



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO – PROFMAT

**Aplicação do Conceito de KPI  
no ensino de Matemática**

**Henrique Kops Zahner**

**Rondonópolis - MT, Setembro de 2021**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDONÓPOLIS – UFR**

**CURSO DE MATEMÁTICA – ICEN/UFR**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDONÓPOLIS – UFR  
Instituto de Ciência Exatas e Naturais – ICEN  
Curso de Matemática – ICEN/UFR

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO – PROFMAT

**Aplicação do Conceito de KPI  
no ensino de Matemática**

**Henrique Kops Zahner**

*DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DO  
PROFMAT DO CURSO DE MATEMÁTICA/UFR, COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM MATEMÁTICA.*

Banca Examinadora

Prof. Dr. Álvaro Moreira Neto  
*Presidente, UFR*

---

Prof. Dr. Marcos André de Jesus Delgado  
*Examinador Interno, UFR.*

---

Prof. Dr. Márcio Lemes de Sousa  
*Examinador Externo, UFMT - Barra do Garças/MT.*

---



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO**  
**PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL - PROFMAT**

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO: "Aplicação do Conceito de KPI no ensino de Matemática"**

**AUTOR : MESTRANDO Henrique Kops Zahner**

Dissertação submetida ao programa de pós-graduação do PROFMAT, do curso de Matemática/UFMT/CUR (UFR), como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Dissertação defendida e aprovada em **17/09/2021**

**COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA**

1. **Doutor Álvaro Moreira Neto** (Presidente Banca /Orientador/UFR)
2. **Doutor Marcos André de Jesus Delgado** (Examinador interno/UFR)
3. **Doutor Márcio Lemes de Sousa** (Examinador externo/UFMT/CUA)

**Rondonópolis-MT, 17/09/2021**



Documento assinado eletronicamente por **ALVARO MOREIRA NETO, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 21/09/2021, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Márcio Lemes de Sousa, Usuário Externo**, em 21/09/2021, às 12:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **MARCOS ANDRE DE JESUS DELGADO, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 21/09/2021, às 14:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufmt.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufmt.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **3923126** e o código CRC **E591D66D**.

---

**Referência:** Processo nº 23108.078570/2021-45

SEI nº 3923126

## FICHA CATALOGRÁFICA

ZAHNER, HENRIQUE KOPS

Aplicação do conceito de KPI no ensino de matemática.

[Rondonópolis – MT] 2021.

112p., 210 mm x 297 mm (MAT/ICEN/UFR, Mestre, Matemática, 2021).

Dissertação de Mestrado/PROFMAT, Universidade Federal de  
Rondonópolis/ Matemática.

Curso de Matemática.

- |               |                  |
|---------------|------------------|
| 1. Matemática | 2. Ensino        |
| 3. KPI        | 4. Indicadores   |
| I. Desempenho | II. MAT/ICEN/UFR |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ZAHNER, H. K. (2021). Aplicação do conceito de KPI no ensino de matemática. Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Curso de Matemática, Universidade Federal de Rondonópolis – UFR, MT, 112p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Henrique Kops Zahner.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Aplicação do conceito de KPI no ensino de matemática.

GRAU/ANO: Mestre/2021

É concedida à Universidade Federal de Rondonópolis permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Henrique Kops Zahner

## AGRADECIMENTOS

Inicialmente, pela fé que me move, agradeço a Deus por cada dia que me proporciona, onde em cada um me proponho a ser um pouco melhor que o anterior.

Agradeço à minha família, em especial à minha esposa Lohanny, minha filha Luíza e meus pais Ana e Flávio.

Agradeço aos mestres que orientaram cada disciplina e aos que foram inspiração na escrita deste trabalho, em especial ao meu orientador Álvaro e à coordenadora Eunice, bem como aos colegas de jornada. Por fim, agradeço àqueles que me auxiliaram neste projeto de transformação do conhecimento, que me estimulou a buscar um propósito maior ao desenvolver o trabalho que abaixo vos apresento.

“Everyone has a plan until they get punched in the face”.

Mike Tyson

Historicamente o Brasil vêm sendo ranqueado em posições cada vez mais baixas quando se trata do índice PISA (Programme for International Student Assessment, ou Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) relativo ao desempenho dos alunos do país em matemática. Com base nisto e considerando que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê que, a partir dos anos finais do ensino fundamental, a aprendizagem de matemática já adquirida pelo aluno seja relacionada à questões práticas, ou seja, aos aspectos da realidade, sugere-se então a utilização do conceito de KPI (Key Performance Indicator ou Indicador – Chave de Desempenho) como ferramenta para auxiliar nesta relação.

KPI, por sua vez, é um indicador numérico que nos traz, inclusive de forma gráfica, informações relevantes sobre o desempenho de algum processo empresarial, logo possuir conhecimento sobre o assunto é importante para o desenvolvimento do aluno enquanto futuro profissional. Também é possível extrapolar o conceito, trazendo outros indicadores ainda mais relacionados à vida cotidiana de um cidadão, tais como IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), dentre inúmeros outros que são verificados por parte da gestão pública com base em pesquisas e coletas de dados promovidas por diversos Órgãos, como o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), por exemplo.

Assim, conhecendo como a matemática é fundamental para que sejam gerados e interpretados os indicadores, o aluno passa a entender a importância desta disciplina para aplicações práticas e promover maior consciência da realidade em que está inserido, mostrando a importância da matemática e o seu devido protagonismo, deixando de ser uma “mera formalidade acadêmica” como pensam alguns alunos, mas sim uma ferramenta poderosa para o seu desenvolvimento enquanto pessoa.

**Palavras-chave:** Matemática. Ensino. KPI. Indicadores. Desempenho.

Brazil has historically been ranked lower and lower when it comes to the PISA (Programme for International Student Assessment) index that evaluates the performance of the country's students in mathematics. Based on it and considering that the National Common Curriculum Basis (or, the acronym in Portuguese, BNCC from Base Nacional Comum Curricular) sets that the learning of mathematics acquired by the students from the final years of elementary school, needs to be related to practical issues, that is, to aspects of reality, so it is suggested that the use of the KPI's (Key Performance Indicator) concept as a tool to assist in this matter.

KPI, on the other hand, is a numerical indicator that brings us, even graphically, relevant information about the performance of a business process, so it is important for the student's development, as a future worker, having knowledge about the subject. It is also possible to extrapolate the concept, bringing other indicators more related to the daily life of a citizen, such as HDI (Human Development Index), IDEB (Basic Education Development Index), among countless others that are assessed by the government, based on surveys and data collection promoted by several organizations, such as the IBGE (Brazilian Institute of Geography and Statistics), for example.

Thus, knowing how mathematics is fundamental for the indicators to be generated and interpreted, the student starts to understand the importance of this discipline for practical applications and promote greater awareness of the reality in which it is inserted, showing the importance of mathematics and its due protagonism, ceasing to be a "mere academic formality" as some think students, but rather a powerful tool for their development as a person.

**Keywords:** Mathematics. Teaching. KPI. Indicators. Performance.

---

## LISTA DE FIGURAS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Comparação dos resultados do Brasil em Matemática no PISA em suas últimas três edições. Fonte: Elaborado pelo autor com base no PISA (2012, 2015 e 2018). .....  | 6  |
| 2.2 | Estratificação dos resultados obtidos pelo Brasil no PISA 2018, análise da nota média obtida em cada tema avaliado em relação às variáveis apresentadas.....   | 7  |
| 2.3 | Método de definição de indicadores a partir dos objetivos da gestão. Fonte: Adaptado de (Januzzi 2014, [23]). .....  | 13 |
| 2.4 | Relação entre os indicadores PISA, especificamente da classificação obtida em matemática, e IDH do ano de 2018 dos países avaliados. Fonte: Elaborado pelo autor com base em PISA 2018 ([34]) e UNDP 2018 ([40]). .....  | 21 |
| 2.5 | Relação entre os indicadores PISA, média geral, e IDH do ano de 2018 dos países avaliados. Fonte: Elaborado pelo autor com base em PISA 2018 ([34]) e UNDP 2018 ([40]). .....  | 21 |
| 2.6 | Quantitativo percentual de estudantes que obtiveram baixo desempenho no PISA, nas últimas três edições. Estão representados apenas 14 países, sendo 7 detentores dos piores resultados (maior percentual) e 7 que obtiveram os melhores resultados (menor percentual). Fonte: Elaborado pelo autor com base em PISA (2012, 2015 e 2018). ..... | 32 |

---

# LISTA DE TABELAS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Resultados do Brasil no PISA nas três últimas edições. Fonte: Elaborado pelo autor com base no PISA de 2012, 2015 e 2018 ([33],[34]).  | 5  |
| 2.2 | Comparativo entre os anos 2012, 2015 e 2018, dos dados da tabela (2.1). Fonte: Elaborado pelo autor com base no PISA de 2012, 2015 e 2018 ([33],[34]).   | 5  |
| 2.3 | Listagem dos dez países com maior perda de posições no ranking PISA, na área de Matemática.  | 7  |
| 2.4 | Estratificação dos resultados obtidos pelo Brasil no PISA 2018. Fonte: Elaborado pelo autor com base em INEP (2021).   | 8  |
| 2.5 | Principais fontes de pesquisa e tipos de indicadores que coletam. Fonte: Extraído de (Januzzi 2014, [23]).   | 12 |
| 2.6 | Indicadores-chave de performance e áreas relacionadas utilizados para diagnósticos do desempenho das ações realizadas por parte da gestão pública. Fonte: Extraído de (Januzzi 2014, [23]).  | 14 |
| 2.7 | Tabela comparativa do desempenho no PISA e no IDH dos países em 2018. Fonte: Elaborada pelo autor com base em PISA 2018 ([34]) e UNDP 2018 ([40]). Na parte final da tabela: <sup>1</sup> Pequim, Xangai, Jiangsu e Guangdong                          | 18 |
| 2.8 | Competências estabelecidas pela BNCC. Fonte: Extraído de Base Nacional Comum Curricular, disponível em: <a href="http://basenacionalcomum.mec.gov.br">http://basenacionalcomum.mec.gov.br</a>  | 24 |
| 2.9 | Classificação dos países conforme o desempenho obtido no PISA, com a percentagem dos alunos com alto e baixo desempenho, por país. <sup>1</sup> Pequim, Xangai, Jiangsu e Guangdong. Fonte: Elaborada pelo autor com base no PISA (2012, 2015 e 2018). | 29 |

---

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos

| Símbolo    | Nome   |
|------------|--|
| $PIB_{PC}$ | Pib per capita   |
| $B_i$      | Preço do $i$ -ésimo bem produzido                                    |
| $S_j$      | Preço do $j$ -ésimo serviço produzido                                |
| $P$        | Quantidade de indivíduos de uma população                            |
| $F_D$      | Número de pessoas classificadas como força de trabalho desempregadas |
| $F_T$      | Número de pessoas classificadas como força de trabalho               |
| $R_{MM}$   | Renda média mensal   |
| $T_C$      | Tempo de ciclo padrão  |
| $R_t$      | Receita doméstica total  |
| $C_A$      | Consumo de energia   |
| $R_I$      | Tempo estimado de retorno  |

## Operadores ou funções

|  |   |
|--|---|
| $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ | Somatório da variável $x_i$ , para $i = 1, 2, \dots, n$ |
| $\log(x)$                                    | Logaritmo na base 10 do número real $x > 0$             |

## Grupos Adimensionais

|       |                                       |
|-------|---------------------------------------|
| $R$   | Coefficiente de correlação linear     |
| $p_e$ | Fator de expansão de amostra          |
| $OEE$ | Índice Operacional Global             |
| $S$   | Sustentabilidade financeira doméstica |
| $E$   | Ganho de eficiência                   |

## Siglas

|        |   |
|--------|---|
| BNCC   | Base Nacional Comum Curricular  |
| IBGE   | Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística   |
| IDH    | Índice de Desenvolvimento Humano  |
| IDEB   | Índice de Desenvolvimento da Educação Básica  |
| KPI    | Key Performance Indicator ou Indicador – Chave de Desempenho  |
| PISA   | Programme for International Student Assessment ou Programa Internacional de Avaliação de Estudantes |
| OCDE   | Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico   |
| ENADE  | Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes   |
| SINAES | Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior  |
| ENEM   | Exame Nacional do Ensino Médio  |
| ERCE   | Estudo Regional Comparativo e Explicativo   |
| UNESCO | Organização das Nações Unidas para a Educação Ciência e Cultura                                     |
| FAO    | Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação  |
| OIT    | Organização Internacional do Trabalho   |
| OMS    | Organização Mundial da Saúde  |
| UNICEF | Organização das Nações Unidas para a Infância   |
| UNSD   | Divisão de Estatística das Nações Unidas  |
| INEP   | Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais  |
| DIEESE | Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos                                 |
| RNB    | Renda Nacional Bruta  |
| UNDP   | United Nation Development Programme   |
| PNUD   | Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento   |
| ONU    | Organização das Nações Unidas   |
| PIB    | Produto Interno Bruto   |
| TDAH   | Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade   |
| IPCA   | Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo   |
| UT     | Unidade Temática  |
| POF    | Pesquisa de Orçamentos Familiares   |
| COPOM  | Comitê de Política Monetária  |
| OEE    | Overall Equipment Effectiveness ou Rendimento Operacional Global                                    |
| ROI    | Return on Investment ou Retorno Sobre o Investimento  |
| EVTE   | Estudo de Viabilidade Técnica e Econômica   |
| DA     | Dynamic Assessment ou Avaliação Dinâmica  |

---

# SUMÁRIO

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b> .....                                      | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO DA LITERATURA</b> .....                           | <b>3</b>  |
| 2.1      | AVALIAÇÕES DE DESEMPENHO EDUCACIONAL .....                   | 3         |
| 2.2      | O PISA .....   | 4         |
| 2.3      | RESULTADOS DO BRASIL NO PISA .....                           | 5         |
| 2.4      | INDICADORES – CHAVE DE PERFORMANCE (KPI) .....               | 9         |
| 2.5      | OUTROS INDICADORES DE DESEMPENHO DE UM PAÍS.....             | 10        |
| 2.6      | ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO HUMANO (IDH) .....                 | 15        |
| 2.7      | RELAÇÃO ENTRE O DESENVOLVIMENTO E A EDUCAÇÃO DE UM PAÍS..... | 16        |
| 2.8      | A BNCC .....   | 23        |
| 2.9      | DIFICULDADES DE APRENDIZADO NA MATEMÁTICA .....              | 26        |
| <b>3</b> | <b>OBJETIVOS E MÉTODOS</b> .....                             | <b>34</b> |
| 3.1      | APLICAÇÕES NO ÂMBITO DA CIDADANIA .....                      | 37        |
| 3.1.1    | INPC .....   | 37        |
| 3.1.2    | IPCA .....   | 39        |
| 3.1.3    | PIB PER CAPITA .....   | 40        |
| 3.1.4    | TAXA DE DESEMPREGO.....                                      | 42        |
| 3.1.5    | RENDA MÉDIA MENSAL .....                                     | 43        |
| 3.2      | APLICAÇÃO NO ÂMBITO PROFISSIONAL .....                       | 44        |
| 3.2.1    | RENDIMENTO OPERACIONAL GLOBAL .....                          | 44        |
| 3.2.2    | ÍNDICE DE LIQUIDEZ CORRENTE.....                             | 46        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| 3.2.3      | RETORNO SOBRE INVESTIMENTO.....  | 47         |
| 3.3        | APLICAÇÕES NO ÂMBITO DA VIDA PESSOAL.....  | 49         |
| 3.3.1      | SUSTENTABILIDADE DOMÉSTICA.....  | 49         |
| 3.3.2      | MELHORIA DE EFICIÊNCIA.....  | 51         |
| 3.3.3      | RETORNO DO INVESTIMENTO.....   | 53         |
| 3.4        | AValiação DE DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA.....                                   | 55         |
| <b>4</b>   | <b>DISCUSSÃO E RESULTADOS.....</b>   | <b>57</b>  |
|            | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>   | <b>59</b>  |
|            | <b>APÊNDICES.....</b>  | <b>63</b>  |
| <b>I</b>   | <b>APRESENTAÇÃO DA MATEMÁTICA DE ACORDO COM A BNCC.....</b>                                    | <b>64</b>  |
| I.1        | SUBDIVISÃO DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL.....  | 64         |
| <b>II</b>  | <b>SUBDIVISÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO, SEGUNDO CRITÉRIOS DA BNCC.....</b> | <b>88</b>  |
| II.1       | UNIDADE TEMÁTICA 1: NÚMEROS E ÁLGEBRA.....   | 88         |
| II.2       | UNIDADE TEMÁTICA 2: GEOMETRIA E MEDIDAS.....   | 90         |
| II.3       | UNIDADE TEMÁTICA 3: PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA.....   | 91         |
| II.4       | AValiação DINÂMICA EPA 2000.....   | 91         |
| <b>III</b> | <b>TABELA PARA COLETA DE DADOS DE ECONOMIA DOMÉSTICA.....</b>                                  | <b>103</b> |

---

---

# CAPÍTULO 1

---

## INTRODUÇÃO

O desempenho nacional na avaliação do PISA mostrou, mais uma vez, que o Brasil permanece em posições muito baixas no ranking com relação às áreas avaliadas e em especial, de forma negativa, em Matemática.

O resultado obtido em 2018 mostra que o Brasil permanece em queda de posições em todas as áreas de avaliação, apesar das notas dos alunos não estarem piorando. Isso significa que os estudantes não estão tirando notas piores em comparação às avaliações anteriores, mas também não estão obtendo resultados melhores o suficiente para alcançarem melhores posições, enquanto os demais países evoluem e ultrapassam o Brasil no ranking (PISA, 2012, 2015 e 2018, [34]).

A área de leitura nos apresenta um resultado espantoso, onde aproximadamente 40% dos alunos são analfabetos letrados. E o que isso significa? Os alunos são aprovados nas avaliações das disciplinas e séries que cursam na escola, mas não possuem capacidade analítica e de interpretação que os permita identificar a ideia central de um texto ou ainda de entender a conexão entre as ideias apresentadas. Por sua vez, essa deficiência prejudica as demais áreas de avaliação, pois sem compreender o que é questionado, o aluno não consegue encontrar a resposta correta para a pergunta (SQUARISI, 2019, [12]).

Assim os resultados obtidos pelo Brasil se explicam: 57<sup>o</sup> em leitura, 64<sup>o</sup> em ciências e, o pior resultado, 70<sup>o</sup> em matemática (PISA, 2018, [34]), ou seja, se em leitura o aluno já possui dificuldades, quando soma-se à ela a necessidade de conhecimento científico e lógico, os resultados vão se deteriorando.

Ao avaliar as principais causas de deficiência no aprendizado em matemática, verificamos que, no que concerne especificamente ao aluno e excetuando-se àquelas ligadas à disfunções físicas ou mentais, as emoções e atitudes que este possui em relação à matemática, se negativas, contribuem em grande monta para que o seu desenvolvimento seja precário. E abordando o assunto mais profundamente é possível perceber que boa parte dessas emoções e atitudes pode ser “herdada”, ou seja, de certa forma transferida dos pais ou responsáveis para as crianças, por exemplo, a criança pode desenvolver uma aversão à matemática a partir do momento em que o pai lhe transfere suas próprias experiências negativas com a disciplina, gerando medo e bloqueio em seu filho no trato com o tema.

Invariavelmente, tanto para os responsáveis pelas crianças que já possuem bagagem emocional negativa em relação à matemática, quanto para as crianças que herdaram ou também desenvolvem aversão à mesma, é possível perceber a falta de reconhecimento da sua aplicação cotidiana, questionando-se “onde vou usar isso na minha vida?” e atribuindo à ela a condição de “desnecessária”.

Assim, o objetivo deste trabalho é que, ao final, o professor possua maior base argumentativa para demonstrar as aplicações da matemática no dia-a-dia do aluno e nas questões que influenciam a sua vida, bem como utilize as sugestões para que este aluno também as aplique e reconheça a sua validade e os benefícios que ela pode trazer.

---

---

# CAPÍTULO 2

---

## REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Avaliações de desempenho educacional

As avaliações comparativas de resultados da educação são comuns, sendo seu objetivo entender o desempenho individual de cada país neste tema e também comparar os resultados entre os países, visando identificar lapsos de educação e, portanto, oportunidades de melhoria de desempenho. Assim, com o mapeamento da situação atual de um país, demonstrada através do desempenho que apresentou, podemos traçar estratégias de melhoria para alcançar melhores resultados. Contudo, não basta apenas reforçar em sala de aula o conteúdo em que se obtiveram os piores resultados. Além do desempenho em educação em si, também é necessário e possível avaliar outras questões relacionadas ao contexto em que os estudantes estão inseridos para identificar as causas raízes do baixo desempenho, que vão muito além do conteúdo de uma disciplina. Fatores ligados ao contexto social, familiar, regional, dentre outros, têm forte influência nos resultados e devem também ser compreendidos. Há diversas avaliações comparativas que são aplicadas no Brasil, conforme apresenta o INEP (2020), onde algumas são iniciativas nacionais e outras internacionais e entre as quais podemos destacar:

- Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) – parte integrante do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES), ele é aplicado desde 2004 e tem por objetivo avaliar o desempenho dos concluintes dos cursos de graduação em relação aos conteúdos estabelecidos nas diretrizes curriculares, o nível de compreensão do contexto em que se encontram e a existência de competências e habilidades básicas para o aprofundamento,

tanto profissional quanto de formação acadêmica.

- Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) – iniciado em 1998 para avaliar a competência e assimilação dos conteúdos ministrados na educação básica (composta pelos ensinos fundamental e médio) por parte dos estudantes concluintes. A partir de 2009 ele também passou a ser utilizado como mecanismo de acesso às instituições de ensino superior.
- Estudo Regional Comparativo e Explicativo (ERCE) – iniciado em 1997, é uma avaliação internacional aplicada nos países da América Latina e Caribe. São avaliados os temas leitura, escrita, matemática e ciências, enquanto também se busca verificar outros aspectos relacionados à aprendizagem. Os exames são realizados com estudantes dos quartos e sétimos anos do ensino fundamental.
- PISA – aplicado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) a cada três anos, o PISA avalia estudantes de 15 anos - idade pressuposta de conclusão da escolaridade básica (no Brasil corresponde ao ensino fundamental) oriundos de 79 países participantes (em 2018) em três áreas de estudo: leitura, matemática e ciências.

Na próxima seção, aprofundaremos a análise no PISA, devido a sua importância a nível mundial, contemplando relevantes contribuições para o desenvolvimento do ensino.

## 2.2 O PISA

Entre as avaliações comparativas, podemos destacar o PISA como uma das principais. Nos últimos 20 anos o PISA se tornou o principal parâmetro mundial para comparação do desempenho de ensino entre países e um catalisador da reforma educacional PISA ([34]). Ele têm ajudado a gestão pública dos países a aumentar a eficiência dos investimentos em educação, evidenciando as áreas onde as políticas educacionais se apresentam insatisfatórias e orientando o direcionamento dos recursos para os locais adequados.

Até o final dos anos 90, as avaliações comparativas da OCDE eram usualmente baseadas em medições da quantidade de anos de permanência na escola, que, por sua vez, não é o indicador mais apropriado para demonstrar o que os estudantes avaliados realmente possuem em conhecimento. Assim, surgiu o PISA para mudar este cenário. Baseado em testar o conhecimento e as habilidades dos estudantes por meio de uma métrica internacionalmente aceita, ligando dados obtidos a partir dos estudantes, professores, escolas e sistemas educacionais para entender as diferenças de performance e criando pontos de referência compartilhados.

O PISA foi lançado em 2000, sendo realizado a cada triênio, assim a edição de 2018 foi a sétima até então. Ele avalia o conhecimento e as habilidades dos estudantes em três áreas, quais sejam leitura, matemática e ciências, onde em cada edição a avaliação possui maior foco em uma dessas áreas, mas não deixando de avaliar as demais. Desde que foi lançado, o PISA tem demonstrando que os sistemas educacionais podem fornecer tanto instrução de alta qualidade quanto oportunidades de aprendizado equitativas para todos, bem como que o fomento do bem estar dos estudantes também apoia a excelência no desempenho acadêmico. Por fim, o PISA apresenta as boas práticas praticadas pelos países para apoiar seus estudantes, oportunizando que os países aprendam uns com os outros.

## 2.3 Resultados do Brasil no PISA

Assim, como podemos ver nos gráfico (2.1) e na tabela (2.1) a seguir, o Brasil vêm apresentando resultados insatisfatórios em melhoria do rendimento escolar dos estudantes. Na tabela (2.2) apresentamos um comparativo entre os anos de 2012, 2015 e 2018, conforme dados apresentados na tabela (2.1).

Tabela 2.1: Resultados do Brasil no PISA nas três últimas edições. Fonte: Elaborado pelo autor com base no PISA de 2012, 2015 e 2018 ([33],[34]).

|            | <b>Matemática</b> |               | <b>Leitura</b> |               | <b>Ciências</b> |               |
|------------|-------------------|---------------|----------------|---------------|-----------------|---------------|
| <b>Ano</b> | Média             | Classificação | Média          | Classificação | Média           | Classificação |
| 2012       | 391               | 58°           | 410            | 55°           | 405             | 59°           |
| 2015       | 377               | 65°           | 407            | 59°           | 401             | 63°           |
| 2018       | 384               | 70°           | 413            | 57°           | 404             | 64°           |

Tabela 2.2: Comparativo entre os anos 2012, 2015 e 2018, dos dados da tabela (2.1). Fonte: Elaborado pelo autor com base no PISA de 2012, 2015 e 2018 ([33],[34]).

|             | <b>Matemática</b> |               | <b>Leitura</b> |               | <b>Ciências</b> |               |
|-------------|-------------------|---------------|----------------|---------------|-----------------|---------------|
| <b>Anos</b> | Média             | Classificação | Média          | Classificação | Média           | Classificação |
| 2012×2015   | -14               | 7             | -3             | 4             | -4              | 4             |
| 2015×2018   | 7                 | 5             | 6              | -2            | 3               | 2             |
| 2012×2018   | -7                | 12            | 3              | 2             | -1              | 6             |

Podemos observar, portanto, que em todas as áreas avaliadas o Brasil apresenta perda de desempenho, mas Matemática é a área cujo indicador mais vêm se deteriorando, apresentando pior desenvolvimento. Na comparação de 2012 com 2018 perdemos 12 posições no ranking, passando de 58<sup>o</sup> para 70<sup>o</sup> e diminuimos em 7 pontos a média alcançada, enquanto em ciências perdemos 6 posições e em leitura “apenas” 2.

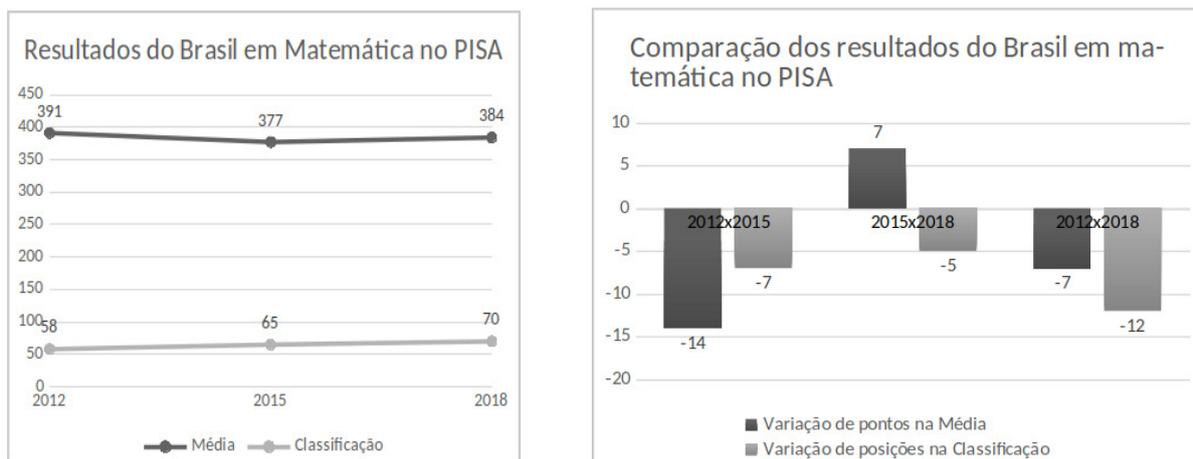


Figura 2.1: Comparação dos resultados do Brasil em Matemática no PISA em suas últimas três edições. Fonte: Elaborado pelo autor com base no PISA (2012, 2015 e 2018).

Como demonstrado, não necessariamente o rebaixamento no ranking significa obtenção de médias menores nas avaliações, mas sim falta de crescimento relativo aos demais países. O gráfico da figura (2.1) mostra o comportamento variável da média obtida na área de matemática (subindo e descendo, ou seja, ganhando e perdendo pontos), enquanto o comportamento da classificação é contínuo (apenas subindo, ou seja, perdendo posições no ranking). Comparando os resultados de 2015 e 2018, podemos observar um aumento de sete pontos na média obtida, o que não foi suficiente para, sequer, manter a classificação do Brasil – perdemos cinco posições.

Os resultados apresentados pelo Brasil, em Matemática, o colocam na 2ª colocação na comparação entre os países que mais perderam posições no ranking do PISA de 2012 à 2018, estando empatado com a Argentina em quantidade de posições perdidas e não tomando a “liderança” apenas pelo critério de desempate utilizado, que é a melhor classificação nos anos avaliados. Na tabela (2.3) vê-se os resultados dos 10 países com maiores perdas de desempenho relativo em Matemática.

Em 2018, fizeram parte do PISA estudantes, escolas, professores e pais das 27 unidades da Federação, tendo 10691 estudantes de 597 escolas participado da avaliação, estatisticamente representando um total de 2036861 estudantes do país.

Por fim, podemos apresentar ainda a estratificação de dados dos resultados distribuídos pelo Brasil, conforme as variáveis “Dependência administrativa” e “Localização” da escola do aluno, “Ano escolar” em que este se encontrava à época da avaliação e “Região geográfica” em que este estudava. Estas variáveis estão subdivididas em classes, cujos resultados apresentamos na tabela (2.4) a seguir.

Tabela 2.3: Listagem dos dez países com maior perda de posições no ranking PISA, na área de Matemática.

| País       | Classificação em 2012 | Classificação em 2018 | Perda de posições |
|------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| Argentina  | 59                    | 71                    | -12               |
| Brasil     | 58                    | 70                    | -12               |
| Austrália  | 19                    | 29                    | -10               |
| Indonésia  | 64                    | 72                    | -8                |
| México     | 53                    | 61                    | -8                |
| Chile      | 51                    | 59                    | -8                |
| Colômbia   | 62                    | 69                    | -7                |
| Costa Rica | 56                    | 63                    | -7                |
| Tailândia  | 50                    | 57                    | -7                |
| Romênia    | 45                    | 51                    | -6                |

Com estas informações, podemos observar que há uma clara relação entre os resultados obtidos e todas as variáveis analisadas. Por exemplo, avaliando a variável “Dependência Administrativa”, os alunos que estudam em escolas da classe Privada possuem o melhor rendimento em todas as três temáticas analisadas no PISA em comparação às outras classes dessa variável, assim, em segundo lugar temos as escolas Federais, seguidas das escolas Estaduais e, com os piores resultados, as escolas Municipais. Na figura (2.2) apresentamos graficamente estas análises.

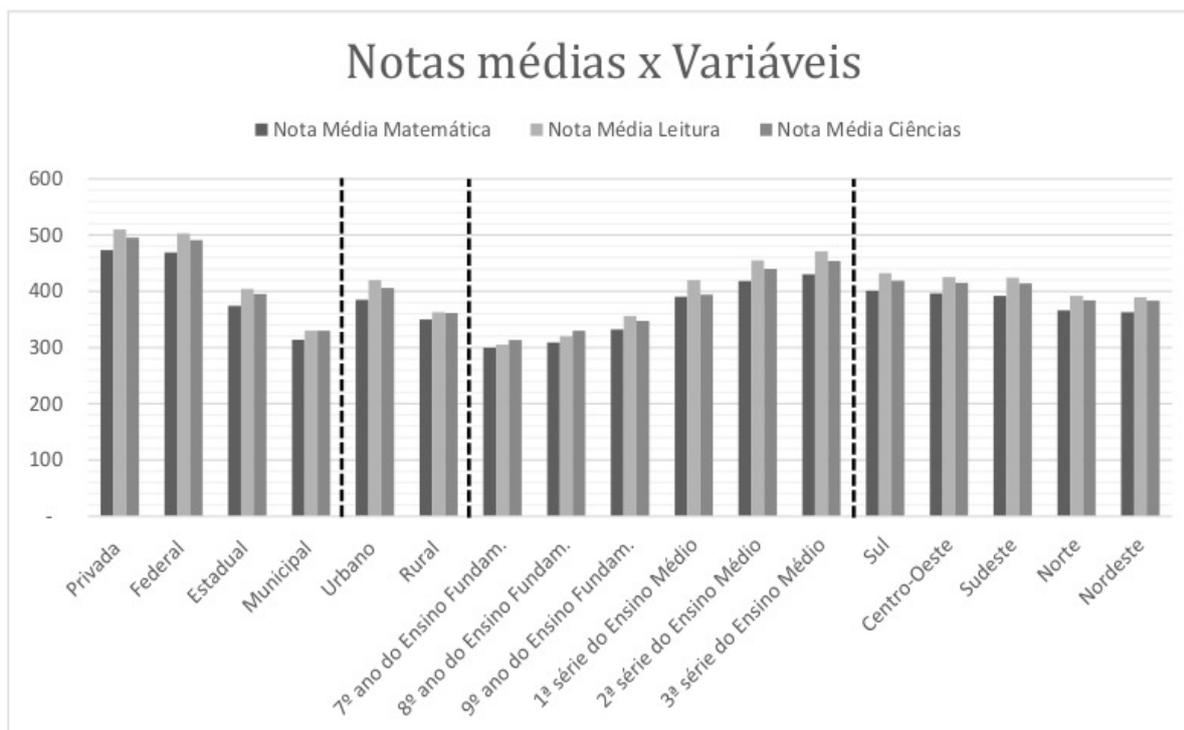


Figura 2.2: Estratificação dos resultados obtidos pelo Brasil no PISA 2018, análise da nota média obtida em cada tema avaliado em relação às variáveis apresentadas.

Tabela 2.4: Estratificação dos resultados obtidos pelo Brasil no PISA 2018. Fonte: Elaborado pelo autor com base em INEP (2021).

| Variáveis                           | Quantidade total de alunos | Quantidade amostrada | Nota Média leitura | Nota Média Matemática | Nota Média Ciências |
|-------------------------------------|----------------------------|----------------------|--------------------|-----------------------|---------------------|
| <b>Dependência Administrativa</b>   |                            |                      |                    |                       |                     |
| Privada                             | 317209                     | 1381                 | 510                | 473                   | 495                 |
| Federal                             | 50521                      | 279                  | 503                | 469                   | 491                 |
| Estadual                            | 1390872                    | 7732                 | 404                | 374                   | 395                 |
| Municipal                           | 278258                     | 1299                 | 330                | 314                   | 330                 |
| <b>Localização</b>                  |                            |                      |                    |                       |                     |
| Urbano                              | 1937457                    | 10271                | 420                | 385                   | 406                 |
| Rural                               | 99404                      | 420                  | 363                | 350                   | 361                 |
| <b>Ano escolar</b>                  |                            |                      |                    |                       |                     |
| 7º ano do Ensino Fundamental        | 82496                      | 378                  | 305                | 300                   | 313                 |
| 8º ano do Ensino Fundamental        | 164666                     | 744                  | 320                | 309                   | 330                 |
| 9º ano do Ensino Fundamental        | 275523                     | 1312                 | 356                | 332                   | 347                 |
| 1º série do Ensino MédioFundamental | 682375                     | 3430                 | 420                | 390                   | 394                 |
| 2º série do Ensino Médio            | 800827                     | 4608                 | 455                | 418                   | 440                 |
| 3º série do Ensino Médio            | 30974                      | 219                  | 471                | 430                   | 454                 |
| <b>Região Geográfica</b>            |                            |                      |                    |                       |                     |
| Sul                                 | 302669                     | 1523                 | 432                | 401                   | 419                 |
| Centro – Oeste                      | 137367                     | 813                  | 425                | 396                   | 415                 |
| Sudeste                             | 868275                     | 4060                 | 424                | 392                   | 414                 |
| Norte                               | 172016                     | 982                  | 392                | 366                   | 384                 |
| Nordeste                            | 556533                     | 3313                 | 389                | 363                   | 383                 |
| <b>Total Brasil</b>                 | <b>2036861</b>             | <b>10691</b>         | <b>413</b>         | <b>384</b>            | <b>404</b>          |

## 2.4 Indicadores – chave de Performance (KPI)

Indicadores – chave de Performance (ou Desempenho), tradução do termo Key Performance Indicators (KPI), são medidas quantitativas (representações numéricas) que focam nos aspectos da performance mais críticos para o sucesso de uma organização. Os KPIs apresentam aos gestores como a organização está performando em seus fatores de sucesso críticos e assim possibilitam avaliação constante dos resultados da organização e tomadas de decisão rápidas e mais assertivas para melhorar o desempenho observado (PARMENTER, 2015 [35] e MARR, 2012 [26]).

Logo, a avaliação dos KPIs da organização compreende uma análise constante dos indicadores definidos visando manter o controle sobre os seus resultados. Esta análise de performance existe por duas razões principais, quais sejam, facilitar a tomada de decisão e influenciar o ganho de desempenho. Por facilitar a tomada de decisão, compreende-se que essa avaliação fornece informações relevantes ao responsável pela tomada de decisões, dando clareza dos resultados obtidos pela organização, reduzindo a incerteza e fundamentando o processo decisório, ou seja, as decisões são tomadas com base em dados sólidos e não em possibilidades. Agora, como influenciadora do ganho de desempenho, uma vez que a avaliação apresenta o desempenho atual, é possível estabelecer metas para superação dos resultados obtidos, empregando estratégia e forças para o desenvolvimento do processo influenciando na obtenção de melhores resultados (ANDRADE, SARTORI & EMBIRUÇU, 2015 [1]).

Em suma, os indicadores-chave de performance promovem o monitoramento contínuo dos resultados, permitindo a melhoria contínua dos processos organizacionais, por meio de um ciclo que contempla a avaliação do desempenho atual, tomadas de decisão assertivas e bem fundamentadas, realização de ações de correção ou melhoria baseadas nas decisões tomadas e reavaliação do desempenho para verificação da efetividade das ações realizadas, demonstradas por meio da melhoria do indicador.

Em organizações tais como empresas, governo ou entidades sem fins lucrativos, podemos medir muitos indicadores. Um indicador adequado pode ser contado e comparado e deve vir acompanhado de um conjunto de fatores que o definem, conforme apresenta (CALDEIRA 2012, [10]), sendo:

1. Objetivo – para que serve este indicador, qual função este possui para a gestão;
2. Algoritmo de cálculo – fórmula matemática do indicador, contendo as variáveis que o influenciam;
3. Fonte de dados – local ou locais onde se deve coletar os dados (variáveis) para o cálculo do

indicador;

4. Frequência de apuração – qual o período de tempo em que se deve repetir o procedimento de coleta de dados e cálculo;
5. Polaridade – direcionador do indicador: quanto maior melhor (por exemplo, se o indicador fosse o de faturamento da organização) ou quanto menor melhor (por exemplo, se fosse o índice de absenteísmo da organização);
6. Meta – valor alvo que buscamos que o indicador atinja, valor representativo da performance esperada do processo avaliado. A meta define o valor a partir do qual os resultados são aceitáveis e, claro, desejamos superá-los. Superar a meta significa obter resultados maiores ou menores (a depender da polaridade) que a meta estabelecida.

A diferença de um indicador qualquer para um indicador-chave de desempenho é que este último possui, pelo menos, cinco características que elevam seu nível de importância para a organização, quais sejam (PARMENTER, 2015 [35]):

1. É relevante para os gestores da organização, está no foco da gestão;
2. Deve ser simples, de tal forma que todos os envolvidos consigam entender a forma de medição e quais ações corretivas podem ser realizadas para evitar desvios;
3. Pode ser atribuído a alguém ou à um time, deve possuir um responsável;
4. Possui impacto significativo na organização, sua ausência representa um risco para a gestão da organização;
5. Deve encorajar ações apropriadas, não gerar efeitos perversos no processo.

Contudo, para os tópicos que seguem, não faremos distinção dos termos “indicador-chave de performance” ou simplesmente “indicador”, pois trataremos apenas daqueles de reconhecida relevância para o contexto em que se aplicam.

## **2.5 Outros indicadores de desempenho de um país**

Como viu-se, os indicadores – chave de performance se aplicam a diversos tipos de organização, inclusive os governos. Para estes, os indicadores atuam subsidiando informações para melhoria do

planejamento das políticas públicas. Eles monitoram o contexto em que a população está inserida e as condições de vida e bem-estar em que se encontram. Podemos citar alguns desses indicadores, para exemplificar, taxas de analfabetismo, desemprego e mortalidade infantil, rendimento médio no trabalho, dentre outros. O interesse pela utilização dos indicadores públicos se deve também à melhoria do controle social do país ocorrido nas últimas três décadas (JANUZZI, 2014 [23]).

Ainda segundo Januzzi (2014), no que tange às instituições de captação de informações e dados estatísticos para cálculo dos indicadores, temos:

[...] o IBGE – um dos principais produtores de pesquisas, estatísticas e indicadores sociais no Brasil, responsável pela coordenação geral do Sistema Nacional Estatístico. Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura (Unesco), Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO), Organização Internacional do Trabalho (OIT), Organização Mundial da Saúde (OMS), Organização das Nações Unidas para a Infância (Unicef) e Divisão de Estatística das Nações Unidas (UNSD). [...] Além do IBGE, há várias outras instituições que produzem estatísticas ou compilam dados administrativos em áreas temáticas ou espaços geográficos mais específicos, como: DATA-SUS; Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP); [...]; Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese) etc.

A seguir, na tabela (2.5), apresenta-se alguns dos principais institutos de pesquisa e estatística, bem como seus sites e tipos de conteúdos que publicam:

Tabela 2.5: Principais fontes de pesquisa e tipos de indicadores que coletam. Fonte: Extraído de (Januzzi 2014, [23]).

| Fonte               | Site  | Conteúdo   |
|---------------------|---|--|
| IBGE                | <a href="http://www.ibge.gov.br">www.ibge.gov.br</a>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indicadores Sociais;</li> <li>• Indicadores Econômicos;</li> <li>• Indicadores Multidomínio.</li> </ul>   |
| IBGE                | <a href="https://cidades.ibge.gov.br">https://cidades.ibge.gov.br</a>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indicadores Municipais;</li> <li>• Indicadores Estaduais;</li> <li>• Indicadores Federais.</li> </ul>   |
| IPEA                | <a href="https://www.ipea.gov.br/portal/">https://www.ipea.gov.br/portal/</a>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Índice de Vulnerabilidade Social;</li> <li>• Mapa das Organizações da Sociedade Civil;</li> <li>• Atlas do Estado Brasileiro;</li> <li>• Atlas da Violência;</li> </ul> |
| Ministério da Saúde | <a href="http://www2.datasus.gov.br">http://www2.datasus.gov.br</a>                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil.</li> <li>• Indicadores e Dados Básicos;</li> <li>• Cadernos de Informações Municipais</li> </ul>                             |
| Portal ODS          | <a href="https://ods.cnm.org.br/mandala-municipal">https://ods.cnm.org.br/mandala-municipal</a> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indicadores dos Objetivos Desenvolvimento Sustentável Municipais.</li> </ul>  |
| Portal ODS          | <a href="https://odsbrasil.gov.br/">https://odsbrasil.gov.br/</a>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indicadores dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável do Brasil.</li> </ul>  |

A figura (2.3) a seguir nos traz um exemplo do processo de definição de indicadores a partir dos objetivos estratégicos definidos pela gestão pública.

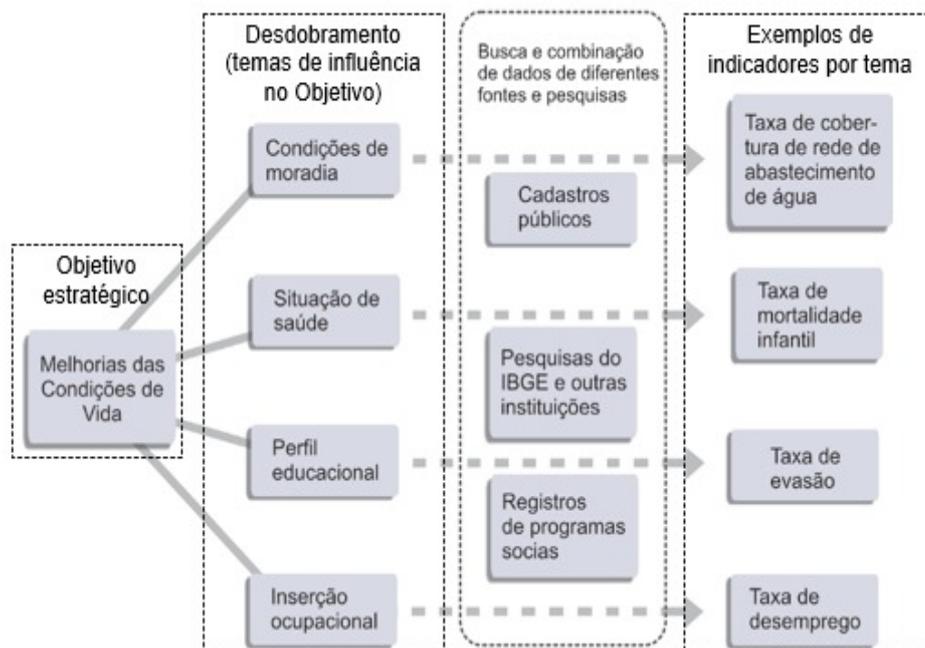


Figura 2.3: Método de definição de indicadores a partir dos objetivos da gestão. Fonte: Adaptado de (Januzzi 2014, [23]).

Assim, dadas as definições supracitadas, pode-se definir o PISA como um KPI de educação de um país, bem como o IDH como um KPI do desenvolvimento social de um país. Além destes, podemos também exemplificar, como mostrado na tabela (2.6) a seguir, outros KPIs relacionados à diversas áreas concernentes à gestão pública.

Tabela 2.6: Indicadores-chave de performance e áreas relacionadas utilizados para diagnósticos do desempenho das ações realizadas por parte da gestão pública. Fonte: Extraído de (Januzzi 2014, [23]).

| Área                     | KPI  |
|--------------------------|--|
| Rendimento               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporção da população com renda familiar per capita de meio salário mínimo</li> <li>• Rendimento médio mensal e Taxa de ocupação</li> <li>• Índice de Gini do rendimento domiciliar per capita</li> <li>• Razão entre a média dos rendimentos da mulher/homem</li> <li>• Razão entre a média dos rendimentos de negros e de pardos/brancos.</li> </ul>                                 |
| Saúde                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taxa de mortalidade infantil</li> <li>• Esperança de vida ao nascer</li> <li>• Número de leitos por mil habitantes</li> <li>• Número de empregos médicos por mil habitantes</li> <li>• Número de estabelecimentos de saúde por mil habitantes</li> <li>• Número de internações por doenças relacionadas ao saneamento ambiental inadequado – DRSAI – por cem mil habitantes.</li> </ul> |
| Educação                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taxa de escolarização das crianças de 7 a 14 anos</li> <li>• Escolaridade de adultos</li> <li>• Taxa de alfabetização de adultos.</li> </ul>  |
| Habitação                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporção de domicílios particulares permanentes com densidade de até 2 moradores por dormitório</li> </ul>   |
| Violência                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Coeficiente de mortalidade por homicídios</li> <li>• Mortalidade por acidente de transporte.</li> </ul>   |
| Atmosfera                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Frota de veículos automotores por cem habitantes</li> <li>• Potencial de poluição industrial por mil habitantes.</li> </ul>   |
| Terra                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Percentual de área de vegetação remanescente sobre área total</li> </ul>  |
| Saneamento               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporção de moradores em domicílios com acesso ao sistema de abastecimento de água</li> <li>• Proporção de moradores em domicílios com acesso à coleta de lixo doméstico</li> <li>• Proporção de moradores em domicílios com acesso a esgotamento sanitário.</li> </ul>  |
| Quadro Econômico         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• PIB per capita</li> <li>• Proporção do setor de construção civil sobre o total do PIB</li> </ul>  |
| Produção e consumo       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Consumo de energia elétrica per capita</li> <li>• Consumo de energia elétrica por unidade de PIB</li> </ul>   |
| Capacidade Institucional | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporção de domicílios com possibilidade de acesso à internet</li> </ul>   |

## 2.6 Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

O IDH foi criado por Mahbub ul Haq, economista paquistanês, com a colaboração de Amartya Sen, economista indiano e ganhador do Prêmio Nobel de Economia de 1998. O seu objetivo é reforçar aos gestores públicos que as questões relativas ao povo e suas capacidades devem ser os critérios mais importantes para medir o desenvolvimento de um país, não avaliando apenas o crescimento econômico isoladamente. O IDH também pode ser usado para avaliar as políticas públicas adotadas e sua eficácia, verificando, por exemplo, o porquê de duas nacionalidades com índices de renda per capita semelhantes possuírem índices de desenvolvimento diferentes, assim estimulando o debate sobre as prioridades definidas pelas ações dos governos locais. Por fim, o IDH é uma métrica que sintetiza três aspectos críticos ao desenvolvimento humano, quais sejam: 1) o quão longa e saudável é a vida dos habitantes; 2) o quão bem informados estes são; e 3) se possuem um padrão de vida decente, o IDH então apresenta a média dos índices alcançados nas avaliações de cada um desses aspectos.

O aspecto da saúde é medido por meio da expectativa de vida ao nascer, o aspecto da educação é avaliado pela média de anos de escolaridade dos adultos de 25 anos ou mais e pela expectativa de anos de estudo para crianças em idade escolar e, por fim, o aspecto do padrão de vida, ou renda, é dado pelo índice de Renda Nacional Bruta (RNB) per capita (UNDP, 2021 [39]). Desta forma é interessante observar que o IDH não reflete as desigualdades, pobreza – haja vista que o índice de renda pode ser influenciado pela falta de distribuição de renda, ou seja, uma parte da população com muita renda pode encobrir outra parte com renda muito baixa – dentre outros aspectos da realidade, logo ele não é um indicador adequado para representar um índice de “felicidade” ou eleger o “melhor lugar para se viver”.

Por fim, o IDH é avaliado anualmente, desde 1990, pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), um órgão da Organização das Nações Unidas (ONU) cujo objetivo é auxiliar os países a combater a pobreza, desigualdades e exclusão social. O valor numérico atribuído aos aspectos do IDH varia de 0 à 1, sendo uma normalização do índice obtido em cada aspecto em relação à valores previamente definidos, como mostramos à seguir (MONTEIRO, 2008 [32]).

O índice do aspecto de saúde, que denotaremos por  $IDH_S$  é calculado por

$$IDH_S = \frac{E - 25}{85 - 25}, \quad (2.1)$$

em que  $E$  é a esperança de vida ao nascer e os valores mínimo e máximo usados para normalização,

25 e 85, respectivamente, são dados pelo próprio PNUD. Pode-se ainda mencionar que, como o valor de  $IDH_S$  não ultrapassa 1, fica claro que nenhum país possui expectativa de vida superior à 85 anos. Logo este valor é como uma meta estabelecida e deverá ser revisada em caso algum país alcance este valor no futuro.

Por sua vez, o índice do aspecto de educação, que denotaremos por  $IDH_E$ , é calculado por

$$IDH_E = \frac{2}{3} \left( \frac{A - 0}{100 - 0} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{M - 0}{100 - 0} \right), \quad (2.2)$$

em que  $A$  é o percentual da população, com idade à partir de 15 anos, que é alfabetizada.  $M$  é o percentual da população, com idade entre 7 e 24 anos, que está matriculada em algum dos níveis de ensino. Podemos perceber que a equação acima representa uma média ponderada com maior peso para o índice de alfabetização.

E o índice do aspecto de renda, que denotaremos por  $IDH_R$  é calculado por

$$IDH_R = \frac{\log(PIB_{pc}) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)}, \quad (2.3)$$

em que  $PIB_{pc}$  é o Produto Interno Bruto (PIB) per capita em dólares. PIB, por sua vez, é o somatório de todos os bens e serviços finais produzidos por uma região (neste caso, cada país avaliado) durante um período de tempo (neste caso, durante cada ano de avaliação). Os valores mínimo e máximo usados para normalização, 100 e 40000, respectivamente, são dados pelo próprio PNUD. É interessante ressaltar a aplicação do logaritmo para abrandar as diferenças relativas de renda, ou seja, para não ser influenciado por diferenças similares, mas que representam pouco nas avaliações individuais. Por exemplo, para um país com renda próxima do valor máximo, o acréscimo de um dólar representa pouco no ganho de poder econômico, enquanto o mesmo acréscimo pra um país com renda próxima ao valor mínimo representa um ganho proporcional significativo.

Para finalizar, o IDH propriamente dito é uma média aritmética dos índices alcançados em cada um dos aspectos mensurados conforme equações (2.1), (2.2) e (2.3), assim,

$$IDH = \frac{IDH_S + IDH_E + IDH_R}{3}.$$

## 2.7 Relação entre o desenvolvimento e a educação de um país

É possível evidenciar a relação entre o desenvolvimento de um país e o seu desempenho na educação. O IDH é um dos principais indicadores utilizados para calcular o desenvolvimento de um país, por outro lado o índice PISA pode ser usado para apresentar o desempenho educacional.

Na tabela (2.7) a seguir apresenta-se os resultados dos índices alcançados pelos países participantes do PISA comparados aos seus IDH. Esta tabela levou em consideração as notas obtidas nos dois indicadores (PISA e IDH) e suas respectivas posições obtidas. Como a posição relativa ao IDH apresenta números maiores que 79 (quantidade de países avaliados pelo PISA), pois a avaliação do IDH é feita com 189 países, estabeleceu-se a “Posição relativa” que seria a posição apenas entre os 79, para normalizar a análise.

Tabela 2.7: Tabela comparativa do desempenho no PISA e no IDH dos países em 2018. Fonte: Elaborada pelo autor com base em PISA 2018 ([34]) e UNDP 2018 ([40]). Na parte final da tabela: <sup>1</sup>Pequim, Xangai, Jiangsu e Guangdong

| País                   | PISA 2018-Matemática |               | PISA 2018-Média Geral |               | Nota  | IDH 2018 |                  |
|------------------------|----------------------|---------------|-----------------------|---------------|-------|----------|------------------|
|                        | Média Obtida         | Classificação | Média Obtida          | Classificação |       | Posição  | Posição Relativa |
| Noruega                | 501                  | 19            | 497                   | 23            | 0.956 | 1        | 1                |
| Suíça                  | 515                  | 11            | 498                   | 22            | 0.955 | 2        | 2                |
| Irlanda                | 500                  | 20            | 505                   | 12            | 0.951 | 3        | 3                |
| Alemanha               | 500                  | 21            | 500                   | 19            | 0.946 | 4        | 4                |
| Islândia               | 495                  | 26            | 481                   | 32            | 0.946 | 5        | 5                |
| Hong Kong(China)       | 551                  | 4             | 531                   | 4             | 0.946 | 6        | 6                |
| Austrália              | 491                  | 29            | 499                   | 21            | 0.943 | 7        | 7                |
| Suécia                 | 502                  | 18            | 502                   | 16            | 0.943 | 8        | 8                |
| Holanda                | 519                  | 9             | 502                   | 17            | 0.942 | 9        | 9                |
| Dinamarca              | 509                  | 14            | 501                   | 18            | 0.939 | 10       | 10               |
| Finlândia              | 507                  | 16            | 516                   | 10            | 0.937 | 11       | 11               |
| Singapura              | 569                  | 2             | 556                   | 2             | 0.936 | 12       | 12               |
| Bélgica                | 508                  | 15            | 500                   | 20            | 0.930 | 13       | 13               |
| Reino Unido            | 502                  | 17            | 504                   | 13            | 0.928 | 14       | 14               |
| Nova Zelândia          | 494                  | 27            | 503                   | 15            | 0.928 | 15       | 15               |
| Canadá                 | 512                  | 12            | 517                   | 8             | 0.928 | 16       | 16               |
| Estados Unidos         | 478                  | 37            | 495                   | 25            | 0.925 | 17       | 17               |
| Áustria                | 499                  | 23            | 491                   | 28            | 0.921 | 18       | 18               |
| Japão                  | 527                  | 6             | 520                   | 6             | 0.917 | 20       | 19               |
| Israel                 | 463                  | 41            | 465                   | 40            | 0.916 | 21       | 20               |
| Coreia                 | 526                  | 7             | 520                   | 7             | 0.914 | 22       | 21               |
| Luxemburgo             | 483                  | 33            | 477                   | 36            | 0.913 | 23       | 22               |
| Eslovênia              | 509                  | 13            | 504                   | 14            | 0.912 | 24       | 23               |
| Espanha                | 481                  | 34            | 482                   | 30            | 0.905 | 25       | 24               |
| França                 | 495                  | 25            | 494                   | 26            | 0.898 | 26       | 25               |
| República Tcheca       | 499                  | 22            | 495                   | 24            | 0.898 | 27       | 26               |
| Malta                  | 472                  | 39            | 459                   | 43            | 0.894 | 28       | 27               |
| Itália                 | 487                  | 31            | 477                   | 35            | 0.890 | 29       | 28               |
| Estônia                | 523                  | 8             | 525                   | 5             | 0.889 | 30       | 29               |
| Emirados Árabes Unidos | 435                  | 50            | 434                   | 48            | 0.889 | 31       | 30               |
| Chipe                  | 451                  | 45            | 438                   | 46            | 0.885 | 32       | 31               |
| Grécia                 | 451                  | 44            | 453                   | 44            | 0.881 | 33       | 32               |

| País                 | PISA 2018-Matemática |               | PISA 2018-Média Geral |               | Nota  | IDH 2018 |                  |
|----------------------|----------------------|---------------|-----------------------|---------------|-------|----------|------------------|
|                      | Média Obtida         | Classificação | Média Obtida          | Classificação |       | Posição  | Posição Relativa |
| Polónia              | 516                  | 10            | 513                   | 11            | 0.877 | 34       | 33               |
| Lituânia             | 481                  | 35            | 480                   | 33            | 0.876 | 35       | 34               |
| Letónia              | 496                  | 24            | 487                   | 29            | 0.863 | 37       | 35               |
| Portugal             | 492                  | 28            | 492                   | 27            | 0.860 | 38       | 36               |
| Eslováquia           | 486                  | 32            | 469                   | 39            | 0.858 | 39       | 37               |
| Arábia Saudita       | 373                  | 73            | 386                   | 71            | 0.854 | 40       | 38               |
| Hungria              | 481                  | 36            | 479                   | 34            | 0.850 | 42       | 39               |
| Chile                | 417                  | 59            | 438                   | 47            | 0.849 | 43       | 40               |
| Croácia              | 464                  | 40            | 472                   | 38            | 0.848 | 44       | 41               |
| Catar                | 414                  | 60            | 413                   | 60            | 0.845 | 45       | 42               |
| Argentina            | 379                  | 71            | 395                   | 69            | 0.842 | 46       | 43               |
| Brunei               | 430                  | 52            | 423                   | 54            | 0.836 | 47       | 44               |
| Montenegro           | 430                  | 53            | 422                   | 55            | 0.826 | 48       | 45               |
| Bielorrússia         | 472                  | 38            | 472                   | 37            | 0.823 | 49       | 46               |
| Romênia              | 430                  | 51            | 428                   | 50            | 0.823 | 50       | 47               |
| Rússia               | 488                  | 30            | 482                   | 31            | 0.823 | 51       | 48               |
| Cazaquistão          | 423                  | 54            | 402                   | 65            | 0.819 | 53       | 49               |
| Turquia              | 454                  | 42            | 463                   | 41            | 0.817 | 54       | 50               |
| Uruguai              | 418                  | 58            | 424                   | 53            | 0.816 | 55       | 51               |
| Bulgária             | 436                  | 49            | 427                   | 51            | 0.813 | 57       | 52               |
| Panamá               | 353                  | 76            | 365                   | 75            | 0.812 | 59       | 53               |
| Costa Rica           | 402                  | 63            | 415                   | 59            | 0.808 | 61       | 54               |
| Malásia              | 440                  | 47            | 431                   | 49            | 0.805 | 63       | 55               |
| Geórgia              | 398                  | 66            | 387                   | 70            | 0.805 | 64       | 56               |
| Sérvia               | 448                  | 46            | 442                   | 45            | 0.803 | 65       | 57               |
| Albânia              | 437                  | 48            | 420                   | 56            | 0.792 | 68       | 58               |
| Bósnia e Herzegovina | 406                  | 62            | 402                   | 63            | 0.777 | 73       | 59               |
| México               | 409                  | 61            | 416                   | 57            | 0.776 | 74       | 60               |
| Ucrânia              | 453                  | 43            | 463                   | 42            | 0.774 | 75       | 61               |
| Tailândia            | 419                  | 57            | 413                   | 61            | 0.772 | 79       | 62               |

| País                        | PISA 2018-Matemática |               | PISA 2018-Média Geral |               | Nota  | IDH 2018 |                  |
|-----------------------------|----------------------|---------------|-----------------------|---------------|-------|----------|------------------|
|                             | Média Obtida         | Classificação | Média Obtida          | Classificação |       | Posição  | Posição Relativa |
| Peru                        | 400                  | 65            | 402                   | 66            | 0.771 | 81       | 63               |
| Macedônia do Norte          | 394                  | 67            | 400                   | 68            | 0.770 | 82       | 64               |
| Colômbia                    | 391                  | 69            | 405                   | 62            | 0.764 | 83       | 65               |
| Brasil                      | 384                  | 70            | 400                   | 67            | 0.762 | 85       | 66               |
| China <sup>1</sup>          | 591                  | 1             | 579                   | 1             | 0.755 | 87       | 67               |
| Baku (Azerbaijão)           | 420                  | 56            | 402                   | 64            | 0.754 | 88       | 68               |
| República Dominicana        | 325                  | 78            | 334                   | 78            | 0.751 | 89       | 69               |
| Líbano                      | 393                  | 68            | 377                   | 73            | 0.747 | 90       | 70               |
| Moldávia                    | 421                  | 55            | 424                   | 52            | 0.746 | 92       | 71               |
| Jordânia                    | 400                  | 64            | 416                   | 58            | 0.728 | 103      | 72               |
| Indonésia                   | 379                  | 72            | 382                   | 72            | 0.712 | 110      | 73               |
| Filipinas                   | 353                  | 77            | 350                   | 77            | 0.711 | 111      | 74               |
| Marrocos                    | 368                  | 74            | 368                   | 74            | 0.680 | 122      | 75               |
| Macau(China) <sup>*</sup>   | 558                  | 3             | 542                   | 3             | –     | –        | 67               |
| Taipei Chinesa <sup>*</sup> | 531                  | 5             | 517                   | 9             | –     | –        | 67               |
| Kosovo <sup>**</sup>        | 366                  | 75            | 361                   | 76            | –     | –        | –                |

\*Como o IDH da China é medido como um todo, enquanto o PISA avalia diferentes regiões do país separadamente, a posição relativa atribuída a todas as regiões foi a mesma.

\*\*Este país não possui resultados para a avaliação do IDH.

Por fim, podemos observar nos gráficos abaixo uma clara relação entre os indicadores PISA e IDH:

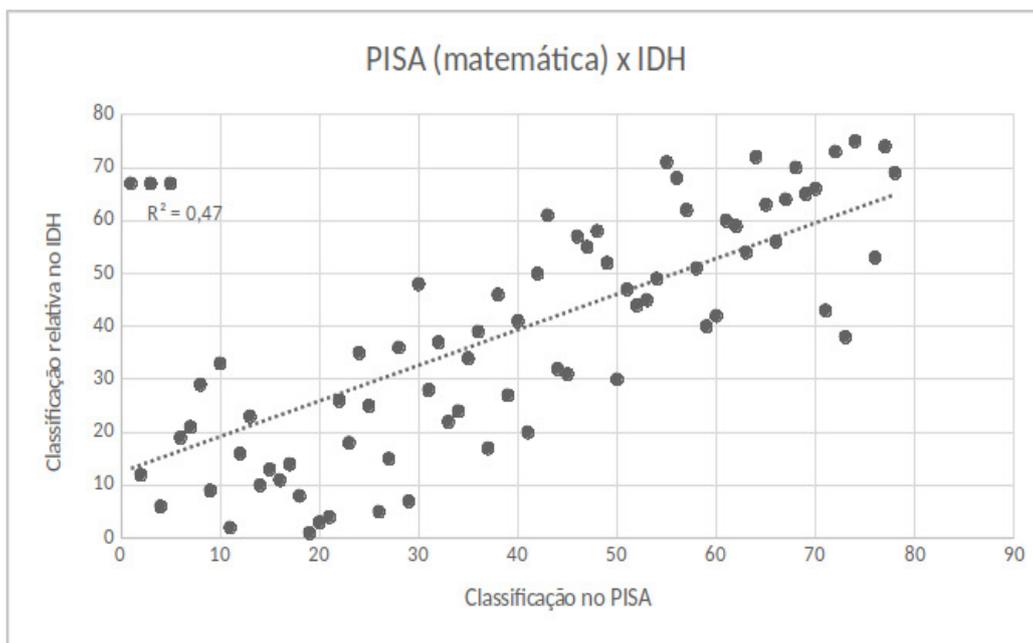


Figura 2.4: Relação entre os indicadores PISA, especificamente da classificação obtida em matemática, e IDH do ano de 2018 dos países avaliados. Fonte: Elaborado pelo autor com base em PISA 2018 ([34]) e UNDP 2018 ([40]).

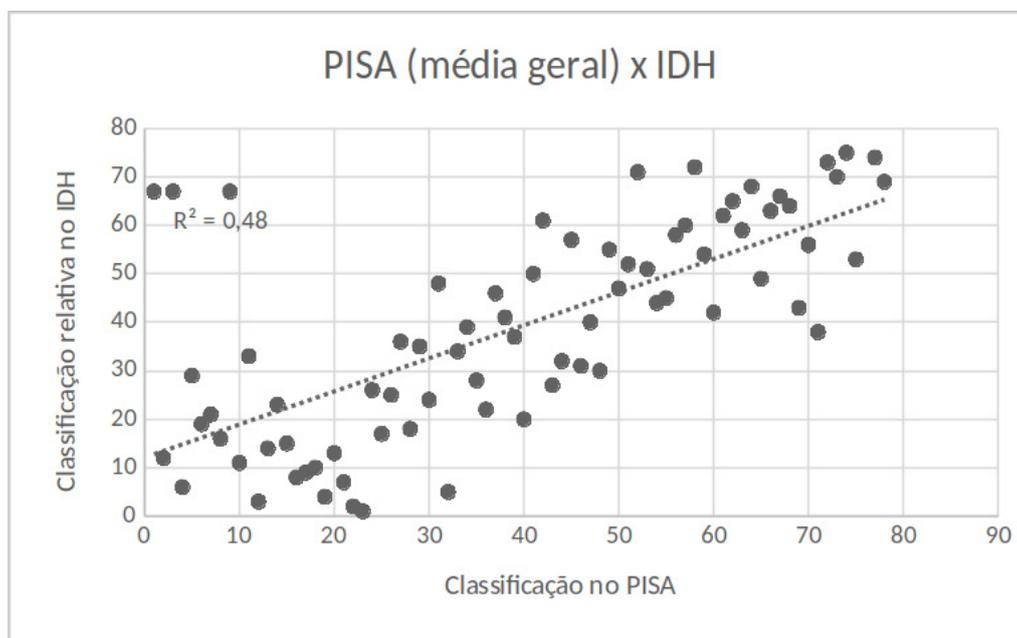


Figura 2.5: Relação entre os indicadores PISA, média geral, e IDH do ano de 2018 dos países avaliados. Fonte: Elaborado pelo autor com base em PISA 2018 ([34]) e UNDP 2018 ([40]).

A linha pontilhada vista nas figuras (2.4) e (2.5) representa a linha de tendência que é a reta de regressão linear da distribuição dos dados que possuem correlação linear e nestes casos possui valor de  $R^2 = 0.4837$ , em que, de acordo com CORREA (2003, [11]) e ILLOWSKY & DEAN (2013, [19]) infere-se que:

- Regressão linear, trata-se do estabelecimento de uma relação matemática (equação) que descreva o comportamento de correlação linear entre duas variáveis, uma dependente e uma independente;
- Correlação linear, por sua vez, diz-se da relação estabelecida entre variáveis de tal forma que possuem comportamento de dependência, ou seja, onde a alteração do valor da variável independente implica na alteração do valor da variável dependente e, neste caso, esta variação é relativamente proporcional, que graficamente apresenta forma aproximada de uma reta.
- $R^2$  é conhecido como coeficiente de determinação e define a proporção entre a variância explicada e a variância total, ou seja, o grau de contribuição da variável independente estudada na variação da variável dependente. Deste modo podemos dizer que  $R^2$  representa, portanto, o percentual de contribuição da variável independente na variação da variável dependente;
- Por sua vez,  $R$  é o coeficiente de correlação linear ou coeficiente de Pearson, e mede o grau de adequação ou organização dos valores em torno de uma reta. Nesse caso,  $-1 \leq R \leq 1$ , e no caso de ser negativo, há uma correlação linear inversamente proporcional entre as variáveis e se é positivo a correlação é diretamente proporcional. Podemos usar  $R^2$  para definir o percentual de correlação entre as variáveis, de maneira que  $R$  é descrito pela equação:

$$R = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \times \left[ n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}}, \quad (2.4)$$

em que  $n$  é o número de observações,  $x_i$  e  $y_i$  são as variáveis independente e dependente, respectivamente.

Assim, sendo,  $R^2 = 0.4837 = 48.37\%$  pode ser interpretado da seguinte forma: a variável dada pela classificação de um país no IDH está 48.37% relacionada com a sua classificação no indicador PISA. Por sua vez, é importante ressaltar que, excluindo-se da amostragem apenas a China e suas regiões, o nosso coeficiente  $R^2$  passa a ser de 0.7191, ou seja, 71.91% do indicador classificação no

IDH é dependente do indicador classificação no PISA. Por sua vez, como  $R = \sqrt{R^2}$ , então tem-se para este último caso  $R = 0.8480$ , isto é, 84.80% de ajuste dos valores em torno de uma reta.

Além disso, apesar do IDH levar em consideração em sua fórmula de cálculo um valor relativo à educação e, obviamente, a medida em que este valor aumentar o IDH também aumenta, é importante destacar que a classificação do PISA não tem influência direta neste valor, pois o índice de educação do IDH não utiliza a nota do PISA como parâmetro de avaliação, bem como este índice contribui com apenas 1/3 do valor final do IDH, como apresentado na seção (2.3). Assim, se considerarmos o valor de  $R^2 = 71,91\%$  (com a exclusão da China), podemos inferir que o impacto da educação vai além da sua contribuição proporcional (1/3) e influencia os demais indicadores (saúde e renda) também.

## 2.8 A BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) possui como objetivo principal balizar a qualidade da educação, sendo estabelecida por meio de um “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (MEC, 2017). A primeira versão da BNCC foi disponibilizada em 16 de setembro de 2015, após a realização do I Seminário Interinstitucional. Após, a BNCC foi revisada e teve sua segunda versão publicada em maio de 2016, contudo a sua versão atual é a terceira, que foi homologada em dezembro de 2017 (MEC, 2021 [27]).

A BNCC estabelece as diretrizes para os Ensinos Infantil, Fundamental e Médio. Ela propõe que os alunos adquiram e desenvolvam competências gerais e também específicas por área. A seguir tem-se um quadro contendo as dez competências gerais estabelecidas, bem como as competências específicas para a área da Matemática, que é nosso objeto de estudo<sup>1</sup>, veja tabela (2.8) a seguir:

---

<sup>1</sup>Na tabela (2.8), para as competências específicas da matemática, as numeradas de 1 à 8 estão relacionadas ao Ensino Fundamental, enquanto as numeradas de 9 à 13 estão relacionadas ao Ensino Médio.

Tabela 2.8: Competências estabelecidas pela BNCC. Fonte: Extraído de Base Nacional Comum Curricular, disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>

| <b>Competências gerais da educação básica</b>  | <b>Competências específicas de matemática</b>  |
|--|--|
| 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.   | 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.                            |
| 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.              | 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.   |
| 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.  | 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. |
| 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. | 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.   |
| 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.               | 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.  |

|  |  |
|--|--|
| <p>6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.</p>                                       | <p>6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).</p> |
| <p>7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.</p> | <p>7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.</p>  |
| <p>8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.</p>   | <p>8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.</p>   |
| <p>9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.</p>                                   | <p>9. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>  |
| <p>10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.</p>   | <p>10. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>        |

---

11. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

---

12. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

---

13. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

---

Ainda, a BNCC divide o estudo da Matemática ao longo dos anos em Unidades Temáticas e estas, por sua vez, são atreladas às Habilidades esperadas de serem desenvolvidas, conforme mostrado nos apêndices (I) e (II) . Com base no que é apresentado como as competências esperadas do aluno e inspirando-se no desafio do ensino, cabe nos questionar e propor soluções para superar os desafios do ensino de matemática.

## 2.9 Dificuldades de aprendizado na Matemática

As dificuldades de aprendizado em matemática dos estudantes pode estar ligada à diversas variáveis, dentre as quais podemos citar disfunções físicas ou mentais ou ainda a didática utilizada pelo professor que a leciona.

Dentre os resultados obtidos no PISA é interessante observar o destaque positivo dos países asiáticos, especialmente do Leste Asiático, e isso nos leva a questionar se há diferenças nos métodos de abordagem dos professores destes países durante o ensino que pode minimizar as dificuldades de aprendizado. Conforme Dowker (2019, [15]) apresenta, alguns países como Reino Unido e Estados Unidos da América buscaram introduzir alguns métodos de didática baseados nas abordagens “masterizadas” vindas do Leste Asiático. Contudo, uma das principais dificuldades é identificar quais dos numerosos aspectos desta abordagem são aqueles que promovem a “masterização”, ou seja, aqueles que mais impulsionam os resultados. Por exemplo, algumas abordagens envolvem: (1) dividir diferentes partes do currículo do tema abordado em unidades menores de ensino e;

(2) definir claramente as metas – o objetivo dessas aplicações é garantir que todos os alunos dominaram completamente cada unidade de ensino antes de iniciar a próxima. Há de se ter o cuidado de não interpretar erroneamente a abordagem, imaginando que esse método elimina a necessidade de adaptar a didática para os alunos com menores índices de desempenho. Tanto essa abordagem não tem esse intuito quanto é esperado do professor justamente o oposto: que ele verifique o desenvolvimento dos alunos e intervenha de forma individual com os alunos que ainda não dominaram cada tema. Ainda, outros destaques de desempenho positivo, como os países da Costa do Pacífico e a Finlândia, possuem outros aspectos relevantes para seus resultados, como o reconhecimento da profissão de professor, processos de seleção rigorosos, cursos de aperfeiçoamento e contínuo desenvolvimento profissional.

Outro fator que influencia o desempenho das crianças em todas as disciplinas, inclusive matemática, é a classe social dos pais, haja vista que ela influencia diretamente no meio em que se encontram e quais recursos estão disponíveis para os alunos. Quão melhor são as condições financeiras do país, melhores também são os recursos que podem ser oferecidos, como livros e demais materiais aplicados ao estudo, ou ainda, escolas com melhores condições e recursos para oferecer. Muitas vezes os pais que possuem melhores condições financeiras também possuem maior nível de educação formal e isto influencia na habilidade destes em auxiliar seus filhos nas atividades escolares. Por exemplo, adultos britânicos com dificuldades severas e persistentes em lidar com números são mais prováveis de terem pais que pertenceram à “classe operária” e de terem sido pobres. Em países com maiores níveis de desigualdade social, como o Brasil, os efeitos deste fator sobre o desempenho acadêmico são ainda maiores.

Além disso, o desenvolvimento e a performance em matemática ainda dependem das nossas emoções e atitudes relativas à educação formal e disciplina em si e podem variar de extremamente positivas até extremamente negativas. Infelizmente as negativas são muito mais comuns e, embora por vezes isso represente apenas mera antipatia com a matemática, muitas pessoas sofrem com ansiedade severa, ou até medo, de lidar com a disciplina. A ansiedade ligada à matemática é definida como: sentimento de tensão e ansiedade que interfere na manipulação de números e na resolução de problemas relacionados à matemática tanto no cotidiano, quanto no âmbito acadêmico. Pessoas que possuem medo de matemática possuem menores possibilidades de escolha de ocupação, devido à necessidade de aplicação de conhecimentos matemáticos em inúmeras profissões. Além disso, a ansiedade ligada à matemática é um problema relevante não só pelo impacto emocional negativo causado ao indivíduo, mas também devido ao fato que atitudes relativas à matemática estão correlacionadas com os resultados obtidos nas avaliações de performance educacional em matemá-

tica, havendo uma correlação direta entre ansiedade ligada à matemática e baixo desempenho nas avaliações. Por fim, é difícil de identificar a origem deste problema, pois por um lado temos que a ansiedade ligada à matemática faz com que o aluno evite sua utilização, reduzindo sua prática corriqueira e gerando baixa performance em avaliações correlatas e, por outro lado, as dificuldades em matemática podem gerar ansiedade ligada à matemática, pois submetem o aluno à situações em que se sentem derrotados e envergonhados. Markarian (1998, [25]) também citava que por um lado o conhecimento em matemática traz prestígio a quem o detém, sendo este considerado possuidor de um dom extraordinário, enquanto os que possuem dificuldades de aprendizagem da disciplina sentem-se aparvalhados e criam aversão à mesma.

Existe ainda uma condição conhecida como discalculia, que é um distúrbio de aprendizagem, a qual Luit (2019, [24]) nos apresenta como uma severa incapacidade de aprendizado em matemática. Aproximadamente um quarto da população mundial vivenciou ou vivencia dificuldades com matemática e isso pode ocasionar consequências drásticas para o indivíduo, prejudicando tanto sua vida acadêmica, quanto sua capacidade de viver em sociedade de forma independente. Problemas com matemática muito sérios e persistentes podem indicar a existência de discalculia. Essa condição pode afetar alunos com aprendizado normal em outros temas ou ainda ocorrer em concomitância com outros distúrbios de aprendizagem, tais como transtorno de leitura ou Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH). Dificuldade em lidar com números estão, ainda, correlacionados com baixo desenvolvimento educacional, aumento do desemprego, redução de oportunidades de trabalho e custos adicionais com saúde física e mental.

Agora, retomando a avaliação do desempenho dos países no PISA, no que concerne aos resultados específicos de matemática, apresentamos abaixo uma lista com os índices de percentual de estudantes com baixo e com alto desempenho de cada país, ranqueada do país com menor percentual de estudantes com baixo desempenho para o maior percentual de estudantes com baixo desempenho no PISA de 2018. Por estudantes com baixo desempenho entende-se aqueles que obtêm pontuações abaixo de 420, enquanto alto desempenho representa estudantes com resultados acima de 607 pontos. De um total de 6 níveis em que os resultados dos alunos são divididos, também podemos dizer que baixo desempenho é representado por alunos com resultados abaixo do nível 2 e alto desempenho corresponde à resultados a partir do nível 5 (PISA, 2012, 2015 e 2018).

Tabela 2.9: Classificação dos países conforme o desempenho obtido no PISA, com a percentagem dos alunos com alto e baixo desempenho, por país. <sup>1</sup>Pequin, Xangai, Jianguo e Guangdong. Fonte: Elaborada pelo autor com base no PISA (2012, 2015 e 2018).

| País               | 2012                   |                       | 2015                   |                       | 2018                   |                       |
|--------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
|                    | % com baixo desempenho | % com alto desempenho | % com baixo desempenho | % com alto desempenho | % com baixo desempenho | % com alto desempenho |
| China <sup>1</sup> | 3.8                    | 55.4                  | 15.8                   | 25.6                  | 0.5                    | 1.9                   |
| Macao (China)      | 10.8                   | 24.3                  | 6.6                    | 21.9                  | 1.0                    | 4.0                   |
| Singapura          | 8.3                    | 40.0                  | 7.6                    | 34.8                  | 1.8                    | 5.3                   |
| Estônia            | 10.5                   | 14.6                  | 11.2                   | 14.2                  | 2.1                    | 8.1                   |
| Hong Kong (China)  | 8.5                    | 33.7                  | 9.0                    | 26.5                  | 2.8                    | 6.4                   |
| Japão              | 11.1                   | 23.7                  | 10.7                   | 20.3                  | 2.9                    | 8.6                   |
| Dinamarca          | 16.8                   | 10.0                  | 13.6                   | 11.7                  | 3.7                    | 10.9                  |
| Irlanda            | 16.9                   | 10.7                  | 15.0                   | 9.8                   | 3.8                    | 11.9                  |
| Finlândia          | 12.3                   | 15.3                  | 13.6                   | 11.7                  | 3.8                    | 11.1                  |
| Polónia            | 14.4                   | 16.7                  | 17.2                   | 12.2                  | 4.2                    | 10.5                  |
| Letônia            | 19.9                   | 8.0                   | 21.4                   | 5.2                   | 4.4                    | 12.9                  |
| Holanda            | 14.8                   | 19.3                  | 16.7                   | 15.5                  | 4.5                    | 11.2                  |
| Suíça              | 12.4                   | 21.4                  | 15.8                   | 19.2                  | 4.8                    | 12.0                  |
| Eslovênia          | 20.1                   | 13.7                  | 16.1                   | 13.5                  | 4.8                    | 11.7                  |
| Canadá             | 13.8                   | 16.4                  | 14.4                   | 15.1                  | 5.0                    | 11.3                  |
| Taipei chinesa     | 12.8                   | 37.2                  | 12.7                   | 28.1                  | 5.0                    | 9.0                   |
| Coreia             | 9.1                    | 30.9                  | 15.5                   | 20.9                  | 5.4                    | 9.6                   |
| Suécia             | 27.1                   | 8.0                   | 20.8                   | 10.4                  | 6.0                    | 12.8                  |
| Reino Unido        | 21.8                   | 11.8                  | 21.9                   | 10.6                  | 6.4                    | 12.8                  |
| Noruega            | 22.3                   | 9.4                   | 17.1                   | 10.6                  | 6.5                    | 12.4                  |
| República Tcheca   | 21.0                   | 12.9                  | 21.7                   | 10.4                  | 6.6                    | 13.8                  |
| Rússia             | 24.0                   | 7.8                   | 18.9                   | 8.8                   | 6.8                    | 14.9                  |
| Bélgica            | 18.9                   | 19.4                  | 20.1                   | 15.9                  | 6.9                    | 12.8                  |
| Áustria            | 18.7                   | 14.3                  | 21.8                   | 12.5                  | 7.3                    | 13.8                  |
| Islândia           | 21.5                   | 11.2                  | 23.6                   | 10.3                  | 7.4                    | 13.3                  |
| Austrália          | 19.7                   | 14.8                  | 22.0                   | 11.3                  | 7.6                    | 14.8                  |
| Nova Zelândia      | 22.6                   | 15.0                  | 21.6                   | 11.4                  | 7.6                    | 14.2                  |
| Alemanha           | 17.7                   | 17.5                  | 17.2                   | 12.9                  | 7.6                    | 13.5                  |
| França             | 22.4                   | 12.9                  | 23.5                   | 11.4                  | 8.0                    | 13.2                  |
| Espanha            | 23.6                   | 8.0                   | 22.2                   | 7.2                   | 8.7                    | 16.0                  |

| País                   | 2012                   |                       | 2015                   |                       | 2018                   |                       |
|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
|                        | % com baixo desempenho | % com alto desempenho | % com baixo desempenho | % com alto desempenho | % com baixo desempenho | % com alto desempenho |
| Itália                 | 24.7                   | 9.9                   | 23.3                   | 10.5                  | 9.1                    | 14.8                  |
| Lituânia               | 26.0                   | 8.1                   | 25.4                   | 6.9                   | 9.3                    | 16.4                  |
| Portugal               | 24.9                   | 10.6                  | 23.8                   | 11.4                  | 9.3                    | 14.0                  |
| Hungria                | 28.1                   | 9.3                   | 28.0                   | 8.1                   | 9.6                    | 16.1                  |
| Estados Unidos         | 25.8                   | 8.8                   | 29.4                   | 5.9                   | 10.2                   | 16.9                  |
| Eslováquia             | 27.5                   | 11.0                  | 27.7                   | 7.8                   | 10.7                   | 14.4                  |
| Luxemburgo             | 24.3                   | 11.2                  | 25.8                   | 10.0                  | 10.9                   | 16.4                  |
| Croácia                | 29.9                   | 7.0                   | 32.0                   | 5.6                   | 11.0                   | 20.2                  |
| Bielorrússia           | –                      | –                     | –                      | –                     | 11.4                   | 18.0                  |
| Turquia                | 42.0                   | 5.9                   | 51.4                   | 1.1                   | 13.8                   | 22.9                  |
| Malta                  | –                      | –                     | 29.1                   | 11.8                  | 14.3                   | 15.9                  |
| Grécia                 | 35.7                   | 3.9                   | 35.8                   | 3.9                   | 15.3                   | 20.5                  |
| Ucrânia                | –                      | –                     | –                      | –                     | 15.6                   | 20.3                  |
| Malásia                | 51.8                   | 1.3                   | –                      | –                     | 16.1                   | 25.4                  |
| Albânia                | 60.7                   | 0.8                   | 53.3                   | 1.1                   | 16.9                   | 25.5                  |
| Chipre                 | 42.0                   | 3.7                   | 42.6                   | 3.2                   | 17.2                   | 19.7                  |
| Israel                 | 33.5                   | 9.4                   | 32.1                   | 8.9                   | 17.7                   | 16.4                  |
| Sérvia                 | 38.9                   | 4.6                   | –                      | –                     | 18.1                   | 21.6                  |
| Montenegro             | 56.6                   | 1.0                   | 51.9                   | 1.5                   | 19.9                   | 26.3                  |
| Bulgária               | 43.8                   | 4.1                   | 42.1                   | 4.4                   | 21.9                   | 22.5                  |
| Brunei                 | –                      | –                     | –                      | –                     | 22.1                   | 25.7                  |
| Cazaquistão            | 45.2                   | 0.9                   | –                      | –                     | 22.3                   | 26.8                  |
| Romênia                | 40.8                   | 3.2                   | 39.9                   | 3.3                   | 22.6                   | 23.9                  |
| Emirados Árabes Unidos | 46.3                   | 3.5                   | 48.7                   | 3.7                   | 24.2                   | 21.3                  |
| Uruguai                | 55.8                   | 1.4                   | 52.4                   | 1.7                   | 24.6                   | 26.1                  |
| Chile                  | 51.5                   | 1.6                   | 49.4                   | 1.4                   | 24.7                   | 27.2                  |
| Baku(Azerbaijão)       | –                      | –                     | –                      | –                     | 24.7                   | 26.1                  |
| Tailândia              | 49.7                   | 2.6                   | 53.8                   | 1.4                   | 25.0                   | 27.7                  |
| México                 | 54.7                   | 0.6                   | 56.6                   | 0.3                   | 26.0                   | 30.3                  |
| Moldávia               | –                      | –                     | 50.3                   | 1.7                   | 26.1                   | 24.2                  |
| Costa Rica             | 59.9                   | 0.6                   | 62.5                   | 0.3                   | 27.8                   | 32.2                  |

| País                 | 2012                   |                       | 2015                   |                       | 2018                   |                       |
|----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
|                      | % com baixo desempenho | % com alto desempenho | % com baixo desempenho | % com alto desempenho | % com baixo desempenho | % com alto desempenho |
| Bósnia e Herzegovina | -                      | -                     | -                      | -                     | 28.7                   | 28.9                  |
| Catar                | 69.6                   | 2.0                   | 58.7                   | 2.2                   | 29.7                   | 24.0                  |
| Jordânia             | 68.6                   | 0.6                   | 67.5                   | 0.3                   | 30.7                   | 28.6                  |
| Peru                 | 74.6                   | 0.6                   | 66.2                   | 0.4                   | 32.0                   | 28.3                  |
| Geórgia              | -                      | -                     | 57.1                   | 1.6                   | 33.7                   | 27.3                  |
| Macedônia do Norte   | -                      | -                     | -                      | -                     | 35.2                   | 25.8                  |
| Colômbia             | 73.8                   | 0.3                   | 66.3                   | 0.3                   | 35.5                   | 29.9                  |
| Líbano               | -                      | -                     | 60.2                   | 2.0                   | 38.0                   | 21.8                  |
| Argentina            | 66.5                   | 0.3                   | 34.1                   | 4.0                   | 40.5                   | 28.5                  |
| Indonésia            | 75.7                   | 0.3                   | 68.6                   | 0.7                   | 40.6                   | 31.3                  |
| Brasil               | 67.1                   | 0.8                   | 70.3                   | 0.9                   | 41.0                   | 27.1                  |
| Arábia Saudita       | -                      | -                     | -                      | -                     | 42.8                   | 29.9                  |
| Kosovo               | -                      | -                     | 77.7                   | 0.0                   | 47.0                   | 29.6                  |
| Marrocos             | -                      | -                     | -                      | -                     | 47.1                   | 28.5                  |
| Panamá               | -                      | -                     | -                      | -                     | 53.7                   | 27.5                  |
| Filipinas            | -                      | -                     | -                      | -                     | 54.4                   | 26.3                  |
| República Dominicana | -                      | -                     | 90.5                   | 0.0                   | 69.3                   | 21.3                  |

Podemos perceber, portanto, que o Brasil figura numa desagradável posição entre os 7 países com maior percentual de estudantes que obtiveram baixo desempenho, ostentando mais de 40% de estudantes com resultados abaixo do nível 2 em 2018. E como bem recorda Dorneles (2019,[14]), esse resultado se torna ainda mais preocupante se levarmos em consideração que, para a OCDE, apenas estudantes com resultados a partir do nível 2 têm capacidade de participação plena na sociedade moderna. Ela ainda considera que estudantes com performance abaixo do nível 2 são incapazes de usar conceitos matemáticos fundamentais ou ainda de resolver problemas numéricos simples. Podemos ressaltar também que em 2015 houve um declínio na performance em matemática na maioria dos países participantes, passando de uma pontuação média de 494 em 2012 para 490 em 2015.

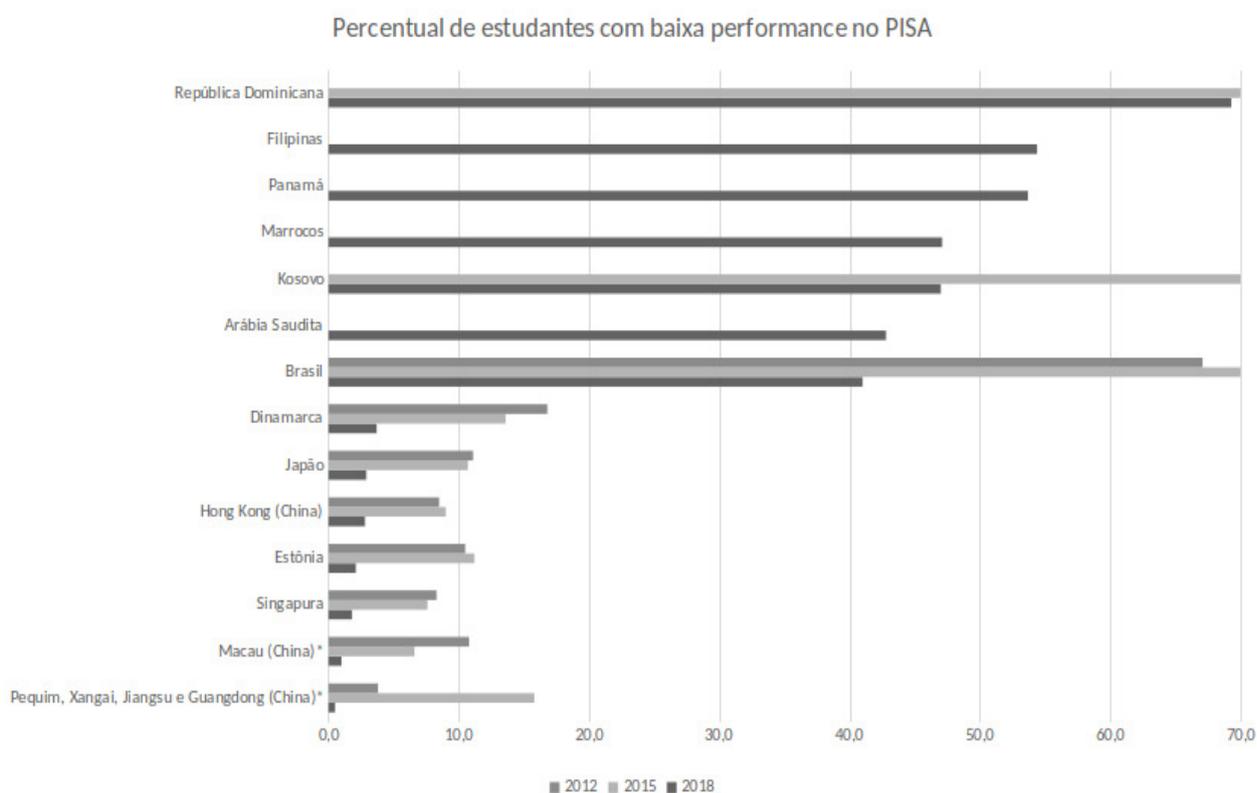


Figura 2.6: Quantitativo percentual de estudantes que obtiveram baixo desempenho no PISA, nas últimas três edições. Estão representados apenas 14 países, sendo 7 detentores dos piores resultados (maior percentual) e 7 que obtiveram os melhores resultados (menor percentual). Fonte: Elaborado pelo autor com base em PISA (2012, 2015 e 2018).

O Brasil possui estrutura educacional descentralizada entre os seus 27 estados e aproximadamente 5.565 municípios e tem introduzido algumas ações que visam o aumento do treinamento para professores e da qualidade do ensino em geral, também desenvolvendo programas para estudantes com necessidades especiais em algumas cidades. Este trabalho produziu efeito nos resultados do

PISA obtidos entre 2000 e 2012, fazendo do Brasil o país com maior incremento no desempenho em matemática entre os 65 participantes da edição de 2012 (muito embora a partir de 2012 não obtivemos mais desenvolvimento significativo). Os principais responsáveis pelos ganhos obtidos no período de 2000 à 2012, segundo à OCDE, foram os incrementos nos recursos de ensino, de professores qualificados e do uso de avaliações de desempenho para direcionar decisões de políticas educacionais.

---

---

## CAPÍTULO 3

---

### OBJETIVOS E MÉTODOS

Dada a contextualização anterior, o objetivo deste trabalho é utilizar o conceito de KPI's, aplicando-o ao ensino de matemática, nas esferas pessoal, profissional e cidadã da vida do aluno. Isso se dará a partir de sugestões de aplicações matemáticas em cada uma destas esferas a partir de indicadores de desempenho e reflexões sobre os mesmos, buscando trazer a matemática para situações práticas da vida do estudante, tornando-a mais “palpável” e trazendo este aluno para um papel de protagonista, podendo compreender as situações pelas quais é influenciado e buscando tirar conclusões sobre elas, não sendo um mero “expectador”.

Ainda em 1993, Ávila (1993,[2]) nos falava que as dificuldades ligadas ao ensino de matemática vêm sendo propagadas desde os anos 60, especialmente promovidas por uma reforma do ensino para a chamada Matemática Moderna, que enfatiza a utilização de linguagem de conjuntos e apresentação formal. A matemática possui sua linguagem e simbolismo próprios e estes foram decisivos nos avanços desta ciência, logo a crítica não é especificamente à linguagem ou ao simbolismo, mas à forma como estes são introduzidos ao aluno durante o ensino de matemática. O aluno não apresenta interesse por algo que não lhe agrade ou estimule a curiosidade e ainda é importante ressaltar que os matemáticos utilizam linguagem e simbolismo para formalizar as ideias, métodos e técnicas decorrentes do desenvolvimento da ciência, e não o inverso (ou seja, os simbolismo e linguagem vêm após o problema, não antes). Podemos exemplificar isso tratando sobre o tema “funções”, onde os matemáticos lidaram com problemas em que utilizaram funções para solucionar por quase dois séculos antes de formularem uma definição formal de “função”.

As informações tratadas no parágrafo acima são corroboradas por Markarian (1998,[25]), que

acrescenta que a abstração das propriedades quantitativas ou geométricas representam um processo de difícil assimilação e que a necessidade de compreensão da aplicação de matemática é básica para tratar das dificuldades de aprendizado.

O método, conforme o objetivo proposto na seção (2.4), será o de definição e aplicação de KPI's em situações relacionadas à vida do aluno, como incremento aos métodos didáticos já aplicados em sala de aula. Este trabalho não tem a presunção de apresentar esse procedimento como um método superior aos demais, mas sim complementar, pois, como bem mencionou Polya (1984), “não existe método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor, como não existe a melhor interpretação de uma sonata de Beethoven”. O autor compactua também com Polya (1984, [36]) quando este afirma que “a principal tarefa do ensino da Matemática [...] é a de ensinar os jovens a pensar”, bem como “a Matemática não é um esporte para espectadores: não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa”. Assim sendo, propõe-se que as aplicações concretas se deem previamente às abstrações, de forma que o aluno entenda o problema e posteriormente o conceito, podendo enfim abstrair o conhecimento para outras aplicações similares.

Para sermos mais efetivos neste processo de aprendizado, o aluno deve se sentir familiarizado com os problemas apresentados e sugerimos então que o professor realize uma pesquisa prévia sobre a realidade que envolve o aluno ou uma turma de alunos, tais como meio social, questões regionais como língua e aspectos culturais, dentre outros, conforme iremos expor a seguir. A utilização de problemas cotidianos para ensino de matemática pode tornar natural ao aluno o passo de abstração após a solução do referido problema, ressaltando que o problema deve fazer sentido ao mesmo.

A introdução do tema KPI pode se dar com a explicação ao aluno sobre o método de avaliação dele próprio, sendo sua nota obtida em cada disciplina escolar, um indicador de seu desempenho. Como todo bom indicador, essa nota possui características, conforme mencionamos na seção (2.4), quais sejam:

1. Objetivo – avaliação do aluno quanto à sua assimilação e compreensão dos tópicos abordados em uma disciplina;
2. Algoritmo de cálculo – esta característica pode variar para cada situação, a depender do método de avaliação aplicado pelo professor, contemplando aspectos que podem ser tanto objetivos, quanto subjetivos. Por exemplo, o algoritmo de cálculo pode ser a média aritmética de notas obtidas em duas avaliações escritas (lembrando que estas devem possuir valores de referência de domínio – por exemplo, variar entre zero e dez – e uma regra de medição para os valores limítrofes – por exemplo, zero representa que todas as respostas estavam erradas

e dez significa que todas as respostas estavam corretas). Podemos escrever o algoritmo de cálculo da seguinte maneira:  $M = \frac{N_1 + N_2}{2}$ , em que  $M$  é a média obtida pelo aluno;  $N_1$  e  $N_2$  são as notas obtidas nas primeira e segunda avaliações, respectivamente.

3. Fonte de dados – trata-se dos aspectos relativos ao aluno que geram os dados a serem aplicados no algoritmo supracitado, novamente com base nos métodos de avaliação. Por exemplo, se o algoritmo de cálculo corresponde à média de notas obtidas em duas avaliações escritas (lembrando que estas devem possuir valores de referência de domínio), então a fonte de dados é o conjunto dos valores alcançados pelo aluno nestas avaliações;
4. Frequência de apuração – também pode variar conforme o método de avaliação, mas é dado em termos de tempo, por exemplo bimestral, semestral, anual e etc.;
5. Polaridade – no caso exemplificado, em que consideramos avaliações escritas com valores de referência variando entre zero e dez, em que zero representa que todas as respostas estavam erradas e dez significa que todas as respostas estavam corretas, temos portanto que a polaridade é “quanto maior, melhor”, ou seja, quanto maior o valor atribuído, mais respostas certas foram dadas pelo aluno e, assim, melhor o seu desempenho;
6. Meta – também pode variar conforme o método de avaliação, mas trata-se do valor de referência em que consideramos os resultados “aceitáveis”, para o mesmo exemplo se a média necessária para aprovação que o aluno precisa obter é sete, então este valor é a nossa meta. Pode-se explicar ainda que é desejável superar as metas, logo desejamos que a nota do aluno seja maior que a meta estabelecida.

Assim sendo, verifica-se que o tema pode parecer complexo, mas pode-se trazê-lo para explicar situações práticas e demonstrar ao aluno sua validade, contemplando mais exemplos além dos do âmbito escolar. Por fim, podemos destacar que essa proposição busca atender a BNCC desenvolvendo no aluno as competências e habilidades esperadas, conforme elencadas abaixo, e de acordo com a divisão, por ano, vistas nos apêndices (I) e (II).

Competências BNCC<sup>1</sup>:

- Competências gerais da educação básica: 1, 2, 6 e 7;
- Competências específicas de matemática: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11 e 12.

Habilidades<sup>2</sup>:

---

<sup>1</sup>As competências elencadas estão numeradas conforme Tabela (2.8).

<sup>2</sup>Em habilidades, elencamos os tópicos relativos às Unidades Temáticas (UT) e suas Habilidades, disponíveis em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/>

- Ensino fundamental<sup>3</sup>:  $\star 7^{\text{o}}$  - 1 (2), 2 (1) e 5 (2, 3 e 4);  $\star 8^{\text{o}}$  - 1 (4) e 5 (2, 4 e 6);  $\star 9^{\text{o}}$  - 1 (5), 2 (3) e 5 (4, 5 e 6).
- Ensino médio<sup>4</sup>: 1 (1, 2 e 3) e 3 (1, 2, 5 e 8).

### 3.1 Aplicações no âmbito da cidadania

Para este tópico, sugere-se que o professor realize pesquisas básicas acerca de indicadores de desempenho da gestão pública, especialmente os locais (relativos ao município ou ao estado em que leciona) ou aqueles de maior relevância nacional. Nos tópicos a seguir serão apresentadas sugestões de indicadores a serem utilizados, suas fontes de dados, suas características e ainda, sugestões de formas de aplicação. Pode-se perceber que a utilização destes indicadores também visa a introdução do aluno à economia doméstica, fomentando que se torne um cidadão mais consciente sobre sua realidade, bem como, espera-se, trazer também aos pais mais consciência por intermédio do interesse de seus filhos pelo tema.

#### 3.1.1 INPC

Características:

1. Objetivo: medir a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo, referentes ao consumo pessoal das famílias cuja renda mensal seja de 1 à 6 salários mínimos, visando a correção do poder de compra desta população-objetivo;
2. Algoritmo de cálculo: os conceitos explanados no tópico a seguir, relativo ao IPCA, são exatamente iguais para este indicador. O cálculo se dá da seguinte maneira:

$$INPC_{t-1,t} = \sum_{A=1}^{11} W^{A,F} \cdot IPC_{t-1,t}^{A,F}, \quad (3.1)$$

---

**matematica-no-ensino-fundamental-anos-iniciais-unidades-tematicas-objetos-de-conhecimento-e-habilidades>**, que estão relacionados ao indicador, com base na avaliação deste autor. Vale ressaltar que cabe ao Professor da disciplina avaliar se, para o ano sugerido, a inserção do indicador é aplicável a depender dos tópicos aos quais o aluno já foi apresentado, por exemplo: não faz sentido apresentar o algoritmo de cálculo de algum indicador que envolva somatório se o aluno desconhece este tema.

<sup>3</sup>Como a divisão dada para o Ensino Fundamental envolve Ano, subdividido em Unidades Temáticas, que por sua vez são subdivididas em Habilidades, as relações estão descritas da seguinte maneira: Ano – n<sup>o</sup> da UT (Habilidades relativas à esta UT), n<sup>o</sup> de outra UT (Habilidades relativas à esta outra UT) e assim sucessivamente conforme quantas forem as Habilidades, UTs e Anos relacionados ao indicador proposto. Ver apêndice (I).

<sup>4</sup>Como a divisão dada para o Ensino Médio envolve apenas Unidades Temáticas subdivididas em Habilidades, as relações estão descritas da seguinte maneira: n<sup>o</sup> da UT (Habilidades relativas à esta UT), n<sup>o</sup> de outra UT (Habilidades relativas à esta outra UT) e assim sucessivamente conforme quantas forem as Habilidades e UT's relacionadas ao indicador proposto. Ver apêndice (II).

em que:  $INPC_{t-1,t}$  é o índice nacional de preços ao consumidor referente à variação de preços entre os momentos  $t - 1$  e  $t$ ;  $W^{A,F}$  é o peso da área  $A$ , população-objetivo  $F$  (neste caso, população com renda entre 1 e 6 salários mínimos; no caso do IPCA, população com renda entre 1 e 40 salários mínimos) e  $IPC_{t-1,t}^{A,F}$  é o índice de preços ao consumidor da área  $A$ , população-objetivo  $F$ , entre os momentos  $t - 1$  e  $t$ . Agora, o  $IPC_{t-1,t}^{A,F}$  é determinado segundo a seguinte equação:

$$IPC_{t-1,t}^{A,F} = \sum_{m=1}^M W_{t-1}^m \cdot I_{t-1,t}^m, \quad (3.2)$$

em que:  $M$  é a quantidade de subitens que compõem<sup>5</sup> o item  $m$ ;  $W_{t-1}^m$  é peso do item  $m$  no momento  $t - 1$  e  $I_{t-1,t}^m$  é o índice do item  $m$  entre os momentos  $t - 1$  e  $t$ , onde  $W_{t-1}^m = \sum_{k=1}^M W_{t-1}^k$  em que aqui  $W_{t-1}^k$  é o peso do subitem  $k$  no momento  $t - 1$ . E este último peso é dado de acordo com a equação:

$$W_{t-1}^k = \frac{\sum_{e=1}^n p_e \cdot X_{e,t-1}^k}{\sum_{e=1}^n p_e \cdot X_{e,t-1}}, \quad (3.3)$$

e aqui:  $n$  é o número total de domicílios pesquisados;  $p_e$  é o fator de expansão da amostra da POF<sup>6</sup> atribuído ao domicílio da família;  $X_{e,t-1}^k$  é a despesa da família  $e$  com o subitem  $k$  no momento  $t - 1$  e  $X_{e,t-1}$  é a despesa total da família  $e$  no momento  $t - 1$ . Finalmente, o termo  $I_{t-1,t}^m$ , visto na equação (3.2), é dado pela seguinte expressão:

$$I_{t-1,t}^m = \frac{\sum_{k=1}^n W_{t-1}^k \cdot R_{t-1,t}^k}{\sum_{k=1}^n W_{t-1}^k}, \quad (3.4)$$

em que  $R_{t-1,t}^k$  é a variação média dos preços dos produtos do subitem  $k$  entre os momentos  $t - 1$  e  $t$  e este, por sua vez, é dado por:

$$R_{t-1,t}^k = m_k \sqrt{\prod_{j=1}^{m_k} \frac{\overline{P_t^j}}{\overline{P_{t-1}^j}}}, \quad (3.5)$$

em que  $\overline{P_t^j}$  é o preço do produto  $j$  no mês  $t$  e  $\overline{P_{t-1}^j}$  é o preço do produto  $j$  no mês  $t - 1$ .

Os demais métodos de cálculo encontram-se na seção a seguir (IPCA), pois constituem-se da mesma base de cálculo, sendo sua diferença apenas a população-objetivo a que se aplicam;

<sup>5</sup>Um item  $m$  pode ser arroz, por exemplo.

<sup>6</sup>Pesquisa de Orçamentos Familiares

3. Fonte de dados: IBGE: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=resultados>;
4. Frequência de apuração: mensal;
5. Polaridade: quanto menor, melhor;
6. Meta: dado que o IPCA e o INPC constituem-se do mesmo cálculo, apenas aplicados à populações-objetivo diferentes, podemos considerar que sua meta é igual ao do IPCA, ou seja, 3,75%.

Sugestão de aplicação em sala: O professor pode sugerir aos alunos a realização de um levantamento da economia doméstica em suas casas, coletando dados relativos aos gastos mensais, tais como alimentação, aluguel, dentre outros. Com isso é possível definir os pesos de cada gasto (o professor pode sugerir uma tabela de grupos, subgrupos e demais divisões do indicador para auxiliar os alunos na alocação dos custos e cálculo dos pesos). Após, é possível realizar uma pesquisa de mercado para obtenção dos preços dos produtos de consumo, essa coleta de dados será realizada em dois momentos distantes de um mês entre si, assim será possível verificar a variação dos preços dos produtos ao longo do tempo decorrido e, então, calcular o INPC de sua própria casa, ou a inflação que está sendo aplicada em seu contexto particular. Após podemos comparar essa inflação com a inflação do período, avaliando se há discrepâncias. Um exemplo de tabela de coleta de dados se encontra no apêndice (III) deste trabalho.

### 3.1.2 IPCA

Características:

1. Objetivo: medir a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo, referentes ao consumo pessoal das famílias cuja renda mensal seja de 1 à 40 salários mínimos. À esse público chamamos “população-objetivo”;
2. Algoritmo de cálculo: é importante ressaltar inicialmente que, conforme o Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão (2013), anteriormente ao cálculo do IPCA é realizada a Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) com o objetivo de definir os hábitos de consumo das famílias que fazem parte da população-objetivo deste índice e assim definir quais subitens compõem este consumo. Ainda, a pesquisa de preços verifica os valores dos produtos e a divisão dessa estrutura é dada em cinco níveis: 1) grupo; 2) subgrupo; 3) item; 4) subitem;

e 5) produto. A exemplo podemos citar que o produto “laranja-pera” é atribuído à um subitem, que pertence ao item “frutas”, este item, juntamente com outros, formam o subgrupo “alimentação no domicílio” e este subgrupo, por sua vez, faz parte do grupo “alimentação e bebidas.” O preço dos produtos é coletado em diversos locais e periodicamente. Assim, estando disponíveis os dados da POF e da pesquisa de preços dos produtos, o cálculo se dá da seguinte maneira:

$$IPCA_{t-1,t} = INPC_{t-1,t}^*, \quad (3.6)$$

em que  $IPCA_{t-1,t}$  é o índice de preços ao consumidor amplo entre os momentos  $t - 1$  e  $t$  e  $INPC_{t-1,t}^*$  é o índice nacional de preços ao consumidor especificamente obtido para a população objetivo do IPCA.

Os demais métodos de cálculo encontram-se no seção (3.1.1), pois constituem-se da mesma base de cálculo, sendo sua diferença apenas a população-objetivo a que se aplicam;

3. Fonte de dados: IBGE <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=resultados>;
4. Frequência de apuração: mensal;
5. Polaridade: quanto menor, melhor;
6. Meta: conforme IBGE (2021) o IPCA é o índice oficial de inflação do país, como definido pelo governo federal e, assim sendo, as metas de inflação estabelecidas são também as metas deste indicador (INPC). Deste modo, conforme o Banco Central do Brasil (2021) a meta de janeiro à novembro de 2021 é de 3,75%.

A sugestão de aplicação em sala é análoga à da seção (3.1.1), haja vista que a única diferença entre os indicadores é a população-objetivo.

### 3.1.3 PIB per capita

Características:

1. Objetivo: o PIB mede o valor monetário correspondente à todos os bens e serviços finais produzidos por uma região geográfica (país, estado ou cidade) em um período de tempo (geralmente um ano). Por sua vez, o PIB per capita é a divisão do valor do PIB pelo número de habitantes desta mesma região geográfica, ou seja, ele busca saber o quanto dessa riqueza produzida corresponderia à cada indivíduo, em considerando-se uma divisão igualitária. No

Brasil, portanto, este indicador considera a população nacional e a produção de bens e realização de serviços a cada ano;

2. Algoritmo de cálculo: o PIB utiliza apenas bens e serviços finais em sua contabilização, visando evitar dupla contagem, ou seja, evitar que o valor de uma cadeia de comercialização seja somado. Por exemplo, dentre os preços do trigo, da farinha e do pão, medimos apenas este último, que é a versão final do produto, aquele que chega ao consumidor final, para evitar que somemos valores de um mesmo produto que foi se transformando ao longo da cadeia de processamento. Vejamos:

$$PIB_{PC} = \frac{1}{P} \left( \sum_{i=1}^n B_i + \sum_{j=1}^m S_j \right), \quad (3.7)$$

em que  $PIB_{PC}$  é o pib per capita;  $B_i$  é o preço de cada  $i$ -ésimo bem produzido;  $n$  é o número total de bens produzidos;  $S_j$  é o preço de cada  $j$ -ésimo serviço realizado;  $m$  é o número total de serviços realizados e  $P$  é a quantidade de pessoas da população.

3. Fonte de dados: IBGE (<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/6784>);
4. Frequência de apuração: anual;
5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: no caso do PIB, dentre outros indicadores, a meta corresponde à um valor de projeção, advindo de estimativas de instituições e economistas de renome. O próprio Banco Central do Brasil compila esses dados em um relatório denominado Focus e o disponibiliza, no caso do Relatório de Mercado, semanalmente às segundas-feiras. Portanto, vale ressaltar que esse indicador não possui uma meta específica estabelecida, mas trata-se de um conjunto de projeções relacionadas ao PIB e ao crescimento populacional que resultam no PIB per capita projetado e este pode, ainda, variar ao longo do tempo, conforme as projeções dos seus componentes variam. Assim, conforme o Banco Central do Brasil (2021, Relatório Focus) a mediana das expectativas de crescimento do PIB é de 5,26%. Conforme o IBGE (2021, SCNT) o valor do PIB de 2020 foi 7.447.858 milhões de reais, ou pouco mais de 7,4 trilhões de reais. Ainda conforme o IBGE (2021, População) a projeção da população para o final de 2021 (e início de 2022) é de 214.828.540 de pessoas. Por fim, conforme o algoritmo de cálculo apresentado, temos que o PIB per capita previsto, ou a meta, é de aproximadamente R\$ 34.668,85.

Sugestão de aplicação em sala: O professor pode sugerir ao aluno que pesquise e encontre os

valores do PIB em diferentes esferas geográficas, tais como avaliando o PIB nacional, o PIB estadual e o PIB municipal, bem como da população dessas localidades e, então, o aluno pode calcular o PIB per capita para cada região. Após, é possível comparar as variações entre os valores, e também comparar a renda domiciliar com o PIB, para verificar qual o percentual a renda familiar representa em relação ao PIB per capita.

### 3.1.4 Taxa de Desemprego

Características:

1. Objetivo: medir a proporção percentual de pessoas integrantes da “força de trabalho”, mas que se encontram na situação de “desocupadas”. A “força de trabalho” corresponde ‘a quantidade de pessoas em idade para trabalhar (acima de 14 anos) e que estão ou trabalhando ou procurando trabalho, ou seja, não contempla pessoas em idade para trabalhar, mas que não estejam procurando emprego (por exemplo, um estudante ou uma dona de casa), estes últimos consideramos “fora da força de trabalho”;

2. Algoritmo de cálculo é dado como:

$$T_D = \frac{F_D \cdot 100}{F_T} \% = \frac{F_D \cdot 100}{F_D + F_O} \% , \quad (3.8)$$

em que  $T_D$  é a taxa de desemprego;  $F_D$  é o total de pessoas classificadas como “força de trabalho”, mas que se encontram desocupadas;  $F_O$  é o total de pessoas classificadas como “força de trabalho” e que se encontram ocupadas e  $F_T$  é o total de pessoas classificadas como “força de trabalho”.

3. Fonte de dados: IBGE (<https://www.ibge.gov.br/explica/desemprego.php>);
4. Frequência de apuração: trimestral;
5. Polaridade: quanto menor, melhor;
6. Meta: este indicador, de forma similar ao PIB, possui como meta um valor projetado. Neste caso o Comitê de Política Monetária (COPOM) elabora e encaminha aos participantes do Sistema Expectativas de Mercado (que são os mesmos que participam das projeções do PIB) um questionário em que, dentre diversas informações, solicitam os dados de projeção da taxa de desemprego. Desta forma, conforme o Banco Central do Brasil (2021, Questionário Pré-Copom) compilou as informações e obteve que o resultado esperado do indicador ao final do ano é 13,8%.

Sugestão de aplicação em sala: O professor pode sugerir aos alunos que realizem uma pesquisa com seus familiares para identificar em que situação se encontram, dentre aqueles que se enquadrem na “força de trabalho” e classifique entre desocupados e ocupados. Com estas informações o aluno pode calcular a taxa de desemprego entre as pessoas de seu convívio próximo e comparar com a taxa nacional. O professor também pode solicitar as informações numéricas de todos os alunos e calcular a taxa global da sala. Ainda, o professor pode utilizar os dados estratificados do indicador, da base de dados do IBGE, para explicar a leitura dos gráficos apresentados, tais como avaliações separadas do indicador entre gênero e faixa etária, aproveitando para contextualizar estes temas.

### 3.1.5 Renda média mensal

Características:

1. Objetivo: avaliar o rendimento médio obtido pela população com renda. Este indicador ajuda a avaliar se a política monetária, no tangente à definição do salário mínimo e outras ações relacionadas, está sendo efetiva e também auxilia a entender o poder de compra da população;
2. Algoritmo de cálculo considera a soma do rendimento mensal de todas as pessoas que têm rendimento, dividido pela quantidade destas pessoas, ou seja:

$$R_{MM} = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n R_i \right), \quad (3.9)$$

em que:  $R_{MM}$  é a renda média mensal;  $R_i$  é a renda de cada  $i$ -ésima pessoa com rendimento no país e  $n$  é o número total de pessoas com renda.

3. Fonte de dados: IBGE  
<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/trabalho/9173-pesquisa-nacional-por-amostra-de-domicilios-continua-trimestral.html?=&t=series-historicas>;
4. Frequência de apuração: trimestral;
5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: este indicador também é tratado por projeções. Conforme o Banco Central do Brasil (2021, Questionário Pré-Copom) compilou as informações e obteve que o resultado esperado é um acréscimo de 0,3% na média anual do rendimento efetivo. Pela fonte de dados do

indicador, sabemos que a renda média mensal em 2020 foi de R\$ 2.622,00, logo a meta é alcançarmos uma renda média mensal de R\$ 2.629,87 em 2021.

Sugestão de aplicação em sala: de forma similar ao apresentado no tópico acima, o professor pode sugerir aos alunos que realizem uma pesquisa com seus familiares para identificar as pessoas que possuem renda e qual é a renda média mensal de cada uma. Com estas informações o aluno pode calcular a renda média mensal entre as pessoas de seu convívio próximo e comparar com o valor do indicador nacional. O professor também pode solicitar as informações dos alunos para calcular a renda média mensal global da sala. Ainda, o professor pode utilizar os dados estratificados do indicador, da base de dados do IBGE, para explicar a leitura dos gráficos apresentados, tais como avaliações separadas do indicador entre gênero e faixa etária, aproveitando para contextualizar estes temas.

## 3.2 Aplicação no âmbito profissional

O intuito deste tópico é apresentar alguns indicadores com os quais o aluno vai se deparar no mercado de trabalho e, portanto, tem relevância na formação deste enquanto futuro profissional e investidor, pois também traremos indicadores relativos às empresas de capital aberto. De forma similar ao exposto anteriormente, nos tópicos a seguir serão apresentadas sugestões de indicadores a serem utilizados, suas fontes de dados, suas características e ainda, sugestões de formas de aplicação.

### 3.2.1 Rendimento Operacional Global

Características:

1. Objetivo: o indicador de Rendimento Operacional Global, mais popularmente conhecido pela sua sigla em inglês OEE (Overall Equipment Effectiveness) busca apresentar a eficiência da empresa na utilização das máquinas operatrizes para produção de produtos com qualidade adequada, ou seja, ele mede a relação entre o que cada equipamento poderia produzir (produtividade esperada) e o quanto foi efetivamente produzido (produtividade obtida), conforme definido por Francischini & Francischini (2017, [17]);
2. Algoritmo de cálculo é dado por,

$$OEE = DIS \times DOP \times QUA, \quad (3.10)$$

em que: *OEE* é o índice de Rendimento Operacional Global do equipamento avaliado; *DIS* é o índice de disponibilidade do equipamento; *DOP* é o índice de desempenho operacional do equipamento e *QUA* é o índice de qualidade produtiva do equipamento. Estes três últimos termos são determinados como:

$$DIS = \frac{(T_D - P_P - T_P) \times 100}{T_D - P_P} \%, \quad (3.11)$$

e por sua vez:  $T_D$  é o tempo decidido, ou Tempo Calendário, que é o tempo definido para operação conforme a jornada da empresa;  $P_P$  é o tempo de paradas planejadas, que por sua vez, são as paradas previstas de manutenção e ociosidade e, por fim,  $T_P$  é o tempo de paradas não planejadas da máquina, ou seja, tempo em que esta estava parada devido a algum imprevisto ocorrido.

Tem-se ainda que

$$DOP = \frac{T_C \times Q_P \times 100}{(T_D - P_P) - T_P} \%, \quad (3.12)$$

em que  $T_C$  é o tempo de ciclo padrão do equipamento, ou seja, o tempo médio de operação para produção de uma unidade de produto e  $Q_P$  é a quantidade total de produtos produzidos durante o tempo de avaliação. O termo *QUA* é dado por:

$$QUA = \frac{(Q_P - Q_D) \times 100}{Q_P} \%, \quad (3.13)$$

em que  $Q_D$  é a quantidade de produtos defeituosos produzidos durante o tempo de avaliação.

3. Fonte de dados: neste caso a base de informações será extraída da própria operação da empresa, sendo necessário definir as variáveis acima como informações a serem coletadas durante a operação de produção, para o posterior cálculo dos índices, assim a fonte de dados é o setor de produção da própria empresa;
4. Frequência de apuração: ainda, neste caso, a empresa pode definir o tempo que melhor lhe convir, o tempo de análise do OEE pode ser dado em qualquer dimensão temporal (hora, dia, mês, ano etc.), contudo deve-se atentar que os dados de análise devem corresponder à dimensão escolhida, logo quanto menor a dimensão de coleta de dados, mais dimensões podem ser abrangidas, por exemplo, se possuímos os dados destrinchados em termos de hora, conseguimos também avaliar por dia, somando todas as análises de hora relativas ao dia e assim sucessivamente;
5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: a meta deve ser estabelecida pela empresa, a medida em que acompanha o próprio

histórico do indicador, bem como o correlaciona, por meio de benchmarking, com o mesmo indicador de outras empresas, de preferência do mesmo setor. Mas para referência, é esperado que esse indicador atinja mais de 85%, conforme as contribuições esperadas de mais de 90% para o índice *DIS*, mais de 95% para o índice *DOP* e mais de 99% para o índice *QUA*.

Sugestão de aplicação em sala: haja vista este indicador ser obtido a partir de informações coletadas em um processo de produção, a sugestão que se dá é solicitar aos alunos que realizem uma pesquisa junto aos pais e familiares se algum deles trabalha em uma empresa que utiliza esse indicador e, se sim, qual o valor obtido pela empresa. Também é possível trazer um exemplo simulado, por exemplo, uma planilha contemplando dados relacionados às variáveis citadas, para que os alunos realizem os cálculos e apresentem os resultados obtidos.

### 3.2.2 Índice de Liquidez Corrente

Características:

1. Objetivo: avaliar a saúde financeira da empresa, comparando o quanto esta tem à pagar e à receber dentro de um determinado período (PORTAL ANDRÉ BONA, 2021, [37]). É um indicador contábil muito comum para empresas de capital aberto, cujas ações são negociadas na Bolsa de Valores, e que normalmente é divulgado em seus meios de comunicação, visando atrair investidores. Podemos, portanto, observar que este indicador é similar ao que conhecemos como sustentabilidade financeira de um negócio, ou seja, se este se sustenta financeiramente (possui receita maior que despesa);
2. Algoritmo de cálculo neste caso é dado por:

$$L_C = \frac{A_C}{P_C}, \quad (3.14)$$

em que  $L_C$  é a liquidez corrente;  $A_C$  é o ativo circulante da empresa, que é o total de receitas que a empresa possui dentro do prazo de avaliação (contas à receber, dinheiro em caixa, investimentos etc.) e  $P_C$  é o passivo circulante da empresa que é o total de despesas que a empresa possui dentro do prazo de avaliação (despesas fixas e variáveis);

3. Fonte de dados: a base de informações será extraída do setor contábil da empresa, sendo necessário definir as variáveis acima como informações a serem coletadas durante a operação contábil. Para as empresas de capital aberto, em geral essas informações são disponibilizadas por meio de relatórios dos resultados de operação. No site da B3, que é a bolsa de valores

oficial do Brasil, podemos encontrar esses relatórios e as informações necessárias para o cálculo deste indicador;

4. Frequência de apuração: pode variar à medida do prazo em que queremos verificar a saúde financeira da empresa, variando dos próximos dias aos próximos meses. Deve-se ter o cuidado apenas de avaliar o indicador dentro de um prazo que não permita inferências equivocadas, pois em períodos muito curtos podemos deixar de contemplar alguma grande despesa a vencer num futuro próximo ao de análise, por outro lado em períodos muito longos, não temos uma projeção de receita adequada;
5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: dado que o indicador é a proporção entre receitas e despesas, é esperado que ele seja maior que 1, pois do contrário a empresa dificilmente cumprirá com seus compromissos financeiros. De maneira geral, um indicador maior que 1,5 sugere que a empresa possui boa saúde financeira.

Sugestão de aplicação em sala: desta forma, sugere-se ao professor que proponha uma pesquisa investigativa das maiores empresas de capital aberto do Brasil e do mundo em setores específicos (por exemplo energia, bancário, dentre outros) e verifiquem os relatórios consolidados destas empresas, compilando o indicador de liquidez corrente destas (podemos encontrar alguns relatórios neste site: [http://www.b3.com.br/pt\\_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/empresas-listadas.htm](http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/empresas-listadas.htm) e comparando os indicadores entre empresas do mesmo setor e também os resultados entre os setores.

### **3.2.3 Retorno sobre investimento**

Características:

1. Objetivo: avaliar o desempenho da conversão de capital investido em um negócio (empresa ou empreendimento, por exemplo) em retorno financeiro (BELINI, TANURE & PATRUS, 2014, [6]). O Retorno Sobre o Investimento, conhecido por sua sigla inglesa ROI (Return on Investment) busca, portanto, avaliar se a aplicação de capital em um determinado negócio está sendo positiva ou negativa, ou seja, se há lucro ou prejuízo proporcionado pelo negócio em relação ao montante nele investido dentro de um determinado prazo de avaliação;

2. Algoritmo de cálculo:

$$ROI = \frac{(F - C) \times 100}{C_R + C_P + E + I} \% \quad (3.15)$$

em que,  $F$  é o valor do faturamento total obtido;  $C$  é o valor do custo total operacional;  $C_R$  é o valor total de contas a receber;  $E$  é o valor em estoque (de insumos, matérias-primas etc., ou seja, consumíveis em geral, com exceção dos ativos imobilizados) que o negócio possui;  $C_P$  é o valor total de contas a pagar e  $I$  é o investimento realizado, sem depreciação (capital imobilizado em ativos não consumíveis, como máquinas e imóveis).

3. Fonte de dados: de forma similar ao indicador anterior, a base de informações será extraída do setor contábil do negócio, sendo necessário definir as variáveis acima como informações a serem coletadas durante a operação contábil;
4. Frequência de apuração: a empresa pode definir o tempo que melhor lhe convier, o tempo de análise pode ser dado em qualquer dimensão temporal (dia, mês, ano etc.), contudo deve-se atentar que os dados de análise devem corresponder à dimensão escolhida, bem como deve-se ter uma estimativa de tempo para obtenção de retorno e aplicação do cálculo, por exemplo um tempo de avaliação muito curto impede a obtenção de faturamento adequado para avaliação. Em geral é elaborado um Estudo de Viabilidade Técnica e Econômica (EVTE) de um negócio que verifica um prazo estimado de Retorno Sobre o Investimento, o qual utilizaremos, portanto, como referência para posterior avaliação;
5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: É esperado que o ROI seja, ao menos, positivo ( $F > C$ ), ou seja, que o faturamento seja maior que o custo operacional, fazendo com que ele seja minimamente sustentável.

Sugestão de aplicação em sala: haja vista este indicador ser obtido a partir de informações coletadas em função dos resultados de uma operação de investimento, a sugestão que se dá é solicitar aos alunos que realizem uma pesquisa junto aos pais e familiares se algum deles trabalha em uma empresa que utiliza esse indicador e, se sim, qual o valor obtido pela empresa. Também é possível trazer um exemplo simulado, similar ao que Belini, Tanure & Patrus (2014, [6]) apresentam em seu artigo, para que os alunos realizem os cálculos e apresentem os resultados obtidos.

### 3.3 Aplicações no âmbito da vida pessoal

Neste último tópico iremos apresentar alguns indicadores que o aluno pode aplicar em sua vida pessoal, visando especialmente organizar a economia doméstica, logo possui importância para a formação deste enquanto cidadão economicamente ativo e que possui crédito no mercado, não necessitando atuar à margem do sistema financeiro. De forma similar ao exposto anteriormente, nos tópicos a seguir serão apresentadas sugestões de indicadores a serem utilizados, suas fontes de dados, suas características e ainda, sugestões de formas de aplicação.

#### 3.3.1 Sustentabilidade doméstica

Características:

1. Objetivo: calcular a sustentabilidade financeira de uma residência, com base em suas receitas e despesas;
2. Algoritmo de cálculo:

$$S = \frac{R_t \times 100}{D} \%, \quad (3.16)$$

em que  $S$  é a sustentabilidade financeira doméstica;  $R_t$  é a receita doméstica total, ou seja, a soma de todos os recebimentos disponíveis para o pagamento das dívidas e  $D$  é a despesa doméstica total, ou seja, a soma de todos os gastos realizados e a realizar dentro de um ciclo de pagamento. Agora podemos detalhar ainda mais esta etapa do seguinte modo. Fazendo:

$$P_j = \frac{D_j \times 100}{R_t} \%, \quad (3.17)$$

em que  $P_j$  é o proporcional que uma despesa representa em relação à receita, sendo  $j$  o índice que representa a despesa, onde  $j = \{1, 2, 3\}$ , conforme a classificação dada na sugestão de aplicação a seguir em (\*\*) e  $D_j$  é a despesa da qual queremos calcular o seu proporcional.

3. Fonte de dados: informações coletadas junto aos moradores da residência. A sugestão é que seja feita uma tabela contendo todas as despesas e todas as receitas da casa, inclusive extrapolando as despesas ao longo dos ciclos de pagamento;
4. Frequência de apuração: como, de uma maneira geral, as despesas são dadas em ciclos mensais (como água, energia, parcelas de financiamentos, serviços por assinatura, dentre outros), assim como as receitas (salários, normalmente), então a frequência de apuração pode ser mensal;

5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: a sustentabilidade deve ser maior que 100%, para garantir que as despesas previstas serão totalmente pagas com as receitas obtidas, logo este é o valor mínimo esperado para este indicador.

Sugestão de aplicação em sala: o professor pode solicitar aos alunos que façam um levantamento das despesas domésticas, assim como sugerido anteriormente para o indicador do INPC, contemplando todas as despesas existentes, sem exceção. Por sua vez, também devem ser coletadas as informações sobre as receitas disponíveis, por disponíveis entende-se que pode haver certas fontes de receita que não contribuirão para o pagamento das despesas, como por exemplo o salário de um residente que possui uma economia paralela (contemplando despesas que não precisam ser atreladas às domésticas, pois são exclusivas deste membro e cujo pode ter sua sustentabilidade avaliada individualmente) e disponibiliza apenas parte de sua receita para contribuir com o coletivo, ou ainda receitas provenientes de um negócio que é gerenciado por um membro da família, mas que não devem ser atreladas à receita doméstica, pois este negócio deve ter sua sustentabilidade avaliada em separado também. Para facilitar, o professor pode propor e disponibilizar aos alunos uma tabela (impressa ou digital) contendo os campos para preenchimento destas informações. Com os alunos em posse das informações, o professor os auxiliará a calcular a sustentabilidade, conforme o algoritmo de cálculo proposto e também a classificar os gastos em 3 tipos (\*\*):

1. Gastos Fixos – aqueles que são essenciais para manter a rotina doméstica, tais como água, energia elétrica, telefone, aluguel, alimentação, despesas com saúde ou plano de saúde, dentre outros;
2. Gastos Variáveis – aqueles que são relativos ao estilo de vida, tais como gastos com entretenimento (cinema, festas, serviços de streaming etc.), presentes, relativos à aparência (salão de beleza, maquiagens etc.), viagens, dentre outros. Este seria o tipo de gastos mais “supérfluos”;
3. Investimentos – aqueles relacionados à educação (curso de idiomas, graduação ou pós-graduação etc.), reserva econômica (poupança, investimentos e aplicações financeiras, previdência privada etc.) e formação de patrimônio (aquisição de casa ou carro), dentre outros.

Vale ressaltar que certos gastos podem ser classificados de modo diferente por cada aluno, o professor deve auxiliá-los a perceber a divisão que mais faz sentido para ele, por exemplo a despesa ?mensalidade de academia? pode ser classificada como gasto fixo, pois está relacionada à manutenção da saúde (se for algo presente na cultura da família), mas também pode ser classificada

como gastos variáveis (se for paga esporadicamente, ou se não há o hábito de frequentá-la). Após essa classificação, o professor orienta os alunos a calcularem o proporcional de cada tipo de gasto em relação à receita total. Conforme Bett, Castelli & Barcelos (2019, [7]), o proporcional dos tipos de despesas em relação à receita total deve ser de: 1) para Gastos Fixos até 50%; 2) para Gastos Variáveis até 30%; e 3) para Investimentos a partir de 20%. Assim sendo o professor orientará os alunos a verificarem se suas distribuições estão em conformidade com o sugerido e, caso não estejam, os desafia a trazer uma proposição de adequação dos gastos familiares (que pode ser feita em conjunto com a família) que atenda ao especificado.

### 3.3.2 Melhoria de Eficiência

Características:

1. Objetivo: avaliar comparativamente o ganho em eficiência devido a substituição ou melhoria/correção de um recurso por outro, como por exemplo substituição de lâmpadas fluorescentes por LED;
2. Algoritmo de cálculo:

$$E = \frac{(C_A - C_D) \times 100}{C_B} \%, \quad (3.18)$$

em que aqui  $E$  é o ganho de eficiência da situação de substituição avaliada;  $C_A$  é o consumo de energia ou insumos do recurso avaliado previamente à substituição e  $C_D$  é o consumo de energia ou insumos do recurso avaliado após à substituição.

3. Fonte de dados: Informações coletadas nas características técnicas do próprio recurso que está sob avaliação. A sugestão é verificar nas embalagens, manuais de usuário, sites de fabricantes e revendedores, dentre outros, se há o dado necessário para o devido cálculo;
4. Frequência de apuração: sempre que se tiver interesse em otimizar um recurso, mas pode-se definir como atividade proativa a realização de uma pesquisa mensal sobre a possibilidade de melhoria de algum recurso, especialmente daqueles que possuem maior peso na renda da família, ou seja, aqueles que representam maior custo dentre as despesas;
5. Polaridade: quanto maior, melhor;
6. Meta: o ganho de eficiência deve ser positivo, pois caso seja negativo ele representa um aumento no consumo da energia ou insumo utilizado, e não uma redução. Para cada caso é necessário avaliar adicionalmente o custo da realização dessa melhoria, seja substituição ou

adequação do recurso, e qual o percentual de ganho, de forma a definir se o investimento possuirá retorno.

Sugestão de aplicação em sala: conforme a sugestão para aplicação do indicador anterior, podemos utilizar as proposições de redução dos gastos que os alunos irão desenvolver como oportunidade para o cálculo da melhoria da eficiência da aplicação financeira. Por exemplo, caso o aluno verifique que um dos custos de maior peso no orçamento familiar seja “alimentação”, e este percebe ainda que isto se deve, em sua maioria, aos gastos com aquisição de alimentos prontos, ele pode trazer como proposição a redução dos gastos realizando a cocção das refeições em casa e, digamos ainda que ele estime a redução do gasto de R\$ 1.000,00 para R\$ 750,00 por mês, o que proporcionará adequação aos limites propostos no tópico anterior, será possível calcular o ganho de eficiência no consumo do insumo “dinheiro” que, neste caso, seria de 25 %. Como outros exemplos podemos citar:

- Substituição de lâmpadas fluorescentes por LED, que para um mesmo fornecimento de luminosidade (lúmens - lm) possuem menor consumo. Para efeitos didáticos podemos considerar que uma lâmpada fluorescente de 20W fornece 1060 lúmens e uma LED de 12W fornece 1200 lúmens, logo podemos calcular aí a eficiência pelo consumo proporcional de 1/53 W/lm para a fluorescente e 1/100 W/lm para a LED, ou um ganho de 47%. Vale ressaltar que não basta substituir um recurso (neste caso a lâmpada) por outro de menor consumo (com menor potência elétrica consumida), mas que é necessário considerar o resultado final (luminosidade fornecida), senão a visão de eficiência fica míope desconsiderando o resultado obtido, que deve ser melhor, mesmo que minimamente, que o anterior;
- Substituição de sistema de descarga do vaso sanitário, para efeitos didáticos ainda, podemos estimar que um sanitário de válvula de descarga acoplada na parede (válvula hydra) possui um consumo médio de 18 litros de água por descarga, enquanto um sanitário de caixa acoplada possui um consumo de 6 litros para a mesma aplicação, logo temos uma melhoria de eficiência de aproximadamente 66,67 %.

Os exemplos servem para efeitos didáticos, mas o professor deve estimular os alunos a calcular a melhoria de eficiência com base em suas proposições de adequação do orçamento familiar e também trazer outras oportunidades de ganho de desempenho.

### 3.3.3 Retorno do investimento

Características:

1. Objetivo: avaliar o tempo estimado para que a economia obtida por meio da melhoria de eficiência de um recurso seja equivalente ao valor despendido para a realização da dita melhoria. Pode-se observar que esse indicador é muito similar ao que se propõe na seção (3.2.3), contudo aqui focamos na economia (redução de custos devido ao consumo de energia ou insumos por um recurso) e não especificamente na gestão de um negócio;

2. Algoritmo de cálculo:

$$R_I = \frac{I}{(C_A - C_D) \times P_U}, \quad (3.19)$$

em que  $R_I$  é tempo estimado de retorno do valor investido;  $I$  é o investimento realizado;  $C_A$  é o consumo de energia ou insumos do recurso avaliado, em um determinado período, previamente à implantação da melhoria;  $C_D$  é o consumo de energia ou insumos do recurso avaliado, em um determinado período, após à implantação da melhoria e  $P_U$  é preço unitário da energia ou insumo consumido pelo recurso avaliado.

3. Fonte de dados: Informações coletadas nas características técnicas do próprio recurso que está sob avaliação. A sugestão é coletar informações com base no histórico de consumo do recurso em uso e verificar nas embalagens, manuais de usuário, sites de fabricantes e revendedores, dentre outros, se há o consumo estimado do recurso a ser adquirido ou relativo à melhoria do recurso atual;

4. Frequência de apuração: sempre que se tiver interesse em otimizar um recurso, é possível calcular o retorno sobre o investimento neste, mas pode-se definir como atividade proativa a realização de uma pesquisa mensal sobre a possibilidade de melhoria de algum recurso, especialmente daqueles que possuem maior peso na renda da família, ou seja, aqueles que representam maior custo dentre as despesas;

5. Polaridade: quanto menor, melhor;

6. Meta: o retorno deve ser positivo, pois caso seja negativo ele representa um aumento no consumo da energia ou insumo utilizado, e não uma redução. Para cada caso é necessário avaliar adicionalmente a capacidade de investimento da família para a realização da melhoria da eficiência do recurso, por exemplo, a substituição de um veículo por outro mais novo (que pode implicar em menor custo de manutenção, menor valor de seguro etc.) e/ou mais econô-

mico (menor consumo de combustível) pode trazer maior eficiência ao recurso, contudo pode não ser aplicável caso não haja recurso financeiro disponível para esta ação no momento de avaliação. Por sua vez, cabe ainda ressaltar que o algoritmo de cálculo proposto trata-se de uma simplificação, pois ele poderia contemplar outras variáveis, tais como relativas à perda de retorno sobre outros investimentos, haja vista que o recurso utilizado para a efetivação da melhoria de eficiência de um recurso poderia estar aplicado em outras fontes de rendimento, também poderia considerar durabilidade do recurso que recebe o investimento, ou ainda outros benefícios como impactos ambientais, dentre outros. Contudo diversas variáveis influenciariam nos parâmetros de cálculo a serem definidos, tais como o tipo de rendimento que utilizaríamos como base de cálculo, qual o retorno deste (que pode ser variável ao longo do tempo), ou qual o valor economizado em recuperação ambiental devido à este investimento. Logo, manteremos o algoritmo conforme proposto acima, cabendo ao professor a tarefa de decidir utilizar a proposição dada ou complementar conforme achar adequado.

Sugestão de aplicação em sala: de maneira similar ao exposto no tópico anterior, podemos utilizar as proposições de melhoria de eficiência de recurso que os alunos irão desenvolver como oportunidade para o cálculo do retorno do investimento. Utilizando exemplos similares, podemos exemplificar:

- Substituição de lâmpadas fluorescentes por LED, considerando os mesmos 20W de consumo para a fluorescente e 12W para a LED. Temos de definir o período de avaliação, neste caso iremos utilizar o período de um mês, que corresponde ao ciclo de faturamento de energia elétrica, em geral. Assim sendo, temos de definir, ou estimar, o consumo de energia dentro do período, logo podemos considerar uma quantidade total de horas de lâmpadas ligadas, sendo uma possibilidade estimar que cada lâmpada fica ligada por um período de, em média, 03h, de um total de 06 lâmpadas instaladas, durante os 30 dias de um mês,ii. resultando em 540 horas de lâmpadas ligadas. Considerando que todas as lâmpadas enumeradas são iguais e com consumo conforme inicialmente apresentado, temos um total de 10.800 Wh, ou 10,8 KWh de consumo para a lâmpada fluorescente e 6.480 Wh, ou 6,48 KWh para a lâmpada LED. Agora, coletando o custo da energia elétrica, que pode ser verificado em sua respectiva fatura, consideremos que cada KWh custa R\$ 1,10 e também que cada lâmpada LED custe R\$ 14,50, temos que o retorno do investimento será de 18,30 meses, ou seja, dado que o investimento é de 87 reais para substituir as seis lâmpadas existentes e que economizamos mensalmente R\$ 4,75 devido à redução do consumo de 4,32 KWh de energia, então o valor investido retornará ao bolso do investidor apenas após pouco mais de 18 meses

da realização do desembolso. Adicionalmente podemos citar que é necessário verificar se o recurso adquirido possui durabilidade estimada dentro do prazo de retorno, pois seria um fator decisório sobre a sua aquisição, no exemplo citado seria interessante, portanto, que a lâmpada adquirida possuía prazo de garantia ou durabilidade superior à 18 meses;

- Substituição de sistema de descarga do vaso sanitário, mantendo os consumos citados no tópico anterior, de 18 litros de água por descarga em um sanitário de válvula de descarga acoplada na parede e de 6 litros para um sanitário de caixa acoplada na mesma aplicação, consideraremos ainda que sua utilização seja, em média, de 08 vezes ao dia, em cada um dos 30 dias do mês, isso nos dá um consumo mensal de 4.320 litros para a descarga acoplada na parede e 1.440 litros para a descarga de caixa acoplada. Por fim, considerando ainda um preço de  $R\$0,01$  por litro e o custo total de substituição do sanitário seja de  $R\$500,00$ , temos que nosso retorno do investimento acontecerá em aproximadamente 17,36 meses.

Vale ressaltar que os valores utilizados para o cálculo referem-se à simulações que não possuem, necessariamente, conexão com a realidade, partindo de uma estimativa dada pelo autor deste texto, logo, como outrora dito, os exemplos servem para efeitos didáticos. Por sua vez, o professor deve estimular os alunos a calcular o retorno do investimento com base em suas proposições de melhoria de eficiência, bem como trazer outras oportunidades de ganho.

### 3.4 Avaliação de dificuldades de aprendizagem em matemática

Fuchs et al. (2019, [18]) compararam três métodos de avaliação de estudantes, aplicáveis para identificação de dificuldades de aprendizado em matemática, dentre eles destaca-se o método de Avaliação Dinâmica, ou Dynamic Assessment (DA). A DA foi verificada como o método mais eficiente para avaliar a qualidade de instrução conforme as respostas dadas pelo aluno. Ainda, a DA costuma ter duração de realização entre 50 à 60 minutos e fornece um processo estruturado de avaliação que visa quantificar a facilidade de aprendizagem do aluno. Portanto, ela estrutura uma tarefa de aprendizagem, que fornece informações para auxiliar o aluno a desenvolver a tarefa e aprender e, assim, conforme as respostas dadas na tarefa, atribui-se um índice para a capacidade de resposta à instrução, quantificando a capacidade de resposta à aprendizagem do aluno. Este índice, ainda, determina a fase de aprendizagem em que este se encontra.

Existem diversos modelos de DA, dentre os quais um estará disponível no tópico de Anexos deste trabalho, ver seção (II.4), que por sua vez trata-se da tradução feita por este autor, do modelo

EPA2000 (Evaluation and Prediction Assessment ou, em tradução livre, modelo de Medição para Avaliação e Predição), desenvolvido por De Clercq, Desoete & Roeyers (2000, [13]). O EPA2000 é um modelo utilizado para avaliação de habilidades metacognitivas e desempenho em aritmética em crianças do ensino fundamental com dificuldades de aprendizado em matemática.

Por fim, podemos citar a etnomatemática como uma inspiração para as proposições trazidas neste trabalho e que também esclarece porque o distanciamento da aplicação prática pode implicar em mais dificuldades de aprendizado relacionados à disciplina por parte do aluno. Conforme D’Ambrósio (2018, [16]):

Assim, usando essas raízes gregas, as maneiras, estilos, artes e técnicas [ticas] para fazer e saber, explicar, entender, ensinar e apreender [matema] no meio ambiente natural, sociocultural e imaginário [etno], podem ser sintetizados em uma palavra composta: ticas de matema em distintos etnos [...] ou simplesmente Etnomatemática.

Logo, etnomatemática implica em “[...] análise de como grupos de seres humanos geraram formas de [...] fazer e de saber, de aprender e explicar, como lidam com situações e resolvem os problemas do seu cotidiano, do seu ambiente natural e sociocultural”, desta forma, este trabalho não tem a intenção de intitular-se “de etnomatemática”, pois não busca as raízes dos métodos matemáticos propostos, mas inspira-se nela no que tange à aplicação dos métodos que uma sociedade utiliza para resolver os problemas naturais do cotidiano, mas que muitas vezes o aluno sequer conhece, ou seja, propõe-se a trazer luz sobre as aplicações práticas da matemática de modo a auxiliar o aluno a entender melhor sua realidade e avançar em busca de melhores condições, desenvolvendo competência analítica e de crítica sobre as questões que o envolvem.

Assim sendo, observa-se que a falta de adesão do conceito de etnomatemática para o ensino também proporciona uma dificuldade de aprendizagem da disciplina para o aluno. Além do conteúdo proposto, o professor pode contextualizar historicamente as razões das criações dos indicadores de performance propostos e também trazer outras aplicações matemáticas modernas, tais como as ligadas à computação, ou de curiosidades em geral, por exemplo ligadas à astronomia ou biologia.

---

---

## CAPÍTULO 4

---

### DISCUSSÃO E RESULTADOS

Importante perceber que o desenvolvimento de um país está intrinsecamente ligado ao seu desempenho em educação, e isto pode ser um ciclo vicioso para países que não direcionam políticas públicas para a modernização e ganho de eficiência das práticas de ensino. Logo devemos observar a Educação não só como uma prática habitual, ou como uma obrigação, mas sim como uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento do aluno, do cidadão e, conseqüentemente, do país.

É perceptível que, muitas vezes, a matemática é apresentada aos alunos sem o contexto em que se aplica ou como surgiu para esta aplicação e, assim, vai se afastando da realidade prática e criando uma ruptura entre a disciplina e a aplicação na vida do aluno, distanciando o conhecimento dado da sua efetiva necessidade prática e deixando uma mensagem subliminar ao aluno de “não faz sentido aprender isso, pois não vou utilizar na minha vida”. Outras vezes ainda, verifica-se que utilizamos aplicações práticas que foram utilizadas em séculos passados e que hoje fazem pouco sentido ao aluno das razões de sua utilização, haja vista haver meios mais eficazes de resolver o problema apresentado, novamente distanciando o conhecimento apresentado da realidade habitual do aluno. Neste ponto, não há intenção de desmerecer o uso da História como parte do processo de ensino, considerando-se especialmente que este mesmo texto propôs a utilização da etnomatemática e da contextualização histórica como um modo efetivo de instrução, mas o professor não deve se ater apenas aos problemas do passado, negligenciando os problemas do presente e do futuro.

Neste ínterim o presente trabalho apresentou métodos de aplicação de conceitos matemáticos que são utilizados para gerir quaisquer instituições, sejam relativos à governança de um país inteiro,

ou da economia do cidadão comum. Como citou Peter Drucker: “Se você não pode medir, não pode gerenciar.” Gerenciar, por sua vez, é sinônimo de controlar, assim se não gerimos, não temos controle. Se não temos controle, ficamos reféns das vontades de outrem, ou seja, se não sabemos medir, deixamos que outros o façam e tomem o controle sobre o que é importante para nós. Medir, em última instância é, portanto, assumir para si a responsabilidade e o controle sobre aquilo que é relevante para nossa vida. Por consequência, para medir é necessário aplicarmos o conhecimento matemático, pois nada mais é que calcular, a aplicação mais fundamental da matemática.

Ao final, este autor ainda propõe ao professor que esteja a par das tendências da educação e da didática, conectando-se ao que conhecemos como Educação 4.0, diretamente ligada à Quarta Revolução Industrial que está acontecendo neste exato momento e que está influenciando uma revolução tecnológica em todas as áreas. Dentre algumas tendências, podemos citar:

1. Metodologia STEAM (do inglês Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics, ou Ciência, Tecnologia, Engenharia, Artes e Matemática) que foca no desenvolvimento das habilidades essenciais do profissional do século XXI nos alunos, tratando das temáticas apresentadas por meio de projetos integradores que envolvem resolução de problemas utilizando necessariamente os conhecimentos das diversas disciplinas, e não cada uma individualmente como é no modelo tradicional;
2. Soluções educacionais como Inventura, Aprimora ou Pense Matemática, que utilizam recursos didáticos personalizados, tecnologias educacionais e diversas plataformas para utilização. O intuito deste tópico é apenas apresentar ao leitor algumas oportunidades de conhecer métodos de ensino diferentes, não há cunho comercial. É possível investir recursos para obter estes e outros métodos inovadores, mas também é interessante que o professor os conheça e, mesmo não possuindo as tecnologias, absorva os conceitos por trás do que estas propõem, aplicando-as na sala de aula;
3. Aplicações práticas, utilizando a cultura maker, tais como utilização de tecnologias Lego para montagem de pequenos robôs, aprendizado de programação e validação em campo das atividades desenvolvidas;
4. Startups educacionais, ou Edtechs, que trazem novas tecnologias e métodos de ensino para o mercado e buscam sempre soluções inovadoras e cada vez mais adaptadas para os alunos da era digital. Segundo o Startup Scanner (2021, [38]), na data em que foi acessado, havia 414 startups brasileiras, divididas em 23 categorias educacionais, trazendo novos métodos que podem ser inspiradores ao professor.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANDRADE, Eron P.; SARTORI, Isabel; EMBIRUÇU, Marcelo. *Avaliação de Desempenho por Indicadores – chave de Desempenho, Benchmarking e Scorecard*. Cadernos de Prospecção, v. 8, n. 3, p. 502-515, 2015.
- [2] ÁVILA, Geraldo. *O Ensino de Matemática*. Revista do Professor de Matemática – RPM, São Paulo, Edição 23, 1993.
- [3] BANCO CENTRAL DO BRASIL. Focus: Relatório de Mercado. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/publicacoes/focus>>. Acesso em: 13/07/2021.
- [4] BANCO CENTRAL DO BRASIL. Metas para a inflação. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/metainflacao>>. Acesso em: 17/06/2021.
- [5] BANCO CENTRAL DO BRASIL. Questionário Pré-Copom – Resultados quantitativos agregados, maio de 2021. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/precopom>>. Acesso em: 13/07/2021.
- [6] BELINI, Cledorvino; TANURE, Betania; PATRUS, Roberto. *A Metáfora do Pipoqueiro: Um recurso didático para a aprendizagem do conceito de Retorno sobre o Investimento (ROI), na Fiat Automóveis*. TAC, Rio de Janeiro, v. 4, n. 2, art. 2, p. 105- 116, Jul./Dez. 2014.
- [7] BETT, Angelina M.; CASTELLI, Claudia A. G.; BARCELOS, Bartholomeo O. *Análise de Ferramentas Tecnológicas e Recursos Metodológicos para Educação Financeira de Pequenos Empreendedores*. 2019.
- [8] BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, 2020. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em: 10/11/2020.

- [9] BRASIL ESCOLA, Rodolfo F. A. Pena. *O que é subdesenvolvimento?*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/geografia/o-que-e-subdesenvolvimento.htm>. Acesso em: 25/02/2021.
- [10] CALDEIRA, Jorge. *100 Indicadores da Gestão*. Portugal: Editora ACTUAL, 2012.
- [11] CORREA, Sonia M. B. Barborsa. *Probabilidade e estatística*. Segunda edição. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003.
- [12] CORREIO BRAZILIENSE, Dad Squarisi. Pisa: nota vermelha. Disponível em: <https://blogs.correiobraziliense.com.br/dad/pisa-nota-vermelha/>. Acesso em 25/02/2021.
- [13] DE CLERCQ, Armand; DESOETE, Annemie; ROEYERS, Herbert. *EPA2000: A multilingual, programmable computer assessment of off-line metacognition in children with mathematical-learning disabilities*. Bélgica: Behavior Research Methods, Instruments & Computers, 2000.
- [14] DORNELES, Beatriz V. *Mathematical Learning and Its Difficulties in Latin-American Countries*. In: FRITZ, Annemarie; HAASE, Vitor G.; RÄSÄNEN, Pekka. *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the laboratory to the Classroom*. Suíça: Springer, 2019. p.201-212.
- [15] DOWKER, Ann. *Children's Mathematical Learning Difficulties: Some Contributory Factors and Interventions*. In: FRITZ, Annemarie; HAASE, Vitor G.; RÄSÄNEN, Pekka. *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the laboratory to the Classroom*. Suíça: Springer, 2019. p.773-787.
- [16] D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade*. São Paulo, 2018.
- [17] FRANCISCHINI, Paulino G.; FRANCISCHINI, Andresa S. N.. *Indicadores de Desempenho: dos objetivos à ação – métodos para elaborar KPIs e obter resultados*. Rio de Janeiro: Alta Books, 2017.
- [18] FUCHS, Lynn S.; FUCHS, Douglas; SEETHALER, Pamela M.; ZHU, Nan. *Three Frameworks for Assessing Responsiveness to Instruction as a Means of Identifying Mathematical Learning Disabilities*. In: FRITZ, Annemarie; HAASE, Vitor G.; RÄSÄNEN, Pekka. *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the laboratory to the Classroom*. Suíça: Springer, 2019. p.669-681.

- [19] ILLOWSKY, Barbara; DEAN, Susan. *Introductory Statistics*. Texas: Openstax, 2013.
- [20] IBGE. *Inflação*. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/explica/inflacao.php>>. Acesso em: 17/06/2021.
- [21] IBGE. SCNT – Sistema de Contas Nacionais Trimestrais. Disponível em: <[https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9300-contas-nacionais-trimestrais.html?=&t=serieshistoricas&utm\\_source=landing&utm\\_medium=explica&utm\\_campaign=pib#evolucao-taxa](https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9300-contas-nacionais-trimestrais.html?=&t=serieshistoricas&utm_source=landing&utm_medium=explica&utm_campaign=pib#evolucao-taxa)>. Acesso em: 13/07/2021.
- [22] IBGE. População. Disponível em: <[https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm\\_source=portal&utm\\_medium=popclock&utm\\_campaign=novo\\_popclock](https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock)>. Acesso em: 13/07/2021.
- [23] JANUZZI, Paulo de M. *Indicadores Socioeconômicos na Gestão Pública*. Santa Catarina: UFSC, 2014.
- [24] LUIT, Johannes E. H. van. *Diagnostics of Dyscalculia*. In: FRITZ, Annemarie; HAASE, Vitor G.; RÄSÄNEN, Pekka. *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the laboratory to the Classroom*. Suíça: Springer, 2019. p.653-668.
- [25] MARKARIAN, Roberto. *A Matemática na Escola*. Revista do Professor de Matemática – RPM, São Paulo, Edição 38, 1998.
- [26] MARR, Bernard. *Key Performance Indicators: The 75 measures every manager needs to know*. Londres: Financial Times Publishing, 2012.
- [27] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Avaliações e Exames Educacionais*. Brasília, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais>. Acesso em: 18/03/2021.
- [28] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base*. Brasília, 2017.
- [29] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Histórico da BNCC*. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico>>. Acesso em: 23/09/2021.
- [30] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Relatório Brasil no PISA 2018*. Brasília, 2020.

- [31] MINISTÉRIO DO PLANEJAMENTO, ORÇAMENTO E GESTÃO. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Sistema Nacional de Índices de Preços ao Consumidor: Métodos de Cálculo. Rio de Janeiro, Sétima Edição, 2013.
- [32] MONTEIRO, Márcio Andrade. *A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano – IDH*. Revista do Professor de Matemática – RPM, São Paulo, Edição 67, 2008.
- [33] OECD. PISA 2015 Results in Focus. Paris, 2018. OECD Publishing.
- [34] OECD. PISA 2018. Paris, 2019. OECD Publishing.
- [35] PARMENTER, David. *Key Performance Indicators: Developing, implementing and using winning KPIs*. Third Edition. New Jersey: Wiley, 2015.
- [36] POLYA, George. *O Ensino por Meio de Problemas*. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, S'etima Edição, 1984.
- [37] PORTAL ANDRÉ BONA. *5 indicadores que você deve analisar antes de investirem ações*. Disponível em: <<https://andrebona.com.br/5-indicadores-que-voce-deve-analisar-antes-de-investir-em-acoas/>>. Acesso em: 30/07/2021.
- [38] STARTUP SCANNER. Edtechs. Disponível em: <<https://startupscanner.com/mapas/startups-edtechs/>>. Acesso em: 10/08/2021.
- [39] UNDP. Human Development Index (HDI). Disponível em: <http://hdr.undp.org/en/content/human-development-index-hdi>. Acesso em: 10/04/2021.
- [40] UNDP. Human Development Indicators and Indices: 2018 Statistical Update Team. New York, 2018.

---

# APÊNDICES

# I. APRESENTAÇÃO DA MATEMÁTICA DE ACORDO COM A BNCC

A seguir, apresenta-se a configuração da disciplina de Matemática conforme previsto pela BNCC. A Matemática na etapa do Ensino Fundamental é dividida em nove anos, que por sua vez são divididos em cinco Unidades Temáticas: **Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística**, sendo estas subdivididas em Objetos de Conhecimento e Habilidades, conforme apresentar-se-á a seguir. Para a etapa do Ensino Médio, a divisão é feita apenas por Unidades Temáticas que são subdivididas em Habilidades, como será exibido no apêndice (II). As subdivisões propostas na seção (I.1) a seguir foram retirados do site: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/matematica-no-ensino-fundamental-anos-iniciais-unidades-tematicas-objetos-de-conhecimento-e-habilidades>, com acesso em 03/06/2021.

## I.1 Subdivisão da Matemática no Ensino Fundamental

### Primeiro Ano

No primeiro ano do ensino, a primeira unidade temática é: **Números** e aqui destaca-se os seguintes 9 pontos que são os objetos de Conhecimento, sendo eles: 1. Contagem de rotina; 2. Contagem ascendente e descendente; 3. Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de código para a organização de informações; 4. Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação; 5. Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100); 6. Reta numérica; 7. Construção de fatos básicos da adição; 8. Composição e decomposição de números naturais; 9. Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar). E as respectivas Habilidades esperadas dos alunos são: 1. Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim um código de identificação; 2. Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos; 3. Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos”

ou “tem a mesma quantidade”; 4. Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros; 5. Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica; 6. Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas; 7. Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo; 8. Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

No primeiro ano, a segunda unidade temática é: **Álgebra**, em que destacam-se os dois pontos dos objetos de conhecimento, sendo eles: 1. Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências e 2. Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em variações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo). Quanto as respectivas habilidades esperadas, estas são: 1. Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. 2. Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

No primeiro ano ainda tem-se a terceira unidade temática, que é: **Geometria**, e agora tem-se os três pontos dos objetos de conhecimento: 1. Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado. 2. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico. 3. Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais. As habilidades específicas desta unidade são: 1. Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás e 2. Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, sendo necessário explicitar-se o referencial. 3. Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico. 4. Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.

Ainda no primeiro ano, a quarta unidade temática é: **Grandezas e medidas**, e os três pontos

do objeto de conhecimento são: 1. Medidas de comprimento, massa e capacidade: comparações e unidades de medida não convencionais. 2. Medidas de tempo: unidades de medida de tempo, suas relações e o uso do calendário. 3. Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas. As habilidades esperadas desta quarta unidade são: 1. Comparar comprimentos, capacidades ou massas, utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano. 2. Relatar em linguagem verbal ou não verbal sequência de acontecimentos relativos a um dia, utilizando, quando possível, os horários dos eventos. 3. Reconhecer e relacionar períodos do dia, dias da semana e meses do ano, utilizando calendário. 4. Produzir a escrita de uma data, apresentando o dia, o mês e o ano, e indicar o dia da semana de uma data, consultando calendários. 5. Reconhecer e relacionar valores de moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações simples do cotidiano do estudante.

A quinta e última unidade temática do primeiro ano é: **Probabilidade e estatística**. Aqui os quatro pontos do objeto do conhecimento são: 1. Noção de acaso. 2. Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples. 3. Coleta e organização de informações. 4. Registros pessoais para comunicação de informações coletadas. As habilidades específicas desta última unidade são: 1. Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano. 2. Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples. 3. Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.

## Segundo Ano

No segundo ano do ensino, a primeira unidade temática é: **Números** e aqui destacam-se os seguintes seis objetos de Conhecimento, sendo eles: 1. Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero). 2. Composição e decomposição de números naturais (até 1000). 3. Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração. 4. Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar). 5. Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação). 6. Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte. As habilidades esperadas a se desenvolver por parte dos discentes, são: 1. Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero). 2. Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar

o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades). 3. Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos. 4. Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições. 6. Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito. 7. Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais. 8. Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável. 9. Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

No segundo ano do ensino, a segunda unidade temática é: **Álgebra**, e aqui destacam-se os seguintes dois objetos de Conhecimento: 1. Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas. 2. Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência. As habilidades específicas desta segunda unidade são: 1. Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. 2. Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. 3. Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

No segundo ano do ensino, a terceira unidade temática é: **Geometria**, e aqui tem-se os quatro objetos de Conhecimento: 1. Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido. 2. Esboço de roteiros e de plantas simples. 3. Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características. 4. Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características. As habilidades desta unidade, são: 1. Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido. 2. Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência. 3. Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico. 4. Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado,

retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

No segundo ano do ensino, a quarta unidade temática é: **Grandezas e medidas**, com os quatro objetos de Conhecimento, sendo eles: 1. Estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados. 2. Estimar, medir e comparar capacidade e massa, utilizando estratégias pessoais e unidades de medida não padronizadas ou padronizadas (litro, mililitro, grama e quilograma). 3. Indicar a duração de intervalos de tempo entre duas datas, como dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, para planejamentos e organização de agenda. 4. Medir a duração de um intervalo de tempo por meio de relógio digital e registrar o horário do início e do fim do intervalo. 5. Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.

Ainda no segundo ano do ensino, a quinta e última unidade temática é: **Probabilidade e estatística** e agora as duas unidades temáticas são: 1. Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano. 2. Coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas. As três habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”. 2. Comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima. 3. Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples.

### Terceiro Ano

No terceiro ano do ensino, na primeira unidade temática sobre **Números** tem-se oito objetivos de conhecimento, sendo: 1. Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens. 2. Composição e decomposição de números naturais. 3. Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação. 4. Reta numérica. 5. Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração. 6. Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades. 7. Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida. 8. Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte. As habilidades a serem desenvolvidas, são:

1. Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna. 2. Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens. 3. Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. 4. Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda. 5. Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. 6. Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental. 7. Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. 8. Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais. 9. Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

Na segunda unidade temática, o terceiro ano vê-se: **Álgebra**, com os seguintes dois objetivos de conhecimentos: 1. Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas. 2. Relação de igualdade. As habilidades esperadas são: 1. Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes. 2. Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Na terceira unidade temática, o terceiro ano vê-se: **Geometria**, com os seguintes quatro objetivos de conhecimentos: 1. Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência. 2. Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações. 3. Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características. 4. Congruência de figuras geométricas planas. As habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com

base em diferentes pontos de referência. 2. Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. 3. Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações. 4. Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices. 5. Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

No terceiro ano, a quarta unidade temática é **Grandezas e medidas** e seus seis objetivos de conhecimento são: 1. Significado de medida e de unidade de medida. 2. Medidas de comprimento (unidades não convencionais e convencionais): registro, instrumentos de medida, estimativas e comparações. 3. Medidas de capacidade e de massa (unidades não convencionais e convencionais): registro, estimativas e comparações. 4. Comparação de áreas por superposição. 5. Medidas de tempo: leitura de horas em relógios digitais e analógicos, duração de eventos e reconhecimento de relações entre unidades de medida de tempo. 6. Sistema monetário brasileiro: estabelecimento de equivalências de um mesmo valor na utilização de diferentes cédulas e moedas. As respectivas habilidades são: 1. Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada. 2. Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade. 3. Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida. 4. Estimar e medir capacidade e massa, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (litro, mililitro, quilograma, grama e miligrama), reconhecendo-as em leitura de rótulos e embalagens, entre outros. 5. Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos. 6. Ler e registrar medidas e intervalos de tempo, utilizando relógios (analógico e digital) para informar os horários de início e término de realização de uma atividade e sua duração. 7. Ler horas em relógios digitais e em relógios analógicos e reconhecer a relação entre hora e minutos e entre minuto e segundos. 8. Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.

Na quarta unidade temática: **Probabilidade e estatística**, os três objetos de conhecimento são: 1. Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral. 2. Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras. 3. Coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, por meio de tabelas e gráficos. As respectivas habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Identificar, em eventos familiares

aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência. 2. Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas. Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos. 3. Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.

### Quarto Ano

Com as mesmas unidades temáticas, vistas anteriormente, no quarto ano tem-se a primeira: **Números**, com seus sete objetos, sendo: 1. Sistema de numeração decimal: leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de até cinco ordens. 2. Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10. 3. Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais. 4. Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida. 5. Problemas de contagem. 6. Números racionais: frações unitárias mais usuais ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/10$  e  $1/100$ ). 7. Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro. A habilidades, respectivas, são: 1. Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar. 2. Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo. 3. Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado. Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo. Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo. 4. Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa,

cálculo mental e algoritmos. 5. Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais. 6. Reconhecer as frações unitárias mais usuais ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/10$  e  $1/100$ ) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. 7. Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

Na segunda unidade temática: **Álgebra**, tem-se quatro objetivos de conhecimento: 1. Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural. 2. Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero. 3. Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão. 4. Propriedades da igualdade. Com as seguintes habilidades respectivas: 1. Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural. 2. Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades. 3. Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas. 4. Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.

Na terceira unidade: **Geometria**, tem-se quatro unidades temáticas: 1. Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido Paralelismo e perpendicularismo. 2. Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características. 3. Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares. 4. Simetria de reflexão. As respectivas habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares. 2. Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais. 3. Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. 4. Reconhecer simetria

de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

Na quarta unidade temática: **Grandezas e medidas**, no quarto ano vê-se as seguintes cinco unidades temáticas: 1. Medidas de comprimento, massa e capacidade: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais. 2. Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas. 3. Medidas de tempo: leitura de horas em relógios digitais e analógicos, duração de eventos e relações entre unidades de medida de tempo. 4. Medidas de temperatura em grau Celsius: construção de gráficos para indicar a variação da temperatura (mínima e máxima) medida em um dado dia ou em uma semana. 5. Problemas utilizando o sistema monetário brasileiro. Habilidades: 1. Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local. 2. Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área. 3. Ler e registrar medidas e intervalos de tempo em horas, minutos e segundos em situações relacionadas ao seu cotidiano, como informar os horários de início e término de realização de uma tarefa e sua duração. 4. Reconhecer temperatura como grandeza e o grau Celsius como unidade de medida a ela associada e utilizá-lo em comparações de temperaturas em diferentes regiões do Brasil ou no exterior ou, ainda, em discussões que envolvam problemas relacionados ao aquecimento global. Registrar as temperaturas máxima e mínima diárias, em locais do seu cotidiano, e elaborar gráficos de colunas com as variações diárias da temperatura, utilizando, inclusive, planilhas eletrônicas. 5. Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.

Na quinta e última unidade temática: **Probabilidade e estatística**, no quarto ano vê-se as seguintes três unidades temáticas: 1. Análise de chances de eventos aleatórios. 2. Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e colunas e gráficos pictóricos. 3. Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas Coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada. Respectivas habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações. 2. Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise. 3. Realizar pesquisa envolvendo

variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.

## Quinto Ano

Na primeira unidade temática: **Números**, no quinto ano vê-se as seguintes oito unidades temáticas: 1. Sistema de numeração decimal: leitura, escrita e ordenação de números naturais (de até seis ordens). 2. Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica. 3. Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica. 4. Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência. 5. Cálculo de porcentagens e representação fracionária. 6. Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita. 7. Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais. 8. Problemas de contagem do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?”. A respectivas habilidades esperadas são: 1. Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal. 2. Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica. 3. Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. 4. Identificar frações equivalentes e comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. 5. Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. 6. Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. 7. Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. 8. Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Na segunda unidade temática: **Álgebra**, têm-se as seguintes duas unidades temáticas: 1. Propriedades da igualdade e noção de equivalência. 2. Grandezas diretamente proporcionais. Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais. As habilidades aqui são: 1. Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. 2. Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Na terceira unidade temática: **Geometria**, têm-se quatro unidades temáticas: 1. Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano. 2. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características. 3. Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos. 4. Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes. Respective habilidades: 1. Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros. 2. Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos. 3. Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. 4. Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

A quarta unidade temática **Grandezas e medidas** é subdividida em três unidades temáticas: 1. Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais. 2. Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações. 3. Noção de volume. As respectivas habilidades são:

1. Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais. 2. Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes. 3. Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.

A quinta e última unidade temática, do quinto ano, **Probabilidade e estatística** é subdividida em três unidades temáticas: 1. Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios. 2. Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis. 3. Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas. E, as habilidades respectivas são: 1. Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.. 2. Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis). 3. Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões. Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

## Sexto Ano

Unidade temática: **Números**, tem-se sete subdivisões, sendo: 1. Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal. 2. Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais Divisão euclidiana. 3. Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos. 4. Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. 5. Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais. 6. Aproximação de números para múltiplos de potências de 10. 7. Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”. Respectivas habilidades: 1. Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. 2. Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. 3. Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par). Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor. 4. Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. 5. Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. 6. Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima. 7. Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Segunda unidade temática do sexto ano: **Álgebra**, tem-se duas unidades temáticas: 1. Propriedades da igualdade. 2. Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo. Habilidades: 1. Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. 2. Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem

como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Terceira unidade temática do sexto ano: **Geometria**, tem-se cinco unidades temáticas: 1. Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. 2. Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas). 3. Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados. 4. Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas. 5. Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares. Respectivas habilidades: 1. Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do primeiro quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. 2. Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial. 3. Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. 4. Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. 5. Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Quarta unidade temática do sexto ano: **Grandezas e medidas**, tem-se quatro unidades temáticas: 1. Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume. 2. Ângulos: noção, usos e medida. 3. Plantas baixas e vistas aéreas. 4. Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado. Respectivas habilidades, são: 1. Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. 2. Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. 3.

Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas. 4. Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Quinta unidade temática do sexto ano: **Probabilidade e estatística**, tem-se quatro unidades temáticas: 1. Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista). 2. Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas. 3. Coleta de dados, organização e registro Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações. 4. Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas. Respectivas habilidades são: 1. Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos. 2. Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões. 3. Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto. 4. Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

### Sétimo Ano

Primeira unidade temática: **Números**, tem-se cinco subdivisões, sendo: 1. Múltiplos e divisores de um número natural. 2. Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples. 3. Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. 4. Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. 5. Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações. As respectivas habilidades, são: 1. Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir

máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos. 2. Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros. 3. Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros. 4. Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração  $\frac{2}{3}$  para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza. 5. Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Na segunda unidade temática: **Álgebra**, tem-se quatro subdivisões, sendo: 1. Linguagem algébrica: variável e incógnita. 2. Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica. 3. Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. 4. Equações polinomiais do primeiro grau. Habilidades: 1. Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. 2. Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. 3. Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. 4. Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de primeiro grau, redutíveis à forma  $ax + b = c$ , fazendo uso das propriedades da igualdade.

Na terceira unidade temática: **Geometria**, tem-se seis subdivisões, sendo: 1. Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem. 2. Simetrias de translação, rotação

e reflexão. 3. A circunferência como lugar geométrico. 4. Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. 5. Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. 6. Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. As respectivas habilidades, são: 1. Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. 2. Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. 3. Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes. 4. Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. 5. Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ . Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados. 6. Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Na quarta unidade temática: **Grandezas e medidas**, no sétimo ano, tem-se quatro subdivisões sendo elas: 1. Problemas envolvendo medições. 2. Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais. 3. Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros. 4. Medida do comprimento da circunferência. As respectivas habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. 2. Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico). 3. Estabelecer expressões de cálculo de área

de triângulos e de quadriláteros. Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. 4. Estabelecer o número  $\pi$  como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Na quinta unidade temática: **Probabilidade e estatística**, no sétimo ano, tem-se quatro subdivisões sendo elas: 1. Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências. 2. Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados. 3. Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações. 4. Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados. As habilidades respectivas são: 1. Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências. 2. Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados. 3. Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas. 4. Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

## Oitavo Ano

Na primeira unidade temática: **Números**, no oitavo ano, tem-se cinco subdivisões sendo elas: 1. Notação científica. 2. Potenciação e radiciação. 3. O princípio multiplicativo da contagem. 4. Porcentagens. 5. Dízimas periódicas: fração geratriz. As habilidades, são: 1. Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica. 2. Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. 3. Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo. 4. Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. 5. Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Na segunda unidade temática: **Álgebra**, tem-se seis subdivisões sendo elas: 1. Valor numérico

de expressões algébricas. 2. Associação de uma equação linear de primeiro grau a uma reta no plano cartesiano. 3. Sistema de equações polinomiais de primeiro grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano. 4. Equação polinomial de segundo grau do tipo  $ax^2 = b$ . 5. Sequências recursivas e não recursivas. 6. Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Habilidades: 1. Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. 2. Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. 3. Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de primeiro grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso. 4. Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de segundo grau do tipo  $ax^2 = b$ . 5. Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. 6. Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Terceira unidade temática: **Geometria**, tem-se quatro subdivisões sendo elas: 1. Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. 2. Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares. 3. Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas. 4. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. Respectivas habilidades: 1. Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. 2. Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares. Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso. 3. Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. 4. Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Na quarta unidade temática: **Grandezas e medidas**, tem-se apenas duas subdivisões sendo

elas: 1. Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência. 2. Volume de bloco retangular Medidas de capacidade. E a respectivas habilidades são: 1. Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. 2. Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

Na quinta unidade temática: **Probabilidade e estatística**, para o oitavo ano temos cinco subdivisões, sendo: 1. Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral. 2. Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados. 3. Organização dos dados de uma variável contínua em classes. 4. Medidas de tendência central e de dispersão. 5. Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral. Habilidades: 1. Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a um. 2. Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa. 3. Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões. 4. Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude. 5. Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

## Nono Ano

Finalmente para o nono ano, na primeira unidade temática: **Números**, tem-se quatro subdivisões, sendo: 1. Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica. 2. Potências com expoentes negativos e fracionários. 3. Números reais: notação científica e problemas. 4. Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos. As respectivas habilidades são: 1.

Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade). Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica. 2. Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. 3. Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações. 4. Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Na segunda unidade temática: **Álgebra**, tem-se quatro subdivisões, sendo: 1. Funções: representações numérica, algébrica e gráfica. 2. Razão entre grandezas de espécies diferentes. 3. Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. 4. Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis. Resolução de equações polinomiais do segundo grau por meio de fatorações. Habilidades: 1. Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. 2. Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. 3. Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. 4. Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do segundo grau.

Na terceira unidade temática: **Geometria**, tem-se sete subdivisões, sendo: 1. Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. 2. Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo. 3. Semelhança de triângulos. 4. Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais. 5. Polígonos regulares. 6. Distância entre pontos no plano cartesiano. 7. Vistas ortogonais de figuras espaciais. Respectivas habilidades são: 1. Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. 2. Resolver

problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica. 3. Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. 4. Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. 5. Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares. 6. Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano. 7. Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Na quarta unidade temática: **Grandezas e medidas**, tem-se apenas duas subdivisões, sendo:

1. Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática. 2. Volume de prismas e cilindros. Habilidades: 1. Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. 2. Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Na quinta e finalmente última de todas as unidades temáticas: **Probabilidade e estatística**, tem-se quatro subdivisões, sendo: 1. Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes. 2. Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação. 3. Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos. 4. Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório. As respectivas habilidades a serem desenvolvidas são: 1. Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos. 2. Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros. 3. Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos

como as medidas de tendência central. 4. Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

## II. SUBDIVISÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO, SEGUNDO CRITÉRIOS DA BNCC

Como mencionado no apêndice (I), para a etapa do Ensino Médio, a divisão da Matemática é feita apenas por Unidades Temáticas que são subdivididas em Habilidades, como exibido a seguir. As subdivisões aqui apresentadas foram retiradas de: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio/consideracoes-sobre-a-organizacao-curricular>, com acesso em 03/06/2021.

### II.1 Unidade Temática 1: NÚMEROS E ÁLGEBRA

HABILIDADES: 1. Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos. 2. Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões. 3. Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. 4. Construir modelos empregando as funções polinomiais de primeiro ou segundo grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. 5. Converter representações algébricas de funções polinomiais de primeiro grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. 6. Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada. 7. Converter representações algébricas de funções polinomiais de segundo grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais. 8. Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, re-

conhecendo quando essa representação é de função polinomial de primeiro grau. 9. Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de segundo grau do tipo  $y = ax^2$ .

10. Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

11. Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

12. Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

13. Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

14. Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

15. Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

16. Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

17. Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

18. Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

19. Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

20. Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

21. Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

## II.2 Unidade Temática 2: GEOMETRIA E MEDIDAS

HABILIDADES: 1. Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos. 2. Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa. 3. Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais. 4. Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras). 5. Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos. 6. Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. 7. Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro. 8. Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.). 9. Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras. 10. Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados. 11. Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas. 12. Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

## II.3 Unidade Temática 3: PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

HABILIDADES: 1. Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas. 2. Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. 3. Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore. 4. Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade. 5. Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.). 6. Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos. 7. Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão). 8. Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra. 9. Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise. 10. Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

## II.4 Avaliação Dinâmica EPA 2000

A tabela a seguir corresponde à tradução livre da Avaliação Dinâmica (DA), desenvolvida por De Clercq, Desoete & Roeyers (2000, [13]), o EPA2000.

### Avaliação Dinâmica EPA2000

Orientações para preenchimento dos quadrados  :

Quadrados do lado esquerdo devem ser preenchidos **antes** de responder a pergunta. Preencha com cores, conforme abaixo:

- Tenho certeza que posso fazer essa
- Acho que vou conseguir essa
- Eu não acho que vou ter sucesso nessa
- Tenho certeza de que não vou conseguir essa

Quadrados do lado direito devem ser preenchidos **depois** de responder a pergunta. Preencha com cores, conforme abaixo:

- Tenho certeza de que minha resposta está correta
- Acho que minha resposta está correta
- Não acho que minha resposta está correta
- Tenho certeza de que minha resposta está incorreta

Prática:

$2+3 = \underline{\quad}$

Você acha que consegue resolver exercícios sobre os temas a seguir?

|   |                                |   |
|---|--------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Leitura de números             | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Leitura de sinais matemáticos  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Soma                           | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Subtração                      | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Multiplicação                  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Divisão                        | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Pequenos problemas matemáticos | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

#### Tópico 1. Conhecimento numérico: unidades

Tarefa: Escreva sobre a linha o nome do número apresentado, conforme o exemplo abaixo.

|   |    |          |    |
|---|----|----------|----|
| 0 <u>zero</u>   |    |          |    |
| 1)  | □□ | 9 _____  | □□ |
| 2)  | □□ | 2 _____  | □□ |
| 3)  | □□ | 7 _____  | □□ |
| 4)  | □□ | 3 _____  | □□ |
| 5)  | □□ | 4 _____  | □□ |
| 6)  | □□ | 8 _____  | □□ |
| 7)  | □□ | 1 _____  | □□ |
|   |    |          |    |
| <b>Tópico 2. Conhecimento numérico: comparações de quantidade</b> |    |          |    |
| Tarefa: Sublinhe o maior número, conforme o exemplo abaixo.       |    |          |    |
| 25 ou <u>52</u>   |    |          |    |
| 8)  | □□ | 71 ou 37 | □□ |
| 9)  | □□ | 34 ou 41 | □□ |
| 10)   | □□ | 12 ou 21 | □□ |
| 11)   | □□ | 40 ou 14 | □□ |
| 12)   | □□ | 29 ou 51 | □□ |

|     |   |            |   |
|-----|---|------------|---|
| 13) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 82 ou 31   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 14) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 70 ou 59   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 15) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 91 ou 80   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 16) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 127 ou 721 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 17) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 978 ou 879 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

### **Tópico 3. Conhecimento de simbologia**

Tarefa: Sublinhe a operação que está correta, conforme o exemplo abaixo.

$$\underline{1+1=2} \text{ ou } 1+1=3$$

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
| 18) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | $12 < 4$ ou $4 < 12$  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 19) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | $3 > 10$ ou $10 > 3$  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 20) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | $7+3=10$ ou $7+3=4$   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 21) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | $4 \times 3 = 7$ ou $4 \times 3 = 12$   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 22) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | O peso de uma pessoa é expresso em qual unidade? Sublinhe a unidade correta abaixo:<br><br>m                      kg                      h                      cm | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

### **Tópico 4. Conhecimento numérico: nomenclatura**

Tarefa: Sublinhe a opção que está correta, conforme o exemplo abaixo.

|     |   |                     |       |           |      |     |   |
|-----|---|---------------------|-------|-----------|------|-----|---|
|     |   | dezessete           | 14    | <u>17</u> | 61   | 81  |   |
| 23) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | sessenta e dois     | 26    | 60        | 62   | 260 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 24) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | oitenta e um        | 80    | 18        | 10   | 81  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 25) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | seiscentos e trinta | 6003  | 60030     | 613  | 630 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 26) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | trezentos e onze    | 11300 | 30011     | 301  | 311 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 27) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | quatrocentos e sete | 4007  | 407       | 7400 | 470 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

**Tópico 5. Conhecimento numérico: ordenação**

Tarefa: Sublinhe o conjunto que está escrito do menor para o maior número, conforme o exemplo abaixo.

14 25 35 44 ou 35 42 23 18

|     |   |                                    |   |
|-----|---|------------------------------------|---|
| 28) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 19 28 37 46 ou 41 32 23 14         | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 29) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 11 51 10,1 15,1 ou 10,1 11 15,1 51 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 30) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 105 150 501 510 ou 150 105 510 501 | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

Tarefa: Sublinhe o número que preenche corretamente o espaço vazio, conforme o exemplo abaixo.

3 4 5     

5                      6                      8                      0

|     |   |                      |   |
|-----|---|----------------------|---|
| 31) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 37 38 39 <u>    </u> | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
|-----|---|----------------------|---|

|     |    |    |             |     |     |    |
|-----|----|----|-------------|-----|-----|----|
|     |    | 40 | 30          | 20  | 310 |    |
| 32) | □□ |    | 67 68 69    | ___ |     | □□ |
|     |    | 60 | 90          | 70  | 610 |    |
| 33) | □□ |    | 30 40 50    | ___ |     | □□ |
|     |    | 60 | 90          | 70  | 80  |    |
| 34) | □□ |    | 52 54 56 58 | ___ |     | □□ |
|     |    | 60 | 50          | 80  | 70  |    |

Tarefa: Sublinhe a resposta que preenche corretamente o espaço vazio, conforme o exemplo abaixo.

3 4 \_\_\_ 6

5

6

8

0

|     |    |        |                  |           |        |    |
|-----|----|--------|------------------|-----------|--------|----|
| 35) | □□ |        | ___ 51 53 55 57  |           |        | □□ |
|     |    | 69     | 49               | 59        | 79     |    |
| 36) | □□ | 5 min  | 10 min           | _____     | 20 min | □□ |
|     |    | 1 hora | 1 quarto de hora | meia hora | 25 min |    |
| 37) | □□ |        | 186 187 188 189  | ___       |        | □□ |
|     |    | 290    | 289              | 190       | 180    |    |

### Tópico 6. Aritmética: cálculo mental

Tarefa: Resolva as questões a seguir, conforme exemplo abaixo.

|   |    |                                  |    |
|---|----|----------------------------------|----|
| $3+2 = \underline{5}$   |    |                                  |    |
| 38)   | □□ | $15+2 = \underline{\quad}$       | □□ |
| 39)   | □□ | $42+51 = \underline{\quad}$      | □□ |
| 40)   | □□ | $15+9 = \underline{\quad}$       | □□ |
| 41)   | □□ | $17-3 = \underline{\quad}$       | □□ |
| 42)   | □□ | $19-15 = \underline{\quad}$      | □□ |
| 43)   | □□ | $17-9 = \underline{\quad}$       | □□ |
| 44)   | □□ | $3 \times 7 = \underline{\quad}$ | □□ |
| 45)   | □□ | $8 \times 3 = \underline{\quad}$ | □□ |
| 46)   | □□ | $8 \div 2 = \underline{\quad}$   | □□ |
| 47)   | □□ | $35 \div 7 = \underline{\quad}$  | □□ |
| <p>Tarefa: Resolva as questões a seguir, conforme exemplo abaixo.</p> <div style="text-align: center;"> <math>23+12 = \underline{35}</math> </div> <div style="text-align: right; margin-right: 50px;"> <math display="block">\begin{array}{r} 23 \\ +12 \\ \hline 35 \end{array}</math> </div> |    |                                  |    |
| 48)   | □□ | $236+61 = \underline{\quad}$     | □□ |
| 49)   | □□ | $37+653 = \underline{\quad}$     | □□ |

|     |    |                                     |    |
|-----|----|-------------------------------------|----|
| 50) | □□ | $60+235 = \underline{\quad}$        | □□ |
| 51) | □□ | $534-21 = \underline{\quad}$        | □□ |
| 52) | □□ | $654-26 = \underline{\quad}$        | □□ |
| 53) | □□ | $15 \times 7 = \underline{\quad}$   | □□ |
| 54) | □□ | $24 \times 8 = \underline{\quad}$   | □□ |
| 56) | □□ | $210 \times 30 = \underline{\quad}$ | □□ |
| 56) | □□ | $98 \div 7 = \underline{\quad}$     | □□ |
| 57) | □□ | $168 \div 8 = \underline{\quad}$    | □□ |

**Tópico 7. Linguagem de cálculo**

Tarefa: Resolva as questões a seguir, conforme exemplo abaixo.

|  |    |  |    |
|--|----|--|----|
| 1 mais 1 é <u>  2  </u>                |    |  |    |
| 58)                                    | □□ | 1 a mais que 58 é _____  | □□ |
| 59)                                    | □□ | O dobro de 6 é _____   | □□ |
| 60)                                    | □□ | _____ é 1 a menos que 25   | □□ |
| 61)                                    | □□ | _____ é metade de 8  | □□ |
| 62)                                    | □□ | _____ é 2 a menos que 54   | □□ |
| 63)                                    | □□ | 58 é 1 a menos que _____   | □□ |
| 64)                                    | □□ | 58 é 1 a mais que _____  | □□ |
| 65)                                    | □□ | 16 é a metade de _____   | □□ |
| 66)                                    | □□ | 14 é o dobro de _____  | □□ |
| 67)                                    | □□ | 170 é 2 a menos que _____  | □□ |
| Tarefa: Resolva os problemas a seguir. |    |  |    |
| 68)                                    | □□ | O padeiro sai com 26 pães.<br>Ele chega em casa com 5 pães.<br>Quantos pães ele vendeu? _____        | □□ |
| 69)                                    | □□ | O carteiro entrega 15 pacotes no<br>apartamento rosa.<br>Agora ele tem 4 pacotes em sua bolsa. _____ | □□ |

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
|  |   | Quantos pacotes o carteiro trouxe?  |   |
| 70)  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | João tem 24 bolas de Natal.<br>Maria tem 15 estrelas e 8 bolas de Natal. _____<br>Quantas bolas de Natal eles têm juntos?   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 71)  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | José tem 18 chaves.<br>Ele tem 12 chaves a mais do que Jorge. _____<br>Quantas chaves Jorge tem?  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 72)  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Luíza tem 100 bolas de gude.<br>Ela tem 23 bolas de gude a menos que Marcos e 17 a mais que Ana. _____<br>Quantas bolas de gude Marcos tem?   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
|  |   |   |   |
| <b>Tópico 8. Estimativa de cálculo</b>   |   |   |   |
| Tarefa: Sublinhe a resposta correta, conforme exemplo abaixo.  |   |   |   |
| <p>5 é mais próximo de _____</p> <p>10                      15                      <u>3</u>                      20</p> |   |   |   |
| 73)  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | João quer comprar 3 carrinhos de brinquedo.<br>2 carrinhos custam 1 real.<br>João tem que economizar _____ até poder comprar os 3 carrinhos.<br><br>6 reais              3 reais              2 reais              1 real | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 74)  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Demora 15 minutos para construir uma pipa.<br>Ana, Maria e José se revezam construindo uma pipa.  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

|     |   | Quando todas as crianças podem mostrar as pipas ao pai?   |   |
|-----|---|---|---|
|     |   | Depois de meia hora    Depois de 1 hora    Depois de 15 minutos    Depois de 3 horas  |   |
| 75) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 27 é mais próximo de _____<br><br>37                      30                      72                      20  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 76) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | 99 é mais próximo de _____<br><br>85                      100                      66                      90   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 77) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Um ônibus demora 15 minutos para sair da igreja e chegar na casa de Carlos.<br>Ele pegou o ônibus às 8 horas.<br>Quando Carlos pode encontrar Maria em casa, no mínimo?<br><br>às 8 horas    às 9 horas                      às 15 horas                      às 10 horas | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 78) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Na mesa temos uma garrafa de 1 litro de leite.<br>Marcos coloca meio litro de leite em um copo.<br>Quantos litros de leite restam na garrafa?<br><br>0,17 litro                      1 litro                      0,5 litro                      0,67 litro               | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 79) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | Foram impressos 14200 ingressos para o concerto.<br>20 grupos irão se apresentar.   | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
|     |   | <p>Na semana passada, 6900 ingressos já foram vendidos.</p> <p>Quantos ingressos ainda estão à venda?</p> <p>21100          7300          14220          7580<br/> ingressos    ingressos    ingressos    ingressos</p>   |   |
| 80) | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | <p>Você vê uma placa indicando que andou 13,4 km ao longo da estrada.</p> <p>O próximo restaurante fica a 20 km de distância.</p> <p>Depois de quantos quilômetros aparece a placa de 13,9 km?</p> <p>0,5 km          33,4 km          33,9 km          47,8 km</p> | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

### III. TABELA PARA COLETA DE DADOS DE ECONOMIA DOMÉSTICA.

| <b>Renda</b>  |                 |       |
|---|-----------------|-------|
| <p>Descrever as fontes de renda da família, indicando sua origem.</p> <p>Algumas possibilidades são: Salário, Auxílio/Vale Alimentação, Auxílio/Vale Combustível, Auxílio Creche, Auxílio Moradia, Aposentadoria, Pensão, Auxílio-doença, Bolsa Família ou outros Programas Sociais, Pensão Alimentícia (a receber), Doação, Rendimento de Aluguel, Rendimento de Investimentos, dentre outros.</p> |                 |       |
| Nº  | Origem da renda | Valor |
| 1   |                 | R\$   |
| 2   |                 | R\$   |
| 3   |                 | R\$   |
| 4   |                 | R\$   |
| 5   |                 | R\$   |
| 6   |                 | R\$   |
| 7   |                 | R\$   |
| 8   |                 | R\$   |
| 9   |                 | R\$   |
| 10  |                 | R\$   |
| <b>Total</b>  |                 | R\$   |
| <p>Caso os valores acima possuam deduções, descrevê-las.</p> <p>Algumas possibilidades são: Previdência Pública (INSS), Imposto de Renda, demais impostos, Pensão Alimentícia (a pagar).</p>  |                 |       |
| Nº  | Tipo de dedução | Valor |
| 1   |                 | R\$   |
| 2   |                 | R\$   |
| 3   |                 | R\$   |
| 4   |                 | R\$   |
| 5   |                 | R\$   |

| 6   |      | R\$        |       |
|---|------|------------|-------|
| 7   |      | R\$        |       |
| 8   |      | R\$        |       |
| 9   |      | R\$        |       |
| 10  |      | R\$        |       |
| Total   |      | R\$        |       |
| <b>Renda líquida familiar (Rendimentos – Deduções)</b>  |      | <b>R\$</b> |       |
| <b>Despesas</b>   |      |            |       |
| <p>As despesas são divididas em blocos por tipo de despesa e devem ser descritos os seus tipos, quantidades e preços. As despesas mensais fixas devem ser colocadas conforme o realizado (para análises que consideram uma previsão, ou seja, análise prévia à realização, pode-se usar uma média dos últimos meses). Para as despesas anuais, podemos considerar o seu proporcional, ou seja, dividir o valor total por 12. Também podemos considerar o valor proporcional para despesas de prazos diversos, por exemplo: 1) troca de óleo de veículo – se ocorrer a cada 6 meses, deve-se dividir o seu valor por 6; 2) troca de pneu de veículo – divide-se a quilometragem total estimada que o pneu dure e divide-se pela média da quilometragem realizada mensalmente, obtendo os meses estimados de vida útil do pneu. Após, divide-se o valor total da substituição do pneu por esta quantidade de meses.</p> |      |            |       |
| <b>1º bloco: Serviços e taxas do domicílio</b>  |      |            |       |
| <p>Algumas possibilidades são: Energia elétrica, Água e esgoto, Gás, Telefone (fixo, pacotes de celular), Internet, TV por assinatura, Manutenções mensais (jardinagem, piscina, empregada doméstica ou diarista etc.), Manutenções diversas (reparos pequenos, reformas etc.), Taxa de iluminação (se já não estiver contemplada na fatura de energia elétrica), Taxa de coleta de lixo (se já não estiver contemplada na fatura de água), Seguro do imóvel (parcela mensal ou valor proporcional mensal), dentre outros.</p>  |      |            |       |
| Nº  | Tipo | Quantidade | Valor |
| 1   |      |            | R\$   |
| 2   |      |            | R\$   |
| 3   |      |            | R\$   |
| 4   |      |            | R\$   |
| 5   |      |            | R\$   |
| 6   |      |            | R\$   |

|       |  |  |     |
|-------|--|--|-----|
| 7     |  |  | R\$ |
| 8     |  |  | R\$ |
| 9     |  |  | R\$ |
| 10    |  |  | R\$ |
| 11    |  |  | R\$ |
| 12    |  |  | R\$ |
| 13    |  |  | R\$ |
| 14    |  |  | R\$ |
| 15    |  |  | R\$ |
| Total |  |  |     |

**2º bloco: Aluguel, impostos e outras dívidas do domicílio**

Algumas possibilidades são: Aluguel, Adicionais de aluguel (juros, multas etc.), Prestação de financiamento habitacional, Aluguel de garagem, Condomínio, IPTU (proporcional mensal), dentre outros.

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

**3º bloco: Alimentação dentro de casa**

Para essa análise, seria possível fazer uma identificação mais aprofundada para a estratificação do consumo, por exemplo, listando-se a quantidade de refeições que é realizada por dia, bem como o conteúdo de cada refeição (identificando o produto - por exemplo: arroz – definindo a quantidade consumida – por exemplo: 100 gramas – e também determinando o modo de preparo – por exemplo: arroz cozido é mais pesado, devido à absorção de água, do que o arroz cru, por isso deve-se considerar a taxa de conversão para calcular o consumo de arroz cru, que é o que de fato é adquirido no mercado), assim contabilizando o consumo total de cada produto de alimentação, seria possível determinar a média mensal de consumo e, por fim, o custo mensal.

Contudo, para simplificar a análise, faremos a indicação apenas de estabelecer-se uma média mensal de gastos com supermercado, a princípio, para facilitar as etapas de cálculo. Em um segundo momento, já estando habitado à avaliação de custos, é possível retomarmos a análise detalhada sugerida acima, pois nos ajudará a identificar pequenos desvios e desperdícios.

Algumas possibilidades são: Gasto médio mensal em supermercado (aquisição de produtos em volume para o mês, para a semana, para o dia etc.), Gasto médio mensal em açougue, Gasto médio mensal em feiras (hortifrúti, farinhas, temperos etc.), Gasto médio mensal com produtores, ambulantes e afins (pão caseiro, biscoitos, queijo, leite etc.), Gasto médio mensal com marmitas (para consumo em casa), Gasto médio mensal com produtos pré-preparados que são finalizados em casa (pizza pré-preparada, pães e biscoitos para assar etc.), dentre outros.

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

#### **4º bloco: Alimentação fora de casa**

Algumas possibilidades são: Refeições por peso ou à *La Carte*, Prato Feito, Fast Food, Sanduíches (pão na chapa, sanduíche natural, misto quente etc.), Salgados ou tira-gosto (espetinho, batata frita, salgados fritos e assados em geral etc.), Biscoito salgado/doce, Balas e chicletes, Chocolates (barra, tablete, bombom etc.), Sorvetes, Frutas, Doces ou bolos, Café (cafezinho, café com leite, pingado etc.), Sucos ou vitaminas, Refrigerantes, Bebidas alcoólicas (vinho, cerveja, cachaça etc.), Água mineral ou de coco, Bebidas energéticas ou isotônicas, dentre outros.

| Nº | Tipo | Quantidade | Valor |
|----|------|------------|-------|
| 1  |      |            | R\$   |
| 2  |      |            | R\$   |
| 3  |      |            | R\$   |
| 4  |      |            | R\$   |
| 5  |      |            | R\$   |
| 6  |      |            | R\$   |

|       |  |  |     |
|-------|--|--|-----|
| 7     |  |  | R\$ |
| 8     |  |  | R\$ |
| 9     |  |  | R\$ |
| 10    |  |  | R\$ |
| 11    |  |  | R\$ |
| 12    |  |  | R\$ |
| 13    |  |  | R\$ |
| 14    |  |  | R\$ |
| 15    |  |  | R\$ |
| Total |  |  | R\$ |

**5º bloco: Serviços e produtos de assistência à saúde**

Algumas possibilidades são: Plano de assistência médica, Plano de assistência odontológica, Consultas médicas, Exames, Internações ou hospitalizações, Cirurgia e anestesia, Prótese e aparelho dentário, Artigos ortopédicos (muleta, cadeira de rodas, sapato especial etc.), dentre outros.

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| 6     |      |            | R\$   |
| 7     |      |            | R\$   |
| 8     |      |            | R\$   |
| 9     |      |            | R\$   |
| 10    |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

**6º bloco: Produtos farmacêuticos**

Algumas possibilidades são: Aquisição de remédios (para dor e febre, tosse e resfriado, pressão alta, diabetes, redução de colesterol ou triglicerídeos, estresse, problema cardíaco ou respiratório, reumatismo, infecção, alergia, azia, depressão, sistema nervoso, tireoide, vermes, prisão de ventre, diarreia, outros problemas - pele, ginecológico, boca, ouvido, nariz, garganta, estômago, ocular – enjoo e vômito), Anticoncepcional e preservativos, Hormônios, Vitaminas, Antisséptico, Material para curativo (algodão, esparadrapo, antisséptico etc.) ou autodiagnostico (termômetro, teste de gravidez etc.), Apoio terapêutico (sonda, bomba para inalação etc.), Aplicação de injeção ou aquisição de material para injeção, Materiais de uso medicinal (shampoo, sabonete, creme dental etc.), Produtos para bebê (mamadeira, chupeta, sabonete etc.), dentre outros.

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| 6     |      |            | R\$   |
| 7     |      |            | R\$   |
| 8     |      |            | R\$   |
| 9     |      |            | R\$   |
| 10    |      |            | R\$   |
| 11    |      |            | R\$   |
| 12    |      |            | R\$   |
| 13    |      |            | R\$   |
| 14    |      |            | R\$   |
| 15    |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

**7º bloco: Serviços de cuidados pessoais e congêneres**

Algumas possibilidades são: Serviços de cabelo (corte, lavagem, tingimento, alisamento etc.), Sobancelha, Barba, Manicure e pedicure, Depilação, Limpeza de pele, Massagem, Tatuagem e piercing, Costureira, Alfaiate, dentre outros.

| Nº | Tipo | Quantidade | Valor |
|----|------|------------|-------|
|----|------|------------|-------|

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 1  |  | R\$ |
| 2  |  | R\$ |
| 3  |  | R\$ |
| 4  |  | R\$ |
| 5  |  | R\$ |
| 6  |  | R\$ |
| 7  |  | R\$ |
| 8  |  | R\$ |
| 9  |  | R\$ |
| 10 |  | R\$ |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| Total |  | R\$ |
|-------|--|-----|

**8º bloco: Higiene, produtos para cuidados pessoais e maquiagem**

Algumas possibilidades são: Perfume, Desodorante, Itens de higiene (shampoo, condicionador, sabonete, cotonete etc.), Talco, Produtos para hidratação ou limpeza de pele, Protetor solar ou bronzeador, Produtos de barbear (lâmina, creme ou espuma, pós-barba etc.), Itens para cabelo (escova, pente, grampo, prendedor, creme de hidratação, tinta etc.), escova e pasta de dentes, Produtos para as unhas (esmalte, acetona, basem alicate, cortador etc.), Artigos de maquiagem (batom, lápis, rímel etc.), Absorvente, Fralda descartável, dentre outros.

| Nº | Tipo | Quantidade | Valor |
|----|------|------------|-------|
| 1  |      |            | R\$   |
| 2  |      |            | R\$   |
| 3  |      |            | R\$   |
| 4  |      |            | R\$   |
| 5  |      |            | R\$   |
| 6  |      |            | R\$   |
| 7  |      |            | R\$   |
| 8  |      |            | R\$   |
| 9  |      |            | R\$   |

| 10   |      |            | R\$   |
|--|------|------------|-------|
| Total  |      |            | R\$   |
| <b>9º bloco: Vestíveis, acessórios e congêneres</b>  |      |            |       |
| <p>Relembrando que podemos considerar o valor mensal gasto ou proporcional mensal.</p> <p>Algumas possibilidades são: Aquisição de roupas pessoais (blusa, camiseta, camisa, calça, bermuda ou short, saia, vestido, roupas esportivas, uniformes, vestuário íntimo, pijama, agasalho, terno etc.), Aluguel de roupas, Aquisições de artigos de cama, mesa e banho (lençol, cobertor, fronha, toalhas de banho, rosto e piso, toalha de mesa, pano de prato etc.), Materiais para manutenção (linhas, agulhas, botões, tecidos etc.), Calçados em geral (tênis, sapato, bota, sapatilha, sandália, chinelo etc.), Outros vestíveis (óculos, bijuterias, joias, cinto, bolsa, carteira, mochila, mala, maleta, chapéu etc.), dentre outros.</p>                             |      |            |       |
| Nº   | Tipo | Quantidade | Valor |
| 1  |      |            | R\$   |
| 2  |      |            | R\$   |
| 3  |      |            | R\$   |
| 4  |      |            | R\$   |
| 5  |      |            | R\$   |
| 6  |      |            | R\$   |
| 7  |      |            | R\$   |
| 8  |      |            | R\$   |
| 9  |      |            | R\$   |
| 10   |      |            | R\$   |
| Total  |      |            | R\$   |
| <b>10º bloco: Prática de esportes, diversão, entretenimento e passatempos</b>  |      |            |       |
| <p>Algumas possibilidades são: Ingressos (cinemas, teatros, museus, circos, feiras e exposição, shows, bailes e festas, futebol e outros esportes, parques de diversão, eventos online etc.), Contratação de serviços de streaming (Netflix, Amazon Prime, Spotify etc.), Aquisição de produtos ou período de utilização (sinuca, jogos eletrônicos etc.), Aluguel de itens de lazer ou esporte (bicicletas, DVDs, jogos, quadra ou campo etc.), Mensalidade de clube ou academia, Aquisição de artigos musicais (instrumentos, acessórios etc.) Assinatura de revistas de generalidades, Artigos de papelaria (tintas, pincéis etc.), Palavras-cruzadas, Revistas em quadrinhos, Livros (não técnicos), Álbum de figurinhas (incluindo as figurinhas), dentre outros.</p> |      |            |       |

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| 6     |      |            | R\$   |
| 7     |      |            | R\$   |
| 8     |      |            | R\$   |
| 9     |      |            | R\$   |
| 10    |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

**11º bloco: Despesas com animais**

Algumas possibilidades são: Ração, Remédios e fármacos, Produtos para higiene (tapete higiênico para cachorro, areia sanitária para gatos, shampoo etc.), Serviços de petshop (banho, tosa etc.), Adestramento, dentre outros.

| Nº | Tipo | Quantidade | Valor |
|----|------|------------|-------|
| 1  |      |            | R\$   |
| 2  |      |            | R\$   |
| 3  |      |            | R\$   |
| 4  |      |            | R\$   |
| 5  |      |            | R\$   |
| 6  |      |            | R\$   |
| 7  |      |            | R\$   |
| 8  |      |            | R\$   |
| 9  |      |            | R\$   |
| 10 |      |            | R\$   |

|   |      |            |       |     |
|---|------|------------|-------|-----|
|   |      |            | Total | R\$ |
| <b>12º bloco: Transportes coletivos e próprios</b>  |      |            |       |     |
| <p>Algumas possibilidades são: Ônibus (urbano, intermunicipal ou interestadual), Transporte Alternativo (van, Kombi, lotação etc.), Transporte escolar, Táxi/Uber, Moto-táxi, Metrô, Trem, Transportes compartilhados (bicicleta, patinete etc.), Veículo alugado, Transporte Aquaviário (barca, balsa, navio etc.), Avião, Combustíveis (gasolina, etanol, óleo Diesel, GNV etc.), Estacionamento, Pedágio, Lavagem, Manutenções (mensais ou valor proporcional mensal), Impostos (IPVA, licenciamento, seguro obrigatório etc.), Multas, dentre outros.</p> |      |            |       |     |
| Nº  | Tipo | Quantidade | Valor |     |
| 1   |      |            | R\$   |     |
| 2   |      |            | R\$   |     |
| 3   |      |            | R\$   |     |
| 4   |      |            | R\$   |     |
| 5   |      |            | R\$   |     |
|   |      |            | Total | R\$ |
| <b>13º bloco: Dívidas e despesas bancárias</b>  |      |            |       |     |
| <p>Algumas possibilidades são: Parcelas de empréstimos, Juros (cartão de crédito, cheque especial etc.), anuidade e seguro de cartão de crédito, tarifa de conta bancária, taxas (realização de saques, emissão de extratos etc.), transferência (DOC, TED etc.), dentre outros.</p>  |      |            |       |     |
| Nº  | Tipo | Quantidade | Valor |     |
| 1   |      |            | R\$   |     |
| 2   |      |            | R\$   |     |
| 3   |      |            | R\$   |     |
| 4   |      |            | R\$   |     |
| 5   |      |            | R\$   |     |
|   |      |            | Total | R\$ |
| <b>14º bloco: Ensino e aquisição de materiais técnicos</b>  |      |            |       |     |
| <p>Algumas possibilidades são: Mensalidade de creche ou escola, Mensalidade de faculdade, Mensalidade de curso de idiomas, Mensalidade de cursos técnicos e de qualificação,</p>  |      |            |       |     |

Assinatura de Jornais, Assinatura de revistas técnicas, Artigos de papelaria (especificamente para estudo), Livros técnicos, dentre outros.

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

### 15º bloco: Reservas e seguros

Neste bloco iremos considerar a 'poupança' para aquisição de produtos e serviços diversos, que são de difícil contabilização de proporcional mensal. Assim, arbitramos um valor a ser reservado mensalmente, de modo a proporcionar que, em dado momento, haja montante financeiro suficiente para direcionar para estas aquisições.

Algumas possibilidades são: Reserva para aquisição e substituição de móveis e eletrodomésticos, Reserva para reformas e manutenções imprevistas de imóveis, Reserva para imprevistos e manutenções com veículo, Reserva para realização de viagens, Reserva para realização de metas ou desejos (festa de casamento, fazer faculdade, adquirir um veículo, ter um filho etc.), Reserva para imprevistos e fatalidades (falecimento, acidentes etc.), Reserva para aposentadoria ou previdência privada, Seguros (de vida, de veículo, de imóvel etc.), Investimentos diversos, dentre outros.

| Nº    | Tipo | Quantidade | Valor |
|-------|------|------------|-------|
| 1     |      |            | R\$   |
| 2     |      |            | R\$   |
| 3     |      |            | R\$   |
| 4     |      |            | R\$   |
| 5     |      |            | R\$   |
| Total |      |            | R\$   |

### 16º bloco: Doações e dízimo

Algumas possibilidades são: Doações para entidades (ONGs, creches, asilos, escolas, igrejas etc.), Doações para pessoas, Doações para causas (proteção aos animais, desastres naturais etc.), Pagamento de dízimo, dentre outros.

| Nº | Tipo | Quantidade | Valor |
|----|------|------------|-------|
|----|------|------------|-------|

|  |      |            |            |
|--|------|------------|------------|
| 1  |      |            | R\$        |
| 2  |      |            | R\$        |
| 3  |      |            | R\$        |
| 4  |      |            | R\$        |
| 5  |      |            | R\$        |
| Total  |      |            | R\$        |
| <b>17º bloco: Aquisição de artigos de fumo</b>   |      |            |            |
| Algumas possibilidades são: Cigarro, Charuto, Cigarrilha, Fumo desfiado, Fumo de rolo, Palha para cigarro, Papel de cigarro, Fósforo, Isqueiro descartável, Essências de narguilé, Carvão de narguilé, Papel de seda, dentre outros. |      |            |            |
| Nº   | Tipo | Quantidade | Valor      |
| 1  |      |            | R\$        |
| 2  |      |            | R\$        |
| 3  |      |            | R\$        |
| 4  |      |            | R\$        |
| 5  |      |            | R\$        |
| Total  |      |            | R\$        |
| <b>18º bloco: Jogos e apostas</b>  |      |            |            |
| Algumas possibilidades são: Mega-sena, Lotomania, Lotofácil, Quina, Loteca, Loteria Federal, raspadinhas, Tele Sena, rifas, bingos, MT Cap, dentre outros.   |      |            |            |
| Nº   | Tipo | Quantidade | Valor      |
| 1  |      |            | R\$        |
| 2  |      |            | R\$        |
| 3  |      |            | R\$        |
| 4  |      |            | R\$        |
| 5  |      |            | R\$        |
| Total  |      |            | R\$        |
| <b>Despesa familiar total (soma do valor total dos blocos)</b>   |      |            | <b>R\$</b> |

| <b>Saldo (renda líquida – despesa total)</b>   | <b>R\$</b> |
|--|------------|
| <p>Vale observar que se o resultado acima for negativo, significa que temos mais despesas que receitas, logo não há sustentabilidade doméstica e as despesas precisam ser repensadas para se enquadrarem no orçamento, ou ainda deve-se buscar mais fontes de renda para alcançar um saldo positivo.</p> <p>De uma maneira geral podemos classificar as despesas previstas neste blocos como:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Gastos fixos: despesas dos blocos 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12 e 13;</li> <li>2. Gastos variáveis: despesas dos blocos 4, 7, 10, 16, 17 e 18;</li> <li>3. Investimentos: despesas dos blocos 14 e 15.</li> </ol> <p>Contudo há de se observar que podem haver despesas sugeridas para uma classificação que seriam melhor adequadas em outra, a depender do entendimento da família, logo as sugestões acima são dadas de uma maneira genérica, podendo haver alterações.</p> |            |

*Fonte: Elaborado pelo autor com base nas POF utilizadas pela gestão pública e disponíveis em:  
<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/saude/24786-pesquisa-de-orcamentos-familiares-2.html?edicao=31309&t=conceitos-e-metodos>.*