



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA – PROFMAT**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

**DIEGO DE FREITAS LIRA**

**O TRIÂNGULO DE PASCAL E A MERITOCRACIA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA  
COM O USO DO TABULEIRO DE GALTON**

**MOSSORÓ**

**2021**

DIEGO DE FREITAS LIRA

O TRIÂNGULO DE PASCAL E A MERITOCRACIA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O  
USO DO TABULEIRO DE GALTON

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Departamento de Ciências Exatas e Naturais, para a obtenção do título de Mestre em Matemática do programa PROFMAT.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Luiza Helena Félix de Andrade.

Coorientador: Prof. Dr. Fabrício de Figueredo Oliveira.

**MOSSORÓ**

**2021**

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

L Lira, Diego de Freitas .  
L768t O TRIÂNGULO DE PASCAL E A MERITOCRACIA: UMA  
SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O USO DO TABULEIRO DE  
GALTON / Diego de Freitas Lira. - 2021.  
98 f. : il.

Orientadora: Luiza Helena Félix de Andrade.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal  
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em  
Matemática, 2021.

1. Tabuleiro de Galton.. 2. Triângulo de  
Pascal. 3. Meritocracia. 4. Sequência Didática.  
I. Andrade, Luiza Helena Félix de, orient. II.  
Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

DIEGO DE FREITAS LIRA

O TRIÂNGULO DE PASCAL E A MERITOCRACIA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O  
USO DO TABULEIRO DE GALTON

Dissertação apresentada à Universidade Federal  
Rural do Semi-Árido – UFERSA, Departamento de  
Ciências Exatas e Naturais, para a obtenção do título  
de Mestre em Matemática do programa PROFMAT.

Aprovada em: 23 /08/21

BANCA EXAMINADORA

*Luiza Helena Félix de Andrade.*

---

Luiza Helena Félix de Andrade, Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. (UFERSA)  
Presidente e Orientadora

*Fabício de Figueredo Oliveira*

---

Fabício de Figueredo Oliveira – Prof. Dr (UFERSA)  
Membro Examinador e Coorientador

*Odacir Almeida Neves*

---

Prof<sup>º</sup>. Dr. Odacir Almeida Neves – UFERSA  
Membro Examinador

*Ana Carolina Costa Pereira*

---

Ana Carolina Costa Pereira, Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. (UECE)  
Membro Examinador

*Dedico esse trabalho à minha mãe Marina de Fritas Lira e ao meu pai a quem eu tanto amava, Valquírio Lira Filho, que nos deixou ano passado, cujas ações, orações e conversas foram base para mim durante o PROFMAT .*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao bondoso e misericordioso Deus, a quem Jesus chamava de Pai, por me conceder mais uma rica oportunidade para fazer novas amizades e para crescer intelectual e profissionalmente.

À minha tia, Mazé, por ter me criado, por ter ensinado pelo exemplo a ser uma pessoa de caráter, pela força, incentivo e motivação que sempre me deu.

Aos meus pais Valquírio e Marina pelo apoio, ajuda e compreensão de que me deram nesses últimos anos.

À minha namorada Valéria pela ajuda na escrita e nas normas da ABNT.

À professora Luiza pela orientação, pela paciência, pelas dicas e sugestões valiosas ao longo da minha escrita, pelo tempo gasto em videoconferências pelo Meet nos momentos de orientação, por ser legal comigo e bastante divertida. Muito obrigado, professora, gostei de você logo no começo, sua contribuição durante a produção da minha dissertação foi maravilhosa.

Ao professor Fabrício, por ser eficaz e competente no seu trabalho, embora muito formal, mas um excelente professor, que ajudou bastante a turma durante o curso, até mesmo no processo do ENQ, com sugestões de preparação para prova e palavras de incentivo.

Aos membros da banca professora Ana Carolina e professor Odacir pelas contribuições, sugestões e correções a serem feitas no trabalho.

Também quero agradecer à Universidade Federal Rural do Semi-Árido e o seu corpo docente que demonstrou estar comprometido com a qualidade e excelência do ensino.

Aos meus amigos de curso pelo apoio direto e indireto, em especial a Marcília, Gleisson, Edvanise, Sueli e Taynan, meus colegas de carona. E ao Fabiano pela ajuda nesses últimos meses, compartilhando dúvidas e experiências sobre a dissertação.

“A missão do professor não é dar respostas prontas. As respostas estão no livros, estão na internet. A missão dos professores é provocar a inteligência, é provocar o espanto, a curiosidade”.

Rubem Alves

## RESUMO

Esta dissertação apresenta uma associação de um conteúdo matemático com a meritocracia e uso Tabuleiro de Galton, no qual não são assuntos abordados no currículo do ensino médio, esta ideia surgiu da necessidade de utilizar esse conteúdo matemático para discutir um assunto que seria feito por um professor da área de Humanas. O objetivo desse trabalho é propor uma sequência didática para o ensino de probabilidade e Análise Combinatória, mais especificamente o estudo do triângulo de Pascal e suas propriedades, com o uso do Tabuleiro de Galton. Com esses conteúdos para fazer uma associação com a Meritocracia. Para enfatiza o uso de material concreto e de tecnologias digitais usaremos A Base Nacional Curricular Comum (BNCC), apresentada em 2017 a sua versão final pelo Ministério da Educação (MEC) do Brasil. Dessa forma, desenvolver algumas habilidades propostas para a área da Matemática e suas Tecnologias, no intuito de buscar a construção da aprendizagem em sala de aula. A sequência didática é subsidiada pela abordagem pedagógica de Gérard Vergnaud, a Teoria dos Campos Conceituais. A metodologia de pesquisa utilizada é voltada aos conteúdos e produção de material educacional. O público-alvo desta sequência didática constituiu-se de alunos de 2º ano do ensino médio. A proposta é baseada nos testes numéricos e posterior observação da distribuição teórica de probabilidades. Abrangendo um pouco mais este estudo e com o uso de um simulador do Tabuleiro de Galton feito no Geogebra, observaremos a aproximação do histograma da distribuição das bolinhas nas colunas com a curva gaussiana, associando com a meritocracia.

**Palavras-chave:** Tabuleiro de Galton. Triângulo de Pascal. Meritocracia. Sequência Didática

## ABSTRACT

This dissertation presents an association of mathematical content with meritocracy and use of Galton's Board, which are not subjects covered in the high school curriculum, this idea arose from the need to use this mathematical content to discuss a subject that would be done by a teacher from the Humanities area. The objective of this work is to propose a didactic sequence for teaching probability and Combinatorial Analysis, more specifically the study of the Pascal triangle and its properties, using the Galton Board. With these contents to make an association with Meritocracy. To emphasize the use of concrete material and digital technologies, we will use The Common National Curriculum Base (BNCC), presented in 2017 in its final version by the Ministry of Education (MEC) of Brazil. Thus, develop some skills proposed for the area of Mathematics and its Technologies, in order to seek the construction of learning in the classroom. The didactic sequence is supported by Gérard Vergnaud's pedagogical approach, the Theory of Conceptual Fields. The research methodology used is focused on the content and production of educational material. The target audience of this didactic sequence consisted of 2nd year high school students. The proposal is based on numerical tests and subsequent observation of the theoretical probability distribution. Covering this study a little more and using a simulator of the Galton Board made in Geogebra, we will observe the approximation of the histogram of the distribution of the balls in the columns with the Gaussian curve, associating it with meritocracy.

Keywords: Galton's Board. Pascal's Triangle. Meritocracy. Didactic Sequence.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1– Francis Galton.....	17
Figura 2 – Quincunx.....	19
Figura 3 – Distribuição de probabilidades de 6 colunas no Tabuleiro de Galton.....	21
Figura 4 – Triângulo de Pascal até 11ª linha.....	21
Figura 5 – Distribuição Normal.....	22
Figura 6 – Formas do Triângulo de Pascal.....	23
Figura 7 – Relação de Stifel.....	24
Figura 8 – Teorema das Linhas.....	25
Figura 9 – Teorema das colunas.....	27
Figura 10 – Sequência de Fibonacci.....	29
Figura 11– Gráfico dos resultados dos países latino-americanos participantes.....	35
Figura 12 – Percentual de alunos com aprendizado adequado.....	36
Figura 13– Mobilidade de Renda entre Gerações.....	38
Figura 14 – Chance dos filhos terem ensino superior, assim como os pais.....	39
Figura 15 – Nível de escolaridade dos deputados federais.....	40
Figura 16 – Quantidade de deputados federais por sexo.....	40
Figura 17 – Nível de escolaridade do eleitorado brasileiro (2019).....	41
Figura 18 – Partindo do centro .....	43
Figura 19 – Partindo da esquerda.....	43
Figura 20 – Comparando o lado esquerdo com o direito.....	43
Figura 21 – Menu de ferramentas do GeoGebra.....	50
Figura 22 – Interface do GeoGebra.....	51
Figura 23 – Triângulo de Pascal no GeoGebra.....	51
Figura 24 – Mapa da Teoria dos Campos Conceituais.....	54
Figura 25 – Esquema da Teoria dos Campos Conceituais (1ª situação).....	55
Figura 26 – Esquema da Teoria dos Campos Conceituais (2ª situação).....	55
Figura 27 – Modelos de jogos do Wordwall.....	59
Figura 28 – Atividade de sondagem feita no Wordwall.....	60
Figura 29 – Atividade de sondagem feita no Kahoot!.....	60
Figura 30 – Tabuleiro de Galton confeccionado com canudos e tachinhas.....	62
Figura 31 – Tabuleiro de Galton confeccionado com garrafas pet.....	63

Figura 32 – Tabuleiro de Galton feito de madeira.....	63
Figura 33 – Tabuleiro de Galton feito com palitos de picolé, cortiça e tachinhas.....	64
Figura 34 – Lado esquerdo.....	65
Figura 35 – Parte central.....	65
Figura 36 – Lado direito.....	66
Figura 37 – Material para a construção do Tabuleiro .....	66
Figura 38 – Malha quadriculada.....	66
Figura 39 – Colocando as tachinhas .....	67
Figura 40 – Colando os canudos.....	67
Figura 41 – Parte de cima do Tabuleiro .....	67
Figura 42 – Tabuleiro completo.....	67
Figura 43 – Transbordamento de bolinhas.....	68
Figura 44 – Resultado do Teste 3.....	70
Figura 45 – Distribuição de probabilidades em 3 colunas.....	71
Figura 46 – Distribuição de probabilidades em 4 colunas.....	72
Figura 47 – Distribuição de probabilidades em 5 colunas.....	72
Figura 48 – Teorema das linhas para os alunos.....	74
Figura 49 – Soma dos elementos da 5ª linha.....	74
Figura 50 – Relação de Stifel para os alunos.....	75
Figura 51 – Sequência de Fibonacci para os alunos.....	76
Figura 52 – Teorema das colunas para os alunos.....	76
Figura 53 – Visualização da simulação.....	77
Figura 54 – Código fonte.....	77
Figura 55 – Simulação com 10 colunas.....	78
Figura 56 – Distribuição de probabilidades para 10 colunas.....	79
Figura 57 – Partindo do centro com calço do lado esquerdo.....	80
Figura 58 – Partindo do centro com calço do lado direito.....	80
Figura 59 – Partindo do lado esquerdo com calço do lado direito.....	81
Figura 60 – Partindo do lado esquerdo.....	82
Figura 61 – Gráfico em colunas dos 10 testes.....	83
Figura 62 – Histograma.....	84
Figura 63 – Resultado do TESTE 10 no Geogebra.....	84

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Diário de bordo.....	58
Quadro 2 – Distribuição das bolinhas.....	69
Quadro 3 – Resultados da Distribuição das 200 bolinhas.....	79
Quadro 4 – Resultados obtidos da simulação.....	85

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	14
<b>2 A ORIGEM DO TABULEIRO DE GALTON E SUA MATEMÁTICA</b> .....	17
2.1 A ORIGEM DO TABULEIRO.....	17
2.2 A MATEMÁTICA POR TRÁS DO TABULEIRO DE GALTON.....	20
2.3 TRIÂNGULO DE PASCAL.....	23
<b>2.3.1 Teorema das Linhas</b> .....	25
<b>2.3.2 Teoremas das Colunas</b> .....	26
<b>2.3.3 Sequência de Fibonacci</b> .....	28
<b>3 MERITOCRACIA: UMA VERDADE OU FALÁCIA</b> .....	30
3.1 O SURGIMENTO DA MERITOCRACIA.....	30
3.2 A MERITOCRACIA NO BRASIL.....	32
3.3 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR – BNCC.....	34
3.4 MOBILIDADE SOCIAL BRASILEIRA E OS DADOS DA MERITOCRACIA.....	37
3.5 A RELAÇÃO ENTRE A MERITOCRACIA E O TABULEIRO DE GALTON.....	42
<b>4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)</b> .....	46
4.1 MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO NA BNCC.....	46
<b>4.1.1 A importância do uso do material concreto e dos softwares educacionais no processo de ensino-aprendizagem da matemática</b> .....	48
<b>4.1.2 GeoGebra</b> .....	49
4.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD).....	52
<b>4.2.1 Conceitos básicos</b> .....	52
<b>4.2.2 Teoria dos Campos Conceituais</b> .....	53
<b>4.2.3 Planejamento das atividades</b> .....	56
4.3 ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA (AS).....	58
<b>4.3.1 Etapa da sondagem</b> .....	58

<b>4.3.2 Descrição das Etapas.....</b>	<b>60</b>
<b>4.4 APLICAÇÃO DA SD.....</b>	<b>64</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>87</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE A – Mapa Conceitual da Meritocracia.....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE B – Atividade de Sondagem.....</b>	<b>95</b>
<b>APÊNDICE C – Curva Gaussiana feita no GeoGebra.....</b>	<b>97</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A meritocracia é uma ideia no qual todo indivíduo é capaz de crescer, melhorar de vida somente com suas habilidades sem precisar da ajuda da sociedade, da família ou do governo. Uma sociedade meritocrática é muito atraente, pois gera a possibilidade ou fantasia de que qualquer pessoa independente da classe social pode melhorar de vida, é só desejar e ter força de vontade. Para Sandel (2018) isso é uma ilusão criada para reconfortar a mente humana, em uma sociedade desigual. A acreditar é todo mundo pode prosperar é realmente um sonho.

Nessa sociedade, o ensino da Matemática tem se tornado um grande desafio para os professores. Os alunos sempre questionam o motivo de estudar tal conteúdo, qual é a importância desse assunto para sua vida. Como a matemática lida com muitas vezes com o abstrato, gerando certa dificuldade nos alunos durante as aulas. Sendo assim, várias estratégias como o uso de aplicativos, de material concreto e o uso de jogos matemáticos vêm sendo desenvolvidas para serem mais uma ferramenta no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Sarmiento (2010, p.3), o uso dessas ferramentas permite aos alunos “experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas”. Com isso, pode ser levado a uma discussão e resolução de uma situação-problema ligada ao contexto do aluno.

Um dos motivos para a produção desta dissertação foi à tentativa de mostrar que a matemática não é só número, mas que é uma ciência fundamental para nossa existência, porque ela ensina a pensar e criar um senso crítico, diante de situações encontradas na sociedade. Assim vem o questionamento: como discutir a meritocracia usando a matemática? Com isso, o Tabuleiro de Galton foi escolhido, pois é um dispositivo que pode ser usado para explicar o Triângulo de Pascal e suas propriedades, além de fazer uma associação com a meritocracia, a qual cada pino do tabuleiro representará uma decisão que o indivíduo terá que tomar na sua vida ou mesmo decisões que fogem do seu controle e as colunas que ficarão as bolinhas representarão o sucesso ou fracasso, a partir dessas decisões.

Em pesquisa realizada na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Google Acadêmico (GA), respectivamente, dos 273 e 42 resultados encontrados, percebemos a escassez de material que tratasse do Tabuleiro de Galton e como associá-lo à meritocracia. Encontramos somente um vídeo publicado no YouTube no canal do Atila Iamarino, que usava o tabuleiro para falar sobre a meritocracia, mas não pode ser considerado como trabalho acadêmico.

O objetivo geral desse trabalho é propor uma sequência didática que possa contribuir para uma proposta pedagógica de utilização do Triângulo de Pascal aplicado em um conteúdo das Ciências Humanas e Sociais, por meio do Tabuleiro de Galton, para alunos do Ensino Médio.

Os objetivos específicos da dissertação seguem listados:

- Compreender a origem do tabuleiro de Galton e a matemática por trás de sua utilização.
- Apresentar o conceito de meritocracia na educação e sua relação com o tabuleiro de Galton.
- Criar uma sequência didática utilizando o tabuleiro de Galton para o estudo de conceitos matemáticos atrelados a ideia de meritocracia.

A metodologia de pesquisa, voltada aos conteúdos e produto educacional, se constitui de um levantamento baseado em uma pesquisa bibliográfica e documental, sendo a primeira tendo o uso de livros e artigos científicos como os trabalhos de Morgado e Carvalho (2006), Sandel (2018), Young (1994), Galton (1889), Soares e Baczinski (2018), Weber (1982 e 2004) e Oliveira (2013) e a segunda realizada através do uso de documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (Gil, 2002). A natureza dessa pesquisa é exploratória e analítica porque, embora seja um tema pertinente é pouco relacionado com a matemática e os dados colhidos foram analisados. Para finalizar, a análise dos dados foi feita de forma qualitativa, pois houve uma mesclagem entre observação, interpretação e reflexão, dependendo de fatores como os instrumentos de pesquisa e resumindo como uma sequência de atividades (GIL, 2002).

Para ser mais atrativo ao professor e ao aluno buscamos por trabalhos que apresentasse melhor conceitos, exemplos e imagens. Além disso, houve uma preocupação de se trabalhar esses assuntos no ensino médio, uma vez que eles não compõem o seu currículo, a partir de conhecimentos próprios desta etapa de ensino, com o intuito de fortalecer o ensino de Análise Combinatória e Probabilidade nas escolas utilizando ferramentas da Tecnologia da Informação, neste caso o simulador do Tabuleiro de Galton construído no *software* GeoGebra, pois os alunos gostam de usar esse tipo de ferramenta devido a sua interatividade, algo que é diferente de uma aula tradicional.

Essa dissertação é organizada em 5 partes, contando com a Introdução. No Capítulo 2, apresentaremos um breve histórico sobre os assuntos a serem abordados ao longo desse trabalho: o Tabuleiro de Galton e suas aplicações, o Triângulo de Pascal e suas propriedades. Com isso, apresentaremos os motivos da criação do tabuleiro e como ele se relaciona com o Triângulo de Pascal. E apresentaremos as demonstrações das propriedades do Triângulo de pascal a partir de Morgado e Carvalho (2006) e Morgado et al (2015).

No Capítulo 3, mostramos como surgiu a ideia de uma sociedade meritocrática, mostrando a criação da palavra meritocracia, passando desde a aristocracia da Grécia Antiga e até a criação em

2017 da Base Nacional Comum Curricular. Apresentaremos dados sobre a mobilidade social do Brasil em relação a outros países, e como isso afeta a sociedade brasileira. O levantamento das informações foi feito a partir Young (1994), Sandel (2018), Weber (1982 e 2004) e Mapa da aprendizagem (2021).

No Capítulo 4, iniciamos evidenciando a versão final da BNCC (BRASIL, 2017) relacionada à Matemática do Ensino Médio e suas Competências Específicas. Além disso, será discutido quais habilidades espera-se que os alunos do Ensino Fundamental tenham adquirido para prosseguimento dos estudos, principalmente em Análise Combinatória. Em seguida, será justificado o uso de material concreto e o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática. Outrossim, os conceitos básicos de uma sequência Didática e abordaremos a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (2000) na qual a sequência se fundamenta. E por fim, apresentaremos a Sequência Didática.

No Capítulo 5, temos as considerações finais, nas quais recordamos os objetivos iniciais desta dissertação, a organização dos capítulos e o que foi apresentado em cada um, bem como a produção de projetos futuros decorrentes desta dissertação.

Por fim, houve uma preocupação de se trabalhar esses assuntos no ensino médio, tabuleiro de galton e a meritocracia, uma vez que eles não compõem o seu currículo, utilizando a matemática para discutir o tema social a partir de conhecimentos próprios desta etapa de ensino, com o intuito de fortalecer o ensino de análise combinatória e probabilidade nas escolas utilizando material concreto e ferramentas da Tecnologia da Informação, neste caso o software GeoGebra, já que os jovens apreciam o uso destes tipos de ferramentas pelo seu fácil manuseio e interatividade.

No tópico a seguir falaremos sobre o ensino de análise combinatória e probabilidade no Brasil, as dificuldades e recursos didáticos.

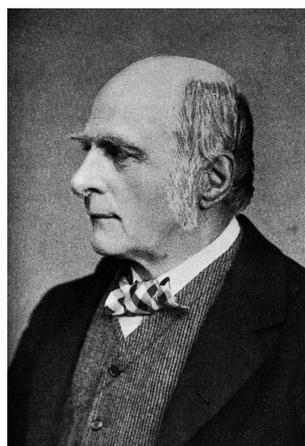
## 2 A ORIGEM DO TABULEIRO DE GALTON E SUA MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentaremos um breve histórico sobre os assuntos a serem abordados ao longo desse trabalho: o Tabuleiro de Galton e sua origem, a matemática por trás do tabuleiro e por último Triângulo de Pascal e algumas de suas propriedades. Na seção 2.1 serão mostrados os motivos que levaram Francis Galton a criar o tabuleiro, na seção 2.2 a matemática por trás do tabuleiro e será falado um pouco sobre a distribuição normal. Por último, será mostrado o Triângulo de Pascal e suas propriedades, e também como pode ser utilizado o tabuleiro para mostrar o triângulo aritmético. As informações foram organizadas por ordem cronológica e o seu levantamento foi realizado procurando em livros, dissertações, teses e periódicos sobre quem Francis Galton. A metodologia de pesquisa aplicada se constitui de um levantamento bibliográfico de trabalhos científicos como de Teixeira et al (2008), Gouveia (2021) Morgado e Carvalho (2015), Galton (1889) e Brasil Escola (2021).

### 2.1 A ORIGEM DO TABULEIRO

Segundo Teixeira et al (2008), Francis Galton ( 1822- 1911) nasceu em Sparbrook, na Inglaterra e foi primo de Charles Darwin. Devido à influência dos pais, estudou medicina, mas após terminar o curso abandonou a carreira. Francis Galton (Figura 1) é representado abaixo.

Figura 1- Francis Galton



Fonte: Instituto Max Planck .Disponível em: <<https://vlp.mpiwg-berlin.mpg.de/vlpimages/images/img6048.jpg>>.

Acesso 15 jul 2021.

De acordo com Keynes (1993, apud TEIXEIRA et al, 2008, p.342) “A publicação do livro A origem das espécies por Darwin, em 1859, influenciou (...) as ideias de Galton(...)” influenciando a estudar os efeitos da evolução na espécie humana, com isso sua atenção passou a ser como as habilidades humanas, sejam física ou intelectuais, poderiam ou não ser herdadas.

Nesse caso Teixeira (2008, p.343), diz que Galton “realizou estudos e levantou dados biométricos com o objetivo de separar as influências ambientais das características hereditárias, iniciando o debate *nature versus nurture* que se estende até hoje”, Galton acreditava que as pessoas eram distribuídas socialmente de acordo com a sua capacidade, e o potencial das pessoas poderiam ser melhorado, aprimorando a espécie humana.

Com isso ele a criou a teoria eugênica, usando o termo eugenia<sup>1</sup> para dizer que a raça humana poderia ser aprimorada por meio de cruzamentos genéticos calculados. Dessa forma, Brasil Escola (2021) diz que sua teoria defendia um desenvolvimento evolutivo benéfico da humanidade em seu conjunto, e não a criação de classes privilegiadas.

Galton tentando provar como herdamos nossas características, ele saiu medindo várias coisas, como exemplo, a circunferência da cabeça, altura, tamanho do braço. Tudo isso para entender como eram as tendências dessas características. Ele percebeu que maioria dessas características ficava em torno de uma média com pequenas variações. De acordo com Teixeira et al (2008, p.343) depois de conhecer os registros de Quetelet, se convenceu da universalidade da distribuição normal “Galton viu a distribuição normal como um método de classificar dados em grupos de diferentes origens”.

Segundo Geraldo Salgado e Augusto Salgado (2011), Galton criou em 1873 um aparelho mecânico para organizar e analisar dados “chamado tábua de Galton ou Quincunx (...)” esse aparelho era um modelo físico da teoria dos erros “aplicável a muitos fenômenos no campo da Biologia e da Física”. (SALGADO, G.; SALGADO, A. 2011, p.224).

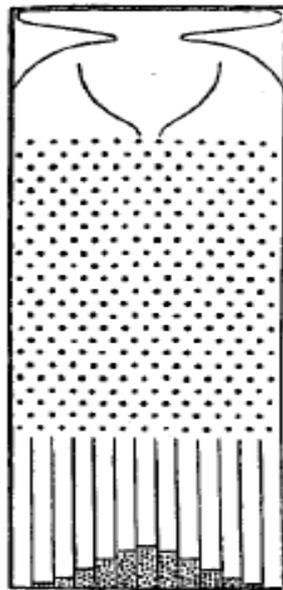
A tábua é uma moldura envidraçada na frente, deixando uma profundidade de cerca de 0,6 cm atrás do vidro. Na parte superior são colocadas tiras de madeira para funcionar como um funil. Abaixo da saída do funil, há uma sucessão de fileiras de pinos cravados diretamente no encosto de madeira e, abaixo deles, novamente, uma série de compartimentos verticais. Os pinos são dispostos em forma de quincunx, de modo que cada bolinha conseqüente atinja um pino em cada linha

---

<sup>1</sup>O Estudo das ações sobre controle social que podem melhorar as qualidades raciais das futuras gerações, seja física ou mentalmente.

sucessiva, formando uma cascata que sai do funil se alargando à medida que desce e, por fim, cada bolinha fica presa em um compartimento imediatamente após se libertar da última fileira de pinos. Segundo Galton (1889) “o contorno das colunas de bolinhas que se acumulam nos compartimentos sucessivos aproxima-se da Curva Gaussiana” e teria quase o mesmo formato, independentemente da frequência com que o experimento é repetido. O contorno das colunas se tornaria quase idêntico à curva normal, se as fileiras de pinos fossem muito mais numerosas e uma quantidade maior de bolinhas fosse usada. A Figura 2 representa o Quincunx feito por Francis Galton, retirado do seu livro *Natural Inheritance* (1889).

Figura 2 – Quincunx



Fonte: Galton (1889, p.63)

Segundo Teixeira et al (2008, p.343), é o funcionamento do dispositivo era da seguinte forma:

Ao cair (...) os chumbinhos de espingarda (ou bolinhas) se distribuiriam, aleatoriamente, para a direita ou para a esquerda pelos espaços entre os pinos que representavam, na teoria de Galton, as perturbações aleatórias independentes da natureza. No final do processo, eles se acumulavam nos compartimentos inferiores em pilhas que lembram uma curva normal.

Dessa maneira, o funcionamento é um processo simples que reproduz aproximadamente a distribuição Normal de probabilidades. As bolinhas são soltas em um funil colocado na parte superior do mecanismo e colidem com uma série de obstáculos (pinos) até chegar ao fundo. No

caso da probabilidade em cada pino das bolinhas irem à direita ou à esquerda for igual, lá embaixo elas vão se distribuir de forma proporcional aos coeficientes da expansão de  $(a + b)^n$ , que é o binômio de Newton, onde se acumulam gerando o formato distribuição de Gauss. Na próxima seção mostraremos os cálculos por trás do funcionamento do tabuleiro.

## 2.2 A MATEMÁTICA POR TRÁS DO TABULEIRO DE GALTON

No tabuleiro quando lançamos uma bolinha, ela encontra um obstáculo, que é pino, a probabilidade de seguir para direita ou esquerda são iguais a  $1/2$ , isto é, os eventos são equiprováveis. Depois da segunda colisão, as probabilidades de ir à esquerda de ambos os obstáculos ou entre eles ou à direita de ambos estará na proporção 1:2:1 (TEIXEIRA et al., 2008).

Como temos uma sequência de colisões sucessivas, a probabilidade com os subsequentes obstáculos segue uma organização, o triângulo de Pascal. O acúmulo em cada coluna segue uma distribuição binomial,  $P(x)$ , dada por

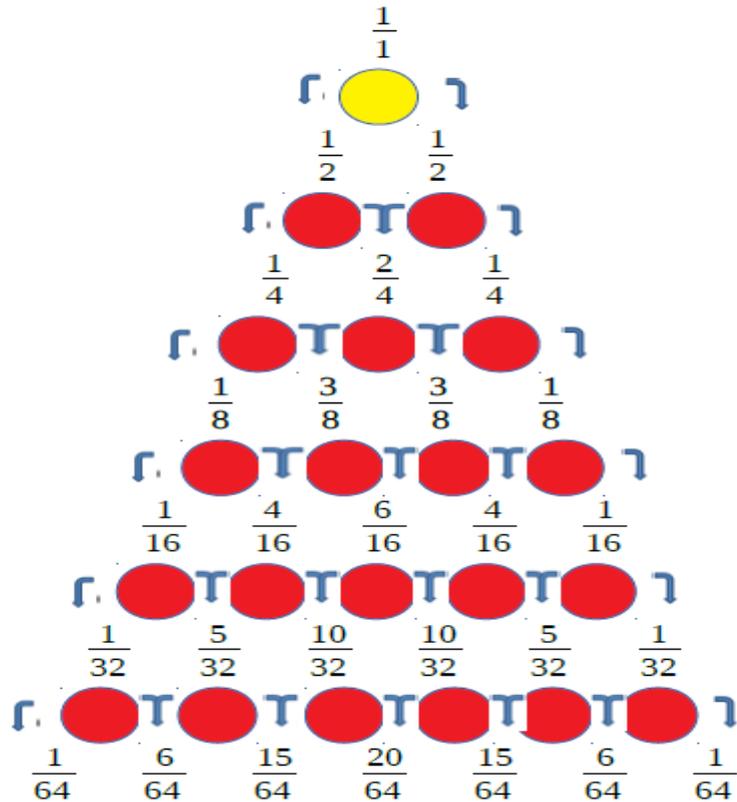
$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \quad (I)$$

sendo  $n$  representa o número de colisões, ou fileiras de tachinhas, que o objeto de prova encontra até atingir a coluna e  $x$  é o número de sucessos em cada coluna com probabilidade  $p$  de ocorrer.

Para entendemos a equação (I), temos que estabelecer que à direita do tabuleiro representar o sucesso e à esquerda o fracasso. Vamos pensar na seguinte situação: para que a bolinha caia na 4ª coluna, ou seja,  $x = 4$ , à direita (sucesso), ela deve seguir na mesma direção quatro vezes, mas como dispomos de  $n$  fileiras, temos  $n - x$  colisões à esquerda (fracasso). A probabilidade de sucesso será dada por  $p^x$  e os insucessos serão dados por  $(1-p)^{n-x}$ . Assim, temos que a probabilidade para a situação ocorrer será  $p^x \cdot (1-p)^{n-x}$ . A quantidade de trajetórias possíveis é dada por  $n!$ , mas para cada trajetória possível existem  $x!$  formas de que a bolinha possa ir à direita, e desse modo temos que  $(n-x)!$  formas à esquerda. Logo, a quantidade total de trajetórias possíveis deve ser dividida por esses dois fatores, sendo o divisor da equação.

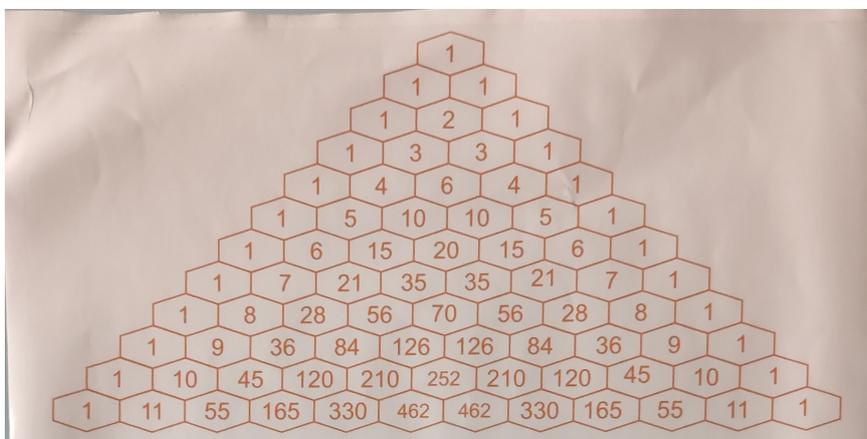
Observa-se que sendo feita a distribuição das probabilidades nas colunas, variando o número de colunas, verifica-se que essa distribuição das probabilidades segue as linhas do triângulo de Pascal, conforme as Figuras 3 e 4. A bolinha amarela e as bolinhas vermelhas representam os pinos do tabuleiro.

Figura 3 – Distribuição de probabilidades de 6 colunas no Tabuleiro de Galton



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

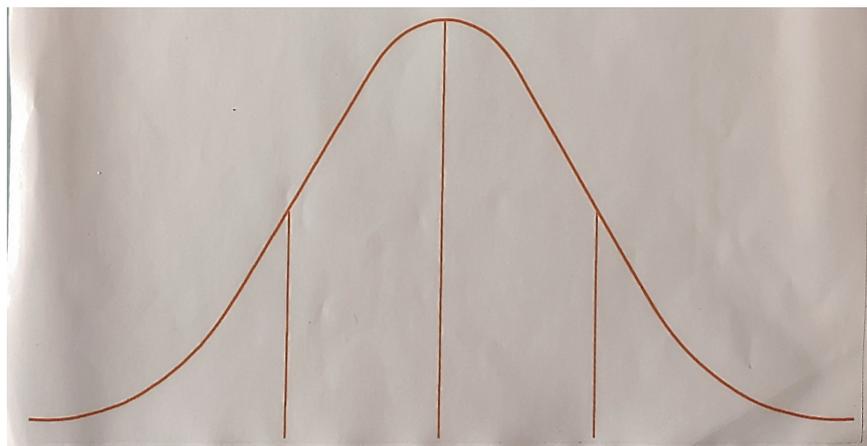
Figura 4 – Triângulo de Pascal até 11ª linha



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

O Triângulo de Pascal da Figura 4 está colado no Tabuleiro de madeira<sup>2</sup> feito para esse trabalho junto com a curva da distribuição normal representada pela Figura 5.

<sup>2</sup> Será apresentado no Capítulo 4 sobre a Sequência Didática.

Figura 5 – Distribuição Normal<sup>3</sup>

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

O tipo mais comum de distribuição é a distribuição normal (Gaussiana), onde a maioria dos dados experimentais estão centrados em torno da média (que no caso, está exatamente na metade da curva), e à medida que vamos aproximando dos extremos da curva, os pontos experimentais vão ficando cada vez mais raros. Este tipo de distribuição é a que mais encontramos por causa de um importante teorema: o teorema do limite central<sup>4</sup>. Ele faz com que o aluno possa medir o quanto a média de sua amostra deve variar, mesmo que este aluno não tenha outras amostras para compará-las. Portanto, o teorema basicamente diz que a média de sua amostra deve seguir uma distribuição normal, não importando qual organização que ela seguia inicialmente.

Um exemplo, seria se calculamos a medida da altura de uma população, por exemplo, a do Brasil, essas medidas vão gerar um gráfico próximo da distribuição normal. De acordo com Cursino (2020), altura média de adolescentes aos 19 anos é 1,62 m (mulheres) e 1,75 (homens), isso que dizer que a maioria vai ter uma altura está em torno desses valores, tendo uma minoria com alturas menores ou maiores. E podemos explicar para os alunos que isso é devido à hereditariedade, como vários genes responsáveis pela nossa altura, são várias dessas bolinhas que têm que se empilhar. Assim, análoga à curva a gaussiana a maioria das pessoas tem um tamanho em torno da média, por causa da distribuição dos genes para uma altura maior e dos genes que contribuem para uma altura menor e outras pessoas vão estar nos extremos sendo mais altas ou mais baixas.

---

<sup>3</sup> Imagem gerada no GeoGebra, depois adaptada no Photoshop. As imagens da criação serão apresentadas no Apêndice C.

<sup>4</sup> Não provaremos o Teorema do Limite Central, pois não é foco desse trabalho. O intuito é mostrar para os alunos, que vários eventos aproximam-se da distribuição normal.

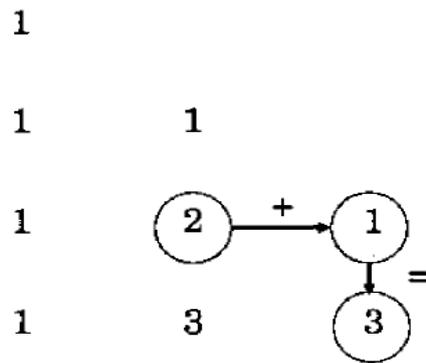


$$1, 1+5=6, 5+10=15, 10+10=20, 10+5=15, 5+1=6, 1.$$

$$1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1$$

A Relação de Stifel<sup>7</sup> é definida por  $C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$  ou  $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$ , onde n um real qualquer e p inteiro não-negativo. Representado na Figura 7.

Figura 7 – Relação de Stifel



Fonte: Morgado (2006)

DEMONSTRAÇÃO<sup>8</sup>

Segundo Morgado e Carvalho (2015) a prova da relação é:

Para todo  $1 \leq p \leq n$  temos que:

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

De fato,

$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1}$ , desenvolvendo os números binomiais encontramos que

$$\frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{p!} + \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)(n-p)}{(p+1)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{p!} + \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)(n-p)}{(p+1)p!}$$

, colocando  $\left(1 + \frac{n-p}{p+1}\right)$  em evidência. Assim temos,

<sup>7</sup> Michael Sifel (1487-1567), algebrista alemão.

<sup>8</sup> Demonstração adaptada (MORGADO; CARVALHO, 2015, p.125).

$$\begin{aligned}
&= \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{p!} \cdot \left(1 + \frac{n-p}{p+1}\right) = \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{p!} \cdot \left(\frac{p+1+n-p}{p+1}\right) = \\
&\frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{p!} \cdot \left(\frac{n+1}{p+1}\right) = \\
&= \frac{(n+1)\cdot(n)\dots(n-p+1)}{(p+1)!} = \binom{n+1}{p+1}. \text{ Portanto, } \binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}.
\end{aligned}$$

### 2.3.1 Teorema das Linhas

É definido por  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$ , ou seja, a soma dos elementos da linha  $n$  vale  $2^n$ .

Representado pela Figura 8.

Figura 8 – Teorema das Linhas

$C_0^0$												$S_0 = 2^0 = 1$
$C_1^0$	$C_1^1$											$S_1 = 2^1 = 2$
$C_2^0$	$C_2^1$	$C_2^2$										$S_2 = 2^2 = 4$
$C_3^0$	$C_3^1$	$C_3^2$	$C_3^3$									$S_3 = 2^3 = 8$
$C_4^0$	$C_4^1$	$C_4^2$	$C_4^3$	$C_4^4$								$S_4 = 2^4 = 16$
$C_5^0$	$C_5^1$	$C_5^2$	$C_5^3$	$C_5^4$	$C_5^5$							$S_5 = 2^5 = 32$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Utilizaremos a Relação de Stifel para demonstrar, por indução finita, o teorema.

#### DEMONSTRAÇÃO

Para  $n=0$ , temos que  $C_n^0 = 1 = 2^0$ , o que mostra que o teorema vale para a linha 0. Vamos supor que valha para a linha  $n$ , isto é,  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$ . Queremos mostrar que para a linha  $n+1$  também é válido. Assim temos pela Relação de Stifel que  $C_{n+1}^i = C_n^{i-1} + C_n^i$ , para  $i=1,2,3,\dots, n$ . Desse

modo,  $C_{n+1}^0 + C_{n+1}^1 + C_n^2 + \dots + C_{n-1}^{n+1} + C_n^{n+1} + C_{n+1}^{n+1}$ , usando a Relação de Stifel temos que  $C_{n+1}^0 + (C_n^0 + C_n^1) + (C_n^1 + C_n^2) + \dots + (C_n^{n-2} + C_n^{n-1}) + (C_n^{n-1} + C_n^n) + C_{n+1}^{n+1} = (C_{n+1}^0 + C_n^0) + 2C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + 2C_n^{n-1} + (C_n^n + C_{n+1}^{n+1})$ , como  $C_{n+1}^0 = C_n^0$  e  $C_n^n = C_{n+1}^{n+1}$ , assim  $2C_n^0 + 2C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + 2C_n^{n-1} + 2C_n^n$ , colocando o 2 em evidência. Dessa maneira,  $2(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n) = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}$ .

Logo, o teorema também vale para a linha  $n + 1$ . Portanto, por indução, vale para qualquer linha.

#### EXEMPLO 1<sup>9</sup>

Um palácio tem sete portas. De quantos modos pode ser aberto o palácio?

**Solução:** Há  $C_7^1$  modos de abrir o palácio abrindo uma só porta,  $C_7^2$  modos de abrir o palácio abrindo duas portas, e assim por diante. Então, temos que:

$$C_7^1 + C_7^2 + \dots + C_7^6 + C_7^7 = 2^7 - C_7^0 = 128 - 1 = 127.$$

#### EXEMPLO 2<sup>10</sup>

Qual é o valor da soma de  $S = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$ ?

**Solução:**

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=1}^n k C_n^k = \sum_{k=1}^n k \frac{n!}{k!(n-k)!} = \sum_{k=1}^n \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} = \sum_{k=1}^n n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= \sum_{k=1}^n n C_{n-1}^{k-1} = n \cdot \sum_{k=1}^n C_{n-1}^{k-1} = n [C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-1}], \text{ usando o Teorema das linhas. Temos que:} \\ &= n \cdot 2^{n-1}. \end{aligned}$$

### 2.3.2 Teoremas das Colunas

O teorema é definido por  $C_p^p + C_{p+1}^p + C_{p+2}^p + \dots + C_{p+n}^{p+n} = C_{p+n+1}^{p+1}$ , ou seja, a soma dos elementos de uma coluna do triângulo (começando do primeiro elemento de uma coluna qualquer até determinada linha) é igual ao número na próxima linha e próxima coluna. Representado na Figura 9.

<sup>9</sup> Exemplo 6.18 (MORGADO; CARVALHO, 2015, p.126). Adaptado.

<sup>10</sup> Exemplo 4.1 (MORGADO, 2006, p.90). Adaptado.



**Solução:** Essa soma pode ser escrita da seguinte forma:  $S = \sum_{k=1}^{50} k(k+1)(k+2)$ . Vamos completar o

número binomial. Assim temos que:  $\frac{\sum_{k=1}^{50} 3!(k+2)(k+1)k(k-1)!}{(k-1)!3!} = \sum_{k=1}^{50} 3!C_{k+2}^3$

$= 6 [C_3^3 + C_4^3 + C_{n-1}^3 + \dots + C_{52}^3] = 6 \cdot C_{53}^4$  (Usando o Teorema das colunas). Logo, é igual a 1756950.

#### EXEMPLO 4<sup>12</sup>

Qual é o valor da soma  $S = 50.51 + 51.52 + \dots + 100.101$ ?

**Solução:** A resolução é parecida com o exemplo anterior, escrevemos a soma  $S = \sum_{k=51}^{101} k(k+1)$ .

Completamos o número binomial. Então,  $\sum_{k=1}^{50} 2!C_k^2 = 2 \left[ \sum_{k=2}^{101} C_k^2 - \sum_{k=2}^{50} C_k^2 \right] = 2[C_{102}^3 - C_{51}^3]$ . Logo, a soma S é igual a 301.750.

### 2.3.3 Sequência de Fibonacci

A sequência é definida pela seguinte fórmula:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

A sequência de Fibonacci é uma sequência infinita que começa com o número 1, depois repetimos 1, e a partir do 3º termo para encontrarmos próximos termos somamos os dois números anteriores, ou seja,  $1 + 1 = 2$ . Em seguida, somamos o resultado com o número antecessor, ou seja,  $2 + 1 = 3$ , e assim por diante.

Se colocarmos o triângulo de Pascal, alinhado à esquerda, temos como resultado da soma das diagonais, a sequência de Fibonacci. Representado pela Figura 10.

---

12 Questão 17 (MORGADO, 2006, p.100). Adaptado.



### 3 MERITOCRACIA: UMA VERDADE OU FALÁCIA

Neste capítulo, discutiremos a meritocracia, seu papel na sociedade atual. Na seção 3.1 falaremos do seu contexto etimológico e histórico, baseado no surgimento da ideia meritocrática. Na seção 3.2, de como a sociedade brasileira se apropriou da meritocracia. Na seção 3.3 a influência da meritocracia na educação com o surgimento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Na seção 3.4 mostraremos os dados da meritocracia em relação à mobilidade social e, por fim, na seção 3.5 utilizaremos o Tabuleiro de Galton para fazer uma associação com a meritocracia. As referências utilizadas para o enriquecimento deste capítulo foram Young (1958), Sandel (2018), IMDS (2021), IBGE (2021), Weber (1982 e 2004), OCDE (2018) além de plataformas do Governo Federal e de documentos.

#### 3.1 O SURGIMENTO DA MERITOCRACIA

A palavra mérito vem da palavra latina “mereo” significa ser digno de algo, conseguir recompensas por meio de esforço individual e cracia vem do sufixo grego “kratos” que significa poder, força. Então a meritocracia trata-se de uma ligação direta entre mérito e poder. Nesse sentido, Barbosa (2003, p.22 apud VIEIRA, M. V. et al, p. 318, 2013) define meritocracia “como um conjunto de valores que postula que as posições dos indivíduos na sociedade devem ser consequência do mérito de cada um. Ou seja, do reconhecimento público da qualidade das realizações individuais”.

Sobre a meritocracia, Ferreira (2008) conceitua como “modo de seleção cujos preceitos se baseiam nos méritos pessoais daqueles que participam”. Em um modelo meritocrático ideal cada um seria escolhido de acordo com as suas qualidades, independentemente de sua classe social, etnia ou qualquer outro fator que não seu próprio mérito.

Há seis décadas o sociólogo britânico Michael Young utilizou a palavra meritocracia pela primeira vez no seu livro *The Rise of the Meritocracy*, ele foi criador do termo. Para Young (1958), a meritocracia não era um ideal a seguir, mas uma receita para discórdia social. No livro fala sobre uma sociedade futurística, distópica e satírica na qual o autor alertar contra os perigos de um sistema social baseado em medições padronizadas de capacidade, em que todas as pessoas seriam avaliadas somente por seus méritos. A palavra criada por ele carrega um conteúdo negativo. No

entanto, em vez de favorecer os mais fracos, a meritocracia acaba por aumentar o abismo existente entre a elite e a população.

Ainda segundo o autor, a individualidade seria competida pelo critério do merecimento, gerando conflito entre os vencedores e perdedores, sendo que estes são olhados com desdém por aqueles. Ainda assim, na sociedade atual, a meritocracia é usada como forma de combater a aristocracia hereditária e tal termo é considerado a ser seguido, indo de encontro ao pensamento de Young (1958). Percebe-se, portanto, que não há imparcialidade em criar uma sociedade igualitária a partir do mérito. No futuro, a revolta dos perdedores vai combater aos ditos vencedores, com o intuito de lutar contra o sistema, à procura do equilíbrio para diminuir o abismo.

O conceito de meritocracia, porém, só pode ser válido quando todos os indivíduos de uma sociedade possuem exatamente as mesmas condições sociais, econômicas e psicológicas. É um sistema que privilegia as qualidades do indivíduo como a inteligência e a capacidade de trabalho, e não sua origem familiar ou suas relações pessoais, em contrapartida, a aristocracia era de forma hereditária.

A ideia de uma sociedade baseada no mérito é atraente, pois dá esperança de uma pessoa prosperar, independente da classe social ou de sua herança, sendo justificáveis as recompensas que recebe, como, por exemplo, uma pessoa que estudou muito, fez cursinho e passou em um concurso público, dando uma concepção libertadora de que se pode tudo, querendo e tendo força de vontade. “Isso é uma visão emocionante da agência humana, e está lado a lado com uma conclusão moralmente confortante: recebemos o que merecemos” (SANDEL, 2020, p. 52).

E Sandel (2020) intensifica esse caridoso lado da meritocracia, dizendo que

A ideia de que a sociedade deveria alocar recompensas econômicas e cargos de responsabilidade conforme o mérito é atraente por várias razões. Um sistema econômico que recompensa o esforço, a iniciativa e o talento têm a probabilidade de ser mais produtivo do que um que paga a todas as pessoas a mesma quantidade, independentemente da contribuição, ou que distribui posições sociais desejáveis com base em favoritismo. Recompensar pessoas estritamente pelo mérito também tem a virtude da justiça; não pratica qualquer discriminação além da discriminação por conquista. Uma sociedade que recompensa mérito é também atraente por motivos relacionados aos anseios. Ela não somente promove eficiência e renuncia à discriminação como também afirma certa ideia de liberdade. Ou seja, a ideia de que nosso destino está em nossas mãos, que nosso sucesso não depende de forças além do nosso controle, que depende de nós. (SANDEL, 2020, p. 52).

Mas esse pensamento meritocrático é adequado até certo ponto, porque respeita a habilidade intrínseca do sujeito, mas é um pouco simplista, visto que se esquece de como chegou lá, isto é, não chegou sozinho, mas sim com ajuda de alguém, ou seja, “o lado negativo do ideal meritocrático está embutido em sua promessa mais sedutora, a de domínio e a de vencer pelo próprio esforço” (SANDEL, 2020, p. 52).

Acreditar que um filho de um trabalhador de baixa renda tem a mesma chance de um filho de um macroempresário torna-se, porque não dizer, arrogante por parte de quem acredita. O sucesso pertencente a uma pessoa depende forças fora do seu controle.

A ideia de meritocracia é algo antigo, mais precisamente, antes de Cristo, já que ter a graça divina é ser merecedor. O posicionamento na alta hierarquia representava o deus, ou seja, era merecedor daquele poder e, para conseguir tal graça, tinha que fazer por onde. Na era do cristianismo, a contribuição do cidadão fazia com que ele fosse um merecedor, conforme era direcionado no clero.

Vale ressaltar que Santo Agostinho, conforme Sandel (2018), era contra a salvação por mérito, porque ele acreditava que para chegar ao alcance da graça divina era algo predestinado, com isso, “humildade diante da graça divina dá espaço para orgulho dos esforços de uma pessoa” (SANDEL, 2018, p. 56).

Em outras palavras, por mais que a pessoa vá à igreja de forma rígida, passando pelos sacramentos de Deus com seus ritos e passagens, o sagrado está traçado pelo Criador. Weber (2004) reafirma o que Santo Agostinho disse, ao falar sobre a salvação dos seres humanos por mérito “(...) uma parte dos seres humanos está salva, a outra ficará condenada. Supor que o mérito humano ou culpa humana contribuam para fixar esse destino significaria encarar as decisões absolutamente livres de Deus (...): ideia impossível” (WEBER, 2004, p. 94).

Após a percepção de Santo Agostinho, quem deu continuidade foi Martinho Lutero, por ser contra a venda de indulgências, cujo intuito era garantir uma vaga no céu. Através do luteranismo, a Reforma Protestante apresentou rigorosidade antimeritocrática, pois

Rejeitava a salvação por meio de obras de caridade e não deixava espaço para a liberdade humana de vender pelo próprio esforço. Ainda assim, paradoxalmente, a Reforma Protestante que ele lançou resultou na feroz ética meritocrática do trabalho que os puritanos e seus sucessores trouxeram para os Estados Unidos (SANDEL, 2018, p. 57).

Essa ética meritocrática do trabalho foi responsável, juntamente com o ascetismo<sup>13</sup>, por alimentar a base cultural para o acúmulo de riqueza, gerando, assim, a era da globalização, em choque do que foi dito sobre antimeritocracia, cujo ajuntamento do capital depende do seu próprio esforço e mérito.

### 3.2 A MERITOCRACIA NO BRASIL

---

<sup>13</sup> Filosofia de vida com certas práticas, visando ao desenvolvimento espiritual; abstenção de prazeres carnis em busca da perfeição moral e espiritual.

A ideia do mérito ser importante veio em virtude da globalização que, por um contexto histórico, começou com Margareth Thatcher, no Reino Unido, e Ronald Reagan, nos Estados Unidos, no século XX, que buscava colocar a sociedade em direção na maior confiança no mercado, posto que este seria o principal fator de mudança social. (SANDEL, 2018).

Já no contexto brasileiro, sua força veio no início dos anos 1990, com o então presidente Fernando Henrique Cardoso (FHC) que, com a política neoliberal, abriu o país para o mercado, ocasionando, assim, a era das privatizações no Brasil. (PENA, 2021).

A lógica do mercado relacionada ao estado mínimo tem o intuito de intensificar o bem-estar social, partindo do princípio do governo investir nas pessoas, e não nas empresas. A partir de então, o mercado vai dar às pessoas o que elas merecem, pressupondo de um sistema justo e de oportunidade igualitária, uma vez que a população tenha a mesma chance para competir e, conseqüentemente, chegar a uma conquista, mas

o que se pôde observar com a Globalização do Brasil foi a construção de uma contradição: de um lado, o aumento de emprego e a produção e venda de maior número de aparelhos tecnológicos, já do outro, o aumento da precarização do trabalho e da concentração de renda, sobretudo nos anos 1990 e início dos anos 2000. (PENA, 2021).

A discussão sobre a meritocracia avivou no governo do Partido dos Trabalhadores, a partir de 2002, que, mesmo sabendo que para conseguir por seu mérito, tem que ter oportunidades iguais e elas foram conduzidas para todos pelo sistema de cotas. Vale lembrar que o sistema começou na era FHC.

Bezerra (2021) comenta que a meritocracia, historicamente falando, adquiriu forças no âmbito nacional nas duas primeiras décadas do século XXI, em que a oposição usava tal pensamento para criticar o Governo petista. Comenta, também, que “(...) a meritocracia para ser justa deve propiciar à [sic] toda sociedade as mesmas oportunidades, mas em um país como o Brasil cheio de , está longe de oferecer chances iguais para todos os cidadãos.” (BEZERRA, 2021).

Para ter a superação das pessoas em uma vida já competitiva em relação aos estudos, “(...) parte da mídia começou a divulgar que era possível interromper o círculo da miséria apenas através do próprio esforço” (BEZERRA, 2021).

A crítica da elite ao governo petista é devido às políticas afirmativas postas no país com o intuito de oportunizar a sociedade, por exemplo, um filho de um trabalhador tem chance de entrar em uma faculdade pela ação de políticas públicas para diminuir as desigualdades, mas em sociedade desigual, aqueles que chegam ao topo tendem acreditar que seu sucesso tem justificativa moral.

Em uma sociedade de meritocracia, isso significa que vencedores devem acreditar que conquistaram o sucesso através do próprio talento e empenho. Weber (1982) observou:

Os afortunados raramente se contentam com o fato de serem afortunados. Além disso, necessitam saber que têm o direito à sua boa sorte. Deveriam ser convencidos de que a “merecem” e, acima de tudo, que a merecem em comparação a outros. Desejam acreditar que os menos afortunados também estão recebendo o que merecem. (WEBER, 1982, p 314).

Isso mostra a arrogância das elites meritocráticas em relação ao demais, acreditando que a sorte está ao lado deles e, para quem não merece, tem o fracasso como aceitação. Esta altivez atingiu a Educação Básica, mas não para diminuir a desigualdade social dos países periféricos, como é o caso do Brasil, mas sim para criar um hiato entre as sociedades, mostrando as avaliações externas em um país cujo pluralismo cultural é proporcional à sua extensão territorial.

Voltado para a educação, com a ideia de ter oportunidades iguais, a educação passou por modificações e padronizações para atender aos anseios do mercado para um sistema meritocrático, criando, assim, em 2017, uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na qual a competência “(...) é definida como a mobilização de conhecimentos (...), habilidades (...), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017).

### 3.3 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR – BNCC

Através da atuação dos movimentos sociais, a educação começou a ganhar notoriedade e status de direito social voltado a todo cidadão. Muito do investimento educacional vem do Banco Internacional de Reconstrução e Desenvolvimento (BIRD), posteriormente Banco Mundial (BM), criado em 1944. Originalmente, o BM tinha como objetivo assistir países devastados pela 2ª Guerra Mundial (1939-1945), mas, a posteriori, focou seu olhar nos chamados países em desenvolvimento, inclusive no Brasil.

A relação do BM com os países emergentes deu-se por interesses financeiros de ambas as partes, mas é preciso salientar que proporcionar educação, nos seus moldes, aos países periféricos, faz parte de um plano maior, cujo objetivo principal é a sujeição desses países aos interesses do Banco e sua consequente dependência.

A BNCC é recomendada pelo BM, isto é, “ao adotar esse enfoque, a BNCC indica que as decisões pedagógicas estarão sim submetidas às avaliações internacionais e nacionais” (MARCHAND et al., 2018, p. 75), o que significa que, além de direcionar o ensino para um fim avaliativo, o investimento na educação tem suas ressalvas.

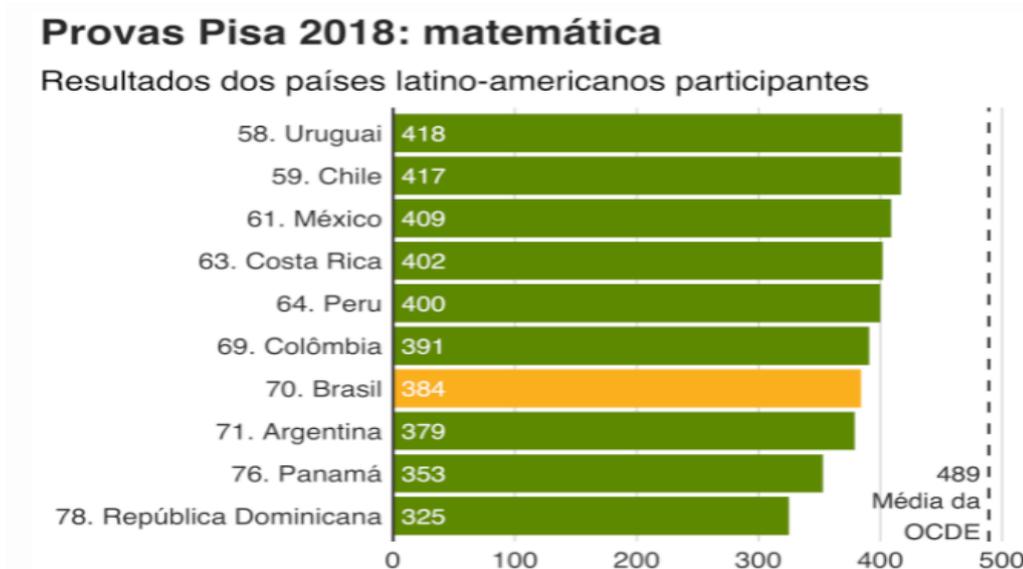
A Base está voltada para o mercado de trabalho e, por conseguinte, para a meritocracia, já que o mercado se baseia nela, na escolha dos melhores. De acordo com Valle e Ruschel (2010) atualmente, a democracia é apenas uma aspiração, uma vez que não somos regidos pelo povo, mas pelo ‘setor inteligente’ do povo e que temos uma meritocracia do talento.

Nesse sentido, Duru-Bellat (2006, *apud* VALLE e RUSCHEL, 2010), apontando o mérito como uma espécie de “verniz moral” que é utilizado para justificar a estratificação social e as desigualdades e, por ser controlado pelos grupos que estão no poder, o esquema meritocrático aparece como uma ideologia imposta para a interpretação e de legitimação da realidade.

Dentre os organismos internacionais que fazem parte do âmbito das políticas educacionais, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), vinculado ao Ministério da Educação (MEC), é responsável pela aplicação do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), no Brasil.

Para o Inep (2021), “realizado a cada três anos, o Pisa tem o objetivo de mensurar até que ponto os jovens de 15 anos adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para a vida social e econômica”. O Brasil está, geralmente, nas últimas posições nas categorias de Leitura (57º), Matemática (70º) e Ciências (66º), no total de 78 países avaliados. Logo abaixo, Figura 11 que representa os resultados em Matemática dos países latino-americanos participantes, em 2018, no qual Uruguai é o melhor avaliado e a República Dominicana, o pior.

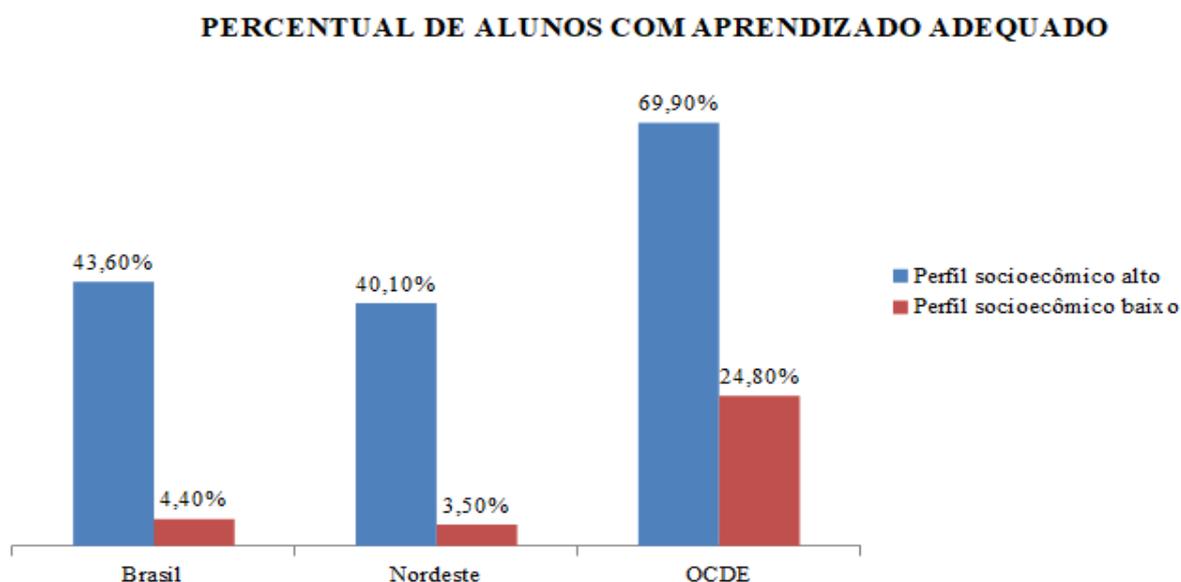
Figura 11– Gráfico dos resultados dos países latino-americanos participantes



Fonte: BBC (2021). Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/brasil-50646695>>. Acesso em 10 jul. 2021

A partir do Mapa da Aprendizagem (2021), o percentual de alunos com aprendizado adequado, olhando o perfil socioeconômico alto e baixo é, respectivamente, indicado no Brasil (43,6% e 4,4%), no Nordeste (40,1% e 3,5%) e na OCDE (69,9% e 24,8), como é mostrado pela Figura 12.

Figura 12 – Percentual de alunos com aprendizado adequado



Fonte: Elaborado pelo próprio autor a partir dos dados do Mapa da Aprendizagem. Disponível em:

<<http://países.qedu.org.br/>> Acesso em 10 jul. 2021

Observa-se que há uma diferença entre os níveis socioeconômico alto e baixo, sendo perceptível o melhor desempenho para quem tem um poder aquisitivo maior, pairando a dúvida de que o merecimento é para quem tem tal poder ou se o esforço para pessoas que não têm um poder aquisitivo não foi o suficiente ou por que o nível socioeconômico afeta nos resultados, perpassando pelas políticas públicas.

Entende-se que querer e tentar não são o suficiente, porque vai além da força de vontade do sujeito, por depender de ações afirmativas, para dizimar as desigualdades sociais. A direita argumenta que essas ações que consideram raça e etnia, fatores para o ingresso com a traição ao sistema de mérito, sendo que a dita esquerda é a favor, pois serve para remediar injustiças que persistem e ainda afirma que a verdadeira meritocracia só vai ser alcançada quando acabar com as desigualdades resistentes entre as pessoas privilegiadas e as que não são.

Destarte, colocar a educação como uma solução geral para os problemas sociais pode intensificar que pessoas com status social baixo seja avaliado de forma negativa, enquanto se fortalece a ideia da meritocracia, fazendo com que elas fiquem mais dispostas a aceitarem a

desigualdade e de acreditar que o sucesso reflete a partir do mérito. Com isso, somente a educação não é solução para todas as problemáticas sociais, porém é um meio que modificar a realidade do indivíduo. Desse modo,

Se a educação for considerada responsabilidade própria de um indivíduo, as pessoas, então, provavelmente, serão menos críticas em relação à desigualdade social que resulta de diferenças em formação educacional (...). Se resultados da formação educação são vistos como, sobretudo, merecidos, suas consequências, portanto, também serão. (KUPPENS *et al* 2018 *apud* SANDEL, 2018, p. 140).

Diante do proposto, a meritocracia fortalece “(...) as desigualdades sociais e legitima o domínio da elite ao preconizar a igualdade de oportunidades a todas, uma vez que são as camadas privilegiadas que definem como é feito o reconhecimento do mérito” (SOARES; BACZINSKI, 2018, p.39). Assim limitando o sujeito de transcender a sua realidade social, já que as oportunidades são limitadas.

### 3.4 MOBILIDADE SOCIAL BRASILEIRA E OS DADOS DA MERITOCRACIA

Segundo Behrman (2000), mobilidade social é o conceito comumente empregado em referência a movimentos, seja de indivíduos, grupos ou famílias, em determinado período de tempo em respeito a algum indicador socioeconômico. Como exemplo, a mobilidade de renda ocorre quando o indivíduo tem variações em sua renda conforme a distribuição de renda total, seja elas positivas ou negativas.

O mérito tem que ser avaliado quando se tem igualdade no ponto de partida e, para França (2021), igualdades de oportunidades significa equidade. É você não dar uma educação idêntica para necessidades diferentes. Numa democracia, uma escola boa é aquela que não trata igualmente pessoas que têm condições desiguais, mas trata igualmente no mérito, no respeito e na dignidade. A meritocracia é passada de pai para filho.

Como exemplo, tem-se um servente de pedreiro que se esforça para dar condições de vida melhores para seu filho está colocando-o em situação melhor que um mestre de obras que não cuida do filho. Reduzir a meritocracia ao indivíduo é desprezar o passado. Quem não teve pais que o colocasse em situação de vantagem competitiva precisa se desdobrar para chegar ao mesmo resultado. Além disso, a meritocracia é uma exigência do mercado.

É difícil para boa parte da elite perceber a interferência externa em suas conquistas, pois não querem perder a influência em suas respectivas carreiras. Da mesma que há pessoas nesse ciclo que

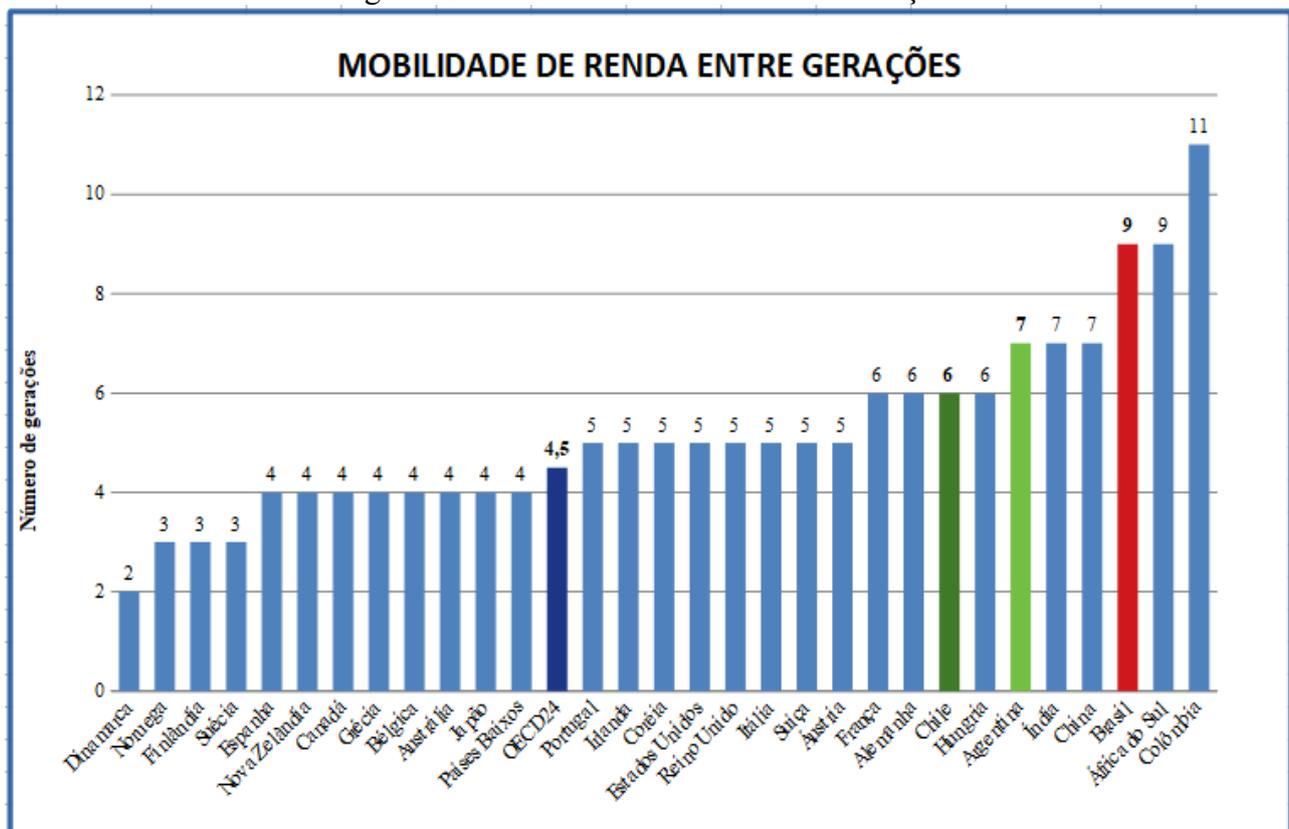
se esforçam para obter respeito de sua classe, há pessoas que fazem o oposto, secundarizando o esforço, não fazendo parte de uma categoria relevante (FRANÇA, 2021).

Assim,

A influência da família garantirá considerável espaço em alguma função de poder. Eventualmente, em cargos públicos, no governo ou nas empresas. Este cenário faz com que, independentemente do nível de esforço, exista uma transmissão intergeracional do status socioeconômico. O dinheiro compra parte expressiva dos resultados que um indivíduo obtém na vida e, conseqüentemente, o que se convencionou chamar de mérito. Logo, em certa medida, os bem-sucedidos herdam o status socioeconômico de seus pais. (FRANÇA, 2021).

Em estudo publicado pela OCDE (2018) com trinta países, mostrou que a mobilidade social nacional só não é pior do que a da Colômbia. A Figura 13 mostra quantas gerações são necessárias para que os descendentes de um brasileiro entre os 10% mais pobres atingissem o nível médio de rendimento do país.

Figura 13– Mobilidade de Renda entre Gerações

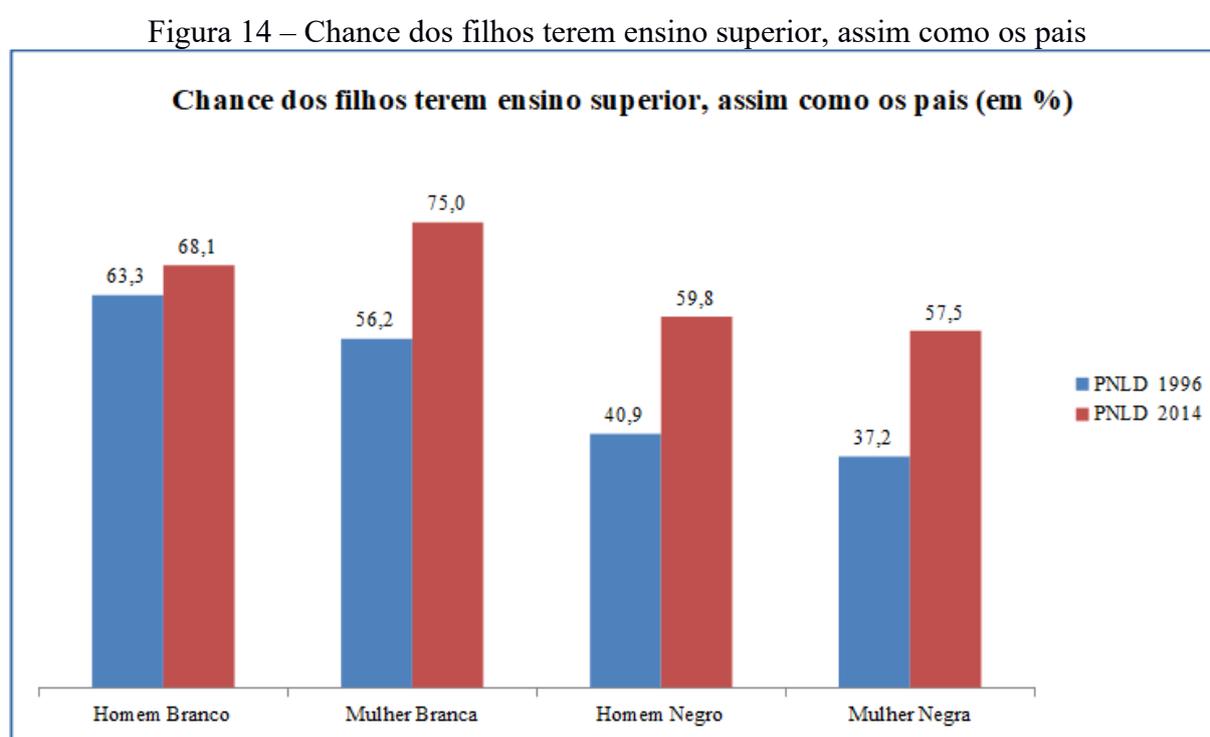


Fonte: Plataforma da OCDE 2018 – adaptado. (link: <https://www.oecd.org/els/soc/1-5%20generations.png>)

Podemos observar pelo gráfico que um brasileiro de família pobre pode levar até 9 gerações para se estabelecer na classe média, a mesma quantidade da África do Sul e só não é pior do que o

da Colômbia, em que seriam necessárias 11 gerações para a ascensão à classe média. Observa-se que o Chile e Argentina, países também Sul-americanos estão em condições melhores que do Brasil, respectivamente 6 e 7 gerações melhores. A média dos países da OCDE é de 4,5 gerações. O ranking conta com 30 países e é liderado pela Dinamarca, onde o período necessário é de 2 gerações.

Nessa mesma pesquisa da OCDE (2018) mostra que 35% dos brasileiros que começam a vida entre os mais pobres morrem na mesma condição. Apenas 7% da população têm alguma chance de vir a estar entre os mais ricos. Já 45% dos filhos de famílias ricas seguem a mesma situação e apenas 7% têm a chance de piorar de vida. Na Figura 14, mostra a chance dos filhos terem ensino superior, assim como os pais, a partir do sexo e raça.



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados fornecidos pelo Instituto Mobilidade e Desenvolvimento Social (IMDS)

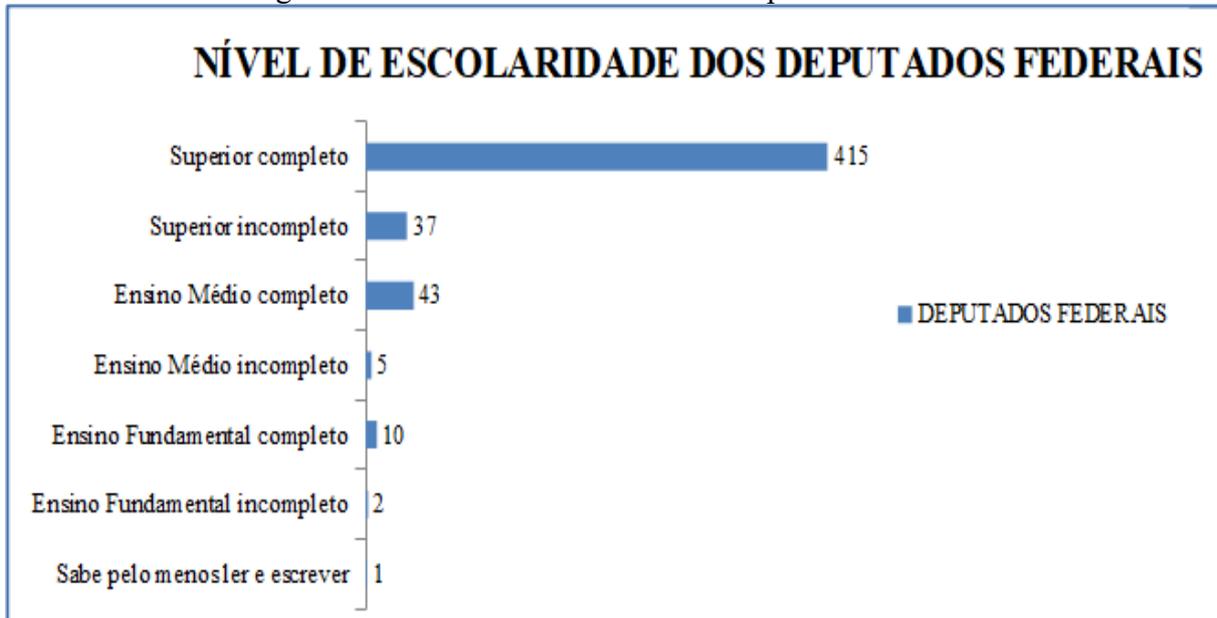
Observa-se que pessoas brancas têm uma chance maior de terem ensino superior, quando os pais têm, do que pessoas negras. Além de a origem social ser um fator que afeta a chance de ser bem-sucedido. O gênero e raça da pessoa também são fatores importantes, pois ser de determinados grupos gera uma série de privilégios ou perdas ao longo da vida.

De acordo Instituto Mobilidade e Desenvolvimento Social (IMDS), os filhos de pais sem instrução, somente 4,7 % conseguiram completar o nível superior. Por sua vez, os pais com ensino

superior praticamente não tinham filhos sem instrução. E o “Nordeste é a região do país em que é maior o impacto dos anos de estudo dos pais sobre o progresso dos filhos.” (IMDS, 2021).

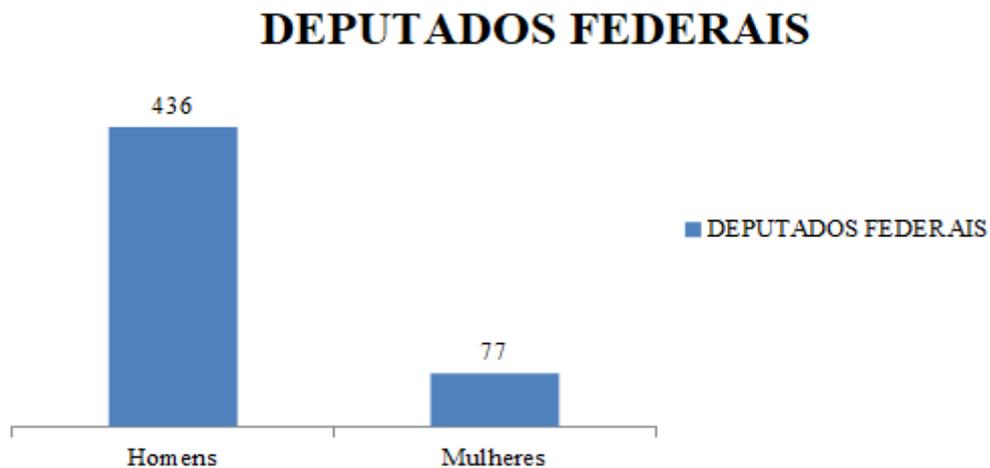
As Figuras 15,16 e 17 mostram, respectivamente, nível de escolaridade dos deputados federais, quantidade de deputados federais por sexo e o nível de escolaridade do eleitorado brasileiro.

Figura 15– Nível de escolaridade dos deputados federais



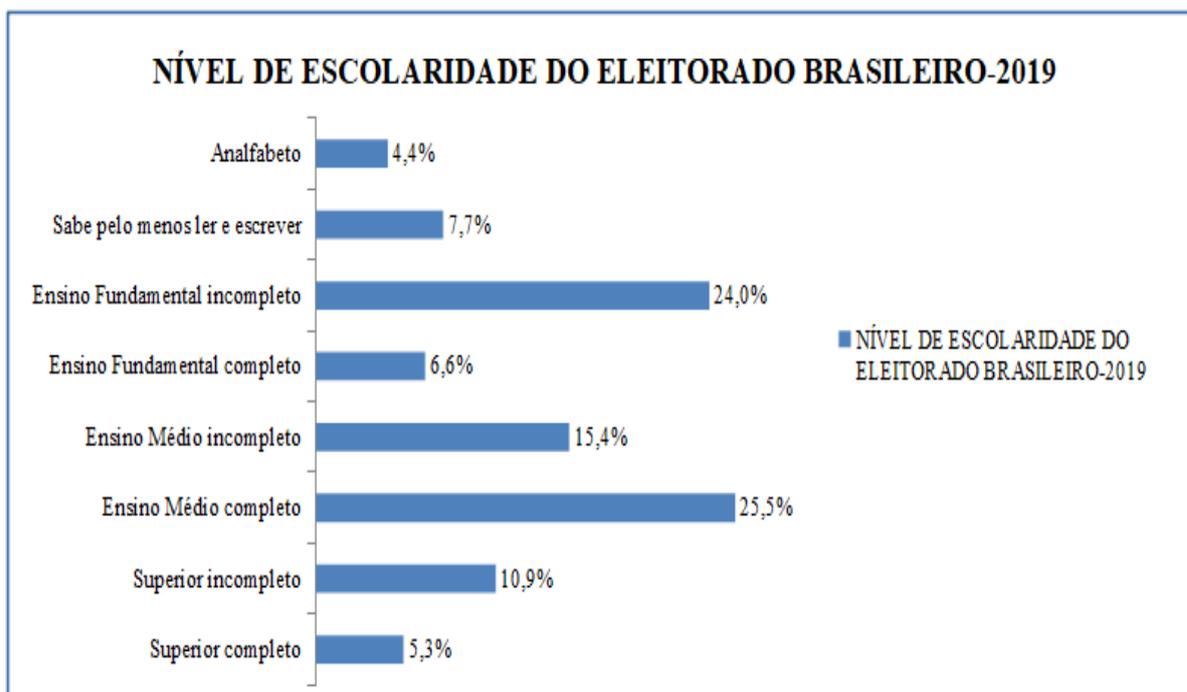
Fonte: Agência Câmara de Notícias (adaptado)

Figura 16 – Quantidade de deputados federais por sexo



Fonte: Agência Câmara de Notícias (adaptado)

Figura 17 – Nível de escolaridade do eleitorado brasileiro (2019)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor a partir dos dados do Tribunal Superior Eleitoral (TSE)

Observa-se que, a partir das Figuras 15 e 16, dos 513 deputados, 415 ou 80,9% têm ensino superior completo. Já 43 deputados (8,38%) têm ensino médio completo, enquanto 37 (7,21%) têm ensino superior incompleto. Dez (1,95%) dos novos deputados têm ensino fundamental completo, 5 (0,97%) têm ensino fundamental incompleto e 2 (0,39%) têm ensino médio incompleto. Um dos deputados eleito apenas lê e escreve. Já a bancada feminina na Câmara é composta por 77 mulheres o que representa 15% das cadeiras. Já no Senado Federal, dos 81 senadores, 12 são mulheres (BRASIL, 2021).

Segundo a Agência Câmara de Notícias (BRASIL, 2021) em relação a raça, os deputados estão divididos da seguinte forma 385 se autodeclararam brancos (75%), 104 se reconhecem como pardos (20,27%) e 21 se declaram negros (4,09%).

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE (2020), a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2019 (PNAD Contínua), o número de mulheres no Brasil é superior ao de homens. A população brasileira é composta por 48,2% de homens e 51,8% de mulheres. Em relação à cor, 42,7% da população é branca e 56,3%, preta (considerando a somatória dos negros e pardos que são, respectivamente, 9,4% e 46,8%).

Analisando os dados do PNAD Contínua e da Figura 17 mostram que a representação na Câmara dos Deputados, não condiz com a realidade da população brasileira. Onde a população de

mulheres é 51,8 % e a negra é 56,3%, contra 15% de mulheres e 24,36% de negra (considerando a somatória dos negros e pardos) da Câmara. E somente 5,3% da população têm nível superior contra quase 81% da Câmara.

Quem tem o título, não necessariamente possui a sabedoria pragmática e virtude cívica, “uma habilidade para deliberar sobre o bem comum para efetivamente obtê-lo” (SANDEL, 2018, p. 143), algo que em universidades não são desenvolvidas. (SANDEL, 2018).

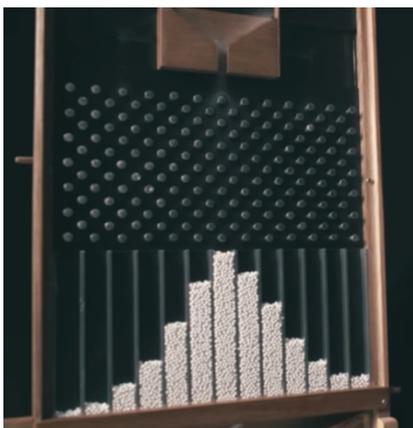
Desse modo, “a quase ausência no governo de pessoas sem formação universitária é um desdobramento da meritocracia” (SANDEL, 2018, p.142). Chama-se de credencialismo o enaltecimento exagerado dos títulos, que pode gerar descontentamento da população que não os tem, gerando, segundo Young (1958), uma revolta populista. A relação entre a meritocracia e

### 3.5 A RELAÇÃO ENTRE A MERITOCRACIA E O TABULEIRO DE GALTON

Segundo Sandel (2018), para uma pessoa chegar ao dito sucesso que a sociedade impõe, será necessária uma série complexa de ações, escolhas, determinações sociais, oportunidades, inteligência, sorte, acidente, herança e o acaso.

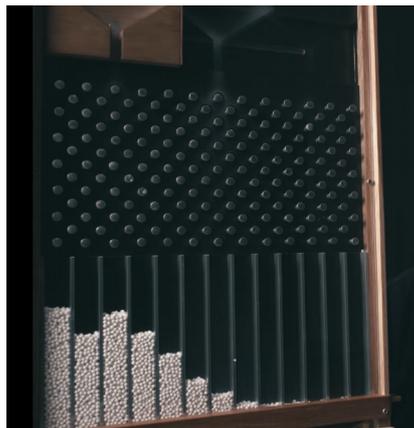
Com isso, utilizaremos do Tabuleiro de Galton para fazer uma associação com a meritocracia mostraremos que o sucesso não depende somente do próprio mérito e esforço, depende mais da casualidade. E que se você nasce em uma classe social à probabilidade de você permanecer nela é muito maior do que o contrário. As Figuras 18,19 e 20 representam o tabuleiro nas três formas que pode ser posicionada a roldana.

Figura 18 – Partindo do centro



Fonte: Canal do Atila Iamarino (adaptado)

Figura 19 – Partindo da esquerda



Fonte: Canal do Atila Iamarino (adaptado)

Figura 20 – Comparando o lado esquerdo com o direito



Fonte: Canal do Atila Iamarino (adaptado)

Na Figura 18, observamos que as bolinhas, partindo do centro, tendem a ficar no centro; na Figura 19, as bolinhas partiram do lado esquerdo e concentraram-se, em sua maioria, no lado esquerdo; na Figura 20, tem uma comparação de bolinhas saindo do lado esquerdo ou direito, sendo que àquelas que saíram do lado esquerdo permanecem do lado esquerdo e, àquelas do lado direito permanecem do lado direito.

De forma análoga com a classe social, percebemos que, se uma pessoa nasce em uma classe com menos poder aquisitivo, sua probabilidade de permanecer nela é maior, assim como a tendência de quem nasce na classe mais alta, fica nela, condizente com o estudo IMDS (2021), do tópico 3.4, que mostra que filhos de pais sem instrução tendem a continuar em sua classe social, no qual somente 4,7% chegam ao nível superior.

Sandel (2021) fala sobre a nobre mentira citada por Platão para deixar a sociedade acreditando que é obra do divino, aceitando certas desigualdades como legítimas, além de citar um relato de um de seus alunos que fala que “(...) é melhor preservar o mito para que as pessoas continuem a acreditar que é possível ascender até onde seus talentos e trabalho árduo as levarem” (SANDEL, 2021, p. 110). Enquanto Platão vivia em uma sociedade aristocrática, o estudante vive em uma meritocrática.

Para um conceito etimológico, aristocracia vem de *aristos*, que significa “o mais valente” ou “o melhor”, distinguindo-os dos outros, segundo Sousa (2012), comenta que para o conceito de virtude, “(...) Areté exprime um ideal de homem superior característico do período micénico, de uma cultura que eleva o valor da aristocracia (literalmente, “o governo dos melhores”) (SOUSA, 2012, p. 2), isto é, “A *areté* de um herói depende do prestígio que recebe dos seus pares” (SOUSA, 2021 p. 3).

Olhando para a origem de ambas as palavras, aristocracia e meritocracia, elas são quase sinônimas. Enquanto a primeira conceitua como o governo dos melhores, a segunda, como o governo dos merecidos. Aristocracia é associada a uma herança hereditária, uma sociedade de castas, e a meritocracia é pelo esforço e mérito.

O problema não é a educação nas quais as pesquisas<sup>14</sup> mostram que, quanto maior a escolaridade, maior é a qualidade de vida e de ser bem-sucedido, mas sim uma sociedade baseada somente no mérito e no esforço, esquecendo as desigualdades sociais, ou seja, da realidade brasileira e de outros países.

Na visão de Barbosa (2014), a meritocracia

(...) é vista como desagregadora do ambiente de trabalho, pois estabelece a competição onde ela não existia. Ela é equivocada, pois troca quantidade por qualidade. Ela é injusta, porque não reconhece e retribui o trabalho de todos. Em suma, ela é uma nova forma de exploração e de estresse organizacional. O discurso antimeritocrático clama por mais benefícios para todos e vê no trabalho diário de cada um a contrapartida do salário. A meritocracia é uma cobrança extra indevida. Seus adeptos antagonizam, portanto, qualquer cobrança maior de resultados e desempenho dos funcionários. (BARBOSA, 2014, p. 83).

Para Young (1958), a sociedade baseada no mérito vai ser dividida entre os vendedores e perdedores, acontecendo, assim, o que houve com a aristocracia, porque as pessoas que não faziam parte da elite aristocrática não achavam justo ser escolhido somente pelo caráter hereditário, e ele prevê que a meritocracia vai se tornar uma espécie de aristocracia também, então, a sociedade baseada no mérito tende ao fracasso (YOUNG, 1958).

Em um discurso de campanha em Roanoke, Virgínia, nos Estados Unidos (2012), Barack Obama falou contra a reivindicação de um indivíduo sozinho consegue chegar ao sucesso:

---

14 Pesquisas mostradas na seção 3.4 deste capítulo.

(...) se você teve sucesso, você não chegou lá sozinho. Você não chegou por conta própria. Sempre fico impressionado com as pessoas que pensam: “Bem, deve ser porque eu era muito inteligente.” Existem muitas pessoas inteligentes por aí. “Deve ser porque trabalhei mais duro do que todo mundo.” Deixe-me dizer uma coisa - há um monte de pessoas trabalhadoras por aí.(...). Se você teve sucesso, alguém ao longo do caminho lhe deu alguma ajuda. Houve um grande professor em algum lugar da sua vida.(THE WRITE HOUSE, 2012).

Em outras palavras, por mais que você seja muito inteligente ou muito trabalhador suas conquistas e seu sucesso não dependeram somente disso, pelo contrário, há uma omnilateralidade, isto é, que dependem de vários fatores, como oportunidades ou conhecer a pessoa no momento oportuno. Dessa forma, é pertinente observar que para alcançar um determinado objetivo não se caminha sozinho.

Dessa forma, a meritocracia e tabuleiro de Galton são temas importantes para o ensino de matemática, pois esta é fundamental na formação humanística e o currículo escolar deve levar em conta essa formação, pois é indispensável para que esta formação seja completa.

Para simplificar o surgimento da ideia meritocrática, no Apêndice A é apresentado um mapa conceitual da origem da meritocracia o qual pode ser usado para fins didáticos.

No capítulo seguinte, será apresentada uma sequência didática voltada para a utilização do Triângulo de Pascal, utilizando o Tabuleiro de Galton e, com este, fazendo a associação com a meritocracia.

## 4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

Neste capítulo, iniciaremos com a apresentação da BNCC (BRASIL, 2017) relacionada à Matemática do Ensino Médio e suas Competências Específicas. Além disso, serão debatidas quais habilidades espera-se que os alunos do Ensino Fundamental tenham adquirido para prosseguimentos com os estudos, principalmente, Probabilidade e Estatística. Logo após, será justificado o uso de material concreto e de tecnologias digitais, como por exemplo, o Geogebra, no ensino de Matemática, de que forma as competências compreendem as habilidades específicas e como estas sugerem metodologias de ensino e aprendizagem.

Depois, abordaremos o conceito de sequência didática, em seguida abordaremos Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud (2000). Consecutivamente, apresentaremos uma sequência didática, que começara com atividade de sondagem e depois para a construção do Tabuleiro de Galton (TG) a partir de material concreto. E por fim, faremos uma ligação do Tabuleiro com a meritocracia. As referências utilizadas para o enriquecimento deste capítulo foram Vergnaud (2000), Barros (2010), Assumpção (2011), Oliveira (2013) e Brasil (2017).

### 4.1 MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO NA BNCC

Por toda a educação básica, a BNCC perpassa por Campos de Experiências, Áreas do Conhecimento e Competências Específicas<sup>15</sup>, especificamente, de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio. Importante lembrar que “As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer, em determinadas situações, a mobilização de outras” (BRASIL, 2017).

Na etapa do Ensino Médio, a Base propõe “(...) a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2017). As habilidades do Ensino Fundamental são sistematizadas em cinco unidades de conhecimento: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Nesta dissertação, abordaremos, especificamente, Álgebra, Geometria e Probabilidade, em virtude do desenvolvimento do pensamento algébrico, da construção do Tabuleiro de Galton e do Triângulo de Pascal respectivamente.

<sup>15</sup> São cinco competências específicas para matemática.

Em relação ao pensamento algébrico, a Base propõe, a partir das demandas da sociedade, identificar “(...) a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações” (BRASIL, 2017).

O estudo da Geometria tem como objetivo entender o contexto espacial no desenvolvimento das habilidades “(...) para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras” (BRASIL, 2017), resolvendo situações-problema.

No que se referem à Probabilidade, os estudantes do Ensino Fundamental devem ter a noção da construção do “(...) espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos” (BRASIL, 2017).

Além disso,

(...) a BNCC propõe que os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal valorização possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de algoritmos, incluindo aqueles que podem ser representados por fluxogramas. (BRASIL, 2017).

Apesar de a Matemática ser ofertada nos três anos do Ensino Médio, a BNCC indica que os conteúdos não se atrelam a uma seriação, permitindo “(...) flexibilizar a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola” (BRASIL, 2017). Sendo assim, ela possui competências específicas, relacionadas a habilidades que devem ser alcançadas, mas não são divididas por série.

A BNCC prevê a interdisciplinaridade entre os componentes curriculares. Esta dissertação tem a função de pôr em prática esse conceito, onde Piaget, citado por Saviani (2021), descreve como uma relação recíproca entre as disciplinas que as enriquece mutuamente.

Além do desenvolvimento da cognição e da autoestima, os estudantes devem desenvolver atitudes de “(...) perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo” (BRASIL, 2017). Algumas das competências específicas de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio falam sobre a importância do uso material concreto e como esse meio é essencial para o processo de ensino-aprendizagem do aluno, pois ele precisa sair do palpável para o abstrato.

#### 4.1.1 – A importância do uso do material concreto e dos softwares educacionais no processo de ensino-aprendizagem da matemática

A manipulação de diversos materiais no início da educação básica ajuda o aluno a desenvolver suas vivências artísticas e, ao chegar ao Ensino Fundamental Anos Finais, é preciso que ele avance na

(...) capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos. Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto (BRASIL, 2017).

A importância de um objeto matemático favorece a visualização dos conteúdos de cunho abstratos, ajudando na construção do conhecimento matemático. (GRANDE, 2019). Assim como os objetos virtuais que podem ser obtidos a partir de *softwares* educacionais, como por exemplo, o GeoGebra<sup>16</sup>, que representam modelos concretos.

A observação da natureza foi motivadora de muitas ideias que geraram descobertas em também, levou os matemáticos a encontrarem alguns resultados incorretos. (GRANDE, 2019). Os objetos matemáticos são significativos para o avanço no processo de ensino e aprendizagem na Matemática e, na BNCC, “(...) o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade” (BRASIL, 2017).

A BNCC propõe o uso de objetos matemáticos e de tecnologias para a educação, como planilhas eletrônicas, calculadoras e *softwares* educacionais, desde o início do Ensino Fundamental para, quando, nos anos finais, os alunos “(...) possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de algoritmos, incluindo aqueles que podem ser representados por fluxogramas” (BRASIL, 2017).

Mostraremos as competências específicas e as habilidades que relacionam o uso das tecnologias e de objetos matemáticos (material concreto), cuja descrição do código é EM para o Ensino Médio, 13 é para todos os anos do Ensino Médio, MAT para Matemática e a numeração a seguir, por exemplo, em 406, o 4 significa a Competência Específica na área de Matemática, e o 06, a habilidade.

---

<sup>16</sup> Conceito a ser visto no tópico 4.1.3

Das 43 habilidades da Matemática do ensino médio que são distribuídas nas cinco competências específicas<sup>17</sup>, somente uma fala sobre o uso de material concreto e é bem específico, porém, no texto explicativo da competência específica 5 fala que a capacidade de investigação e de elaboração de fundamento são capazes de surgir de experiências empíricas, através das “(...) induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos” (BRASIL,2017). Dentre essas habilidades, 17 delas sugerem o uso de tecnologias digitais e softwares educacionais como uma metodologia alternativa para análise de resultados, fixar de estudos, aplicação e produção de conhecimento.

No Ensino Fundamental, o uso de material concreto faz parte do conhecimento e, no Ensino Médio, as habilidades da BNCC são voltadas para o uso das tecnologias, mas não quer dizer que o uso do material concreto seja abolido, porque ajuda na compreensão de padrões e experimentações para a percepção viva da matemática.

O uso do concreto eleva o conhecimento do aluno, assim como as tecnologias permitem que o espaço escolar seja mais interativo e motivacional, fazendo com que o discente aprenda de ambos os modos. A exemplo, tem-se o GeoGebra, que é *software* educacional de matemática dinâmica.

#### 4.1.2 GeoGebra

Para obter uma dinâmica em todos os níveis de ensino, reunindo Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos, o GeoGebra tornou-se “(...) um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática” (GEOGEBRA, 2021).

Idealizado por Markus Hohenwarter, em 2001, o GeoGebra, através do Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro (2021) é um *software* escrito em Java e é multiplataforma que está disponível em português brasileiro, no qual pode ser instalado no Windows, Mac OS e Linux, além de ser uma excelente ferramenta para criar ilustrações para serem usadas no Microsoft Word, por exemplo. É um excelente programa para o ensino da álgebra e geometria no ensino básico, uma vez que a plataforma é intuitiva e bem elaborada.

A ferramenta possibilita uma variação de recursos, possibilitando desenvolver atividades, indo além do tradicional para o Ensino de Matemática (ASSUMPÇÃO, 2011). É usado em todo o

---

17 Competência 1: 6 habilidades; competência 2: 3 habilidades; competência 3: 16 habilidades; competência 4: 7 habilidades e competência 5: 11 habilidades.

mundo, presente em mais 190 países. Foi traduzido para 55 idiomas. Além disso, são 62 Institutos GeoGebra distribuídos em 44 países para dar suporte e disponibilizar capacitações para o seu uso, ajudando alunos e professores a produzirem materiais, com a missão de fortalecer e otimizar o processo de ensino aprendizagem. (UESB, 2021). Os Institutos<sup>18</sup> GeoGebra no Brasil são localizados nas cidades de São Paulo(SP), Rio de Janeiro (RJ), Uberlândia (MG), Goiânia (GO), Angicos (RN), ainda tem outros Institutos pelo Brasil, mas ainda não fazem parte da Rede dos Institutos GeoGebra.

As Figuras 21, 22 e 23 mostram o menu de ferramentas, a interface do GeoGebra, e a utilização do Triângulo de Pascal. O menu de ferramentas que pode ser utilizado para as construções geométricas na Janela de Visualização. Na interface, pode ser visto do lado esquerdo a Janela de Álgebra, do lado direito a Janela de Visualização e abaixo, o campo de Entrada.

Figura 21 - Menu de ferramentas do GeoGebra

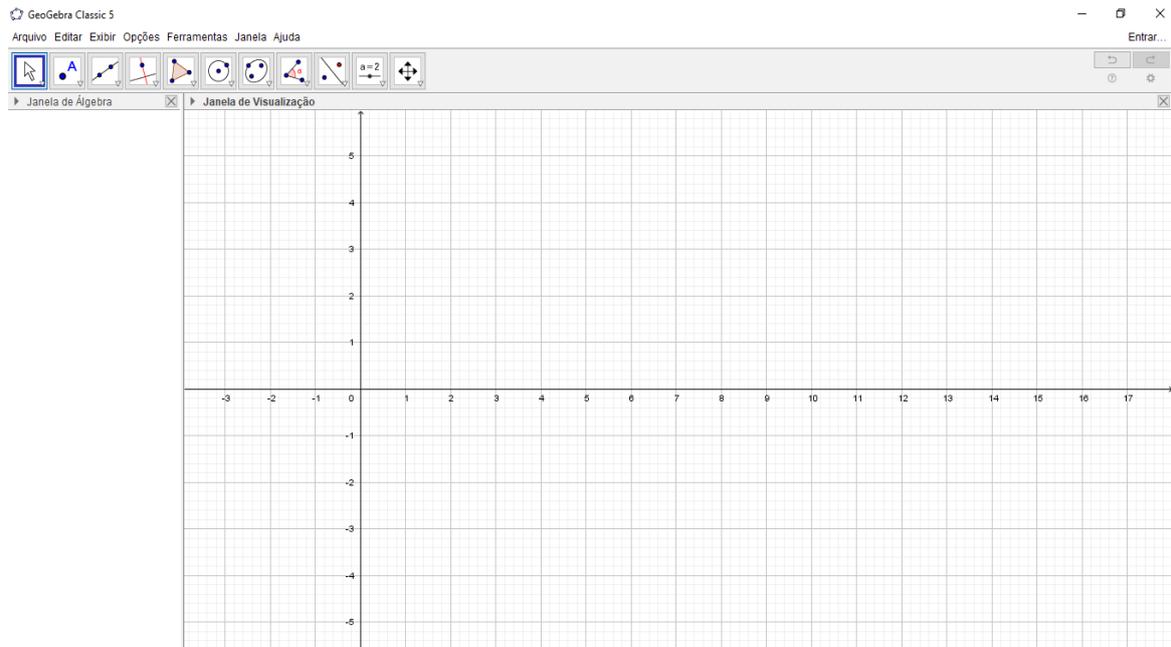


Fonte: Elaboração pelo Autor a partir do GeoGebra classic 5

---

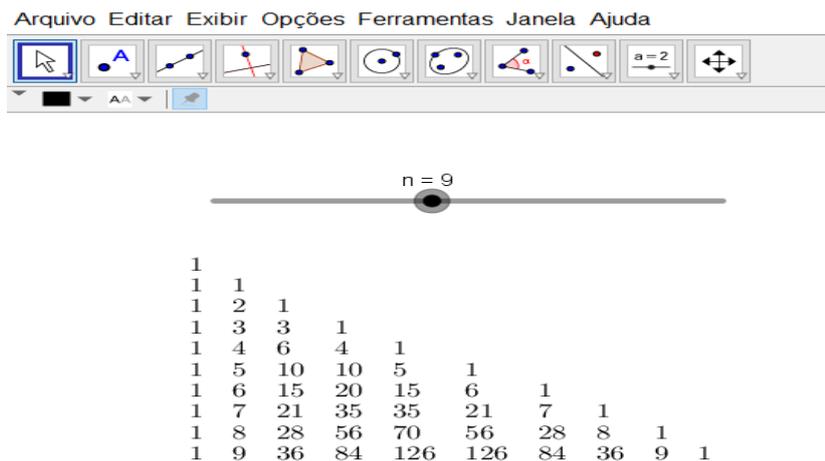
<sup>18</sup> O Instituto de São Paulo fica Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), o do Rio de Janeiro fica na (UFF), de Uberlândia fica na Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia (UESB) e de Angicos fica Universidade Federal Rural do Semi-Árido – (UFERSA-RN).

Figura 22 - Interface do GeoGebra



Fonte: Elaboração pelo autor a partir do GeoGebra classic 5

Figura 23 – Triângulo de Pascal no GeoGebra



Fonte: Elaboração pelo autor a partir do GeoGebra classic 5

Nas outras versões do GeoGebra, pode haver mudanças no vocabulário, na ordem das ferramentas e na interface. Na próxima seção abordaremos os conceitos básicos de uma Sequência Didática, assim como a teoria de aprendizagem adotada e a sistematização das atividades.

## 4.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

### 4.2.1 Conceitos básicos

Um dos grandes desafios dos professores é como fazer um planejamento capaz de levar aos alunos a aprendizagem, o processo de escolha de quais conteúdos abordar e de que maneira são questões fundamentais para o sucesso do trabalho que será realizado ao longo do ano. A tarefa é complexa, mas existem algumas orientações básicas que ajudam nesse processo. É nesse quesito que entra o modelo de sequência didática.

Uma Sequência Didática (SD) é que uma forma de organizar, metodologicamente, de forma sequenciada a aplicação das atividades. Ela contribui no melhoramento da forma de ensinar e na interação do professor e do aluno, e deste com os demais colegas, em relação aos assuntos propostos pela BNCC.

Para Oliveira (2013, p. 53), o conceito de sequência didática é “(...) um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem”, ou seja, são técnicas pedagógicas utilizadas por professores com o intuito de ensinar, desenvolver, aperfeiçoar ou mesmo introduzir algum assunto novo.

Outra definição, segundo Pinto (2010 *apud* ASSUMPÇÃO, 2011) é uma sistematização de atividades estruturadas com o intuito de chegar a um produto final como forma de apresentar o conteúdo. Assim, ajuda no entendimento do aluno em relação ao que se aprende na escola.

A SD surgiu na França em meados de 1980, mas somente na década de 1990 que chegou no Brasil. Esse período foi cheio de mudanças e inovações na educação brasileira. Por conta da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1992, a SD começou a ser trabalhada. (OLIVEIRA, 2013). Atualmente a sequência didática se apoia em diversas ações pedagógicas e pode ser aplicada em variadas áreas do conhecimento.

O uso da sequência didática será através do Tabuleiro de Galton, utilizando para explicar o Triângulo de Pascal, o Binômio de Newton e a distribuição binomial e a curva gaussiana, além de ser utilizado o GeoGebra como ferramenta de apoio com um Tabuleiro de Galton virtual, para fazer mais testes com rapidez, associando ao entendimento da meritocracia. Serão apresentadas atividades que utilizarão o Tabuleiro de Galton e o GeoGebra.

Para Oliveira (2013), os passos básicos para uma sequência didática começam com a escolha do assunto e tendo a noção da problematização a ser trabalhado, planejando os conteúdos a serem vistos, quais são os objetivos a serem atingidos no processo de ensino-aprendizado, separar a sequência de atividades, levando em consideração a formação de grupos ou equipes e do material didático a ser usado, cronograma e assimilação entre cada atividade e etapas, e avaliação dos resultados.

#### 4.2.2 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais foi idealizada por Gérard Vergnaud no final dos anos 1970. Sendo natural da França formou-se em Psicologia e foi aluno no doutorado de Jean Piaget, é doutor honoris causa pela Universidade de Genebra, foi fundador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) nas Universidades da França, na década de 1960, no apogeu do movimento da Matemática Moderna, onde o contexto propiciou que a didática seja entendida como uma disciplina científica, tendo como seu contemporâneo Guy Brousseau, pai da didática matemática e idealizador da Teoria das Situações Didáticas. (BARROS *et al*, 2010).

Para Vergnaud (1990, *apud* OLIVEIRA, 2013, p. 87.), o campo conceitual é definido como sendo:

(...) um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. Por exemplo, os conceitos de multiplicação, divisão, fração, razão, proporção, função linear, número racional, similaridade espaço vetorial e análise dimensional pertencem todos a um grande campo conceitual que é as estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1990 *apud* OLIVEIRA, 2013, p. 87).

Para Vergnaud, em sua entrevista para Grossi (2008), a didática “(...) é a chave do conhecimento escolar hoje”. Além disso, precisamos entender que existe a didática da Matemática, a da Biologia, a da Geografia, da língua Portuguesa, entre outras. Um professor de matemática não pode ensinar e avaliar da mesma forma que um professor de Português, é preciso compreender que cada disciplina tem suas especificidades E, dentro da didática da Matemática, a das estruturas aditivas não é a mesma das estruturas multiplicativas.

Para uma formação do conceito do campo conceitual, Vergnaud (1983, *apud* BARROS *et al*, 2010) comenta que, 1, o conceito não é formado em um só tipo de situações, 2, uma situação não

pode ser analisada em um único tipo de conceito e 3, a construção e a apropriação conceitual é processual, ou seja, demanda tempo, mesclando oscilações entre mal-entendidos e situações.

Vergnaud (2000) define conceito com uma trinca de conjuntos,  $C = (S, I, R)$  onde:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito

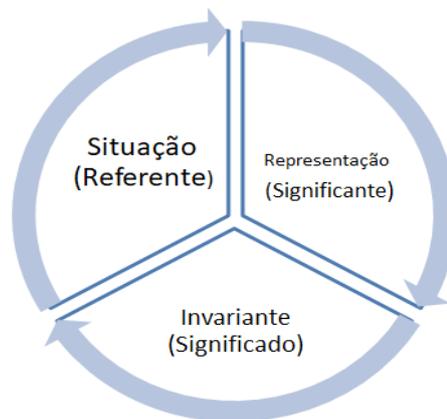
I: conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) baseado na operacionalidade do conceito;

R: o conjunto de representações simbólicas que representam as situações e os procedimentos para lidar com os invariantes;

O conjunto de situações é o referente do conceito, o segundo é de invariantes operatórios, é o significado do conceito, enquanto o terceiro é de representações simbólicas, representando o significante.

A seguir, a Figura 24 representa a trinca de conjuntos  $C = (S, R, I)$

Figura 24 – Mapa da Teoria dos Campos Conceituais



Fonte: Elaborada pelo próprio autor, a partir de Vergnaud (2000).

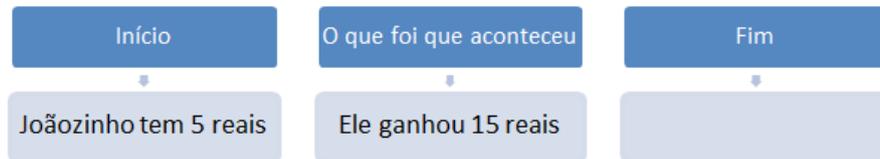
A seguir faremos dois exemplos de situações-problemas, usando o conceito de transformação. Os problemas de transformação tem a ideia de tempo no meio da questão e em seguida temos algo que a transforma, poder uma perda ou ganho, acréscimo ou decréscimo.

**Situação 1:** Joãozinho tem 5 reais e ganhou do seu pai 15 reais. Com quantos reais Joãozinho ficou no final?

Nesta situação, é só somarmos 5 mais 15, ou seja, ele ficou com 20 reais. Para a teoria do campo conceitual, a situação-problema é como contar uma história. Tem o início, algo acontece e tem o fim. Existem situações problemas que a gente ganha, mas existem aquelas que perdemos. No

caso do Joãozinho ele ganha, é uma composição, então é só juntar as duas partes. O esquema na Figura 25 representa esse caso.

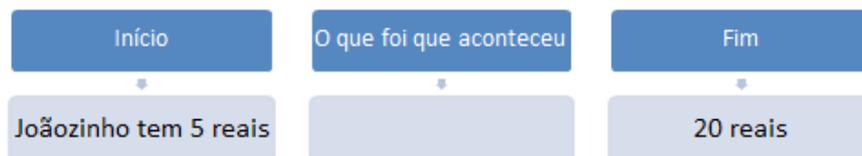
Figura 25 – Esquema da Teoria dos Campos Conceituais (1ª situação)



Fonte: Elaborada pelo próprio autor, a partir de Vergnaud (2000).

**Situação 2:** Joãozinho tem 5 reais e, ao final do dia, tinha 20 reais. Quanto ele ganhou? Nesse contexto, sabemos o início e o fim. Precisamos descobrir o que foi que aconteceu, isto é, quanto ele ganhou. Então, é só pegarmos o fim e subtrairmos do início,  $20$  menos  $5$  é igual a  $15$  reais. Como é bem observada na Figura 26.

Figura 26 – Esquema da Teoria dos Campos Conceituais (2ª situação)



Fonte: Elaborada pelo próprio autor, a partir de Vergnaud (2000).

Para Vergnaud (2000) o conceito de algo é adquirido a partir várias situações, de experiências. Com isso, uso de objetos concretos e recursos tecnológicos nas aulas de matemática ajudam na assimilação da situação-problema, portanto, são recursos pedagógicos que podem trazer uma contribuição na construção de conceitos e diminuir a abstração que, geralmente, está presente nas aulas de matemática. Dessa forma, o Tabuleiro de Galton é um instrumento que proporciona aos professores do Ensino Médio a oportunidade de construir um trabalho significativo, com os conteúdos de Análise Combinatória.

O estudo da didática da matemática é algo recente e pô-lo em prática demanda tempo e, aplicando a teoria dos campos conceituais em países periféricos, como o Brasil, torna-se complicado, no qual a formação docente não é adequada, com desfalque da estrutura escolar.

O principal problema no Brasil é que a Educação das crianças, dos adolescentes e a formação dos adultos são consideradas custo, e não investimento. Pelo fato, que são os homens que produzem coisas novas, e não o mercado.

### 4.2.3 Planejamento das atividades

A Sequência Didática proposta nesta dissertação utiliza-se de um instrumento matemático, o Tabuleiro de Galton ou Quincunx, tanto físico quanto virtual. O virtual utilizaremos uma versão feita na ferramenta educacional de matemática dinâmica, o GeoGebra, apresentado na seção anterior. De modo que, possui 15 atividades propostas aos alunos, divididas em 6 Etapas de Atividades. Tendo uma etapa para atividade de sondagem e 5 etapas para utilização do Tabuleiro.

O cronograma de aplicação pode ser estruturado para ser aplicada em 3 semanas ou mais ou menos, com dois encontros semanais, colocando encontros extras para eventuais problemas, como por exemplo, uma pandemia. Desta maneira, fica a critério do professor para escolher a quantidade de encontros para aplicação, pois ele que conhece a turma. Cada encontro terá pelo menos uma atividade para ser abordada e sua duração pode variar de 50 min a uma hora e 40 minutos, tempo de uma ou duas aulas, dependendo da atividade a ser desenvolvida, algumas atividades serão feitas em sala de aula e outras devem ser realizadas em um laboratório de informática, e se escola não tiver, pode ser levado um notebook para sala de aula. A quantidade ideal seria 20 alunos, para que o professor-orientador possa acompanhar o desenvolvimento dos alunos participantes de forma mais individual, mas sabemos que essa não é a realidade brasileira. O desenvolvimento das atividades em 3 semanas é para os encontros não ficarem espaçados, podendo prejudicar os resultados, mas isso depende de cada turma.

Inicialmente serão verificados os conhecimentos prévios dos alunos sobre porcentagem, fatorial e probabilidade. Segundo Oliveira (2013, p.61), a primeira atividade sendo uma sondagem ajuda na construção de um conceito, pois “(...) instiga o aluno a descrever um conceito, que é resultante de um conhecimento que foi construído ao longo de suas experiências” dos quais esses conceitos foram adquiridos a partir de experiências prévias dos alunos sobre o assunto. Essa sondagem facilita “(...) a integração entre docentes, discentes, dos educandos entre si (...) tem como desfecho final a sistematização de conhecimentos preexistentes, e a construção de um novo saber.” (OLIVEIRA, 2013, p.61).

Sobre as atividades da sequência, será feita a montagem e aplicação do Tabuleiro, que é dividido em 5 etapas, onde a 1ª etapa é para a apresentação e construção do Tabuleiro de Galton que será necessário para as atividades subsequentes deste trabalho a 2ª etapa para as testagens com o instrumento construído, 3ª etapa abordar a distribuição de probabilidades, 4ª etapa abordar o triângulo de Pascal e suas propriedades e a última etapa é relacionar o Tabuleiro de Galton com a Meritocracia.

Oliveira (2013), também fala sobre a importância das atividades avaliativas para a sequência didática.

A sequência didática é um procedimento para a sistematização do processo ensino-aprendizagem, sendo de fundamental importância a efetiva participação dos alunos. Essa participação vai desde o planejamento inicial informando aos alunos o real objetivo da sequência didática no contexto da sala de aula, até o final da sequência para avaliar e informar os resultados. (OLIVEIRA, 2013, p. 54)

A avaliação pode ser feita de forma contínua, considerando a participação dos alunos em todas as discussões e atividades propostas. O professor também pode se utilizar de qualquer meio pedagógico para avaliar o aluno.

As atividades de sondagem estarão disponíveis no Apêndice desta dissertação para que o professor possa utilizar a metodologia que ele considerar mais adequada. Entretanto, será sugerida uma metodologia para aplicação das atividades.

A seguir no Quadro 1 encontra-se o diário de bordo, que de forma geral descreve que as atividades estão separadas em etapas. Cada uma delas é constituída de objetivos, habilidade ou competência da BNCC usada, sugestões ao professor e resultados esperados.

Quadro 1– Diário de bordo

	Atividades desenvolvidas
Etapa de Sondagem	Verificação de conhecimentos prévios dos estudantes utilizando a ferramenta tecnológica educacional Kahoot ou Wordwall.
Atividade Única	Metodologia aberta. As 15 questões estão no Apêndice A.
1ª Etapa	Apresentação do Tabuleiro e do histórico de Francis Galton.
Atividade 1	Construção do Tabuleiro.
2ª Etapa	Fazendo testes com o Tabuleiro
Atividade 2	Explorando o Tabuleiro
Atividade 3	Testagem do dispositivo e anotação dos resultados.
3ª Etapa	Nesse encontro calcularemos a distribuição de probabilidades nas colunas e será deixado um exercício com mais obstáculos.

Atividade 4	Distribuição de probabilidades com 3 obstáculos.
Atividade 5	Distribuição de probabilidades com 4 obstáculos.
4ª Etapa	Nesse encontro apresentaremos o Triângulo de Pascal e espera-se que os alunos já percebam a ligação com as atividades da etapa anterior. E será pedido aos alunos para conjecturar a relação de Stifel e com isso apresentaremos essa relação e a demonstraremos.
Atividade 6	Construção do Triângulo de Pascal até a 4ª linha e a soma dos elementos da linha.
Atividade 7	A soma dos elementos da 5ª linha Triângulo de Pascal.
Atividade 8	Conjecturar a relação de Stifel.
Atividade 9	A sequência de Fibonacci e o Teorema das colunas
5ª Etapa	Nessa etapa, com um uso do GeoGebra, mostraremos aos alunos uma simulação do Tabuleiro de Galton e com ela em andamento, mostramos a aproximação do histograma de distribuição das bolinhas das colunas com a curva gaussiana. E com isso fazendo uma associação com a meritocracia.
Atividade 10	Testes com o Tabuleiro feito pelos alunos, onde cada coluna representa uma quantidade de salários-mínimos.
Atividade 11	Fazer testes colocando um calço do lado esquerdo do tabuleiro, simulando quando economia do país está boa.
Atividade 12	Fazer testes colocando um calço do lado direito do tabuleiro, simulando quando economia do país está ruim.
Atividade 13	Faremos testes, lançando as bolinhas do lado esquerdo e do lado direito do Tabuleiro de madeira.
Atividade 14	Fazer Simulações no Tabuleiro de Galton Virtual feito no Geogebra, apresentar a distribuição normal.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

### 4.3 ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA (AS)

#### 4.3.1 Etapa da sondagem

Esta etapa tem o objetivo de verificar o conhecimento prévio de porcentagem, fatorial e probabilidade, assim como alguns conteúdos que serão utilizados ao longo das AS. De modo que essa sondagem fica a critério do professor que a realizará, desde que o método ajude o professor a

verificar quais conhecimentos matemáticos os alunos trazem de suas experiências e de seu convívio escolar.

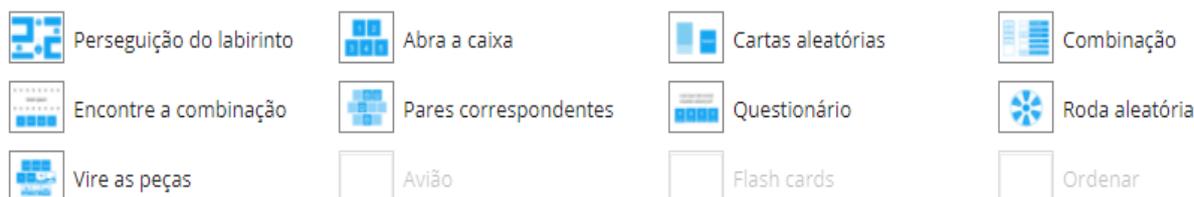
Propormos o uso de duas ferramentas tecnológicas educacionais que são muito bastante atrativas que pode cativar os alunos durante sua utilização. Trata-se do *Wordwall*, disponível no em *wordwall.net* e do *Kahoot!*, disponível em *kahoot.com*, são plataformas de aprendizado baseada em jogos.

No *Kahoot!*, cada jogo, consiste em testes de múltipla escolha de até 4 opções, onde as perguntas são projetadas pelo professor, e os alunos precisam respondê-las no seu próprio aparelho com o símbolo da sua resposta correspondente, e também no final de cada pergunta é apresentado um pódio parcial dos participantes.

E no *Wordwall*, tem vários modelos de jogos, onde é possível mudar o modelo do jogo apenas com um clique, tem modelo de questionário, tem a perseguição do labirinto que parece o jogo do *PacMan*<sup>19</sup>. Em ambas as plataformas as perguntas são temporizadas. A Figura 27 mostra os modelos gratuitos disponíveis.

Figura 27 – Modelos de jogos do Wordwall

#### INTERATIVOS



Fonte: Figura Autoral

No Apêndice A deste trabalho de forma corrida estão retratadas as 15 atividades dessa avaliação diagnóstica, tendo questões subjetivas e objetivas sobre porcentagem, fatorial e probabilidade, assuntos necessários para melhor compreensão do aluno nas etapas de utilização do Tabuleiro, mas o professor ajusta esse questionário à metodologia que será utilizada na Sondagem. As Figuras 28 e 29 representam com seriam as atividades feitas, respectivamente, *Wordwall* e no *Kahoot!*.

<sup>19</sup> É um personagem de videogame extremamente popular dos anos 1980. Ele foi apresentado ao mundo em arcade, no dia 22 de maio de 1980, no Japão.

Figura 28 – Atividade de sondagem feita no Wordwall

0:30

Uma escola tem 24 professores, dos quais 25% ensinam Matemática. Quantos professores ensinam Matemática nessa escola?

A 5    B 6    C 7

D 8    E 9

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 29 - Atividade de sondagem feita no Kahoot!

Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade do lado "cara" ficar voltado para cima?

13

Kahoot!

0 Respostas

Pular

▲ 1    ◆ 1/3

● 1/2    ■ 1/4

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

#### 4.3.2 Descrição das Etapas

Apresentaremos a descrição do desenvolvimento da SD com o objetivo de tornar mais lúdico o ensino de análise combinatória (Triângulo de Pascal).

**Tema:** Triângulo de Pascal e Meritocracia

**Público alvo:** alunos do 2º ano do ensino médio.

**Duração:** A sequência vai ser dividida em cinco etapas.

**Disciplina:** Matemática.

**Objetivo geral da atividade:** Apresentar uma sequência didática utilizando o Tabuleiro de Galton no ensino de probabilidade, análise combinatória, mais especificamente o Triângulo de Pascal e suas propriedades e mostrar da curva da distribuição normal (gaussiana) na ideia de meritocracia.

**Objetivos Específicos da atividade:**

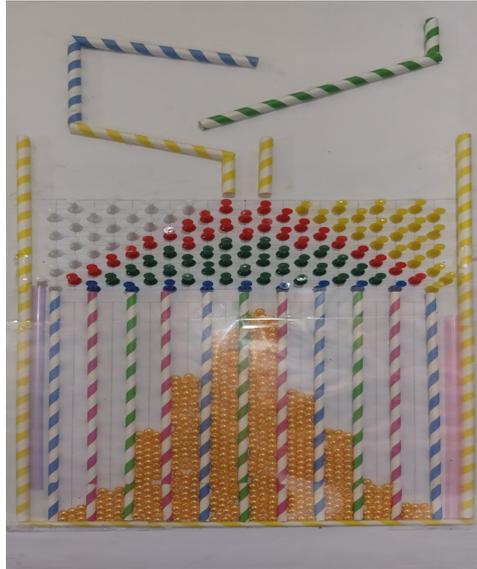
- Aguçar a curiosidade e compreender a construção do Tabuleiro de Galton.
- Perceber um acúmulo maior de bolinhas nas colunas centrais no dispositivo através de experimentações.
- Perceber o Triângulo de Pascal na distribuição das bolinhas nas colunas
- Verificar a relação de Stifel no Triângulo de Pascal.
- Perceber a aproximação que a distribuição de probabilidades das colunas tem com a curva gaussiana (distribuição normal) de forma numérica.
- Fazer uma associação do Tabuleiro com a Meritocracia.

A sequência será desenvolvida através das etapas a seguir:

**1º Etapa:** Apresentar o Tabuleiro de Galton perguntando aos alunos em que colunas eles acham que a bolinha cairia. Depois disso, apresentar uma breve história de quem foi Francis Galton. Logo em seguida, dividir os alunos em grupos para construção de um Tabuleiro de 6 a 10 colunas. E com a construção, alunos já vão perceber um padrão na forma de colocar as tachinhas, o Triângulo de Pascal.

**Recursos Necessários:** Canudos de refrigerante, cola, tesoura, uma placa de cortiça ou isopor, tachinhas, bolinhas, uma folha de plástico transparente e uma folha de papel. A Figura 30 representa o protótipo Tabuleiro de Galton confeccionado com canudos e tachinhas.

Figura 30 – Tabuleiro de Galton confeccionado com canudos e tachinhas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

**2º Etapa:** Com cada grupo com seu Tabuleiro construído promover testes com os alunos, soltando uma quantidade fixa de bolinhas. Essa quantidade de bolinhas deve ser determinada de acordo com a capacidade das colunas. Para quantidades maiores, alguma coluna central pode transbordar, o que modificaria o resultado real do teste. Sugere-se, que previamente solte bolinhas até que uma coluna transborde, para determinar o número máximo de bolinhas que podem ser utilizadas. Espera-se que nos testes, os alunos sejam capazes de perceber que as bolinhas têm uma maior concentração nas colunas centrais.

**3º Etapa:** Nessa etapa trabalharemos com os alunos a distribuição de probabilidades ao longo do Tabuleiro utilizando a definição de probabilidade. A princípio, mostrar que com 1 obstáculo, teríamos duas possibilidades (uma a esquerda e outra a direita ) e as probabilidades se distribuirão de forma igualitária, na proporção 1:1. Com 2 obstáculos, dispostos como vértice de um triângulo equilátero, teremos 3 possibilidades de caminhos e a distribuição das probabilidades ficará na proporção 1:2:1. Adicionar outros 3 obstáculos abaixo dos que existiam de forma a continuar com triângulos equiláteros, teremos 4 possibilidades e as probabilidades se distribuirão na proporção 1:3:3:1. Espera-se que os alunos entendam esse mecanismo de distribuição de probabilidades e sejam capazes de determinar para números maiores de obstáculos.

**4º Etapa:** Apresentar aos alunos o Triângulo de Pascal e sua construção binomial. Espera-se que os alunos percebam que as proporções da distribuição de probabilidades determinadas na etapa anterior, representam as linhas do Triângulo de Pascal. E apresentar o teorema das linhas e das

colunas, e a sequência de Fibonacci. No fim dessa etapa, apresentar a relação de Stifel e demonstrá-la.

**5º Etapa:** Levar os alunos para o laboratório de informática e apresentá-los o Tabuleiro de Galton virtual desenvolvido no GeoGebra, ou apresentar em sala de aula em um notebook se a escola não tiver laboratório de informática. E por fim, fazer uma associação do Tabuleiro com a Meritocracia.

Nas Figuras 31, 32 e 33 mostramos o Tabuleiro de Galton confeccionado com diferentes materiais.

Figura 31 – Tabuleiro de Galton confeccionado com garrafas pet



Fonte: Elaborado por Divermates (2021)

Figura 32 - Tabuleiro de Galton feito de madeira



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 33 - Tabuleiro de Galton feito com palitos de picolé, cortiça e tachinhas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

#### 4.4 APLICAÇÃO DA SD

A sequência didática será desenvolvida ao longo de cinco etapas. Uma sugestão é cada etapa seja feita em um encontro de uma hora e quarenta minutos de duração (tempo de duas aulas), ou seja, em 5 encontros, mas o professor tem a autonomia de escolher a quantidade de encontros a partir do seu conhecimento da turma. A sequência deve ser aplicada a alunos do 2º ano do ensino médio, pois é aonde se estuda Análise Combinatória e Probabilidade tanto em escola pública ou particular.

**Sugestão para o professor:** Uma turma de 40 alunos pode ser dividida em grupos de 8, com intuito promover dinamismo na aplicação da sequência e que todos os alunos participem.

Na aplicação da sequência didática, utilizamos os recursos cedidos pela escola, comprado ou elaborado pelo professor. O tabuleiro que foi construído tem 60 cm de comprimento por 30 cm de largura, foram utilizadas 107 tachinhas com espaçamento de 2 cm, 20 canudos de papel de 19 cm cada e uma folha de acetato. As bolinhas são cotas de 8 mm.

Utilizaremos esse tabuleiro que será construído junto com os alunos, representado na Figura 20. Além disso, usaremos outro feito de madeira elaborado pelo autor desse trabalho, pois esse nos dar três opções de pontos de lançamento das bolinhas, conforme esquemas apresentados nas Figuras 34, 35 e 36.

Figura 34 – Lado esquerdo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 35 – Parte central



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 36 – Lado direito



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

**1ª Etapa:** Nessa Etapa, inicialmente apresentamos o histórico de Francis Galton. Depois será pedido para cada grupo como Atividade 1 que construam um Quincux.

**Objetivos:** Compreender a construção do instrumento e aguçar a curiosidade sobre o dispositivo;

**Não tem habilidade, mas a Competência específica 5 (BNCC) justifica o uso.**

A seguir os passos para a construção:

**PASSO 1:** Reúna seus materiais. Demonstrado na Figura 37.

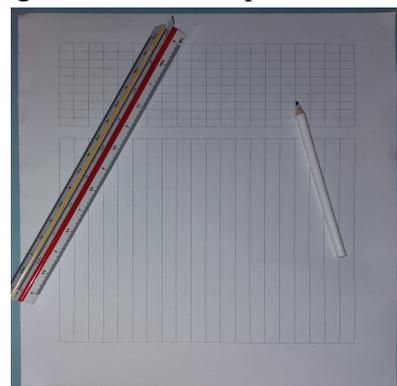
**PASSO 2:** Peça para os alunos desenhar uma malha quadriculada de 1cm na folha de ofício ou entregue para cada grupo uma já feita. Depois, cole-a em um lado do quadro de cortiça ou do isopor. Demonstrando na Figura 38.

Figura 37 – Material para a construção do Tabuleiro



Fonte: Figura autoral

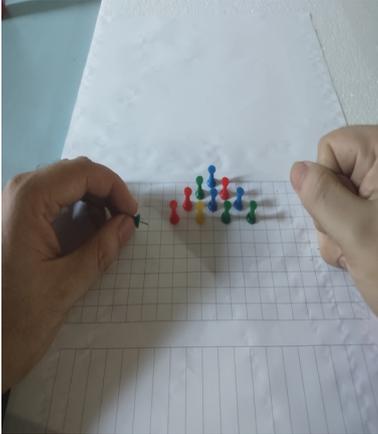
Figura 38 – Malha quadriculada



Fonte: Figura autoral

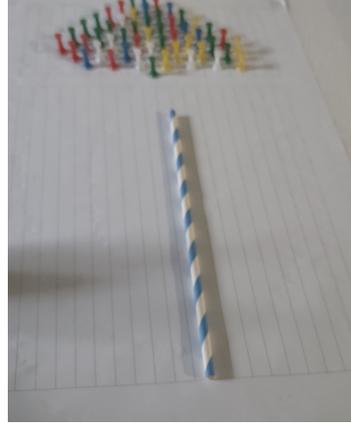
**PASSO 3:** Coloque uma tachinha alternando em cada ponto da malha. Depois, cole um palito de picolé no topo de cada linha. Demonstrado pelas Figuras 39 e 40.

Figura 39 – Colocando as tachinhas



Fonte: Figura autoral

Figura 40 – Colando os canudos

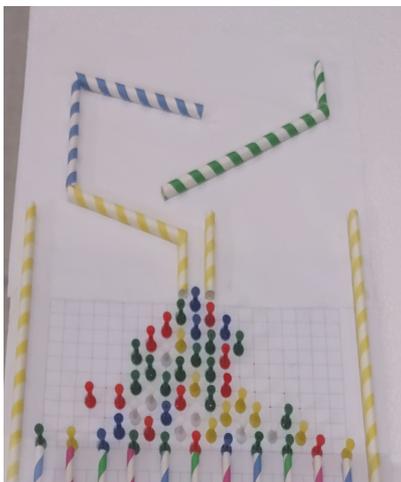


Fonte: Figura autoral

**PASSO 4:** Construir a parte de cima do tabuleiro, conforme a Figura 41.

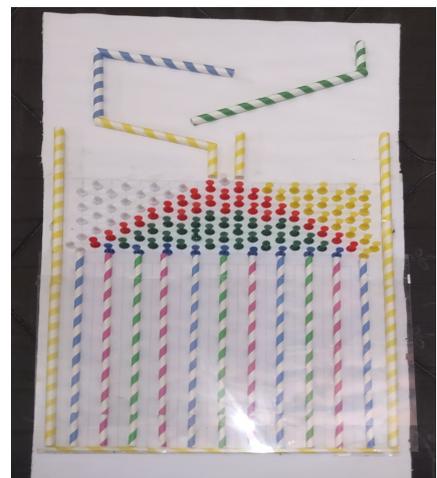
**PASSO 5:** Cole uma película de acetato sobre os canudos para impedir que bolinhas transbordem, conforme a Figura 42. Assim, terminando a montagem.

Figura 41 – Parte de cima do Tabuleiro



Fonte: Figura autoral

Figura 42 – Tabuleiro completo



Fonte: Figura autoral

**Resultados esperados:** Aguçar a curiosidade sobre o instrumento. Além disso, fazer com que o aluno observe como são colocadas as tachinhas, observando a disposição das tachinhas é

correspondente com o Triângulo de Pascal e que todos os grupos terminem a construção do Tabuleiro.

**2ª Etapa:** Nessa etapa faremos alguns experimentos com o dispositivo montado de cada grupo, onde os alunos soltaram várias bolinhas. Esses experimentos serão divididos em duas atividades.

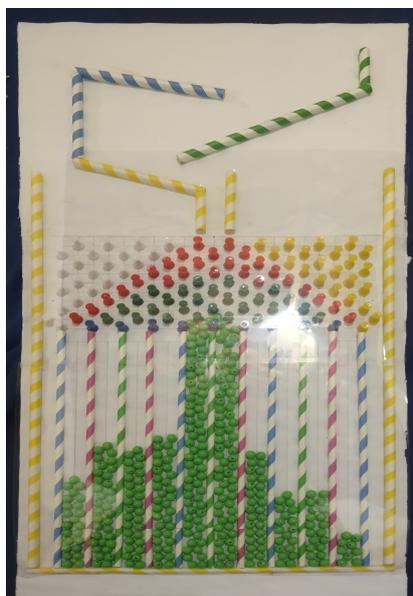
#### ATIVIDADE 2

Nessa atividade pediremos que os alunos façam alguns experimentos com o tabuleiro de Galton, soltando muitas bolinhas, sem limitação na quantidade, conforme mostra a Figura 43.

**Objetivos:** Perceber que as bolinhas podem transbordar e determinar uma quantidade de bolinhas a serem utilizadas;

A habilidade **EM13MAT102**<sup>20</sup> que queremos adquirir com essa atividade.

Figura 43 – Transbordamento de bolinhas



Fonte: Figura Autoral

**Resultados esperados:** Que após os testes, os alunos percebam que é preciso determinar uma quantidade de bolinhas de forma que o resultado não fosse alterado pelo vazamento de alguma coluna.

**Sugestão para o professor:** Nos testes feitos para esse trabalho verificou-se que 200 de bolinhas (cotas de 8 mm) seria suficiente para que nenhuma coluna central (as que tendem a receber mais bolinhas) transbordasse. E 200, é um número fácil de calcular a porcentagem, por exemplo,

---

<sup>20</sup> Descrição da habilidade: Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

em uma coluna que tem 2 bolinhas isso corresponderá a 1% do total, mas isso tudo depende do tamanho das colunas, do tamanho das cotas e do espaçamento entre as colunas. Sugerimos que seja usando múltiplos de 100, pois é mais fácil de calcular a porcentagem pelos alunos.

### ATIVIDADE 3

Nesta atividade pediremos que os alunos façam testes com as 200 bolinhas e anotam os resultados.

**Objetivos:** Associar os resultados obtidos em listas e/ou tabelas simples, apresentar informações e dados apresentados em percentual e perceber uma maior concentração de bolinhas nas colunas centrais.

Habilidade **EM13MAT406**<sup>21</sup> da BNCC que queremos adquirir com essa atividade.

No Quadro 2 encontram-se a simulação de 5 testes, representando as cinco equipes de 8 alunos sugeridas, os testes foram feitos com 200 bolinhas e a quantidade depositada em cada coluna foi anotada. Como  $C_i$  significando a  $i$ -ésima coluna lendo da esquerda para a direita. E a Figura 44 representando o Teste 3 feito no dispositivo.

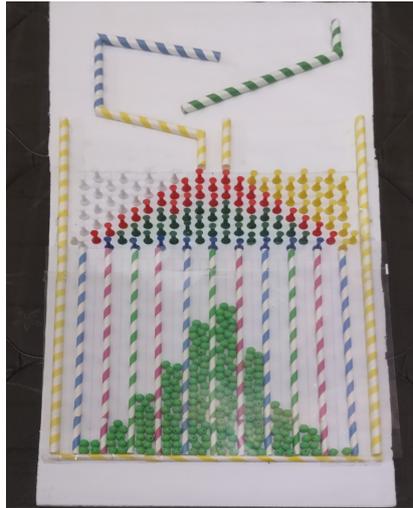
Quadro 2- Distribuição das bolinhas

Teste	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	Total de bolinhas
1º	0	5	13	30	54	44	33	16	4	1	200
2º	2	3	14	34	60	41	30	12	4	0	200
3º	4	7	17	27	41	48	31	15	8	2	200
4º	0	3	13	29	48	53	35	17	2	0	200
5º	3	5	15	32	50	47	30	14	3	1	200
Média	1,8	4,6	14,4	30,4	50,6	46,6	31,8	14,8	4	0,8	
Porcentagem	0,9	2,3	7,2	15,2	25,3	23,3	15,9	7,4	2	0,4	

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

<sup>21</sup> Descrição da habilidade: Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

Figura 44 – Resultado do Teste 3



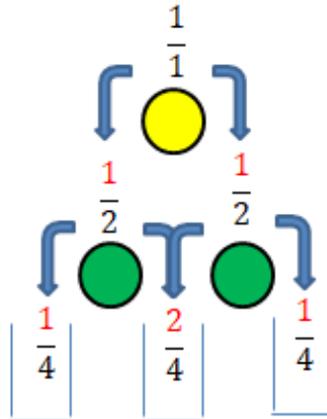
Fonte: Figura Autoral

**Resultados esperados:** Nessa etapa, espera-se que os alunos percebam uma maior concentração das bolinhas nas colunas centrais.

**3ª Etapa:** Nessa etapa, trabalharemos com os alunos a distribuição de probabilidades ao longo do tabuleiro, utilizando a definição de probabilidade. Mostraremos inicialmente que com 1 obstáculo teremos 2 possibilidades de caminhos, com 2 obstáculos teremos 3 possibilidades de caminhos que é representando na Figura 45, onde os números em vermelho 1:1 e 1:2:1 indicando a proporção,

respectivamente, para 1 obstáculo e 2 obstáculos. Os cálculos são  $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$  e  $\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ . E, como atividade, pediremos que os alunos determinem a distribuição de probabilidades com um número maior que as demonstradas em aula, isso será feito em duas atividades. A bolinha amarela e as bolinhas verdes representam os pinos do tabuleiro.

Figura 45 – Distribuição de probabilidades em 3 colunas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

#### ATIVIDADE 4

Nessa atividade, pediremos que os alunos determinem a distribuição de probabilidades com 3 obstáculos.

#### ATIVIDADE 5

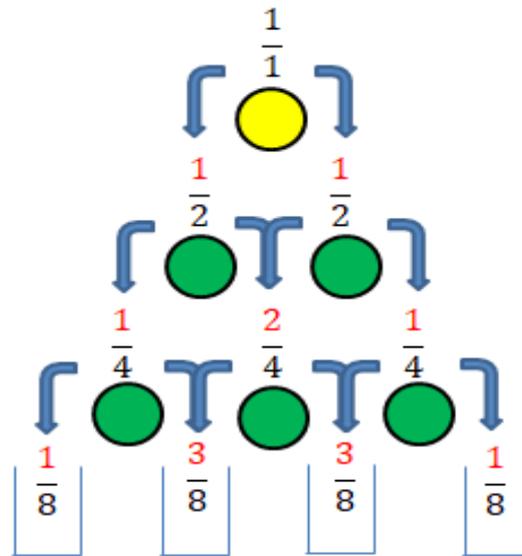
Nessa atividade, pediremos que os alunos determinem a distribuição de probabilidades com 4 obstáculos.

**Objetivos:** Resolver o cálculo de probabilidade de um eventos com 3 obstáculos e 4 obstáculos.

Habilidade **EM13MAT312**<sup>22</sup> da BNCC que queremos adquirir com essa atividade. As Figuras 46 e 47 representam a distribuição de probabilidade esperada para as atividades 4 e 5.

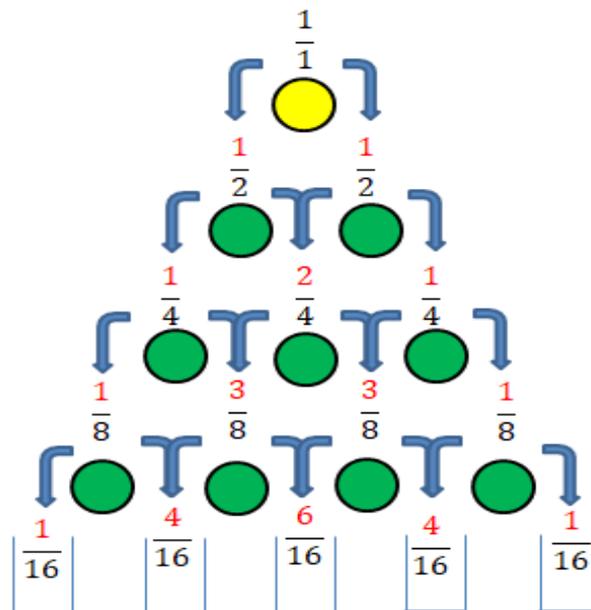
<sup>22</sup> Descrição da habilidade: Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

Figura 46 – Distribuição de probabilidades em 4 colunas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 47 – Distribuição de probabilidades em 5 colunas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Os cálculos são  $\frac{1}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{8} = \frac{2}{4} \times \frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8}$  para a Figura 46, e  $\frac{1}{16} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2}$ ,

$\frac{3}{16} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$  e  $\frac{4}{16} = \frac{3}{16} + \frac{1}{16}$  para a Figura 47.

**Sugestões ao professor:** Pergunte para os alunos se eles conseguem perceber algum padrão nas proporções da distribuição de probabilidades, no caso os numeradores das frações.

**Resultados esperados:** Nessa etapa, espera-se que os alunos entendam essa mecânica de distribuição de probabilidades e sejam capazes de determinar para números maiores de obstáculos. E percebem um padrão nos numeradores das frações da distribuição de probabilidades.

**4ª Etapa:** A partir dessa etapa, os alunos já perceberão que as proporções da distribuição de probabilidades determinadas na etapa anterior, representavam as linhas do Triângulo de Pascal. Apresentaremos o teorema das linhas e das colunas, e a sequência de Fibonacci a partir de atividades. E também será perguntado para os alunos se perceberam que há alguma relação entre os elementos do Triângulo de Pascal, no caso a relação de Stifel. Logo depois dessa observação dos alunos, será apresentada e demonstrada a relação de Stifel. Essa etapa terá 4 atividades.

#### ATIVIDADE 6

Nessa atividade, pediremos para os alunos escreverem o Triângulo de Pascal até a 4ª linha e soma os elementos de cada linha e anotem os resultados.

#### ATIVIDADE 7

Nessa atividade os alunos escreverem a 5ª linha do Triângulo de Pascal e some os elementos dessa linha.

**Objetivos:** Aprender a construir um algoritmo, aprender o teorema das linhas do triângulo de Pascal.

Habilidade EM13MAT315<sup>23</sup> da BNCC que queremos adquirir com essas atividades.

**Sugestões ao professor:** Fale sobre potenciação e suas propriedades isso poderá ajudar os alunos a perceberem que a soma é denominador da distribuição de probabilidades.

As Figuras 48 e 49 representam os resultados esperados para as atividades 6 e 7.

---

<sup>23</sup> Descrição da habilidade: Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

Figura 48 – Teorema das linhas para os alunos

$$\begin{array}{rcccccc}
 1 & & & & & & 2^0 = 1 \\
 1 & 1 & & & & & 2^1 = 2 \\
 1 & 2 & 1 & & & & 2^2 = 4 \\
 1 & 3 & 3 & 1 & & & 2^3 = 8 \\
 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & 2^4 = 16
 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor

Figura 49 – Soma dos elementos da 5ª linha

$$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 2^5 = 32$$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor

**Resultados esperados:** Conjecturar o teorema das linhas que a soma dos elementos de uma linha de  $n$  será igual a  $2^n$ .

#### ATIVIDADE 8

Nessa atividade apresentaremos a Relação de Stifel. Será pedido para os alunos conjecturar a relação de Stifel a partir do Triângulo de Pascal.

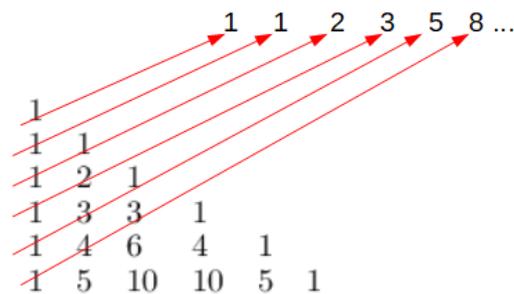
**Objetivos:** Conjecturar a Relação de Stifel a partir do Triângulo de Pascal.

Habilidade **EM13MAT315**<sup>24</sup> da BNCC que queremos adquirir com essa atividade. A Figura 50 representa a relação de Stifel a partir do Triângulo de Pascal.

<sup>24</sup> Descrição da habilidade: Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

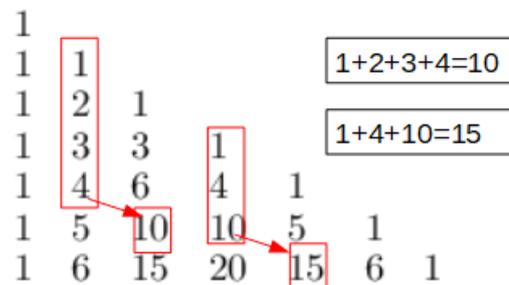


Figura 51 - Sequência de Fibonacci para os alunos



Fonte: Elaborada pelo próprio autor

Figura 52 – Teorema das colunas para os alunos



Fonte: Elaborada pelo próprio autor

**Sugestões ao professor:** Apresente a partir da sequência de Fibonacci, o problema dos coelhos<sup>27</sup>, que a quantidade de coelhos que tem a cada mês segue a sequência.

**Resultados Esperados:** Que os alunos percebam que os números da sequência de Fibonacci são sempre a soma dos dois números anteriores, a partir do 3º termo. E a soma dos elementos de qualquer coluna, do 1º elemento até um n qualquer, é igual ao elemento situado na coluna à direita da considerada e na linha imediatamente abaixo.

**5ª Etapa:** Nessa quinta e última etapa, que será a mais longa e mais importante dessa sequência. Utilizaremos o tabuleiro feito pelos alunos e o tabuleiro de madeira representado pelas Figuras 30 e 32 e com eles faremos uma ligação com a meritocracia. Além disso, será apresentado para os alunos

<sup>27</sup> Um coelho macho e uma fêmea nascem no início do ano. Depois de dois meses de idade, o casal de coelhos produz um par misto (um macho e uma fêmea), e então outro par misto de coelhos a cada mês. Não ocorrem mortes durante o ano. Quantos coelhos terão no fim do ano?



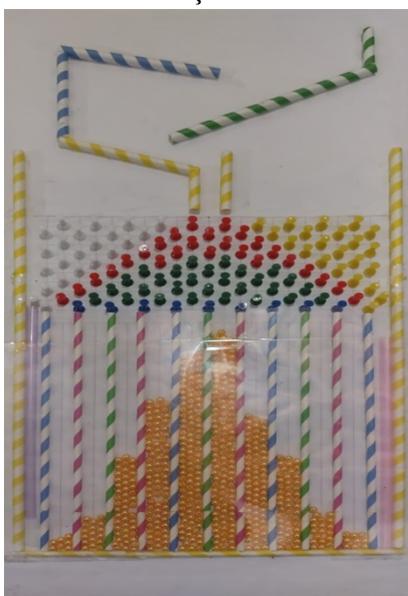
## ATIVIDADE 10

Nessa atividade será pedido que os alunos façam novamente testes com o Tabuleiro, mas agora a 1ª coluna da esquerda para direita representa um salário-mínimo, a 2ª coluna representa dois salários-mínimos, a 3ª coluna representa três salários-mínimos e assim por diante. E serão feitas as seguintes perguntas: onde fica a maior concentração de bolinhas? Em quais colunas?

**Objetivos:** Perceber uma maior concentração de bolinhas nas colunas centrais e associar às colunas a renda de uma pessoa;

As habilidades a serem desenvolvidas serão **EM13MAT101**<sup>28</sup>, **EM13MAT301**<sup>29</sup> e **EM13MAT102**<sup>30</sup>. O modelo que utilizamos tem 10 colunas, que é representado pela Figura 55.

Figura 55 – Simulação com 10 colunas



Fonte: Elaborada pelo próprio autor

**Sugestões ao professor:** Mostrar a distribuição de probabilidades para 10 colunas, onde os numeradores são os elementos da 9ª linha do Triângulo de Pascal e denominador é a soma desses elementos. Com isso, encontrar a quantidade de bolinhas e a porcentagem para cada coluna. Assim, justificando o porquê da maior concentração de bolinhas nas colunas centrais.

28 Descrição da habilidade: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

29 Descrição da habilidade: Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

30 Descrição da habilidade: Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

A Figura 56 e o Quadro 3 representam, respectivamente, a distribuição de probabilidades e porcentagem para cada coluna usando 200 bolinhas.

Figura 56 – Distribuição de probabilidades para 10 colunas

$$\frac{1}{512} \quad \frac{9}{512} \quad \frac{36}{512} \quad \frac{84}{512} \quad \frac{126}{512} \quad \frac{126}{512} \quad \frac{84}{512} \quad \frac{36}{512} \quad \frac{9}{512} \quad \frac{1}{512}, \text{ onde } 2^9=512$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Quadro 3- Resultados da Distribuição das 200 bolinhas

Colunas	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>
Q.de bolinhas	0,4	3,5	14	33	49	49	33	14	3,5	0,4
Porcentagem	0,2%	1,7%	7%	16,5%	49%	49%	16,5%	7%	1,7%	0,2%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Esses resultados são parecidos com os apresentados na Tabela 2, onde as maiores concentrações de bolinhas foram nas colunas centrais.

**Resultados Esperados:** Perceber que uma pessoa que nasce em família de classe média tem a maior probabilidade de continuar na mesma classe de renda do que seus pais.

#### ATIVIDADE 11

Nessa atividade será pedido para os grupos colocar um calço do lado esquerdo do tabuleiro, simulando quando economia do país está boa. E será pedido para anotarem os resultados.

#### ATIVIDADE 12

Nessa atividade será pedido para os grupos colocar um calço do lado direito do tabuleiro, simulando quando economia do país está ruim. E será pedido para anotarem os resultados.

**Objetivos:** Perceber que concentração de bolinhas nas colunas centrais pode diminuir ou aumentar a partir de uma ação externa.

As habilidades a serem desenvolvidas serão **EM13MAT104**<sup>31</sup> e **EM13MAT301**<sup>32</sup>.

As Figuras 57, 58 e 59 representam respectivamente, partindo do centro com calço do lado esquerdo (simulando quando a economia está boa), partindo do centro com calço do lado direito

31 Descrição da habilidade: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

32 Descrição da habilidade: Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(simulando quando a economia está ruim) e partindo do faixa mais baixa de renda quando a economia está boa (com o calço do lado esquerdo).

Figura 57 – Partindo do centro com calço do lado esquerdo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 58 – Partindo do centro com calço do lado direito



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 59 – Partindo do lado esquerdo com calço do lado direito



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

**Sugestão para o professor:** O professor pode questionar o que acontece com as pessoas da classe média quando a economia está boa ou quando está ruim. E também o que acontece com as pessoas da faixa mais baixa.

**Resultados Esperados:** Perceber que até as pessoas das faixas de renda mais baixas tem uma maior probabilidade de sucesso quando a economia está boa, mas quando ela está ruim são as mais afetadas.

### ATIVIDADE 13

Nessa atividade, vamos utilizar o tabuleiro de madeira. Faremos dois testes, lançando as bolinhas do lado esquerdo e depois do lado direito. Será perguntado para os alunos, onde fica maior concentração de bolinhas.

**Objetivos:** Perceber que o ponto de partida das bolinhas influencia aonde vai ficar a maior concentração de bolinhas e Fazer a associação com a mobilidade social.

As habilidades a serem desenvolvidas serão **EM13MAT106**<sup>33</sup> e **EM13MAT301**<sup>34</sup>.

<sup>33</sup> Descrição da habilidade: Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

<sup>34</sup> Descrição da habilidade: Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

A Figura 60 mostra com a distribuição de bolinhas quando parte do lado esquerdo do tabuleiro.

Figura 60 – Partindo do lado esquerdo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

**Sugestão para o professor:** O teste do lado esquerdo simula as pessoas na faixa de renda mais baixa da sociedade e a do lado direito às pessoas na faixa de renda mais alta. O professor pode usar os dados apresentados pelo IMDS no capítulo 3 sobre mobilidade social para fazer a associação, mostrando que pessoas nascidas nas faixas de renda mais baixas têm maior probabilidade de permanecer na sua mesma na faixa dos seus pais. Assim como que nasce mais faixa alta tem maior probabilidade permanecer na sua mesma na faixa que nasceu.

**Resultados Esperados:** Os alunos percebam que o sucesso não somente de seu próprio esforço, mas de fatores que fogem seu controle.

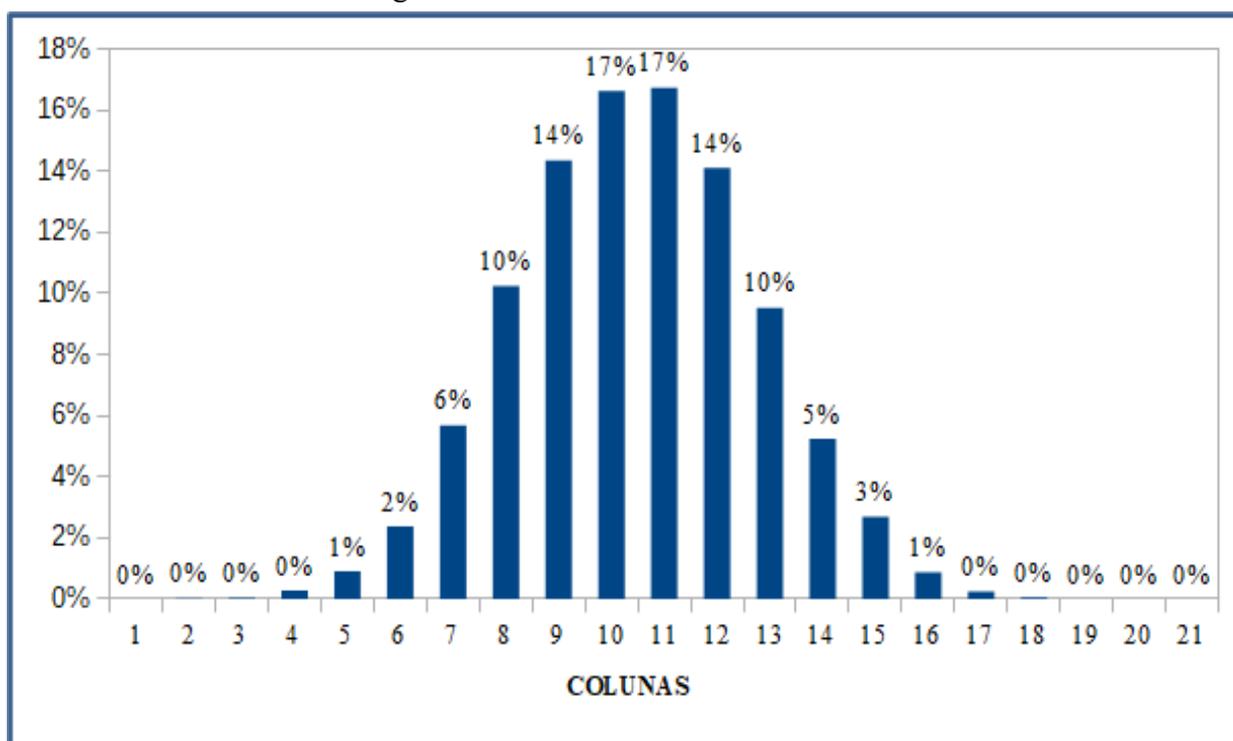
#### ATIVIDADE 14

Nessa última atividade será pedido que os grupos de alunos façam alguns testes através de simulações do Tabuleiro de Galton virtual no GeoGebra, adaptado do feito por Fleitas (2021) e anotem os resultados, isso se a escola tiver laboratório de informática. No caso da falta de laboratório, que seja levando um notebook para sala de aula e façam as simulações nele. Também será pedido para os alunos façam o gráfico dos resultados das simulações.

**Objetivos:** Anotar os dados de uma simulação, construir um gráfico e apresentar a curva gaussiana. As habilidades a serem desenvolvidas serão **EM13MAT104**<sup>35</sup>, **EM13MAT106**<sup>36</sup> e **EM13MAT301**<sup>37</sup>.

A Figura 61 mostra o gráfico da média dos resultados de 10 testes feito no tabuleiro virtual. E a Figura 62 mostra a aproximação do histograma de distribuição das bolinhas nas colunas com a curva gaussiana. O Tabuleiro Virtual tem um total de 21 colunas.

Figura 61 – Gráfico em colunas dos 10 testes



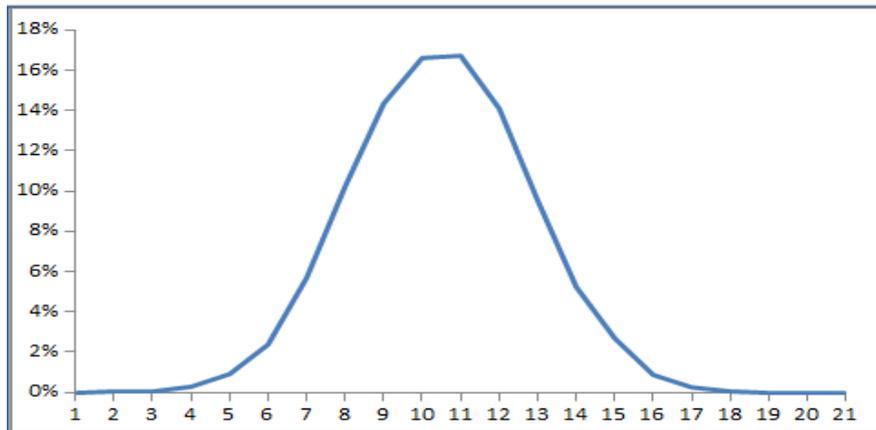
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

<sup>35</sup> Descrição da habilidade: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

<sup>36</sup> Descrição da habilidade: Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

<sup>37</sup> Descrição da habilidade: Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Figura 62 – Histograma



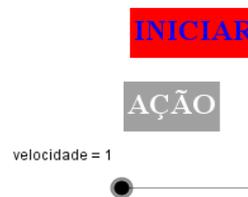
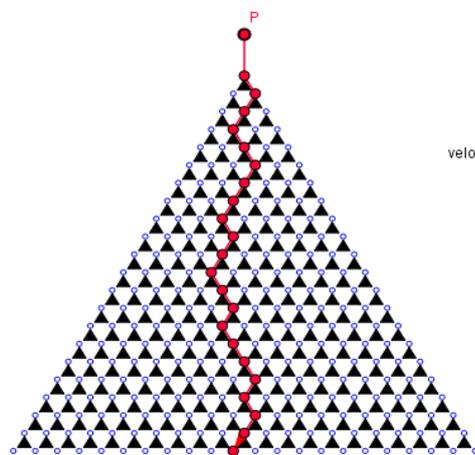
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

**Sugestões ao professor:** Mostrar que muitos fenômenos aleatórios, físicos e biológicos, por exemplo, comportam-se próximos a essa distribuição, a curva gaussiana. O professor pode fazer um gráfico das alturas dos alunos ou o peso, com isso mostrar que a maioria dos resultados vai está média, vai está no centro, e poucos estarão nos extremos.

No Quadro 4 é mostrado o resultado de 10 testes com 1000 bolinhas através de simulações no Tabuleiro de Galton virtual no Geogebra. A última linha dessa tabela traz o resultado do teste mostrado na Figura 63.

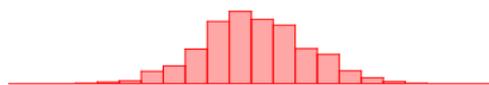
Figura 63 – Resultado do TESTE 10 no Geogebra

### TABULEIRO DE GALTON



$x_i$	$f_i$
0	0
1	0
2	0
3	1
4	4
5	7
6	30
7	43
8	84
9	151
10	175
11	156
12	142
13	85
14	71
15	31
16	14
17	5
18	1
19	0
20	0
21	0
Total	1000

- Ver histograma binomial teórico
- Ver aproximação mediante distribuição normal



Fonte: Fleitas (adaptado)

Quadro 4- Resultados obtidos da simulação

DISTRIBUIÇÃO DE 1000 BOLINHAS EM 10 TESTES												
TESTES COLUNAS	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4	Teste 5	Teste 6	Teste 7	Teste 8	Teste 9	Teste 10	MÉDIA	PORCENTAGEM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0%
3	0	0	0	0	0	2	1	0	1	1	0	0%
4	2	0	4	3	2	5	1	4	1	4	3	0%
5	5	4	9	13	5	9	6	16	14	7	9	1%
6	26	32	25	25	23	25	20	23	19	30	24	2%
7	43	60	63	68	53	49	57	51	54	43	57	6%
8	110	100	111	83	98	110	99	86	117	84	102	10%
9	154	149	119	151	139	150	131	153	135	151	144	14%
10	188	169	177	165	175	160	172	167	153	175	166	17%
11	155	186	156	176	172	176	170	161	163	156	167	17%
12	138	138	152	137	149	132	131	144	143	142	141	14%
13	82	91	99	80	89	88	116	108	107	85	95	10%
14	47	36	52	56	52	51	60	51	59	71	52	5%
15	35	19	21	32	29	28	25	24	26	31	27	3%
16	12	10	8	7	11	12	8	9	6	14	9	1%
17	3	5	3	3	3	2	1	2	2	5	3	0%
18	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0%
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
<b>TOTAL</b>	<b>1000</b>	<b>100%</b>										

Fonte: Elaborado pelo próprio autor a partir da utilização do GeoGebra

Observem que as colunas 10 e 11 correspondem na média cada uma por 17% do total das bolinhas. Se analisamos as 6 colunas centrais (8º a 13º) esse valor é 81%, mostrando que a maioria das bolinhas ficam concentradas na parte central. E associando com renda das pessoas, a maioria fica na mesma faixa de renda que nasceu, no caso, a mesma dos seus pais.

**Resultados Esperados:** Que os alunos compreendam que os muitos eventos aproximam-se da distribuição normal. E que o fracasso e o sucesso de alguém não dependem somente dela, mas sim de uma sequência de ações, escolhas, oportunidades, do acaso, como por exemplo, a pessoa mais bem-sucedida, não é mais inteligente ou era melhor para aquele cargo, ela poderia estar no momento certo e na hora certa, ou ela teve mais oportunidades do que as outras. E que ações que diminuam as desigualdades sociais podem ajudar a garantir o sucesso das classes mais baixas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho abordamos o Triângulo de Pascal e suas propriedades, como forma de associar o Tabuleiro de Galton à meritocracia, tendo como pergunta diretriz: como discutir a meritocracia usando a matemática? Com o intuito de auxiliar na obtenção da resposta, nosso objetivo geral que nos guiou em todo processo de construção do objeto de pesquisa foi: propor uma sequência didática que possa contribuir para uma proposta pedagógica de utilização do Triângulo de Pascal aplicado em um conteúdo das Ciências Humanas e Sociais, por meio do Tabuleiro de Galton, para alunos do Ensino Médio.

Por isso, foi apresentado um produto educacional fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, que utilizasse como recurso o Tabuleiro de Galton para a visualização do Triângulo de Pascal e suas propriedades, e dialogasse com as Áreas de conhecimento supracitadas, sendo um meio para discussões sobre a meritocracia. Esta sequência didática não foi aplicada em sala de aula, mas se constitui de um guia que pode ser seguido por um professor de matemática e desenvolvido em oficinas com alunos do ensino médio. Na sua elaboração consideramos desenvolver atividades que levassem os estudantes como sujeitos ativos na construção do conhecimento, sempre orientados pelo professor. As atividades constituem em realizar a construção de um instrumento matemático e aplicá-lo.

Dessa forma, nosso primeiro objetivo específico era compreender a origem do tabuleiro de Galton e a matemática por trás de sua utilização. Para atingir o objetivo, foi feita uma pesquisa histórica sobre os motivos da criação do Tabuleiro de Galton. Em seguida, foi mostrada a utilização do Triângulo de Pascal e da distribuição de probabilidades na geração do dispositivo e resultado constituiu na possibilidade de conectar o Tabuleiro com a Meritocracia. Em relação às dificuldades, foi fazer a tradução de um texto arcaico para a língua materna contemporânea.

Nosso segundo objetivo específico era apresentar o conceito de meritocracia na educação e sua relação com o Tabuleiro de Galton. Para realizar esse feito, foi relatado o surgimento do termo meritocracia, assim como sua ideia e, depois, como se impregnou da atual sociedade. A conexão com o Tabuleiro de Galton deu-se na combinação de que cada pino representa a escolha de uma decisão do indivíduo e que cada coluna, da esquerda para a direita, representa o grau de sucesso ou de instrução de riqueza do sujeito. Os resultados foram mostrar a possibilidade de associar a meritocracia na educação com o Tabuleiro de Galton. A busca de material foi a maior dificuldade para realizar essa relação.

Nosso terceiro objetivo específico era criar uma sequência didática utilizando o tabuleiro de Galton para o estudo de conceitos matemáticos atrelados à ideia de meritocracia. A sequência foi dividida em dois momentos, o qual o primeiro momento houve uma sondagem e, no segundo, a utilização do Tabuleiro, sendo dividido em cinco etapas e mostrando a matemática por trás do Tabuleiro, agregando o conhecimento matemático para discutir a meritocracia. Os resultados obtidos foram que o sucesso e o fracasso do indivíduo dependem muito mais do acaso do que do seu próprio esforço. E as dificuldades encontradas foram criar atividades que pudessem discutir a ideia.

Foi realizada uma pesquisa na BNCC do Ensino Médio relativo à área de Matemática e Suas Tecnologias. Na Base Comum foi indicado a importância do uso de instrumentos matemáticos e de recursos tecnológicos como *softwares*, como metodologia facultativa no processo de ensino aprendizagem, que no caso usamos o GeoGebra para criamos um Tabuleiro Virtual. Além disso, foram apresentadas as Competências Específicas da área e suas habilidades correspondentes.

Tivermos algumas dificuldades para desenvolver esse trabalho foram: a primeira foi às restrições impostas pela pandemia, como se concentrar para digitar, quando o mundo está em caos, isso gerando problemas familiares. A segunda foi à limitação de artigos, de trabalhos que tratasse sobre a relação do Tabuleiro de Galton com a meritocracia, e das propriedades matemáticas do tabuleiro, principalmente material em português, e também reunir os dados sobre a meritocracia no Brasil. E por último, a falta de aplicação da Sequência Didática com os alunos, devido à pandemia, para poder avaliar os resultados.

A aplicação da Sequência Didática com alunos do Ensino Médio e de outros materiais concretos e usar Teorema de Bayes, que também pode ser utilizado para discutir a meritocracia, são sugestões para as expectativas futuras dessa dissertação.

Acreditamos que este trabalho ajude a despertar e estimular nos nossos alunos pela magia da matemática, e fazê-los pensar que a matemática não é só número, que pode ser usada para fazer discussão séria sobre assunto persistente da sociedade, no caso a meritocracia. Além disso, seja um suporte para o professor aperfeiçoar o processo de ensino aprendizagem, conectando a matemática a situações reais, pois ela prepara o ser humano a ter um senso crítico, trabalhando o raciocínio diante das tarefas que encontramos na vida.

Os resultados são condizentes com os dados apresentados, como no IMDS e na OCDE, os quais as pessoas tendem a permanecer na mesma classe social que nasceram, e somente 7% dos mais pobres têm a chance de estar entre os mais ricos, assim como 7% entre os mais ricos têm a chance de piorar de vida. Os dados obtidos em testes com o Tabuleiro mostram maior concentração

de bolinhas, representando as pessoas, que ficava no lado do ponto de partida, e as bolinhas que partiam do lado esquerdo, poucas chegavam ao outro extremo e vice-versa.

Em uma simulação no Tabuleiro de Galton feito no GeoGebra, mostrou que 81% das bolinhas que partiram do centro permaneceram no meio, salientando que as pessoas têm tendência de morrerem na mesma condição social que nasceram.

Tivemos algumas dificuldades para desenvolver esse trabalho. A primeira foram as restrições impostas pela pandemia, como se concentrar para digitar, quando o mundo está um caos, isso gerando problemas familiares. A segunda foi a limitação de artigos e de trabalhos que tratassem sobre a relação do Tabuleiro de Galton com a meritocracia, das propriedades matemáticas do tabuleiro, principalmente material em português, e sobre reunir os dados acerca da meritocracia no Brasil. E por último, a falta de aplicação da Sequência Didática com os alunos devido à pandemia para poder avaliar os resultados.

A aplicação da Sequência Didática com alunos do Ensino Médio e de outros materiais concretos e usar Teorema de Bayes, que também pode ser utilizado para discutir a meritocracia, são sugestões para as expectativas futuras dessa dissertação.

Acreditamos que este trabalho ajude a despertar e estimular nos nossos alunos pela magia da matemática, e fazê-los pensar que a matemática não é só número, que pode ser usada para fazer discussão séria sobre assunto persistente da sociedade, no caso a meritocracia. Além disso, seja um suporte para o professor aperfeiçoar o processo de ensino aprendizagem, conectando a matemática a situações reais, pois ela prepara o ser humano a ter um senso crítico, trabalhando o raciocínio diante das tarefas que encontramos na vida.

## REFERÊNCIAS

- ASSUMPTÃO, Paula Gabrieli Santos de. **Introdução ao estudo de derivada**: uma sequência didática com o uso do *software* GeoGebra. Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática do Curso de Pós-Graduação em Matemática Especialização em Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Santa Maria – RS, 2011.
- BARBOSA, Livia. Meritocracia e sociedade brasileira. **RAE-Revista de Administração de Empresas**. São Paulo. V. 54, n. 1. p.80-85, 2014.
- BARROS, R. J. A. R. et al. **As teorias de Guy Brousseau e Gerard Vergnaud como auxílio em uma intervenção matemática**. IV Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade ISSN 1982-3657, 2010.
- BEHRMAN, J. R. **Social Mobility: concepts and measurement**. In **Birdsall, N., New markets, new opportunities? Economic and social mobility in a changing world**. Washington: Bookings Institutional Press and the Carnegie Endowment for International Peace, 2000.
- BEZERRA, Juliana. **Meritocracia**. Disponível em: < <https://www.todamateria.com.br/meritocracia/> > Acesso em 08 jul. 2021.
- BRASIL. Tribunal Superior Eleitoral – TSE. **Estatísticas do eleitorado – Por sexo e grau de instrução**. Disponível em:< > Acesso em 08 jul. 2021.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#introducao>> Acesso em 09 jul 2021.
- BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - Inep**. Disponível em: < [http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206)> Acesso em 10 jul 2021.
- BRASIL. Câmara dos Deputados. Agência Câmara de Notícias. **80% dos deputados eleitos têm ensino superior completo**. Disponível em: < <https://www.camara.leg.br/noticias/545865-80-dos-deputados-eleitos-tem-ensino-superior-completo/> > Acesso em 08 jul. 2021.
- BRASIL. Câmara dos Deputados. Agência Câmara de Notícias. **Número de deputados negros cresce quase 5%**. Disponível em: <<https://www.camara.leg.br/noticias/545913-numero-de-deputados-negros-cresce-quase-5/>> Acesso em 08 jul. 2021.
- BRASIL. Senado Federal. Senadores em Exercício. Disponível em: <<https://www25.senado.leg.br/web/senadores/em-exercicio>> Acesso em 08 jul. 2021.
- BRASIL ESCOLA. **Francis Galton** .Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/biografia/francis-galton.htm/>> Acesso em 15 jul. 2021.
- CURSINO, Frederico. **Brasileiros estão mais altos, mas não necessariamente mais saudáveis**. Disponível em : < <https://www.uol.com.br/vivabem/noticias/redacao/2020/12/02/brasileiros-estao-mais-altos-mas-nao-necessariamente-mais-saudaveis.htm>> Acesso em 15 jul. 2021.

DIVERMATES. **Cómo hacer una máquina de Galton.** Tabuleiro de Galton confeccionado com garrafas PET. Disponível em: <<https://divermates.es/blog/como-hacer-una-maquina-de-galton-quincunx/>> Acesso em: 18 jun 2021

FERREIRA, Aurélio B.H. **MiniAurélio: o minidicionário da Língua Portuguesa.** 7.ed. Curitiba: Ed. Positivo, 2008.

FLEITAS, Carlos. **Máquina de Galton virtual.** Geogebra. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/material/show/id/10276>>. Acesso em: 5 mai. 2021.

FRANÇA, Michael. **De pai para filho, a meritocracia hereditária.** Disponível em: <<https://www.geledes.org.br/de-pai-para-filho-a-meritocracia-hereditaria/>> Acesso em 08 jul 2021.

GALTON, Francis. **Natural Inheritance.** London: MacMillan, 1889.

GEOGEBRA. **O que é GeoGebra?** Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>> Acesso em 14 Jul. 2021.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. - São Paulo :Atlas, 2002

GOUVEIA, Rosimar. **Triângulo de Pascal.** Disponível em: <<https://www.todamateria.com.br/triangulo-de-pascal/>> Acesso em 15 jul. 2021.

GRANDE, André Lúcio. **Objetos matemáticos no ensino e na aprendizagem da Matemática: dos modelos concretos à realidade virtual.** Faculdade de Tecnologia de Mauá – Fatec-Mauá, XV CIAEM-IACME, Medellín, Colômbia, 2019. Disponível em: <<https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/329/362>> Acesso em 14 Jul. 2021.

GROSSI, Gabriel Pillar. **Gérard Vergnaud: “Todos perdem quando a pesquisa não é colocada em prática”.** 2008. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/960/gerard-vergnaud-todos-perdem-quando-a-pesquisa-nao-e-colocada-em-pratica>> Acesso em 14 de jul de 2021.

IAMARINO, Atila. **O segredo da meritocracia.** Youtube, 06 dez. 2019. Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=YINTTVjBrY4&t=231s&ab\\_channel=AtilaIamarino](https://www.youtube.com/watch?v=YINTTVjBrY4&t=231s&ab_channel=AtilaIamarino)> Acesso em 29 mar. 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA ESTATÍSTICA- IBGE. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2019.** Atualizado em 2020. Disponível em: <[https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101707\\_informativo.pdf](https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101707_informativo.pdf)> Acesso em 08 jul. 2021.

INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO. Disponível em: <<http://www.geogebra.imuff.mat.br/>> Acesso em 14 Jul. 2021.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis – RJ; Vozes, 2013.

INSTITUTO MOBILIDADE E DESENVOLVIMENTO SOCIAL-IMDS. **Mobilidade intergeracional:** comparando o Brasil com as nações desenvolvidas. Disponível em: <<https://imdsbrasil.org/indicadores-internacionais/02/mobilidade-intergeracional-comparando-o-brasil-com-as-nacoes-desenvolvidas>> Acesso em 10 jul. 2021.

INSTITUTO MAX PLANCK DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA-The Virtual Laboratory. Disponível em: <<https://vlp.mpiwg-berlin.mpg.de/people/>> Acesso em 15 jul. 2021.

INSTITUTO MOBILIDADE E DESENVOLVIMENTO SOCIAL-IMDS. **Nordeste é a região do país em que é maior o impacto dos anos de estudo dos pais sobre o progresso dos filhos.** Disponível em: < > Acesso em 10 jul. 2021.

MAPA DA APRENDIZAGEM. **Edu Países.** Disponível em: <<http://paises.qedu.org.br/>> Acesso em 10 jul. 2021.

MARCHAND et al. **A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio, as definições do Banco Mundial e os desafios da educação pública no Brasil.** Políticas Educativas, Santa Maria, v. 11, n. 2, p. 69-88, 2018.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Matemática Discreta.** Rio de Janeiro.SBM,2015.

MORGADO, Augusto César de Oliveira et al . **Análise Combinatória e Probabilidade** com as soluções dos exercícios. Rio de Janeiro.SBM,2006.

SALGADO, Geraldo; SALGADO, Aquiléa. Sir Francis Galton e os extremos superiores da curva normal. **Revista de Ciências Humanas.** Florianópolis. V. 45, n.1, p. 223-239, 2011.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. **A Broken Social Elevator? How to Promote Social Mobility.** Paris:OECD Publishing,2018. Disponível em:< > Acesso em 06 jun. 2021.

PENA, Rodolfo F. A., **Globalização no Brasil.** Disponível em: <<https://mundoeducacao.uol.com.br/geografia/globalizacao-no-brasil.htm>> Acesso em 09 jul. 2021.

SANDEL, Michael J. **A tirania do mérito: o que aconteceu com o bem comum?** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2020. 350 p.

SARMENTO, Alan K. C.. A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 6., 2010, Teresina, Anais.. Teresina: Universidade Federal do Piauí, 2010. p. 1-12.

SAVIANI, Dermeval. **15 Conclusão: perspectivas para a Pedagogia Histórico-Crítica.** Youtube, 08 jul 2021. Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=wve9IdfuSkA&t=3461s&ab\\_channel=HISTEDBR](https://www.youtube.com/watch?v=wve9IdfuSkA&t=3461s&ab_channel=HISTEDBR)> Acesso em 15 jul. 2021.

SOARES, Karine da Silva; BACZINSKI, Alexandra Vanessa de Moura. A meritocracia na educação escolar brasileira. **Revistas Temas & Martizes.** Cascavel, v. 12, n. 22, p. 36 – 50, jan./jun. 2018.

SOUSA, G. M. **Areté.** Centro de Investigação em Ciência Política e Relações Internacionais – CI-CPRI, Artigo de Filosofia, n. 2, p. 1-13, 2012b. Disponível em: < . > Acesso em 08 jul. 2021.

STARTUP DA REAL. **Este livro não vai te deixar rico**: descubra a verdade sobre empreendedorismo, startups e a arte de ganhar dinheiro. São Paulo: Planeta do Brasil Ltda. 2019. 240 p.

TEIXEIRA, Ricardo R.P. et al. **A Distribuição Normal e o Quincunx**. Cad. Bras. Ens. Fis., V. 25, n. 2, p. 340-353, 2008.

THE WHITE HOUSE. **Comentários do presidente em um evento de campanha em Roanoke, Virgínia**. Disponível em: <<https://obamawhitehouse.archives.gov/the-press-office/2012/07/13/remarks-president-campaign-event-roanoke-virginia>> Acesso em 08 Jul. 2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB. INSTITUTO GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra?** Disponível em: <[http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page\\_id=7](http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7)> Acesso em 14 Jul. 2021.

VALLE, Ione Ribeiro; RUSCHEL, Elizete. Política educacional brasileira e catarinense (1934-1996): uma inspiração meritocrática. **Revista Electrónica de Investigación y Docencia**, v. 3, p. 73-92, 2010.

VIEIRA, Cecília Maria et al. Reflexões sobre a meritocracia na educação brasileira. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v.21, p.316-334, 2013.

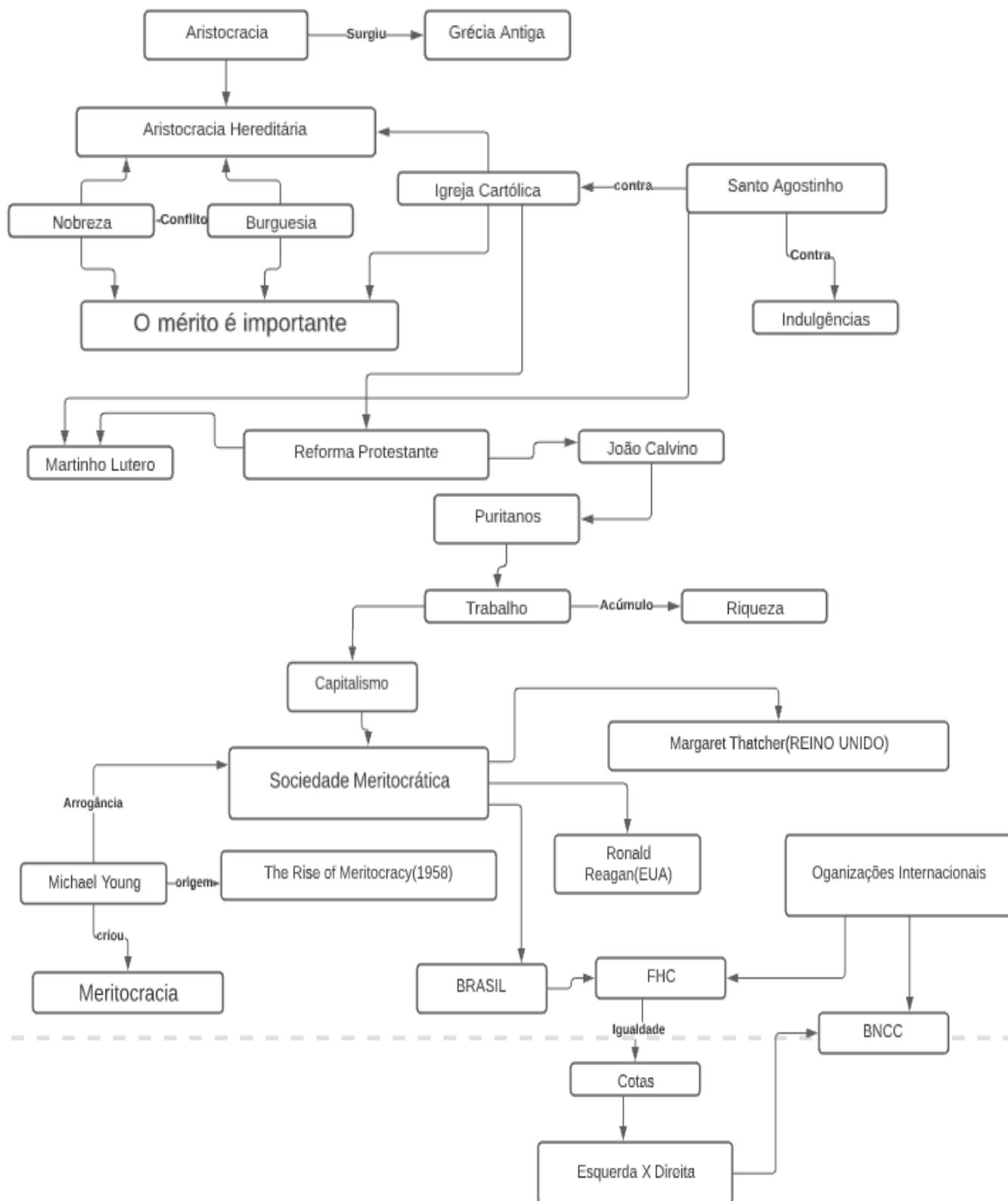
WEBER, M. **Ensaio de Sociologia**. Rio de Janeiro: LTC Editora.1982.340 p

\_\_\_\_\_. **A ética protestante e o espírito do capitalismo**. Tradução José Marcos Mariani de Macedo; São Paulo: Companhia das Letras, 2004.

YOUNG, M. **The Rise of Meritocracy**. London :Routledge. 1994.198 p

VERGNAUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais**. I Seminário Internacional de Educação Matemática. São Paulo: SBEM, 2000. v. 1.

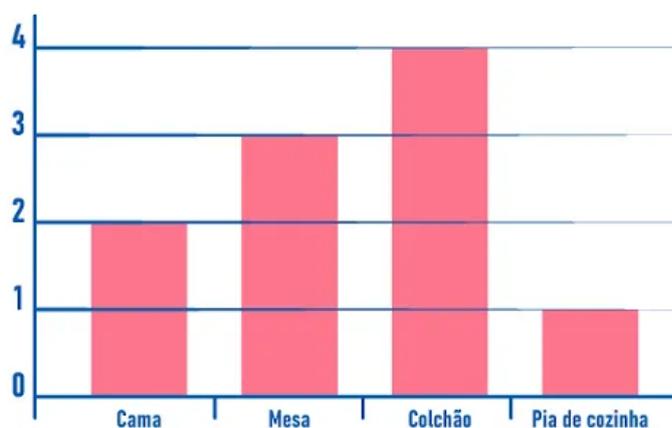
APÊNDICE A – Mapa Conceitual da Meritocracia



### APÊNDICE B – Atividade de Sondagem

- 1) Uma escola tem 24 professores, dos quais 25% ensinam Matemática. Quantos professores ensinam Matemática nessa escola?
- 2) Trinta representa 15% de qual número?
- 3) Represente 33% em forma de fração.
- 4) A representação da fração  $\frac{5}{8}$  em porcentagem é:
- 5) Júlia acertou 75% das questões de Matemática do teste e Mariana acertou  $\frac{4}{5}$ . Quem acertou mais questões?
- 6) Para atrair uma maior clientela, uma loja de móveis fez uma promoção oferecendo um desconto de 20% em alguns de seus produtos.

No gráfico, estão relacionadas as quantidades vendidas de cada um dos produtos, em um dia de promoção.



No quadro constam os preços de cada produto vendido já com desconto de 20% oferecido pela loja.

Móvel	Preço (R\$)
Cama	450,00
Mesa	300,00
Colchão	350,00
Pia de cozinha	400,00

Qual foi o valor total de desconto, em reais, concedido pela loja com a venda desses produtos durante esse dia de promoção?

7) No Colégio de Galton, ao chegar ao ensino médio, os estudantes podem escolher um entre três idiomas (inglês, francês e espanhol) para aprofundar os seus conhecimentos. Sabendo que há 160 alunos no ensino médio e que 40 deles escolheram espanhol, 30% escolheram francês, então a porcentagem de estudantes que escolheram inglês foi de:

- a) 12,5%
- b) 25%
- c) 30%
- d) 45%
- e) 75%

8) Em uma sala de aula há 30 alunos, dos quais 40% são meninas. A quantidade de meninas que tem na sala é:

9) O valor de  $3! + 4!$  é :

10) O valor de  $\frac{6!}{3!}$  é:

11) O valor de  $\binom{7}{4}$  é:

12) Um fabricante de sorvetes possui a disposição 7 variedades de frutas tropicais do nordeste brasileiro e pretende misturá-las duas a duas na fabricação de sorvetes. Quantos tipos de sorvete estarão disponíveis?

13) Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade do lado “cara” ficar voltado para cima?

14) Ao jogar um dado, qual a probabilidade de obtermos um número ímpar voltado para cima?

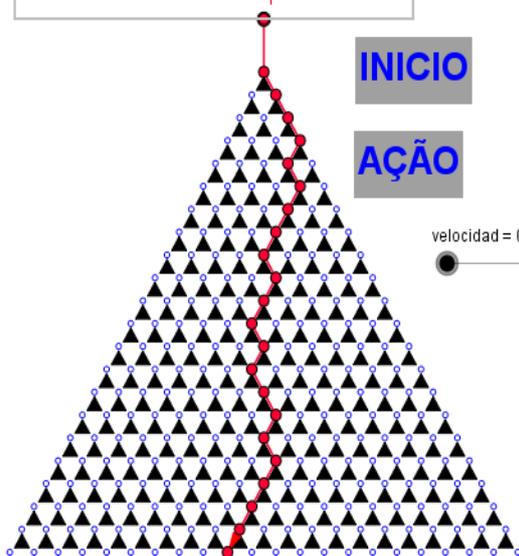
Se lançarmos dois dados ao mesmo tempo, qual a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima?

15) Um saco contém 10 bolas idênticas, mas com cores diferentes: três bolas azuis, cinco vermelhas e duas amarelas. Retira-se ao acaso uma bola. Qual a probabilidade da bola retirada ser azul?

## APÊNDICE C – Curva Gaussiana feita no GeoGebra



### MÁQUINA DE GALTON



INICIO

AÇÃO

velocidad = 0

$$\text{Normal}(N/2, \sqrt{Npq}) = \text{Normal}(10.5, \sqrt{21 * 0.5 * 0.5})$$

- Ver histograma binomial teórico
- Ver aproximação mediante distribuição normal

$x_i$	$f_i$
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	0
Total	0

