Universidade Federal do Piauí

Centro de Ciências da Natureza

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional em Matemática

Aline de Carvalho Silva

O programa OBMEP na Escola como instrumento de ensino aprendizagem da matemática na Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI.

Teresina - 2021

Aline de Carvalho Silva

Dissertação de Mestrado:

O programa OBMEP na Escola como instrumento de ensino aprendizagem da matemática na Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI.

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Profmat, da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática na modalidade profissional.

Orientador:
Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes.

Teresina - 2021

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Setorial de Ciências da Natureza – CCN
Serviço de Processamento Técnico

S586p Silva, Aline de Carvalho.
O programa OBMEP na Escola como instrumento de ensino aprendizagem da matemática na Unidade de Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI/ Aline de Carvalho Silva. – 2021.
60 f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Pós-Graduação em Matemática - PROFMAT, Teresina, 2021.
"Orientador: Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes. "

1. Matemática – Estudo e Ensino. 2. Olimpíadas Matemática - OBMEP. 3. Estatística. I. Lopes, Jurandir de Oliveira. II. Titulo.

CDD 510.7

Bibliotecária (o): Caryne Maria da Silva Gomes – CRB3/1461

Aline de Carvalho Silva

O programa OBMEP na Escola como instrumento de ensino aprendizagem da matemática na Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI.

Dissertação submetida à banca examinadora abaixo discriminada em defesa pública e aprovada em 30/03/2021.

BANCA EXAMINADORA

Jurandir de Oliveira Lopes

Jurandir de Oliveira Lopes (Orientador)

Universidade Federal do Piauí

Valmária R. S. Ferraz

Valmária Rocha da Silva Ferraz

Universidade Federal do Piauí

Antonio C. Amaral

Assinado de forma digital por ANTONIO CARDOSO DO AMARAL:91259177300
Dados: 2021.05.27 09:22:15 -03'00'

Antonio Cardoso do Amaral

Secretaria de Estado da Educação/SEDUC-PI

Teresina - 2021

Dedico esta dissertação ao meu filho Arthur e ao meu esposo Atécio.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por tudo que me proporcionou e por sempre me guiar pelos melhores caminhos.

Ao meu filho Arthur Carvalho Alves, minha maior fonte de amor e inspiração e ao meu esposo Atécio Alves por todo amor, companheirismo, incentivo, por acreditar tanto em mim, muitas vezes até mais do que eu mesma, o Mozão da minha vida.

Aos meus pais Maria da Glória da Silva Carvalho e João da Cruz Carvalho por não medirem esforços para me proporcionar a melhor educação que eles podiam. Obrigada por me ensinar que a maior herança que podem me deixar é a educação, isso foi essencial para a escolha da minha profissão.

Agradeço ao meu orientador o professor Dr. Jurandir de Oliveira Lopes, pela paciência, dedicação e comprometimento em conduzir esse trabalho.

Aos meus irmãos Arianna, Marcelo e Ana Cláudia, por todo amor e amizade. Aos meus sogros Seu Nilo e Dona Aldenora (in memoriam) por todo carinho e admiração. A minha madrinha Tina que é como uma segunda mãe para mim, por todo apoio e força.

Aos meus amigos Lucas, Rui, Jordan, Jerson, Sandoel, Antônio Aguiar, Edilson e Paulo pelas dicas e ajuda nas dúvidas no decorrer do curso e também a todos os outros amigos que a matemática me presenteou.

Aos meus sobrinhos João Emanuel e Matias, as minhas afilhadas Kellen, Maria Alice e Marinalva, aos meus cunhados(as) Marquezan, Ana Paula, Henrique, Jadiel e Naiane, aos meus amigos(as) Laís, Igor, Jessyca, Kátia, Patrícia, Isabel, Luciana, Raiany, Jessica, Thaís, Rodolfo, Marilene, Mariane, W. Bruno e a todos os outros que fazem parte da minha vida e sempre me incentivaram nos momentos de desânimo.

Agradeço a professora Dra. Valmária e ao professor Me. Amaral pelas contribuições e participação na banca e a todos os professores e coordenadores do Profmat-UFPI que tiveram presentes no decorrer do curso, pela contribuição em minha formação.

Agradeço, por fim, a UFPI, ao PROFMAT e a CAPES.

"*Educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo.*"

Paulo Freire.

Resumo

No presente trabalho, apresentaremos o programa OBMEP na Escola como ferramenta de ensino e aprendizagem da matemática, mostrando desde a habilitação e seleção de professores até a aplicação do programa na Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri – PI, nos anos de 2017 a 2019 para turmas de nível 1 e nível 2. Em seguida, apresentaremos algumas noções de estatística descritiva, falaremos sobre os tipos de variáveis, distribuição de frequência, gráficos, medidas de posição e medidas de dispersão para melhor compreensão dos resultados e discussões feitos ao final do trabalho, sobre a análise dos desempenhos dos alunos nesse período de aplicação do programa, visando assim mostrar os impactos que a Unidade Escolar Padre Freitas obteve com programa OBMEP na Escola.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; OBMEP na Escola; Estatística.

Abstract

In this work, we will see the program OBMEP na Escola as a tool of math teaching and learning, by showing since the teachers selection and qualification until the program application in the school Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI, from 2017 through 2019 for classes of Level 1 and Level 2. In the next, we will present some notions of descriptive statistics, we will talk about the kinds of variable, frequency distribution, graphs, measures of position and dispersion for a best comprehension of the results and discussions made in the end of the work, about an analysis of performances of the students in this program application period, in order to show the impact that the school Unidade Escolar Padre Freitas had with the program OBMEP na Escola.

Key words: Math Teaching; OBMEP na Escola; Statistic.

Sumário

Introdução

Um dos maiores problemas que os professores de matemática enfrentam é a grande resistência que muitos alunos ainda têm em relação a esse componente curricular, a matemática. Muitos alunos não se permitem conhecer e já se acham incapazes de entender ou mesmo de se interessar por ela, o que acarreta uma grande dificuldade no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP, [5 - 10], foi criada em 2005 e desde então estimula o estudo da matemática e identifica talentos por todo o Brasil, no entanto em muitas escolas ela ainda é uma olimpíada pouco explorada em sala de aula.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, [1]), três das competências específicas de matemática para o ensino fundamental são:

> "Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo."(BNCC, 2021, p.267)
>
> "Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções."(BNCC, 2021, p.267)
>
> "Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles."(BNCC, 2021, p.267)

Essas competências específicas levam os educadores a uma reflexão sobre uma nova forma de abordar a matemática em sala de aula e o programa OBMEP na Escola, [11, 12], se insere perfeitamente nessas competências. Acreditamos que esse trabalho venha a contribuir para os professores de matemática conhecer melhor o programa OBMEP na Escola e usar a OBMEP como ferramenta de estímulo do raciocínio lógico de seus alunos, despertando o interesse e a curiosidade deles para a matemática. O principal objetivo desse trabalho é analisar os impactos que a OBMEP e o programa OBMEP na Escola trouxeram para o ensino aprendizagem de matemática em sala de aula, para os anos finais do ensino fundamental na Unidade Escolar Padre Freitas, verificando se existiu evolução no desempenho em matemática dos alunos participantes do programa, mostrando as contribuições que o programa pode trazer para a comunidade escolar como um todo e com isso levar os professores de matemática a adotarem novas práticas pedagógicas em suas salas de aula.

A motivação para esse trabalho veio a partir da experiência vivida com a aplicação do programa OBMEP na Escola nos anos de 2017 a 2019 na Unidade Escolar Padre Freitas, na cidade de Piripiri - PI, com alunos de ensino fundamental, anos finais, com as premiações e resultados alcançados nesse período, juntamente com a experiência já adquirida em sala de aula.

A Estatística é utilizada no trabalho como instrumento de análise dos desempenhos dos alunos que participaram e que não participaram do programa OBMEP na Escola. Para isso é importante definirmos e identificarmos os tipos de variável, organizarmos os dados em tabelas ou gráficos, analisarmos e compararmos as notas de todos os alunos que estudaram na Unidade Escolar Padre Freitas nos três anos de aplicação do programa, através das medidas de posição (média aritmética, mediana e moda) e das medidas de dispersão (variância e desvio padrão), [2, 4]. O software RStudio, [3, 13], foi utilizado para análise dos dados e construção dos gráficos.

Para o desenvolvimento deste trabalho, no capítulo 1 será apresentada a OBMEP, criação, organização, público-alvo, objetivos, aplicação das provas, premiações, o PIC e apostilas usadas no PIC.

No capítulo 2, será apresentado o programa OBMEP na Escola, onde são tratados o regulamento, a seleção de professores, o financiamento, os conteúdos e a execução do programa na Unidade Escolar Padre Freitas.

No capítulo 3, serão apresentadas noções básicas de estatística, tipos de variáveis, representação em tabelas ou gráficos, medidas de posição e dispersão e os testes de hipóteses t de Student, p-Valor e Kolmogorov-Smirnov.

No capítulo 4, serão apresentadas as comparações entre as médias dos participantes e não participantes no programa OBMEP na Escola nos anos de 2017 a 2019 feitas no software RStudio.

No capítulo 5, serão apresentados os comentários finais sobre aplicação e satisfação do programa OBMEP na Unidade Escolar Padre Freitas.

Capítulo 1

OBMEP

Neste capítulo, será apresentada a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), quanto ao surgimento, ao público-alvo, e será apresentado o Programa de Iniciação Científica Jr (PIC) que é destinado aos medalhistas. No capítulo seguinte destacaremos o programa OBMEP na Escola, e outros programas são disponibilizados em [5].

1.1 O que é a OBMEP?

Nesta seção, será apresentado a história desde o surgimento até a presente data, com base em [6 - 8].

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é um projeto nacional voltado para as escolas públicas e privadas brasileiras. Ela é uma olimpíada realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) que possui o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e é produzida com recursos do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI). Criada em 2005, a OBMEP era voltada apenas para as escolas públicas, somente em 2017 as escolas privadas passaram a integrar a olimpíada. Entre outras finalidades, a OBMEP objetiva promover e estimular o estudo da Matemática, melhorar a qualidade da educação básica, disponibilizando material didático de qualidade para os alunos brasileiros, descobrir jovens talentos na matemática, estimular o ingresso de alunos em universidades nas áreas científicas e tecnológicas, estimular o aperfeiçoamento de professores da rede pública de ensino, proporcionar a inclusão social através da difusão do conhecimento e colaborar para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas.

De 2005 a 2017 a OBMEP era dividida em apenas três níveis. O nível 1, voltado para os alunos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, o nível 2, para os alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental e o nível 3, para os alunos de todos os anos do Ensino Médio. Em 2018 foi criada a OBMEP nível A, uma Olimpíada voltada para alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental das escolas públicas. Jovens e adultos, matriculados na modalidade EJA, podem participar da olimpíada, desde que estejam matriculados em uma etapa que corresponda a um dos níveis descritos.

A OBMEP nível 1, 2 e 3 é realizada em duas fases. A primeira fase consiste em uma prova objetiva contendo vinte questões, cada questão possui cinco alternativas com apenas uma correta. Os alunos com melhor pontuação nessa fase e o equivalente a 5% da quantidade de alunos de cada escola em cada nível, são classificados para a segunda fase, que consiste em uma prova discursiva com seis questões. A primeira fase é utilizada apenas para a classificação dos alunos de cada escola, somente na segunda fase esses alunos irão competir nacionalmente com os outros alunos, onde os melhores colocados são premiados com medalhas de ouro, prata, bronze ou com menção honrosa. Na OBMEP nível A, as provas são realizadas em uma única fase. Na sua última edição até o vigente trabalho, em 2019, a prova foi composta de quinze questões objetivas com cinco alternativas, sendo apenas uma correta. O conteúdo das provas desse nível segue os Parâmetros Curriculares Nacionais para os discentes do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. As questões trazem as mesmas características conhecidas na OBMEP, com estímulo do raciocínio lógico e o uso da criatividade.

Na sua primeira edição, a OBMEP teve mais de 10 milhões de alunos inscritos, já em 2019 foram mais de 18 milhões de estudantes provenientes de 99,71% dos municípios brasileiros. Essa olimpíada premia alunos de escolas públicas e privadas, professores, escolas e Secretarias de Educação por todo o Brasil.

1.2 O PIC

Nesta seção, será apresentado o Programa de Iniciação Cientîfica Jr., objetivo e composição, com base em [9].

Os alunos medalhistas da OBMEP são convidados para participarem do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) que é um programa que proporciona ao aluno premiado na edição de cada ano da OBMEP entrar em contato com fascinantes questões da Matemática, expandindo o seu conhecimento científico matemático e preparando-o para um futuro desempenho acadêmico e profissional. O PIC é executado através de uma rede nacional de professores em polos por todo o país. Tem como finalidade estimular nos estudantes o gosto pela Matemática e pela ciência de forma geral. No programa, o aluno pode participar do PIC Presencial ou do PIC a Distância. O PIC presencial ocorre em polos de Iniciação Científica em determinadas cidades, onde são realizados encontros presenciais enquanto o PIC a Distância é realizado através de aulas virtuais. O aluno só pode participar do PIC presencial se residir próximo a um polo de Iniciação Científica. Os encontros presenciais são dirigidos por Professores orientadores. Nesses encontros os alunos recebem o material de estudo, orientação e o cronograma sobre os temas a serem abordados. Os estudantes do PIC participam de um fórum virtual, no qual discutem entre eles o material de estudo, sob orientação dos Moderadores do fórum e realizam atividades complementares às aulas. O material didático é preparado nos diferentes níveis de participação de cada aluno, têm apostilas disponíveis no formato PDF para download em [10]. Os alunos medalhistas que participam do programa, acompanhando todas as etapas do PIC, recebem uma bolsa concedida pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), uma forma de incentivo financeiro mensal pela participação no programa. Pode ter bolsa do CNPq somente o aluno que durante a vigência do programa (PIC) estiver regularmente matriculado em escola pública da educação básica.

A equipe encarregada pelo PIC é formada pelos professores orientadores, os moderadores de fórum, os coordenadores de fórum e os coordenadores orientadores. Os professores orientadores são responsáveis por orientar os estudantes nos encontros presenciais, os moderadores de fórum por acompanhar e incentivar as discussões e resoluções de problemas entre os alunos, em suas salas virtuais no fórum Hotel de Hilbert, os coordenadores de fórum são responsáveis por coordenar os moderadores de fórum, verificando a qualidade das intervenções que ocorrem nas discussões, fiscalizando a frequência e o cumprimento das regras determinadas pelo Comitê Acadêmico para o fórum e os coordenadores orientadores por acompanhar e orientar todas as atividades executadas pelos professores orientadores e pelos alunos participantes do PIC em sua região.

Capítulo 2

OBMEP na Escola

Neste capítulo, baseando-se em [11, 12], será apresentado o programa OBMEP na Escola, ferramenta principal desta pesquisa, onde será detalhado: os objetivos, a organização, a habilitação, a seleção e a execução do programa; será apresentado o Portal da Matemática OBMEP, que é uma importante plataforma que contém conteúdo de matemática em diferentes formas, como por exemplo em videoaulas ou em formato PDF; e também será mostrado como foi executado o programa OBMEP na Escola na Unidade Escolar Padre Freitas e os resultados obtidos na OBMEP nos anos de 2017 a 2019.

2.1 O programa OBMEP na Escola

O programa OBMEP na Escola é direcionado para professores de matemática da rede pública de ensino e consiste na preparação de alunos de escolas públicas, para a competição nacional que a OBMEP promove anualmente, através da resolução de questões olímpicas em encontros extraclasse. Tem como objetivo principal melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática no ensino público do país, incentivando a utilização do material didático produzido pelo IMPA direcionado para a OBMEP, estimulando o desenvolvimento de atividades extraclasse voltadas para a Olimpíada. O programa tem como finalidade também estimular professores de matemática para a adoção de novas práticas pedagógicas em sala de aula e incentivar estudos mais aprofundados na sua área de atuação, contribuindo assim para sua formação como docente.

O programa OBMEP na Escola é realizado pelo IMPA com apoio da SBM. Os recursos que financiam o programa são provenientes do contrato de gestão acordado entre o IMPA com o Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI) e com o Ministério da Educação (MEC). A Fundação Itaú Social patrocina o programa através de bolsas para os professores participantes.

O programa é dividido em duas fases, a habilitação de professores e a execução do programa nas escolas. A habilitação de professores ocorre por meio da aplicação da Prova de Habilitação, com o objetivo de verificar se o candidato dispõe do conhecimento matemático necessário para atuar no programa. Essa prova é elaborada e corrigida pelo IMPA e consiste em uma prova discursiva com seis problemas onde cada um dos problemas vale 20 pontos. Os candidatos cuja nota for maior ou igual a 70 pontos recebem um certificado de habilitação do IMPA e são designados Professores Habilitados. Podem participar dessa prova professores da educação básica com licenciatura em matemática. São selecionados para participação no programa OBMEP na Escola, os professores habilitados na prova, de acordo com a ordem decrescente de nota na Prova de Habilitação, dentro da quantidade de vagas disponibilizada em cada edital e que estiverem em efetivo exercício no ensino público municipal ou estadual, com pelo menos dois anos de docência na educação básica. São convidados para a participação no programa também os professores premiados na OBMEP na edição do ano anterior, independentemente da realização ou não da Prova de Habilitação e em caso de vacância de bolsas, poderão ser convidados professores que tenham participado de edições anteriores do programa, ou que tenham apresentado relevância significativa no ensino da educação básica. A execução do programa OBMEP na Escola é realizada pelos professores de matemática da educação básica que tenham sido selecionados. Cada professor recebe um kit de livros para professor e mais 20 kits para serem distribuídos entre os alunos, composto de 4 livros: Encontros de Aritmética, Encontros de Geometria 1, Métodos de Contagem e Probabilidade e Teorema de Pitágoras e Áreas.

Os professores selecionados são preparados em um programa de formação de professores, constituído de sete encontros mensais de quatro horas de duração onde é discutido o material a ser desenvolvido com os alunos. Cada professor selecionado forma uma turma com pelo menos vinte alunos que estudam na rede pública, na escola onde atua ou em escolas vizinhas. Essa turma é cadastrada no sistema acadêmico OBMEP, o portal ONE (OBMEP na Escola). Os professores lecionam para essa turma, oito horas de aula por mês, fora do horário escolar, podendo ser no contraturno ou aos sábados. Essas aulas seguem um roteiro e são baseadas no material didático produzido pelo IMPA para OBMEP. Os professores selecionados indicam onde e quando serão ministradas essas aulas e ficam responsáveis por entregar a anuência do responsável pelo local onde serão desenvolvidas as atividades. A aplicação do programa é supervisionada pelo coordenador regional, que acompanha o preenchimento dos diários de classe, através do portal do ONE, no qual são descritas as atividades realizadas, a frequência dos alunos, duração dos encontros, dificuldades enfrentadas, assuntos e materiais utilizados em cada aula pelos professores.

O professor selecionado deve incentivar a inscrição de sua escola na OBMEP, preparar os alunos e estimular sua participação nas duas fases da Olimpíada, divulgar e utilizar os materiais didáticos produzidos pelo IMPA para a OBMEP como os Bancos de Questões, promover cerimônias de premiação para alunos medalhistas, menções honrosas e classificados para a segunda fase, como forma de incentivo para a participação no programa. Os professores habilitados e selecionados recebem do IMPA uma bolsa mensal no valor de R$ 765,00 (setecentos e sessenta e cinco reais) para realizarem as atividades do programa durante sete meses, não sendo permitido o acúmulo desta bolsa com outras. Ao final do programa o professor deve enviar um relatório final descrevendo as atividades realizadas durante todo o ano. Nesse relatório deve conter tanto as atividades realizadas com a turma selecionada como as atividades realizadas para toda a escola, descrevendo assim o que foi feito para a promoção da OBMEP em sua instituição de ensino, e deve conter também uma análise crítica sobre sua atuação como professor aplicador do programa, relatando as dificuldades encontradas e fazendo sugestões para melhoria do impacto da OBMEP e do programa no ensino da matemática.

O programa é dividido em sete ciclos com dois encontros em cada ciclo, que abordam assuntos específicos em cada encontro, direcionados através dos roteiros de estudos, podendo ser reorganizado a cada ano, mas sempre envolvendo aritmética, álgebra, geometria e contagem, as áreas da matemática que sempre são cobradas na OBMEP. As Tabelas 2.1 e 2.2 fornecem todos os conteúdos abordados ao longo de todos os encontros do nível 1 e do nível 2 no ano de 2019.

Cada ciclo possui um roteiro de estudos que é composto por duas listas de exercícios que serão trabalhadas uma em cada encontro. Essas listas vêm acompanhadas das solu-

NÍVEL I	
Ciclo 1	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Paridade; • Operações com números inteiros.	• Frações como razões ou como porcentagens; • Razões e proporções.
Ciclo 2	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Contagem através de listagens e de árvores de possibilidades; • Princípios aditivo e multiplicativo.	• Resolução de exercícios de contagem.
Ciclo 3	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Figuras geométricas simples, áreas e perímetros.	• Figuras geométricas simples, áreas e perímetros.
Ciclo 4	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Operações com números inteiros; • Notação posicional.	• Cálculos com letras.
Ciclo 5	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Múltiplos e divisores; • Divisão Euclidiana; • Critérios de divisibilidade.	• Fenômenos periódicos; • Padrões aritméticos e geométricos.
Ciclo 6	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Figuras geométricas simples, áreas e perímetros.	• Visualização de figuras tridimensionais.
Ciclo 7	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Soluções de problemas variados de provas anteriores da OBMEP e dos Bancos de Questões.	• Soluções de problemas variados de provas anteriores da OBMEP e dos Bancos de Questões.

Tabela 2.1: Conteúdos programáticos Nível 1

ções e comentários de cada questão, para que o professor consiga desenvolve-las da melhor forma possível. Essas listas são as principais ferramentas a serem utilizadas nos encontros com os alunos, pois o programa consiste na resolução de problemas olímpicos. Além das listas de exercícios os roteiros de estudos possuem os assuntos que serão abordados em cada encontro e sugestões de material apoio, como textos, materiais teóricos, cadernos de exercícios complementares, videoaulas do portal da matemática [12] e do canal PICOBMEP no Youtube (https://www.youtube.com/user/PICOBMEP) com os respectivos links para acesso. No primeiro encontro de cada ciclo são distribuídas para os alunos três

NÍVEL II	
Ciclo 1	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Paridade; • O sistema decimal: representações e operações numéricas.	• Divisão Euclidiana; • Fenômenos periódicos: padrões numéricos.
Ciclo 2	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Princípios aditivo e multiplicativo: identificar, modelar e resolver situações-problemas correlatas aos princípios.	• Noções básicas de probabilidade.
Ciclo 3	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Áreas e perímetros de figuras planas.	• Congruências de triângulos; • Paralelismo: soma dos ângulos internos de um triângulo, propriedades e caracterização dos quadriláteros notáveis (quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio e losango)
Ciclo 4	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Múltiplos, divisores e primos; • Algoritmo de Euclides: MDC e MMC.	• Razões e proporções; • Função Afim: interpretações de gráficos de funções afins e tabelas
Ciclo 5	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Explorando o uso de "simetrias" na resolução de problemas; • Explorando a inserção de "ambientes recreativos" ao processo de ensino-aprendizagem.	• Explorando o uso de "padrões" na resolução de problemas; • Explorando o "reconhecimento de representações numéricas, gráficas ou geométricas" em problemas de modelagem.
Ciclo 6	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Semelhança de triângulos; • Teorema de Tales	• Relações métricas no triângulo retângulo: o teorema de Pitágoras.
Ciclo 7	
ENCONTRO 1	ENCONTRO 2
• Soluções de problemas variados de provas anteriores da OBMEP e dos Bancos de Questões.	• Soluções de problemas variados de provas anteriores da OBMEP e dos Bancos de Questões.

Tabela 2.2: Conteúdos programáticos Nível 2

questões chamadas de "tarefa de casa". Essas questões devem ser resolvidas pelos alunos fora da sala de aula, como estudo complementar, e cujas soluções devem ser discutidas posteriormente pelos professores. Após o fechamento de cada ciclo são aplicadas em sala de aula, duas questões de caráter avaliativo sob a supervisão do professor. Cada aluno deve resolver de forma individual e entregar sua solução. Estas questões devem ser aplicadas em um dos encontros do ciclo seguinte, devem ser corrigidas pelos professores e uma nota individualizada de 0 a 10 deve ser atribuída para cada aluno do OBMEP na Escola. Essas notas são registradas pelo professor participante no diário do portal ONE e servem para uma análise da aplicação de cada ciclo, onde os docentes podem fazer um acompanhamento mais minucioso da evolução de cada aluno, das dificuldades encontradas, do que foi ou não compreendido pelos discentes e o que pode ser melhorado no ciclo seguinte.

Duas ferramentas que auxiliam bastante no desenvolvimento do programa são o site da OBMEP e o Portal da Matemática OBMEP. O site da OBMEP disponibiliza material didático como provas e soluções da OBMEP de anos anteriores, banco de questões, apostilas do PIC, simulados e vídeos com as soluções de questões das provas. O Portal da Matemática OBMEP está diretamente ligado ao programa OBMEP na Escola. Ao cadastrar sua (as) turma (as) no portal ONE é gerado automaticamente um login e senha para cada aluno ter acesso ao Portal da Matemática OBMEP, onde também o professor selecionado pode acompanhar a participação e a evolução de seus alunos no portal, vendo quando e quais vídeos eles tiveram acesso.

2.1.1 O Portal da Matemática OBMEP

O Portal da Matemática OBMEP [12] disponibiliza, de forma gratuita, uma grande quantidade e variedade de material para alunos e professores, como videoaulas com conteúdo e problemas resolvidos, aplicativos, testes e material em PDF como apostilas teóricas e cadernos de exercícios, cobrindo todo o currículo nacional de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. O Portal disponibiliza também tópicos adicionais, tópicos para professores e material sobre introdução ao cálculo, tudo para complementar e aperfeiçoar o aprendizado.

Para facilitar o acesso aos conteúdos elaborados por uma equipe de professores, foi criado o Portal da OBMEP, que reúne em uma única plataforma o Portal da Matemática OBMEP, Portal da Física OBMEP e Quebra-cabeças da Matemática OBMEP. O Portal da Física OBMEP, abrange conteúdo do 9º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do

Ensino Médio e sua estrutura é muito semelhante a estrutura do Portal da Matemática OBMEP. Os Quebra-Cabeças da Matemática OBMEP é voltado para os alunos do $4^{\underline{o}}$ ao $6^{\underline{o}}$ ano do Ensino Fundamental, nele contém diversos desafios matemáticos divididos em dois níveis de dificuldade. São disponibilizadas as soluções dos desafios, as discussões das soluções, orientações, material para impressão e confecção direcionados para os docentes, o que facilita a sua utilização em sala de aula.

No Portal da matemática OBMEP, todo o material é organizado e divido por anos escolares, cada ano é subdividido em módulos. O módulo é um conjunto de aulas que explanam um determinado assunto. Alguns módulos contêm pré-requisitos, que podem ser um conteúdo específico ou outros módulos do próprio Portal. As aulas abordam conteúdos relacionados aos tópicos, para melhor direcionar e facilitar o aprendizado. Ao final de cada aula ou de cada módulo, o Portal oferece testes que servem para avaliar os conhecimentos adquiridos. A videoaula é o principal material do Portal, neles contêm a teoria do conteúdo ou a resolução de um exercício. Cada vídeo é acompanhado de uma pequena descrição do que será apresentado. Os Exercícios Resolvidos são vídeos curtos que complementam as videoaulas, neles contêm um exercício que é resolvido detalhadamente. São divididos em três níveis de dificuldade que são diferenciados pela cor do símbolo na parte superior do vídeo. São elas fácil em verde, intermediária em amarelo e difícil em vermelho. O Caderno de Exercícios é um material em formato PDF, composto de vários exercícios que são divididos em três tipos: Exercícios Introdutórios, Exercícios de Fixação e Exercícios de Aprofundamento e de Exames. Ao fim dos exercícios, está disponível a seção "Respostas e Soluções"para auxiliar nas resoluções e possíveis consultas. O Material Teórico também é um material em formato PDF que contêm textos complementares ao que é explanado nas videoaulas. Nele se encontram definições, demonstrações, observações e exemplos resolvidos sobre o assunto. Ao fim do Material Teórico estão disponíveis as "Dicas para o Professor"e "Sugestões de Leitura Complementar"que são dicas para os professores que visam utilizar em suas aulas o material do Portal e sugestões de materiais complementares para o aperfeiçoamento do conhecimento.

Os materiais do Portal são cheios de conhecimentos e informações e todos os docentes e discentes podem ter acesso, o que auxilia bastante na aplicação do programa OBMEP na Escola.

2.2 O programa OBMEP na Escola na Unidade Escolar Padre Freitas

O programa OBMEP na Escola começou a ser aplicado na Unidade Escolar Padre Freitas, localizada na Rua João de Freitas, 54, Bairro Centro, CEP: 64.260-000, Piripiri – PI, no ano de 2017, com uma turma de 33 alunos, sendo 21 do nível 1 e 12 do nível 2. Em 2018 percebeu-se a necessidade de ampliação do programa e então passou a serem formadas duas turmas, uma de cada nível. O mesmo foi feito em 2019, contemplando assim mais alunos com a participação no programa e podendo melhor direcionar os conteúdos para cada nível. Em 2018 foram selecionados 27 alunos do nível 1 e 29 do nível 2. Em 2019, foram selecionados 17 alunos do nível 1 e 22 do nível 2.

No início de cada ano letivo, logo nas primeiras aulas de matemática, a OBMEP e o programa OBMEP na escola são apresentados em todas as turmas, começando essa apresentação sempre com vídeos de documentários de alunos premiados pela OBMEP, mostrando o que mudou nas vidas desses alunos de escolas públicas. Uma forma de motivação para que os alunos da U. E. Padre Freitas se interessem pela olimpíada. Após os vídeos é detalhado a OBMEP, mostrando como é essa olimpíada, como são as provas, 1^a e 2^a fases, quais as premiações e os programas que estão ligados a essas premiações. Nesse contexto é explanado e detalhado o programa OBMEP na Escola, mostrando como será sua execução naquele ano e então os alunos são convidados para participarem do programa. É passada uma lista na qual todos os alunos interessados na participação assinam. A partir dessa lista os alunos são analisados durante um mês, tempo esse para o início da execução do programa. São observados todos os aspectos em relação aos alunos, mas principalmente o interesse deles em fazer parte da turma de treinamento para a OBMEP.

Da mesma forma que a OBMEP e o programa OBMEP na Escola é apresentado para os alunos, também são apresentados para seus pais ou responsáveis, logo na primeira reunião que ocorre no início do ano letivo. É de fundamental importância manter um vínculo com os pais ou responsáveis de cada aluno, com o acompanhamento dos mesmos se torna mais fácil alcançar as habilidades desejadas em cada ciclo e manter a frequência dos alunos nos encontros já que são realizados em turnos diferentes do escolar.

Em 2017 os encontros foram realizados aos sábados, pela manhã, no horário de 7:30 até 11:30, na sala 1 do prédio da U. E. Padre Freitas. Nos anos de 2018 e 2019 a turma do nível 2 permaneceu com os encontros aos sábados, pela manhã, no horário de 7:30 até 11:30, na sala 1 e os encontros da turma de nível 1 eram realizados nos dias de quartas-feiras pela tarde, no horário de 13:00 até 17:00, na sala de multimídia daquele prédio. Todos os encontros foram realizados dentro do cronograma definido pelo programa.

No primeiro encontro do primeiro ciclo de cada ano, o programa é introduzido com atividades de adivinhações, uma forma divertida de despertar a curiosidade dos alunos e estimular o raciocínio lógico. Logo após, é distribuído um kit para os alunos com os quatro livros e o login e senha de acesso no Portal da Matemática. O login e senha são impressos e colados no caderno de cada aluno para evitar a perca dos mesmos, e então o Portal da matemática é apresentado para os discentes. É mostrado como acessar, como utilizar as ferramentas do Portal, onde se encontra as videoaulas e todo material de apoio. Em cada encontro antes de trabalhar a lista de exercício de cada encontro é feita uma pequena explanação teórica do conteúdo abordado na lista e resolvidos alguns exemplos, de forma prática e rápida, para dar um direcionamento para os alunos na resolução dos problemas. Depois de distribuída entre os alunos a lista de exercícios foi sempre dado um tempo entre 30 e 40 minutos para que eles tentassem resolver sozinhos e depois todas as questões foram resolvidas em sala de aula com a participação ativa dos alunos nessas resoluções.

Os recursos utilizados nesse período de aplicação do programa foram o notebook, datashow, caixa de som, papel, canetas, lápis, borracha, quadro branco, pinceis coloridos, livros, apostilas, fotocopiadas, material concreto, papel cartão, fita adesiva, tesoura e régua. Os exercícios foram trabalhados segundo a metodologia do ensino da matemática através da resolução de problemas e as discussões dos exercícios buscava sempre envolver o aluno, os enunciados das questões em todos os encontros foram expostos através do datashow para melhor compreensão da resolução de cada questão.

Todos os roteiros de estudos e cronogramas definidos pelo programa foram seguidos e todo material de apoio do Portal da Matemática indicados pelos roteiros, como videoaulas, caderno de exercícios e material teórico foram disponibilizados para as turmas. Foram realizados simulados de revisões para a primeira fase da OBMEP. A Unidade Escolar

Padre Freitas apresentou em cerimônias escolares os alunos que passaram para a segunda fase e após resultado da segunda fase também foram apresentados os alunos premiados, servindo assim de incentivo para que os alunos se dedicassem a OBMEP.

A Unidade Escolar Padre Freitas foi premiada nos três anos (2017, 2018 e 2019) de execução do programa OBMEP na Escola. As Tabelas 2.3, 2.4 e 2.5 mostram as premiações alcançadas pelos alunos daquela escola nesses mesmos períodos.

Nível	**Total de classificados para 2^a fase**	**Total de presentes na 2^a fase**	**Menção honrosa**	**Medalha de bronze**	**Medalha de prata**	**Medalha de ouro**
Nível 1	7	7	4	1	0	0
Nível 2	7	7	4	0	0	0

Tabela 2.3: Premiação 2017

Nível	**Total de classificados para 2^a fase**	**Total de presentes na 2^a fase**	**Menção honrosa**	**Medalha de bronze**	**Medalha de prata**	**Medalha de ouro**
Nível 1	7	7	2	0	0	0
Nível 2	7	7	6	1	0	0

Tabela 2.4: Premiação 2018

Nível	**Total de classificados para 2^a fase**	**Total de presentes na 2^a fase**	**Menção honrosa**	**Medalha de bronze**	**Medalha de prata**	**Medalha de ouro**
Nível 1	7	7	4	0	0	0
Nível 2	7	7	6	0	1	0

Tabela 2.5: Premiação 2019

Capítulo 3

Noções de Estatística

Neste capítulo, com base em [2, 4], serão apresentadas definições e exemplos básicos que nos dará condições para a organização dos dados coletados, redução, análise e modelagem dos dados, a partir do que faz-se a inferência para uma população da qual os dados (amostra) foram obtidos e também apresentaremos o teste t de Student, o p-valor e o teste de Kolmogorov-Smirnov.

3.1 Tipos de Variáveis

Nesta seção apresentaremos os tipos de variáveis: *qualitativas e quantitativas.* Para diferenciá-las, vejamos o exemplo a seguir:

Exemplo 1. *Uma professora de matemática está interessada em fazer um levantamento sobre alguns aspectos socioeconômicos de seus alunos dos 6º, 7º, 8º e 9º anos. Usando informações obtidas da coordenação da escola, ela elaborou a Tabela 3.1.*

Para cada aluno participante da pesquisa, associou-se um (ou mais de um) resultado correspondendo à realização de uma característica (ou características). No exemplo 1 em questão, considerando-se a característica (variável) sexo, para cada aluno pode-se associar uma das realizações, feminino ou masculino. Podemos atribuir uma letra, digamos X, para representar tal variável. Observamos que a professora colheu informações sobre seis variáveis:

Algumas variáveis, como sexo, estado civil, bairro onde mora apresentam como

Variável	**Representação**
Sexo	X
Série/Ano	Y
Número de irmãos	Z
Idade	W
Altura	R
Bairro	S

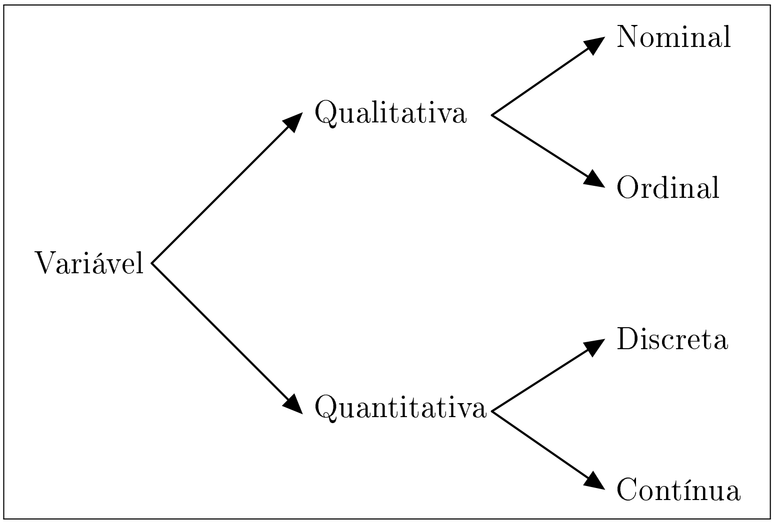
Tabela 3.1

possíveis realizações uma qualidade (ou atributo) do indivíduo pesquisado, ao passo que outras, como número de irmãos, idade, apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração. As variáveis do primeiro tipo são chamadas *qualitativas*, e as do segundo tipo, *quantitativas*.

Dentre as variáveis qualitativas, ainda podemos fazer uma distinção entre dois tipos: variável qualitativa nominal, para a qual não existe nenhuma ordenação nas possíveis realizações (por exemplo: bairro onde mora) e variável qualitativa ordinal, para a qual existe uma ordem nos seus resultados (por exemplo: o série/ano em que estuda, 6º, 7º, 8º e 9º que corresponde a uma ordem).

De modo análogo, as variáveis quantitativas podem sofrer uma classificação dicotômica: (a) variáveis quantitativas discretas, cujos possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números, e que resultam, freqüentemente, de uma contagem, como por exemplo número de irmãos (0, 1, 2, 3); (b) variáveis quantitativas contínuas, cujos possíveis valores pertencem a um intervalo de números reais e que resultam de uma mensuração, como por exemplo altura em centímetros ou metros.

Para cada tipo de variável existem técnicas apropriadas para resumir as informações, donde a vantagem de usar uma tipologia de identificação como no esquema abaixo.



3.2 Distribuição de frequências

Ao estudar uma variável, é interessante observar como esta variável se comporta, analisando a ocorrência de suas possíveis realizações. Nesta seção veremos a forma pela qual podemos organizar os dados estatísticos resultantes de variáveis quantitativas, como é o caso das notas obtidas pelos alunos da Unidade Escolar Padre Freitas nos anos de 2017 a 2019.

No quadro abaixo estão distribuídas as notas de 30 alunos de uma determina turma.

7,0	9,0	7,0	10,0	9,5	8,0
6,5	6,5	9,5	6,5	9,5	7,5
6,0	8,0	9,5	6,0	8,5	6,5
7,0	9,5	9,5	6,5	9,0	6,5
7,0	6,0	8,0	7,0	7,5	8,5

Quadro 1: notas

Definimos **frequência** como o número de alunos que fica relacionado a um determinado valor da variável.

As frequências podem ser dos tipos **frequências simples ou absoluta** (f_i) ou **frequências relativas** (fr_i).

Frequência simples ou absoluta (f_i) são os valores que realmente representam o número de dados de cada valor da variável.

Frequências relativas (fr_i) são os valores das razões entre a frequência simples e o total de dados, podendo deixá-las nas formas em decimais ou em porcentagens.

As frequências relativas permitem uma análise mais detalhada ao comparar os valores das variáveis em questão. Daí, podemos obter uma tabela chamada tabela de distribuição de frequências. A Tabela 3.2 refere-se a organização das notas dadas no quadro 1.

Valor da variável	**frequência absoluta** (f_i)	**frequência relativa** (fr_i)	
		decimal	**porcentagem**
6,0	3	0,1	10%
6,5	6	0,2	20%
7,0	5	0,16	16%
7,5	2	0,07	7%
8,0	3	0,1	10%
8,5	2	0,07	7%
9,0	2	0,07	7%
9,5	6	0,2	20%
10,0	1	0,03	3%
Total	**30**	**1**	**100%**

Tabela 3.2: Tabela de distribuição de frequências do quadro 1.

Para variáveis quantitativas contínuas podemos agrupar os valores da variável em intervalos do tipo $[a,\ b)$, que serão denotados por $a \vdash b$, estes são chamados de *classes*.

Chamando de **frequência de uma classe** o número de valores da variável pertencentes à classe. Os dados da Tabela 3.2 podem ser dispostos como na Tabela 3.3, esta tabela é denominada **distribuição de frequência com intervalos de classes**.

Valor da variável	f_i	fr_i
$6 \vdash 7$	9	30%
$7 \vdash 8$	7	23,3%
$8 \vdash 9$	5	16,7%
$9 \vdash 10$	9	30%
Total	**30**	**100%**

Tabela 3.3: Tabela de distribuição de frequências em intervalos de classes do quadro 1.

A escolha dos intervalos é arbitrária. Entretanto, deve-se observar que, com um pequeno número de classes, perde-se informação, e com um número grande de classes, o objetivo de resumir os dados fica prejudicado.

3.3 Gráficos

A representação gráfica dos dados tem a vantagem de informar sobre sua variabilidade de forma mais rápida. A simplicidade, clareza e veracidade são requisitos básicos para um gráfico seja realmente util. Nesta seção nos limitaremos a apresentar apenas dois tipos de gráficos: *Gráficos em colunas ou em barras* e *Histograma*.

3.3.1 Gráfico em colunas ou em barras

É a representação de uma série por meio de retângulos, dispostos verticalmente (em colunas) ou horizontalmente (em barras). Quando o gráfico é em colunas os retângulos tem mesma base e as alturas são proporcionais aos respectivos dados; quando o gráfico é em barras os retângulos tem mesma altura e as bases são proporcionais aos respectivos dados.

As Figuras 3.1 e 3.2 abaixo são as representações gráficas, em colunas e em barras, respectivamente, da distribuição de frequências dada na Tabela 3.2.

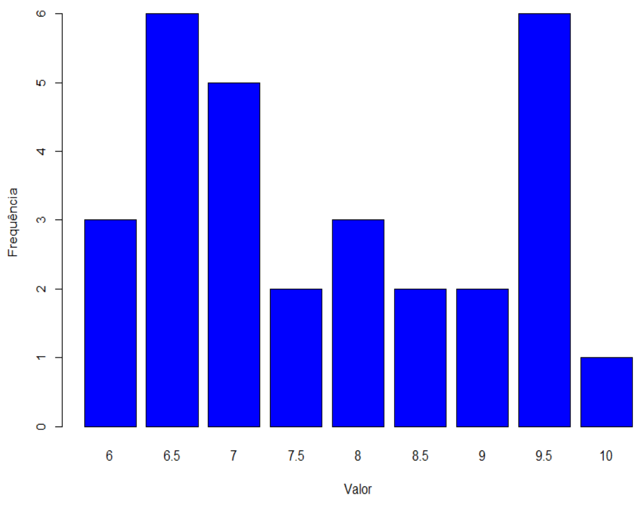


Figura 3.1: Gráfico em colunas da tabela 3.2.

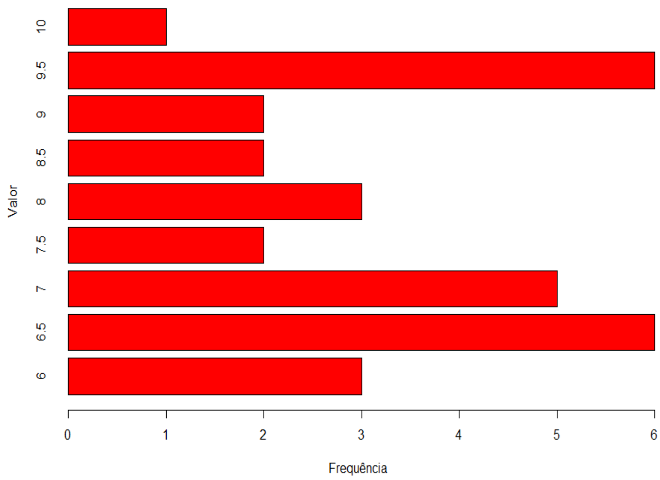


Figura 3.2: Gráfico em barras da tabela 3.2.

3.3.2 Histograma

O Histograma é formado por um conjunto de retângulos justapostos, cujas bases se localizam sobre o eixo horizontal, de tal forma que seus pontos médios coincidem com os pontos médios dos intervalos de classe.

As bases dos retângulos tem o mesmo tamanho da amplitude da classe e as alturas são proporcionais aos respectivos dados.

A Figura 3.3 corresponde ao histograma referente à distribuição de frequências dada na Tabela 3.3.

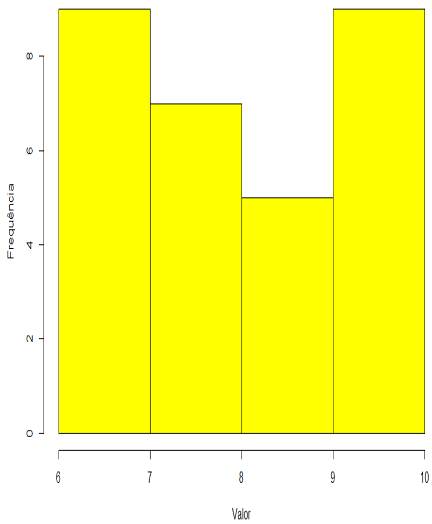


Figura 3.3: Histograma da tabela 3.3.

3.4 Medidas

Nesta seção serão tratadas as medidas de posição e de dispersão.

3.4.1 Medidas de posição

Foi visto que por meio de tabelas de frequências o comportamento de uma variável nos fornece mais informações do que os dados originais. Para resumir mais ainda estes dados, apresentaremos um ou mais valores que sejam representativos da série toda. Aqui trataremos apenas sobre as medidas de posição central: média aritmética, mediana e moda.

Média aritmética é o quociente da divisão entre a soma dos valores da variável pelo número deles:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n},$$

onde $\overline{x}$ representa a média aritmética, x_i representa os valores da variável e n é o total de dados.

A média aritmética das notas do quadro 1 é calculada da seguinte forma,

$$\overline{x} = \frac{7+9+7+10+9,5+8+6,5+6,5+9,5+6,5+9,5+7,5+6+8+9,5+6+8,5+6,5+7+9,5+9,5+6,5+9+6,5+7+6+8+7+7,5+8,5}{30}$$

logo $\overline{x} = \dfrac{233}{30} \cong 7,8.$

Quando os dados estão agrupados em tabela de distribuição de frequências, sem intervalos de classes, nos leva a calcular a **média aritmética ponderada** dada pela seguinte fórmula:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}.$$

Daí, calculando a média aritmática ponderada das notas distribuídas na Tabela 3.2

temos,

$$\overline{x} = \frac{6,0 \cdot 3 + 6,5 \cdot 6 + 7,0 \cdot 5 + 7,5 \cdot 2 + 8,0 \cdot 3 + 8,5 \cdot 2 + 9,0 \cdot 2 + 9,5 \cdot 6 + 10,0 \cdot 1}{3 + 6 + 5 + 2 + 3 + 2 + 2 + 6 + 1}$$

logo, $\overline{x} = \dfrac{233}{30} \cong 7,8.$

Para dados agrupados em tabelas de distribuição de frequências, com intervalos de classes, é conveniente tomar como valor da variável o ponto médio do intervalo da classe e determinamos a média aritmética ponderada.

Deste modo, a média aritmética ponderada das notas distribuídas na Tabela 3.3 é

$$\overline{x} = \frac{6,5 \cdot 9 + 7,5 \cdot 7 + 8,5 \cdot 5 + 9,5 \cdot 9}{9 + 7 + 5 + 9}$$

logo, $\overline{x} = \dfrac{239}{30} \cong 8,0.$

Moda (Mo) é o valor que ocorre com maior frequência em uma série de valores.

Assim, a **nota modal** dos alunos cujas notas estão distribuídas no quadro 1 é a nota mais comum, ou seja, é a nota (ou notas) que mais se repete dentre os alunos.

Pode te ocorrer série que não tenha moda, dizemos que é amodal; série que tem dois ou mais valores que se repetem em quantidades iguais, dizemos que a série tem dois ou mais valores modais. Observando o quadro 1, vemos que os valores que mais se repetem são $6,5$ e $9,5$, com 6 vezes cada. Então os valores modais são $6,5$ e $9,5$ (bimodal).

Quando os dados estão agrupados em tabela de distribuição é mais rápido determinar o valor modal. Na distribuição da Tabela 3.2, sem intervalos de classes, à frequência maior corresponde aos valores $6,5$ e $9,5$. Logo,

$$Mo = 6,5 \ \text{ e } \ Mo = 9,5.$$

Se a tabela de distribuição de frequência é com intervalos de classes, a classe com maior frequência é denominada **classe modal**. Assim o valor que possivelmente mais ocorre está compreendido no intervalo da classe.

O método mais simples para o cálculo da moda consiste em tomar o ponto médio da classe modal.

Para a distribuição da Tabela 3.3, temos que as classes modais são $6 \vdash 7$ e $9 \vdash 10$. Logo,

$$Mo = \frac{6+7}{2} \text{ e } Mo = \frac{9+10}{2}.$$

Assim as modas são $Mo = 6,5$ e $Mo = 9,5$.

Há outras maneiras de calcular a moda para tabelas de distribuição com intervalos de classes, ver[2].

Mediana (Md) é o valor que se encontra no centro de uma série de valores, estando estes seguindo uma ordem crescente ou decrescente.

Sejam dados n valores de uma certa variável. Colocando em ordem crescente, temos

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \cdots \leq x_{n-2} \leq x_{n-1} \leq x_n.$$

A mediana é calculada como

$$Md = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & \text{, se n é impar;} \\ \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} & \text{, se n é par.} \end{cases}$$

Colocando os valores das notas do quadro 1 em ordem crescente, temos

$$\underbrace{6,0}_{x_1}, \underbrace{6,0}_{x_2}, \underbrace{6,0}_{x_3}, \underbrace{6,5}_{x_4}, \underbrace{6,5}_{x_5}, \underbrace{6,5}_{x_6}, \underbrace{6,5}_{x_7}, \underbrace{6,5}_{x_8}, \underbrace{6,5}_{x_9}, \underbrace{7,0}_{x_{10}},$$

$$\underbrace{7,0}_{x_{11}}, \underbrace{7,0}_{x_{12}}, \underbrace{7,0}_{x_{13}}, \underbrace{7,0}_{x_{14}}, \underbrace{7,5}_{x_{15}}, \underbrace{7,5}_{x_{16}}, \underbrace{8,0}_{x_{17}}, \underbrace{8,0}_{x_18}, \underbrace{8,0}_{x_{19}}, \underbrace{8,5}_{x_{20}},$$

$$\underbrace{8,5}_{x_{21}}, \underbrace{9,0}_{x_{22}}, \underbrace{9,0}_{x_{23}}, \underbrace{9,5}_{x_{24}}, \underbrace{9,5}_{x_{25}}, \underbrace{9,5}_{x_{26}}, \underbrace{9,5}_{x_{27}}, \underbrace{9,5}_{x_{28}}, \underbrace{9,5}_{x_{29}}, \underbrace{10}_{x_{30}}.$$

Sendo a quantidade igual a 30. Pela fórmula da mediana, temos que

$$Md = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{7,5 + 7,5}{2}$$

logo, $Md = 7,5$.

Se os dados estiverem agrupados em tabelas de distribuição de frequências o cálculo da mediana é parecido com o cálculo quando os dados estão não-agrupados, implicando na determinação da **frequência acumulada** (F_i). Esta é a soma das frequências anteriores.

Quando não tem intervalos de classes, temos que identificar a frequência acumulada imediatamente maior que à metade da soma de todas as frequências. A mediana será aquele valor da variável que corresponde a tal frequência acumulada.

Tomemos a distribuição que gera a Tabela 3.2 e acrescentemos uma coluna com a frequência acumulada, assim construímos a Tabela 3.4.

Valor da variável	f_i	F_i
6,0	3	3
6,5	6	9
7,0	5	14
7,5	2	16
8,0	3	19
8,5	2	21
9,0	2	23
9,5	6	29
10,0	1	30
Total	**30**	

Tabela 3.4: Tabela de distribuição com frequências acumuladas

Sendo o $\frac{\sum_{i=1}^{9} f_i}{2} = \frac{30}{2} = 15$. A menor frequência acumulada maior que 15 é **16**, que corresponde ao valor 7,5 da variável. Logo, $Md = 7,5$.

No caso se tiver um valor da frequência acumulada que seja igual à metade da soma de todas as frequências, a mediana é dada como

$$Md = \frac{x_i + x_{i+1}}{2},$$

isto é, a mediana será a média aritimética entre o valor da variável correspondente a essa frequência acumulada e o valor da variável seguinte.

Para distribuição de frequências, com intervalos de classes, precisamos determinar o ponto do intervalo que está compreendida a mediana.

Inicialmente, determinemos a **classe mediana**, esta é a que corresponde a frequência acumulada imediatamente superior a $\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{2}$. Feito isto, um problema de interpolação resolve a questão, e admite-se que os valores se distribuam uniformemente em todo o intervalo da classe.

Tomemos a distribuição que gera a Tabela 3.3 e acrescentemos uma coluna com a frequência acumulada, assim construímos a Tabela 3.5.

Valor da variável	f_i	F_i
$6 \vdash 7$	9	9
$7 \vdash 8$	7	16
$8 \vdash 9$	5	21
$9 \vdash 10$	9	30
Total	**30**	

Tabela 3.5: Tabela de distribuição de frequências em intervalos de classe com frequência acumulada

Sendo $\frac{\sum_{i=1}^{4} f_i}{2} = 15$. Há 16 valores incluídos nas duas primeiras classes da distribuição e queremos determinar o valor que está na 15° posição, vemos que ele está na classe $i = 2$, supondo que as frequências dessas classes estejam uniformemente distribuídas.

Como tem 7 elementos nessa classe e a amplitute da classe é igual a 1, devemos tomar a partir, do limite inferior da classe mediana, a distância

$$\frac{15-9}{7} \times 1 = \frac{6}{7} \cong 0,86$$

e a mediana será dada por:

$$Md = 7 + \frac{15-9}{7} \times 1 = 7 + 0,86 = 7,86.$$

onde $15 = \frac{\sum_{i=1}^{4} f_i}{2}$, 9 é a frequência acumulada da classe anterior a classe mediana, 7 é a frequência absoluta da classe mediana e 1 é a amplitude da classe mediana.

Logo, $Md = 7,86$.

3.4.2 Medidas de dispersão

A medida de posiçaõ central na qual representa um conjunto de dados pode esconder todas as informações sobre a variabilidade. Por exemplo, suponhamos que cinco grupos de alunos tiraram as seguintes notas em uma prova de matemática

grupo A (variável X)	3	4	5	6	7
grupo B (variável Y)	1	3	5	7	9
grupo C (variável Z)	5	5	5	5	5
grupo D (variável W)	3	5	5	7	
grupo E (variável V)	3	5	5	6	6

Tabela 3.6

Vemos que as médias aritméticas de cada grupo são iguais, ou seja, $\overline{x} = \overline{y} = \overline{z} = \overline{w} = \overline{v} = 5,0$. Assim, a identificação de cada série por sua média aritmética nada informa sobre sua diferença na variabilidade. Nota-se a importância da criação de outras medidas que observe a variabilidade de um conjunto de observações, permitindo a comparação de conjuntos diferentes de valores, como os dados na Tabela 3.6, seguindo um critério estabelecido.

Podemos observar que o grupo C é homogêneo, todos os valores são iguais a $\overline{y}$, já o grupo A os valores são mais próximos um do outro do que os valores do grupo B, isto é, o grupo A é mais homogêneo do que o grupo B.

Um critério frequentemente usado para tal fim é aquele que mede a dispersão dos dados em torno de sua média aritmética, e duas medidas são as mais usadas: **desvio médio** e **variância**.

Chamamos de **desvio em relação à media** a diferença entre cada elemento de um conjunto de valores e a média. Denotaremos o desvio por

$$d_i = x_i - \overline{x}.$$

O princípio básico é analisar os desvios das observações em relação à média aritmética dessas observações. Para o grupo A os desvios $d_i = x_i - \overline{x}$ são: -2, -1, 0, 1 e 2. Como a soma dos desvios é sempre nula. De fato,

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} d_i = & \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \overline{x}\\ = & \sum_{i=1}^{n} x_i - n\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i - n\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\\ = & \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i = 0\end{aligned}$$

logo, $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$. Daí, a soma dos desvios não é uma boa medida de dispersão.

Vamos definir duas opções:

(a) a soma dos desvios em módulo (valor absoluto);

(b) a soma dos quadrados dos desvios.

Para do grupo A, temos

$$\begin{aligned}&\text{(a)} \quad \sum_{i=1}^{5} |x_i - \overline{x}| = 1 + 2 + 0 + 1 + 2 = 6\\ &\text{(b)} \quad \sum_{i=1}^{5}(x_i - \overline{x})^2 = 1 + 4 + 0 + 1 + 4 = 10\end{aligned}$$

O uso desses totais pode causar dificuldades quando comparamos conjuntos de dados com números diferentes de observações, como os conjuntos A e D acima. Desse modo, é mais conveniente exprimir as medidas como médias.

O **desvio médio** $(dm(\mathbf{X}))$ da variável X é igual à média dos desvios em módulo, ou seja,

$$dm(\mathrm{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{n}.$$

A **variância** $(var(\mathbf{X}))$ da variável X é igual à média dos quadrados dos desvios, ou seja,

$$var(\mathrm{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}.$$

Para o grupo A, temos

$$dm(\mathrm{X}) = 1,2,$$
$$var(\mathrm{X}) = 2,0,$$

enquanto para o grupo D, temos

$$dm(\mathrm{W}) = 1,0,$$
$$var(\mathrm{W}) = 2,0,$$

Logo, o grupo D é mais homogêneo do que o grupo A, segundo o desvio médio, porém são igualmentes homogêneos, segundo a variância.

Como a variência é calculada a partir dos quadrados dos desvios, ela tem unidade de medida quadrada.

Para evitar qualquer incoviente provocado pela unidade de medida da variância, define-se o **desvio padrão** (dp), que é a raiz quadrada da variância, ou seja,

$$dp(\mathrm{X}) = \sqrt{var(\mathrm{X})}.$$

Para o grupo A, o desvio padrão é $dp(\mathrm{X}) = \sqrt{2,0} \cong 1,41$.

Ambas as medidas de dispersão (dm e dp) indicam em média qual será o "erro" (desvio) cometido ao tentar substituir cada observação pela medida resumo do conjunto de dados (no caso, a média).

Considerando como exemplo a distribuição da Tabela 3.2, sabemos que a média $\overline{x} = 7,8$. Construimos a Tabela 3.7 acrescentando as colunas com os módulos dos desvios e com os quadrados dos desvios.

Daí,

$$dm = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{9} f_i|x_i - \overline{x}|}{n}$$

$$dm = \frac{3 \cdot 1,8 + 6 \cdot 1,3 + 5 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,7 + 2 \cdot 1,2 + 6 \cdot 1,7 + 1 \cdot 2,2}{30}$$

$$dm = \frac{34,6}{30} \cong 1,15,$$

Valor da variável	(f_i)	$\|x_i - \overline{x}\|$	$(x_i - \overline{x})^2$
6,0	3	1,8	3,24
6,5	6	1,3	1,69
7,0	5	0,8	0,64
7,5	2	0,3	0,09
8,0	3	0,2	0,04
8,5	2	0,7	0,49
9,0	2	1,2	1,44
9,5	6	1,7	2,89
10,0	1	2,2	4,84
Total	**30**		

Tabela 3.7

$$var = \frac{\sum_{i=1}^{9} f_i(x_i - \overline{x})^2}{n}$$

$$var = \frac{3 \cdot 3,24 + 6 \cdot 1,69 + 5 \cdot 0,64 + 2 \cdot 0,09 + 3 \cdot 0,04 + 2 \cdot 0,49 + 2 \cdot 1,44 + 6 \cdot 2,89 + 1 \cdot 4,84}{30}$$

$$var = \frac{49,4}{30} \cong 1,65$$

e $\quad dp = \sqrt{1,65} \cong 1,28.$

Logo, $dm = 1,15$, $var = 1,65$ e $dp = 1,28$.

Agora, tomando como exemplo a distribuição da Tabela 3.3, sabemos que a média $\overline{x} = 8,0$, os x_i serão os pontos médios das classes. Assim, construímos a Tabela 3.8

Valor da variável	x_i	f_i	$\|x_i - \overline{x}\|$	$(x_i - \overline{x})^2$
$6 \vdash 7$	6,5	9	1,5	2,25
$7 \vdash 8$	7,5	7	0,5	0,25
$8 \vdash 9$	8,5	5	0,5	0,25
$9 \vdash 10$	9,5	9	1,5	2,25
Total		**30**		

Tabela 3.8

Daí,

$$dm = \frac{\sum_{i=1}^{4} f_i|x_i - \overline{x}|}{n}$$

$$dm = \frac{9 \cdot 1,5 + 7 \cdot 0,5 + 5 \cdot 0,5 + 9 \cdot 1,5}{30}$$

$$dm = \frac{33}{30} = 1,1,$$

$$var = \frac{\sum_{i=1}^{4} f_i(x_i - \overline{x})^2}{n}$$

$$var = \frac{9 \cdot 2,25 + 7 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,25 + 9 \cdot 2,25}{30}$$

$$var = \frac{43,5}{30} = 1,45,$$

e $dp = \sqrt{1,45} \cong 1,2.$

Logo, $dm = 1,1$, $var = 1,45$ e $dp = 1,2$.

3.5 Quantis Empíricos e Box Plot

Pode ocorrer que a média com o desvio padrão não ser boa para representar certo conjuto de dados, pelos seguintes motivos:

(a) são afetados, de forma exagerada, por valores extremos;

(b) apenas com estes dois valores não temos idéia da simetria ou assimetria da distribuição dos dados.

Defini-se uma nova medida, chamada quantil de ordem p, cuja notação é $q(p)$, e p é uma proporção $(0 < p < 1)$, onde $100p\%$ das observações sejam menores do que $q(p)$.

Segue alguns exemplos de quantis e seu nomes:

$$\begin{aligned} q(0,25) = q_1 &: \quad 1^\circ\ Quartil = 25^\circ\ Percentil \\ q(0,50) = q_2 &: \quad Mediana = 2^\circ\ Quartil = 50^\circ\ Percentil\ . \\ q(0,75) = q_3 &: \quad 3^\circ\ Quartil = 75^\circ\ Percentil \end{aligned}$$

O *box plot* é um diagrama, ver Figura 3.4. Para a sua construção tomemos um retângulo onde estão representados a mediana e os quartis. A partir do retângulo, para cima, segue uma linha até o ponto mais remoto que não exceda $L_S = q_3 + (1,5)d_q$, chamado limite superior, da parte inferior do retângulo, para baixo, segue uma linha até o ponto mais remoto que não seja menor do que $L_I = q_1 - (1,5)d_q$, chamado limite inferior. Os valores compreendidos entre esses dois limites são chamados valores adjacentes. As observações que estiverem acima do limite superior ou abaixo do limite inferior estabelecidos serão chamadas pontos exteriores e representadas por asteriscos. Essas são observações destoantes das demais e podem ou não ser o que chamamos de outliers ou valores atípicos.

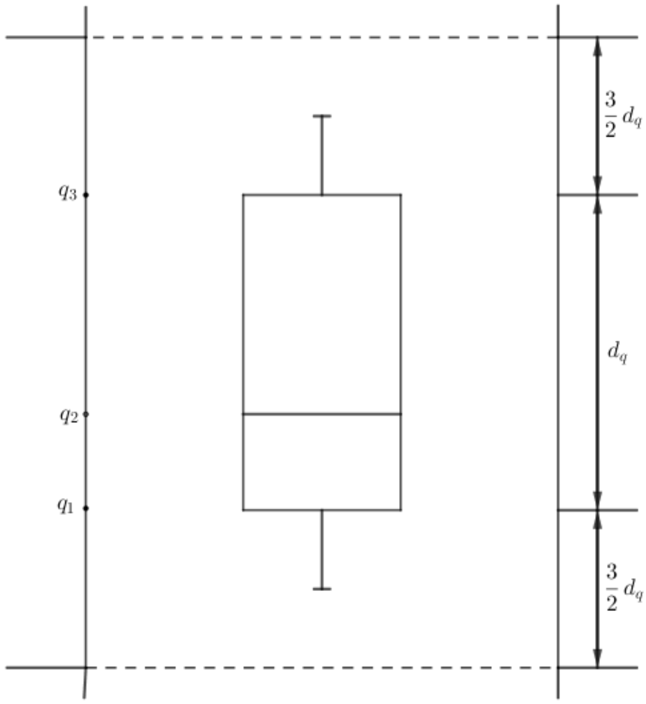


Figura 3.4: Box Plot.

O box plot dá uma ideia da posição, dispersão, assimetria, caudas e dados discrepantes. A posição central é dada pela mediana e a dispersão por $d_q = q_3 - q_1$. As posições relativas de q_1, q_2, q_3 dão uma noção da assimetria da distribuição. Os comprimentos das caudas são dados pelas linhas que vão do retângulo aos valores remotos e pelos valores atípicos.

3.6 Teste t de Student, p-Valor e teste de Kolmogorov-Smirnov

O teste t de Student se aplica a planos amostrais onde se deseja comparar dois grupos independentes, Bussab e Morenttin [4]. Quando o objetivo é comparar duas populações quanto a uma variável quantitativa, é muito comum que os pesquisadores não conheçam os parâmetros de nenhuma delas, isto é, sejam desconhecidas as médias (μ) e os desvios padrão (σ) populacionais.

O objetivo é comparar as médias populacionais μ_1 e μ_2, onde o teste de hipótese unilateral seria: $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ versus $H_1 : \mu_1 > \mu_2$.

Dessa forma, se a variável de interesse segue uma distribuição próxima de uma curva normal em ambas as populações, a estatística de teste é dada por

$$t_{cal} = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}},$$

tem-se que t_{cal} segue uma distribuição t Student com $n_1 + n_2 - 2$ graus de liberdade, sendo n_1 e n_2 os tamanhos de amostra dos grupos 1 e 2, respectivamente, e $\overline{X_1}$ e $\overline{X_2}$ são as médias amostrais dos referidos grupos.

Para obtenção da estatística de teste é necessário estimar a variância conjunta dos dois grupos (S_p^2), assim, tem-se o seguinte estimador

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

onde S_1^2 e S_2^2 são as estimativas de variâncias dos dois grupos.

Portanto, rejeitamos H_0 se $t_{cal} > T$ tabelado para um nível de significância α adotado.

Outra forma de tomar uma decisão sobre as hipóteses é através do p-Valor. Este também denominado nível descritivo do teste, é a probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo em relação ao valor observado (estatística) quando a hipótese H_0 é verdadeira. Dessa forma, pode-se obter o p-Valor pela expressão

$$P(T > t_{cal} \mid H_0 \text{ é verdadeiro}),$$

em que T é a variável aleatória teórica com base numa distribuição t Student com n_1+n_2-2 graus de liberdade. Logo, quanto menor for a probabilidade maior será a evidência sobre a rejeição da hipótese nula.

Outro teste de hispóteses é o teste de Kolmogorov-Smirnov. Dada uma amostra aleatória de tamanho n de X_1, X_2, $\cdots$, X_n uma função de distribuição empírica $S(x)$ é a fração de observações amostrais menores ou iguais ao valor de x. Se Y_1, Y_2, $\cdots$, Y_n são as estatísticas de ordem da amostra aleatória observada, sem observações repetidas, então a função de distribuição empírica por

$$S(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } x < y_1; \\ \frac{k}{n} & , \text{ se } y_k \leq x < y_{k+1},\ k = 1, 2, \ldots, n-1; \\ 1 & , \text{ se } x \geq y_n. \end{cases}$$

Assim, a estatística de teste Kolmogorov-Smirnov (KS) é definida como

$$D_n = \sup_x \lfloor |F(x) - S(x)| \rfloor,$$

onde se usa para testar a hipótese nula que a função de distribuição acumulada $F(x)$ é igual a alguma função de distribuição, sob hipótese, $S(x)$, ou seja,

$$\begin{cases} H_0 : F(x) = S(x); \\ H_1 : F(x) \neq S(x). \end{cases}$$

No qual, D_n é o menor limite superior de todas as diferenças pontuais $|F(x) - S(x)|$. Quanto a distribuição em teste é a normal, tem-se as seguintes hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : \text{ os dados seguem uma distribuição normal;} \\ H_1 : \text{ os dados não seguem uma distribuição normal.} \end{cases}$$

Sob H_0, a distribuição assintótica da estatística de kolmogorov-Smirnov é dada por

$$\lim_{n\to\infty} P[\sqrt{n} D_n \leq x] = 1 - 2\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} e^{-2j^2x^2}.$$

Dessa forma, se D_n é maior que o valor crítico, rejeitamos a hipótese de normalidade dos dados com $(1-\alpha)100\%$. Outra forma de analisar, é através nível descritivo do teste (p-valor), quando p-valor$< 0,05$ rejeita-se a hipótese nula.

Capítulo 4

Resultados e discussões

Foram coletados as notas mensais, e feito a média aritmética, de todos os alunos da Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI, nos anos de 2017 a 2019.

Os dados, ver Anexo I, Quadro II, foram analisados no software RStudio, que é um aplicativo livre de ambiente de desenvolvimento integrado para R, uma linguagem de programação para gráficos, cálculos matemáticos e estatísticos, ver [3, 13].

Desse modo, para a análise univariada foi usada estatística descritiva através de tabelas de frequência, medidas de posição e dispersão. Ainda na univariada, foi utilizado teste de Kolmogorov-Smirnov, ver [4], para verificar a normalidade das variáveis quantitativas contínuas, no caso as notas dos alunos segundo os anos do programa (escala de 0 a 10). Essas variáveis contínuas apresentam uma distribuição assintoticamente normal ou gaussiana.

Na Análise Bivariada foi utilizado o teste t de Student, ver [4], para comparar as médias entre os alunos que participam ou não do programa. Esse teste tem como premissas a distribuição normal da variável dependente e variância da população desconhecida.

Nos testes estatísticos realizados tiveram-se duas hipóteses, sendo a primeira

$$H_0 : \mu_a = \mu_b,$$

onde a intepretação é que não há diferença entre as médias dos alunos que participaram ou não do programa.

Essa hipótese dá-se o nome de hipótese nula, em contrapartida tem-se a hipótese alternativa

$$H_1 : \mu_a > \mu_b,$$

em que as médias dos alunos que participam do programa é maior do que as dos alunos que não participam. A esse tipo de teste de hipóteses chama-se de unilateral. Rejeita-se H_0 quando se tem p (p-valor: probabilidade de erro) menor que 0,05 (5%).

Têm-se nas Figuras de 4.1 a 4.3 os histogramas das notas para os anos de 2017 a 2019 segundo a participação ou não no programa. Em 2017, os alunos que participaram do programa têm notas que varia de 8 a 10, enquanto os que não participaram a distribuição estar concentrada em torno de 6. Para 2018, ocorre situação semelhante a 2017 com a diferença que os alunos do programa as notas se concentram em torno de 9. Em relação a 2019, os alunos que não participaram do programa têm notas em torno de 6, variando de 4 a 8, e os ativos no programa as notas variam de 7 a 10.

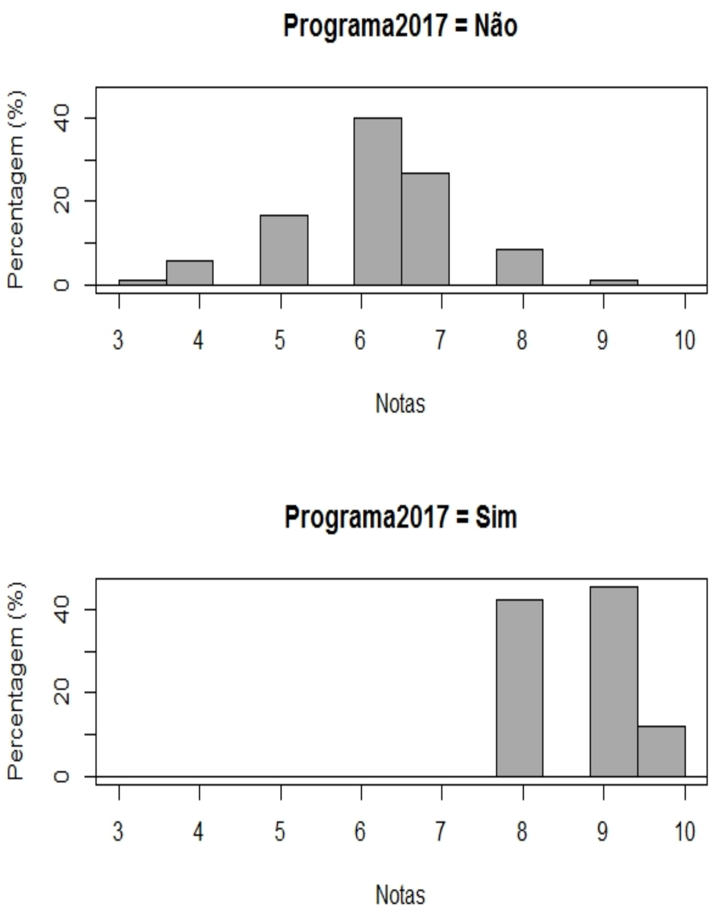


Figura 4.1: Histograma das notas segundo participação ou não no programa, 2017.

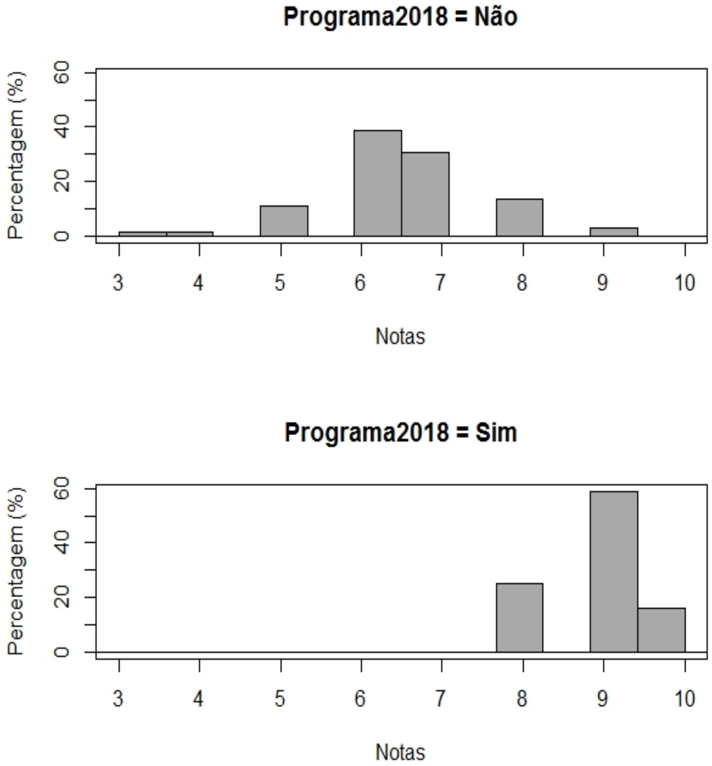


Figura 4.2: Histograma das notas segundo participação ou não no programa, 2018.

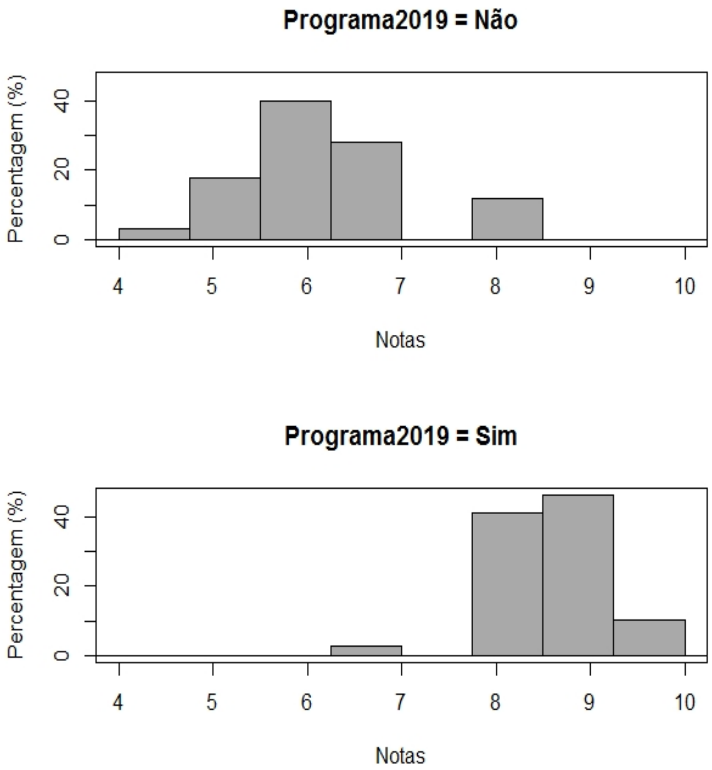


Figura 4.3: Histograma das notas segundo participação ou não no programa, 2019.

Nas Figuras de 4.4 a 4.6 têm-se os box plots das notas dos alunos para os anos de 2017 a 2019 conforme a participação ou não no programa.

Em 2017, pode-se observar para os alunos que não participaram do programa, que o q_2 (a mediana) está muito próximo do q_1 (quartil inferior) o que significa que os dados têm assimetria a direita ou assimetria positiva, ou seja, existe uma concentração de notas baixas e poucas notas altas para esses alunos. Ainda para esse grupo, temos dois outliers (valores atípicos) abaixo do limite inferior, o que significa que temos dois alunos que tiraram notas muito abaixo ($4,0$ e $3,0$) e um outlier acima do limite superior, no caso um aluno que tirou uma nota alta ($9,0$), esses alunos tiraram notas discrepantes em relação ao perfil dos outros alunos desse grupo, por isso são valores atípicos. Para os alunos que participaram do programa o q_2 (a mediana) está muito próximo do q_3 (quartil superior) o que significa que os dados têm assimetria a esquerda ou assimetria negativa, ou seja, existe uma concentração das notas em valores altos e poucas notas baixas. Não houve nenhum outlier para esses alunos, ou seja, não existiu nota atípica como no grupo anterior, tendo assim entre eles um conhecimento mais homogêneo.

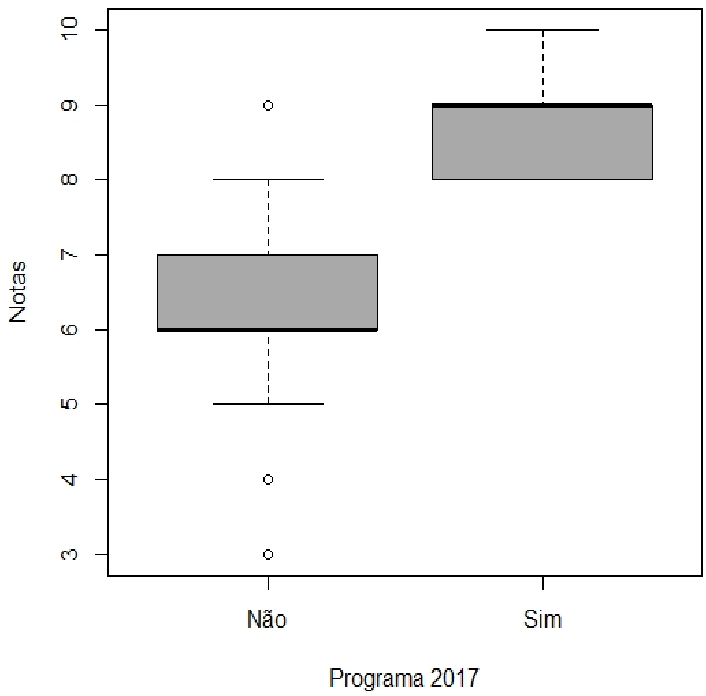


Figura 4.4: Box plot das notas segundo participação ou não no programa, 2017.

Em 2018 ocorre situação semelhante a 2017 para o grupo que não participou do programa, existem três outliers, duas notas que estão abaixo do limite inferior $(3,0$ e $4,0)$ e uma nota que está acima do limite superior $(9,0)$, novamente o q_2 está muito próximo do q_1, o que mostra assimetria a direita ou positiva, isso quer dizer que as notas dos alunos que não participaram do programa estão mais concentradas em notas menores. Para o grupo que participou do programa se tem o q_2 muito próximo do q_3, o que significa assimetria a esquerda ou negativa, isso quer dizer que as notas desse grupo estão mais concentradas em valores maiores, nesse grupo existe uma nota $(10,0)$ que está acima do limite superior, em outros termos, um outlier.

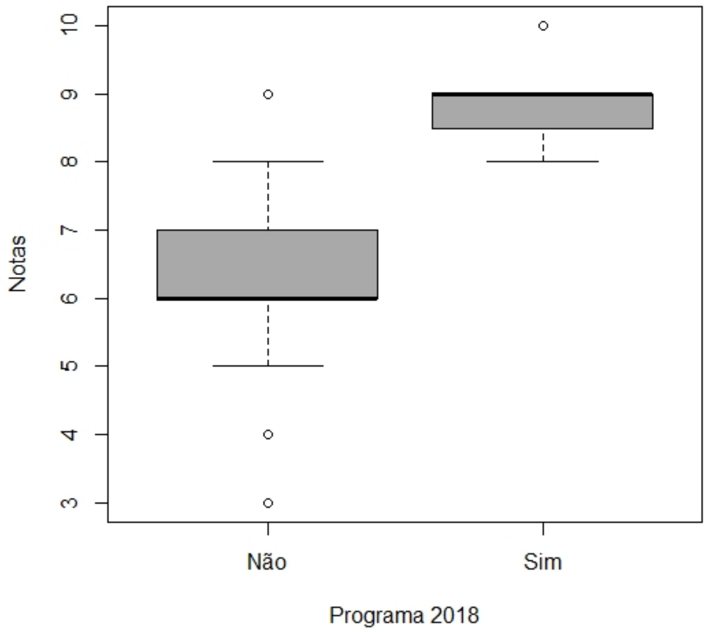


Figura 4.5: Box plot das notas segundo participação ou não no programa, 2018.

Em 2019, para o grupo que não participou do programa houve um outlier, ou seja, um aluno que tirou uma nota atípica $(4,0)$ abaixo do limite inferior e novamente o q_2 está muito próximo do q_1, que mostra assimetria positiva ou a direita, isto é, para os alunos que não participaram do programa as notas estão concentradas a esquerda em valores baixos. Para os alunos que participaram do programa tem-se o q_2 muito próximo do q_3, o que significa que existe uma assimetria negativa ou a esquerda, ou seja, que as notas para esse grupo estão concentradas em valores altos e novamente não teve nenhum outlier e não ter valores atípicos quer dizer que o modelo de ensino de quem participou do programa foi homogêneo.

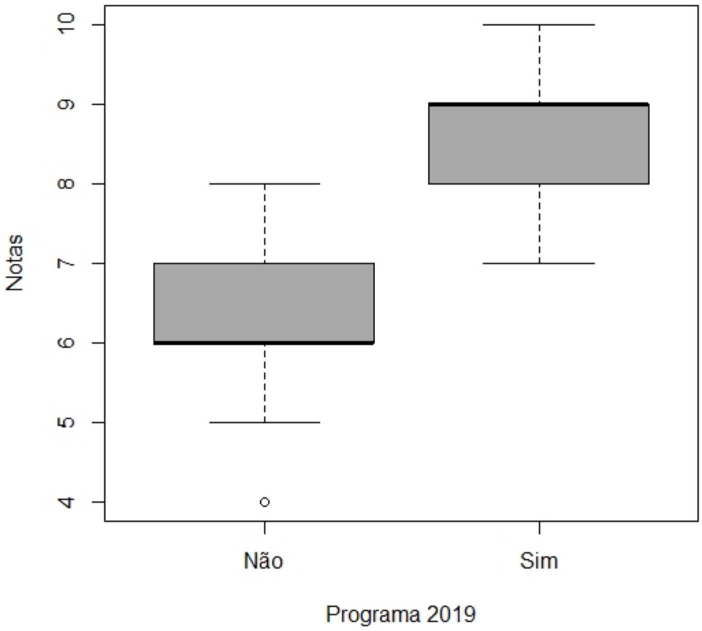


Figura 4.6: Box plot das notas segundo participação ou não no programa, 2019.

Conforme a Tabela 4.1 , em 2017, 50% de todos os alunos tiveram notas menores ou iguais a 6 (mediana) com média igual a 6,6 e desvio padrão de 1,4. Os alunos que não participaram do programa a mediana foi de 6 e média de 6,2 com desvio padrão de 1,1. Para os alunos do programa, 50% tiveram notas menores ou iguais a 9 (mediana) e média de 8,7 com desvio padrão de 0,7. Nota-se que os alunos do programa têm média maior e desvio padrão menor, o que demostra haver associação entre as notas e o programa, pois a variabilidade dentro de cada subgrupo (participar ou não do programa) é menor do que a variabilidade total. Por fim, o teste t de Student para amostras independentes de p-valor$< 0,001$, ou seja, rejeitamos a hipótese de igualdade das médias entre os subgrupos e admitimos haver evidências probabilísticas dos alunos do programa terem em média um desempenho melhor na prova.

No ano seguinte, a mediana total foi de 7 e média de 7,1 com desvio padrão de 1,4. Têm-se que 50% dos alunos que não participaram do programa tiveram notas menores ou iguais a 6 (mediana), em comparação aos que participaram a mediana foi maior, 9. Estes alunos ainda tiveram em média uma nota maior, 8,9 contra 6,5. A dispersão entre os subgrupos foi menor que a dispersão total, além do valor descritivo do teste ser menor que 0,001 (p-valor). Dessa forma, rejeitamos H_0, o que indica maior média das notas para os alunos que participaram do programa em relação ao ano de 2018.

No último período em análise (2019), a média das notas foi de 6,8 e 50% dos alunos tiveram nota menor ou igual a 7. Para os alunos que não participaram do programa a média foi de 6,3 e mediana de 6. Por outro lado, os alunos do programa tiveram média de 8,6 e 50% das notas foram menores ou iguais a 9. O desvio padrão entre os subgrupos foi menor que o desvio padrão total, o que indica relação entre as variáveis. O p-valor do teste foi menor que 0,001 (erro menor que $0,1\%$ para rejeitar H_0), o que se pode concluir que as médias dos alunos que participaram do programa são maiores.

Em termo de notas, quando o desvio padrão é alto significa que aquela turma tem uma maior dispersão no aprendizado, ou seja, alunos com notas boas e com notas ruins, notas mais dispersas. Quando o desvio padrão é baixo isso mostra que as notas estão concentradas, ou concentradas para serem muito ruins ou concentradas para serem muito boas. Em termo de avaliação o ideal é que a média seja alta e o desvio padrão seja pequeno, dessa forma as notas estarão concentradas em torno de uma nota alta. Podemos observar que os grupos de alunos que participaram do programa OBMEP na Escola, tiveram um desvio padrão menor e uma média maior, o que significa que as notas desses alunos estão concentradas em valores maiores.

Participação no programa	**N**	%	**Mín**	**Máx**	Md	$\overline{x}$	dp	**P**
Em 2017								
Não	173	84,0	3,0	9,0	6,0	6,2	1,1	
Sim	33	16,0	8,0	10,0	9,0	8,7	0,7	$< 0,001$
Total	206	100,0	3,0	10,0	6,0	6,6	1,4	
Em 2018								
Não	160	74,1	3,0	9,0	6,0	6,5	1,1	
Sim	56	25,9	8,0	10,0	9,0	8,9	0,6	$< 0,001$
Total	216	100,0	3,0	10,0	7,0	7,1	1,4	
Em 2019								
Não	154	79,8	4,0	8,0	6,0	6,3	1,0	
Sim	39	20,2	7,0	10,0	9,0	8,6	0,7	$< 0,001$
Total	193	100,0	4,0	10,0	7,0	6,8	1,3	

Tabela 4.1: Distribuição das notas segundo participação ou não no programa, 2017 a 2019.

Capítulo 5

Considerações Finais

A OBMEP é muito mais do que uma simples olimpíada. Ela leva para muitos alunos, a esperança de alcançar sonhos e a oportunidade de mudar de vida através dos estudos. A aplicação do programa OBMEP na escola na Unidade Escolar Padre Freitas trouxe uma nova forma de abordagem da matemática em sala de aula, desmistificando a ideia de uma matemática mecânica, decorativa e apresentando uma matemática divertida e prazerosa, utilizando a resolução de problemas por meio do raciocínio lógico e não por meio da decoração de fórmulas.

Com a aplicação do programa observou-se um interesse maior em pesquisar, buscar, estudar e aprender entre os alunos participantes do programa. O simples fato de serem selecionados para participar da turma de treinamento para a OBMEP já trouxe uma autoestima para os discentes, o que se elevou ainda mais quando conseguiram alguma premiação. Os alunos que não interagiam passaram a ser mais ativos em sala de aula, participando com perguntas e comentários em relação ao conteúdo, podendo observar também um aumento na confiança e na autonomia em relação a resolução de problemas, compartilhando com seus colegas, nos encontros do programa, diferentes formas de resolver o mesmo problema, trazendo assim uma troca mútua de conhecimento entre os alunos e professor. Com a análise estatística feita sobre os desempenhos dos alunos que participaram e que não participaram do programa pode-se observar que os grupos que participaram tiveram desempenho no aprendizado dos conteúdos de sala de aula melhores em relação aos que não participaram, mostrando assim que ouve um impacto positivo nos resultados desses alunos em sala de aula.

Contudo, novas práticas pedagógicas voltadas para o ensino e aprendizagem da matemática devem ser adotadas. Levar os alunos ao universo das olímpiadas é mostrar para eles uma nova visão da matemática, é sair de um emaranhado de fórmulas para o despertar do raciocínio lógico e duas ferramentas que contribuem muito para isso é a OBMEP e o programa OBMEP na Escola.

Anexo I

Neste anexo, traremos o Quadro II com todas as médias das oito notas mensais dos alunos da Unidade Escolar Padre Freitas, Piripiri - PI, nos anos 2017, 2018 e 2019.

Quadro II

Aluno	**Participação no programa**			**Média anual**		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
A1-17	Sim	Sim	Não	9,0625	9,125	7,5625
A2-17	Não	Não	Não	5,6875	5,25	5,25
A3-17	Sim	Sim	Sim	9,8125	9,625	9,375
A4-17	Não	Não	Não	6,75	6,875	6,75
A5-17	Sim	Sim	Sim	9,625	9,75	9,625
A6-17	Não	Sim	Sim	8,4375	8,5	8,1875
A7-17	Não	Não	Não	7	6,625	5,375
A8-17	Sim	Sim	Sim	8,6875	8,625	8,1875
A9-17	Não	Não	Não	8,125	7	6,5
A10-17	Não	Não	Não	5,75	5,625	4,6875
A11-17	Não	Não	Não	7	6,875	5,6875
A12-17	Não	Não	Não	7,875	7,625	5,9375
A13-17	Não	Sim	Não	7,8125	8,5	7,5625
A14-17	Não	Sim	Sim	7,75	8,75	7,875
A15-17	Sim	Sim	Sim	8,5	8,875	8,3125
A16-17	Sim	Sim	-	9,0625	9,75	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
A17-17	Não	Não	Não	7,4375	7,125	6,25
A18-17	Não	Não	Não	5,1875	4,75	4,25
A19-17	Não	-	-	5,0625	-	-
A20-17	Não	-	-	6	-	-
A21-17	Não	-	-	4,75	-	-
A22-17	Sim	Sim	Não	8,5625	9,5625	7,9375
A23-17	Não	-	-	4,625	-	-
A24-17	Sim	Sim	Não	8,6875	9,125	7,9375
A25-17	Não	Não	Não	7,625	6,375	6,0625
A26-17	Não	Não	Não	6,25	7,25	6,125
A27-17	Não	-	-	5,875	-	-
A28-17	Não	-	-	4,375	-	-
A29-17	Não	Não	-	6,25	6,375	-
A30-17	Não	Não	Não	6,1875	6,375	5,8125
A31-17	Não	Não	Não	6,375	6,75	6,6875
A32-17	Não	Não	-	5,4375	4,875	-
A33-17	Não	-	-	4,25	-	-
A34-17	Não	Sim	Sim	6,25	7,5	7,8125
A35-18	-	Não	Não	-	6,875	6,625
A36-18	-	Não	Não	-	6,5625	6,1875
A37-18	-	Não	-	-	3,375	-
A38-18	-	Não	Não	-	5	5,125
A39-18	-	Não	Não	-	5,25	5
A40-18	-	Não	-	-	4,875	-
A41-18	-	Sim	Sim	-	9	8,5
A42-18	-	Não	-	-	7,625	-
A43-18	-	Não	Não	-	6,625	5,875
A44-18	-	Não	Não	-	8,125	7,25
A45-18	-	Não	Não	-	7,5	6,8125
A46-18	-	Sim	-	-	8	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
A47-18	-	Sim	Não	-	8,75	7,625
A48-19	-	-	Sim	-	-	7,75
B1-17	Não	Não	Não	5,125	5,375	5,3125
B2-17	Não	Não	Não	6	6,6875	7
B3-17	Não	Não	Não	6	7	7,0625
B4-17	Não	Não	Não	6	6,5	6,1875
B5-17	Não	Não	Não	5,5625	5,875	5,9375
B6-17	Não	Não	Não	5,5	5,9375	5,25
B7-17	Não	Não	Não	4,9375	5,5	6,375
B8-17	Não	Não	-	6,5	7,4375	-
B9-17	Sim	Sim	Não	7,8125	8,625	7,9375
B10-17	Não	Não	Não	6	6,125	4,9375
B11-17	Não	Não	Não	5,375	6,375	5,8125
B12-17	Não	Não	-	2,6875	4,625	-
B13-17	Não	Não	Não	7,4375	7,6875	6,9375
B14-17	Sim	Sim	Sim	8,75	9,375	9,0625
B15-17	Não	Sim	Não	6,5625	8,3125	6,75
B16-17	Sim	Sim	Sim	8,75	9,25	9,0625
B17-17	Sim	Sim	Sim	7,5	7,875	7,625
B18-17	Não	Não	-	4,75	5,375	-
B19-17	Não	Não	Não	4,6875	6,25	5,6875
B20-17	Não	Não	Não	3,6875	5,375	5,0625
B21-17	Não	Não	Não	6	6,25	6,625
B22-17	Não	Não	Não	6,8125	6,5	5,9375
B23-17	Não	Não	Não	7,125	7,625	6,875
B24-17	Não	Não	Não	6,625	6,625	5,9375
B25-17	Não	Não	-	4	5,75	-
B26-17	Não	Não	-	6,875	7	-
B27-17	Não	-	-	3,8125	-	-
B28-17	Não	Não	Não	4,5625	6,125	5,75

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
B29-17	Sim	Sim	Sim	8,5625	9,1875	8,5625
B30-17	Sim	Sim	Não	8,25	8,375	6,875
B31-17	Sim	Sim	Sim	9,6875	9,5625	9,1875
B32-17	Não	Não	Não	5,1875	6,3125	4,875
B33-17	Sim	Sim	Sim	7,875	8,8125	8,5625
B34-17	Não	Não	Não	6,0625	7,125	6,1875
B35-17	Não	Não	Não	6	6,375	6
B36-17	Não	Não	-	3,8125	3,33	-
B37-17	Sim	Sim	Sim	8,25	8,5625	8,25
B38-17	Não	Não	Não	5,3125	6,1875	5,6875
B39-17	Não	Não	Não	5,4375	5,5	6,4375
B40-17	Sim	Sim	Sim	7,9375	9,0625	8,375
B41-17	Não	Não	Não	6,5625	7,8125	6,4375
B42-17	Não	Não	Não	6,25	7,375	6,625
B43-17	Não	Não	Não	6,125	6,875	6,25
B44-17	Não	Não	Não	4,25	5,125	5,9375
B45-17	Não	Não	-	6,8125	6,5	-
B46-17	Não	-	-	6,125	-	-
B47-17	Não	Não	-	6,25	5,9375	-
B48-17	Não	Não	Não	5,625	6,75	5,3125
B49-17	Sim	Sim	Sim	9,25	8,75	8,6875
B50-17	Não	Não	Não	6,25	6,25	5,625
B51-17	Não	-	-	3,125	-	-
B52-17	Não	-	-	4,75	-	-
B53-17	Não	Não	Não	6,4375	6,875	6,3125
B54-17	Não	Não	Não	7,1875	7,1875	5,875
B55-17	Sim	Sim	Sim	8,4375	8,9375	7,875
B56-17	Não	Não	Não	6,375	6,8125	6,25
B57-17	Não	Não	Não	5,5	6	5,9375
B58-17	Não	-	-	5,5	-	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
B59-17	Não	Não	Não	5,75	5,9375	5
B60-17	Não	Não	Não	7,5625	7,875	7,0625
B61-17	Não	Sim	Sim	7,8125	8,75	8,25
B62-17	Sim	Sim	Sim	7,9375	8,4375	8,3125
B63-18	-	Sim	Sim	-	8,9375	8,6875
B64-18	-	Sim	Não	-	8,3125	7
B65-18	-	Não	-	-	6,9375	-
B66-18	-	Não	Não	-	6,9375	6,75
B67-18	-	Não	Não	-	7,5	7,125
B68-18	-	Não	-	-	5,25	-
C1-17	Não	Não	-	8,375	7,625	-
C2-17	Não	-	-	3,5	-	-
C3-17	Não	Não	-	7,125	7,4375	-
C4-17	Não	Sim	-	7,625	8,875	-
C5-17	Sim	Sim	-	7,875	8,5	-
C6-17	Não	Não	-	7,625	7,375	-
C7-17	Não	Não	-	5,875	6,9375	-
C8-17	Não	Não	-	6,875	6,9375	-
C9-17	Não	Não	-	6,0625	6,1875	-
C10-17	Não	Não	-	7	7,4375	-
C11-17	Sim	Sim	-	8,75	8,5625	-
C12-17	Não	Não	-	6,0625	6,25	-
C13-17	Não	Não	-	6,25	5,5625	-
C14-17	Não	Não	-	7,125	5,875	-
C15-17	Não	Não	-	5,625	7,375	-
C16-17	Não	Não	-	5	5,1875	-
C17-17	Não	Não	-	6,9375	7,0625	-
C18-17	Sim	Sim	-	8,375	8,375	-
C19-17	Não	Não	-	5,25	6,125	-
C20-17	Não	Não	-	6,4375	6,5	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
C21-17	Sim	Sim	-	8,5625	9,375	-
C22-17	Não	Não	-	4	5,5	-
C23-17	Não	Não	-	9,625	9,8125	-
C24-17	Não	Não	-	6,125	6	-
C25-17	Não	Não	-	7	6,5625	-
C26-17	Sim	Sim	-	8,5	8,6875	-
C27-17	Não	Não	-	7,25	7,9375	-
C28-17	Não	Não	-	6,625	7,375	-
C29-17	Não	Não	-	7,4375	6,8125	-
C30-17	Não	Não	-	6,375	5,75	-
C31-17	Não	Não	-	6	6,0625	-
C32-17	Não	Não	-	5,625	5,875	-
C33-17	Não	Não	-	6,5	6,375	-
C34-17	Não	Não	-	5,375	5,4375	-
C35-17	Não	Não	-	5,125	5,75	-
C36-17	Não	Não	-	6	6,0625	-
C37-17	Não	Não	-	4,875	5,625	-
C38-17	Não	Não	-	6,125	5,6875	-
C39-17	Não	Não	-	4,625	6,6875	-
C40-17	Não	Não	-	4,375	5,5	-
C41-17	Não	Não	-	5,625	5,875	-
C42-17	Não	Não	-	5,875	5,375	-
C43-17	Não	Não	-	5,375	5,375	-
C44-17	Não	Não	-	5,75	7,9375	-
C45-17	Não	Não	-	5,4375	6,25	-
C46-17	Não	Não	-	5,875	6,0625	-
C47-17	Sim	Sim	-	7,5	8,5625	-
C48-17	Não	Sim	-	7,5	8,25	-
C49-17	Não	Não	-	6,5	6,9375	-
C50-17	Não	Sim	-	6,8125	7,625	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
C51-17	Não	Não	-	6,8125	6,75	-
C52-17	Não	Não	-	6,5	6,4375	-
C53-17	Não	Não	-	5,25	5,5	-
C54-17	Não	Não	-	6,25	6,3125	-
C55-17	Não	-	-	6,8125	-	-
C56-17	Não	Não	-	6,875	7,1875	-
C57-17	Não	Não	-	5,375	6	-
C58-18	-	Não	-	-	7,125	-
C59-18	-	Não	-	-	6,8125	-
C60-18	-	Sim	-	-	8,75	-
C61-18	-	Sim	-	-	8,5625	-
D1-17	Não	-	-	6,9375	-	-
D2-17	Não	-	-	5,75	-	-
D3-17	Não	-	-	6,625	-	-
D4-17	Não	-	-	6,3125	-	-
D5-17	Sim	-	-	9,1875	-	-
D6-17	Não	-	-	6,6875	-	-
D7-17	Não	-	-	6,4375	-	-
D8-17	Não	-	-	8,625	-	-
D9-17	Não	-	-	6,9375	-	-
D10-17	Não	-	-	6,75	-	-
D11-17	Não	-	-	8,8125	-	-
D12-17	Não	-	-	7,125	-	-
D13-17	Não	-	-	6,5625	-	-
D14-17	Sim	-	-	8,875	-	-
D15-17	Não	-	-	6,9375	-	-
D16-17	Não	-	-	6,75	-	-
D17-17	Não	-	-	7,375	-	-
D18-17	Não	-	-	7,4375	-	-
D19-17	Sim	-	-	8,75	-	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
D20-17	Não	-	-	7,0625	-	-
D21-17	Sim	-	-	8,6875	-	-
D22-17	Não	-	-	7,75	-	-
D23-17	Sim	-	-	8,5	-	-
D24-17	Não	-	-	6,4375	-	-
D25-17	Não	-	-	6,125	-	-
D26-17	Não	-	-	7,8125	-	-
D27-17	Não	-	-	6,625	-	-
D28-17	Não	-	-	6,625	-	-
D29-17	Não	-	-	7,0625	-	-
D30-17	Não	-	-	6,625	-	-
D31-17	Não	-	-	6,8125	-	-
D32-17	Não	-	-	6,8125	-	-
D33-17	Não	-	-	6,5	-	-
D34-17	Não	-	-	6,1875	-	-
D35-17	Não	-	-	6,375	-	-
D36-17	Não	-	-	6,375	-	-
D37-17	Não	-	-	5,625	-	-
D38-17	Não	-	-	6,375	-	-
D39-17	Não	-	-	5,125	-	-
D40-17	Não	-	-	6	-	-
D41-17	Não	-	-	5	-	-
D42-17	Não	-	-	5,625	-	-
D43-17	Não	-	-	6,25	-	-
D44-17	Não	-	-	6,5	-	-
D45-17	Não	-	-	8	-	-
D46-17	Não	-	-	6,6875	-	-
D47-17	Não	-	-	6,375	-	-
D48-17	Não	-	-	6	-	-
D49-17	Não	-	-	5,0625	-	-

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
D50-17	Não	-	-	5,0625	-	-
D51-17	Não	-	-	6,5625	-	-
D52-17	Não	-	-	5,75	-	-
D53-17	Não	-	-	6	-	-
E1-18	-	Sim	Não	-	8,75	7,4375
E2-18	-	Não	Não	-	6,125	5,625
E3-18	-	Não	Não	-	5,625	5,4375
E4-18	-	Sim	Não	-	8,875	7,625
E5-18	-	Não	Não	-	6,125	6,375
E6-18	-	Não	Não	-	6,25	5,125
E7-18	-	Não	Não	-	7,75	5,6875
E8-18	-	Não	Não	-	8,375	6,0625
E9-18	-	Não	Não	-	7,375	5,375
E10-18	-	Não	Não	-	8	6,3125
E11-18	-	Não	Não	-	6	4,8125
E12-18	-	Não	Não	-	8	6,75
E13-18	-	Não	Não	-	7,25	5,4375
E14-18	-	Não	Não	-	8,8125	7,125
E15-18	-	Não	-	-	4,625	-
E16-18	-	Não	Não	-	6,125	4,875
E17-18	-	Não	Não	-	6,375	6,375
E18-18	-	Não	Não	-	6,875	5,875
E19-18	-	Não	-	-	4,5	-
E20-18	-	Não	Não	-	5,625	5,25
E21-18	-	Não	Não	-	8,8125	7,625
E22-18	-	Sim	Sim	-	9,125	8,0625
E23-18	-	Sim	Sim	-	8,9375	8,9375
E24-18	-	Sim	Sim	-	9,5	8,3125
E25-18	-	Sim	Não	-	8,9375	6,5625
E26-18	-	Não	Não	-	6,9375	6,3125

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
E27-18	-	Sim	Sim	-	9,9375	9,5625
E28-18	-	Não	Não	-	7,6875	6,625
E29-18	-	Sim	Não	-	8,9375	7,75
E30-18	-	Não	Não	-	8,5	7,6875
E31-18	-	Não	Não	-	6,25	4,25
E32-18	-	Não	Não	-	5,375	5,125
E33-18	-	Não	Não	-	5,5	5,0625
E34-18	-	Não	Não	-	7,5	6,125
E35-18	-	Não	-	-	5,6875	-
E36-18	-	Não	Não	-	5,625	5,6875
E37-18	-	Não	Não	-	8,75	7,375
E38-18	-	Não	Não	-	6,1875	5,0625
E39-18	-	Sim	Não	-	8,1875	6,8125
E40-18	-	Não	Não	-	7,1875	6,625
E41-18	-	Não	Não	-	7,0625	5,9375
E42-18	-	Não	Não	-	8,5625	7,5625
E43-18	-	Não	Não	-	6,75	6,375
E44-18	-	Não	Não	-	8,5625	7,8125
E45-18	-	Sim	Sim	-	10	9,375
E46-18	-	Não	Não	-	6,75	6,75
E47-18	-	Não	Não	-	6,5	5,6875
E48-18	-	Sim	Sim	-	9,0625	8,3125
E49-18	-	Não	Não	-	6,6875	5,3125
E50-18	-	Não	Não	-	8,5625	6,875
E51-18	-	Não	Não	-	7,5625	6,5625
E52-18	-	Não	-	-	4,125	-
E53-18	-	Não	-	-	8,1875	-
E54-18	-	Não	Não	-	7,9375	6,625
E55-19	-	-	Não	-	-	6,5625
E56-19	-	-	Não	-	-	6,3125

Aluno	Participação no programa			Média anual		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
E57-19	-	-	Não	-	-	8,25
F1-19	-	-	Não	-	-	6,6875
F2-19	-	-	Sim	-	-	8,9375
F3-19	-	-	Não	-	-	7
F4-19	-	-	Sim	-	-	9,8125
F5-19	-	-	Sim	-	-	9,5
F6-19	-	-	Não	-	-	8,0625
F7-19	-	-	Não	-	-	6,375
F8-19	-	-	Não	-	-	6,5
F9-19	-	-	Sim	-	-	9,4375
F10-19	-	-	Não	-	-	6,4375
F11-19	-	-	Sim	-	-	9,1875
F12-19	-	-	Não	-	-	7,4375
F13-19	-	-	Não	-	-	5,6875
F14-19	-	-	Não	-	-	8,4375
F15-19	-	-	Sim	-	-	9,3125
F16-19	-	-	Não	-	-	5,9375
F17-19	-	-	Sim	-	-	8,5625
F18-19	-	-	Não	-	-	6,125
F19-19	-	-	Não	-	-	7
F20-19	-	-	Sim	-	-	9,3125
F21-19	-	-	Não	-	-	6,375
F22-19	-	-	Sim	-	-	8,9375
F23-19	-	-	Não	-	-	6,5625
F24-19	-	-	Não	-	-	6,6875
F25-19	-	-	Não	-	-	5,875
F26-19	-	-	Não	-	-	8,125
F27-19	-	-	Não	-	-	6,625
F28-19	-	-	Não	-	-	6,875
F29-19	-	-	Não	-	-	6,375

Aluno	**Participação no programa**			**Média anual**		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019
F30-19	-	-	Não	-	-	7,0625
F31-19	-	-	Não	-	-	6,1875
F32-19	-	-	Não	-	-	5,625
F33-19	-	-	Não	-	-	5,25
F34-19	-	-	Sim	-	-	8,625
F35-19	-	-	Não	-	-	5,5625
F36-19	-	-	Não	-	-	7,5
F37-19	-	-	Não	-	-	6,5625
F38-19	-	-	Não	-	-	6,6875
F39-19	-	-	Não	-	-	6,875
F40-19	-	-	Não	-	-	4,1875
F41-19	-	-	Não	-	-	7,5
F42-19	-	-	Não	-	-	4,9375
F43-19	-	-	Não	-	-	6,125
F44-19	-	-	Não	-	-	5,625
F45-19	-	-	Não	-	-	3,9
F46-19	-	-	Não	-	-	6,125
F47-19	-	-	Não	-	-	6,9375
F48-19	-	-	Não	-	-	4,4375
F49-19	-	-	Não	-	-	5,125
F50-19	-	-	Sim	-	-	7
F51-19	-	-	Não	-	-	6,0625
F52-19	-	-	Não	-	-	5,83
F53-19	-	-	Não	-	-	5,8125
F54-19	-	-	Não	-	-	5,3125

Referências Bibliográficas

[1] BNCC. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica#competencias-especificas-de-matematica-para-o-ensino-fundamental>.

[2] Crespo, Antônio Arnot, **Estatística Fácil**. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

[3] Martins, Paola da S. **Treinando habilidades de elaboração de grágicos com o software R**, 2011. 51 p.

[4] Morettin, Pedro Alberto; Bussab, Wilton O., **Estatística Básica**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

[5] OBMEP. **Olimíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Disponível em <http://www.obmep.org.br/>.

[6] OBMEP. **Apresentação**. Disponível em <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>.

[7] OBMEP. **Premiados da OBMEP**. Disponível em <http://www.obmep.org.br/premiados.htm>.

[8] OBMEP. **OBMEP em números**. Disponível em <http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>.

[9] OBMEP. **Programa de Iniciação Científica Jr**. Disponível em <http://www.obmep.org.br/pic.htm>.

[10] OBMEP. **Apostilas**. Disponível em <http://www.obmep.org.br/apostilas.htm>.

[11] OBMEP na Escola. **Regulamento de seleção para o programa OBMEP na Escola 2020**, 2019. 12p. Disponívem em <http://midia.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/1472531.o>.

[12] OBMEP. **Portal da Matemática OBMEP**. Disponével em <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/site/index?a=1>.

[13] Silva, Bruno Fontana da; Diniz, Jean; Bortoluzzi, Matias Américo. **Minicurso de estatística Básica: Introdução ao software R**, 2009. 100 p. Programa de Educação Tutorial - Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Maria.