UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

MARIA EDVANISE OLIVEIRA

PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDIC'S

MOSSORÓ- RN
2021

MARIA EDVANISE OLIVEIRA

PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDIC’S

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profª. Dra. Andréa Maria Ferreira Moura
Coorientadora: Profª. Dra. Kátia Cilene da Silva Moura

MOSSORÓ- RN

2021

O48p OLIVEIRA, MARIA EDVANISE.
PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDICs / MARIA EDVANISE OLIVEIRA. - 2021.
173 f. : il.

Orientadora: Andréa Maria Ferreira Moura.
Coorientador: Kátia Cilene da Silva Moura.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2021.

1. Funções. 2. Sequência didática. 3. Interdisciplinaridade. 4. TDICs. I. Moura, Andréa Maria Ferreira , orient. II. Moura, Kátia Cilene da Silva, co-orient. III. Título.

MARIA EDVANISE OLIVEIRA

PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDIC’S

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística da Universidade Federal Rural do Semi árido, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Defendida em: 08 / 09/ 2021.

BANCA EXAMINADORA

Andréa Maria Ferreira Moura

Assinado de forma digital por Andréa Maria Ferreira Moura
Dados: 2021.09.08 17:06:01 -03'00'

Profª. Dra. Andrea Maria Ferreira Moura (UFERSA)
Presidente e Orientadora

KATIA CILENE DA SILVA MOURA:74019015015

Assinado de forma digital por KATIA CILENE DA SILVA MOURA:74019015015

Profª. Dra. Kátia Cilene da Silva Moura (UFERSA)
Coorientadora

FABRICIO DE FIGUEREDO OLIVEIRA:64905896304

Assinado de forma digital por FABRICIO DE FIGUEREDO OLIVEIRA:64905896304 Dados: 2021.09.09 10:33:15 -03'00'

Prof. Dr. Fabrício de Figueredo Oliveira
Membro Examinador Interno à Instituição (UFERSA)

Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias (UFPB)
Membro Examinador Externo à Instituição

Dedico este trabalho aos meus filhos Heitor Júlio e Ana Carolina pela compreensão nos momentos de ausência e ao meu esposo Renan Júlio por toda atenção e incentivo ao longo desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pelo dom da vida e por me permitir alcançar mais um objetivo;

Aos meus pais, pelo apoio incondicional em todas as etapas da minha vida, sempre priorizando os estudos dos filhos, mesmo em meio às dificuldades;

Ao meu esposo que sempre foi compreensivo em relação aos meus estudos, me apoiou e incentivou para a conclusão deste Mestrado;

À minha orientadora Prof. Andrea Maria Ferreira Moura pela dedicação e ajuda no desenvolvimento desta dissertação e a coorientadora Prof. Kátia Cilene da Silva Moura.

Aos professores do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT - UFERSA, que fizeram parte desta caminhada.

Aos professores Dr. Fabrício de Figueredo Oliveira e Dra. Graciana Ferreira Dias, integrantes da Banca Examinadora, pela aceitação, sugestões e comentários que contribuíram para o enriquecimento deste trabalho.

Finalmente, agradecer a todos os colegas de curso pelo companheirismo e amizade ao longo desta jornada e a todos que contribuíram de forma direta ou indireta, para esta realização.

“A Matemática, quando a compreendemos bem, possui não somente a verdade, mas também a suprema beleza.”

Bertrand Russel

RESUMO

O presente trabalho foi elaborado em meio ao contexto de isolamento social ocasionado pela Covid-19, que gerou grandes impactos nas escolas com a inserção do ensino remoto, exigindo do professor um novo modo de ensinar através das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Influenciada por este cenário e por uma inquietude de construir algo útil a sociedade, a pesquisa em tela tem como objetivo principal, apresentar um compilado de atividades referente ao ensino de funções, divididas em cinco sequências didáticas pautadas na interdisciplinaridade e no uso das TDIC's. Essas sequências visam promover um maior interesse e participação dos alunos nas aulas, minimizando assim as dificuldades existentes no ensino de funções e proporcionando uma aprendizagem significativa. Para tanto, foram realizados estudos sobre o ensino de funções tanto na BNCC, quanto nas matrizes de referências do ENEM e do SAEB, por serem documentos que norteiam a elaboração do currículo escolar. Em seguida, realizou-se um diagnóstico das dificuldades no ensino-aprendizagem de funções. Diante das várias dificuldades apresentadas, optou-se pela adoção da abordagem interdisciplinar e a inserção dos recursos tecnológicos, como alternativas para minimizá-las e facilitar a compreensão do conteúdo em pauta. Em meio a gama de recursos tecnológicos disponíveis na web, foram selecionadas quatro ferramentas que são de fácil acesso, gratuitas, práticas e algumas já conhecidas por muitos professores do Ensino Médio, que são elas: as plataformas digitais Youtube, Khan Academy, PhET e o Software GeoGebra. A construção das atividades, presentes nas sequências didáticas teve por base, propostas já aplicadas por outros professores relatadas em trabalhos acadêmicos, como também, o estudo sobre as possibilidades de aplicações para o ensino de funções a partir das ferramentas selecionadas. Deste modo, espera-se que o material aqui apresentado, além de contribuir para uma aprendizagem mais significativa dos conceitos presentes no ensino de funções, colabore para uma mudança de hábito dos professores, na medida em que apresenta possibilidades de usar a web como referência de suas aulas, de modo torná-las mais dinâmicas e participativas. Por fim, busca-se que o apresentado nas sequências, em relação à interdisciplinaridade e a aulas pautadas em recursos tecnológicos passe a ser algo comum no ambiente escolar, uma vez que pode ser adaptável para qualquer assunto ou componente curricular.

Palavras-chave: funções; sequência didática; interdisciplinaridade; TDIC's.

ABSTRACT

The present study was developed in the context of the social isolation caused by the pandemia of Covid-19, which had a great impact on the learning community with the insertion of remote teaching, demanding from the teacher a new way of teaching through Digital Information and Communication Technologies (ICTs). Influenced by this scenario and by a concern of building something useful to society, the research developed has as its main objective to present a compilation of activities related to function teaching, divided into five didactic sequences based on the interdisciplinarity and the use of ICTs. These sequences aim at increasing the interest and engagement of students in class, thus minimizing the existing difficulties in teaching function and providing meaningful learning. For this purpose, research was carried out on the teaching of functions both in the BNCC and ENEM matrices reference and SAEB, as they are documents that guide the development of the schools curriculum. Following that, a diagnosis of the difficulties in the teaching-learning process of function was carried out. Given the various difficulties presented, it was decided to adopt an interdisciplinary approach and the insertion of technological resources, as alternatives to minimize those difficulties and facilitate the understanding of the content in question. Among the range of technological resources available on the web, four tools were selected that are easy to access, free, practical and some already known by many high school teachers, those tools are: the digital platforms Youtube, Khan Academy, PhET and the GeoGebra Software. The elaboration of the activities present in the didactic sequences was based on proposals already applied by other teachers reported in academic works, as well as the study of the possibilities of application of the selected tools in the teaching of function. Thus, it is expected that the material presented here, in addition to contributing to a more significant learning of the concepts, contribute to a change in teachers' habits, as it presents possibilities of using the web as a reference for their lectures, in order to make them more dynamic and engaging. Finally, it is intended that the interdisciplinary approach and classes based on technological resources become something common in schools, as it can be adaptable to any subject or curricular component.

Keywords: functions; didactic/teaching sequence; interdisciplinarity; ICTs.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FIES	Fundo de Financiamento Estudantil
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação do Brasil
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PROUNI	Programa Universidade para todos
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SD	Sequência Didática
SISU	Sistema de Seleção Unificada
TDIC	Tecnologia Digital da Informação e Comunicação
TRI	Teoria de Resposta ao Item

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Alfa
β	Beta
π	Pi
λ	Lambda
θ	Teta
$\in$	Pertence
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números Reais
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos números Inteiros
$\leq$	Menor que ou igual
$\geq$	Maior que ou igual
$\Rightarrow$	Implica

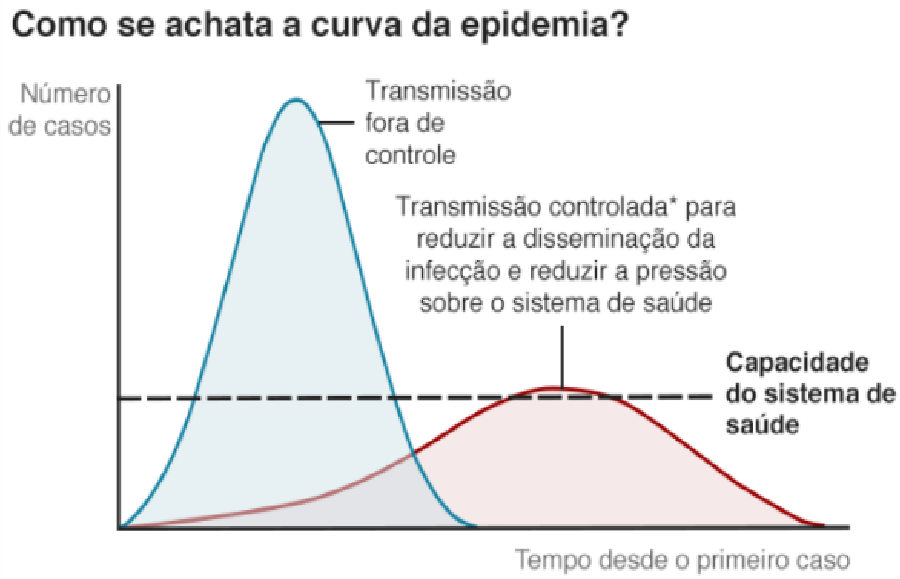
SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No senso comum, a Matemática é tida como uma disciplina de difícil compreensão, com muitas fórmulas, símbolos, figuras, gráficos e diagramas, ou seja, a Matemática costuma ser sinônimo de muitas contas e memorização de fórmulas, além de ser considerada abstrata. No entanto, segundo Filgueiras (2015), as dificuldades apresentadas por muitos na compreensão da Matemática, não ocorre, necessariamente, devido à complexidade dos seus conceitos e fórmulas, mas sim, por causa da forma como o seu ensino vem sendo estruturado e pelo discurso que se transfere de geração a geração, sobre ser uma disciplina difícil, fato que influencia de forma negativa a prática de muitos professores, bem como, a postura dos alunos em sala de aula.

Esta errônea impressão de que a Matemática é algo inalcançável, muito abstrata e sem nenhum vínculo com o mundo em que vivemos, é facilmente desconstruída. Existem inúmeras aplicações da Matemática nas diversas áreas científicas e tecnológicas, bem como, na compreensão de fenômenos biológicos, químicos e sociais, sem contar que ela está presente também nos jogos eletrônicos, aplicativos, preços de produtos, ações da bolsa de valores etc. Nesse sentido, tomando por exemplo, a pandemia da Covid-19, que surpreendeu a humanidade no início de 2020, causando um impacto de dimensões extremas em todo o mundo, podemos destacar as constantes aparições nos jornais e redes sociais de gráficos como o da figura 1, a fim de alertar a população de como medidas de prevenção poderiam retardar o contágio da Covid-19 e evitar o colapso do sistema de saúde.

Figura 1. Curva sobre a Covid-19



Fonte: Esther Kim, Carl T. Bergstrom, Universidade de Washington apud https://www.bbc.com/portuguese/internacional-51850382. Acesso em 06/03/2021

Exemplos como esse, demonstram a importância para humanidade dos conhecimentos matemáticos considerados como abstratos e descontextualizados. Mas, como bem colocou Filgueiras (2015), a problemática não está na ciência Matemática, e sim na sua abordagem. Portanto, se houvesse uma preocupação de apresentar significados aos conteúdos matemáticos, significados estes que poderiam ser desde situações existentes no dia a dia, como também contextualizações mais específicas como a exposta acima, com certeza diminuiríamos a frequência de perguntas do tipo: “Para que estudar Matemática?” ou “Para que serve isso?”, tão comuns nas salas de aula de Matemática.

Nesse sentido encontramos na BNCC o seguinte trecho:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos” (BRASIL, 2018a, p. 265).

Conclui-se, assim, que os assuntos e conteúdos matemáticos não são desvinculados de significados, e vão além de memorização de contas e fórmulas. Estão relacionados e representam fenômenos do mundo real. Caracterizando-se como um desses sistemas citados pela BNCC está o estudo de funções, assunto escolhido por nós como pano de fundo da nossa pesquisa e que segundo Barreto (2008) é um dos conceitos mais importantes da Matemática.

Embora, o conceito de função seja considerado abstrato, por envolver diversas representações e concepções, é um objeto de conhecimento de muita aplicabilidade em diversas áreas e está presente desde as noções mais básicas de contagem, no Ensino Fundamental, perpassando por todo Ensino Médio e compondo a grade curricular de muitas disciplinas dos cursos de graduação e pós-graduação.

Levando-se em conta o contexto escolar, mais especificamente do Ensino Médio, as funções são abordadas como um conceito que trata de situações envolvendo a variação e quantificação dos fenômenos, com foco na manipulação algébrica desvinculado de situações problema. É comum, no ensino de funções, os professores apresentarem uma função por meio da sua representação algébrica e solicitar que os alunos encontrem o valor de $F(x)$ quando x assume alguns valores numéricos. Esse tipo de abordagem, embora ajude a compreender a relação de dependência entre as grandezas envolvidas, quando trabalhado de forma isolada sem uma situação problema, não se atinge um dos objetivos do ensino de funções, que é enfatizar a aplicabilidade dessa teoria dentro e fora da Matemática, como defende os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2002):

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática. (BRASIL, 2002, p. 121).

Diante disso, vamos considerar, em nossa pesquisa, alguns aspectos que, segundo Barreto (2008), são essenciais no estudo de funções e que devem ser desenvolvidos no Ensino Médio, são eles: a natureza algébrica, as diferentes formas de representação, aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências e a articulação com outros tópicos da própria Matemática. As ideias do referido autor sobre o ensino de funções são validadas pelos atuais documentos que orientam o ensino da Matemática, por exemplo, ao tratar das formas de representação, a BNCC expressa que:

> Ao conseguirem utilizar as representações Matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. Além disso, a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo.
>
> Portanto, para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. (BRASIL, 2018a, p. 538)

Além disso, é imprescindível que o ensino da Matemática esteja pautado na interação e contextualização dos saberes, pois é uma ampla área de conhecimento e, em muitas situações, excede os limites do cotidiano, ou seja, do que é aplicável no dia a dia. Exigindo do docente a tarefa de imergir na abstração e de tornar compreensíveis conceitos construídos ao longo de muitos anos e cuja sistematização atual os distancia da linguagem empregada pela maioria das pessoas em seu cotidiano, sendo um desses conceitos o de funções.

Para Prado (2019, p. 9) é importante que ao estudar funções, se faça a integração da abstração e da aplicação com a mesma relevância, dessa forma, é necessário que essa abordagem seja interdisciplinar, para que nada se perca no processo do estudo e que se tenha um pleno entendimento do conceito, que ao mesmo tempo é prático e teórico.

Diante das reflexões aqui apresentadas a respeito do ensino de Matemática e, mais especificamente, do ensino de funções, e considerando a importância desse assunto nos documentos que norteiam o currículo escolar, algo que será apresentado com mais detalhes à frente, percebemos a necessidade da adoção de metodologias que envolvam a interdisciplinaridade no ensino de Matemática de forma geral, e no caso específico do ensino de funções, a interdisciplinaridade surge como algo quase que inerente ao assunto .

Contudo, assim como Oliveira, Ludwig e Finco (2011), acreditamos que uma maneira interessante de viabilizar a interdisciplinaridade é fazer uso das tecnologias digitais, e isso se tornou ainda mais necessário, diante do atual cenário de aulas remotas, devido à pandemia da Covid-19. Para tanto, segue na sequência relato dos autores sobre um projeto desenvolvido por eles, os quais apresentam uma proposta pedagógica do uso das tecnologias como recurso interdisciplinar:

> O trabalho interdisciplinar associado ao uso das tecnologias também se mostrou uma excelente prática com vistas ao desenvolvimento da autonomia e auto estima dos estudantes, possibilitando avanços nos processos de inclusão digital ao mesmo tempo em que eram trabalhados conteúdos das disciplinas envolvidas no projeto (OLIVEIRA; LUDWIG; FINCO, 2011, p.1339).

Embora, com fins educacionais, o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC's) tratasse de uma temática que já vinha ganhando força a algumas décadas no cenário de pesquisas educacionais, por tornar mais atraente e significativo o conhecimento compartilhado, o seu processo de inserção na escola ainda se encontrava lento. Porém, tudo mudou de configuração, e o que vivenciamos atualmente é a obrigatoriedade da introdução das TDIC's a realidade escolar com a suspensão das aulas presenciais.

As aulas remotas exigiram do professor muita criatividade, iniciativa e sobretudo muito planejamento, tendo que aprender sobre novas ferramentas e um novo modo de ensinar. No entanto, para desenvolver essas estratégias metodológicas pautadas nas tecnologias digitais, algo novo para a maioria dos professores, foi necessário um replanejamento, o que demandou muito tempo e dedicação, tornando mais complexo o atual cenário em virtude da carga horária excessiva de trabalho que sempre existiu e que se agravou ainda mais nesse contexto de ensino remoto, ocasionado pela pandemia da Covid-19.

Diante do exposto, sentimos a necessidade de contribuir com os docentes nesse fazer pedagógico atual. E por acreditarmos que o uso das TDIC's com fins educacionais não será abandonado mesmo superado o período pandêmico, decidimos, apresentar uma compilação de propostas de atividades pautadas na interdisciplinaridade e nas TDIC's para o ensino de funções. Para a construção dessas atividades, tomamos por base propostas já aplicadas e aprovadas por outros professores, relatadas em trabalhos acadêmicos, como também, o estudo sobre as possibilidades de aplicações para ensino de funções de ferramentas disponíveis gratuitamente na internet.

Essas atividades, vão desde videoaulas, atividades básicas e simulações presentes em plataformas, utilização de software até à resolução de problemas interdisciplinares e contextualizados para atender os alunos que desejam participar do ENEM. Organizadas no formato de sequências didáticas, as atividades se constituem em um material complementar ao livro didático. Com esse material, visa-se promover um maior engajamento e participação dos alunos nas aulas de Matemática, minimizar as dificuldades existentes no ensino de funções e proporcionar uma aprendizagem mais significativa com conexões às situações reais.

Para tanto, a presente pesquisa foi organizada da seguinte forma: na seção 2, realizamos uma análise do estudo de funções no Ensino Médio, a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e das Matrizes de Referências do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), documentos que norteiam e influenciam de forma direta na elaboração do currículo escolar. Nesta análise, podemos constatar a importância que estes documentos norteadores dão a temática de funções, ao sugerirem a sua abordagem ao longo do Ensino Médio, e não apenas na primeira série como comumente se faz. A viabilidade dessa abordagem contínua do ensino de funções se efetivaria tanto relacionando-a aos demais tópicos da Matemática como de forma interdisciplinar.

Na seção 3, apresentamos uma análise feita em trabalhos acadêmicos, com intuito de entender algumas das dificuldades presentes no processo de ensino-aprendizagem de funções. Para tanto, realizamos pesquisas em artigos de revistas, anais de eventos na área de Matemática, bem como, em trabalhos relacionados ao tema em repositórios das Universidades. Nessa análise, foi possível elencarmos alguns fatores que dificultam a compreensão do conteúdo de funções, a saber, a linguagem Matemática utilizada na abordagem do assunto em sala de aula, a fragmentação curricular apresentada nos livros didáticos, a ausência do uso de ferramentas digitais e da interdisciplinaridade/contextualização como estratégias de ensino. Esses são alguns dos aspectos que podemos destacar como desfavoráveis ao envolvimento do aluno no processo de ensino-aprendizagem, referente aos conceitos trabalhados no assunto de funções.

Em seguida, na seção 4, pensando em amenizar as dificuldades apresentadas anteriormente, realizamos um estudo sobre as possibilidades metodológicas pautadas em tecnologias digitais de comunicação e informação (TDCI's) para o ensino de Matemática de forma geral e em particular para o ensino de funções. Nesse estudo, centramo-nos nas plataformas Youtube, Khan Academy e PhET e o no Software GeoGebra por serem as ferramentas que elencamos para serem utilizadas como estratégias metodológicas de ensino nas atividades que irão compor as sequências didáticas.

Dando continuidade, na seção 5, apresentamos de forma geral, as cinco sequências didáticas que têm como temas: Conceito de Função, Função Afim, Função Quadrática, Função Exponencial e Função Logarítmica, descrevendo as atividades e elencando as respectivas TDIC's utilizadas, identificando as habilidades da BNCC a serem desenvolvidas, bem como, os conhecimentos dos demais componentes curriculares envolvidos.

Na seção 6, que corresponde às considerações finais, trazemos as contribuições da pesquisa, enfatizando a importância da temática funções e da abordagem interdisciplinar, associada a uso das TDIC's. E por fim, no Apêndice, disponibilizamos o produto educacional desta pesquisa, que foi elaborado para uso dos professores do Ensino Médio. O produto se configura em um caderno com cinco sequências didáticas conforme temas supracitados e nele detalhamos: os conteúdos a serem abordados; o que se se pretende alcançar ao final de cada atividade; as descrições das habilidades da BNCC; as ferramentas digitais utilizadas com a disponibilização de links de acesso; a forma como será desenvolvida a atividade; como deverá ser feita a avaliação e as fontes de referências.

Por fim, no que diz respeito ao tipo de pesquisa desenvolvida, considerando as definições propostas por Oliveira (2007), que apresenta a pesquisa bibliográfica como um tipo de "estudo direto em fontes científicas, sem precisar recorrer diretamente aos fatos/fenômenos da realidade empírica" (OLIVEIRA, 2007, p. 69) e a pesquisa documental caracterizando-se "pela busca de informações em documentos que não receberam nenhum tratamento científico, como relatórios, reportagens de jornais, revistas, cartas, filmes, gravações, fotografias, entre outras matérias de divulgação" (OLIVEIRA, 2007, p. 69). Consideramos que a nossa pesquisa, configura-se como um misto entre as duas possibilidades, pois a mesma se apresenta como uma pesquisa bibliográfica nas seções 3 e 4, e, na seção 2, por realizarmos o estudo diretamente nos documentos norteadores, configura-se como uma pesquisa documental.

2 O ENSINO DE FUNÇÕES NOS REFERENCIAIS NACIONAIS

Diante do que foi destacado, em relação ao ensino-aprendizagem de funções, optamos por iniciar realizando uma análise dessa temática nas documentações de orientação nacional, tais como: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as Matrizes de Referências do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Todos esses documentos influenciam diretamente na elaboração do currículo escolar, uma vez que sugerem associações de conteúdos a competências e habilidades desejáveis para a Educação Básica. É importante ressaltar ainda, que nos deteremos nessa análise, a temática de funções, com sua abordagem no Ensino Médio, e foco na interdisciplinaridade através do uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC's).

2.1 Base Nacional Comum Curricular – BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que tem como objetivo orientar o que deve ser ensinado nas escolas do Brasil em sua totalidade, destacando quais as aprendizagens são essenciais e quais devem ser desenvolvidas no decorrer de toda a Educação Básica, sem que as particularidades metodológicas, regionais e sociais de cada uma sejam desconsideradas. É importante destacar que a BNCC não é um currículo, mas sim "referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares [...]" (BRASIL, 2018a. p.8)

Portanto, cabe às instituições escolares adequarem às proposições da BNCC em seus currículos e propostas pedagógicas de forma a atender seu público-alvo e a localidade em que está inserido. Esta ideia encontra-se presente no Art. 26 da Resolução CNE/CEB nº 3/2018

> Com fundamento no princípio do pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, no exercício de sua autonomia e na gestão democrática, a proposta pedagógica das unidades escolares deve traduzir a proposta educativa construída coletivamente, garantida a participação efetiva da comunidade escolar e local, bem como a permanente construção da identidade entre a escola e o território no qual está inserida. (BRASIL, 2018b)

Isso é destacado na própria BNCC ao propor que a escola contextualize os conteúdos de acordo com a realidade do aluno, tornando-os significativos, como se verifica no trecho a seguir:

> (...) decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem; (BRASIL, 2018a, p. 16)

Diante do exposto fica claro que, embora tenhamos uma base comum, as particularidades e contextualização são elementos relevantes. Ao levar em consideração esses aspectos, nos aproximamos do conceito de interdisciplinaridade, defendido pelos Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio PCN/EM (BRASIL, 2002, p.76) "a interdisciplinaridade deve ir além da mera justaposição de disciplinas e, ao mesmo tempo, evitar a diluição delas em generalidades". Em outras palavras, a interdisciplinaridade:

> ocorre de forma coletiva e intencional, envolvendo a dependência clara entre as disciplinas que trazem um novo formato de planejamento, didática, metodologias, avaliações e gravitam em torno de um projeto maior (eixo estruturado/ estruturante/ integrador)" (SANTOMÉ apud SILVA, 2017. p.160).

Levando em consideração o que foi apresentado, se refletirmos sobre o ensino de Matemática, percebe-se que, o que normalmente acontece é um ensino muitas vezes focado nele mesmo, sem que haja uma prática pedagógica que o integre a outras disciplinas. Dessa forma, para se adequar ao proposto nos instrumentos norteadores, é necessária a construção de uma articulação da Matemática com as outras áreas do conhecimento. Desse modo, atingir diferentes contextos, dispor de espaço para que sejam exploradas as vivências dos alunos e o meio em que estão inseridos com o auxílio das tecnologias acessíveis, no intuito de propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades, que deem condições para solucionar questões do dia a dia.

A abordagem interdisciplinar da Matemática torna-se ainda mais imprescindível no Ensino Médio. Nessa fase escolar, além de serem retomados os conceitos matemáticos básicos, são apresentados conhecimentos mais elaborados, requerendo um maior raciocínio para resolução dos problemas. Ademais, os alunos já possuem uma certa maturidade e questionam sobre a aplicabilidade dos conteúdos e exigem dos docentes uma contextualização dos assuntos para que os tornem mais claros e significativos. Para isso, faz-se necessária a integração dos conhecimentos das outras áreas.

Especificamente sobre o ensino de Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio, encontramos o seguinte posicionamento da BNCC:

> No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exigem maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da

> Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018a, p. 471)

Vale ressaltar que a construção dessa visão integrada das áreas de conhecimento não enfraquece a disciplina de Matemática, ao contrário, mostra a importância de cada saber específico na compreensão das várias causas e fatos que interferem diretamente nas situações-problemas abordados. Esse posicionamento é respaldado no Parecer CNE/CEB nº 5/2011 ao enfatizar que se deve "romper com a centralidade das disciplinas nos currículos e substituí-las por aspectos mais globalizados e que abranjam a complexidade das relações existentes entre os ramos da ciência no mundo real".

Como já relatado, optamos por centrar nossa atenção no ensino de funções e suas possibilidades de abordagem interdisciplinar devido à importância desse conteúdo e por estar intrinsecamente ligado com situações presentes em outros contextos não matemáticos como por exemplo: nos meios de comunicação, através de gráficos, tabelas e ilustrações, como o apresentado na introdução. Dessa forma, entendemos que o estudo de funções deve ser pautado de forma integrada com as demais disciplinas, de modo a construir o sugerido pela BNCC no que se refere ao ensino de Matemática.

No intuito de uma melhor compreensão sobre o posicionamento da BNCC a interdisciplinaridade e o ensino de funções, daremos continuidade analisando as competências e habilidades relativa a essa temática no Ensino Médio, conforme a BNCC.

2.1.1 Competências e Habilidades no ensino de funções

As competências específicas de Matemática da BNCC "não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma, requer em determinadas situações, a mobilização de outras"(BRASIL, 2018a, p. 530). Ou seja, as competências e habilidades relacionadas ao ensino de funções, por exemplo, podem ser desenvolvidas ao longo de todo o Ensino Médio, e não necessariamente nas 1ª séries como historicamente acontece, permitindo assim, a flexibilização do currículo e das propostas pedagógicas que favorecem a interdisciplinaridade. Vamos, portanto, destacar as referidas competências e habilidades referente ao ensino de funções na BNCC:

2.1.1.1 Competência Específica 1

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por

> diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. (BRASIL, 2018a, p.532).

Como podemos observar, o desenvolvimento dessa competência específica implica em habilidades que envolvem diferentes áreas de conhecimentos. Por exemplo, quando no estudo de funções aborda-se a variação de grandezas por meio da análise de gráficos, tabelas e amostras de pesquisas estatísticas, além dos conhecimentos matemáticos propriamente ditos, os estudantes precisam analisar a relação entre os elementos envolvidos, levando em consideração todo o contexto presente na situação apresentada.

Abordagens deste tipo contribuem para formação geral do estudante, uma vez que o conhecimento não é construído de forma segmentada. Ideia semelhante acontece quando se trabalha a compreensão de textos científicos ou divulgados nos meios de comunicação, envolvendo grandezas, conversões de medidas, taxas e índices de natureza socioeconômica, como o IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), taxas de inflação. Nessas situações, além de habilidades ligadas a Ciências da Natureza, trabalham-se também habilidades da área de Ciências Humanas, pois é preciso o aprofundamento dos conceitos para assim analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

2.1.1.2 Competência Específica 2

> Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.(BRASIL, 2018a, p. 534)

Ampliando a competência específica anterior, essa competência faz o aluno refletir sobre questões sociais, proporcionando a interação entre os pares na busca de soluções para problemas, tomando por base a ética, a solidariedade, a sustentabilidade e a valorização da diversidade de classes sociais. Uma possibilidade de abordagem que pode ser realizada para construir essa competência dentro do assunto de funções é trabalhar a interpretação e comparação de situações envolvendo juros simples e juros compostos, através de atividades desenvolvidas em aplicativos e/ou na elaboração de planilhas, usando como pano de fundo, por exemplo, a tomada de decisões em relação ao próprio orçamento familiar, a partir do planejamento, execução e análise de dados reais.

2.1.1.3 Competência Específica 3

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando

> a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018a, p. 535).

Essa competência enfatiza a importância dos alunos desenvolverem habilidades que deem condições de criar estratégias de resolução de problemas surgidos ao longo de sua vida. Para tanto, é necessário que sejam abordados na escola, em relação ao estudo de funções, problemas que envolvam situações acessíveis ao aluno, aproveitando-se de situações presentes no convívio familiar, da comunidade ou do mundo de trabalho.

Outra alternativa é utilizar situações presentes nas mídias, de modo que o aluno possa aplicar conceitos e procedimentos matemáticos, tais como, construção de modelos aplicando funções polinomiais, em que sejam possíveis identificar as grandezas envolvidas, bem como, o tipo de comportamento: linear, exponencial ou logarítmico. Além de contextos que envolvam grandezas definidas pela razão ou pelo produto de outras, como velocidade e densidade.

Vale ressaltar, que dependendo do grau de dificuldade da situação problema, serão exigidos diferentes capacidades cognitivas, pois enquanto para uma situação pode exigir apenas a aplicação de conceito ou de um procedimento, há outras que vão exigir um maior nível de interpretação antes de usar o conceito, em outras situações ainda haverá a necessidade de instigar conhecimentos e habilidades para identificação de quais conceitos e procedimentos deverão ser utilizados, até mesmo ter que identificar ou construir um modelo matemático que cheguem às respostas desejadas.

2.1.1.4 Competência Específica 4

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.(BRASIL, 2018a, p. 538)

As habilidades dessa competência abordam a importância de o aluno compreender e saber utilizar as diversas representações matemáticas de um mesmo objeto na resolução de situações-problemas, sejam elas oriundas dos mais variados contextos, sendo capaz de selecionar diante de dado problema a representação mais adequada, bem como, de realizar conversões sempre que necessário.

Dessa forma, em relação ao ensino de funções, o aluno deverá ser capaz de realizar as conversões de representações algébricas de funções polinomiais de 1º e 2º graus em representações geométricas no plano cartesiano, identificando a existência de proporcionalidade; analisar e estabelecer relações entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano; analisar funções definidas por uma ou mais sentenças, como por exemplo: contas de luz, água etc., em suas representações algébrica e gráfica; além de analisar os gráficos, identificar domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento e converter essas representações de uma para outra, com ou sem o auxílio de softwares e aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

2.1.1.5 Competência Específica 5

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018a, p. 540)

Essa competência específica visa desenvolver habilidades de investigar e formular explicações e argumentos diante de situações experimentais com materiais concretos ou com auxílio de ferramentas tecnológicas, a fim de se obter um resultado partindo de suas investigações, portanto, é de fundamental importância na formação Matemática. Para tanto, o aluno deve ser capaz de investigar relações entre números expressos em tabelas, representando-os no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação se refere a uma relação funcional.

Nesses casos, é pertinente ainda investigar pontos de máximo ou de mínimo, quando se trata de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. Por fim, identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins e progressões geométricas (PG) a funções exponenciais, ambas com domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Elencadas as competências específicas a serem desenvolvidas e as respectivas habilidades desejáveis, relacionadas ao estudo de funções: afim, quadrática, exponencial e logarítmica, observa-se a importância da interdisciplinaridade e dos recursos tecnológicos como garantia de uma aprendizagem significativa dessa temática. Essa importância pode ser constatada na própria BNCC:

> [...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a

> importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação Matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior (BRASIL, 2018a, p. 528).

Feito essa análise na BNCC, partiremos agora para uma investigação nas matrizes de referências das principais avaliações em larga escala da educação básica em nível nacional, que são: ENEM e SAEB.

2.2 Matriz de Referência das Avaliações Externas

Consideramos relevante iniciarmos apresentando a explicação do termo Matriz de Referência dada pelo Instituto Nacional de Educação e Pesquisa – INEP (2020),

> O termo Matriz de Referência ou Quadro Conceitual (em inglês Framework) é utilizado especificamente no contexto das avaliações em larga escala para definir o construto e os fundamentos teóricos de cada teste ou questionário que compõe a avaliação, indicar as habilidades ou traços latentes a serem medidos e orientar a elaboração de itens. (INEP, 2020)

Vale ressaltar que essas matrizes de referências, embora interfiram na seleção dos conteúdos a serem abordados no Ensino Médio, pois é a partir delas que são construídas as principais avaliações externas da educação básica, que são o ENEM e o SAEB, tais matrizes não podem ser confundidas com as propostas curriculares, portanto não limitam os conteúdos a serem trabalhados, mas apresentam as competências e habilidades esperadas dos alunos que são verificadas a partir de testes padronizados. Contudo, nos deteremos agora, a apresentar uma análise de cada matriz em suas abordagens em relação ao ensino de funções.

2.2.1 ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é um dos principais meios de acesso às Instituições de Ensino Superior (IES) do Brasil, sejam elas públicas através do Sistema de Seleção Unificada (SISU) ou privadas através de bolsas do Programa Universidade para Todos (PROUNI), além de ser um dos pré-requisitos para o Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (FIES). Compondo 25% das questões objetivas do exame, a prova de Matemática se configura um elemento decisivo na garantia desse acesso.

O ENEM é elaborado a partir de uma matriz de referência do Instituto Nacional de Educação e Pesquisa – INEP, que especifica os objetos de conhecimento. Essa matriz de referência está dividida nas quatro áreas de conhecimentos (Linguagens e Códigos, Ciências

Humanas, Ciências da Natureza e Matemática) e está embasada por 5 eixos cognitivos comuns a todas as áreas, a saber:

1. Dominar linguagens (DL);
2. Compreender fenômenos (CF);
3. Enfrentar situações-problema (SP);
4. Construir argumentação (CA) e
5. Elaborar propostas (EP).

Além desses eixos cognitivos comuns, cada área de conhecimento tem uma matriz específica que traz as competências da área e suas respectivas habilidades. Inicialmente o ENEM tinha a finalidade de avaliar o desempenho escolar e acadêmico dos estudantes ao final do Ensino Médio, atualmente é o maior programa de avaliação educacional em larga escala do país. As notas são obtidas a partir da Teoria de Respostas ao Item (TRI) que segundo Fugita (2018)

> A Teoria de Resposta ao Item surgiu entre os anos de 1950 e 1960. Essa teoria é um conjunto de modelos matemáticos, probabilísticos e estatísticos, que possibilita a criação de escalas para comparação e mensuração de traços latentes. (...).
>
> Pela TRI, a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo em uma determinada área do conhecimento são mensurados por meio de uma régua denominada escala de proficiência. A escala de proficiência possibilita monitorar a evolução das habilidades desenvolvidas ao longo da trajetória escolar. Com isso, é possível acompanhar o progresso de um sistema educacional estabelecendo comparações entre grupos de alunos submetidos a provas diferentes e entre alunos em anos escolares distintos." (FUGITA. 2018.p.3).

Ao se adotar a TRI no ENEM, busca-se um diagnóstico mais completo, já que o cálculo da nota leva em consideração a probabilidade de alunos, com diferentes níveis de proficiências, acertarem cada questão de toda a prova, ou seja, busca priorizar a coerência no levantamento do desempenho dos candidatos ("coerência pedagógica"), proporcionando assim uma avaliação mais fidedigna do aluno, como destaca Rabelo (2013):

> Pela TRI, o grau de conhecimento dos alunos é obtido por meio das características dos itens, de modo que os alunos que acertem um mesmo número de itens de uma prova podem receber notas diferentes em razão de características especificas dos itens acertados. Essas características incluem a discriminação, a dificuldade e a probabilidade de acerto ao acaso (RABELO, 2013, p. 32).

Segundo Machado (2005, p.5), o ENEM é estruturado a partir de eixos teóricos, dentre eles a interdisciplinaridade e a contextualização. Dessa forma, o ENEM caracteriza-se por apresentar situações-problemas de forma interdisciplinar que levam o aluno a se questionar em algumas situações, como qual disciplina se refere a uma determinada questão da prova. É comum, por exemplo, provas da área de Ciências Humanas repletas de gráficos e tabelas, bem como, provas das áreas de Ciências da Natureza e de Matemática constar análises de questões sociais e econômicas, exigindo do aluno uma boa interpretação a partir de matérias de jornais, revistas, charges, dentre outras linguagens. O que se observa com o passar dos anos é que a prova tem se tornado cada vez mais árdua e especializada em mesclar conteúdo com leitura crítica.

Em relação a área de Matemática, a prova é constituída por 45 itens elaborados a partir das sete competências da matriz de referência da área e de suas respectivas habilidades, que somatizam um total de 30 habilidades (H1 a H30). Esses itens contemplam desde conteúdos de fácil abordagem interdisciplinar, exigindo apenas a capacidade de associar conceitos e aplicá-los, a conteúdos que exigem do aluno o estabelecimento de relações, construção de figuras, análise e interpretação de gráficos, o que demanda tempo, esforço físico e mental.

Ao nos determos no assunto de funções, podemos identificar cinco habilidades da matriz de referência, diretamente ligadas a funções, que são elas:

1. Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas (H19);
2. Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas (H20);
3. Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos (H21);
4. Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação (H22) e
5. Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos (H23).

Além de trazer as competências e habilidades referentes às funções, a matriz de referência também discrimina os objetos de conhecimento algébricos relacionados a essa temática, a saber: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e dos 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas. Todos esses conhecimentos estão associados à competência 5 da área de Matemática: “Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas” (INEP, 2015).

Diante do exposto, podemos destacar que tanto na BNCC quanto na matriz de referência do ENEM, a interdisciplinaridade se faz presente, como abordagem que propicia ao estudante uma aprendizagem com significados e uma formação consciente enquanto cidadão crítico diante de situações sociais e econômicas. Entretanto, apesar de estar presente no discurso escolar, ainda existe na prática uma resistência por parte dos docentes em desenvolver essa integração das disciplinas, por se apresentar como um desafio que exige um trabalho coletivo, no que diz respeito a planejamento, execução e avaliação.

Consideramos importante registrar também que, em algumas situações, observa-se que as escolas imaginam praticar ações interdisciplinares, no intuito de preparar os alunos para o ENEM, resumindo a prática interdisciplinar na elaboração de simulados e avaliações, que nem sempre são elaboradas de forma efetivamente interdisciplinar e contextualizada. Portanto, ao nosso ver, o ensino realmente pautado na interdisciplinaridade se apresenta como algo ainda a ser alcançado na estrutura organizacional e pedagógica enraizadas no ensino tradicional.

Ainda nessa linha de preparar para as Avaliações Externas, além do ENEM, as escolas são avaliadas a cada dois anos a nível nacional, através do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o que torna os conhecimentos previstos em sua matriz de referência indispensáveis para a composição do currículo escolar. Diante disso, embora a referida matriz não apresente uma abordagem interdisciplinar com as demais áreas, consideramos relevante analisarmos como o SAEB aborda o ensino de funções.

2.2.2 SAEB

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) "é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao INEP realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante"(INEP, 2001). Criado em 1990, o SAEB é aplicado a cada dois anos em séries específicas, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, com foco na leitura e na Matemática, sendo incluído em 2019 a educação infantil. Embora o sistema já tenha passado por várias mudanças, a aplicação de provas de Língua Portuguesa e Matemática nas 3ª séries do Ensino Médio permanecem ao longo dos anos.

Os alunos que realizam as provas são classificados em níveis de aprendizagens de acordo com a escala de proficiência, permitindo assim, que as redes de ensino possam ser avaliadas em relação à qualidade da educação que está sendo ofertada. Assim o resultado do SAEB e os dados sobre a aprovação obtidos no Censo Escolar são os fatores que compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que é "uma ferramenta para o acompanhamento das metas de qualidade para a educação básica" (INEP, 2001)

Os testes que constituem o SAEB são elaborados a partir de matrizes de referências e trazem conteúdos associados a competências e habilidades necessárias para cada série avaliada. Essas competências e habilidades são expressas através de descritores que "traduzem uma associação entre os conteúdos curriculares e as operações mentais desenvolvidas pelos alunos" (INEP, 2001)

As matrizes de referência do SAEB estão divididas em conhecimentos de Língua Portuguesa e Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas. Vamos analisar aqui, apenas a Matriz de Referência de Matemática das 3ª séries do Ensino Médio (EM), pois nela constam as habilidades a serem adquiridas pelos alunos ao longo desta modalidade de ensino. A Matriz de Referência de Matemática das 3ª séries do Ensino Médio está dividida em quatro temas:

I. Espaço e Forma;
II. Grandezas e Medidas;
III. Números e Operações/ Álgebra e Funções;
IV. Tratamento da Informação.

Ao analisar a referida matriz, percebe-se a importância do estudo de funções, ao identificarmos que ele está em pelo menos 22 descritores dos 35 que compõem essa matriz. Embora, nos livros didáticos[1] estivesse mais presente nas 1ª séries (EM), função é um assunto que percorre todo o Ensino Médio, no entanto, na maioria das vezes, a abordagem acontece de forma fragmentada. As funções afins, por exemplo, geralmente estudadas nas primeiras séries, são as mesmas que se apresentam como equações lineares e suas técnicas de resoluções através de matrizes e determinantes nas 2ª séries (EM) e como equação cartesiana da reta nas 3ª séries (EM) quando se estuda Geometria Analítica. Mas, como esses assuntos são tratados de forma desconexa, o aluno tem a errônea impressão que se trata de assuntos sem interligações.

Voltando à análise da matriz, podemos identificar uma concentração de 15 descritores no tema Números e Operações/ Álgebra e Funções (do D17 ao D31), os quais são elencadas as habilidades a serem desenvolvidas pelo o aluno. Essas habilidades vão desde a resolução de problemas e identificação das representações algébricas e gráficas das funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, como também, a resolução de problemas envolvendo progressões aritméticas e geométricas, sequências associadas respectivamente às funções afim e exponencial. Existe ainda, entre as habilidades presentes nesses 15 descritores, a capacidade de relacionar as raízes de um polinômio com sua

[1] Com a implementação da BNCC, os novos livros didáticos (PNLD) não trazem mais essa divisão de conteúdos com ênfase por séries, ficando à critério das instituições de ensino a definição dos objetos de conhecimento para cada série do Ensino Médio.

decomposição em fatores do 1º grau e através da associação a uma matriz e de determinar a solução de um sistema linear.

Já no tema Espaço e Forma, encontramos a temática de funções mais especificamente nos descritores que vão do D6 ao D9, sendo a compreensão do conceito de função e de seus gráficos fundamentais para que o aluno seja capaz de realizar o estudo da reta no plano cartesiano e interpretar geometricamente os seus coeficientes, bem como, identificá-la a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

No tema Tratamento da Informação, o assunto função se apresenta quando é necessário que o aluno associe informações e resolva problemas a partir de dados constantes em tabela e gráficos. E por fim, ao considerarmos o tema Grandezas e Medidas, faz-se presente as relações de dependência biunívoca, característica das funções, por exemplo, quando relacionamos figuras semelhantes mediante a identificação de relações de proporcionalidade, como é destacado na Matriz de Conhecimentos Básicos (CEARÁ, 2021) .

Diante de tudo que foi mencionado, podemos observar que o estudo de funções é de fundamental importância dentro do Ensino Médio. No caso da matriz de referência do SAEB, é possível constatar a importância da temática funções para o desenvolvimento do próprio saber matemático, por estar presente dentro dos objetos de conhecimento destacados nos 4 temas que compõem a matriz de referência de Matemática. No caso da BNCC e na matriz de referência do ENEM, eles vão além e sugerem que esse assunto deve ser trabalhado por meio de uma abordagem interdisciplinar, de modo a transcender os limites da Matemática e dar mais significado ao aluno sobre o que vem sendo estudado.

Constatado a relevância do estudo de funções nos documentos norteadores para a construção do currículo da educação básica, consideramos também importante compreendermos as dificuldades presentes nos meandros das salas de aulas, que interferem na aprendizagem do referido assunto, uma vez que "compreender os erros cometidos e identificar pontos de tensão na aprendizagem são estratégias importantes da educação Matemática a fim de se criar mecanismos de auxílio na superação de dificuldades evidenciadas" (CHICK; BAKER apud FERREIRA; BRUMATTI, 2009, p.51). Para tanto, no próximo capítulo, apresentaremos alguns estudos que apontam diferentes fatores, que interferem na aprendizagem dos alunos, no que se refere ao assunto de funções.

3 DIFICULDADES NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Quando se fala em dificuldade em relação aos conhecimentos matemáticos, costumeiramente atribuem-se a "falta de base, falta de conhecimentos nos anos escolares anteriores", como foi constatado em pesquisa realizada por Resende e Mesquita (2012, p. 213), com professores do Ensino Fundamental. Nessa pesquisa, os autores destacam que designar a culpa do problema da falta de base da etapa de ensino aos professores das séries anteriores tornou-se quase um vício e uma discussão pouco produtiva. Em contrapartida, os referidos autores, apontam que "não adianta responsabilizar a falta de conhecimento e sim tentar construí-lo para que isto não se perpetue continuando como motivo para o não prosseguimento". (RESENDE; MESQUITA, 2012, p.214)

Especificamente em relação ao ensino de funções, além dessa dificuldade apontada, elencamos as dificuldades que podem surgir a partir do emprego de diferentes representações e notações referente à linguagem Matemática utilizada no ensino de funções. Nesse sentido, tomamos o artigo de Zuffi e Pacca (2002), no qual as autoras abordam a formação Matemática dos professores e a atuação profissional em sala de aula, enfatizando qual conceituação o docente quer construir para as funções e qual de fato se constrói em sala de aula ao usar da linguagem Matemática. Para tanto, os referidos autores observaram três professores de Matemática do Ensino Médio em suas salas de aula em duas escolas diferentes, na cidade de São Carlos, SP, no momento em que ensinavam sobre "funções".

Após as observações e análises das aulas, as pesquisadoras constataram que além do conceito de função não ficar explícitos na explicação dos professores através da linguagem Matemática utilizada em sala de aula, observaram o tratamento diferenciado dado ao conceito de função pelos professores das disciplinas de Física e Química da mesma série, que mesmo tratando de relações funcionais, os professores utilizam notações diferentes.

> Enquanto vimos, em nossa pesquisa, que os professores de Matemática relutam em usar outras letras, que não "x" e "y", para as variáveis independente e dependente, respectivamente, os professores de Física usam as notações "s", para espaço (variável dependente), e "t" (variável independente), para o tempo, para representarem a mesma ideia funcional. (ZUFFI; PACCA, 2002, p.8)

Esse tipo de abordagem sem a devida correlação dos conteúdos pelos professores pode passar a errônea impressão para o aluno que está em fase de construção do conceito, que os movimentos estudados na Física e as funções estudadas na Matemática tratam-se de assuntos totalmente independentes. Não se trabalha de forma interdisciplinar. Não fica claro para o aluno que existe uma relação de dependência entre espaço e tempo no estudo dos movimentos e que se trata de um exemplo de função, tais como, as trabalhadas nas aulas de Matemática. Outro exemplo, nesse mesmo sentido, encontramos no ensino de Química, como destaca as autoras:

> Com relação ao Ensino de Química, a ideia de proporcionalidade poderia estar sendo mais ligada à ideia de função linear, colocada nas aulas de Matemática. Mas isto não se vê explicitado, nem pelo professor de Química, nem pelo de Matemática. Ambos parecem tratar este assunto como coisas bem diferenciadas – "regra de três", ou "proporção direta", para a Química e "função linear", para a Matemática, podem soar como coisas totalmente distintas para alguns alunos. (ZUFFI; PACCA, 2002, p.9)

Diante disso, Zuffi e Pacca (2002) constataram a necessidade de um maior intercâmbio entre os professores de Física, Química e Matemática do Ensino Médio, através de projetos de formação continuada que enfatizem a interdisciplinaridade buscando destacar os significados da linguagem Matemática.

Já para Barreto (2008), o estudo de funções segue uma abordagem curricular fragmentada, seguindo na maioria das vezes a sequência dos livros didáticos, em que apresentam os conteúdos de forma independente, mesmo pertencendo a uma mesma temática. Por exemplo, as funções afins e as progressões aritméticas que são abordadas sem fazer qualquer relação entre elas. Ainda sobre a função afim, também é retomada nas segundas séries como Equações Lineares e nas terceiras séries como Equação da Reta, sem qualquer relação aparente, apenas enfatizando técnicas e exercícios. Outro exemplo, são as funções exponenciais e as progressões geométricas que também são apresentadas de forma independente. O que se agrava, conforme o autor, pela ausência de situações em que se faça referência à aplicabilidade das funções nas demais áreas, ou seja, destaca a falta de interdisciplinaridade e contextualização.

Essa fragmentação do conteúdo matemático, também é enfatizado por Silva, Barone e Basso (2012) ao destacarem que embora as diretrizes oficiais orientem o ensino da Matemática de forma disciplinar, o que se observa é o ensino de forma fragmentada. Como uma proposta auxiliar para superação dessas dificuldades, os autores destacam a importância da inserção das TDIC's no ensino, como pode-se constatar no trecho que segue:

> Ao fazer o estudante compreender a relevância da Matemática para modelar fenômenos da realidade e ao destacar a importância da informática como ferramenta para representar e manipular diferentes situações propõe-se o uso de ferramentas digitais para uma melhor compreensão de alguns conteúdos matemáticos. Com isso, o uso da tecnologia informática emerge como uma possibilidade do sujeito agir sobre o objeto do conhecimento, tornando possível o estabelecimento de relações que permitam a construção de conceitos matemáticos. (SILVA; BARONE; BASSO, 2012, p.4)

Além disso, os autores chamam atenção para o papel da tecnologia no desenvolvimento da sociedade, em particular, da educação, que estão em constantes transformações, necessitando assim de mudanças significativas no ensino da Matemática. E destacam que o uso das tecnologias desenvolve a capacidade de lidar com as situações-problemas, atuando como um catalisador na resolução dos cálculos, sendo uma aliada na concepção, construção e validação dos saberes.

Diante das dificuldades apresentadas, propomos a adoção da abordagem e a inserção dos recursos tecnológicos como alternativas para minimizar essas dificuldades e facilitar a compreensão dos conteúdos relacionados ao ensino de funções. Portanto, com intuito de nos aprofundarmos nessas temáticas propostas, iremos agora apresentar alguns estudos envolvendo o uso de recursos digitais, que venham contribuir com a contextualização e interdisciplinaridade no ensino de funções.

4 O USO DAS TDIC’S E A INTERDISCIPLINARIDADE NO ENSINO DE FUNÇÕES

O ensino de Matemática vem se modificando para atender as tendências do novo Ensino Médio, sugerido na BNCC. Uma forma de alcançar o indicado é ampliando e aprofundando as aprendizagens a partir do desenvolvimento de atividades interdisciplinares com o auxílio das tecnologias digitais que “hoje são muitas, acessíveis, instantâneas e podem ser utilizadas para aprender em qualquer lugar, tempo e de múltiplas formas” (MORAN, 2018, p.1).

No Ensino Médio, conforme a BNCC (2018) existe uma relação intrínseca entre as culturas juvenis e a cultura digital, em que os jovens têm se destacado como protagonistas do processo, tornando assim, imprescindível o uso das TDIC’s para a realização de diversas atividades relacionadas às áreas do conhecimento, bem como, às práticas sociais e ao mundo do trabalho. Diante disso, faz-se necessário rever as propostas pedagógicas e curriculares de forma a desenvolver competências e habilidades, que permitam aos estudantes, dentre outras:

> Usar diversas ferramentas de software e aplicativos para compreender e produzir conteúdo em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação Matemática. Utilizar, propor e/ou implementar soluções (processos e produtos) envolvendo diferentes tecnologias, para identificar, analisar, modelar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida cotidiana, explorando de forma efetiva o raciocínio lógico, o pensamento computacional, o espírito de investigação e a criatividade. (BRASIL 2018. p.475)

Como podemos observar, no que se refere ao ensino da Matemática, o uso dessas tecnologias, além de facilitar o processo de aprendizagem, reforça o raciocínio lógico, a argumentação e a formulação de hipóteses. Dessa forma, contribui para que mudemos o foco de um ensino mecanizado pautado na mera resolução de exercícios, cujo êxito é avaliado quase sempre na capacidade de obter um resultado correto após reprodução de um algoritmo. Esse posicionamento já era defendido por Almeida (apud SILVA; BARONE; BASSO, 2012, p.4) quando destaca que o uso das TDIC’s na modelagem Matemática:

> a) possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais, ainda que estes sejam em grande quantidade ou assumam valores muito grandes;
> b) permite que a maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas associadas ao desenvolvimento da atividade de modelagem, considerando que a realização de cálculos, aproximações e representações gráficas é mediada pelo uso do computador;
> c) possibilita lidar com situações-problema por meio de simulações numéricas ou gráficas, variando a parâmetros nas representações gráficas e (ou) algébricas.

Além disso, a "análise de diferentes situações-problemas juntamente com o uso da tecnologia possibilita ao sujeito organizar e estruturar os elementos que serão necessários para a compreensão de determinado conteúdo." (SILVA; BARONE; BASSO, 2012, p. 7).

Por concordar com o exposto em relação ao uso dos recursos tecnológicos com fins educacionais, optamos por utilizar as TDIC's como recurso metodológico no desenvolvimento de sequências didáticas de atividades referentes ao ensino de funções. Para tanto, não partiremos do zero, pesquisamos e analisamos a possibilidade de articulação entre o planejamento didático, objetivos, conhecimentos e aplicações relativas ao ensino de funções e as ferramentas já existentes. Vencida esta etapa, selecionamos diante da gama de recursos disponíveis, quatro ferramentas que são de fácil acesso, gratuitas, práticas e algumas já conhecidas por muitos professores do Ensino Médio, que são elas: as plataformas digitais Youtube, Khan Academy, PhET e o Software GeoGebra, de modo que o professor possa diversificar a abordagem de cada temática trabalhada. A seguir, falaremos um pouco de cada ferramenta, trazendo alguns relatos de suas aplicações no ensino.

4.1 Plataformas Digitais

As plataformas digitais que apresentaremos a seguir auxiliarão o docente com a disponibilização de materiais e estratégias de ensino diversificado, tornando as aulas mais dinâmicas, atrativas, despertando a curiosidade dos alunos e contribuindo na construção de uma comunicação mais clara e eficaz.

4.1.1 Youtube

A plataforma de vídeos Youtube foi fundada em 2005 por Chad Hurley, Steve Chen e Jawed Karim, ex-funcionários do site de comércio on-line PayPal, empresa de tecnologia situada em São Francisco, EUA. O Youtube permite que os usuários postem seus próprios vídeos na rede, sendo visualizados por qualquer pessoa no mundo inteiro a qualquer tempo, além disso, "pode ser atrelado a outras redes sociais ou mesmo compartilhada via blogs, e-mail, links, SMS, aplicativos de smartphones e outros, podendo ser explorado para meios de divulgação e informação para a dinâmica das relações sociais" (ALMEIDA *et al.*, 2015,p.4).

Figura 2. Plataforma de Vídeo Youtube

Fonte:Youtube.com. Disponível em: https://www.youtube.com/intl/pt-BR/about/.Acesso em 23 mar.2021

Em virtude de sua interface ser de fácil uso e de livre acesso, a referida plataforma passou a ser utilizada como uma ferramenta pedagógica de suporte ao processo de ensino aprendizagem, sendo utilizado por muitos professores para transmitir os mais diversos conteúdos. “Veen e Vrakking (2009) afirmam que o Youtube é uma ferramenta importante para a transição da escola tradicional para a escola moderna, onde a fonte de conhecimento não se limita ao espaço físico abarcando um leque de possibilidades”(apud ALMEIDA et al., 2015, p. 5). Sendo assim, apresentaremos a seguir alguns relatos do seu uso como estratégia para a aprendizagem.

Em artigo publicado por Junges e Gatti (2019), as autoras, ao analisarem a utilização do Youtube como ferramenta de aprendizagem através de pesquisa realizada com alunos do Ensino Médio integrado, verificaram que “em sua maioria, os participantes da pesquisa acreditavam que o acesso e a visualização de vídeos disponíveis no Youtube, relacionados à aprendizagem e à construção do conhecimento, influenciavam de forma positiva em seu desempenho escolar”. Um trabalho semelhante ao de Junges e Gatti (2019), encontramos em Nagumo, Teles, Silva (2020), só que desta vez o objeto de estudo são alunos de graduação e pós-graduação. Outra coisa que diferencia as duas pesquisas é que nesta última verificou-se a utilização da referida plataforma para fins de aprendizagem, através da aplicação de questionários, onde constatou que:

> Das 64 respostas deste questionário, praticamente todos apontaram que aprenderam algo nesta plataforma que colocaram em prática e 87% afirmaram utilizar o Youtube para reforçar ou aprender algum conteúdo que não conseguiram entender completamente segundo a abordagem feita pela escola/faculdade. Estes dados

> refletem os achados da TIC Educação 2018 de que a percepção dos alunos é que a internet ajuda a aprender coisas que melhoram o desempenho escolar e os ajuda a resolver dificuldades ou problemas que enfrentam na escola. (NAGUMO; TELES; SILVA, 2020, p.10)

Para Moran (2017), as plataformas de vídeos como o Youtube são muito eficientes para sensibilizar, mostrar ideias, experiências, conteúdo para apoio à aprendizagem online e na sala de aula. Isso abre oportunidades para que os professores e alunos possam selecionar os vídeos mais interessantes ou mesmo elaborar seus próprios materiais, sendo possível criar o seu próprio acervo virtual e compartilhar com quem desejar. Complementando essa ideia que Youtube pode ser uma ferramenta tecnológica, com potencial para aprendizagem, encontramos em Silva, Pereira e Arroio (2017), uma análise de um estudo qualitativo, que tinha como objetivo esclarecer os motivos pelos quais os discentes buscam vídeos na internet que auxiliem em seus estudos nas disciplinas de ciências. Nessa análise, os autores destacam que,

> o Youtube, além de desempenhar seu papel de entreter os usuários com os vídeos mais variados, também tem agregado a responsabilidade na formação dos estudantes, não só no ensino de ciências, por meio de seus diversos canais com fins educacionais, se caracterizando como uma videoteca particular de cada estudante disponível para acesso a qualquer momento. (SILVA; PEREIRA; ARROIO, 2017, p.51).

Além de apresentarem argumentos que reforçam a possibilidade de uso Youtube com fins educacionais, é importante ressaltar que os referidos autores apontam que a busca dos vídeos pelos estudantes não se limita ao fato de não se identificarem com o formato tradicional das aulas na escola. Isso porque muitos vídeos seguem as mesmas características, mas existem outras razões, dentre elas, a administração do tempo de estudo e a possibilidade de assistir mais de uma vez para melhor compreensão.

Sobre o uso do Youtube como uma ferramenta para o ensino do assunto em tela na nossa pesquisa, destacamos o trabalho de Maciel e Cardoso (2014) que usuram a plataforma no ensino da história do conceito de função. Na plataforma, havia a postagem de vídeos produzidos pelos próprios alunos do Ensino Médio em formato de documentários. Nos vídeos, são narrados os processos históricos, enquanto imagens associadas vão sendo apresentadas. Para os autores, a estratégia utilizada permitiu aos alunos perceberem como o conceito de função mudou ao longo dos séculos compreendendo assim a transformação ocorrida à medida que a sociedade se desenvolveu. Mediante o exposto, em consonância com o que pretendemos e pela qualidade do resultado obtido, optamos por utilizar esse trabalho como base para o desenvolvimento de uma atividade da primeira sequência didática.

Dessa maneira, os argumentos até então apresentados tem foco na possibilidade de uso da plataforma Youtube como potencializadora da aprendizagem, dando ao aluno autonomia e possibilidade de "encontrar material para estudo fora do espaço habitual de ensino, a fim de rever ou até recuperar um conteúdo ao qual não estava presente quando trabalhado ou tenha dificuldade" (SILVA; PEREIRA; ARROIO, 2017, p. 38).

No entanto, a possibilidade não é só de aprendizagem, mas também de ensino e a pandemia da Covid-19 veio desmistificar de vez a utilização do Youtube como recurso didático. Anteriormente os alunos, por iniciativa própria, buscavam a referida plataforma de forma complementar aos estudos. Com o ensino remoto, o acesso ao Youtube passou a ser direcionado pelo professor, que passou a utilizá-lo como estratégia de ensino, a partir da indicação de vídeos sobre os mais diversos assuntos, bem como, para a postagem de material, seja pelo próprio professor ou pelo aluno, o que se tornou algo natural e frequente diante da exigência do ensino remoto obrigatório imposto pelas regulamentações sanitárias[2].

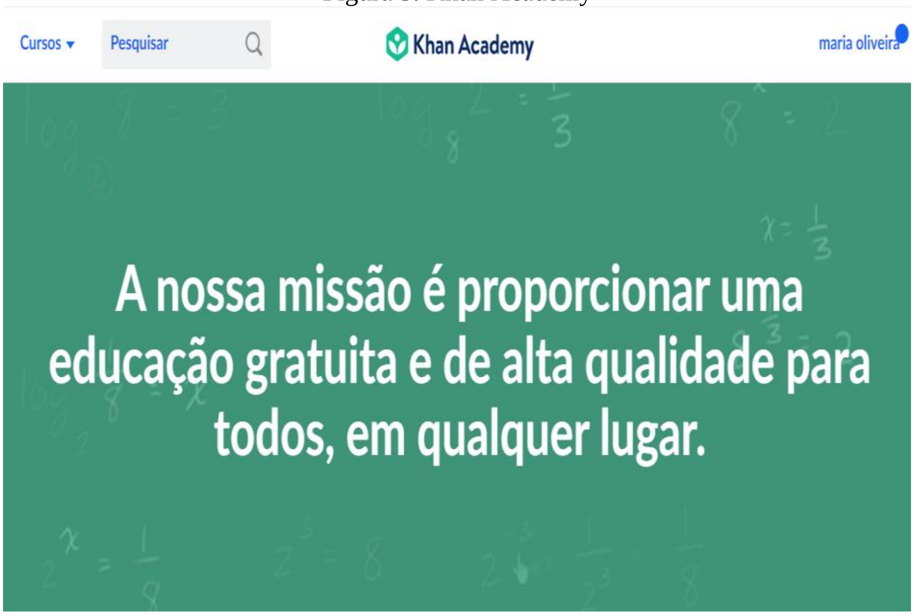
Em nosso trabalho, além da atividade na primeira sequência que trata da história do conceito de função, utilizaremos o Youtube, para iniciar as demais sequências didáticas, introduzindo as temáticas através de vídeos que trazem a aplicabilidade da função abordada, promovendo em seguida um debate com os alunos sobre o referido tema. Além disso, apresentaremos ao longo das sequências, dicas de vídeos sobre as temáticas interdisciplinares que serão abordadas.

4.1.2 Khan Academy

A segunda ferramenta selecionada é a plataforma digital Khan Academy (https://pt.khanacademy.org/about). Ela dispõe de recursos educacionais online e gratuitos que podem ser utilizadas por alunos e professores. A plataforma apresenta uma abordagem curricular que contempla o Ensino Fundamental, Médio e Superior, disponibilizando cursos de fácil compreensão e dinamicidade.

[2] Orientações gerais visando à prevenção, ao controle e à mitigação da transmissão da Covid-19, e à promoção da saúde física e mental da população brasileira, de forma a contribuir com as ações para a retomada segura das atividades e o convívio social seguro. Disponível em https://www.in.gov.br/web/dou/-/portaria-n-1.565-de-18-de-junho-de-2020-262408151. Acesso em 02 ago.2021.

Figura 3. Khan Academy



Fonte: Disponível em https://pt.khanacademy.org/about. Acesso 23 mar.2021

O Khan Academy utiliza a metodologia da gamificação que acontece da seguinte forma: à medida que o aluno vai solucionando as atividades, ele vai acumulando pontuações, despertando assim o espírito de competitividade, consequentemente motivando-o a realizar as atividades propostas. Outra vantagem da plataforma é que o professor consegue recomendar aos educandos vídeos, atividades e, em algumas situações, textos, sendo que o professor possui total autonomia para gerenciar o que está disponível da forma que melhor se adequa a sua realidade. Sem contar que é possível sincronizar as turmas do Google Sala de Aula [3]com o Khan Academy. Isso que facilita a socialização das orientações e envio das atividades para os alunos. (KHAN ACADEMY, 2021)

Para Menegai, Fagundes e Sauer (2015, p. 9) a plataforma contribui para o desenvolvimento da autonomia e do cognitivo do estudante, bem como fornece suporte aos docentes disponibilizando cursos gratuitos para que eles possam manipular as ferramentas disponíveis. Esse autor ressalta ainda que:

> A plataforma Khan Academy oferece a possibilidade de o professor acompanhar em tempo real o desempenho dos estudantes, por meio do software disponibilizado pela plataforma, com formato de videogame, recursos que são pouco enfatizados e caracterizam seu diferencial com relação a outras plataformas de aprendizagem. (MENEGAI; FAGUNDES; SAUER, 2015, p.2)

[3]O Google Sala de Aula é um serviço gratuito para escolas, organizações sem fins lucrativos e qualquer usuário com uma Conta do Google pessoal. Ele facilita a interação entre os alunos e os professores, dentro e fora da escola. Sendo possível criar turmas, distribuir atividades, se comunicar e manter a organização de forma fácil. Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.google.android.apps.classroom&hl=pt_BR&gl=US. Acesso em 23 jul. 2021.

Araújo, Molina e Nantes (2020, p. 6) destacam que o diferencial da plataforma é que "oferece ensino personalizado, pois reconhece quais habilidades o aluno domina e quais ele ainda precisa praticar. Além disso, o professor tem acesso imediato ao desempenho de seus alunos, podendo identificar as dificuldades de cada um". Seguindo sua linha de raciocínio o autor supracitado enfatiza que as atividades, além de motivar o aluno a aprender mais e ter a possibilidade de escolher o conteúdo a ser explorado, retira o professor do ponto central no processo ensino-aprendizagem, pois essa passa a atuar como mediador, acompanhando o desempenho do estudante e tirando as dúvidas pontuais sobre o conteúdo que está sendo abordado.

Do mesmo modo, em sua pesquisa, Oliveira e Lima (2017), após desenvolver um projeto com um grupo de alunos da 2ª série do Ensino Médio, constatou que:

> Muitos alunos, depois de familiarizarem-se com a plataforma, fazem do uso dela um hábito, aproveitando todos os recursos que a ferramenta oferece para complementar seus estudos. Isso porque, além dos conteúdos selecionados pelo professor, os estudantes ficaram livres para assistir aos vídeos e realizar as atividades relacionadas aos conteúdos já estudados ou, caso preferissem, ainda poderiam estudar um novo conteúdo, já que a plataforma permite escolher um assunto por tema, assistir às aulas e praticar as atividades de acordo com o ritmo próprio de cada um. No relato dos alunos, muitos sinalizaram esta disposição (OLIVEIRA; LIMA, 2017. p. 70)

Diante do exposto, optamos por fazer uso da plataforma Khan Academy em nosso trabalho na primeira sequência didática, a fim de introduzir o ensino de funções. Acreditamos que depois de ter acesso a essa plataforma, os alunos passem, como relatado pelos autores supracitados, a utilizá-la de forma contínua, pois incentivamos a recorrer a plataforma quando julgarem necessário, a fim de recuperar conceitos básicos, pré-requisitos das temáticas trabalhadas nas sequências, ou mesmo, reforçar o que tem sido estudado.

4.1.3 PhET

O PhET - Simulações Interativas de Ciências e Matemática (https://phet.colorado.edu/pt_BR/) é uma plataforma em que se realiza pesquisas tanto na criação quanto no uso de simulações interativas, reunindo diferentes tipos de especialização em programação, em conteúdo, ensino e experiência educacional. Um dos principais objetivos do PhET é proporcionar ao aluno um ambiente aberto de exploração, o qual possa se envolver no fazer científico, descobrindo a relação de causa e efeito de forma interativa, observando o comportamento ao longo do processo (PHET, 2013).

Figura 4.Simulador PhET

Fonte - Disponível em https://phet.colorado.edu/pt_BR/. Acesso 23 mar.2021

O PhET possibilita ao aluno conhecer como a ciência se conecta com o mundo ao seu redor, pois utiliza interfaces com múltiplas representações que se aproximam da realidade do aluno. Desta forma, dá sentido às representações que comumente são apresentadas, de forma muito formal, que nem sempre fazem sentido para o educando. Para tanto, através de orientações implícitas, a plataforma proporciona ao usuário a liberdade para que ele possa percorrer um caminho particular de investigação de forma clara e objetiva utilizando-se de características de jogos online, o que torna a aprendizagem envolvente e divertida, podendo ser utilizado em casa, bem como, nos laboratórios escolares.

Barros (2019), baseado nos dados de uma pesquisa realizada com alunos e professores nas séries finais do Ensino Fundamental com o objetivo de produzir uma guia utilizando as TDIC's, no ensino de Matemática, constatou uma grande aceitação por parte dos alunos e professores do uso do PhET. Esta aceitação pode ser sentida por meio da motivação que os professores demonstraram para mudar a didática em sala de aula, por visualizarem que a ferramenta proporciona novos saberes e uma aprendizagem mais significativa, na medida em que a plataforma relaciona a teoria e a prática.

Dantas *et al* (2019) ressaltam o conjunto de aplicações e finalidades da plataforma PhET, enfatizando a diversidade de competências matemáticas abordadas e do conjunto de propostas e materiais. Estes autores evidenciam ainda "que o uso de Simulações PhET se destaca de forma complementar ao contexto educacional, mediado pela ação das TDIC na educação, um enlace bastante importante na construção e na busca por uma aprendizagem e educação de qualidade" (DANTAS *et al*, 2019, p.1). Mais um fator positivo apontado pelos autores é que:

> os simuladores se apresentam como uma proposta viável tanto sobre a perspectiva de usabilidade, quanto a de portabilidade, pois além do acesso de forma simples, podem ser usados tanto no ambiente da plataforma PhET quanto usado de maneira off-line, o que viabiliza o acesso em diferentes perspectivas de disponibilidade ao acesso a internet. (DANTAS et al, 2019, p.8)

Essa possibilidade de acesso off-line é um aspecto relevante pois torna a utilização da ferramenta democrática, pois sabemos que comunidades mais carentes o acesso à internet nem sempre é garantido. Por outro lado, por meio de uma estudo interdisciplinar de trigonometria, aplicado ao lançamento de projéteis a partir da utilização do PhET, foi desenvolvido uma sequência de ensino investigativo na qual Moura, Ramos e Lavor (2020, p. 588) constataram que o emprego da referida plataforma apresentou-se como "uma metodologia que proporcionou a visualização de forma prática do conteúdo ministrado durante a aula, em que foram trabalhados a trigonometria fazendo conexões com a Física e a própria Matemática".

Diante da análise das pesquisas aqui apresentadas, podemos concluir que a plataforma PhET favorece o ensino-aprendizagem por meio da demonstração prática dos conteúdos envolvidos. No entanto, fica claro também a necessidade de um planejamento estruturado e de uma sequência de ensino a ser seguida.

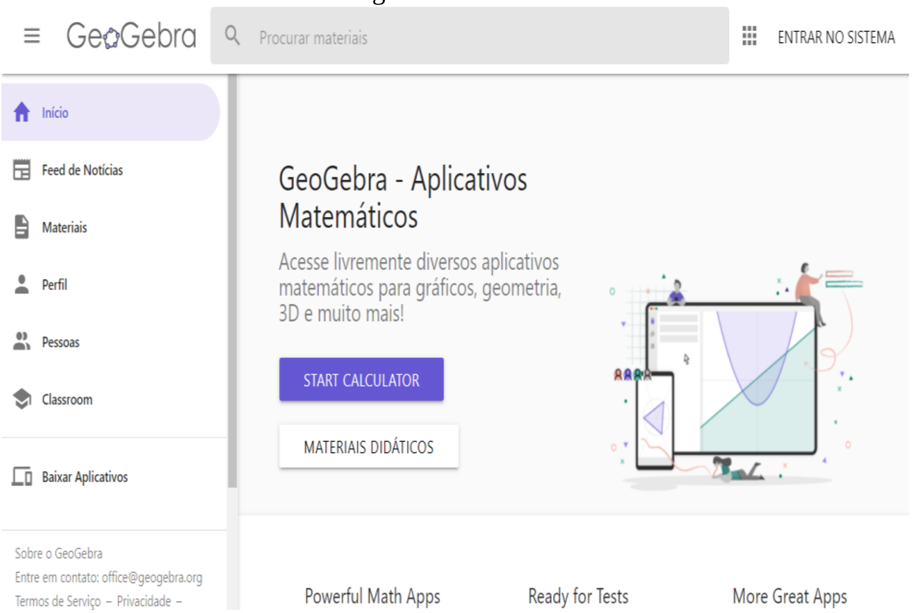
Antes de passar para apresentação da próxima ferramenta, é importante registrar que um fator negativo que podemos elencar na plataforma PhET, em relação à inserção dela no sistema educacional brasileiro é o fato de parte do material de suporte, bem como, alguns vídeos e simulações interativas serem em inglês. Porém, isso não impede o manuseio, pois basta ativar as legendas em português ou traduzir os textos na web. Desta forma, mesmo com a limitação da língua, a plataforma oferece acesso a uma diversidade de conteúdos que vão desde demonstrações de aulas expositivas interativas, atividades facilitadoras, série de vídeos, oficinas virtuais, orientações sobre o uso de simulações específicas e dicas de professores em páginas de simulações individuais.

Em nosso trabalho, utilizaremos três simuladores, com o intuito de motivar e envolver o aluno na construção do conhecimento, tendo em vista que o aluno passa a interagir com o objeto, observando seu comportamento ao longo do processo e tirando suas conclusões.

4.2 Software GeoGebra

O GeoGebra (**www.geogebra.org**) é um software de Matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único recurso tecnológico. Criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter, vem ganhando cada vez mais popularidade no contexto educacional matemático, sendo que já existem 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso, além de diversos congressos específicos sobre o software, onde é compartilhado conhecimento e aplicabilidade a respeito da plataforma. (INSTITUTO GEOGEBRA. UESB, 2014)

Figura 5. GeoGebra



Fonte: Disponível em https://www.geogebra.org/. Acesso em 08 jun.2021

Premiado na Europa e nos EUA, o software educacional já foi instalado por milhões de usuários em seus computadores e celulares em diversos países do mundo. Segundo Lieban, Pertile e Pierozan (2012), o programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente.

Contudo, por já existir uma boa quantidade de trabalho sobre o uso do GeoGebra, neste tópico, resolvemos mudar um pouco a estratégia e focarmos na análise específica do GeoGebra e do ensino de funções objeto central da nossa pesquisa. Assim destacaremos aqui alguns trabalhos envolvendo o estudo de funções a partir do uso do referido software.

A princípio tomemos o trabalho de Dias (2015) que considerando a dificuldade dos alunos em compreender a relação entre os gráficos e as funções realizou pesquisa com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, a fim de verificar o grau de dificuldade dos alunos sobre o conteúdo de função afim e se eles evoluíram ou não a partir do uso das tecnologias. Para tanto, o autor utilizou o software GeoGebra, justificando a facilidade de manuseio e a diversidade de ferramentas disponíveis que permitem a manipulação dos coeficientes angulares e lineares das funções e consequentemente de seus gráficos, instigando o raciocínio dedutivo do aluno. Na pesquisa, Dias (2015) utilizou duas turmas. Em uma turma chamada de turma de controle, ele manteve a metodologia do ensino tradicional com aula expositiva e uso exclusivo do livro didático. Na outra, utilizou o software GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem de função afim. Após analisar e comparar as resoluções de atividades propostas pelos alunos dos dois grupos, chegou à seguinte conclusão:

> [...] com os dados obtidos e analisados por amostragem pude verificar que o uso do software (GeoGebra) teve um papel importante na assimilação do conteúdo proposto e que alunos que puderam fazer uso dessa tecnologia, mesmo que como instrumento de apoio, conseguiram ter um aproveitamento muito melhor do que alunos que tiveram apenas aulas tradicionais e que a proposta do trabalho em sala de aula com o recurso de mídias faz com que os alunos demonstrem mais interesse e um aproveitamento muito melhor na construção do conhecimento (DIAS, 2015. p.18)

Outro exemplo é o trabalho desenvolvido por Heinen (2015) a partir da análise da experiência de ensino em uma turma de 1ª série do Ensino Médio. Para tanto, tomou-se a abordagem dos principais conceitos de função quadrática utilizando o GeoGebra como recurso de geração e manipulação de gráficos. Ao final do estudo, o autor relata que a expectativa foi satisfeita ao constatar que os alunos compreenderam o conteúdo com mais facilidade, quando abordado posteriormente em sala de aula do que outras turmas que não tiveram a possibilidade de trabalhar com o GeoGebra. Por fim, afirma que "a utilização da tecnologia no ensino transmite ao aluno um convite a aprender e a nós professores, a refletir sobre a criação de propostas pedagógicas que utilizem recursos digitais"(HEINEN, 2015.p.17).

Já Kessler (2016) desenvolveu em seu trabalho atividades que tinham como público-alvo alunos das 1ª e 2ª séries do Ensino Médio e envolveu as disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia com o intuito de fazer uma ligação entre conteúdos estudados nas referidas disciplinas. Para tanto, desenvolveu cinco oficinas as quais abordam as funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas e suas respectivas aplicações na área de ciências da natureza.

Essas oficinas podem ser acessadas no blog[4] criado pela autora. Nesse blog, são orientadas as análises de gráficos através do GeoGebra e aplicações dos conhecimentos de funções para interpretação de problemas das outras disciplinas. Ao acessarem as interfaces do GeoGebra elaboradas por Kessler (2016), os alunos manipulam os controles deslizantes e observam o comportamento do gráfico. Em seguida, respondem às questões propostas que instigam o aluno a refletir sobre os conceitos relativos às funções. Como já relatado, a autora

[4] Blog Aplicações de funções na área de Ciências da Natureza por meio do GeoGebra disponível no endereço http://analuizakessler.blogspot.com.br. Acesso em 04 jan.2021.

explora também em seu material a percepção dos alunos, relacionando as ideias trabalhadas em funções com situações problemas da área de ciências da natureza.

Diante da relevância do referido trabalho e da sintonia com que estamos desenvolvendo, no que se refere à interdisciplinaridade e uso de TDIC's, optamos por utilizar, em nossas sequências, quatro atividades elaboradas por Kessler (2016). A decisão por utilizar as atividades disponibilizadas pela referida autora fundamenta-se no fato que elas atendem os objetivos propostos nas sequências por nós pensadas, além de que a possibilidade de usar interfaces prontas disponibilizadas na web potencializa a aceitação e consequentemente a utilização por parte do professor - o público-alvo do produto educacional - que estamos elaborando. A aceitação por parte do professor foi sempre uma preocupação nossa, pois conhecemos a sobrecarga de trabalho dos docentes. Portanto, trabalhar com uma interface já pronta facilita bastante, pois é necessário apenas a adequação aos objetivos e ao contexto em que a atividade será desenvolvida.

Ainda relativo ao trabalho de Kessler (2016), a autora destacou que durante as oficinas "foi bastante motivador para os alunos realizarem um trabalho diferenciado por meios de software, tornando a aula mais dinâmica" (KESSLER, 2016, p.121). Outro aspecto levantado por ela foi a importância de que os alunos já tenham estudado previamente os conteúdos ou recordar os conceitos e aplicações, para só então realizar as atividades sugeridas. Por fim, embora não tenha sido possível dentro do seu contexto, Kessler (2016) ressalta a necessidade do trabalho integrado entre os professores das disciplinas envolvidas. Sobre este último ponto levantado, entendemos que para um desenvolvimento efetivo de atividades interdisciplinares será necessário que sejam trabalhados previamente os conhecimentos específicos de cada disciplina para só então ampliá-los e integrá-los com outras áreas. Esse posicionamento também é defendido por Young apud Silva (2017):

> [...] devemos construir o currículo de forma a habilitar os alunos a se engajar com as disciplinas, de forma a que cheguem depois a conseguir constatar que os limites entre as disciplinas não são inteiramente fixos e que é possível avançar para além deles. Não vejo problema algum com o currículo interdisciplinar, desde que, antes, os alunos já tenham tido acesso às disciplinas que compõem o currículo interdisciplinar (YOUNG, 2014 apud SILVA, 2017, p.162).

Pelo apresentado, fica claro que, para o sucesso de uma proposta de atividade interdisciplinar, faz-se necessário um planejamento coletivo dos professores das disciplinas envolvidas de forma que os conhecimentos sejam apresentados à medida que os conteúdos tenham sido trabalhados nas respectivas disciplinas. Para tanto, é necessário que os docentes tenham a autonomia para flexibilizar o currículo e que cada docente possa se apropriar do que é abordado nas demais disciplinas. Somente assim, é possível relacionar os conceitos e nomenclaturas de forma clara de maneira que se constitua uma unidade para o educando.

Diante do exposto, ao longo do capítulo, podemos observar que o uso dos recursos digitais apresentados traz diversas e profundas implicações no trabalho dos docentes. Portanto, “é preciso que os professores estejam preparados para o uso da tecnologia no ambiente escolar e conhecer, na medida do possível, as diferentes plataformas existentes e o que elas podem oferecer de melhoria para as condições de ensino e aprendizagem” (MEDEIROS, M.F; MEDEIROS, A.M, 2018, p.3).

Dessa forma, concluímos a apresentação das plataformas e softwares que serão usados como recursos didáticos nas atividades que compõem as sequências didáticas apresentadas no capítulo seguinte.

5 PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NO ENSINO DE FUNÇÕES

As sequências didáticas (SD) consistem em uma estratégia educacional, que considera os conhecimentos prévios dos alunos, colocando-os como protagonistas do processo de aprendizagem em relação aos temas abordados com atividades elaboradas e desenvolvidas seguindo uma lógica sequencial (E-DOCENTE, 2019). Dessa forma, busca-se promover o engajamento dos alunos, superar as dificuldades existentes e construir assim uma aprendizagem mais significativa. Para Zabala (2007), a sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos". (ZABALA, 2007, p.18, *apud* PERETTI; COSTA, 2013, p.6)

Em nosso trabalho, as sequências serão desenvolvidas com o auxílio das TDIC's com foco na interdisciplinaridade, tendo como público-alvo professores e alunos das 1ª séries do Ensino Médio, mas podendo ser trabalhadas tanto nas 2ª quanto nas 3ª séries do Ensino Médio como forma de suprir deficiências relativas ao assunto de funções. É importante deixar claro que as sequências foram montadas como forma de oferecer um material auxiliar aos professores, portanto o objetivo deste material não é substituir as metodologias utilizadas através do auxílio do livro didático, mas sim como um complemento à medida que os conteúdos forem sendo abordados.

Vale também ressaltar que é essencial que os docentes se apropriem das atividades e dialoguem com alunos, enfatizando sua participação e importância no processo de ensino-aprendizagem. Para tanto, selecionamos cinco temáticas de funções a serem desenvolvidas nas sequências didáticas (SD), sendo estas geralmente trabalhadas na 1ª série do Ensino Médio, são elas:

SD01 - Conceito de Função
SD02 - Função Afim
SD03 - Função Quadrática
SD04 - Função Exponencial
SD05 - Função Logarítmica

Para cada SD serão especificados o **tema** da sequência, os **objetivos** da sequência; as **habilidades da BNCC** a serem desenvolvidas; os **recursos didáticos**, as **ferramentas digitais** a serem utilizadas, os **componentes curriculares** envolvidos e as **atividades** que compõem a SD. No caso das habilidades da BNCC, cada habilidade é representada pelo um código alfanumérico para entendermos como funciona esta codificação, tomemos como exemplo EM13MAT302, onde:

- **EM:** O primeiro par de letras indica a etapa de ensino, no caso, **Ensino Médio;**
- **13:** O primeiro par de números indica o grupo das séries, no caso, **bloco de 1ª a 3º série;**
- **MAT:** O segundo conjunto de letras indica a área de conhecimento, no caso, **Matemática;**
- **3:** O número após a identificação da área, corresponde a competência específica, ou seja, **Competência específica 3;**
- **02:** O último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial referente à competência específica, no exemplo, trata-se da **segunda habilidade da competência específica 3.**

Em cada sequência, será apresentado o detalhamento das atividades que a compõe, especificando o seguinte:

- **Título -** nome da atividade;
- **Objetos de aprendizagens** - são especificados os conteúdos a serem abordados;
- **Objetivos de aprendizagens** - descreve o que se pretende alcançar ao final da atividade;
- **Ferramenta digital** - especifica a plataforma, software e/ou site utilizados nas atividades;
- **Orientações ao professor** - descreve de forma geral como será desenvolvido a atividade (videoaula, análise de gráfico, resolução de situações-problemas, ...), disponibilizando os endereços eletrônicos de acesso, descrevendo o "*Passo a passo*" do desenvolvimento das atividades, expondo *"Dicas"* com sugestões de como enriquecer a abordagem do assunto, chamando a *"Atenção*" para pontos importantes a serem retomados. No tópico "*Vamos refletir um pouco*", propomos questionamentos e exercícios sobre o assunto para facilitar o trabalho do professor e já trazem as respostas esperadas.
- **Avaliação** - será descrito pelo menos uma possibilidade de avaliação da atividade pelo professor (observação e/ou registros do docente, produção textual ou de algum material).
- **Referência -** traz a fonte bibliográfica específica do material utilizado na atividade, facilitando o acesso do professor, que queira um aprofundamento ou uma adaptação.

Como podemos observar nos itens acima, não estimamos a carga horária prevista para a execução das sequências e suas respectivas atividades, deixando a critério do professor. Isso porque além de depender da complexidade do assunto, deve-se levar em consideração a carga horária da escola, o tipo de ensino (remoto, híbrido ou presencial) e o fato de como o professor irá abordá-la por ser uma proposta complementar.

É importante também ressaltar que as atividades foram elaboradas a partir de materiais disponíveis na internet, pois optamos por não construir materiais do zero e sim aproveitar a imensidão de possibilidades já disponíveis na web, adequando as atividades de forma que possam ser utilizadas tanto no ensino remoto quanto no presencial. Dessa forma, as atividades propostas visam incentivar a inserção das TDIC's no ensino de Matemática. Algo que se tornou essencial, principalmente em tempos de pandemia, em que o ensino ocorre virtual e que requer um currículo mais flexível, capaz de atender as diversidades presentes nesse contexto dinâmico e de transformação. Sobre essa flexibilidade do currículo e as transformações que o mundo vinha passando com a constante evolução das tecnologias, Silva (apud MILL, 2015, p. 415) já destacava,

> Um currículo, nesse [atual] contexto de transformação, exige novas competências e novas habilidades desenvolvidas em processo contínuo e significativo. Exige administração de processos com flexibilidade para atender a diferentes pessoas e situações e às mudanças permanentes que caracterizam o mundo da sociedade da informação.

Outro aspecto que nos levou a optar por atividades já presentes em plataformas da web com interfaces prontas foi tornar as sequências didáticas elaboradas, acessíveis a qualquer um que queria seguir o roteiro por nós proposto. Isso se tonar plenamente viável quando utilizamos de ferramentas gratuitas disponíveis na internet. É importante ainda registrar que, além do fácil acesso, o docente pode realizar a adequação do conteúdo, à medida que vai se familiarizando com as ferramentas digitais utilizadas.

Sobre a possibilidade de adequação é de suma importância destacar a autonomia do professor quanto à reorganização dos conteúdos propostos em cada sequência, de modo que venha atender as características de cada turma e os níveis de conhecimentos prévios. Outro ponto a enfatizar é a possibilidade de desenvolver algumas atividades em parceria com professores da área de ciências da natureza e suas tecnologias, de modo a discutir e analisar com os alunos os aspectos conceituais dos temas abordados de forma interdisciplinar.

Por fim, como desfecho de cada sequência didática, após as atividades, sugerimos o "Momento ENEM" no qual indicamos questões do ENEM da área da Matemática, que envolvem a função trabalhada na SD relacionando-a a outros assuntos da própria Matemática ou de outras áreas de conhecimento. A cada situação problema, presente no Momento ENEM, o professor leve o aluno a refletir sobre os seguintes questionamentos propostos por Lima e Albrecht (2017): Qual conteúdo abordado?, Quais disciplinas estão envolvidas?, Quais metodologias e procedimentos são necessários para a resolução? E Quais dificuldades apresentadas para resolução da situação problema?

Em suma, as sequências didáticas consistem no produto educacional desta pesquisa e se apresenta como um material organizado, com orientações e pronto para uso pelo docente para o assunto de funções, disponível no Apêndice desse trabalho. Para conhecer um pouco mais de cada SD faremos agora uma breve descrição das cinco sequências didáticas, destacando a temática abordada, as habilidades[5] da BNCC desenvolvidas na sequência, as descrições das atividades e as ferramentas digitais utilizadas em cada SD.

5.1 SD01. Conceito de Função

"O conceito de função é considerado um dos mais importantes e úteis em Matemática, pois, o estudo de funções propiciou um grande avanço no desenvolvimento tecnológico em diferentes áreas de conhecimento" (DANTE; VIANA, 2020). Diante disso, trazemos na SD01 o tema ***conceito de função,*** que será desenvolvido a partir de duas atividades e o momento ENEM (Quadro 1).

Quadro 1. Sequência Didática 01: Conceito de Função

Sequência/ Tema	Habilidades da BNCC	Atividade	Ferramenta Digital
SD 01. Conceito de função	EF09MA06 EM13MAT510	01. A história do conceito de função	Vídeo do Youtube
		02. Álgebra: Funções	Khan Academy
		Momento ENEM – Funções	***

Fonte. Autoria Própria

As atividades da SD01 visam levar o aluno a compreender a construção histórica do conceito de função, bem como as relações de dependência entre duas grandezas e suas representações, além de levá-lo a investigar o comportamento dessas variáveis numéricas, usando as TDIC's.

A primeira atividade aborda a construção desse conhecimento matemático ao longo da história, através da apresentação de vídeos disponíveis no Youtube, frutos do trabalho de Maciel e Cardoso (2014). Esses vídeos servirão de referência para a apresentação de seminários pelos alunos sobre a "História do conceito de função".

Na segunda atividade da SD01, à medida que o professor aborda em sala de aula, as primeiras noções de funções, utilizaremos a plataforma Khan Academy no tópico "Álgebra: Funções", como um suporte para que o aluno possa no contra turno reforçar a aprendizagem a partir de vídeos disponíveis e exercícios dinâmicos. O material indicado na plataforma Khan

[5] As referidas habilidades serão descritas nas respectivas sequências didáticas, constantes no apêndice deste trabalho. Vale ressaltar, que além das habilidades do Ensino Médio, também elencaremos habilidades do Ensino Fundamental por se fazerem necessárias como pré-requisitos para os estudos subsequentes.

Academy mescla as diversas possibilidades de abordagens do conceito inicial de funções, utilizando-se de representações numéricas, gráficas e situações contextualizadas. Desta maneira, o conceito de função é trabalhado de forma mais intuitiva e fazendo uso de apelo visual, como sugere Ponte (1990). Vale ressaltar que nas sequências seguintes a utilização do Khan Academy não virá elencada como atividade, mas apresentada como *dicas* de tópicos a serem acessados pelos alunos no intuito de adquirir ou reforçar os conhecimentos dos temas abordados.

Para fechar a sequência, no Momento ENEM são apresentadas duas questões que visam levar os alunos a analisarem situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis e percebam a relação de dependência unívoca entre elas e suas representações gráficas.

5.2 SD02. Função Afim

A segunda sequência -SD02, que tem como temática ***função afim*** é composta por 3 atividades e o Momento ENEM:

Quadro 2. Sequência Didática 02: Função Afim

Sequência/ Tema	Habilidades da BNCC	Atividade	Ferramenta Digital
SD 02. Função Afim	EF09MA07 EF09MA08 EM13MAT302E M13MAT401EM 13MAT501.	01.Função Afim e suas aplicações	Vídeo do Youtube
		02.Construtor de Funções	Simulador PhET
		03.Função Afim e MRU	Interface do GeoGebra
		Momento ENEM – Função Afim	****

Fonte: Autoria própria

Na primeira atividade da SD02, optamos por um vídeo sobre as diversas aplicações da função afim relacionando-a a outras disciplinas. Acreditamos que com esse vídeo o aluno possa compreender a importância do referido assunto. Para tanto, os alunos deverão assistir o vídeo **"Para que serve a função afim?"** disponível no endereço https://www.youtube.com/watch?v=59Cx2Y6pncE e na aula seguinte através de uma roda de conversa, fazerem a socialização das aplicações. Para ajudar na condução da roda de conversa, propomos na atividade um roteiro que tem como objetivo principal, fazer com que os alunos percebam a diversidade de aplicabilidade da função afim.

Na atividade 02, utilizaremos o simulador Construtor de Funções da plataforma PhET, disponível no endereço https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/function-builder#page-content. Essa plataforma é interativa e levará o aluno a construir as funções afins a partir de um roteiro com questões propostas no tópico “Vamos refletir um pouco”, levando-o a reconhecer suas características sob uma óptica algébrica e geométrica.

Na atividade 03, com o intuito de promover a interdisciplinaridade da Matemática e da Física, a partir do uso de interfaces do software GeoGebra elaboradas por Kessler (2016), faremos a relação das equações e gráficos da função afim com o movimento retilíneo uniforme (MRU) ao responder os questionamentos propostos. Por fim, no “Momento ENEM”, será proposta a resolução de situações-problemas, relacionando as funções afins a outras aplicações, sejam em outras disciplinas sejam em outros assuntos da própria Matemática. Na Física, a partir da medição do nível da água em relação à quantidade de determinado objeto e, em relação à Matemática Financeira, as funções utilizadas para estabelecer o pagamento de funcionários de uma empresa e o lucro obtido na venda de um determinado produto agrícola.

5.3 SD03. Função Quadrática

Na SD03 que trata da ***função quadrática***, busca-se estimular a participação, reflexão, interpretação e comunicação entre os estudantes através de diferentes momentos. Os conteúdos são desenvolvidos através da utilização de ferramentas digitais e distribuídos em três atividades e o Momento ENEM:

Quadro 3. Sequência Didática 03: Função Quadrática

Sequência/ Tema	Habilidades da BNCC	Atividade	Ferramenta Digital
SD 03. Função Quadrática	EM13MAT302 EM13MAT402 EM13MAT502 EM13MAT503	1.Função Quadrática e suas aplicações	Vídeo do Youtube
		2.Gráfico de Quadráticas.	Simulador PhET
		3.Função Quadrática e MRUV	Interface do GeoGebra
		Momento ENEM – Função Quadrática	****

Fonte: Autoria própria

A primeira atividade também traz um vídeo sobre a aplicabilidade do tema, **“Para que serve a função quadrática?”** disponível no Youtube em https://www.youtube.com/watch?v=bg9s526wKRU, para contextualizar e mostrar a aplicação da referida função em outras áreas de conhecimento. Na atividade 02, será utilizado o Simulador “Gráfico de Quadráticas” da plataforma PhET que visa explorar os coeficientes da função quadrática, suas raízes e o vértice da parábola, sendo propostos questionamentos à medida que manipulam os parâmetros do gráfico. Com essa atividade, busca-se uma melhor compreensão por parte do aluno quanto à representação gráfica e numérica das funções.

Na atividade 03, através da manipulação de controles deslizantes na interface do GeoGebra (KESSLER, 2016) faremos a relação entre as equações 2º grau e os gráficos da função quadrática e do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), assunto da disciplina de Física, o que possibilita a parceria entre os professores no desenvolvimento da atividade. Por último no “Momento ENEM”, conclui-se a sequência com situações-problema, relacionando as funções quadráticas a diversas situações: temperatura de um forno (Física), número de infectados em uma epidemia (Biologia), relatório de gastos públicos e lucro de uma empresa (Matemática Financeira).

5.4 SD04. Função Exponencial

A SD04, que tem como tema ***função exponencial***, visa identificar de forma prática e dinâmica os conceitos envolvidos na função exponencial através da representação gráfica e da análise de informações obtidas em diferentes meios, relacionando-a a outros tópicos da própria Matemática e de outros componentes curriculares. Para tanto, trazemos três atividades e o Momento ENEM:

Quadro 4. Sequência Didática 04: Função Exponencial

Sequência/ Tema	**Habilidades da BNCC**	**Atividade**	**Ferramenta Digital**
SD04. Função Exponencial	EM13MAT304 EM13MAT403 EM13MAT508	01.Função Exponencial e suas aplicações	Vídeo do Youtube
		02. Coronavírus e o Crescimento Exponencial	Vídeo do Youtube e jornais digitais
		03. Função Exponencial: número de bactérias de uma cultura e a desintegração do Carbono-14	Interface do GeoGebra
		Momento ENEM - Função Exponencial	****

Fonte: Autoria própria

O conteúdo é introduzido na atividade 01, a partir de um vídeo do Youtube sobre as aplicações da Função Exponencial, dispondo de um roteiro para condução da roda de conversa sobre as aplicações elencadas no vídeo. Na atividade 02, a partir de vídeo do Youtube e manchetes de jornais que tratam do coronavírus e seu crescimento exponencial, seguidos de gráficos que apontam o avanço dos números de infectados no Brasil, visa-se levar o aluno a analisar as informações obtidas em diferentes meios, reconhecendo situações relacionadas ao conceito de função exponencial.

A atividade 03 possibilita a parceria com os professores da área de ciências da natureza (Biologia e Química) na abordagem dos temas bactérias de uma cultura e a desintegração do Carbono-14. Também são sugeridos vídeo aulas do Youtube sobre as referidas temáticas. Apropriados dos assuntos, utiliza-se a interface do GeoGebra (KESSLER, 2016), desta vez para levar o aluno a perceber a relação existente entre a função exponencial e as expressões que representam o número de bactérias de uma cultura e a desintegração do Carbono-14 através da manipulação de seus gráficos, destacando a interdisciplinaridade entre a Matemática, a Biologia e a Química.

E por último, no Momento ENEM, apresenta-se a aplicação da função exponencial na Biologia, em relação ao crescimento exponencial de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria e na Química, quando trata da meia-vida do carbono 14 no cálculo da idade dos fósseis e quanto a taxa de decaimento radioativo.

5.5 SD05. Função Logarítmica

A próxima sequência (SD05) sobre ***função logarítmica*** é composta por quatro atividades e o Momento ENEM:

Quadro 5. Sequência Didática 05: Função Logarítmica

Sequência/ Tema	Habilidades da BNCC	Atividade	Ferramenta Digital
SD 05. Função Logarítmica	EM13MAT305 EM13MAT403	1. Para que servem os logaritmos?	Vídeo do Youtube
		2. Logaritmo e pH	PhET
		3. Função logarítmica e escala PH	Interface do GeoGebra
		4. Logaritmo e Terremotos	Vídeo do Youtube
		Momento ENEM: Função Logarítmica	*******

Fonte: Autoria própria

A primeira atividade traz uma videoaula do Youtube **“Para que servem os logaritmos?”** apresentando aplicações da referida função, relacionando-a a outras disciplinas. É disponibilizado um roteiro para condução do debate sobre o tema. Na atividade 02, promovendo a interdisciplinaridade, é trabalhado o conceito de pH através da plataforma PhET e a forma de calculá-lo através do logaritmo, destacando a escala de pH. Dando continuidade, na atividade 03, faz-se uma aplicação da função logarítmica na Química, mais uma vez envolvendo a escala de pH de uma solução, levando o aluno a realizar o estudo do gráfico dos parâmetros da função logarítmica, observando o comportamento da função da escala de pH de uma substância, facilitando assim a interpretação do problema, através do manuseio das duas interfaces criadas no GeoGebra.

Na atividade 04 da SD05, através de vídeo disponível no Youtube, apresenta-se mais uma aplicabilidade do logaritmo, dessa vez na medição da magnitude de terremotos, sendo que após a exibição do vídeo são propostos questionamentos no “vamos pensar um pouco”. E por fim, no “Momento ENEM”, são abordadas questões que trazem a contextualização e aplicação do logaritmo na Física quando trata da escala Richter. Na Química, quando é relacionado a escala de pH, fator responsável pela mudança de cor da flor da planta Hydrangea macrophylla dependendo do tipo de solo em que está plantada e sobre a meia vida de um material radioativo. Já na Matemática Financeira relacionando a juros compostos e a amortização de parcelas.

Desse modo, é possível observar ao longo das descrições das sequencias didáticas que mantivemos a uniformização nas atividades trabalhadas por considerarmos que facilita a compreensão tanto dos alunos como do professor, pois quando conseguimos utilizar a mesma ferramenta em vários tópicos, diminuímos obstáculos referentes à manipulação dos aplicativos, algo comum quando introduzimos um novo recurso didático. Portanto, a continuidade suscita a familiarização o que consideramos beneficente para melhoria da compreensão do assunto e também da autonomia dos alunos, uma vez que é possível ampliar seus conhecimentos, já que podem buscar sozinho outras informações disponíveis nas ferramentas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho surgiu com o intuito de colaborar com os professores de Matemática do Ensino Médio na abordagem do ensino de funções através da utilização de recursos tecnológicos, tendo em vista, o contexto de ensino remoto vivenciado, devido à pandemia do Covid -19. Para tanto, constatamos a relevância da temática funções para a formação do aluno, através da análise da BNCC e das matrizes de referência do ENEM e do SAEB. Nessa análise realizada nos documentos norteadores do currículo, foi possível perceber, de forma bem clara na BNCC, a importância da abordagem interdisciplinar, bem como, o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC's) como forma de minimizar as dificuldades diagnosticadas que interferem no ensino de funções, pois desenvolvem o raciocínio lógico e facilitam a aprendizagem dos alunos, como destaca a BNCC (2018):

> (...) o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações (Brasil,2018, p.534).

Embora as matrizes de referências do ENEM e SAEB não tragam essas abordagens de forma explícita, uma análise global dos três documentos reforça a ideia da relevância do assunto funções na formação acadêmica e profissional do estudante. No que se refere à metodologia, o uso da interdisciplinaridade e das TDIC's apresentam-se como um caminho que torna o aprendizado mais dinâmico, atrativo e principalmente com significado para o aluno.

Dessa forma, com o intuito de concretizar a nossa contribuição aos professores, referente ao ensino de funções, foram elaboradas cinco propostas de sequências didáticas, com as respectivas temáticas: Conceito de Função, Função Afim, Função Quadrática, Função Exponencial e Função Logarítmica, temas geralmente abordados na 1ª série do Ensino Médio. As atividades que compõem as referidas sequências trazem as TDIC's como recursos metodológicos, constituindo-se num ambiente facilitador de aprendizagem, uma vez que não foram simplesmente disponibilizadas as ferramentas digitais, mas foram estabelecidos procedimentos para que, através do manuseio e das observações, os alunos pudessem construir seus conhecimentos, como defende Castro (2015).

Assim considerando que "o uso intencional e criterioso dessas ferramentas tende a tornar as aulas mais criativas e interessantes, facilitando o processo de ensino e auxiliando na compreensão de conteúdos" (JUNGES; GATTI, 2019. p.156), escolhemos quatro ferramentas para o desenvolvimento das sequências didáticas. Optamos por abrir as sequências didáticas, com vídeos do Youtube trazendo diversos exemplos de aplicações das funções no cotidiano, acompanhados de um roteiro para promoção de rodas de conversas, pois acreditamos que dessa forma damos condições para que o professor possa levar o aluno a refletir sobre a importância e contextualização das temáticas.

Já a plataforma educacional Khan Academy é apresentada no nosso trabalho, como sugere Oliveira e Lima (2017, p.71), "como recurso de complementação de estudos tanto dentro da escola, quanto em atividades extraclasse", pois a plataforma "dá o suporte para que o docente consiga acompanhar o desenvolvimento do seu aluno de maneira individual, atendendo as suas necessidades e podendo planejar suas aulas a partir das dúvidas mais recorrentes". (OLIVEIRA; LIMA, 2017, p.71). Por outro lado, a utilização da plataforma PhET, constituída por simuladores que estimulam o raciocínio, torna a abordagem do conhecimento mais atraente e significativa, promovendo a interação aluno-professor, facilitando assim o ensino-aprendizagem da temática abordada.

Com o intuito de promover a interdisciplinaridade, utilizamos as atividades propostas por Kessler (2016), com aplicações de funções em ciências da natureza a partir de interfaces do software GeoGebra. Essas atividades possibilitam a integração entre os professores, enriquecendo o estudo de ambas as áreas de conhecimento, através da abordagem interdisciplinar dos temas, enfatizando a linguagem Matemática presente nas disciplinas envolvidas. Por fim, consideramos relevante finalizar cada sequência, trabalhando questões retiradas do ENEM, pois além de já ir familiarizando os alunos com a linguagem e a abordagem utilizada nesta avaliação que se submeterão ao final do Ensino Médio, é também uma ocasião em que é possível abordar a interdisciplinaridade dos conteúdos matemáticos, já que as questões do ENEM têm essa característica em sua essência

Diante do exposto, vale também destacar que, ao longo do desenvolvimento das sequências didáticas, contemplamos os aspectos considerados por Barreto (2008) essenciais para o ensino de funções, que são: a natureza algébrica, diferentes formas de representação, aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências e a articulação com outros tópicos da própria Matemática. Além disso, buscamos reduzir os fatores elencados que dificultam o ensino de funções, através de atividades interdisciplinares, contextualizadas e interativas a partir da utilização das TDIC's citadas.

Assim, embora as sequências não tenham sido executadas na íntegra, pois o nosso objetivo não era testar a eficiência do material, mas sim elaborar um material de apoio para os professores, consideramos relevante registrar que, enquanto coordenadora escolar, apresentamos durante planejamento pedagógico as ferramentas aqui elencadas aos professores de Matemática da escola em que atuamos. Ao acompanhar o desenvolvimento das atividades disponibilizadas a eles, foi possível observar a interação e a participação dos alunos durante as aulas, favorecendo assim o ensino-aprendizagem dos assuntos abordados de forma significativa. Vale também ressaltar que os professores passaram a inserir em suas metodologias, na abordagem de outros assuntos, como funções trigonométricas na 2ª série, por exemplo, o uso das plataformas aqui sugeridas, adaptando os roteiros assim como aqui fizemos. O que mostra que o nosso objetivo maior que é contribuir com a prática docente foi atingindo.

Mediante o exposto, consideramos que apresentar atividades prontas facilita a aplicação pelo professor, que em virtude da sobrecarga de trabalho limita-se ao uso do livro didático. Aliado a isso, acreditamos que o fato de utilizarmos as TDIC’s, abre possibilidades para que o professor crie o hábito de usar a web como referência de suas aulas de modo a torna-las mais dinâmicas e atuais, ampliando a metodologia por nós apresentadas nas sequências para qualquer assunto.

Contudo, sugerimos que essas sequências didáticas sejam implementadas de forma complementar, com o intuito de fixar os conhecimentos adquiridos, através de plataformas dinâmicas e atividades interdisciplinares, proporcionando assim uma aprendizagem significativa. Desse modo, esperamos que o material por nós produzido possa ser útil aos professores, facilitando assim a abordagem do assunto, de forma a promover a participação do aluno e consequentemente uma aprendizagem significativa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Í. D. *et al.* Tecnologias e Educação: o uso do youtube na sala de aula. **II CONEDU - Congresso Nacional de Educação**, 2015. p. 1–12. Disponível em: http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/Trabalho_EV045_MD1_SA4_ID8097_06092015214629.pdf. Acesso em: 20 mar. 2021.

ARAÚJO, V. D. S.; MOLINA, L. P. P.; NANTES, E. A. S. Khan Academy: uma possibilidade para as aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 2020. v. 15, n. 1.

BARRETO, M. M. Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio. **Matemática e Educação Sexual: Modelagem do fenómeno de absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**, 2008. p. 1–11.

BARROS, J. C. De. **A utilização do PhET para aprendizagem de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado em Matemática. Universidade Federal de Alagoas. Maceió – AL.2019.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da Natureza. **Brasília: Ministério da Educação**, 2002. p. 1–141. Disponível em: http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Ci?ncias+da+Natureza,+Matem?tica+e+suas+Tecnologias#0%5Cnhttp://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Ci?ncias+da+Natureza,+Matem?tica+e+suas+tecnologias%230. Acesso em: 11 mar. 2021.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. **Boletim Técnico do Senac**, 2018a. v. 44, n. 1. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em 24 fev.2021.

BRASIL. **Resolução nº 3 de 21 de novembro de 2018**. [S.l.]: [s.n.], 2018b. Disponível em: https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/51281622. Acesso em: 13 mar. 2021.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Bases Legais. **Brasília: Ministério da Educação**, 2002. Disponível em http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf/BasesLegais.pdf. Acesso em 15 mar. 2021.

CASTRO, A. L. De. Tecnologias digitais da informação e comunicação no ensino de Matemática: teoria e prática. Bauru: 2015. p. 14. Disponível em: https://unisagrado.edu.br/custom/2008/uploads/wp-content/uploads/2015/05/tecnologias-digitais-da-informação-e-comunicação-no-ensino-de-matemática-teoria-e-prática.pdf. Acesso em: 21 jul. 2021.

CEARÁ, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO. **Matrizes de Conhecimentos Básicos**. Governo do Estado do Ceará. Fortaleza: SEDUC, 2021. p. 95. Disponível em https://docs.google.com/spreadsheets/d/1trM7zPcjcxu5SJVPMJNMnJUHbALOLXX27HZtbZx1XN8/edit#gid=0. Acesso em: 08 Ago.2021.

DANTAS, J. Da S. *et al.* TDIC na educação básica: Simulações PhET como proposta metodológica na disciplina de matemática. **IV CONEDU**, 2019. p. 1–8. Disponível em: www.conedu.com.. Acesso em: 26 mar. 2021.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: função afim e função quadrática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DIAS, J. C. Da S. **O uso de tecnologias no ensino da função afim**. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134100/000984303.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em 20 abr. 2021.

E-DOCENTE. Sequência didática: guia para a elaboração e execução. 2019. Disponível em: https://www.edocente.com.br/blog/escola/sequencia-didatica-para-educacao-basica. Acesso em: 25 fev. 2021.

FERREIRA, D. H. L.; BRUMATTI, R. N. M. Dificuldades em Matemática em um curso de engenharia elétrica. **Horizontes**, 2009. v. 27, p. 51–60.

FILGUEIRAS, A. De A. **Os múltiplos discursos sobre a Matemática: por uma reconstrução discursivo-metodológica do seu ensino e aprendizagem**. João Pessoa: Dissertação de Mestrado. Programa de Pós- Graduação em Linguística e Ensino. Universidade Federal da Paraíba, 2015. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/7624. Acesso em: 20 out. 2020.

FUGITA, F. **Avaliação Educacional: um olhar matemático**. Santo André: Dissertação de Mestrado. Centro de Matemática, Computação e Cognição. Universidade Federal do ABC, 2018.

HEINEN, J. G. **Ensino de função quadrática utilizando o GeoGebra**. Novo Hamburgo: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/134115. Acesso em: 29 jun. 2021.

INEP. Matriz de Referência do Saeb: LP e Mat. **Ministério da Educação**, 2001. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/matrizes-e-escalas. Acesso em: 20 mar. 2021.

INEP. Matriz de referência ENEM. **Ministério da Educação**, 2015. n. Dl, p. 24. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia. Acesso em: 20 mar. 2021
INSTITUTO GEOGEBRA. UESB. O que é o GeoGebra? 2014. Disponível em: http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7. Acesso em: 8 maio 2021.

JUNGES, D. D. L. V.; GATTI, A. Estudando por vídeos: o Youtube como ferramenta de aprendizagem. Porto Alegre: **Informática na educação: teoria & prática**, 2019. v. 22, n. 2, p. 143–158.

KESSLER, L. De F. **Aplicações de Funções na Área das Ciências da Natureza por meio do GeoGebra**. Santa Maria , RS: Dissertação de Mestrado. Programa de Pós- Graduação em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de Santa Maria, 2016. Disponível em https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10946. Acesso 20.jan.2021.

KHAN ACADEMY. [s.d.]. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/about. Acesso em: 12 dez. 2020.

LIEBAN, D.; PERTILE, D.; PIEROZAN, A. Tutoria guiada: uma proposta de utilizaçao do software geogebra para exploraçao de problemas de geometria plana com pressupostosna autonomia do aluno. 2012. n. January 2012. Disponível em: http://www.tdx.cat/handle/10803/143090.

LIMA, C.M.P; ALBRECHT, E. Estudo da interdisciplinaridade na perspectiva de resolução de problemas nas aulas sobre função no Ensino Médio. **VI SHIAM**, 2017. v. 6, n. 11, p. 951–952.

MACHADO, N. J. Interdisciplinaridade e contextuação. **Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**, 2005.
MACIEL, P. R. C.; CARDOSO, T. F. L. A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, 2014. v. 28, n. 50.

MEDEIROS, M. F.; MEDEIROS, A. M. Educação e Tecnologia : Explorando o universo das plataformas digitais e startups na área da educação. **V CONEDU**, 2018. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_MD1_SA19_ID836_26072018101555.pdf. Acesso em: 25 abr. 2021.

MENEGAIS, D. A. F. N.; FAGUNDES, L. Da C.; SAUER, L. Z. A análise do impacto da integração da plataforma Khan Academy na prática docente de professores de Matemática. **Renote**, 2015. v. 13, n. 1, p. 1–11.

MILL, D. Gestão Estratégica de Sistemas de Educação a Distância no Brasil e em Portugal: a propósito da flexibilidade educacional. **Educação & Sociedade**, 2015. v. 36, n. 131, p. 407–426.

MORAN, J. Tecnologias digitais para uma aprendizagem ativa e inovadora. *In*: PAPIRUS (Org.). **A Educação que Desejamos: novos desafios e como chegar lá.** 5ª ed. Campinas, SP: *[s.n.]*, 2017, p. 8.

MOURA, P. De S.; RAMOS, M. Do S. F.; LAVOR, O. P. Investigando o ensino de trigonometria através da interdiscipinaridade com um simulador da plataforma PhET. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, 2020. v. 8, n. 3.p. 574-591. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10784/7686. Acesso: 30 abr.2021.

NAGUMO, E.; TELES, L. F.; SILVA, L. D. A. A utilização de vídeos do Youtube como suporte ao processo de aprendizagem (Using Youtube videos to support the learning process). **Revista Eletrônica de Educação**, 2020. v. 14, p. 3757008.

OLIVEIRA, A. M.; LUDWIG, L.; FINCO, M. D. Proposta Pedagógica do Uso das TICs como Recurso Interdisciplinar. **Anais do XXII SBIE - XVII WIE**, 2011. v. 1, n. 1, p. 1334–1341. Disponível em: http://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/1974. Acesso 25 abr.2021.

OLIVEIRA, H. S. De; LIMA, M. De F. W. P. Utilização da Plataforma Khan Academy na Resolução de Exercícios de Matemática. **Scientia cum Industria**, 2017. v. 5, n. 2, p. 66–72.
OLIVEIRA, M. M. Como fazer pesquisa qualitativa. Petrópolis, Vozes, 2007.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. Da. Sequência didática na Matemática. **Revista de Educação do Ideau**, 2013. v. 8, n. 1809–6220, p. 0–14.

PHET, S. PhET: Pesquisa e Desenvolvimento. 2013. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=qdeHagIeyrc. Acesso em: 8 maio 2021.

PONTE, J. P. Da. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, 1990. n. 15, p. 3–9. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4473. Acesso em: 10 jan.2021.

PRADO, W. R. Do. **O estudo integrado de funções e cinemática**. Cornélio Procópio.: Dissertação de Mestrado. . Programa de Pós- Graduação em Matemática em Rede Nacional. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2019.

RABELO, M. L. **Avaliação Educacional: fundamentos, metodologias e aplicações no contexto brasileiro**. 1. ed. Rio de Janeiro: *[s.n.]*, 2013.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. Da G. B. F. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis, MG. **EM TEIA | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana - ISSN: 2177-9309**, 2012. v. 3, n. 3, p. 199–222. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/9841/pdf. Acesso em: 8 ago. 2021.

SILVA, M. J.; PEREIRA, M. V.; ARROIO, A. O Papel do Youtube no ensino de ciências para estudantes do Ensino Médio. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, 2017. v. 7, n. 2, p. 35–55.

SILVA, R. S. Da; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. De A. Modelagem Matemática e TIC's: possibilidades para uma abordagem interdiciplinar de conceitos através da tecnologia informática. Porto Alegre: 2012. p. 12.

SILVA, T. F. **O Ensino de História no Currículo dos Cursos de Pedagogia das Instituições Privadas do Distrito Federal: Caminhos da Integração Curricular**. Brasília: Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. Universidade de Brasília - UnB, 2017. Disponível em: https://repositorio.unb.br/handle/10482/25261. 05. maio 2021.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. De A. O conceito de função e sua linguagem para os professores de Matemática e de ciências. **Ciência & Educação (Bauru)**, 2002. v. 8, n. 1. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/262614597_O_conceito_de_funcao_e_sua_linguagem_para_os_professores_de_matematica_e_de_ciencias. Acesso em 15 dez. 2020.

APÊNDICE - CADERNO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDIC'S

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDIC'S

PROFMAT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
UFERSA

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as matrizes de referências do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB), mostram a relevância do assunto Função na formação acadêmica e profissional do estudante. No entanto, observa-se a necessidade de adequação do currículo escolar às competências e habilidades da BNCC.

Para tanto, apresentamos sugestões de atividades divididas em 5 sequências didáticas sobre os conteúdos de funções, que visam auxiliar os professores na contextualização do assunto, a partir da interdisciplinaridade e da utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Vale ressaltar, que as atividades propostas foram selecionadas a partir de trabalhos acadêmicos e de materiais disponíveis na web e deverão ser aplicadas de forma complementar, com o intuito de consolidar os conhecimentos adquiridos, através de plataformas dinâmicas e atividades interdisciplinares, podendo ser adaptadas à carga horária e interesse de cada professor, bem como, servir de modelo para a elaboração de novas atividades, sempre na busca de proporcionar uma aprendizagem significativa.

As atividades estão distribuídas em cinco sequências didáticas, uma para cada tema de Função:

SD01 - Conceito de Função

SD02 - Função Afim

SD03 - Função Quadrática

SD04 - Função Exponencial

SD05 - Função Logarítmica

Sequência Didática 01

Tema da Sequência Didática
Conceito de Função
Objetivos da Sequência Didática
• Compreender a construção histórica do conceito de função; • Identificar relações de dependência entre duas grandezas; • Compreender o conceito de função;
Habilidades da BNCC serem desenvolvidas
(EF09MA06). Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (EM13MAT510). Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
Recursos Didáticos
Caderno, caneta, computador, tablet ou celular com acesso à internet.
Ferramentas digitais
Youtube e Khan Academy
Componentes Curriculares envolvidos
Matemática e História da Matemática
Atividades que compõem a Sequência Didática
Atividade 01. A história do conceito de função Atividade 02. Noções básicas de funções Momento ENEM

Detalhamento das Atividades

Atividade 01

Título: A história do conceito de função

Objeto de aprendizagem: Construção do conceito de função.

Objetivo de aprendizagem: Compreender que o conceito de função foi construído ao longo da história, em diferentes culturas e em momentos distintos a partir das necessidades dos homens.

Ferramenta digital:
Vídeo do Youtube

Orientações ao Professor:

Inicialmente, o professor deverá fazer uma breve acolhida enfatizando a construção do conhecimento matemático ao longo da história e em seguida apresentar o vídeo (teaser[1]): "História do conceito de função" do Canal Laboratório História da Ciência do CEFET/RJ[2], disponível no endereço: **https://www.youtube.com/watch?v=86Cyghs97tY**.

Após a exposição do vídeo, o professor deverá apresentar a proposta de avaliação, em formato de seminários sobre o referido tema, tomando como referência os vídeos que constam no trabalho de Maciel e Cardoso (2014), elaborados por alunos do ensino médio do CEFET/RJ, baseados em pesquisas do Prof. Maciel, sobre a construção do conceito matemático que hoje se denomina função.

Dando continuidade, a turma deverá ser dividida em 4 equipes, para tanto, sugere-se que essa divisão leve em consideração os níveis de aprendizagem dos mesmos, ou seja, as equipes devem ser compostas por alunos com médias altas, medianas e baixas em Matemática, evitando assim a exclusão de determinados alunos pelos próprios colegas de turma e pelo nível de assimilação dos conceitos em Matemática.

---

[1] Teaser é uma prévia para algum tipo de conteúdo, com objetivo de atrair o público para o que será o produto final. Disponível em **https://sambatech.com/blog/insights/teaser-para-vender-conteudos/**. Acesso em 04 jun.2021.

[2] CEFET/RJ - Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – Rio de Janeiro

Formadas as equipes, o professor poderá realizar um sorteio para distribuição dos quatro vídeos, conforme consta no quadro a seguir:

Quadro 1.Descrição de Vídeos

Parte	Descrição do Vídeo	Disponível em:	Tempo do vídeo
1	A primeira parte trata da relação funcional, da contagem e da consequente necessidade de relacionar dois números, e do gráfico de Oresme.	http://www.youtube.com/watch?v=pYQzdY40yr8	4min27s
2	Na parte dois, vemos um pouco das origens da tentativa de conceituar função por volta do período da Revolução Científica, passando por pensadores importantes para esta construção, como Descartes, Galileu, Viéte, etc.	http://www.youtube.com/watch?v=35OIMMUFAuk	5min26s
3	Na parte três, estão apresentadas as contribuições de Isaac Newton, Leibniz, Euler e mais; o conceito começa a ganhar forma e funções passam a ser escritas em fórmulas.	http://www.youtube.com/watch?v=OK5FrN4E7b4	5min58s
4	Na última parte do documentário, estudam-se as partes mais contemporâneas do que se conhece, hoje, por função.	http://www.youtube.com/watch?v=HZLREejrDP0	5min30s

Fonte: Autoria própria

Feito o sorteio, cada equipe deverá ser orientada a construir uma apresentação tomando por base a parte do documentário que foi lhe designada e apresentar em formato de seminário em data determinada pelo professor. As apresentações deverão ter duração entre 10 e 15 min. É importante deixar claro que os alunos devem trazer outras informações além dos presentes no documentário.

Sugerimos que o professor exiba o documentário completo em sala e fomente a discussão antes mesmo deles iniciarem o trabalho em equipe. Desta forma, todos tem acesso ao conteúdo completo e evita o que geralmente acontece, das equipes só conhecerem a parte do assunto que lhe foi designada para apresentação.

Avaliação

Apresentação e interação dos alunos sobre o tema. A fim de dar responsabilidade para cada integrante da equipe, a composição da nota deve estar relacionada ao posicionamento individual. Serão avaliados aspectos formativos de cada um, no que se refere a organização, a criatividade, sequência lógica e profundidade e também será pedido que eles façam uma autoavaliação da equipe, pontuando os seguintes aspectos assiduidade, responsabilidade e comprometimento com a equipe.

Referências

MACIEL, P. R. C.; CARDOSO, T. F. L. A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, 2014. v. 28, n. 50. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/7622>. Acesso em: 17 dez. 2020.

A História do Conceito de Função. [S.l.: s.n.], 2013. 1 Vídeo (1min20s). Publicado pelo canal **Laboratório História da Ciência. https://www.youtube.com/watch?v=86Cyghs97tY**. Acesso em 04 jun.2021.

Atividade 02

Título: Álgebra: Funções

Objeto de aprendizagem: Noções básicas de funções.

Objetivo de aprendizagem:

- Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis.
- Compreender as diversas representações de função: numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conhecimento para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Ferramenta digital:

Khan Academy

Orientações ao Professor:

Inicialmente, sugere-se que tanto o professor quanto o aluno deverão estar cadastrados na plataforma Khan Academy, no entanto, existe a possibilidade de navegar na plataforma mesmo sem ser cadastrado. Disponível no endereço: (https://pt.khanacademy.org/brasil).

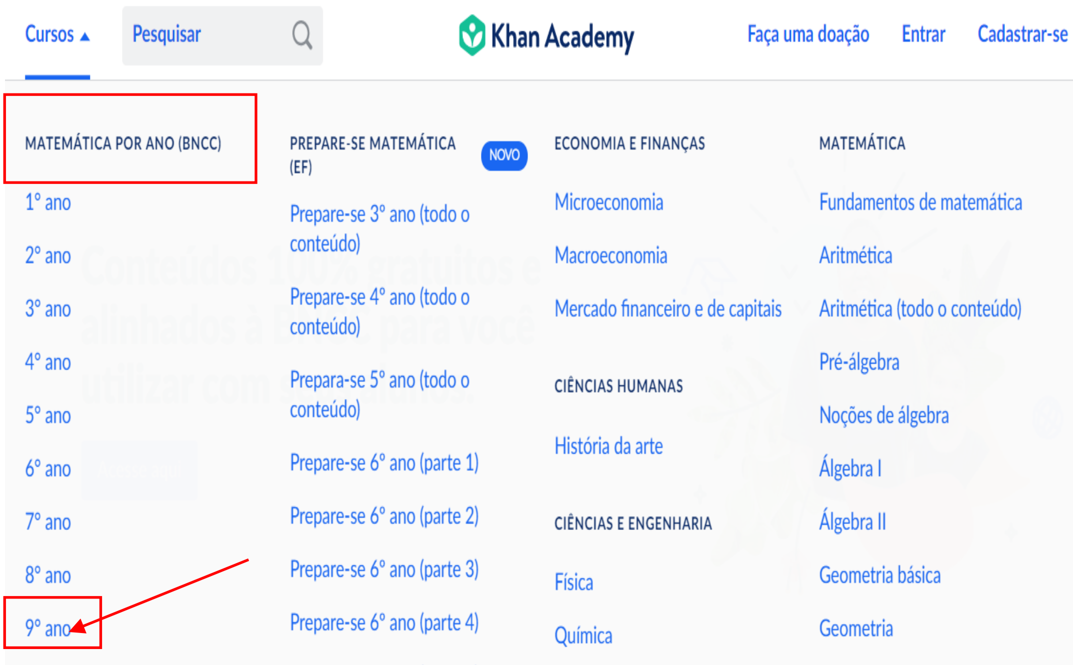
Dica!

Antes de passar para atividade propriamente dita, aconselhamos que seja realizado um momento para apresentação da plataforma para os alunos, para que seja possível uma apropriação das ferramentas disponíveis.

Passo a passo:

Ao fazer o login, deverá selecionar: Cursos - Matemática por BNCC - 9º ano (Fig. 1).

Figura 1. Interface do Khan Academy



Fonte: https://pt.khanacademy.org/. Acesso em 07 jul.2021

Selecionar em **Resumo do Curso** o tema: **Álgebra: funções** (Fig.2)

Figura 2. Interface do Khan Academy – Matemática 9º ano

Fonte: https://pt.khanacademy.org/math/pt-9-ano#algebra-funcoes-9ano. Acesso em 07 jul.2021

No tema **Álgebra: funções** são disponibilizados cinco tópicos:

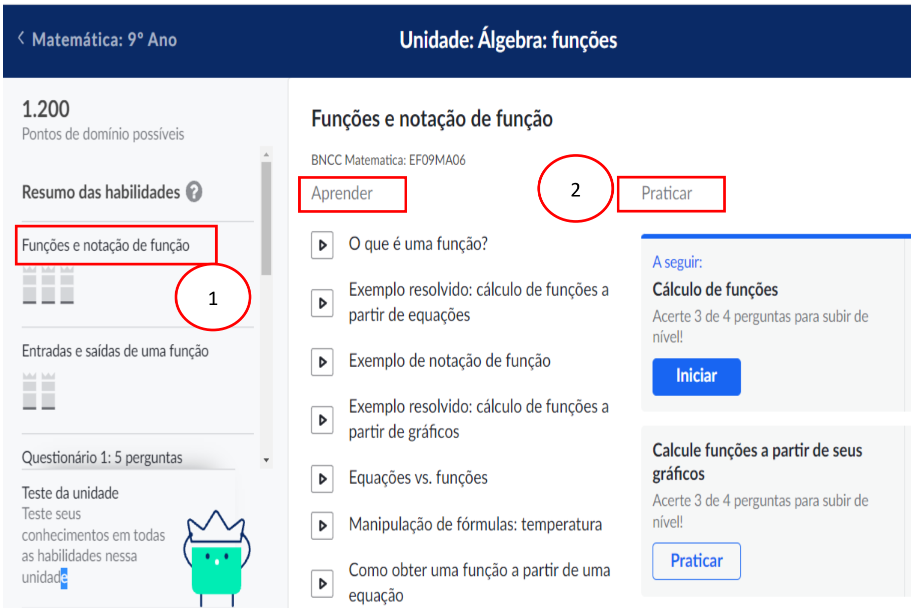
- Funções e Notação de função
- Entradas e saídas de uma função:
- Modelos lineares
- Comparação de funções lineares
- Construção de modelos lineares para relações do mundo real

Estes tópicos (1 - Fig.3) ficam localizados do lado esquerdo da tela com uma barra de rolagem que dá acesso a todos os tópicos. É importante ressaltar ainda, que cada tópico disponível, possui duas seções (2 - Fig.3), que ficam disponibilizadas no lado direto da tela:

- **Aprender** - composto por vídeos aulas de curta duração, que se utiliza de uma linguagem clara e objetiva, com o intuito de facilitar a compreensão do aluno em relação ao conteúdo abordado. Esses vídeos trazem exemplos e aplicações no cotidiano

- **Praticar**- composto por atividades em que o aluno interage com plataforma fazendo a resolução de atividades e recebendo o feedback instantâneo. Este tópico, funciona com uma metodologia de gamificação, quando resolver corretamente, o aluno obtém uma determinada pontuação que irá acumulando e mudando de nível.

Figura 3. Interface do Khan Academy- Álgebra: funções



Fonte: https://pt.khanacademy.org/math/pt-9-ano/algebra-funcoes-9ano. Acesso em 07 jul.2021

Apresentada a plataforma, o professor deverá enfatizar a responsabilidade que os alunos terão sobre seu processo de aprendizagem, superando os desafios e estabelecendo suas metas. Em seguida, deverá orientar os alunos a entrarem em seus dispositivos (celular, tablete, notebook) ou nos computadores do laboratório de informática da escola e iniciarem as atividades referentes ao primeiro tópico **"Funções e notação de funções",** nesse momento o professor poderá tirar as dúvidas e dar as instruções necessárias.

Ao término da aula, os alunos devem ser orientados a continuar as atividades no contraturno, de acordo com o roteiro disponibilizado pelo professor, como forma de nivelar toda a turma. Como é uma atividade complementar, deixamos livres para o professor definir quais elementos desejam explorar com seus alunos e o tempo necessário de acordo com a realidade de cada sala de aula.

O professor deve configurar sua turma no Khan Academy[3], pois dessa forma poderá acompanhar o desenvolvimento do estudante, através da aba **Atividade** do relatório **Visão geral**

[3] Ferramentas para professores: Orientações de como configurar a turma, recomendar atividades, acessar e explorar relatórios do Khan Academy, disponível em **https://pt.khanacademy.org/khan-for-educators/khan-academy-para-educadores/formacao-inicial#licao-3**. Acesso 01.jun.2021.

da atividade. Nessa ferramenta fica disponível ao professor o tempo que o aluno passa na plataforma, se estão fazendo os exercícios e as habilidades em que se obteve progresso, e mostra o desempenho dos alunos nas atividades. Outra vantagem dessa ferramenta é que o feedback com os alunos, poderá ser realizado individualmente, ao longo do período estabelecido, ou de forma global, ao resolver exercícios que os alunos apresentaram dificuldades durante as aulas.

Nas sequências seguintes, embora a plataforma Khan Academy não seja utilizada diretamente nas atividades, iremos sugerir dicas de tópicos a serem abordados de forma complementar de acordo com a temática, seja para abordagem de conteúdos pré requisitos ou para fixar os conhecimentos adquiridos.

Avaliação

O aluno deve ser avaliado a partir da sua interação na plataforma, bem como, na resolução dos desafios propostos, tendo em vista que os resultados obtidos pelo aluno são direcionados para o professor que faz o acompanhamento do seu progresso e elenca suas dificuldades.

Referências

KHAN ACADEMY. Álgebra: funções. Disponível em **https://pt.khanacademy.org/**. Acesso em 31 mai.2021.

Momento ENEM

Neste espaço disponibilizaremos duas questões do ENEM[4], que oportunizarão os alunos a analisarem situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis e perceberem a relação de dependência unívoca entre elas e suas representações gráficas. Para

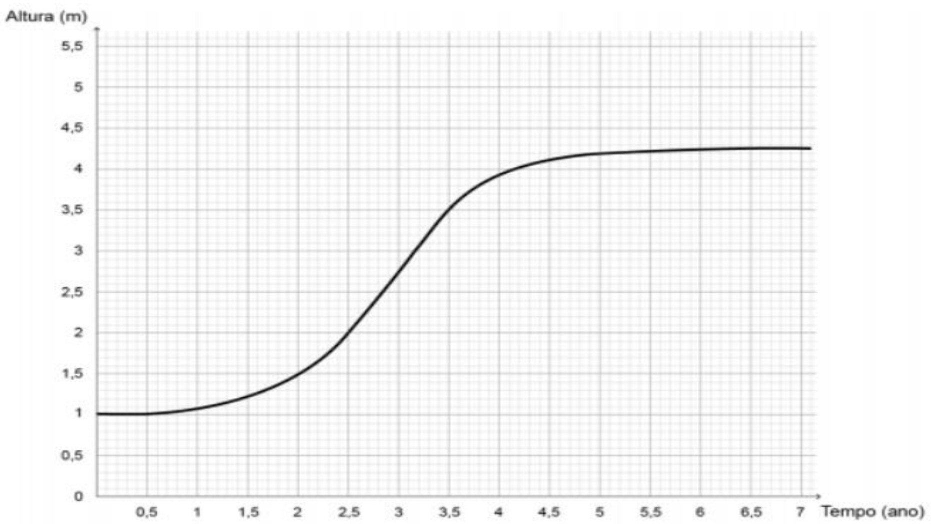
[4] Todos as questões apresentadas, inclusive as respostas foram retiradas do site do INEP. Ministério da Educação. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos

tanto, sugerimos que no decorrer da abordagem das questões, o professor possa levar o aluno a refletir sobre os seguintes pontos:

- os conteúdos abordados na situação problema;
- os componentes curriculares envolvidos na situação problema;
- as metodologias e procedimentos necessários para a resolução da situação problema;
- as dificuldades apresentadas para resolução da situação problema

Questões ENEM

1. (ENEM DIGITAL 2020) O gráfico apresenta a evolução do crescimento de uma determinada árvore, plantada a partir de uma muda com 1 metro de altura. Nessa evolução, a altura da árvore, em metro, é descrita em função do tempo, medido em ano.



No período de 1 ano, contado a partir do instante em que a árvore tinha dois anos e meio de plantio, a variação da altura dessa árvore, em metro, teve valor compreendido entre

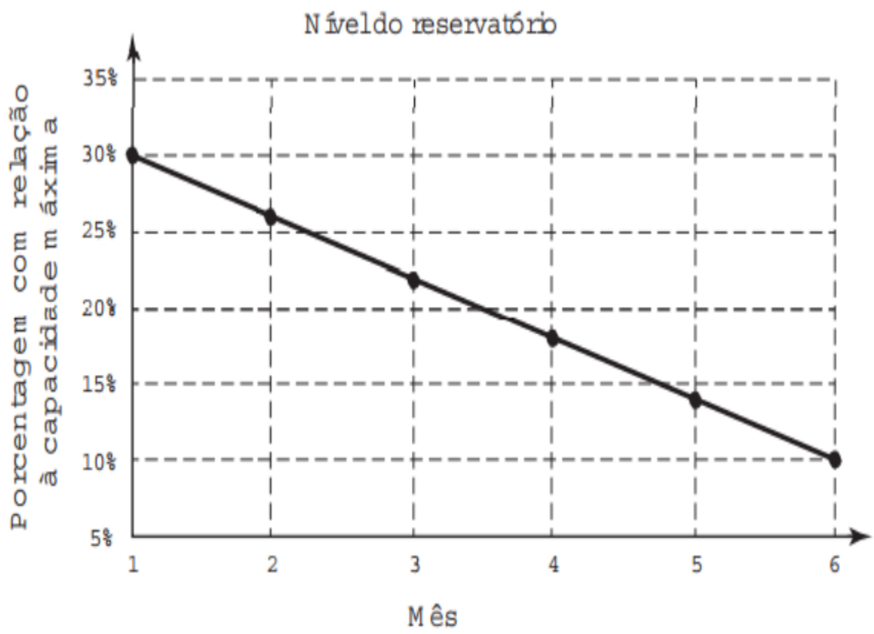
a) 0,55 e 0,65
b) 0,65 e 0,75
c) 1,05 e 1,15
d) 1,25 e 1,35
e) 1,45 e 1,55

Solução: *Primeiramente identificaremos no gráfico a variação da altura da árvore entre o tempo 2,5 e 3,5 anos. Observamos que o ano 2,5 está relacionado à altura 2,0 e o ano 3,5 está relacionado à altura 3,5. Ou seja, houve uma variação da altura de 1,5m (3,5 -2,0).*

Resposta: letra e

Componente Curricular envolvido: Biologia

2. **(ENEM 2016)** Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

a) 2 meses e meio.

b) 3 meses e meio.

c) 1 mês e meio.

d) 4 meses.

e) 1 mês.

Solução: *Ao observarmos o gráfico, percebemos que ocorre uma variação no percentual da capacidade máxima do reservatório de 20% (30% – 10%), num período de 5 meses (6-1). Logo, para que para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade, ele terá que reduzir 10% do nível (observar que o gráfico começa do 1), assim, basta fazer uma regra de três:*

20% --------5

10% -------x

20x = 50

x =2,5.

Portanto, 2,5 meses é o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade.

Resposta: Letra a

Componente Curricular envolvido: Geografia

Avaliação

A avaliação se dá a partir do desempenho do aluno na resolução das questões e da participação nas discussões geradas, provenientes dos questionamentos propostos em relação a cada situação problema.

Referências

INEP. Ministério da Educação.2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem\/provas-e-gabaritos. Acesso em 20 jan.2021.

Sequência Didática 02

Tema da Sequência Didática
Função Afim
Objetivos da Sequência Didática
● Realizar investigações sobre o conceito e aplicação de função afim com auxílio de recursos tecnológicos (plataformas e softwares). ● Desenvolver formas de raciocínio e processos por meio de estratégias e resultados, no intuito de que os alunos se apropriem da função afim. ● Identificar a função linear e associá-la a proporcionalidade direta; ● Reconhecer a relação entre função afim e o movimento retilíneo uniforme (MRU) ● Aplicar a função afim na resolução de situações-problemas
Habilidades da BNCC a serem desenvolvidas
(EF09MA07). Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica (EF09MA08). Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas (EM13MAT302). Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT401). Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (EM13MAT501). Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
Recursos Didáticos
Computador, tablet ou celular com acesso à internet.
Ferramentas Digitais

Youtube, Khan Academy, PhET, GeoGebra
Componentes Curriculares envolvidos
Matemática, Física
Atividades que compõem a Sequência Didática
Atividade 01. Função Afim e suas Aplicações Atividade 02. Construtor de funções Atividade 03. Função Afim e MRU Momento ENEM – Função Afim

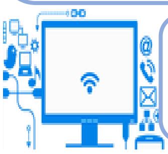
Detalhamento das Atividades

Atividade 01

Título: Função afim e suas aplicações

Objeto de aprendizagem: Função afim e suas aplicações

Objetivo de aprendizagem: Apresentar diversas aplicações da função afim relacionando-a a outras disciplinas.



Ferramenta digital:

Vídeo do Youtube

Orientações ao Professor:

Para o desenvolvimento desta atividade, o professor deverá orientar que os alunos assistam, durante o contraturno, o vídeo “Para que serve a função afim?” do Canal Toda a Matemática do professor Gustavo Viegas, disponível em **https://www.youtube.com/watch?v=59Cx2Y6pncE**. Solicite que os alunos registrem no caderno, as situações de aplicações da função afim citadas no vídeo e busquem pelo menos mais dois exemplos dessa aplicação no cotidiano, para que sejam socializados em sala de aula. Na aula seguinte, explore o solicitado, promovendo um momento de roda de conversa, que chamaremos de “**Vamos refletir um pouco”**.

Vamos refletir um pouco

Para ajudar na condução desse momento trilhamos o seguinte roteiro, que tem como objetivo principal, fazer com que os alunos percebam a diversidade de aplicabilidade da função afim.

Abertura (05 min): boas-vindas e apresentação do tema a ser debatido.

Debate (40min): o professor faz questionamentos, disponibilizando uma média de 10 min por questionamento, para que os alunos possam se expressar.

1. Quais aplicações de função afim constavam no vídeo?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos citem: 1ª) Movimento retilíneo uniforme (carro com velocidade constante); 2ª) Função da velocidade com a aceleração constante (MRUV- carro com aceleração constante); 3ª) Intensidade da Força relacionada a massa quando a aceleração é constante (força ao empurrar um carrinho de supermercado); 4ª) Energia potencial relativa a altura (skatista); 5ª) Pressão da atmosfera relativa a profundidade (mergulhador); 6ª) Fórmulas para conversão de escalas de temperaturas (Celsius em Fahrenheit); 7ª) Dilatação linear de um objeto (dilatação do ferro); 8ª) Cálculo da intensidade da força elétrica (impressora a jato de tinta); 9ª)Energia de repouso de um objeto (Bomba nuclear) e 10ª) Lei de Hubble (velocidade de expansão do Universo).*

2. Qual aplicação mais interessante?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos expressem suas opiniões.*

3. Citem as disciplinas envolvidas nas situações abordadas?

Resposta esperada: *Física*

4. Citem outros exemplos com aplicações de funções afins no cotidiano

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos citem outros exemplos, como as funções que fornecem o custo da produção de x peças em uma empresa; o preço a pagar a um taxista que é dado em função do número de quilômetros rodado, dentre outros.*

Fechamento (05 min): espaço para que os participantes reflitam sobre o que foi debatido na roda de conversa:

5. O que aprenderam com as conversas?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos enfatizem a importância da função afim e sua aplicabilidade na ciência e também no cotidiano.*

6. Que pontos mudaram o entendimento que tinham sobre o tema?

Resposta esperada: *<u>Espera-se que os alunos exponham o entendimento que tinham sobre o assunto antes e depois dessa conversa.</u>*

No caso de aulas online podem ser utilizados ferramentas como mentimeter[5], padlet[6] ou jamboard[7], para promover a interação professor-aluno, visto que, essas ferramentas possibilitam o compartilhamento de murais facilitando as atividades colaborativas

Avaliação

O aluno será avaliado de forma global, por meio da demonstração de interesse sobre o que está sendo estudado, ao apresentar exemplos, como também pela participação durante as discussões sobre o vídeo e socialização das aplicabilidades.

Referências

VIEGAS, G. (23 fev.2021). *1 Vídeo (14min23s). Para que serve a função afim?* Publicado pelo canal Toda a Matemática: **https://www.youtube.com/watch?v=59Cx2Y6pncE** . Acesso em 21 mar.2021

Khan Academy

*Antes de darmos continuidade com a atividade 02, do mesmo modo que abordamos na sequência 01, os alunos podem ter acesso a plataforma Khan Academy, e no intuito de nivelamento da turma, recomendamos iniciar uma competição, com alguma premiação simples, tipo um ponto na média, aos que atingirem uma certa pontuação para a seguinte temática: **Álgebra: Razões e***

---

[5] Disponível em **https://www.mentimeter.com/**. Acesso em 01 jun. 2021.
[6] Disponível em **https://pt-br.padlet.com/** Acesso em 01jun.2021
[7] Dicas de uso do Jamboard disponível no link: **https://support.google.com/jamboard/#topic=7383644**

proporções. *Disponível em:* ***https://pt.khanacademy.org/math/pt-9-ano/algebra-razoes-e-proporcoes-9ano****. A escolha desse tópico foi devida, por ser abordado conteúdos básicos e necessários para compreensão do ensino de função. Desta forma aproveita-se o espírito competitivo comum nessa idade, bem como, o aspecto de gamificação presente na plataforma.*

Atividade 02

Título: Construtor de funções

Objeto de aprendizagem: Funções, pares ordenados e equação linear

Objetivo de aprendizagem:

- Reconhecer uma função afim;
- Identificar os coeficientes angular e linear da função afim;
- Reconhecer quando as funções são crescentes ou decrescentes.
- Compreender o que é a raiz de uma função.
- Identificar os casos particulares da função afim: função linear, função identidade e função constante.

Ferramenta digital:

PhET

Orientações ao Professor:

Previamente, o professor poderá se cadastrar na plataforma, bem como, orientar que os alunos também realizem o cadastro. A atividade é composta por três momentos: no primeiro momento, o professor deverá explicar como funciona o simulador **Construtor de Funções**. No segundo momento, deverá orientar os alunos a manipularem o simulador, e por último, no tópico **"Vamos refletir um pouco"** será realizada uma discussão acerca dos conceitos matemáticos trabalhados a partir da manipulação do simulador e das respostas aos questionamentos propostos.

Passo a passo:

Para acessar a ferramenta base dessa atividade todos devem clicar no endereço disponível em: **https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/function-builder#page-content**

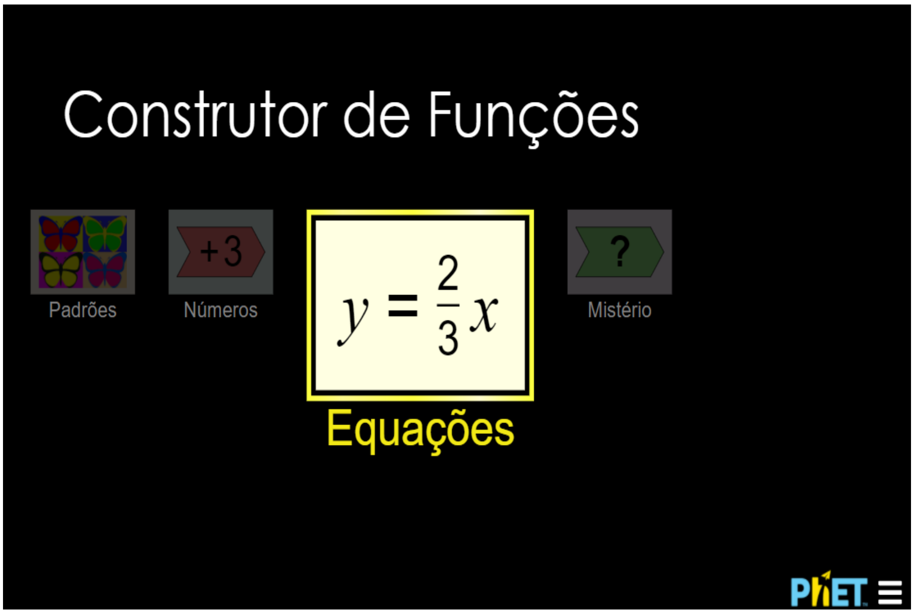
Figura 1.Interface do Simulador Construtor de Funções

Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/function-builder#page-content. Acesso em 08 jul. 2021

Ao selecionar o “Construtor de Funções” (1- Fig.1), será direcionado para a página que apresenta os quatro menus que compõem o simulador, que são eles: Padrões, Números, Equações e Mistério. Nesta atividade usaremos apenas 2 desses menus, o Equações e o Mistério. Por causa do grande número de conceito que se busca explorar nessa atividade, sugerimos que ela seja desenvolvida em dois momentos. No primeiro momento trabalharemos o menu Equações (Fig.2) pois ele é o mais adequado para atingirmos os objetivos dessa atividade. O menu Mistério será trabalhado como um momento de aprofundamento dos conhecimentos abordados no menu Equações.

Usando o Menu EQUAÇÕES

Figura 2. Interface - Opções de Menus

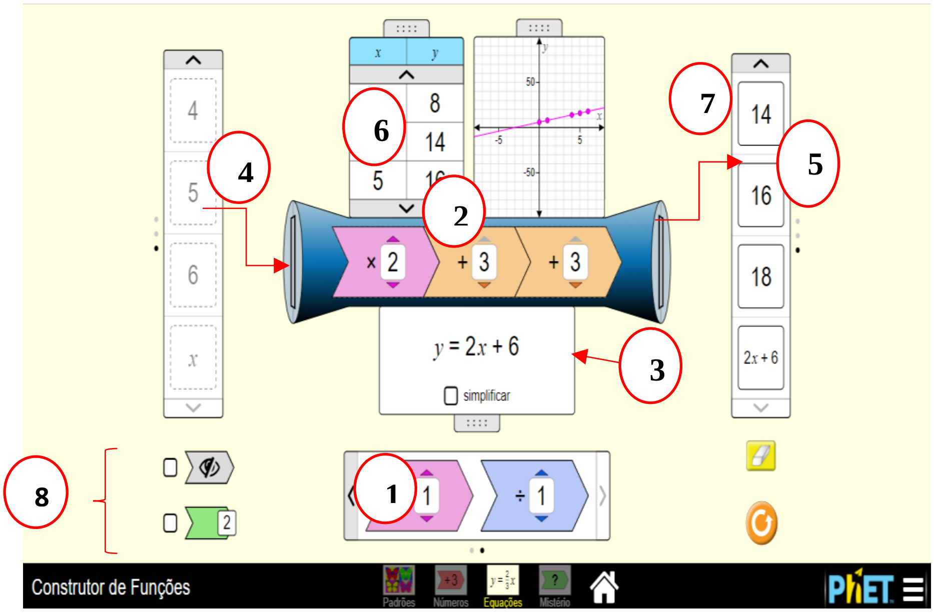


Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/function-builder#page-content. Acesso em 08 jul. 2021

O funcionamento do menu Equações (Fig.3) consiste em:

- Definir e editar no primeiro momento uma função desejada articulando os números e suas operações contidas na caixa (1) que serão levados e sobrepostos o tubo azul (2).

Figura 3. Interface do Menu Equações



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_pt_BR.html. Acesso em 08 jul. 2021

- Abaixo do tubo azul (3) aparecerá a função formada pelo aluno.
- Em seguida, deverá ser realizada a entrada dos pontos correspondentes ao eixo da abscissa x (4) por dentro do tubo azul que contém a função definida pelo aluno inicialmente. Na sequência esse número será substituído no lugar da incógnita x, resultando assim, no ponto correspondente ao eixo da ordenada y (5).
- O simulador possui a tabela (6) com os pares ordenados que foram submetidos no tubo azul e o plano cartesiano com todos os pontos da tabela juntamente com o gráfico da função (7). No (8), é possível selecionar para visualizar ou não o que se passa no tubo, destacando o valor a cada operação.

Vamos refletir um pouco

O professor deverá trabalhar com diversos exemplos de funções**,** de modo que os alunos se familiarizem com o funcionamento do Construtor de Funções. Para tanto, elaboramos uma sequência de questionamentos de modo orientar o professor na construção de alguns conceitos como a raiz de uma função afim, o gráfico e seu comportamento quanto ao crescimento e decrescimento.

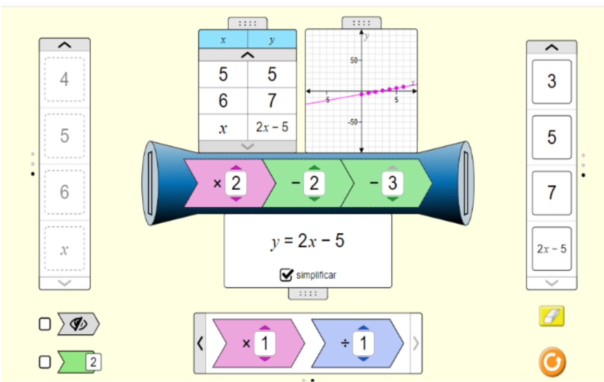
Dica!

Além do solicitado sugerimos que em cada exemplo trabalhado, o professor explore o máximo de informações possíveis, como é o caso da tabela dos pares ordenados, os coeficientes, dentre outros elementos.

1 - Vamos calibrar o construtor de funções de modo a obter as seguintes funções:

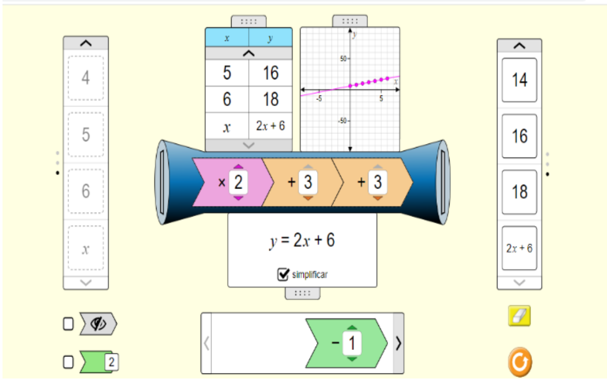
a) $y = 2x - 5$

Resposta esperada:



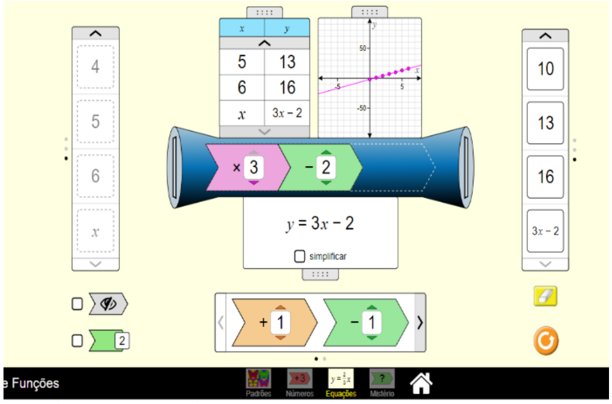
b) $y = 2x + 6$

Resposta esperada:



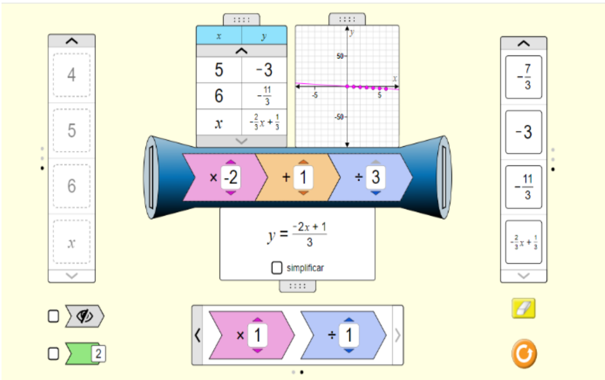
c) $y = 3x - 2$

Resposta esperada:



d) $\boldsymbol{y = \frac{-2x+1}{3}}$

Resposta esperada:



2. Usando o simulador, construa o gráfico das funções dadas e determine o que se pede, completando o quadro abaixo:

I. raiz, caso tenha;

II. coeficiente angular e coeficiente linear;

III. valores que devemos atribuir para x e para y de modo a descobri os pontos de intersecção com os eixos coordenados e que ponto intercepta os eixos;

IV. os quadrantes do plano cartesiano que o gráfico intercepta;

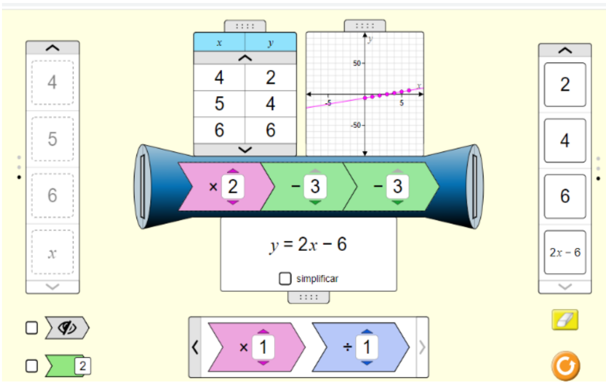
V. o que acontecem com os valores de y, se os valores de x crescem;

VI. a declividade do gráfico (crescente ou decrescente)

FUNÇÕES	a) $\mathbf{y = 2x - 6}$	$\boldsymbol{b)\, y = -\frac{1}{2}x - 1.}$	c) $\mathbf{y = -6x}$	d) $\mathbf{y = 6x + 3}$
I	*3*	*-2*	*0*	*-1/2*
II	*Angular: 2* *Linear: -6*	*Angular: -1/2* *Linear: -1*	*Angular: -6* *Linear: 0*	*Angular:6* *Linear: 3*
III	*x=0 e (0,-6)* *y=0 e (3,0)*	*x=0 e (0,-1)* *y=0 e (-2,0)*	*x=0 e (0,0)* *y=0 e (0,0)*	*x=0 e (0,3)* *y=0 e (-1/2,0)*
IV	*1º, 3º e 4º*	*2º, 3º e 4º*	*2º e 4º*	*1º, 2º e 3º*
V	*y cresce*	*y decresce*	*y decresce*	*y cresce*
VI	*crescente*	*decrescente*	*decrescente*	*crescente*

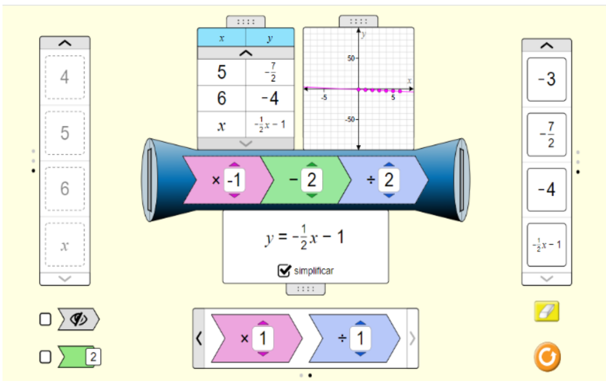
$\boldsymbol{a)\ y = 2x - 6}$

(construção esperada)



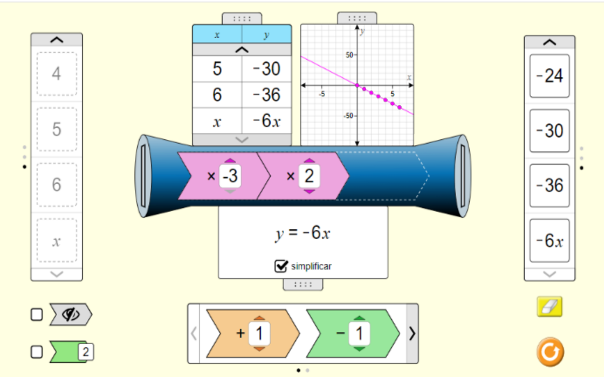
$\boldsymbol{b)\ y = -\frac{1}{2}x - 1}$

(construção esperada)



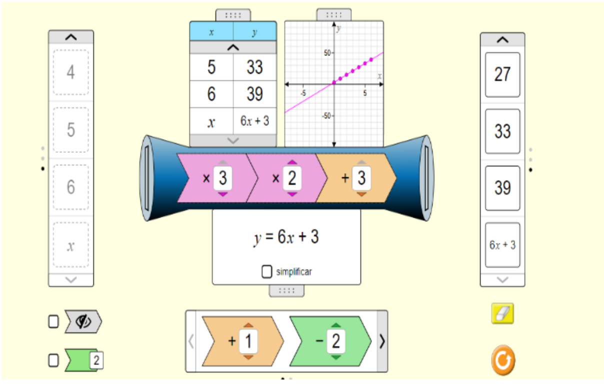
c) $\boldsymbol{y = -6x}$

(*construção esperada)*



d) $\boldsymbol{y = 6x + 3}$

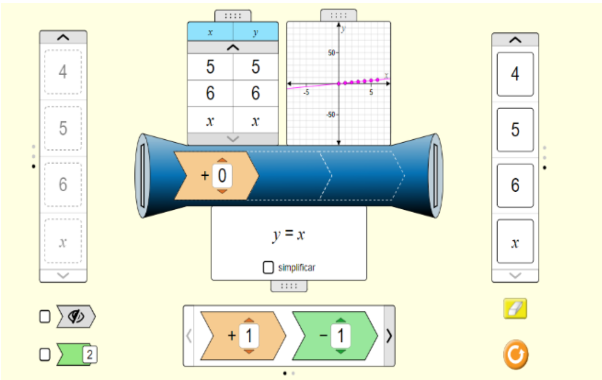
(*construção esperada)*



3. Sabendo que a função afim ou função polinomial do 1° grau é do tipo, f(x) = y = ax + b, com a ≠ 0. Dê um exemplo e construa no simulador:

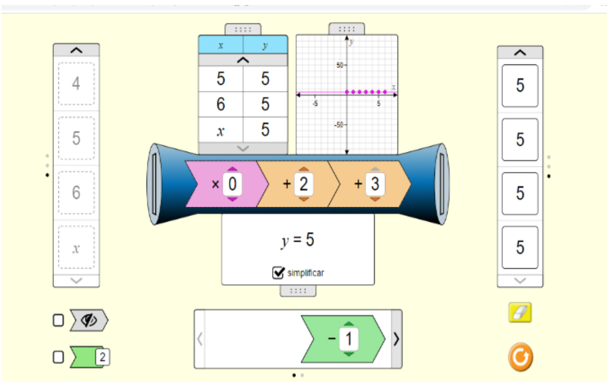
a) uma função identidade

Resposta esperada*: y=x*



b) uma função constante

Possível resposta*: y=5*



❑ **Usando o Menu MISTÉRIOS**

Para concluir, será utilizado o menu **Mistério** (Fig.4) para a continuidade do estudo da função afim, de forma mais aprofundada. Nesse menu, os alunos terão que descobrir qual a função disponibilizada pelo simulador, utilizando todo conhecimento matemático sobre funções do 1º grau e relacionando sistemas lineares.

Figura 4. Interface do Menu Mistério

Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_pt_BR.html. Acesso em 08 jul. 2021.

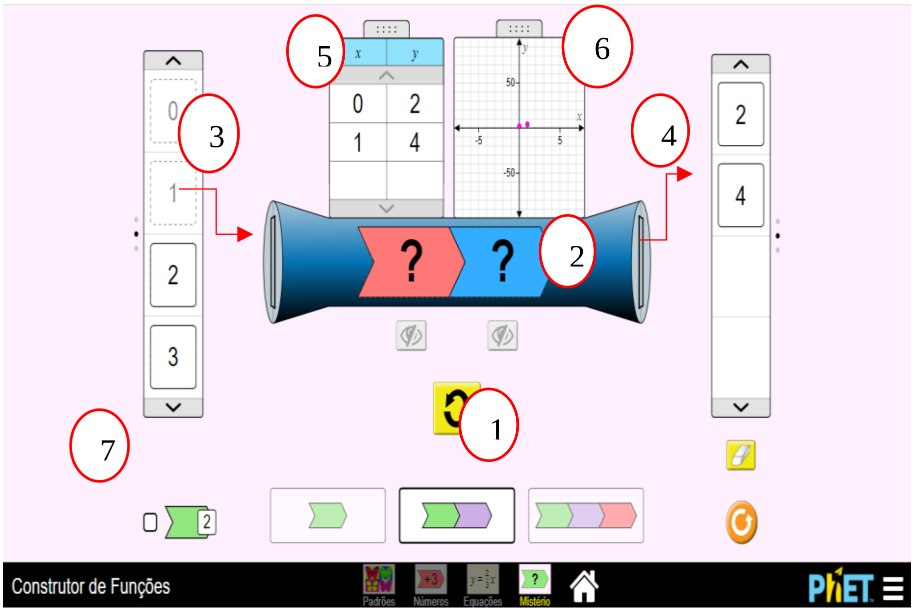
O funcionamento do menu Mistério (Fig. 5) consiste em:

- Fazer a escolha dos níveis e sobrepor no tubo azul (1 e 2), sugerimos iniciar com dois níveis.
- Em seguida, realizar a entrada dos pontos correspondentes ao eixo da abscissa (3) por dentro do tubo azul que contém a função, gerada automática pelo construtor e não a

conhecemos. Na sequência esse número será substituído no lugar da incógnita x, resultando assim, no ponto correspondente ao eixo da ordenada y (4).

- O simulador possui a tabela (5) com os pares ordenados que foram submetidos no tubo azul e o plano cartesiano com todos os pontos da tabela juntamente com o gráfico da função (6). Selecionando o item (7), é possível visualizar o que se passa no tubo, destacando o valor a cada operação.

Figura 5. Interface Menu Mistério



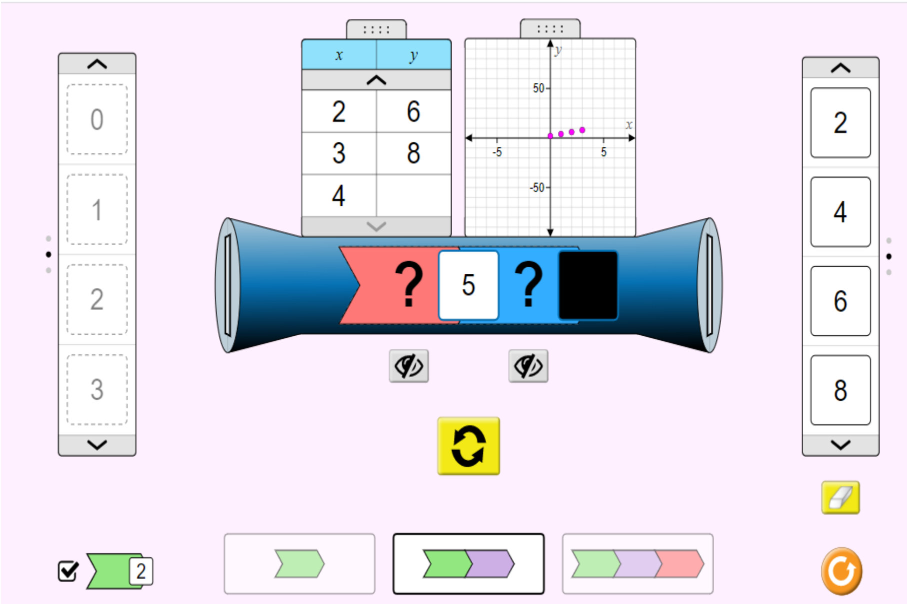
Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_pt_BR.html. Acesso em 08 jul. 2021.

Vamos refletir um pouco

Peça para cada aluno acessar o menu Mistério e escolher dois níveis. Na sequência comece a inserir os valores de x, e a partir dos valores de y obtidos descubra qual é a função misteriosa gerada pelo construtor. É importante deixar claro que o construtor irá apresentar uma função diferente para cada aluno, portanto é necessário que os alunos façam anotações no caderno, para que posteriormente possa compartilhar com a turma, como descobriu sua função misteriosa utilizados as informações fornecidas.

Na sequência mostramos a título de exemplificação uma tela do menu Mistério (Fig.6), onde a função gerada é a seguinte: $y= 2(x+1)$

Figura 6.Simulação da função y=2(x+1)



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_pt_BR.html. Acesso 08 jul. 2021.

Avaliação

Será realizada ao longo da aula com observações de caráter avaliativo sobre cada aluno, tendo como pontos principais, o comportamento e a participação do mesmo durante a explicação.

Referências

SIMULATIONS, PhET Interactive. Construtor de funções. 2021. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/function-builder. Acesso em: 10.03.2021.

Atividade 03

Título: Função Afim e MRU

Objeto de aprendizagem: Função Afim e Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

Objetivo de aprendizagem:

Compreender que a variação do espaço do MRU é uma função afim e que os conhecimentos da Matemática para o estudo gráfico da função afim podem ser transferidos para a Física e de forma interdisciplinar busca tornar mais simples o estudo

Ferramenta digital:

Interfaces do GeoGebra

Orientações ao Professor:

Com o intuito de aplicarmos a interdisciplinaridade, optamos em utilizar atividades presentes em trabalhos acadêmicos, como forma de facilitar a aplicação pelo professor. Nesta atividade, assim como em outras presentes nas demais sequências didáticas, usamos as atividades de autoria de Kessler[8] (2016), realizando alguns ajustes a fim de atender os nossos objetivos nas sequências didáticas.

No caso específico de função afim, utilizamos a atividade dessa autora que relaciona as equações e os gráficos envolvendo o Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) estudado na Física. Composta por três momentos, inicialmente o professor deverá apresentar aos alunos o que é o software GeoGebra e em seguida disponibilizar os links das interfaces do GeoGebra disponíveis na web elaborados pela referida autora. Feito essa introdução, os alunos devem ser orientandos a manipularem os controles deslizantes, observando e analisando o comportamento dos gráficos. Por fim, o professor deve conduzir os alunos no tópico **"Vamos refletir um pouco",** de modo a responderem os questionamentos propostos.

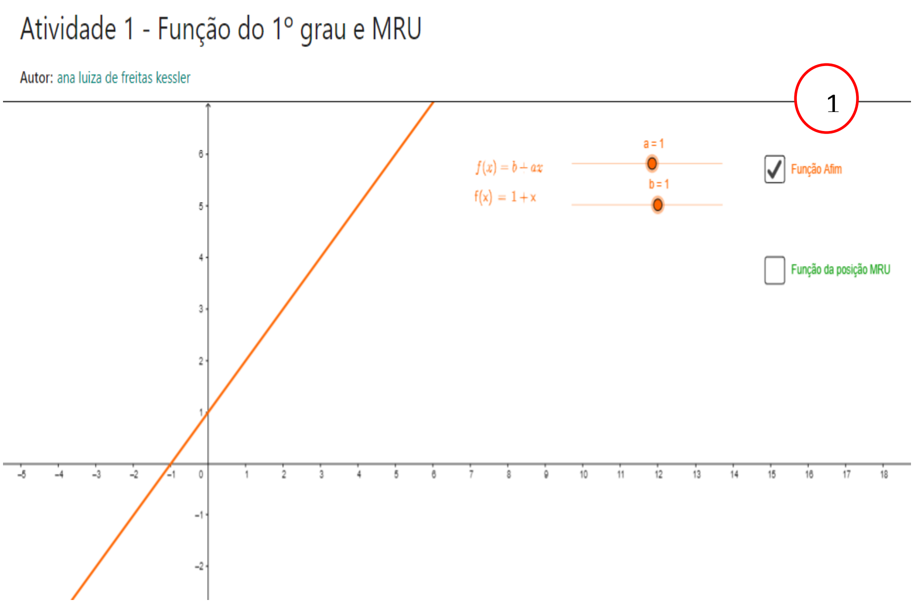
[8] KESSLER, L. DE F. Aplicações de Funções na Área das Ciências da Natureza por meio do GeoGebra. Dissertação (Mestrado). Univerisade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10946. Acesso 20 jan. 2021.

Passo a passo:

FUNÇÃO AFIM

Inicialmente o professor orienta os alunos a acessarem a interface do GeoGebra disponível em https://www.geogebra.org/m/JICLIBD7). Já na interface eles deverão selecionar o tópico **Função Afim** (1- Fig.7), que fica no lado direito da tela. Neste momento essa deve ser a tela que todos devem está visualizando:

Figura 7. Interface do GeoGebra - Função Afim



Fonte: https://www.geogebra.org/m/JICLIBD7. Acesso em 20 jul.2021.

Na sequência os alunos deverão ser orientados a manipular os controles, primeiramente referente ao coeficiente **a** e em seguida ao coeficiente **b**, observando o que acontece com o gráfico da função

$$f: \Re \to \Re \text{ com } f(x) = ax + b \text{ com } a, b \in \Re, \text{ para todo } x \in \Re$$

Vamos refletir um pouco

Após manipularem de forma livre os controles deslizantes, o professor deve pedir que todos sigam o seguinte roteiro, respondendo os questionamentos propostos:

- **Estudando o comportamento da função afim quando alteramos o coeficiente angular**

1. Altere o valor de “a” no seletor, de modo a conseguir o indicado e responda como se comporta o gráfico da função $f(x) = ax + b$ no que se refere ao crescente e decrescente quando:

a) a = 3 ($a > 0$)? Resposta Esperada: *Crescente*

b) a = -5 (a < 0)? Resposta Esperada: *Decrescente*

c) Escreva a função com os coeficientes das alternativas anteriores:

Resposta Esperada: *f(x) = 3x +b e f(x) = – 5x +b*

2. O que acontece com o gráfico da função $f(x) = ax + b$ quando:

a) aumentamos o valor de a, com a>0?

Resposta esperada: *o gráfico fica mais próximo ao eixo y, ou seja, aumentamos a inclinação do gráfico em relação ao eixo x.*

b) diminuímos o valor de a, com a>0?

Resposta esperada: *o gráfico fica mais próximo ao eixo x, ou seja, diminuímos a inclinação do gráfico em relação ao eixo x.*

c) aumentamos o valor de a, com a<0

Resposta esperada: *o gráfico fica mais próximo ao eixo x, ou seja, aumentamos a inclinação do gráfico em relação ao eixo x.*

d) diminuímos o valor de a, com a<0?

Resposta esperada: *o gráfico fica mais próximo ao eixo y, ou seja, diminuímos a inclinação do gráfico em relação ao eixo x.*

e) o valor de **a** fica cada vez mais próximo de **zero?** Por que isso acontece?

Resposta esperada: *O gráfico se aproxima de uma reta paralela ao eixo x. Isso acontece, porque quanto mais próximos de zero são os valores de* a, *mais próximo de 0º (se a>0) ou de 180º (se a<0) é o ângulo de inclinação da reta com relação ao eixo x.*

f) temos **a = 0?** Continuamos tendo uma função afim? Por que? Como se chama essa ~~nova~~ função?

Resposta esperada: *O gráfico torna-se uma reta paralela ao eixo x. Sim, continuamos tendo uma função afim, porém do tipo F(x)= b (a=0, b≠0), denominada função constante.*

- **Estudando o comportamento da função afim quando alteramos o coeficiente linear**

3. Como se comporta o gráfico da função $f(x) = ax + b$ quando:

a) alteramos o coeficiente b?

Resposta esperada**:** <u>*Ocorre um deslocamento vertical no gráfico*</u>

b) b = 2 $(b > 0)$?

Resposta Esperada: <u>*o ponto de interseção da função com o eixo y está acima do eixo x.*</u>

c) b = -3 (b < 0)?

Resposta Esperada: <u>*o ponto de interseção da função com o eixo y está abaixo de x.*</u>

d) o valor de b se aproxima de zero? Isso acontece tanto com valores de $(b > 0)$ e $(b < 0)$?

Resposta Esperada: <u>*O gráfico de desloca verticalmente, aproximando o ponto de intersecção com o eixo y, na origem (y=0), isso tanto para b>0, quanto se b<0.*</u>

e) temos b exatamente igual a zero?

Resposta Esperada: <u>*o ponto de interseção é a origem*</u>

- **Estudando o comportamento da função afim fazendo interações entre os coeficientes angular e linear**

4. Como se comporta o gráfico da função $f(x) = ax + b$, em relação ao eixo x, quando:

a) a > 0 e alterarmos o valor de b (b = 0, b>0 e b<0)?

Resposta esperada: *Para b=0, o gráfico intercepta o eixo x na origem, para b>0 o gráfico intercepta nos valores negativos da abscissa e se b<0 intercepta nos valores positivos do eixo da abscissa.*

b) a < 0 e alterarmos o valor de b (b = 0, b>0 e b<0)?

Resposta esperada: *Para b=0, o gráfico intercepta o eixo x na origem, para b>0 o gráfico intercepta nos valores positivos da abscissa e se b<0 intercepta nos valores negativos do eixo da abscissa.*

c) a=0 e alterarmos o valor de b (b = 0, b>0 e b<0)?

Resposta esperada: *Se a=0, a função é constante, logo o gráfico não intercepta o eixo x, independentemente do valor de b.*

- **Trabalhando os zeros (ou raízes) da função.**

5. Manipule os seletores de modo a justar para os coeficientes dados e em seguida escreva a equação da função e identifique o valor do zero da função a partir do gráfico.

Lembrete: **Os valores de "x" tais que f(x)= 0 são chamados de zeros (ou raízes) da função.**

a) a= - 3 e b= 6

Resposta Esperada: *f(x) = -3x+6 e x= 2*

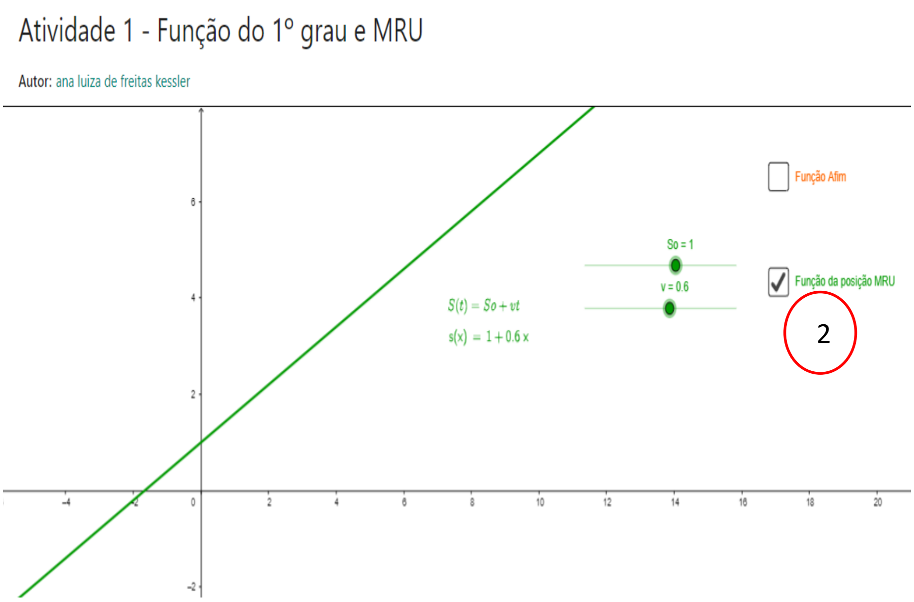
b) a= 2 e b= 4

Resposta Esperada: *f(x) =2x+4 e x= -2*

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

Agora, iniciaremos o segundo momento dessa atividade, em que os alunos deverão desativar a **Função Afim** e selecionar a **Função da posição MRU** (2- Fig. 8)

Figura 8.Interface do GeoGebra -Função da posição MRU



Fonte: https://www.geogebra.org/m/JICLIBD7. Acesso em 20 jul.2021

ATENÇÃO!!

O conteúdo de MRU deve ter sido trabalhado previamente na disciplina de Física. Portanto, os alunos já devem conhecer a chamada função horária do espaço no movimento uniforme de um corpo, que relaciona a posição do móvel e o tempo de percurso.

A função horária do espaço no movimento uniforme é expressa da seguinte forma:

$$s = s_0 + vt$$

em que é possível determinar a posição **s** do corpo, a partir da posição s_0 que ele ocupa no início da trajetória e da velocidade escalar constante (v) desenvolvida pelo corpo, em qualquer instante ***t***. É importante ainda lembrar que no MRU um corpo percorre sempre a mesma distância a cada intervalo de tempo igual, pois permanece com uma velocidade constante.

Vamos refletir um pouco

Diante da interface indicada para esse exercício, os alunos deverão ser orientados a manipular os controles deslizantes presentes na interface, que são o s_o e o $\boldsymbol{v}$, de modo a auxiliar nas respostas dos questionamentos a seguir:

1. Na função horária do espaço no movimento uniforme, quem são as variáveis que se relacionam? Quem é a variável dependente e quem é variável independente?

Resposta esperada: *As variáveis que se relacionam são:* ***s*** *(posição) e* ***t*** *(tempo), ou seja, posição está em função do tempo. A variável dependente é* ***s*** *e a variável independente é o* ***t.***

2. Podemos dizer que a função horária do espaço é uma função afim?

Resposta esperada: *Sim*.

3. Relacione a função horária do espaço com a função afim, e responda quem se comporta como o parâmetro a e b, da função $f(x) = ax + b$?

Resposta esperada: *a posição inicial (s_0) do corpo se comporta conforme o parâmetro* ***b*** *e a velocidade escalar v que é constante se comporta como que parâmetro* ***a.***

4. No MRU quando um corpo se desloca no mesmo sentido da orientação da trajetória dizemos que o movimento é classificado como **progressivo**. Use seus conhecimentos de função afim, e responda: Neste caso a velocidade é positiva ou negativa? Justifique sua resposta.

Resposta esperada:

A velocidade é positiva. Como no movimento progressivo, a velocidade está no mesmo sentido do crescimento dos valores das posições, logo seu gráfico é uma reta crescente. Comparando com a função afim, na qual a função é crescente, logo a velocidade v que se comporta como o parâmetro ***a****, também é positivo (v>0).*

5. No MRU quando um corpo se desloca no sentido contrário ao da trajetória dizemos que o movimento é **retrógrado**, em comparação a função afim, diríamos que a função é **decrescente**, logo podemos concluir que a velocidade é positiva ou negativa?

Resposta esperada: *A velocidade é negativa.*

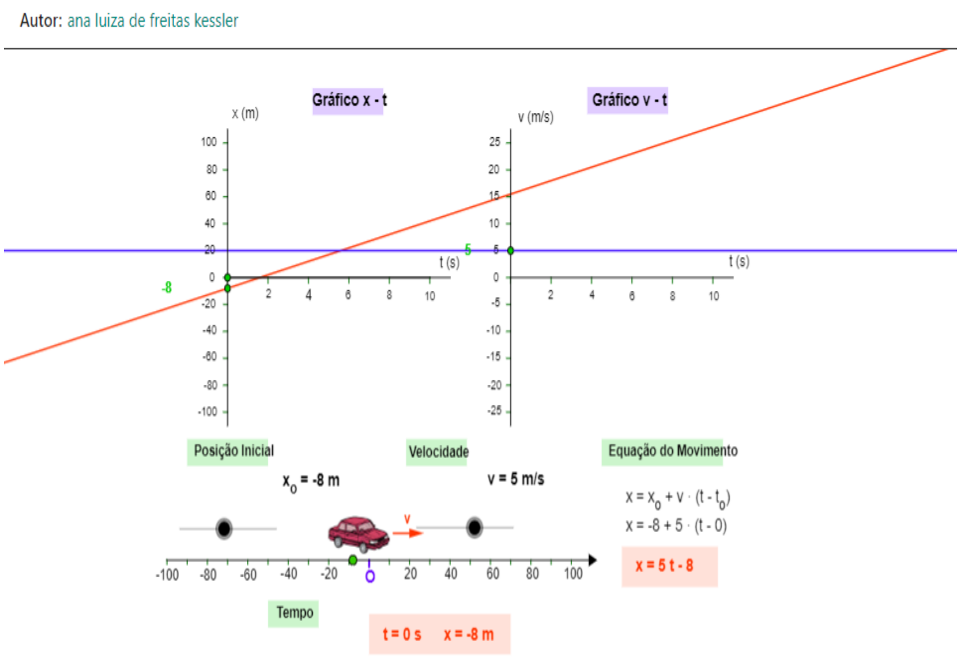
6. No MRU quando um corpo permanece parado, em repouso, dizemos que sua velocidade é nula, neste caso ainda estamos diante de uma função? Como seria o nome dessa função e qual o seu gráfico O que podemos concluir sobre o gráfico de um corpo em repouso no MRU?

Resposta esperada: *Sim. Função afim classificada como Função Constante. O gráfico de um corpo em repouso é uma reta paralela ao eixo correspondente ao tempo, (normalmente representado pelo eixo das abcissas) e intersecta o eixo correspondente ao espaço, (normalmente representado pelo eixo das ordenadas), no ponto* $(0, S_0)$.

Interface do GeoGebra 03- **FUNÇÃO AFIM E GRÁFICOS DO MRU**

Nesta última etapa, o professor orienta os alunos a acessarem a interface do GeoGebra https://www.geogebra.org/m/hBWpUF5u elaborado por Kessler (2016) a partir de um aplicativo (Fig. 9) produzido por esteve HERNÁNDEZ (2014).

Figura 9.Interface do GeoGebra - MRU



Fonte: https://www.geogebra.org/m/hBWpUF5u .Acesso em 20 jul.2021

Nesta interface os alunos ainda irão trabalhar a correlação existente entre a função afim e conceitos trabalhos em Física no movimento retilíneo uniforme. O que diferencia este momento do anterior é que neste os alunos serão orientados a visualizar as alterações que ocorrem em dois gráficos: posição x tempo e velocidade x tempo. Os controles deslizantes presentes são os da posição inicial do móvel e da velocidade.

Vamos refletir um pouco

Esse momento deve ser usado para fixar os conteúdos trabalhados, e, portanto, sugerimos que sejam trabalhados sem questões numéricas específicas envolvidas, na verdade deve ser conduzida uma roda de conversa, pautada nas questões conceituais[9] tais como:

1. Ambos os gráficos representam função? Quem são as variáveis dependentes e as independentes?

Resposta esperada*: Sim. Nos gráficos, a variável independente é o tempo, representada no eixo das abscissas e o espaço percorrido (s) e a velocidade(v) são as variáveis dependentes do tempo e são representadas no eixo das ordenadas.*

2. Que tipo de função representa o gráfico velocidade x tempo, como você expressaria essa função matematicamente

Resposta esperada: *uma função constante, f(t) = v*

3. Que tipo de função representa o gráfico posição x tempo, como você expressaria essa função matematicamente

Resposta esperada: *uma função afim, s(t) = so+vt, onde s(t) = espaço final*.

4. Qual a relação entre o estudo de função, estudado em Matemática e o conteúdo da atividade referente ao conteúdo MRU abordado na Física? Relate o que você achou desta experiência.

Resposta esperada: *A relação acontece por meio do uso de função afim, como alicerce dos movimentos uniformes, em que o valor da velocidade é constante, isto é, não possui aceleração.*

---

[9] Essas questões conceituais foram adaptadas a partir do roteiro elaborado pela autora Kessler (2016), por atender o objetivo do nosso trabalho. Não sendo nossa produção.

Onde podemos comparar as duas expressões: A função Afim possui a lei de formação: $y = ax + b$ e a função horária do movimento uniforme é dada pela expressão espaço em função do tempo: $s = s_o + vt$. Ao comparar as duas expressões construímos a seguinte relação:

$$s = s_0 + vt$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow\downarrow$$
$$y = b + at$$

Avaliação

O aluno será avaliado a partir da participação durante atividade e resolução dos questionamentos propostos.

Referências

KESSLER, L. DE F. **Aplicações de Funções na Área das Ciências da Natureza por meio do GeoGebra.** Dissertação (Mestrado). Universdade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10946. Acesso 20 jan. 2021.

Momento ENEM

Neste espaço disponibilizaremos questões do ENEM[10] , que oportunizará os alunos a perceberem a importância e aplicabilidade da função afim na resolução de situações problemas. Para tanto, sugerimos que no decorrer da abordagem das questões, o professor possa levar o aluno a refletir sobre os seguintes pontos:

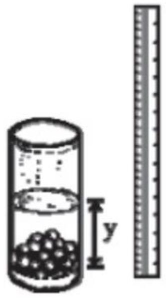
- os conteúdos abordados na situação problema;
- os componentes curriculares envolvidos na situação problema;

[10] Todos as questões apresentadas, inclusive as respostas foram retiradas do site do INEP. Ministério da Educação. https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos

- as metodologias e procedimentos necessários para a resolução da situação problema;
- as dificuldades apresentadas para resolução da situação problema

Questões ENEM

01. **(ENEM 2009)** Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, conclui-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



Fonte: Foto reprodução ENEM

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

$a)\ y = 30x$

$b)\ y = 25x + 20{,}2$

$c)\ y = 1{,}27x$

$d)\ y = 0{,}7x$

$e)\ y = 0{,}07x + 6$

Solução: *Inicialmente note que a cada acréscimo de 5 unidades de bolas, o nível da água cresce 0,35cm no nível da água, ou seja, a taxa de variação da função é constante. Isso significa que se trata de um modelo de função afim, logo a expressão que procuramos é do tipo y = ax+b. Devemos então determinar os coeficientes a e b da função. Veja que:* $5a + b = 6{,}35$ *e* $10a + b = 6{,}70$, *resolvendo o sistema temos: a=0,07 e b = 6. Portanto y = 0,07x+6.*

Resposta: Letra e.

Componente curricular envolvido: Física

02. (ENEM 2019) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R$1.000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R$80,00 por dia trabalhado. Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y, em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

a) Y = 80X +920.

b) Y = 80X +1000.

c) Y = 80X + 1080.

d) Y = 160X +840.

e) Y = 160X +1000

Solução: *Sendo X o número total de funcionários da empresa, então a quantidade de diaristas mais o gerente é igual a X. Já sabemos que o gerente ganha 1000 reais por semana, então excluindo-o da contagem dos funcionários, o número de diaristas é igual a X −1.*

Os diaristas recebem 2 ·R$80,00 = R$160,00 por semana, logo o gasto com diaristas é igual, 160(X-1).

Portanto a quantia Y, em reais, gasto pela empresa semanalmente é:

Y = 160(X −1) +1000

Y = 160X −160+1000, logo

Y = 160X +840.

Resposta: Letra d.

Componente curricular envolvido: Matemática financeira

03. (ENEM DIGITAL 2020) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

a) L(x) = 50x – 1 200

b) L(x) = 50x – 12 000

c) L(x) = 50x + 12 000

d) L(x) = 500x – 1 200

e) L(x) = 1 200x – 500

Solução: *Sendo x o número de sacas de sojas colhidas pelo agricultor em 10 hectares de terra, e que o* ***Lucro = Receita - Custo,*** *sendo a receita 50,00 por cada saca, ou seja, Receita = 50x e o custo 1.200,00 por cada hectare de terra plantado, portanto o Custo = 1.200,00 .10 = 12.000,00. sendo assim, temos:* ***L(x) = 50.x - 12000***

Resposta: Letra b.

Componente curricular envolvido: Matemática financeira

Avaliação

A avaliação se dá a partir do desempenho do aluno na resolução dos itens e da participação nas discussões geradas, provenientes dos questionamentos propostos em relação a cada situação problema.

Referências

INEP. Ministério da Educação.2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em 20 jan.2021.

Sequência Didática 03

Tema da Sequência Didática
Função Quadrática
Objetivos da Sequência Didática
• Compreender a aplicabilidade da função quadrática no cotidiano • Representar graficamente uma função quadrática e analisar as informações obtidas em diferentes meios; • Identificar de forma prática e dinâmica os conceitos envolvidos na função quadrática: raízes, concavidade, vértice, ponto de máximo e de mínimo, com auxílio de recursos tecnológicos (plataformas e softwares). • Resolver situações cujas informações estão relacionadas ao conceito de função quadrática;
Habilidades da BNCC serem desenvolvidas
(EM13MAT302). Construir modelos empregando as funções polinomiais de 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT402). Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais. (EM13MAT502). Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

Recursos Didáticos
Computador, tablet ou celular com acesso à internet.
Ferramentas Digitais
Khan Academy, Youtube, PhET, GeoGebra
Componentes curriculares envolvidos
Matemática e Física
Atividades que compõem a Sequência Didática
Atividade 01. Função Quadrática e suas aplicações. Atividade 02. Gráfico de Quadráticas Atividade 03. Função Quadrática e MRUV Momento ENEM - Função Quadrática

Detalhamento das Atividades

Atividade 01

Título: Função quadrática e suas aplicações.

Objeto de aprendizagem: Função quadrática e suas aplicações

Objetivo de aprendizagem:

Compreender bem o conceito de função quadrática e as diversas aplicações deste assunto nas demais áreas de conhecimento.

Ferramenta digital:

Vídeo do Youtube

Orientações ao Professor:

Como nessa sequência didática estamos iniciando um novo tópico, as funções quadráticas; e como esta é a primeira atividade desse novo assunto, optamos por seguir a mesma metodologia adotada no início do tópico de função afim, que é a familiarização do assunto em tela, por meio de vídeo introdutório sobre o assunto. Para este caso específico sugerimos que o professor oriente os alunos a assistirem no contraturno o vídeo **“Para que serve a função quadrática?”** no canal Toda a Matemática do professor Gustavo Viegas, disponível no endereço: **https://www.youtube.com/watch?v=bg9s526wKRU**. Em seguida, registrem no caderno as aplicações citadas no vídeo e identifiquem, pelo menos mais dois exemplos do uso da função quadrática no cotidiano, para que sejam socializados em sala de aula, igualmente fizemos com as funções afins.

Seguindo com a mesma sistematização, usaremos como base o roteiro orientador utilizado no momento introdutório da sequência didática 02, porém adaptado para o tema da sequência didática 03. Portanto, no intuito de ajudar na condução do momento de socialização das ideias provenientes do vídeo, disponibilizamos o roteiro orientador de função quadrática, para ser usado como norteador na roda de conversa em sala de aula.

Vamos refletir um pouco

Abertura (05 min): boas-vindas e a apresentação do tema a ser debatido.

Debate (40min): o professor faz questionamentos, disponibilizando uma média de 10 min por questionamento, para que os alunos possam se expressar

1. Quais aplicações de Função Quadrática constavam no vídeo?

Resposta esperada: *1ª) Um carro em movimento com aceleração constante ou objeto em queda livre (movimento retilíneo uniformemente variado), 2ª) trajetória de uma bola ao ser chutada (lançamento oblíquo), 3ª) carro em movimento circular uniforme (aceleração centrípeta), 4ª) atrito com o ar de um paraquedista (força de arrasto), 5ª) skatista (energia cinética), 6ª) mola (energia potencial elástica), 7ª) transformação de energia em uma lâmpada (potência elétrica), 8ª) flash de uma máquina fotográfica (capacitores - armazenam energia elétrica), 9ª) transformador de energia (indutor - armazenam energia magnética)*

2. Qual aplicação achou mais interessante?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos expressem suas opiniões.*

3. Citem as disciplinas envolvidas nas situações abordadas.

Resposta esperada: *Física e Matemática*

4. Citem outros exemplos com aplicações de funções quadráticas no cotidiano.

Resposta esperada: <u>*Espera-se que possam citar o cálculo de áreas, o arco formado pelo arremesso de um objeto (parábola), dentre outros.*</u>

Fechamento (05 min): espaço para que os participantes reflitam sobre o que foi debatido na roda de conversa:

5. O que aprenderam com as conversas?

Resposta esperada: <u>*Espera-se que os alunos enfatizem a importância da Função Quadrática e sua aplicabilidade nas diversas áreas de conhecimento.*</u>

6. Que pontos mudaram o entendimento que tinham sobre o tema?

Resposta esperada: <u>*Espera-se que os alunos exponham o entendimento sobre o assunto antes e depois dessa conversa.*</u>

Dica!

No caso de aulas online podem ser utilizados sites e aplicativos como mentimeter[11]*, padlet*[12] *e jamboard*[13] *para promover a interação professor-aluno*.

Avaliação

O aluno será avaliado tanto por ter trazido exemplos, como também pela participação durante as discussões sobre o vídeo e socialização das aplicabilidades.

Referências

VIEGAS, G. (21 fev.2021). 1 Vídeo (17min16s). Para que serve a função quadrática? Publicado pelo canal Toda a Matemática: **https://www.youtube.com/watch?v=bg9s526wKRU** Acesso em 28 jun.2021

---

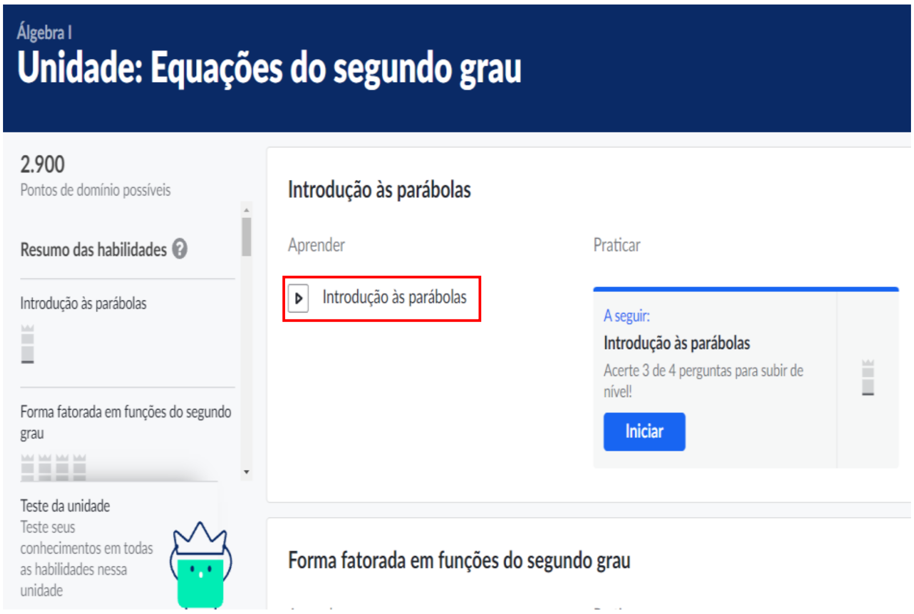
[11] Disponível em **https://www.mentimeter.com/**. Acesso em 01 jun. 2021
[12] Disponível em **<u>https://pt-br.padlet.com/</u>** Acesso em 01jun.2021
[13] Dicas de uso do Jamboard disponível no link: **https://support.google.com/jamboard/#topic=7383644**

Khan Academy

Dica!

Antes de dar continuidade em relação a Função Quadrática, o professor poderá indicar na plataforma Khan Academy, o acesso ao tópico: ***Introdução à Parábola*** *(Fig. 1) para reforçar a temática abordada a seguir***,** *disponível em* ***https://pt.khanacademy.org/math/algebra/quadratics***

Figura 1. Khan Academy: Introdução à Parábola



Fonte: https://pt.khanacademy.org/math/algebra/quadratics. Acesso em 05 Ago.2021

Atividade 02 | Título: Gráfico de Quadráticas.

Objeto de aprendizagem: Gráfico, parábola, função quadrática e vértice

Objetivo de aprendizagem:

- Compreender a relação existente entre o gráfico da função quadrática e o comportamento dos seus coeficientes.
- Identificar as raízes e o vértice a partir do gráfico;
- Realizar o estudo dos pontos de máximo e de mínimos.

Ferramenta digital:

PhET

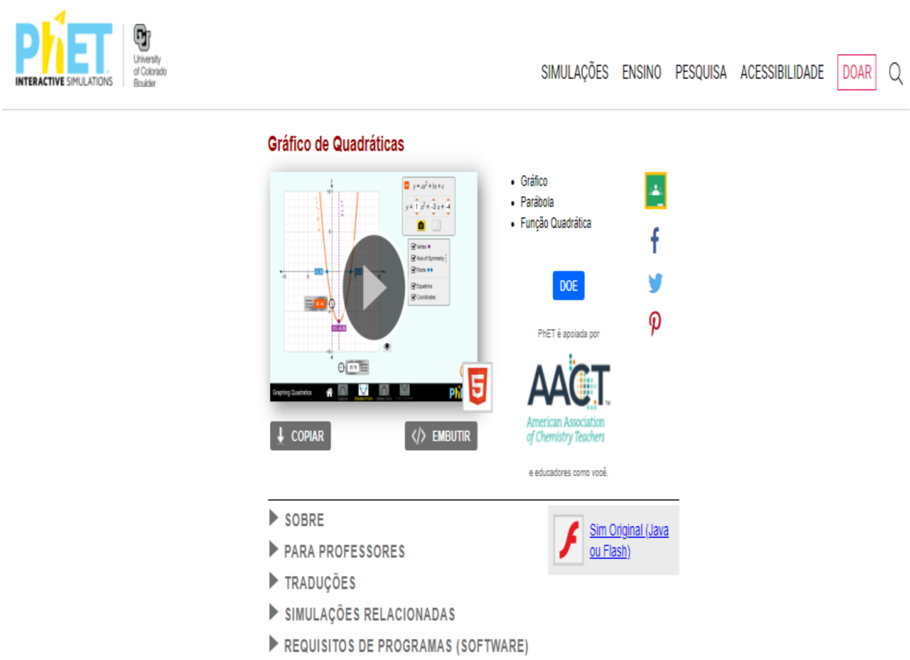
Orientações ao Professor:

Novamente vamos utilizar a ferramenta PhET, desta vez com o simulador *Gráfico de Quadráticas*, que é formado por quatro menus: Explore, Forma Padrão, Forma Vértice e Foco e Diretriz, sendo que nessa atividade serão trabalhados apenas os dois primeiros. Para cada menu, teremos três momentos: inicialmente o professor deverá explicar como funciona o menu do simulador Gráfico de Quadráticas. No segundo momento, os alunos devem ser convidados a manipularem o simulador observando o comportamento dos gráficos, e no terceiro momento, no tópico "**Vamos refletir um pouco"**, os alunos responderão aos questionamentos propostos, enfatizando os conceitos trabalhados em cada menu.

Passo a passo:

Inicialmente o aluno deverá ser orientado a acessar o endereço do Simulador "Gráficos de Função Quadrática" (Fig. 2), disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics

Figura 2. Interface do Simulador Gráfico de Função Quadrática



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics. Acesso em 10 ago. 2021

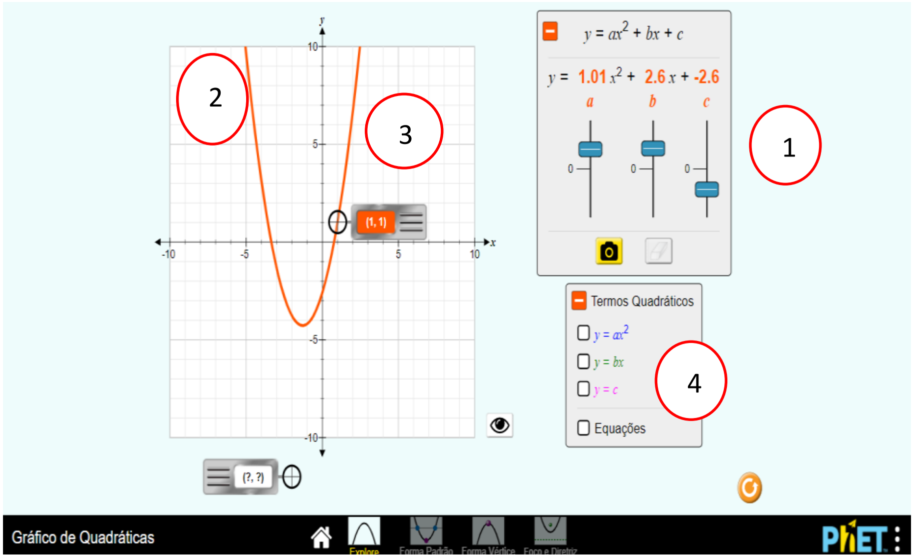
❑ Selecionar o menu **EXPLORE** (Fig. 3)

Figura 3. Menus do Simulador Gráfico de Função Quadrática

Fonte**:** https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics. Acesso em 10 ago. 2021

No menu EXPLORE (Fig.4) é possível alterar os coeficientes (1), definindo a função desejada. Isso possibilita o aluno visualizar o comportamento do gráfico da função (2), à medida em que se alteram os coeficientes. Também é possível visualizar os pares de coordenadas (x, y) que compõe o gráfico, arrastando a lupa até o local desejado (3). Na caixa indicada por (4) denominada de *Termos quadráticos*, é possível trabalhar algumas composições da função polinomial do 1º do 2º grau, o que é importante na construção do entendimento da estruturação das funções polinomiais de forma genérica.

Figura 4. Interface do Menu Explore



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics. Acesso em 10 ago. 2021

Vamos refletir um pouco

1. Ao interagir com a simulação e associar os valores à função quadrática, o que ocorre com o gráfico quando:

a) a>0? Resposta esperada: *O gráfico fica uma parábola com a concavidade para cima*

b) a=0? Resposta esperada: *O gráfico fica uma reta, pois passa a ser uma função afim*

c) a<0? Resposta esperada: *O gráfico fica uma parábola com a concavidade para baixo*

2. O que se observa nas equações e em relação aos gráficos, ao selecionar na caixa indicada por (4) os botões:

a) $y = ax^2$? Resposta esperada: *O gráfico fica uma parábola com o vértice na origem (0,0)*

b) $y = bx$? Ainda estamos diante de uma função quadrática? Resposta esperada: *O gráfico fica uma reta passando pela origem (0,0), e a função deixa de ser quadrática e passa a ser uma função afim.*

c) $y = c$? Resposta esperada: *O gráfico fica uma reta paralela ao eixo x (abcissa), pois é uma função constante*.

3. Sabendo que a função quadrática completa é do tipo $ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$. Manipule os coeficientes (Fig.3) e faça as relações entre os coeficientes a e c e o gráfico da função?

Resposta esperada:

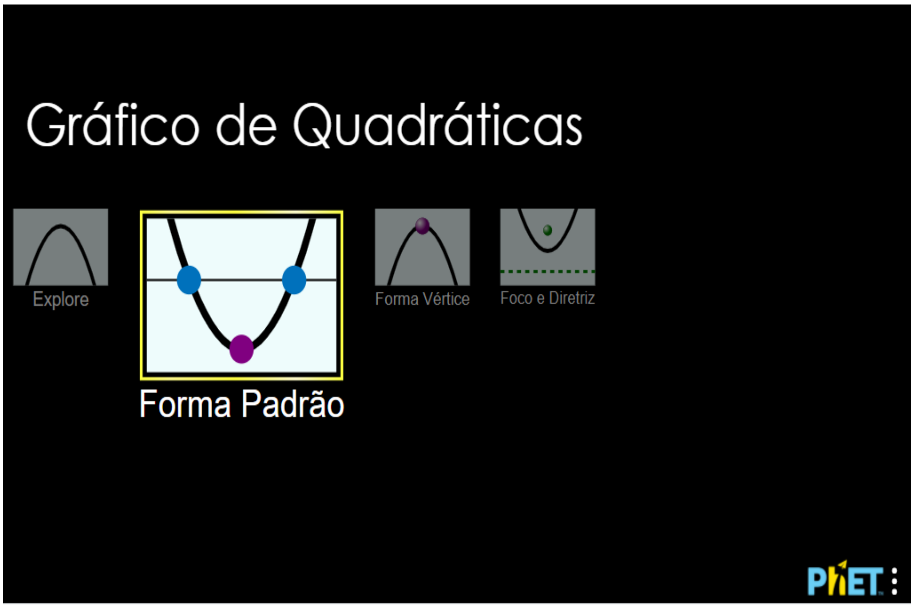
*Coeficiente **a** determina se a parábola tem concavidade para cima ou para baixo, sendo a>0 pra cima e a<0 para baixo;*

*Coeficiente **c** determina onde a parábola corta o eixo y, pois para x=0 temos f(x) = c, sendo c>0 acima do eixo x , c<0 abaixo do eixo x e c=0 na origem.*

Agora vamos mudar do menu do *Explore* para o menu *Forma Padrão*, onde trabalharemos aspectos relacionados ao vértice e as raízes da função do 2º grau.

- **Selecionar o menu FORMA PADRÃO** (Fig. 5).

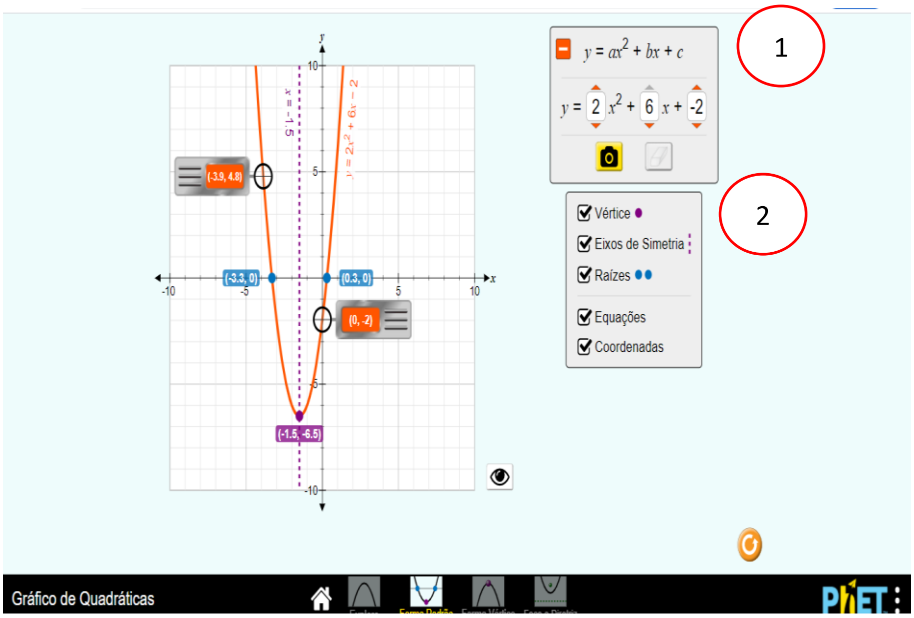
Figura 5. Menus do Simulador Gráfico de Função Quadrática



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics. Acesso em 10 ago. 2021

No menu FORMA PADRÃO (Fig. 6), é possível além de inserir os coeficientes da função quadrática (1), visualizar as coordenadas vértice, o eixo de simetria, as raízes, as equações e as coordenadas dos pontos (2), levando o aluno a compreender a relação direta dos valores dos coeficientes com a equação do segundo grau e formato do gráfico.

Figura 6. Interface do Menu Forma Padrão



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics. Acesso em 10 ago. 2021

Após ficar claro para os alunos como manusear o Simulador, o professor deverá propor uma discussão acerca dos conceitos matemáticos trabalhados através dos questionamentos propostos.

Vamos refletir um pouco

- **Vértice e eixo de simetria**

1. O que é o vértice da parábola de uma função quadrática?

Resposta esperada: *é o ponto em que o gráfico de uma função quadrática (2º grau) muda de sentido.*

2. O que você entende por eixo de simetria?

Resposta esperada: *É uma reta vertical, paralela ao **eixo** y ou até mesmo o próprio **eixo** y, passando pelo vértice da **parábola**.*

3. Pesquise o que é simetria, e a partir dessa pesquisa você saberia dizer por que essa reta recebe esse nome?

Resposta esperada: *Essa reta recebe esse nome porque a parábola é simétrica em relação a essa reta, ou seja, o gráfico da parábola é a imagem espelhada em relação à reta denominada eixo de simetria.*

4. Utilizando o eixo de simetria, como podemos obter as coordenadas do vértice?

Resposta esperada: *A abscissa do vértice x_v , corresponde à posição do eixo de simetria da parábola. Para determinar a ordenada y_v, basta substituir $x_v$na função dada.*

- **Ponto de máximo e de mínimo da função quadrática**

5. Insira as seguintes funções no simulador e analisando o gráfico diga se é possível encontrar o ponto de máximo ou de mínimo de cada uma delas:

a) $f(x) = x^2 + 6x + 5$

Resposta esperada: *a função tem um ponto de mínimo, que é o vértice $V(-3,-4)$, e não é possível dizer qual o ponto de máximo, pois ela cresce infinitamente.*

b) $f(x) = -1x^2 + 2x + 6$

Resposta esperada: *a função tem um ponto de máximo, que é o vértice $V(1,7)$, e não é possível dizer qual o ponto de mínimo, pois ela decresce infinitamente.*

6. Diante do trabalhado na questão anterior e do seu conhecimento sobre concavidade e a relação com o coeficiente a , formule uma regra relacionando a concavidade, o coeficiente **a**, a existência de máximo ou mínimo e o vértice.

Resposta esperada:

Se a < 0, a parábola tem concavidade para baixo e possui ponto de máximo e esse ponto é determinado pelo vértice.

Se a > 0, a parábola tem concavidade para cima possui ponto de mínimo e esse ponto é determinado pelo vértice.

- **Raízes ou zeros de uma função**

7. Observe os gráficos das funções trabalhadas na questão 5. O que você pode concluir em relação as raízes?

Resposta esperada: *são os pontos em que a parábola corta o eixo x, ou seja, são os valores reais de x para os quais a função se anula (f(x) =0 ou y=0).*

8. Com o coeficiente $\boldsymbol{a}$ fixado em qualquer valor diferente de zero e **c = 0**, o que podemos observar em relação às raízes obtidas?

Resposta esperada: *Uma das soluções é sempre zero.*

9. Com o coeficiente $\boldsymbol{a}$ fixado em qualquer valor diferente de zero e $\boldsymbol{b} = \mathbf{0}$, qual relação existe entre o sinal dos coeficientes a e c, para que a função possua raízes.

Resposta esperada: *o sinal dos coeficientes a e c devem ser diferentes.*

O professor deve utilizar as questões 8 e 9, para explicar as particularidades presentes na resolução de equações quadrática não completas. Por exemplo em equações do tipo $3x^2 - 4x = 0$ *é possível resolvê-la colocando o* x *em evidência, sem precisar utilizar a fórmula de Báskara, e desta forma ficamos com um produto de dois números igual a zero, ou seja* $x(3x - 4) = 0$, *portanto uma das soluções é zero, por isso em funções quadráticas desse tipo sempre uma das raízes é o zero.*

10. Lembrando do que foi estudado em função afim, você seria capaz de relacionar o número de raízes que uma função pode ter e o grau dela?

Resposta esperada: <u>a *quantidade de raízes reais é menor ou igual ao grau de uma função.*</u>

O professor deve chamar a atenção para o fato que na verdade o número de raízes é igual ao grau. Quando a equação do 2º grau não possui raízes ou possui apenas uma raiz, é por que as demais raízes não pertencem ao conjunto dos números reais, portanto não são expressas no gráfico. Se o professor considerar relevante pode voltar para o simulador trabalho no SD01, para que ao aluno perceba a relação existente entre o número de raízes e o grau da função.

11. Usando o simulador, analise o gráfico das funções e determine o que se pede, completando o quadro abaixo:

I. As raízes, caso existam;
II. A concavidade dessa função
III. As coordenadas do Vértice
IV. O valor máximo ou mínimo.

	f (x)= −3x² +5 x+3	**g(x)= 2x²−6 x+5.**	**h (x)= x² +2 x+1.**
I	*x'= -0,47 e x" = 2,14*	*Sem raízes*	*x'= -1 e x" = 0*
II	*Concavidade p/baixo (a<0)*	*Concavidade p/cima (a>0)*	*Concavidade p/cima (a>0)*
III	*V (0,83, 5,08)*	*V (1,5; 0,5)*	*V (-1, 0)*
IV	*Valor máximo* (y_v=5,08)	*Valor mínimo* (y_v=0,5)	*Valor mínimo* (y_v=0)

Fonte: Autoria própria

Avaliação

Os alunos serão avaliados por meio da participação nas discussões e através da análise das respostas dos questionamentos propostos em relação ao comportamento dos gráficos.

Referências

SIMULATIONS, PhET Interactive. **Gráficos de Quadráticas. 2021**. Disponível em: **https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/graphing-quadratics**. Acesso em: 15.03.2021

Matemática interligada: função afim, quadrática, exponencial e logarítmica/ obra coletiva. 1ed. São Paulo: Scipione, 2020.

Atividade 03

Título: Função Quadrática e MRUV

Objeto de aprendizagem: Equações 2º grau e os gráficos da função quadrática e do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

Objetivo de aprendizagem:

Compreender que a variação do espaço do MRUV é uma função quadrática e que os conhecimentos da Matemática para o estudo da função quadrática, podem ser transferidos para a Física e de forma interdisciplinar busca tornar mais simples o estudo do MRUV.

Ferramenta digital:

Interfaces do GeoGebra

Orientações ao Professor:

Nesta atividade visando promover a interdisciplinaridade, usaremos mais uma aplicação de autoria de Kessler (2016), desta vez, relacionando as equações e os gráficos da função quadrática com o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) que deve ter sido trabalhado previamente na disciplina de Física. Para tanto, o professor deverá disponibilizar o link da interface do GeoGebra disponível na web **https://www.geogebra.org/m/J4QGmSV7**. Nesta interface existem três botões: Função quadrática, Equação Quadrática da Função MRUV e Variação da Velocidade. Para cada botão selecionado, o professor deve orientar seus alunos a manipularem os controles deslizantes, observando e analisando o comportamento dos gráficos e em seguida no **"Vamos refletir um pouco",** responderem os questionamentos propostos.

Dica!

O professor de Física pode ser convidado a participar e colaborar com o desenvolvimento interdisciplinar da atividade.

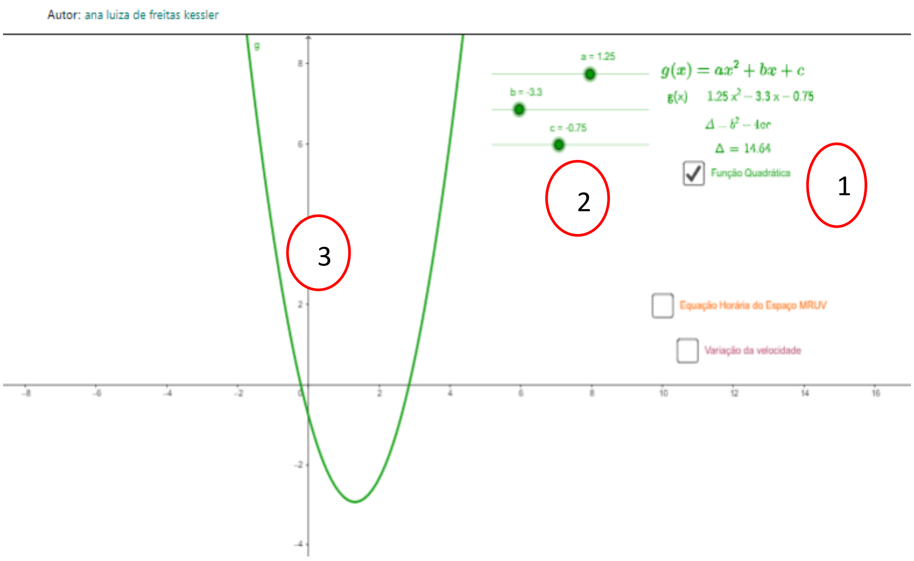
Passo a passo:

Interface do GeoGebra. FUNÇÃO QUADRÁTICA

Inicialmente o professor orienta os alunos a acessarem a interface do GeoGebra disponível em https://www.geogebra.org/m/J4QGmSV7.(Fig. 7)

❑ **FUNÇÃO QUADRÁTICA**

Figura 7. Função Quadrática e MRUV



Fonte: https://www.geogebra.org/m/J4QGmSV7. Acesso em 20 ago. 2021.

Selecionado **Função Quadrática** (1 – Fig. 7) os alunos deverão ser orientados a manipular os controles deslizantes (2), primeiramente referente ao coeficiente **a** e em seguida aos coeficientes **b** e **c**, observando o que acontece com o gráfico da função

$$f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R} \text{ com } g(x) = ax^2 + bx + c \text{ com } a, b, c \in \mathfrak{R}, \text{ e } a \neq 0 \text{ para todo } x \in \mathfrak{R}. (3).$$

Iniciaremos retomando, os conceitos abordados na atividade anterior e depois abordaremos questões referente a relação existente entre o discriminante e número de raízes, conteúdo que a outra plataforma não pode possibilitava o ser trabalhado, nos menus que escolhemos trabalhar

Vamos refletir um pouco

- **Mantendo os parâmetros b, c constantes na função $g(x) = ax^2 + bx + c$ e variando o parâmetro a:**

1. O que podemos dizer sobre a concavidade da parábola ao modificar o parâmetro a, se:

a) $a > 0$? *Resposta esperada: Quando a é positiva a concavidade é voltada para cima*

b) $a < 0$? *Resposta esperada: Quando a é negativo a concavidade é voltada para baixo.*

2. O que ocorre no gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$, sendo a > **0**:

a) quando aumentamos o valor de a?

Resposta esperada: a concavidade da parábola fica mais acentuada, ou seja, mais fechada

b) quando aproximamos de zero o valor de a?

Resposta esperada: a concavidade da parábola fica menos acentuada, ou seja, mais aberta.

3. O que ocorre no gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$, sendo **a** < **0:**

a) quando aumentamos o valor de a, ou seja, quando tornamos seu valor mais próximo de zero?

Resposta esperada: a concavidade da parábola fica menos acentuada, ou seja, mais aberta.

b) quando diminuímos o valor de a?

Resposta esperada: *a concavidade da parábola fica mais acentuada, ou seja, mais fechada.*

- **Mantendo os parâmetros a, c constantes na função $g(x) = ax^2 + bx + c$ e variando o parâmetro b:**

4. Observe o gráfico da função em relação a sua trajetória quando passa pelo eixo y. Qual é a diferença se:

a) $b > 0$? *Resposta esperada: a função ao cortar o eixo y tem um comportamento crescente,*

b) $b < 0$? *Resposta esperada: a função ao cortar o eixo y tem um comportamento decrescente.*

- **Mantendo os parâmetros a, b constantes na função $g(x) = ax^2 + bx + c$ e variando o parâmetro c:**

5. O que ocorre no gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$ quando modificamos o parâmetro c ?

Resposta esperada: O parâmetro c é a ordenada do ponto de corte do gráfico com o eixo y, (0,c). Sendo c>0 intercepta o eixo y nos valores positivos, c<0 intercepta o eixo y nos valores negativos e c=0, intercepta na origem do plano.

- **Sabendo que o discriminante da equação quadrática é $\Delta = b^2 - 4.a.c$. Variando os parâmetros a, b e c, da função $g(x) = ax^2 + bx + c$ observamos que o valor de Δ varia.**

6. O que podemos perceber em relação ao sinal do discriminante ((Δ) e o número de raízes que a função possui quando:

a) $\Delta > 0$? *Resposta esperada: a função tem duas raízes reais, assim o gráfico toca o eixo x em dois pontos;*

b) $\Delta < 0$? *Resposta esperada :a função não tem raiz real, assim o gráfico não intercepta o eixo x*

c) $\Delta = 0$? *Resposta esperada:* $\Delta = 0$ *a função tem uma raiz real, assim o gráfico toca o eixo y em apenas um ponto, que coincide com o vértice da parábola;*

7. Construa no simulador uma função quadrática que tem **apenas uma raiz real** e concavidade para baixo.

Resposta possível: *f(x) = -x²+4x -4*

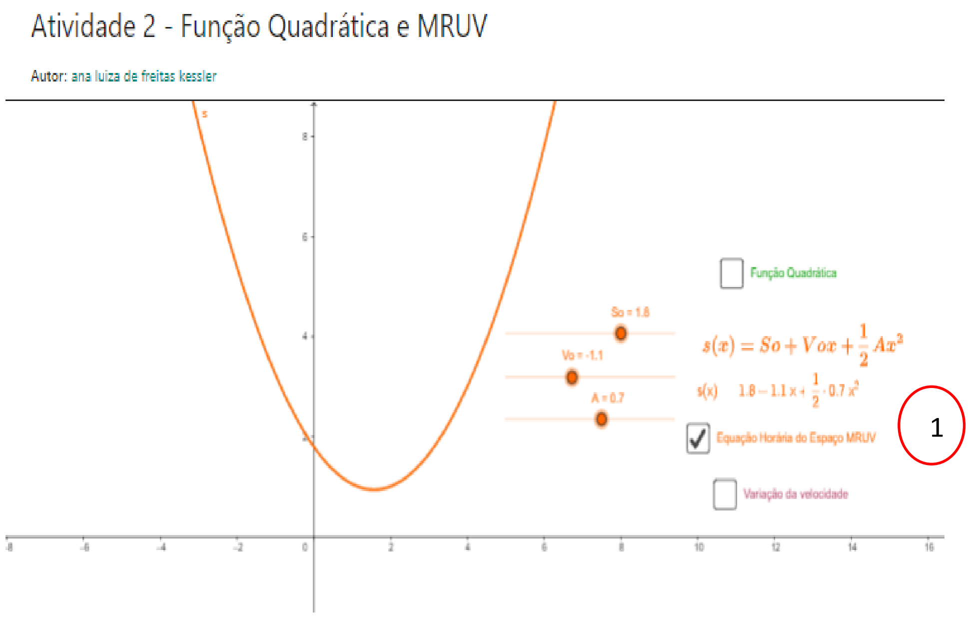
8. Construa no simulador uma função quadrática que **não tem raiz real** e concavidade para cima.

Resposta possível: $f(x) = 4x^2 - 3x + 2$

❑ EQUAÇÃO QUADRÁTICA DA FUNÇÃO MRUV

Agora, os alunos deverão desativar a Função Quadrática e selecionar a **<u>Equação Quadrática da Função MRUV</u>**. (1- Fig. 8)

Figura 8. Equação Quadrática da Função MRUV



Fonte: https://www.geogebra.org/m/J4QGmSV7. Acesso em 20 ago. 2021

No MRUV um corpo em movimento uniformemente variado, realiza alteração na grandeza velocidade, a partir da atuação de uma variável conhecida como aceleração. Com isso, a distância percorrida pelo corpo em cada unidade de tempo também varia, de tal maneira que, se sua velocidade estiver aumentando, estará crescendo o espaço percorrido por unidade de tempo, e vice-versa.

- Um movimento é considerado **retrógrado** quando o sentido é contrário ao da orientação da trajetória, e é **retardado** quando o módulo da velocidade do móvel diminui.
- Um movimento é considerado **progressivo** quando o sentido é o mesmo da orientação da trajetória, e é **acelerado** quando o módulo da velocidade do móvel aumenta.

Os alunos deverão ser orientados a manipular os controles, primeiramente s_o e em seguida ao v_o e A, que constituem a **Função Horária:** $\boldsymbol{s = s_o + v_o t + \frac{At^2}{2}}$ em que s é o espaço no instante t, $\boldsymbol{s_o}$ é o espaço inicial, $\boldsymbol{v_o}$ é a velocidade inicial e $\boldsymbol{A}$ a aceleração, observando o comportamento do gráfico.

Vamos refletir um pouco

1. Ao relacionar a função horária do espaço $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ com a função quadrática $g(x) = ax^2 + bx + c$:

a) Qual a variável dependente e a variável independente?

Resposta esperada: s é a variável dependente e t a variável independente.

b) A posição inicial s_0 do corpo se comporta conforme o comportamento de que coeficiente?

*Resposta esperada: A posição inicial s_0 comporta-se como o termo independente, ou seja, como o coeficiente **c**.*

c) A velocidade inicial v_0 se comporta conforme o comportamento de que coeficiente?

*Resposta esperada: a velocidade inicial v_0 comporta-se como o parâmetro **b***

d) A expressão $\frac{1}{2}A$ que equivale a metade do valor da aceleração se comporta como que coeficiente?

*Resposta esperada: $\frac{1}{2}A$ equivale ao parâmetro **a** da função quadrática*

2. Que parâmetro da equação $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ determina a concavidade da parábola que descreve a posição de um corpo em MRUV? E o que ele representa no MRUV?

Resposta esperada: *$\frac{1}{2}a$ equivale ao coeficiente da função quadrática, logo é ele que determina a concavidade da parábola que descreve o MRUV. Como ½ é uma constante, é a aceleração, representada na fórmula por a que determina a concavidade.*

3. O que significa o ponto de corte da parábola com o eixo y no gráfico da posição no MRUV?

Resposta esperada: O que determina o ponto de corte com o eixo é o valor da posição inicial s_0

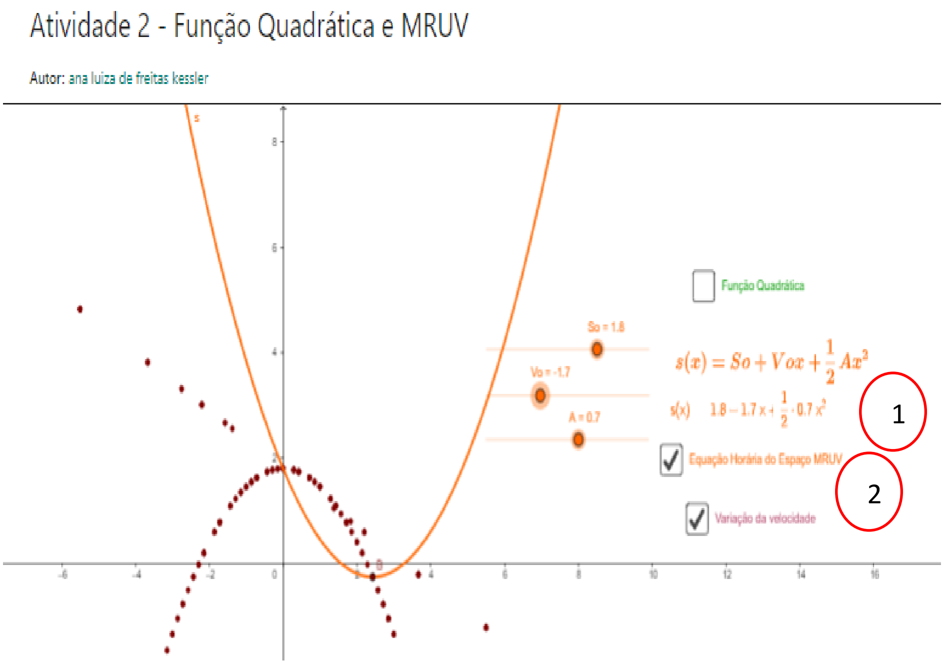
4. Onde no gráfico podemos identificar a velocidade inicial do móvel? Descreva o que acontece quando esta velocidade é positiva e quando é negativa.

Resposta esperada: *A velocidade inicial pode ser identificada através do comportamento da função ao passar pelo eixo **y** , se a função tiver um comportamento crescente ao cruzar o eixo **y** , a velocidade inicial é positiva, caso contrário é negativa.*

❑ VARIAÇÃO DA VELOCIDADE

Agora, os alunos deverão deixar selecionado **Equação Quadrática da Função MRUV** (1-Fig.8) **e** selecionar a **Variação da Velocidade** (2 – Fig.9).

Figura 9. Equação Quadrática da Função MRUV e Variação da Velocidade



Fonte: https://www.geogebra.org/m/J4QGmSV7. Acesso em 20 ago. 2021

Vamos refletir um pouco

- **Observando a trajetória descrita pelo vértice da parábola ao variar o coeficiente v_0.**

1. Relate o que você pode observar em relação a variação da velocidade inicial e o traçado do gráfico.

Resposta esperada: *Enquanto a velocidade inicial toma valores positivos, os pontos da trajetória descrita são crescentes, e para valores negativos da velocidade inicial, os pontos descrevem uma trajetória decrescente.*

2. Qual a relação entre o que você aprendeu em Matemática e a atividade referente ao conteúdo abordado na Física?

Resposta esperada. *Podemos relacionar a função quadrática (Matemática) com função horária do espaço do MRUV (Física), onde a posição no espaço varia com o tempo, com o gráfico representado por uma parábola. Já a concavidade da parábola está relacionada com a aceleração a, se a>0 será voltada para cima e se a<0 a concavidade será para baixo. Os pontos de máximo e mínimo das curvas correspondem às posições em que ocorre a inversão de sentido do movimento que o corpo apresenta até então.*

Avaliação

Serão analisadas as respostas dos alunos aos questionamentos propostos em relação ao comportamento dos gráficos.

Referências

KESSLER, L. DE F. **Aplicações de Funções na Área das Ciências da Natureza por meio do GeoGebra.** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria , RS, 2016. Disponível em https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10946. Acesso 20. jan.2021.

Momento ENEM

Neste espaço disponibilizaremos questões do ENEM que oportunizará os alunos a perceberem a importância e aplicabilidade da Função Quadrática na resolução de situações problemas. Para tanto, sugerimos que no decorrer da abordagem das questões, o professor possa levar o aluno a refletir sobre:

- os conteúdos abordados na situação problema;
- os componentes curriculares envolvidos na situação problema;
- as metodologias e procedimentos necessários para a resolução da situação problema;
- as dificuldades apresentadas para resolução da situação problema

Questões ENEM

01. (ENEM 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19.

b) 19,8.

c) 20.

d) 38,0.

e) 39,0.

Solução: *Queremos saber em que minuto t, a temperatura T será igual a 39°, isto é, T(t) = 39. Para encontrar tal valor de t, basta calcular a expressão* $-\frac{t^2}{4} + 400 = 39$, *cuja solução é* $t_1 = -38$ *e* $t_2 = 38$. *Como t > 0 segue que o tempo mínimo de espera é de 38 minutos.*

Resposta: Letra d

Componente curricular envolvido: Física

02. (ENEM 2016) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e t = 0 é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. A segunda dedetização começou no

a) 19º dia.

b) 20º dia.

c) 29º dia.

d) 30º dia.

e) 60º dia.

Solução: *Precisamos encontrar o valor de t para que tenhamos f(t) = 1600. Note que* $-2t^2 + 120t = 1600 \Leftrightarrow$ *−2t² +120t - 1600 = 0. Logo, os valores que procuramos são as raízes da equação −2t² +120t - 1600 = 0, que são elas* $t_1 = 20$ *e* $t_1 = 40$. *Como o vigésimo dia vem primeiro, então a dedetização deverá ser feita nele.*

Resposta: Letra b.

Componente curricular envolvido: Biologia

03. **(ENEM DIGITAL 2020)** Em um ano, uma prefeitura apresentou o relatório de gastos públicos realizados pelo município. O documento mostra que foram gastos 72 mil reais no mês de janeiro (mês 1), que o maior gasto mensal ocorreu no mês de agosto (mês 8) e que a prefeitura gastou 105 mil reais no mês de dezembro (mês 12). A curva que modela esses gastos é a parábola y=*T(x)*, com x sendo o número correspondente ao mês e *T(x)*, em milhar de real. A expressão da função cujo gráfico é o da parábola descrita é

a) $T(x) = -x^2 + 16x + 57$

a) $T(x) = -11/6\, x^2 + 11x + 72$

b) $T(x) = 3/5x^2 - 24/5\, x + 381/5$

c) $T(x) = -x^2 - 16x + 87$

d) $T(x) = 11/6x^2 - 11/2x + 72$

Solução: *Seja a função quadrática T(x) = ax² + bx + c. Do enunciado, temos que:*

(i) o maior gasto foi no mês 8, ou seja, a abscissa do vértice é igual a 8, assim: $x_v = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow 8 = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow$***.b=-16a***

(ii)Temos que: $T(1) = 72 \Leftrightarrow a + b + c = 72$ *e* $T(12) = 105 \Leftrightarrow 144a + 12b + c = 105$

subtraindo-as temos: ***143a + 11b = 33***

(iii) substituindo (i) em (ii), temos: 143a -176a = 33 ⇔-33a = 33 ⇔ ***a= -1***

(iv) substituindo ***a*** *em (i), temos assim,* ***b=16***

*(v) substituindo **a** e **b** em (ii) temos **c= 57***

*Portanto, **T(x) = -x² +16x +57***

Resposta: Letra a

04. (ENEM DIGITAL 2020) Uma empresa de chocolates consultou o gerente de produção e verificou que existem cinco tipos diferentes de barras de chocolate que podem ser produzidas, com os seguintes preços no mercado:

- Barra I: R$ 2,00;
- Barra II: R$ 3,50;
- Barra III: R$ 4,00;
- Barra IV: R$ 7,00;
- Barra V: R$ 8,00.

Analisando as tendências do mercado, que incluem a quantidade vendida e a procura pelos consumidores, o gerente de vendas da empresa verificou que o lucro L com a venda de barras de chocolate é expresso pela função $L(x) = -x^2 + 14x - 45$, em que x representa o preço da barra de chocolate. A empresa decide investir na fabricação da barra de chocolate, cujo preço praticado no mercado renderá o maior lucro. Nessas condições, a empresa deverá investir na produção da barra

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

Solução: *O maior lucro ocorre para o valor máximo, ou seja, para* $x_v = \frac{-b}{2a}$, *logo* $x_v = \frac{-14}{2.(-1)} =$ 7 *Portanto, a empresa deverá investir na produção da barra IV, cujo preço no mercado é R$ 7,00.*

Resposta: Letra d.

Componente curricular envolvido: Matemática Financeira

Avaliação

A avaliação se dá a partir do desempenho do aluno na resolução dos itens e da participação nas discussões geradas a partir dos questionamentos propostos em relação a cada situação problema.

Referências

INEP. Ministério da Educação.2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em 20 jan.2021**.**

Sequência Didática 04

Tema da Sequência Didática
Função Exponencial
Objetivos da Sequência Didática
• Reconhecer situações cujas informações estão relacionadas ao conceito de função exponencial; • Identificar de forma prática e dinâmica os conceitos envolvidos na função exponencial: • Representar graficamente uma função exponencial, analisar as informações obtidas em diferentes meios; • Resolver tarefas que envolvam o conceito de função exponencial, relacionando-o a outros tópicos da própria Matemática e de outros componentes curriculares;
Habilidades da BNCC serem desenvolvidas
(EM13MAT304). Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros. (EM13MAT403). Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função. (EM13MAT508). Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
Recursos Didáticos
Computador, tablet ou celular com acesso à internet.
Ferramentas Digitais
Youtube, Khan Academy**,** GeoGebra

Componentes curriculares envolvidos
Matemática, Química e Biologia.
Atividades que compõem a Sequência Didática
Atividade 01. Função Exponencial e suas aplicações Atividade 02. Coronavírus e Crescimento Exponencial Atividade 03. Cultura de Bactérias e Desintegração do Carbono 14 Momento ENEM: Função Exponencial

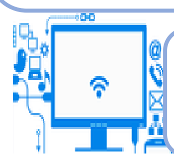
Detalhamento das Atividades

Atividade 01

Título: Função Exponencial e suas aplicações

Objeto de aprendizagem: Função exponencial e suas aplicações

Objetivo de aprendizagem: Compreender as diversas aplicações da função exponencial nas demais áreas de conhecimento.



Ferramenta digital:
Youtube

Orientações ao Professor:

Nessa sequência, trazemos mais um vídeo desta vez, sobre função exponencial para familiarização do assunto. Para este caso específico sugerimos que o professor oriente os alunos a assistirem no contraturno o vídeo **"Função Exponencial"** no canal Toda a Matemática do professor Gustavo Viegas. Disponível no endereço: https://www.youtube.com/watch?v=r1hmSLgYJK4&list=RDCMUCwnv0WmFneTIW76wULgFlcQ&start_radio=1&rv=r1hmSLgYJK4&t=43**.** Em seguida, registrem no caderno as aplicações citadas no vídeo e identifiquem, pelo menos mais um exemplo do uso da função exponencial, para que sejam socializados em sala de aula, igualmente fizemos com as funções afins e quadráticas.

Seguindo com a mesma sistematização, usaremos como base o roteiro orientador utilizado nas sequências anteriores, no intuito de facilitar a condução do momento de socialização das ideias provenientes do vídeo.

Vamos refletir um pouco

Abertura (05 min): boas-vindas e a apresentação do tema a ser debatido.

Debate (40min): o professor faz questionamentos, disponibilizando uma média de 10 min por questionamento, para que os alunos possam se expressar.

1. Quais aplicações de função exponencial constavam no vídeo?

Resposta esperada: *O crescimento do número de bactérias (Cultura de bactérias); juros de um empréstimo (juros compostos); determinação da idade de um fóssil (datação do carbono 14) e após tomar um a injeção, qual a quantidade de remédio que permanece no sangue ao passar o tempo.*

2. Qual aplicação mais interessante?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos expressem suas opiniões.*

3. Citem as disciplinas envolvidas nas situações abordadas?

Resposta esperada: *Biologia, Matemática Financeira, Química.*

4. Citem outros exemplos com aplicações de funções exponenciais no cotidiano

Resposta esperada: *Espera-se que um dos exemplos citados seja o avanço do número de casos confirmados da Covid -19. Caso isso não ocorra, o professor poderá citar, preparando assim a turma para a próxima atividade.*

Fechamento (05 min): espaço para que os participantes reflitam sobre o que foi debatido na roda de conversa:

5. O que aprenderam com as conversas?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos enfatizem a importância da função exponencial e sua aplicabilidade nas diversas áreas de conhecimento.*

6. Que pontos mudaram o entendimento que tinham sobre o tema?

Resposta esperada: <u>*Espera-se que os alunos exponham o entendimento que tinham sobre o assunto antes e depois dessa conversa.*</u>

Dica!

No caso de aulas online podem ser utilizados ferramentas como mentimeter[14], *padlet*[15] *ou jamboard*[16], *para promover a interação professor-aluno, visto que, essas ferramentas possibilitam o compartilhamento de murais facilitando as atividades colaborativas*

Avaliação

O aluno será avaliado de forma global, por meio da demonstração de interesse sobre o que está sendo estudado, ao apresentar exemplos, como também pela participação durante as discussões sobre o vídeo e socialização das aplicabilidades.

Referências

VIEGAS, G. (24 mai.2015). *1 Vídeo (07min08s). Função Exponencial*. Publicado pelo canal Toda a Matemática: https://www.youtube.com/watch?v=r1hmSLgYJK4&list=RDCMUCwnv0WmFneTIW76wULgFlcQ&start_radio=1&rv=r1hmSLgYJK4&t=43. Acesso em 23 jun.2021

[14] Disponível em **https://www.mentimeter.com/**. Acesso em 01 jun. 2021.
[15] Disponível em **https://pt-br.padlet.com/** Acesso em 01jun.2021
[16] Dicas de uso do Jamboard disponível no link: **https://support.google.com/jamboard/#topic=7383644**

Atividade 02

Título: Coronavírus e o crescimento exponencial

Objeto de aprendizagem: Função exponencial, progressão geométrica e doenças virais (Covid 19)

Objetivo de aprendizagem:

- Reconhecer situações cujas informações estão relacionadas ao conceito de função exponencial (crescimento exponencial);
- Compreender as relações entre função exponencial e progressão geométrica;

Ferramenta digital:

Youtube e Jornais virtuais

Orientações ao Professor:

Citado na atividade anterior como uma das situações que expressam características da função exponencial, nessa atividade, o assunto será abordado a partir de uma manchete de jornal virtual, diagramas, vídeos e gráficos que tratam da velocidade de contaminação do vírus da Covid 19. Promovendo ao longo das apresentações, debates sobre a temática no **"Vamos refletir um pouco".**

Passo a passo:

Inicialmente, para introduzir o tema "Coronavírus e o Crescimento Exponencial", o professor deverá apresentar aos alunos um trecho da matéria: "Ministério da Saúde alerta hospitais sobre pico do coronavírus" do Jornal Folha de São Paulo, publicada em 11 de março de 2020 (Fig.1), que mostrava as perspectivas em relação a velocidade em que ocorreria a contaminação do coronavírus logo nos primeiros dias de pandemia no país, complementando com a apresentação de uma imagem (Fig.2) que retrata o crescimento exponencial, facilitando assim a compreensão da matéria.

Figura 1. “Ministério da Saúde alerta hospitais sobre pico do coronavírus”

≡ MENU ASSINE

FOLHA DE S.PAULO

“Os primeiros casos contaminaram de duas a três pessoas. Agora a progressão é geométrica, não tem jeito. É um para dois, dois para quatro, quatro para oito, oito para 16. A gente espera que a situação seja menos grave no Brasil por causa do clima, mas temos obrigação de estarmos preparados para o grave”, afirma Chapchap.

Fonte: https://www1.folha.uol.com.br/equilibrioesaude/2020/03/casos-de-coronavirus-devem-comecar-a-crescer-exponencialmente-no-brasil.shtml. Acesso 12.03.2021

Figura 2. Crescimento Exponencial

Fonte: Disponível em https://www.dw.com/pt-br/os-n% C3% BAmeros-sobre-a-pandemia-de-corona% C3% ADeus/a-52848559. Acesso 12.03.2021

Apresentadas as imagens aos alunos, o professor deverá levá-los a refletir sobre a expressão “progressão geométrica”, que pode ser explorada a partir do conceito de “progredir” e a sua relação com o crescimento exponencial. (Fig. 2). Para tanto seguem questionamentos elaborados a partir da matéria “A Matemática do Coronavírus”, publicado no site **Nova Escola** (2020), disponível em https://novaescola.org.br/conteudo/18971/a-matematica-do-coronavirus. Acesso em 13. Mar. 2021.

Vamos refletir um pouco

1. A partir da afirmação: “Agora a progressão é geométrica, não tem jeito. É um para dois, dois para quatro, quatro para oito, oito para 16.” (Folha de São Paulo), pesquise o que é progressão geométrica e interprete a notícia vinculada pela Folha de São Paulo e o conceito matemático

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos observem a sequência (1,2,4,8,16, ...) e percebam a razão existente entre os valores. E a partir disso possam compreender o conceito de PG*.

2. Tomando a sequência (1,2,4,8,16, ...), poderíamos representá-la como uma função exponencial? Se sim, escreva a função.

Resposta esperada: *Sim.* $f(x) = 2^x$

3. Qual relação existente entre a progressão geométrica e a função exponencial?

Resposta esperada: *Ao tomarmos a PG: (1, 2, 4, 8, 16, ...) e* $f(x) = 2^x$, *que é* $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots$ *com* $x \geq 1$*,observamos que progressão geométrica e a função exponencial possuem comportamentos semelhantes, podendo relacioná-las através de suas representações algébricas e gráficas.*

Dica!

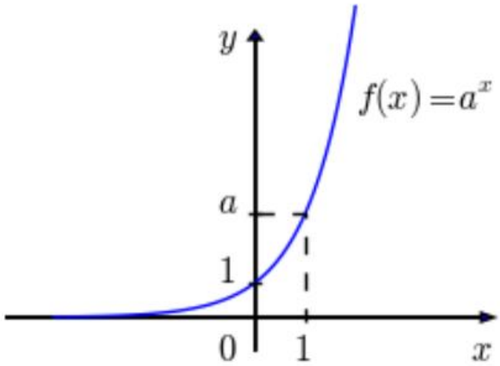
*Após essas reflexões sobre a temática, para reforçar os conhecimentos trabalhados, o professor apresentará um breve vídeo do youtube: “**Coronavírus: Crescimento Exponencial em dois minutos**”, disponível no endereço: https://www.youtube.com/watch?v=fj0mHyO6wLE*

Se considerar necessário, antes de dar continuidade, pode explorar os conceitos de crescimento e decrescimento a partir da função exponencial.

A **função exponencial** é expressa na forma $f(x) = a^x$, sendo a um número real, maior que zero e diferente de 1.

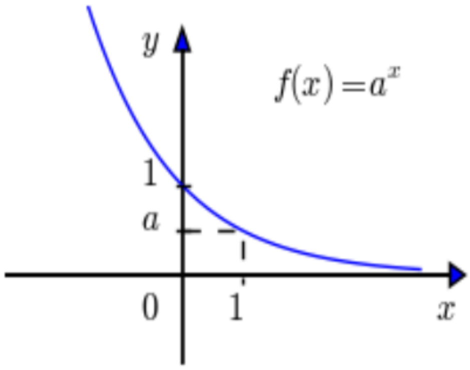
I. Crescimento Exponencial

Figura 3. Gráfico Crescimento Exponencial



II. Decrescimento exponencial.

Figura 4. Gráfico Decrescimento Exponencial

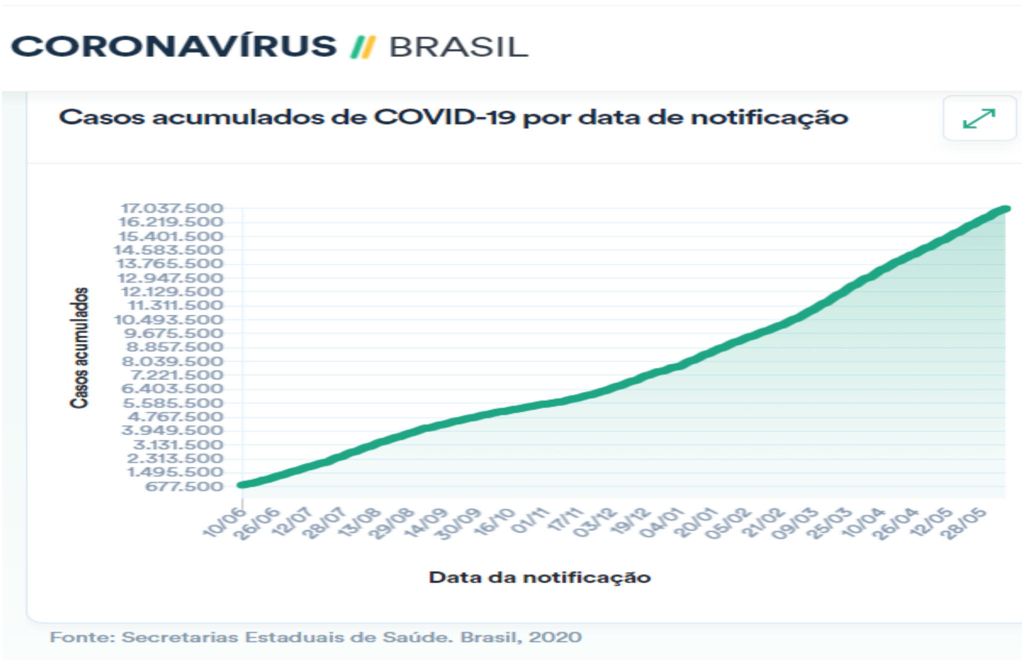


Fonte: https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/coronavirus-o-que-e-crescimento-exponencial-e-como-pode-cair-nas-provas/. Acesso 12 mar. 2021

Compreendendo o conceito inicial do crescimento exponencial, o professor apresentará um gráfico (Fig. 5) que representa a evolução dos casos confirmados de Coronavírus no Brasil.

❑ GRÁFICO 01 - **DADOS EM 09/06/2021**

Figura 5. Gráfico de casos acumulados da COVID 19



Fonte: Disponível em https://covid.saude.gov.br/. Acesso 09 jun. 2021

Após a explanação, o professor deverá instigar o debate, pautado em alguns questionamentos sobre o gráfico:

Vamos refletir um pouco

1. Sobre o que se trata o gráfico?

Resposta esperada: *Casos acumulados de Covid 19 por data de notificação*.

2. O que significa os números que aparecem na linha horizontal? E na vertical?

Resposta esperada: *Horizontal- data de notificação e Vertical – número de casos*

3. De que maneira o conceito de função exponencial está relacionado à quantidade de infectados?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos reconheçam a semelhança entre o gráfico que representa uma função exponencial e a curva que indica o aumento de pessoa infectadas pelo novo coronavírus em um curto espaço de tempo.*

ATENÇÃO!!

É importante que o professor ressalte que embora não exista uma fórmula que expressa a contaminação. Em estudos mais simplistas, o comportamento da curva faz com que se classifique a contaminação do novo coronavírus como sendo semelhante a uma função exponencial.

4. Como os conhecimentos que você tem sobre função exponencial, ajudaram entender as informações apresentadas?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos mostrem familiaridade com o assunto estudado e apliquem esses conhecimentos em comentários analíticos sobre as informações, por meio de conversas em grupo*.

Dica!

*Para complementar a atividade, sugerimos que o professor oriente seus alunos a assistirem no contraturno a vídeo aula: **Crescimento Exponencial e Pandemias - Como o Coronavírus se propaga?** do canal Equaciona com Paulo Pereira. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=9toJ5X3lTCE.*

Avaliação

Será avaliado a participação dos alunos nas discussões realizadas ao longo das atividades e as respostas dos questionamentos, que deverão ser entregues ao professor.

Referências

COLETTI. Selene. A Matemática do Coronavírus. Publicado no site (2020). **Nova Escola**. Disponível: **https://novaescola.org.br/conteudo/18971/a-matematica-do-coronavirus .** Acesso 13 mar. 2021**.**

SPAGNA.J. Coronavírus: o que é crescimento exponencial e como pode cair nas provas. Publicado no site.: **Guia do estudante.** Disponível em **https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/coronavirus-o-que-e-crescimento-exponencial-e-como-pode-cair-nas-provas/** Acesso 12 mar. 2021

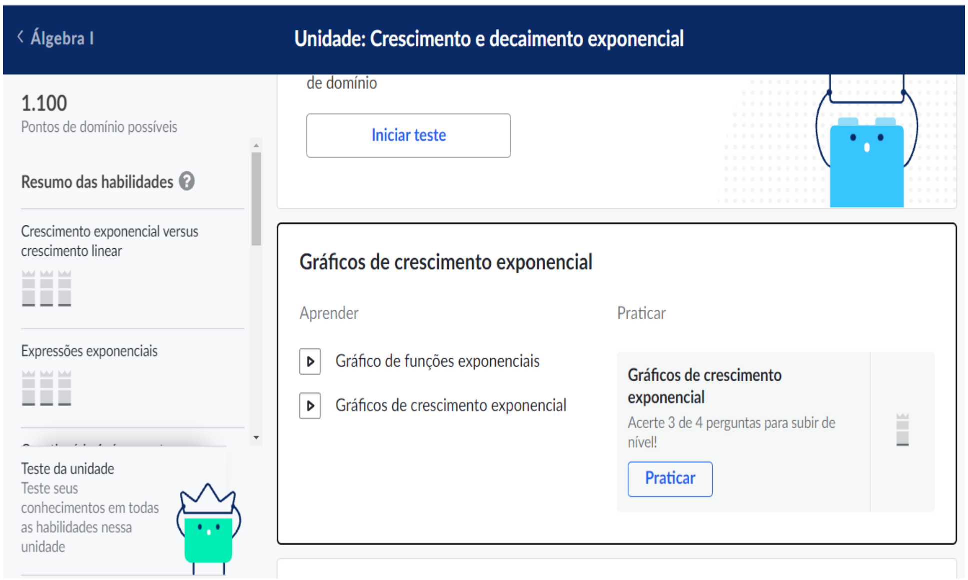
Matemática interligada: função afim, quadrática, exponencial e logarítmica/ obra coletiva. 1ed. São Paulo: Scipione, 2020.

Khan Academy

Dica!

*Para explorar os conhecimentos sobre função exponencial, o professor poderá indicar na plataforma **Khan Academy**, o acesso ao tópico: **Gráfico de crescimento exponencial**, (Fig.6). Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/algebra/introduction-to-exponential-functions#graphs-of-exponential-growth. Acesso em 20 jul.2021.*

Figura 6. Khan Academy- Gráfico de crescimento exponencial



Fonte: Disponível em https://pt.khanacademy.org/math/algebra/introduction-to-exponential-functions#graphs-of-exponential-growth. Acesso em 15 ago. 2021.

Atividade 03

Título: Cultura de bactérias e desintegração do carbono 14

Objeto de aprendizagem: Função exponencial, cultura de bactérias e desintegração do carbono 14

Objetivo de aprendizagem:

- Reconhecer que a expressão que representa o número de bactérias de uma cultura e a desintegração do carbono-14 são funções exponenciais;

- Compreender que os conhecimentos utilizados na Matemática para o estudo gráfico da função exponencial podem ser transferidos para a Biologia e para a Química.

Ferramenta digital:

Youtube e Interfaces do GeoGebra

Orientações ao Professor:

Novamente com intuito de desenvolvermos a interdisciplinaridade, faremos uso de duas aplicações da função exponencial presentes no trabalho anteriormente citado de autoria de Kessler (2016). Na atividade escolhida por nós, a autora elabora uma análise de gráficos, em que é possível relacionar a temática de função exponencial com os componentes curriculares: Biologia (número de bactérias de uma cultura) e Química (desintegração do Carbono-14). Para tanto, os referidos temas devem ser abordados previamente pelos professores das respectivas disciplinas.

Na atividade serão utilizados a interface do GeoGebra e os questionamentos elaborados pela referida autora, sendo que algumas questões passaram por ajustes a fim de atender os objetivos da sequência didática. Na interface constam quatro botões: Função Exponencial, Cultura de Bactérias, Desintegração do Carbono 14 e Assíntota Horizontal, contudo em nossa atividade utilizaremos somente os três primeiros. Para cada botão selecionado, o professor deve orientar seus alunos a manipularem os controles deslizantes, observando o comportamento dos gráficos e em seguida no **"Vamos refletir um pouco"**, responderem os questionamentos propostos.

Dica!

Previamente, o professor poderá orientar os alunos a assistirem, no contraturno, os vídeos abaixo relacionados, para que se apropriem das temáticas a serem abordadas na atividade:

Vídeo 1. Reino Monera – “O Crescimento Bacteriano e a Função Exponencial”, do canal Biologia com Samuel Cunha, disponível no endereço:
https://www.youtube.com/watch?v=4QBuyBpeDMg&t=63s. (duração: 19min51s)

Vídeo 2. Datação por Carbono 14 (tempo de meia vida), disponível em https://www.youtube.com/watch?v=ELjRKfk0wtk do Canal Química Integral (duração:08min11s).

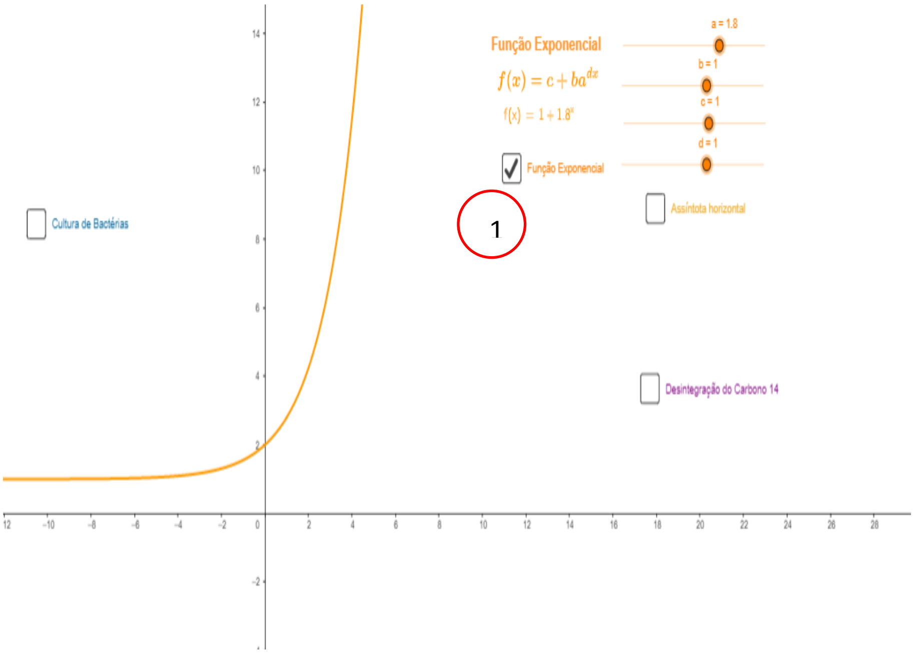
Passo a passo:

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Inicialmente o professor orienta os alunos a acessarem a interface do GeoGebra disponível em https://www.geogebra.org/m/LidPr1BK elaborada por Kessler (2016).

Já na interface eles deveram selecionar, o tópico **Função Exponencial (1).** Neste momento essa deve ser a tela (Fig. 7) que todos devem estar visualizando:

Figura 7. Interface do GeoGebra: Gráfico - Função Exponencial



Fonte: Disponível em https://www.geogebra.org/m/LidPr1BK. Acesso em 21 jun. 2021.

Na sequência os alunos deverão ser orientados a manipular os controles deslizantes e fazer a análise gráfica a partir da variação dos parâmetros ***a, b, c*** e ***d*** da Função Exponencial $f: \Re \rightarrow \Re_{+}^{*}$ definida por

$$\boldsymbol{f(x) = ba^{dx} + c \text{ com } a \in \Re_{+}^{*} \ e \ a \neq 1, b, c, d \ \in \Re.}$$

E após a observação do comportamento do gráfico, os alunos deverão responder os seguintes questionamentos:

Vamos refletir um pouco

- **Vamos entender porque a definição da função exponencial $\boldsymbol{f(x) = ba^{dx} + c}$ diz que $\boldsymbol{a > 0 \ e \ a \neq 1}$.**

1. O que acontece com o gráfico se $a = 1$?

Resposta esperada: *O gráfico da função vira uma reta. Como 1 é o elemento neutro da multiplicação, 1 elevado a qualquer número é sempre 1 e, portanto, não caracteriza uma função exponencial.*

2. O que acontece com o gráfico se $a = 0$?

Resposta esperada: *O gráfico da função passa a coincidir com o eixo x. Como o zero anula a multiplicação, a função deixa de ser exponencial e passa a ser uma função afim constante de imagem zero, ou seja, f(x) = 0.*

3. O que acontece com o gráfico se $a < 0$? Por que?

Resposta esperada: *Não existe o gráfico. Porque não temos uma função definida nos reais quando $a < 0$. Por exemplo se $a = -4$, então $f(x) = (-4)^x$. Tomando $x = \frac{1}{2}$, $f(\frac{1}{2}) = (-4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-4}$. Mas, $\sqrt{-4}$ não está definido para os números reais.*

4. Em que situações temos um gráfico paralelo ao eixo x e por que isso acontece?

Resposta esperada: *quando deixamos de ter uma função exponencial, ou seja, quando b=0, a=1 ou a=0.*

- **Vamos explorar o que acontece com o gráfico da função $\boldsymbol{f(x) = ba^{dx} + c}$ com $\boldsymbol{a > 0}$:**

5. Se $a > 1$, à medida que aumentamos o valor de x, o que acontece com o valor de $f(x)$? Ou seja, o gráfico da função é crescente ou decrescente neste intervalo?
Resposta esperada: *Neste caso, quanto maior o valor de x, maior é o valor da função, ou seja, a função é crescente neste intervalo.*

6. Se $0 < a < 1$, quanto maior o valor de x, o que acontece com o valor de $f(x)$? Ou seja, o gráfico da função é crescente ou decrescente neste intervalo?
Resposta esperada: *Quanto maior o valor de x, menor o valor da função, ou seja, a função é decrescente neste intervalo.*

- **Mantendo $\boldsymbol{a > 0}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{a \neq 1}$, e $\boldsymbol{c}$ fixos, o que acontece com o gráfico da função $\boldsymbol{f(x) = ba^{dx} + c}$, quando variamos $\boldsymbol{b}$:**

7. Se b>0? Resposta esperada: *O gráfico fica crescente*

8. Se b<0? Resposta esperada: *O gráfico fica decrescente.*

9. Qual é o domínio da função $f(x) = ba^{dx} + c$, se $a > 0$ e $a \neq 1$, independente dos valores dos outros parâmetros? Resposta esperada: *Todos os números reais.*

- **Mantendo a>0, b=1, d=1**

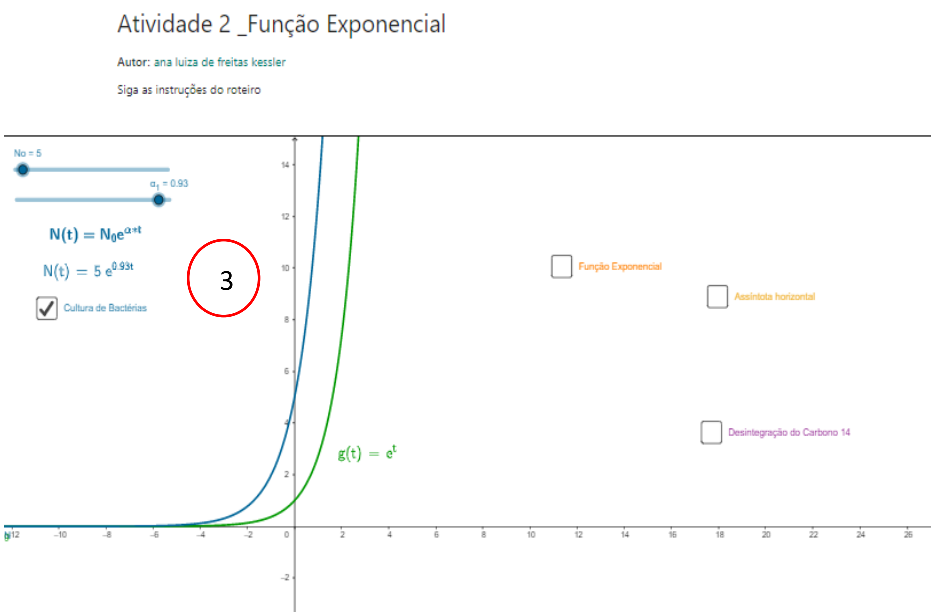
10. O que podemos dizer sobre o deslocamento do gráfico da função $f(x) = ba^{dx} + c$ quando variamos o parâmetro c ?
Resposta esperada: *o gráfico da função se desloca verticalmente para cima se aumentarmos o valor de c e para baixo se diminuirmos o valor de c.*

11. Tal deslocamento altera a imagem da função?
Resposta esperada: *Sim, pois o deslocamento é vertical.*

APLICAÇÃO NA BIOLOGIA - CULTURA DE BACTÉRIAS

Nesse momento os alunos deverão ser orientados a desativar os demais botões e selecionar o botão: **Cultura de Bactérias** (3-Fig. 8).

Figura 8. Interface do GeoGebra: Gráfico - Cultura de Bactérias



Fonte**:** https://www.geogebra.org/m/LidPr1BK. Acesso em 21 jun. 2021.

Na interface é possível compararmos o gráfico da função $g(t) = e^t$ com o gráfico da função $N(t) = N_0e^{at}$ que descreve o número de bactérias de uma cultura, depois de um tempo t, onde N_0 é o número inicial de bactérias e α é a taxa de crescimento que varia de 0,01 até 1. Sabendo que e é um número irracional positivo, e tem como aproximação 2,71.

Vamos refletir um pouco

Os alunos deverão manipular os controles deslizantes, observando o comportamento do gráfico e em seguida deverá responder os seguintes questionamentos:

1. A função $N(t) = N_0e^{at}$ é crescente ou decrescente? Por quê?

Resposta esperada: *A função é crescente pois a base é um número maior que um.*

2. O que ocorre no gráfico da função $N(t) = N_0e^{at}$ quando alteramos o valor do número inicial de bactérias dessa cultura?

Resposta esperada: *Alteramos o ponto de corte do gráfico com o eixo y.*

3. O que acontece com o número de bactérias quando aumentamos o valor de α? O que isso significa para o crescimento da cultura de bactérias, mais rápido ou mais lento?

Resposta esperada: *O gráfico fica com um crescimento mais acentuado, o que significa que número de bactérias cresce mais rapidamente quanto maior o valor de α.*

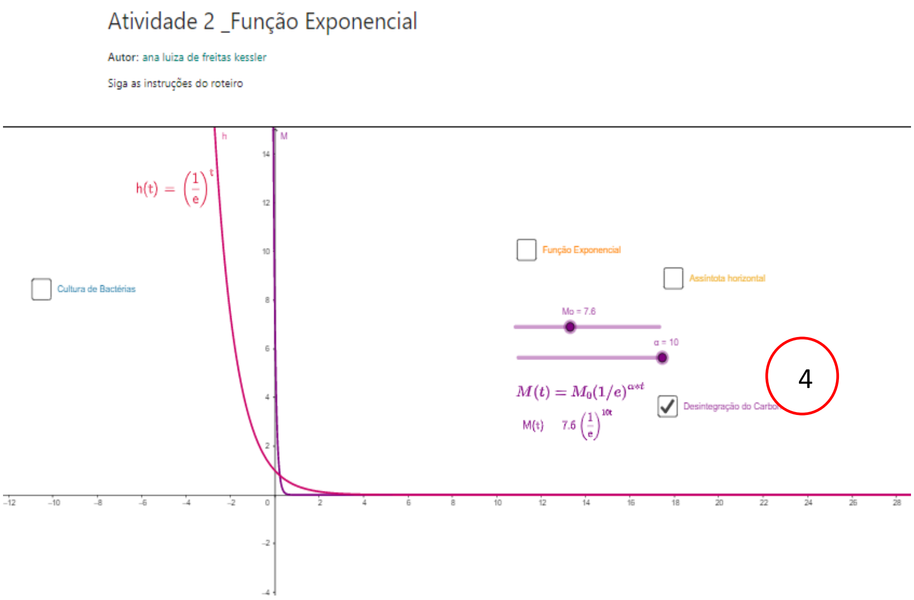
4. O que acontece com o número de bactérias quando diminuímos o valor de α? O que isso significa para o crescimento da cultura de bactérias?

Resposta esperada: *O gráfico fica com um crescimento menos acentuado, o que significa que número de bactérias cresce mais lentamente quanto menor o valor de α*.

APLICAÇÃO NA QUÍMICA - DESINTEGRAÇÃO DO CARBONO 14

Na sequência os alunos deverão ser orientados a desativar os demais botões e selecionar o botão: **Desintegração do Carbono 14** (4 - Fig.9)

Figura 9. Interface do GeoGebra: Gráfico- Desintegração do carbono 14



Fonte**:** https://www.geogebra.org/m/LidPr1BK. Acesso em 21 jun. 2021.

Na interface é possível compararmos o gráfico da função $h(t) = \left(\frac{1}{e}\right)^{at}$ com o gráfico da gráfico da função $M(t) = M_0.e^{at}$ ou $M(t) = M_0.\left(\frac{1}{e}\right)^{at}$, que possibilita o cálculo da meia vida de uma substância radioativa, sendo M_0 a massa do corpo, α a taxa de desintegração e t o tempo decorrido.

Vamos refletir um pouco

Os alunos deverão manipular os controles deslizantes, observando o comportamento do gráfico e em seguida deverá responder os seguintes questionamentos:

1. A função $M(t) = M_0.\left(\frac{1}{e}\right)^{at}$ é crescente ou decrescente? Por quê?

Resposta esperada: *A função é decrescente, pois a base é um número que está entre 0 e 1.*

2. O que ocorre com o gráfico da função $M(t) = M_0.\left(\frac{1}{e}\right)^{at}$ quando modificamos o valor de M_0(massa inicial do corpo)? O que isso significa para a quantidade de C^{14}na peça analisada?

Resposta esperada: *Mo é o valor do ponto de corte do gráfico com o eixo y. Quanto maior o valor de Mo, maior o de Carbono 14 da peça analisada.*

3. O que ocorre no gráfico da função $M(t) = M_0.\left(\frac{1}{e}\right)^{at}$ quando aproximamos o valor de α à zero? O que acontece com a quantidade de C^{14} na peça analisada, sabendo que representa a constante de desintegração do C^{14}em cada material?

Resposta esperada: *O decrescimento de carbono no organismo é mais lento quanto menor for o valor de a.*

4. O que ocorre no gráfico de $M(t) = M_0.\left(\frac{1}{e}\right)^{at}$ quando aumentamos o valor de α? O que acontece com a quantidade de C^{14} na peça analisada, aumenta ou diminui, mais rápido ou mais lentamente? Sabendo que α representa a constante de desintegração do C^{14}em cada material?

Resposta esperada: *Quanto maior o valor de α , mais rápido será oa desintegração da substância.*

5. Você conseguiu fazer relação entre o que você aprendeu em Matemática e as atividades referentes a conteúdos abordados na Biologia e na Química? Relate o que você achou desta experiência.

Resposta Pessoal: *Espera-se que os alunos reconheçam que os conhecimentos utilizados na Matemática para o estudo gráfico da função exponencial podem ser transferidos para a Biologia e para a Química e assim facilitar a interpretação do problema.*

Avaliação

Será avaliado a participação do aluno durante a aula e a resolução dos questionamentos propostos.

Referências

KESSLER, L. DE F. Aplicações de Funções na Área das Ciências da Natureza por meio do GeoGebra. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria , RS, 2016. Disponível em https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10946. Acesso 20 out.2020.

REINO MONERA – O Crescimento Bacteriano e a Função Exponencial. 2017. 1 vídeo (19min51s). Publicado pelo canal Biologia com Samuel Cunha. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=4QBuyBpeDMg&t=63s. Acesso em 25 jun.2021.

DATAÇÃO POR CARBONO-14 [Tempo de meia vida]. 1 Vídeo (8min11s). 2020. Publicado pelo canal Química Integral. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=ELjRKfk0wtk. Acesso 10 jun.2021.

ENEM - Radioatividade - Meia Vida e Carbono 14 - Revisão Rápida. 2018. 1 vídeo (11min59s). Publicado pelo canal Prof. Guilherme Química. Disponível em **https://www.youtube.com/watch?v=-kXtz5d5dYE**_. Acesso 10 jun.2021.

Momento ENEM

Neste espaço disponibilizaremos questões do ENEM, que oportunizará os alunos a perceberem a importância e aplicabilidade da função exponencial na resolução de situações problemas. Para tanto, sugerimos que no decorrer da abordagem das questões, o professor possa levar o aluno a refletir sobre os seguintes pontos:

- os conteúdos abordados na situação problema;
- os componentes curriculares envolvidos na situação problema;
- as metodologias e procedimentos necessários para a resolução da situação problema;
- as dificuldades apresentadas para resolução da situação problema

Questões ENEM

01. (ENEM 2ª aplicação 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve-se calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população. $P(t) = 40 \,.\, 2^{3t}$ em que t é o tempo, em hora, e P(t) é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

a) reduzida a um terço.

b) reduzida à metade.

c) reduzida a dois terços.

d) duplicada.

e) triplicada.

Solução: *Como t é dado em horas e 20 minutos correspondem 1/3 de hora, devemos então calcular o valor de P (⅓). Segue que* $P(⅓) = 40 \,.\, 2^{3⅓} = P(⅓) = 40 \,.\, 2^{1} = P(⅓) = 80.$ *Como a população inicial de bactérias era de 40 mil unidades, então após 20 minutos a população será duplicada.*

Resposta: Letra d.

Componente curricular envolvido: Biologia

02. (ENEM 2020) Enquanto um ser está vivo, a quantidade de carbono 14 nele existente não se altera. Quando ele morre, essa quantidade vai diminuindo. Sabe-se que a meia-vida do carbono 14 é de 5.730 anos, ou seja, num fóssil de um organismo que morreu há 5 730 anos haverá metade do carbono 14 que existia quando ele estava vivo. Assim, cientistas e arqueólogos usam a seguinte fórmula para saber a idade de um fóssil encontrado: $Q(t) = Q_0 . 2^{\frac{-t}{5730}}$ em que t é o tempo, medido em ano, Q(t) é a quantidade de carbono 14 medida no instante t e Q_0 é a quantidade de carbono 14 no ser vivo correspondente.

Um grupo de arqueólogos, numa de suas expedições, encontrou 5 fósseis de espécies conhecidas e mediram a quantidade de carbono 14 neles existente. Na tabela temos esses valores juntamente com a quantidade de carbono 14 nas referidas espécies vivas.

Fóssil	Q_0	$Q(t)$
1	128	32
2	256	8
3	512	64
4	1 024	512
5	2 048	128

O fóssil mais antigo encontrado nessa expedição foi

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5

Solução 01. *Manipulando a equação exponencial* $Q(t) = Q_0 . 2^{\frac{-t}{5730}}$, *temos a divisão* $\frac{Q(t)}{Q_0} = 2^{\frac{-t}{5730}}$, *diante disso podemos observar que o fóssil 2 é o que teve maior decaimento de carbono 14 (em termos percentuais), por ter o menor quociente. Quanto menor o valor de* $\frac{Q(t)}{Q_0}$ *maior foi o decaimento percentual do C14 e maior o tempo transcorrido desde a morte do ser vivo.*

Solução 02: *Vamos calcular o tempo para cada um dos fósseis, de acordo com a equação exponencial*$Q(t) = Q_0 . 2^{\frac{-t}{5730}} \Rightarrow \frac{Q(t)}{Q_0} = 2^{\frac{-t}{5730}}$. *Para tanto, tomaremos todos os valores em potências de base 2.*

FÓSSIL	Q_0	Q(t)	$\frac{Q(t)}{Q_0}$
1	**128 = 2^7**	**32 = 2^5**	**2^{-2}**
2	**256= 2^8**	**8= 2^3**	**2^{-5}**
3	**512= 2^9**	**64= 2^6**	**2^{-3}**
4	**1024=2^{10}**	**512=2^9**	**2^{-1}**
5	**2048= 2^{11}**	**128= 2^7**	**2^{-4}**

- *Fóssil 1)* $2^{-2} = 2^{-t/5730} \Rightarrow -2 = -t / 5730 \Rightarrow t = 2 . 5730 \Rightarrow$ ***t = 11 460***
- *Fóssil 2)* $2^{-5} = 2^{-t/5730} \Rightarrow -5 = -t / 5730 \Rightarrow t = 5 . 5730 \Rightarrow$ ***t = 28 650***
- *Fóssil 3)* $2^{-3} = 2^{-t/5730} \Rightarrow -3 = -t / 5730 \Rightarrow t = 3. 5730 \Rightarrow$ ***t = 17 190***
- *Fóssil 4)* $2^{-1} = 2^{-t/5730} \Rightarrow -1 = -t / 5730 \Rightarrow t = 1. 5730 \Rightarrow$ ***t = 5 730***

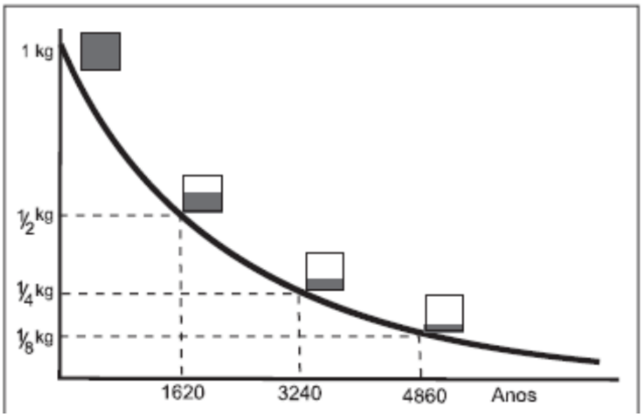
- *Fóssil 5)* $2^{-4} = 2^{-t/5730} \Rightarrow -4 = -t / 5730 \Rightarrow t = 4 . 5730 \Rightarrow \mathbf{t = 22\ 920}$

Como podemos observar o fóssil 2 possui o menor quociente $\frac{Q(t)}{Q_0} = 2^{-5}$ *e também o maior tempo t = 28.650. Portanto, o fóssil mais antigo encontrado nessa expedição foi o 2.*

Resposta: Letra b.

Componente curricular envolvido: Química

03. (ENEM 2009) O lixo radioativo ou nuclear é resultado da manipulação de materiais radioativos, utilizados hoje na agricultura, na indústria, na medicina, em pesquisas científicas, na produção de energia, etc. Embora a radioatividade se reduza com o tempo, o processo de decaimento radioativo de alguns materiais pode levar milhões de anos. Por isso, existe a necessidade de se fazer um descarte adequado e controlado de resíduos dessa natureza. A taxa de decaimento radioativo é medida em termos de um tempo necessário para que uma amostra perca metade de sua radioatividade original. O gráfico seguinte representa a taxa de decaimento radioativo do rádio – 226, elemento químico pertencente à família dos metais alcalinos terrosos e que foi utilizado durante muito tempo na medicina.



As informações fornecidas mostram que:

a) Quanto maior a meia-vida de uma substância, mais rápido ela se desintegra.

b) Apenas 1/8 de uma amostra de rádio – 226 terá decaído ao final de 4860 anos.

c) Metade da quantidade original de rádio – 226, ao final de 3240 anos, ainda estará por decair.

d) Restará menos de 1% de rádio – 226 em qualquer amostra dessa substância após decorridas 3 meias-vidas.

e) A amostra de rádio – 226 diminui a sua quantidade pela metade a cada intervalo de 1620 anos devido à desintegração radioativa.

Solução - *Ao analisarmos o gráfico, verificamos que a meia-vida do rádio é de 1620 anos, pois é o tempo que ela leva para reduzir 50% de sua massa (período denominado de meia-vida), ou seja, o tempo que a massa leva para diminuir de 1 kg para ½ kg, portanto alternativa* ***E*** *é a correta. Verificando as demais alternativas:*

a) *FALSA. Pois, quanto maior a meia-vida, mais lentamente ocorre a desintegração.*
b) *FALSA. Após 4860 anos, restará apenas 1/8 da massa de rádio.*
c) *FALSA. A metade de rádio restará após um período de 1620 anos.*
d) *FALSA. Após uma meia-vida, a massa ou a radiação sempre decai 50%. Logo, após 3 meias-vidas, restarão 12,5% de rádio: 100%---50%---25%---12,5%*

Resposta - Letra e.

Componente curricular envolvido: Química

Avaliação

A avaliação se dá a partir do desempenho do aluno na resolução dos itens e da participação nas discussões geradas a partir dos questionamentos propostos em relação a cada situação problema.

Referências

INEP. Ministério da Educação. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em 21 mar. 2021.

Sequência Didática 05

Tema da Sequência Didática
Função Logarítmica
Objetivos da Sequência Didática
• Resolver situações problemas que envolvam o conceito de função logarítmica, relacionando-o a outros componentes curriculares • Compreender a importância das funções logarítmicas para resolução das mais diversas situações problemas.
Habilidades da BNCC serem desenvolvidas
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros. (EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
Recursos Didáticos
Computador, tablet ou celular com acesso à internet.
Ferramentas Digitais
Youtube, Khan Academy, PhET, GeoGebra
Componentes Curriculares trabalhados na Sequência Didática
Matemática, Química, Física e Biologia
Atividades que compõem a Sequência Didática

Detalhamento das Atividades

Atividade 01

Título: Função logarítmica e suas aplicações.

Objeto de aprendizagem: Função logarítmica e suas aplicações

Objetivo de aprendizagem: Compreender as diversas aplicações da função logarítmica nas demais áreas de conhecimento.

Ferramenta digital:
Vídeo do Youtube

Orientações ao Professor:

Para o desenvolvimento desta atividade, o professor deverá orientar que os alunos assistam, durante o contraturno, o vídeo “**Para que servem os logaritmos?**" do Canal Toda a Matemática do professor Gustavo Viegas, disponível no endereço: https://www.youtube.com/watch?v=jwE994Fc57I&list=PLbVzJTKmXUiZMoWFTJ6KRO3zYsv6h3Jq4. Em seguida, registrem no caderno, as situações de aplicações da função logarítmica citadas no vídeo e identifiquem pelo menos mais um exemplo do uso da função logarítmica, para que sejam socializados em sala de aula. Na aula seguinte, o professor deverá explorar o solicitado, no “**Vamos refletir um pouco”**, conforme o roteiro proposto.

Vamos refletir um pouco

Para ajudar na condução desse momento trilhamos o seguinte roteiro, que tem como objetivo principal, fazer com que os alunos percebam a diversidade de aplicabilidade da função logarítmica.

Abertura (05 min): boas-vindas e apresentação do tema a ser debatido.

Debate (40min): o professor faz questionamentos, disponibilizando uma média de 10 min por questionamento, para que os alunos possam se expressar.

1. Quais aplicações de função logarítmica constavam no vídeo?

Resposta esperada: *1ª) Utilização nas antigas navegações, para facilitar a resolução de cálculos, por meio da utilização da régua de cálculo contendo logaritmo, uma vez que não existia calculadora. 2ª) Encontrar o expoente em certas expressões, por exemplo, no cálculo de juros compostos em aplicações financeiras e na expressão para calcular a idade de um material através da desintegração do carbono 14. 3ª) Expressão do cálculo de nível sonoro (intensidade do som). 4ª) Escala Richter (Medição da intensidade de um terremoto). 5ª) Cálculo do pH de uma substância. 6ª) Lei de Benford (usada para descobrir fraude no sistema fiscal EUA). 7ª) Fractais. 8ª) Expressão para comparar o ciclo de vida de um ser humano e de um cachorro de grande porte.*

2. Qual aplicação mais interessante?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos expressem suas opiniões.*

3. Citem as disciplinas envolvidas nas situações abordadas?

Resposta esperada: *Matemática (Financeira e Geometria), Física, Química e Biologia.*

4. Citem outros exemplos com aplicações de função afim no cotidiano.

Resposta esperada: *Expressões de Amortização de parcelas de financiamento; cálculo da expressão da taxa de crescimento populacional*

Fechamento (05 min): espaço para que os participantes reflitam sobre o que foi debatido na roda de conversa:

5. O que aprenderam com as conversas?

Resposta esperada: *Espera-se que os alunos enfatizem a importância da função logarítmica e sua aplicabilidade nas diversas áreas de conhecimento.*

6. Que pontos mudaram o entendimento que tinham sobre o tema?

Resposta esperada: _Espera-se que os alunos exponham o entendimento que tinham sobre o assunto antes e depois dessa conversa._

Dica!

No caso de aulas online podem ser utilizados ferramentas como mentimeter, padlet ou jamboard, para promover a interação professor-aluno, visto que, essas ferramentas possibilitam o compartilhamento de murais facilitando as atividades colaborativas.

Avaliação

O aluno será avaliado de forma global, por meio da demonstração de interesse sobre o que está sendo estudado, ao apresentar exemplos, como também pela participação durante as discussões sobre o vídeo e socialização das aplicabilidades.

Referências

VIEGAS, G. (03 fev..2021). *1 Vídeo (17min45s). Para que servem os logaritmos?* Publicado pelo canal Toda a Matemática: https://www.youtube.com/watch?v=jwE994Fc57I&list=PLbVzJTKmXUiZMoWFTJ6KRO3zYsv6h3Jq4.. Acesso em 01 jul.2021

Khan Academy

Dica!

*Antes de dar continuidade com a atividade 02, sugerimos que o professor possa indicar na plataforma **Khan Academy**, o acesso à Unidade: Equações e funções exponenciais e logaritmo, que aborda: introdução aos logaritmos; a constante **e** e o logaritmo natural; propriedades e mudança de base, resolução de equações exponenciais com logaritmos: gráficos de funções exponenciais e logarítmicas e escalas logarítmicas. Disponível em:https://pt.khanacademy.org/math/algebra2/exponential-and-logarithmic-functions. Acesso 30 jul.2021.*

Atividade 02

Título: Logaritmo e pH.

Objeto de aprendizagem: Logaritmo e Potencial Hidrogeniônico (pH)

Objetivo de aprendizagem:

- Compreender a necessidade do uso de logaritmos para realização da medida do pH.
- Compreender a relação entre o expoente obtido em notação científica da concentração de H_3O^+ em mol/l de uma substância e o pH medido pelo sensor do simulador, obtido através da aplicação do logaritmo.

Ferramenta digital:

PhET

Orientações ao Professor:

A atividade será desenvolvida em três momentos. No primeiro momento, o professor retomará o conceito de pH trabalhado previamente pelo professor de Química, apresentando a tabela de valores de pH. Em seguida, utilizará o simulador **Escala de pH** da plataforma PhET para mostrar a relação entre o expoente obtido em notação científica da concentração e o pH medido pelo sensor do simulador. E no terceiro momento, apresentará a forma de como calcular o pH através do logaritmo propondo alguns questionamentos no **"Vamos refletir um pouco".**

Passo a passo:

Inicialmente, o professor deve fazer uma breve revisão do conceito de pH e o fato do mesmo medir a concentração do íon H_3O^+, porém ainda não se deve utilizar fórmulas.

Dica!

Convidar o professor de Química para que de forma interdisciplinar possam fazer a abordagem do tema na aula.

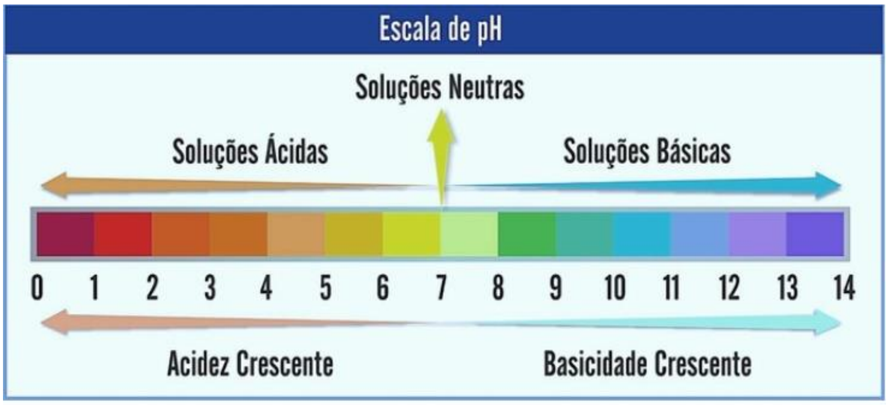
Escala de pH

O potencial hidrogeniônico (quantidade de cátions H^+ ou H_3O^+) é um parâmetro utilizado por pesquisadores para determinar a acidez, basicidade ou neutralidade de uma solução aquosa. Quanto mais hidrônios houver no meio, mais ácida será a solução.

A escala de pH é definida entre 0 e 14 (Fig. 1). Se o pH de uma solução (a 25ºC) é:

- Igual a 7, ela é uma solução neutra
- Menor do que 7 é uma solução ácida
- Maior do que 7 é uma solução básica.

Figura 1. Escala de pH



Fonte: https://www.todamateria.com.br/o-que-e-ph/. Acesso em 06 jul.2021

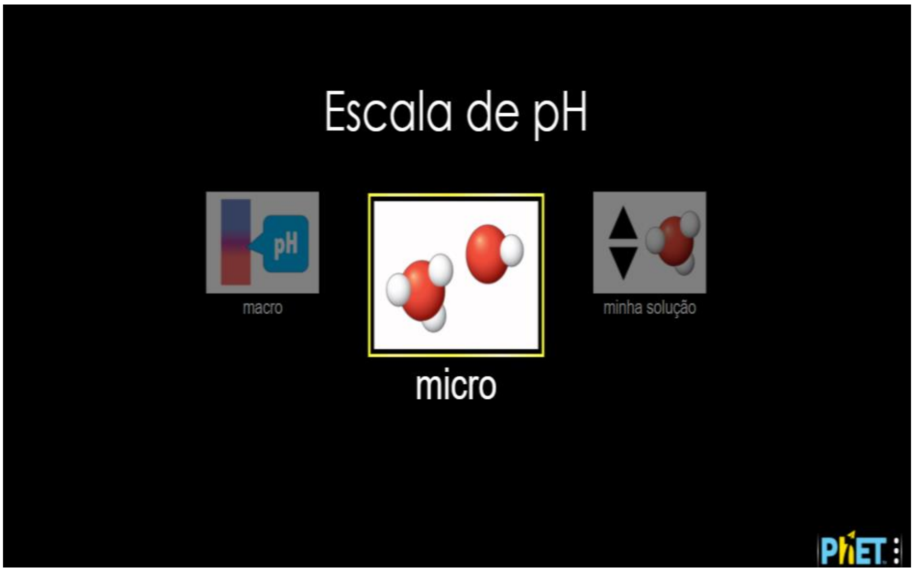
Agora, o professor deve apresentar o simulador **Escala de PH** da plataforma PhET, disponível no endereço: **https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/ph-scale** (Fig. 2).

Figura 2. Interface inicial do Simulador – Escala de pH

Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/ph-scale. Acesso em 06 jul. 2021

O simulador é composto por três menus: Macro, Micro e Minha Solução, em nossa atividade trabalharemos apenas a 2ª opção, o menu MICRO (Fig. 3)

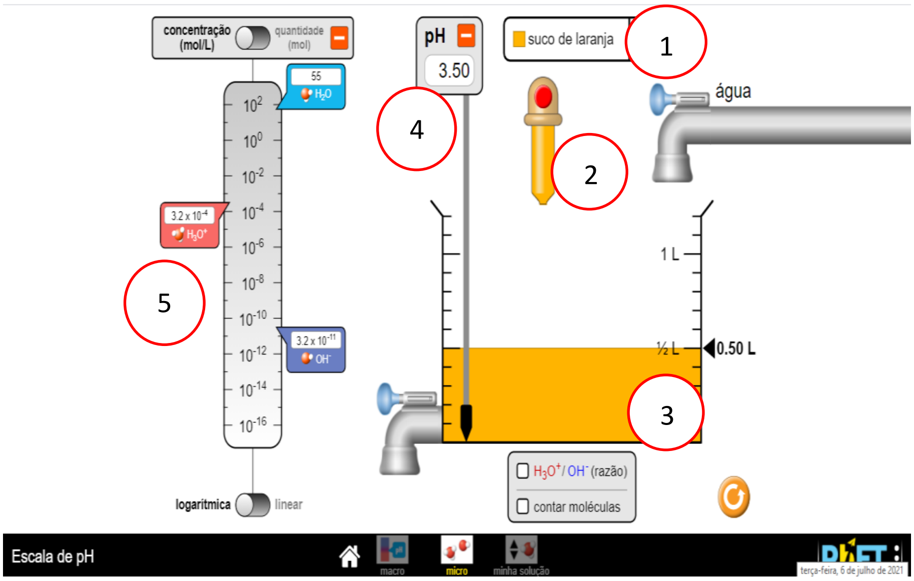
Figura 3. Interface do simulador contendo os menus



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/ph-scale. Acesso em 06 jul. 2021.

No menu MICRO (Fig.4) é possível selecionar uma substância (1) e com o conta-gotas (2), colocar a substância escolhida dentro do recipiente com os volumes estabelecidos (3). E para analisar se a substância possui caráter ácido ou básico, verifica-se o valor do pH (4) obtido pelo sensor, bem como, a escala de concentração de íons de hidrônio $[H_3O^+]$, em mol/l na solução (5).

Figura 4. Interface do Simulador Escala de pH



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/ph-scale. Acesso em 06 jul. 2021

Após ficar claro para os alunos como manusear o simulador, o professor deverá orientá-los a acessarem a plataforma, e interagindo com a Escala de pH, possam responder os questionamentos propostos.

Vamos refletir um pouco

1. Utilizando o simulador Escala de pH, menu MICRO, para cada substância indicada no quadro abaixo, coloque em torno de 0,50L no recipiente e em seguida preencha com os valores obtidos da concentração de íons de hidrônio $[H_3O^+]$ em mol/l e do pH medido pelo sensor. Classifique a substância em ácida, básica ou neutra.

Substância	íons de hidrônio $[H_3O^+]$	pH	Classificação
Líquido Secante	$1 \,.\, 10^{-13}$	*13*	*Básica*
Leite	$3{,}2 \,.\, 10^{-7}$	*6,5*	*Ácida*
Sabonete	$1 \,.\, 10^{-10}$	*10*	*Básica*
Água	$1 \,.\, 10^{-7}$	*7*	*Neutra*
Sangue	$4 \,.\, 10^{-8}$	*7,4*	*Básica*
Café	$1 \,.\, 10^{-5}$	*5*	*Ácida*
Ácido de bateria	$1 \,.\, 10^{-1}$	*1*	*Ácida*

2. Que relação você pode estabelecer entre o expoente da concentração em mol/l do íon H_3O^+ e o pH obtidos na questão anterior.

Resposta esperada: *Espera-se que o aluno perceba que o expoente obtido em notação científica da concentração de H_3O^+ em mol/l e o pH medido pelo sensor do simulador são iguais quando temos na concentração $1 \,.\, 10^{-n}$ e que embora próximo a igualdade não acontece quando temos $x \,.\, 10^{-n}$ com $x \neq 1$*

ATENÇÃO!!

Agora, como forma de fundamentar a relação existente entre o pH e a concentração de íons de hidrônio $[H_3O^+]$ em mol/l, é importante apresentar a expressão logarítmica que define o pH de uma substância.

$$\boldsymbol{pH = -\log[H_3O^+]} \ \textbf{ou seja} \ \boldsymbol{[H_3O^+] = 10^{-pH}},$$

que também pode ser representada pela concentração média de íons de hidrogênio em mols por litro (mol/l):

$$\boldsymbol{pH = -\log[H^+]} \textbf{ ou seja, } \boldsymbol{[H^+] = 10^{-pH}.}$$

3. Certa solução possui concentração de $[H_3O^+]$ de $1\,.\,10^{-8}$ mol/l. Usando a expressão calcule o seu pH.

Resposta esperada: $\underline{pH = -\,log\,10^{-8} = -(-8) = 8}$

4. *A concentração de* $[\mathrm{H_3O^+}]$ de uma substância de pH 4 é quantas vezes maior do que a de uma substância de pH 7?

Resposta esperada*:* Na escala de pH, temos uma diferença de pH 3 que equivale a $[H_3O^+] = 10^{-3}$*, ou seja,* $1/1000$. *Portanto, a concentração de* $[H_3O^+]$ *é 1000 vezes maior.*

5. Sabendo que a concentração de $[H_3O^+]$ de uma solução vale 2.10^{-4} mol/L, qual deve ser o valor do pH dessa solução? Dado $\log 2 = 10$.

Resposta esperada:

$\underline{pH = -\,log[H_3O^+] = -log\,2\,.\,10^{-4} = -(\,log\,2 + \,log\,10^{-4}) =}$

$\underline{pH = -\,\log 2 - (-4)\,log\,10 = -0{,}3 + 4\,(1) = 3{,}7.}$

Logo o pH da solução é 3,7 (Ácida).

6. Em sua opinião, quais as vantagens de se utilizar uma escala logarítmica em vez da concentração de $[H_3O^+]$ para representar a acidez de soluções?

Resposta esperada. *Espera-se que o aluno responda que o uso da escala logarítmica diminui a diferença entre os valores, facilitando a compreensão e a comparação dos mesmos.*

Avaliação

O aluno será avaliado a partir da participação durante atividade e resolução dos questionamentos propostos.

Referências

Matemática interligada: função afim, quadrática, exponencial e logarítmica/ obra coletiva. 1ed. São Paulo: Scipione, 2020.

SIMULATIONS, PhET Interactive. **Escala de pH.** 2021. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/ph-scale. Acesso em: 06 jul.2021.

Atividade 03

Título: Função Logarítmica e escala PH

Objeto de aprendizagem: Gráfico da função logarítmica e potencial hidrogeniônico (PH) de uma solução.

Objetivo de aprendizagem:

Compreender através do estudo do gráfico e dos parâmetros da função logarítmica, a relação existente entre os conceitos dessa função estudada na Matemática, com o comportamento da função da escala de pH de uma substância estudada na Química.

Ferramenta digital:

Interfaces do GeoGebra

Orientações ao Professor:

Nesta atividade utilizaremos duas interfaces do GeoGebra elaboradas por Kessler (2016), sendo que na primeira serão trabalhados os conceitos da função logarítmica por meio da análise gráfica e na segunda faz uma aplicação na Química, envolvendo a Escala de pH de uma solução. Para cada interface, os alunos terão a oportunidade de manipular os controles deslizantes e observar o comportamento dos gráficos, dando -lhes condições de responderem os questionamentos propostos no **"Vamos refletir um pouco"**.

Passo a passo:

Considerando que o conteúdo sobre o conceito de PH (potencial hidrogeniônico) foi trabalhado na atividade anterior, o professor deverá fazer uma breve apresentação dos assuntos a serem abordados. E em seguida, os alunos deverão ser orientados a acessar a interface do GeoGebra e manipular os controles deslizantes que correspondem aos coeficientes da função logarítmica

$$f(x) = a + b\log_{10}(cx)$$

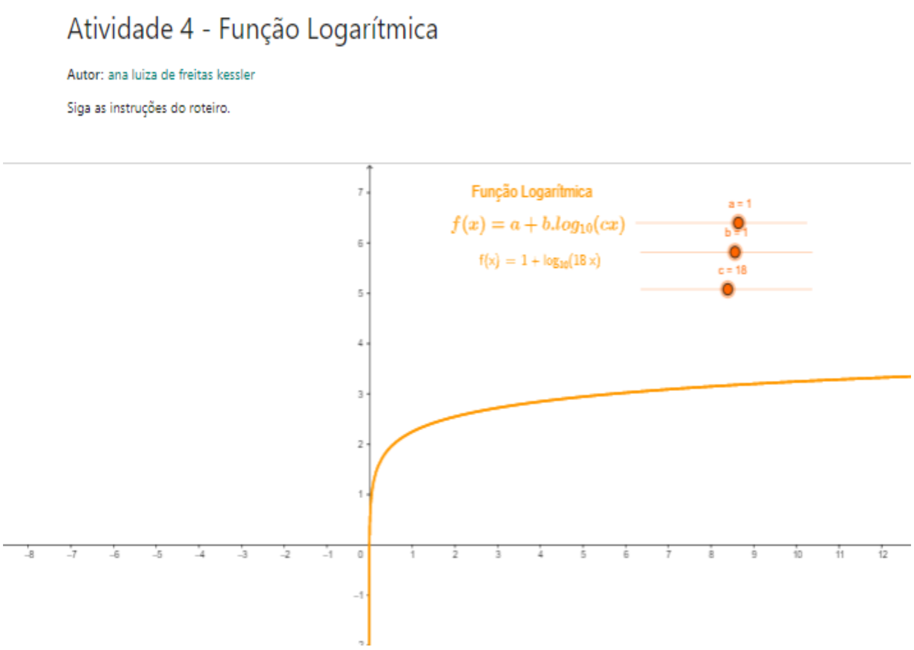
FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Inicialmente vamos utilizar o GeoGebra para analisar o comportamento gráfico da Função Logarítmica $f: \Re_+^* \to \Re$ definida por

$$\boldsymbol{f(x) = a + b.log(cx)} \text{ com } \boldsymbol{a, b, c \in \Re} \text{ e } \boldsymbol{(cx) > 0},$$

para tanto, o professor deve orientar seus alunos a acessarem a interface disponível em: https://www.geogebra.org/m/XeBFsac0 (Fig.5)

Figura 5. Interface do GeoGebra- Função Logarítmica



Fonte**:** https://www.geogebra.org/m/XeBFsac0. Acesso em 21 jun. 2021

Em seguida, os alunos deverão manipular os controles deslizantes, observando o comportamento do gráfico e em seguida deverão responder os questionamentos.

Vamos refletir um pouco

Vamos analisar o que acontece com o gráfico da função $\boldsymbol{f(x) = a + b.log(cx)}$. :

- **Mantendo *a=0 e b=1* e variando o parâmetro *c*.**

1. Qual é o comportamento do gráfico da função quando $c > 0$:

a) crescente ou decrescente? Resposta esperada: <u>*A função é crescente.*</u>

b) se aumentamos o valor de c, o crescimento é mais lento ou mais rápido?

Resposta esperada: <u>*O crescimento é mais rápido.*</u>

2. Qual é o comportamento do gráfico da função quando $c < 0$:

a) crescente ou decrescente? Resposta esperada: *Decrescente*

b) e o que mais ocorre? *é uma reflexão sobre o eixo*

- **Mantendo *a=0 e c=1* variando o parâmetro *b*.**

3. Com b>0, se aumentarmos o valor ***b***, o crescimento da função é mais rápido ou mais lento?

Resposta esperada: *O crescimento é mais rápido.*

4. O que ocorre com o gráfico, se *b=0*?

Resposta esperada: *Há uma reflexão sobre o eixo x.*

- **Mantendo *b>0 e c>0* varie o parâmetro *a* da função $\boldsymbol{f(x) = a + b.log(cx)}$.**

5. O que ocorre quando aumentamos o valor de ***a***?

Resposta esperada: *A função tem um deslocamento vertical para cima*

6. O que ocorre quando diminuímos o valor de **a**?

Resposta esperada: *A função tem um deslocamento vertical para baixo*

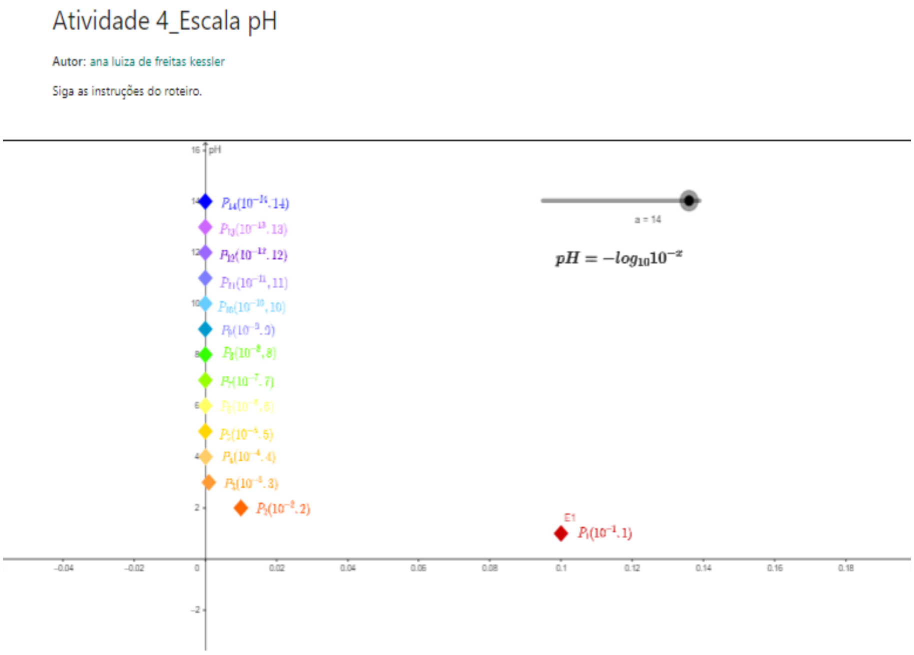
APLICAÇÃO NA QUÍMICA - ESCALA DE PH

Considerando que o conteúdo sobre como se comporta a escala de pH, já tenha sido abordado anteriormente pelo professor de Química, bem como, na atividade anterior da nossa sequência, mostrando que é possível determinar o pH de uma solução. Nessa atividade, utilizaremos a função: pH = - log$[H^+]$ ou $[H^+]$= 10^{-pH}, onde $[H^+]$ corresponde a concentração média de íons de hidrogênio em mols por litro (mol/l). Analisaremos a partir da interface do GeoGebra disponível em: https://www.geogebra.org/m/MqdFmzVN, a Escala de pH em que o eixo x representa a concentração de H^+ e o eixo y é o valor do pH (Fig.6).

Os pontos indicados no gráfico representam os valores de

$$pH = -log[H+] = -log10^{-x} = -(-x)log\ 10 = x$$

Figura 6. Interface do GeoGebra- Escala PH



Fonte: https://www.geogebra.org/m/MqdFmzVN. Acesso em 21 jun. 2021

Vamos refletir um pouco

1. Quanto maior o valor de [H+], ou seja, se aumentarmos o valor de x, o que podemos dizer sobre a acidez?

Resposta esperada: *O pH é cada vez mais ácido.*

2. Quanto menor o valor de [H+], ou seja, se diminuirmos o valor de x, o que podemos dizer sobre a acidez?

Resposta esperada: *Quanto menor o valor de x, mais básica é a substância.*

3. Considerando a tabela a seguir, escreva as substâncias em ordem crescente de acidez.

Substância	[H+] (mol/L)	Acidez
Leite	10^{-7}	pH. 7
Café	10^{-5}	pH. 5
Refrigerante	10^{-3}	pH. 3
Suco de tomate	10^{-4}	pH. 4
Clara de ovo	10^{-8}	pH. 8
Leite de magnésia	10^{-10}	pH. 10
Urina	10^{-6}	pH. 6

Resposta esperada: *(Base) Leite de magnésia, clara de ovo, leite (neutro), urina, café, suco de tomate, refrigerante (ácido).*

4. O que podemos concluir a relação entre a acidez de uma substância e $[H^+]$?

Resposta esperada: *Quanto menor a concentração de íons de hidrogênio mais básica é a solução.*

5. Seus conhecimentos adquiridos com o estudo da função logarítmica auxiliaram na análise da Escala de pH em função de [H+]?

Resposta Pessoal: *Espera-se que os alunos façam a relação entre o logaritmo e o valor do pH.*

Avaliação

Participação do aluno durante as discussões sobre a temática abordada e resolução da atividade proposta.

Referências

KESSLER, L. DE F. Aplicações de Funções na Área das Ciências da Natureza por meio do GeoGebra. Dissertação (Mestrado). Univerisade Federal de Santa Maria. Santa Maria , RS, 2016. Disponível em https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10946. Acesso 20 out.2020.

Atividade 04

Título: Logaritmo e Terremotos

Objeto de aprendizagem: Escala Logarítmica na medição da magnitude de terremotos.

Objetivo de aprendizagem:

Compreender como a escala logarítmica é utilizada na medição da magnitude de terremotos.

Ferramenta digital:
Vídeo do Youtube

Orientações ao Professor:

Inicialmente o professor deverá apresentar aos alunos, o vídeo "Terremoto Brasileiro", disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Q6c_LR8-qqg.

Figura 7. Vídeo Terremoto Brasileiro

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=Q6c_LR8-qqg. Acesso 23.jul.2021

Em seguida, os alunos deverão fazer um breve debate sobre suas concepções em relação ao vídeo e responder posteriormente aos questionamentos propostos no tópico **"Vamos refletir um pouco".**

Vamos refletir um pouco

1. Qual é o papel do logaritmo na construção de escalas de grande variação?

Resposta esperada: *A função logarítmica é o inverso da função exponencial. Com isso, a transformação que a função logarítmica provoca nos conjuntos numéricos ocasiona a redução de imensas variações a pequenas escalas que podem ser representadas em pequenas distribuições.*

2. Que transformação os logaritmos provocam em magnitudes como $10^4, 10^6\ e\ 10^9$?

10^4= 10.000, logo a transformação é dada por $10^4 \Rightarrow (log_{10}10^4 = \ldots) \Rightarrow 4$

10^6= 1.000.000, logo a transformação é dada por $10^6 \Rightarrow (log_{10}10^6 = \ldots) \Rightarrow 6$

10^9= 1.000.000.000, logo a transformação é dada por $10^9 \Rightarrow (log_{10}10^9 = \ldots) \Rightarrow 9$

Avaliação

Participação do aluno durante as discussões sobre a temática abordada e resolução da atividade proposta.

Referências

CONHECER E TRANSFORMAR: [projetos integradores]: Matemática e suas tecnologias / Enio Mussarra... [et al.]; Maurício Pietrocola (coordenação). – 1. ed. – São Paulo: Editora do Brasil, 2020. – (Conhecer e transformar). p.24.

SIARRETA. P. Matemática Multimídia. Terremoto Brasileiro. 2012a (10min). Produtora Casablanca. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Q6c_LR8-qqg. Acesso em: 23 jul. 2021.

Momento ENEM

Neste espaço disponibilizaremos questões do ENEM, que oportunizará os alunos a perceberem a importância e aplicabilidade da função exponencial na resolução de situações problemas. Para tanto, sugerimos que no decorrer da abordagem das questões, o professor possa levar o aluno a refletir sobre os seguintes pontos:

- os conteúdos abordados na situação problema;
- os componentes curriculares envolvidos na situação problema;
- as metodologias e procedimentos necessários para a resolução da situação problema;
- as dificuldades apresentadas para resolução da situação problema

Questões ENEM

01. **(ENEM 2019**) Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (Ms) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu m \cdot Hz$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Disponível em http://cejarj.cejarj.edu.br. Acesso em: 1 fev 2015 (adaptado)

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $Ms = 3,30+\log(A\cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (µm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de 2000 µm e frequência de 0,2 Hz. Utilize 0,3 como aproximação para log 2.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

a) Pequeno.

b) Ligeiro.

c) Moderado.

d) Grande.

e) Extremo.

Solução: *Substituindo os dados na fórmula* $M_s = 3{,}3 + log(A.f)$ *, temos:*

$M_s = 3{,}3 + log(2000 .0{,}2)$

$M_s = 3{,}3 + log(400)$

$M_s = 3{,}3 + log(4 . 100)$

$M_s = 3{,}3 + log(2^2 . 10^2)$

$M_s = 3{,}3 + log(2^2) + log(10^2)$

$M_s = 3{,}3 + 2\, log2 + 2log10$

$M_s = 3{,}3 + 2. 0{,}3 + 1$

$M_s = 5{,}9$

Resposta: Letra c

Componente Curricular envolvido: Física

02. (ENEM 2019) - A Hydrangea macrophylla é uma planta com flor azul ou cor-de-rosa, dependendo do pH do solo no qual está plantada. Em solo ácido (ou seja, com pH < 7) a flor é azul, enquanto que em solo alcalino (ou seja, com pH > 7) a flor é rosa. Considere que a Hydrangea cor-de-rosa mais valorizada comercialmente numa determinada região seja aquela produzida em solo com pH inferior a 8. Sabe-se que $pH = -log_{10}x$, em que x é a concentração de íon hidrogênio (H^+).

Para produzir a Hydrangea cor-de-rosa de maior valor comercial, deve-se preparar o solo de modo que x assuma

a) qualquer valor acima de 10^{-8}

b) qualquer valor positivo inferior a 10^{-7}

c) valores maiores que 7 e menores que 8.

d) valores maiores que 70 e menores que 80.

e) valores maiores que 10^{-8} e menores que 10^{-7}

Solução: *Segundo o enunciado, a flor de cor rosa de maior valor comercial é produzida em solo alcalino (pH > 7), no entanto, a Hydrangea cor-de-rosa mais valorizada comercialmente numa determinada região é produzida em solo com pH inferior a 8, logo 7 < pH < 8.*

Sabendo que $pH = -log_{10}x$, *temos* $7 < -log_{10}x < 8$. *Aplicando a definição de logaritmo temos:*

(i) $7 < -log_{10}x \Rightarrow -7 > log_{10}x \Rightarrow log_{10}x < -7 \Rightarrow x < 10^{-7}$

(ii) $-log_{10}x < 8 \Rightarrow log_{10}x > -8 \Rightarrow \underline{\boldsymbol{x > 10^{-8}}}$

Logo, $\underline{\boldsymbol{10^{-8}} < x < 10^{-7}}$. *Portanto x deve assumir valores maiores que* 10^{-8} *e menores que* 10^{-7}

Resposta: Letra e

Componente curricular envolvido: Biologia

03. (ENEM 2013) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão o $M(t) = A\,(2{,}7)^{kt}$, , onde A é a massa inicial e k uma constante negativa. Considere 0,3 como aproximação para $log_{10}2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial

a) 27
b) 36
c) 50
d) 54
e) 100

Solução: *Dado* $log_{10}2 = 0{,}3$*e que a meia vida do Césio-137 é de 30 anos, ou seja, após esse tempo a substância é a metade da massa inicial* $M(30) = \frac{A}{2}$. *Como quantidade restante de massa do material radioativo, após t anos, é calculada através da função* $M(t) = A\,(2{,}7)^{kt}$, *temos que:*

(i) $M(t) = A\,(2,7)^{kt} \Rightarrow M(30) = A.(2,7)^{k.30} \Rightarrow \frac{A}{2} = A.(2,7)^{k.30} \Rightarrow (2,7)^{30k} = 2^{-1} \Rightarrow$ $log(2,7)^{30k} = log2^{-1} \Rightarrow 30.k.log(2,7) = -log2 \Rightarrow 30.k.log(2,7) = -0,3 \Rightarrow$

$k = \frac{-0,3}{30.log(2,7)}$ (I)

(ii) Agora, como queremos determinar o tempo necessário, em anos, para que a massa A se a 10% da quantidade inicial, logo temos que a massa final é igual a $M(t) = 0,1\,A$ *, substituindo a função temos:*

$0,1A = A\,.(2,7)^{kt} \Rightarrow 0,1 = (2,7)^{kt} \Rightarrow log\,0,1 = log\,(2,7)^{kt} \Rightarrow -1 = k.t.log\,(2,7) \Rightarrow$

$k = \frac{-1}{t.log(2,7)}$*(II)*

(iii) Fazendo a igualdade de I e II temos:

$\frac{-0,3}{30.log(2,7)} = \frac{-1}{t.log(2,7)} \Rightarrow \frac{-0,3}{30} = \frac{-1}{t} \Rightarrow 0,3t = 30 \Rightarrow t = 100\ anos$

Resposta: Letra e

Componente curricular envolvido: Química

04. (ENEM 2018) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente ***P*** submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo ***n***, produz um valor futuro ***V*** determinado pela fórmula

$$\boldsymbol{V = P(1+i)^n}$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais de R$ 820,00 a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para $ln(\frac{4}{3})$ e 0,0131 como aproximação para $ln(1,0132)$. A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

a) 56ª

b) 55ª

c) 52ª

d) 51ª

e) 45ª

Solução:

(i) Devemos encontrar a parcela que, aplicando a redução de juros ao pagar antecipadamente, o valor pago tenha um desconto superior 25%, ou seja, o pagamento antecipado deverá ser inferior a 75% da parcela, assim $P_{antec.} < \frac{3}{4}.820$.

(ii) Sabendo o valor da taxa de juros (i=1,32%), o valor da parcela antecipada (P=615) e o valor futuro que seria pago (V=820), vamos substituir na fórmula dada de juros compostos:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{P}(\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}} \Rightarrow 820 = \frac{3}{4}.820\ (1 + 0{,}0132)^n \Rightarrow 1 = \frac{3}{4}\ (1{,}0132)^n \Rightarrow\ (1{,}0132)^n = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow\ ln(1{,}0132)^n = ln(\tfrac{4}{3}) \Rightarrow\ nln(1{,}0132)\ \ = ln(\tfrac{4}{3}) \Rightarrow\ n\,.(0{,}0131)\ \ = 0{,}2877 \Rightarrow n = 21{,}96$$

Como $\boldsymbol{n}$ *deve ser maior que o valor encontrado, então teremos que antecipar 22 parcelas, ou seja, pagaremos a 30ª parcela junto com a 52ª parcela (30 + 22 = 52).*

Resposta: Letra c

Componente Curricular envolvido: Matemática Financeira (Juros Compostos)

05. (ENEM 2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R$ 5.000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5000\,.1{,}013^n\,.0{,}013}{(1{,}013^n - 1)}\,.$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para log 1,013; 2,602 como aproximação para log 400; 2,525 como aproximação para log 335. De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

a) 12

b) 14

c) 15

d) 16

e) 17

Solução: *Sabemos que a parcela tem que ser no máximo 400,00, logo* $P \leq 400$. *Substiutindo o P pela fórmula dada, temos:*

$$\frac{5000\,.1{,}013^n\,.0{,}013}{(1{,}013^n - 1)} \leq 400 \Rightarrow \frac{65.1{,}013^n}{(1{,}013^n - 1)} \leq 400 \Rightarrow 65\,.\ 1{,}013^n\ \leq 400.(1{,}013^n - 1) \Rightarrow$$

$$65\,.\ 1{,}013^n \leq 400.1{,}013^n - 400\ \Rightarrow -335\,.\ 1{,}013^n \leq\ -400\ \Rightarrow 335\,.\ 1{,}013^n \geq 400\ \Rightarrow$$

$log335.\ 1{,}013^n \geq log400 \Rightarrow log335\ +\ log\ 1{,}013^n \geq log400 \Rightarrow\ log335 + nlog1{,}013 \geq log400$

Substituindo os valores aproximados dos logaritmos temos:

$2{,}525 + n.0{,}005 \geq 2{,}602\ \Rightarrow\ 0{,}005n \geq 0{,}77\ \Rightarrow\ n \geq 15{,}4$. *Portanto o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é de 16 parcelas.*

Resposta: Letra d

Componente curricular envolvido: Matemática Financeira- (Amortização de Parcelas)

Avaliação

A avaliação se dá a partir do desempenho do aluno na resolução dos itens e da participação nas discussões geradas a partir dos questionamentos propostos em relação a cada situação problema.

Referências

INEP. Ministério da Educação. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em 21 mar. 2021.