UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CAMPUS DE TRÊS LAGOAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

PRISCILLA DELATORRE

RAZÃO E PROPORÇÃO: UMA PROPOSTA DE ENSINO EXPLORANDO PROBLEMAS DO COTIDIANO

TRÊS LAGOAS - MS
2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CAMPUS DE TRÊS LAGOAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

RAZÃO E PROPORÇÃO: UMA PROPOSTA DE ENSINO EXPLORANDO PROBLEMAS DO COTIDIANO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Três Lagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Renato César da Silva

TRÊS LAGOAS - MS
2021

Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
Pólo de Três Lagoas

RAZÃO E PROPORÇÃO: UMA PROPOSTA DE ENSINO EXPLORANDO PROBLEMAS DO COTIDIANO

por
Priscilla Delatorre

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Três Lagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Banca examinadora:

Renato César da Silva

Prof. Dr. Renato César da Silva (Orientador)
UFMS/CPTL

Edivaldo Romanini

Prof. Dr. Edivaldo Romanini
UFMS/CPTL

Prof. Dr. José Antônio Menoni
UFMS/CPTL

Maio de 2021

Dedicatória

Dedico este trabalho, À Deus,

Aos meus pais Marcilio (in memoriam) e Elizabeth,

Ao meu marido Roberto,

Aos meus filhos Isabela e Danilo

Ao meu orientador Renato.

Agradecimentos

Primeiramente à Deus, por ter me guiado até aqui.

À UFMS – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – Campus Três Lagoas.

Ao meu orientador, prof. Dr. Renato César da Silva, pelo total apoio, dedicação e paciência, na elaboração desse trabalho.

A todos os meus professores do ProfMat: Allan, Fernando, Osmar, Renato, Romanini, Tomarozzi, Vitor.

Aos meus colegas de turma, pelo companheirismo e por contribuírem com meus estudos.

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

(Albert Einstein)

Resumo

Esse trabalho tem como propósito dar sentido ao ensino de razão e proporção a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, utilizando como ferramenta pedagógica a aprendizagem significativa associada a recursos tecnológicos que estão cada vez mais presentes no cotidiano dos estudantes. Diante das transformações que nossa sociedade vem enfrentando ao longo do tempo deve-se admitir tais mudanças também no cenário educacional. O professor assim como a escola devem acompanhar essas transições buscando métodos e estratégias para que o processo ensino-aprendizagem seja significativo ao aluno. Dessa forma, propõem-se algumas atividades utilizando recursos tecnológicos articulados com o cotidiano dos estudantes, pois acredita-se que o processo de memorização e aprendizagem ocorram de maneira bem mais eficiente.

Palavras-chave: Razão e Proporção; Aprendizagem significativa; Recursos tecnológicos.

Abstract

This work aims to give meaning to the teaching of reason and proportion to students of the 7th year of Elementary School, using as a pedagogical tool the significant learning associated with technological resources that are increasingly present in the daily lives of students. In view of the transformations that our society has been facing over time, such changes must also be admitted in the educational scenario. The teacher as well as the school should accompany these transitions searching methods and strategies for the teaching-learning process is meaningful to the student. Thus, some activities are proposed using technological resources articulated with the students' daily lives, as it is believed that the process of memorization and learning occurs much more efficiently.

Keywords: Reason and Proportion; Meaningful learning; Technological resources.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Quadros

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Ensinar não é apenas transmitir o conhecimento de maneira significativa, mas também orientar o caminho a seguir. O aprender está conectado com a forma que se ensina. E essa forma de ensinar foi modificado através dos tempos. O que era recorrente na educação há alguns anos, hoje em dia é considerado inadmissível. O índice de analfabetos era muito alto, muitas crianças eram privadas de educação, talvez por falta de conhecimento dos pais ou porque precisavam trabalhar. O investimento dado à educação também era muito menor do que é hoje. Os professores tinham um salário considerado irrisório, muitos dos que lecionavam não tinham se quer curso na área (MOÇO, 2011).

O processo educacional motivou a criação de leis e diretrizes para garantir que a escola seja um direito de todo cidadão. Porém, para que se chegasse ao que conhecemos hoje, a humanidade sofreu grandes transformações. Por exemplo, os homens primitivos com a necessidade de contar seus objetos e alimentos, estima-se que criaram os números há milhares de anos. De lá para cá houve grandes mudanças na forma de contar e também na forma como hoje conhecemos os números. O modelo que utilizamos hoje, data de aproximadamente 700 AEC a 300 AEC e originado pela civilização grega (PCN, 1998).

Grécia, conhecida como o berço da civilização ocidental, aonde se desenvolveu as grandes produções intelectuais e científicas da antiguidade. Na matemática grega não encontramos o conceito de "função", na época eles utilizavam a proporcionalidade para elaborar equações. A teoria de razão e proporção foi muito importante para a articulação entre a matemática e outras áreas (FOSSA, 2011). Os estudiosos gregos deixaram para a humanidade obras que influenciaram e até hoje influenciam pesquisas e estudiosos no mundo todo (BARNABÉ, 2011). Dentre os mais relevantes, podemos citar:

- Tales de Mileto foi um filósofo e matemático nascido na Grécia antiga por volta do ano 625 AEC que assim como outros pensadores da época procurava interpretar a origem do Universo. Foi ele que constatou que a água seria a origem de tudo, ao observar que esse elemento (como na época era conhecida) estava presente em todas as formas de vida e no ar (PORFÍRIO, 2015?). Tales desenvolveu ainda o conhecido Teorema de Tales que diz que nos segmentos de reta formados por retas paralelas cortadas por retas transversais existe uma relação de proporcionalidade. Teorema importante para a astronomia e para as relações em triângulos, trazendo para a época a importância da proporcionalidade em várias situações (OLIVEIRA,2015?).

- Pitágoras foi outro grande filósofo, matemático e discípulo de Tales que desenvolveu o conhecido Teorema de Pitágoras onde diz que “Em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos”, fazendo uma relação de proporcionalidade muito importante e utilizada na geometria. Pitágoras (585 AEC a 500 AEC) também constatou relações matemáticas proporcionais entre os intervalos musicais produzidos por notas emitidas por porções diferentes de cordas vibrantes (BARNABÉ, 2011).
- Euclides foi também outro grande matemático e escritor grego. O conceito de razão é encontrado na famosa obra conhecido como “Elementos” de Euclides (330-260 AEC), obra considerada uma das mais influentes e reproduzidas no mundo ocidental, perdendo somente para a Bíblia em números de edições. Ele define razão como “uma razão é uma espécie de relação no que diz respeito ao tamanho entre duas grandezas do mesmo gênero”. Silva, 2012 diz que essa definição é considerada por alguns autores pouco clara e até mesmo confusa, talvez pela tradução de palavras gregas nela incluída.

Euclides define ainda os conceitos de grandezas: “Grandezas dizem-se ter uma razão entre si se são capazes, quando multiplicadas uma pela outra, de se excederem mutuamente” trazendo assim a ideia de que as grandezas devem ser do mesmo gênero (SILVA, 2012). E também define o conceito de proporções abrindo caminho para Eudoxo.

- Eudoxo por sua vez, desenvolveu a Teoria das Proporções que se aplicava tanto para as grandezas comensuráveis quanto para as grandezas incomensuráveis (BARNABÉ, 2011).

O conhecimento e aplicação do conceito de razão e proporção impulsionou outras áreas da matemática bem como influenciou o desenvolvimento da sociedade da época.

Esses conceitos estão diretamente ligados ao cotidiano da população. Eles podem ser encontrados desde um preparo de uma simples receita na cozinha, uma viagem de carro, compras em um supermercado, até mesmo como aliado para uma educação financeira.

Ao ensinar os conceitos de razão e proporção muitas vezes são apresentados ao aluno de forma mecânica como um conjunto de fórmulas e formas de se resolver não fazendo sentido algum ao educando. Esse método pode trazer ao aluno mais dificuldades, podendo criar ainda mitos e crenças sobre a matemática, tornando o seu aprendizado desmotivante.

O objetivo deste trabalho é dar significado ao estudo de razão e proporção, utilizando como ferramenta pedagógica a aprendizagem significativa; articulada com recursos tecnológicos que estão conectados cada vez mais no cotidiano dos estudantes.

Para que possamos atingir esse objetivo, dispomos a seguir a metodologia de desenvolvimento.

No capítulo 2 temos uma breve abordagem a respeito das leis que regem a educação brasileira, assim como a aprendizagem significativa na visão de alguns autores e também a inserção dos recursos tecnológicos como instrumentos pedagógicos aliados ao processo ensino-aprendizagem. No capítulo 3 trazemos os conceitos dos principais temas tratados neste trabalho, razão e proporção. Já no capítulo 4 podemos conhecer as propostas sugeridas tanto para a introdução dos conceitos de razão e proporção quanto para a fixação desses conteúdos. Por fim, no capítulo 5 temos as considerações finais que elucidam a importância de articular recursos tecnológicos com a aprendizagem significativa buscando dessa forma, acompanhar as mudanças no mundo, tanto políticas quanto sociais.

2. O ENSINO DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE RAZÃO E PROPORÇÃO

2.1 Ensino de Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) definem a matemática como: “A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural.”

O conhecimento científico está a cada dia mais inserido na sociedade, e esta por sua vez necessita buscar novas fontes de informação. O aprendizado matemático está ligado à: compreensão, entender o significado e as relações com objetos e acontecimentos.

A escola exerce um papel imprescindível na sociedade, uma vez que forma pessoas pensantes, capazes de compreender conhecimentos para a vida, portanto necessita acompanhar as mudanças do mundo moderno, atendendo as necessidades da sociedade considerando a legislação pertinente.

O PISA (Programa Internacional de Avaliação de estudantes) é o maior estudo sobre educação no mundo, realizado a cada três anos tem como objetivo verificar o quanto jovens de 15 anos de idade adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para a vida social e econômica (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2019). A mais recente aplicação foi realizada em maio de 2018 e divulgados os dados em dezembro de 2019.

De acordo com o PISA, o Brasil é o pior país quando comparado com países da América Latina em aprendizagem matemática. Foram pesquisados 10.691 estudantes em 597 escolas distribuídos por todas as regiões do território nacional. Desses, 68,1% não alcançaram o nível básico em Matemática, considerado como o mínimo necessário para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania. 41% dos estudantes brasileiros são incapazes de resolver questões simples e rotineiras. Apenas 0,1% atingiu o nível máximo de proficiência em Matemática, no Brasil (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2019).

O SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) realizado pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) é outra pesquisa feita com estudantes do 3º ano do Ensino Médio que avalia a qualidade e a eficiência da educação brasileira. Esses dados mostram que em 2017 somente 9,1% dos estudantes que concluem a educação básica apresentaram o aprendizado adequado dos conteúdos em matemática (OLIVEIRA, 2019).

Diante desse cenário é necessário investir na educação brasileira buscando sua melhoria, pois entendemos que somente o ensino tradicional não basta. O estudante atual está cada vez mais incorporado em novas tecnologias.

A sociedade mudou e muda constantemente, da mesma maneira a forma de ensinar deve acompanhar os anseios da sociedade. A escola não pode ignorar que está cada vez mais difícil prender a atenção do aluno para a sala de aula utilizando somente métodos ultrapassados que acabam ficando cansativos e os estudantes por sua vez, perdem todo o interesse nas aulas.

Diante desse cenário e no intuito de colaborar na aprendizagem dos nossos alunos, apresentamos como metodologia a aprendizagem significativa articulada com recursos tecnológicos, que podem ser um diferencial no ensino de matemática e assim alcançar a eficácia desejada no processo ensino-aprendizagem.

2.2 Legislação e a Aprendizagem Significativa

O artigo 22 da lei nº 9394 (LDB, 1996) diz que “a educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores.”

Ainda de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), o ensino fundamental tem entre outras coisas por objetivo: “o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo” e “o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores”.

O professor é o principal responsável por cumprir o que estabelece a lei e o que a grade curricular propõe.

Os Parâmetro Curriculares Nacionais (1998) dizem que: “o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas”.

Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCNs (1998), o currículo educacional deve ser norteado pela contextualização, ou seja, dar significado ao conceito, trabalhando sempre o contexto ao ensinar matemática.

Para o ensino de razão de proporção, os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN, 1998) dizem que: “o fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real.”

Afirma ainda que as situações de aprendizagem devem levar o aluno a observar as variações entre as grandezas, estabelecendo relações entre elas quando forem resolver problemas de proporcionalidade e que a escola deve aproximar essas atividades matemáticas da realidade dos alunos.

Diante disso, ao criar um processo ensino-aprendizagem relacionando os conceitos tratados com os conhecimentos prévios do estudante, o professor satisfaz o que é proposto em Lei.

A matemática é uma disciplina em que o aluno necessita relacionar seus conhecimentos prévios com novas ideias ensinadas, construindo assim uma relação lógica no processo ensino-aprendizagem (BARROQUEIRO e AMARAL, 2012).

Para Ausubel, defensor da estrutura cognitiva, o processo de ensino-aprendizagem se dá por meios dos quais o indivíduo utiliza os conhecimentos que já possui, que ele denomina como subçunsores, ou seja, o estudante aprenderá de maneira bem mais considerável quando trabalhada com seu cotidiano (PELIZZARI, et al., 2001-2002).

Moreira (2009) ao explicar a aprendizagem significativa de Ausubel diz que: “na aprendizagem mecânica não há interação entre o novo conhecimento e algum aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva preexistente”, ou seja, para o estudante essa aprendizagem não incorpora ao seu cognitivo, pois não há uma relação entre seu conhecimento prévio e o novo.

Essa é a chamada educação bancária – conceituada por Paulo Freire, grande e conceituado educador, a qual é aplicada ainda em grande parte das salas de aula no Brasil. O estudante é induzido a acreditar o que lhe é imposto sem questionar nem duvidar, não desenvolvendo seu senso crítico, portanto não tendo uma aprendizagem significativa.

A matemática é uma matéria que acompanhará o estudante durante toda sua vida acadêmica e também em sua vida adulta, no trabalho e no dia-a-dia, como por exemplo, na compra de produtos em um supermercado, na distância e tempo percorridos para chegar a um determinado local, na construção civil entre outros.

Quando falamos em razão e proporção, este conceito está ainda mais presente na vida da sociedade. São conceitos importantes para consolidar outros conteúdos curriculares. Na escola os estudantes se deparam com esse tema no 7º ano do ensino fundamental, porém esses assuntos os acompanham durante toda sua vida acadêmica.

Nessa fase começam a surgir as dificuldades, muitas vezes devido ao modo como se ensina. O professor muitas vezes ao abordar esses conceitos aponta a regra de três como o único caminho de resolução dos problemas não sendo significativo para seus alunos (BIBIANO, 2010).

Cabral et al. (2019), observaram através de um diagnóstico realizado com estudantes de diferentes anos de uma escola localizada no município de Moju, Estado do Pará a grande dificuldade que os alunos tinham em aplicar a propriedade fundamental das proporções ou identificar a relação de proporcionalidade entre grandezas.

Menegat (2010) realizou uma pesquisa com alunos da 8ª série, atual 9º ano do ensino fundamental de um colégio estadual na cidade Paraí, Rio Grande do Sul onde constatou que a maior dificuldade dos estudantes quanto aos conceitos de razão e proporção foi na aplicação desses conceitos em geometria, grandezas, escalas e na própria multiplicação presente no dia a dia de qualquer pessoa. Ela afirma ainda que essas dificuldades têm relação com questões não trabalhadas nas séries iniciais, onde o estudante tem o primeiro contato com a proporcionalidade, falta o aluno relacionar esses conceitos com “situações do cotidiano e não de forma isolada, prática e mecânica”.

Sendo assim, é mais do que necessário buscar métodos e maneiras para facilitar o aprendizado, tornando-o prazeroso e estimulante, pois assim o próprio indivíduo poderá resolver problemas que eventualmente aparecem em sua vivência.

Dessa forma, precisamos relacionar esses aspectos com o que será ensinado. A maioria dos livros didáticos trazem os conceitos relacionados com o cotidiano, mas o professor é imprescindível para mediar esse conhecimento, buscando equilibrar a matemática formal e a matemática ligada ao cotidiano (AZAMBUJA, 2013).

Ensinar não é transferir o conhecimento, e sim criar possibilidades de novas construções e produções de conhecimento, assim atualmente o educador pode vir a possuir a função de mediador entre o conhecimento e o aluno (VYGOTSKY, 1998).

Ausubel propõe que ao aprender dessa forma, o aluno conseguirá construir mapas mentais com os quais poderá utilizá-los sempre que precisar compreender novos conceitos, fazendo com que a aprendizagem seja prazerosa e significativa. (PELIZZARI et al., 2001-2002).

2.3 A importância de relacionar a dinâmica da sala de aula com o cotidiano do aluno e o combate a mitificação da matemática

Numa pesquisa realizada por Azambuja (2013) com professores da Educação Básica e Profissionalizantes em uma escola em Caçapava do Sul (RS), os docentes relataram que quando trabalham com questões que abordam o cotidiano dos alunos é nítido o aumento do interesse e compreensão dos conceitos matemáticos, pois assim estão trabalhando com questões reais.

Santos et al. (2007) afirma que ao relacionar a dinâmica da sala de aula com o dia a dia do aluno, o processo de construção do conhecimento no ensino da Matemática será satisfatório pois estará desenvolvendo a capacidade cognitiva do estudante.

Moreira (1998) ao explicar a teoria de Ausubel diz que o conhecimento que o indivíduo já possui serve como uma matriz com ideias organizadas, que ao ser incorporada por novos conhecimentos, serão fixados como ideias relevantes, ou seja, esse conhecimento prévio é essencial para a aprendizagem significativa.

Diz também que não havendo informação armazenada que poderá ser relacionada com o novo conceito, então esse conhecimento ficará aleatório, não será fixado no cognitivo do estudante e logo poderá ser esquecido. Defende ainda que mesmo que o aluno esteja disposto a aprender ou que o material aprendido seja da melhor qualidade, não adiantará nada se o processo de aprendizagem não for significativo para ele, ou seja, o conceito a aprender deve estar relacionado com sua estrutura cognitiva “de maneira não-arbitrária e não-literal”.

O indivíduo aprende através de suas experiências passadas e da sua capacidade mental. Para que haja uma aprendizagem real é necessário que haja uma interação com aprendizagem de si mesmo (KREMER, 2011).

Estudantes do ensino fundamental em geral são muito curiosos e se interessam por vários assuntos e matérias, mas quando chegam no ensino médio perdem o prazer, talvez pelo foco não ser tão ligado à realidade, e assim, a disciplina passa a ser desagradável, pois passa a ficar difícil a compreensão (SILVA et al., 2018).

Isto nos leva a acreditar que atividades voltadas ao cotidiano dos estudantes serão muito mais satisfatórias e prazerosas aos alunos.

Outro problema importante que afeta ao ensino da matemática é a sua mitificação. Existem mitos e crenças que julgam a matemática como algo que é para poucos, que a maioria não irá aprender mesmo. Essa mitificação é em grande parte causada pelo método tradicional de ensino, em que o aluno é um elemento passivo, atuando apenas como receptor das informações. Informações essas que chegam até ele por meio de um conjunto de definições, fórmulas e métodos, muitas vezes não relacionados com a realidade.

Como vimos na seção 2.1, O PISA e o SAEB nos mostraram a grande dificuldade em aprendizado por parte dos alunos atualmente no Brasil, na matemática essa dificuldade é quase que unânime e desmitificar a disciplina é um desafio que os discentes e docentes tem que enfrentar. É comum encontrarmos adultos que já passaram da fase educacional que ao ouvir a palavra “matemática” já se reclusam e até dizem: “nunca fui bom em matemática” ou “é muito difícil” ou ainda “não sei porque aprendi isso, se não me serviu e serve para nada”, criando uma má impressão dos conceitos.

Ao relacionarmos o conteúdo matemático com o cotidiano do aluno estaremos colaborando para a desmitificação da matemática.

Ensinar matemática para os que gostam ou serão matemáticos é fácil, pois eles mesmos buscarão desenvolver o aprendizado de maneira significativa. Em contra partida ensinar matemática para os desinteressados é um desafio para o educador.

Um dos maiores mitos na matemática é pensar que ela é mais difícil que as disciplinas de humanas. Outro grande mito é a de decorar fórmulas, muitos estudantes acreditam que isso basta para a resolução dos problemas.

De maneira geral, a sociedade acredita que a matemática é voltada somente para as pessoas mais inteligentes e exclusiva a um grupo restrito. Diante disso, muitos alunos se afastam do conteúdo e não conseguem compreender o conceito.

Na medida em que cada vez mais precisamos nos adequar às transformações do mundo moderno, a escola deve estar atenta e disposta a essa mudança, dando oportunidades aos seus alunos a desenvolverem suas próprias potencialidades, respeitando cada individualidade (DELAI et al., 2010?).

Quando o professor articula sua prática com aquilo que o estudante já conhece, acreditamos que ele se sinta familiarizado a aprender novos conceitos, fazendo com que reduzam esses mitos e crenças sobre a matemática, consequentemente aumente os índices de avaliações educacionais.

Por outro lado não devemos apenas atribuir às aulas explorando o dia a dia dos estudantes, ou utilizando recursos tecnológicos. Precisamos saber dosar as informações, de acordo com os PCN'S (1998) é importante também considerar questões internas e problemas históricos da matemática, pois assim não serão descartados muitos conceitos importantes. A matemática necessita de estudos amplos e históricos para compreender e tornar significativo o aprendizado.

Santos et al. (2007) ao concluir seu trabalho diz que nos dias atuais a educação exige um novo educador, ou seja, não será mais aceito pelos alunos um ensino tradicional que só exige a memorização do conteúdo sem significado, é preciso estar contextualizado com seu cotidiano, para que ele possa relacionar o aprendido com o aprender.

Para que o aluno tenha prazer em estudar é interessante que ele seja estimulado, instigado a aprender. Nogueira (2014) afirma que os estudantes sempre esperam algo diferente, e quando isso acontece, agradecem. Ele defende também que sempre vale a pena inovar, mudar, pois os resultados são muito satisfatórios e significativos.

2.4 Recursos Tecnológicos

Os recursos tecnológicos estão dia a dia sendo inseridos na sociedade de maneira muito rápida. Nos últimos anos ocorreram grandes avanços tecnológicos, onde propiciou melhorias na comunicação, fazendo com que o acesso às informações hoje ocorra de maneira bem mais rápida do que antigamente. A revolução tecnológica alterou ainda padrões de comportamento, costumes e relações sociais.

Hoje em dia as informações são passadas de maneira muito veloz entre as pessoas e o estudante por sua vez já não tem mais a paciência de ficar sentado em uma sala de aula exercitando a cópia do conteúdo passado na lousa ou ouvir a explicação do professor somente como um ser passivo.

Essa renovação nos trouxe ainda a geração de pessoas chamada “nativos digitais”, nome dado pelo professor e educador americano Marc Prensky em 2001, para definir as pessoas nascidas a partir da década de 1980 que cresceram habituadas com a tecnologia e que estão acostumadas a receber informação muito rápido.

Essa geração interage simultaneamente com diferentes mídias e redes sociais, eles conseguem ouvir música, jogar videogame, participar de chat de conversas e até realizar as atividades escolares, tudo ao mesmo tempo (LEMOS, 2009).

Com a chegada da Internet nos anos 1990, houve um aumento significativo de computadores na rede, fazendo com que fosse alterada definitivamente os rumos da educação. Logo, a relação de professor e aluno já não permite mais o mesmo método tradicional, dessa forma, é mais do que urgente uma transformação pedagógica.

As tecnologias digitais estão cada vez mais sofisticadas, elas se aprimoram e influenciam nosso cotidiano, e os jovens estão acompanhando essa mudança, acessando seus aparelhos diariamente e buscando informações em tempo real.

A cultura digital está influenciando a maneira como nos relacionamos com o mundo, no entanto na escola existe um “abismo entre o mundo da criança fora da escola e as práticas dos sistemas educacionais” (VALENTE, 2018).

A escola deve acompanhar essa mudança, o professor pode utilizar esse recurso a seu favor, fazendo com que o estudante participe das aulas de maneira dinâmica, contribuindo até mesmo para complementar uma explicação do professor, como por exemplo, pesquisar algo relacionado com o conteúdo que está sendo explicado, oferecendo alguma nova informação.

Quanto mais relacionamos um novo conteúdo com o conhecimento prévio do aluno utilizando recursos tecnológicos, estamos aproximando ainda mais o “nativo digital” da aprendizagem significativa.

Atividades realizadas com o uso de tecnologias podem ser grandes aliadas para o educador, pois possibilita modificar e romper com um ensino tradicional baseado em resolução de listas de exercícios. Práticas como essa podem provocar novos olhares dos estudantes, contudo o papel do professor é decisivo para que os objetivos sejam alcançados, fazendo com que o educador seja o mediador do conhecimento (PINTO, et al., 2016).

Não podemos concordar que o uso de novas tecnologias estejam presentes em muitos setores como tratamentos médico, indústrias, entre outros e não podem entrar no ambiente educacional.

Barroqueiro e Amaral, 2012, afirmam que “precisa-se ter em mente que os estudantes do século XXI, alunos nativos digitais, passam a maior parte do tempo em um mundo virtual. O professor necessita trabalhar o processo ensino-aprendizagem de tal forma que faça o aluno aproximar seu mundo virtual do cotidiano dele, mundo real, pois, assim, irá incentivá-los e eles ficarão motivados a aprenderem”.

Valente (2018) diz que da mesma maneira como o conhecimento e novas habilidades estão cada vez mais veloz, a educação também deve seguir com a mesma agilidade. Afirma ainda que o aumento por profissionais qualificados é um dos principais motivos para que tenhamos uma educação cada vez mais importante para todos.

A sociedade atual espera que o profissional do século XXI seja habilidoso, crítico, capaz de resolver problemas do dia-a-dia, e para que isso ocorra devemos começar na escola.

Com o objetivo em reduzir as dificuldades elencadas anteriormente, propomos a aprendizagem significativa como método educacional para o ensino dos conceitos de razão e proporção para os alunos do 7º ano do ensino fundamental, justamente quando esses assuntos são introduzidos para esses estudantes com idade entre 12 e 13 anos.

O aprendizado desses conceitos é levado para toda a vida, então é necessário que sejam assimilados de maneira significativa, pois eles são fundamentais para o indivíduo, além de serem conteúdos que serão muito utilizados em anos futuros do ensino fundamental e médio, ENEM, vestibulares e possivelmente também no ensino superior.

3. CONCEITOS MATEMÁTICOS: RAZÃO, PROPORÇÃO, PORCENTAGEM

3.1 Introdução

Com o objetivo de especificar alguns conceitos matemáticos, esse capítulo abordará os temas razão, proporção e porcentagem, conteúdos muito relevantes para a educação. Elencamos também algumas aplicações do cotidiano, além de propriedades.

3.2. Razão

No dicionário da matemática a palavra razão é definida como “quociente composto por dois números”. Essa é a definição que aceitamos em matemática, desde que os números sejam reais e o divisor seja diferente de zero. Quando realizamos uma divisão como por exemplo $14 \div 7$, o resultado 2 é a razão entre esses números. Esse quociente pode ser um número inteiro, racional ou irracional.

As razões estão presentes em grande parte da nossa vida. Questões do nosso cotidiano podem ser resolvidas utilizando esse conceito. Como por exemplo ao realizar uma determinada compra em um supermercado.

Figura 1: Produtos à venda em supermercados

R$ 5,75

R$ 10,85

Fonte: Carrefour Supermercados

Na figura 1, temos exemplos de dois achocolatados de mesma marca, mas com quantidade e preços diferentes. O primeiro com 400grs custa R$ 5,75 e o segundo com 800 gramas custa R$ 10,85, e queremos saber qual é mais vantajoso, ou seja, qual dos dois iremos gastar menos.

Uma das maneiras para resolver essa questão é descobrir quanto custa 100 gramas de cada produto. No pote menor, basta dividirmos 5,75 por 4 que nos dará como resultado R$1,4375. No maior dividimos 10,85 por 8 que resulta em R$1,35625. Isso nos conclui que é mais vantajoso comprar o pote com 800 gramas, pois a economia será maior.

Nessa verificação foi comparado o preço do produto com sua massa. Logo, a razão pode ser expressa: $\frac{preço\ do\ produto}{massa\ do\ produto}$.

Outro exemplo habitual para o nosso dia a dia é o conceito de velocidade média, que é dada pela razão entre o deslocamento de um objeto pelo tempo gasto. Uma viagem de 500 km que foi percorrida por 5 horas, teve sua velocidade média 100km/h. Isso quer dizer que a velocidade média é a razão entre o espaço percorrido em um intervalo de tempo.

Tudo o que podemos comparar e medir, como o preço de um produto, sua massa, a distância percorrida, o tempo gasto entre outros chamamos de grandeza, e a unidade de medida adequada são reais, gramas, metros, horas etc.

Generalizando, a razão é expressa da forma $\frac{x}{y}$ ou $x \div y$, onde lemos x está para y. Na representação da razão, x simboliza o termo denominado antecedente e o y simboliza o termo denominado consequente (ALMEIDA, 2015).

3.3. Escala

Para representar um mapa, plantas de uma construção, projetos ou maquetes utilizamos o conceito de escala. Dessa forma, é possível saber qual o verdadeiro tamanho ou distância de acordo com a escala adotada.

Na figura 2 podemos observar o mapa do Brasil na escala 1:116 000 000. Isso quer dizer que para cada 1cm do mapa equivale 1160 km ou 116000000 cm do tamanho real. A escala relaciona o tamanho real do evento com sua representação gráfica.

Figura 2: Mapa do Brasil Político

Fonte: https://geografianewtonalmeida.blogspot.com/2014/04/mapas-aprendendo-ler-os-mapas-escalas.html

A escala é representada por uma fração onde o numerador expressa ao comprimento no desenho (mapa) e o denominador expressa o tamanho real. No exemplo do mapa do Brasil, a escala 1:1160 km, lemos “escala um por 116 000 000”, que significa que o tamanho real foi reduzido 116 000 000 vezes, ou seja 1 cm do mapa equivale a 1160 km, na realidade (ALMEIDA, 2014).

Para encontrar o comprimento real através do mapa, medimos a distância desejada com uma régua, em seguida multiplicamos esse valor pelo denominador da escala, depois é só converter para quilômetros (SANTOS e MATTA, 2015). Pelo exemplo do mapa suponhamos que a distância de São Paulo a Salvador medida foi de 1,7 cm. Então calculamos 1,7 x 116 000 000 que dá como resultado 197 200 000 cm. Ao converter para quilômetros percebemos que a distância de São Paulo a Salvador é de 1972 km. Esse valor é aproximado, devido à falta de precisão de uma régua milimetrada por exemplo.

3.4. Razões Equivalentes

Duas ou mais razões serão equivalentes se elas representarem o mesmo quociente, isto é, ao dividirmos o numerador pelo denominador em ambas as frações devem resultar o mesmo valor.

Por exemplo, na fração $\frac{1}{4}$ teremos como resultado 0,25 e na fração $\frac{2}{8}$ também obtemos 0,25 como quociente da divisão. Isso quer dizer que tais frações correspondem a 25% do total.

Trazendo para nosso dia-a-dia, ao dividirmos uma pizza em 4 pedaços e retirarmos 1 pedaço para comer, significa que comeremos 25% dessa pizza. Da mesma forma ao retirar 2 pedaços dessa pizza que agora foi dividida em 8 pedaços, também estaremos retirando 25% do total dessa pizza.

Ao observarmos as duas razões do exemplo, podemos notar que uma é o dobro da outra, ou seja, ao multiplicar o numerado e o denominador na fração $\frac{1}{4}$ por 2 obtemos a razão $\frac{2}{8}$. Quando isso ocorre dizemos que as razões são equivalentes. Da mesma maneira ao simplificar uma razão com coeficientes grandes até que não seja mais possível a divisão, chamamos essa nova razão encontrada de fração irredutível.

Generalizando, sejam a, b, c, d números racionais não nulos, as razões

$$\frac{a}{b} \equiv \frac{c}{d}.$$

se, e somente se existir um m que satisfaça $\frac{a}{b} = m$ e $\frac{c}{d} = m$. Utilizamos o símbolo ≡ para representar equivalência (ALMEIDA, 2015).

3.5. Densidade

Todo material possui uma propriedade específica que serve para identificá-lo. Essa grandeza é chamada densidade. Para descobrir a densidade de um corpo é preciso calcular a razão entre a massa desse corpo e seu volume:

$$d = \frac{m}{V}.$$

Sendo d a densidade, m a massa e V o volume do corpo (FOGAÇA,2015?).

Também é possível calcular a densidade demográfica de certas regiões utilizando o conceito de razão. O Censo 2010 contabilizou que existia na época 22,4 habitantes no Brasil para cada Km². Ainda de acordo com o censo 2010, a região Sudeste é a que mais concentra habitantes por Km² com 67.77 hab/km², seguida por sul com 38.38 hab/km², Nordeste com 27.33 hab/km², Centro-Oeste com 5,86 hab/km² e por fim a região Norte com 2,66 hab/km² (PENA, 2015?). Para que fosse possível calcular esses números, foi aplicado o conceito de razão, ou seja, a densidade demográfica é a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região:

$$densidade\ demográfica = \frac{número\ de\ habitantes}{área}.$$

Ela é muito utilizada para definir um índice demográfico da população em um certo território, através dela é feita comparações entre as regiões para investigar as causas que influenciam os níveis de concentração de indivíduos em uma mesma área.

3.6. Circunferência

Em Geometria, ao calcularmos a razão entre o comprimento de qualquer circunferência pelo seu respectivo diâmetro encontramos um valor aproximado de 3,14. Essa constante por ser muito importante e muito utilizada recebeu o nome de pi e é simbolizada pela letra grega π (MIRANDA, 2016?).

Arquimedes de Siracura (287-212 AEC) foi o primeiro que atribuiu um resultado científico e notável a pi e a partir daí foi estabelecido que por não ser uma valor exato, 3,14 seria aceito como valor aproximado (SANTOS e MATTA, 2015).

Sendo assim, para encontrarmos o valor do perímetro (comprimento) de qualquer circunferência basta dividirmos o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro. Assim:

$$\pi = \frac{c}{d}.$$

sendo c o comprimento e d o diâmetro da circunferência. Sabemos também que o diâmetro é igual a duas vezes o raio (r), então:

$$\pi = \frac{c}{2r}.$$

Logo, $c = 2\pi r$.

3.7. Porcentagem

Porcentagem é uma razão que está presente em nosso dia-a-dia mesmo sem percebermos. Quando falamos em "por cento" (símbolo %), estamos dizendo que algo foi dividido por 100, ou seja, o consequente na razão é 100. Por exemplo, 25% é o mesmo que $\frac{25}{100} = 0{,}25$.

Quando nos deparamos com certas situações do cotidiano como por exemplo: "o valor de um determinado produto à vista terá um desconto de 15%, sendo o seu valor R$1200,00". Para resolver esse cálculo basta multiplicar 1200 por 15%, ou seja:

$$1200\, x\, \frac{15}{100} \text{ ou } 1200\, x\, 0{,}15.$$

Assim, encontramos o valor do desconto que será de R$180,00. Logo o valor à vista do produto é de R$ 1020,00.

É importante que o aluno conheça os números decimais, para poder articular com a porcentagem. Conseguir transformar porcentagem em número decimal facilita na hora de realizar os seus cálculos.

3.8. Proporção

A definição da palavra proporção no Wikipédia (fonte Oxford Languages) é: “relação das partes de um todo entre si, ou entre cada uma delas e o todo, quanto a tamanho, quantidade ou grau; razão.” Dessa forma, sabemos que a proporção decorre da razão e a utilizamos em diversas questões do dia-a-dia, como por exemplo, ao abastecer o veículo, em uma receita de bolo, compras em um supermercado entre outros.

Figura 3: Preços de combustíveis

Fonte: Caíque Verli (https://www.cbnvitoria.com.br/cbn_vitoria/reportagens/2017/07/motoristas-opinam-sobre-nova-politica-de-precos-dos-combustivel-1014076772.html)

Na figura 3 temos um exemplo de preços de combustíveis em um determinado posto de combustível.

Sabemos que a distância de São Paulo a Sorocaba é de aproximadamente 100 km e que um determinado veículo ande 10 km por litro de etanol ou 14 km por litro de gasolina comum. Dessa forma, precisamos saber qual o valor da viagem utilizando ambos os combustíveis.

Uma maneira simples de resolver essa questão é calcular ambos os valores dessa forma:

1) Para o etanol temos:

   Sabemos que o veículo percorre 10 km para cada 1 litro de etanol.

   Assim para que percorra a distância desejada que é de 100 km serão necessários 10 litros de etanol.

   O valor para 1 litro é R$ 2,830, assim 10 litros de etanol serão R$ 28,30.

2) Para a gasolina temos:

   O veículo percorre 14 km para cada 1 litro de gasolina. Logo para os 100 km desejados serão necessários em torno de 7,14 litros de gasolina.

   Sendo R$ 3,35 o valor de 1 litro de gasolina, então para os 7,14 litros o valor será de R$ 23,92.

Ao multiplicarmos a quantidade de litros de combustíveis e o valor total gasto por eles, utilizamos o conceito de proporção, ou seja, as grandezas utilizadas quilômetros-litro e litro-preço estabelecem entre si uma relação de dependência e variam proporcionalmente (SANTOS e MATTA, 2015).

Essas grandezas equivalentes, chamadas de grandezas proporcionais, para o exemplo do veículo temos $\frac{10}{1} = \frac{100}{10}$; lemos “dez está para um, assim como cem está para dez”.

Matematicamente dizemos que quatro números racionais a, b, c,e d diferentes de zero, nessa ordem, formam uma proporção quando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a{:}b = c{:}d.$$

Esses números são chamados de termos da proporção, sendo os que ocupam a posição de a e d chamados de extremos e os que ocupam as posições de b e c de meios (FERREIRA, 2016).

3.9. Propriedades

As proporções possuem propriedades que são muito utilizadas em nosso cotidiano. Assim, elas facilitam na resolução de problemas sempre que necessário. Nesse trabalho abordaremos algumas dessas propriedades que merecem destaque por visar de maneira objetiva as resoluções dos problemas.

3.9.1. Propriedade Fundamental das Proporções

Essa propriedade nos diz que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos de uma proporção e vice-versa. Dessa forma,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, com\ b \neq 0\ e\ d \neq 0 \leftrightarrow a.d = b.c.$$

Demonstração: (→) Sejam os números reais, a, b, c e d com b e $d \neq 0$ da forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Agora multiplicando os antecedentes a e c pelo produto $b.d$, temos:

$\frac{a.b.d}{b} = \frac{c.b.d}{d}$. Simplificando temos que: $a.d = b.c$.

(←) Sejam os números reais, a, b, c e d da forma $a.d = b.c$. Agora dividindo cada membro da igualdade por $b.d$, temos:

$\frac{a.d}{b.d} = \frac{b.c}{b.d}$. Simplificando temos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com b e d diferentes de zero.

3.9.2. Propriedade da Soma dos Termos

Em uma proporção a soma dos dois primeiros termos está para o segundo (ou primeiro), assim como a soma dos dois últimos termos está para o quarto (ou terceiro).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}.$$

Demonstração: Seja a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Somando 1 em ambos os lados da igualdade, temos: $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$. Portanto se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, teremos: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

Por outro lado ao inverter a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$. Novamente somando 1 em ambos os lados, temos: $\frac{b}{a} + 1 = \frac{d}{c} + 1 \leftrightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$.

Então se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$.

3.9.3. Propriedade da Subtração dos Termos

Essa propriedade nos diz que em uma proporção a diferença dos dois primeiros termos está para o segundo (ou primeiro), assim como a diferença dos dois últimos termos está para o quarto (ou terceiro).

Demonstração: Seja a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Subtraindo 1 em ambos os termos temos: $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$. Podemos concluir que se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, teremos: $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$.

Da mesma forma ao invertermos a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$. Subtraindo 1 em seus termos: $\frac{b}{a} - 1 = \frac{d}{c} - 1 \leftrightarrow \frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c}$. Multiplicando os dois lados da igualdade por -1, temos: $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$. Logo, concluímos que se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$.

3.9.4. Propriedade da Soma dos Antecedentes e Consequentes

Em uma proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

Demonstração: Dada a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Permutamos os meios, temos: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Em seguida, aplicamos a propriedade 3.9.2: $\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d}$. Novamente permutamos os meios: $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$.

3.9.5. Propriedade da Diferença dos Antecedentes e Consequentes

Essa propriedade nos diz que a diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

Demonstração: Seja a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Ao permutar os meios temos: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Agora aplicamos a propriedade 3.9.3, obtemos: $\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}$. Permutando os meios, finalmente obtemos: $\frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$.

3.10. Grandezas Proporcionais

Chamamos de grandezas proporcionais, quando duas ou mais grandezas estabelecem entre si uma relação de proporcionalidade. Como vimos no exemplo anterior, combustível e valor do combustível são grandezas que variam entre si proporcionalmente, ou seja, na medida que a quantidade de combustível aumenta, seu valor também cresce na mesma medida. Mas é preciso muita cautela ao ensinar esse conceito, pois ele pode ser facilmente confundido. Isso quer dizer que nem todas as grandezas que crescem ou decrescem simultaneamente são grandezas proporcionais, como é o caso do peso e a altura dos indivíduos. Se uma criança com 1 ano de idade mede 75 cm e pesa 10 kg, suponhamos que essa criança ao atingir a adolescência esteja medindo 1,50 cm, isto quer dizer que sua altura dobrou, mas não necessariamente seu peso aumentou na mesma proporção, isto é, não quer dizer que ela estará com 20 kg, pois o peso ideal para essa altura é entre 42 kg e 56 kg, ou seja, de quatro a cinco vezes maior que os 10 kg da infância.

Um método mais claro e menos confuso para ensinar sobre esse tema é dizer que as grandezas precisam ser proporcionais e equivalentes. Ao multiplicar ou dividir uma grandeza em questão por um número real positivo a outra também deverá ser multiplicada ou dividida pelo mesmo número real, somente dessa forma teremos a proporcionalidade desejada (ALMEIDA, 2015).

3.10.1. Grandezas Diretamente Proporcionais

Para que duas grandezas sejam diretamente proporcionais é necessário que na medida que uma varia a outra deve variar na mesma proporção e simultaneamente, isto quer dizer que o número real positivo que uma grandeza foi multiplicada (ou dividida), a outra grandeza deve ser multiplicada (ou dividida) pelo mesma constante.

Figura 4: Receita de bolo

Fonte: http://globoesporte.globo.com/eu-atleta/nutricao/noticia/2016/04/rapido-sem-lactose-e-fonte-de-fibras-veja-receita-de-bolo-de-banana-fitness.html

Na figura 4 temos uma receita de bolo de banana e canela. Podemos perceber que serão necessárias, por exemplo 4 bananas e 3 ovos para o preparo do bolo, porém se resolvermos dobrar o tamanho do bolo fica evidente que deveremos dobrar as quantidades de todos os ingredientes.

Outras grandezas que também variam na razão direta uma da outra são a distância e o tempo. É coerente percebemos que ao aumentar uma determinada distância, mantendo a velocidade média, o tempo será aumentado na mesma proporção.

Ao formalizar matematicamente, Lima et al. (2010) define como:

> “Diz-se que duas grandezas são proporcionais quando existe uma correspondência $x \mapsto y$, que associa a cada valor x de uma delas um valor y bem definido da outra, de tal modo que sejam cumpridas as seguintes condições:
>
> 1) Quanto maior for x, maior será y. Em termos matemáticos: se $x \mapsto y$ e $x' \mapsto y'$ então $x < x'$ implica $y < y'$.
> 2) Se dobrarmos, triplicarmos, etc. o valor de x então o valor correspondente de y será dobrado, triplicado, etc. Na linguagem matemática: se $x \mapsto y$ então $nx \mapsto ny$ para todo $n \in \mathbb{N}$.”

3.10.2. Grandezas Inversamente

Para que duas grandezas sejam inversamente proporcionais é necessário que enquanto uma aumenta a outra diminua na mesma proporção e vice-versa.

Figura 5: Operários trabalhando

Fonte: Sindugesso/Divulgação

(https://www.diariodepernambuco.com.br/noticia/economia/2020/06/retorno-da-construcao-civil-nao-teve-totalidade-do-efetivo-permitido.html)

Na figura 5 temos um exemplo de uma construção onde trabalham determinado número de operários. É razoável percebemos que na medida que aumentamos o número de homens executando a obra, o tempo de conclusão irá diminuir na mesma proporção.

As grandezas velocidade média e tempo também são exemplos de grandezas que variam na razão inversa uma da outra, pois na medida que aumentamos a velocidade de um determinado veículo, o tempo de duração do percurso diminuirá na mesma proporção.

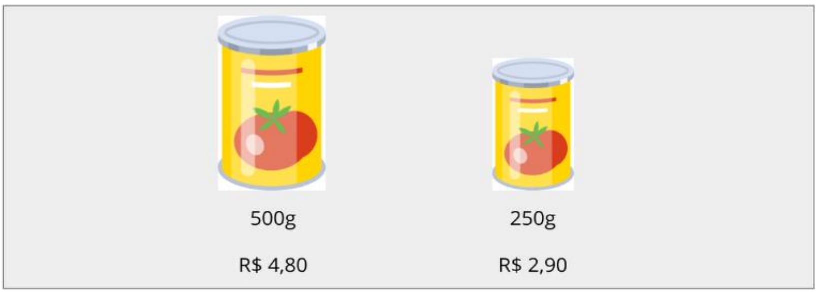
Lima et al. (2010) define matematicamente:

> "Diz-se que duas grandezas são inversamente proporcionais quando existe uma correspondência $x \mapsto y$ que associa a cada valor x de uma delas um valor bem definido y da outra, de tal modo que sejam cumpridas as seguintes condições:
>
> 1) Quanto maior for x, menor será y. Em termos matemáticos: se $x \mapsto y$ e $x' \mapsto y'$ então $x < x' \Rightarrow y' < y$.
> 2) Se dobrarmos, triplicarmos, etc. o valor de x então o valor correspondente de y será dividido por dois, três, etc. Em linguagem matemática: se $x \mapsto y$ então $nx \mapsto \frac{y}{n}$, para todo $n \in \mathbb{N}$."

3.10.3. Grandezas Não Proporcionais

É compreensível que se confunda quando duas grandezas são ou não proporcionais. Na figura 6 temos um exemplo de latas de extrato de tomates vendidas em um supermercado, que possuem tamanhos e preços diferentes.

Figura 6:Latas de extrato de tomates



Fonte: https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1586/situacoes-em-que-nao-ha-proporcionalidade

A lata de 500g custa R$ 4,80 e para que houvesse uma proporção entre as duas, a lata menor como é a metade do tamanho deveria custar a metade do valor que é R$ 2,40, porém ela custa R$ 2,90. Constatando assim que não há proporção entre as grandezas, tamanho e preço das latas.

A quantidade de chuvas e o nível de um determinado rio também são exemplos em que não há proporcionalidade. Pois se dobrarmos o volume de chuva, não necessariamente será dobrado o volume do rio (ALMEIDA, 2015).

3.11. Regra de Três Simples

A regra de três é assim chamada por resolver problemas com duas grandezas direta ou inversamente proporcionais que envolvem quatro valores, dos quais conhecemos três. Logo, utilizando esse método conseguimos determinar o valor do termo desconhecido (SANTOS E MATTA, 2015).

Existem registros que afirmam que a regra de três foi trazida pelos árabes na idade média, mas foi Leonardo de Pisa no século XIII em seu livro Liber Abaci (Livro do Ábaco) que propagou o método, empregando o nome de ‘Regra de Três Números Conhecidos’ (ALMEIDA, 2015).

Para resolvermos problemas utilizando a regra de três é necessário relacionarmos as grandezas, utilizando a propriedade fundamental das proporções (3.9.1). Para as grandezas diretas utilizamos a razão direta, aplicando a propriedade 3.9.1 de maneira direta, contudo para as grandezas inversas utilizamos a razão inversa, ou seja, antes de aplicarmos a propriedade fundamental é necessário inverter uma das razões, para que haja a equivalência entre elas.

Um exemplo do nosso cotidiano é o que envolve as grandezas distância e tempo gasto. Se por exemplo um automóvel percorrer 320 km em 3h, em quanto tempo ele terá concluído todo o trajeto que é de 430 km? Supondo que ele mantenha as mesmas condições.

Antes de começar resolver esse problema, precisamos analisar se as grandezas são diretas ou inversamente proporcionais. Para isso devemos perceber que na medida que a distância aumenta o tempo de duração também irá aumentar, e também sabemos que a proporção que eles aumentam é a mesma, pois se dobrarmos a distância, o tempo também dobrará.

Visto isso, vamos representar esse problema através da tabela a seguir:

Tabela 1: Relação entre distância e tempo

Distância (km)	Tempo (min)
320	180
430	x

Sabendo que as grandezas são diretas, que existe uma proporção entre elas, logo podemos aplicar a propriedade fundamental das proporções, sendo:

$$\frac{320}{430} = \frac{180}{x} \Rightarrow 320.x = 180.430 \Rightarrow 320x = 77400 \Rightarrow x = \frac{77400}{320} \Rightarrow x = 241{,}875$$

Assim, serão necessário aproximadamente 240 minutos, ou 4 horas.

Um outro exemplo envolve as grandezas velocidade e tempo. Suponhamos que um certo veículo para chegar ao seu destino com velocidade constante de 90 km/h demora 5 horas. Se esse mesmo veículo aumentar sua velocidade para 110 km/h, em quanto tempo ele chegará ao mesmo destino?

Para resolver esse problema precisamos primeiramente verificar se as grandezas envolvidas são diretas ou inversamente proporcionais. Devemos constatar que na medida em que aumentamos a velocidade do veículo, menos tempo ele demorará para chegar ao seu destino. Sabemos que que a proporção é a mesma, pois se dobrarmos a velocidade, seu tempo gasto cairá pela metade.

Depois de observarmos isso, vamos expressar o problema através da tabela:

Tabela 2: Relação entre velocidade e tempo

Velocidade Média (km/h)	Tempo (h)
90	5
110	x

Sabendo que as grandezas são inversas, que são proporcionais, devemos inverter uma das razões e depois aplicar a propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{90}{110} = \frac{x}{5} \Rightarrow 110.x = 90.5 \Rightarrow 110x = 450 \Rightarrow x = \frac{450}{110} \Rightarrow x = 4{,}09.$$

Logo, com essa velocidade, o veículo demorará aproximadamente 4 horas para concluir o trajeto.

3.12. Regra de Três Composta

Na regra de três composta também encontramos proporcionalidade direta ou inversamente proporcionais, dessa vez envolvendo mais de duas grandezas diferentes, ou seja, ela é utilizada quando queremos descobrir um valor a partir de três ou mais valores conhecidos.

Na mesma forma como na regra de três simples, também precisamos relacionar as grandezas utilizando a propriedade fundamental das proporções. No entanto, realizamos essa comparação de duas em duas grandezas distintas.

Um exemplo prático que também está presente em nosso dia a dia é o seguinte: Dois trabalhadores de uma empresa, trabalhando e produzindo por igual, após 10 dias receberam juntos R$ 3000,00. Mantendo as mesmas condições, quanto receberão 5 trabalhadores trabalhando por 15 dias?

Da mesma forma como na regra de três simples, vamos dispor as grandezas na tabela abaixo, sendo x o termo desconhecido:

Tabela 3: Relação entre trabalhadores, tempo e salário

Trabalhadores (A)	Tempo (dias) (B)	Salário (R$) (C)
2	10	3000
5	15	x

Novamente precisamos verificar se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais. Para isso relacionamos as grandezas de duas em duas. No nosso exemplo, primeiramente vamos comparar a coluna A (trabalhadores) com a coluna C (salário). Fica claro que essas grandezas são diretamente proporcionais, pois na medida em que aumentamos a quantidade de trabalhadores, a soma dos seus salários também aumentarão na mesma proporção. Dessa forma consideremos a relação $\frac{2}{5}$ (I).

Em seguida faremos a relação entre as colunas B (tempo) e C (salário) (notemos que a coluna que contém a incógnita é a que sempre deve ser comparada).

Essa relação também é diretamente proporcional, podemos perceber pois uma vez que aumentamos a quantidade de dias trabalhados, o valor dos salários também aumentarão na mesma proporção. Assim consideremos a relação $\frac{10}{15}$ (II).

Depois de fazer as relações pertinentes só nos resta calcular. Para isso podemos multiplicar (I) e (II) e igualar à relação que contém o termo desconhecido. Isso é possível pois se uma grandeza é diretamente proporcional a outras grandezas, então ela é proporcional ao produto dessas outras grandezas (SANTOS e MATTA, 2015). Portanto, temos:

$$\frac{2}{5} . \frac{10}{15} = \frac{3000}{x} \Rightarrow \frac{20}{75} = \frac{3000}{x} \Rightarrow 20x = 225000 \Rightarrow x = \frac{225000}{20} \Rightarrow x = 11250.$$

Logo, o salário será de R$11250,00.

Um outro método de resolução, considerando o raciocínio rápido, sem utilização de fórmulas temos: Se R$ 3000,00 é o salário de 2 trabalhadores em 10 dias, então $3000 \div (2 \times 10) = 150$, sendo esse o valor do salário de cada trabalhador recebido por dia. Então para 5 trabalhadores trabalhando por 10 dias temos: $5 \times 15 \times 150 = 11250$. Da mesma forma, R$11250,00 será o valor total do salário.

Vejamos agora um outro exemplo: Em uma fábrica de sapatos, cinco máquinas trabalhando 10 dias produzem 800 pares. Quantos dias serão necessários para que três máquinas produzam 1100 pares?

Para iniciar vamos acomodar as grandezas na tabela abaixo:

Tabela 4: Relação entre máquinas, tempo e pares de sapatos

Máquinas (A)	Tempo (dias) (B)	Pares (C)
5	10	800
3	x	1100

Da mesma maneira, vamos analisar cada par de grandezas para descobrir se são direta ou inversamente proporcionais. Iniciaremos comparando a coluna A (máquinas) com a coluna B (tempo). Lembrando que essa comparação deve ser feita sempre em relação à coluna que contém a incógnita, pois é nela que está o termo que desejamos descobrir.

Ao compararmos as colunas A e B precisamos refletir na seguinte questão: se 5 máquinas fazem um determinado trabalho em 10 dias, e diminuirmos essa quantidade de máquinas para 3, a quantidade de dias que serão necessários para realizar o mesmo trabalho será maior ou menor que os 10 dias anteriores?

Dessa forma, fica evidente que à medida em que diminuímos a quantidade de máquinas serão necessário mais dias de trabalho para realizar o mesmo trabalho. Sendo assim, as grandezas máquinas e tempo são inversamente proporcionais, então para que haja equivalência necessária, ao invés de considerar a relação $\frac{5}{3}$ consideraremos a relação $\frac{3}{5}$ (I).

Agora faremos a relação entre as colunas B (tempo) e C (pares). Novamente devemos atentar para a questão: Se em 10 dias são produzidos 800 pares de sapatos, para que se produza 1100 pares serão necessários mais ou menos dias? Considerando que a quantidade de máquinas e as condições estabelecidas sejam as mesmas.

Conforme aumentamos os dias de trabalho, é certo que sua produção também aumentará. Logo, as grandezas tempo e pares são diretamente proporcionais, assim vamos considerar a relação $\frac{800}{1100}$ (II).

Feito as devidas relações, vamos aos cálculos. Novamente devemos multiplicar as relações (I) e (II) e igualar com a relação que possui o termo procurado. Isso é aceito pois se uma grandeza é inversamente proporcional a outra grandeza, então ela é proporcional ao produto de uma grandeza pelo inverso da outra grandeza (SANTOS e MATTA, 2015). Logo, teremos:

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{800}{1100}=\frac{10}{x}\Rightarrow\frac{2400}{5500}=\frac{10}{x}\Rightarrow 2400x=55000\Rightarrow x=\frac{55000}{2400}\Rightarrow x\cong 22{,}91.$$

Portanto, serão necessários aproximadamente 23 dias.

Assim como no exemplo anterior, também podemos estimular o raciocínio utilizando outro método de resolução: Se 5 máquinas trabalhando por 10 dias fabricam 800 pares de sapato, logo: $800\div(5\times 10)=16$, sendo essa a quantidade de pares de sapatos fabricados em cada máquina por dia. Então para que 3 máquinas produzam 1100 pares temos: $1100\div(3\times T)=16$, sendo T o tempo, temos: $T=1100\div(3\times 16)$. Portanto $T=1100\div 48=22{,}91$. Da mesma forma, serão necessários aproximadamente 23 dias.

3.13. Porcentagem

Na sessão 3.7 abordamos o tema porcentagem definido e exemplificando através de razões centesimais. Uma porcentagem também pode ser resolvida utilizando regra de três, que é uma das maneiras práticas e simples, pois pode ser determinada através de proporções diretas, devendo sempre considerar como sendo 100% o valor que represente o total de uma variável.

Na figura 7 vemos um anúncio de um celular de uma certa loja, com o preço à vista.

Figura 7: Celular à venda

Fonte: https://www.portalr10.com/noticia/43740/confira-as-promocoes-de-celulares-no-armazem-paraiba-de-sao-joao-do-arraial

Digamos que essa loja decida que precisa reajustar o valor do celular e atribui um acréscimo de 10% no produto. Qual deve ser o novo valor do celular?

Resolvendo essa questão através de regra de três, consideremos a tabela a seguir:

Tabela 5: Relação entre preço do celular e percentual

Preço do celular (R$)	Percentual (%)
899	100
x	10

As grandezas que envolvem porcentagem são sempre diretamente proporcionais, dessa forma teremos as seguintes proporções:

$$\frac{899}{x} = \frac{100}{10} \Rightarrow 100x = 8990 \Rightarrow x = \frac{8990}{100} \Rightarrow x = 89{,}90.$$

Dessa forma, vemos que o celular deverá sofrer um acréscimo de R$ 89,90, sendo assim esse é o valor que deverá ser somado ao preço antigo para encontrarmos o novo valor. Logo, $R\$\, 899{,}00 + R\$\, 89{,}90 = R\$\, 988{,}90$. Assim R$ 988,90 será o preço reajustado.

Na sequência apresentaremos algumas propostas para o ensino dos conceitos tratados neste capítulo, buscando explorar problemas do cotidiano e o uso de novas tecnologias com o intuito de obter uma aprendizagem significativa e assim proporcionar um melhor aproveitamento por parte do aluno.

4. PROPOSTA DE ENSINO EXPLORANDO PROBLEMAS DO COTIDIANO

O tema razão e proporção é introduzido aos estudantes no 7º ano do ensino fundamental e em grande parte das vezes de maneira mecânica, dificultando o aprendizado. Os alunos não conseguem articular a teoria que estão vendo em sala de aula com a prática. Visto isso, acreditamos que o ensino através de exemplos e métodos que remetem ao dia a dia do estudante, explorando os conhecimentos que eles já possuem e utilizando recursos tecnológicos será muito melhor assimilado.

Nossa proposta consiste em apresentar o tema razão e proporção para esses alunos desenvolvendo alguns exercícios que de certa forma, já os tenha resolvido sem que soubessem que se tratava de razão e proporção ou que mesmo sendo inéditos para eles, que não cause desconforto ou apavoro, mas que possam ser contextualizados com o cotidiano.

Diante disso, propomos algumas atividades que remetem ao cotidiano dos alunos e acreditamos que estimulará o aprendizado, tornando o processo ensino-aprendizagem mais satisfatório.

4.1.Atividade 1: Trabalhando a conta de água

Um exemplo muito comum, presente em todas as residências que possuem saneamento básico é a conta de água. Através dela é possível identificar a quantidade de água consumida durante o mês e entender as tarifas cobradas.

O objetivo principal dessa atividade é que o aluno reconheça que a matemática está presente em grande parte do seu dia a dia, além disso, fazer com que compreenda a matemática da conta de água, podendo assim identificar cobranças erradas, contribuir para a economia de água entre outros.

Para essa atividade evoluir de maneira satisfatória, é necessário que os estudantes conheçam as quatro operações básicas e saibam ler e interpretar as informações presentes na conta de água para compreender o raciocínio e como é calculado o valor a pagar. É interessante também que eles já tenham noção de volume, pois o cálculo do consumo de água é feito em m^3 (IMENES e LELLIS, 2009).

Na sequência será apresentado a preparação desta primeira atividade considerando cada aula com duração de 50 minutos.

Plano de Aula:

Série/Ano: 7º ano do Ensino Fundamental

Componente Curricular: Matemática

Tema: Razão/Proporção

Número de Aulas: 3

Conhecimentos Prévios:

- As quatro operações básicas;
- Mínimo Múltiplo Comum (MMC);
- Frações Equivalentes;
- Múltiplos de um número natural;
- Divisores de um número natural.
- Noções de unidade de medida: Volume

Objetivos:

- Identificar as medidas de volume presentes na conta;
- Reconhecer a proporcionalidade presente na conta de água e articular com seu cotidiano;
- Calcular o consumo de água em sua residência;
- Calcular a porcentagem existente na conta de água;
- Colaborar com o consumo consciente.

Conteúdo Programático:

- Razão;
- Proporção;
- Grandezas Diretamente Proporcionais;
- Porcentagem.

Metodologia:

Aula 1:

Propomos que o professor determine aos alunos para que tragam uma conta de água de suas residências para a próxima aula, explicando que eles aprenderão como calcular o valor que foi cobrado pelo consumo em sua casa.

Aula 2 e 3:

A aula será expositiva e dialogada. Será indagado aos alunos se conhecem ou já tinham visto a conta de água de suas residências. Diante das respostas será apresentado a conta de água.

Na figura 8 temos uma conta de água de uma residência na cidade de Birigui-SP.

Figura 8: Conta de água

FATURA DE ÁGUA E ESGOTO E SERVIÇOS — MES/ANO: SET/2020

PROP.: [redacted]
CONS.: [redacted]
END. LIG.: [redacted]
END. ENT.: [redacted]
HIDROMETRO: [redacted] LIGACAO: AGUA/ESGOTO
CODIGO: [redacted] IDENTIFICACAO: [redacted]
PERIODO LEITURA: 21/08/2020 A 21/09/2020 DIAS: 31
IDPARCELA: [redacted] DATA APROXIMADA DA LEITURA: 21/10/2020

ÚLTIMOS CONSUMOS Mês	Consumo
03/2020	25
04/2020	32
05/2020	26
06/2020	28
07/2020	23
08/2020	26

Média: 26

COMPOSIÇÃO DA FATURA CÓD	DESCRIÇÃO	VALOR
1	CONSUMO DE AGUA	44,66
2	REDE DE ESGOTO	40,19
35	CAMPANHA SANTA CASA	2,90

MENSAGEM:

VENCIMENTO:	VALOR A PAGAR	VALOR DA CONT. A SANTA CASA	VALOR TOTAL ÁGUA E ESGOTO + CONT. SANTA CASA
18/10/2020	R$ 84,85	R$ 2,90	R$ 87,75

LEITURA ANTERIOR	LEITURA ATUAL	CONSUMO	CONS. MINIMO	CONS. EXCESSO	ECONOMIAS
1240	1265	25	10	15	1 0 0 0

CAMPANHA "AÇAÕ QUE SALVA VIDAS"
DOE VOLUNTARIAMENTE O VALOR ESTIPULADO EM SUA CONTA DE ÁGUA (LEI 4.392/2004) E AUXILIE A SANTA CASA A MELHORAR AINDA MAIS O ATENDIMENTO PRESTADO À POPULAÇÃO.

OCORRÊNCIA:

INFORMAÇÕES SOBRE A QUALIDADE DA ÁGUA NA SAÍDA DA "ETA" - PERÍODO: 01/08 A 30/08

PARÂMETRO	UNIDADE	LIMITES PREVISTOS NA PORTARIA 2914/2011	VALORES MÉDIOS
Cloro Res Livre	mg/l	0,5 a 2,0 mg/l	1,50
Colif Totais	mg/l	AUSENTE	AUSENTE
Colif Fecais	Hazen	AUSENTE	AUSENTE
Cor	NTU	15,0 UT	5,0
Turbidez		1,00 UT	0,79
Ph		6,0 a 9,5	6,10

RESIDENCIAL		COMERCIAL E PÚBLICA		INDUSTRIAL	
Consumo	Valores R$ / m3	Consumo	Valores R$ / m3	Consumo	Valores R$ / m3
1 a 10	1,5210	1 a 10	2,0530	1 a 10	2,5690
11 a 20	1,8700	11 a 20	2,6700	11 a 20	3,3700
21 a 30	2,1500	21 a 30	3,5000	21 a 30	4,3000
31 a 40	2,3800	31 a 40	3,7400	31 a 40	4,7100
41 a 50	3,2000	41 a 50	4,9300	41 a 50	5,5000
51 a 100	4,1600	51 a 100	5,6000	51 a 100	7,2500
101 a 200	5,2300	101 a 200	6,9700	101 a 200	9,1900
201 a 500	6,2000	201 a 500	8,0600	201 a 500	10,6100
> que 501	6,9800	> que 501	9,0200	> que 501	12,0100

FAVOR AUTENTICAR NO VERSO

Fonte: Autora

Com a conta em mãos, o professor explicará todos os itens expressos na conta dizendo que na parte superior estão os dados do consumidor, como nome completo, endereço, o tipo de ligação (que nesse caso é água/esgoto), o número do hidrômetro, pois cada residência possui sua numeração, a identificação que também cada residência possui; sua respectiva numeração e o período de leitura que determina o intervalo de dias que estão considerando.

Em seguida explicará que logo abaixo temos os valores dos últimos consumos, ou seja, as quantidades em m³ de água gastos nos últimos meses e também o valor do consumo de água e rede de esgoto. Mais abaixo estão o valor a pagar, a data de vencimento da conta, as leituras anterior e atual e o consumo gasto no mês. Diante disso, o professor deverá primeiramente explicar que o valor do consumo é calculado pela diferença entre a leitura anterior e a leitura atual.

Visto isso, será explicado que os valores cobrados variam entre os edifícios residenciais, comerciais e públicos. No nosso exemplo, temos uma conta de uma residência e vamos considerar a primeira tabela referente aos valores residenciais na parte inferior da figura 8.

O professor explicará que, no caso em questão, essa residência consumiu 25 m³ em um determinado mês, que devem ser calculados da seguinte maneira:

- Os primeiros 10 metros cúbicos custam R$ 1,52 cada, sendo 10 x 1,52 totalizando R$ 15,21. Aliás este é o valor mínimo cobrado, isto quer dizer que, se o consumidor gastar 5 m³ ou 10 m³ irá pagar o mesmo valor (valor mínimo);
- Nos próximos 10 metros cúbicos, ou seja, do 11º ao 20º serão cobrados R$ 1,87 cada, sendo 10 x 1,87 totalizando R$ 18,70;
- Os 5 m³ restantes entram na faixa que vai do 21º ao 30º que custam R$ 2,15 cada metro cúbico, e como são 5m³ o cálculo fica: 5 x 2,15 que totaliza R$ 10,75;
- Logo o valor total é dado através da soma 15,21 + 18,70 + 10,75 que totalizam R$ 44,66;
- O exemplo é de uma residência na cidade de Birigui que possui rede coletora de esgoto e a companhia cobra mais 90% do valor da água consumida para edifícios residenciais, para os usuários comerciais, industriais e públicos a taxa é de 100%. Dessa forma, calculemos qual o valor correspondente a 90% de R$ 44,66. Utilizando a regra de três, temos:

Tabela 6: Relação entre o valor da conta e seu percentual

Valor total da conta (R$)	Percentual (%)
44,66	100
x	90

Como sabemos, as grandezas que envolvem porcentagem são sempre diretamente proporcionais, dessa forma, teremos as seguintes proporções:

$$\frac{44{,}66}{x} = \frac{100}{90} \Rightarrow 100x = 4019{,}4 \Rightarrow x = \frac{4019{,}4}{100} \Rightarrow x = 40{,}194.$$

Logo 90% de R$ 40,19 é de aproximadamente R$ 40,19;

- Portanto o valor total a pagar será de 44,66 + 40,19 = R$ 84,85.
- Há ainda uma cobrança no valor de R$ 2,90 como contribuição para a santa casa da cidade, mas esse valor é facultativo. Cada consumidor decide se quer pagar ou não.

Terminada a explicação, cada estudante deverá fazer esse mesmo estudo com sua conta de água, mediante o auxílio do professor para sanar eventuais dúvidas.

Esperamos que os alunos consigam calcular o consumo em sua residência e percebam que existe uma proporcionalidade entre o valor a pagar e o consumo de água. Também almejamos que eles relembrem medidas de volume, ao relacionar m³ com litro.

O professor também pode articular essa atividade com o consumo excessivo de água e incentivar a economia dizendo que varrer a calçada ao invés de lavá-la pode economizar até 250 litros de água; desligar o chuveiro enquanto se ensaboa no banho pode economizar até 100 litros de água por banho; ou também dizer que uma torneira quebrada, pingando todo o tempo, desperdiça até 1300 litros de água por mês; ou também dizer que a água que a máquina de lavar solta em uma lavagem pode ser reaproveitada para lavar o quintal, por exemplo. Essas e outras economias, além de reduzir o consumo e consequentemente o valor a pagar da conta de água, também colaboram com o meio ambiente, pois existem pesquisas que afirmam que no futuro teremos falta de água (ECONOMIA DE ÁGUA, 2004-2020).

Recursos Didáticos:

Lousa, Giz, Conta de água.

Avaliação:

Avaliar essa atividade observando o desempenho dos alunos durante a realização do exercício, considerando a motivação e empenho de cada estudante.

Observações:

Com o objetivo de consolidar os conteúdos apresentados nessas aulas e explorar o consumo consciente de água, o professor poderá solicitar que as questões a seguir deverão ser respondidas em casa e entregues na próxima aula.

Questão 1) Se cada morador da sua casa reduzisse o tempo do banho, como por exemplo, fechando a torneira na hora de se ensaboar, quantos litros de água seriam economizados por mês?

Nessa questão esperamos que o aluno responda que em média é economizado 100 litros de água por banho. Considerando o mês com 30 dias, logo cada morador terá economizado $100\ x\ 30\ =\ 3000$ litros de água por mês. (ECONOMIA DE ÁGUA, 2004-2020).

Questão 2) Ao aproveitar a água da máquina de lavar roupas para lavar o quintal, quantos litros de água seriam economizados?

Desejamos que o aluno entenda que em média uma máquina de lavar pode gastar 160 litros de água em uma lavagem. Calculando que essa quantidade de água seria suficiente para lavar o quintal, logo seriam economizados 160 litros de água saindo da mangueira (ECONOMIA DE ÁGUA, 2004-2020).

Questão 3) Quantos litros de água seriam economizada se utilizasse baldes para lavar o carro ao invés de mangueira?

Uma lavagem de carro com mangueira gasta em média 180 litros de água, logo utilizando um balde com capacidade de 5 litros, por exemplo, e calculando que serão necessários uns 10 baldes para enxaguar todo o carro, o gasto será de $5\ x\ 10\ =\ 50$ litros. Logo, a economia será de $180 - 50\ =\ 130$ litros de água. (ECONOMIA DE ÁGUA, 2004-2020).

4.2. Atividade 2: Explorando produtos do dia a dia

Outra atividade que envolve o cotidiano dos alunos é compra de produtos de supermercados. Envolvendo os estudantes nessa questão, eles podem até auxiliar as compras feitas pela família indicando quais produtos são mais vantajosos, colaborando para a economia dentro de casa.

Com a finalidade de fixar e verificar os cálculos realizados, sugerimos o uso do aplicativo Price Cruncher depois de realizada a atividade, pois ele realiza os cálculos e as comparações de preços dos produtos desejados.

Apresentamos a seguir o planejamento dessa atividade, considerando cada aula de 50 minutos.

<u>Plano de Aula:</u>

Série/Ano: 7º ano do Ensino Fundamental

Componente Curricular: Matemática

Tema: Razão/Proporção

Número de Aulas: 2

Conhecimentos Prévios:

- As quatro operações básicas;
- Mínimo Múltiplo Comum (MMC);
- Frações Equivalentes;
- Múltiplos de um número natural;
- Divisores de um número natural.

Objetivos:

- Identificar a proporcionalidade presente nos produtos de supermercado;
- Reconhecer quando há ou não proporcionalidade no seu cotidiano;
- Calcular o custo de cada unidade em pacotes ou fardos;
- Comparar qual produto é mais vantajoso;
- Resolver os cálculos utilizando porcentagem;
- Distinguir grandezas diretamente proporcionais.

Conteúdo Programático:

- Razão;
- Proporção;
- Grandezas Diretamente Proporcionais;
- Porcentagem.

Metodologia:

Aula 1:

Nesta aula o professor apresentará aos alunos valores de produtos de supermercado, levando para a sala de aula panfletos de propaganda ou pedindo para que os estudantes levem alguns panfletos que recebam em casa, ou até mesmo expondo os valores e os produtos.

A figura 9 exibe a venda do item papel higiênico com diferentes quantidades. Essa marca em questão oferece seu produto em pacotes com 4, 12, 16 unidades cada e todos os rolos possuem a mesma largura e mesmo comprimento.

Figura 9: Produtos à venda

Fonte: Imagens retiradas da internet

De início propomos que o professor apresente essas imagens aos alunos e observe os comentários. Caso haja algum estudante que tenha conseguido identificar a proporção, ainda que de maneira intuitiva, então o educador poderá aproveitar e esclarecer a existência de proporcionalidade na venda. Caso ninguém consiga perceber, o professor poderá induzir com perguntas do tipo: “Qual pacote é mais interessante comprar?”, “Por que?”, “E se nós calcularmos o valor de 1 unidade em cada pacote?”, ou também “Será que o valor de cada unidade é o mesmo em todos os pacotes?”. Dessa forma, acreditamos que estimule a curiosidade dos alunos e eles possam concluir qual compra é mais vantajosa.

Para iniciar a explicação, o educador pode propor que seja calculado cada rolo de papel higiênico dos pacotes. Temos no primeiro pacote 4 rolos de papel higiênico por R$ 7,99. Sendo assim, calculamos $7{,}99 \div 4 = 1{,}99$. Assim, concluímos que cada rolo custa em média R$ 1,99 no pacote menor. Já no segundo pacote são 12 rolos de papel higiênico pelo valor de R$ 21,99, sendo então $21{,}99 \div 12 = 1{,}83$. Logo, nesse caso o rolo custa aproximadamente R$1,83. E por fim no pacote maior são 16 rolos por R$ 28,99, que calculamos $28{,}99 \div 16 = 1{,}81$, onde cada rolo tem o valor de aproximadamente R$1,81 nesse pacote.

Para calcularmos o quanto cada rolo de cada pacote é mais caro ou mais barato que o outro em porcentagem, devemos comparar os produtos de 2 em 2, utilizando o valor de cada rolo e a diferença entre eles. Consideremos a relação entre o primeiro e o segundo pacote:

Temos que $R\$\ 1{,}99 - R\$\ 1{,}83 = R\$\ 0{,}16$.

Tabela 7: Relação entre valor e percentual do primeiro e segundo pacote de papel higiênico.

Valor (R$)	Percentual (%)
1,99	100
0,16	x

As grandezas que envolvem porcentagem são sempre diretamente proporcionais, dessa forma, teremos as seguintes proporções:

$$\frac{1{,}99}{0{,}16} = \frac{100}{x} \Rightarrow 1{,}99x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{1{,}99} \Rightarrow x = 8{,}04\%.$$

Assim, temos que cada rolo do segundo pacote é aproximadamente 8,04% mais barato com relação ao do primeiro pacote.

Da mesma forma, faremos agora a relação entre o segundo e o terceiro pacote de papel higiênico:

Temos que $R\$\ 1{,}83 - R\$\ 1{,}81 = R\$\ 0{,}02$.

Tabela 8: Relação entre valor e percentual do segundo e terceiro pacote de papel higiênico.

Valor (R$)	Percentual (%)
1,83	100
0,02	x

As grandezas que envolvem porcentagem são sempre diretamente proporcionais, dessa forma teremos as seguintes proporções:

$$\frac{1{,}83}{0{,}02} = \frac{100}{x} \Rightarrow 1{,}83x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{1{,}83} \Rightarrow x = 1{,}09\%.$$

Assim, temos que cada rolo do terceiro pacote é aproximadamente 1,09% mais barato com relação ao do segundo pacote.

Fica então evidente que é mais vantajoso para o consumidor comprar o pacote maior de papel higiênico, pois embora o valor do pacote seja o maior, ele ainda estará economizando. Será mais vantajoso adquirir esse pacote, pois o valor de cada rolo de papel será menor.

Visto isso, o professor poderá explicar que nesse caso não há proporcionalidade, pois como o pacote com 12 unidades tem o triplo de rolos comparado com o pacote com 4 unidades, ele deveria custar o triplo do valor que deveria ser de R$ 23,97. Da mesma forma, o maior pacote que possui quatro vezes mais rolos que o pacote menor, deveria custar quatro vezes mais que deveria ser R$ 31,96.

Aula 2:

Nesta aula sugerimos o uso do aplicativo Price Cruncher; a fim de consolidar o conteúdo transmitido na aula passada.

Será pedido inicialmente que os alunos “baixem” este programa.

Estando todos com o aplicativo “baixado”, pediremos para que abram o mesmo a fim de compararmos as contas realizadas anteriormente, comprovando se estão corretas.

Figura 10:Tela de início do aplicativo Price Cruncher

Fonte: Autora

Na figura 10 temos a tela de início do aplicativo, nela encontramos os campos para preenchermos os preços e quantidade dos produtos que serão comparados de 2 em 2.

Figura 11:Tela com os valores inseridos

Fonte: Autora

A figura 11 ilustra os valores já preenchidos dos papéis higiênicos com 4 e com 12 rolos. Ao clicar em comparar, o aplicativo nos apresenta o pacote mais vantajoso, o valor de cada unidade e também qual a porcentagem de diferença de preços, entre o mais caro e o mais barato entre eles.

Assim, os alunos podem confirmar os cálculos realizados por eles e solidificar se estão ou não corretos.

Figura 12:Tela com os valores inseridos

Fonte: Autora

Na figura 12 vemos o valor do pacote com 16 unidades comparado ao de 12 unidades. Novamente ao clicar em comparar depois de preencher os campos com os valores correspondentes, o aplicativo calcula cada produto e compara-os, informando qual é o mais compensador e o preço de cada unidade.

Essa atividade pode ser associada com o consumo consciente, estimulando uma pesquisa de preços antes de efetuar uma compra. Buscamos assim, unir a família com a escola, trazendo na prática experiências do dia a dia.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, smartphone, panfletos de supermercado.

Avaliação:

Podemos avaliar essa atividade observando o desempenho dos alunos durante a realização do exercício, considerando as soluções que foram apresentadas pelos estudantes, a destreza em solucionar o problema e também o resultado final.

Observações:

Como atividade a ser realizada em casa sugerimos que o professor determine aos alunos que se dirijam até o supermercado mais próximo de sua casa acompanhados por um responsável e façam um estudo sobre os preços dos produtos vendidos em pacotes ou fardos.

Sugeriremos para que escolham 2 produtos diferentes e que calculem a unidade de cada um utilizando o aplicativo Price Cruncher e tragam para a sala de aula para que o professor faça a correção e incentive o uso desse software no dia a dia dos estudantes.

4.3. Atividade 3: Investigando Receitas Caseiras

Outra atividade que está presente no dia a dia dos alunos são as receitas elaboradas pela família. Trazendo essa proposta para a sala de aula, os estudantes poderão participar dos trabalhos realizados na cozinha pelos seus familiares e poderão ajudar a desenvolver diferentes questões.

O objetivo dessa prática é fazer com que os alunos reconheçam a proporcionalidade envolvida na atividade e sejam capazes de calcular a quantidade correta dos ingredientes.

Considerando a duração de 50 minutos em cada aula, a seguir, a preparação desta atividade.

<u>Plano de Aula:</u>

Série/Ano: 7º ano do Ensino Fundamental

Componente Curricular: Matemática

Tema: Razão/Proporção

Número de Aulas: 2

Conhecimentos Prévios:

- As quatro operações básicas;
- Múltiplos de um número natural;
- Divisores de um número natural;
- Regra de três simples;
- Números decimais;
- Propriedade fundamental das proporções

Objetivos:

- Identificar a proporcionalidade presente em receitas existentes em seu cotidiano;
- Reconhecer a proporcionalidade envolvida;
- Calcular a quantidade correta dos produtos para a elaboração da atividade;
- Resolver problemas envolvendo regra de três simples utilizando como ferramenta a propriedade fundamental das proporções;
- Distinguir grandezas diretamente proporcionais.

Conteúdo Programático:

- Razão;
- Proporção;
- Grandezas Diretamente Proporcionais;

Metodologia:

Receita de Molho de Tomate

Ingredientes:

12 tomates

2 cebolas média

4 dentes de alho

4 colheres de azeite

Manjericão e sal a gosto

Modo de Preparo:

Coloque os tomates em uma panela e leve ao fogo por aproximadamente 15 minutos, apenas para amolecer. Tampe a panela, mexa de vez em quando e reserve.

Em outra panela aqueça o azeite e coloque os dentes de alho até dourarem. Adicione as cebolas picadas e as folhas de manjericão já lavadas.

Com ajuda de uma peneira, retire toda a polpa do tomate, descartando as sementes e peles. Coloque a polpa na panela onde estão os dentes de alho, acerte o sal e deixe cozinhar por duas horas, sem tampar a panela.

Aulas 1 e 2:

Sugerimos que o professor distribua essa receita de molho de tomate aos alunos e façam a leitura juntos.

Em seguida dirá que decidiu fazer um molho de tomate em sua casa e descobriu que possuía somente 3 dentes de alho em sua geladeira, questionando qual seria a solução para que não seja afetada a receita original, mantendo o sabor e a qualidade.

Poderá fazer algumas perguntas do tipo: “Eu tenho 1 dente de alho a menos do que é pedido na receita, seria correto diminuirmos 1 unidade de cada um dos outros ingredientes?”. Caso algum estudante concorde, mostrar a ele que o número de tomates da receita original é seis vezes maior que o número de cebola, por exemplo. Ao retirarmos uma unidade de cada ingrediente, esse número passará a ser onze vezes maior, pois teríamos 11 tomates e 1 cebola. Logo, seria perdido o sabor original da receita.

Feito as considerações, o professor exibirá os cálculos pertinentes. Devemos calcular a quantidade de tomates, cebolas e colheres de azeite separadamente. Para os tomates, tomemos a tabela a seguir:

Tabela 9: Relação entre tomates e dentes de alho

Tomates	Dentes de Alho
12	4
x	3

Sabemos que para 4 dentes de alho são necessários 12 tomates, então para 3 dentes de alho quantos tomates serão necessários? Esperamos que os estudantes entendam que na maneira em que diminuímos os dentes de alho, também devem ser reduzida a quantidade de tomates, concluindo então que essas grandezas são diretamente proporcionais, resultando nas seguintes proporções:

$$\frac{12}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{4} \Rightarrow x = 9.$$

Logo, serão necessários 9 tomates.

Em seguida iremos calcular a quantidade de cebolas, e também consideramos a tabela a seguir:

Tabela 10: Relação entre cebolas e dentes de alho

Cebolas	Dentes de Alho
2	4
y	3

Da mesma maneira, a quantidade de cebolas também deve reduzir na medida que reduzimos a quantidade de dentes de alho. Sendo assim, grandezas diretamente proporcionais, onde temos as proporções:

$$\frac{2}{y} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{4} \Rightarrow y = 1{,}5.$$

Concluímos então que 1,5 cebolas é a quantidade certa para a receita (PROBLEMA: PROPORÇÕES NA COZINHA, 2020).

Já para o azeite temos a mesma quantidade comparado aos dentes de alho, então, nesse caso, reduzimos uma colher. Sendo então necessários 3 colheres de azeite para a realização da receita.

Com a receita modificada temos então:

Receita Modificada de Molho de Tomate

Ingredientes:

9 tomates

1,5 cebolas média

3 dentes de alho

3 colheres de azeite

Manjericão e sal a gosto

Modo de Preparo:

Coloque os tomates em uma panela e leve ao fogo por aproximadamente 15 minutos, apenas para amolecer. Tampe a panela, mexa de vez em quando e reserve.

Em outra panela aqueça o azeite e coloque os dentes de alho até dourarem. Adicione as cebolas picadas e as folhas de manjericão já lavadas.

Com ajuda de uma peneira retire toda a polpa do tomate, descartando as sementes e peles. Coloque a polpa na panela onde estão os dentes de alho, acerte o sal e deixe cozinhas por duas horas, sem tampar a panela.

Podemos perceber que a quantidade de tomates permanece 3 vezes maior que os dentes de alho e 6 vezes maior que as cebolas. A quantidade de cebolas por sua vez permanece a metade da quantidade de dentes de alho. O azeite continua com a mesma quantidade dos dentes de alho. Ou seja, preservamos a proporcionalidade da receita, não afetando o sabor.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, receita de molho.

Avaliação:

Essa atividade poderá ser avaliada através de observações do desempenho dos alunos durante o exercício. Pode também ser verificado através de uma prova, com o objetivo de aferir de que forma o conceito de proporção foi assimilado pelos estudantes.

Observações:

O professor poderá determinar aos alunos que realizem a atividade a seguir em casa e tragam para a próxima aula.

Observe a quantidade necessária de ingredientes para fazer um bolo:

<u>Bolo Simples</u>

- 2 copos de leite
- 4 ovos
- 4 xícaras de farinha de trigo
- 1 colher de fermento
- 4 colheres de açúcar
- 2 colheres de margarina

Complete o quadro abaixo com a quantidade de ingredientes que você irá precisar para fazer 2 bolos iguais

Leite	Ovos	Farinha de Trigo	Fermento	Açúcar	Margarina

Agora digamos que você só tenha 3 ovos para fazer o bolo. Qual deve ser a quantidade certa dos outros ingredientes?

Leite	Farinha de Trigo	Fermento	Açúcar	Margarina

Esperamos que os alunos preencham o primeiro quadro da seguinte maneira:

Quadro 1: Relações entre os ingredientes

Leite	Ovos	Farinha de Trigo	Fermento	Açúcar	Margarina
4 copos	8 unidades	8 xícaras	2 colheres	8 colheres	4 colheres

Dessa forma, eles poderão compreender que para dobrar a quantidade de bolos preparados devemos também dobrar as quantidades de todos os ingredientes utilizados para a elaboração.

Para o segundo quadro almejamos que os estudantes preencham da seguinte maneira:

Quadro 2: Relações entre os ingredientes

Leite	Farinha de Trigo	Fermento	Açúcar	Margarina
1,5 copos	3 xícaras	0,75 colher	3 colheres	1,5 colheres

Logo, eles irão compreender que os ingredientes são diretamente proporcionais entre si e foram encontrados através dos seguintes cálculos:

Para o leite:

Quadro 3: Relação entre leite e ovos

Leite	Ovos
2	4
x	3

$\frac{2}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow x = 1{,}5$ copos de leite.

Para a farinha de trigo:

Quadro 4: Relação entre farinha de trigo e ovos

Farinha de Trigo	Ovos
4	4
x	3

$\frac{4}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$ xícaras de farinha de trigo.

Para o fermento:

Quadro 5: Relação entre fermento e ovos

Fermento	Ovos
1	4
x	3

$\frac{1}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 0{,}75$ colheres de fermento.

Para o açúcar:

Quadro 6: Relação entre açúcar e ovos

Açúcar	Ovos
4	4
x	3

$\frac{4}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$ xícaras de açúcar.

Para a margarina:

Quadro 7: Relação entre margarina e ovos

Margarina	Ovos
2	4
x	3

$\frac{2}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow x = 1{,}5$ colheres de margarina.

4.4. Atividade 4: Trabalhando escala utilizando o software GeoGebra

Nesta atividade, incluímos o uso do aplicativo GeoGebra, que pode ser trabalhado em sala de aula buscando a motivação e melhor compreensão dos assuntos já estudados.

Sugerimos que o professor apresente o software aos seus alunos antecipadamente e deixem que se familiarizem com o mesmo.

O planejamento desta atividade será apresentado a seguir, considerando 50 minutos o tempo de cada aula.

Plano de Aula:

Série/Ano: 7º ano do Ensino Fundamental

Componente Curricular: Matemática

Tema: Razão/Proporção

Número de Aulas: 2

Conhecimentos Prévios:

- As quatro operações básicas;
- Razão;
- Conhecimentos de geometria;
- Conhecimentos de média;
- Números decimais.

Objetivos:

- Definir escala;
- Aplicar os conhecimentos relacionados à definição de uma escala;
- Determinar uma escala para um mapa;
- Descobrir a distância real através de um mapa.

Conteúdo Programático:

- Razão;

Metodologia:

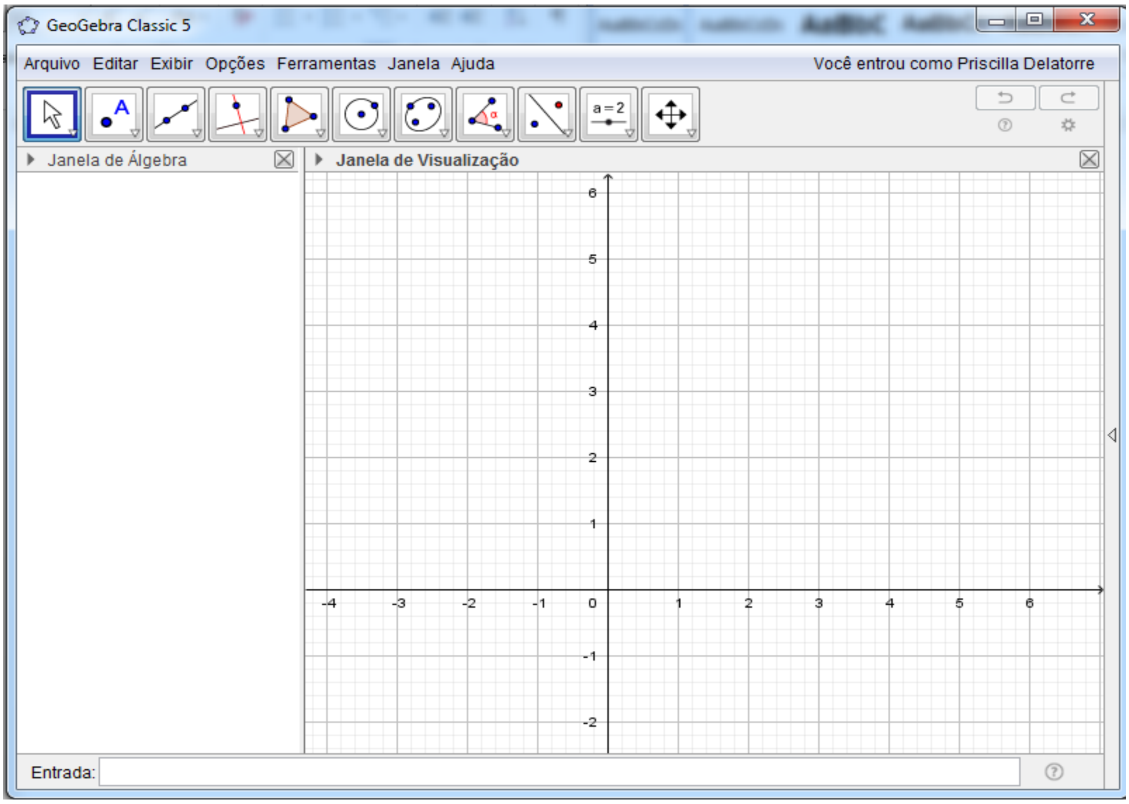
Aulas 1 e 2:

Sugerimos que os alunos sejam encaminhados para a sala de informática (se houver) ou a um ambiente em que possam, mesmo que em duplas ou trios, terem acesso a um computador.

Apresentar o software GeoGebra aos estudantes e deixar que eles se familiarizem com o mesmo.

Propomos então que diante do computador os alunos abram o programa GeoGebra.

Figura 13:Tela inicial do GeoGebra

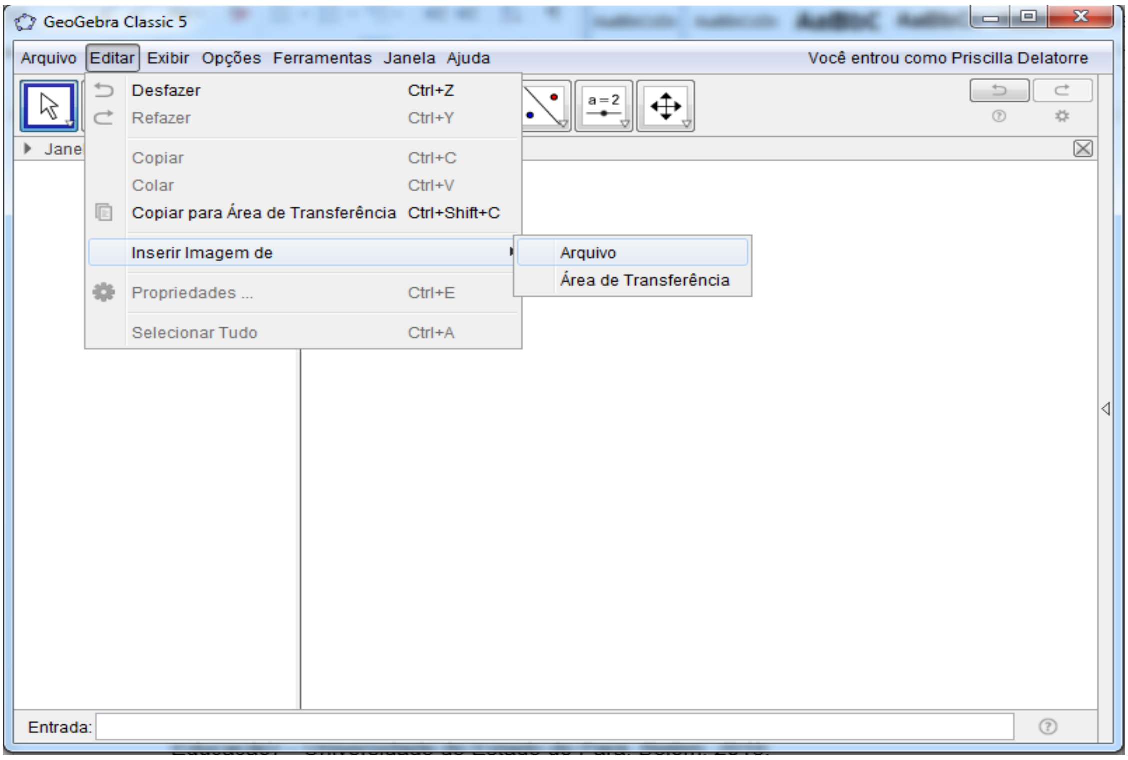


Fonte: Autora

Na figura 13 observamos a tela inicial do programa GeoGebra, em que aparecem as janelas de álgebra e de visualização, onde mostram a representação algébrica e onde são construídos os objetos e gráficos geométricos, respectivamente.

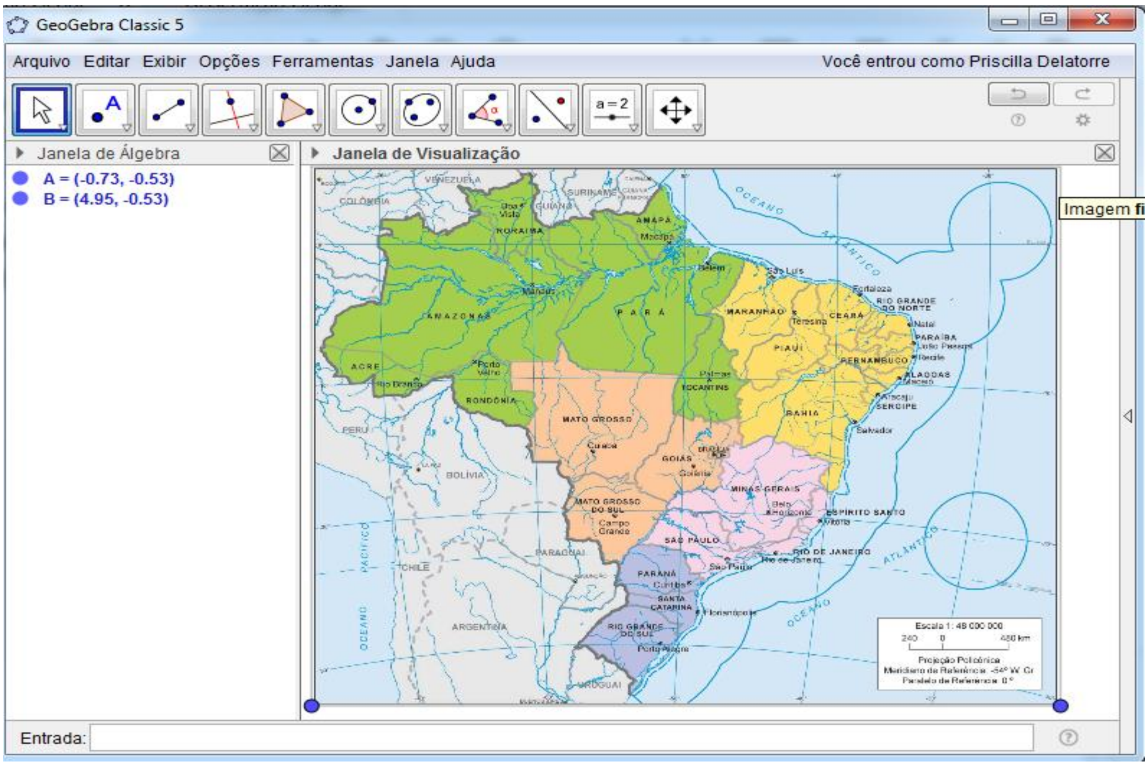
Em seguida pedimos para que os alunos apaguem os eixos e a malha da tela de visualização, depois cliquem na aba Editar, Inserir Imagem de e Arquivo, como demonstrado na figura 14.

Figura 14: Aba Editar



Fonte: Autora

Figura 15: Mapa do Brasil-Político no GeoGebra

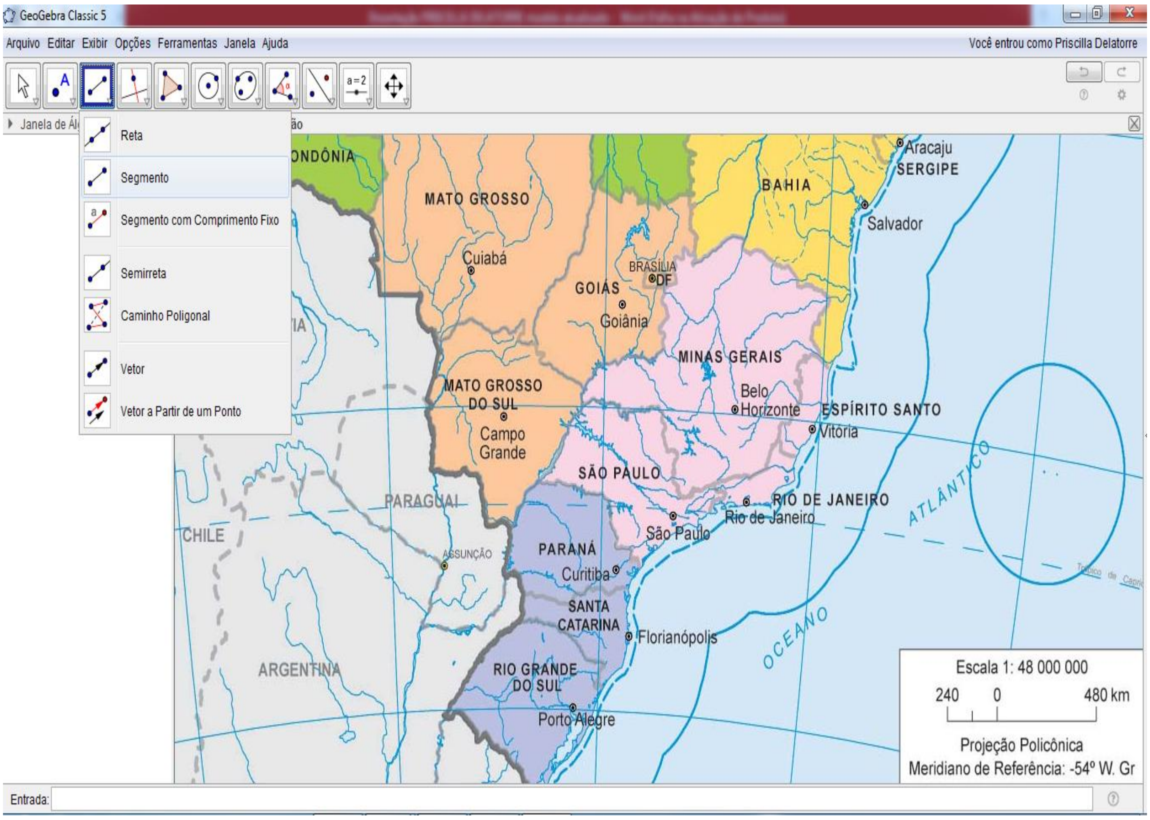


Fonte: Autora

Procurem então pelo mapa Brasil-Político, que já deverá estar “baixado”, nos documentos do computador, como ilustrado na Figura15.

Os pontos A e B que aparecem na janela de álgebra referem-se aos pontos laterais da figura.

Figura 16: Cortina relativa ao terceiro botão, aba Segmento



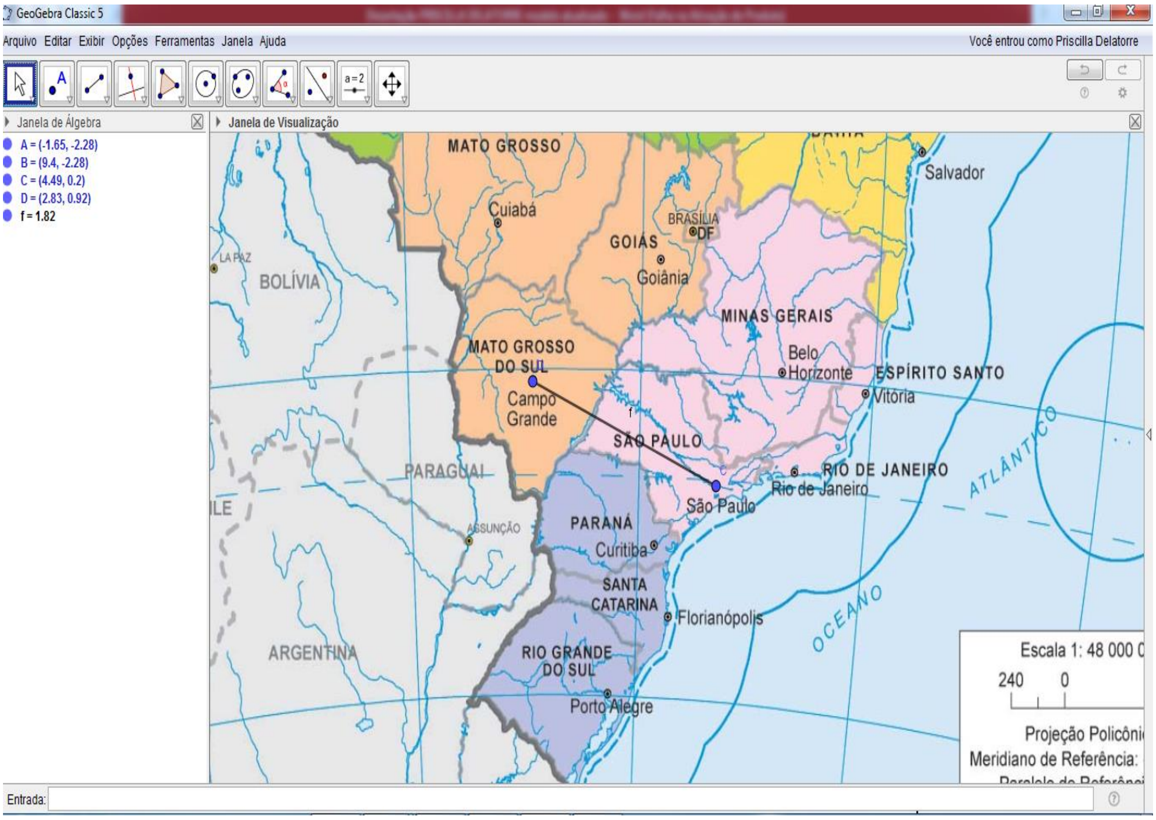
Fonte: Autora

Em seguida, ao clicar no terceiro botão na aba segmento será possível medir o tamanho do segmento desejado, como ilustra a figura 16.

Na figura 17, temos o segmento de reta com os dois pontos situados nas cidades de São Paulo-SP e Campo Grande-MS. O mesmo foi medido em centímetros como ilustrado na figura 18, onde consta a medida f = 1,82.

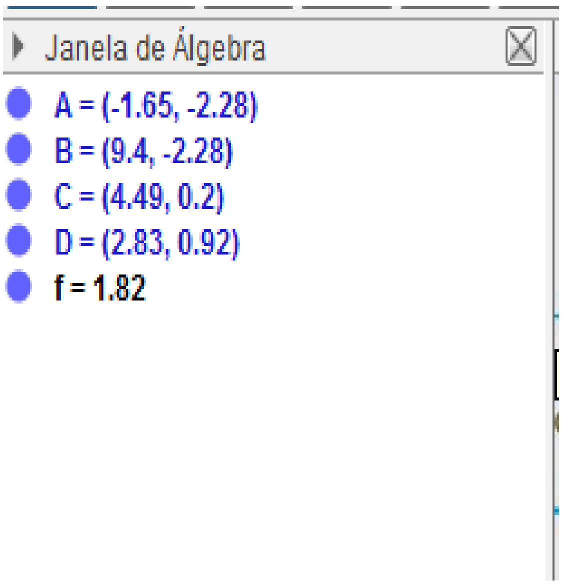
Diante disso, pedimos aos estudantes que calculem a real distância entre estas cidades levando em conta os conhecimentos que já possuem sobre leitura de mapas e escalas.

Figura 17: Segmento medindo a distância entre São Paulo-SP e Campo Grande-MS.



Fonte: Autora

Figura 18: Destaque da Janela de Álgebra



Fonte: Autora

Nossa expectativa é que eles achem esse valor através dos cálculos: 1,82 X 48.000.000 = 87.360.000 cm, ou seja, aproximadamente 873 km. Com essa informação, pedimos para que os alunos pesquisem em livros ou internet qual é a distância entre as cidades de São Paulo-SP e Campo Grande-MS. Eles devem constatar que essa distância é de 992 km.

Assim, podemos perceber que os valores não coincidem e então o professor questionará o motivo desse fato. Ele pode deixar que os estudantes tirem as próprias conclusões e que entendam que a medida feita pelo mapa foi um segmento de reta e a distância real entre as cidades não é em linha reta, pois existem algumas curvas no caminho.

Logo, os alunos devem pesquisar a distância entre as cidades de São Paulo-SP e Campo Grande-MS em linha reta que é de 892 km. Por fim, perceberão que de acordo com a escala do mapa podemos descobrir a distância que desejarmos.

Recursos Didáticos:

Lousa, giz, Software GeoGebra.

Avaliação:

Podemos avaliar os discentes de acordo com o grau de entendimento de cada um ao realizar as contas e a percepção ao manipular o software.

Observações:

Para esta atividade seria ideal que os alunos tivessem como tarefa para casa o uso e manuseio do software GeoGebra, levando em consideração uma sala de aula onde todos possuem computadores em suas residências. Dessa forma, os estudantes conseguiriam manipular o programa e determinar as distâncias de outras regiões através do conhecimento e leitura da escala de um mapa.

Porém, devemos considerar também que podem haver um ou mais alunos que não possuem um computador em seu lar. Dessa forma, sugerimos então que o professor disponha de mapas impressos e determine que os estudantes definam a distância real entre as cidades de acordo com a escala do mapa.

Reflexões:

A metodologia de ensino utilizada nessas atividades traz o professor como mediador do conhecimento, conduzindo seus alunos de acordo com cada necessidade e o estudante o agente principal da construção do saber, buscando assim atingir a aprendizagem significativa, além de inserir novas tecnologias, que estão cada vez mais presentes no cotidiano dos alunos atualmente, dentre outras coisas.

Realizando essas atividades os estudantes poderão revisar conhecimentos já estudados, além de articulá-los com novos conteúdos de maneira não tradicional. Assim, o professor abandona os usuais giz e lousa, fazendo com que seus alunos sejam os principais responsáveis do processo ensino-aprendizagem.

Utilizando os recursos tecnológicos propostos, o professor instiga a curiosidade dos estudantes, pois promove a inserção de tecnologias presentes no dia-a-dia dos alunos na sala de aula.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho procuramos demonstrar a importância de um ensino contextualizado para a melhoria da educação. Defendemos o ensino, levando em consideração o cotidiano do aluno. Além disso, acreditamos que quando eles trazem suas experiências cotidianas para o processo ensino-aprendizagem, a compreensão de alguns conceitos matemáticos tornar-se-ão mais significativos.

Vivemos e estamos vivendo uma revolução tecnológica, onde a maioria dos jovens estão conectados com essa realidade. Sendo assim é interessante unir essa vivência com a educação.

Acreditamos que, ensinar baseado em experiências do cotidiano aliada com recursos tecnológicos, fará com que os alunos percebam a importância da matemática, observando que a mesma está presente em praticamente tudo que nos rodeia.

Não existe uma maneira mágica e nem uma receita satisfatória para que o processo ensino-aprendizagem seja significativo. Sempre será necessário, refletir, buscar e aperfeiçoar as práticas desenvolvidas em sala de aula. Sabemos também que cada classe tem sua particularidade e cada indivíduo sua especificidade.

Provavelmente a contextualização pode servir para uma turma e não servir para outra. Mas de maneira geral, ao relacionarmos conhecimentos novos com os prévios existentes, a aprendizagem terá um significado para o aluno muito mais expressivo.

Nossa expectativa, com relação à aplicabilidade dessas atividades em sala de aula, é que os alunos compreendam os conceitos que estão sendo tratados de maneira leve e natural, pois estarão aprendendo levando em consideração suas experiências já vividas.

Realizar esse trabalho contribuiu para a nossa formação pessoal e profissional, podemos perceber o quanto a nossa educação ainda é falha, mesmo com todas as mudanças, ainda tem muito a melhorar.

Nosso desejo era a de implementar essas atividades em sala de aula com os alunos para podermos constatar o que foi defendido durante todo o trabalho, mas devido ao período incomum que estamos vivendo em razão à pandemia enfrentada contra a doença COVID-19, isso não foi possível.

Acreditamos que somente a educação pode transformar vidas. O aluno deve ser o agente principal do processo ensino-aprendizagem e o professor o mediador que auxilia esse processo e não o único detentor do saber.

As atividades desse trabalho podem servir de base para o educador desenvolver outros exemplos práticos utilizando criatividade e planejamento.

Esse trabalho não encerra o assunto sobre aprendizagem significativa aliada a recursos tecnológicos, pelo contrário, ele abre espaço para discussão de novos métodos e atividades a serem realizadas, ou talvez até uma associação com outras atividades ou recursos para serem aplicados em sala de aula.

Buscamos, através desse trabalho, instigar a curiosidade dos alunos em aprender matemática, tornando-a mais divertida e prazerosa. Trazendo assim a desmitificação da matéria e fazendo com que ela seja vista como ela realmente é "linda e admirável".

Concluímos esse trabalho com a expectativa de termos contribuído com uma mudança, mesmo que pequena, na forma como ensinar razão e proporção aos alunos, utilizando situações do cotidiano e que seja interessante para os estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Newton. **Geografia Newton Almeida**. 2014. Disponível em:<< https://geografianewtonalmeida.blogspot.com/2014/04/mapas-aprendendo-ler-os-mapas-escalas.html>>. Acesso em: 21 de julho de 2020.

ALMEIDA, Ricardo Guimarães de. **Razão e proporção para além da sala de aula.** Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Profmat- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2015.

Aplicativo Price Cruncher. Brainservice Incorporated. Disponível em:<< https://play.google.com/store/apps/details?id=ca.brainservice.pricecruncher.free&hl=pt_BR&gl=US>>. Acesso em 09 de março de 2021.

AZAMBUJA, Monique Teixeira de. **O uso do cotidiano para o ensino de matemática em uma escola de Caçapava do Sul.** Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Ciências Exatas da Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, Caçapava do Sul, RS. 2013.

BARNABÉ, Fernando Moreira. **A melodia das razões e proporções:** a Música sob o olhar interdisciplinar do professor de Matemática. 2011. 68 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

BARROQUEIRO, C.H.; AMARAL, L.H. **O uso das tecnologias da informação e da comunicação no processo de ensino-aprendizagem dos alunos nativos digitais nas aulas de física e matemática do ensino médio integrado do IFSP.** Revista de Educação do Ideau**,** Cruzeiro do Sul**,** v. 7, n. 15, p.1-20, jan/jun, 2012. Disponível em:<< https://www.getulio.ideau.com.br/wpcontent/files_mf/82ade258599593b82d6615487df08fc0138_1.pdf>>. Acesso em 09 de fevereiro de 2021.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB**. 9394/1996. Disponível em :<< http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>> Acesso em 17 de fevereiro de 2021.

BIBIANO, B. "Problemas de Proporção". Nova Escola, 2010. Disponível em:<< https://novaescola.org.br/conteudo/2731/problemas-de-proporcao>>. Acesso em 09 de março de 2021.

CABRAL, N.F.; DIAS, G.N.; JÚNIOR, J.M.S.L. **O ensino de razão e proporção por meio de atividades**. Ensino da Matemática em Debate (ISSN: 2358-4122), São Paulo, v. 6, n. 3, p. 174-206, 2019.

DELAI, Marinês Vendruscolo; NIERADKA, Izolete Maria A.; LUBECK, Kelly Roberta Mazzutti. **Evasão escolar e a disciplina de matemática: a realidade no primeiro ano do ensino médio noturno do colégio estadual Santo Agostinho – Palotina – PR.** Disponível em:<< http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1968-8.pdf>> Acesso em: 21 de julho de 2020.

"Economia de água" em Sua Pesquisa.com. 2004-2020. **Sua pesquisa.com.** Disponível em:<< https://www.suapesquisa.com/ecologiasaude/economia_agua.htm#:~:text=%2D%20Deixar%20a%20torneira%20fechada%20enquanto,litros%20de%20%C3%A1gua%20numa%20lavagem.>> Acesso em 06 de outubro de 2020.

FERREIRA, M. S. B., **Razão, proporção e regra de três.** Trabalho de Pós - Graduação em Matemática para o Ensino Médio da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Currais Novos/RN. 2016.

FOGAÇA, J.R.V. "Densidade"; **Brasil Escola**. [2015?] Disponível em: <<https://brasilescola.uol.com.br/quimica/densidade.htm>> Acesso em 21 de julho de 2020.

FOSSA, John A. **Razão e proporção: a herança antiga.** Revista Brasileira de História da Matemática, v.11, n. 23, p. 1–6, 2011. Disponível em:<< https://www.researchgate.net/profile/John-Fossa/publication/328052743_Razao_e_Proporcao_A_Heranca_Antiga/links/5bb54a3d299bf13e605db248/Razao-e-Proporcao-A-Heranca-Antiga.pdf>>. Acesso em 23 de fevereiro de 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Censo Brasileiro de 2010. Rio de Janeiro: IBGE, 2012.

IMENES, Luiz Marcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática-Imenes&Lellis**. 1 ed.São Paulo:Moderna, 2009.

KREMER, Karla de Araújo. **Dificuldades na aprendizagem de matemática**. Monografia apresentada ao curso de Psicopedagogia da Universidade Cândido Mendes. Rio de Janeiro. 2011.43p.

LEMOS, Silvana. **Nativos digitais x aprendizagens: um desafio para a escola**. Boletim Técnico do Senac, Rio de Janeiro, v.35, n.3, p.38-47, set/dez, 2009.

Disponível em: << https://bts.senac.br/bts/article/view/236/219>>. Acesso em 09 de fevereiro de 2021.

LIMA, Elon Lages, et al. **Temas e Problemas**. 3 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010. 193 p. (Coleção do professor de matemática).

MENEGAT, M.F. **Uma nova forma de ensinar razão e proporcionalidade**. 2010. 54 f. TCC (Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

MIRANDA, D. Comprimento da circunferência. **Mundo Educação**. [2016?]. Disponível em:<<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/comprimento-circunferencia.htm>> Acesso em 22 de julho de 2020.

MOÇO, A. 25 anos: as mudanças na educação e em nova escola. **Nova escola**, 2011. Disponível em :<<https://novaescola.org.br/conteudo/2944/25-anos-as-mudancas-na-educacao-e-em-nova-escola>>Acesso em: 22 de julho de 2020.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Ed. da UnB, 1998.

MOREIRA, Marco Antonio. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo. Moraes 2009, 2016. Porto Alegre, RS. pg 31-36.

NOGUEIRA, Jair Pinheiro. **Explorando a curiosidade e a criatividade como motivadores do interesse em matemática**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística - 2014. 127 f.

OLIVEIRA, Elida. Cai aprendizado de matemática no último ano do ensino médio, aponta levantamento. **G1**, 21 de março de 2019. Disponível em:<<https://g1.globo.com/educacao/noticia/2019/03/21/cai-aprendizado-de-matematica-no-ultimo-ano-do-ensino-medio-aponta-levantamento.ghtml>>. Acesso em 17 de fevereiro de 2021.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Teorema de Tales"; **Brasil Escola**. [2015?]. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/teorema-tales.htm>. Acesso em 23 de fevereiro de 2021.

PELIZZARI, Adriana, et al. **Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel.** Rev. PEC, Curitiba, v.2, n.1, p.37-42, jul. 2001-jul. 2002.

PENA, RODOLFO F. A, Densidade demográfica do Brasil. **Mundo Educação** [2015?]. Disponível em: << https://mundoeducacao.uol.com.br/geografia/densidade-demografica-brasil.htm#:~:text=*%20Os%20dados%20regionais%20foram%20obtidos,22%2C4%20hab%2Fkm%C2%B2. >> Acesso em 01 de abril de 2021.

PINTO, A.C.M; FELCHER, C.D.O.; FERREIRA, A.L.A. **Considerações sobre o uso do aplicativo qr code no ensino da matemática: reflexões sobre o papel do professor**. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em Leitura, Matemática e Ciências no Brasil. **Ministério da Educação**, 04 de dezembro de 2019. Disponível em:<<http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil>>. Acesso em 17 de fevereiro de 2021.

PORFÍRIO, Francisco. "Tales de Mileto"; **Brasil Escola**. [2015?]. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/biografia/tales-de-mileto.htm>. Acesso em 23 de fevereiro de 2021.

“Problema: proporções na cozinha”, **Matika** 2020. Disponível em:<<https://matika.com.br/regra-de-tres/problema-proporcoes-na-cozinha>>Acesso em 20 de outubro de 2020.

SANTOS, Aglair D.; MATTA, Edison da. **Matemática Interativa,** 7: volume 2. 1.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015. pg. 75-132.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia S. B. dos. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática.** Trabalho de conclusão de curso. Centro Universitário Adventista de São Paulo, campus São Paulo, 2007.

Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

SILVA, Diana P. C. **Alguns marcos históricos relativos a um conceito matemático elementar:** um estudo sobre proporções. 2012. 151 f. Dissertação (Mestrado)-Universidade de Minho, Minho, 2012.

Silva P.O., Krajewski L.L., Lopes H.S., Nascimento D.O. **Os desafios no ensino e aprendizagem da física no ensino médio**. Rev Cient Fac Educ e Meio Ambiente, Ariquemes, v. 9, n. 2, p. 829-834, jul.-dez. 2018.

SOFTWARE GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.geogebra.org>>Acesso em 09 de março de 2021.

VALENTE, José A.; FREIRE, Fernanda M.P.; ARANTES, Flávia L. (org). **Tecnologia e Educação: passado, presente e o que está por vir.** Campinas, SP: NIED/UNICAMP, 2018.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.