 4,0. Se a média da sala toda foi de 8,5, o percentual da sala que não estudou muito foi:
A) 10%
B) 15%
C) 20%
D) 60%
E) 50%

4. (OBMEP - 2018) Alice colocou um litro (1000 cm^3) de água em uma jarra e mediu o nível da água. Depois ela colocou um objeto maciço de prata na jarra e mediu novamente o nível da água, conforme a figura. A massa de um centímetro cúbico de prata é 10,5 gramas. Qual é a massa desse objeto?

A) 1050 g
B) 1500 g
C) 1800 g
D) 2100 g
E) 3000 g

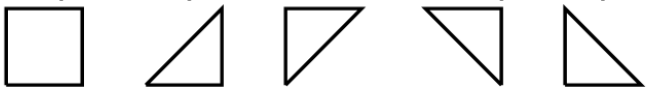
5. (OMRN - 2019) Seja K = 9+99+999+9999+...+ $\underbrace{9999\ldots99}_{321\text{ dígitos}}$.
A soma dos dígitos de K é igual a:
A) 321
B) 322
C) 341
D) 342
E) 642

6. (OBMEP - 2018) Na igualdade $(EU)^2$ = MEU, as letras E, M e U representam algarismos não nulos. Nessa expressão, EU é um número de dois algarismos, e MEU é um número de três algarismos. Qual é o valor de
M + E + U?
A) 10
B) 11
C) 12
D) 13
E) 14

7. (OBMEP - 2016) Numa corrida de 2 000 metros, André, Bento e Carlos correram com velocidades constantes. André chegou em primeiro lugar, 200 metros à frente de Bento e 290 metros à frente de Carlos. Quando Bento cruzou a linha de chegada, quantos metros ele estava à frente de Carlos?

A) 80
B) 85
C) 90
D) 95
E) 100

8. (OMRN - 2017) Lídia, unindo-se alguns vértices de um quadrado por segmentos de reta, pode formar quatro triângulos retângulos, conforme ilustra a figura a seguir:



Ligando por segmentos alguns dos vértices de um polígono regular de 18 lados, o maior número de triângulos retângulos que Lídia poderia formar é:
A) 156
B) 107
C) 949
D) 132
E) 144

9. (OMRN - 2017) Depois de uma pequena discussão, Débora, Marina e Lídia seguiram cada uma o seu caminho, em direções de 120º uma com a outra. Suas velocidades constantes estavam na razão 1 : 2 : 4. Após a saída, em qualquer instante, suas posições são os vértices de um triângulo:
A) acutângulo
B) retângulo isósceles
C) obtusângulo

D) retângulo

E) cujas medidas dos lados são proporcionais a 1, $\sqrt{2}$ e $2\sqrt{3}$

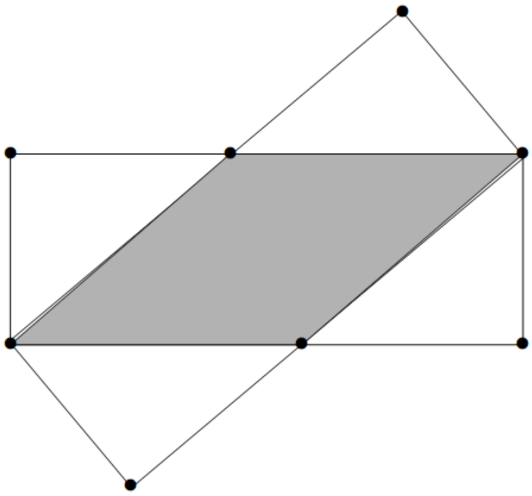
---

10. (OBMEP - 2018) Um estacionamento tem 10 vagas, uma ao lado da outra, inicialmente todas livres. Um carro preto e um carro rosa chegam a esse estacionamento. De quantas maneiras diferentes esses carros podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles?

A) 56
B) 70
C) 71
D) 72
E) 80

---

11. (OMRN - 2018) Duas folhas de papel retangulares, ambas medindo 7cm x 3cm, são colocadas uma sobre a outra como mostra a Figura a seguir.



Se a área da região hachurada é **S**, então o valor de 140 X **S** é igual a:
A) 1740
B) 2610
C) 2000
D) 2180
E) 1600

---

12. (OMRN - 2019) Se b e c são números inteiros tais que $x=\sqrt{19}+\sqrt{98}$ é uma raiz da equação $x^4+bx^2+c=0$, podemos afirmar que b+c é igual a:
A) 6007
B) 5907
C) 3337
D) 4557
E) 6777

---

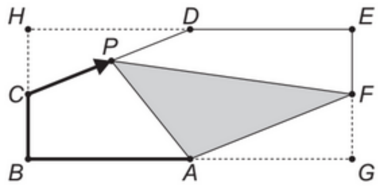
13. (OMRN - 2017) Um professor de Matemática escreve no quadro negro treze números inteiros, sendo que pelo menos três deles são positivos. Entre os 78 produtos possíveis dos números dois a dois, existem exatamente 22 negativos.
Dentre os 13 números escritos no quadro negro, a quantidade de números negativos é:
A) 10
B) 8
C) 9
D) 7
E) 2

---

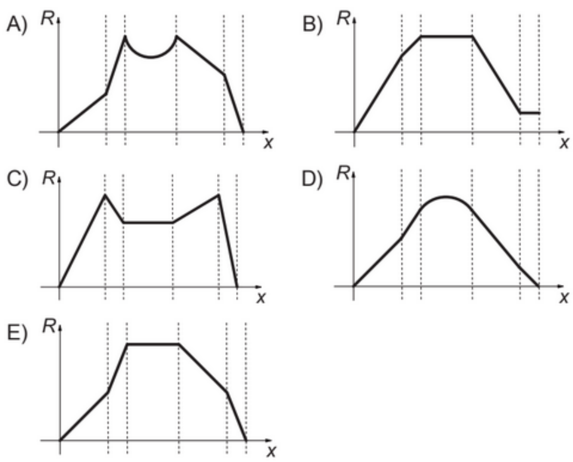
14. (OMRN - 2018) Arruma-se uma coleção de 2016 bolas em linhas formando um triângulo, com uma bola na primeira linha, duas bolas na segunda, três bolas na terceira, etc. Removem-se todas as linhas com um número par de bolas.
Ao final, podemos afirmar que a quantidade de bolas restantes é:
A) 2018
B) 2048
C) 512
D) 1024
E) 256

---

15. (OBMEP - 2017) Na figura abaixo, BHEG é um retângulo com BG>BH, e A, C, D, F são pontos médios de seus respectivos lados. Um ponto P desloca-se ao longo da poligonal ABCDEF, partindo de A até o ponto F.



Qual é o gráfico que melhor representa a área R(x) do triângulo APF em função da distância x percorrida pelo ponto P ao longo dessa poligonal?



16. (OBMEP - 2016) A professora decidiu premiar, por sorteio, dois dentre os 20 alunos da turma de João. Para o sorteio, 20 bolas com os números dos alunos foram colocadas em uma caixa. A primeira bola sorteada pela professora caiu no chão e se perdeu, sem que ninguém visse seu número. Ela decidiu fazer o sorteio com as bolas restantes. Qual é a probabilidade de que João tenha sido um dos dois alunos sorteados?

A) $\frac{1}{10}$

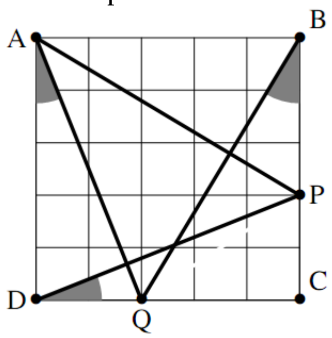
B) $\frac{2}{19}$

C) $\frac{19}{200}$

D) $\frac{39}{380}$

E) $\frac{37}{342}$

17. (OMRN - 2018) No desenho abaixo, temos um tabuleiro 5x5, onde cada casa é um quadradinho de lado com comprimento 1m.



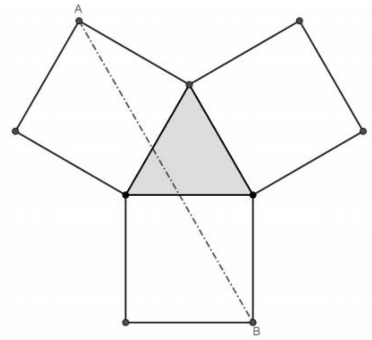
A soma dos ângulos ∠QAP + ∠QBP + ∠QAD é:

A) 90º
B) 80º
C) 75º
D) 70º
E) 60º

18. (OBMEP - 2015) Três amigas foram a uma livraria com seus namorados. Coincidentemente, cada pessoa pagou, por livro, um preço em reais igual à quantidade de livros que comprou. Além disso, cada mulher gastou 32 reais a mais que seu respectivo namorado. Ao final das compras, as mulheres compraram, ao todo, oito livros a mais que os homens. Quantos livros foram comprados no total?

A) 32
B) 36
C) 40
D) 44
E) 48

19. (OMRN – 2019) Um triângulo equilátero tem lado 6. Sobre cada um dos seus lados foi construído um quadrado, conforme ilustra a figura abaixo:



A distância entre os vértices A e B é

A) $4\sqrt{6+2\sqrt{3}}$
B) $6\sqrt{4+3\sqrt{2}}$
C) $3\sqrt{4+2\sqrt{6}}$
D) $6\sqrt{4+2\sqrt{3}}$
E) $2\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

20. (OBMEP – 2018) Em um quadrilátero ABCD, os lados AB e CD não são paralelos, e suas medidas são iguais a 2 cm e 12 cm, respectivamente. Dentre as opções abaixo, qual é a única que pode representar a medida do segmento que une os pontos médios dos lados AD e BC?

A) 4,5 cm
B) 5,0 cm
C) 6,5 cm
D) 7,0 cm
E) 7,5 cm

B.8 Simulado VIII

1.(OBMEP) Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	Consumo	Frequência
Lavar roupa	150 litros por lavagem	1 vez ao dia
Tomar um banho de 15 minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez na semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

A) 1010
B) 1110
C) 1210
D) 1211
E) 1310

2. (OBMEP) Para qual valor de x a igualdade é verdadeira?

$$3-\frac{6}{4-\frac{8}{1+x}}=0$$

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

3. (OBMEP) Júlio escreveu todos os números de 1 a 1000. Depois ele apagou o número 3 e, em ordem crescente, prosseguiu apagando os números que eram soma de dois números não apagados. Quantos números restaram quando Júlio terminou a tarefa?

A) 333
B) 335
C) 337
D) 340
E) 345

4. (OBMEP) Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzínthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminense	2

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

5. (OBMEP) Na figura ao lado, ABCD e EFGC são quadrados de áreas R e S, respectivamente. Qual é a área da região cinza?

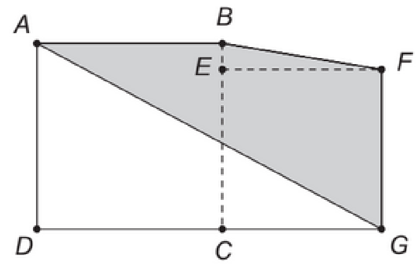
A) $\frac{R+S}{2}$

B) $\frac{R-S}{2}$

C) $\frac{RS}{2}$

D) $\sqrt{RS}$

E) $\sqrt{R^2+S^2}$



6. (OBMEP) A figura mostra quatro circunferências, todas de comprimento 1 e tangentes nos pontos indicados. Qual é a soma dos comprimentos dos arcos destacados em vermelho?

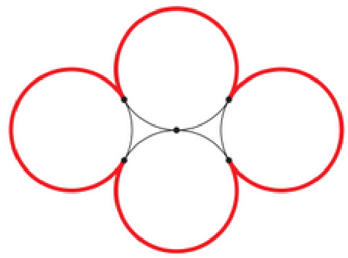
A) $\frac{3}{2}$

B) 2

C) $\frac{9}{4}$

D) $\frac{8}{3}$

E) 3



7. (OBMEP) Se $f(x) = 5x^2 + ax + b$, com $a \neq b$, $f(a) = b$ e $f(b) = a$, qual é o valor de **a + b** ?

A) -5

B) $-\frac{1}{5}$

C) 0

D) $\frac{1}{5}$

E) 5

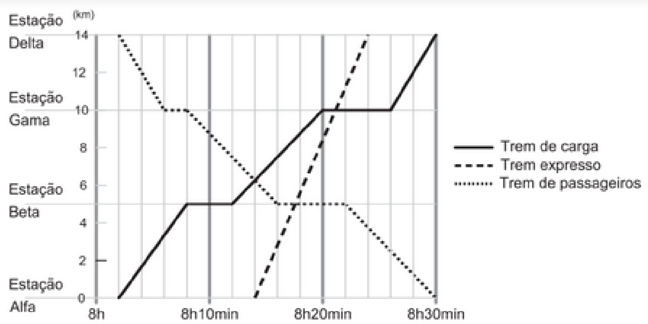
8. (OBMEP) Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.

• Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”

• Eduardo diz: "O culpado é uma menina."
• Por fim, Daniela diz: "Se Bruno é culpado então Cecília é inocente."
Quem comeu os biscoitos?

A) Ana
B) Bruno
C) Cecília
D) Daniela
E) Eduardo

9. (OBMEP) O gráfico mostra a operação de três trens na cidade de Quixajuba de 8h às 8h30min. O eixo horizontal mostra o horário e o eixo vertical mostra a distância a partir da Estação Alfa. Qual das alternativas é correta?



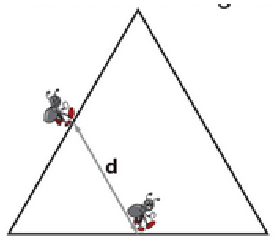
A) O trem de passageiros leva 6 minutos para ir da Estação Beta à Estação Alfa.
B) O trem expresso para na Estação Beta.
C) Entre as Estações Alfa e Beta, o trem de carga é mais rápido que o trem expresso.
D) O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado.
E) O trem de passageiros para 10 minutos na Estação Beta.

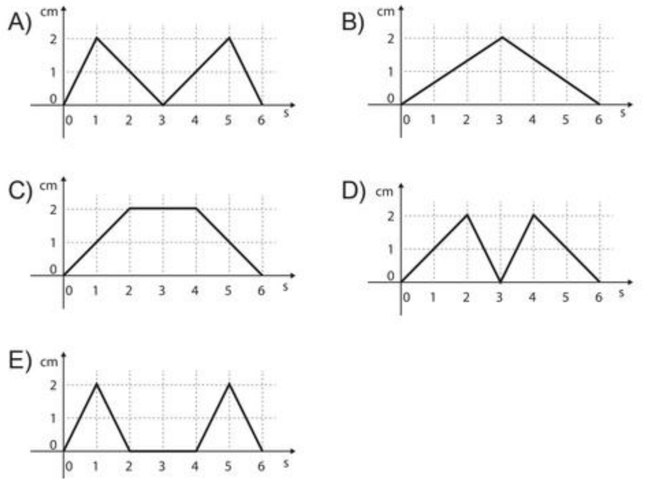
10. (OBMEP) Duas formiguinhas andam em sentidos contrários sobre uma circunferência. Enquanto uma delas dá nove voltas na circunferência, a outra dá seis. Em quantos pontos distintos da circunferência elas se cruzam?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

11. (OBMEP) Um grupo de crianças quer comprar pizzas com 12 pedaços cada uma. Três pizzas não são sufi cientes para que cada menino coma 7 pedaços e cada menina coma 2 pedaços. Por outro lado, quatro pizzas são sufi cientes para que cada menino coma 8 pedaços, cada menina coma 4 pedaços e ainda sobrem pedaços. Quantas crianças há no grupo?
A) 9
B) 8
C) 7
D) 6
E) 4

12. (OBMEP) Duas formiguinhas partiram ao mesmo tempo e em direções diferentes de um mesmo vértice de um triângulo equilátero de lado 2 cm. Elas andaram sobre os lados do triângulo à velocidade de 1 cm/s, até retornar ao vértice inicial. Qual dos gráficos abaixo descreve a distância **d** entre as duas formiguinhas em função do tempo?





13. (OBMEP) Para fazer várias blusas iguais, uma costureira gastou R$ 2,99 para comprar botões de 4 centavos e laços de 7 centavos. Ela usou todos os botões e laços que comprou. Quantas blusas ela fez?
A) 2
B) 5
C) 10
D) 13
E) 23

14. (OBMEP) Na cidade de Isabel e Talia, o preço de uma corrida de táxi, registrado no taxímetro, é calculado multiplicando-se um certo valor pelo número de quilômetros percorridos, acrescentando-se R$ 4,00 a esse total. O taxímetro sempre inicia a corrida marcando esses R$ 4,00. Elas pegaram um mesmo táxi e combinaram dividir o valor total da corrida de forma proporcional à distância que cada uma percorreria. Quando o taxímetro marcava R$ 28,00, Isabel desceu sem pagar nada. O táxi prosseguiu com Talia, que pagou no final o valor de R$ 44,00 registrado no taxímetro, correspondente a todo o percurso. Quanto Talia deve receber de Isabel?
A) R$ 4,00
B) R$ 9,00

C) R$ 13,50
D) R$ 14,00
E) R$ 16,50

15. (OBMEP) Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

16. (OBMEP) João tem 148 copos dispostos em fila, cada um contendo um grão de feijão. Em etapas, João reduz a quantidade de copos da fila da seguinte maneira:

• se em uma etapa a quantidade de copos for par, ele coloca os feijões do último copo no primeiro, do penúltimo no segundo, do antepenúltimo no terceiro e assim por diante, descartando os copos vazios;

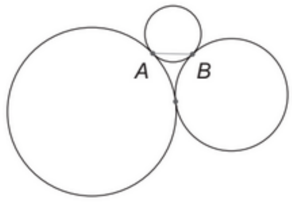
• se em uma etapa a quantidade de copos for ímpar, ele coloca os feijões do último copo no segundo, do penúltimo no terceiro, do antepenúltimo no quarto e assim por diante, também descartando os copos vazios.

Quando a fila se reduzir a dois copos, quantos feijões estarão no primeiro copo?
A) 4
B) 10
C) 16
D) 20
E) 36

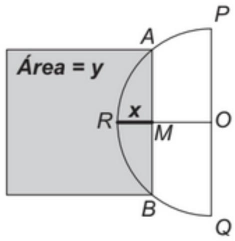
17. (OBMEP) Quantos são os números naturais **n** tais que $\dfrac{5n-12}{n-8}$ é também um número natural?
A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

18. (OBMEP) A figura mostra três circunferências de raios 1, 2 e 3, tangentes duas a duas nos pontos destacados. Qual é o comprimento do segmento **AB**?

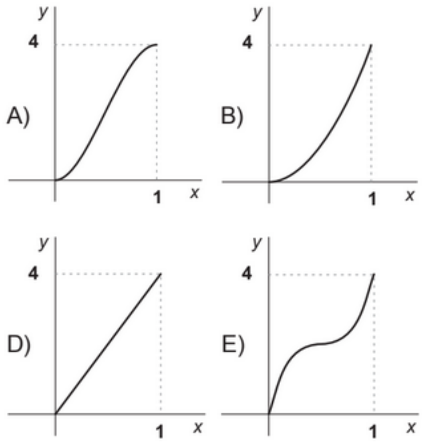
A) 1
B) $\sqrt{2}$
C) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
D) $\dfrac{3}{2}$
E) $\sqrt{3}$



19. (OBMEP) O semicírculo da figura tem centro O e diâmetro PQ = 2 cm. O raio OR é perpendicular a PQ. Por um ponto qualquer M de OR traça-se a corda AB perpendicular a OR.

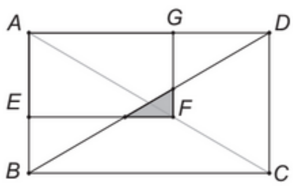


Sejam x o comprimento de RM, em cm, e y a área do quadrado de lado AB, em cm^2. Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre x e y?



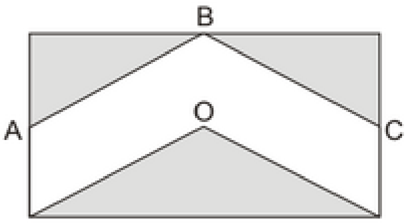
20. (OBMEP)
Na figura, *ABCD* e *AEFG* são retângulos e o ponto *F* pertence à diagonal *AC*. A área do triângulo cinza é igual a $\dfrac{1}{18}$ da área do retângulo *AEFG*. Qual é o valor de $\dfrac{AF}{AC}$?

A) $\dfrac{3}{5}$
B) $\dfrac{3}{8}$
C) $\dfrac{8}{13}$
D) $\dfrac{11}{18}$
E) $\dfrac{3}{4}$



B.9 Simulado IX

1.(OBMEP) No retângulo ao lado, A, B e C são pontos médios de seus lados e O é o ponto de encontro de suas diagonais. A área da região sombreada é:



(A) $\frac{1}{4}$ da área do retângulo.

(B) $\frac{1}{3}$ da área do retângulo.

(C) $\frac{1}{2}$ da área do retângulo.

(D) $\frac{3}{5}$ da área do retângulo.

(E) $\frac{2}{3}$ da área do retângulo.

---

2. (OBMEP)

Qual dos seguintes números está mais próximo de 1?

A) $1+\frac{1}{2}$

B) $1-\frac{1}{8}$

C) $1+\frac{1}{5}$

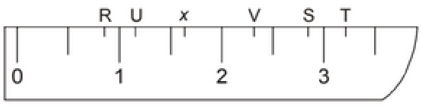
D) $1-\frac{1}{3}$

E) $1+\frac{1}{10}$

---

3. (OBMEP) A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número 2x – 2?

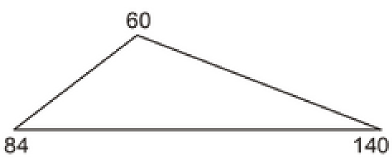
A) R
B) S
C) T
D) U
E) V



---

4. (OBMEP) Os comprimentos dos lados do triângulo da figura são números inteiros. Junto a cada vértice aparece o produto dos comprimentos dos lados a ele adjacentes. Qual é o perímetro do triângulo?

A) 20
B) 24
C) 28
D) 30
E) 34



---

5. (OBMEP)

Qual é a soma dos algarismos do número $1+10+10^2+10^3+\cdots+10^{2004}+10^{2005}+10^{2006}$?

A) 1
B) 10
C) 2 006
D) 2 007
E) 20 060

---

6. (OBMEP) A figura mostra um círculo de área 36 cm^2 sobre o qual estão desenhados quatro triângulos equiláteros com um vértice comum no centro do círculo. Qual é a área da região sombreada?

A) 9 cm^2
B) 12 cm^2
C) 15 cm^2
D) 20 cm^2
E) 24 cm^2

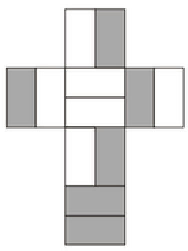
---

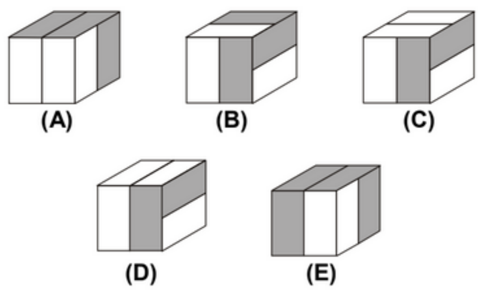
7. (OBMEP) Um trabalho de Matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

A) 43%
B) 54%
C) 58%
D) 75%
E) 86%

---

8. (OBMEP) Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?





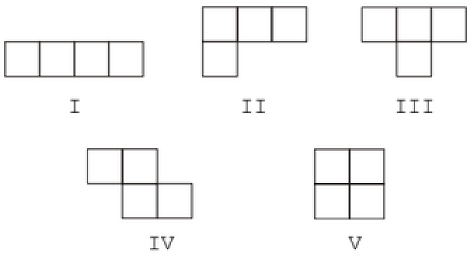
9. (OBMEP) Os termos de uma sequência são formados usando-se apenas os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, como segue:

1º termo: 123454321
2º termo: 12345432123454321
3º termo: 1234543212345432123454321
e assim por diante.

Quantas vezes o algarismo 4 aparece no termo que tem 8001 algarismos?

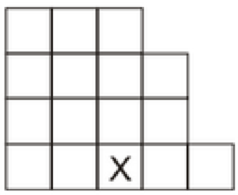
A) 1000
B) 1001
C) 2000
D) 2001
E) 4000

10. (OBMEP)



Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?

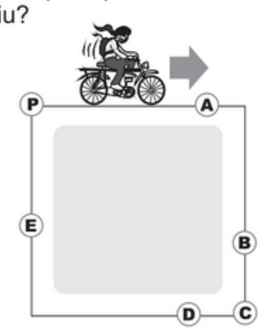
A) I
B) II
C) III
D) IV
E) V



11. (OBMEP)

Sueli resolveu dar cinco voltas em torno de uma praça quadrada. Ela partiu do vértice P, no sentido indicado pela flecha. Faltando $2/7$ do percurso total para completar as cinco voltas, ela caiu e teve que interromper o passeio. Qual ponto indica o lugar em que Sueli caiu?

A) A
B) B
C) C
D) D
E) E



12. (OBMEP)

Qual dos números a seguir está mais próximo de $(0{,}899^2 - 0{,}101^2) \times 0{,}5$?

A) 1
B) 0,9
C) 0,8
D) 0,5
E) 0,4

13. (OBMEP)

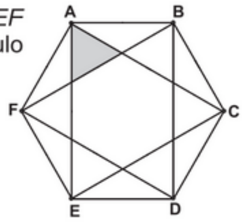
Se $x = y = 2z$ e $xyz = 864$, qual é o valor de $x + y + z$?

A) 18
B) 24
C) 30
D) 32
E) 34

14. (OBMEP)

A área do hexágono regular *ABCDEF* é 45 cm². Qual é a área do triângulo sombreado?

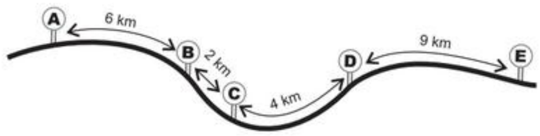
A) 2,0 cm²
B) 2,5 cm²
C) 3,0 cm²
D) 3,5 cm²
E) 4,0 cm²



15. (OBMEP)

José e seus parentes moram em algumas das cidades A, B, C, D e E, indicadas no mapa com as distâncias entre elas. Ele saiu de sua cidade e viajou 13 km para visitar seu tio, depois mais 21 km para visitar sua irmã e, finalmente, mais 12 km para ver sua mãe. Em qual cidade mora a mãe de José?

A) A
B) B
C) C
D) D
E) E



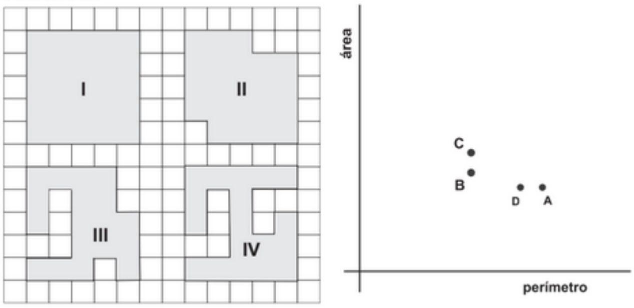
16. (OBMEP)

Turmalinas são pedras semipreciosas cujo valor varia de acordo com o peso; se uma turmalina pesa o dobro de outra, então seu valor é cinco vezes o dessa outra. Zita, sem saber disso, mandou cortar uma turmalina que valia R$1.000,00 em quatro pedras iguais. Quanto ela irá receber se vender os quatro pedaços?

A) R$ 160,00
B) R$ 200,00
C) R$ 250,00
D) R$ 400,00
E) R$ 500,00

17. (OBMEP)

A figura mostra quatro polígonos desenhados em uma folha quadriculada. Para cada uma dessas figuras foi assinalado, no plano cartesiano à direita, o ponto cujas coordenadas horizontal e vertical são, respectivamente, seu perímetro e sua área .



Qual é a correspondência correta entre os polígonos e os pontos?

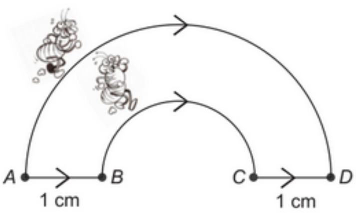
A) I ⟶ A, II ⟶ D, III ⟶ B, IV ⟶ C
B) I ⟶ D, II ⟶ A, III ⟶ C, IV ⟶ A
C) I ⟶ C, II ⟶ B, III ⟶ D, IV ⟶ A
D) I ⟶ C, II ⟶ A, III ⟶ B, IV ⟶ D
E) I ⟶ C, II ⟶ B, III ⟶ A, IV ⟶ D

---

18. (OBMEP)

Duas formigas partem do ponto *A* e vão até o ponto *D*, andando no sentido indicado pelas flechas. A primeira percorre o semicírculo maior; a segunda, o segmento *AB*, o semicírculo menor e o segmento *CD*. Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* estão alinhados e os segmentos *AB* e *CD* medem 1 cm cada um. Quantos centímetros a segunda formiga andou menos que a primeira?

A) 2
B) π
C) $\frac{\pi}{2}$
D) $\pi - 2$
E) 2π

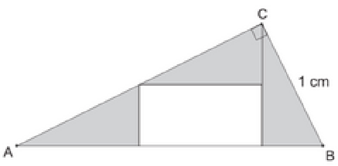


---

19. (OBMEP)

A figura mostra um triângulo retângulo *ABC* e três triângulos retângulos congruentes sombreados. O lado *BC* tem comprimento 1 cm. Qual é o perímetro do triângulo *ABC*, em centímetros?

A) $3+\sqrt{5}$
B) $2+2\sqrt{5}$
C) $5-\sqrt{5}$
D) 5
E) 6



---

20. (OBMEP)

Quantos são os números inteiros *p* tais que $50^3 < 5^p < 50^4$?

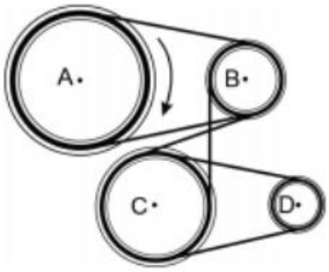
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

B.10 Simulado X

1.(OBMEP) Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

A) 59
B) 60
C) 61
D) 62
E) 63

2. (OBMEP) Os discos A, B, C e D representam polias de diâmetros 8, 4, 6 e 2 cm, respectivamente, unidas por correias que se movimentam sem deslizar. Quando o disco A dá uma volta completa no sentido horário, o que acontece com o disco D?



A) Dá 4 voltas no sentido horário
B) Dá 3 voltas no sentido horário
C) Dá 6 voltas no sentido anti-horário
D) Dá 4 voltas no sentido anti-horário
E) Dá 3 voltas no sentido anti-horário3.

3. (OBMEP) Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal $*$. Ela funciona assim:

$$a * b = (a + 1)(b - 1)$$

Por exemplo, $3 * 5 = (3 + 1) \times (5 - 1) = 16$.

Se a e b são inteiros positivos tais que $a*b = 24$ e $b*a=30$, quanto vale $a + b$?

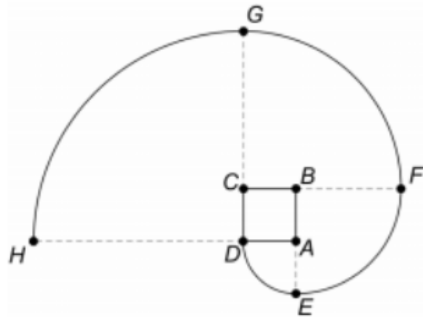
A) 11
B) 12
C) 15
D) 16
E) 18

4. (OBMEP) Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:

A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.
B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.
C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.
D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.
E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

5. (OBMEP) A figura mostra um quadrado ABCD de lado 1 cm e arcos de circunferência DE, EF, FG e GH com centros A, B, C e D, respectivamente. Qual é a soma dos comprimentos desses arcos?

A) 5π cm
B) 6π cm
C) 7π cm
D) 8π cm
E) 9π cm



6. (OBMEP) Ronaldo quer cercar completamente um terreno retangular de 900 m^2. Ao calcular o comprimento da cerca ele se enganou, fez os cálculos como se o terreno fosse quadrado e comprou 2 metros de cerca a menos que o necessário. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

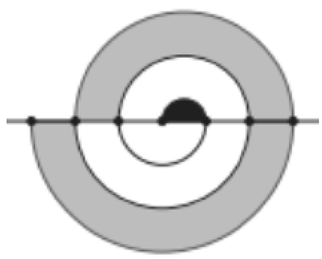
A) 2 m
B) 4 m
C) 7 m
D) 9 m
E) 11 m

7. (OBMEP) Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

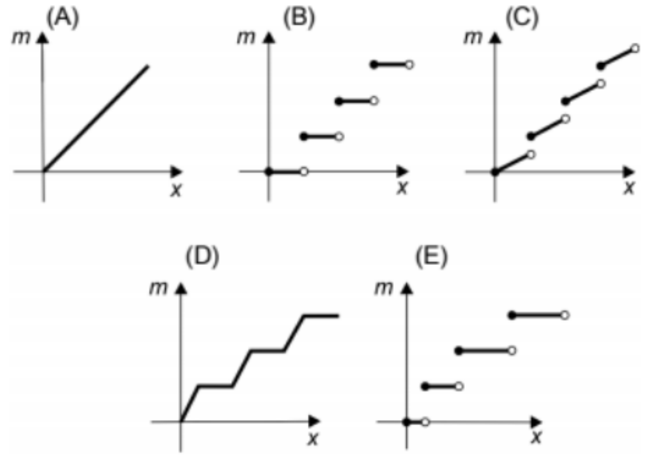
A) segunda-feira
B) terça-feira
C) quarta-feira
D) quinta-feira
E) sexta-feira

8. (OBMEP) Na figura ao lado os pontos destacados sobre a reta estão igualmente espaçados. Os arcos que ligam esses pontos são semicircunferências e a região preta tem área igual a 1. Qual é a área da região cinza?

A) 15
B) 18
C) 25
D) 30
E) 36



9. (OBMEP) Lúcia está correndo, sempre no mesmo sentido, em uma pista circular. Qual dos gráficos melhor descreve o número m de voltas completas que ela dá em função da distância x que ela corre?



10. (OBMEP) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

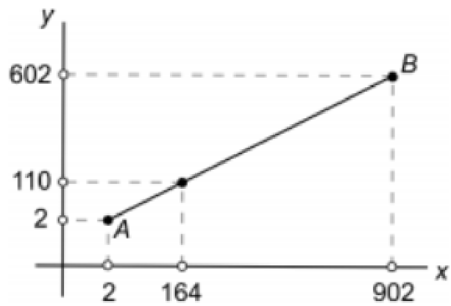
• Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
• Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
• Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
• Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

11. (OBMEP) Os 535 alunos e os professores de uma escola fizeram um passeio de ônibus. Os ônibus, com capacidade para 46 passageiros cada, ficaram lotados. Em cada ônibus havia um ou dois professores. Em quantos ônibus havia dois professores?
A) 3
B) 5
C) 6
D) 8
E) 9

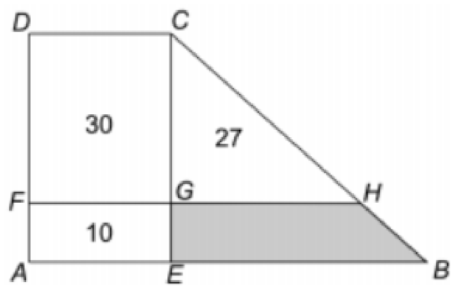
12. (OBMEP) Joana tem 10 pares diferentes de meias, guardados dentro de uma gaveta. Três meias estão furadas, sendo duas do mesmo par. Quantas meias ela deve tirar da gaveta, uma de cada vez e sem olhar, para ter certeza de que entre elas haja um par sem defeito?
A) 5
B) 6
C) 10
D) 11
E) 13

13. (OBMEP) No segmento AB da figura existem vários pontos de coordenadas inteiras, como por exemplo (164,110). Quantos pontos com as duas coordenadas inteiras existem nesse segmento, contando os extremos?



A) 218
B) 249
C) 268
D) 289
E) 301

14. (OBMEP) O trapézio ABCD foi divido em dois retângulos AEGF e FGCD, um triângulo GHC e um trapézio EBHG. As áreas dos dois retângulos e do triângulo, em cm2, estão indicadas na figura. Qual é a área do trapézio EBHG?



A) 15 cm^2
B) 18 cm^2
C) 21 cm^2
D) 22 cm^2
E) 24 cm^2

15. (OBMEP) Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

• Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
• Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
• Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
• Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

A) Ari; água
B) Bruna; água

C) Carlos; suco
D) Ari; suco
E) Bruna; suco

16. (OBMEP) Os círculos que formam as figuras A, B e C são todos iguais. Os comprimentos dos contornos das figuras, indicados com linhas mais grossas, são a, b e c, respectivamente. Qual das alternativas é verdadeira?

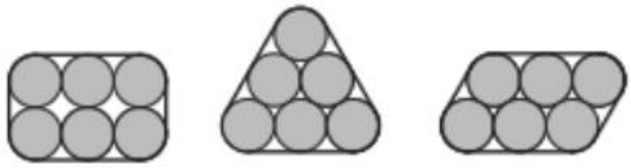
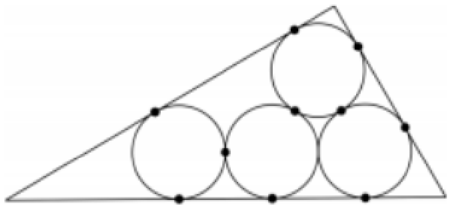


Figura A Figura B Figura C

A) a = b = c
B) a < b = c
C) b < c < a
D) a = c < b
E) a = b < c

17. (OBMEP) A figura mostra quatro círculos de raio 1 cm dentro de um triângulo. Os pontos marcados são pontos de tangência.
Qual é o comprimento do menor lado desse triângulo?



A) 4 cm
B) $3+\sqrt{3}$cm
C) 5 cm
D) $2+2\sqrt{2}$cm
E) $3\sqrt{3}$cm

18. (OBMEP) Uma papelaria monta estojos. Dentro de cada estojo são colocadas 3 canetas, que podem ser azuis ou vermelhas, numeradas com 1, 2 e 3. Cada estojo recebe uma etiqueta com a letra **A** se as cores das canetas 1 e 2 são iguais, uma com a letra **B** se as cores das canetas 1 e 3 são iguais e uma com a letra **C** se as cores das canetas 2 e 3 são iguais (o mesmo estojo pode receber mais de uma etiqueta). Em certo dia foram utilizadas 120 etiquetas **A**, 150 etiquetas **B** e 200 etiquetas **C,** e exatamente 200 estojos receberam apenas uma etiqueta. Quantos estojos foram montados nesse dia?
A) 220
B) 230
C) 260
D) 290
E) 310

19. (OBMEP) Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres.
Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

A) 12
B) 14
C) 15
D) 18
E) 21

20. (OBMEP) Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:
- Nenhum jogo pode terminar empatado.
- O time que perder duas partidas será eliminado.
- O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

A) 56
B) 57
C) 58
D) 112
E) 113