

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ALBERTO PIASECKI JÚNIOR

MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO À UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA  
NA CONSTRUÇÃO E DESEMPENHO DE UM CARREGADOR DE CELULAR  
SOLAR

PONTA GROSSA  
2021

ALBERTO PIASECKI JÚNIOR

MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO À UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA  
NA CONSTRUÇÃO E DESEMPENHO DE UM CARREGADOR DE CELULAR  
SOLAR

Dissertação apresentada para a obtenção do título de Mestre em Matemática na Universidade Estadual de Ponta Grossa. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Fabiane de Oliveira

PONTA GROSSA

2021

P581

Piasecki Júnior, Alberto

Modelagem matemática visando à uma aprendizagem significativa na construção e desempenho de um carregador de celular solar / Alberto Piasecki Júnior. Ponta Grossa, 2021.  
99 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - Área de Concentração: Ensino de Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Fabiane de Oliveira.

1. Aprendizagem significativa. 2. Modelagem matemática. 3. Ensino de matemática. I. Oliveira, Fabiane de. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ensino de Matemática. III.T.

CDD: 510.7



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>

## TERMO

### TERMO DE APROVAÇÃO

***ALBERTO PIASECKI JÚNIOR***

**“MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO À UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA  
NA CONSTRUÇÃO E DESEMPENHO DE UM CARREGADOR DE CELULAR  
SOLAR”**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 26 de maio de 2021.

#### **Membros da Banca:**

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Fabiane de Oliveira - (UEPG) – Presidente

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro - (UTFPR)

Prof. Dr. Marcos Teixeira Alves - (UEPG)

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Luciane Grossi - (UEPG) – Suplente



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Teixeira Alves, Professor(a)**, em 27/05/2021, às 12:13, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro, Usuário Externo**, em 27/05/2021, às 12:16, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Fabiane Oliveira, Professor(a)**, em 27/05/2021, às 13:37, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.uepg.br/autenticidade> informando o código verificador **0502774** e o código CRC **96983364**.

21.000013970-0

0502774v2

Dedico este trabalho à minha mãe  
Ana Maria, pelo seu incentivo, apoio e  
orações para que eu sempre atingisse  
meus objetivos. Eterna gratidão.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que sempre me ilumina em todos os instantes de minha vida.

À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Fabiane de Oliveira, pela paciência e dedicação na orientação desta dissertação. Por acreditar no meu trabalho, sou eternamente grato.

À minha mulher, companheira de todos os momentos, Patricia Martins Oliveira, pela compreensão, companheirismo, apoio incondicional em todos os momentos do desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais que sempre me apoiaram e me incentivaram em estudar.

À minha irmã, pelo apoio e sempre estar disposta a me ajudar quando precisei.

Aos professores do PROFMAT da UEPG, que eu tive o privilégio de ser discente, minha total admiração e respeito, os quais dispensam apresentação quanto ao nível de conhecimento e competência. Posso dizer que me serviram de fonte de inspiração para trabalhar com a pesquisa.

Em especial ao Prof. Dr. Marcos Teixeira Alves, que ao ministrar a disciplina de Resolução de Problemas, teve grande contribuição para minha aprovação no exame de qualificação.

Aos meus colegas de mestrado, os quais dividimos as angustias e satisfações, rimos e nos desesperamos muitas vezes. Sou eternamente grato pela contribuição de cada um. Ninguém vence sozinho.

Em especial às minhas colegas Edineia de Souza e Ágda Galvão, as quais dividimos carona, alegrias e frustrações. Sempre tornou as viagens menos cansativas e mais divertidas.

Aos diretores do colégio Morski, em que trabalho, Prof. Fernando e Prof<sup>a</sup>. Juliana e, sua equipe pedagógica, pelo apoio e compreensão sempre que precisei.

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar as contribuições que o uso da Modelagem Matemática aliada à construção e utilização de um carregador de celular com energia solar traz para o aprendizado de Matemática no Ensino Médio, buscando-se uma Aprendizagem Significativa. Nessa perspectiva utilizou-se a Modelagem Matemática no processo de construção e modelagem do desempenho do carregador, como metodologia para se alcançar os objetivos propostos. Apresentou-se os conceitos de geração de energia elétrica, energia fotovoltaica e a relevância desses temas no contexto atual. Em seguida foram apresentados os conceitos de componentes e circuitos elétricos, além das técnicas de Modelagem Matemática como regressão linear e ajuste quadrático, fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Após a construção do carregador, foram aferidas medições da corrente elétrica e tensão elétrica geradas pelo mesmo, para a plotagem de gráficos da potência elétrica obtida em relação ao tempo. Então aplicou-se as técnicas de Modelagem Matemática para se obter os modelos matemáticos que caracterizam o funcionamento do carregador. Mediante esse trabalho, desenvolveu-se uma proposta pedagógica (sequência pedagógica), para ser utilizada pelo professor de matemática no Ensino Médio. As considerações resultantes ao final deste trabalho apontam a potencialidade do uso da Modelagem Matemática em satisfazer o processo de aprendizagem significativa. A proposta apresentada neste trabalho pode ser utilizada em trabalhos futuros, bem como a sua aplicação para uma melhor análise do potencial de ensino significativo aqui considerados.

**Palavras-chave:** Aprendizagem Significativa. Modelagem Matemática. Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

This work aims to analyze the contributions that the use of Mathematical Modeling combined with the construction and use of a cell phone charger with solar energy brings to the learning of Mathematics in High School, seeking a Meaningful Learning. From this perspective, Mathematical Modeling was used in the process of building and modeling the performance of the charger, as a methodology to achieve the proposed objectives. The concepts of electricity generation, photovoltaic energy and the relevance of these themes in the current context were presented. Then, the concepts of components and electrical circuits were presented, in addition to the Mathematical Modeling techniques such as linear regression and quadratic adjustment, fundamental for the development of this work. After the construction of the charger, measurements of the electrical current and voltage generated by it were taken, for the plot graphs of the electrical power obtained in relation to time. Then, Mathematical Modeling techniques were applied to obtain the mathematical models that characterize the operation of the charger. Through this work, a pedagogical proposal (pedagogical sequence) was developed to be used by the high school mathematics teacher. The resulting considerations at the end of this work point to the potential of using Mathematical Modeling to satisfy the meaningful learning process. The proposal presented in this work can be used in future works, as well as its application for a better analysis of the significant teaching potential considered here.

**Keywords:** Meaningful Learning. Mathematical Modeling. Mathematics teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Processo de Modelagem .....	29
Figura 2 - Barreira de Potencial na junção PN de um .....	43
Figura 3 - Efeito Fotovoltaico.....	44
Figura 4 - Circuito elétrico de uma célula fotovoltaica .....	45
Figura 5 - Símbolo da fonte de tensão .....	47
Figura 6 - Fonte de corrente.....	47
Figura 7 - Resistor elétrico .....	48
Figura 8 - Capacitor elétrico .....	48
Figura 9 - Diagrama de um circuito elétrico RC.....	49
Figura 10 - Lei de Kirchhoff para tensões .....	51
Figura 11 - Nó de um circuito elétrico.....	52
Figura 12 - Gráfico do ajuste linear .....	54
Figura 13 - Gráficos de Funções Típicas .....	56
Figura 14 - Gráfico da Função Quadrática .....	58
Figura 15 - Circuito elétrico 1 do gerador .....	62
Figura 16 - Circuito elétrico 2 do gerador .....	63
Figura 17 - Gráfico da potência elétrica do circuito 1 em função da hora .....	66
Figura 18 - Gráfico da potência elétrica do circuito 2 em função da hora .....	67
Figura 19 - Curva do ajuste quadrático do Circuito 1 .....	70
Figura 20 - Curva do ajuste quadrático do Circuito 2 .....	74
Figura 21 - Conexão dos Componentes do Circuito 1 .....	95
Figura 22 - Foto do Circuito na Protoboard .....	96
Figura 23 - Detalhe dos componentes na protoboard .....	97
Figura 24 - Valor de tensão elétrica aferida no circuito 1 .....	97
Figura 25 - Circuito final com conector USB.....	98
Figura 26 - Pinos de conexão do USB fêmea .....	98
Figura 27 - Conexão dos Componentes do Circuito 2.....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Consumo de Eletricidade em (GWh) no Brasil .....	40
Tabela 2 - Valores de Tensão e Corrente Elétrica obtidos com o Circuito 1 .....	64
Tabela 3 - Potência elétrica do circuito 1 em função da hora do dia .....	65
Tabela 4 - Valores de Tensão e Corrente Elétrica obtidos com o Circuito 2 .....	66
Tabela 5 - Potência elétrica do circuito 2 em função da hora do dia .....	67
Tabela 6 - Valores calculados para os dados do circuito 1 .....	69
Tabela 7 - Valores da potência elétrica aferidos e determinados pelo modelo do circuito 1 .....	71
Tabela 8 - Valores calculados para os dados do circuito 2 .....	72
Tabela 9 - Valores da potência elétrica aferidos e determinados pelo modelo do circuito 2 .....	75

## LISTA DE SÍMBOLOS

$I_{ph}$	Corrente fotogerada;
$I_D$	Corrente de saturação no diodo;
$I_F$	Corrente de fuga;
$I$	Corrente de saída para a carga;
$R_P$	Resistência em paralelo da célula;
$R_S$	Resistência em série da célula.
$V$	Tensão elétrica de saída
$R$	Resistência elétrica
$C$	Capacitor
$\mu F$	Micro Faraday ( $10^{-6}$ F)
$I$	Corrente elétrica
$E$	Fonte de tensão elétrica
$P$	Potência elétrica
$\Omega$	Ohm (Unidade de medida de resistência elétrica)
$F$	Faraday (Unidade de medida de capacitância elétrica)
$W$	Watt (Unidade de medida de potência elétrica)
$V$	Volt (Unidade de medida de tensão elétrica)
$A$	Ampere (Unidade de medida de corrente elétrica)
$r$	coeficiente de correlação de Pearson

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1 JUSTIFICATIVA .....	14
1.2 OBJETIVOS .....	16
1.3 DELINEAMENTO DO TRABALHO .....	17
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	18
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	28
2.2.1 Considerações sobre a Modelagem Matemática .....	28
2.2.2 Modelagem Matemática e o Ensino de Matemática .....	31
2.2.3 A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade .....	34
2.2.4 A Modelagem Matemática no Ensino de Física .....	36
<b>3 CONCEITOS FÍSICOS E MATEMÁTICOS</b> .....	<b>39</b>
3.1 GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	39
3.1.1 Energia Fotovoltaica.....	41
3.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS .....	45
3.3 FUNÇÕES E REGRESSÃO LINEAR .....	53
<b>4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	<b>61</b>
4.1 MODELAGEM DA CONSTRUÇÃO DO CARREGADOR DE CELULAR .....	62
4.1.1 Variáveis Aferidas do Carregador de Celular Solar e Desenvolvimento dos Modelos Matemáticos.....	64
4.1.2 Elaboração dos Modelos Matemáticos .....	68
<b>5 PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA</b> .....	<b>76</b>
5.1 SEQUÊNCIA PEDAGÓGICA .....	76
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>87</b>
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	89
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>91</b>
<b>APÊNDICE A - CONSTRUÇÃO DO CARREGADOR SOLAR FOTOVOLTAICO</b> ...	<b>95</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática no Ensino Médio suscita muitas indagações por parte do educador, seja quanto à escolha de metodologias para abordar um conteúdo específico ou quanto ao planejamento de atividades instigantes e interessantes para maior engajamento do educando, visto que esta é uma área de significativa importância para a formação do indivíduo na sociedade. No mundo atual, os alunos se veem frente a uma gama de informações devido ao fácil acesso às diferentes mídias. No entanto, muitas vezes não conseguem interpretar essas informações. O papel de todo educador é fazer com que seus educandos compreendam o conteúdo adquirido em sala de aula e saibam associar esse conhecimento com situações do seu cotidiano, buscando desta forma uma aprendizagem com mais significado.

Ensinar Matemática de uma forma mais significativa e, porque não dizer, de forma prazerosa aos olhos dos educandos, é um desafio para todo o educador. De acordo com Moreira (2006), a aprendizagem significativa acontece quando ocorre a interação de um conhecimento novo com algum conhecimento prévio especificamente relevante do aluno.

Relacionar os conceitos matemáticos com aplicações do cotidiano, pode ser um caminho que busca contribuir de forma significativa para o aprendizado dos educandos. Em seu trabalho Cunha, D. (2017), considera que o professor deve ser o agente de mudanças para que se alcance o sucesso da prática docente, dessa forma unindo a abstração Matemática e sua generalização com contextos do cotidiano, procurando construir uma aprendizagem de efeitos positivos.

Como citado por Cunha, C. (2017, p.4), na prática atual do ensino de Matemática, o aluno acredita que para estudar e aprender Matemática: “[...] basta somente aplicar fórmulas para com isso obter os resultados das atividades, independente do sentido contextual das questões.” Isso demonstra a prática de uma aprendizagem mecânica, sem muito, ou nenhum significado.

A partir da experiência em sala de aula, é notável que a maioria dos livros didáticos de Matemática apresentam os conteúdos quase sempre de forma teórica, com poucas aplicações ou relações com situações do cotidiano.

Ao utilizar a Modelagem Matemática para o desenvolvimento ou construção de objetos utilizáveis torna a Matemática aplicável, aproximando esta de uma ciência que busca trazer soluções para a humanidade. Quando o ensino de Matemática, no

Ensino Médio, busca essa linha metodológica faz com que os educandos necessitem associar um conhecimento novo com um conhecimento prévio e relevante, tornando a aprendizagem significativa.

Pensando nessa situação e na limitação de aplicações da Matemática no Ensino Médio, este trabalho propõe uma alternativa de ensino que busca suprir esta necessidade.

Dessa forma, será apresentada uma proposta de utilização da Modelagem Matemática para a construção de um carregador de celular usando a energia solar. Assim abordando conteúdos matemáticos do Ensino Médio em todo o processo de construção e utilização do mesmo.

Como hipóteses desta pesquisa acredita-se que, a Modelagem Matemática utilizada na construção de um carregador de celular fotovoltaico traz a necessidade de associar um conhecimento prévio com o desenvolvimento de novos conceitos, o que vem ao encontro de uma aprendizagem significativa.

Ao modelar matematicamente um objeto físico, busca-se aplicar o conhecimento sobre conceitos matemáticos, possibilitando associar os conteúdos trabalhados em sala de aula com o mundo real.

A construção de um carregador de celular fotovoltaico, por meio da Modelagem Matemática, permite associar conceitos físicos com conceitos matemáticos necessários para sua construção, dessa forma possibilitando trabalhar a interdisciplinaridade de conteúdos.

Considerando a proposta apresentada neste trabalho, pretende-se através da utilização de conceitos físicos sobre circuitos elétricos e geração de energia elétrica fotovoltaica, construir um carregador de celular fotovoltaico, modelando matematicamente o dimensionamento de seus componentes, de forma a otimizar seu desempenho, relacionando a associação de diferentes componentes e os resultados obtidos.

Também será trabalhada a Modelagem Matemática na utilização do carregador, como no tempo necessário para carregar a bateria de um celular em relação à intensidade luminosa ao qual será exposto, em relação ao período do dia, entre outras variáveis a serem consideradas na sua aplicação.

Nessa perspectiva procura-se responder a seguinte problemática: quais as contribuições que o uso da Modelagem Matemática aliada à construção e utilização

de um carregador de celular com energia solar traz para o aprendizado de Matemática no Ensino Médio, buscando-se uma Aprendizagem Significativa?

Neste trabalho será desenvolvida uma proposta de ensino para ser trabalhada em qualquer ano/série do Ensino Médio, envolvendo os conteúdos de funções, equações e circuitos elétricos. A mesma pode ser utilizada tanto na disciplina de Matemática como em Física, o que demonstra a potencialidade interdisciplinar deste trabalho. Será apresentada a Modelagem Matemática da construção e utilização do carregador para se obter o modelo matemático de desempenho do mesmo.

Para finalizar será apresentada uma sequência pedagógica utilizando a Modelagem Matemática e suas aplicações na construção e utilização do carregador, como sugestão para o ensino de conteúdos matemáticos do Ensino Médio.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A partir da experiência em sala de aula, observei que a maioria dos livros didáticos de Matemática apresentam os conteúdos, na maioria das vezes, de forma teórica, com poucas aplicações ou relações com situações do cotidiano. Cabe ao professor criar estratégias metodológicas que contextualize o ensino-aprendizagem da Matemática com situações relevantes ao cotidiano do educando. De acordo com Cunha, C. (2017, p.5): “[...] se faz necessário, que o professor adote um estilo em que o aluno possa sentir-se envolvido com a referida disciplina, transmitindo os assuntos em sala de aula e aplicando-os a realidade presente do dia a dia.”

De acordo com Borssoi e Almeida (2011, p. 94): “A modelagem Matemática em sala de aula viabiliza a interação da Matemática escolar com aquela presente fora do ambiente da escola”.

Como conclui em seu trabalho, Borssoi e Almeida (2011, p. 118): “[...] a modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem pode proporcionar a aprendizagem significativa dos estudantes”.

Portanto nessa linha metodológica de Modelagem Matemática quando aplicada no Ensino Médio faz com que os educandos necessitem associar um conhecimento novo com um conhecimento prévio e relevante, dessa forma tornando a aprendizagem significativa.

Vale ressaltar também que, Biembengut e Hein (2003) consideram que o uso da Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno

o interesse por conteúdos até então desconhecidos. Sendo que o processo de o aluno modelar matematicamente uma situação-problema, faz com que o mesmo busque soluções por meio da pesquisa.

Ao considerarmos a utilização da Modelagem Matemática no ensino, nos propicia evidenciar aos educandos a importância da Matemática na sociedade, sendo esta essencial para a tomada de decisões em diversas situações. Para Barbosa (2009, p. 2) a Modelagem Matemática vai além dos argumentos de motivação:

[...] do ponto de vista da cidadania, há um argumento mais crucial: a necessidade de os alunos perceberem a natureza enviesada dos modelos matemáticos e o papel que eles podem ter na sociedade e nas ciências. Isso não significa o esquecimento do conteúdo matemático, mas seu posicionamento como um 'meio' para convidar os alunos a enxergarem seu uso para além dos limites da disciplina escolar.

Ensinar é uma atividade humana, a qual deve possibilitar ao educando perceber que o conteúdo aprendido em sala de aula tem significado na sociedade, seja por sua construção histórica ou pela sua aplicação no desenvolvimento da mesma. E a Matemática tem papel fundamental nesse processo.

O uso da Modelagem Matemática no ensino é mais que uma estratégia alternativa, é uma metodologia que permite ao aluno desenvolver a Matemática relacionada com outras áreas do conhecimento.

É notável a possibilidade de trabalhar de forma interdisciplinar o ensino de Matemática quando se utiliza a metodologia da Modelagem Matemática. Uma vez que buscar soluções de problemas envolvendo situações reais, e sendo que estas não se limitam a uma determinada área do conhecimento, faz-se necessário trabalhar com a interdisciplinaridade.

De acordo com Ramos e Gonzaga (2015), a Modelagem Matemática quando é trabalhada em direção a um assunto de interesse do aluno, torna-se um objeto de aprendizagem que busca a interdisciplinaridade. O que também propicia ao professor uma oportunidade para a troca de experiências com outras áreas.

Ao modelar uma situação-problema é necessário que o aluno busque conhecimento nas mais diversas áreas, dessa forma revendo muitos conceitos já aprendidos durante a sua vivência escolar.

Como Ramos e Gonzaga (2015, p. 6) concluem em seu trabalho:

Ao se trabalhar com a interdisciplinaridade, o aluno sente-se motivado a encontrar a solução para o problema. É importante para esse processo o fomento de diferentes ideias para modelar e resolver o problema, privilegiando conhecimentos adquiridos ao longo de sua formação, [...].

Portanto o uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino da Matemática vem possibilitar o uso de abordagens diversificadas didaticamente. Dessa forma torna-se naturalmente um caminho para a interdisciplinaridade, a contextualização e formalização de recortes da realidade, buscando relacionar conhecimentos prévios adquiridos com conceitos novos que serão explorados ao longo do processo.

Assim reforça-se o potencial de atingir uma aprendizagem significativa quando o ensino de Matemática é trabalhado através da Modelagem.

## 1.2 OBJETIVOS

### **Objetivo Geral:**

Este trabalho tem por objetivo analisar as contribuições que o uso da Modelagem Matemática aliada à construção e utilização de um carregador de celular com energia solar traz para o aprendizado de Matemática no Ensino Médio, buscando-se uma Aprendizagem Significativa.

### **Objetivos Específicos:**

- Construir um carregador de celular com energia solar, dimensionando os componentes matematicamente de forma a variar o seu desempenho.
- Desenvolver a Modelagem Matemática da potência elétrica gerada pelo carregador, em função do tempo.
- Identificar os conceitos físicos relacionados com os conteúdos matemáticos existentes na construção e utilização do gerador a partir do desenvolvimento das atividades propostas, dessa forma trabalhando a interdisciplinaridade.
- Elaborar uma sequência pedagógica da construção e utilização do carregador de celular, envolvendo a Modelagem Matemática e suas aplicações no ensino de conteúdos de Matemática no Ensino Médio.

Diante disso, este trabalho busca contribuir para o ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio, apresentando uma metodologia com enfoque na

Modelagem Matemática procurando assim tornar a aprendizagem significativa para os educandos.

### 1.3 DELINEAMENTO DO TRABALHO

Esta dissertação apresenta seis capítulos e apêndice constituídos da seguinte forma:

No segundo capítulo encontra-se o referencial teórico do embasamento conceitual no qual este trabalho se fundamenta. Está dividido em seções que abordam os fundamentos teóricos a respeito da Aprendizagem Significativa, Modelagem Matemática, Modelagem Matemática no ensino e suas relações interdisciplinares.

No terceiro capítulo são abordados os conceitos físicos e matemáticos sobre geração de energia elétrica, energia fotovoltaica, circuitos elétricos, funções matemáticas, regressão linear e ajuste quadrático.

No quarto capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos utilizados para a elaboração da proposta. Como todo o desenvolvimento da construção do carregador de celular, com as aferições de variáveis e Modelagem Matemática da sua utilização.

No quinto capítulo é apresentado o desenvolvimento de uma proposta pedagógica como uma sequência pedagógica para o ensino de Matemática, baseada na modelagem do carregador de celular.

No sexto capítulo encontram-se as considerações finais a respeito deste trabalho, onde são discutidas as possibilidades e viabilidade da proposta e seu potencial para o ensino.

No apêndice A é apresentado um roteiro para a construção do carregador de celular.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será apresentado um referencial teórico a respeito dos conceitos de Aprendizagem Significativa e Modelagem Matemática, que embasam este trabalho.

### 2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Quando trabalhamos com ensino-aprendizagem temos como objetivo principal o conhecimento adquirido pelo aluno. Dessa forma, para que isso aconteça, o educando deve ser capaz de abstrair um conhecimento de forma que este tenha um significado coerente, capaz de interpretar e reformular este conhecimento de acordo com sua necessidade. Dessa forma a aprendizagem significativa vem ao encontro desta necessidade.

De acordo com Ausubel (*apud* Moreira, 2010), aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas são associadas de maneira substantiva com o conhecimento prévio do aluno, que este já possui, chamados subsunçores. Subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento significativo que o indivíduo já possui em sua estrutura cognitiva.

Um subsunçor trata-se de um conhecimento internalizado previamente no aluno, especificamente relevante, que é dinâmico e passível de mudanças no decorrer do processo de ensino aprendizagem. De acordo com Moreira (2010), a estrutura de subsunçores se relacionam de forma dinâmica por dois aspectos principais, a *diferenciação progressiva* e a *reconciliação integradora*.

A diferenciação progressiva consiste em atribuir novos significados a um subsunçor a partir de novos conhecimentos. Esta acontece quando um aluno já possui em sua estrutura cognitiva um determinado conhecimento sobre um conceito cotidiano e, que então irá se relacionar com um novo conhecimento dando novos significados a este. Por exemplo, o aluno conhece o conceito de força em sua vivência diária, ao se deparar na escola com os conceitos de força gravitacional, o subsunçor força ficará mais rico em significado.

A reconciliação integradora de acordo com Moreira (2010), é um processo que consiste em eliminar diferenças, resolver inconsistências, integrar significados. Voltando ao exemplo do conceito de força, ao aluno aprender que além da força

gravitacional existem outros tipos de forças como a força eletromagnética, a força nuclear fraca e a força nuclear forte, e concluir que estas são as únicas forças fundamentais da natureza. Ele precisou fazer muitas reconciliações entre os diferentes tipos de forças que aparecem nos livros didáticos, como força de atrito, força peso, força motriz, sendo que todas estas são casos particulares das forças fundamentais.<sup>1</sup>

Para se atingir uma aprendizagem significativa, Moreira (2010) considera duas condições principais: o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e o aprendiz deve apresentar uma predisposição a aprender.

Vale ressaltar aqui que o material de aprendizagem não deve ser considerado significativo, mas sim potencialmente significativo, pois o significado está na pessoa e não no material. A segunda condição é relativamente mais difícil de se alcançar. Segundo Moreira (2010), o sujeito estar predisposto a aprender significa que deve estar disposto a relacionar (diferenciando e integrando) o conhecimento novo com seu conhecimento prévio.

É notável a relevância do conhecimento prévio do aluno, para que ocorra a aprendizagem significativa, no entanto, nem todos os conceitos a serem aprendidos na escola são passíveis de conhecimentos prévios. Qual o papel do professor diante dessa situação?

Para responder a essa questão devemos considerar o conceito de organizadores prévios. Em seu trabalho, Moreira (2010) considera que um organizador prévio é um recurso instrucional utilizado pelo professor que apresenta uma certa generalidade e inclusão a respeito do conceito a ser estudado. Um organizador prévio, pode ser uma pergunta, uma situação-problema, uma leitura introdutória, entre outros.

Moreira (2010, p. 11) considera que um organizador prévio sempre deve ser utilizado antes de apresentar um conceito.

Como recurso para mostrar que novos conhecimentos estão relacionados com conhecimentos prévios, organizadores devem ser sempre utilizados no ensino, pois o aluno muitas vezes não percebe essa relacionabilidade e pensa que os novos materiais de aprendizagem não têm muito a ver com seus conhecimentos prévios.

Dada a relevância da aprendizagem significativa como prática fundamental do ensino aprendizagem, é notável que essa não é a que acontece na escola. Moreira

---

<sup>1</sup> Existem quatro interações fundamentais na Natureza que são chamadas de Forças Fundamentais: Força Gravitacional, Força Eletromagnética, Força Nuclear Forte e Força Nuclear Fraca. (GAROTTI, 2003).

(2010) destaca que as escolas ainda trabalham com a aprendizagem mecânica, aquela sem significado para o aluno, memorística, que serve apenas para passar nas provas, e tão logo é esquecida. Ainda que a passagem da aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa possa ocorrer, esta não é natural. Pois depende dos subsunçores adequados, da predisposição dos alunos, dos materiais potencialmente significativos.

É destacado também por Moreira (2010), que as situações-problemas dão sentido aos conceitos. Um aluno aprende a dar sentidos aos conceitos à medida que vai dominando situações-problemas.

Daí a necessidade de o professor planejar, elaborar estratégias e metodologias que explorem essa prática. Não podemos deixar de mencionar a potencialidade do uso da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem, a qual será abordada de forma adequada no decorrer deste trabalho.

Considerando a estrutura cognitiva do aluno, Moreira (2010) ainda destaca duas formas distintas de aprendizagem: a aprendizagem receptiva e a aprendizagem por descoberta. Na primeira o estudante recebe a informação em sua forma final, o que não significa necessariamente que a aprendizagem não seja significativa, pois para dar sentido à informação é preciso relacionar esse conhecimento com conhecimentos prévios já internalizados em sua estrutura cognitiva. Na aprendizagem por descoberta o aluno vai descobrir o que vai aprender. O que também implica nas mesmas condições para que ocorra a aprendizagem significativa, conhecimentos prévios, pré-disposição a aprender.

Como Moreira (2010) destaca, a aprendizagem por descoberta dirigida encontra-se na zona intermediária entre a recepção e a descoberta.

Considerando a aprendizagem por descoberta dirigida uma forma que necessariamente vai levar à aprendizagem significativa, usar metodologias que explorem essa prática é fundamental para o educador. Destacamos aqui novamente o uso da Modelagem Matemática como uma importante estratégia metodológica que se baseia na descoberta dirigida. Assim sendo uma opção que deve ser considerada pelo professor em sua prática pedagógica.

Vale destacar aqui também o que Moreira (2010, p. 20) cita como um facilitador da aprendizagem significativa quando o aluno tem a visão inicial do todo.

Do ponto de vista cognitivo, a aprendizagem significativa será facilitada se o aprendiz tiver uma visão inicial do todo, do que é importante para, então, diferenciar e reconciliar significados, critérios, propriedades, categorias, etc.

Apresentar previamente uma visão inicial geral de um certo conceito, facilita a compreensão do aluno em relação ao mesmo. O que faz com que o educando busque uma associação prévia com algum subsunçor necessário para que ocorra a aprendizagem significativa. Por exemplo, se o professor vai trabalhar com circuitos elétricos é importante que este faça um resgate inicial do significado comum de circuito no cotidiano do aluno. Dessa forma fazendo uma ponte de ligação entre o conceito a ser explorado futuramente e o conhecimento prévio do aluno a respeito do conceito geral de circuitos. Cabe também ressaltar que a abordagem inicial generalizada do conceito, pode ser através de organizadores prévios potencialmente significativo, como um texto abrangente, uma simulação, etc.

É notável que para se atingir uma aprendizagem significativa muitos fatores devem ser repensados na prática escolar; estratégias devem ser elaboradas. Considerando algumas estratégias para facilitar a aprendizagem significativa vale a pena destacar o que Moreira considera, dentre outras, as *atividades colaborativas*.

*As atividades colaborativas*, presenciais ou virtuais, em pequenos grupos têm grande potencial para facilitar a aprendizagem significativa porque viabilizam o intercâmbio, a negociação de significados, e colocam o professor na posição de mediador. (MOREIRA, 2010, p. 23, grifos do autor).

Dessa forma pode-se observar que o papel do educador é fundamental para nortear o processo como agente mediador e não simplesmente como detentor do conhecimento final que simplesmente repassa este para uma “plateia” que assiste passivamente. Adotar novos processos metodológicos é fundamental, processos estes que tornem os educandos sujeitos ativos e construtores do conhecimento. De acordo com Moreira (2010, p. 23), a postura do professor é fundamental nesse processo.

A facilitação da aprendizagem significativa depende muito mais de uma nova postura docente, de uma nova diretriz escolar, do que de novas metodologias, mesmo as modernas tecnologias de informação e comunicação.

Ao finalizar seu trabalho, Moreira (2010) cita que a escola continua fomentando uma prática de ensino focada na aprendizagem mecânica, onde o aluno copia, memoriza e reproduz na prova os conhecimentos memorizados. Os quais rapidamente esquece posteriormente. Quando estes chegam ao ensino superior faltam subsunçores necessários pois o que ele aprendeu na educação básica foi de

forma mecânica sem significados, o que mostra um grande número de reprovações na graduação.

Moreira (2010) destaca que embora alguns educadores acreditem que a aprendizagem significativa esteja superada, pois esta teve início na década de 1960 com David Ausubel, isso é questionável de se dizer. Pois se a escola não dá conta da sua função mais básica que é ensinar os alunos de forma significativa, os quais disponham de conhecimento necessário para dar continuidade à sua formação de forma satisfatória, como pode estar ultrapassada? Se a escola deixa de considerar a premissa básica de que o ser humano aprende a partir do que já sabe.

Para atingir uma aprendizagem significativa é preciso uma certa quebra de paradigmas, sair da zona de conforto do professor, lançar-se a novos desafios. Na visão crítica de Moreira (2012), a aprendizagem significativa deve ser crítica, subversiva, ao mesmo tempo que se vive em uma sociedade é preciso integrar-se a ela, ser crítico dela.

Para alcançar uma aprendizagem significativa crítica, Moreira (2012), sugere, dentre alguns princípios facilitadores, que o professor adote diversidade de estratégias não somente o uso de quadro e giz. Dessa forma é preciso que o professor adote metodologias propiciando que o aluno participe de forma ativa e responsável na sua aprendizagem.

Sabemos que o mundo atual exige que a escola, como formadora de cidadãos, contribua para formar pessoas com personalidade inquisitiva, criativa, inovadora, capaz de lidar com os desafios atuais, com a capacidade de aprender a aprender. No entanto como Moreira (2000) cita em seu trabalho, ainda se ensinam “verdades absolutas”, com respostas “certas”, se transmite o conhecimento desestimulando o questionamento. Mesmo o discurso educacional sendo inovador, a prática educativa não estimula o aprender a aprender. A saída para essa situação poderia ser a aprendizagem significativa crítica.

Na visão de Moreira (2000), o conhecimento prévio é o fator que mais influencia na aprendizagem significativa crítica. A nossa mente é conservadora, aprendemos em função daquilo que já conhecemos. Dessa forma o educando ao aprender, produz seu próprio conhecimento.

Um outro fator de grande relevância se trata da pré-disposição em aprender. Mas como atingir essa pré-disposição? Como estimular os educandos a se sentirem motivados em aprender?

Para responder a essas questões, recorreremos à aprendizagem significativa crítica, visto que esta procura estabelecer uma conexão com o conhecimento prévio do aluno (portanto relevante para o mesmo), com o conhecimento novo. Considerando que um conhecimento prévio é um conhecimento significativo, pois o mesmo está fixado em sua mente, ao estabelecer a conexão do conhecimento novo com o conhecimento prévio, isso conseqüentemente irá despertar o interesse do educando em aprender.

Para facilitar a aprendizagem significativa crítica, Moreira (2000) propõe 8 princípios, listados a seguir:

1. Princípio da interação social e do questionamento. Ensinar/aprender perguntas ao invés de respostas.

A metodologia utilizada amplamente no ensino atual se baseia de respostas transmitidas do professor ao aluno e posteriormente do aluno ao professor em uma avaliação. Nesse processo temos uma aprendizagem mecanizada, não crítica.

O princípio da interação social do questionamento sugere que o professor deve ensinar seus alunos a perguntar. Quando um aluno formula uma pergunta relevante, ele está buscando um conhecimento prévio, isso é evidência de uma aprendizagem significativa.

2. Princípio da não centralidade do livro texto. Uso de documentos, artigos e outros materiais educativos.

Ao usar exclusivamente e, por que não dizer unicamente, o livro texto, o aluno se depara com um material onde as respostas estão ali, impossibilitando questionamentos. Por isso é necessário que o professor busque materiais alternativos, meios que estimulem a curiosidade do educando e a necessidade de fazer questionamentos.

3. Princípio do aprendiz como perceptor/representador.

O aluno percebe o mundo em que representa, assim a percepção do aluno vem de suas percepções prévias, ligadas ao conhecimento prévio do mesmo a respeito das coisas. Dessa forma o professor deve estar consciente de que trabalha

com sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem, com características próprias, sendo que cada um possui uma forma única de aprender.

Em seu trabalho, Moreira (2000, p. 55) considera que o aluno deve ser tratado como um perceptor do mundo em que vive.

A aprendizagem significativa crítica implica a percepção crítica e só pode ser facilitada se o aluno for, de fato, tratado como um perceptor do mundo e, portanto, do que lhe for ensinado, e a partir daí um representador do mundo, e do que lhe ensinamos.

A percepção particular de cada indivíduo nos remete a um outro princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica: a linguagem.

#### 4. Princípio do conhecimento como linguagem.

A linguagem está intimamente ligada à nossa percepção do mundo. Aprender um conceito novo, ou interpretar uma informação está relacionada com a nossa capacidade de conhecer a sua linguagem. Dessa forma ensinar um conteúdo é ensinar uma linguagem. De acordo com Moreira (2000, p. 55), “Aprendê-la de maneira crítica é perceber essa nova linguagem como uma nova maneira de perceber o mundo.” Partindo desse princípio é notável a necessidade da interação social e do questionamento.

Portanto a linguagem é a mediadora da percepção humana e, a percepção é indissociável da nossa linguagem.

#### 5. Princípio da consciência semântica.

Este princípio diz que o significado está nas pessoas, não nas palavras. O educando não pode dar significado às palavras que estejam além de sua experiência. Daí a necessidade da aprendizagem significativa onde faz-se necessário o conhecimento prévio na aquisição de novos significados.

#### 6. Princípio da aprendizagem pelo erro.

O ser humano aprende corrigindo seus erros. É da natureza humana errar. Não existe a certeza absoluta, o conhecimento não é permanente.

A escola geralmente trabalha de forma a punir o erro de forma a promover a aprendizagem como verdade absoluta. Ao buscarmos uma aprendizagem significativa

crítica, o erro é aprender sistematicamente, aprender a aprender. Durante o erro surgem questionamentos que nos levam a buscar conhecimentos prévios.

Dessa forma o professor deve agir de forma a ajudar os alunos a reduzir seus erros.

#### 7. Princípio da desaprendizagem.

Para Moreira (2000, p. 59), aprender de forma significativa é necessário desaprender.

Para aprender de maneira significativa, é fundamental que percebamos a relação entre o conhecimento prévio e o novo conhecimento. Porém, na medida em que o conhecimento prévio nos impede de captar os significados do novo conhecimento, estamos diante de um caso no qual é necessária uma desaprendizagem.

Aprender a desaprender significa diferenciar o que é relevante e o que não é. Isso se faz necessário no processo de aprendizagem significativa crítica.

#### 8. Princípio da incerteza do conhecimento.

O conhecimento se faz através de perguntas, questionamentos e, portanto, é incerto.

Definições e conceitos não têm autoridade fora do contexto em que representam. Aprender através de definições não é necessariamente uma aprendizagem significativa crítica, pois mesmo que esta tenha interação com algum conhecimento prévio, é plausível perceber que talvez definições alternativas a respeito desse conceito também servissem para tal finalidade.

Como Moreira (2000, p. 61) cita em seu trabalho, “O princípio da incerteza do conhecimento nos chama atenção que nossa visão de mundo é construída primordialmente com as definições que criamos, com as perguntas que formulamos e com as metáforas que utilizamos.”

Através desses princípios citados por Moreira (2000), pode-se concluir que a aprendizagem significativa crítica é alicerçada em alguns fatores principais como o conhecimento prévio, a experiência prévia, a percepção prévia, sendo que o aprendiz deve apresentar uma pré-disposição para o novo conhecimento com o conhecimento prévio.

Concluindo, em seu trabalho Moreira (2000, p. 62) considera que para se alcançar uma aprendizagem significativa crítica, o educador precisa:

1. Aprender/ensinar perguntas ao invés de respostas;
2. Aprender/ensinar com o uso de materiais alternativos;
3. Aprender que somos perceptores e representantes do mundo;
4. Aprender que a linguagem está totalmente implicada em qualquer e em todas as tentativas humanas de perceber a realidade;
5. Aprender que o significado está nas pessoas, não nas palavras;
6. Aprender que o homem aprende corrigindo seus erros;
7. Aprender a desaprender, a não usar conceitos e estratégias irrelevantes para a sobrevivência;
8. Aprender que as perguntas são instrumentos de percepção e, que definições e metáforas são instrumentos para pensar.

Nesse contexto da teoria Ausubeliana, a ideia básica é a interação dos novos conhecimentos com conhecimentos prévios. Porém não fica muito claro como essa interação acontece. A teoria dos modelos mentais proposta por Johnson-Laird (1983 *apud* Moreira, 2006), oferece uma melhor explicação, a qual diz que um indivíduo frente a um conhecimento novo, primeiramente constrói um modelo mental a respeito desse conhecimento. Essa construção do modelo pode se caracterizar como um passo inicial para a aprendizagem significativa, uma vez que o sujeito se dispõe a aprender. Esse modelo é passível de alteração no decorrer do processo de aprendizagem, podendo ser reformulado quantas vezes forem necessárias. O que vem ao encontro da visão progressista da aprendizagem significativa.

Ainda em seu trabalho, Moreira (2006) aborda a visão computacional a qual está relacionada com os modelos mentais, uma vez que a mente humana age de forma semelhante a um computador, recebendo informações e processando-as, gerando modelos mentais acerca da realidade.

Na Física, é muito comum o aluno se valer de modelos computacionais que representam ou simulam determinado conceito, dessa forma o aluno é estimulado a compreender o significado desses modelos. Uma vez que este já possui um modelo mental a respeito de determinado conceito, a interação desses modelos reforça o processo da aprendizagem significativa.

Na visão da aprendizagem significativa crítica proposta por Moreira (2006), o aluno deve aprender criticamente, saber se integrar à sociedade e, afastar-se dela e

de seus conhecimentos quando esta perde seu rumo. Para que isso aconteça, vale ressaltar os princípios propostos por Moreira (2000), já abordados anteriormente neste trabalho.

Para finalizar Moreira (2006) destaca a proposta da diversidade de estratégias no processo de ensino, a qual abarca todos os princípios mencionados. Cabe ao professor saber abandonar o quadro de giz, não no sentido exclusivo, mas na criatividade de metodologias e diversificação de estratégias, tornando o aluno sujeito ativo, crítico e interativo no processo de ensino-aprendizagem.

Diante de todo o exposto até o momento é notável a crítica em relação ao ensino atual nas escolas. Onde a aprendizagem mecânica domina o contexto escolar, onde a prática de ensino é focada na assimilação, memorização, reprodução e esquecimento. A aprendizagem significativa deveria ser o objetivo de toda a escola, onde o educador deve buscar uma postura metodológica ativa para a concretização ou, pelo menos, a tentativa de atingir tal objetivo.

Pode-se perceber que a aprendizagem significativa crítica exige, além de outras coisas, uma certa quebra de paradigmas do educador, este precisa perceber que o ensino-aprendizagem não é imutável, com verdades absolutas e que, principalmente, o aluno é sujeito ativo e interativo no processo. Para que um conhecimento tenha significado é preciso buscar conhecimentos prévios para relacioná-los, que as perguntas, a linguagem do aluno, são tão (ou mais) importantes quanto às do professor. Cabe ao professor saber ouvir seus alunos e elaborar estratégias metodológicas que propiciem a aprendizagem significativa crítica.

Reestruturar o currículo escolar não é uma tarefa corriqueira, nem cabe ao docente tal papel, uma vez que este currículo está atrelado às políticas públicas de Estado, e organização de parâmetros norteadores. Mas como não se trata apenas de currículo, mas por que não dizermos de operacionalização do trabalho docente, cabe ao professor buscar estratégias e metodologias que venham ao encontro de uma aprendizagem significativa.

É imprescindível que o conhecimento prévio é a variável isolada que mais influencia na aprendizagem significativa e, cabe ao educador saber fazer essa análise a respeito de seus educandos e principalmente determinar organizadores prévios que venham ressaltar esse conhecimento ou mesmo servir de base para o que ele venha a aprender. Nesse contexto propõem-se, neste trabalho, o uso da Modelagem

Matemática como estratégia metodológica de ensino, como facilitadora para uma aprendizagem significativa.

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

### 2.2.1 Considerações sobre a Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico de pesquisa, que mais aproxima a Matemática da realidade. Ao se modelar uma situação real busca-se desenvolver modelos matemáticos que representem ou interpretem essa realidade, permitindo muitas vezes fazer previsões a respeito da mesma.

Bassanezi considera que a Modelagem Matemática consiste em transformar problemas ou situações da realidade em problemas matemáticos, a fim de elaborar modelos que interpretam essa realidade.

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o *modelo*. (BASSANEZI, 2002, p. 19, grifo do autor).

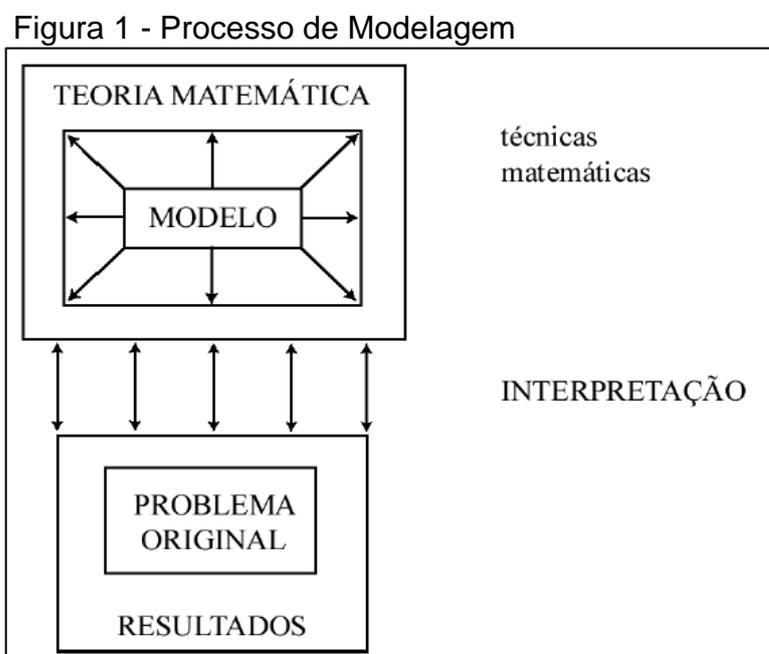
A Modelagem Matemática é também uma forma de descrever uma situação real com uma linguagem mais simplificada, passível de uma melhor interpretação do problema. Bassanezi (2002) considera que ao se matematizar uma situação-problema nada mais consiste do que a simplificar em uma linguagem formal mais abstrata. Dessa forma matematizar situações é sintetizar ideias concebidas empiricamente, mas que se encontram envolta de uma quantidade grande de variáveis, com pouca relevância. Nesse ponto de vista é notável entender a Matemática como uma ferramenta no desenvolvimento do método científico. Uma vez que uma teoria científica quando expressa em linguagem Matemática possui um grau relevante de reconhecimento. Nesse campo, as ciências como a Física e a Química, já se encontram amplamente matematizadas, vindo logo em seguida a Biologia. Embora nas ciências humanas a Modelagem Matemática venha ganhando espaços, ainda não se obteve o mesmo efeito se comparado às outras.

Podemos notar que a Matemática, muitas vezes considerada uma ciência única, quando se trabalha no processo de Modelagem, esta pode se relacionar com diversas áreas do conhecimento, descrevendo comportamentos da realidade.

Quando se modela matematicamente uma porção da realidade, procura-se desenvolver um modelo, na tentativa de explicar, entender ou agir sobre essa realidade. Para Bassanezi (2002, p. 20): “[...] *Modelo Matemático* um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico que consiste em obter e validar modelos matemáticos, a partir da realidade. Dessa forma, problemas da realidade são descritos como problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem real. É importante destacar que ao se trabalhar com a Modelagem Matemática, estamos trabalhando com aproximações, visto que a realidade nas suas especificidades, possui uma gama de variáveis ou medidas muitas vezes impossíveis de mensurar com exatidão. Este fato demonstra que a Modelagem Matemática na pesquisa contribui para o desenvolvimento da compreensão do fenômeno estudado, uma vez que trata-se de um processo de interpretação e validação dos resultados.

Esquemáticamente Bassanezi (2002) descreve o processo de Modelagem Matemática na forma apresentada na Figura 1.



Fonte: BASSANEZI, 2002.

Na Figura 1, as setas que representam a interpretação apontam nos dois sentidos verticalmente, ou seja, a partir de um problema original parte-se para a teoria

matemática necessária para o desenvolvimento do modelo, então volta-se a interpretar esse modelo em relação ao problema original e aos resultados adequados ou não à validação do modelo. Vale destacar aqui que nem sempre a teoria matemática adequada a criação do modelo pode existir. Nesta situação é necessária muitas vezes uma tarefa histórica: desenvolver uma nova teoria matemática.

O objetivo de um matemático aplicado ao modelar uma situação problema é resolvê-la de maneira mais simples possível e não complicá-la. Dessa maneira se valendo de teorias matemáticas já desenvolvidas e amplamente estudadas. No entanto, isso nem sempre é possível, mesmo que a teoria matemática necessária já tenha sido desenvolvida, pode ser que as técnicas necessárias para resolver o problema não sejam conhecidas. Isso contribui de forma significativa para o desenvolvimento de teorias já estabelecidas, o que vai exigir do matemático aplicado criatividade e habilidades matemáticas consideráveis. Isso tudo só vem a corroborar com o fato de que a Matemática aplicada na Modelagem contribui para o desenvolvimento da própria Matemática.

De acordo com Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática deve seguir uma sequência de etapas, descritas a seguir.

1. **Experimentação:** É a etapa em que se processa a obtenção dos dados. De acordo com a natureza da pesquisa se adota as técnicas matemáticas necessárias para a coleta dos mesmos.
2. **Abstração:** É o procedimento que deverá levar a formulação do modelo. Onde acontece a seleção de variáveis, a problematização, formulação de hipóteses e simplificação. Nessa etapa muitas vezes o modelo elaborado pode apresentar um grau de complexidade sem possibilidade de estudo, o que leva o matemático a voltar ao problema original e restringir informações, para que o modelo obtido resulte em um problema tratável.
3. **Resolução:** Consiste no desenvolvimento do modelo através das técnicas matemáticas. Nesse processo podem surgir novas técnicas e teorias matemáticas. Daí a riqueza do uso da Modelagem Matemática dentro da própria Matemática.
4. **Validação:** É o processo de aceitação ou não do modelo, ou seja, nessa etapa será confrontado a aplicabilidade ou mesmo interpretação do modelo com as hipóteses formuladas e, a sua representação para a situação real. Um modelo matemático deve ser consideravelmente simples dentro do que é aceitável para a situação analisada e representá-la razoavelmente.

5. **Modificação:** Um modelo pode ser aceito ou rejeitado para a situação analisada. Cabe ao pesquisador confrontar esse modelo e se necessário fazer as modificações necessárias. Sendo que essa etapa é natural do processo de Modelagem Matemática. Um bom modelo é aquele que é passível de reformulação e formulação de novos modelos a partir deste.

Para Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática consiste na construção de modelos que permitem fazer previsões, tomar decisões a respeito do mundo real. Sua aplicabilidade está muitas vezes diretamente ligada ao trabalho de profissionais de outras áreas. Cabe ao matemático fazer esse intercâmbio o que favorece a obtenção de modelos válidos para a determinada situação.

Dessa forma a Modelagem Matemática permite uma ampla interdisciplinaridade com diversas áreas do conhecimento. Ao se modelar uma situação real, utiliza-se teorias e técnicas matemáticas para descrever essa situação, num processo dinâmico cujo objetivo é descrever matematicamente a realidade, permitindo muitas vezes fazer previsões a respeito da mesma ou entender o comportamento de determinadas situações. Nesse processo a linguagem matemática de forma mais simples, se comparada com a linguagem real, sistematiza variáveis permitindo a resolução e obtenção de modelos matemáticos que servem como recurso para um melhor entendimento de determinadas situações da realidade.

### 2.2.2 Modelagem Matemática e o Ensino de Matemática

Dentre outras tendências em Educação Matemática no processo educacional, a Modelagem Matemática também é destacada. Bassanezi (2002) cita em seu trabalho alguns argumentos para a inclusão da mesma no sistema educacional.

1. *Argumento formativo:* Explora a resolução de problemas, despertando a criatividade, e a tomada de atitudes dos alunos;
2. *Argumento de competência crítica:* Propicia ao aluno o desenvolvimento da visão crítica, preparando o mesmo para a vida e para atuar de forma ativa na sociedade;
3. *Argumento de utilidade:* Prepara o aluno para utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em diversas outras áreas;
4. *Argumento intrínseco:* Fornece ao aluno condições de entender a Matemática em todas as suas facetas;

5. *Argumento de Aprendizagem*: Os processos trabalhados facilitam ao aluno compreender melhor os conceitos matemáticos, e valorizar a própria Matemática;
6. *Argumento de alternativa epistemológica*: Fornece ao aluno um enfoque alternativo, partindo de uma situação real com forte fundamentação cultural.

Considerando uma abordagem de ensino de forma significativa e crítica, a Modelagem Matemática vem ao encontro desse propósito. Ao se trabalhar o ensino da Matemática por meio da Modelagem, faz com que o educando participe ativamente no processo, se envolva em problemas reais, buscando soluções e interpretações de fenômenos de seu cotidiano.

Bassanezi (2002) define a Modelagem Matemática como a arte de transformar problemas reais em problemas matemáticos e ao resolve-los, busca-se interpretar suas soluções em relação ao mundo real. Isso torna a Matemática uma atividade lúdica. O que também demonstra seu potencial no processo de ensino-aprendizagem.

A Modelagem Matemática é um caminho para despertar interesse no aluno, de forma a torna-lo agente ativo no processo de ensino aprendizagem, ao passo que este vai descobrindo, criando estratégias e buscando soluções de problemas. Pois esta também proporciona ao aluno a oportunidade de explorar, investigar e descobrir relações conceituais no seu objeto de estudo.

Ao se pensar na Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem é notável seu potencial como um processo dinâmico que torna o aluno sujeito ativo. Ao se utilizar a Modelagem Matemática como recurso metodológico, esta permite ao aluno interagir com a situação real, fazer considerações a respeito, o que faz com que o mesmo busque conhecimentos prévios a respeito do fenômeno a ser estudado, o que vem consolidar uma aprendizagem significativa.

Quando se pensa em aprendizagem significativa crítica a motivação é fator determinante para que esta aconteça. Bassanezi faz uma crítica ao ensino de novas teorias matemáticas nas escolas, especificamente quando um teorema é ensinado este segue uma ordem que desvincula o aluno da realidade, não facilitando a sua motivação.

[...] um teorema é ensinado, seguindo o seguinte esquema: 'enunciado → demonstração → aplicação', quando de fato o que poderia ser feito é sua construção na ordem inversa (a mesma que deu origem ao teorema), isto é, sua *motivação* (externa ou não à matemática), a *formulação de hipóteses*, a *validação* das hipóteses e novos questionamentos, e finalmente seu *enunciado*. Estaríamos assim reinventando o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem. (BASSANEZI, 2002, p. 36, grifo do autor).

A Modelagem Matemática é um processo que contraria o método tradicional e pouco motivador no processo de ensino-aprendizagem.

É notável a riqueza de argumentos que torna a Modelagem Matemática como metodologia de ensino alternativa, rica metodologicamente vindo ao encontro de uma aprendizagem significativa. No entanto alguns obstáculos são elencados por muitos educadores, quanto ao uso da Modelagem Matemática em sala de aula. Bassanezi (2002), cita em seu trabalho três tipos de obstáculos quanto ao uso da Modelagem Matemática:

- a) *Obstáculos instrucionais*: Todo o curso ou disciplina possui um currículo cuja orientação é desenvolvê-lo completamente. Ao se trabalhar com Modelagem Matemática o tempo necessário pode ser um pouco mais longo que o previsto, dessa forma não sendo possível cumprir o programa todo;
- b) *Obstáculos para os estudantes*: O uso da Modelagem Matemática foge da rotina dos estudantes o que faz com que muitos tornem-se receosos e mesmo apáticos à metodologia. A maioria dos educandos estão acostumados com o professor como transmissor do conhecimento e, estes como agentes passivos no processo. A Modelagem Matemática permite tornar o aluno sujeito ativo, sendo colocado no centro do processo de ensino-aprendizagem. O que pode tornar o ritmo da aula mais lenta se comparada ao método tradicional. Não podemos deixar de citar também a heterogeneidade de uma sala de aula, formada por alunos com diferentes graus de conhecimentos. O que para uma parte da turma o tema proposto para a Modelagem pode não ser motivador;
- c) *Obstáculos para os professores*: Muitos professores não se sentem capacitados para trabalhar a Modelagem Matemática em sala de aula, seja por falta de conhecimento do processo, ou mesmo por medo de encontrarem algum obstáculo ao aplicar a Matemática em outras áreas do conhecimento.

É notável que muitos obstáculos são apontados ao se modificar uma metodologia de ensino, ainda mais quando esta foge literalmente do processo tradicional. Mas ao se trabalhar a Modelagem Matemática no ensino, muitos desses problemas podem ser minimizados, uma vez que a Modelagem é um processo dinâmico, sendo passível de mudanças no seu desenvolvimento. É importante destacar que no processo de ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática, muito mais importante que se chegar ao modelo final e válido, é o processo como um todo, desenvolver esse processo onde os conteúdos matemáticos vão sendo

sistematizados e aplicados pelo caminho é um dos objetivos principais. A Modelagem Matemática é uma estratégia de aprendizagem onde o processo não se dá apenas do professor para o aluno, mas de uma interação ativa do aluno com o ambiente natural.

Nesse contexto podemos denominar a Modelagem Matemática como um processo de Modelação Matemática. Onde a validação de um modelo não é o principal objetivo, e sim o processo de desenvolvimento. De acordo com Bassanezi (2002, p. 38): “Na modelação a validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural”.

No processo de Modelação o estudante se vê como agente ativo no processo de aprendizagem, o fenômeno modelado serve de motivação para a aprendizagem de conceitos e teorias matemáticas. A escolha do tema a ser trabalhado favorece ao estudante agir como sujeito participativo da sociedade em que vive. Uma vez que a observação da realidade, a produção de novas ideias a respeito, fazem parte do processo de modelação.

### 2.2.3 A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade

O uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino permite, devido à sua característica dinâmica, uma ampla abordagem interdisciplinar. Podendo explorar várias áreas do conhecimento integrando estas à Matemática.

O conceito de interdisciplinaridade não é muito familiar para alguns educadores, pois a própria formação do professor é focada em uma metodologia disciplinar, com matérias bem definidas.

De acordo com Borgo e Burak (2011), há uma forma dominante em que a comunidade em geral concebe e trabalha a ciência do conhecimento onde cada disciplina é compartimentada. Sendo que a interdisciplinaridade é uma forma de ver o conhecimento de um ponto de vista mais global.

Como afirmam em seu trabalho, Borgo e Burak (2011, p. 8): “[...] a interdisciplinaridade, significa uma relação de reciprocidade, de mutualidade, que admite uma concepção de totalidade e não fragmentada”.

Por esse viés pode-se notar que ao se optar pela interdisciplinaridade como processo metodológico no ensino, tem-se a possibilidade de explorar um determinado

assunto em relação ao seu contexto como um todo, seja de natureza histórica, social ou a sua simples relação com o meio, sempre que possível.

Para Borgo e Burak (2011), abordar a educação através de uma visão interdisciplinar permite o desenvolvimento do ser, pois este ser é um ente vivo e participativo do meio, com características físicas, biológicas, cultural e psicológica.

Para superar o ponto de vista disciplinar e fragmentado do ensino, depende quase que exclusivamente da postura do professor em relação à sua atuação no processo de ensino-aprendizagem. Cabe ao professor promover ações pedagógicas que envolvam a interdisciplinaridade.

Para Borgo e Burak (2011, p. 17), a Modelagem Matemática constitui uma possibilidade para se trabalhar de forma interdisciplinar o processo de ensino-aprendizagem.

O desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática operacionaliza essa visão de interdisciplinaridade quando de forma natural, em função dos próprios princípios estabelecidos para o seu desenvolvimento evidencia a necessidade de um constante diálogo entre distintas áreas do conhecimento.

A Modelagem Matemática como metodologia de ensino facilita a exploração da interdisciplinaridade, uma vez que o tema a ser trabalhado, por se tratar de uma situação real, tem um caráter integrador, o que necessita dialogar com as outras áreas do conhecimento.

Para finalizar seu trabalho Borgo e Burak (2011, p. 18) concluem:

Na Modelagem Matemática um dos aspectos que promove a interdisciplinaridade é partir de um tema, outro aspecto é a postura do professor que deve ser de compreensão da complexidade do ambiente escolar e possuir autonomia em promover as ações didático-pedagógicas capazes de contemplar e satisfazer o contexto.

Ao se trabalhar a Modelagem Matemática no ensino, Soares (2016) afirma que esta favorece o processo de ensino e aprendizagem. Entre as possibilidades há a interdisciplinaridade.

Ao abordar esse aspecto Soares (2016, p. 81), destaca que:

Ela possibilita efetuar relações entre as pesquisas específicas do tema escolhido e os conceitos de Física e/ou de Matemática a partir da realidade, tendo como propósitos comuns os processos de ensino e de aprendizagem, minimizando ou eliminando as abordagens e as barreiras tradicionais de ensino.

Dessa forma a Modelagem Matemática no ensino propicia um ambiente interdisciplinar que vem transpor os métodos tradicionais. Fato este que contribui para

uma aprendizagem significativa crítica, uma vez que leva o aluno a trabalhar de forma exploratória, investigativa, tornando-se sujeito ativo no processo.

Propor uma metodologia de ensino interdisciplinar é quase uma quebra de paradigmas em relação ao ensino tradicional, porém cabe ao educador adquirir essa postura, se o que se pretende é formar cidadãos atuantes no meio, estes devem ter a capacidade de enxergar o todo e, principalmente saber identificar e interagir de forma significativa nesse meio mais globalizado.

#### 2.2.4 A Modelagem Matemática no Ensino de Física

Diante do que já foi exposto neste trabalho, é notório que a Modelagem Matemática possui como grande potencial o seu atributo interdisciplinar. Ao se pensar na educação básica, mais precisamente no Ensino Médio, as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCEs) consideram que em um currículo organizado em disciplinas, estas devem dialogar umas com as outras. Nessa perspectiva as DCEs abordam que:

A interdisciplinaridade é uma questão epistemológica e está na abordagem teórica e conceitual dada ao conteúdo em estudo, concretizando-se na articulação das disciplinas cujos conceitos, teorias e práticas enriquecem a compreensão desse conteúdo. (PARANÁ, 2008, p. 27).

Devido ao seu caráter dinâmico, interdisciplinar e, entre outros fatores, a Modelagem Matemática favorece a sua utilização em diversas áreas do conhecimento.

A disciplina de Física devido à sua natureza específica, podemos dizer sem superestimar, é a que mais se adequa à metodologia da Modelagem Matemática.

Soares (2016) afirma que a Modelagem no ensino de Física pode favorecer o aprendizado dessa disciplina. O processo de ensino-aprendizagem de Física permite aos estudantes, investigar, explorar, utilizar sua criatividade, identificar e resolver problemas do cotidiano em que precisam transferir para a linguagem física através do uso da Matemática.

De acordo com Soares (2016, p. 83):

No ensino de Física, a Modelagem pode ser entendida como uma abordagem de ensino ou abordagem científica. Nele, ela propicia expressar os fenômenos e os problemas reais em modelos físicos e/ou matemáticos, desenvolvendo a aprendizagem matemática e/ou física conforme os objetivos a serem atingidos.

Dessa forma o uso da modelagem no ensino permite que o professor defina os objetivos a serem alcançados, que tipo de aprendizagem se deseja alcançar, sejam conceitos físicos ou matemáticos. Nesse contexto, ao se falar de modelagem, queremos enfatizar que a Modelagem Matemática é a metodologia que se propõe a satisfazer nossa proposta de trabalho.

O uso da Modelagem Matemática no ensino de Física, de acordo com Soares (2016, p. 84), é uma alternativa pedagógica que traz a Física do cotidiano ao interpretar os problemas estabelecidos.

Ela é uma alternativa pedagógica que propicia apresentar a Física no cotidiano, propiciando análises e reflexões referentes aos seus usos nos contextos sociais e culturais, nos fenômenos e em várias situações reais, permitindo explicá-la, interpretá-la e explicá-la diante dos problemas formulados da realidade.

Pode-se assim afirmar que a Modelagem Matemática no ensino de Física é uma metodologia bastante significativa.

Podemos reforçar essa ideia se considerarmos que o desenvolvimento de muitos conceitos físicos, historicamente têm sido construídos por meio de modelos. De acordo com Souza, E. e Espírito Santo (2008, p. 3): “O conhecimento físico tem se desenvolvido recorrendo-se constantemente a modelos”.

Dessa forma, mais especificamente, a Modelagem Matemática em sua essência é o procedimento de desenvolvimento da Física. Quando trazemos essa metodologia para o ensino de Física, tornamos mais contextualizado e significativo, uma vez que o aluno busca na realidade à sua volta, seja através do problema proposto, informações necessárias para a construção do modelo.

Vale ressaltar também que a Modelagem Matemática propicia um ambiente de aprendizagem em que o professor se torna um orientador, onde o aluno tem participação ativa no processo. Nesse contexto o ensino de Física na escola se aproxima da realidade do aluno.

De acordo com Batista e Fusinato (2015, p. 88):

No ensino de física, a modelagem matemática também pode instigar os alunos a investigarem problemas físicos que descrevem situações reais, procurando aproximar o conhecimento ensinado na escola do cotidiano do aluno.

Quando se aproxima o ensino-aprendizagem da experiência vivenciada na realidade do educando, o mesmo passa a ter uma visão mais objetiva do que está aprendendo, dessa forma tornando a Física menos complicada na sua visão.

Nesse sentido a utilização da modelagem matemática no ensino de física favorece a desmistificação de que essa é uma disciplina difícil onde se devem decorar fórmulas para serem utilizadas em problemas nos quais é possível extrair os dados necessários, sem a menor preocupação quanto à sua compreensão. (BATISTA e FUSINATO, 2015, p. 89).

Como pode-se concluir o uso da Modelagem Matemática no ensino, sendo na disciplina de Matemática, de Física ou claramente num contexto interdisciplinar na Educação Básica, se destaca como uma metodologia bastante relevante no processo de ensino-aprendizagem. Pelas suas características dinâmicas, interdisciplinares, esta vai além da simples aplicação matemática de situações cotidianas, mas oferece uma gama de possibilidades para que o professor possa se reinventar na sala de aula e, principalmente tornando o aluno sujeito ativo, e construtor do seu aprendizado.

Ao se pensar em um ensino de Matemática com uma abordagem interdisciplinar com foco na Modelagem Matemática, a Física como uma aplicação da Matemática é potencialmente relevante. Se desejamos, no processo de ensino-aprendizagem, formarmos pessoas conscientes da realidade atual, é necessário trabalharmos com temas pertinentes a essa realidade.

Dentre outros temas, a geração de energia elétrica é um conteúdo que além de fazer parte do currículo educacional da Educação Básica, sua abordagem em sala de aula corresponde naturalmente a uma metodologia de ensino interdisciplinar, condizente com a atualidade. Dessa forma o uso da Modelagem Matemática como recurso metodológico potencialmente significativo, atende a esse objetivo.

No capítulo a seguir serão abordados os conceitos de geração de energia elétrica, suas aplicações e relações com o meio atual da nossa sociedade, além dos conceitos de energia fotovoltaica e circuitos elétricos.

### 3 CONCEITOS FÍSICOS E MATEMÁTICOS

#### 3.1 GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A energia ainda não é um conceito muito bem definido. Sua definição exige uma abordagem relativamente mais complexa, envolvendo conceitos relativísticos, o que está fora do escopo deste trabalho.

De acordo com Halliday; Resnick e Walker (2012, p. 145): “Tecnicamente, energia é uma grandeza escalar associada ao estado de um ou mais objetos”. Essa definição é bastante vaga a respeito do conceito de energia. Podemos a princípio considerar que a energia é um número que associamos a um sistema e que se uma força altera o estado do sistema, esse número pode variar.

Para fins de compreensão vamos considerar o conceito de energia que comumente se aborda no Ensino Médio, como sendo a capacidade de se realizar *trabalho*. Quando uma força atua sobre um corpo, alterando o seu estado de movimento, dizemos que foi realizado um *trabalho* sobre o corpo.

A energia presente no Universo se apresenta sob várias formas, como mecânica, elétrica, térmica, nuclear, entre outras. Uma das características fundamentais da energia é que esta se conserva, podendo ser transformada de uma forma em outra.

[...] a energia pode mudar de forma e ser transferida de um objeto para outro, mas a quantidade total de energia permanece constante (a energia é conservada). Até hoje, nunca foi encontrada uma exceção dessa *lei de conservação da energia*. (HALLIDAY; RESNICK e WALKER, 2012, p. 145, grifo do autor).

Portanto é possível utilizarmos a energia disponível em uma determinada forma, para ser transformada em outra forma que se deseje. Desde que o homem compreenda esse processo e disponha de tecnologia necessária para fazer, pode-se “gerar” energia. Sendo que o ato de gerar nada mais é do que transformar energia de uma forma em outra.

Nos tempos atuais a energia elétrica é a forma de energia indispensável para o desenvolvimento da sociedade moderna, e a demanda por energia elétrica vem crescendo constantemente no Brasil.

De acordo com estudo realizado pelo EPE – Empresa de Pesquisa Energética sobre a projeção da demanda de energia elétrica no Brasil, de 2017 à 2026, teremos um crescimento médio de 3,6% ao ano no consumo de eletricidade na rede.

A Tabela 1 apresenta o consumo de energia elétrica no Brasil a partir de 2016, fazendo uma projeção até o ano de 2026.

Tabela 1 - Consumo de Eletricidade em (GWh) no Brasil

<b>Ano</b>	<b>Residencial</b>	<b>Industrial</b>	<b>Comercial</b>	<b>Outros</b>	<b>Total</b>
2016	132.611	163.758	88.165	74.981	459.515
2017	136.018	165.268	90.083	77.249	468.617
2018	140.681	168.706	93.192	79.983	482.563
2019	145.773	172.514	96.758	82.984	498.030
2020	151.704	177.362	100.801	86.424	516.290
2021	158.008	185.916	105.045	90.103	539.071
2022	164.613	195.531	109.485	93.932	563.560
2023	171.529	201.372	114.181	97.981	585.062
2024	178.778	207.087	119.147	102.261	607.273
2025	186.262	212.836	124.337	106.718	630.153
2026	193.990	218.829	129.758	111.357	653.935
<b>Variação (% ao ano)</b>					
2016-2021	3,6	2,6	3,6	3,7	3,2
2021-2026	4,2	2,3	4,3	4,3	3,9
<b>2016-2026</b>	<b>3,9</b>	<b>2,9</b>	<b>3,9</b>	<b>4,0</b>	<b>3,6</b>

Nota: (i) Consumo Brasil = consumo do Sistema Interligado Nacional + consumo dos Sistemas Isolados. (ii) Para 2016, consideradas estimativas preliminares do consumo de energia elétrica.

Fonte: BRASIL, 2017a, p. 58

Portanto um fator bastante considerável no momento atual é a necessidade da produção de energia elétrica que seja capaz de suprir essa demanda crescente.

De acordo com o EPE (s.d.): Existem várias formas de se produzir energia elétrica. Podendo ser dividida sua geração de acordo com a sua fonte, sendo de dois tipos: não-renováveis e renováveis.

- **Não-renováveis:** São as fontes consideradas finitas. Nesse tipo encontram-se as Fontes Fósseis que são: o carvão mineral, o gás natural e o petróleo; E a energia nuclear, proveniente das reações que ocorrem no núcleo dos átomos.
- **Renováveis:** São consideradas inesgotáveis, pois suas quantidades se renovam constantemente. Nesse tipo de fontes estão a energia hidráulica, que utiliza a água dos rios para movimentar o gerador nas usinas hidrelétricas; A energia eólica, que

utiliza a força dos ventos para movimentar o gerador de uma usina eólica; Energia geotérmica, obtida do calor presente no interior da Terra; Energia oceânica, proveniente do movimento das águas do mar; Biomassa, proveniente da decomposição da matéria orgânica; E a energia solar (fotovoltaica), que utiliza a luz do Sol para gerar eletricidade.

Buscar inovações no processo de geração de energia elétrica, visando um desenvolvimento sustentável, de forma limpa e renovável é uma constante no mundo todo.

Diante do exposto e dos objetivos deste trabalho, nos limitaremos à definição e conceituação da geração de energia elétrica por meio da energia fotovoltaica.

### 3.1.1 Energia Fotovoltaica

A energia fotovoltaica se caracteriza pela conversão direta da luz em energia elétrica. Dessa forma podemos gerar energia elétrica a partir da luz do Sol, chamada de energia solar fotovoltaica. De acordo com a ANEEL (2005), estima-se que a quantidade de energia solar incidente sobre a Terra é cerca de 10 mil vezes maior que toda a consumida pela população mundial. Fato este bastante relevante para se considerar o uso de parte dessa energia para transformação em energia elétrica.

Em seu trabalho (BERTICELLI *et al.*, 2017) apontam algumas vantagens para a utilização da energia fotovoltaica como: a fonte ser ilimitada; disponível em quase toda a parte do mundo; ser uma energia limpa, renovável e silenciosa; fácil instalação e pouca manutenção; é uma energia segura; os materiais utilizados podem ser reciclados.

Outro fator de grande relevância é que a energia solar fotovoltaica é bastante propícia para o Brasil, uma vez que a maior parte do território brasileiro apresenta dias de intensa radiação solar.

Assim como no mundo todo, aqui no Brasil também é preocupante os impactos ambientais na produção de energia elétrica. É necessário se pensar em fontes alternativas de energia, que sejam limpas e renováveis, que se conduza para um futuro em que sejamos menos dependentes de energias poluentes ou que causam danos ao meio ambiente.

É fundamental para que se caminhe em direção a uma dependência cada vez menor da energia de origem fóssil e também se proporcione desenvolvimento

econômico alinhado à visão de sustentabilidade ambiental. (BERTICELLI *et al*, 2017, p. 7).

Dessa forma a geração de energia elétrica por meio da energia fotovoltaica é bastante promissora. Esse processo é possível através do chamado efeito fotovoltaico.

### **Efeito Fotovoltaico**

O efeito fotovoltaico, de acordo com Farias (2010), foi relatado em 1839 por Edmond Becquerel, que é o surgimento de uma diferença de potencial em um material semicondutor (mais comum o silício) quando a luz incide sobre o mesmo. Um semicondutor de silício deve receber um tratamento para torná-lo puro. Dessa forma possuindo cerca de 99% de sua composição átomos de silício.

Nos limitaremos a seguir em detalhar um semicondutor de estrutura cristalina, onde cada átomo de silício se liga com outros 4 átomos do mesmo.

O átomo de silício se caracteriza por possuir 4 elétrons na sua camada de valência, que se liga por meio de ligações covalentes com outros 4 átomos de silício, ficando assim com 8 elétrons na última camada, não resultando em nenhum elétron livre. Para se produzir um semicondutor é necessário dopar o material, ou seja, adicionar impurezas ao mesmo. Pode-se formar por esse processo dois tipos de semicondutores: Tipo N e Tipo P.

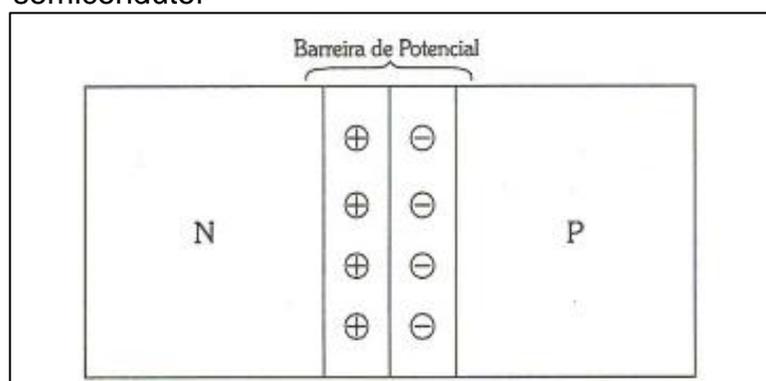
No semicondutor Tipo N, é adicionado elementos do grupo V da Tabela Periódica como fósforo ou arsênio, que possuem 5 elétrons na sua camada de valência, dessa forma ao se ligarem com os átomos de silício, um elétron irá sobrar, ficando livre. O que torna o semicondutor do Tipo N, pois será formado por íons negativos.

No semicondutor Tipo P, é adicionado elementos do grupo III da Tabela Periódica como alumínio, gálio ou índio, que possuem 3 elétrons na sua camada de valência, dessa forma ao se ligarem com os átomos de silício, um elétron irá faltar sobrando uma lacuna, que irá se comportar como uma carga positiva. O que torna o semicondutor do Tipo P, pois será formado por íons positivos.

Uma célula fotovoltaica é composta por duas camadas de semicondutor, uma do Tipo N e outra do Tipo P. A parte que une as camadas é chamada de junção PN. Nessa junção PN surge uma barreira de potencial devido ao campo elétrico formado

pelas cargas negativas (elétrons), que se deslocam do lado N para a junção, com as cargas positivas (lacunas), que se deslocam do lado P para a junção. A Figura 2, mostra essa barreira de potencial formada na junção PN.

Figura 2 - Barreira de Potencial na junção PN de um semiconductor



Fonte: MARQUES, 2014.

Essa barreira de potencial impede a passagem de uma corrente elétrica pelo material, se simplesmente ligarmos um condutor entre os lados P e N.

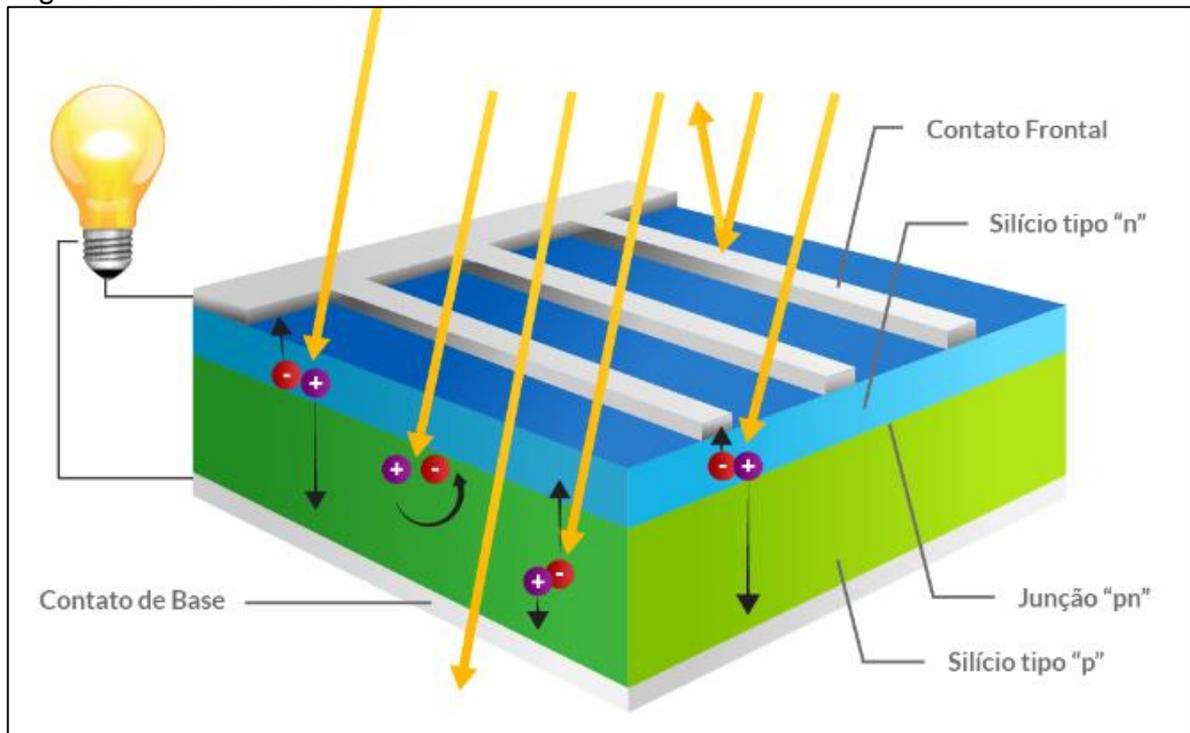
Em uma célula fotovoltaica quando a luz incide, especificamente sobre a superfície N, os elétrons absorvem esses fótons de luz e ganham energia podendo sair da banda de valência para a banda de condução. Dessa forma aumentando o número de pares de elétron-lacuna e consequentemente aumentando a diferença de potencial entre os dois lados da célula fotovoltaica.

Ao receberem fótons de luz visível, os elétrons são energizados, mas não conseguem fluir da camada N para a camada P. Se ligarmos as duas camadas externamente, podemos aproveitar a corrente elétrica que se forma na passagem dos elétrons de uma camada para outra.

Dessa forma se ligando-se os terminais da placa a um circuito surge uma corrente elétrica alimentada pela incidência da luz, chamado efeito fotovoltaico.

A Figura 3 ilustra o funcionamento de uma placa fotovoltaica.

Figura 3 - Efeito Fotovoltaico



Fonte: SOUZA, R. [2019?].

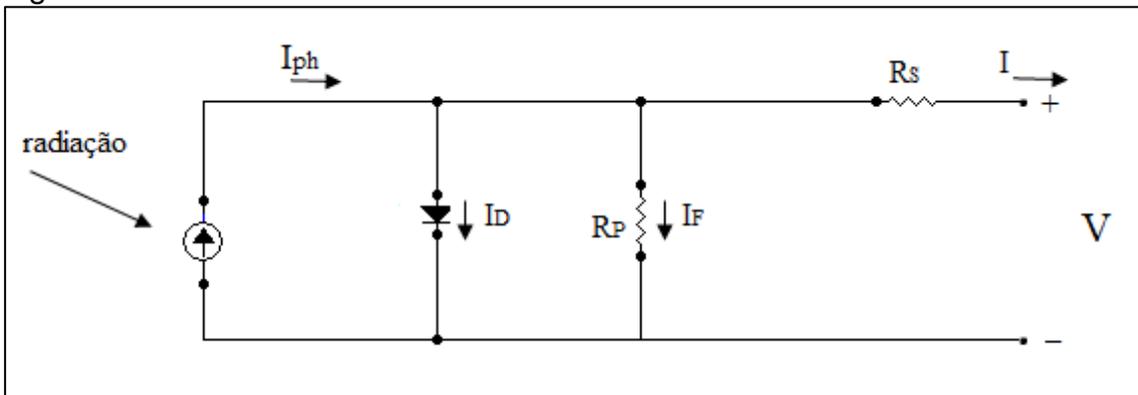
Quanto maior a incidência de luz, maior a corrente na célula fotovoltaica. Sendo que a corrente aumenta até um ponto crítico, chamando de corrente de saturação.

Quando uma carga é conectada à célula, a intensidade da corrente através dela aumenta em proporção à intensidade da luz que incide na junção PN da célula até um ponto crítico. Quando a intensidade da luz aumenta, passando deste ponto crítico, os níveis de corrente atingem um máximo chamado de corrente de saturação. A relação entre a potência de saída disponível com a potência de luz que atinge uma célula fotovoltaica é chamada de eficiência ou eficiência de conversão da célula. (FARIAS *et al*, 2010, p. 82).

Uma célula fotovoltaica pode ser representada por um circuito elétrico consideravelmente simples. A Figura 4 mostra o modelo elétrico de uma célula fotovoltaica de acordo com Sauthier *et al.*, 2018.

Os conceitos físicos e matemáticos como as definições de circuitos elétricos serão abordadas no capítulo a seguir, bem como suas características e aplicações relevantes para este trabalho. Serão também apresentados os conceitos de funções e regressão linear para o tratamento dos dados e modelagem matemática do carregador.

Figura 4 - Circuito elétrico de uma célula fotovoltaica



Fonte: Adaptado de SAUTHIER *et al.*, 2018.

No circuito elétrico da Figura 4, temos:

$I_{ph}$  – Corrente fotogerada;

$I_D$  – Corrente de saturação no diodo;

$I_F$  – Corrente de fuga;

$I$  – Corrente de saída para a carga;

$R_P$  – Resistência em paralelo da célula;

$R_S$  – Resistência em série da célula.

$V$  – Tensão elétrica de saída

### 3.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS

Um circuito elétrico possui uma diversidade de Leis e conceitos que o regem, dependendo da complexidade do mesmo. O que se pretende apresentar a seguir é uma definição básica dos principais componentes de um circuito elétrico e as duas principais leis para análise do mesmo, sendo suficientes para a abordagem deste trabalho.

Define-se circuito elétrico como um caminho fechado, constituído de condutores, pelo qual passam cargas elétricas. Um circuito pode ser formado por inúmeros componentes elétricos, dependendo da sua configuração e propósito.

Por exemplo, uma pilha e uma lâmpada ligados constituem um circuito elétrico (ALBUQUERQUE, 2013).

Um circuito elétrico pode ser caracterizado como em série, paralelo ou misto.

- **Série:** é o circuito onde todos os componentes estão ligados em série com a fonte, apresentando um único caminho para a corrente elétrica, nessa configuração a corrente elétrica só possui um valor em todo o circuito.
- **Paralelo:** é o circuito onde os componentes estão ligados em paralelo com a fonte, possuindo mais de um caminho para a corrente elétrica, nessa configuração a corrente elétrica varia no circuito.
- **Misto:** é o circuito que possui componentes ligados em série e componentes ligados em paralelo.

Um circuito elétrico como já descrito pode ser constituído por inúmeros componentes, no entanto para este trabalho, vamos considerar circuitos formados por fontes de tensão, resistores e capacitores.

Para ser possível entender um circuito elétrico é necessário entendermos os conceitos de tensão e corrente elétrica.

## **Tensão elétrica e Corrente elétrica**

A definição de tensão elétrica está relacionada com o trabalho realizado pelos portadores de cargas para se deslocarem em um condutor. A tensão elétrica também é chamada de diferença de potencial (ddp).

Corrente elétrica é definida como o fluxo ordenado de cargas elétricas em um condutor devido à diferença de potencial estabelecida.

Para tornar-se mais claro BOYLESTAD (2014, p. 30) resume em seu trabalho:

[...] a tensão aplicada (ou diferença de potencial) em um sistema elétrico/eletrônico é a 'pressão' para colocar o sistema em movimento, e a corrente é a reação a essa pressão.

Podemos pensar na definição destes conceitos com a seguinte analogia envolvendo a água contida em uma mangueira de jardim: se não houver qualquer pressão a água fica parada na mangueira, como as cargas elétricas em equilíbrio num condutor. No entanto se a torneira, conectada à mangueira, for aberta surgirá uma pressão na água fazendo esta escoar pela mangueira. Similarmente a tensão em um circuito resulta em um fluxo de cargas, que é a corrente elétrica.

A unidade de medida da tensão elétrica é o V (volt) e da corrente elétrica é o A (ampère).

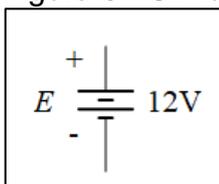
Apresentam-se a seguir as definições dos componentes fonte de tensão, resistor e capacitor.

### Fonte de Tensão

Uma fonte de tensão é a responsável por gerar a diferença de potencial em um circuito elétrico. De acordo com (BOYLESTAD, 2014), uma fonte de tensão pode ser do tipo bateria (por reação química ou energia solar), gerador (eletromecânico) ou fontes de alimentação.

O símbolo padrão de uma fonte de tensão é representado na Figura 5. É comum representarmos a tensão elétrica também pela letra  $V$ .

Figura 5 - Símbolo da fonte de tensão



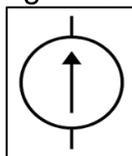
Fonte: O autor

### Fonte de Corrente

Uma fonte de corrente é similar a uma fonte de tensão, sendo que esta tem a capacidade de manter o valor da corrente na carga. Em determinados circuitos elétricos que utilizam fonte de corrente, muitas vezes é necessário adicionar um regulador para a proteção do circuito.

A Figura 6 representa o símbolo de uma fonte de corrente elétrica.

Figura 6 - Fonte de corrente



Fonte: O autor

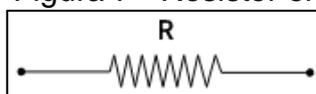
## Resistor

É o componente que oferece resistência elétrica em um circuito. De acordo com (BOYLESTAD, 2014), chama-se resistência elétrica a oposição ao fluxo de cargas em um condutor.

Dessa forma um resistor oferece uma resistência à passagem da corrente elétrica.

A unidade de medida de resistência elétrica é o  $\Omega$  (Ohm). Na Figura 7 é apresentado o símbolo para um resistor elétrico.

Figura 7 - Resistor elétrico



Fonte: O autor

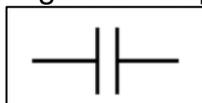
## Capacitor

É o componente elétrico que oferece uma capacitância ao circuito. De acordo como (BOYLESTAD, 2014), capacitância é a medida da quantidade de cargas que um capacitor pode armazenar.

Portanto um capacitor tem a finalidade de armazenar cargas elétricas em um circuito elétrico.

A unidade de medida de capacitância de um capacitor é o F (Faraday). A Figura 8 representa o símbolo de um capacitor elétrico.

Figura 8 - Capacitor elétrico



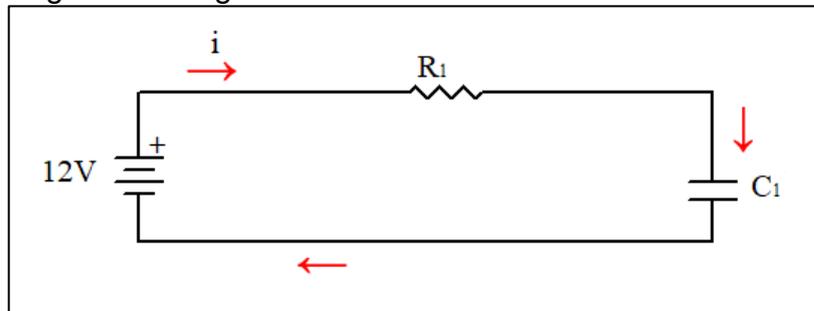
Fonte: O autor

## Diagrama de um Circuito Elétrico

Um circuito elétrico é representado através de um diagrama (ilustração), que representa os componentes interligados no circuito e o possível “caminho” percorrido pela corrente elétrica no circuito.

A Figura 9 representa o diagrama de um circuito elétrico em série, contendo uma fonte de tensão, um resistor e um capacitor.

Figura 9 - Diagrama de um circuito elétrico RC



Fonte: O autor

Onde:

$C_1$ : Representa o capacitor 1;

$R_1$ : Representa o resistor 1;

12V: Representa o valor da tensão elétrica gerada pela fonte.

Na Figura 9, a seta com a letra “i”, representa o sentido da corrente elétrica no circuito. Sendo que  $i$  é a letra usada para representar a intensidade da corrente.

Um circuito elétrico pode ter quantos componentes se deseje, de acordo com a sua finalidade.

Há uma série de leis físicas e modelos matemáticos que se aplicam aos circuitos elétricos necessário para a sua análise e determinação de valores. Não cabe a este trabalho detalhar todas elas, nem se faz necessário para os objetivos propostos. Nos limitaremos a seguir a conceituar a Lei de Ohm e as Leis de Kirchhoff para tensões e correntes em um circuito elétrico.

## Lei de Ohm

A Lei de Ohm foi descoberta pelo físico alemão Georg Simon Ohm. Embora seja relativamente simples matematicamente, é considerada uma das mais importantes e poderosas leis para a análise de circuitos elétricos.

De acordo com (BOYLESTAD, 2014), a Lei de Ohm diz que a corrente elétrica em um circuito é proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional à resistência. Dessa forma a Lei de Ohm pode ser expressa pela equação (1).

$$I = \frac{E}{R} \quad (1)$$

*I: Corrente elétrica;*

*E: Tensão elétrica;*

*R: Resistência elétrica.*

Por meio de manipulações algébricas simples, a Lei de Ohm também pode ser expressa pelas equações (2) e (3).

$$E = I.R \quad (2)$$

$$R = \frac{E}{I} \quad (3)$$

### **Potência Elétrica**

A potência elétrica está relacionada com o desempenho de um sistema elétrico. De acordo com (BOYLESTAD, 2014, p. 89), a potência gerada por um circuito elétrico está relacionada com a quantidade de trabalho (conversão de energia) realizada em um período de tempo.

A potência elétrica pode ser determinada também em função da corrente e tensão elétrica geradas pelo circuito. Dessa forma podemos expressar a potência elétrica pela equação (4).

$$P = V.I \quad (4)$$

Sendo:

*P: Potência elétrica;*

$V$ : Tensão elétrica;

$I$ : Corrente elétrica.

A unidade de medida de potência elétrica é o W (Watt).

### Lei de Kirchhoff para Tensões

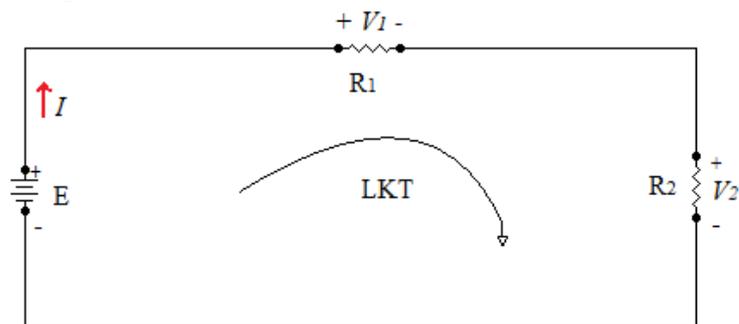
A Lei de Kirchhoff para tensões (LKT), também conhecida como Lei das malhas, foi desenvolvida pelo físico alemão Gustav Robert Kirchhoff. Esta Lei define a soma das tensões em uma malha de circuito elétrico.

De acordo com (BOYLESTAD, 2014, p. 122), a Lei especifica que: “a soma algébrica das elevações ou queda de potencial em torno de um caminho fechado (ou malha fechada) é zero”.

Considera-se o caminho fechado um deslocamento através de um circuito elétrico em que se encontra de volta o ponto de partida.

Para ilustrar melhor a Lei de Kirchhoff para tensões, considere o circuito elétrico apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Lei de Kirchhoff para tensões



Fonte: O autor

No circuito da Figura 10, há uma fonte de tensão  $E$ , e dois resistores  $R_1$  e  $R_2$ . Observa-se que a corrente elétrica “sai” da fonte  $E$ , percorrendo o circuito e retornando à fonte. Ao passar a corrente pelos resistores há uma queda de tensão, o que é característico de um resistor. Dessa forma aplicando a Lei de Kirchhoff das tensões ao percorrer o circuito no sentido horário obtemos a seguinte equação:

$$E - V_1 - V_2 = 0 \quad (5)$$

Na equação (5), consideramos as quedas de tensões negativas e a elevação de tensão na fonte positiva.

Se aplicarmos a Lei de Ohm na equação (5), obtemos maior análise do circuito. No entanto nos limitaremos somente em apresentar a equação (5) que representa a aplicação direta da Lei de Kirchhoff das tensões para o circuito em questão.

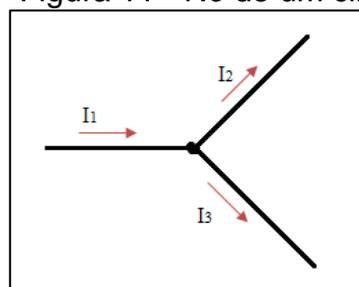
### Lei de Kirchhoff para Corrente

A Lei de Kirchhoff para corrente determina que a soma algébrica das correntes que entram ou saem de um nó do circuito é igual a zero. Entende-se por nó em um circuito elétrico o ponto em que a corrente elétrica se divide.

De acordo com (BOYLESTAD, 2014, p. 171): “A soma das correntes que entram em uma região, sistema ou nó tem de ser igual à soma das correntes que deixam essa mesma região, sistema ou nó”.

A Figura 11 mostra um nó de um circuito elétrico, onde chega uma corrente elétrica e se divide em dois caminhos.

Figura 11 - Nó de um circuito elétrico



Fonte: O autor

Aplicando a Lei de Kirchhoff para corrente no circuito da Figura 11, obtemos a equação (6).

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (6)$$

Se considerarmos que a soma das correntes que entram no nó é igual a soma das correntes que saem, a equação (6) pode ser escrita na forma da equação (7) a seguir.

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (7)$$

Os conceitos e definições abordados, bem como os modelos matemáticos apresentados a respeito de circuitos elétricos, servem como base para o desenvolvimento da proposta de construção e modelagem do carregador de celular fotovoltaico. Embora relativamente básicos, são razoavelmente satisfatórios para o que se propõem neste trabalho.

### 3.3 FUNÇÕES E REGRESSÃO LINEAR

Considerando a proposta deste trabalho como metodologia de ensino direcionada à Educação Básica, a construção de funções e a técnica de regressão linear para elaboração do modelo são os conteúdos matemáticos a serem explorados.

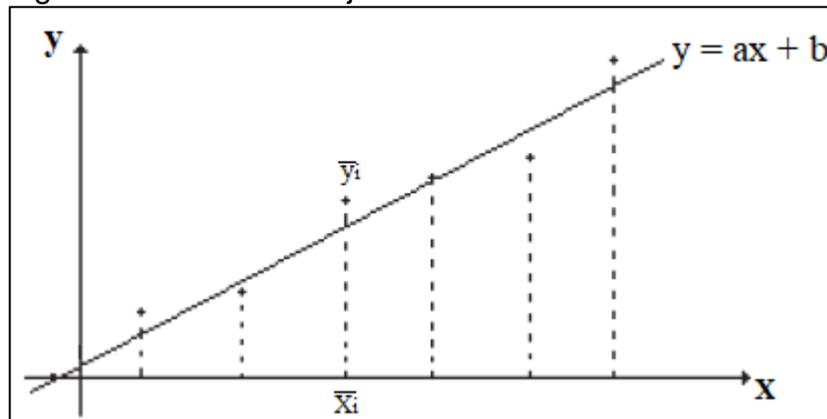
De acordo com Bassanezi (2002), uma regressão linear é um ajuste de curvas que relaciona uma variável dependente “y” com uma variável independente “x”, fornecendo uma relação funcional em termos de uma relação estatística. Podendo desta forma prever o valor de “y” em um intervalo não pesquisado de “x”.

Um dos métodos mais usados para ajuste de curvas e estimação de parâmetros de um modelo matemático é o Método dos Mínimos Quadrados. O qual será apresentado a seguir.

#### **Método dos Mínimos Quadrados**

Considere um conjunto de dados coletados  $\bar{y}_i$  de uma amostra em relação aos valores de  $\bar{x}_i$ , com  $i = 1, 2, \dots, n$ . Dessa forma podemos representá-los em um gráfico, como na Figura 12, cuja reta  $y = ax + b$ , é o ajuste linear estimado para o modelo matemático que se deseja.

Figura 12 - Gráfico do ajuste linear



Fonte: O autor

O ajuste linear para o gráfico é da forma da equação (8):

$$y(x) = f(x; a, b) = ax_i + b \quad (8)$$

Neste caso devemos encontrar os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$  que tornam mínimo o valor da soma dos quadrados dos desvios, sendo esta soma  $S$  representada pela equação (9):

$$S = S(a, b) = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - (a\bar{x}_i + b))^2 \quad (9)$$

De acordo com o Cálculo Diferencial e Integral, para minimizar a função  $S$ , devemos procurar seus pontos críticos, ou seja, parâmetros  $(a, b)$  no domínio de  $S$  cujas derivadas parciais sejam nulas nestes pontos. Assim para a derivada parcial de  $S$  em relação ao parâmetro  $a$ , temos:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n 2(\bar{y}_i - (a\bar{x}_i + b))(-\bar{x}_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \Leftrightarrow 2 \sum_{i=1}^n (-\bar{x}_i \bar{y}_i + a\bar{x}_i^2 + b\bar{x}_i) = 0$$

$$a \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 + b \sum_{i=1}^n \bar{x}_i = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i \quad (10)$$

Para a derivada parcial de  $S$  em relação ao parâmetro  $b$ , temos:

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 0 \Leftrightarrow 2 \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - a\bar{x}_i - b)(-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{y}_i - a \sum_{i=1}^n \bar{x}_i = nb \quad (11)$$

As equações (10) e (11) formam um sistema com duas equações e duas variáveis  $a$  e  $b$ . Podemos determinar essas variáveis pelo método da substituição, isolando  $b$  em (11) e substituindo em (10), omitiremos os índices do somatório para facilitar a escrita, teremos:

$$\sum a\bar{x}_i^2 + \frac{(\sum \bar{y}_i - a\sum \bar{x}_i)}{n} \sum \bar{x}_i = \sum \bar{x}_i \bar{y}_i$$

Obtendo-se:

$$a = \frac{n\sum \bar{x}_i \bar{y}_i - \sum \bar{x}_i \sum \bar{y}_i}{n\sum \bar{x}_i^2 - (\sum \bar{x}_i)^2} \quad (12)$$

A equação (12) nos dá o valor do parâmetro  $a$  em função dos valores médios de  $x_i$  e  $y_i$ . Para obtermos o valor de  $b$ , faremos o procedimento análogo ao anterior.

Isolando  $a$  em (11) e substituindo em (10) temos:

$$\sum \bar{x}_i^2 + \frac{(\sum \bar{y}_i - nb)}{\sum \bar{x}_i} b \sum \bar{x}_i = \sum \bar{x}_i \bar{y}_i$$

Obtendo-se:

$$b = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{y}_i \sum \bar{x}_i - \sum \bar{x}_i^2 \sum \bar{y}_i}{(\sum \bar{x}_i)^2 - n\sum \bar{x}_i^2} \quad (13)$$

As equações (12) e (13) nos dão os valores dos parâmetros de  $a$  e  $b$  da reta  $y = ax_i + b$  que melhor se ajusta aos dados.

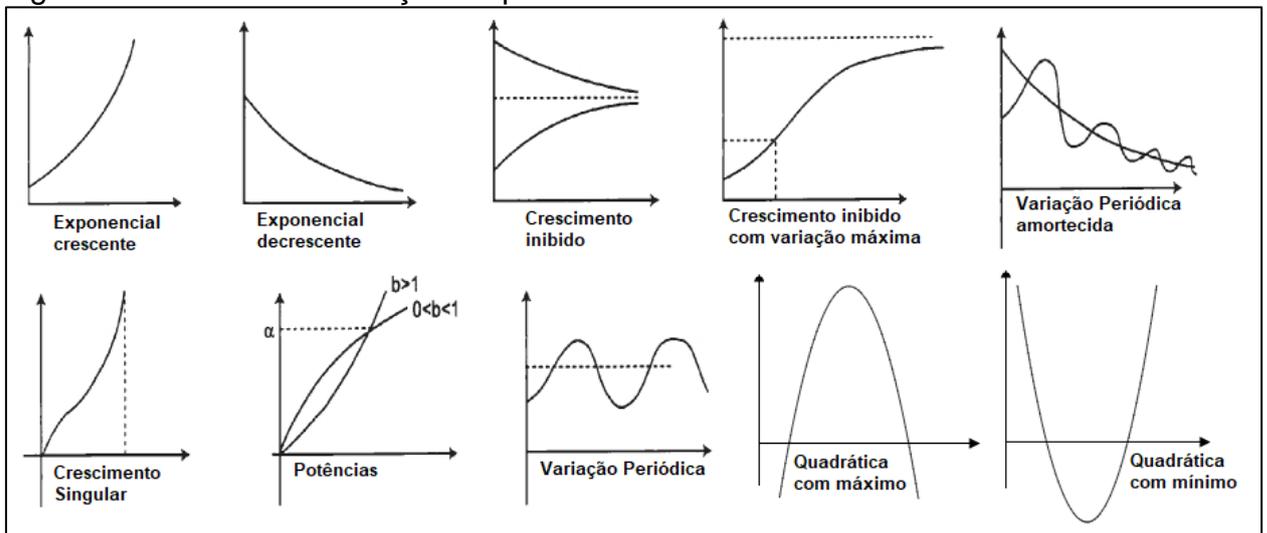
No entanto o comportamento gráfico de uma determinada variável em função de outra nem sempre terá a forma de uma reta. Portanto uma função pode apresentar distintas formas gráficas. Ao se modelar matematicamente é importante considerarmos o tipo de função que melhor se aproxima ao comportamento gráfico.

A Figura 13 apresenta algumas formas gráficas típicas de uma função de duas variáveis.

No processo de modelagem em relação às variáveis que se consideram o gráfico pode apresentar qualquer uma das formas da Figura 13, e o ajuste linear deve ser feito buscando uma função que represente a forma gráfica mais próxima dos dados coletados.

Apresentaremos a seguir mais duas formas de ajuste que pode ser feito através do Método dos Mínimos Quadrados. As demais funções típicas não serão demonstradas, pois não são relevantes a este trabalho.

Figura 13 - Gráficos de Funções Típicas



Fonte: Adaptado de BASSANEZI, 2002.

## Ajuste Linear do Modelo Exponencial

É notável que ao trabalharmos com Modelagem Matemática nem sempre o melhor ajuste dos dados coletados em um gráfico seja uma reta, podendo dessa forma o ajuste gráfico ser uma curva exponencial, por exemplo.

De acordo com Bassanezi (2002), ainda assim o método do ajuste linear é aplicável, desde que consigamos escrever as funções na forma:

$$f(\tau) = \alpha\tau + \beta,$$

mediante uma mudança de variável  $\tau = g(y)$ .

Considere uma função da forma exponencial:

$$y(x) = be^{ax}, \quad b > 0.$$

Se considerarmos a mudança de variável

$$z = \ln y = \ln be^{ax} = ax + \ln b, \text{ onde } \alpha = a \text{ e } \beta = \ln b.$$

Assim temos:

$$z = \alpha x + \beta \tag{14}$$

A equação (14) é uma reta, podendo ser ajustada pelo Método dos Mínimos Quadrados.

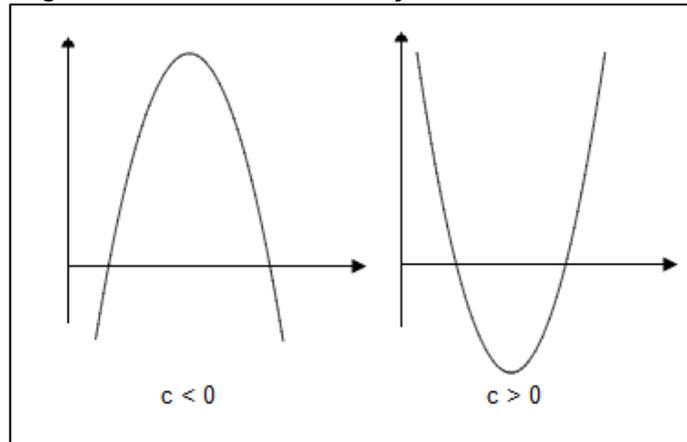
## Ajuste dos Modelos Quadráticos

O Método dos Mínimos Quadrados também é válido para os modelos quadráticos, representados por parábolas. De acordo com Bassanezi (2002), uma função quadrática pode ser representada da forma:

$$y(x) = a + bx + cx^2, \text{ com } c > 0 \text{ ou } c < 0. \quad (15)$$

O gráfico da função quadrática da equação (15) possui as seguintes formas apresentadas na Figura 14.

Figura 14 - Gráfico da Função Quadrática



Fonte: O autor.

Para determinarmos os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  aplicaremos o Método dos Mínimos Quadrados.

Considerando o procedimento análogo usado para a determinação dos parâmetros da regressão linear, temos a função  $f(a, b, c)$  como sendo a função soma dos quadrados dos desvios expressa pela equação (16).

$$f(a, b, c) = \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i + cx_i^2)]^2 \quad (16)$$

Calculamos a seguir as derivadas parciais de  $f$  em relação aos parâmetros, sendo:

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial b} = 0 \text{ e } \frac{\partial f}{\partial c} = 0$$

Omitiremos os índices do somatório para facilitar a escrita das equações. Assim temos para o parâmetro  $a$ :

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \sum [y_i - (a + bx_i + cx_i^2)] \cdot (-1) = 0$$

$$\sum y_i = na + b \sum x_i + c \sum x_i^2 \quad (17)$$

Para a derivada parcial em relação a  $b$ , temos:

$$\frac{\partial f}{\partial b} = 0 \Leftrightarrow 2 \sum [y_i - (a + bx_i + cx_i^2)] (-x_i) = 0$$

$$\sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 + c \sum x_i^3 \quad (18)$$

Em relação ao parâmetro  $c$ :

$$\frac{\partial f}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow 2 \sum [y_i - (a + bx_i + cx_i^2)] (-x_i^2) = 0$$

$$\sum x_i^2 y_i = a \sum x_i^2 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^4 \quad (19)$$

As equações (17), (18) e (19) compõem o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \sum y_i = na + b \sum x_i + c \sum x_i^2 \\ \sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 + c \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 y_i = a \sum x_i^2 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^4 \end{cases}$$

Com o sistema acima é possível determinar os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  em função das variáveis  $x_i$  e  $y_i$ . Dessa forma podemos escrever a equação (15), que caracteriza o modelo estudado.

Pode-se utilizar de várias técnicas matemáticas para determinar  $a$ ,  $b$  e  $c$ , optaremos neste trabalho em usar o escalonamento de sistemas lineares, o que torna viável a aplicação para estudantes do Ensino Médio.

## Coeficiente de Correlação

Ao fazermos um ajuste da função de forma a obter um modelo matemático do comportamento de determinadas grandezas que se relacionam, nem sempre é possível dizer se a curva obtida é de fato o melhor ajuste. Para isso precisamos calcular a correlação entre o modelo matemático obtido e os valores aferidos experimentalmente. A correlação estuda a existência e o grau de relação entre variáveis.

Considerando duas variáveis  $x$  e  $y$ , o coeficiente de correlação de Pearson " $r$ " é um instrumento para medir o grau de relação entre estas, dado pela equação (20).

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} \quad (20)$$

O intervalo de variação de  $r$  está entre  $-1$  e  $+1$ , para  $r > 0$  quando  $x$  cresce  $y$  também cresce e, para  $r < 0$  quando  $x$  cresce  $y$  decresce. Sendo a correlação mais forte, quanto mais se aproxima de  $+1$  ou  $-1$  e, mais fraca quanto mais se aproxima de zero. Dessa forma a correlação é perfeita quando  $r = 1$  ou  $r = -1$  e, não existe nenhuma correlação quando  $r = 0$ .

De acordo Dancey e Reidy (*apud* Figueiredo e Silva, 2009) o coeficiente de correlação de Pearson " $r$ " é interpretado como: " $r = 0,10$  até  $0,30$  (fraco);  $r = 0,40$  até  $0,6$  (moderado);  $r = 0,70$  até  $1$  (forte)".

No capítulo 6 será apresentada a modelagem matemática do carregador fotovoltaico de celular, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados para ajustes dos modelos matemáticos, sendo esta aplicada detalhadamente, como os resultados obtidos.

## 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo trata dos encaminhamentos da pesquisa, aplicação e desenvolvimento da Modelagem Matemática na construção e desempenho do carregador fotovoltaico.

A metodologia deste trabalho consistiu primeiramente em apresentar uma abordagem do tipo exploratória sobre a Modelagem Matemática e suas contribuições para o aprendizado significativo de Matemática no Ensino Médio. De acordo com Gil (2008, p. 27): “As pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores.” Dessa forma buscou-se apresentar os principais conceitos e definições que serviram de base para este trabalho.

Ao construir o carregador de celular fotovoltaico para a coleta de dados necessários para a modelagem, abordou-se uma metodologia de pesquisa experimental. De acordo com Gil (2008, p. 16), o método experimental consiste em submeter um ou mais objetos de estudo à influência de variáveis, sendo estas controladas e de conhecimento do pesquisador, para sua observação e análise do que estas causam no objeto.

Na proposta da construção do carregador de celular solar foram aplicados os conceitos de geração de energia elétrica fotovoltaica e construção de circuitos elétricos, modificando a configuração dos componentes do circuito, de forma a obter o modelo matemático da potência gerada pelo carregador em função do tempo, relacionando a associação de diferentes componentes e os resultados obtidos.

Consequentemente foi explorada a Modelagem Matemática na utilização do carregador, como a potência gerada pelo mesmo, em relação a intensidade luminosa, em função da hora do dia ao qual foi exposto.

Todos os dados foram coletados e tabelados, para a construção de funções e modelos matemáticos que descrevem o funcionamento e otimização do carregador, assim buscando relacionar conteúdos matemáticos do 1º ao 3º anos do Ensino Médio, como a aplicações de funções, resolução de sistemas lineares, entre outros, com a modelagem do objeto proposto.

Assim fez-se a análise matemática dos dados buscando encontrar um modelo matemático do desempenho do carregador. Para isso as variáveis aferidas foram a

corrente e a tensão elétrica geradas pelo mesmo, em função da hora do dia. A partir destes dados obteve-se os modelos matemáticos baseados em funções que demonstram o desempenho do carregador.

Com o modelo matemático obtido que representa o desempenho do carregador em função do tempo, foram analisados os conteúdos que podem ser explorados no ensino de Matemática no Ensino Médio, apresentando uma sequência pedagógica como proposta metodológica de ensino.

A seguir será abordado todo o desenvolvimento da construção do circuito elétrico do carregador, também os dados coletados de tensão e corrente elétrica geradas e o tratamento desses dados para se obter o modelo matemático do desempenho (potência elétrica) em função do tempo.

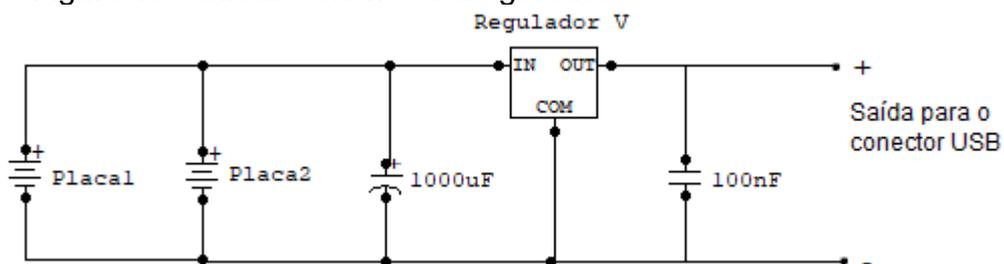
#### 4.1 MODELAGEM DA CONSTRUÇÃO DO CARREGADOR DE CELULAR

Um carregador de celular necessita obrigatoriamente de uma fonte de energia. Nesta proposta será construído um carregador de celular que utiliza a energia solar como fonte para seu funcionamento, dessa forma chamado de carregador de celular fotovoltaico.

Primeiramente construímos o carregador de celular fotovoltaico baseado no circuito proposto por Guimarães (2017). Para construir o carregador utilizou-se duas placas fotovoltaicas, regulador de tensão e capacitores, representados pelos circuitos elétricos das Figuras 15 e 16.

No apêndice A, deste trabalho, encontra-se o roteiro descrevendo todo o procedimento necessário para a construção do mesmo.

Figura 15 - Circuito elétrico 1 do gerador

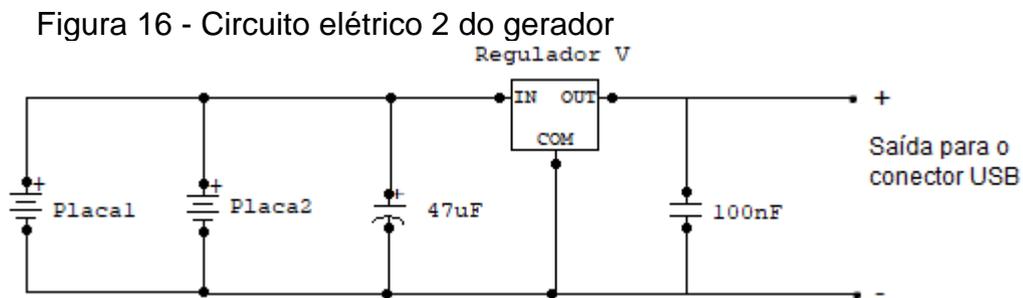


Fonte: Adaptado de GUIMARÃES, 2017.

A Figura 15 representa o circuito elétrico 1 do gerador fotovoltaico constituído por duas placas fotovoltaicas do tipo monocristalino, associadas em paralelo para que

dessa forma se obtenha uma corrente elétrica maior. Também há no circuito um capacitor do tipo eletrolítico polarizado de  $1000 \mu\text{F}$  ( $1000 \times 10^{-6}\text{F}$ ), com a finalidade de corrigir uma eventual queda de tensão, um regulador de tensão de 5V que não permite que a tensão gerada pelas placas ultrapasse esse limite e, mais um capacitor de poliéster não polarizado de  $100 \text{ nF}$  ( $100 \times 10^{-9}\text{F}$ ), com o mesmo objetivo do anterior.

Na Figura 16 temos a representação do circuito elétrico 2 do gerador fotovoltaico substituindo o capacitor eletrolítico de  $1000 \mu\text{F}$  por um de  $47 \mu\text{F}$ . Optou-se em substituir os capacitores com a finalidade de comparar o desempenho do gerador com os diferentes capacitores.



Fonte: Adaptado de GUIMARÃES, 2017.

A troca de capacitores com diferentes capacitâncias foi feita na entrada do regulador de tensão uma vez que precisamos corrigir possíveis quedas de tensão evitando perdas maiores no regulador.

De acordo com os conceitos físicos de um capacitor elétrico, o valor de sua capacitância é diretamente proporcional à quantidade de cargas que o mesmo pode armazenar, o que corresponde diretamente ao valor da corrente de descarga do mesmo e, inversamente proporcional ao tempo de carga. Logo, um capacitor com maior valor de capacitância fornece uma corrente por mais tempo, mas consequentemente demanda um tempo maior para armazenar a carga necessária.

Assim optou-se em montar o circuito elétrico do carregador fotovoltaico com as duas configurações diferentes de capacitores para então aferir os valores gerados de tensão e corrente elétrica, que irão determinar a potência elétrica do carregador.

#### 4.1.1 Variáveis Aferidas do Carregador de Celular Solar e Desenvolvimento dos Modelos Matemáticos

Um gerador elétrico tem a finalidade de produzir uma tensão e corrente elétrica necessários para a sua função. Os valores de tensão e corrente podem variar bastante dependendo do tipo de gerador. O gerador fotovoltaico proposto neste trabalho pode gerar tensões e correntes elétricas consideravelmente diferentes e não constantes. Na proposta de utilizarmos o mesmo como um carregador de celular estamos interessados na potência gerada pelo mesmo, expressa pela equação (4). Uma vez que esta determina o desempenho do gerador elétrico.

Apresentamos a seguir os valores de tensão e corrente elétrica obtidos pelo carregador, bem como a potência elétrica gerada, em função da hora do dia.

As medições foram realizadas em um dia típico de verão com céu limpo e claro.

Tabela 2 - Valores de Tensão e Corrente Elétrica obtidos com o Circuito 1

Hora do dia	Tensão Elétrica (V)	Corrente Elétrica (A)
5:30	0,04	0,00
6:00	0,05	0,00
6:30	1,05	0,04
7:00	4,61	0,31
8:00	4,63	0,44
9:00	4,55	0,45
10:00	4,50	0,46
11:00	4,61	0,46
12:00	4,61	0,47
13:00	4,60	0,47
14:00	4,64	0,47
15:00	4,45	0,42
16:00	4,51	0,41
17:00	4,52	0,34
18:00	4,35	0,08

Fonte: O autor

A Tabela 2 apresenta os valores aferidos no dia 06 de fevereiro de 2021, para o circuito elétrico 1, da Figura 16, com o uso de um capacitor de 1000  $\mu\text{F}$  na entrada do regulador de tensão.

No dia em que foram feitas as aferições dos dados gerados pelo carregador formado pelo circuito 1, após às 18:00h não se obteve valores significativos de

corrente elétrica produzidas pelo gerador devido ao fato da ausência de luz solar e, as medições serem feitas em uma região sem a incidência de luz artificial. Sendo assim a potência elétrica resultante é nula, omitindo-se os valores na tabela para esse período. Este fato também ocorreu no período das 0h até às 06:00h da manhã desse dia.

A Tabela 3 apresenta os valores da potência elétrica (arredondada em 2 casas decimais) em watts gerada pelo produto da tensão e corrente elétrica em função da hora do dia, para o circuito 1, sendo expressa a medida do tempo na unidade horas.

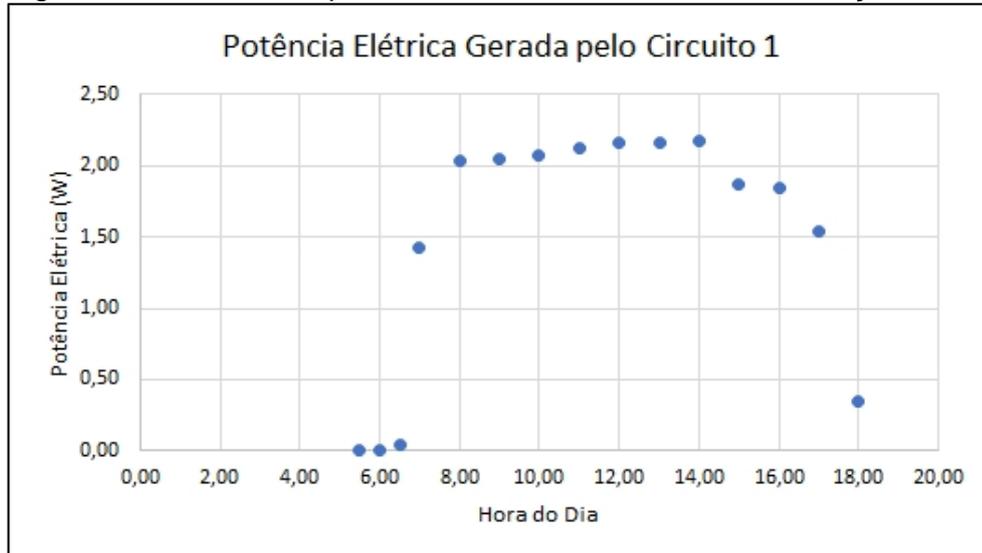
Tabela 3 - Potência elétrica do circuito 1 em função da hora do dia

Tempo (horas)	Potência Elétrica Gerada (W)
5,50	0,00
6,00	0,00
6,50	0,04
7,00	1,43
8,00	2,04
9,00	2,05
10,00	2,07
11,00	2,12
12,00	2,17
13,00	2,16
14,00	2,18
15,00	1,87
16,00	1,85
17,00	1,54
18,00	0,35

Fonte: O autor

A partir dos dados da Tabela 3, obtemos o gráfico que representa a potência elétrica gerada em função do tempo, apresentado na Figura 17. Os gráficos foram plotados no *software* Excel, que faz parte do pacote Office da Microsoft Corporation.

Figura 17 - Gráfico da potência elétrica do circuito 1 em função da hora



Fonte: O autor

A Tabela 4 apresenta os valores aferidos no dia 07 de fevereiro de 2021, para o circuito 2, da Figura 17, com a substituição do capacitor de 1000  $\mu\text{F}$  pelo de 47  $\mu\text{F}$ .

Tabela 4 - Valores de Tensão e Corrente Elétrica obtidos com o Circuito 2

Hora do dia	Tensão Elétrica (V)	Corrente Elétrica (A)
5:30	0,04	0,00
6:00	0,05	0,00
6:30	1,05	0,04
7:00	4,63	0,31
8:00	4,63	0,43
9:00	4,57	0,43
10:00	4,61	0,43
11:00	4,65	0,45
12:00	4,64	0,45
13:00	4,60	0,44
14:00	4,64	0,47
15:00	4,70	0,47
16:00	4,62	0,44
17:00	4,56	0,34
18:00	4,45	0,16
18:30	4,35	0,14
19:00	0,82	0,07
19:13	0,08	0,05
19:30	0,04	0,00

Fonte: O autor

Analogamente ao circuito 1, apresentamos na Tabela 5, os valores obtidos pela potência elétrica do circuito 2, em função da hora do dia.

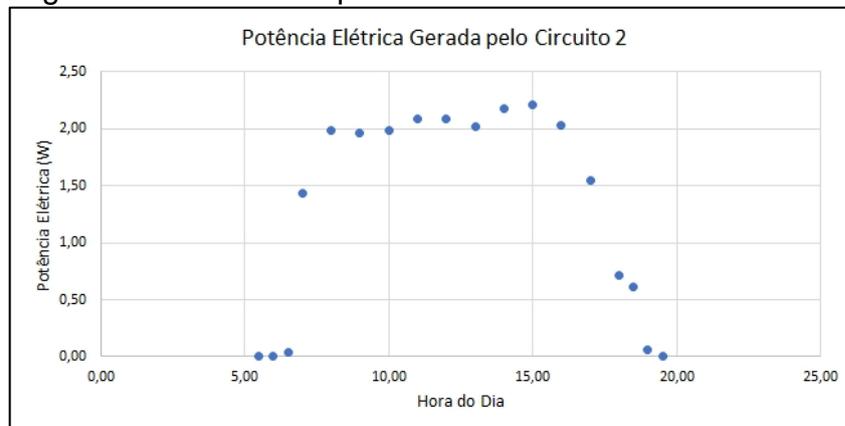
Tabela 5 - Potência elétrica do circuito 2 em função da hora do dia

Tempo (horas)	Potência Elétrica Gerada (W)
5,50	0,00
6,00	0,00
6,50	0,04
7,00	1,44
8,00	1,99
9,00	1,97
10,00	1,98
11,00	2,09
12,00	2,09
13,00	2,02
14,00	2,18
15,00	2,21
16,00	2,03
17,00	1,55
18,00	0,71
18,50	0,61
19,00	0,06
19,50	0,00

Fonte: O autor

A partir dos dados da Tabela 5, obtemos o gráfico da potência elétrica gerada pelo circuito 2 em função do tempo, apresentado na Figura 18.

Figura 18 - Gráfico da potência elétrica do circuito 2 em função da hora



Fonte: O autor

#### 4.1.2 Elaboração dos Modelos Matemáticos

Observando as curvas obtidas nos gráficos representados pelas Figuras 18 e 19, é notável que estas se assemelham ao comportamento de uma função quadrática. Dessa forma para a elaboração do modelo matemático, se utilizou o método dos mínimos quadrados para o ajuste quadrático.

Considerando uma função quadrática da forma da equação (15):

$$y(x) = a + bx + cx^2, \quad c > 0 \text{ ou } c < 0.$$

Pelo método dos Mínimos Quadrados a determinação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , é obtido ao resolver o sistema formado pelas equações (17), (18) e (19).

$$\begin{cases} na + b\sum x_i + c\sum x_i^2 = \sum y_i \\ a\sum x_i + b\sum x_i^2 + c\sum x_i^3 = \sum x_i y_i \\ a\sum x_i^2 + b\sum x_i^3 + c\sum x_i^4 = \sum x_i^2 y_i \end{cases}$$

#### Elaboração do modelo do Circuito 1

Para os dados aferidos do gerador o tempo (hora do dia) será a variável independente  $\hat{x}$  e, a potência elétrica obtida será a variável dependente  $\hat{y}$ .

Os valores para o circuito 1, necessários para a elaboração do modelo de ajuste quadrático, são apresentados na Tabela 6.

De acordo com as equações (17), (18) e (19) e os dados da Tabela 6, obtemos o sistema linear (21).

$$\begin{cases} 15a + 181,5b + 2457,25c = 21,87 \\ 181,5a + 2457,25b + 36149,63c = 263,77 \\ 2457,25a + 36149,63b + 563472,06c = 3388,71 \end{cases} \quad (21)$$

Tabela 6 - Valores calculados para os dados do circuito 1

	$\hat{x}_i$	$\hat{y}_i$	n	$\hat{x}_i^2$	$\hat{x}_i^3$	$\hat{x}_i^4$	$\hat{x}_i \cdot \hat{y}_i$	$\hat{x}_i^2 \cdot \hat{y}_i$
1ª Medida	6,00	0,00		36,00	216,00	1296,00	0,00	0,00
2ª Medida	6,50	0,04		42,25	274,63	1785,06	0,29	1,85
3ª Medida	7,00	1,43		49,00	343,00	2401,00	10,00	70,03
4ª Medida	8,00	2,04		64,00	512,00	4096,00	16,30	130,38
5ª Medida	9,00	2,05		81,00	729,00	6561,00	18,43	165,85
6ª Medida	10,00	2,07		100,00	1000,00	10000,00	20,70	207,00
7ª Medida	11,00	2,12		121,00	1331,00	14641,00	23,33	256,59
8ª Medida	12,00	2,17		144,00	1728,00	20736,00	26,00	312,00
9ª Medida	13,00	2,16		169,00	2197,00	28561,00	28,11	365,38
10ª Medida	14,00	2,18		196,00	2744,00	38416,00	30,53	427,44
11ª Medida	15,00	1,87		225,00	3375,00	50625,00	28,04	420,53
12ª Medida	16,00	1,85		256,00	4096,00	65536,00	29,59	473,37
13ª Medida	17,00	1,54		289,00	4913,00	83521,00	26,13	444,14
14ª Medida	18,00	0,35		324,00	5832,00	104976,00	6,34	114,16
15ª Medida	19,00	0,00		361,00	6859,00	130321,00	0,00	0,00
SOMA	181,50	21,87	15	2457,25	36149,63	563472,06	263,77	3388,71

Fonte: O autor

Utilizando o método de escalonamento de sistemas lineares para o sistema (21).

1º Passo:

$$\begin{cases} a + 12,1b + 163,82c = 1,46 \\ 0 + 261,1b + 6416,9c = -0,8 \\ 0 + 6416,90b + 160933,56c = -193,15 \end{cases}$$

2º Passo:

$$\begin{cases} a + 12,1b + 163,82c = 1,458 \\ 0 + b + 24,576c = -0,003 \\ 0 + 0 + 3229,209c = -173,48 \end{cases}$$

3º Passo:

$$\begin{cases} a + 12,1b + 163,82c = 1,458 \\ 0 + b + 24,576c = -0,003 \\ 0 + 0 + c = -0,054 \end{cases}$$

Dessa forma obtemos para os valores dos parâmetros:

$$a = -5,680$$

$$b = 1,317$$

$$c = -0,054$$

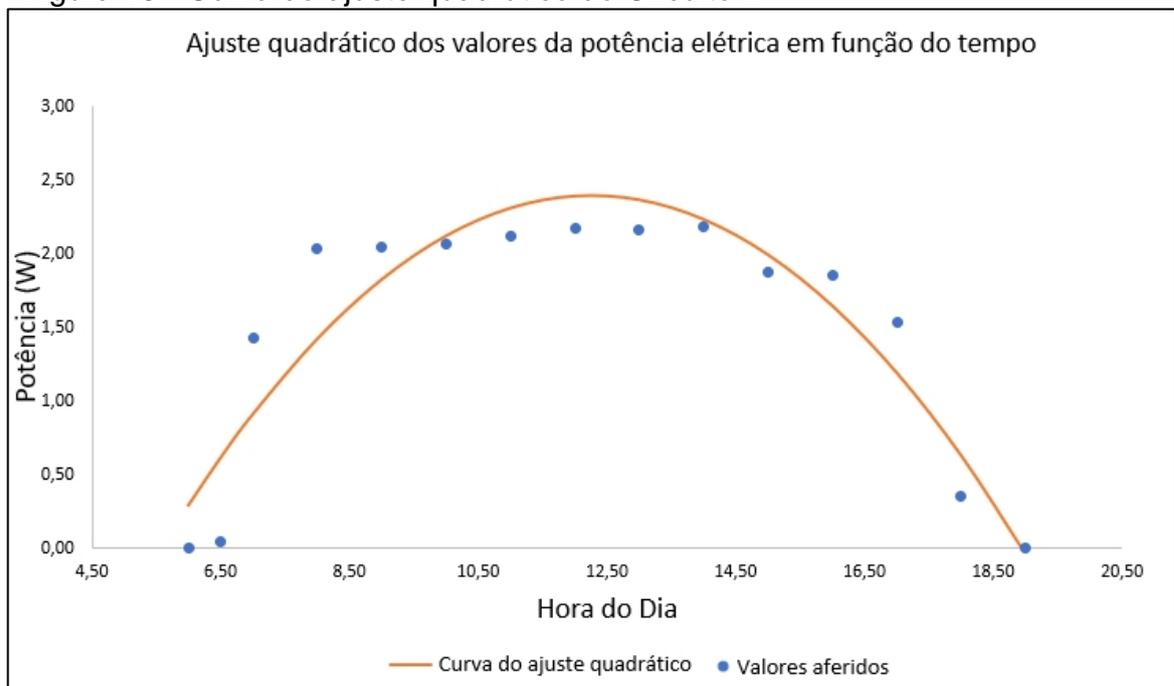
Assim chegamos à equação do ajuste quadrático.

$$y = -0,054x^2 + 1,317x - 5,68 \quad (22)$$

Portanto o modelo matemático que mais se aproxima da curva obtida pelos dados aferidos do carregador de celular fotovoltaico, constituído pelo circuito 1, é expresso pela equação (22).

Na Figura 19, apresentamos o gráfico do ajuste quadrático da equação (22), em comparação com os valores obtidos da potência elétrica em função do tempo para o circuito 1.

Figura 19 - Curva do ajuste quadrático do Circuito 1



Fonte: O autor

É necessário determinarmos o valor do grau de correlação do modelo obtido em relação aos valores experimentais. Assim calculamos o valor do coeficiente de correlação de Pearson dado pela equação (20), obtendo a equação (23).

$$r = \frac{\sum \hat{y}_i y_i - \frac{(\sum \hat{y}_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum \hat{y}_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} \quad (23)$$

Sendo que:

$\hat{y}_i =$  Valores Aferidos

$y =$  Valores determinados a partir do modelo,

A partir dos valores aferidos da potência elétrica e os valores determinados pela equação (22), temos a Tabela 7.

Tabela 7 - Valores da potência elétrica aferidos e determinados pelo modelo do circuito 1

	$\hat{y}_i$	$y_i$	$\hat{y}_i^2$	$y_i^2$	$\hat{y}_i y_i$
1	0,00	0,29	0,00	0,08	0,00
2	0,04	0,61	0,00	0,37	0,03
3	1,43	0,91	2,04	0,82	1,30
4	2,04	1,42	4,15	2,01	2,89
5	2,05	1,82	4,19	3,32	3,73
6	2,07	2,12	4,28	4,49	4,39
7	2,12	2,31	4,50	5,33	4,90
8	2,17	2,39	4,69	5,71	5,18
9	2,16	2,36	4,67	5,59	5,11
10	2,18	2,23	4,76	4,98	4,87
11	1,87	1,99	3,49	3,96	3,72
12	1,85	1,64	3,42	2,70	3,04
13	1,54	1,19	2,36	1,41	1,82
14	0,35	0,62	0,12	0,39	0,22
15	0,00	-0,05	0,00	0,00	0,00
SOMA	21,87	21,87	42,69	41,19	41,19

Fonte: O autor

A partir da equação (23), substituindo os valores da Tabela 7, obtemos:

$$r \approx 0,93.$$

De acordo com a interpretação de Figueiredo e Silva (2009), como o valor está próximo de +1 temos uma forte correlação entre o modelo matemático obtido e os valores experimentais. Portanto o modelo expressa uma boa aproximação do fenômeno estudado.

### Elaboração do modelo do Circuito 2

Para o circuito 2, o procedimento é análogo ao anterior. Os valores necessários para elaboração do modelo são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Valores calculados para os dados do circuito 2

	$\hat{x}_i$	$\hat{y}_i$	n	$\hat{x}_i^2$	$\hat{x}_i^3$	$\hat{x}_i^4$	$\hat{x}_i \cdot \hat{y}_i$	$\hat{x}_i^2 \cdot \hat{y}_i$
1ª Medida	5,50	0,00		30,25	166,38	915,06	0,00	0,00
2ª Medida	6,00	0,00		36,00	216,00	1296,00	0,00	0,00
3ª Medida	6,50	0,04		42,25	274,63	1785,06	0,29	1,86
4ª Medida	7,00	1,44		49,00	343,00	2401,00	10,05	70,33
5ª Medida	8,00	1,99		64,00	512,00	4096,00	15,93	127,42
6ª Medida	9,00	1,97		81,00	729,00	6561,00	17,69	159,17
7ª Medida	10,00	1,98		100,00	1000,00	10000,00	19,82	198,23
8ª Medida	11,00	2,09		121,00	1331,00	14641,00	23,02	253,19
9ª Medida	12,00	2,09		144,00	1728,00	20736,00	25,06	300,67
10ª Medida	13,00	2,02		169,00	2197,00	28561,00	26,31	342,06
11ª Medida	14,00	2,18		196,00	2744,00	38416,00	30,53	427,44
12ª Medida	15,00	2,21		225,00	3375,00	50625,00	33,14	497,03
13ª Medida	16,00	2,03		256,00	4096,00	65536,00	32,52	520,40
14ª Medida	17,00	1,55		289,00	4913,00	83521,00	26,36	448,07
15ª Medida	18,00	0,71		324,00	5832,00	104976,00	12,82	230,69
16ª Medida	18,50	0,61		342,25	6331,63	117135,06	11,27	208,43
17ª Medida	19,00	0,06		361,00	6859,00	130321,00	1,08	20,43
18ª Medida	19,50	0,00		380,25	7414,88	144590,06	0,00	0,00
SOMA	225,00	22,97	18	3210,00	50062,50	826112,25	285,86	3805,40

Fonte: O autor

Utilizando as equações (17), (18) e (19) e os dados da Tabela 8, obtemos o sistema linear (24).

$$\begin{cases} 18a + 225b + 3210c = 22,97 \\ 225a + 3210b + 50062,5c = 285,86 \\ 3210a + 50062,5b + 826112,25c = 3805,4 \end{cases} \quad (24)$$

Utilizando o método de escalonamento de sistemas lineares para o sistema acima.

1º Passo:

$$\begin{cases} a + 12,5b + 178,33c = 1,28 \\ 0 + 397,5b + 9937,5c = -1,3 \\ 0 + 9937,5b + 253662,25c = -291,41 \end{cases}$$

2º Passo:

$$\begin{cases} a + 12,5b + 178,33c = 1,28 \\ 0 + b + 25c = 0 \\ 0 + 0 + 5224,75c = -258,93 \end{cases}$$

3º Passo:

$$\begin{cases} a + 12,5b + 178,33c = 1,28 \\ 0 + b + 25c = 0 \\ 0 + 0 + c = -0,05 \end{cases}$$

Pelo escalonamento do sistema linear acima, chegamos aos valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

$$a = -5,332$$

$$b = 1,236$$

$$c = -0,05$$

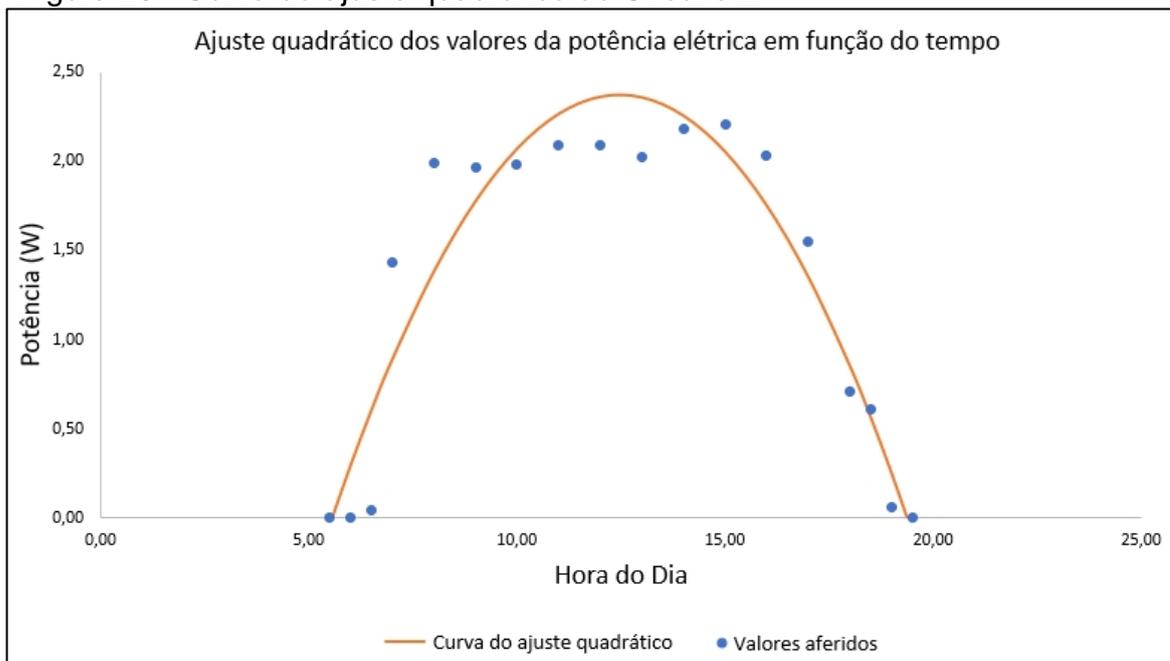
Assim obtemos a equação do ajuste quadrático para o circuito 2.

$$y = -0,05x^2 + 1,236x - 5,332 \quad (25)$$

A equação (25) nos fornece o ajuste quadrático da curva obtida pelos valores aferidos do circuito 2. Dessa forma o modelo matemático para o carregador fotovoltaico do circuito 2 que expressa o valor da potência elétrica (y) em função da hora do dia (x) é representado pela equação (25).

A partir da equação (25), obtemos o gráfico, da Figura 20, do ajuste quadrático da potência elétrica gerada pelo carregador, em comparação com os valores obtidos da potência elétrica em função do tempo por aferição, para o circuito 2.

Figura 20 - Curva do ajuste quadrático do Circuito 2



Fonte: O autor

Analogamente ao circuito 1, vamos agora determinar o coeficiente de correlação de Pearson. A partir dos valores aferidos da potência elétrica e os mesmos determinados pela equação (25), temos a Tabela 9.

A partir da equação (23), substituindo os valores da Tabela 9, obtemos:

$$r \approx 0,94.$$

Novamente, com  $r$  próximo de +1, obtemos aqui uma forte correlação entre o modelo matemático e o fenômeno estudado.

Tabela 9 - Valores da potência elétrica aferidos e determinados pelo modelo do circuito 2

	$\hat{y}_i$	$y_i$	$\hat{y}_i^2$	$y_i^2$	$\hat{y}_i y_i$
1	0,00	-0,03	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,30	0,00	0,09	0,00
3	0,04	0,61	0,00	0,37	0,03
4	1,44	0,89	2,06	0,79	1,28
5	1,99	1,38	3,96	1,91	2,75
6	1,97	1,78	3,86	3,15	3,49
7	1,98	2,07	3,93	4,28	4,10
8	2,09	2,26	4,38	5,13	4,74
9	2,09	2,36	4,36	5,57	4,93
10	2,02	2,36	4,10	5,55	4,77
11	2,18	2,25	4,76	5,08	4,92
12	2,21	2,05	4,88	4,21	4,53
13	2,03	1,75	4,13	3,07	3,56
14	1,55	1,35	2,40	1,83	2,10
15	0,71	0,85	0,51	0,73	0,61
16	0,61	0,57	0,37	0,32	0,35
17	0,06	0,26	0,00	0,07	0,01
18	0,00	-0,08	0,00	0,01	0,00
SOMA	22,97	22,97	43,70	42,16	42,16

Fonte: O autor

Os modelos obtidos pelas equações (22) e (25) nos dão uma boa aproximação dos valores reais do desempenho (potência elétrica), do carregador fotovoltaico para ambos os circuitos propostos. O gráfico dessas funções mostra que o carregador fotovoltaico apresenta seu desempenho máximo entre 9h e 15h do dia, fato este se explica devido à incidência maior de luz solar nesse período.

Ao se aplicar a proposta deste trabalho no ensino de Matemática, a partir das funções quadráticas obtidas, cabe aqui salientar que o professor pode explorar os valores de máximo, os zeros da função, explorar sua concavidade voltada para baixo, entre outros conceitos matemáticos que sejam relevantes e significativos.

## 5 PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo será proposta uma sequência pedagógica como sugestão ao professor de matemática do Ensino Médio, para que o mesmo possa trabalhar em sala de aula.

De acordo com Batista, Oliveira e Rodrigues (2016), ao trabalhar uma proposta de ensino por meio de uma sequência pedagógica, esta tem como objetivo contribuir para uma aprendizagem significativa, com interdisciplinaridade, formando leitores do processo. Dessa forma, permitindo ao educador visualizar o conhecimento inicial do aluno e assim perceber o que ainda precisa ser trabalhado.

Ao se planejar uma sequência pedagógica é necessário que o professor tenha em mente quais os objetivos que se pretende alcançar, como esses objetivos devem ser atingidos, qual o nível de conhecimento prévio dos alunos a respeito do assunto, a metodologia a ser utilizada, como aplicar essa metodologia e avaliar os resultados alcançados.

Buscando uma aprendizagem significativa, é necessário identificar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito do assunto e instigá-los a ter predisposição a aprender novos e relevantes conceitos. Para isso se propõe a sequência pedagógica a seguir.

### 5.1 SEQUÊNCIA PEDAGÓGICA

**DISCIPLINA:** Matemática e Física

**TURMA/SÉRIE:** 1º ao 3º ano do Ensino Médio

**TEMA:** Modelagem Matemática na Construção e Uso de um Carregador de Celular Fotovoltaico

### CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Geração de energia elétrica: Conceitos e desafios atuais;
- Circuitos elétricos: Conceitos básicos;
- Função do 2º Grau;

- Gráficos: Construção e análise do gráfico de uma função quadrática;
- Sistemas Lineares;
- Escalonamento de sistemas lineares;

### **HABILIDADES (BNCC)**

De acordo com Brasil (2017b, p. 528, 529 e 533).

A sequência pedagógica proposta, contempla as seguintes habilidades, de acordo com Base Nacional Curricular Comum.

- (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.
- (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.
- (EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras, como velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.
- (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo  $y = ax^2$ .
- (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.

### **TEMPO DA SEQUÊNCIA PEDAGÓGICA**

Mínimo de 7 aulas.

### **MATERIAIS NECESSÁRIOS PARA A SEQUÊNCIA PEDAGÓGICA**

- Materiais utilizados para a construção e aferição de dados do carregador fotovoltaico, listados no Apêndice A, deste trabalho;

- Materiais de uso comum em aula de Matemática: caderno, caneta, lápis, borracha, régua, calculadora.
- Mídias digitais para apresentação de conceitos de geração de energia elétrica e desafios atuais da demanda energética no Brasil.

Se o professor preferir poderá utilizar o computador com *software* de planilha eletrônica, para plotagem dos gráficos e realização dos cálculos.

## **AULA 1**

### **Organização da turma**

Nesta primeira aula a turma poderá permanecer organizada individualmente, para que o professor possa apresentar a proposta.

### **Introdução**

O professor irá levantar algumas questões como:

1. Nos dias atuais somos muito dependentes da energia elétrica?
2. Como seria viver em um mundo sem energia elétrica de fácil acesso às nossas casas?
3. O que é a energia elétrica?
4. De onde ela vem?
5. Qual a fonte primária de energia de nosso planeta?
6. A Matemática nos auxilia a melhorar o desempenho da geração de energia elétrica?
7. O que é energia elétrica fotovoltaica?

### **Desenvolvimento**

Após apresentar essas questões da introdução, o professor deve ceder um pequeno tempo para que os alunos apresentem suas respostas, podendo se achar necessário, fazer um pequeno debate.

Após a apresentação das respostas dos alunos, o professor deve apresentar os conceitos corretos para cada pergunta. Podendo utilizar vídeos da *Internet* de fontes confiáveis, apresentação de slides ou mesmo exposição oral desses conceitos.

## **Conclusão**

Após a apresentação desses conceitos o professor irá expor à turma a proposta de desenvolver um carregador de celular fotovoltaico, como o apresentado neste trabalho (vide Apêndice A), o qual irá utilizar a Modelagem Matemática para chegar à equação de desempenho do carregador. Trabalho este que será realizado ao longo das próximas aulas.

O professor pode sugerir aos alunos que pesquisem sobre gerador fotovoltaico para que os mesmos vão se familiarizando com o assunto.

## **Avaliação**

Ao final desta primeira aula o professor pode refazer as perguntas iniciais, para que agora os alunos respondam as mesmas já com o conceito formal sobre os assuntos apresentados. Se desejar, pode solicitar a entrega das respostas dos alunos.

## **AULA 2**

### **Organização da turma**

Nesta segunda aula os alunos poderão permanecer organizados individualmente.

### **Introdução**

O professor deve apresentar os conceitos básicos de potência elétrica, sua relação com corrente elétrica e tensão elétrica, como apresentados na seção 3.2 deste trabalho. Se desejar pode pedir auxílio ao professor de Física da escola.

Nesta aula deverá mostrar aos alunos o circuito elétrico do carregador fotovoltaico (vide apêndice A), e apresentar os conceitos principais.

## **Desenvolvimento**

Apresentar os conceitos básicos de circuito elétrico necessários para a construção do carregador. Apresentar os componentes elétricos necessários para a construção do mesmo (vide apêndice A), e explicar basicamente a função de cada um.

O professor pode propor aos alunos alguns exercícios para calcular a potência elétrica, dados a tensão e a corrente.

Mostrar aos alunos o que é um multímetro, aparelho necessário para medição de tensão e corrente elétrica e, como podemos usá-lo para medir os valores destas grandezas geradas pelo carregador (vide Apêndice A).

## **Conclusão**

Para finalizar a aula o professor solicita aos alunos que formem grupos de 4 ou 5 integrantes para que possam trazer para a aula seguinte os componentes elétricos necessários para a construção do carregador fotovoltaico (vide Apêndice A). É recomendável que para facilitar o trabalho e não dispende de tanto tempo que o professor opte em construir com os alunos apenas um dos dois circuitos propostos neste trabalho.

Vale aqui salientar que o professor deve considerar os alunos cuja renda não permite a compra desses componentes, cabendo ao professor e escola decidir a forma mais viável de inserir os mesmos nos grupos de forma que não se sintam discriminados. Como se tratam de materiais de baixo custo poderá ser feita uma “vaquinha” na turma para a compra de dois ou três kits, não sendo obrigatório um kit por grupo.

## **Avaliação**

Poderão ser propostos alguns exercícios de cálculo de potência elétrica, reconhecimento de componentes elétricos básicos de um circuito, etc.

## **AULA 3**

### **Organização da turma**

A turma poderá ser dividida em grupos de acordo com os materiais trazidos pelos alunos para a montagem do circuito elétrico do carregador.

### **Introdução**

Nesta aula os grupos de alunos irão montar o circuito elétrico do gerador fotovoltaico, com o auxílio do professor.

### **Desenvolvimento**

Os alunos realizarão a montagem do circuito elétrico em uma *protoboard* (vide apêndice A).

Após a montagem irão fazer as primeiras medições de tensão e corrente elétrica geradas pelo circuito para verificação se tudo está funcionando de acordo com o proposto, ou seja, se o circuito está gerando tensão e corrente elétricas. Caso não se obtenha medições deve ser verificado novamente toda a montagem do circuito, procurando possíveis erros de conexão, por exemplo.

### **Conclusão**

Para finalizar esta aula o professor irá propor aos alunos que façam as medições de tensão e corrente elétrica geradas pelo carregador no dia seguinte em suas casas e, anatem esses valores em uma tabela de acordo com a hora do dia.

Poderá se achar necessário, propor esse procedimento para o final de semana, para que não coincida com o horário de aula. Se o tempo estiver chuvoso, não devem ser feitas as medições, apenas com céu limpo e claro.

## **Avaliação**

O professor irá avaliar se os alunos conseguiram montar o circuito corretamente e se este funciona. Também poderá avaliar se os mesmos estão sabendo fazer as medições de tensão e corrente elétrica, corretamente.

## **AULA 4**

### **Organização da turma**

Permanecem organizados os grupos da aula anterior.

### **Introdução**

Com os dados coletados pelos alunos em suas casas, serão construídas as tabelas da potência elétrica em relação à hora do dia.

### **Desenvolvimento**

Os alunos montarão as tabelas com a potência elétrica obtida em relação à hora do dia, calculadas em relação à tensão e corrente elétrica. (vide Tabela 1 e 2 deste trabalho).

Em seguida o professor irá propor a construção do gráfico de dispersão da potência elétrica em relação à hora do dia e analisar com os alunos a característica desse gráfico, com que tipo de função se assemelha. Poderá neste processo se desejar, usar um *software* de planilhas eletrônicas.

Discutir com os alunos os tipos principais de funções e analisar com os eles o porquê do gráfico dos dados coletados do carregador se assemelha à uma parábola.

Trabalhar a forma da função quadrática, seus parâmetros, valores de máximo e mínimo, concavidade, etc.

## **Conclusão**

Para concluir a aula. Questionar a turma se é possível elaborar uma função do gráfico obtido.

Começar abordando os conceitos de regressão linear e ajuste quadrático de forma conceitual e, em seguida apresentar o sistema de equações lineares composto pelas equações (17), (18) e (19). Explicando aos mesmos que a resolução desse sistema nos permite determinar os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função quadrática.

## **Avaliação**

Poderá ser aplicada uma lista de exercícios sobre função quadrática e todos seus conceitos trabalhos nesta aula.

## **AULA 5**

### **Organização da turma**

Os alunos poderão permanecer nos grupos da aula anterior.

### **Introdução**

Apresentar os conceitos de sistemas lineares, métodos de resolução com destaque para o escalonamento de sistemas.

### **Desenvolvimento**

Explicar o que é um sistema linear, como resolver esses sistemas e aplicar a técnica de escalonamento de sistemas. Propor exercícios sobre o assunto.

### **Conclusão**

Retomar sistema de equações lineares composto pelas equações (17), (18) e (19) orientando-os que a finalidade da próxima aula será resolver esse sistema

através dos dados da tabela da potência em relação à hora do dia. Caso a aula ainda tenha tempo hábil o professor já poderá iniciar o processo da aula seguinte.

### **Avaliação**

Propor lista de exercícios sobre sistemas lineares, resolução dos mesmos, técnica de escalonamento.

## **AULA 6**

### **Organização da turma**

Permanecem os grupos da aula anterior.

### **Introdução**

Propor aos alunos a determinação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  do sistema linear composto pelas equações (17), (18) e (19) e, determinação do modelo da função que representa o desempenho do gerador fotovoltaico.

### **Desenvolvimento**

Retornar ao sistema de equações lineares composto pelas equações (17), (18) e (19), e propor aos alunos construir as tabelas que representam os somatórios dos dados que constituem esse sistema, como apresentado na Tabela 5.

Após a construção da tabela com os dados necessários, resolver o sistema por escalonamento para determinar os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Então escrever a função quadrática que representa o modelo matemático do desempenho do carregador fotovoltaico.

## **Conclusão**

Analisar a função obtida, sendo esta uma função quadrática como suposta inicialmente. Construir um gráfico dessa função e comparar com o gráfico inicial dos valores obtidos experimentalmente.

## **Avaliação**

A avaliação poderá ser feita sobre a função obtida pelos alunos, se esta se assemelha ao comportamento gráfico dos dados experimentais, etc.

## **AULA 7**

### **Organização da turma**

Permanecem os grupos da aula anterior.

### **Introdução**

Aula de finalização dos trabalhos, onde o professor irá debater os resultados alcançados, as dificuldades por parte do professor e dos alunos. O grau de satisfação e aprendizagem significativa.

### **Desenvolvimento**

Apresentar para toda a turma os modelos matemáticos encontrados por cada grupo, comparar as diferenças e semelhanças.

Debater o quão satisfatório foi o trabalho realizado em relação à aprendizagem dos alunos, os desafios enfrentados, as dificuldades.

O carregador fotovoltaico pode ser apresentado ao restante do colégio, como a função modelo do mesmo.

## **Conclusão**

Ao finalizar a aula, lançar novos desafios aos alunos, como: o que pode ser feito para melhorar o desempenho do carregador? Qual a sua viabilidade de uso? Entre outras questões.

Se desejar propor aos alunos que façam alterações no circuito do carregador para melhorar seu desempenho, posteriormente modelando matematicamente o mesmo e, comparando a nova função obtida.

## **Avaliação**

Aplicar uma avaliação sobre os conteúdos matemáticos trabalhados durante todo o processo.

## **FINALIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA**

Após a realização deste trabalho em sala é necessário o professor trazer para seus alunos a importância de se obter fontes de energia limpa e renovável. Sabemos que a demanda energética só aumenta no mundo todo e despertar nos educandos a necessidade de encontrarem soluções inovadoras que venham a suprir essa necessidade é o papel de todo o educador. Quando nos utilizamos da Modelagem Matemática para aprimorar essa estratégia estamos de fato tornando os alunos sujeitos ativos e construtores do processo de aprendizagem.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho procurou apresentar uma metodologia de ensino da Matemática, para o Ensino Médio, com enfoque na Modelagem Matemática almejando tornar a aprendizagem significativa.

Ao considerarmos a aprendizagem significativa no processo de ensino-aprendizagem é necessário buscar uma metodologia de ensino que procure relacionar os conhecimentos prévios do aluno com os novos conceitos a serem trabalhados. Para se alcançar tal objetivo, vale aqui destacar que o professor precisa, entre outros fatores, usar materiais potencialmente significativos, trabalhar situações-problemas, sempre considerando a visão do todo.

Na proposta da construção do carregador de celular fotovoltaico, o aluno terá que passar por diferentes etapas da construção desse conhecimento. Na abordagem inicial da metodologia de ensino proposta, o professor apresenta questionamentos a respeito da geração de energia elétrica, energia fotovoltaica, da contribuição do uso da Matemática para esses temas, entre outros apontamentos. Dessa forma fazendo com que o aluno acesse aos conhecimentos prévios sobre estas questões, sempre mediada pela intervenção do professor, cujo papel é ser mediador do processo de ensino-aprendizagem.

Considerando a aprendizagem significativa crítica, o aluno deve saber se integrar à sociedade, dessa forma conhecer os problemas da mesma. Vale destacar que proposta deste trabalho procura despertar nos educandos a necessidade dos mesmos entenderem que a busca por inovações no processo de geração de energia elétrica, visando um desenvolvimento sustentável, de forma limpa e renovável é uma constante no mundo todo.

Ao apresentar a proposta da construção do carregador fotovoltaico aos alunos, conceituando circuitos elétricos e energia fotovoltaica, contempla-se a visão do todo, necessária para a aprendizagem significativa.

A proposta da construção do carregador pelos alunos, considera o que Moreira (2012) sugere, que para se alcançar uma aprendizagem significativa, o professor deve adotar diversidade de estratégias, não apenas quadro e giz.

É notável também que no desenvolvimento da construção do carregador solar o aluno busque soluções por meio da pesquisa. Assim contemplando o que

Biembengut e Hein (2003) consideram no processo de Modelagem Matemática no ensino.

A proposta deste trabalho também propicia a interdisciplinaridade, onde conceitos físicos são necessários, desde o entendimento da geração de energia elétrica até a topologia de circuitos elétricos, de acordo com o que Ramos e Gonzaga (2015) afirmam ao se trabalhar com Modelagem Matemática. O que demonstra que a Modelagem Matemática é um processo dinâmico de pesquisa, que parece aproximar a Matemática da realidade.

Moreira (2010) considera que a aprendizagem por descoberta leva à aprendizagem significativa, o que é contemplado no processo de modelagem do carregador ao construir o gráfico da potência elétrica obtida em relação à hora do dia, aferidos experimentalmente. O aluno descobre que a forma da função é uma quadrática, o que mostra que esta possui um valor máximo de pico, que está diretamente relacionado com a potência máxima do carregador.

Todo o desenvolvimento da proposta deste trabalho contemplou a sequência de etapas da Modelagem Matemática citadas por Bassanezi, que são:

- Experimentação: Na etapa de construção do circuito elétrico do carregador e, aferição das variáveis;
- Abstração: Na interpretação do tipo de função obtida pelos dados aferidos, levantamento de hipóteses, escolha das técnicas matemáticas que serão utilizadas para obtenção do modelo;
- Resolução: No desenvolvimento matemático do modelo, utilizando a técnica do ajuste quadrático;
- Validação: No momento em que se confronta os dados gerados a partir do modelo com os valores experimentais.
- Modificação: Caso o modelo não satisfaça à situação real é necessário fazer ajustes e modificações, procurando possíveis erros de interpretação ou resolução.

Dessa forma, é notável que o uso da Modelagem Matemática na construção e utilização do carregador fotovoltaico tem como objetivo descrever matematicamente a realidade, permitindo fazer previsões e entender o comportamento do mesmo, assim vindo ao encontro de uma aprendizagem significativa.

Pode-se concluir que o uso da Modelagem Matemática na construção do carregador solar contempla o processo de aprendizagem significativa, onde é

necessário que o aluno associe conhecimentos prévios com novos conceitos. Dessa forma, tornando o aluno sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem, fazendo com que o mesmo participe ativamente na construção do conhecimento. Sendo assim, cidadão consciente da realidade à sua volta, bem como das necessidades atuais em procurar soluções inovadoras para problemas do mundo em que vive.

Considerando a problemática deste trabalho, podemos afirmar que o uso da Modelagem Matemática aliada à construção e utilização de um carregador de celular fotovoltaico enriquece o processo de ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio, podendo contemplar o conceito de aprendizagem significativa. Dessa forma, propiciando que o educando adquira uma formação sólida e consistente dos conteúdos matemáticos trabalhados no desenvolvimento do seu aprendizado.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O uso da Modelagem Matemática no ensino possui uma gama de possibilidades imensurável. A proposta apresentada neste trabalho é apenas uma sugestão das mais diversas possíveis a serem exploradas.

O uso da regressão linear para funções nos permite trabalhar com as mais diversas situações-problemas da realidade. Trazer este contexto metodológico para a sala de aula contribui para que possamos desenvolver nos alunos uma aprendizagem significativa.

Professores das mais diversas áreas das ciências da natureza podem, sem muitas dificuldades, trabalhar com a Modelagem Matemática nos diversos assuntos e situações práticas de sua disciplina. Podemos citar aqui, desde processos biológicos, comportamentos populacionais, entre outros, são conceitos ricamente explorados pela Modelagem Matemática, o que comprova a característica interdisciplinar do uso da mesma no ensino. Assim vindo ao encontro de um dos quesitos determinantes para uma aprendizagem significativa.

Sugere-se que a partir da proposta apresentada aqui, a sua aplicação em sala de aula esteja perfeitamente estabelecida. Ficando a critério do professor aplica-la totalmente ou com alterações próprias, visto que a metodologia é passível de variações e modificações, o que de maneira alguma, minimiza este trabalho.

Desta forma espera-se que a partir deste, outros trabalhos sejam desenvolvidos, aplicando no ensino a metodologia aqui sugerida e que os resultados obtidos sejam publicados.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Rômulo Oliveira. **Análise de Circuitos em Corrente Contínua**. São Paulo: Érica, 2013.

ANEEL. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 2005. Disponível em: <[www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/download.htm](http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/download.htm)>. Acesso em: 03 jul. 2020.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, n. 26, p. 17-25, mar. 2009.

Disponível em:

<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/5>

Acesso em: 26 maio 2020.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BATISTA, Michel Corci; FUSINATO, Polonia Altoé. A utilização da modelagem matemática como encaminhamento metodológico no ensino de física. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 6, n.2, p. 86-96, jan./jun. 2015. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/895>. Acesso em: 20 jun. 2020.

BATISTA, Rozilene da Costa; OLIVEIRA, Júlia Emanuely; RODRIGUES, Silvia de Fátima Pilegi. Sequência didática – Ponderações teórico – Metodológicas. *In: XVIII ENDIPE*, 2016, Cuiabá. **Anais [...]** Cuiabá: UFMG, 2016. Disponível em: [https://www.ufmt.br/endipec2016/downloads/233\\_9937\\_37285.pdf](https://www.ufmt.br/endipec2016/downloads/233_9937_37285.pdf). Acesso em: 17 maio 2020.

BERTICELLI, Ritelli *et al.* Energia Solar Fotovoltaica: Conceitos e Aplicações. *In: I Seminário de Pesquisa Científica e Tecnológica*, v. 1, n. 1, 2017, **Anais [...]**. Disponível em:

<http://revistaeletronica.unicruz.edu.br/index.php/revistaeletronica/article/view/5439>.

Acesso em: 03 jul. 2020.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BORGIO, Vanesca T. K.; BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade: Perspectivas para o Ensino de Matemática nas Séries Iniciais. *In: SEMINÁRIO DE PESQUISA DO PPE*, Maringá, **Anais [...]** Maringá, de 26 à 27 de maio de 2011. Disponível em:

[http://www.ppe.uem.br/publicacoes/seminario\\_ppe\\_2011/pdf/1/012.pdf](http://www.ppe.uem.br/publicacoes/seminario_ppe_2011/pdf/1/012.pdf). Acesso em: 10 jun. 2020.

BORSSOI, Adriana Helena; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de**

**Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 6, n. 2, jan. 2011. ISSN 1983-3156. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/4689/3258>. Acesso em: 07 nov. 2019.

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à Análise de Circuitos**. São Paulo: Pearson, 2014.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. NOTA TÉCNICA DEA 001/17. **Projeção da demanda de energia elétrica para os próximos 10 anos (2017-2026)**. EPE – Empresa de Pesquisa Energética. Rio de Janeiro, janeiro de 2017a. Disponível em: [https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-245/topico-261/DEA%20001\\_2017%20-%20Proje%C3%A7%C3%B5es%20da%20Demanda%20de%20Energia%20EI%C3%A9trica%202017-2026\\_VF\[1\].pdf](https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-245/topico-261/DEA%20001_2017%20-%20Proje%C3%A7%C3%B5es%20da%20Demanda%20de%20Energia%20EI%C3%A9trica%202017-2026_VF[1].pdf). Acesso em: 02 jul. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Departamento de Ensino Médio. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Diário Oficial da União**, Seção 1, Brasília, DF, ed. 205, p. 146, 21 dez. 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>. Acesso em: 26 fev. 2021.

CUNHA, César Pessoa. A Importância da Matemática no Cotidiano. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, Vol. 01, Edição 04, Ano 02, p. 641-650, jul. 2017. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/matematica-no-cotidiano>. Acesso em: 13 de nov. 2019.

CUNHA, Daniela Sandi. Projeto de Ensino: Matemática tangível. **Scientia cum Industria**, v. 5, n. 3, p. 168-175, 2018. Disponível em: <http://ucs.br/etc/revistas/index.php/scientiacumindustria/article/view/5829>. Acesso em: 13 nov. 2019.

EPE – Empresa de Pesquisa Energética. **Fontes de Energia**. Página inicial. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/fontes-de-energia>. Acesso em: 02 jul. 2020.

FARIAS, Leandro Alves de. *et al.* Investigação Experimental da Geração de Energia Elétrica Solar Fotovoltaica. **HOLOS**, v. 3, p. 82-90, 2010. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/4815/481549221008.pdf>. Acesso em: 02 jul. 2020.

FIGUEIREDO, Dalson Britto Filho; SILVA, José Alexandre da Júnior. Desvendando os Mistérios do Coeficiente de Correlação de Pearson. **Revista Política Hoje**, Vol. 18, n. 1, 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/politica hoje/article/viewFile/3852/3156>. Acesso em: 26 maio 2020.

GAROTTI, Humberto. **As Quatro Forças Fundamentais da Natureza**. Página Inicial. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20032/Humberto/index.html>. Acesso em: 03 jul. 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo. Editora Atlas S.A. 2008.

GUIMARÃES, Fábio. **Como Fazer um Carregador de Celular**. Mundo Projetado, ago. 2017. Disponível em: <http://mundoprojetado.com.br/como-fazer-um-carregador-solar>. Acessado em: 29 ago. 2020.

MARQUES, Angelo Eduardo B.; CRUZ, Eduardo Cesar Alves; CHOUERI JUNIOR, Salomão. **Dispositivos Semicondutores: Diodos e Transistores**. 13. ed. São Paulo: Érica. 2014.

MOREIRA, Marco António. Aprendizagem significativa crítica (critical meaningful learning). **Teoria da Aprendizagem Significativa**, Peniche, p. 47-65, set. 2000. Publicado nas Atas do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 2000, Peniche (Lisboa). Disponível em: <https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1320/1/Livro%20Peniche.pdf#page=48>. Acessado: 06 nov. 2019.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem Significativa: da visão clássica à visão crítica. (Meaningful learning: from the classical to the critical view). In: CONFERÊNCIA DE ENCERRAMENTO DO V ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, set. 2006, Madrid, **Atas** [...] Madrid, 2006. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/visaoclasicavisaocritica.pdf>. Acesso em: 03 set. 2019.

MOREIRA, Marco Antonio. O que é afinal Aprendizagem Significativa? In: AULA INAUGURAL DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS, abr. 2010, Cuiabá. **Atas** [...] Cuiabá: Universidade Federal do Mato Grosso, 2010. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueefinal.pdf>. Acesso em: 03 set. 2019.

PARANÁ. Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Física. In: Paraná. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Paraná, SEED, 2008. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce\\_fis.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_fis.pdf). Acesso em: 20 abr. 2020.

RAMOS, G. B. G.; GONZAGA, B.R. Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade como Estratégia de Aprendizado Significativo: Solução de um Circuito em série RLC. In: VI ENCONTRO CIENTÍFICO DE FÍSICA APLICADA, v.2, n.1, p. 39-44, 2015, São Paulo. **Anais** [...] São Paulo: Blucher, 2015. Disponível em: <http://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/modelagem-matemtica-e-interdisciplinaridade-como-estratgia-de-aprendizado-significativo-soluo-de-um-circuito-em-srie-rlc-20077>. Acesso em 25 jun. 2020.

SAUTHIER, Luís F. *et al.* Modelagem Matemática de módulos fotovoltaicos empregados em ambientes de simulação de geração distribuída. In: 11th SEMINAR ON POWER ELECTRONICS AND CONTROL, p. 6, 2018, Santa Maria. **Anais** [...] Santa Maria: UFSM, 2018.

Disponível em: [https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/553/2020/07/92898-field\\_submission\\_abstract\\_file2.pdf](https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/553/2020/07/92898-field_submission_abstract_file2.pdf). Acesso em: 23 maio 2020.

SOARES, Maria Rosana. Modelagem Matemática na Sala de Aula: Uma Abordagem Interdisciplinar no Ensino de Física. **Revista Dynamis**, v. 22, n. 2, p. 79-103, 2016.

Disponível em:

<https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/6234>. Acesso em: 25 jun. 2020.

SOUZA, Ednilson Sergio Ramalho de; ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira do. A modelagem matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de física. *In*: VI ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2008, Belém. **Anais** [...] Belém. Universidade do Estado do Pará, 2008. Disponível em:

[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/fisica/artigos/ednilson.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/fisica/artigos/ednilson.pdf). Acesso em: 19 jun. 2020.

SOUZA, Ronilson di. **Célula Fotovoltaica – O Guia Técnico Absolutamente Completo**. BlueSol energia solar, [2019?]. Disponível em: <https://blog.bluesol.com.br/celula-fotovoltaica-guia-completo>. Acesso em: 10 jul. 2020.

## APÊNDICE A - CONSTRUÇÃO DO CARREGADOR SOLAR FOTOVOLTAICO

### Materiais necessários

- Duas placas fotovoltaicas de 5W (o ideal é uma de 10W);
- Um capacitor eletrolítico de  $1000\mu F$  e 50V;
- Um capacitor eletrolítico de  $47\mu F$  e 25V;
- Um capacitor de poliéster de  $100nF$ ;
- Um regulador de tensão L7805;
- Placa Protoboard (para montagem inicial do circuito);
- Um conector USB fêmea;
- Jumpers para protoboard (pode ser fios de aparelhos eletrônicos para conexão);
- Multímetro para aferições;

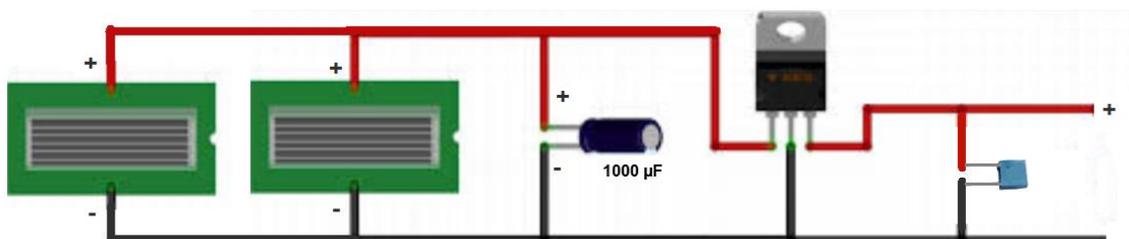
### Montagem

#### Para o circuito 1

Montar o circuito da Figura 15 conectando os componentes na protoboard de acordo a Figura 21.

Para o circuito 1, utiliza-se o capacitor eletrolítico de  $1000\mu F$ , na entrada do regulador de tensão.

Figura 21 - Conexão dos Componentes do Circuito 1



Fonte: Adaptado de GUIMARÃES, 2017.

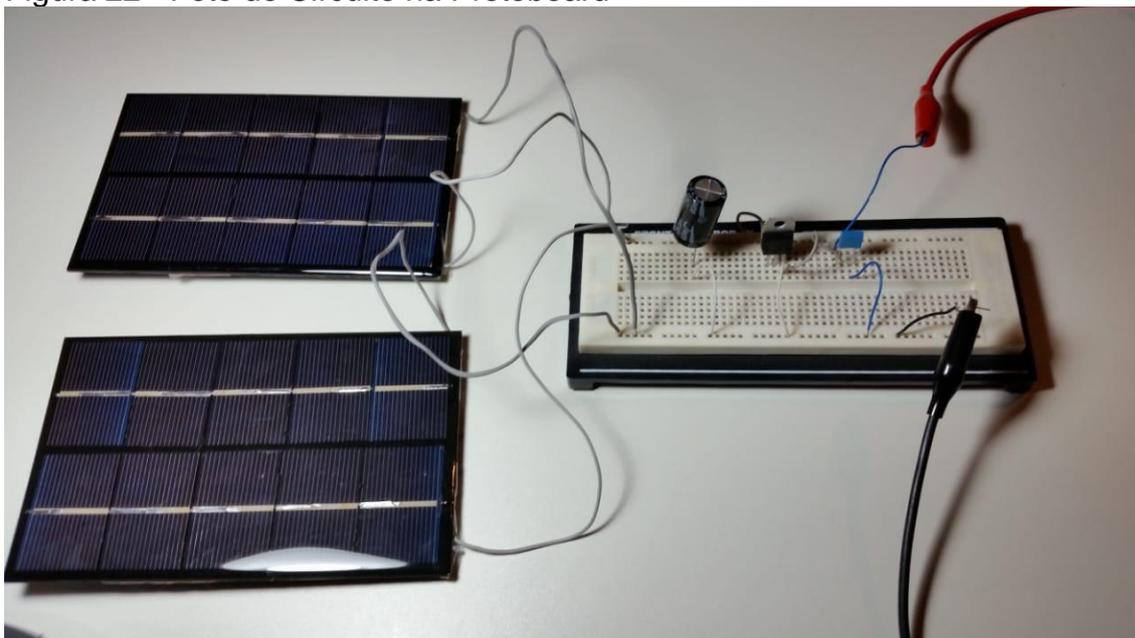
Ao montar o circuito, se a opção for usar duas placas fotovoltaicas de 5W, deve-se conectar as duas em paralelo como na Figura 21.

Observar os polos positivos e negativos dos componentes no caso das placas fotovoltaicas e do capacitor eletrolítico que será ligado na entrada do regulador de tensão. No regulador de tensão o pino da esquerda deve ser ligado à entrada do circuito (polo positivo), o pino do meio liga-se ao terra (polo negativo das placas fotovoltaicas) e o pino da direita liga-se à saída do circuito (vai para o terminal de saída positivo).

Para realizar as aferições e obter os valores a serem tabelados e modelados matematicamente, não há necessidade de conectar o conector USB ao circuito, podendo ser isso ser feito na montagem final e definitiva do carregador.

O circuito montado na protoboard ficará como mostram as fotos das Figuras 22 e 23.

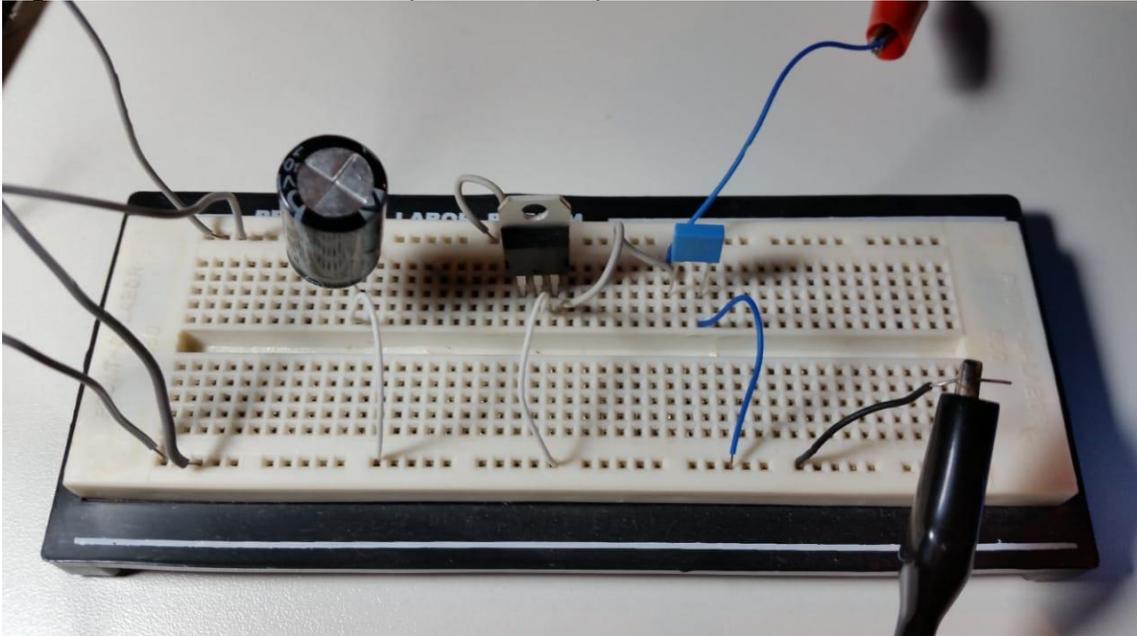
Figura 22 - Foto do Circuito na Protoboard



Fonte: O autor

A Figura 22 mostra o circuito com as placas fotovoltaicas. Na Figura 23 temos o destaque dos componentes na protoboard.

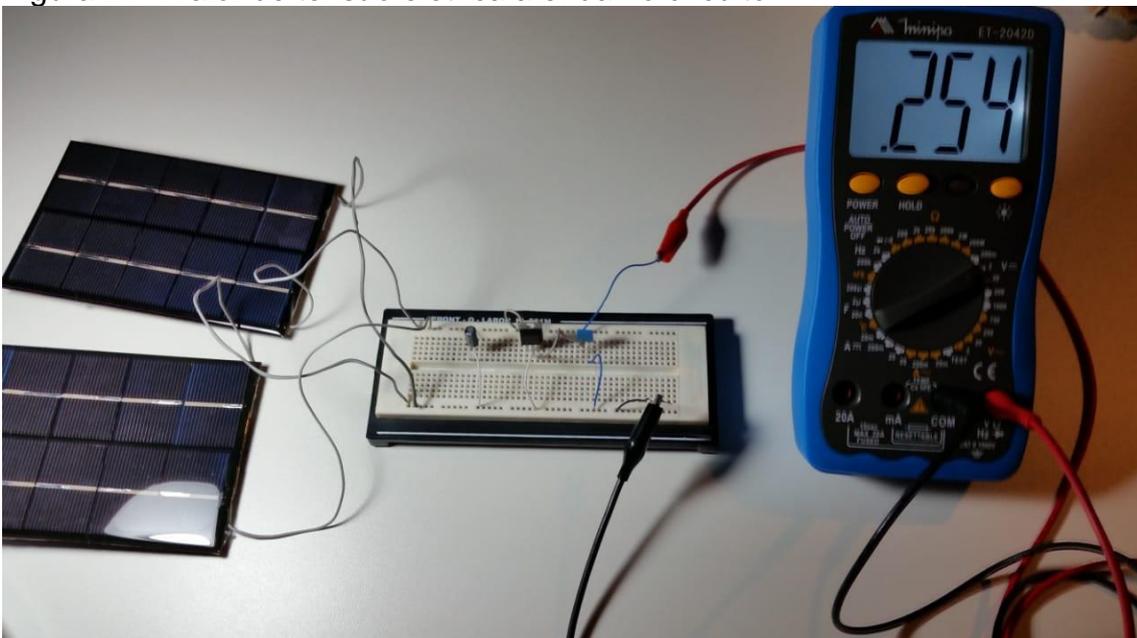
Figura 23 - Detalhe dos componentes na protoboard



Fonte: O autor

Na Figura 24, temos um exemplo da tensão elétrica gerada pelo circuito e o valor aferido com o multímetro.

Figura 24 - Valor de tensão elétrica aferida no circuito 1

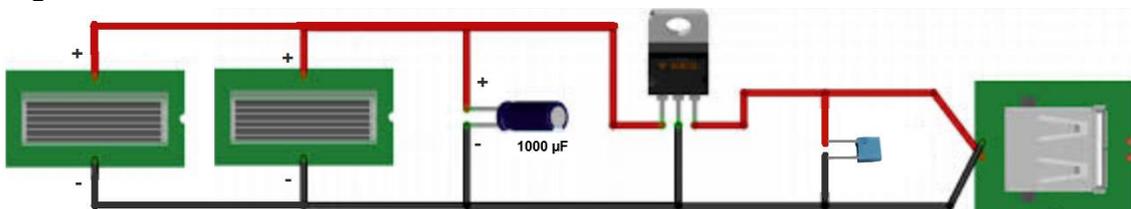


Fonte: O autor

Para finalizar a construção do carregador de celular fotovoltaico, é recomendável soldar os componentes em uma placa de circuito impresso e

conectar o conector USB fêmea nos terminais de saída do circuito elétrico. Dessa forma o esquema do circuito final ficará como mostra a Figura 25.

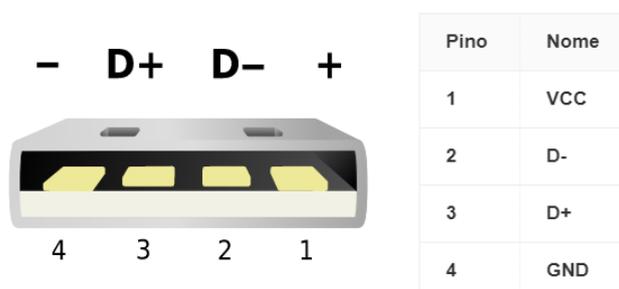
Figura 25 - Circuito final com conector USB



Fonte: Adaptado de GUIMARÃES, 2017.

Ao conectar o conector USB fêmea nos terminais do circuito deve-se atentar os pinos de conexão do mesmo, pois é necessário ligar apenas dois, dos quatro existentes. Sendo que os que serão ligados são os pinos de alimentação Vcc (terminal positivo) e GND (terminal negativo), que são respectivamente os pinos 1 e 4. Na Figura 26 temos o destaque para os pinos de conexão do conector USB fêmea.

Figura 26 - Pinos de conexão do USB fêmea



Fonte: Adaptado de GUIMARÃES, 2017.

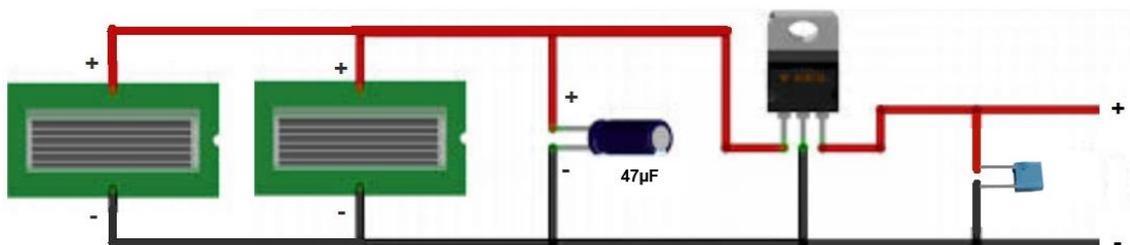
Após finalizar a montagem do circuito basta apontar as placas fotovoltaicas para o Sol e conectar o cabo USB do carregador de celular para vê-lo funcionar.

### Para o circuito 2

Para montar o circuito 2 proposto neste trabalho basta substituir o capacitor eletrolítico de  $1000\mu F$  (que vai antes do regulador de tensão) pelo de  $47\mu F$  e seguir o mesmo esquema do circuito 1.

Na Figura 27, temos o esquema de conexão dos componentes do circuito 2 com o capacitor de  $47\mu F$ .

Figura 27 - Conexão dos Componentes do Circuito 2



Fonte: Adaptado de GUIMARÃES, 2017.

Todo o procedimento de montagem é análogo ao circuito 1.