UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMIÁRIDO - UFERSA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

JOSÉ RILKE LEITE FREIRE

MODELAGEM MATEMÁTICA E A CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA NO ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

MOSSORÓ-RN

2021

JOSÉ RILKE LEITE FREIRE

MODELAGEM MATEMÁTICA E A CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA NO ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática no programa PROFMAT.

Orientador: Professor Dr. Fabricio de Figueredo Oliveira.

MOSSORÓ-RN

2021

JOSÉ RILKE LEITE FREIRE

MODELAGEM MATEMÁTICA E A CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA NO ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática do programa PROFMAT.

Defendida em: 06/10/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof.º Dr. Fabricio de Figueredo Oliveira – UFERSA
Presidente

Prof.º Dr. Renivaldo Sodré de Sena - IFCE
Membro Examinador

Prof.ª Dr.ª Luiza Helena Félix de Andrade - UFERSA
Membro Examinador

Dedico à minha família e a todos que contribuíram nessa trajetória. Dedico em especial, à memória dos meus amados avós Manoel e Maria que nunca deixaram de acreditar em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por me fortalecer durante todo esse período com saúde, fé e esperança.

Agradeço aos meus pais por todo amor e incentivo para a realização de um sonho.

Agradeço a toda minha família, em especial, a minha irmã Ana Paula, que sempre esteve do meu lado me dando força e motivação.

Agradeço a minha esposa Genier por sempre acreditar em meu potencial e por ser um dos pilares da minha vida.

Agradeço aos meus amigos que me apoiaram e auxiliaram durante os períodos difíceis dando-me suporte e confiança, em especial ao amigo Roberto Oliveira.

Agradeço aos meus colegas de trabalho da Escola Estadual Gilney de Souza que estiveram sempre na torcida para que eu pudesse alcançar meus objetivos no mestrado, em especial a Jeneci de Lima e Carla Franco.

Agradeço à UFERSA e a todos os meus professores pela dedicação e apoio em todos os momentos.

Agradeço aos meus colegas de mestrado pelo companheirismo durante a nossa convivência.

Agradeço ao meu professor e orientador, Fabricio de Figueredo Oliveira, pela paciência e dedicação semanal ao me orientar.

Cada escolha, por menor que seja, é uma forma de semente que lançamos sobre o canteiro que somos. Um dia, tudo o que agora silenciosamente plantamos, ou deixamos plantar em nós, será plantação que poderá ser vista de longe.

Padre Fábio de Melo

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar o ensino da Função Afim a partir de metodologias alternativas que possibilitam uma melhoria na aprendizagem dos alunos, visando também uma otimização dos resultados nas avaliações externas. Para a pesquisa, utilizou-se de um referencial teórico voltado à aspectos relacionados à formação dos professores, às novas tendências de ensino de matemática, assim como, o uso de softwares educativos nas salas de aulas. Para tanto, foi aplicada uma oficina que se apresentou em três etapas. Na primeira etapa foram elaboradas situações-problema em que se faz presente a Modelagem Matemática como proposta metodológica, sendo analisado o desempenho dos estudantes mediante os descritores do SIMAIS (Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional). Na segunda parte da oficina, foi trabalhado o conteúdo a partir do livro didático, fazendo paralelos com os itens abordados na parte inicial. Na última etapa, desenvolveu-se uma atividade com o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra para observar as contribuições que o uso de softwares matemáticos pode trazer para o processo de ensino-aprendizagem do assunto. Após a aplicação das três etapas da oficina, foi feito um relato sobre como se deu o desenvolvimento da mesma, assim como uma análise qualitativa dos resultados alcançados pelos estudantes nas resoluções dos problemas propostos, comparando o desempenho com as habilidades buscadas em cada atividade.

Palavras Chaves: Função Afim; Softwares Educativos; Modelagem Matemática; Calculadora Gráfica GeoGebra.

ABSTRACT

This work aims to analyze the teaching of Afim Function from alternative methodologies that enable an improvement in student learning, also aiming at an optimization of results in external educational evaluations. For the research, we used a theoretical framework focused on aspects related to teacher education, new trends in Mathematics teaching, as well as the use of educational software in classrooms. For this purpose, a workshop was applied and presented in three stages. In the first stage, problem-situations were elaborated in which Mathematical Modeling is present as a methodological proposal and student performance was analyzed using the descriptors of SIMAIS (Integrated Institutional Monitoring and Evaluation System). In the second part of the workshop, the content was worked on from the textbook, making parallels with the items covered in the initial part. In the last step, an activity was developed with the GeoGebra Graphical Calculator application to observe the contributions that the use of mathematical software can bring to the teaching-learning process of the subject. After applying the three stages of the workshop, a report was made on how it was developed, as well as a qualitative analysis of the results achieved by the students in solving the proposed problems, comparing performance with the skills sought in each activity.

Keywords: Afim Function; Educational Software; Mathematical Modeling; GeoGebra Graphic Calculator.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O ensino-aprendizagem de matemática desde sempre é motivo de discussão e investigação por parte de pesquisadores e educadores. As dificuldades na aprendizagem da disciplina aparecem desde o princípio da vida escolar, de modo que o professor é desafiado a buscar alternativas pedagógicas e didáticas para facilitar a compreensão de conceitos e propriedades que permeiam essa área do conhecimento. Essa busca por métodos de ensino eficazes e que garantam a aquisição dos conhecimentos ensinados na escola é um desafio cada vez mais comum. Desafio esse, que pode ser observado nos resultados das provas externas as quais os estudantes são submetidos.

Num mundo cada vez mais moderno, as informações estão à disposição de todos através de uma gama de ferramentas que possibilitam esse acesso. Quando se trata do ensino e aprendizagem de matemática, observa-se um grande número de alternativas que podem contribuir para uma melhoria nesse processo, permitindo-se deixar de lado a utilização de métodos tradicionais de ensino que contribuem para um certo fracasso escolar, onde os alunos se apresentam cada vez mais desmotivados em relação ao estudo da disciplina. Entretanto, é fundamental que os professores estejam preparados para integrar em suas salas de aulas essas alternativas.

Na matemática, o conteúdo sobre funções é amplo e de grande complexidade, apresentando dificuldades específicas. Pensando nisso, foi escolhido o conteúdo de Função Afim para ser trabalhado nas turmas de primeira série do ensino médio, fazendo-se o uso da Modelagem Matemática associada a utilização do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra, na perspectiva de melhorar a aprendizagem do conteúdo. Porém, por fatores relacionados à pandemia pelo COVID-19 e que serão apresentados nas próximas páginas, houve uma adaptação no público-alvo, sendo este, a segunda série do ensino médio.

O objetivo principal da pesquisa é analisar as contribuições e possibilidades que a utilização dessas estratégias metodológicas podem trazer, na tentativa de fazer com que os alunos construam seus próprios conhecimentos a partir de situações que os levem a refletir sobre os problemas propostos antes mesmo do assunto ser apresentado pelo professor e, por fim, desenvolver atividades com o software, buscando ampliar esses conhecimentos e identificar as competências e habilidades desenvolvidas por eles.

Para tentar alcançar esse objetivo, procurou-se identificar quais eram as principais dificuldades dos estudantes da escola em relação ao conteúdo de Função Afim, tendo como referência alguns dos descritores da avaliação externa SIMAIS e as competências e habilidades citadas na BNCC em relação ao assunto. Além disso, analisou-se algumas tendências de ensino de matemática, assim como a formação docente com um olhar didático-pedagógico, retratando também a importância do uso das tecnologias em sala de aula e as dificuldades para tal uso, culminando com a realização de uma oficina envolvendo situações-problemas e uso de software no ensino de Função Afim.

A estrutura do trabalho se dá em cinco capítulos. No segundo capítulo, o foco foram os referenciais teóricos. Nele foram buscadas referências que relacionam: o conteúdo de Função Afim com algumas das competências e habilidades dispostas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC); obras que tratam das novas tendências no ensino da matemática, destacando a Modelagem Matemática; o ensino de matemática e a formação docente; o SIMAIS e a realidade da Escola Estadual Gilney de Souza, escola na qual o autor atua há quinze anos; softwares educativos no ensino de matemática, dando-se maior ênfase ao aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra e; as possibilidades do laboratório de ensino de matemática. Para tanto, baseou-se principalmente nas obras de Biembengut e Hein (2020), Bassanezi (2015), Brasil (2018) e Lorenzato (2012).

O terceiro capítulo trata-se do conceito da Função Afim, com base na apresentação do conteúdo a partir dos livros didáticos de ensino médio. A partir de definições, exemplos e figuras, é feita a descrição de: taxa de variação da Função Afim; coeficientes da Função Afim; gráfico da Função Afim; casos particulares da Função Afim; zero ou raiz da função; crescimento e decrescimento e; estudo do sinal da função.

No capítulo seguinte é feita a descrição da oficina que foi aplicada com os estudantes assim como a análise dos resultados obtidos em cada uma das etapas. Na primeira parte foi aplicado dois problemas baseados nas habilidades intencionadas por alguns dos descritores do exame SIMAIS. Nesses problemas o objetivo é que os estudantes pudessem integrar a Modelagem Matemática no processo de resolução. Após a entrega e discussão das respostas, o conteúdo foi trabalhado com o auxílio do livro didático adotado pela escola. Já a última etapa tratou do uso do aplicativo citado anteriormente para estudar o assunto, justificando-se a mudança do público-alvo e os motivos que fizeram com que a aplicação da mesma se desse nas turmas de segunda série do ensino médio.

Por fim, no último capítulo são feitas as considerações finais. Procurou-se observar o percurso do trabalho a partir da ideia central de trabalhar a Função Afim utilizando-se de situações que envolvem a Modelagem Matemática e o uso de aplicativos, destacando-se elementos relevantes dos capítulos mencionados acima, como o ensino de matemática com olhar voltado à BNCC e aos descritores do SIMAIS, assim como a firmação docente e as tendências de ensino da disciplina. Além disso, foi descrito o resultado da oficina, apresentando onde se chegou com esse estudo, destacando-se as dificuldades encontradas na aplicação da mesma em meio a pandemia pelo COVID-19 e as estratégias de intervenção, como gravação de tutorial e reuniões extras através do Google Meet para orientações complementares aos estudantes, como também, os desafios e as perspectivas dessa pesquisa.

1.1. Objetivo Geral

Analisar as contribuições e possibilidades que a Modelagem Matemática como estratégia metodológica e o uso do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra podem trazer para o estudo da Função Afim.

1.2. Objetivos Específicos

- Identificar as dificuldades dos estudantes em relação ao conteúdo de Função Afim com base em alguns dos descritores da avaliação externa SIMAIS;
- Investigar algumas tendências de ensino de matemática e a formação docente com olhares na BNCC;
- Analisar a importância do uso de tecnologias em sala de aula, assim como as dificuldades para tal uso;
- Realizar uma oficina envolvendo situações-problemas e uso de software no ensino de Função Afim;

- Apresentar o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra, explorando algumas de suas funcionalidades;
- Elaborar um passo a passo para a realização de atividades voltadas ao estudo da Função Afim.

2. REFERÊNCIAIS TEÓRICOS

2.1. BNCC e Novas Tecnologias no Ensino da Função Afim

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que determina as diretrizes do que deve ser ensinado em todas as escolas durante o período que compreende a Educação Básica. Foi homologada em dezembro de 2017 pelo Ministério da Educação, direcionada para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, e em dezembro de 2018, para o Ensino Médio. É a matriz de referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares do país e das propostas pedagógicas das instituições escolares. (BRASIL, 2017). Nela estão disponibilizadas orientações que servem como referência para determinar os objetivos de aprendizagem a serem alcançados em cada etapa de formação da Educação Básica, com o objetivo de alinhar os modelos educacionais.

No Ensino Médio, os conteúdos objetos de aprendizagem definidos na BNCC estão organizados por áreas do conhecimento e são classificados como: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. (BRASIL, 2018). Cada área é segmentada em competências específicas que se articulam de modo a atender às aprendizagens necessárias que caracterizam essa última etapa de ensino da Educação Básica. As competências são desmembradas em habilidades e estas, por sua vez, são consideradas as mínimas habilidades a serem alcançadas pelos estudantes durante a sua formação.

Considerando que o direcionamento desse trabalho está relacionado ao estudo da Função Afim, usando como artificio metodológico o uso de tecnologias digitais e Modelagem Matemática, nossa atenção está voltada à BNCC para o Ensino Médio e analisaremos somente as competências e habilidades que contemplem esses estudos.

No intuito de instigar os alunos à formulação de hipóteses e tomada de decisões diante de um problema, assim como a possibilidade de construir seus próprios conhecimentos sobre a Função Afim a partir de situações vivenciadas ou não em seu cotidiano, os levando a encontrar significado para aquilo que estudam, vamos destacar as competências e habilidades que mais apresentam aspectos relevantes perante o assunto.

A Competência Especifica 1, é enunciada da seguinte maneira:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. (BRASIL, 2018, p. 532).

É notório o quanto é amplo o desenvolvimento dessa competência específica. Sua intenção é, além de contribuir para a formação crítica e reflexiva dos estudantes, integrar diferentes conceitos matemáticos que favoreçam ao processo de ensino e aprendizagem e, como sabemos, as funções matemáticas estão presentes em diversas áreas do conhecimento. A habilidade (EM13MAT101) está diretamente relacionada a essa competência e ao estudo das funções, e descreve o seguinte:

> Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 533).

O desenvolvimento dessa habilidade, além da favorecer a integração entre a matemática e outras áreas, conduz o aluno a ter um olhar diferente diante dos fatos que ocorrem diariamente no seu meio, tornando-o um agente mais participativo e proporcionando uma formação cidadã e científica mais geral, uma vez que prevê a interpretação de situações relacionadas a outras ciências.

A Competência Específica 3 traz a seguinte proposta:

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 535).

No desenvolvimento dessa competência, é necessário que o aluno domine alguns conceitos e procedimentos matemáticos que servirão de auxílio na resolução de problemas. Observa-se também que a competência vai além de resolver problemas, uma vez que contempla a construção de modelos em diferentes contextos que podem estar relacionados a outras áreas do conhecimento. Além disso, se faz necessária a análise de resultados que nem sempre estarão de acordo com as soluções propostas. Esse procedimento, com frequência, sugere a avaliação sobre a validade dos fundamentos e propriedades usadas, sugerindo também o método de tentativas e erros, levando o estudante, mais uma vez, a recorrer à discussão mediante a reflexão da estratégia usada na resolução do problema em foco.

A habilidade que que deve ser adquirida pelo aluno para que esse objetivo seja alcançado utilizando conhecimentos sobre as funções, dentre outros, é descrita como: "(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais." (BRASIL, 2018, p. 536).

Assim, para que se adquira essa habilidade, é interessante que o aluno se aproprie de conceitos e instrumentos matemáticos, com base em experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam o desenvolvimento do raciocínio lógico, possibilitando-o formular e testar conjecturas, avaliando a validade de raciocínios e construir argumentações. Observa-se, assim, que a tentativa da BNCC é vincular o ensino e aprendizagem ao cotidiano do aluno, deixando de lado a matemática estritamente teórica, de pouca ou nenhuma aplicabilidade na vida do aluno. Essa proximidade entre o ensino e a realidade certamente tem grande cooperação para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

Já a Competência Específica 4, destaca que:

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, 2018, p. 538).

A habilidade a seguir relaciona a competência e o assunto em questão:

> (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 539).

No âmbito de estudo das funções, o que se observa com essa competência e a seguida habilidade, é que o trabalho com esse assunto deve abordar diversas representações matemáticas no intuito de estimular os estudantes. Isso parte do princípio de que quando exploram mais de uma representação matemática, os estudantes podem compreender as ideias que são expressas e, quando possível, podem converter essas formas de representação. Dessa forma, eles têm a possibilidade de ampliar sua capacidade de pensar matematicamente e elevar seu potencial na hora de resolver um problema.

No tocante a tecnologia, nota-se que esta possui um papel fundamental na BNCC. No documento, a cultura digital é um dos pilares que sustentam essa nova proposta de estruturação do currículo, destacando como ela deve ser inserida no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Brasil (2018), durante toda a Educação Básica, as aprendizagens essenciais devem assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais. Dentre essas dez competências gerias da Educação Básica, uma que se destaca ao se falar no uso de tecnologias é a Competência 5, afirmando que:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

Além de ser contemplado nas competências gerais, o uso das tecnologias também consta entre os direitos de aprendizagem e desenvolvimento nas outras etapas da Educação Básica.

Ainda conforme Brasil (2018),

> A contemporaneidade é fortemente marcada pelo desenvolvimento tecnológico. Tanto a computação quanto as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) estão cada vez mais presentes na vida de todos, não somente nos escritórios ou nas escolas, mas nos nossos bolsos, nas cozinhas, nos automóveis, nas roupas etc. Além disso, grande parte das informações produzidas pela humanidade está armazenada digitalmente. Isso denota o quanto o mundo produtivo e o cotidiano estão sendo movidos por tecnologias digitais, situação que tende a se acentuar fortemente no futuro. (BRASIL, 2018, p. 473).

No Ensino Médio, é esperado que o aluno já possua um desenvolvimento proativo tanto no processo de aprendizagem quanto no uso das tecnologias. Nesse cenário, os professores tem a possibilidade de explorar metodologias que aliam a tecnologia ao ensino, promovendo o desenvolvimento integral das competências e habilidades presentes na BNCC. Assim, a Base prevê o uso de tecnologias em sala de aula. No entanto, um desafio para as escolas consiste na implementação de forma efetiva desses recursos.

2.2. Novas Tendências no Ensino de Matemática

Na rotina do exercício docente, estamos acostumados com as discussões sobre as dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem de matemática na educação básica. Problemas como falta de motivação de professores e alunos, falta de estrutura das escolas, formação docente insuficiente e metodologias que não favorecem ao atendimento de uma demanda de estudantes que a cada dia estão mais integrados ao mundo virtual, são alguns dos assuntos mais comuns nos encontros pedagógicos. Porém, prioriza-se aqui a discussão sobre o ensino-aprendizagem de matemática numa perspectiva metodológica.

Como sabemos, no processo de ensino-aprendizagem não há mais aquela antiga visão da escola com alunos sentados, enfileirados, o professor à frente da classe como centralizador do ensino e do conhecimento, o quadro e o giz. Vivemos num contexto de constantes transformações, sejam elas sociais, culturais, econômicas, tecnológicas etc. Por esse motivo, também no âmbito educacional, muitas coisas estão mudando, nos levando a refletir sobre os possíveis caminhos que podemos seguir a fim de melhorar o ensino e a aprendizagem nas nossas escolas.

Para Barbosa (2018), "se o objetivo da educação básica é assegurar a formação indispensável para o exercício da cidadania, as aulas de matemática devem também abordar as situações não-matemáticas, expressão que aqui utilizo para designar aquelas que pertencem originalmente ao dia a dia, às demais ciências ou ao mundo do trabalho".

As seguidas movimentações e transformações que a sociedade vivencia não podem ficar ocultas das salas de aula. Os alunos estão em contato direto com essas mudanças fora do âmbito escolar e, quando não se percebem ativos na construção de seus conhecimentos, é notável o desinteresse. O professor por sua vez, em muitos casos repassa um conhecimento pronto, acabado e em sua maioria, sem questionamentos sobre como ele se constituiu. Já os alunos tentam memorizá-lo, resolvem listas de exercícios e preparam-se para a devolutiva do conhecimento adquirido através de trabalhos e provas.

De acordo com Viecili (2006, p.16), “levando em consideração que a matemática se constitui uma atividade indispensável ao ser humano – a Escola deve mudar de atitude diante dessa disciplina”. Para isso, é necessário fazer uso de uma linguagem que possibilite ao estudante comunicar-se sobre fenômenos diretamente relacionados ao contexto sociocultural em que se encontra.

Numa perspectiva de melhora, com o passar dos anos muitos estudos vêm sendo realizados, surgindo no campo de ensino de matemática algumas tendências como a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, a História no Ensino da Matemática, o uso de TICs (tecnologias da informação e comunicação), a Modelagem Matemática, dentre outras. Esta última, por sinal, é um dos objetos de nossa discussão. Porém, é importante deixar claro que, em sala de aula, o professor pode fazer a utilização de várias tendências numa mesma atividade, pois estas não são isoladas. Assim, ele pode usar o seu potencial criativo para definir atividades que caracterizem o uso de várias tendências.

Conforme Flemming, Luz e Mello (2005, p. 12), “ao se mostrarem eficientes em sala de aula e ao serem utilizadas por muitos professores, estas formas de trabalho passam a ser consideradas como alternativas interessantes na busca da inovação em sala de aula.” É nessa busca por mudanças no ensino da disciplina que surgem ideias que se destacam e apontam caminhos que podem produzir com sua prática resultados positivos em sala de aula. Nesse contexto, descreveremos a seguir

2.3. A Modelagem Matemática

Durante muito tempo, a matemática foi concebida como uma ciência pura, repleta de fórmulas e técnicas a serem aplicadas, principalmente na questão da subsistência e da industrialização. Talvez por causa desta concepção de ciência puramente técnica é que o conhecimento matemático, disseminado na maioria das escolas do nosso país, é considerado limitado com relação à proporção social, cultural e política a que ele pode ser aplicado.

Uma proposta de trabalho numa linha de Modelagem Matemática nos leva a observar a matemática como ciência humana e visa, principalmente, à valorização do conhecimento matemático nos diferentes grupos culturais. No processo educativo, é primordial que se utilize a matemática construída informalmente pelo aluno fora da escola como instrumento essencial para o ensino formal, num contexto de formação para a cidadania.

Nesse sentido, busca-se eliminar a concepção tradicional de que todo conhecimento matemático do aluno será adquirido na escola ou que o aluno chega à escola sem qualquer conhecimento prévio sobre conceitos e ideias matemáticas. Para isto, o professor deve ser o agente responsável pelo reconhecimento, identificação das construções dos conhecimentos matemáticos já desenvolvidos pelos alunos. Assim, é preciso que o educador esteja preparado para lidar com as novas ideias e transformações que necessitam ser implementadas na educação e no ensino, como nos faz ver D'Ambrósio, (2009, p. 81) ao colocar que:

> A intervenção do educador tem como objetivo maior aprimorar práticas e reflexões, e instrumentos de críticas. A capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar, criticamente situações novas, constituem a aprendizagem por excelência. Aprender não é a simples aquisição de técnicas e habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias. (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 81).

Os professores, em sua grande maioria, apresentam a matemática como um corpo de conhecimentos puramente técnico, polido e acabado. A prioridade de sua ação pedagógica, ao invés da aprendizagem do aluno, é a transmissão do conhecimento pronto, numa amplitude quantitativa de conteúdos a serem trabalhados, ao contrário do que diz acima o professor Ubiratan D'Ambrósio. A aprendizagem e o aluno devem estar à frente do conteúdo e do método de ensino.

> A Matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, tem sua utilização defendida, nos mais diversos graus de escolaridade, como meio de fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas, modelar. Devemos encontrar meios para desenvolver, nos alunos, a capacidade de ler e interpretar o domínio da Matemática. (BIEMBENGUT, 2020, p. 9).

Dessa forma, a Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa que pode dar ao estudante a possibilidade de construir seus próprios conhecimentos sobre determinado assunto estudado em sala de aula, a partir de situações vivenciadas em seu cotidiano, os levando a encontrar significado para aquilo que estudam. Em poucas palavras, podemos dizer que ela faz a conexão entre a matemática e a realidade do aluno.

É preciso deixar claro que no desenvolvimento desse trabalho, não se pretende reformular o conceito e o modo de abordagem da Modelagem Matemática, mas sim, discutir e expor algumas maneiras de como ela poderia ser inserida em sala de aula, na tentativa de refletirmos sobre como seria importante que a mesma se tornasse efetiva como uma ferramenta de ensino. Para tanto, iremos usar alguns referenciais teóricos como base principal para a pesquisa.

Barbosa (2001, p. 6) descreve que "modelagem é um ambiente de aprendizagem na qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade." Observa-se que essa investigação acontece quando o aluno cria hipóteses sobre certos problemas na busca de possíveis soluções.

> Modelagem Matemática é, acima de tudo, uma proposta alternativa que vem para auxiliar o educador em suas perspectivas; é algo a ser explorado e aprofundado. A Modelagem Matemática é livre e espontânea e surge da necessidade do homem em compreender os fenômenos que o cercam para interferir ou não em seu processo de construção. (VIECILI, 2006, p.26).

Nesse sentido, pode-se entender que a Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que tem como objetivo a obtenção de modelos que procuram descrever matematicamente fenômenos do nosso cotidiano, buscando estudá-los e compreendê-los, gerando hipóteses e reflexões sobre eles. Assim, a partir de tudo isso é que se dará o processo de definições e conceitos sobre os conteúdos a serem abordados nas aulas.

Entretanto, é preciso entender que a ideia não é substituir certas metodologias que usamos na nossa rotina docente, mas sim, encontrar nessas tendências de ensino aquelas que estão mais próximas às nossas realidades de trabalho e às condições individuais de cada um, e de fato, utilizá-las como estratégia de ensino na perspectiva de o estudante compreender as aplicações e as relações que a disciplina tem com o seu cotidiano e com as outas áreas do conhecimento.

Segundo os PCNs, "Sendo a matemática uma forma especial de pensamento e linguagem, a apropriação deste conhecimento pelo aluno se dá por um trabalho gradativo, interativo e reflexivo" (BRASIL, 1998, p. 107). Assim, é possível encontrar diferentes situações no uso da Modelagem Matemática com a possibilidade de discutir quais delas são úteis ou não ao que se quer do aluno. Como as situações-problema são geralmente abertas, acabam levando o estudante a levantar hipóteses e perceberem alguns dos possíveis conhecimentos matemáticos que deverão ser usados na resolução do problema.

> O uso da modelagem no processo de ensino-aprendizagem propicia a oportunidade de exercer a criatividade não somente em relação às aplicações das habilidades matemáticas, mas, principalmente, na formulação de problemas originais uma etapa tão estimulante quanto a da resolução. (BASSANEZI, 2015, p.12).

Ao trabalhar a modelagem em suas aulas, o professor pode contribuir para que os estudantes obtenham posicionamentos críticos, levando-os a se expressarem e a interpretarem as situações de seu ambiente social. Nas palavras de Bassanezi (2015, p.13), "o professor, nesse caso, é aquele sujeito mais experiente que facilita o processo de aprendizagem da modelagem matemática, já que a melhor maneira de saber usar a modelagem matemática é praticando modelagem [...]". Assim, entende-se que o aprendizado de modelagem não se restringe ao seguimento de uma receita pronta, sequencial e padronizada.

Em contrapartida, é preciso que se tenha cuidado na hora de aplicar certas metodologias em sala de aula. O professor como mediador, deve tem um bom conhecimento sobre a realidade dos seus alunos, as capacidades, as limitações, o tempo demandado pelas atividades, as expectativas e disponibilidades extraclasse, dentre outros fatores, ao fazer os encaminhamentos nas suas aulas com a modelagem.

> Aplicar a modelagem matemática em sala de aula é um grande desafio para o professor. Os resultados podem ser muito ricos, no entanto, dependem de uma preparação do docente para que não "perca o fio da meada". Portanto, não basta vontade, é preciso dedicação aos estudos e leituras para conhecer os passos a serem seguidos ao trilhar este caminho. (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p.30).

Ainda segundo Flemming, Luz e Mello (2005, p. 32), "o uso da modelagem matemática propicia a abertura para exploração de muitos temas. É usual o professor "ficar perdido" e tentar conduzir o processo de forma muito global". Portanto, percebe-se que é somente com a experiência que se terá a segurança necessária para a utilização da Modelagem Matemática como um método de ensino e aprendizagem da disciplina.

No processo de construção do saber matemático, espera-se que a escola contribua com a tomada de decisões para o desenvolvimento de novas competências que garantam a formação integral do aluno com vistas à conquista da cidadania. Isso faz com que o profissional dessa área esteja num contínuo processo de formação que lhe permita aprender a aprender e aprender ensinando, construindo sua prática de forma consciente para realizar as ações transformadoras no meio educativo. O professor, comprometido e preparado para realizar atividades que buscam a mudança do ensino obsoleto, precisa sistematizar suas ações com o intuito de preparar o aluno para a vida, fazer desse aluno um agente político e consciente que participe ativamente da organização da sociedade. Nesse sentido, Lima (2008, p. 88) aponta que:

> O educador comprometido instrumentalizar-se-á a cada dia para ser um elo de serviço, um mediador, possibilitando ao educando subsídios para a compreensão e posicionamento frente aos problemas que há de enfrentar no sistema social. O educador-mediador, instigará, estimulará o educando a questionar, a indagar, a compreender, a entender-se como um ser social, com identidade histórica, cultural e institucional, enfim, um sujeito capaz de uma reflexão crítica que o leve à ação transformadora (LIMA, 2008, p. 88).

Nessa diretriz, é preciso compreender a matemática como um componente importante na construção da cidadania. Não se pode conceber o conhecimento matemático como algo morto, pronto e definitivo, mas como um instrumento que o indivíduo constrói e se apropria para compreender e transformar sua realidade. Por isso, esse conhecimento deve ser apresentado aos alunos como um processo em permanente evolução que, se construído por meio de ideias ricas e inovadoras que busquem a aprendizagem significativa, irá contribuir para garantir as mudanças desejadas no contexto educacional.

A partir dessa abordagem, apresentaremos no decorrer do trabalho, propostas de atividades em oficinas que visam a utilização da Modelagem Matemática mesclada a outros instrumentos e estratégias de ensino no estudo da Função Afim e, a partir das propostas, podermos refletir sobre outras situações nas quais podemos usar essas estratégias numa perspectiva de potencializar a aprendizagem dos nossos alunos.

2.4. O Ensino de Matemática e a Formação Docente

Durante muito tempo, o ensino de matemática é desenvolvido, na maioria das vezes, através da utilização de fórmulas e de regras que, por meio de treinamento e aplicações descontextualizadas, proporcionam a ineficácia da construção do conhecimento matemático nas escolas. Esse contexto evidencia a inadequação do método de ensino que vem sendo utilizado por grande parte dos professores de matemática no ambiente escolar. Isso implica na necessidade de se ter uma preocupação clara com os processos de formação do professor de matemática.

Muitos estudiosos chamam a atenção para a necessidade de avaliar, analisar e repensar a metodologia de ensino praticada nessa área do conhecimento, na perspectiva de amenizar as dificuldades e proporcionar melhores condições para combater o baixo desempenho que muitas vezes se evidencia nas salas de aula. Sabe-se que isso não é uma tarefa simples de se cumprir pois, conforme mencionado acima, na maior parte dessas escolas está enraizada uma concepção mecanicista de educação, principalmente quando se refere à área da matemática. Essa questão deve ser discutida coletivamente dentro e fora do ambiente escolar para que se possam criar condições que possibilitem a elaboração de novos modelos de ensino e aprendizagem.

O ensino dessa disciplina é de muita importância para a construção da cidadania e para a transformação da sociedade. Desse modo, precisa ser repensado em nossas escolas por estar diretamente relacionado com a formação do sujeito e com a evolução da humanidade.

> A matemática faz parte do cotidiano das pessoas, uma vez que inúmeras atividades com as quais nos envolvemos requerem o conhecimento de pelo menos alguns fundamentos da representação do espaço, escrita de números, desenvolvimento de operações, realização de medidas, leitura de gráficos e tabelas. Um sujeito que não tem algum domínio dessas habilidades pode enfrentar inúmeras restrições à sua atuação na sociedade. Algum conhecimento matemático compõe um instrumento semelhante a alfabetização na formação para o exercício da cidadania. (SOARES, 2010, p. 6).

Diante disso, se percebe a relevância da matemática na vida das pessoas. A sua contribuição no cotidiano de todos é muito significativa e muitas vezes torna-se imprescindível para acompanhar as transformações que ocorrem no meio social e, por isso, esse conhecimento não deve ser desvinculado da realidade do sujeito. Assim, é fundamental discutir o ensino de matemática praticado nas escolas assim como a formação do professor, pois é necessária uma preparação que objetive uma escola diferente, com qualidade do ensino e a construção de um conhecimento mais significativo.

Em meio a tantas mudanças sociais, econômicas, culturais e tecnológicas, os docentes devem adotar posturas inovadoras para obter um resultado satisfatório na aprendizagem dos estudantes. Além disso, é fundamental levar em consideração o contexto social e cultural onde se está inserido para que se possa pensar em ações de restruturação do ensino-aprendizagem, na tentativa de colaborar de maneira mais significativa com a formação básica de nossos alunos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Falar em formação básica para a cidadania significa refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais. Assim, é importante refletir a respeito da colaboração que a Matemática tem a oferecer com vistas à formação da cidadania. (PCNs, 1998, p. 26).

Considerando a matemática sob essa visão, entende-se a necessidade de refletir sobre o ensino da disciplina e comparar com o modelo que vem sendo desenvolvido nas escolas. Pensar em estratégias que possam transformar essa realidade e não apenas na aplicabilidade de técnicas isoladas é algo fundamental. Além disso, devemos pensar sobre os recursos materiais que habitualmente são utilizados para a aprendizagem da matemática e que durante décadas ainda são recursos dominantes, tais como réguas, compassos, quadro e pincéis/giz.

De acordo com Soares (2009), assim como qualquer outra disciplina, a matemática pode ser inserida dentro de um processo educativo de maneira mais geral, com os objetivos mais amplos. Em outros termos, é necessário avançar na direção de uma escola participativa, onde o conhecimento produzido seja um fator de preponderância no desenvolvimento do sujeito e da sociedade a qual ele está inserido. Além disso, a integração entre essa disciplina e as outras áreas do conhecimento torna-se fundamental. A interdisciplinaridade eleva, muitas vezes, o interesse do aluno em participar e/ou realizar certas atividades e, a partir disso, o processo de construção dos seus conhecimentos se torna mais significativo.

Entretendo, é necessário que o professor, tanto na sua formação, quanto nos cursos que outrora realiza, tenha a possibilidade de conhecer estratégias e metodologias que o levem a isso, pois sendo ele o responsável pelo encaminhamento dos conteúdos que são prescritos nos programas curriculares e pela aprendizagem dos estudantes, precisa além de saber matemática, distinguir métodos e estratégias para que seus alunos aprendam a fazer uso dela em suas atividades diárias, fora do âmbito escolar.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (PCNs, 2002, p. 111).

Com base nas ideias de Biembengut e Hein (2007) e Bassanezi (2002), quando não se promove uma formação matemática para os futuros professores interligada com outras ciências, consequentemente os futuros alunos desses docentes enxergarão a disciplina sem significado, sem saber integrá-la às mais diversas áreas e situações do dia-a-dia, mantendo assim uma visão fragmentada do conhecimento matemático. Dessa forma, em muitas situações o professor se coloca como um simples reprodutor do modelo de ensino que vem sendo usado desde o tempo de sua escolarização, ou seja, ele ensina da mesma maneira que aprendeu, sem fazer a integração entre a disciplina e as mudanças do mundo contemporâneo.

Nesse sentido, seguindo a linha de pensamento de Fiorentini (2005), não basta que o professor conheça os conceitos e procedimentos matemáticos historicamente usados nas aulas. Ele necessita conhecer também seus fundamentos, suas relações com situações inerentes ao meio social, de modo que se possa aplicar os conhecimentos matemáticos.

Com base nas palavras de Padilha (2011), quando as aulas planejadas tem como objetivo apenas a transmissão de conhecimentos matemáticos, sem relação com o contexto social e sem a participação do estudante, seja na educação básica ou no ensino acadêmico, trazem uma aprendizagem reduzida a repetição de operações e observações de modelos prontos. Em consequência, não se observa a aprendizagem de conhecimentos específicos, tampouco se desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico que são importantes tanto para o estudante quanto para o futuro professor, sem satisfazer as expectativas de ambos.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, BNCC (2018) para o Ensino Médio:

> [...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 529).

Compreende-se que a escola precisa preparar os alunos para que se tornem solucionadores de problemas, formuladores de hipóteses e questões, para que tenham chances de vencer os desafios com os quais certamente se defrontarão durante e após os estudos e que proporcionam a utilização do raciocínio matemático. O aluno deve se apropriar desse conhecimento, usá-lo para entender o mundo a sua volta e ter a capacidade de interferir positivamente nesse mundo. Isto requer do educador uma formação que lhe permita explorar todos os caminhos compatíveis com esse propósito.

Nesse sentido, as discussões sobre a formação e a prática dos docentes de matemática estimulam o desenvolvimento de uma intervenção pedagógica sistematizada, visando a eficiência e a eficácia da ação educativa proposta e produzida nas escolas.

De acordo com Lima (2008, p. 57):

> Durante a vida profissional do professor o seu fazer e sua formação devem se tornar objetos permanentes de discussão, por meio de questionamentos de seus fazeres revisitados, pelas contribuições dos pares, pelas modificações e inovações necessárias na novidade da aula de cada dia, pela necessidade do vir a ser na construção de si e do seu aluno e sobretudo pela responsabilidade e coparticipação na problematização da formação dos cidadãos em formação, que constituem o porquê das ações escolares, representados pelo coletivo escolar: tanto alunos quanto todos os atores sociais da escola e seu entorno. (LIMA, 2008, p. 57).

A atividade docente precisa ser desenvolvida com base nesse referencial. O professor deve conduzir a sua prática pautada nas necessidades da escola, dos alunos e da sociedade. Deve procurar superar as dificuldades e realizar um trabalho visando à qualidade da educação em condições de igualdade. Não é possível continuar guiados pelo formalismo de ações mecanicistas ou pela postura de apontar os problemas sem agir para resolvê-los, mesmo sabendo que nem sempre estão acessíveis as informações sobre como e onde obter orientações para solucionar tais questões.

Nessa perspectiva, o professor, carente de conhecimento, procura se preparar adequadamente no ambiente de trabalho, mesmo sem conseguir, muitas vezes, preencher as lacunas abertas na sua formação. Embora grande parte tenha vontade de superar as dificuldades, alguns entraves continuam a fazer parte da sua vida por longos anos. É preciso otimizar uma nova proposta de formação para o ensino da matemática. Nesse novo modelo, a matemática tem que ser considerada um instrumento para a cidadania. É necessário, também, manter como objetivo principal do trabalho docente a formação de um sujeito autônomo, que externe suas opiniões e participe das transformações sociais de forma a melhorar a sua qualidade de vida.

Daí, considera-se fundamental refletir sobre a matemática como necessária a vida do ser humano ao longo da história da humanidade e não como um conhecimento pronto e acabado. Devem ser mostradas as várias necessidades e preocupações de diversas culturas, em diferentes momentos históricos, criando condições para uma aprendizagem mais significativa. Dessa forma, a matemática pode ser construída continuamente pelos professores e alunos a cada novo aprendizado. É preciso desenvolver estratégias para criar situações que estimulem a curiosidade e a investigação, possibilitando a troca de experiência entre alunos, professores e que toda a comunidade escolar seja utilizada de forma construtiva para a aquisição e ampliação do conhecimento matemático.

Por isso, torna-se necessário buscar esse acesso através do processo de formação continuada oferecido pela escola, pelo sistema de ensino ou até mesmo pelo próprio educador que, motivado pelos resultados satisfatórios que pode obter e pela contribuição que presta à sociedade, constrói e reconstrói sua prática cotidianamente.

2.5. O SIMAIS e a Realidade da Escola Estadual Gilney de Souza

O SIMAIS - Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional, instituído em 2016, tem, entre outros objetivos, melhorar o desempenho educacional das escolas públicas estaduais mediante políticas públicas voltadas à educação, oferecendo indicadores mais precisos relacionados à aprendizagem dos alunos e, com isso, proporcionar um planejamento de ações com mais qualidade na perspectiva de melhorar o cenário da educação estadual. Vinculado a BNCC, é regido por uma matriz de referência que busca estabelecer o que o aluno deve ter aprendido ao término de cada etapa da educação básica, indicando as competências que ele desenvolveu na avaliação e dá orientações em relação a elaboração de questões e a interpretação pedagógica dos resultados dos estudantes.

> Os itens que compõem os testes de proficiência são elaborados com base na matriz de referência, que consiste em um “recorte” das orientações curriculares. Nela, estão elencadas as habilidades (descritores) esperadas para desenvolvimento e consolidação em cada ano de escolaridade. (SIMAIS, 2018).

As competências adquiridas pelos estudantes são observadas a partir das suas respostas a um conjunto de itens ligados ao domínio matemático. Os itens são determinados de modo que é possível identificar a dificuldade e o nível de proficiência dos alunos que os resolvem adequadamente. De acordo com o sistema, as matrizes costumam se organizar por tópicos de conteúdo e, a partir deles, são definidos os descritores, os quais detalham a habilidade envolvida no item e o que ele se propõe a avaliar.

Logo abaixo é feita uma apresentação dos descritores do SIMAIS que estão direcionados a aprendizagem das funções de primeiro grau. Além disso, serão apresentadas tabelas que mostram as notas obtidas em cada descritor nas turmas de terceira série do ensino médio da Escola Estadual Gilney de Souza em São Miguel-RN, comparadas com as notas de desempenho das escolas que compõem a 15ª Diretoria Regional de Educação e Cultura – 15ª DIREC e com as notas de todas as escolas da rede estadual de ensino.

A Matriz de Referência III, trata de Números e Operações/Álgebra e Funções. Nela, destacamos os seguintes descritores para o ensino médio:

D06 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

D18 - Reconhecer a expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.

D19 - Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.

D20 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

D21 - Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.

D23 - Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.

De acordo com esses descritores, foram construídas as tabelas a seguir, com base nos resultados que foram obtidos na plataforma digital do SIMAIS aplicado no final do ano de 2018 nas turmas de 3ª Série do Ensino Médio nas escolas da rede estadual.

Tabela 1: Desempenho por descritor: Escola Estadual Gilney de Souza

TURMA	**HABILIDADES / DESCRITORES**					
	D06	**D18**	**D19**	**D20**	**D21**	**D23**
PROMM3A	64,00	41,67	41,18	30,77	50,00	9,09
PROMM3B	61,54	16,67	44,44	22,22	44,44	5,88
PROMN3A	75,00	23,08	28,57	8,33	45,45	0,00
PROMV3A	61,90	25,00	35,71	50,00	57,14	0,00
MÉDIA	**65,61**	**26,60**	**37,47**	**27,83**	**49,26**	**3,74**

Fonte: Dados do SIMAIS

Tabela 2: Desempenho por descritor: 15ª DIREC - Pau dos Ferros

15º DIREC	**HABILIDADES / DESCRITORES**					
	D06	**D18**	**D19**	**D20**	**D21**	**D23**
	64,77	25,45	38,10	28,07	49,15	3,70

Fonte: Dados do SIMAIS

Tabela 3: Desempenho por descritor: Rede Estadual

ESTADO	**HABILIDADES / DESCRITORES**					
	D06	**D18**	**D19**	**D20**	**D21**	**D23**
	62,25	20,39	31,44	26,82	36,44	7,23

Fonte: Dados do SIMAIS

Esses valores representam o percentual médio de acertos das questões que correspondem aos descritores citados. Para fins de comparação, na Tabela 1 foi feita a média aritmética do desempenho das quatro turmas que participaram da avaliação. Observando os dados, percebemos que os resultados da escola se equiparam com a média das escolas que fazem parte da 15ª Direc e são superiores à média estadual. Porém, nota-se um distanciamento em relação ao descritor D23. Isso retrata as dificuldades que encontramos ao trabalhar as representações gráficas das funções.

Como se sabe, no universo da matemática existem vários conteúdos que os alunos apresentam dificuldades de compreensão, e um deles é a função. Sabe-se também que o conceito de função é essencial ao estudo da disciplina, pelo fato de estar muito presente no nosso cotidiano, principalmente quando se trata de duas grandezas, uma dependendo da outra. Ao abastecer o carro, por exemplo, o consumo de combustível depende da quilometragem percorrida, o pagamento de uma conta de luz depende de quantos quilowatts foram consumidos, entre tantos outros exemplos.

Diante dessa realidade e visto que os alunos têm dificuldade em entender esse conteúdo, principalmente quando se trata de construção e análise de gráficos e também com base na experiência em ensinar funções nas turmas de primeira série do ensino médio, a busca por outras estratégias de ensino fomentam esse trabalho para que se tenha uma nova perspectiva de ensino-aprendizagem e que os estudantes possam elevar sua proficiência em relação aos descritores de menor desempenho e tentar melhorar aqueles que, de certa forma, já apresentam resultados satisfatórios.

2.6. Softwares Educativos no Ensino de Matemática

Os constantes avanços, tanto tecnológicos quanto científicos, são os principais responsáveis pelas transformações da sociedade, implicando diretamente na vida de todos. A tecnologia em suas distintas configurações e usos é um agente responsável pelas modificações no cotidiano das pessoas. Nessa era de mudanças, é evidente que todo esse emaranhado tecnológico não está ausente da realidade escolar, o que nos leva a refletir sobre o quanto é importante que o professor avalie a real necessidade de agregar o seu uso ao processo de ensino de matemática de modo a enriquecer a aprendizagem. Até porque, sabemos que os alunos estão em contato direto com essas tecnologias, fazendo-se necessário trazê-las para as salas de aula como uma metodologia de ensino.

Há algum tempo, a internet e instrumentos tecnológicos como computadores e principalmente smartphones, estão à disposição de grande parte da população, tornando-se muitas vezes indispensáveis para as tarefas diárias de muitas pessoas. Deste modo, no âmbito escolar, estes recursos digitais podem ser vistos como recursos didáticos, devido serem apontados como instrumentos que trazem inúmeras possibilidades quando se trata do ensino e aprendizagem. Hoje existem uma grande diversidade de aplicativos que dão ao professor a possibilidade de realizar diversas tarefas com os estudantes, cabendo ao mesmo a função de escolher aqueles que mais se adequam a realidade de suas turmas e com os objetivos que almeja em relação aos conhecimentos que pretende repassar, ou seja, usar essas ferramentas como fonte de aprendizagem e para o desenvolvimento de novas habilidades dos alunos.

A exploração dessas tecnologias na escola possibilita o contato com novas abordagens para o ensino, favorecendo o trabalho nas diversas áreas do conhecimento. É notório que o seu bom uso permite a abrangência de várias possibilidades que dinamizam a prática pedagógica docente. Nessa direção, a incorporação das tecnologias à escola, possibilita a construção de uma cidadania democrática, participativa e responsável. Porém, é necessário destacar que essa integração ao ambiente de aprendizagem deve ser promovida de forma cuidadosa, levando em consideração uma nova elaboração de conteúdos e atividades, na intenção de tornar o aluno cada vez mais ativo no processo de construção de seus conhecimentos.

> O uso da tecnologia na escola, quando pautado em princípios que privilegiam a construção do conhecimento, o aprendizado significativo, interdisciplinar e humanista, requer dos profissionais novas competências e atitudes para desenvolver uma pedagogia voltada para a criação de estratégias e situações de aprendizagem que possam torna-se significativa para o aprendiz, sem perder de vista o foco da intencionalidade educacional. (ALMEIDA; PRADO; TORNAGHI, 2005, p. 49).

Nessa nova visão, as mudanças na forma de ensinar e aprender devem ser analisadas a partir de um contexto mais abrangente. É necessária a reflexão de que professor tem um novo papel frente aos alunos e à escola com relação à organização de um novo currículo que acompanhe os avanços das tecnologias e contemple sua integração de forma a alcançar os objetivos. Assim, ao professor cabe a função de protagonista, pois deve explorar novas metodologias e formas de trabalhar a construção do conhecimento, podendo utilizar os recursos digitais como fundamento dessas inovações. Essa prática contempla a criação de um fazer pedagógico diferente, no qual as tecnologias promovem o desenvolvimento de novas descobertas. Nessa perspectiva, compreende-se que a formação do professor deve contemplar a aproximação com essas tecnologias. Os docentes precisam se familiarizar com os instrumentos tecnológicos, pois devem utilizar na sala de aula as ferramentas que auxiliam na realização das atividades, na organização do planejamento e nas ações direcionadas ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Diante da rapidez com que surgem as tecnologias da informação e comunicação (TIC's), é necessária a renovação constante de pesquisas e formações para o uso destas na escola.

Já ressaltava D'Ambrósio:

> Estamos entrando na era do que se costuma chamar a "sociedade do conhecimento". A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em ciências e tecnologia. Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro. (D'AMBRÓSIO, 1997, p. 80).

Como se percebe na prática, quando chegam à escola, muitas vezes os alunos já passaram por diferentes formas de interação com outras fontes de conhecimento. Já tiveram contato com o mundo através de diversos recursos tecnológicos e estão habituados com esse contexto em que estão inseridos. Assim, com tais tecnologias nas salas de aula e com seus conhecimentos adquiridos através delas, poderão encontrar mais motivação nos estudos.

Conforme Giraldo, Caetano e Mattos (2012), ao usar as tecnologias digitais em sala de aula, é possível criar ambientes de investigação matemática que dão condições aos estudantes de potencializar sua aprendizagem e de proporcionar experiências com conceitos mais concretos, quando comparados a outros meios. Fica claro o quanto é necessário adotar e compatibilizar o uso das tecnologias digitais com o ensino escolar, pois a utilização dessas ferramentas pode facilitar a compreensão daquilo que é trabalhado nas aulas de matemática.

Em contrapartida, se percebe que muitos professores, das mais diferentes áreas, não acompanham ou acompanham pouco esses avanços tecnológicos, as vezes por sua formação não se aproximar a essas tecnologias como mencionado acima e as vezes por própria acomodação. Daí, o problema de conseguir inserir nas suas aulas atividades com esses instrumentos, fato esse que observo diariamente no meu ambiente de trabalho, onde percebo as deficiências e resistências de muitos de nós profissionais nesse contexto.

Nesse sentido, percebe-se que a formação do professor para fazer uso de tecnologias nas suas práticas docentes torna-se cada vez mais necessária, pois para acontecerem inovações no processo educacional, é fundamental que se tenha um olhar especial para este e sua formação. A presença das tecnologias requer das instituições de ensino e do professor novas posturas frente ao processo de ensino-aprendizagem. Assim, a educação necessita de um professor que seja mediador do processo de interação entre tecnologia e aprendizagem, que possa estar desafiando constantemente os alunos através de situações que gerem aprendizagens significativas. Portanto, a inserção desses recursos no ensino de matemática se constitui em uma importante ferramenta para auxiliar o professor no trabalho pedagógico.

Moraes e Cunha (2001, p. 190) afirmam que:

> As novas tecnologias vão, aos poucos, incorporando-se ao dia-a-dia da sala de aula e por isso devem ser tratadas, testadas e estudadas nos cursos de Licenciatura em Matemática. Tal prática faz com que professores e alunos se sintam preparados e motivados para o seu uso, o que permitirá, aos futuros licenciados, uma melhor preparação para suas atividades no ensino fundamental e médio. (MORAES; CUNHA, 2001, p. 190).

Segundo Borba e Penteado (2005), quando se trata de inovação, é fundamental que haja uma mudança na prática docente, porém, grande parte dos professores preferem se manter numa uma zona de conforto. Isso retrata a opção de muitos em continuarem no ritmo em que já estão há muito tempo, sem a busca pelo novo, mantendo-se acomodados com a rotina na qual estão acostumados.

> Não há mais como omitir ou negar o benefício que as tecnologias digitais podem oferecer ao processo de ensino e aprendizagem, devendo o professor se apropriar delas de forma a potencializá-las enquanto ferramentas que propiciem práticas pedagógicas significativas e de construção. Precisamos planejar minuciosamente a sua utilização, criando situações de aprendizagens. (OLIVEIRA, 2020, p. 15).

Quando se trata do ensino de matemática no Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular, BNCC (2018) destaca que:

> [...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do

> mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior. (BRASIL, 2018, p. 528).

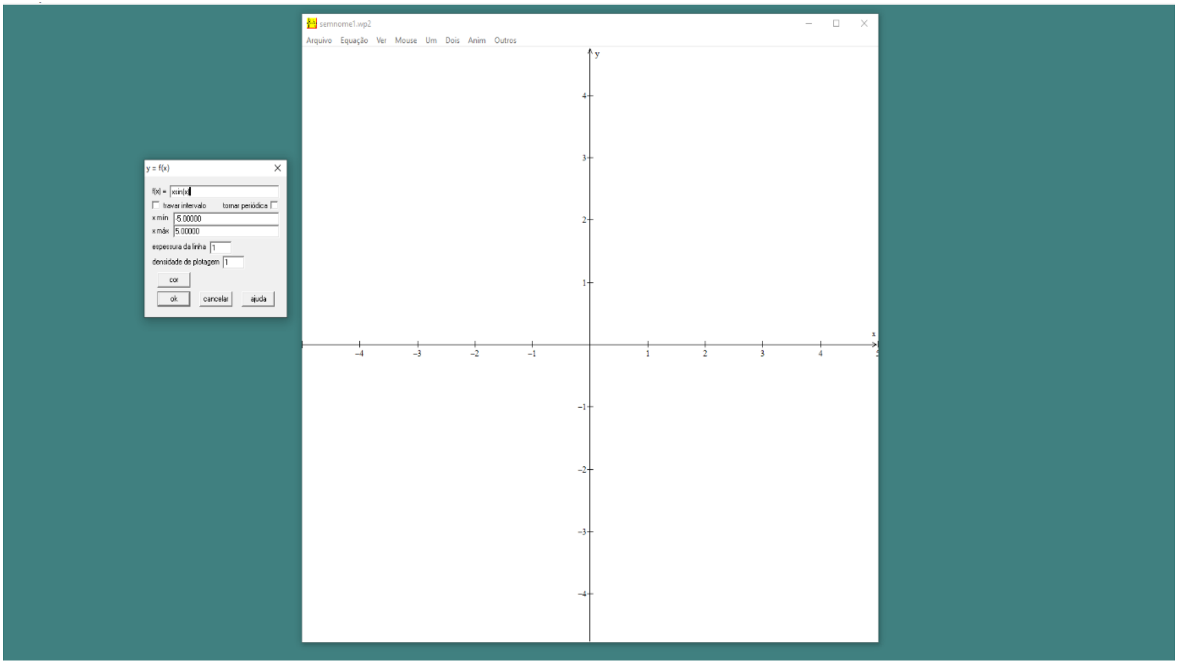
Como as tecnologias da informação e comunicação (TIC's) fazem parte das novas tendências de ensino da matemática, ferramentas digitais, dentre elas os softwares educativos, podem ser utilizadas na perspectiva de facilitar a aprendizagem e permitir mais eficácia no ensino, desde que o professor tenha o conhecimento para poder fazer bom uso desses instrumentos e assim, conseguir preparar atividades adequadas, de acordo com as especificidades de cada turma, a fim de que tanto o planejamento, quanto os objetivos educacionais, sejam atingidos.

Deste modo, neste trabalho serão destacadas algumas sugestões de softwares direcionados ao estudo da Função Afim: O Winplot, o Graph, o GeoGebra e a Calculadora Gráfica GeoGebra. Logo abaixo é feita uma breve descrição sobre cada um deles e nas páginas seguintes serão apresentadas atividades desenvolvidas com os estudantes fazendo-se o uso da Calculadora Gráfica GeoGebra.

2.6.1. O Software Winplot

O Winplot é uma ferramenta educacional para o estudo de funções gráficas. Seu download é grátis e disponível em sites como https://winplot.softonic.com.br/. Segundo o mesmo site, com o Winplot você pode gerar gráficos de equações explícitas, paramétricas, implícitas e cilíndricas, gerar curvas simples, tubos e até representar equações diferenciais em dois e em três eixos (2D e 3D). Ele ainda permite que você personalize os parâmetros de todas as equações e além de gerar e representar funções graficamente, o Winplot inclui duas funções adicionais. Um gerador de órbitas planetárias para calcular trajetórias de objetos no espaço e uma série de testes que o ajudarão a avaliar seu conhecimento.

Figura 1: Interface do software Winplot



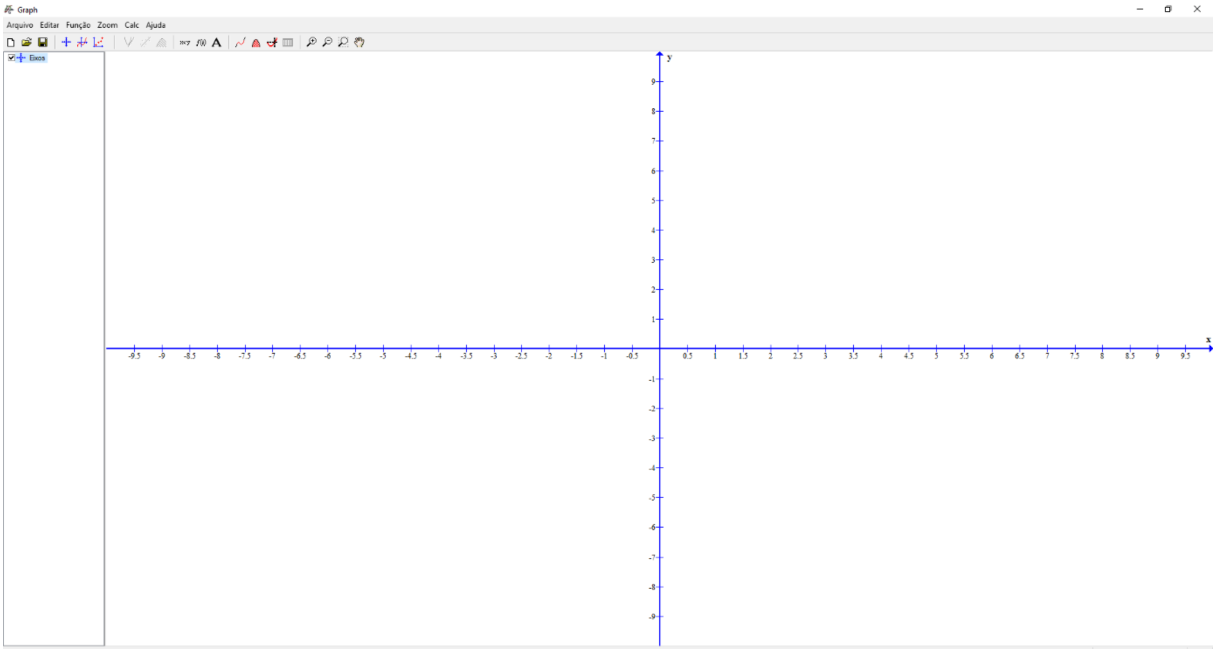
Fonte: Acervo do Autor

O software traz vários recursos que podem facilitar a compreensão do assunto que se está sendo ensinado, com ferramentas que permitem encontrar os zeros das funções, traçar diversos gráficos num mesmo sistema de eixos cartesianos, encontrar a função a partir do gráfico, etc. Ele possibilita visualizar graficamente a solução de um sistema linear e também a determinação dos pontos de intersecção.

2.6.2. O Software Graph

O Graph é um software que o ajuda no trabalho com funções e gráficos. A interface do programa é bem simples e exibe, na janela principal, um plano de coordenadas cartesianas que é configurável. Seu Download é gratuito e disponível na página https://graph.br.uptodown.com/windows/download. O Graph é um programa desenvolvido para traçar gráficos de funções matemáticas e outras curvas de natureza similar, em um sistema de coordenadas. O programa é um aplicativo padrão do ambiente Windows, com menus e caixas de diálogos. É capaz de traçar funções do tipo padrão, funções paramétricas, funções polares, tangentes, séries de pontos, sombreamentos e relações. Permite também calcular o valor de uma função para um ponto dado, traçar um gráfico com o mouse e muito mais.

Figura 2: Interface do software Graph



Fonte: Acervo do Autor

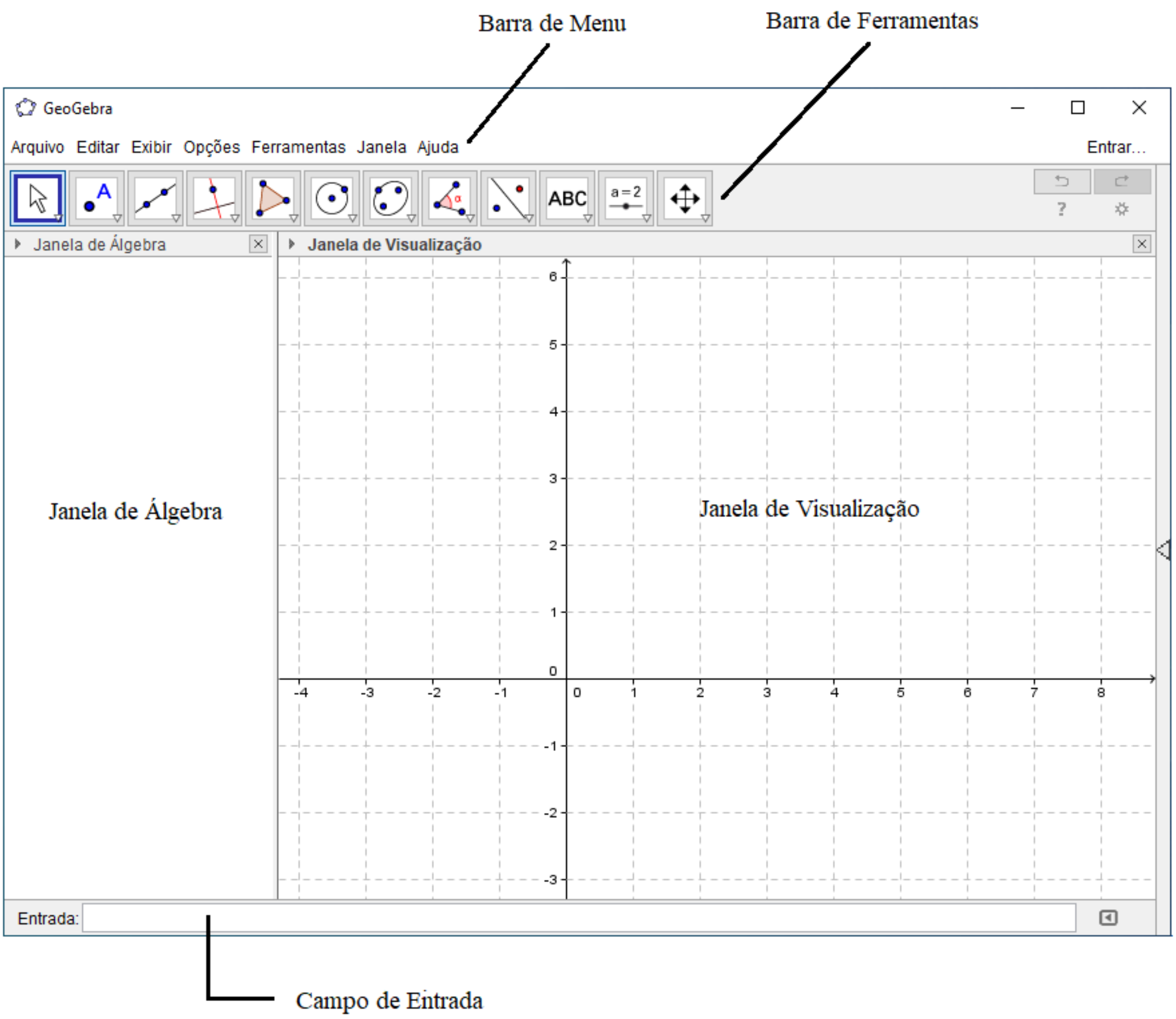
O software é perfeitamente didático e prático. Excelente para uso do professor em sala de aula no auxílio ao ensino e aprendizagem de gráficos de funções matemáticas. Permite até mesmo modelar fórmulas e ajustar curvas a partir de pontos dados no plano. Ele permite a visualização de forma fácil e diversas variações, além de ser pequeno e fácil de usar.

2.6.3. O Software GeoGebra

O GeoGebra é um software interativo de matemática, disponível livremente para download no site https://www.geogebra.org/download. Com ele é possível trabalhar com Geometria, Álgebra, Estatística e Cálculo. Além disso, possui um número muito grande de ferramentais, podendo ser utilizado por alunos desde o Ensino Fundamental ao Ensino Superior. Segundo o site www.wikipedia.org, ele foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula em 2001, na Universität Salzburg, Áustria, ganhando vários prêmios desde a sua criação.

Com ele é possível realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, polígonos etc., assim como permite inserir funções e equações. Tendo um layout que facilita os processos de construções, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. O fato de o GeoGebra ser um software gratuito, garante um número grande de downloads, que pode ser baixado tanto para computadores como para smartphones e tablets em formato de aplicativos, tendo muitos tutoriais de como usar suas funções em sites como o YouTube. A figura 1 apresenta a interface do software GeoGebra.

Figura 3: Tela inicial do GeoGebra



Fonte: Acervo do Autor

Como é possível observar, a interface desse software é simples e intuitiva, o que torna seu uso bem acessível. Através das ferramentas do GeoGebra é possível realizar diversas tarefas, dentre elas aquelas que estão associadas ao estudo das funções.

2.6.4. A Calculadora Gráfica GeoGebra

A Calculadora Gráfica GeoGebra é a versão do software para dispositivos móveis. Lançada em 2015 e disponível no site https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android&hl=pt_BR&gl=US, permite uma maior facilidade no uso das suas ferramentas a partir de smartphones e tablets. Por meio das construções de gráficos de funções, figuras geométricas e sólidos, o professor tem a possibilidade de dinamizar suas aulas e aprimorar a compreensão dos conceitos matemáticos através da visualização e percepção de certas propriedades, além de despertar um maior interesse dos estudantes pela aprendizagem.

A Calculadora Gráfica GeoGebra é uma ferramenta simples de manipular, tendo uma ótima utilidade didática para construções gráficas de funções e resolução de equações. Com base nas descrições das lojas virtuais que disponibilizam o aplicativo para download, além dessas possibilidades, é possível modificar funções através do controle deslizante; obtenção de pontos especiais das funções, como raízes, valor máximo ou mínimo, intersecção com os eixos; resolver derivadas e integrais; dentre outros.

A idéia a princípio era fazer uso do software GeoGebra na sua versão principal, entretanto, com a ausencia de um laboratorio de informática na escola, seria inviável utilizá-o por meio de computadores com todos os alunos. Assim, optou-se em utilizar a Calculadora Gráfica GeoGebra, que possui um interface simples e interativa e que também pode ser usadono modo offline.

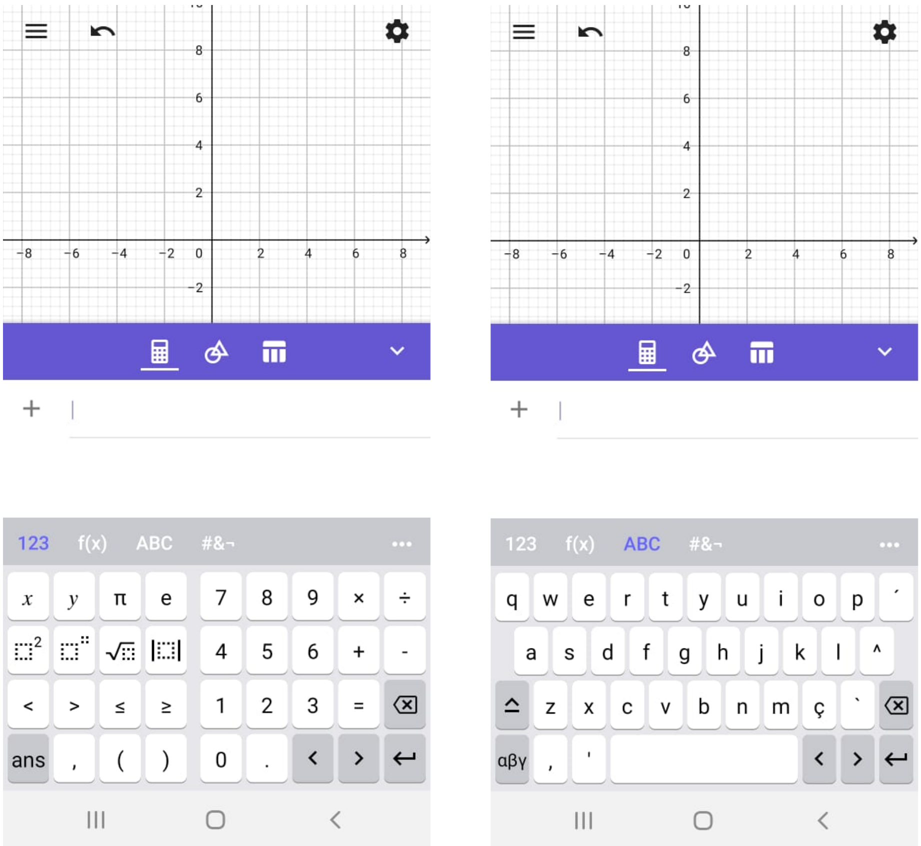
Logo abaixo serão apresentadas imagens de algumas telas do aplicativo que serão utilizadas pelos estudantes durante a oficina, e mais adiante, termos uma visualização gráfica e a análise de algumas funções de 1º grau com base em atividades sugeridas para os alunos da primeira série do ensino médio da Escola Estadual Gilney de Souza.

Figura 4: Tela inicial da Calculadora Gráfica GeoGebra

Fonte: Acervo do Autor

Clicando no campo de Entrada, o teclado virtual surgirá na parte de baixo da tela. Esse teclado e composto de quatro partes: teclado numérico com algumas operações básicas; teclado com operações trigonométricas, logarítmicas, derivadas, integrais e alguns símbolos; teclado com o nosso alfabeto e o alfabeto grego; e um teclado com outros símbolos. É possível visualizar alguns desses teclados virtuais que serão utilizados pelos estudantes nas figuras a seguir.

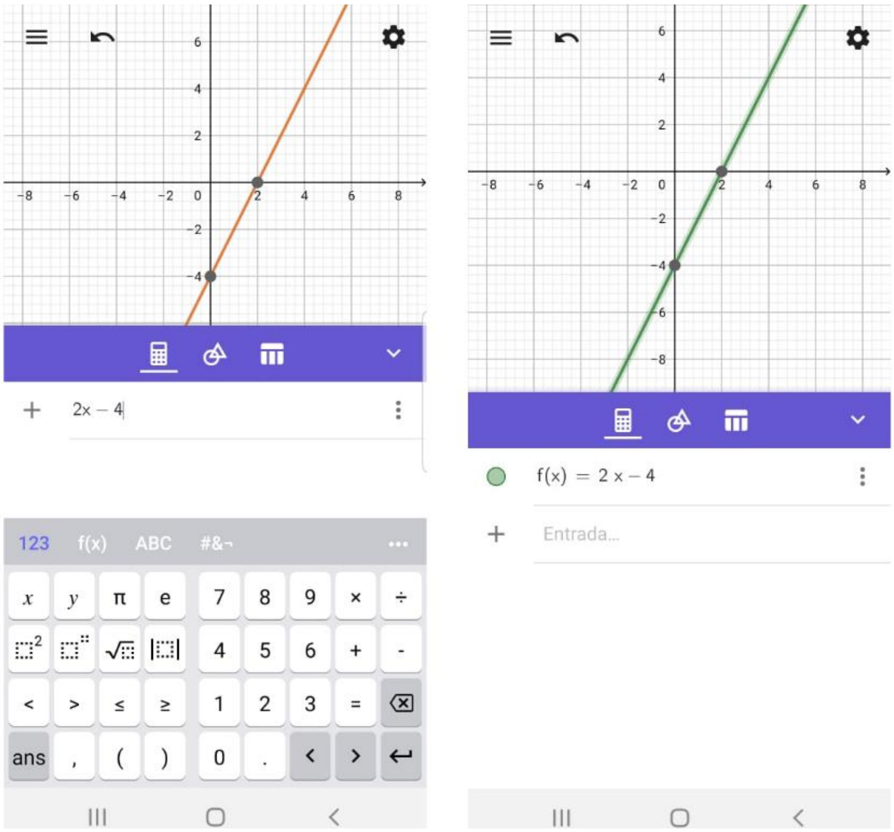
Figura 5: Teclados da Calculadora Gráfica GeoGebra



Fonte: Acervo do Autor

No campo de Entrada, ao digitar a por exemplo a expressão *2x – 4*, um gráfico é gerado automaticamente e, ao clicar em qualquer lugar da tela, será apresentada a função correspondente, que nesse caso é *f(x) = 2x – 4*, como podemos ver na Figura 6 abaixo. Á fácil observar que o gráfico construído apresenta os pontos de intersecção com os eixos *Ox* e *Oy*, que são respectivamente o zero da função e o coeficiente linear.

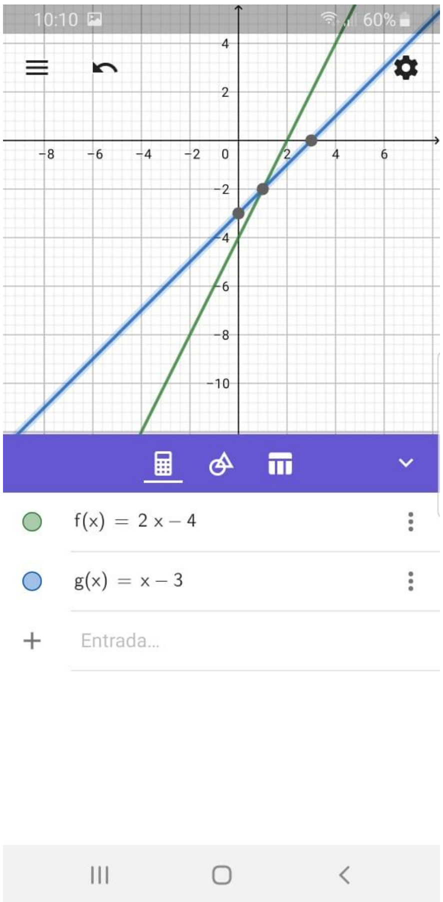
Figura 6: Gráfico da função f(x) = 2x - 4



Fonte: Acervo do Autor

É possível associar ao mesmo plano cartesiano, o gráfico de outras funções, inclusive visualizar o ponto de intersecção entre eles. Na Figura 7, são apresentados os gráficos das funções *f(x) = 2x – 4* e *g(x) = x – 3*.

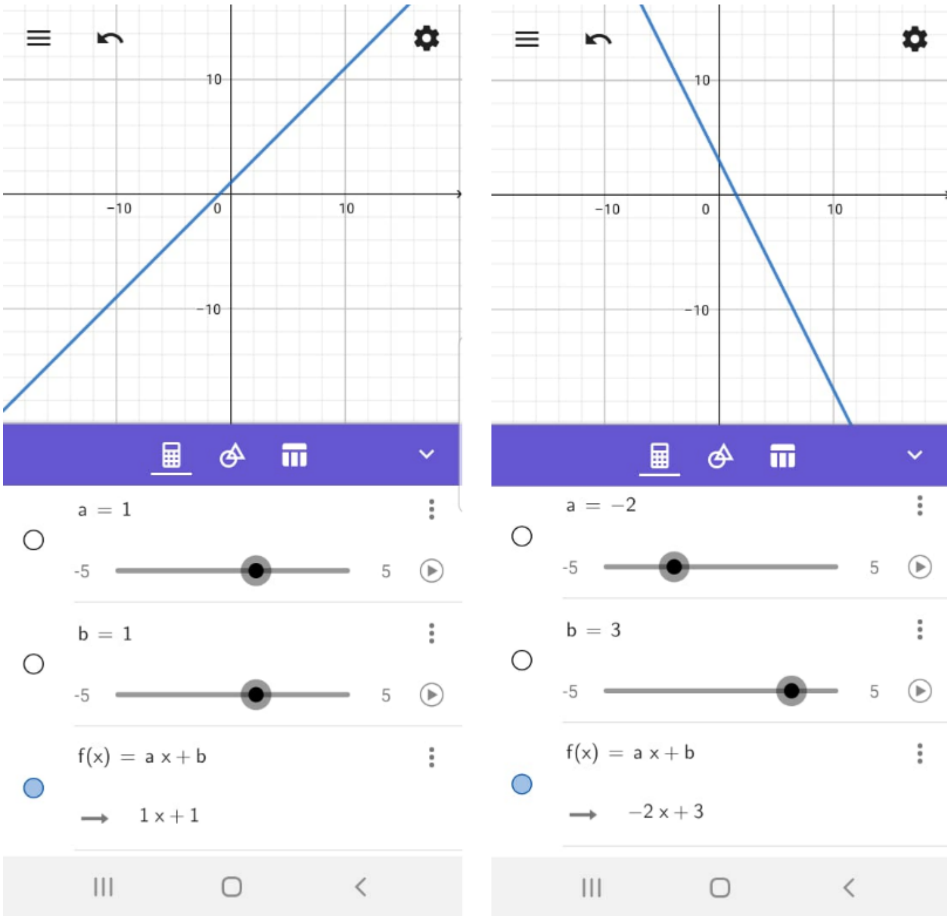
Figura 7: Gráfico das funções f(x) = 2x – 4 e g(x) = x - 3



Fonte: Acervo do Autor

Considerando a função do tipo *f(x) = ax – b*, podemos adicionar à tela dois controles deslizantes para alterarmos os valores dos coeficientes *a* e *b*. Para isso, após digitar a função, no campo de entrada aparecerão dois controles deslizantes, inicialmente com *a = 1* e *b = 1*. Clicando nos três pontinhos ao lado de cada controle deslizante, é possível configurar seu tamanho, seu incremento e sua cor. Após a configuração desejada, basta clicar em qualquer lugar da tela. A Figura 8 mostra do lado esquerdo a tela da Calculadora Gráfica GeoGebra com a função *f(x) = ax + b* e os dois controles deslizantes para os valores iniciais de *a = 1* e *b = 1* e do lado direito, o gráfico gerado quando se altera esses valores para *a = -2* e *b = 3*, por exemplo.

Figura 8: Gráfico da função f(x) = ax + b



Fonte: Acervo do Autor

A partir dessas noções iniciais sobre o uso do aplicativo, foram realizadas atividades que visam ampliar a aprendizagem dos estudantes. Com o passo a passo descrito mais adiante para o desenvolvimento de cada atividade, a intenção é que os estudantes consigam analisar caraterísticas da Função Afim, como crescimento e decrescimento, zero da função, intersecção com os eixos coordenados e estudo do sinal, a partir do comportamento gráfico ao alterar os valores dos seus coeficientes.

2.7. As Possibilidades do Laboratório de Ensino de Matemática

Desde muito tempo, a matemática tem sido ambiente fértil para discussões que visam tratar do seu ensino e aprendizagem. O que muito se percebe é que há uma urgência em melhorar as maneiras de ensinar essa disciplina a fim de garantir que o nível de aprendizagem dos alunos seja condizente com as propostas curriculares que vigoram no nosso país. Essa melhoria no processo de ensino é um dos maiores desafios para os educadores, tendo-se em vista que tornar as aulas mais interessantes e atraentes, e objeto de estudo de muitos pesquisadores do campo do ensino da disciplina. Nesse contexto, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), se apresenta como um excelente instrumento de intervenção na perspectiva de alcançar uma melhor qualidade no ensino e na aprendizagem matemática.

É notório que quando fazemos a associação entre teoria e prática nas nossas aulas, damos condições melhores aos alunos de entender, de enxergar possíveis soluções para um problema e de analisar os melhores caminhos a serem seguidos na tentativa de acerto. Como em muita coisa na nossa vida, somos capazes de ampliar o nosso potencial de aprendizagem mais pela experimentação, pelo exercício prático, do que pela teoria. Para fins de exemplo, podemos pensar que um cozinheiro não teria sucesso com os seus pratos apenas com a leitura de receitas prontas. Dessa forma, a sala de aula como laboratório é um ambiente propício que pode desenvolver o laço entre a teoria e prática e a construção do conhecimento.

Conforme foi colocado anteriormente, na sequência desse trabalho serão desenvolvidas atividades que englobam a Modelagem Matemática e o uso de aplicativos educacionais no estudo da Função Afim. Sendo assim, não se pode deixar de lado a relação entre o uso desses instrumentos com o laboratório de matemática. Muito embora na escola na qual serão realizadas as atividades não exista um ambiente exclusivo para o mesmo, há a intenção de que, a partir das ideias propostas aqui e contando com a colaboração dos outros professores da instituição e da comunidade escolar, possamos adquirir e confeccionar materiais didáticos para que tenhamos um espaço a ser usado como laboratório. Para Lorenzato (2012, p. 8), "a contribuição dos alunos para a construção do LEM é muito importante para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende." Assim, a participação de todos que compõem a escola é de suma importância para a criação de projetos desse tipo, pois "é difícil para o professor construir sozinho o LEM e, mais ainda, mantê-lo. Convém que o LEM seja consequência de uma aspiração grupal, de uma conquista de professores, administradores e de alunos". (LORENZATO, 2012, p. 8).

Antes de discorrer mais sobre o uso do laboratório de matemática como recurso, é interessante basear-se no que estudiosos da área definem como LEM. Para Lorenzato (2012), existem muitas maneiras de se compreender e definir o LEM. Segundo o autor, as perspectivas em torno do que é o LEM podem variar de acordo com as concepções que cada professor possui em relação ao ensino, a educação matemática e ao laboratório de ensino de matemática.

Algumas das concepções apresentadas na sua obra, nos mostra que o LEM pode ser compreendido como um simples local da escola onde se guardam os materiais relacionados à disciplina. Por exemplo: livros, vídeos, jogos, materiais manipuláveis, instrumentos e matéria-prima para confeccionar alguns materiais. Já outra concepção afirma que o LEM compreende o espaço no qual os professores podem planejar, ministrar as suas aulas, aplicar avaliações e tirar dúvidas dos alunos. Podem também, realizar exposições, olimpíadas e atividades de experimentação, pesquisa e construção de materiais juntamente com estes. E, por fim, diz que, na escola, o LEM representa o espaço que deve ser o centro de toda atividade matemática. É o lugar onde os professores se encontram com a finalidade de produzirem subsídios para suas aulas, com o objetivo de aproximar a matemática da vida dos alunos, tornando-a mais compreensível.

Nessa linha de pensamento, conforme a BNCC (2018), a matemática possui caráter hipotético-dedutivo onde suas demonstrações são dadas a partir de cálculos, axiomas, teoremas e proposições, entretanto é fundamental considerar o papel heurístico de experimentações na aprendizagem da disciplina (BRASIL, 2018, p. 265). O trabalho com a experimentação, a partir de um cenário investigativo, permite não só que os alunos conheçam as definições e propriedades matemáticas, mas além disso, sejam investigadas e descobertas, individual e coletivamente. Assim, por meio da experimentação, é possível partir de casos mais simples e alcançar generalizações, conseguindo-se explorar situações mais abstratas. Daí, esse espaço que aproxima a teórica e a prática é o que chamamos de laboratório de matemática.

Para Lorenzato (2012),

> [...] para aqueles que possuem uma visão atualizada de educação matemática, o laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o LEM pode e deve prover a escola para atender essas necessidades. (LORENZATO, 2012, p. 6).

Já segundo Lucena (2017),

> O Laboratório de Ensino de Matemática é o espaço propício e indispensável ao contexto escolar, em que há um ambiente favorável à aproximação da matemática teórica com a matemática prática. No LEM, a utilização de

> materiais como jogos, livros, vídeos, computadores, materiais manipuláveis, materiais para experimentos com a matemática (tesoura, compasso, régua, fita métrica, isopor, transferidor, softwares educativos, etc.), dentre outros, permitirá ao professor o planejamento e a execução da aula com maior qualidade, tornando-o capaz de fomentar nos seus alunos a curiosidade, a criatividade e a participação nas aulas, fazendo-os sujeitos ativos nos processos de aprendizagem. (LUCENA, 2017, p. 9).

Quando se desenvolvem atividades no LEM, deve ser permitido aos alunos, além da aprendizagem, a experimentação da verdadeira construção do pensamento matemático, processo que se dá através da prática, com base no pensamento abstrato, que é uma das principais características da matemática (LUCENA, 2017). Dessa forma, deve-se compreender o laboratório como um espaço que demanda ações a todos os envolvidos, pois o professor é o responsável pelo planejamento, organização dos materiais, orientações e acompanhamentos das atividades a serem realizadas pelos alunos, enquanto estes ficam incumbidos de analisar e construir, de forma participativa, os conceitos e significados.

Ainda segundo Lorenzato (2012):

> O LEM, mesmo em condições desfavoráveis, pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade. Conhecimento porque, tendo em vista que ninguém ensina o que não sabe, é preciso conhecer matemática mas também metodologia de ensino e psicologia, enfim, possuir uma boa formação matemática e pedagógica; crença porque, como tudo na vida, é preciso acreditar naquilo que se deseja fazer, transformar ou construir; e engenhosidade porque, muito frequentemente, é exigida do professor uma boa dose de criatividade, não só para conceber, planejar, montar e implementar o seu LEM, como também para orientar seus alunos e transformá-los em estudantes e, de preferência, em aprendizes também. (LORENZATO, 2012, p. 7).

Nesse contexto, mais uma vez compreende-se a necessidade de uma boa formação docente, pois é imprescindível que o professor, na graduação e nos cursos de aprofundamento e aperfeiçoamento, tenha tido e mantido contato com o LEM para ter a condição de saber trabalhar com ele. Lorenzato (2012) afirma que inconcebível que o LEM não esteja presente em um bom curso de formação.

Em contrapartida, seria um tanto quanto utópico querer que o LEM estivesse presente e estruturado em todas as escolas. Como se sabe, muitos dos materiais didáticos são comercializados com valores bastante elevados, além da indisponibilidade dos espaços em grande parte das instituições de ensino para tal finalidade. Porém, esses não seriam os melhores argumentos para inviabilizar a construção de um laboratório na escola, sendo que o mesmo não se resume a um espaço físico exclusivo e materiais didáticos específicos e sofisticados. Existem inúmeras possibilidades no uso de materiais didáticos recicláveis ou de baixo custo, que se apresentam como alternativas significativas e viáveis, e podem ser construídos pelos professores e estudantes. Trabalhar na produção desses materiais concretos garante, inclusive, a exploração da criatividade, conscientização e sustentabilidade dos estudantes envolvidos.

Conforme Lucena (2017, p. 15),

> [...] ao se proporcionar uma atividade que vise à produção de material concreto, realizada por professor e alunos, esse material poderá fazer parte do conjunto de materiais manipuláveis do LEM e poderão ser utilizados em outras aulas de Matemática, inclusive com outros alunos. (LUCENA, 2017, p.15).

A construção do LEM não se dá a curto prazo. Depois de construído, o professor deve estar sempre atualizado para constantes complementações (LORENZATO, 2012). É através da investigação, das inquietações e das discussões com os colegas que aparecem novas ideias, trocas de saberes, que acabam tornando o laboratório, seja esse uma sala, a recanto da sala ou um armário, um lugar de presença frequente nas aulas de matemática.

> O uso de materiais concretos em sala de aula favorece a aprendizagem, levando o aluno à abstração para que ele identifique as propriedades, desenvolva o raciocínio e consiga assimilar as formas e associá-las aos objetos do dia a dia. Além de favorecer o aluno no processo de uma melhor visualização, as aulas se tornam mais dinâmicas e divertidas, levando o aluno a se sentir mais satisfeito e desinibido para expor e argumentar suas ideias. (MONTEIRO, 2013, p. 45).

Para Lorenzato (2012), os materiais manipuláveis podem ser pontos de partida para o aluno construir o que ele chama de saber matemático. Ressalta ainda que a realização em si de atividades com materiais manipuláveis nem sempre garante aprendizagem e, a atuação do professor é determinante.

Nesse sentido, compartilhando as ideias de Rêgo, Rêgo e Vieira (2012),

> [...] a simples manipulação de um material concreto não é suficiente para que o aluno construa conceitos matemáticos ou de qualquer natureza. Toda a sua ação sobre o material precisa ser elemento de discussão e de reflexão, baseadas em questionamentos próprios ou induzidos pelo professor, junto

> aos colegas ou mediados pelo professor, para que a aprendizagem seja efetiva e significativa. (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p. 18).

Desse modo, é evidente que o professor deve ter além do conhecimento, a preocupação de fazer um planejamento bem elaborado para o momento em que for utilizar esses materiais no laboratório. Além disso, esse laboratório deve ser um ambiente que vise a inserção das tendências metodológicas que foram citadas anteriormente como a história da matemática, a etnomatemática, a resolução de problemas, Modelagem Matemática, dentre outras, num contexto cultural. Esse ambiente certamente contribuirá para que os alunos consigam atribuir significado aos conceitos matemáticos a partir do material que estiver manuseando e explorando, podendo ser despertado um maior interesse e prazer em aprender sobre essa ciência. O laboratório de matemática refere-se, portanto, a um ambiente de criação e prática, onde se permite que o aluno construa, erre, refaça, reflita, desenvolva sua criatividade e atitudes críticas.

3. A FUNÇÃO AFIM

3.1. Conceito

Definição: *Uma função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se função afim quando existem números reais a e b tal que f(x) = ax + b, para todo x $\in \mathbb{R}$.*

Exemplo:

Todos os anos, Bruna participa de uma feira de comidas nordestinas. Para isso, ela separa os valores referentes aos ingredientes e à mão de obra, que representa a quantia de R$ 1.200,00. O aluguel do espaço é de R$ 80,00 por dia. Considerando apenas os valores citados, quanto Bruna gastará se oferecer seus produtos durante 5 dias, período de duração da feira?

Resolução:

Nessa situação, temos um gasto fixo, correspondente aos ingredientes e à mão de obra, que independe da quantidade de dias em que ela estará na feira, e um gasto variável, correspondente ao número de dias. Assim, o gasto total de Bruna será composto dessas duas parcelas:

Valor gasto = gasto fixo + valor total dos dias de aluguel

O valor a ser gasto na feira por 5 dias pode ser calculado da seguinte maneira:

$$1200 + 5 \cdot 80 = 1200 + 400 = 1600$$

Portanto, Bruna gastará R$ 1.600,00 em 5 dias. Percebemos que o valor f(x) gasto na feira é função da quantidade x de dias.

Assim:

$$f(x) = 1200 + 80x$$

Essa sentença é um exemplo de lei de formação de uma função afim.

Exemplos de função afim:

a) $f(x) = 2x - 1$, em que $a = 2$ e $b = -1$

b) $g(x) = -3x + 7$, em que $a = -3$ e $b = 7$

c) $h(x) = -x + \frac{2}{3}$, em que $a = -1$ e $b = \frac{2}{3}$

d) $m(x) = 2,4x + \sqrt{3}$, em que $a = 2,4$ e $b = \sqrt{3}$

3.2. Taxa de Variação

Definição: *Chama-se taxa de variação média de uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ no intervalo [x, x + h] o valor da expressão:*

$$\Delta(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$ *, sendo x e x + h não-nulos.*

Assim, para uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por *f(x)* = *ax* + *b*, temos:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{a(x+h) + b - (ax+b)}{h} = \frac{ax + ah + b - ax - b}{h} = \frac{ah}{h} = a.$$

Logo,

$$\Delta(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = a$$

Dessa forma, a taxa de variação de uma função afim *f*, dada por *f(x)* = *ax* + *b*, é constante para qualquer intervalo do domínio e, numericamente, é igual ao coeficiente *a*.

Exemplo:

Vamos analisar o comportamento da função afim dada por f(x) -3x + 1.

Resolução:

$$f(x + h) = -3.(x + h) + 1$$

$$f(x + h) = -3x - 3h + 1 \quad (h \neq 0)$$

Daí, temos:

$$f(x + h) - f(x) = -3x - 3h + 1 - (-3x + 1)$$

$$f(x + h) - f(x) = -3x - 3h + 1 + 3x - 1$$

$$f(x + h) - f(x) = -3h$$

Logo,

$$\Delta(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{-3h}{h} = -3$$

3.3. Coeficientes da Função Afim

O coeficiente *a* de uma função afim *f:* $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por *f (x)* = *ax* + *b*, é denominado coeficiente angular ou declividade da reta representada no plano. O coeficiente *b* é denominado coeficiente linear, que é a ordenada do ponto de intersecção entre a reta e o eixo Oy.

3.4. Gráfico da Função Afim

Definição: *O gráfico de uma função afim f:* $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por f (x) = ax + b é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy.*

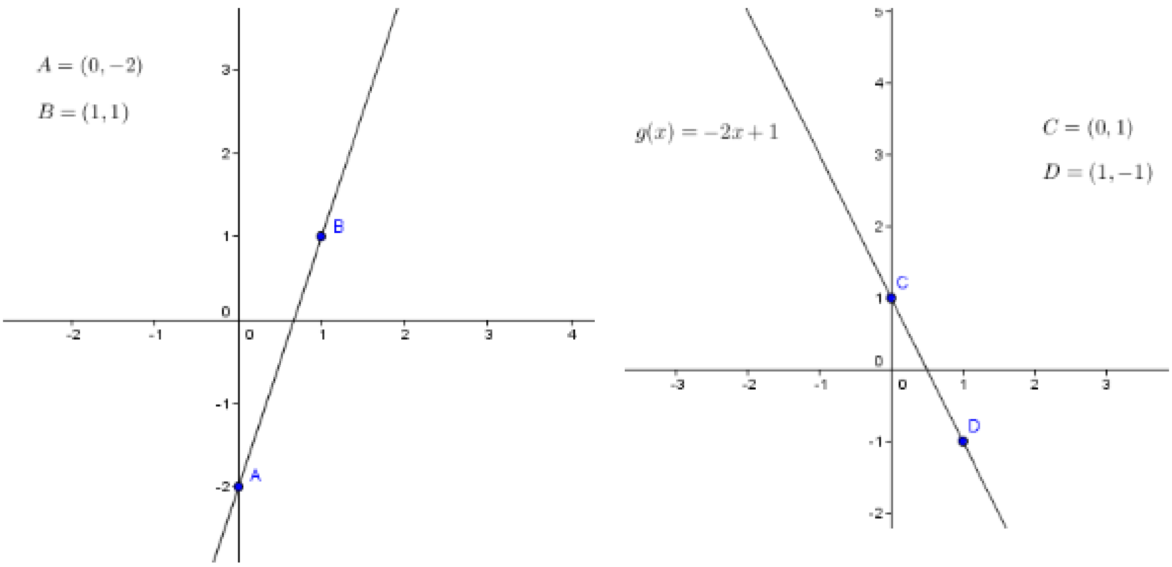
Dois pontos distintos são suficientes para determinar uma reta. Então, com apenas dois pontos podemos determinar o gráfico de uma função afim.

Exemplos: Determinar o gráfico das funções f(x) = 3x – 2 e g(x) = -2x + 1.

Resolução:

Fazendo, por exemplo, x = 0 e x = 1 em ambas as funções, temos:

Figura 9: Gráfico das funções f(x) = 3x – 2 e g(x) = -2x + 1



Fonte: Acervo do Autor

3.5. Casos Particulares da Função Afim

A função afim pode ser constante, se *a* = *0*, ou polinomial do 1º grau, se *a ≠ 0*.

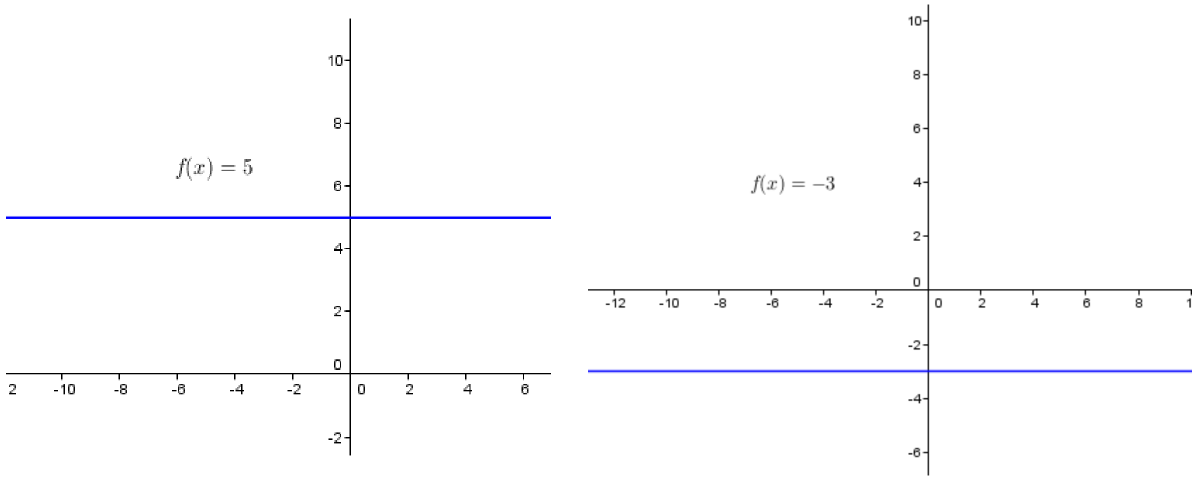
Definição: *Uma função f: ℝ → ℝ chama-se* ***função constante*** *quando existe um número real b tal que f(x) = b, para todo x ϵ ℝ.*

Exemplos:

a) f(x) = 5

b) f(x) = -3

Figura 10: Gráficos das funções f(x) = 5 e f(x) = -3



Fonte: Acervo do Autor

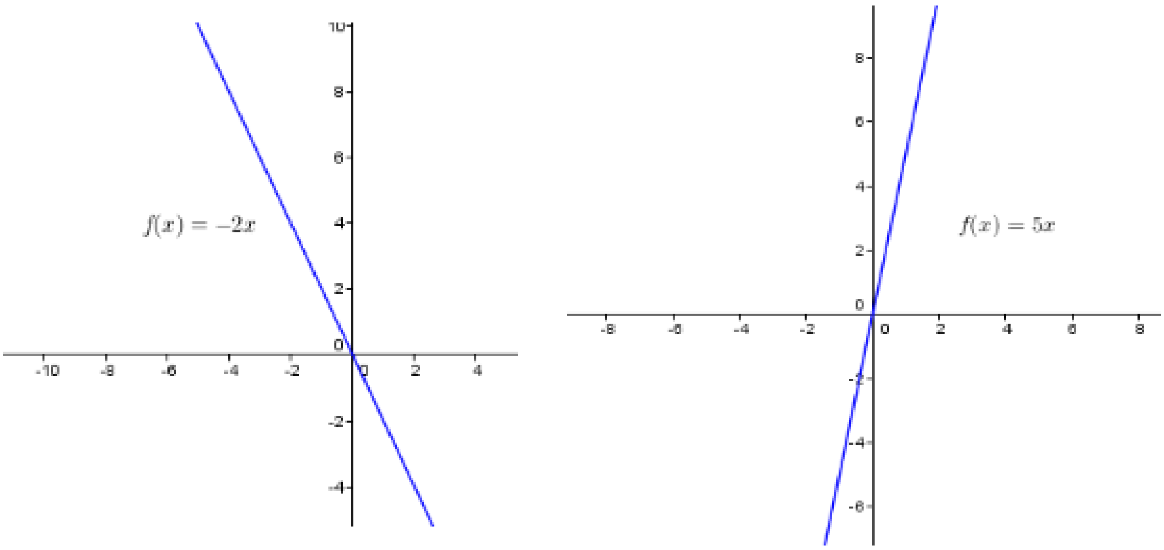
Definição: *Uma função polinomial do 1º grau f: ℝ → ℝ chama-se* ***função linear*** *quando b = 0, para todo x ϵ ℝ.*

Exemplos:

a) f(x) = -2x

b) f(x) = 5x

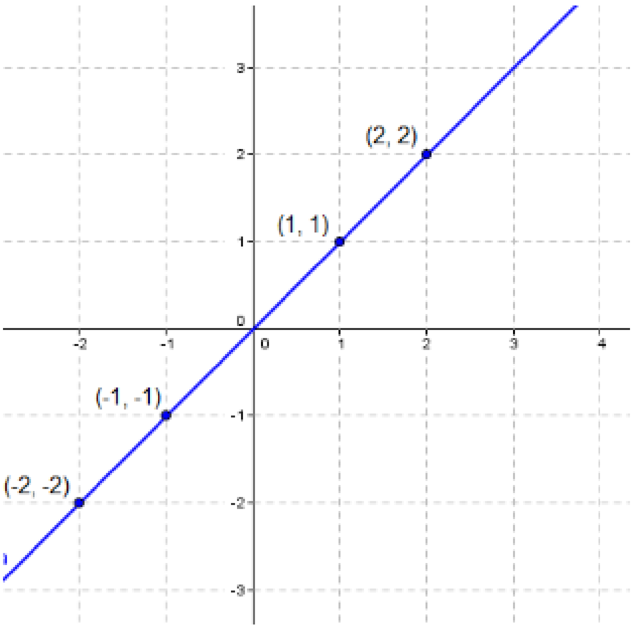
Figura 11: Gráficos das funções f(x) = -2x e f(x) = 5x



Fonte: Acervo do Autor

Definição: *Uma função polinomial do 1º grau f: ℝ → ℝ tal que f(x) = x chama-se* ***função identidade*** *quando a = 1 e b = 0, para todo x ϵ ℝ*

Figura 12: Gráfico da função f(x) = x



Fonte: Acervo do Autor

3.6. Zero ou Raiz da Função Afim

Definição: *Todo número real x que pertence ao domínio da função f e valida a equação f(x) = 0 é denominado* ***zero ou raiz da função f****.*

Assim, fazendo f(x) = 0, temos:

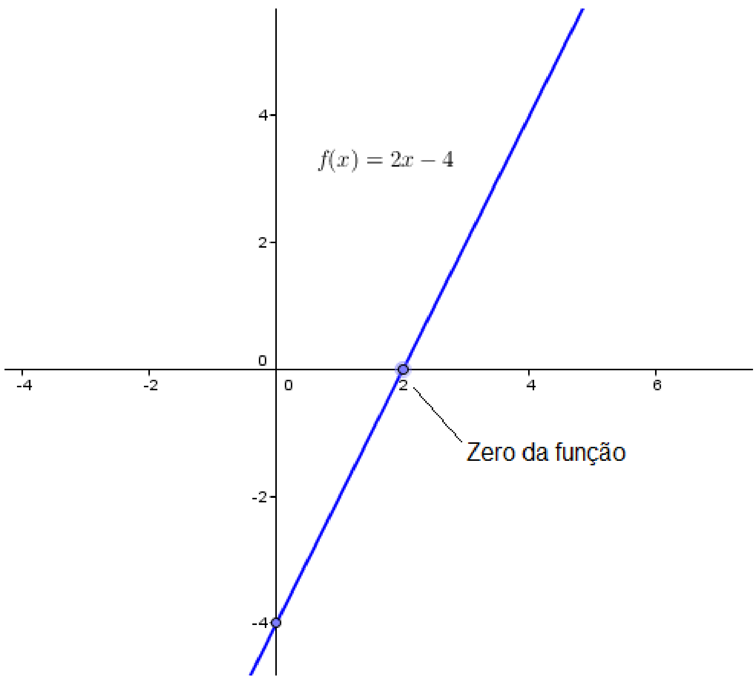
$$0 = ax + b \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

Exemplo:

O zero da função f, tal que f(x) = 2x – 4, é 2, pois: f(2) = 2 . 2 – 4 = 4 – 4 = 0.

Graficamente, o zero da função representa a abscissa em que a reta intercepta o eixo Ox.

Figura 13: Gráfico da função f(x) = 2x - 4



Fonte: Acervo do Autor

3.7. Crescimento e Decrescimento

Como mencionado anteriormente, o gráfico da função afim f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ do tipo f(x) = ax + b é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy. A inclinação dessa reta em relação ao eixo das abscissas depende do valor do coeficiente *a*, que é chamado de coeficiente angular da reta. Assim, há duas possibilidades para o valor de *a*:

1º caso: Quando a > 0.

Quando aumentamos o valor de x, os correspondentes valores de f(x) também aumentam. Portanto, a função é crescente.

De modo geral, se $x_2 > x_1 \Rightarrow ax_2 > ax_1 \Rightarrow ax_2 + b > ax_1 + b$, ou seja, $f(x_2) > f(x_1)$.

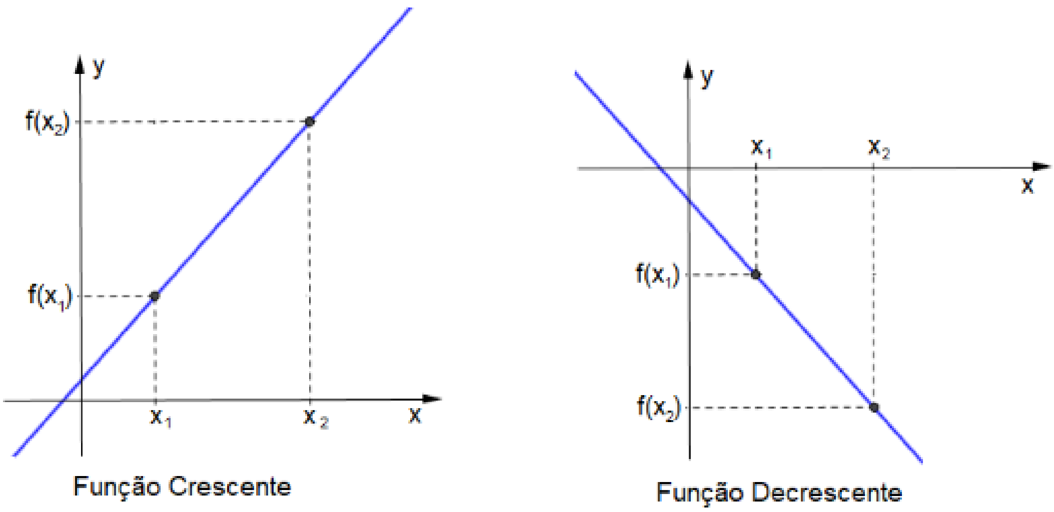
2º caso: Quando a < 0.

Quando aumentamos o valor de x, os correspondentes valores de f(x) diminuem. Portanto, a função é decrescente.

De modo geral, se $x_2 > x_1 \Rightarrow ax_2 < ax_1 \Rightarrow ax_2 + b < ax_1 + b$, ou seja, $f(x_2) < f(x_1)$.

A figura abaixo mostra, respectivamente, os gráficos das funções crescente e decrescente.

Figura 14: Gráfico das funções Crescente e Decrescente



Fonte: Acervo do Autor

3.8. Estudo do Sinal da Função

Como vimos, seja uma função f: ℝ → ℝ do tipo f(x) = ax + b, o valor de *f* se anula em x = $\frac{-b}{a}$. Daí, devemos observar os intervalos no domínio para os quais a função *f* é positiva ou negativa. Assim, vamos analisas quando a função é crescente (a > 0) ou quando ela é decrescente (a < 0).

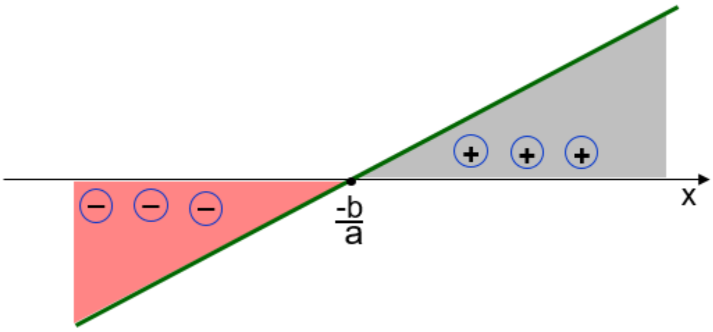
Devemos considerar dois casos:

1º caso: Para a > 0

$$f(x) = ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b \Leftrightarrow x > \frac{-b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \Leftrightarrow ax < -b \Leftrightarrow x < \frac{-b}{a}$$

Figura 15: Gráfico para o estudo do sinal da função para a > 0



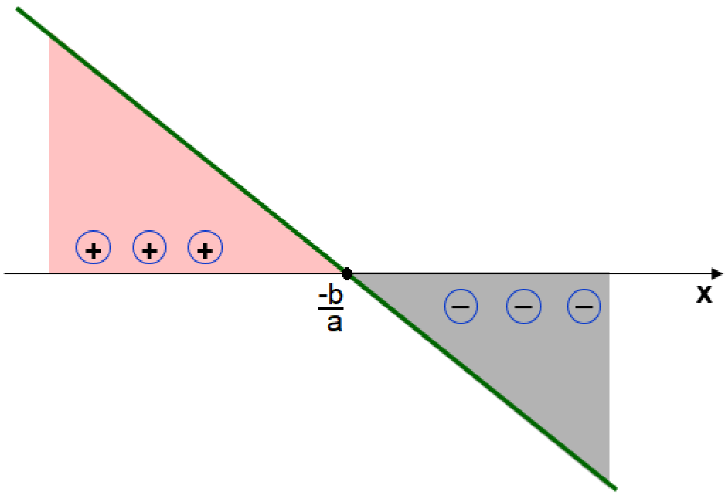
Fonte: Acervo do Autor

2º caso: Para a < 0

$$f(x) = ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b \Leftrightarrow x < \frac{-b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \Leftrightarrow ax < -b \Leftrightarrow x > \frac{-b}{a}$$

Figura 16: Gráfico para o estudo do sinal da função para a < 0



Fonte: Acervo do Autor

Exemplos:

a) Estudar os sinais da função f(x) = 3x – 6.

Resolução:

O zero da função f é dado por:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$$

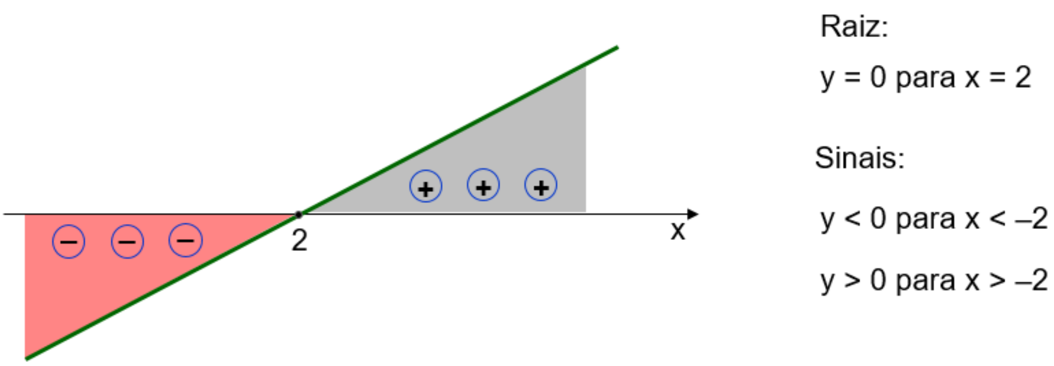
Como a = 3, temos que a > 0 e –a < 0.

Logo:

Para x > 2 ⇒ f(x) > 0 (sinal de a)

Para x < 2 ⇒ f(x) < 0 (sinal de -a)

Figura 17: Estudo do sinal da função f(x) = 3x - 6



Fonte: Acervo do Autor

b) Estudar os sinais da função g(x) = -2x + 8

Resolução:

O zero da função f é dado por:

$$f(x) = 0 \Rightarrow -2x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

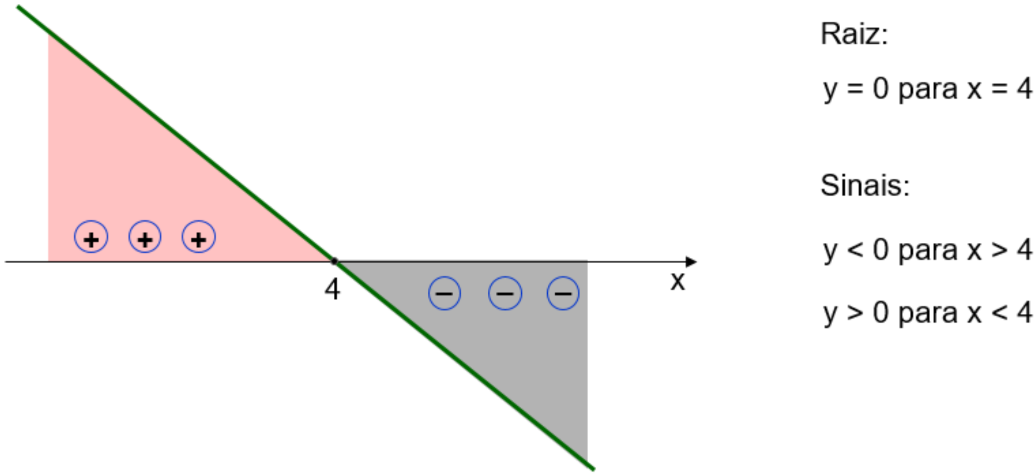
Como a = -2, temos que a < 0 e –a > 0.

Logo:

Para x > 4 ⇒ f(x) < 0 (sinal de a)

Para x < 4 ⇒ f(x) > 0 (sinal de -a)

Figura 18: Estudo do sinal da função g(x) = -2x + 8



Fonte: Acervo do Autor

4. APLICAÇÃO DA OFICINA

4.1. Primeira Etapa – Situações-Problemas

4.1.1. Procedimentos

No primeiro momento de interação com os alunos, o objetivo foi fazer uma breve explanação sobre o teor do trabalho, deixando claro para eles quais os princípios norteadores e perspectivas que o autor considerou relevantes para a produção do mesmo, assim como, apresentar as propostas de trabalho dentro das oficinas, na tentativa de instigar a curiosidade e a participação de todos os envolvidos.

No segundo momento, aplicou-se um questionário com situações-problema relacionadas a Função Afim. Para a análise dos resultados obtidos por cada participante, esse questionário foi elaborado com base nos descritores do SIMAIS supracitados, sendo avaliado de maneira qualitativa o conjunto de ideias e procedimentos usados na resolução de cada questão, para que se pudesse compreender o quanto as habilidades adquiridas pelos estudantes estavam relacionadas com esses descritores. Também foi levado em consideração a recomendação de que cada item avalie apenas um descritor, ou seja, avaliar apenas uma habilidade. Além disso, no final do enunciado de cada item aparecerá o código do descritor associado para facilitar sua identificação. Os códigos são os seguintes:

D06 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

D18 - Reconhecer a expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.

D19 - Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.

D20 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

D21 - Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.

D23 - Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.

Diante disso, as relações existentes entre a matemática e as outras áreas do conhecimento, assim como suas aplicações no cotidiano das pessoas, como comentado em trechos anteriores do trabalho, levaram a uma reflexão sobre o que seria interessante discutir para iniciar essa primeira parte da oficina. Nesse sentido, voltando-se o olhar para a importância do ensino interdisciplinar, escolheu-se levantar um questionamento sobre um problema simples de Física, onde se apresentam conceitos gerais da Função Afim. Com essa escolha pretende-se obter uma interação e motivação maior dos estudantes.

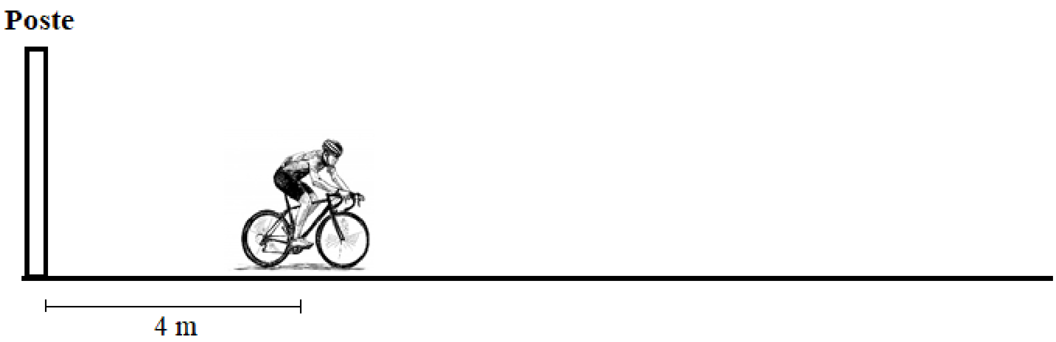
Como foi visto até agora, a ideia central desse trabalho além de discutir as metodologias de ensino, é sugerir alternativas diversas que possam contribuir para uma melhoria da aprendizagem dos estudantes. Assim, nada melhor que iniciar com uma discussão de certa situação do cotidiano, envolvendo a modelagem.

A intenção aqui, é que aconteça a construção do conhecimento matemático sem a presença de conceitos pré-estabelecidos sobre o assunto. É dar a liberdade para que os alunos discutam e formulem hipóteses sobre os problemas propostos, afim de encontrar suas possíveis soluções.

4.1.2. Situação Proposta 1

Como estudado na Física, o movimento de um corpo ocorre quando ele muda de posição (S), em relação a um referencial, com o passar do tempo (t). Se esse movimento apresenta uma variação de posições de maneira uniforme, em intervalos de tempo iguais, é denominado movimento retilíneo uniforme. Neste caso, o móvel desenvolve uma velocidade constante e, consequentemente, uma aceleração igual a zero. A variação de posições desenvolvidas pelo móvel no decorrer do tempo, é representada matematicamente por uma função, chamada de função horária das posições.

Aplicação: Um ciclista corre com velocidade constante de 12m/s ao longo de uma pista reta. Ao passar pela posição ilustrada na figura abaixo, é acionado um cronômetro que começa a contar o tempo a partir de zero.



Fonte: Acervo do Autor

Observe que, nesse caso, o poste representa a origem das posições, ou seja, posição zero.

Pergunta-se:

a- A que distância do poste estará o ciclista quando o cronômetro marcar 6 segundos? **(D19)**

Uma solução:

Como a velocidade dada é de 12m/s, tem-se que o ciclista percorre 12 metros a cada um segundo. Assim a distância percorrida nesse período é de 12 x 6 = 72 metros. Como ele já estava a uma distância de 4 metros do poste, a resposta para o item é: 72m + 4m = 76m.

b- Em que instante o ciclista passará pelo marco 184m da pista? **(D19)**

Uma solução:

Como o poste representa a posição zero e o início da contagem do tempo se deu quando o ciclista estava no marco 4 m da pista, devemos fazer: 184m – 4m = 180m. Para saber em quanto tempo ele percorreu 180m, basta efetuar a divisão por 12. Logo,

$$\frac{180m}{12m/s} = \ 15\ segundos$$

c- Escreva uma tabela que relacione a posição ***S*** do ciclista na pista e o tempo ***t*** nos primeiros 6 segundos. **(D06)**

Uma solução:

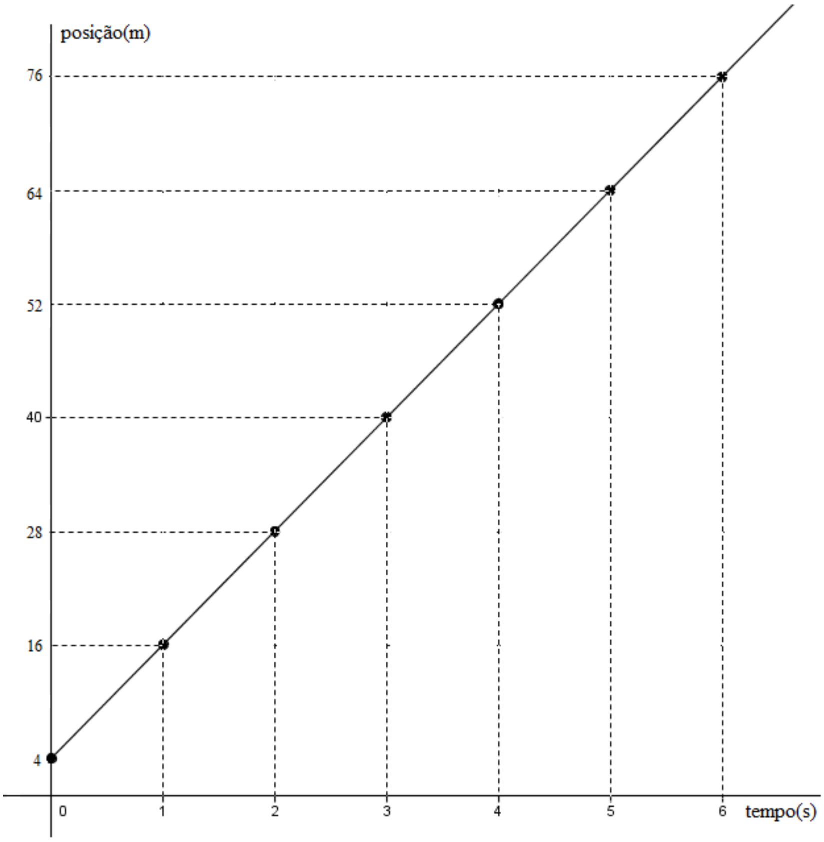
Sabendo que o ciclista se desloca 12 metros a cada segundo, para os 6 primeiros segundos tem-se:

t (s)	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
S (m)	*4*	*16*	*28*	*40*	*52*	*64*	*76*

d- Com os dados obtidos na tabela, construa um gráfico que relacione a posição e o tempo. **(D21)**

Uma solução:

Associando as coordenadas obtidas na tabela anterior, temos:



Fonte: Acervo do Autor

e- O que você observa a partir dos pontos encontrados no gráfico? **(D20)**

Uma solução:

Observa-se que mantendo a velocidade constante, a distância do ciclista em relação ao poste aumenta com o passar do tempo, ou seja, a posição depende do tempo decorrido.

f- Qual a função horária (expressão matemática) que representa a posição do ciclista em relação ao poste em qualquer instante ***t***? **(D18)**

Uma solução:

Seja S a posição do ciclista com o decorrer do tempo t e sabendo que ele se desloca 12 metros por segundo, tem-se que S = 12.t. Porém, no inicio da contagem do tempo ele se encontrava a uma distância de 4 metros do poste. Assim, a posição do ciclista em qualquer instante é dada por: S = 12.t + 4.

g- Qual a distância que o ciclista percorre entre os instantes 5s e 40s? **(D18)**

Uma solução:

A figura mostra a situação proposta.

Fonte: Acervo do Autor

Substituindo o t por 5 e por 40 na expressão encontrada no item anterior, obtêm-se respectivamente:

S = 12 . 5 + 4 = 60 + 4 = 64

S = 12 . 40 + 4 = 480 + 4 = 484.

Calculando a diferença entre as distâncias percorridas temos: 484 – 64 = 420 metros.

4.1.3. Situação Proposta 2

Ter um plano de saúde se tornou algo importante na vida dos brasileiros, seja para preservar a família quando algo ocorrer, ou mesmo para fugir do atendimento público, tão cheio de carências. Ao contratar um plano de saúde, existem os chamados prazos de carência, que são períodos em que alguns procedimentos não poderão ser utilizados.

Disponível em: https://blog.imedicina.com.br/planos-de-saude-mais-usados-artigo-st/. (Adaptado). Acesso em: 29 jan. 2021.

Aplicação: Considere que numa certa cidade exista uma única empresa que trabalha com diferentes planos de saúde e oferecendo os mesmos serviços. Considere também, que uma pessoa pretende contratar um desses planos e que ela deve escolher dentre duas opções: *Plano A* e *Plano B*. Os valores cobrados pelos dois planos são as seguintes:

- ***Plano A:*** cobra-se um valor fixo de R$ 180,00 por mês e R$ 20,00 por consulta num certo período de carência.
- ***Plano B:*** cobra-se um valor fixo de R$ 120,00 e R$ 25,00 por consulta num certo período de carência.

Seja $x \geq 0$ o número de consultas que essa pessoa e/ou familiares realizam por período. Com base nos valores cobrados em cada plano, pede-se:

a) Discuta com seus colegas sobre cada plano. É possível determinar qual deles é mais vantajoso? **(D19)**

Uma solução:

Nesse item, espera-se que os alunos observem que não se pode saber qual dos dois planos é o mais vantajoso sem que se conheça o número de consultas realizadas num certo período.

b) Através de tentativas, encontre valores para os quais o plano A é mais vantajoso (barato) que o plano B. Faça o mesmo pra verificar a partir de quantas consultas o plano B é mais vantajoso que o plano A. Quando ambos terão o mesmo custo? **(D19)**

Uma solução:

Seja x o número de consultas, vamos atribuir alguns valores:

Para ***x = 5****, temos:*

Plano A: 180 + 20.5 = 180 + 100 = 280 reais

Plano B: 120 + 25. 5 = 120 + 125 = 245 reais (vantagem do Plano B)

Para ***x = 10****, temos:*

Plano A: 180 + 20.10 = 180 + 200 = 380 reais

Plano B: 120 + 25.10 = 120 + 250 = 370 reais (vantagem do Plano B)

Para ***x = 12****, temos:*

Plano A: 180 + 20.12 = 180 + 240 = 420 reais

Pano B: 120 + 25.12 = 120 + 300 = 420 reais (valores iguais)

*Para **x = 13**, temos:*

Plano A: 180 + 20.13 = 180 + 260 = 440 reais

Plano B: 120 + 25.13 = 120 + 325 = 445 reais (Vantagem do Plano A)

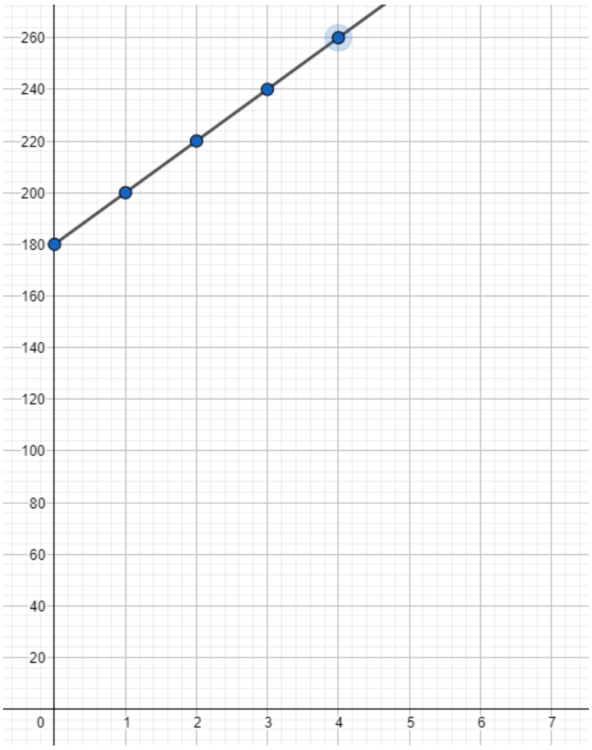
Assim, o que se espera através das tentativas é que os alunos percebam que o Plano A é mais vantajoso (barato) que o Plano B a partir de 13 consultas realizadas. Já o plano B é mais barato quando o número de consultas for menor que 12 e que ambos os planos têm o mesmo custo quando forem realizadas 12 consultas.

c) Atribua alguns valores para x com base nos valores cobrados em cada plano. Com os custos *C* obtidos, esboce, para cada plano de saúde, a relação entre o número de consultas e os custos num plano cartesiano. **(D06)**

Uma solução:

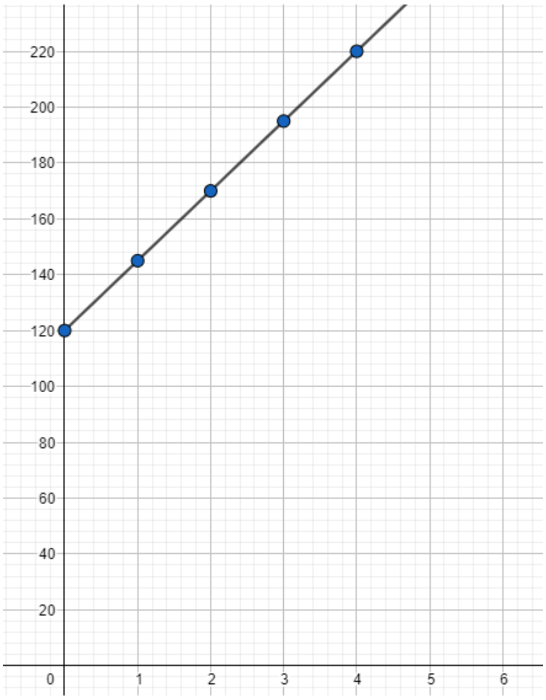
Vamos fazer x = {0, 1, 2, 3, 4} para encontrar os custos em reais nos dois planos. Daí, teremos:

Plano A: C = {180, 200, 220, 240, 260}



Fonte: Acervo do Autor

Plano B: C = {120, 145, 170, 195, 220}



Fonte: Acervo do Autor

d) Escreva uma expressão matemática que corresponde ao custo de cada plano. **(D18)**

Uma solução:

Sendo x o número de consultas e denotando por A(x) o custo do Plano A e por B(x) o custo do Plano B, temos:

A(x) = 180 + 20x e B(x) = 120 + 25x.

e) Iguale as expressões obtidas no item anterior e comprove a resposta do item "b". **(D06)**

Uma solução:

As expressões encontradas foram: A(x) = 180 + 20x e B(x) = 120 + 25x. Fazendo A(x) = B(x), temos:

180 + 20x = 120 + 25x

180 – 120 = 25x – 20x

5x = 60

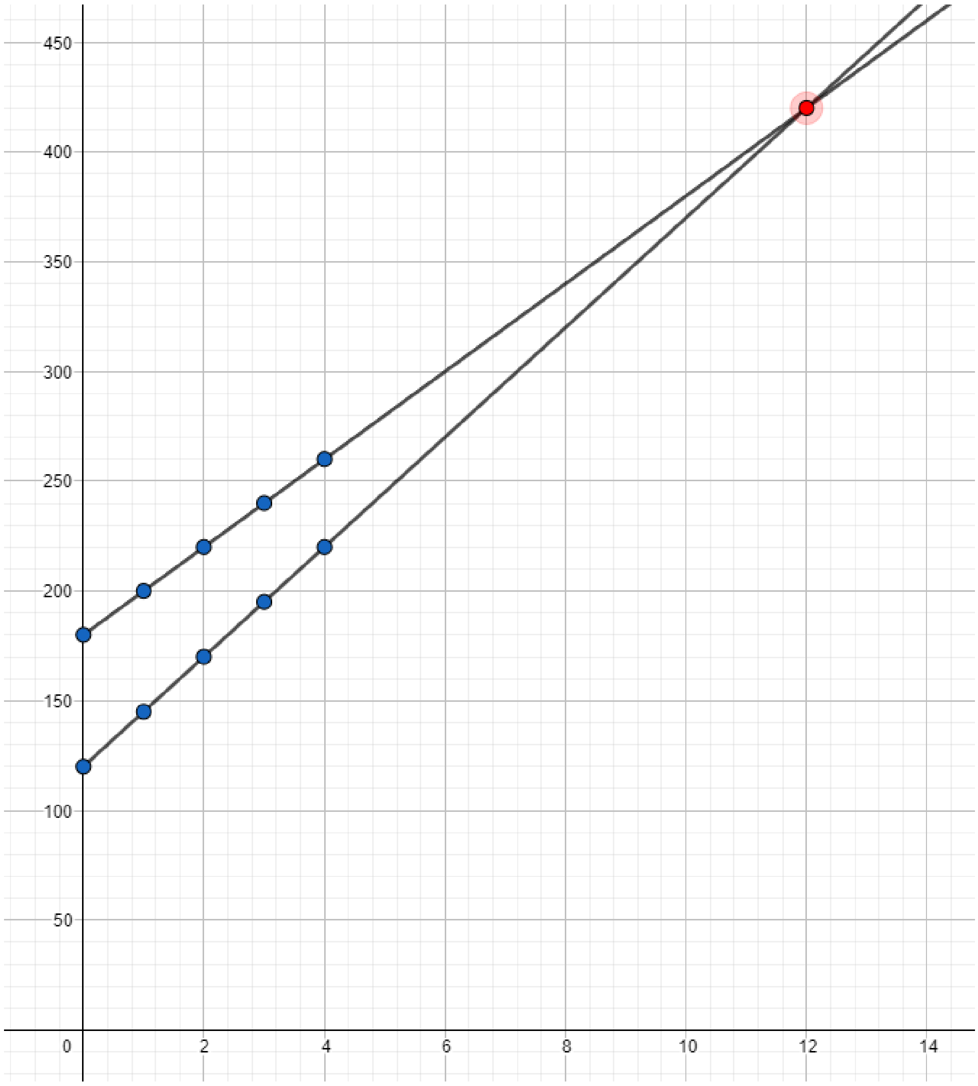
x = 12

f) Esboce geometricamente as funções que representam cada plano de saúde no mesmo sistema de coordenadas. Observe o ponto de intersecção entre os dois gráficos. O que se pode dizer sobre esse ponto? **(D23)**

Uma solução:

Espera-se que os alunos observem que o ponto de intersecção entre os dois gráficos, aqui destacado na cor vermelha, representa o número de consultas realizadas que tornam os custos em ambos os planos iguais. No caso, 12 consultas tem um custo de 420 reais em qualquer dos planos.

Fazendo x = {0, 1, 2, 3, 4}, obtém-se o seguinte gráfico:



Fonte: Acervo do Autor

4.2. Segunda Etapa – Função Afim e Conceitos

4.2.1. Procedimentos

Para o desenvolvimento da segunda parte da oficina, o conteúdo de Função Afim foi abordado seguindo a sequência adotada pelo livro didático utilizado na escola. Entre as exposições de cada tópico, foram trabalhados exemplos e exercícios de aplicações para analisar o nível de aprendizagem dos estudantes. Essa etapa seguiu a estrutura do plano de aula abaixo, desenvolvido com os estudantes da segunda série do ensino médio da Escola Estadual Gilney de Souza, em São Miguel-RN.

GOVERNO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA – SEEC
15ª DIRETORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO – DIRED
ESCOLA ESTADUAL GILNEY DE SOUZA – ENSINO MÉDIO
DISCIPLINA: *Matemática* SÉRIE: 1º Ensino Médio
PROFESSOR: *José Rilke Leite Freire* DURAÇÃO: *6 h/a*

PLANO DE AULA

OBJETIVOS

- Construir o conceito de função afim;
- Identificar uma função afim;
- Resolver situações-problema que envolvam funções afins;
- Analisar o crescimento e decrescimento da função;
- Construir e analisar o gráfico de uma função afim.

CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS

- Função polinomial do 1º grau ou função afim;
- Casos particulares de função afim;
- Taxa de variação da função afim;
- Construção do gráfico da função afim;
- Crescimento e decrescimento de uma função;
- Zero da função afim;
- Estudo do sinal da função pelo gráfico.

RECURSOS NECESSÁRIOS

- Internet;
- Computadores;
- Mesa digitalizadora;
- Tablets;
- Smartphones;
- Livros digitais;
- Livro didático.

METODOLOGIA

As aulas serão expositivas e dialogadas a partir da utilização do Google Meet. A princípio será apresentado o conteúdo aos estudantes sempre fazendo um paralelo com situações do cotidiano que envolvem o objeto de estudo; em seguida serão trabalhados exemplos de aplicações e resolução de listas de exercícios. Ferramentas como o YouTube e o aplicativo WhatsApp também serão utilizados para o auxílio nas eventuais dúvidas dos estudantes.

AVALIAÇÃO

A avaliação será de acordo com a compreensão dos assuntos abordados, interesse e participação dos estudantes nas atividades, assiduidade e resolução da lista de exercícios propostos nas aulas.

REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar, 1: Conjuntos, Funções. – 9. ed. – São Paulo: Atual, 2013.

LEONARDO, Fabio Martins de. Conexões com a Matemática. – 3 ed. – São Paulo: Moderna, 2016.

4.3. Terceira Etapa – A Função Afim na Calculadora Gráfica GeoGebra

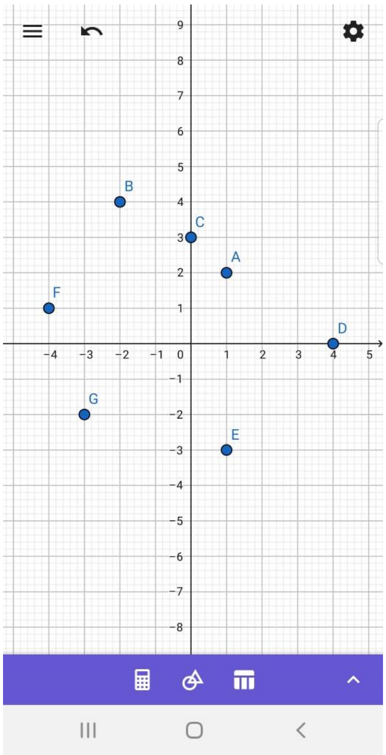
4.3.1. Procedimentos

Para evitar problemas com possíveis dificuldades na utilização do aplicativo, num primeiro momento da oficina foram apresentadas algumas das suas funcionalidades, a partir da apresentação pelo Google Meet, falando-se um pouco sobre a estrutura do software e, em seguida, foi solicitado que os alunos explorassem alguns comandos básicos para se familiarizarem com o aplicativo.

Para essa proposta de atividade com o software, foi elaborada uma sequencia de procedimentos a serem seguidos para que se possa analizar os conceitos estudados na etapa anterior.

Passo 1: Criar os pontos A(1, 2), B(-2, 4), C(0, 3), D(4, 0), E(1, -3), F(-4,1) e G(-3, -2). No campo de entrada, os pontos devem sempre ser digitados entre parenteses e são nomeados automaticamente pelo aplicativo, na ordem em que são criados. Para isso, basta clicar na tecla ENTER, também representada por uma seta para a esquerda, após a digitação. Dessa forma, os estudantes podem visualizar a posição de cada ponto no plano de acordo com as suas coordenadas.

Figura 19: Coordenadas dos pontos A, B, C, D, E, F e G no plano cartesiano



Fonte: Acervo do Autor

No menu superior esquerdo é possível limpar, abrir um arquivo, gravar seu trabalho, compartilhar, entre outros. Clique em gravar e salve o seu trabalho.

Questionamento 1:

a) Qual o valor de x no ponto E?

Uma resposta: *tem-se x = 1.*

b) Em qual quadrante está localizado o ponto B? E o ponto G?

Uma resposta: *o ponto B pertence ao 2º quadrante e o ponto G pertence ao 3º quadrante.*

c) Qual ponto pertence ao eixo das abscissas? E ao eixo das ordenadas?

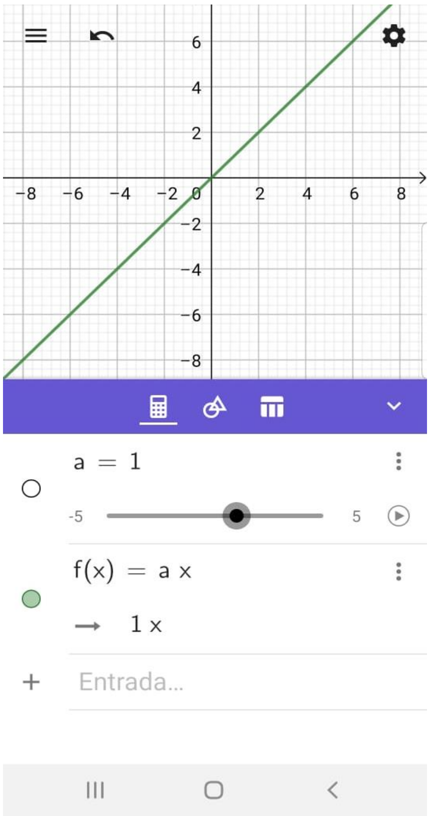
Uma resposta: *o ponto D pertence ao eixo das abscissas e o ponto C pertence ao eixo das ordenadas.*

d) Qual o valor de y no ponto F?

Uma resposta: *tem-se y = 1.*

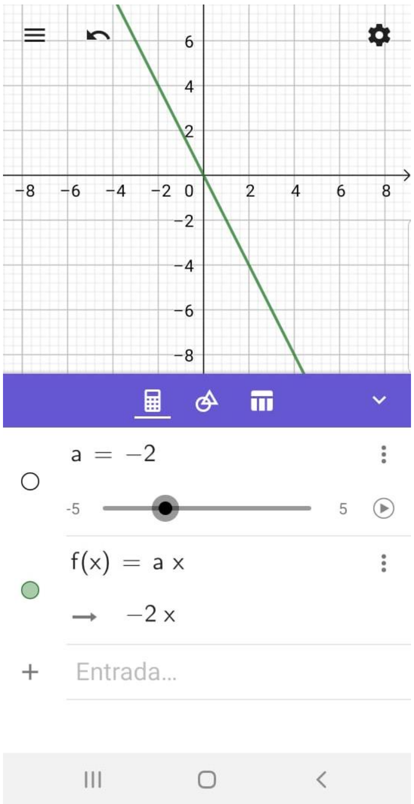
Passo 2: Criar um seletor "a" variando de -5 a 5. Basta digitar a letra "a" no campo de entrada e clicar em ENTER. Após isso, clica-se nos três pontinhos do lado direito da tela e, no menu configurações, escolhe-se o incremento 1 (intervalo de variação de um em um) para facilitar a visualização. Ainda no campo de entrada, digita-se "ax" para que a função f(x) = ax seja criada, de forma que os alunos possam observar a relação entre x e y de acordo com a variação do valor do seletor "a". Para verificar o comportamento do gráfico, vamos fazer a = -2, a = 0 e a = 3. Após isso, clique em gravar e salve seu trabalho.

Figura 20: Criação do seletor "a" e da função f(x) = ax



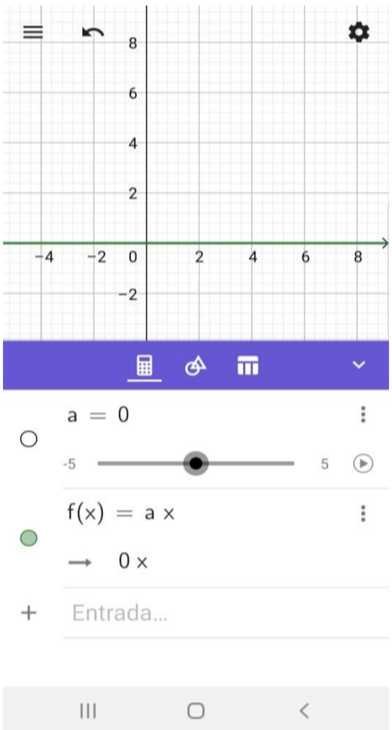
Fonte: Acervo do Autor

Figura 21: Variação do seletor para a = -2



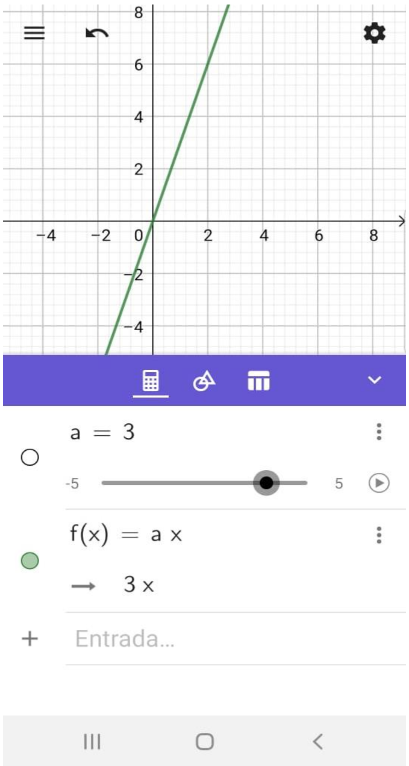
Fonte: Acervo do Autor

Figura 22: Variação do seletor para a = 0



Fonte: Acervo do Autor

Figura 23: Variação do seletor para a = 3



Fonte: Acervo do Autor

Questionamento 2:

a) Qual a relação existente entre x e y quando a = 1?

Uma resposta: *a função será y = x, ou seja, função identidade.*

b) Fazendo a = -2, qual o valor da função para x = -2? E para x = 4?

Uma resposta: *f(-2) = 4 e f(4) = -8.*

c) Quando o gráfico da função coincide com o eixo Ox?

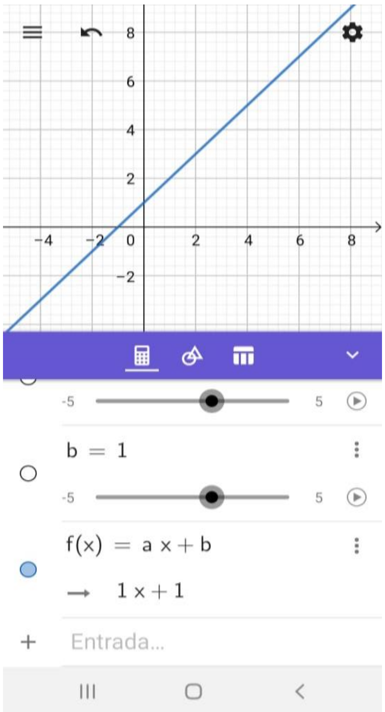
Uma resposta: *quando a função f for dada por f(x) = 0, ou seja, quando a = 0.*

d) O que se pode observar em relação ao gráfico da função para qualquer valor de "a" na função f(x) = ax?

Uma resposta: *o gráfico da função sempre passa pela origem, pois a função é linear.*

Passo 3: Criar a função f(x) = ax + b. No campo de entrada, digita-se ax + b e clica-se na tecla ENTER. Edite os incrementos de “a” e “b” para 1 para facilitar a visualização gráfica. A função f(x) = ax + b será criada inicialmente para a = 1 e b = 1.

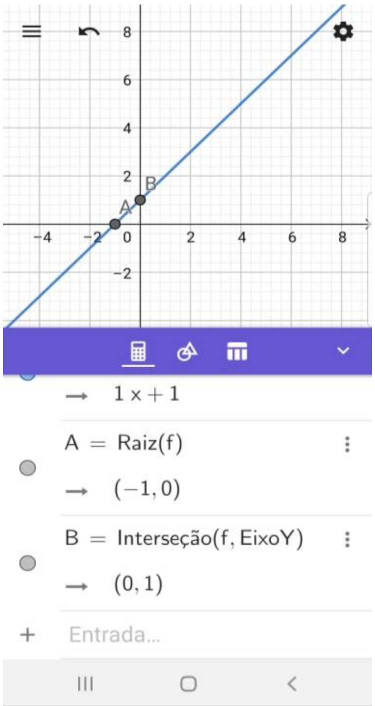
Figura 24: Criação da função f(x) = ax + b



Fonte: Acervo do Autor

Passo 4: Clicar nos três pontinhos do lado direito da função e selecionar a opção “Pontos Especiais”, que destaca a raiz da função e o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas. Após isso, salve o seu trabalho com um novo nome.

Figura 25: Pontos especiais da função



Fonte: Acervo o Autor

Passo 5: Deslize os seletores “a” e “b” para alterar seus valores. Após estes três passos,clique em gravar e salve o seu trabalho.

Questionamento 3:

a) Deslise o seletor “a” e faça a = 0. O que podemos dizer em relação a posição da reta e o eixo Ox nesse caso? Qual o tipo de função obtida?

Uma resposta: *a reta estará na posição horizontal. A função será constante.*

b) Quais os pontos de intersecção com os eixos Ox e Ou quando a = 1 e b = 2? O que esses pontos indicam? A função obtida é crescente ou decrescente?

Uma resposta: *os pontos são (-2, 0) e (0, 2) respectivamente. Esses pontos indicam o zero da função e a intersecção com o eixo Oy. A função será crescente pois a > 0.*

c) Agora faça a = -2 e b = 4. Quanto vale o zero da função? O gráfico obtido é de uma função crescente ou decrescente?

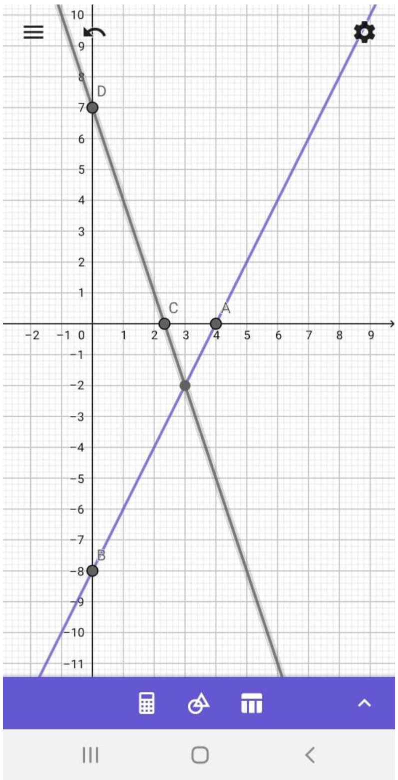
Uma resposta: *o zero da função é dado por x = 2. A função será decrescente.*

d) Altere o valor de “a” para 3 e de “b” para 0. Escreva a função obtida. Qual o valor do zero da função?

Uma resposta: *a função é dada por f(x) = 3x. Nesse caso, o zero da função é x = 0.*

Passo 6: No campo de entrada, digite as funções f(x) = 2x – 8 e g(x) = -3x + 7 e clique na tecla ENTER. Observe que os pontos A e B e os pontos C e D representam as intersecções com os eixos x e y das funções f(x) e g(x) respectivamente. Clique no ponto de intersecção entre as duas retas. A tela apresentará um ponto cujo as coordenadas são (3, -2). Salve o seu trabalho.

Figura 26: Gráfico das funções f(x) = 2x – 8 e g(x) = -3x + 7



Fonte: Acervo do Autor

Questionamento 4:

a) Determine as coordenadas dos pontos A, B, C e D.

Uma resposta: *as coordenadas são: A(4, 0), B(0, -8), C(7/3, 0) e D(0, 7).*

b) Observe o ponto de intersecção entre essas retas. Como é possível determinar algebricamente as coordenadas desse ponto?

Uma resposta: *para obter o ponto de intersecção entre as retas pode-se resolver o sistema formado pelas duas equações ou simplesmente igualá-las para descobrir o valor de x e, em seguida, substituir numa delas e encontrar o valor de y.*

Passo 7: No campo de entrada insira dois seletores (coeficientes) "a" e "b". Em seguida insira a função f(x) = ax + b e clique em ENTER. Analise as modificações que ocorrem em função da variação dos valores dos coeficientes.

Questionamento 5:

a) Quando a reta será paralela ao eixo Ox?

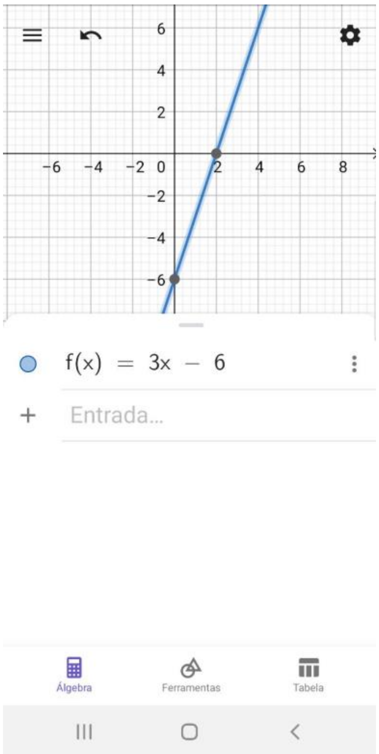
Uma resposta: *sempre que a função for constante, ou seja, quando tivermos a = 0.*

b) O que indica o coeficiente "b"? E o coeficiente "a"?

Uma resposta: *o coeficiente "b" indica a ordenada em que a reta intercepta o eixo Oy, chamado de coeficiente linear e "a" é o coeficiente angular ou declividade da reta.*

Passo 8: Insira a função f(x) = 3x – 6 e clique em ENTER. O gráfico da função será gerado. Com base nele, resolva o questionamento abaixo:

Figura 27: Gráfico da função f(x) = 3x – 6



Fonte: Acervo do Autor

Questionamento 6:

a) Qual o zero (raiz) da função?

Uma resposta: *o zero da função é dado por x = 2.*

b) Determine os valores da função para x = 3, x = 4 e x = 5. Faça o mesmo para x = 1, x = 0 e x = -1.

Uma resposta: *tem-se f(3) = 3, f(4) = 6, f(5) = 9, f(1) = -3, f(0) = -6 e f(-1) = -9.*

c) O que se observa em relação aos valores da função para x = 2, x > 2 e x < 2?

Uma resposta: *para x = 2, f(x) = 0; para x > 2, f(x) > 0 e; para x < 2, f(x) < 0.*

d) Faça o estudo do sinal da função g(x) = -2x + 8.

Uma resposta: *o zero da função é dado por x = 4 e a função é decrescente. Assim, para x < 4, f(x) > 0; para x = 4, f(x) = 0 e; para x > 4, f(x) < 0.*

4.4. Análise dos Resultados

A ideia de realizar uma oficina envolvendo o estudo da Função Afim partiu das observações constantes em que ficam evidentes as dificuldades dos alunos em interpretar e elaborar estratégias na resolução de problemas. Como o conhecimento das funções engloba grande parte do currículo dos estudantes do ensino médio, essas dificuldades em compreender as funções de primeiro grau acabam contribuindo para uma aprendizagem insuficiente dos assuntos seguintes, como a função quadrática e, principalmente, as funções exponenciais e logarítmicas. Sendo um assunto base para a sequência do estudo das funções, tanto a Modelagem Matemática quanto o aplicativo matemático citado, foram usados como ferramentas de intervenção pedagógica, na tentativa de melhorar a aprendizagem dos estudantes.

A primeira etapa da oficina foi realizada com a participação de cento e vinte estudantes, todos alunos da segunda série do ensino médio da escola citada. É importante justificar que apesar do assunto geralmente ser trabalhado nas primeiras séries do ensino médio e que, inclusive, uma das ideias centrais deste trabalho era focar nessa série, alguns fatores contribuíram para a alteração do público-alvo. Inicialmente, é necessário ressaltar que no ano anterior, em 2020, ano em que todos os estudantes envolvidos na pesquisa cursavam a primeira série do ensino médio, em razão da pandemia pela COVID-19, as aulas ministradas na escola sobre Função Afim, assim como todas as outras, ocorreram de forma remota e, em sua grande maioria, através de vídeo-aulas com pouca interação com os alunos, devido também ao fato de muitos alunos não terem o telefone celular ou o acesso à internet, refletindo negativamente na sua aprendizagem. Em 2021, novamente iniciamos o ano letivo de forma remota. Assim, um segundo fator que contribuiu para a mudança na série de aplicação da oficina foi o fato de que o autor não trabalharia nas turmas de primeiro ano, logo, seria muito complicado usar o espaço na aula dos outros professores para a realização da atividade em questão, tendo-se em vista os problemas estruturais que permeiam as aulas remotas.

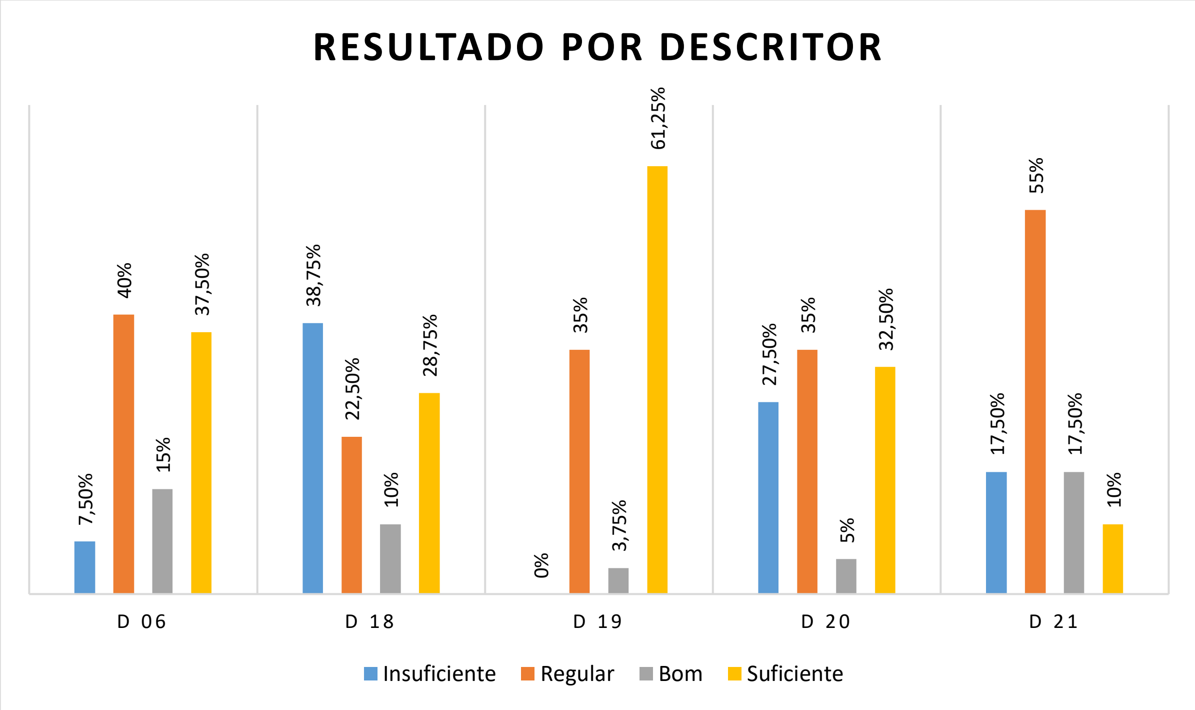
Diante disso, a oficina foi iniciada a partir de uma breve explanação sobre o trabalho que estava sendo desenvolvido. A princípio, vários alunos mostraram bastante interesse em participar, principalmente quando souberam que iriam usar aplicativos para estudar matemática. Assim, a etapa 1 da oficina foi apresentada e orientada aos estudantes, comentando-se um pouco sobre a ideia daquela atividade, com luz à Modelagem Matemática. Porém, vários não conseguiram entender como deveriam proceder na resolução dos dois problemas propostos, mesmo após uma orientação detalhada. Buscando contornar isso, usou-se um momento da aula seguinte para explicar aos estudantes novamente o teor da atividade, acarretando uma ampliação do prazo de entrega da mesma.

Como citado em páginas anteriores, cada questão dos problemas propostos foi elaborada na intenção de relacioná-la com algum dos descritores do SIMAIS e analisadas qualitativamente. Os estudantes procuraram resolver as questões e posteriormente postaram suas respostas na plataforma do Google Sala de Aula, usada constantemente por todos da escola.

A partir da análise individual de cada resposta, elaborou-se uma escala para uma possível avaliação dos resultados. Como a intenção não era atribuir uma nota, mas sim, avaliar o quanto os conhecimentos dos estudantes se aproximavam das habilidades buscadas em cada questão, pensou-se em classificar as respostas como insuficiente, regular, bom e suficiente. A classificação como insuficiente indica que a resposta não apresenta nenhuma relação com o esperado, neste caso, o estudante apresentou carência em relação a habilidade buscada no item; já a classificação como regular, indica uma aproximação das ideias usadas na resolução, mas demandam um reforço por não demonstrar um desenvolvimento adequado da habilidade prevista; as classificadas como bom, mostram que o estudante apresentou ideias bem próximas do que se espera, cometendo pequenos erros nas respostas, mostrando um nível considerável na habilidade buscada; finalmente, a classificação como suficiente está relacionada as respostas que apresentaram os conhecimentos esperados, atingindo um patamar essencial na habilidade prevista.

Desse modo, após a análise qualitativa das respostas dos estudantes, obteve-se os gráficos referentes a cada situação proposta, observando-se o desempenho geral nas respostas dos problemas baseados nas habilidades pretendidas pelos descritores.

Gráfico 1: Resultados por descritor da primeira situação proposta

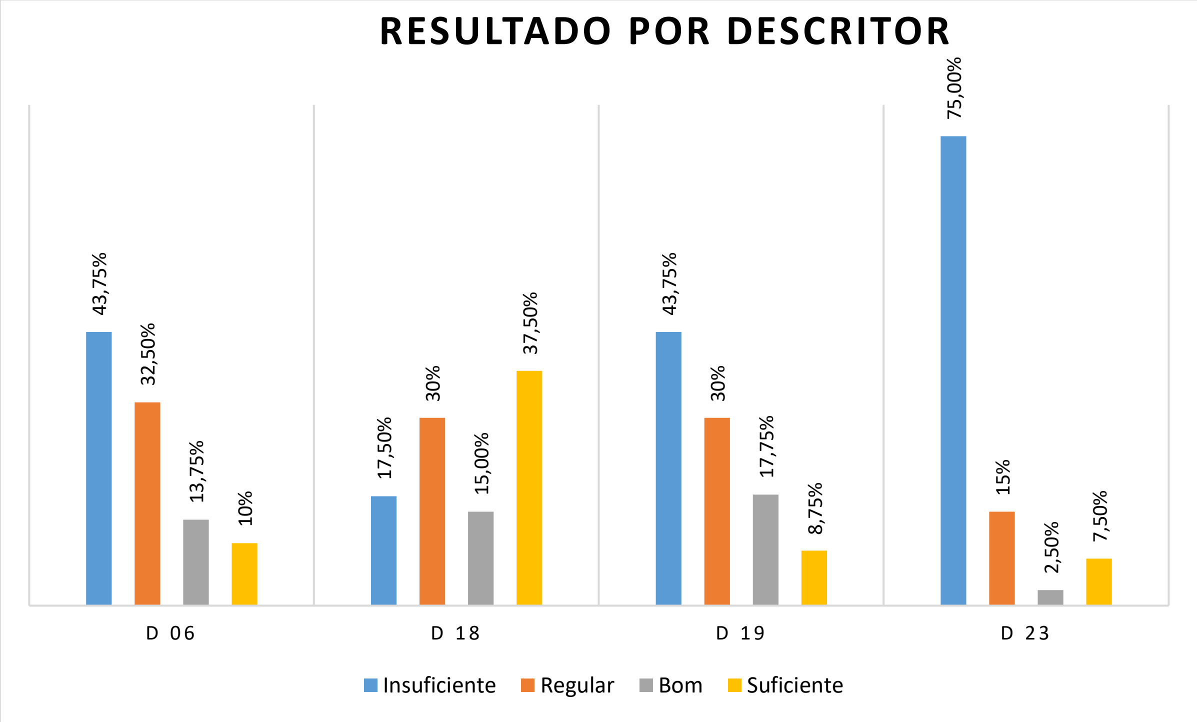


Fonte: Acervo do Autor

Pelo gráfico percebe-se que o descritor D19, que se refere a resolução de problemas envolvendo uma função de 1º grau é o que apresentou melhor resultado na primeira questão, seguido do descritor D06, referente a localização de pontos no plano cartesiano. Se tratando ainda do descritor D06, constatou-se que muitos alunos erraram a localização do ponto (0, 4) que representava a posição do ciclista no início da contagem pelo cronômetro. Como localizavam o ponto numa posição incorreta, acabavam não obtendo o gráfico corretamente, interferindo no resultado e, consequentemente, no desempenho esperado pelo descritor D21.

O reconhecimento de uma expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela, descritor D18, foi o que apresentou o mais baixo desempenho. Nesses itens, percebeu-se que os estudantes atribuíram valores ao tempo, deixando de usar a variável “t” na expressão. Por fim, o descritor D20 buscava que o aluno percebesse que a distância percorrida pelo ciclista aumentava dependendo do tempo, ou seja, era uma função do tempo, fato observado por 32,5% dos estudantes que acertaram o item integralmente.

Gráfico 2: Resultados por descritor da segunda situação proposta



Fonte: Acervo do Autor

Por se tratar de duas funções, a segunda situação proposta não apresentou bons resultados no geral, como a primeira. Os alunos ficaram confusos na localização dos pontos tanto nos planos cartesianos individuais, como no plano que deveria conter as duas funções, retratando os 43,75% de insuficiência no descritor D06 deste quesito.

Perceber que não era possível determinar previamente qual dos planos de saúde era o mais vantajoso foi um problema de quase metade dos alunos. Verificar que para doze consultas ambos os planos tinham o mesmo custo e que abaixo e acima desse valor, a vantagem seria do plano B e do plano A, respectivamente, foi uma das principais dificuldades dos estudantes, refletindo no baixo desempenho em relação ao descritor D19.

Já o reconhecimento da expressão que representava o custo de cada plano de saúde, descritor D18, teve um índice de acertos significativo, tendo o melhor resultado dos itens do problema. Referindo-se ao descritor D23, a construção do gráfico das duas funções no mesmo plano cartesiano foi um desafio que apenas nove estudantes superaram, correspondendo aos 2,5% descritos no gráfico acima. Após a análise qualitativa desses resultados, na aula seguinte foi feita uma discussão com os alunos apresentando as possíveis respostas para cada problema.

Na segunda etapa da oficina, foi elaborado um roteiro de aulas sobre o assunto. Através de apresentações no Power Point, foi feita a explanação dos conteúdos definidos no plano de aula e, em seguida, cada material foi disponibilizado para os alunos. Durante a explicação de cada tópico, eram resolvidos exemplos de aplicação, sempre fazendo comparação com as questões aplicadas na primeira etapa. Ao final de cada uma das seis aulas ministradas eram encaminhados exercícios de fixação com posterior correção na aula seguinte. Nesses momentos de explanação do conteúdo, houve uma participação mais efetiva dos estudantes, no sentido de que conseguiam observar quais foram os erros cometidos na resolução dos dois problemas iniciais.

O início da terceira etapa com o uso do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra gerou um pouco de desconfiança. Os alunos mostravam-se apreensivos e de certa forma, pessimistas, contrariando o interesse demonstrado na apresentação do trabalho. O fato da maioria nunca ter trabalhado com um aplicativo de matemática foi preponderante e, além disso, o ensino de forma remota atrapalhou na interação entre professor e aluno, pois explicar como usar o aplicativo e ter a atenção dos estudantes tornou-se muito complicado, tendo-se em vista que mais de 95% destes só tinham um aparelho e deveriam manusear o aplicativo e seguir as orientações dadas ao mesmo tempo.

A princípio, as dúvidas eram em relação ao uso do aplicativo. Na intenção de minimizá-las, foi gravado um breve tutorial e postado na plataforma do Google Sala de Aula de cada turma para que os estudantes pudessem acessar quando necessitassem. Os passos de como inserir um ponto, inserir uma função e alterar o valor do incremento foram algumas das observações feitas no tutorial. Outra dificuldade que se tornou comum entre os estudantes foi conseguir entender corretamente o enunciado de cada questão e associar o que ela pedia com aquilo que obtinham no aplicativo. Diante disso, estendeu-se um pouco mais a duração da atividade, elaborando-se um questionário com questões semelhantes àquelas propostas na atividade. Usando-se o aplicativo através da sua versão online no computador, mostrou-se alguns dos passos sugeridos para cada questão e, com o Power Point, ia-se resolvendo cada item. Após essas resoluções similares, os alunos se mostraram mais confiantes em resolver os seis questionamentos propostos na oficina.

No primeiro questionamento, que tratava das coordenadas dos pontos no plano cartesiano, as respostas dos oitenta e quatro estudantes que participaram dessa etapa da oficina foram muito satisfatórias, atingindo a média de 82% de acertos no geral. Reconhecer o tipo de função e o valor da função para diferentes valores da variável *x* também apresentou um bom índice de acertos, de modo que 63% acertaram a segunda questão. Na questão 3, a dificuldade maior foi relacionada a observação do zero da função a partir do gráfico da função *f* dada por f(x) = -2x + 4, erro cometido por 75% dos alunos. Nos demais itens da questão, a média de acertos foi de 66%.

Os resultados obtidos nas três últimas questões foram, no geral, insuficientes. O desempenho mostrado pelos estudantes nos exercícios da etapa anterior, no que diz respeito ao cálculo do zero da função e ao estudo do sinal da função, esteve longe do alcançado. Em média, apenas 34% dos participantes tiveram êxito na resolução destes itens. Com relação a obtenção das coordenadas dos pontos no plano, que inclusive, atingiu bom resultado na primeira questão, apenas metade das respostas do questionamento 4-a (determinar as coordenadas dos pontos A, B, C e D), foram corretas. Ao final da análise desses resultados, mais uma vez foi feita uma discussão com os estudantes, apresentando-se as respostas corretas para cada item, pois como o conteúdo em questão estava sendo trabalhado no horário normal das aulas, estaria presente numa futura atividade avaliativa dentro do bimestre.

A conclusão a partir das conversas com os estudantes após aplicação da oficina com o aplicativo, é que o fato de não ter havido um acompanhamento presencial contribuiu negativamente para a obtenção de melhores resultados. A orientação das atividades e do uso da calculadora gráfica no ensino online não foram suficientes para que eles pudessem compreender melhor o que era proposto. Deste modo, diante da realidade na qual estamos ministrando as aulas e de todos os empecilhos que diariamente nos deparamos nesse ensino remoto, com a falta de estrutura, de presencialidade e de melhores condições para os estudantes assistirem às aulas, percebeu-se que boa parte dos estudantes tiveram ideias interessantes durante a resolução dos problemas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino-aprendizagem de matemática é motivo de discussão desde muito tempo. As metodologias de ensino e as dificuldades enfrentadas pelos estudantes permeiam as reuniões pedagógicas, os encontros de formações de professores dentre outros. Estudos, troca de ideias e experiências estão sempre presentes quando o objetivo é a busca por estratégias de intervenção que possam potencializar a aprendizagem.

Como se sabe, a educação básica tem o objetivo de assegurar ao estudante o desenvolvimento das competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Dentre essas competências, destacamos aqui a resolução de problemas, onde o domínio de conceitos e procedimentos matemáticos tornam-se fundamentais para que o aluno possa além de resolver problemas, construir modelos em diferentes contextos. Nesse sentido, a tentativa da BNCC é vincular o ensino e aprendizagem ao cotidiano do aluno, deixando de lado a matemática estritamente teórica, de pouca ou nenhuma aplicabilidade na sua vida.

A importância de abordar nas aulas de matemática situações do dia a dia, das demais ciências e do mundo do trabalho, como ressalta Barbosa (2018), se evidencia diante da necessidade que o estudante tem de se apropriar de conceitos e instrumentos matemáticos baseados em experiências variadas, que permitam facilitar a aprendizagem e reforçam o desenvolvimento do raciocínio lógico, possibilitando-o formular e testar conjecturas, avaliando a validade de raciocínios e construir argumentações. Essa proximidade entre o ensino e a realidade certamente tem grande cooperação para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

Diante da constante busca por melhorias no processo de ensino-aprendizagem, diversos pesquisadores voltaram seus olhares à procura de novas metodologias. Tendências de ensino, como a Modelagem Matemática, surgiram a algum tempo com a intenção de amenizar as dificuldades e proporcionar uma melhor compreensão por parte dos estudantes mediante os conteúdos que estudam.

Com as novas metodologias, procura-se eliminar a concepção tradicional de que todo conhecimento matemático do aluno será adquirido na escola ou que ele chega à escola sem qualquer conhecimento prévio sobre conceitos e ideias matemáticas. Sendo assim, a Modelagem Matemática surgiu como uma metodologia alternativa para dar ao estudante a possibilidade de construir seus próprios conhecimentos sobre determinado assunto estudado em sala de aula, a partir de situações vivenciadas em seu cotidiano, os levando a encontrar significado para aquilo que estudam.

Para tanto, o professor deve ser o agente responsável pelo reconhecimento e identificação dos conhecimentos matemáticos já desenvolvidos pelos alunos. Também deve entender que a ideia não é substituir certas metodologias que usa na rotina docente, mas sim, encontrar nessas metodologias de ensino aquelas que estão mais próximas às suas realidades de trabalho e às condições individuais de cada um, e de fato, utilizá-las como estratégia na perspectiva de o estudante compreender as aplicações e as relações que a disciplina tem com o seu cotidiano e com as outas áreas do conhecimento. Desse modo, é preciso que o educador esteja preparado para lidar com as novas ideias e transformações que necessitam ser implementadas na educação, pois em meio a tantas mudanças sociais, econômicas, culturais e tecnológicas, devem adotar posturas inovadoras para buscarem resultados satisfatórios na aprendizagem dos estudantes.

Devido a essas mudanças, tanto os avanços tecnológicos quanto os científicos tornaram-se os principais responsáveis pelas transformações da sociedade, implicando diretamente na vida de todos. A tecnologia em suas distintas configurações e usos, é um agente responsável pelas modificações no cotidiano das pessoas. Daí, é evidente que um vasto emaranhado tecnológico não está ausente da realidade escolar e, agregar o seu uso ao processo de ensino de matemática pode certamente enriquecer a aprendizagem. Sabe-se também que os alunos estão em contato direto com essas tecnologias, tornando-se importante trazê-las para as salas de aula como ferramentas de suporte à metodologia.

A exploração dessas tecnologias na escola possibilita o contato com novas abordagens para o ensino, favorecendo o trabalho nas diversas áreas do conhecimento. O seu bom uso permite a abrangência de várias possibilidades que dinamizam a prática pedagógica docente. Nessa direção, a incorporação das tecnologias à escola, possibilita a construção de uma cidadania democrática, participativa e responsável, ressaltando que a sua integração ao ambiente de aprendizagem deve ser promovida de forma cuidadosa.

Isto posto, a sequência da oficina apresentada como produto deste trabalho teria como público-alvo alunos do primeiro ensino médio, porém, por questões relacionadas à pandemia pela COVID-19 e às aulas remotas, foi aplicada com alunos do segundo ano da Escola Estadual Gilney de Souza, em São Miguel-RN. A oficina se mostra como uma proposta de trabalho com a Função Afim, usando-se como estratégia para a aprendizagem a Modelagem Matemática e o uso da Calculadora Gráfica GeoGebra. Nos problemas propostos na primeira etapa da mesma, procurou-se relacionar cada questão com as habilidades previstas nos descritores do Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional (SIMAIS) aplicado em escolas públicas do estado do Rio Grande do Norte.

Como a Modelagem Matemática refere-se à construção do conhecimento sem fórmulas prontas, os alunos apresentaram um desempenho significativo na formulação de respostas às questões, desempenho esse que foi menos observado na utilização do aplicativo. Isto foi constatado devido ao fato de que vários estudantes não tinham um aparelho celular e, em alguns casos, quando tinham, faltava a conexão com a internet. Portanto, a metodologia adotada nesta última parte da oficina, com o uso do aplicativo, certamente não foi tão apropriada devido às condições atuais de trabalho, mas que certamente poderá ser melhor aproveitada com a volta do ensino presencial, evidenciando as suas potencialidades.

Assim, diante do objetivo da pesquisa e de todos os referenciais teóricos abordados, acreditamos que a aplicação da oficina sugerida pode auxiliar positivamente no ensino e aprendizagem da Função Afim, dando ao professor a possibilidade de adequá-la à sua realidade e, inclusive, ao conteúdo que pretenda trabalhar com seus alunos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito; TORNAGHI, Alberto José da Costa. Tecnologias na educação: ensinando e aprendendo com as TICs. 2 ed. Brasília: SEED, 2010.

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de; NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. Aprendendo matemática com o geogebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001.1 CD-ROM. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf>. Acesso em: 17 nov. 2020.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: A Matemática do dia a dia. Revista Nova Escola, 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/12628/modelagem-matematica-a-matematica-do-dia-a-dia>. Acesso em: 24 nov. 2020.

BASSANEZZI, Rodney Carlos. Ensino – aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZZI, Rodney Carlos. Modelagem Matemática: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2020.

BONJORNO, Regina Azenha. et al. Física Fundamental – Novo: volume único. São Paulo: FTD, 1999.

BORBA, Marcelo de Carvalho. PENTEADO, Mirian Godoy. Informática e Educação Matemática. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCNs+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002. 144 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 21 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 06 jan. 2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. 2. ed. Campinas: Papirus, 1997.

FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. Revista de Educação PUC-Campinas, Campinas, n. 18, p. 107-115, junho 2005. Disponível em: <http://periodicos.puc-campinas.edu.br/seer/index.php/reveducacao/article/view/266/2945>. Aceso em: 11 dez. 2020.

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de. Tendências em educação matemática. 3ª ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

GIRALDO, Victor; CAETANO, Paulo; MATTOS, Francisco. Recursos computacionais no ensino de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

INSTITUTO SÃO PAULO GEOGEBRA. Sobre o GeoGebra. São Paulo. Disponível em: <http://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html>. Acesso em: 04 fev. 2021.

LIMA, Paulo Gomes. Formação de professores: Por uma ressignificação do trabalho pedagógico na escola. São Paulo: UFGD, 2008.

LORENZATO, Sergio. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

LUCENA, Regilania da Silva. Laboratório de Ensino de Matemática. Fortaleza: UAB/IFCE, 2017. 94 p.

MONTEIRO, Bruna Garcia. O uso de material concreto para melhor visualização dos sólidos geométricos. 2013. (Monografia). Faculdade de Pará de Minas. Disponível em: <http://fapam.ddns.net:8085/admin/monografiasnupe/arquivos/31032014215758Monografia_-_Bruna_Garcia_Monteiro.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2020.

MORAES, D.; CUNHA, M. Formação de Professores de Matemática: Uma visão multifacetada. CURY, Helena Noronha (org.) Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. 190p.

OLIVEIRA, Janeil Lustosa de. Aplicativos no Estudo da Matemática no Ensino Médio: Uma Proposta para o Primeiro Ano. Barreiras-BA, 2020 (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Oeste da Bahia. Disponível em:

PADILHA, Leila Maria Lessa. Tendências de modelagem matemática para o ensino de Matemática. Blumenau-MG, 2011 (Dissertação de Mestrado). Universidade Regional de Blumenau. Disponível em: <https://bu.furb.br//docs/DS/2011/349152_1_1.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2020.

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=171052215>. Acesso em: 20 nov. 2020.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do; RÊGO, Rômulo Marinho do; VIEIRA, Kleber Mendes. Laboratório de ensino de geometria. Campinas, SP: Autores associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

SIMAIS - Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional, 2018. Disponível em: <http://simais.caedufjf.net/>. Acesso em: 15 jan. 2021.

SOARES, Eduardo Sarquis. Ensinar matemática: desafios e possibilidades. Belo Horizonte: Dimensão, 2010.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. Modelagem Matemática: Uma Proposta Para o Ensino da Matemática. Porto Alegre, 2006 (Tese Doutorado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3340>. Acesso em: 17 nov. 2020.

7. APÊNDICES

7.1. PARA O(A) PROFESSOR(A)

Colega Professor(a)!

A partir de uma pesquisa de Mestrado Profissional da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), o material a seguir tem a proposta de dar suporte às aulas de Função Afim, na tentativa de amenizar as dificuldades dos estudantes no estudo do assunto. A proposta de trabalho se divide em três etapas. Na primeira etapa são sugeridos dois problemas que visam o uso da Modelagem Matemática como metodologia e são direcionados aos descritores da avaliação externa SIMAIS (Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional). Após a discussão e resolução dos problemas, sugere-se que você apresente o assunto aos alunos fazendo paralelos com as respostas dos problemas propostos nos momentos de exemplos e exercícios. Por fim, a última etapa se dá a partir do uso do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra. O intuito é que os estudantes possam verificar e relacionar o conteúdo estudado com as ferramentas do aplicativo, principalmente no que diz respeito à visualização gráfica das funções.

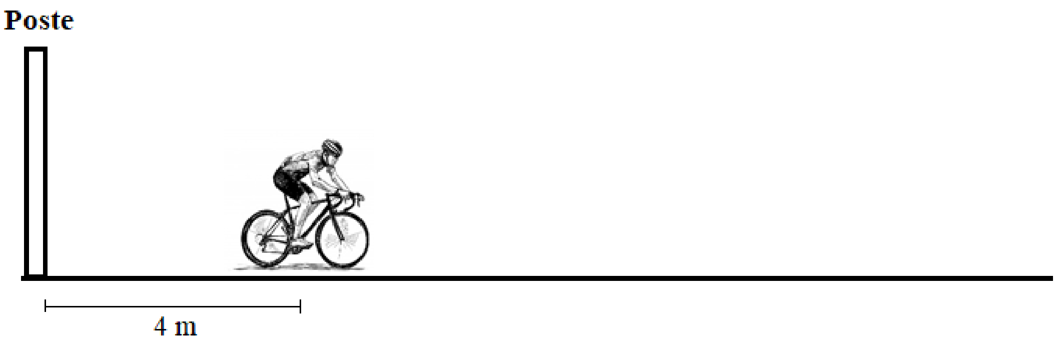
Com essa proposta, espera-se que o trabalho com a Função Afim se torne mais motivante e prazeroso para os estudantes, podendo contribuir para uma aprendizagem mais significativa sobre o assunto.

Bom trabalho!

ETAPA 1: MODELAGEM MATEMÁTICA

SITUAÇÃO PROPOSTA 1

Um ciclista corre com velocidade constante de 12m/s ao longo de uma pista reta. Ao passar pela posição ilustrada na figura abaixo, é acionado um cronômetro que começa a contar o tempo a partir de zero.



Fonte: Acervo do Autor

Observe que, nesse caso, o poste representa a origem das posições, ou seja, posição zero.

Pergunta-se:

a- A que distância do poste estará o ciclista quando o cronômetro marcar 6 segundos? **(D19)**

Uma solução:

Espera-se que o aluno observe que como a velocidade dada é de 12m/s, tem-se que o ciclista percorre 12 metros a cada um segundo. Assim a distância percorrida nesse período é de 12 x 6 = 72 metros. Como ele já estava a uma distância de 4 metros do poste, a resposta para o item é dada por: 72m + 4m = 76m.

b- Em que instante o ciclista passará pelo marco 184m da pista? **(D19)**

Uma solução:

Como o poste representa a posição zero e o início da contagem do tempo se deu quando o ciclista estava no marco 4 m da pista, devemos fazer: 184m – 4m = 180m. Para saber em quanto tempo ele percorreu 180m, basta efetuar a divisão por 12. Logo,

$$\frac{180m}{12m/s} = \ 15 \ segundos$$

c- Escreva uma tabela que relacione a posição ***S*** do ciclista na pista e o tempo ***t*** nos primeiros 6 segundos. **(D06)**

Uma solução:

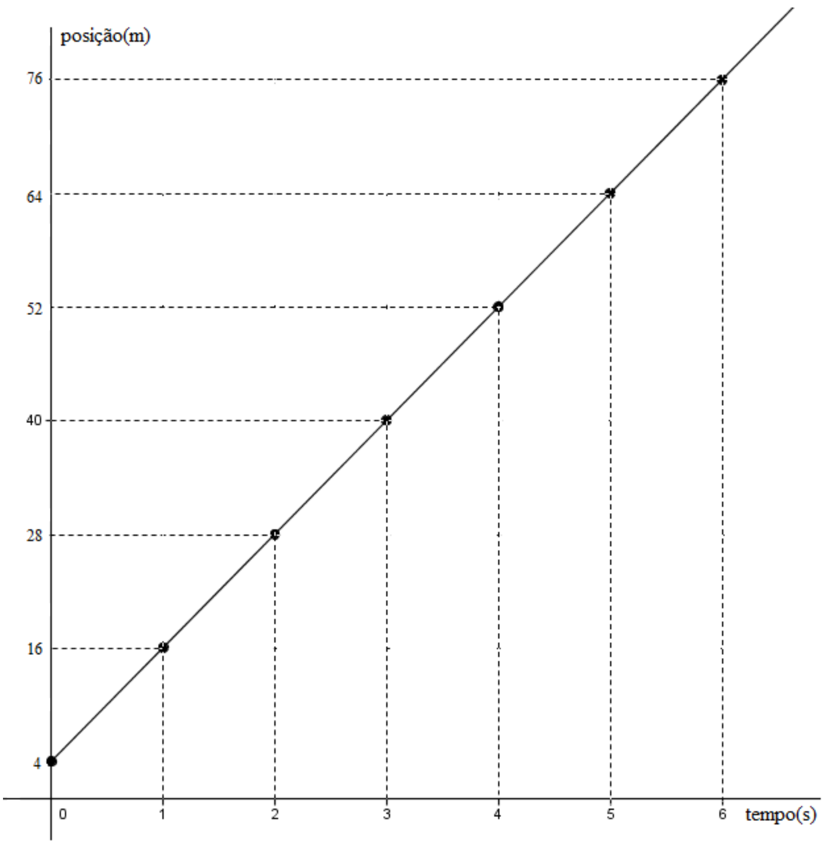
Sabendo que o ciclista se desloca 12 metros a cada segundo, e que no instante zero ele estava a uma distância de 4 metros do poste, para os 6 primeiros segundos tem-se:

t (s)	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
S (m)	*4*	*16*	*28*	*40*	*52*	*64*	*76*

d- Com os dados obtidos na tabela, construa um gráfico que relacione a posição e o tempo. **(D21)**

Uma solução:

Associando as coordenadas obtidas na tabela anterior, temos:



Fonte: Acervo do Autor

e- O que você observa a partir dos pontos encontrados no gráfico? **(D20)**

Uma solução:

Observa-se que mantendo a velocidade constante, a distância do ciclista em relação ao poste aumenta com o passar do tempo, ou seja, a posição depende do tempo decorrido.

f- Qual a função horária (expressão matemática) que representa a posição do ciclista em relação ao poste em qualquer instante ***t***? **(D18)**

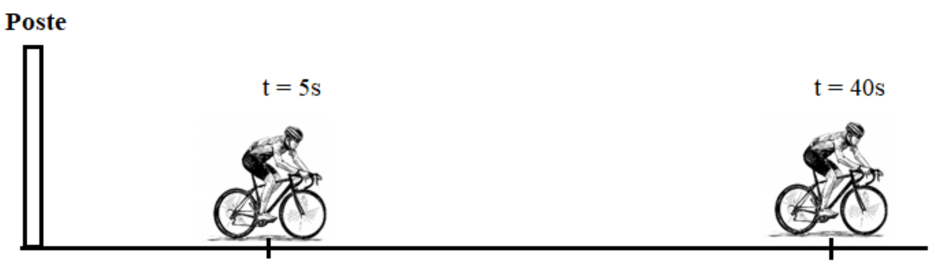
Uma solução:

Seja S a posição do ciclista com o decorrer do tempo t e sabendo que ele se desloca 12 metros por segundo, tem-se que S = 12.t. Porém, no inicio da contagem do tempo ele se encontrava a uma distância de 4 metros do poste. Assim, a posição do ciclista em qualquer instante é dada por: S = 12.t + 4.

g- Qual a distância que o ciclista percorre entre os instantes 5s e 40s? **(D18)**

Uma solução:

A figura mostra a situação proposta.



Fonte: Acervo do Autor

Substituindo o t por 5 e por 40 na expressão encontrada no item anterior, obtêm-se respectivamente:

S = 12 . 5 + 4 = 60 + 4 = 64

S = 12 . 40 + 4 = 480 + 4 = 484.

Calculando a diferença entre as distâncias percorridas temos: 484 – 64 = 420 metros.

SITUAÇÃO PROPOSTA 2

Considere que numa certa cidade exista uma única empresa que trabalha com diferentes planos de saúde e oferecendo os mesmos serviços. Considere também, que uma pessoa pretende contratar um desses planos e que ela deve escolher dentre duas opções: *Plano A* e *Plano B*. Os valores cobrados pelos dois planos são as seguintes:

- ***Plano A:*** cobra-se um valor fixo de R$ 180,00 por mês e R$ 20,00 por consulta num certo período de carência.
- ***Plano B:*** cobra-se um valor fixo de R$ 120,00 e R$ 25,00 por consulta num certo período de carência.

Seja $x \geq 0$ o número de consultas que essa pessoa e/ou familiares realizam por período. Com base nos valores cobrados em cada plano, pede-se:

a- Discuta com seus colegas sobre cada plano. É possível determinar qual deles é mais vantajoso? **(D19)**

Uma solução:

Nesse item, espera-se que os alunos observem que não se pode saber qual dos dois planos é o mais vantajoso sem que se conheça o número de consultas realizadas num certo período.

b- Através de tentativas, encontre valores para os quais o plano A é mais vantajoso (barato) que o plano B. Faça o mesmo pra verificar a partir de quantas consultas o plano B é mais vantajoso que o plano A. Quando ambos terão o mesmo custo? **(D19)**

Uma solução:

Seja x o número de consultas, vamos atribuir alguns valores:

Para ***x = 5****, temos:*

Plano A: 180 + 20.5 = 180 + 100 = 280 reais

Plano B: 120 + 25. 5 = 120 + 125 = 245 reais (vantagem do Plano B)

Para ***x = 10****, temos:*

Plano A: 180 + 20.10 = 180 + 200 = 380 reais

Plano B: 120 + 25.10 = 120 + 250 = 370 reais (vantagem do Plano B)

Para ***x = 12****, temos:*

Plano A: 180 + 20.12 = 180 + 240 = 420 reais

Pano B: 120 + 25.12 = 120 + 300 = 420 reais (valores iguais)

Para ***x = 13****, temos:*

Plano A: 180 + 20.13 = 180 + 260 = 440 reais

Plano B: 120 + 25.13 = 120 + 325 = 445 reais (Vantagem do Plano A)

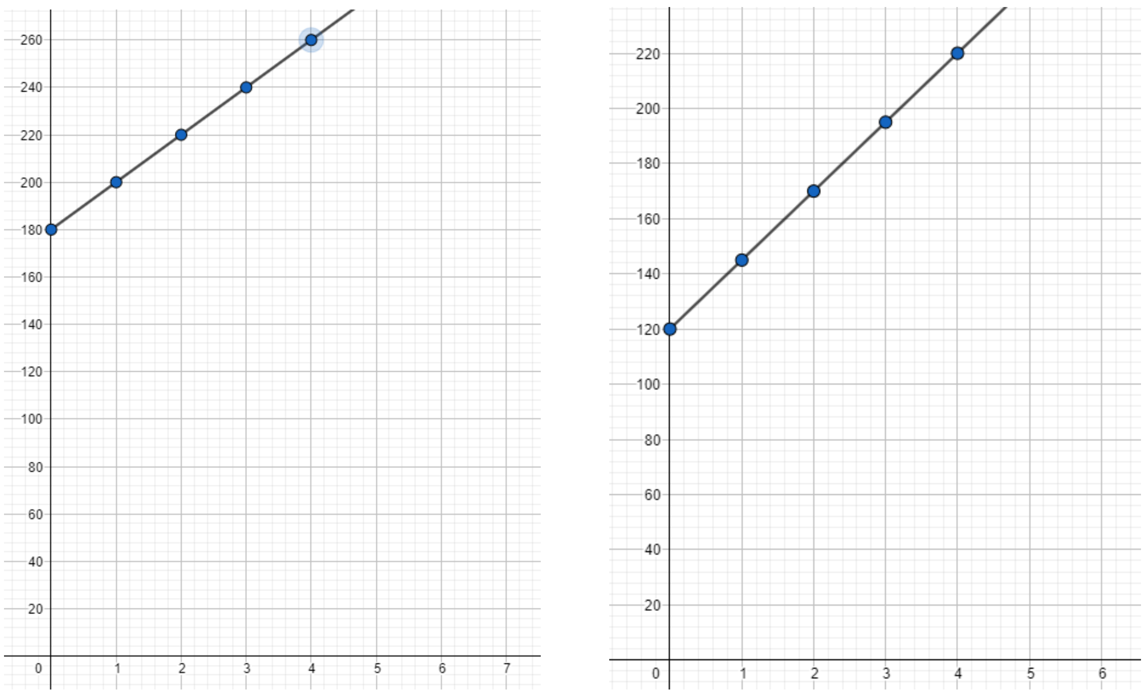
Assim, o que se espera através das tentativas é que os alunos percebam que o Plano A é mais vantajoso (barato) que o Plano B a partir de 13 consultas realizadas. Já o plano B é mais barato quando o número de consultas for menor que 12 e que ambos os planos têm o mesmo custo quando forem realizadas 12 consultas.

c- Atribua alguns valores para x com base nos valores cobrados em cada plano. Com os custos *C* obtidos, esboce, para cada plano de saúde, a relação entre o número de consultas e os custos num plano cartesiano. **(D06)**

Uma solução:

Vamos fazer x = {0, 1, 2, 3, 4} para encontrar os custos em reais nos dois planos. Daí, teremos:

Plano A: C = {180, 200, 220, 240, 260} e Plano B: C = {120, 145, 170, 195, 220}



Fonte: Acervo do Autor

d- Escreva uma expressão matemática que corresponde ao custo de cada plano. **(D18)**

Uma solução:

Sendo x o número de consultas e denotando por A(x) o custo do Plano A e por B(x) o custo do Plano B, temos:

A(x) = 180 + 20x e B(x) = 120 + 25x.

e- Iguale as expressões obtidas no item anterior e comprove a resposta do item “b”. **(D06)**

Uma solução:

As expressões encontradas foram: A(x) = 180 + 20x e B(x) = 120 + 25x. Fazendo A(x) = B(x), temos:

180 + 20x = 120 + 25x

180 – 120 = 25x – 20x

5x = 60

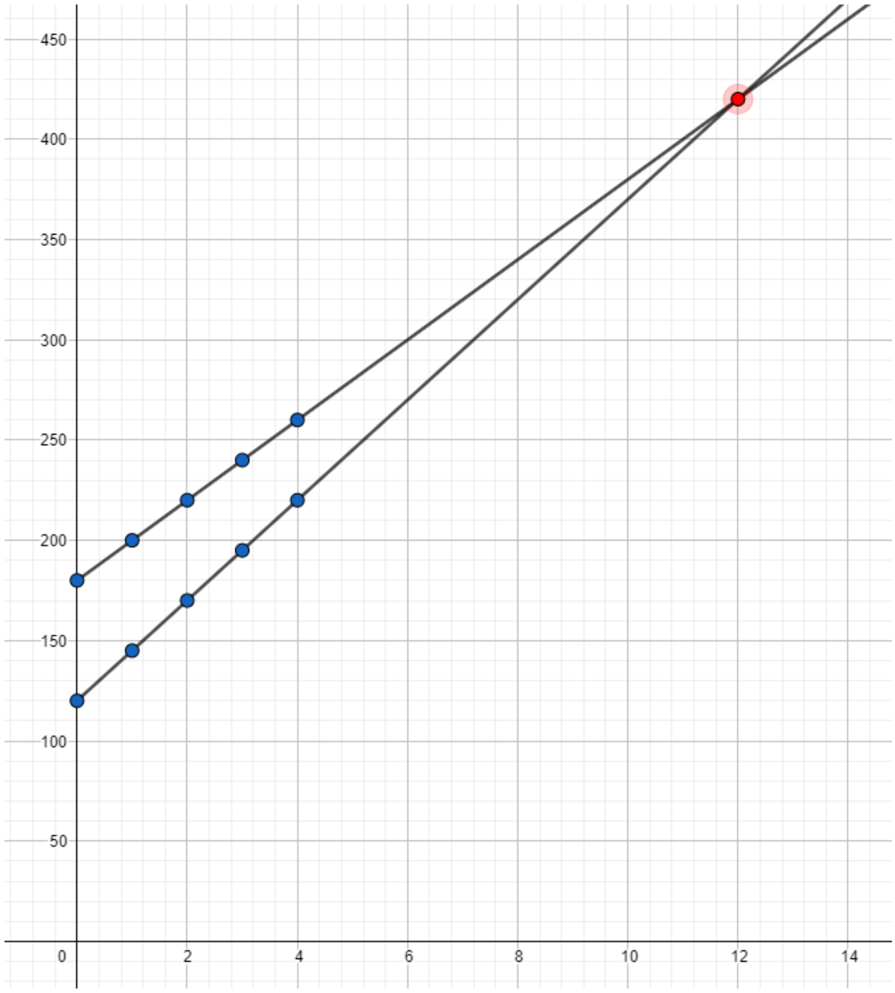
x = 12

f- Esboce geometricamente as funções que representam cada plano de saúde no mesmo sistema de coordenadas. Observe o ponto de intersecção entre os dois gráficos. O que se pode dizer sobre esse ponto? **(D23)**

Uma solução:

Espera-se que os alunos observem que o ponto de intersecção entre os dois gráficos, aqui destacado na cor vermelha, representa o número de consultas realizadas que tornam os custos em ambos os planos iguais. No caso, 12 consultas tem um custo de 420 reais em qualquer dos planos.

Fazendo x = {0, 1, 2, 3, 4}, obtém-se o seguinte gráfico:



Fonte: Acervo do Autor

No final de cada item dos problemas, os códigos em negrito referem-se aos descritores abaixo citados:

D06 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

D18 - Reconhecer a expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.

D19 - Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.

D20 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

D21 - Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.

D23 - Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.

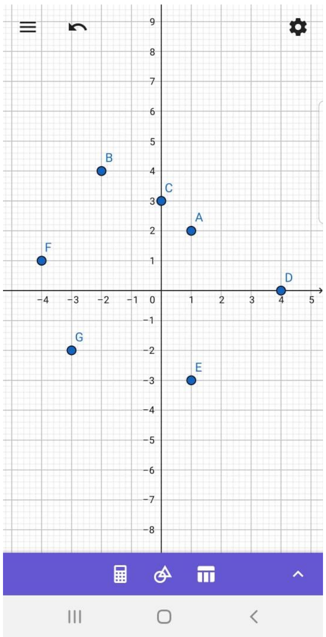
ETAPA 3: A FUNÇÃO AFIM NA CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA

Professor(a), como sugestão para evitar possíveis problemas com a utilização do aplicativo, procure conhecer bem o software antes de iniciar o trabalho. Após isso, num primeiro momento da oficina, apresente algumas das suas funcionalidades, fale um pouco sobre a estrutura do software e, em seguida, solicite que os alunos explorem alguns comandos básicos para se familiarizarem com o aplicativo.

Nessa proposta de atividade, é descrito logo abaixo uma sequencia de procedimentos a serem seguidos para que se possa analizar os conceitos estudados após a exposição do assunto na etapa anterior. Para cada passo, existe a figura que deve ser obtida pelos estudantes e em cada item dos questionamentos é apresentada uma possível solução.

Passo 1: Criar os pontos A(1, 2), B(-2, 4), C(0, 3), D(4, 0), E(1, -3), F(-4,1) e G(-3, -2). No campo de entrada, os pontos devem sempre ser digitados entre parenteses e são nomeados automaticamente pelo aplicativo, na ordem em que são criados. Para isso, basta clicar na tecla ENTER, também representada por uma seta para a esquerda, após a digitação. Dessa forma, os estudantes podem visualizar a posição de cada ponto no plano de acordo com as suas coordenadas.

Coordenadas dos pontos A, B, C, D, E, F e G no plano cartesiano



Fonte: Acervo do Autor

Oriente aos alunos de que no menu superior esquerdo é possível limpar, abrir um arquivo, gravar seu trabalho, compartilhar, entre outros. Se achar conveniente, ao final de cada passo, sugira que cliquem em gravar e salvem o trabalho.

Questionamento 1:

a- Qual o valor de x no ponto E?
Uma resposta: *tem-se x = 1.*

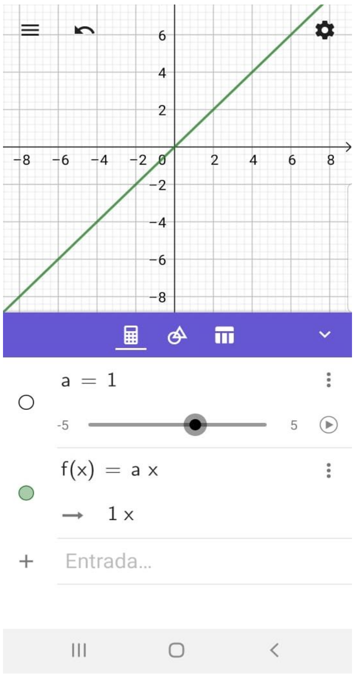
b- Em qual quadrante está localizado o ponto B? E o ponto G?
Uma resposta: *o ponto B pertence ao 2º quadrante e o ponto G pertence ao 3º quadrante.*

c- Qual ponto pertence ao eixo das abscissas? E ao eixo das ordenadas?
Uma resposta: *o ponto D pertence ao eixo das abscissas e o ponto C pertence ao eixo das ordenadas.*

d- Qual o valor de y no ponto F?
Uma resposta: *tem-se y = 1.*

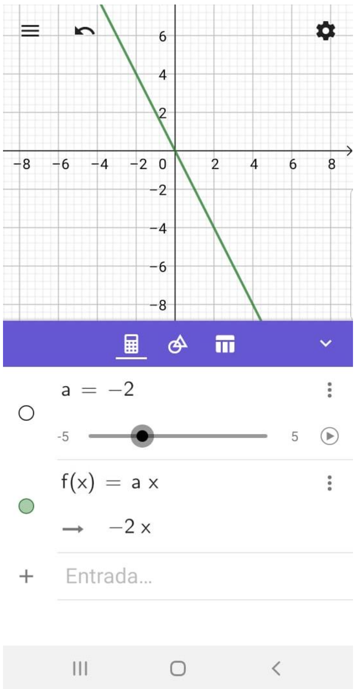
Passo 2: Criar um seletor “a” variando de -5 a 5. Basta digitar a letra “a” no campo de entrada e clicar em ENTER. Após isso, clica-se nos três pontinhos do lado direito da tela e, no menu configurações, escolhe-se o incremento 1 (intervalo de variação de um em um) para facilitar a visualização. Ainda no campo de entrada, digita-se “ax” para que a função f(x) = ax seja criada, de forma que os alunos possam observar a relação entre x e y de acordo com a variação do valor do seletor “a”. Para verificar o comportamento do gráfico, vamos fazer a = -2, a = 0 e a = 3.

Criação do seletor “a” e da função f(x) = ax



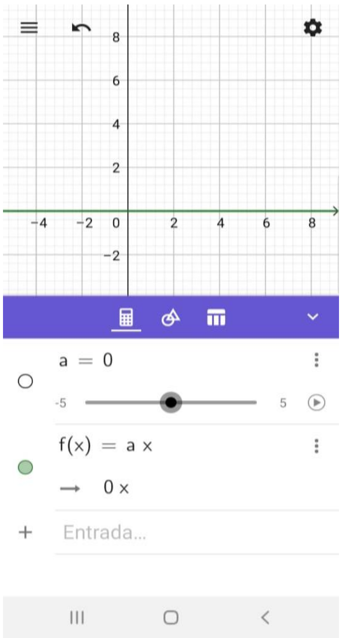
Fonte: Acervo do Autor

Variação do seletor para a = -2



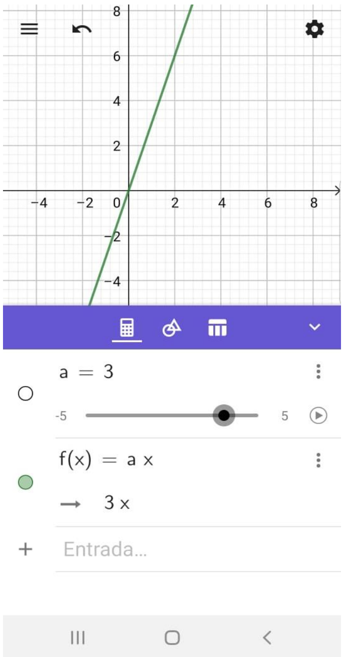
Fonte: Acervo do Autor

Variação do seletor para a = 0



Fonte: Acervo do Autor

Variação do seletor para a = 3



Fonte: Acervo do Autor

Questionamento 2:

a- Qual a relação existente entre x e y quando a = 1?

Uma resposta: *a função será y = x, ou seja, função identidade.*

b- Fazendo a = -2, qual o valor da função para x = -2? E para x = 4?

Uma resposta: *f(-2) = 4 e f(4) = -8.*

c- Quando o gráfico da função coincide com o eixo Ox?

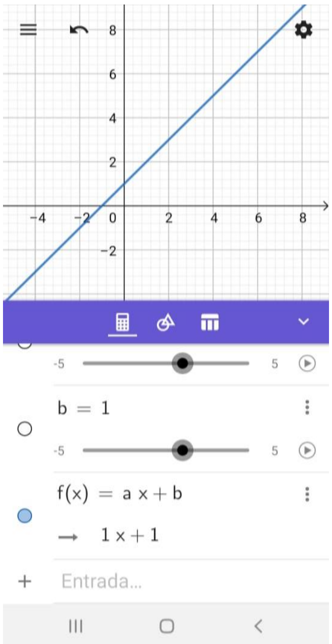
Uma resposta: *quando a função f for dada por f(x) = 0, ou seja, quando a = 0.*

d- O que se pode observar em relação ao gráfico da função para qualquer valor de "a" na função f(x) = ax?

Uma resposta: *o gráfico da função sempre passa pela origem, pois a função é linear.*

Passo 3: Criar a função f(x) = ax + b. No campo de entrada, digita-se ax + b e clica-se na tecla ENTER. Edite os incrementos de "a" e "b" para 1 para facilitar a visualização gráfica. A função f(x) = ax + b será criada inicialmente para a = 1 e b = 1.

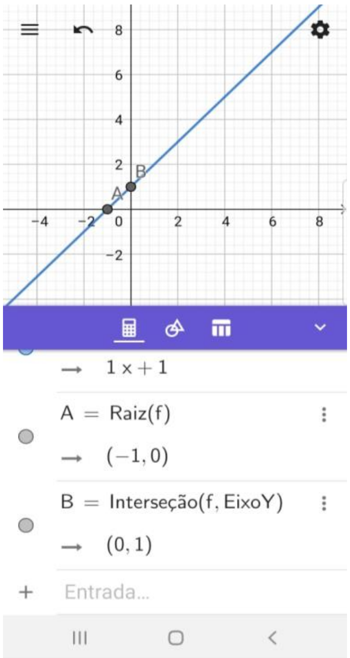
Criação da função f(x) = ax + b



Fonte: Acervo do Autor

Passo 4: Clicar nos três pontinhos do lado direito da função e selecionar a opção “Pontos Especiais”, que destaca a raiz da função e o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

Pontos especiais da função



Fonte: Acervo do Autor

Passo 5: Deslize os seletores “a” e “b” para alterar seus valores.

Questionamento 3:

a- Deslise o seletor “a” e faça a = 0. O que podemos dizer em relação a posição da reta e o eixo Ox nesse caso? Qual o tipo de função obtida?

Uma resposta: *a reta estará na posição horizontal. A função será constante.*

b- Quais os pontos de intersecção com os eixos Ox e Ou quando a = 1 e b = 2? O que esses pontos indicam? A função obtida é crescente ou decrescente?

Uma resposta: *os pontos são (-2, 0) e (0, 2) respectivamente. Esses pontos indicam o zero da função e a intersecção com o eixo Oy. A função será crescente pois a > 0.*

c- Agora faça a = -2 e b = 4. Quanto vale o zero da função? O gráfico obtido é de uma função crescente ou decrescente?

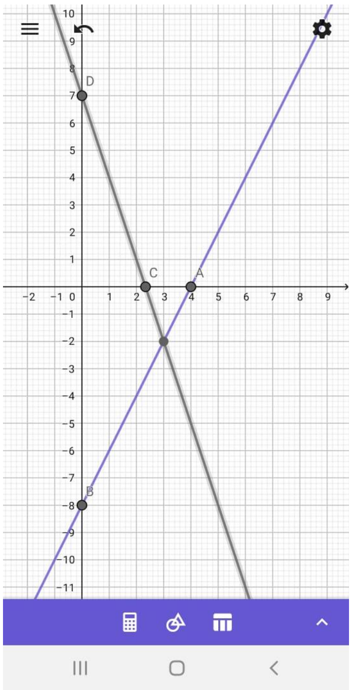
Uma resposta: *o zero da função é dado por x = 2. A função será decrescente.*

d- Altere o valor de “a” para 3 e de “b” para 0. Escreva a função obtida. Qual o valor do zero da função?

Uma resposta: *a função é dada por f(x) = 3x. Nesse caso, o zero da função é x = 0.*

Passo 6: No campo de entrada, digite as funções f(x) = 2x – 8 e g(x) = -3x + 7 e clique na tecla ENTER. Observe que os pontos A e B e os pontos C e D representam as intersecções com os eixos x e y das funções f(x) e g(x) respectivamente. Clique no ponto de intersecção entre as duas retas. A tela apresentará um ponto cujo as coordenadas são (3, -2).

Gráfico das funções f(x) = 2x – 8 e g(x) = -3x + 7



Fonte: Acervo do Autor

Questionamento 4:

a- Determine as coordenadas dos pontos A, B, C e D.

Uma resposta: *as coordenadas são: A(4, 0), B(0, -8), C(7/3, 0) e D(0, 7).*

b- Observe o ponto de intersecção entre essas retas. Como é possível determinar algebricamente as coordenadas desse ponto?

Uma resposta: *para obter o ponto de intersecção entre as retas pode-se resolver o sistema formado pelas duas equações ou simplesmente igualá-las para descobrir o valor de x e, em seguida, substituir numa delas e encontrar o valor de y.*

Passo 7: No campo de entrada insira dois seletores (coeficientes) “a” e “b”. Em seguida insira a função f(x) = ax + b e clique em ENTER. Analise as modificações que ocorrem em função da variação dos valores dos coeficientes.

Questionamento 5:

a- Quando a reta será paralela ao eixo Ox?

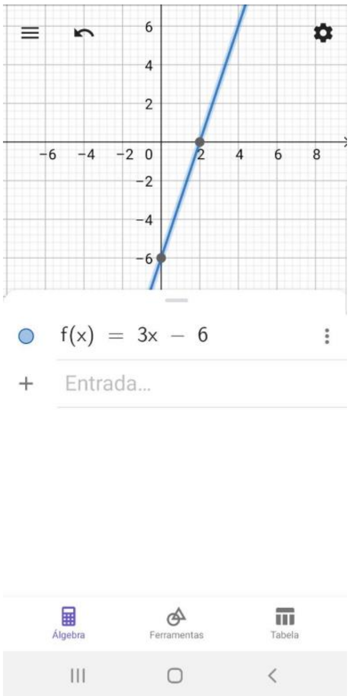
Uma resposta: *sempre que a função for constante, ou seja, quando tivermos a = 0.*

b- O que indica o coeficiente “b”? E o coeficiente “a”?

Uma resposta: *o coeficiente “b” indica a ordenada em que a reta intercepta o eixo Oy, chamado de coeficiente linear e “a” é o coeficiente angular ou declividade da reta.*

Passo 8: Insira a função f(x) = 3x – 6 e clique em ENTER. O gráfico da função será gerado. Com base nele, resolva o questionamento abaixo:

Gráfico da função f(x) = 3x – 6



Fonte: Acervo do Autor

Questionamento 6:

a- Qual o zero (raiz) da função?

Uma resposta: *o zero da função é dado por x = 2.*

b- Determine os valores da função para x = 3, x = 4 e x = 5. Faça o mesmo para x = 1, x = 0 e x = -1.

Uma resposta: *tem-se f(3) = 3, f(4) = 6, f(5) = 9, f(1) = -3, f(0) = -6 e f(-1) = -9.*

c- O que se observa em relação aos valores da função para x = 2, x > 2 e x < 2?

Uma resposta: *para x = 2, f(x) = 0; para x > 2, f(x) > 0 e; para x < 2, f(x) < 0.*

d- Faça o estudo do sinal da função g(x) = -2x + 8.

Uma resposta: *o zero da função é dado por x = 4 e a função é decrescente. Assim, para x < 4, f(x) > 0; para x = 4, f(x) = 0 e; para x > 4, f(x) < 0.*

7.2. PARA O(A) ESTUDANTE

Caro(a) estudante!

A partir de uma pesquisa de Mestrado Profissional da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), o material a seguir tem a proposta de dar suporte às aulas de Função Afim, na tentativa de amenizar as suas dificuldades no estudo do assunto. A proposta de trabalho se divide em três etapas. Na primeira etapa são sugeridos dois problemas que visam o uso da Modelagem Matemática como metodologia. Usem seus conhecimentos para tentar resolvê-los. Após a discussão e resolução dos problemas, o(a) professor(a) explicará o assunto pra você na segunda etapa. Por fim, a última etapa se dá a partir do uso do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra. Com ela vocês poderão verificar e relacionar o conteúdo estudado com as ferramentas do aplicativo, principalmente no que diz respeito à visualização gráfica das funções.

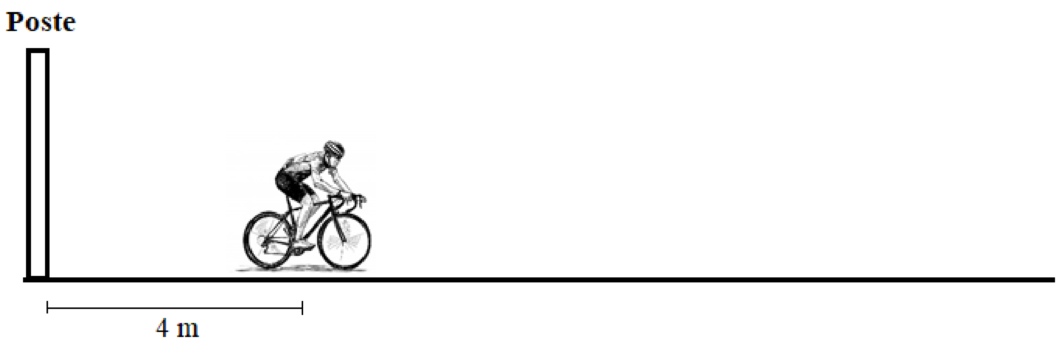
Com essa proposta, espera-se que o trabalho com a Função Afim se torne mais motivante e prazeroso para os vocês, podendo contribuir para uma aprendizagem mais significativa sobre o assunto.

Bons estudos!

ETAPA 1: MODELAGEM MATEMÁTICA

SITUAÇÃO PROPOSTA 1

Um ciclista corre com velocidade constante de 12m/s ao longo de uma pista reta. Ao passar pela posição ilustrada na figura abaixo, é acionado um cronômetro que começa a contar o tempo a partir de zero.



Fonte: Acervo do Autor

Observe que, nesse caso, o poste representa a origem das posições, ou seja, posição zero.

Pergunta-se:

a- A que distância do poste estará o ciclista quando o cronômetro marcar 6 segundos?

b- Em que instante o ciclista passará pelo marco 184m da pista?

c- Escreva uma tabela que relacione a posição ***S*** do ciclista na pista e o tempo ***t*** nos primeiros 6 segundos.

d- Com os dados obtidos na tabela, construa um gráfico que relacione a posição e o tempo.

e- O que você observa a partir dos pontos encontrados no gráfico?

f- Qual a função horária (expressão matemática) que representa a posição do ciclista em relação ao poste em qualquer instante ***t***?

g- Qual a distância que o ciclista percorre entre os instantes 5s e 40s?

SITUAÇÃO PROPOSTA 2

Considere que numa certa cidade exista uma única empresa que trabalha com diferentes planos de saúde e oferecendo os mesmos serviços. Considere também, que uma pessoa pretende contratar um desses planos e que ela deve escolher dentre duas opções: *Plano A* e *Plano B*. Os valores cobrados pelos dois planos são as seguintes:

- ***Plano A:*** cobra-se um valor fixo de R$ 180,00 por mês e R$ 20,00 por consulta num certo período de carência.
- ***Plano B:*** cobra-se um valor fixo de R$ 120,00 e R$ 25,00 por consulta num certo período de carência.

Seja $x \geq 0$ o número de consultas que essa pessoa e/ou familiares realizam por período. Com base nos valores cobrados em cada plano, pede-se:

a- Discuta com seus colegas sobre cada plano. É possível determinar qual deles é mais vantajoso?

b- Através de tentativas, encontre valores para os quais o plano A é mais vantajoso (barato) que o plano B. Faça o mesmo pra verificar a partir de quantas consultas o plano B é mais vantajoso que o plano A. Quando ambos terão o mesmo custo?

c- Atribua alguns valores para x com base nos valores cobrados em cada plano. Com os custos *C* obtidos, esboce, para cada plano de saúde, a relação entre o número de consultas e os custos num plano cartesiano.

d- Escreva uma expressão matemática que corresponde ao custo de cada plano.

e- Iguale as expressões obtidas no item anterior e comprove a resposta do item “b”.

f- Esboce geometricamente as funções que representam cada plano de saúde no mesmo sistema de coordenadas. Observe o ponto de intersecção entre os dois gráficos. O que se pode dizer sobre esse ponto?

ETAPA 3: A FUNÇÃO AFIM NA CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA

Para essa proposta de atividade com o software, foi elaborado um passo passo que vocês devem seguir para que se possa analizar e comparar os conceitos estudados na etapa anterior com os gráficos obtidos no aplicativo. Ao final de um ou mais passos, vocês terão questionamentos para serem resolvidos.

Passo 1: Criar os pontos A(1, 2), B(-2, 4), C(0, 3), D(4, 0), E(1, -3), F(-4,1) e G(-3, -2). No campo de entrada, os pontos devem sempre ser digitados entre parenteses e são nomeados automaticamente pelo aplicativo, na ordem em que são criados. Para isso, basta clicar na tecla ENTER, também representada por uma seta para a esquerda, após a digitação. Dessa forma, os estudantes podem visualizar a posição de cada ponto no plano de acordo com as suas coordenadas.

Questionamento 1:

a- Qual o valor de x no ponto E?

b- Em qual quadrante está localizado o ponto B? E o ponto G?

c- Qual ponto pertence ao eixo das abscissas? E ao eixo das ordenadas?

d- Qual o valor de y no ponto F?

Passo 2: Criar um seletor “a” variando de -5 a 5. Basta digitar a letra “a” no campo de entrada e clicar em ENTER. Após isso, clica-se nos três pontinhos do lado direito da tela e, no menu configurações, escolhe-se o incremento 1 (intervalo de variação de um em um) para facilitar a visualização. Ainda no campo de entrada, digita-se “ax” para que a função f(x) = ax seja criada, de forma que os alunos possam observar a relação entre x e y de acordo com a variação do valor do seletor “a”. Para verificar o comportamento do gráfico, vamos fazer a = -2, a = 0 e a = 3.

Questionamento 2:

a- Qual a relação existente entre x e y quando a = 1?

b- Fazendo a = -2, qual o valor da função para x = -2? E para x = 4?

c- Quando o gráfico da função coincide com o eixo Ox?

d- O que se pode observar em relação ao gráfico da função para qualquer valor de “a” na função f(x) = ax?

Passo 3: Criar a função f(x) = ax + b. No campo de entrada, digita-se ax + b e clica-se na tecla ENTER. Edite os incrementos de “a” e “b” para 1 para facilitar a visualização gráfica. A função f(x) = ax + b será criada inicialmente para a = 1 e b = 1.

Passo 4: Clicar nos três pontinhos do lado direito da função e selecionar a opção “Pontos Especiais”, que destaca a raiz da função e o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

Passo 5: Deslize os seletores “a” e “b” para alterar seus valores.

Questionamento 3:

a- Deslise o seletor “a” e faça a = 0. O que podemos dizer em relação a posição da reta e o eixo Ox nesse caso? Qual o tipo de função obtida?

b- Quais os pontos de intersecção com os eixos Ox e Oy quando a = 1 e b = 2? O que esses pontos indicam? A função obtida é crescente ou decrescente?

c- Agora faça a = -2 e b = 4. Quanto vale o zero da função? O gráfico obtido é de uma função crescente ou decrescente?

d- Altere o valor de “a” para 3 e de “b” para 0. Escreva a função obtida. Qual o valor do zero da função?

Passo 6: No campo de entrada, digite as funções $f(x) = 2x - 8$ e $g(x) = -3x + 7$ e clique na tecla ENTER. Observe que os pontos A e B e os pontos C e D representam as intersecções com os eixos x e y das funções f(x) e g(x) respectivamente. Clique no ponto de intersecção entre as duas retas. A tela apresentará um ponto cujo as coordenadas são (3, -2).

Questionamento 4:

a- Determine as coordenadas dos pontos A, B, C e D.

b- Observe o ponto de intersecção entre essas retas. Como é possível determinar algebricamente as coordenadas desse ponto?

Passo 7: No campo de entrada insira dois seletores (coeficientes) “a” e “b”. Em seguida insira a função ax + b e clique em ENTER. Analise as modificações que ocorrem em função da variação dos valores dos coeficientes.

Questionamento 5:

a- Quando a reta será paralela ao eixo Ox?

b- O que indica o coeficiente “b”? E o coeficiente “a”?

Passo 8: Insira a função $f(x) = 3x – 6$ e clique em ENTER. O gráfico da função será gerado. Com base nele, resolva o questionamento abaixo:

Questionamento 6:

a- Qual o zero (raiz) da função?

b- Determine os valores da função para $x = 3$, $x = 4$ e $x = 5$. Faça o mesmo para $x = 1$, $x = 0$ e $x = -1$.

c- O que se observa em relação aos valores da função para $x = 2$, $x > 2$ e $x < 2$?

d- Faça o estudo do sinal da função $g(x) = -2x + 8$.