



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**CONTRIBUIÇÕES DO USO DE HOLOGRAMAS NO ENSINO DE GEOMETRIA  
ESPACIAL: PERSPECTIVAS DE ALUNOS E PROFESSORES**

**SERGIANE NEVES MONTEIRO**

**Orientador: Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura  
Coorientador: Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz**

**FLORIANO – PI  
2021**

**SERGIANE NEVES MONTEIRO**

**CONTRIBUIÇÕES DO USO DE HOLOGRAMAS NO ENSINO DE GEOMETRIA  
ESPACIAL: PERSPECTIVAS DE ALUNOS E PROFESSORES**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí/ Campus Floriano, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura  
Coorientador: Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz

**FLORIANO – PI  
2021**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Monteiro, Sergiane Neves

M772c Contribuições do uso de hologramas no ensino de geometria espacial :  
perspectivas de alunos e professores / Sergiane Neves Monteiro. - 2021.  
126 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal do  
Piauí, Campus Floriano, 2021.

Orientador : Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura.

Coorientador : Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz.

1. matemática-ensino. 2. geometria espacial-visualização. 3.  
hologramas-recurso didático. 4. tecnologias. 5. lúdico. I.Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ - IFPI**  
**CAMPUS FLORIANO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

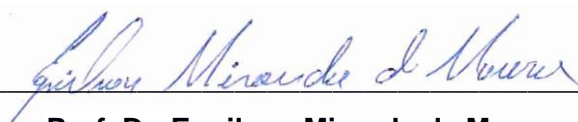
**SERGIANE NEVES MONTEIRO**

**“Contribuições do uso de hologramas no ensino de geometria espacial: perspectivas de alunos e professores”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 14/09/2021.

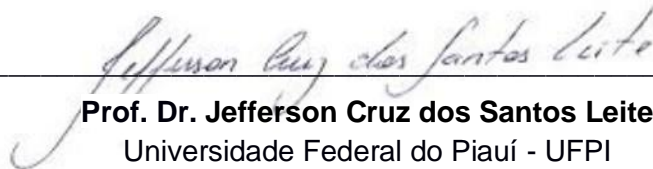
**BANCA EXAMINADORA**



**Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Orientador**



**Prof. Dr. Rui Marques Carvalho**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Avaliador Interno**



**Prof. Dr. Jefferson Cruz dos Santos Leite**  
Universidade Federal do Piauí - UFPI  
**Avaliador Externo**

*À Deus, todo poderoso e misericordioso,  
pelo dom da vida e as graças recebidas.  
À Jesus, filho unigênito, nosso salvador.  
Ao Espírito Santo, luz do meu pensar.  
E a Nossa Senhora, minha intercessora.*

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho é uma contribuição de muitos, que o fizeram intencionalmente e outros tantos que o fizeram inconscientemente.

Agradeço ao meu esposo Ismael, por toda a paciência, parceria e suporte neste período de trabalho árduo. Aos meus pais, Manoel e Maria, por todo amor, cuidado e preocupação. Aos meus sogros, Socorrinha e Chico Dedé, pelo apoio. As minhas irmãs, cunhados, sobrinhos e afilhado, por fazerem parte de todo esse sonho e por aguentarem ver milhares de vezes os mesmos vídeos. E aos amigos mais que especiais Isabel e Lucas.

Gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura, que me deu todo o tempo e a liberdade necessários para o desenvolvimento desta ideia. Ao coorientador Prof. Msc. Fábio Pinheiro Luz, por sua colaboração.

A todos os amigos do PROFMAT, em especial ao grupo 1: Adriana, Alan, Jean e Robert. Um agradecimento gigante ao Chris, a Adriana e a Adalgisa, por todas as conversas e auxílios nos momentos de dúvidas.

Aos colegas de trabalho, professores de Matemática e a prof. Léia. Aos meus cinco estagiários, que foram uma mão na roda principalmente nesta etapa final da minha escrita. As minhas orientandas, em especial a Leiliane.

Agradecimento mais que especial também aos alunos que participaram da pesquisa, com destaque para as alunas responsáveis pela distribuição dos materiais, Gisllayne e Darlene, saibam que sem o auxílio de vocês nada teria sido feito. A todos os colegas professores que participaram da pesquisa e aos que ajudaram na divulgação da pesquisa.

E por fim, ao Instituto Federal do Piauí – IFPI, em especial aos *Campus* Floriano e São Raimundo Nonato, por possibilitarem a realização deste sonho.

“A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.”

Johannes Kepler

## RESUMO

MONTEIRO, S. N. **Contribuições do uso de hologramas no ensino de geometria espacial: perspectivas de alunos e professores.** 2021. 126 f. Dissertação (Mestrado) –Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2021.

A habilidade de visualização espacial está diretamente associada ao desenvolvimento do pensamento geométrico e o estudo da Geometria é um dos grandes responsáveis pelo desenvolvimento da habilidade de visualização. Esta relação de mão dupla fica ainda mais explícita no ensino da Geometria Espacial pois, no espaço, é necessário que o aluno tenha esta habilidade desenvolvida para compreender os conceitos, propriedades, formas e tantas outras características que estes sólidos geométricos assumem. Para auxiliar nesta compreensão de conceitos, os professores lançam mão dos mais variados recursos didáticos, a exemplo de materiais concretos, *softwares* de geometria dinâmica, entre outros. Por possibilitarem a representação tridimensional de imagens bidimensionais, os hologramas surgem como uma alternativa de recurso didático para estes conteúdos. O presente trabalho tinha como objetivo principal compreender como o uso de hologramas poderia contribuir para o ensino de conteúdos de Geometria Espacial. A fim de alcançar esse objetivo, foram estabelecidas três metas. A primeira era o desenvolvimento dos hologramas de sólidos geométricos, para atingir esta meta era necessário a produção de uma ferramenta de visualização dos hologramas, que fosse de baixo custo econômico e de fácil construção, e a elaboração de vídeos 3D dos sólidos geométricos. A segunda meta consistia em analisar como os hologramas poderiam facilitar o ensino de Geometria Espacial, para alcançar essa meta, desenvolveu-se um projeto de pesquisa com duas turmas do IFPI – *Campus* São Raimundo Nonato, em que se utilizou os hologramas como recurso didático. Por fim, a terceira meta consistia em verificar junto aos alunos se os hologramas haviam ampliado a sua habilidade de visualização espacial, esta meta foi alcançada por meio de uma entrevista estruturada, desenvolvida com a utilização de um formulário da plataforma *Google Forms*. Ainda relacionada a segunda meta, foi realizada uma outra pesquisa, que tinha como público alvo professores, preferencialmente da área de Matemática. Para o desenvolvimento desta pesquisa foi criado um canal na plataforma de vídeos *Youtube*, com a finalidade de disponibilizar vídeos sobre a produção da ferramenta de visualização dos hologramas, bem como vídeos 3D de sólidos geométricos. A divulgação da pesquisa e do material disponibilizado no canal foi realizada através de grupos do aplicativo de mensagens *WhatsApp*. A coleta dos dados deu-se através de um formulário da plataforma *Google Forms*, que se encontrava na descrição do vídeo de divulgação. A partir da análise dos dados pôde-se concluir que os hologramas, enquanto recurso didático, podem contribuir com o ensino, em diferentes áreas, por possuir amplo potencial de desenvolvimento/ampliação da habilidade de visualização espacial. Além disso, pode ser considerado como um recurso simultaneamente lúdico e tecnológico.

**Palavras-chave:** Visualização Espacial. Tecnologia. Lúdico.



## ABSTRACT

MONTEIRO, S. N. **Contributions of the use of holograms in the teaching of spatial geometry: perspectives of students and teachers.** 2021. 126 f. Dissertation (Masters) – Federal Institute of Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2021.

The ability of spatial visualization is directly associated with the development of geometric thinking and the study of Geometry is one of the major responsible for the development of visualization skills. This two-way relationship becomes even more explicit in the teaching of Spatial Geometry because, in space, it is necessary that the student has developed this ability in order to understand the concepts, properties, shapes and many other characteristics that these geometric solids assume. To help in this understanding of concepts, teachers make use of various teaching resources, such as concrete materials, dynamic geometry software, among others. By enabling the three-dimensional representation of two-dimensional images, holograms emerge as an alternative didactic resource for these contents. The main objective of the present work was to understand how the use of holograms could contribute to the teaching of Spatial Geometry contents. In order to achieve this objective, three goals were established. The first was the development of holograms of geometric solids. To achieve this goal, it was necessary to produce a visualisation tool for the holograms, which was of low economic cost and easy to construct, and to make 3D videos of the geometric solids. The second goal was to analyse how holograms could facilitate the teaching of Space Geometry. To achieve this goal, a research project was developed with two classes of the IFPI - São Raimundo Nonato Campus, in which holograms were used as a didactic resource. Finally, the third goal was to verify with the students whether the holograms had increased their spatial visualization skills, this goal was achieved through a structured interview, developed using a form from the Google Forms platform. Also related to the second goal, another research was carried out, which had as target audience teachers, preferably of the Mathematics area. For the development of this research, a channel was created on the Youtube video platform, with the purpose of providing videos on the production of the hologram visualisation tool, as well as 3D videos of geometric solids. The dissemination of the research and the material available on the channel was carried out through groups of the WhatsApp messaging application. Data collection took place through a form from the Google Forms platform, which was found in the description of the dissemination video. From the data analysis it was possible to conclude that holograms, as a didactic resource, can contribute to teaching in different areas, as they have ample potential for the development/improvement of spatial visualization skills. Moreover, it can be considered as a playful and technological resource at the same time.

**Keywords:** Spatial Visualization. Technology. Ludic.

## LISTA DE IMAGENS

<b>Imagem 1</b> - Snoop Dogg (esquerda) e o holograma de Tupac Shakur (direita) em apresentação do Festival <i>Coachella</i> (2012) .....	19
<b>Imagem 2</b> - Hologramas de sólidos geométricos.....	20
<b>Imagem 3</b> - Ferramenta produzida por alunos da disciplina de Projeto Integrador.....	22
<b>Imagem 4</b> - Dennis Gabor .....	25
<b>Imagem 5</b> - Emmett Leith e Juris Upatnieks (1967).....	26
<b>Imagem 6</b> - Holograma do Trem de Brinquedo (1963) .....	26
<b>Imagem 7</b> - Yuri Denisjuk segurando seu holograma autorretrato.....	26
<b>Imagem 8</b> - Stephen Benton .....	27
<b>Imagem 9</b> - Blocos de Holografia (1975).....	27
<b>Imagem 10</b> - Holograma do Beijo (1976) .....	28
<b>Imagem 11</b> - Lloyd-Cross.....	28
<b>Imagem 12</b> - Hologramas de segurança, cédulas de R\$ 50,00 e R\$ 100,00 .....	29
<b>Imagem 13</b> - Henry Dircks .....	32
<b>Imagem 14</b> - Lâmpada fantasma Scienco.....	32
<b>Imagem 15</b> - Henry Pepper.....	32
<b>Imagem 16</b> - Transformação da “Monga”.....	35
<b>Imagem 17</b> - Pirâmide holográfica .....	59
<b>Imagem 18</b> - Ferramenta 1 .....	60
<b>Imagem 19</b> - Ferramenta 2 .....	60
<b>Imagem 20</b> - Holograma com linhas duplicas .....	60
<b>Imagem 21</b> - Ferramenta 3 .....	61
<b>Imagem 22</b> - Material distribuído aos alunos .....	61
<b>Imagem 23</b> - Ferramenta 4 .....	62
<b>Imagem 24</b> - Holograma sem linhas duplicas .....	62
<b>Imagem 25</b> - Construção da animação do cubo no Geogebra .....	63
<b>Imagem 26</b> - Ferramenta produzida.....	67
<b>Imagem 27</b> - Holograma - Tetraedro .....	67
<b>Imagem 28</b> - Comentários sobre o vídeo do Tronco de Cone na sala do Classroom .....	76
<b>Imagem 29</b> - Comentários dos alunos quanto aos sentimentos despertados ao visualizar os hologramas .....	77
<b>Imagem 30</b> - Contribuições dos hologramas para o entendimento dos conteúdos.....	79

<b>Imagem 31</b> - Situações interessantes relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa.....	80
<b>Imagem 32</b> - Comentários dos alunos quanto aos sentimentos despertados ao visualizar os hologramas .....	83
<b>Imagem 33</b> - Contribuições dos hologramas para o entendimento dos conteúdos.....	84
<b>Imagem 34</b> - Comentários sobre o vídeo da Pirâmide na sala do Classroom .....	84
<b>Imagem 35</b> - Situações interessantes relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa.....	85
<b>Imagem 36</b> - Porque utilizar os hologramas como metodologia de ensino .....	87
<b>Imagem 37</b> - Como você utilizaria este recurso em sala de aula, metodologia.....	88
<b>Imagem 38</b> - Opinião dos professores sobre o uso dos hologramas como recurso didático...	91
<b>Imagem 39</b> - Opinião dos professores sobre o uso dos hologramas como recurso didático...	91
<b>Imagem 40</b> - Relatos de experiências do ensino de Geometria Espacial de modo remoto.....	95
<b>Imagem 41</b> - Relatos de experiências do ensino de Geometria Espacial de modo remoto.....	96
<b>Imagem 42</b> - Relatos de experiências do ensino de Geometria Espacial de modo remoto.....	96

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Holograma de Transmissão .....	24
<b>Figura 2</b> - Holograma de Reflexão .....	24
<b>Figura 3</b> - “Dispositivo para mostrar imagens em movimento no fundo de um palco” .....	31
<b>Figura 4</b> - O Fantasma de Pepper - Apresentação .....	32
<b>Figura 5</b> - Início do show .....	33
<b>Figura 6</b> - Ponto alto do show.....	33
<b>Figura 7</b> - Formação da imagem virtual em um espelho plano .....	34

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> - Conhecimentos associados a Geometria Espacial nos ciclos I e II.....	38
<b>Quadro 2</b> - Conhecimentos associados a Geometria Espacial nos ciclos III e IV.....	39
<b>Quadro 3</b> - Unidade temática referente a Geometria Espacial.....	41
<b>Quadro 4</b> - Conhecimentos e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Fundamental – anos iniciais.....	43
<b>Quadro 5</b> - Conhecimentos e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Fundamental – anos finais.....	44
<b>Quadro 6</b> - Competências e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Médio	45
<b>Quadro 7</b> - Etapas de desenvolvimento da pesquisa.....	58
<b>Quadro 8</b> - Desenvolvimento da pesquisa em sala de aula.....	66
<b>Quadro 9</b> - Conteúdos trabalhados com o uso dos hologramas.....	68
<b>Quadro 10</b> - Perfil dos participantes que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa.....	68
<b>Quadro 11</b> - Conteúdos trabalhados com o uso dos hologramas.....	69
<b>Quadro 12</b> - Perfil dos participantes que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa.....	69
<b>Quadro 13</b> - Vídeos do canal Geometria em Hologramas.....	70
<b>Quadro 14</b> - Seções do Formulário de Coleta de Dados.....	71
<b>Quadro 15</b> - Organização da análise e discussão dos resultados da pesquisa.....	74

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> - Sexo.....	72
<b>Gráfico 2</b> - Faixa Etária.....	72
<b>Gráfico 3</b> - Sistemas de ensino em que atuavam profissionalmente.....	73
<b>Gráfico 4</b> - Níveis de ensino em que atuavam profissionalmente .....	73
<b>Gráfico 5</b> - Nível de apreciação de Geometria Espacial .....	75
<b>Gráfico 6</b> - Nível de compreensão dos conteúdos de Geometria Espacial.....	75
<b>Gráfico 7</b> - Quantitativo de vídeos 3D assistido fazendo uso da ferramenta de visualização .	76
<b>Gráfico 8</b> - Melhor metodologia para postagem do material .....	78
<b>Gráfico 9</b> - Nível de ampliação da capacidade de visualização dos sólidos no espaço tridimensional.....	79
<b>Gráfico 10</b> - Nível de apreciação de Geometria Espacial .....	81
<b>Gráfico 11</b> - Nível de compreensão dos conteúdos de Geometria Espacial.....	81
<b>Gráfico 12</b> - Quantitativo de vídeos 3D assistido fazendo uso da ferramenta de visualização .....	82
<b>Gráfico 13</b> - Melhor metodologia para postagem do material.....	83
<b>Gráfico 14</b> - Nível de ampliação da capacidade de visualização dos sólidos no espaço tridimensional.....	85
<b>Gráfico 15</b> - Perspectiva de seguir como professor de Matemática.....	86
<b>Gráfico 16</b> - Nível de dificuldade para ensinar Geometria Espacial de modo remoto .....	87
<b>Gráfico 17</b> - Modelos de ensino beneficiado com o uso dos hologramas para ensinar conteúdos de Geometria Espacial.....	88
<b>Gráfico 18</b> - Nível de conhecimento sobre hologramas.....	89
<b>Gráfico 19</b> - Nível de dificuldade no ensino remoto de Geometria Espacial.....	90
<b>Gráfico 20</b> - Possibilidade de utilização dos hologramas como recurso didático em aulas de Geometria Espacial .....	92
<b>Gráfico 21</b> - Possibilidade de utilização dos hologramas a partir da realidade escolar .....	93
<b>Gráfico 22</b> - Contribuição dos hologramas para ampliar a capacidade de visualização espacial .....	93
<b>Gráfico 23</b> - Níveis de ensino para aplicação dos hologramas, como recurso didático.....	94
<b>Gráfico 24</b> - Modelos de ensino mais beneficiados pelo uso de hologramas, como recurso didático.....	94
<b>Gráfico 25</b> - Nível de conhecimento sobre hologramas.....	97

<b>Gráfico 26</b> - Nível de facilidade do ensino do componente curricular quando associado aos hologramas .....	97
<b>Gráfico 27</b> - Possibilidade de utilização dos hologramas a partir da realidade escolar .....	98
<b>Gráfico 28</b> - Possibilidade de utilização dos hologramas.....	98
<b>Gráfico 29</b> - Níveis de ensino para aplicação dos hologramas, como recurso didático.....	99
<b>Gráfico 30</b> - Modelos de ensino mais beneficiados pelo uso de hologramas, como recurso didático.....	99

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
CD	- Compact disc
CNE	- Conselho Nacional de Educação
Covid-19	- Coronavirus Disease 2019
DWDH	- Direct-write-digital-holography
$f_r$	- Feixe de reflexão
$f_o$	- Feixe do objeto
IFPI	- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
LCD	- Liquid Cristal Display
MEC	- Ministério da Educação
NCTM	- National Council of Teachers of Mathematics
PCN	- Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN +	- Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	- Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PNLD	- Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PROFMAT	- Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional
PROEN	- Pró-reitoria de Ensino
REI	- Reitoria
SARS-CoV 2	- Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2
UFSC	- Universidade Federal de Santa Catarina
3D	- Três dimensões



## SUMÁRIO

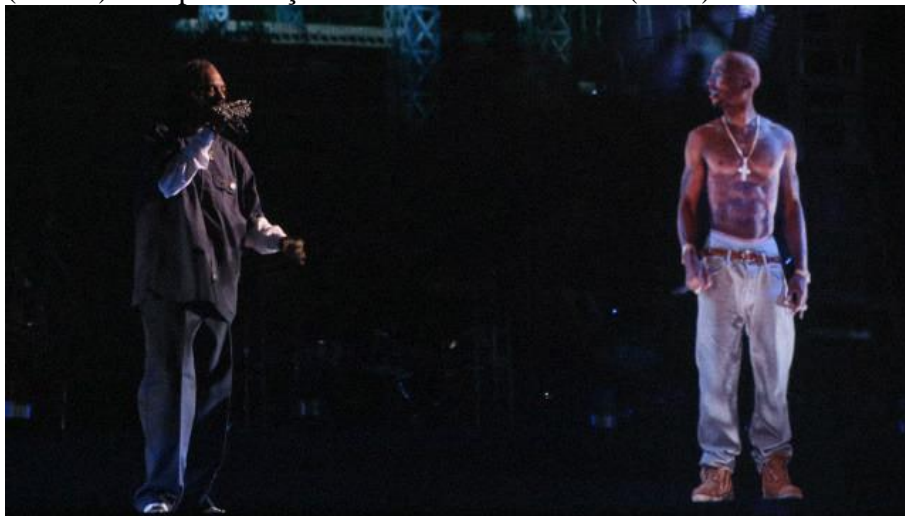
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>HOLOGRAMAS E ILUSÕES DE ÓPTICA: ENTENDENDO AS DIFERENÇAS CONCEITUAIS .....</b>	<b>23</b>
2.1	O QUE SÃO HOLOGRAMAS? .....	23
2.2	AS ILUSÕES DE ÓPTICA E O FANTASMA DE PEPPER.....	30
<b>3</b>	<b>ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: DOS PCNs A BNCC .....</b>	<b>36</b>
3.1	O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL DE ACORDO COM OS PCNs, PCNEM, PCN+ E ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO.....	36
3.2	O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL DE ACORDO COM A BNCC .....	41
<b>4</b>	<b>HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL, ENSINO DE GEOMETRIA E HOLOGRAMAS.....</b>	<b>47</b>
4.1	DEFININDO VISUALIZAÇÃO ESPACIAL .....	47
4.2	O ENSINO DE GEOMETRIA E O DESENVOLVIMENTO DA VISUALIZAÇÃO..	48
4.3	CONTEXTO HISTÓRICO E DIFICULDADES DO ENSINO DE GEOMETRIA.....	50
4.4	OS HOLOGRAMAS COMO FACILITADOR DO ENSINO.....	53
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>57</b>
5.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	57
5.2	DESENVOLVIMENTO DOS HOLOGRAMAS DE SÓLIDOS GEOMETRICOS .....	58
5.2.1	Desenvolvimento da ferramenta de visualização .....	59
5.2.2	Produção dos vídeos 3D .....	62
5.3	APLICAÇÃO NO ENSINO DE CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL .....	64
5.3.1	Pesquisa com alunos do 2º ano do Técnico Integrado em Administração .....	67
5.3.2	Pesquisa com alunos do curso de Licenciatura em Matemática .....	68
5.4	PESQUISA COM PROFESSORES .....	69
5.4.1	Instrumento de coleta de dados .....	70
5.4.2	Participantes da pesquisa .....	72
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>74</b>
6.1	ANÁLISE DA APLICAÇÃO NO ENSINO DE CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL.....	74
6.1.1	Pesquisa com alunos do 2º ano do Técnico integrado em Administração.....	74
6.1.2	Pesquisa com alunos do curso de Licenciatura em Matemática .....	80
6.2	ANÁLISE DA PESQUISA COM PROFESSORES .....	89

<b>6.2.1 Pesquisa com professores de Matemática .....</b>	<b>89</b>
<b>6.2.2 Pesquisa com professores de outras áreas do conhecimento .....</b>	<b>96</b>
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>100</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>102</b>
APÊNDICE A – IMAGENS DOS HOLOGRAMAS CITADOS COMO PREFERIDOS POR ALUNOS DO 2º ANO DO TÉCNICO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO .....	106
APÊNDICE B – IMAGENS DOS HOLOGRAMAS CITADOS COMO PREFERIDOS POR ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA .....	107
APÊNDICE C – FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO: PESQUISA COM ALUNOS DO 2º ANO DO TÉCNICO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO.....	108
APÊNDICE D – FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO: PESQUISA COM ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA .....	112
APÊNDICE E – FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO: PESQUISA COM PROFESSORES	117
ANEXO A – SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DE PESQUISA DE CAMPO.....	124
ANEXO B – CARTA AOS ALUNOS .....	125
ANEXO C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO.....	126

## 1 INTRODUÇÃO

No ano de 2012, um show do Festival *Coachella* chamou a atenção da grande mídia e tornou-se um dos assuntos mais comentados por semanas. Neste show, Snoop Dogg e Dr. Dre cantam com o *rapper* Tupac Shakur. O que há de tão extraordinário nisso? Acontece que Tupac Shakur faleceu no ano de 1996. Então, como pode ter acontecido este show? A imagem 1 apresenta uma foto deste momento.

**Imagem 1** - Snoop Dogg (esquerda) e o holograma de Tupac Shakur (direita) em apresentação do Festival *Coachella* (2012)



Fonte: <https://arstechnica.com/science/2012/04/tupac-hologram-merely-pretty-cool-optical-illusion/?comments=1>

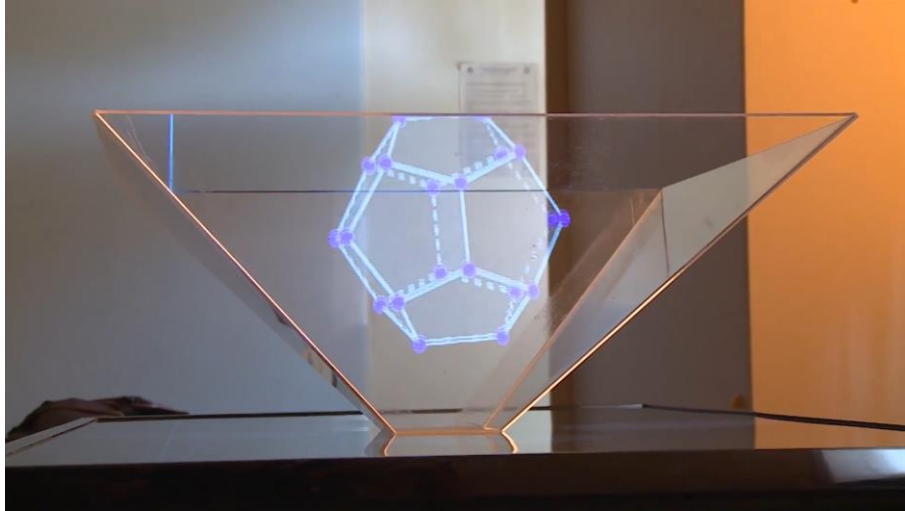
Ao olhar para a imagem 1, é possível ter a sensação de observar a foto de dois cantores vivos em um palco. É impressionante a naturalidade com que se percebe a imagem de Tupac Shakur, no entanto trata-se de um holograma, feito por computador. Durante o show, o holograma cantou, se movimentou pelo palco e, no fim, transformou-se em uma estrela, diante dos olhares de uma multidão.

Este show fez tanto sucesso que em 2014, no *Billboard Music Awards*, foi feita uma homenagem póstuma a Michael Jackson que se utilizava do mesmo recurso. Pode-se ainda citar como exemplos de utilização dos hologramas a cantora Hatsune Miku, uma boneca holográfica japonesa que possui aparentemente 16 anos, e os animais do Circo Roncalli.

Os hologramas também aparecem em diversos filmes, a exemplo de *Star Wars*, *Avatar*, *Homem de Ferro*, entre outros, e já pertencem ao imaginário popular. No entanto, este recurso não está restrito ao mundo do entretenimento, sendo possível encontrar aplicações no ensino, a

exemplo do trabalho desenvolvido por Rafael Lisboa, professor do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). A imagem 2 apresenta um dos hologramas produzidos neste trabalho.

**Imagem 2** - Hologramas de sólidos geométricos



Fonte: print screen de vídeo disponível em Machado (2018).<sup>1</sup>

Ao associar os hologramas ao ensino, abre-se um leque de infinitas possibilidades para aplicações destes. Entre estas possibilidades a Geometria Espacial apresenta-se como um campo promissor, com os seus diversos sólidos tridimensionais.

A Geometria Espacial está presente no currículo da educação básica, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio. E visualizar as formas de sólidos geométricos e suas propriedades, a partir de imagens bidimensionais de livros ou dos desenhos feitos pelo professor na lousa, exige bastante da imaginação do aluno e da criatividade do professor.

No espaço, é necessário que o aluno tenha a habilidade de visualização espacial desenvolvida para compreender os conceitos, propriedades, formas e tantas outras características que estes sólidos geométricos assumem. Logo, visualizá-los nas mais diferentes posições, poder observá-los quando planificados, analisando todas as figuras planas que o compõem é de grande importância.

No ensino presencial, o professor pode utilizar diversos recursos didáticos para facilitar o desenvolvimento de sua prática docente, no entanto grande parte destes recursos possuem limitações. Muitas vezes a limitação refere-se ao próprio modelo, a exemplo dos materiais

---

<sup>1</sup> MACHADO, Caetano. **Simulações com hologramas são utilizadas em pesquisa para o ensino da geometria.** Notícias da UFSC, 2018. Disponível em: <https://noticias.ufsc.br/2018/11/simulacoes-com-hologramas-sao-utilizadas-em-pesquisa-para-o-ensino-da-geometria/>. Acesso em: 11 mai. 2020.

concretos, outras vezes estão mais ligadas à estrutura física das escolas, como a ausência de laboratórios de informática ou computadores em número insuficiente para a quantidade de alunos em sala.

Estes recursos tornam-se ainda mais limitados em um contexto de pandemia, como a do SARS-COV 2/Covid-19, sendo necessário que estes sejam adequados ao novo modelo de ensino, o remoto. Neste contexto, os hologramas tornam-se um recurso didático ainda mais interessante, pois podem ser gerados a partir de um celular, que seja capaz de reproduzir vídeos, e uma ferramenta de visualização, que pode ser construído a partir de materiais reciclados, como capas acrílicas de CD, tornando-se uma ferramenta viável para o ensino remoto, podendo ser adaptado de acordo com o ambiente em que os alunos se encontram.

A proposta inicial deste trabalho era bem tímida. Desejava-se construir uma ferramenta que pudesse ser utilizada pelo professor em sala de aula, para gerar hologramas dos sólidos geométricos no momento em que estivesse ocorrendo a aula. Com a pandemia do SARS-COV 2/Covid-19, esta proposta ganha um corpo diferente, um outro significado, já não fazia mais sentido desenvolver esta ferramenta, porque os alunos agora estavam à distância.

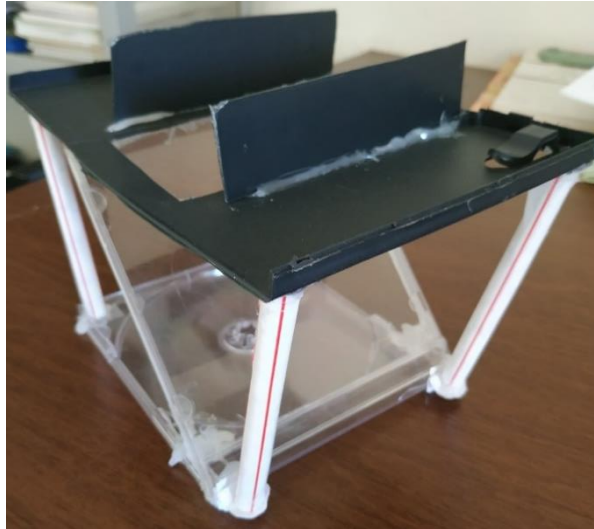
Assim, surge o questionamento: como o uso de hologramas pode contribuir no ensino de conteúdos de Geometria Espacial? Para responder a este questionamento estabeleceu-se três metas.

A primeira delas era o desenvolvimento dos hologramas de sólidos geométricos. Para alcançar esta meta seria necessária a produção de uma ferramenta de visualização dos hologramas, que fosse de baixo custo econômico e de fácil construção, e a elaboração de vídeos 3D dos sólidos geométricos.

As fontes de inspiração para a produção da primeira ferramenta de visualização foram: a adaptação feita por Jonh Henry Pepper do experimento de Henry Dircks, e um trabalho desenvolvido por um grupo de alunos, na disciplina de Projeto Integrador, no âmbito do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Piauí (IFPI) - *Campus* São Raimundo Nonato.

O trabalho em questão, consistia em uma ferramenta construída para visualizar vídeos holográficos, disponíveis em plataformas como o *Youtube*, fazendo uso de um celular para a geração dos hologramas. Na imagem 3 apresenta-se a ferramenta construída por este grupo de alunos.

**Imagem 3** - Ferramenta produzida por alunos da disciplina de Projeto Integrador



Fonte: Autora (2021)

A segunda meta consistia em analisar como os hologramas poderiam facilitar o ensino de Geometria Espacial no ensino remoto. A fim de alcançar esta meta, desenvolveu-se um projeto de pesquisa com duas turmas do IFPI – *Campus* São Raimundo Nonato, em que se utilizou os hologramas como recurso didático para o ensino de conteúdos de Geometria Espacial. Ainda relacionada a esta meta, foi desenvolvida uma outra pesquisa, que tinha como público alvo professores, preferencialmente da área de Matemática.

Por fim, a terceira meta consistia em verificar junto aos alunos se os hologramas haviam ampliado a sua habilidade de visualização espacial. Esta meta foi alcançada por meio de uma entrevista estruturada, desenvolvida com a utilização de um formulário da plataforma *Google Forms*.

A partir do desenvolvimento destas metas foi possível concluir que os hologramas, enquanto recurso didático, podem contribuir para o desenvolvimento/ampliação da habilidade de visualização espacial, além de ser um recurso simultaneamente lúdico e tecnológico.

Este trabalho está organizado em sete capítulos, onde: no capítulo 1 traz a introdução do trabalho, no capítulo 2 apresenta-se a diferença entre hologramas e ilusões de óptica, no capítulo 3 faz-se uma análise dos principais documentos que tratam do currículo escolar, o capítulo 4 traz a definição de habilidade de visualização espacial, trata ainda do contexto histórico do ensino de Geometria e das contribuições dos hologramas para o ensino. Os capítulos 5, 6 e 7 apresentam, respectivamente, a metodologia desenvolvida, os resultados e discussões e as considerações finais.

## 2 HOLOGRAMAS E ILUSÕES DE ÓPTICA: ENTENDENDO AS DIFERENÇAS CONCEITUAIS

Os hologramas são fontes de curiosidade. Por isso, este capítulo irá apresentar conceitos necessários ao entendimento do que se trata, a história de sua criação, desenvolvimento e aplicações presentes no cotidiano. Também é apresentado a história e os conceitos científicos de um tipo muito especial de ilusão de óptica, o mundialmente conhecido “Fantasma de Pepper”. A finalidade deste capítulo é diferenciar hologramas de ilusões de óptica, já que ambos têm sido popularmente chamados de “hologramas”.

### 2.1 O QUE SÃO HOLOGRAMAS?

De acordo com Valente; Pereira (2015, p. 142) “um holograma é uma imagem tridimensional gravada por meio de feixes de laser que resulta uma imagem em três dimensões pelo uso essencialmente da luz”. Almeida; Lima (2019, p. 74) define holograma como sendo o “[...] registro de um objeto bidimensional que, ao ser iluminado de forma correta, permite a sua observação com um caráter tridimensional [...]”.

Assim, pode-se definir os hologramas como sendo uma imagem em três dimensões. Seria esta imagem uma representação fotográfica, porém com um nível maior de realismo? Não necessariamente. Este tipo de imagem, apesar de ser bidimensional, guarda todas as informações deste objeto, tais como: a fase e a amplitude.

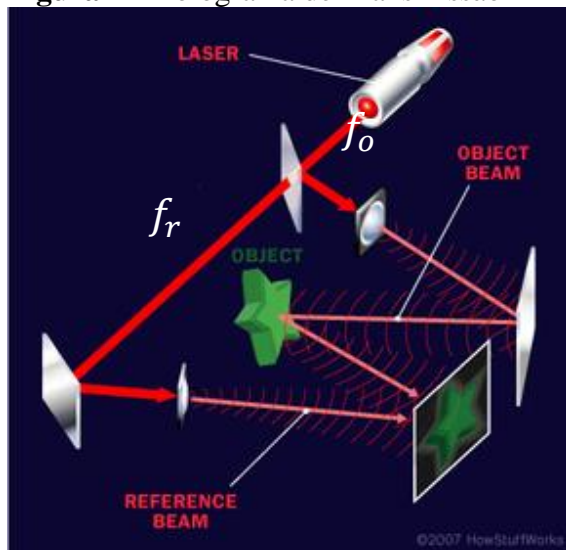
Valente; Pereira (2015, p. 143) afirma que: “diferente da fotografia que capta uma imagem por irradiação, a holografia consegue gravar a fase e a amplitude das ondas emitidas por um objeto em uma chapa ou filme fotográfico”. De acordo com Araújo (2018, p. 48), “[...] a luz refletida na superfície de uma foto, não traz a fase original consigo, apenas a sua amplitude. Contudo, os hologramas podem reconstruir tanto a fase quanto a amplitude original”.

Portanto, é a capacidade de apresentar características das ondas emitidas pelo objeto que faz com que o holograma pareça tão real, quando se observa uma destas imagens em profundidade. Ressalta-se que não é necessário a utilização de qualquer tipo de lentes especiais, basta o uso correto da iluminação, que varia de acordo com a classificação do holograma, para visualizar essas imagens em 3D.

Em relação a classificação, podemos dividi-los em duas categorias básicas que são:

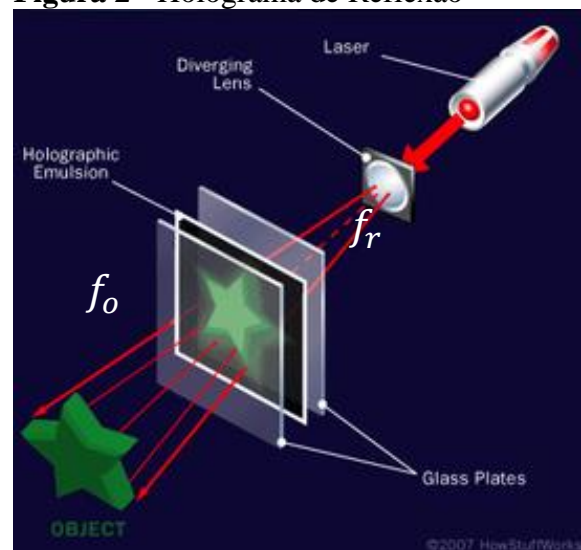
- Hologramas de Transmissão: Nesse tipo de holograma o feixe de luz do laser é dividido em dois: o feixe de referência ( $f_r$ ) e o feixe do objeto ( $f_o$ ). O feixe  $f_r$  passa por uma lente divergente que tem a finalidade de expandi-lo e atinge o filme ou placa holográfica. Em um percurso distinto, o feixe  $f_o$  também passa por uma lente divergente e é direcionado a fim de que atinja o objeto e a placa. Ambos os feixes incidem de um mesmo lado da placa ou filme holográfico. A figura 1 apresenta o sistema descrito.
- Hologramas de Reflexão: Neste caso, o feixe do laser é  $f_r$ , e ao ser projetado passa por uma lente divergente e atingem a placa ou filme holográfico. Uma parte desse feixe atravessa a placa e vai de encontro ao objeto, ao bater neste é novamente direcionado a placa, desta vez como  $f_o$ . Assim,  $f_r$  e  $f_o$  incidem em lados opostos da placa holográfica. Esse sistema está representado na figura 2.

**Figura 1** - Holograma de Transmissão



Fonte: Wilson (2021)

**Figura 2** - Holograma de Reflexão



Fonte: Wilson (2021)

Para visualizar as imagens 3D geradas por hologramas de transmissão basta atravessá-los por uma luz monocromática, ou uma luz que tenha um comprimento de onda. Já no caso dos hologramas de reflexão, basta que uma luz monocromática ou uma luz branca seja refletida na superfície da imagem para que seja possível visualizá-la em 3D. (WILSON, 2021)

Os termos holografia e holograma vêm do grego, onde *holos* pode significar: todo, conjunto ou inteiro; *grama* significa: escrito ou mensagem; *graphos* pode ser: sinal ou escrita. “Desta maneira, chega-se à mesma definição: a holografia corresponde ao ‘registro inteiro’ ou



o ‘registro total’ de uma imagem. E a palavra Holografia deriva de Holograma”. (BARCELLOS et al, 2015, p. 571).

Esta denominação foi dada por seu próprio criador, o húngaro-britânico Dennis Gabor (1900-1979), ganhador do prêmio Nobel em 1971 por sua criação. Em 1948, na tentativa de melhorar a imagem de microscópios eletrônicos, deixando-as mais nítidas, Gabor publica um trabalho onde apresenta um novo princípio óptico, porém o que é proposto neste princípio não resolve o problema inicial, mas cria os hologramas. No entanto, somente a partir de 1960, com o surgimento dos *lasers*, este trabalho pôde realmente ser colocado em prática. A imagem 4 apresenta Dennis Gabor.

**Imagem 4 - Dennis Gabor**



Fonte:

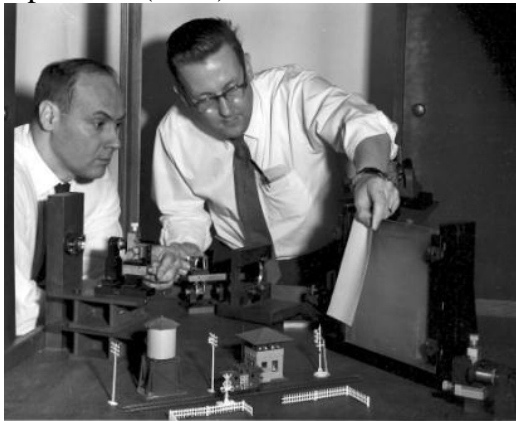
[https://en.wikipedia.org/wiki/Dennis\\_Gabor#/media/File:Dennis\\_Gabor\\_1971b.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Dennis_Gabor#/media/File:Dennis_Gabor_1971b.jpg)

Valente; Pereira (2015) dividem a história da holografia em três grandes saltos. Tendo sido o primeiro salto dado com o desenvolvimento da técnica por Gabor. Ressalta-se que, ainda em meados de 1950, o físico norte-americano Albert Baez (1912-2007) utilizou câmara de pinhole com uma lâmpada de mercúrio para produzir hologramas.

O segundo grande salto é dado a partir de 1962, com a chegada dos *lasers*. Sendo, o russo Yuri Denisyuk (1927-2006), e os americanos Emmett Leith (1927-2005) e Juris Upatnieks (1936 - ), os primeiros a se destacarem no desenvolvimento de novas técnicas para a criação de hologramas.

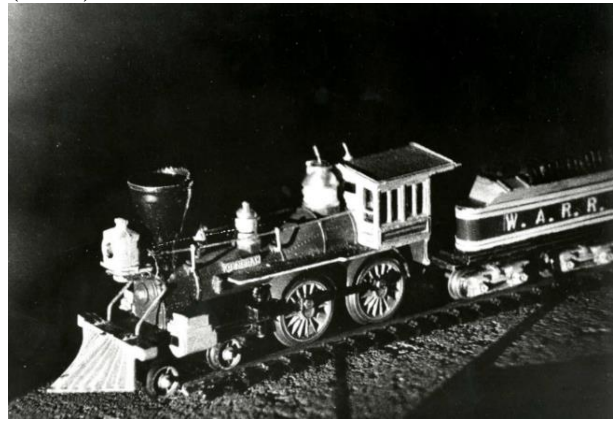
Enquanto Leith e Upatnieks são os responsáveis pelos avanços no desenvolvimento dos hologramas de transmissão, Denisyuk cria o primeiro holograma de reflexão, este último podia ser visto com a reflexão de uma lâmpada incandescente comum. As imagens 5 e 6 trazem Leith e Upatnieks e o holograma do trem de brinquedo, produzido em 1963. A imagem 7 traz Denisyuk e o holograma do autorretrato.

**Imagem 5** - Emmett Leith e Juris Upatnieks (1967)



Fonte: <https://www.institutnumerique.org/2-historical-references-52d0f22a2f3cf>

**Imagem 6** - Holograma do Trem de Brinquedo (1963)



Fonte: [https://americanhistory.si.edu/collections/search/object/nmah\\_1448340](https://americanhistory.si.edu/collections/search/object/nmah_1448340)

**Imagem 7** - Yuri Denisyuk segurando seu holograma autorretrato



Fonte: © 2006 SPIE – The International Society for Optical Engineering

Ainda no segundo salto, temos em 1968 os hologramas de Stephen Benton (1941-2003), mais conhecidos como hologramas do arco-íris, por se tratarem de imagens coloridas, além disso, bastava luz branca para visualiza-los. O efeito dos hologramas era gerado a partir da eliminação da paralaxe vertical e a manutenção da paralaxe horizontal, então movendo os olhos

na horizontal era possível ver um maravilhoso efeito. As imagens 8 e 9 trazem Benton observando um holograma de arco-íris e o holograma dos blocos que formam a palavra holografia, produzido em 1975.

**Imagem 8** - Stephen Benton



Fonte: <https://holocenter.org/what-is-holography/hologram-history>

**Imagem 9** - Blocos de Holografia (1975)



Fonte: <https://webmuseum.mit.edu/media.php?term=benton&module=objects&type=keyword&x=0&y=0&kv=67049&record=9&page=1&media=1>

Porém o maior expoente deste salto é Lloyd Cross, com os hologramas Multiplex/Estereográficos. Em parceria com Jerry Pethick, Cross desenvolveu em 1968 um sistema simplificado para a estabilização de câmeras holográficas, ainda nesse ano fundou o primeiro estúdio holográfico não industrial. Em 1971, fundou a sua própria escola de holografia, a Escola de Holografia San Francisco em San Francisco, California. Em 1972, desenvolveu a técnica de holograma integral que combinava a holografia com a cinematografia.

[...] Essa técnica possibilitou que hologramas fossem produzidos sem a necessidade de *lasers* na primeira etapa, ao invés disso, usava-se uma câmera de gravação comum e depois cada frame era convertido num holograma vertical impressos num filme holográfico. Assim, uma pequena animação holográfica aparecia no centro do cilindro iluminado com um feixe vertical posicionado ao centro. A paralaxe acontecia tanto com o espectador parado quanto se o mesmo se movesse lentamente em torno do cilindro. (VALENTE; PEREIRA, 2015, p. 144)

O holograma mais conhecido de Cross foi o “Beijo”, nele Pam Brazier parecia soprar um beijo e piscar, representado na imagem 10. A imagem 11 traz Lloyd Cross.

**Imagem 10** - Holograma do Beijo (1976)



Fonte: <https://www.americanscientist.org/article/whatever-became-of-holography>

**Imagem 11** - Lloyd-Cross



Fonte: <https://alchetron.com/Lloyd-Cross>

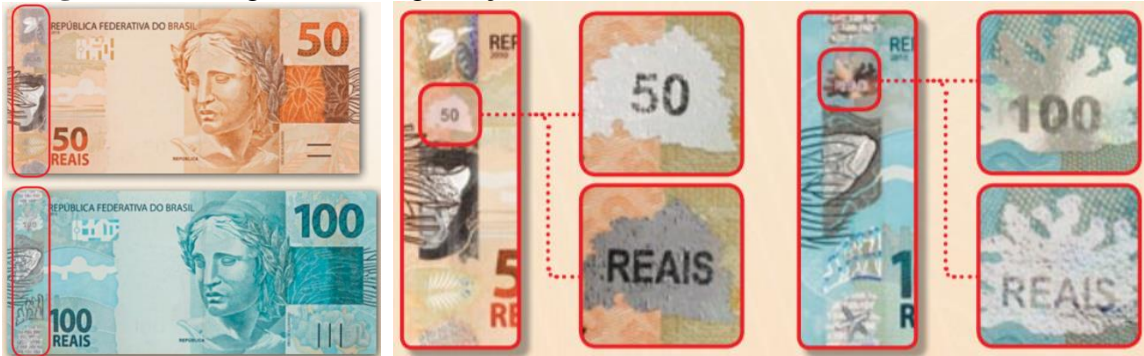
O terceiro salto tem seu início em meados de 1990, com a criação dos Estereogramas Full-Colour, desenvolvido por Walter Spierings e sua companhia, e dos hologramas feitos por computadores.

Com o advento de moduladores digitais de luz espacial um novo caminho se abriu para hologramas criados a partir de computadores ou câmeras com alta resolução. Com LCD era possível que a referência e o feixe do objeto se intersectem sob uma superfície fotossensível e cria-se diretamente o holograma, isso foi chamado de Holografia Digital por Escrita Direta (Tradução livre – Direct-write-digital-holography DWDH). (VALENTE; PEREIRA, 2015, p. 145)

Atualmente os hologramas de reflexão, produzidos por DWDH, são utilizados em diversos produtos, como forma de atestar a originalidade destes. Geralmente são objetos de alto valor e variam desde cartões bancários, roupas de marca, produtos de informática, remédios, até cédulas de dinheiro, documentos, e etc. Normalmente, se apresentam como faixas holográficas ou selos e podem possuir uma única imagem ou várias imagens, que servem como níveis para identificação e segurança.

O próprio Banco Central do Brasil aderiu aos hologramas como forma de segurança. Ao apresentar os itens de segurança das cédulas de dinheiro no folheto “Aprenda a identificar se o seu dinheiro é real”, traz os itens holográficos contidos nas cédulas de R\$ 50,00 e R\$ 100,00, imagem 12. Neste folheto são explicados quais os efeitos esperados dos hologramas ao movimentar as notas.

**Imagem 12** - Hologramas de segurança, cédulas de R\$ 50,00 e R\$ 100,00



Fonte: Compilação da autora (2021).<sup>2</sup>

A vantagem dos selos holográficos está no fato de que é impossível reproduzi-los em impressoras comuns, o que dificulta a produção de cópias destes, além de não ser necessário equipamentos para verificar sua autenticidade. Os selos que aparecem em cartões bancários, por exemplo, “[...] em geral, são gravados e reproduzidos em película fotográfica, películas plásticas bidimensionais especiais ou em poliéster metalizado [...]” (BARCELLOS, 2015, p. 575). Por serem colados com um tipo especial de fita adesiva, permitem uma rápida identificação de produtos que tenham tido selos violados.

As placas holográficas também podem ser consideradas como uma possibilidade de mídia para arquivos, pois possuem grande capacidade de armazenamento de dados. De acordo com Gomes (2010, p. 16): “Na holografia os dados são armazenados em padrões de luz codificados em um material sensível a luz. Os hologramas funcionam como espelhos microscópicos que refletem padrões de luz quando o laser se projeta sobre eles”. Segundo Araújo (2018, p. 64), “é possível armazenar uma alta densidade de informações em cristais ou fotopolímeros, com pequenos espaços disponíveis para armazenamento”.

Assim, os hologramas são muito mais do que imagens em três dimensões, são formas de codificação de informações, sendo possível sempre obter a informação por completo.

<sup>2</sup> Montagem a partir de imagens extraídas de Banco Central do Brasil.

Independente de a placa está completa ou não, cada pedaço de um holograma guarda as informações do todo, mesmo que sejam de perspectivas diferentes. (WILSON, 2021)

Diante de tantas possibilidades de aplicações e tamanho desenvolvimento nas últimas décadas, pode-se imaginar que já seja possível gerar vídeos holográficos, entretanto, este é um pensamento equivocado. Até o presente momento, não há registros de vídeos holográficos, o mais próximo de tal façanha são hologramas que simulam movimentos, a exemplo do holograma do “Beijo”, apresentado na imagem 10.

Então o que são os vídeos comumente apresentados como hologramas? Amplamente divulgados em eventos de grande porte, a exemplo do Festival *Coachella* (2012), *Billboard Awards* (2014) e até mesmo os shows da cantora Hatsune Miku, estas apresentações são ilusões de óptica, e se utilizam de computação gráfica e uma técnica conhecida como Fantasma de Pepper.

## 2.2 AS ILUSÕES DE ÓPTICA E O FANTASMA DE PEPPER

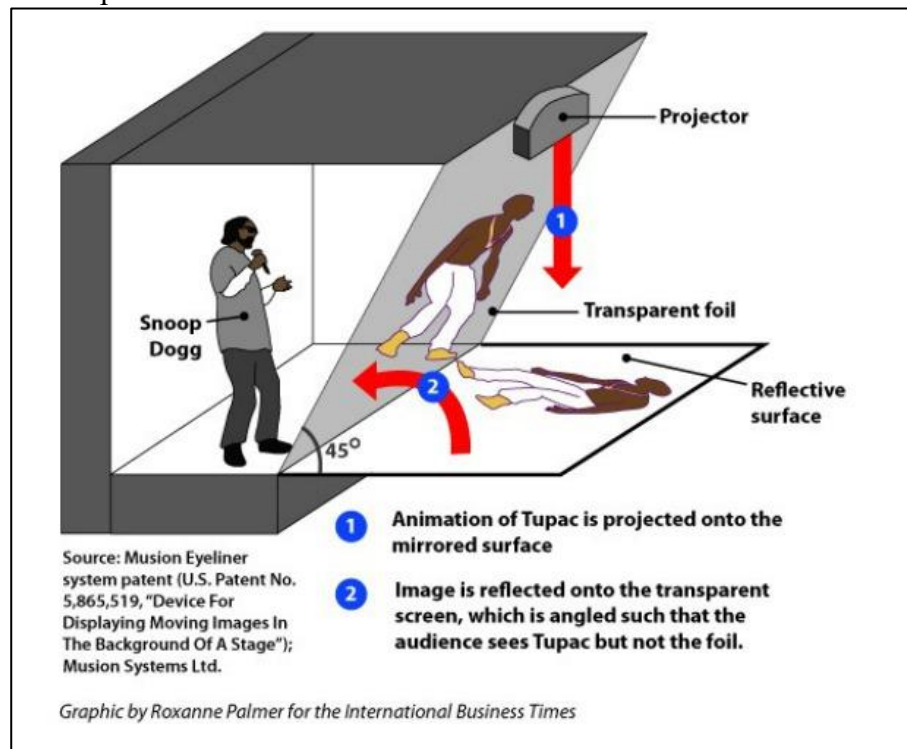
Voltando ao Festival *Coachella* (2012), pode-se dividir a produção da ilusão de óptica de Tupac Shakur em duas partes, bem distintas em suas finalidades. A tecnológica, responsável pela produção audiovisual do vídeo que foi projetado no momento da apresentação, e a técnica do Fantasmas de Pepper, fundamental para imprimir a sensação de realismo a reprodução do vídeo em 3D.

A técnica por traz desta ilusão de óptica é bem simples e não exige grande quantidade de materiais para a sua produção. A estrutura montada no palco era composta por apenas três itens: um projetor, uma superfície reflexiva, que poderia ser um espelho, e uma tela transparente, podendo ser até mesmo um plástico translúcido. No entanto, é o posicionamento destes itens que faz a diferença.

Para que a sensação de realismo seja gerada é fundamental que a superfície reflexiva forme um ângulo de  $45^\circ$  com a tela transparente. Além disso, é necessário que o plano de fundo do vídeo seja escuro ou transparente, deste modo apenas o objeto que deve ser visível ao espectador vai se destacar. A figura 3 apresenta a estrutura montada no palco do show do Festival *Coachella*.



**Figura 3** - “Dispositivo para mostrar imagens em movimento no fundo de um palco”



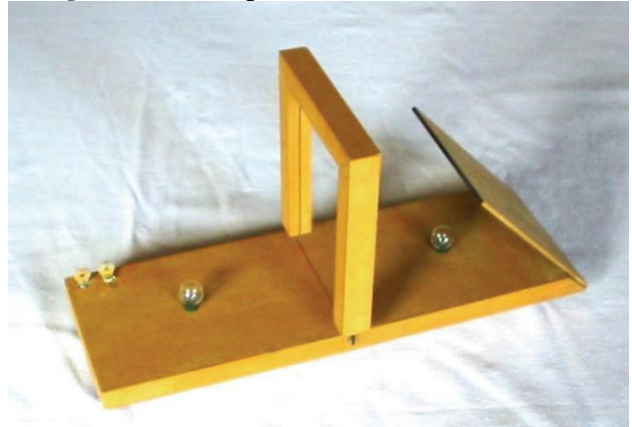
Fonte: <https://www.techtudo.com.br/noticias/noticia/2012/04/segre-do-por-tras-da-apresentacao-de-tupac-em-um-holograma-no-coachella-e-revelado.html>

O conhecimento desta técnica remonta ao século XIX. No ano de 1858, o engenheiro inglês Henry Dircks (1806-1873) apresentou a *British Association for the Advancement of Science* um dispositivo que gerava imagens virtuais de objetos. Este equipamento era bem simples, “[...] consistia de uma lâmina de vidro plana colocada sobre uma base na qual havia um anteparo para limitar a visão do observador. O aparato formava curiosas imagens virtuais que pareciam se fundir com objetos reais” (MEDEIROS, 2006, p. 334).

Um exemplo do equipamento construído por Dircks é a lâmpada fantasma de Scienco. Este experimento consiste em duas lâmpadas, uma acesa e oculta ao observador e a outra apagada e visível a este, simétricas em relação a um vidro. Ao observar a lâmpada apagada o observador tem a ilusão de que esta também se encontra acesa (MEDEIROS, 2006). Nas imagens 13 e 14 são apresentados Henry Dircks e a lâmpada fantasma de Scienco.

**Imagem 13 - Henry Dircks**

Fonte: <https://skullsinthestars.com/2016/12/20/dircks-and-pepper-a-tale-of-two-ghosts/>

**Imagem 14 - Lâmpada fantasma Scienco**

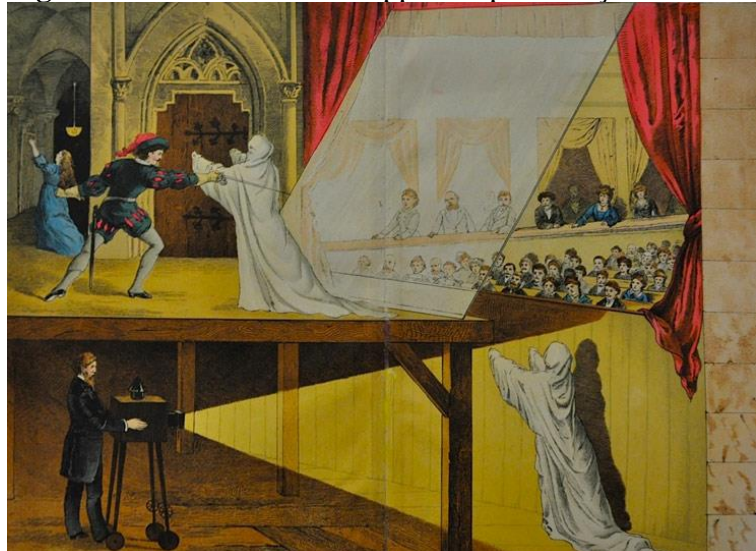
Fonte: Medeiros (2006)

A apresentação deste equipamento chamou a atenção de um já conhecido palestrante na área de ciências, o professor de Química John Henry Pepper (1821-1900), mais conhecido como “professor Pepper”.

Em parceria com Dircks, Pepper adequou o experimento, adaptando-o para o palco de um teatro. Desse modo, obtiveram a patente conjunta do equipamento, sendo os direitos financeiros reservados a Pepper. A imagem 15 traz John Henry Pepper e a figura 4 apresenta a estrutura aperfeiçoada e montada no palco.

**Imagem 15 - Henry Pepper**

Fonte: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=30837662>

**Figura 4 - O Fantasma de Pepper - Apresentação**

Fonte: <https://artislimited.files.wordpress.com/2014/09/lanterna-magica-art-politics.jpg>



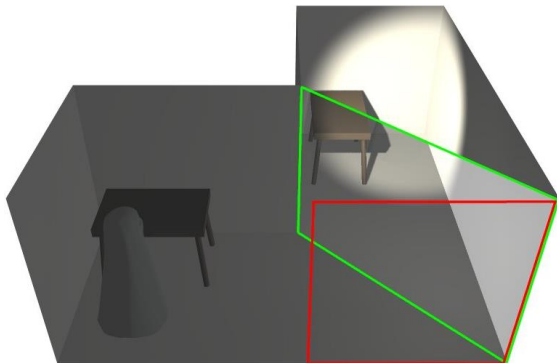
Como é possível perceber na figura 4, a adaptação feita por Pepper, consistia em inserir uma placa de vidro inclinada em um ângulo de  $45^\circ$ , que ficava de frente para o público e cobria toda a extensão frontal do palco. Abaixo do palco e sob a placa de vidro, existia um quarto com paredes enegrecidas e sem teto, onde ficava o ator vestido de fantasma e um sistema de iluminação, conhecido como “lanterna mágica”.

À medida que se aumentava a iluminação deste cômodo escondido, a imagem do fantasma refletia de forma mais visível no vidro, e dada a posição deste, passava a impressão de que o fantasma estivesse entre os atores sobre o palco.

O fundamento físico das projeções assim obtidas, com o dispositivo criado por John Pepper, baseia-se no fenômeno da reflexão parcial da luz nas interfaces entre dois meios com índices de refração diferentes. Quando a luz viaja através de um meio para outro, uma parte dessa luz é transmitida e outra parte é refletida na interface entre os dois meios. As quantidades relativas de luz que são transmitidas e refletidas dependem da razão entre os índices de refração dos dois meios assim como do ângulo de incidência da luz na interface. (MEDEIROS, 2006, p. 337)

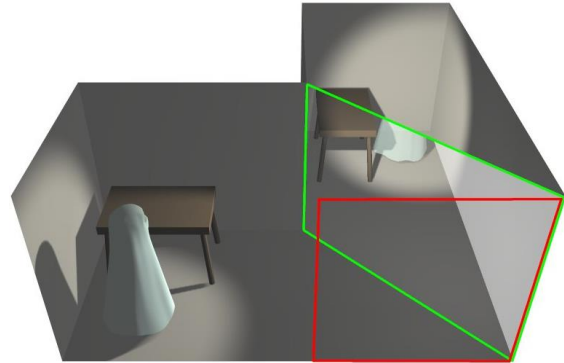
Este conceito físico também pode ser explorado através de uma estrutura montada de modo horizontal, em forma de L, para tanto utilizam-se dois cômodos perpendiculares entre si e que possuam as mesmas dimensões. As figuras 5 e 6 apresentam esta situação.

**Figura 5** - Início do show



Fonte:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Fantasma\\_de\\_Pepper#/media/Arquivo:Peppers\\_ghost\\_low\\_angle.jpg](https://es.wikipedia.org/wiki/Fantasma_de_Pepper#/media/Arquivo:Peppers_ghost_low_angle.jpg)

**Figura 6** - Ponto alto do show



Fonte:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Fantasma\\_de\\_Pepper#/media/Arquivo:Peppers\\_ghost\\_lit.jpg](https://es.wikipedia.org/wiki/Fantasma_de_Pepper#/media/Arquivo:Peppers_ghost_lit.jpg)

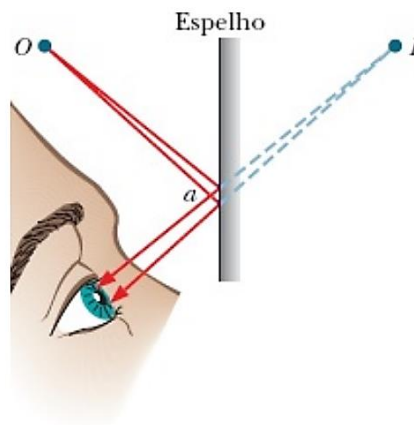
Na figura 5, observa-se a situação inicial do show. O espectador, que está de frente para a janela em vermelho, enxerga a sala vazia, que está a sua frente. Neste momento a sala oculta ao espectador, onde está o ator vestido de fantasma, se encontra totalmente sem iluminação. Aqui o vidro permite a passagem de quase toda a iluminação existente neste ambiente.

Com o aumento da iluminação no cômodo oculto, é possível visualizar ambos os cômodos através do vidro, situação apresentada na figura 6. Como os objetos que compõem a cena apresentam-se em posições simétricas em relação ao vidro, o espectador não consegue perceber a existência de dois ambientes distintos. Desse modo, tem-se a impressão de que o fantasma surgiu na sala.

Intensificando a iluminação no cômodo oculto e deixando o outro praticamente sem iluminação, o vidro reflete apenas o cômodo oculto, pois a luz que incide na superfície do vidro tende ao ângulo crítico de reflexão. Nesta situação, o vidro passa a funcionar como um espelho e reflete os raios luminosos que chegam à sua superfície.

Assim, as ilusões de óptica produzidas pela técnica do Fantasma de Pepper formam imagens virtuais dos objetos. De acordo com Halliday; Resnick; Walker (2016, p. 105), “um espelho plano pode formar uma imagem virtual de uma fonte luminosa (chamada objeto) mudando a direção dos raios de luz provenientes da fonte. A imagem é vista no ponto em que prolongamentos para trás dos raios refletidos pelo espelho se interceptam”. Como pode ser observado na figura 7.

**Figura 7** - Formação da imagem virtual em um espelho plano



Fonte: Halliday; Resnick; Walker (2016)

Por se tratar de um espelho plano, a distância entre objeto e o espelho é igual a distância entre a imagem formada e o espelho (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016). Desse modo, a imagem virtual formada pelo cômodo oculto coincide totalmente, exceto pela presença do ator vestido de fantasma, com a imagem real do cômodo que foi visto no início da apresentação, dando ao expectador a ilusão de visualizar exatamente o mesmo cômodo.

Se a variação da incidência de luz nos cômodos ocorre de forma contínua e progressiva, percebe-se um efeito ainda mais interessante, o de sobreposição das imagens. Esse efeito foi amplamente explorado no Brasil entre os anos de 1950 a 1980, através de uma apresentação circense conhecida como: “Casa da Monga”, “Monga” ou “Mulher-gorila”.

A apresentação iniciava com uma bela mulher trancada em uma jaula, esta passava por uma espécie de metamorfose enquanto o locutor falava, transformando-se em um gorila, que quebrava as grades da jaula e corria atrás dos espectadores do show. A imagem 16 apresenta a transformação da Monga.

**Imagem 16** - Transformação da “Monga”



Fonte: <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-49026834>

Até filmes nacionais, a exemplo de *Lisbela e o Prisioneiro* (2003), trazem essa apresentação em seu enredo. Neste filme em particular, o ator principal, interpretado por Selton Melo, explica para a mocinha do filme, interpretada por Débora Falabella, como é feita a transformação da mulher em macaco, apresentando a estrutura utilizada no truque.

Assim, este trabalho baseia-se em ilusão de óptica, mais especificamente, utiliza-se da técnica do Fantasma de Pepper para gerar imagens virtuais de sólidos geométricos a partir de vídeos 3D, reproduzidos em aparelhos celulares. E seguindo-se o padrão já popularizado, o termo holograma será utilizado, no decorrer desse texto, para designar as ilusões de óptica que se utilizam desta técnica.

### 3 ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: DOS PCNs A BNCC

A educação do Brasil tem passado, nos últimos dois anos, por um processo de adequação dos currículos escolares à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Instituída e orientada pela RESOLUÇÃO CNE/CP Nº 2, DE 22 DE DEZEMBRO DE 2017, a BNCC estabelece “o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.” (BRASIL, 2018, p. 7)

Neste capítulo procuramos explorar as principais mudanças entre as propostas curriculares apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e documentos complementares e a BNCC para o ensino de Geometria Espacial nos principais níveis escolares: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

#### 3.1 O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL DE ACORDO COM OS PCNs, PCNEM, PCN+ E ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tiveram sua primeira versão elaborada no ano de 1995, no entanto a versão final só foi lançada em 1997. Era composta de 10 livros e tratava apenas do I e II ciclos do Ensino Fundamental, que corresponderiam ao Ensino Fundamental - anos iniciais (1ª a 4ª séries). As publicações dos demais ciclos só ocorreram nos anos seguintes.

Em 1998 foi publicado os PCN relativo aos ciclos III e IV, que corresponderiam ao Ensino Fundamental - anos finais (5ª a 8ª séries). No ano seguinte foi publicado os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), no entanto, essa versão não era muito explícita em relação ao currículo, o que gerou a necessidade de publicação de documentos complementares em anos posteriores: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) em 2002 e Orientações Curriculares para o Ensino Médio em 2006.

O objetivo principal destes documentos era “[...] tornar-se uma referência para elaboração dos currículos escolares, como também servir de subsídio para elaboração das propostas curriculares estaduais e municipais” (SOUZA NETO, 2014, p. 113). Através dos PCNs, o Ministério da Educação (MEC) procurava direcionar a educação brasileira, afim de que houvesse um norte sobre os conteúdos mínimos para cada série/ano.

Os conteúdos a serem ministrados na disciplina de Matemática, nas séries do Ensino Fundamental, foram divididos em três eixos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas.

Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). (BRASIL, 1997, p. 38)

Portanto, os conteúdos relacionados a Geometria ficavam concentrados no eixo de Espaço e Formas, contemplando tanto a Geometria Plana quanto a Espacial. Já no eixo de Grandezas e Medidas estava concentrada a parte métrica, a exemplo dos cálculos de perímetros, áreas, volumes, entre outros.

Considerados como fundamentais para o desenvolvimento do pensamento que permite ao aluno “compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1997, p. 39), os conteúdos de Geometria permeiam todo o currículo proposto pelos PCNs, podendo-se estender esta abrangência à Geometria Espacial, que está presente em todos os ciclos.

O quadro 1 apresenta os objetivos, conteúdos conceituais e procedimentais e os critérios de avaliação que estão mais associados a Geometria Espacial nos ciclos I e II.

**Quadro 1** - Conhecimentos associados a Geometria Espacial nos ciclos I e II

	<b>I Ciclo</b>	<b>II Ciclo</b>
<b>Objetivo</b>	Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações.	Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções.
<b>Conteúdos conceituais e procedimentais</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc.</li> <li>• Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura</li> <li>• Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.</li> <li>• Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.</li> <li>• Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.</li> <li>• Identificação da simetria em figuras tridimensionais.</li> <li>• Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.</li> <li>• Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais</li> </ul>
<b>CrITÉrios de avaliação</b>	Localizar a posição de uma pessoa ou um objeto no espaço e identificar características nas formas dos objetos	Reconhecer e descrever formas geométricas tridimensionais e bidimensionais

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Faz-se necessário observar que os ciclos I e II correspondem ao que atualmente é considerado o Ensino Fundamental – anos iniciais. Partindo desse pressuposto, percebe-se que o aluno ao concluir estes ciclos deveria possuir toda uma noção de Geometria Espacial desenvolvida, incluindo neste processo o desenvolvimento da percepção espacial. Observa-se que, independentemente da forma que lhes são apresentados esses objetos, o aluno deveria ser capaz de reconhecê-los e não apenas isso, deveria reconhecer as suas planificações, bem como as figuras planas que os compõem, identificando ainda elementos que fazem parte destes sólidos, a exemplo de vértices, arestas, e etc.

Nas orientações didáticas é afirmado que “o pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades” (BRASIL, 1997, p. 82). Assim, o aluno era motivado a descobrir objetos com formas semelhantes aos sólidos geométricos em seu entorno, no seu cotidiano, diferenciando figuras bidimensionais e tridimensionais.

Analisando os PCNs referentes aos ciclos III e IV, referentes ao Ensino Fundamental – anos finais, percebe-se que este mantém a mesma linha de tratamento dada a Geometria nos ciclos I e II, sendo um aperfeiçoamento dos conceitos já vistos. Quanto a Geometria Espacial, percebe-se que o foco está no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial.

No quadro 2 são apresentados os objetivos, conteúdos conceituais e procedimentais e os critérios de avaliação que estão mais associados a Geometria Espacial nos ciclos III e IV

**Quadro 2 - Conhecimentos associados a Geometria Espacial nos ciclos III e IV**

	<b>III Ciclo</b>	<b>IV Ciclo</b>
<b>Objetivo</b>	Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações.	Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.
<b>Conteúdos conceituais e procedimentais</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.</li> <li>• Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas.</li> <li>• Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).</li> <li>• Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas</li> </ul>
<b>Crítérios de avaliação</b>	Analisar, classificar e construir figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, utilizando as noções geométricas como ângulos, paralelismo, perpendicularismo, estabelecendo relações e identificando propriedades.	Não há um critério de avaliação específico para a Geometria Espacial

Fonte: Adaptado de Brasil (1998)

Ao observar os conteúdos destes ciclos, percebe-se que apesar de Geometria Espacial não ter muito destaque, havendo uma prevalência dos conteúdos relacionados a Geometria Plana e de Posição, estes conteúdos não são estanques. Enquanto o ciclo III está focado na revisão e ampliação dos conceitos já explorados em ciclos anteriores, o ciclo IV já explora as seções de sólidos geométricos, as posições relativas de arestas e faces, e etc.

No entanto, quando se considera os critérios de avaliação do ciclo IV, percebe-se que a Geometria Espacial fica relegada a um segundo plano, não havendo um critério de avaliação

específico para esta. Ressalta-se que os critérios estavam focados apenas nos conteúdos que eram considerados como “[...] fundamentais para que se possa considerar que um aluno desenvolveu as capacidades previstas de modo que possa continuar aprendendo no ciclo seguinte, sem que seu aproveitamento seja comprometido” (BRASIL, 1998, p. 75)

Quanto ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, é necessário analisar os três documentos que foram direcionados a este nível escolar. Iniciando pelo PCNEM, este documento estabelece como referência uma única competência em relação ao estudo da Geometria que consiste em: “identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade” (BRASIL, 1999, p. 97).

Dentre os documentos publicados a fim de direcionar o currículo escolar sugerido para o Ensino Médio, os PCN+ fazem o papel de delimitar conteúdos por séries/anos. Em suas orientações para o componente curricular de Matemática, é afirmado que os conteúdos desta disciplina podem ser resumidos a três eixos estruturadores, sendo estes: Álgebra: números e funções, Geometria e medidas, e Análise de dados (BRASIL, 2002).

Por ser considerada fundamental para a percepção e compreensão do mundo real, o eixo estruturador de Geometria e medidas foi organizado em quatro unidades temáticas, sendo estas: Geometria Plana, Espacial, Métrica e Analítica. Assim esperava-se desenvolver no aluno a “habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas” (BRASIL, 2002, p. 123).

Considerando-se a necessidade do desenvolvimento de tais capacidades, foi estabelecido que o ensino de Geometria deveria contemplar:

[...] o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais; análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos. (BRASIL, 2002, p. 123).

Ficando a cargo da unidade temática referente ao ensino de Geometria Espacial os conteúdos e habilidades descritos no quadro 3.



**Quadro 3 - Unidade temática referente a Geometria Espacial**

Conteúdos	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos dos poliedros, sua classificação e representação;</li> <li>• sólidos redondos;</li> <li>• propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo;</li> <li>• inscrição e circunscrição de sólidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.</li> <li>• Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.</li> <li>• Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.</li> <li>• Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Brasil (2002)

Estes conteúdos ficaram restritos a um único ano letivo, que seria a 2ª série do Ensino Médio, sendo disposto juntamente com os conteúdos de métrica. Ressalta-se que estas orientações nortearam a elaboração dos livros didáticos do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) até o ano 2017.

Comparando-se os conteúdos de Geometria Espacial propostos para o III e IV ciclos do Ensino Fundamental e os do Ensino Médio, percebe-se que os conteúdos deste último nível escolar exploram de forma bem tímida a Geometria Espacial, sendo assim uma revisão bem mais sucinta do que a proposta no III ciclo e deixando de explorar de forma significativa avanços muito interessantes previstos para o IV ciclo.

Por sua vez, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, de 2006, buscavam auxiliar no debate sobre o que havia sido proposto nos PCNEM e PCN+. Neste documento são sugeridas, por exemplo: formas de trabalhar os conteúdos e de trazer a tecnologia para a sala de aula.

Entre as sugestões apresentadas, está a utilização de programas de geometria dinâmica para auxiliar no ensino da Geometria. Sendo estes indicados também para o trabalho do conteúdo de poliedros, afirmando que “neles, há poliedros em movimento, sob diferentes vistas, acompanhados de planificação. São programas apropriados para o desenvolvimento da visualização espacial” (BRASIL, 2006, p. 89).

### 3.2 O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL DE ACORDO COM A BNCC

Em 2017 o Conselho Nacional de Educação (CNE) apresentou a RESOLUÇÃO CNE/CP Nº 2, DE 22 DE DEZEMBRO DE 2017, esta resolução é responsável por instituir e orientar a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2018, p. 7)

Assim, todo o currículo escolar passa a ser pautado a partir da BNCC, o que não invalida os PCNs, já que estes eram apenas orientações para os currículos. Os efeitos desta mudança já podem ser sentidos a partir dos materiais avaliados no PNLD de 2021.

Quanto a Matemática, a BNCC afirma que: “o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2018, p. 265). Essa afirmação reverbera na forma como a disciplina se encontra na nova estrutura escolar, sendo um dos componentes obrigatórios nos itinerários formativos que serão construídos pelas escolas para o Novo Ensino Médio.

A fim de garantir que ao final do Ensino fundamental os alunos tenham desenvolvido “[...] a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (BRASIL, 2018, p. 265), a Matemática foi dividida em cinco unidades temáticas, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Estas podem ter maior ou menor ênfase, dependendo do ano escolar.

Por ser considerada necessária a resolução de problemas no mundo real e também em outras áreas, a Geometria mantém seu lugar entre os conhecimentos a serem adquiridos ao longo do Ensino Fundamental. Devido ao seu potencial de desenvolver o pensamento geométrico, são explorados conteúdos como: “posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais” (BRASIL, 2018, p. 271).

Em relação ao estudo das formas, a expectativa é de que alunos que concluem os anos iniciais do Ensino Fundamental: “indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa”

(BRASIL, 2018, p. 272). Para tanto, são indicados vários recursos didáticos que podem auxiliar nesse processo de aprendizagem, entre eles estão os *softwares* de geometria dinâmica, que tem ganhado destaque ao longo dos anos.

No quadro 4, estão dispostos os conhecimentos e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Fundamental – anos iniciais.

**Quadro 4** - Conhecimentos e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Fundamental – anos iniciais

	<b>Objetos de conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
<b>1º ano</b>	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.	(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.
<b>2º ano</b>	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
<b>3º ano</b>	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações.	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
<b>4º ano</b>	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
<b>5º ano</b>	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018)

Os conteúdos de Geometria presentes no Ensino Fundamental – anos Finais são vistos como uma revisão e ampliação do que já foi desenvolvido ao longo do Ensino Fundamental – anos iniciais. Percebe-se que o foco neste nível escolar está nos conteúdos de Geometria Plana, sendo pouco explorada a Geometria Espacial. No quadro 5, estão dispostos os conhecimentos e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Fundamental – anos finais.

**Quadro 5** - Conhecimentos e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Fundamental – anos finais

	<b>Objetos de conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
<b>6º ano</b>	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
<b>9º ano</b>	Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018)

Ressalta-se que os conhecimentos de Geometria Espacial em alguns anos letivos, a exemplo dos 7º e 8º anos, ficam restrito ao cálculo de perímetros, áreas e volumes dentro da unidade de Grandezas e Medidas.

Segundo a BNCC, “a área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos” (BRASIL, 2018, p. 471). O Ensino Médio tem, portanto, a finalidade de revisar estes conhecimentos, fixa-los e expandi-los. Para isso são apresentados novos recursos didáticos, com ênfase nas tecnologias digitais, e uma proposta que integra a Matemática a várias outras áreas do conhecimento e situações da realidade.

Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior. (BRASIL, 2018, p. 528)

Desse modo, são propostas cinco competências específicas para o componente curricular de Matemática, que estão associadas a habilidades a serem alcançadas. Estas competências podem ser reorganizadas em três unidades temáticas, sendo: Números e Álgebra, Geometria e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Ao ensino de Geometria e Medidas estão associadas 12 habilidades, das quais apenas 3 foram consideradas mais associadas a Geometria Espacial. No quadro 6 são apresentadas as competências específicas e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Médio.

**Quadro 6 - Competências e habilidades associados a Geometria Espacial no Ensino Médio**

<b>Competência específica</b>	<b>Habilidades</b>
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Fonte: Adaptada de Brasil (2018)

É notório que todas as habilidades, dispostas no quadro 6, estão relacionadas ao cálculo de perímetros, áreas e volumes, sendo mais adequado associa-las a uma unidade temática de métrica.

Fazendo um rápido comparativo entre os currículos propostos pela BNCC e os PCNs, no que tange aos conteúdos de Geometria Espacial, é notável o enxugamento que estes conteúdos sofreram, independentemente do nível escolar de que se esteja tratando. Ficando bem perceptível este enxugamento no Ensino Fundamental – anos finais, correspondente aos ciclos III e IV, e o Ensino Médio.

Começando pelos anos iniciais do Ensino Fundamental, que corresponderia aos ciclos I e II, pode-se perceber que não há grandes perdas, no entanto, não há ganhos, basicamente foi mantido a mesma proposta curricular. É neste nível escolar que se encontra a maior concentração de conhecimentos de Geometria Espacial, por se tratar de conteúdos que são fundamentais para o desenvolvimento da percepção espacial dos alunos.

Quanto aos anos finais do Ensino Fundamental, que seria o correspondente aos ciclos III e IV, é perceptível que o currículo da BNCC é bem mais restrito, abordando apenas prismas, pirâmides e as vistas ortogonais de figuras espaciais, deixando a desejar até mesmo para uma revisão dos anos iniciais. Para o Ensino Médio constata-se situação análoga, ficando os

conteúdos de Geometria Espacial restritos aos cálculos de perímetros, áreas e volumes e suas deduções a partir do Princípio de Cavalieri.

## 4 HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL, ENSINO DE GEOMETRIA E HOLOGRAMAS

Neste capítulo é feita uma rápida abordagem da definição de visualização espacial, além de apresentar a sua importância para a compreensão dos conteúdos de Geometria e a contextualização histórica do ensino desta área da Matemática. Também é discutido como os hologramas podem ser um instrumento facilitador do ensino, ao tornar possível a representação tridimensional de imagens bidimensionais.

### 4.1 DEFININDO VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

O conceito de visualização espacial é de grande importância em diversas áreas, sendo discutido e definido por estas de diferentes formas. No ensino de Matemática não é diferente, muitos autores tem trazido à luz a necessidade de um ensino que favoreça o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial. Mas afinal, do que se trata essa habilidade?

De acordo com Alves (2007), a visualização espacial consiste na imagem visual elaborada ou concebida de um objeto que não está diante dos olhos, ou seja, trata-se da imagem mental construída a respeito de um determinado objeto. Esse conceito é comungado por Settemy; Bairral (2020, p. 192): “A visualização se caracteriza como um processo de formação de imagens que transita entre as representações 2D e 3D, sem haver prioridade entre uma delas”. Ainda segundo estes autores, não é necessário que o objeto esteja ao alcance dos olhos para a construção destas imagens.

Para Gutiérrez (1996, p. 9), a visualização consiste em um “tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, mentais ou físicos, realizada para resolver problemas ou provar propriedades”. Ainda de acordo com este autor, são quatro os principais elementos que compõem a visualização: “imagens mentais, representações externas, processos de visualização, e habilidades de visualização” (ibidem).

‘Visualização é a habilidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre fotos, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de retratar e comunicar informações, pensando e desenvolvendo ideias anteriormente desconhecidas e entendimentos avançando’ (ARCAVI, 2003, p. 26).

Assim, a visualização espacial pode ser entendida como a capacidade que um indivíduo tem de, a partir de informações que lhe são transmitidas, sejam elas descrições orais, visuais, planas ou tridimensionais, representar mentalmente o objeto, propriedade, condição, etc., descrito.

Segundo Gutiérrez (1996), são os dois processos que se executa na visualização: a interpretação visual da informação com a finalidade de criar imagens mentais e a geração de informações a partir da interpretação destas imagens. Desse modo, a visualização torna-se fundamental ao desenvolvimento pessoal e profissional, sendo de extrema relevância a qualquer área do conhecimento.

Settemy; Bairral (2020, p. 177) afirmam que a visualização “é um processo individual que não é inato e, portanto, precisa ser ensinado”. Assim, é imprescindível que esta habilidade seja trabalhada no decorrer do currículo escolar, perpassando por todos os níveis de ensino, não ficando restrita aos anos iniciais de estudo.

De acordo com Seabra; Santos (2005, p. 120), “indivíduos com alta habilidade de visualização espacial possuem aguda sensibilidade para detalhes visuais, esboçam ideias graficamente e facilmente se orientam no espaço tridimensional”. Assim, torna-se relevante discutir o desenvolvimento desta importante habilidade.

#### 4.2 O ENSINO DE GEOMETRIA E O DESENVOLVIMENTO DA VISUALIZAÇÃO

O desenvolvimento da habilidade visualização espacial está intimamente ligado ao estudo da Geometria. Gutiérrez (1996, p. 4) afirma que “A geometria pode ser considerada como a origem da visualização em matemática [...]”. Matos (1993, p. 1) diz que: “a visualização espacial, em particular, é simultaneamente facilitadora de uma aprendizagem da Geometria, e desenvolvida pelas experiências geométricas na sala de aula”.

Os PCNs, ao orientarem os currículos escolares, já relatavam a importância da Geometria para o desenvolvimento dos alunos ao afirmar que: “os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”. (BRASIL, 1997, p. 39)

O desenvolvimento do pensamento geométrico e sua importância é um tema que vem sendo discutido a bastante tempo, dando lugar a proposição de modelos de aprendizagem. Um



dos modelos bem conhecidos é o criado pelos professores Van Hiele, este trabalho foi orientado por Hans Freudenthal e publicado em 1959.

O Modelo de Van Hiele indica cinco níveis de compreensão para a aprendizagem geométrica, sendo: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Neste modelo a visualização é considerada como o nível 0, sendo os níveis numerado de 0 a 4. Estes níveis são descritos por Kaleff et al. (1994, p. 4-5):

**NÍVEL 0 - VISUALIZAÇÃO ou RECONHECIMENTO:** Neste estágio inicial, os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais. Conceitos geométricos são levados em conta como um todo, sem considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Assim, figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, podendo ser chamadas de triângulo, quadrado, etc., mas os alunos não explicitam as propriedades de identificação das mesmas. Um aluno, neste nível, pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas, reproduzir uma figura dada, etc.

**NÍVEL 2 - DEDUÇÃO INFORMAL ou ORDENAÇÃO:** Neste nível, os alunos formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras (por exemplo, um quadrilátero com lados opostos paralelos necessariamente possui ângulos opostos iguais) e entre figuras (por exemplo, um quadrado é um retângulo porque ele possui todas as propriedades do retângulo). Podem também distinguir entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito geométrico. Assim, classes de figuras são reconhecidas, inclusão e interseção de classes são entendidas; entretanto, o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como um todo, ou o papel dos axiomas. Provas formais podem ser acompanhadas, mas os alunos não percebem como construir uma prova, partindo-se de premissas diferentes.

**NÍVEL 3 - DEDUÇÃO FORMAL:** Neste nível, os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de uma outra ou de outras. A relevância de tais deduções é entendida como um caminho para o estabelecimento de uma teoria geométrica. Os alunos raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, com termos indefinidos, com axiomas, com um sistema lógico subjacente, com definições e teoremas. Um aluno neste nível pode construir provas (e não somente memorizá-las) e percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira.

**NÍVEL 4 - RIGOR:** Neste nível, os alunos avaliam vários sistemas dedutivos com um alto grau de rigor. Comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos. São capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

De forma mais resumida Lorenzato (1995, p. 11) diz que: “No nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência: a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades)”.

Assim, é possível deduzir do Modelo Van Hiele que a visualização espacial é considerada o desenvolvimento mais elementar do pensamento geométrico. Ressalta-se que o progresso nestes níveis não está diretamente associado a idade, podendo em uma mesma sala

de aula existir alunos em níveis totalmente distintos. Sendo este um processo contínuo, poucos alunos conseguem desenvolver o nível do rigor. (KALEFF et al., 1994)

Essa percepção é corroborada pelos PCNs, que afirma ser a visualização o passo inicial da construção do pensamento geométrico. Assim, é fundamental que as crianças relacionem as formas geométricas aos objetos e formas que estão associadas ao seu cotidiano, somente a partir desta associação, construção da imagem mental das formas geométricas, é possível conceituá-las, agregar propriedades e definições. (BRASIL, 1997)

No entanto, faz-se necessário diferenciar a habilidade de visualização do mero reconhecimento visual de objetos a partir de suas formas.

É importante ser observado que, embora a maioria das representações dos objetos geométricos seja perceptível visualmente, é imprescindível não se confundir a habilidade da visualização, isto é, a habilidade de se perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção sensorial das diferentes representações possíveis desse objeto. Ou seja, não confundir ver com os olhos da mente (visualizar) com ver o objeto (a imagem real, visual ou tátil do objeto físico) por meio do aparato sensorial, principalmente daquele advindo das imagens visuais ou táteis geradas por um desenho (gráfico ou em auto-relevo), sinais, fotos, traçados gráficos computadorizados etc. (KALEFF, 2015, p. 84-85)

Assim, o reconhecimento do objeto geométrico a partir de uma representação real é de grande importância para que o aluno possa criar imagens mentais, ou seja, uma interpretação visual das informações, e para isso o professor pode-se utilizar dos mais variados recursos didáticos. No entanto, é somente a partir da construção da imagem mental que o aluno será capaz de desenvolver o pensamento geométrico em toda a sua extensão, interpretando estas imagens e associando a definições abstratas.

“Acredito que haja um consenso geral de que a visualização é um componente básico em aprender e ensinar geometria tridimensional” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 11). Desse modo, o estudo de Geometria Espacial torna-se imprescindível para o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial. Explorar o espaço e suas formas, bem como a suas propriedades, torna-se requisito fundamental para o ensino.

#### 4.3 CONTEXTO HISTÓRICO E DIFICULDADES DO ENSINO DE GEOMETRIA

Muitos são os autores que relatam o apagão que houve no ensino de Geometria no Brasil ao longo de algumas décadas. Entre os textos que se destacam, temos: Pavanello (1993), Kaleff (1994); Lorenzato (1995).

De acordo com Pavanello (1993), esse abandono deve-se em muito a lei nº 5692/71, Lei de Diretrizes e Base da Educação de 1971. “A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de Matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com geometria, deixassem de incluí-la em sua programação” (Ibidem, p. 7).

Um outro fator a ser considerado é o Movimento da Matemática Moderna, que foi amplamente difundido pelo mundo entre as décadas de 1960 e 1970, este movimento surge como uma forma de atender as demandas decorrentes da modernização econômica. Por privilegiar o pensamento científico e tecnológico, dava ênfase aos métodos algébricos em detrimento de outras áreas do conhecimento matemático. Assim, buscava-se trazer para a sala de aula a Matemática pura, o problema é que os alunos não estavam preparados para essa reforma. (BRASIL, 1997)

Kaleff (2015, p. 79) aponta que durante este período “[...] a geometria escolar foi relegada a um segundo plano, até mesmo na escola básica, tendo sido privilegiado o uso das linguagens matemáticas simbólicas (algébrica, da teoria dos conjuntos e da lógica) em detrimento do uso de figuras e desenhos”. Carvalho (2008) aponta que até mesmo nos livros didáticos havia uma predominância de conteúdos como estruturas algébricas e uso da linguagem da teoria dos conjuntos. Assim, esse movimento teve grande parcela no abandono do ensino de Geometria.

O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, com demonstrações, e nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje. (Lorenzato, 1995, p. 4)

Apesar da tendência internacional de retorno do ensino de Geometria aos currículos escolares a partir de 1970, somente em meados de 1990 através dos PCNs é que esta tendência chega ao Brasil. “[...] As orientações dos Parâmetros apontavam como a escola deveria entender o papel da Matemática e como o aluno poderia ser estimulado a valorizá-la como um instrumental para ‘ler’ e compreender o mundo à sua volta por meio da Geometria” (KALEFF, 2015, P. 79).

Um ponto marcante nesse retorno acontece em 1980, quando um conselho norte-americano, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), apresenta o documento

intitulado *An agenda for action*, que poderia ser traduzido como Agenda para Ação, onde propõem mudanças para o ensino de Matemática. “Nele destacava-se a resolução de problemas como foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares” (BRASIL, 1997, p. 20).

Em conformidade com este documento, os próprios PCNs enfatizam a necessidade de readequação do ensino da Matemática, afirmando que a Matemática pura não era adequada a sala de aula. Além disso, indicava a necessidade de associar os conhecimentos, de forma equilibrada e indissociável, a realidade dos alunos, ao mundo do trabalho e aos conhecimentos desenvolvidos em outras áreas. (BRASIL, 1997)

A fim de auxiliar o professor nesta tarefa, são sugeridos alguns caminhos que poderiam ajudar, a exemplo do uso de recursos como: resolução de problemas, utilização da História da Matemática, jogos e as tecnologias da informação. Ainda nesse contexto, a BNCC mantém a mesma linha, ao buscar associar as competências e habilidades, que são propostas para o currículo escolar, ao cotidiano do aluno e os recursos computacionais.

Ao sugerir que a mera reprodução dos conceitos apresentados pelo professor em sala de aula não eram sinal de aprendizagem do conteúdo, os PCNs lançam aos professores o desafio de buscar novos caminhos para o desenvolvimento do conhecimento em Matemática. Assim, sugere a construção de novas práticas docentes, que agreguem os mais variados recursos, afim de dar significado aos conteúdos trabalhados em sala de aula. (BRASIL, 1997)

Como professores, sabemos das dificuldades que se apresentam no ensino e à aprendizagem da matemática escolar, principalmente em relação à geometria. Isso se deve a vários fatores, pois embora exista uma intensa relação entre as formas geométricas e o nosso meio ambiente, há bem pouco tempo, nas aulas de geometria, quase não se dava atenção ao estudo das formas. (KALEFF, 2015, P. 78)

No que tange ao ensino de Geometria Espacial, “a única maneira que os livros didáticos têm para apresentar a geometria tridimensional aos alunos é por meio de representações planas, geralmente em perspectiva, paralelas ou projeções ortogonais” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 11). Assim, torna-se necessário o uso de recursos didáticos para auxiliar no desenvolvimento destes conteúdos, até mesmo pela dificuldade de representar no plano figuras que são tridimensionais.

Em geometria, especialmente no caso de Geometria Espacial, o foco da maioria das pesquisas está na visualização das figuras geométricas espaciais, cujo professor tem dificuldades em transmitir tais conteúdos e os alunos, dificuldades em abstrair

algumas propriedades dos sólidos quando apresentados em ambientes de duas dimensões (lousa, livro, apostila, etc). (SILVA, 2006, p. 60)

Muitos são os recursos que têm sido apontados como auxiliares nesse processo de tornar o ensino de Geometria Espacial mais próximo do cotidiano do aluno, facilitando o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial. Entre estes é possível citar a utilização de materiais concretos, atividades lúdicas, uso de *softwares* de geometria dinâmica, entre outros.

Essa preocupação de associar os conhecimentos ao cotidiano do aluno tornou-se ainda maior no contexto da pandemia, pois se em sala de aula, com a possibilidade de uso de diversos recursos e metodologias, o ensino de Matemática já era considerado como deficitário, de modo remoto estes desafios se multiplicaram.

#### 4.4 OS HOLOGRAMAS COMO FACILITADOR DO ENSINO

O debate sobre a utilização de ilusões de óptica no ensino não é algo novo. De acordo com Medeiros (2006), até o fim da década de 60, os trabalhos educacionais com ilusões de óptica ficaram restritos a educação artística. A partir da década de 70 surgiram os primeiros trabalhos que associavam as ilusões de ópticas a ferramentas de ensino, a exemplo de: Vannan (1973), Ward (1973) e Ward (1975). Destaca-se que Ward (1973) já discutia sobre a utilização das imagens virtuais em salas de aula e no teatro.

Na década de 80 tem-se os trabalhos de: Postiglione (1982), Brandes (1983), Edge & Jones (1984). Ressalta-se que, Brandes (1983) é o primeiro trabalho a sugerir a utilização de ilusões de óptica no ensino de Matemática para alunos do Ensino Médio, indicando em sua obra, formas para a construção destas ilusões pelos próprios alunos. (Ibidem)

Os trabalhos que se destacaram nesta área, na década de 90, foram de: Hoots (1993), Altshuler (1994), Leyden (1995). Para este último autor, as ilusões de óptica poderiam “[...] auxiliar os estudantes no desenvolvimento dos processos de observação, comunicação, controle de variáveis, formulação de hipóteses, coleta e interpretação de dados”. (Ibidem, p. 333)

Com a chegada do século XXI, as ilusões de ópticas ganharam uma nova roupagem e, em alguns casos, um nome mais atrativo. É o caso das ilusões geradas pela técnica do Fantasma de Pepper, que tem sido chamada de hologramas e contam com a modernização do quarto oculto, sendo este substituído por vídeos reproduzidos em: celulares *smartphones*,

computadores, televisores ou projetores. Esses avanços puderam ser vistos através de apresentações em shows, como o Festival *Coachella* (2012), e diversas outras aplicações.

Muito além do entretenimento, essas modernizações possibilitam a utilização deste recurso em sala de aula, para ensinar conteúdos que são de difícil visualização. Vários trabalhos têm sido desenvolvidos nessa perspectiva, existindo um predomínio dos estudos na área da Física.

Entre os trabalhos que se utilizam da técnica de Pepper e que serviram de embasamento teórico para esta dissertação, destacam-se: Medeiros (2006), Jolandek; Mendes; Baccon (2016), Schivani; Souza; Pereira (2017), Araújo (2018); Almeida; Lima (2019). Destes, apenas os trabalhos de Jolandek; Mendes; Baccon (2016) e Almeida; Lima (2019) não estão associados ao ensino de óptica na Física.

Medeiros (2006) apresenta um estudo bibliográfico sobre as aplicações de ilusões de óptica ao ensino, bem como o contexto histórico da criação do experimento do Fantasmas de Pepper e sua relação com os conhecimentos da Física. Por fim, sugere a aplicação deste experimento as aulas de óptica na Física.

Jolandek; Mendes; Baccon (2016) e Schivani; Souza; Pereira (2017) apresentam estudos teóricos sobre a utilização da técnica do Fantasma de Pepper através de pirâmides holográficas como instrumento para o ensino. Enquanto o primeiro trabalho sugere a utilização deste instrumento para o ensino de conteúdos de Geometria Espacial, o segundo apresenta conhecimentos associados a este, que podem ser explorados a partir do ensino de óptica na Física.

Por sua vez, Araújo (2018) e Almeida; Lima (2019) apresentam trabalhos aplicados a sala de aula, ambos optaram por utilizar a técnica do Fantasma de Pepper associada as pirâmides holográficas.

Ressalta-se que entre os trabalhos aplicados a sala de aula, Almeida, Lima (2019) explora esse instrumento no ensino de Química, para o desenvolvimento do conteúdo de Geometria Molecular, os demais trabalhos são desenvolvidos no ensino de óptica na Física. Destaca-se ainda, que o trabalho de Almeida, Lima (2019) é o único, dos trabalhos avaliados, que apresentam um manual de construção dos vídeos que foram utilizados no decorrer do experimento em sala de aula.

Um ponto que merece destaque na utilização da técnica do Fantasma de Pepper, é a necessidade da utilização de objetos, imagens ou vídeos para a geração do holograma. Com exceção de Medeiros (2006), todos os trabalhos utilizaram-se de recursos tecnológicos, a

exemplo de celulares, monitores de computador ou televisores, para a reprodução de vídeos que serviram como base para a geração dos hologramas.

Assim, quando consideramos os hologramas do ponto de vista de sua elaboração e montagem, podemos associar a este um caráter tecnológico. É possível ainda o classificar como um instrumento lúdico. De acordo com Schivani; Souza; Pereira (2017, p. 10), “os aspectos lúdicos intrínsecos a esses dispositivos os tornam um recurso valioso para instigar e fomentar a transição da curiosidade ingênua dos indivíduos a uma curiosidade epistemológica [...]”.

É necessário ressaltar o potencial que esta ferramenta possui, quanto ao desenvolvimento da habilidade de visualização. Segundo Almeida; Lima (2019, p. 85), “o uso dessa tecnologia pode propiciar ao aluno um desenvolvimento efetivo das habilidades visuoespaciais, indispensáveis na compreensão de muitos assuntos de várias áreas do conhecimento científico”.

Esta contribuição para o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial está diretamente associada a possibilidade da representação tridimensional de imagens bidimensionais, que permite explorar desde células, moléculas a formas geométricas. Jolandek; Mendes; Baccon (2016, p. 9) afirma que: “com os sólidos geométricos sendo projetados, é possível explicar os conceitos não só matemáticos sobre eles.”

Esse tipo de instrumento possibilita uma importante contribuição para o estudo da Química na escola, pois oportuniza ao aluno a visualização de eventos submicroscópicos por meio de modelos representativos, contribuindo, conseqüentemente, para a compreensão dos fenômenos químicos que acontecem em nível molecular. (ALMEIDA; LIMA, 2019, p. 85)

Destaca-se que a utilização de recursos como este, que mexem com o imaginário dos alunos, tende a chamar a atenção destes, facilitando assim o aprendizado dos mais variados conceitos. Araújo (2018, p. 128) relata que: “[...] durante as intervenções didáticas efetivadas, os alunos sempre se fizeram presentes e motivados, tanto nas atividades, como também na construção conceitual sobre o caso das pirâmides e dos fenômenos ópticos”.

Almeida; Lima (2019, p. 85) faz observação semelhante a essa,

[...] a partir da observação do elevado grau de atenção e envolvimento dos alunos, dos seus desempenhos na resolução dos exercícios e dos comentários proferidos ao final da demonstração que realizamos, foi possível percebermos que este recurso didático pode se tornar um importante aliado do professor de Química durante suas aulas.

Assim, por seu potencial de desenvolvimento da habilidade de visualização espacial através da representação tridimensional de imagens bidimensionais, bem como as suas características lúdicas, os hologramas apresentam-se como um recurso multifuncional, podendo ser aplicado nas mais diversas áreas do conhecimento e combinado com diferentes metodologias.

Diante das características apresentadas pelos hologramas, como instrumento de ensino, vislumbrou-se a possibilidade de uma forma diferenciada de trabalhar os conteúdos de Geometria Espacial. E diante da pandemia do SARS-CoV 2/Covid-19, este recurso apresentou-se como uma alternativa, por ser de baixo custo, de fácil construção e possibilitar a representação tridimensional das imagens bidimensionais apresentadas nos livros e nos vídeos de aula.



## 5 METODOLOGIA

### 5.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Uma pesquisa pode ser definida como “o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos.” (GIL, 2002, p. 17). Ainda de acordo com este autor (2008, p. 26): “o objetivo fundamental da pesquisa é descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos”. Assim, buscou-se responder ao problema: Como o uso de hologramas pode contribuir no ensino de conteúdos de Geometria Espacial?

Para tanto, desenvolveu-se uma pesquisa de natureza aplicada, onde objetivou-se produzir conhecimentos voltados a sala de aula, mais especificamente ao ensino de Geometria Espacial, com o propósito de facilitar a visualização espacial dos sólidos geométricos e seus elementos. (PRODANOV; FREITAS, 2013)

O método científico escolhido foi o indutivo, por se tratar de um método que tem como ponto de partida a análise dos dados de um grupo, informações levantadas, e sugere realidades que abarcam o todo. Levando assim, a conclusões mais abrangentes do que as assertivas que lhe serviram de sustentação (LAKATOS; MARCONI, 2003).

Por se tratar de uma pesquisa que ansiava por uma visão ampla do tema pesquisado, e sendo este de pouca abordagem dentro da Matemática, principalmente no âmbito do ensino de Geometria Espacial, caracterizou-se a pesquisa quanto ao objetivo do estudo como exploratória. A mesma ainda pode ser caracterizada como descritiva, pois fez uso de coleta de dados utilizando técnicas padronizadas, a exemplo dos questionários aplicados, além de buscar descrever características do grupo participante da pesquisa. (GIL, 2008)

Segundo Prodanov; Freitas (2013, p. 65) uma pesquisa-ação ocorre quando “os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo”. Tendo em vista a interação ocorrida entre a pesquisadora e os participantes da pesquisa, assim como a busca pela resolução de um problema coletivo, classifica-se o procedimento técnico adotado como pesquisa-ação.

A abordagem adotada foi a qualitativa, pois nesse tipo de abordagem “a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo”. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 70). Ainda segundo esse autor (2013), esse tipo de pesquisa

é descritiva, os dados são analisados indutivamente, sendo o desenvolvimento da pesquisa e a busca pela sua significação os pontos mais relevantes.

A fim de que não haja dúvidas no entendimento do texto que segue, o termo “holograma” será utilizado para nomear as imagens virtuais geradas a partir da reprodução dos vídeos 3D, fazendo-se uso de um aparelho celular e uma ferramenta de visualização.

Assim, a pesquisa foi subdividida em três grandes etapas, que estão apresentadas no quadro 7.

**Quadro 7** - Etapas de desenvolvimento da pesquisa

<b>Etapa</b>	<b>Atividade</b>	<b>Descrição</b>
1ª etapa	Desenvolvimento dos hologramas	Nesta etapa foram desenvolvidas as ferramentas de visualização dos hologramas e os vídeos 3D dos sólidos geométricos
2ª etapa	Aplicação dos hologramas, como recurso didático, em sala de aula	Durante esta etapa utilizou-se os hologramas como recurso didático para o ensino de conteúdos de Geometria Espacial, como forma de auxiliar no desenvolvimento da habilidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional.
3ª etapa	Pesquisa com professores	Esta etapa contou com a divulgação e disponibilização do material desenvolvido durante as outras etapas para professores. Realizou-se ainda, uma pesquisa de opinião a respeito deste material enquanto recurso didático.

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

Exploramos estas etapas nos subtópicos que seguem, buscando expor todo o processo de desenvolvimento destas e as principais dificuldades encontradas.

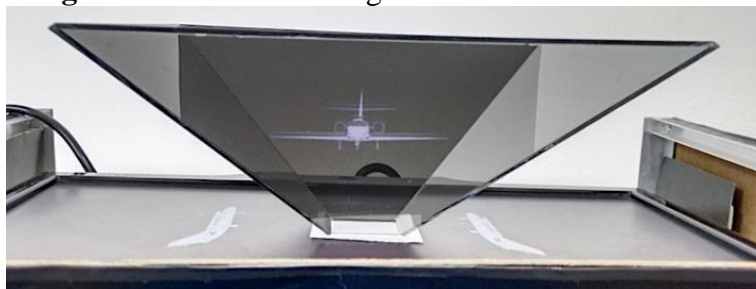
## 5.2 DESENVOLVIMENTO DOS HOLOGRAMAS DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

De acordo com Souza (2007, p. 111), “Recurso didático é todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos”. Partindo desse conceito, a primeira etapa desta pesquisa foi constituída pelo desenvolvimento dos hologramas de sólidos geométricos, que seriam utilizados como recurso didático nas aulas de Geometria Espacial.

Este recurso deveria ser composto de: uma ferramenta de visualização dos hologramas, compatível com celulares *smartphones*, e produção de vídeos 3D dos sólidos geométricos. Essa ferramenta teria por base o experimento de John Henry Pepper, para geração das imagens virtuais. Nesse caso, os celulares *smartphones* substituiriam o quarto oculo de paredes enegrecidas e os vídeos precisariam de um efeito 3D, dando a imagem dos sólidos a profundidade devida.

Assim, procurou-se conhecer os trabalhos já realizados sobre o tema e principalmente verificar o procedimento de criação dos vídeos 3D e as ferramentas utilizadas para visualização. Buscava-se por uma ferramenta cujos vídeos a serem reproduzidos não necessitassem de muito domínio de edição. Diante deste requisito, descartou-se os já conhecidos troncos de “pirâmides holográficas”, pois fazia-se necessário rotacionar os vídeos em ângulos de  $90^\circ$ , de modo que as faces do tronco de pirâmide apresentassem simultaneamente o mesmo vídeo ou vídeos complementares, como exposto na imagem 17.

**Imagem 17** - Pirâmide holográfica



Fonte: Schivani; Souza; Pereira (2017)

Assim, optou-se por trabalhar com uma forma similar a utilizada na adaptação construída por Pepper, com apenas uma face. Neste caso, os vídeos não necessitavam ser rotacionados, porém para que houvesse o efeito de tridimensionalidade era necessário que o aluno permanecesse de frente para a tela. Além disso, essa estrutura seria mais simples de ser construída, tornando-se uma ferramenta viável para o ensino remoto.

### **5.2.1 Desenvolvimento da ferramenta de visualização**

Ao longo do processo de desenvolvimento da ferramenta de visualização dos hologramas foram produzidas quatro ferramentas distintas, sendo as duas últimas consideradas mais adequadas para a utilização no decorrer do projeto.

Inspirada no trabalho dos alunos de Projeto Integrador, surge a ferramenta 1. Esta ferramenta era constituída de uma caixa de papelão com duas aberturas, sendo: uma na parte superior, onde deveria ser encaixado o celular, e outra em uma das faces laterais, para a visualização das imagens. Na parte interna da estrutura existia uma folha de acetato, que formava um ângulo de  $45^\circ$  em relação a aresta da base da face escolhida para a visualização. A imagem 18 apresenta a ferramenta 1.

**Imagem 18 - Ferramenta 1**

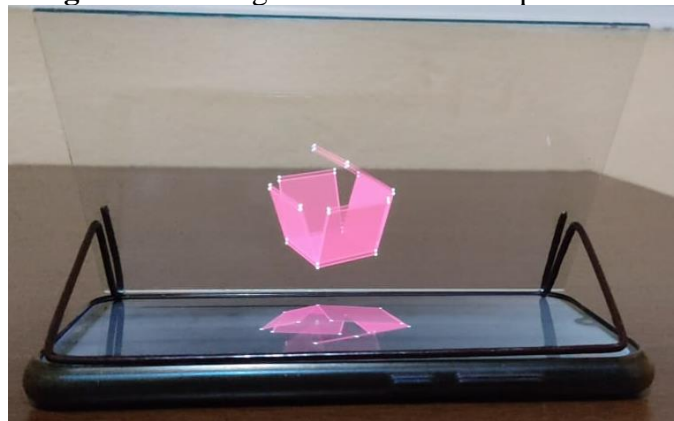
Fonte: Autora (2021)

A ferramenta 1 satisfazia aos requisitos básicos, no entanto dava a sensação de estar olhando para a televisão, o que não gerava um grande impacto. Assim, optou-se pela produção de uma nova ferramenta que desse ao vídeo a sensação de flutuação no ambiente e decidiu-se mudar a posição do celular, a fim de diminuir a necessidade de uma estrutura mais robusta.

A ferramenta 2 era constituída de vidro, com dimensões próximas a da tela do celular, e uma pequena estrutura de sustentação feita de arame galvanizado, que ficava apoiada sobre a tela do aparelho. A imagem 19 apresenta a ferramenta 2.

**Imagem 19 - Ferramenta 2**

Fonte: Autora (2021)

**Imagem 20 - Holograma com linhas duplicadas**

Fonte: Autora (2021)

Ao reproduzir os vídeos 3D nesta ferramenta, percebeu-se que a mesma duplicava as linhas dos hologramas gerados, de modo bem perceptível, independente da espessura do vidro, como pode ser observado na imagem 20. O problema das múltiplas reflexões também foi

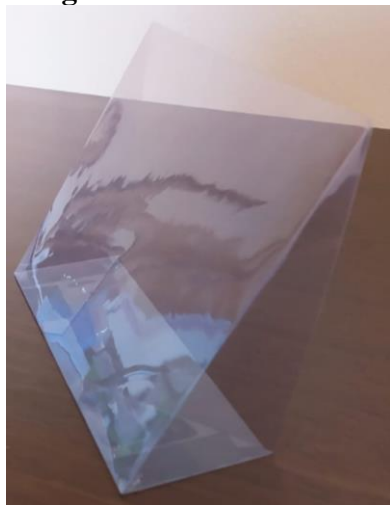
relatado por Schivani; Souza; Pereira (2017), ao utilizar placas de acrílico para montagem da pirâmide holográfica.

Desse modo, concluímos que a produção da dupla imagem é decorrente de um desvio do raio incidente ao sofrer reflexão interna e refração, passando do ar para o acrílico e do acrílico para o ar. Devido a espessura do acrílico (4,00mm), o desvio decorrente desse processo se torna mais acentuado e perceptível a olho nu [...]. (SCHIVANI; SOUZA; PEREIRA, 2017, p. 8)

Assim, optou-se por trabalhar com folhas de acetato, pois, devido a sua espessura, não apresentavam o mesmo defeito encontrado no vidro, o que permitia uma boa visualização dos hologramas, gerando imagens virtuais satisfatórias.

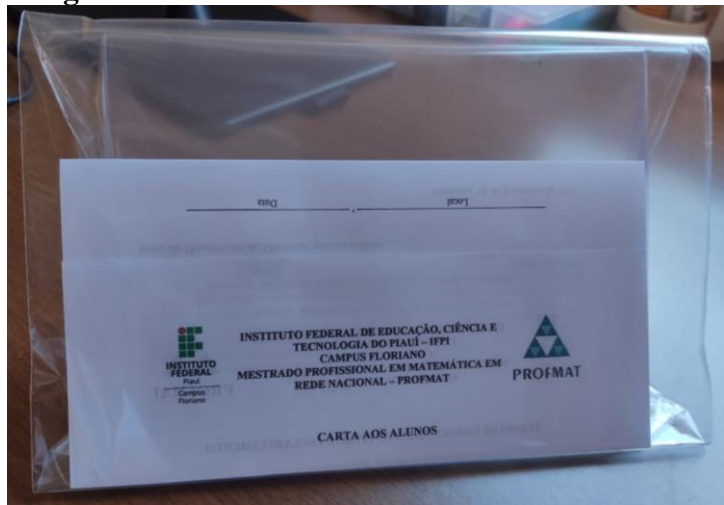
A ferramenta 3 foi desenvolvida totalmente em folha de acetato, com inclinação de  $55^\circ$ , pois uma inclinação menor não dava estabilidade a estrutura, e o celular era apoiado na parte interna desta. Ressalta-se que o aumento de  $10^\circ$  na inclinação em nada comprometeu a geração dos hologramas. A imagem 21 apresenta a ferramenta 3.

**Imagem 21** - Ferramenta 3



Fonte: Autora (2021)

**Imagem 22** - Material distribuído aos alunos



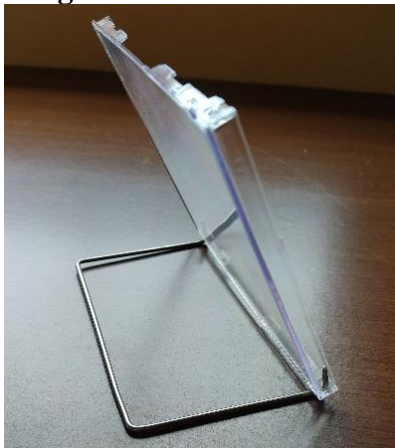
Fonte: Autora (2021)

Devido a definição prévia das turmas que participariam da aplicação da pesquisa em sala de aula, foram produzidas 59 unidades da ferramenta 3, para distribuição aos alunos. Até o momento da produção das ferramentas, haviam 37 alunos matriculados no 2º ano do Técnico Integrado em Administração, e 22 alunos matriculados no componente curricular de Geometria Espacial do curso de Licenciatura em Matemática. O material disponibilizado também contava com uma Carta aos Alunos e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento, imagem 22.

No entanto, devido a pandemia do SARS-COV 2 / Covid-19, muitos alunos não tiveram acesso ao material disponibilizado. Assim, a ferramenta 4 surge da necessidade do improvado, em situações onde não era possível ter acesso ao material para produção da ferramenta 3.

Para a construção desta ferramenta era necessário apenas uma capa de CD transparente e um pedaço de arame galvanizado, que fazia a base de sustentação da estrutura, o celular era apoiado sobre esta base. Devido a espessura do acrílico utilizado na fabricação de capas de CD, a duplicação das linhas do holograma é quase imperceptível. A imagem 23 e 24 apresenta a ferramenta 4 e os hologramas gerados pela ferramenta.

**Imagem 23** - Ferramenta 4



Fonte: Autora (2021)

**Imagem 24** - Holograma sem linhas duplas



Fonte: Autora (2021)

Ressalta-se que todas as ferramentas desenvolvidas eram de baixo custo financeiro, ou até mesmo gratuitas. Deste modo buscava-se oportunizar a todos os alunos, das turmas escolhidas para o desenvolvimento da pesquisa, a chance de participação nesta.

### 5.2.2 Produção dos vídeos 3D

Para a produção dos vídeos 3D era necessário a escolha de três *softwares*, que dada a natureza da pesquisa, deveriam ser gratuitos, de fácil manuseio e que produzissem um material de boa qualidade. Estes teriam finalidades diferentes, o primeiro deveria ser de geometria dinâmica, capaz de produzir sólidos geométricos em 3D, o segundo deveria capturar a tela do computador e gravar, e o último seria um editor de vídeo. Diante desses requisitos chegou-se aos *softwares*: *Geogebra*, *OBS Studio* e *Shotcut*.

A escolha do *software* de geometria dinâmica foi relativamente simples, considerando-se que o *Geogebra* é atualmente um dos *softwares* mais completos e conhecido nesta categoria, além de ser multiplataforma. Para o desenvolvimento deste material optou-se por utilizar a versão *offline*.

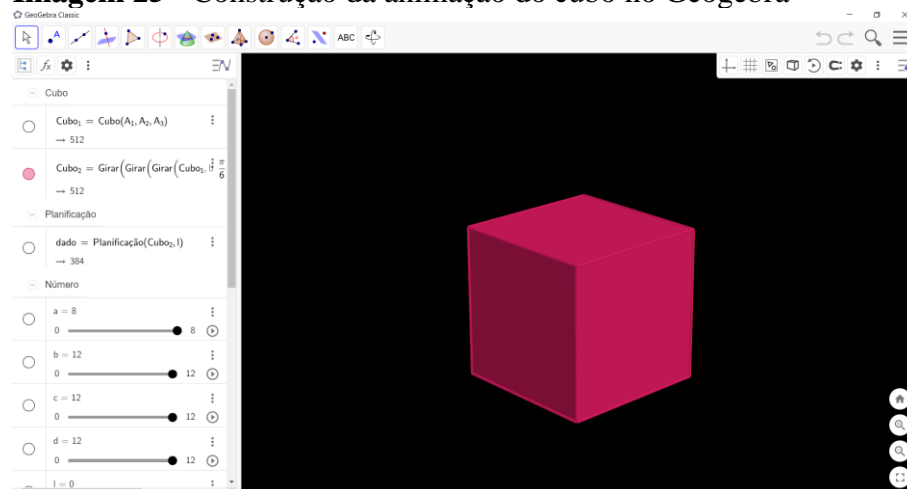
Para a gravação de tela optou-se pelo *OBS Studio*, por ser um programa robusto e totalmente gratuito, que contava com diversos recursos, como: criar cenas, capturar partes específicas da tela, assim como capturar o áudio.

Na edição dos vídeos optou-se pelo *Shotcut*, por ser gratuito e não possuir marca d'água, sendo este um ponto fundamental na escolha. Além disso, este *software* possuía vários filtros, o que permitia ampliar a nitidez, fazer o balanço de cores e o controle de brancos, entre outros. Além disso, era compatível com vídeos em 4k e poder gerar vídeos em diversos formatos.

Ao todo foram produzidos 12 vídeos 3D, que abordaram os conteúdos de: poliedros de Platão, prismas, pirâmides, corpos redondos e tronco de cone. Esses vídeos foram desenvolvidos para serem uma experiência animada de curta duração, em média 1 a 2 minutos, e buscavam ampliar a capacidade de visualizar os sólidos geométricos no espaço tridimensional, além de explorar alguns elementos e propriedades que estes sólidos possuíam.

Para a construção inicial, fez-se uso do trabalho elaborado por Friske et al. (2016, p. 40-45), onde é apresentado o método para a construção de um dado interativo, tendo sido dispensado a parte final da construção já que o objetivo era apenas um cubo que pudesse ser rotacionado em todos os sentidos e variar de tamanho. A imagem 25 apresenta a construção do cubo já finalizada.

**Imagem 25** - Construção da animação do cubo no Geogebra



Fonte: Autora (2021)

Inicialmente, toda a programação de movimentação era realizada em uma única aba do *Geogebra*, porém percebeu-se que isso tornava as movimentações mais lentas ao longo das gravações, assim optou-se por dividir em várias janelas, cada uma para uma movimentação distinta.

Desse modo, o processo de edição de vídeos tornou-se fundamental para fazer a transição entre as janelas, inserir alguns efeitos que não era possível realizar no próprio *Geogebra* e recortar apenas parte da janela gravada nos vídeos. Além disso, eram aplicados alguns filtros a imagem, com o intuito de torna-las mais nítidas, e adicionadas músicas de fundo, como forma de tornar mais animada a visualização dos vídeos<sup>3</sup>.

Ressalta-se que nos vídeos não era apresentado nenhum tipo de texto escrito ou marca d'água, pois estes diminuiriam o efeito visual pretendido. Depois de editado os vídeos eram disponibilizados para os alunos através das salas de aulas no *Google Classroom*.

### 5.3 APLICAÇÃO NO ENSINO DE CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL

A pesquisa com alunos foi realizada no Instituto Federal do Piauí – IFPI, *Campus São Raimundo Nonato*. Devido ao conteúdo a ser desenvolvido no decorrer da pesquisa, optou-se por trabalhar com alunos do 2º ano do Técnico Integrado em Administração e alunos matriculados no componente curricular de Geometria Espacial do curso de Licenciatura em Matemática. Destaca-se que a pesquisadora era professora titular destas turmas.

Em virtude da pandemia do SARS-COV 2/Covid-19, a pesquisa, que estava programada para o 2º semestre do ano letivo de 2020, foi desenvolvida de modo remoto. Ressalta-se que este período letivo só ocorreu, na instituição de ensino escolhida como campo da pesquisa, no período de 22/02 a 14/05/2021.

O desenvolvimento da pesquisa deu-se segundo os procedimentos estabelecidos, pela INSTRUÇÃO NORMATIVA 2/2020 - PROEN/REI/IFPI, de 19 de novembro de 2020, para o funcionamento das atividades pedagógicas não presenciais no âmbito do IFPI. Esta normativa estipula, no artigo 10, os recursos didáticos que poderiam ser utilizados em Atividades Remotas de Ensino e Aprendizagem no *Classroom*.

---

<sup>3</sup> Os vídeos de construção da ferramenta de visualização e os vídeos 3D produzidos encontram-se disponíveis para acesso em: <https://www.youtube.com/channel/UCVAy2L7t2V6EIIh81p3Y-RA>



Art. 10. O material didático das Atividades Remotas de Ensino e Aprendizagem a ser disponibilizado no Classroom poderá utilizar, em sua elaboração, os seguintes recursos didáticos:

I - videoaula (recurso didático que faz uso de textos, imagens e áudios, sem necessariamente apresentar a imagem do professor) produzido pelo docente com duração de até 15 (quinze) minutos, com limite máximo de dois vídeos por momento de postagem de acordo com o cronograma. A atividade síncrona, realizada por meio de videoconferência, poderá substituir a videoaula desde que atenda aos seguintes critérios:

a) gravar e disponibilizar a videoconferência em uma plataforma de compartilhamento de vídeos;

b) disponibilizar o link da videoconferência para os alunos na aba Atividade do Classroom.

II - lista de exercícios com até cinco questões, utilizando a função Formulário do Classroom;

III - lista de exercícios utilizando outros formatos de arquivo (doc.pdf), até cinco questões com orientações para o aluno de como proceder para a devolutiva da atividade, usando o recurso de envio no Classroom;

IV - vídeos educativos (de curta duração), observando a indicação por faixa etária e direitos autorais;

V - material de apoio disponibilizado para os alunos aprofundarem os conhecimentos e informações constantes nas Atividades Remotas de Ensino e Aprendizagem, tais como: capítulos do livro didático, apostila e material produzido pelo professor e indicações de sites que contenham o assunto;

VI - realização de Fórum/Chat no Classroom para promover a interação professor-aluno, estabelecer as relações interpessoais e afetivas, criando um espaço para discussão do conteúdo e tirar dúvidas, considerando a prévia disponibilidades dos alunos da turma;

VII - outros formatos de material didático que possam ser inseridos no sistema de gerenciamento de conteúdo (Classroom), observando a possibilidade de acesso do aluno em função das limitações de conectividades que poderão existir.

Parágrafo único. Na escolha do material didático a ser disponibilizado no Classroom como Atividade Remota de Ensino e Aprendizagem, o professor deverá contemplar, obrigatoriamente, o recurso didático de videoaula citado no item I e em função das habilidades e competências preconizadas pelas áreas de conhecimento e dos objetivos estabelecidos no Plano de Atividades, poderá fazer uso das atividades descritas nos itens II ou III deste artigo. Os setores de Mídias dos campi poderão fornecer o suporte técnico necessário à produção destes recursos didáticos. (INSTITUTO FEDERAL DO PIAUÍ, 2020, p. 2-3)

As atividades foram desenvolvidas de modo similar em ambas as turmas, porém em datas distintas. Essas atividades foram divididas em três fases, que estão dispostas no quadro 8.

**Quadro 8** - Desenvolvimento da pesquisa em sala de aula

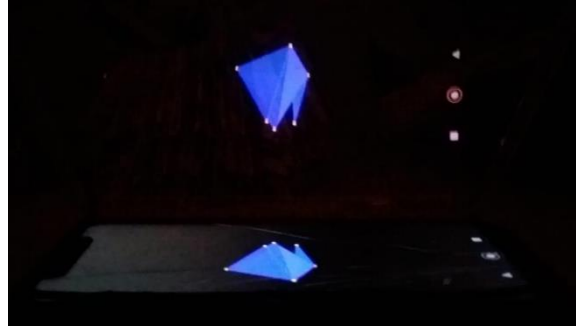
Fase	Atividade	Descrição
1ª fase	Reunião pelo <i>Google Meet</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Breve explanação sobre o projeto de pesquisa com apresentação dos objetivos;</li> <li>Apresentação da ferramenta que seria distribuída para os alunos que desejassem participar;</li> <li>Exibição de um dos vídeos 3D;</li> <li>Leitura da Carta aos Alunos e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento (anexos B e C);</li> <li>Escolha de uma representante da turma, responsável pela distribuição da ferramenta de visualização dos hologramas.</li> </ul>
2ª fase	Postagens na sala do <i>Classroom</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vídeos 3D associado aos vídeos de conteúdo das aulas – acessíveis a todos os alunos, independentemente de estar participando do projeto ou não;</li> <li>Vídeos de construção de ferramentas para a visualização dos hologramas – vídeos direcionado aos alunos que não tiveram como receber a ferramenta de visualização;</li> <li>Atividade 1 – Direcionada aos alunos que receberam a ferramenta de visualização dos hologramas - Postagem da foto do Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento devidamente assinada pelo aluno e/ou responsável;</li> <li>Atividade 2 – Direcionada aos alunos que produziram as suas próprias ferramentas de visualização dos hologramas – Postagem da foto e Transcrição do Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento.</li> </ul>
3ª fase	Avaliação do desenvolvimento da pesquisa	<p>Coleta de dados realizada através de formulários da plataforma <i>Google Forms</i> (apêndices C e D), composto das seguintes seções:</p> <p>1ª seção: Apresentação da pesquisa;</p> <p>2ª seção: Informações pessoais;</p> <p>3ª seção: Avaliação do desenvolvimento da pesquisa;</p> <p>4ª seção: Avaliação do material e da metodologia desenvolvida, enquanto futuro professor – apenas alunos do curso de Licenciatura em Matemática;</p> <p>5ª seção: Agradecimento pela participação.</p>

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

É importante destacar que a participação no projeto era livre, não havendo compensações pela participação neste. Ao todo 11 alunos da turma do 2º ano do Técnico Integrado em Administração e nove alunos do componente curricular de Geometria Espacial receberam o material disponibilizado. E apenas um aluno do 2º ano produziu a sua própria ferramenta de visualização. As imagens 26 e 27 foram disponibilizadas pelo aluno, que se utilizou do pseudônimo de “Benedito da Bragança”.

**Imagem 26** - Ferramenta produzida

Fonte: Benedito da Bragança (2021)

**Imagem 27** - Holograma - Tetraedro

Fonte: Benedito da Bragança (2021)

Ressalta-se que, durante a 2ª fase, como uma forma de engajamento, solicitou-se em algumas postagens que os alunos comentassem sobre os vídeos 3D. Além disso, em algumas videoaulas, durante a explicação do conteúdo, foi sugerido aos alunos que assistissem os vídeos 3D como uma forma de ajudar a compreender o conteúdo.

Um outro ponto importante da pesquisa foi a busca pela determinação do melhor momento para publicação dos vídeos 3D, assim utilizou-se de duas estratégias distintas: como prévia do conteúdo da aula e como continuação da aula, sendo disponibilizado junto com o conteúdo.

Quanto ao formulário de avaliação da pesquisa, estes eram restritos a um único envio por aluno, sendo igual para as duas turmas. Para os alunos da disciplina de Geometria Espacial foi adicionada uma seção extra, que continha cinco perguntas direcionadas a avaliação da pesquisa sob o olhar de futuros professores de Matemática.

### **5.3.1 Pesquisa com alunos do 2º ano do Técnico Integrado em Administração**

Para essa turma, a aplicação da pesquisa contou com a disponibilização dos vídeos 3D em três aulas. No quadro 9 é apresentado os conteúdos desenvolvidos nas aulas e os vídeos disponibilizados.

**Quadro 9** - Conteúdos trabalhados com o uso dos hologramas

Aula	Conteúdo	Vídeos 3D
1ª aula	Poliedros Regulares	Holograma – Cubo; Holograma – Tetraedro; Holograma – Octaedro; Holograma – Dodecaedro Holograma – Icosaedro
2ª aula	Corpos Redondos: Cilindro e Cone.	Holograma – Cilindro; Holograma – Cone
3ª aula	Corpos Redondos: Tronco de Cone e Esfera	Holograma - Tronco de Cone Holograma – Esfera

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

Responderam ao formulário de avaliação da pesquisa nove alunos, dos quais: oito haviam recebido o material disponibilizado e um aluno que construiu a própria ferramenta de visualização. O perfil dos alunos que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa está descrito no quadro 10.

**Quadro 10** - Perfil dos participantes que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa

<b>Sexo</b>	Entre os participantes apenas um era do sexo masculino
<b>Idade</b>	Tinham idades entre 16 e 18 anos, prevalecendo a idade de 17 anos.
<b>Cidade onde estava residindo</b>	Dois alunos eram de cidades circunvizinhas a São Raimundo Nonato – PI.
<b>Sistemas de Ensino em que estudava antes do IFPI</b>	Apenas um aluno era advindo do Sistema de Ensino Estadual, os demais vinham de escolas particulares.

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

### 5.3.2 Pesquisa com alunos do curso de Licenciatura em Matemática

Para os alunos matriculados no componente curricular de Geometria Espacial do curso de Licenciatura em Matemática foram disponibilizados vídeos 3D em quatro aulas. No quadro 11 estão apresentados os conteúdos desenvolvidos nas aulas e os vídeos disponibilizados.

**Quadro 11** - Conteúdos trabalhados com o uso dos hologramas

Aula	Conteúdo	Vídeos 3D
1ª aula	Poliedros Regulares	Holograma – Cubo; Holograma – Tetraedro; Holograma – Octaedro; Holograma – Dodecaedro Holograma – Icosaedro
2ª aula	Prismas	Holograma - Prismas Este vídeo apresentava prismas de base: triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal e octogonal
3ª aula	Pirâmide e Cilindro	Holograma – Pirâmide; Holograma – Tetraedro; Holograma – Cilindro.
4ª aula	Cone e Esfera	Holograma – Cone; Holograma – Esfera.

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

Responderam ao formulário de avaliação da pesquisa sete alunos, sendo que todos haviam recebido o material disponibilizado. O perfil dos alunos que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa está descrito no quadro 12.

**Quadro 12** - Perfil dos participantes que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa

<b>Sexo</b>	Todos os participantes eram do sexo feminino.
<b>Idade</b>	Tinham idades entre 19 e 24 anos, prevalecendo a idade de 20 anos.
<b>Cidade onde estava residindo</b>	Três alunas eram de cidades circunvizinhas a São Raimundo Nonato – PI.
<b>Sistemas de Ensino em que estudava antes do IFPI</b>	Quatro alunas eram advindas do Sistema de Ensino Estadual, duas do Sistema de Ensino Federal e uma do Sistema de Ensino Municipal.
<b>Ano de ingresso no curso de Licenciatura em Matemática</b>	Todas ingressaram no ano de 2019.

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

#### 5.4 PESQUISA COM PROFESSORES

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi criado um canal na plataforma de vídeos *Youtube*, intitulado “Geometria em Hologramas”. A finalidade desse canal era disponibilizar vídeos sobre a produção da ferramenta de visualização dos hologramas, bem como vídeos 3D de sólidos geométricos. Ao todo foram disponibilizados 16 vídeos, listados no quadro 13.

**Quadro 13** - Vídeos do canal Geometria em Hologramas

Conteúdo	Título do vídeo
Explicação sobre a pesquisa e o material produzido.	Apresentação – Pesquisa com professores
Produção de ferramentas, com materiais de baixo custo, para a visualização dos hologramas.	Ferramenta 1 – Folha de acetato
	Ferramenta 2 – Capa de CD
	Ferramenta 3 – Porta Retrato
Vídeos 3D, que ao serem reproduzidos com o auxílio de um aparelho de celular e uma das ferramentas de visualização, geram os hologramas.	Holograma – Cubo
	Holograma – Tetraedro
	Holograma – Octaedro
	Holograma – Dodecaedro
	Holograma – Icosaedro
	Holograma – Prismas
	Holograma – Pirâmide Hexagonal
	Holograma – Volume da Pirâmide
	Holograma – Cilindro
	Holograma – Cone
Holograma – Esfera	
Holograma – Tronco de Cone	

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

O vídeo “Apresentação – Pesquisa com Professores” tinha como objetivo a divulgação da pesquisa e trazia um resumo geral sobre todo o processo de desenvolvimento desta: desde a mudança de foco, com a chegada da pandemia do SARS-COV 2/Covid-19, passando pelo processo de elaboração da ferramenta de visualização de hologramas e produção dos vídeos 3D. Também apresentava uma rápida visualização do efeito holográfico pretendido e, para finalizar, era informado ao espectador que o formulário de participação da pesquisa encontrava-se na descrição do vídeo.

Os vídeos de ferramentas apresentavam três propostas distintas, pois traziam materiais que variavam de valor e possuíam níveis diferentes de dificuldade de construção. Das ferramentas apresentadas, a de número 2, feita com capa de CD, poderia ser considerada a mais acessível, quanto facilidade de acesso ao material e de construção.

Já os vídeos intitulados como hologramas, tinham como proposta apresentar os sólidos geométricos de modo dinâmico, bem como propriedades inerentes a estes. Esses vídeos já haviam sido utilizados na segunda etapa da pesquisa, que ocorreu em sala de aula.

A divulgação da pesquisa e do material disponibilizado no canal foi realizada através de grupos do aplicativo de mensagens *WhatsApp*, tendo ocorrido majoritariamente em grupos relacionados ao Instituto Federal do Piauí – IFPI, durante os dias 29 e 30 de abril de 2021.

#### 5.4.1 Instrumento de coleta de dados

A fim de garantir o rigor da pesquisa, o formulário da plataforma *Google Forms* utilizado para a coleta dos dados (apêndice E), era limitado a um único envio de resposta por *e-mail* e para ter acesso era necessário fazer *login*. Este formulário podia ser acessado a partir do *link* na descrição do vídeo de apresentação da pesquisa no período de 28 de abril a 07 de maio de 2021.

O formulário era composto por sete seções, que são apresentadas no quadro 14.

**Quadro 14** - Seções do formulário de coleta de dados

Seção	Tema abordado
1	Apresentação da Pesquisa
2	Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento
3	Informações Pessoais
4	Pesquisa sobre o recurso didático para professores de outras áreas
5	Pesquisa sobre o ensino de Geometria Espacial e o recurso didático para professores de Matemática
6	Relato de Experiência em relação ao ensino de Geometria Espacial no período de ensino remoto
7	Mensagem de finalização do formulário de pesquisa

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

As seções 1, 2 e 3 eram comuns a todos os participantes. A seção 1 trazia uma breve apresentação do formulário de pesquisa, já a seção 2 trazia os termos de participação nesta. A seção 3 era composta por seis perguntas de cunho pessoal, e tinha como objetivo caracterizar os participantes da pesquisa.

A seção 4 era restrita aos professores de áreas distintas da Matemática, que tivessem interesse em participar da pesquisa. Esta seção tinha ao todo sete perguntas, que tinham como finalidade: recolher informações a respeito do conhecimento dos participantes sobre os hologramas e verificar a possibilidade de uso deste recurso didático nas áreas de atuação e realidades escolares destes.

A seção 5 era restrita aos professores de Matemática e era composta por nove perguntas. Nela buscava-se informações sobre o conhecimento a respeito dos hologramas, nível de dificuldade para ensinar Geometria Espacial de modo remoto, e a opinião dos participantes sobre o uso do recurso didático apresentado.

A seção 6 apresentava um único item e era restrita aos professores de Matemática que haviam ministrado o componente curricular de Geometria Espacial no modelo de ensino remoto. Objetivo deste item era saber, de forma mais detalhada, como havia sido a experiência vivenciada por estes professores.

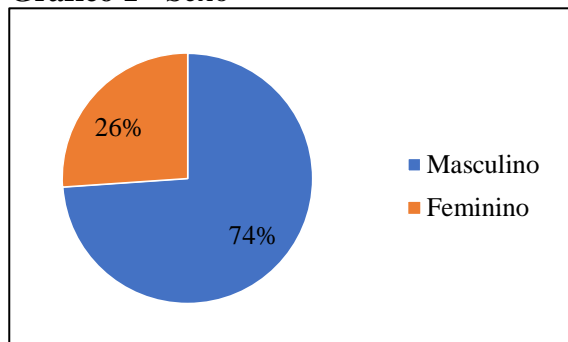
Por fim, a seção 7 encerrava a pesquisa com a mensagem de agradecimento pela participação, esta seção também era comum a todos os participantes.

#### 5.4.2 Participantes da pesquisa

Baseado na seção 3 do formulário de pesquisa construiu-se um perfil dos participantes da pesquisa. Ao todo 46 professores responderam ao formulário, dos quais quatro eram de áreas distintas da Matemática, sendo: Disciplinas Pedagógicas / Libras, Física, Geografia e Engenharia de Produtos.

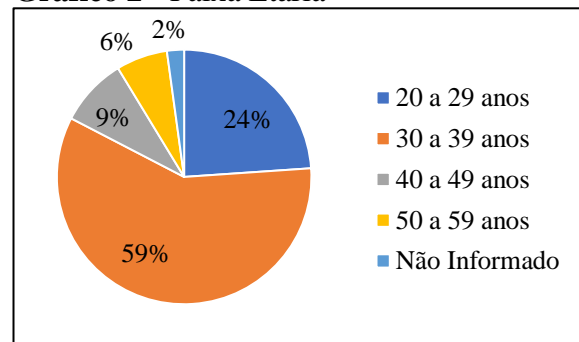
Observa-se nos gráficos 1 e 2 que o público da pesquisa foi predominantemente do sexo masculino e a faixa etária que mais se destaca é a de 30 a 39 anos.

**Gráfico 1 - Sexo**



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

**Gráfico 2 - Faixa Etária**

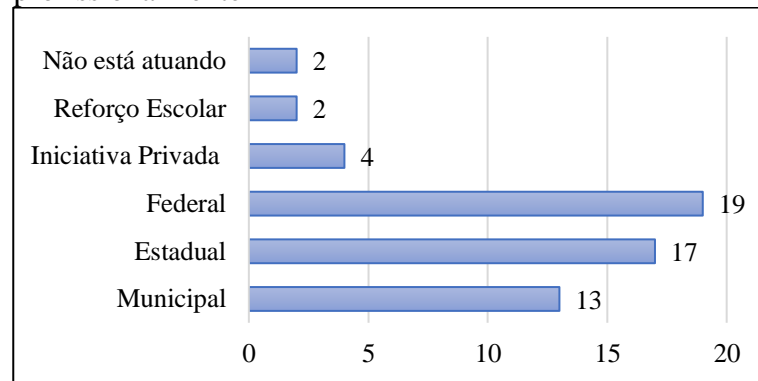


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Quanto aos sistemas de ensino em que atuavam profissionalmente, analisando-se o gráfico 3, percebe-se que grande parte dos professores trabalhavam no sistema de ensino Federal, também é notável o número de participantes que atuavam nos sistemas de ensino Estadual e Municipal. Ressalta-se que este item permitia que fosse marcado mais de uma alternativa, logo temos uma parcela deste público que atuava em mais de um sistema de ensino.



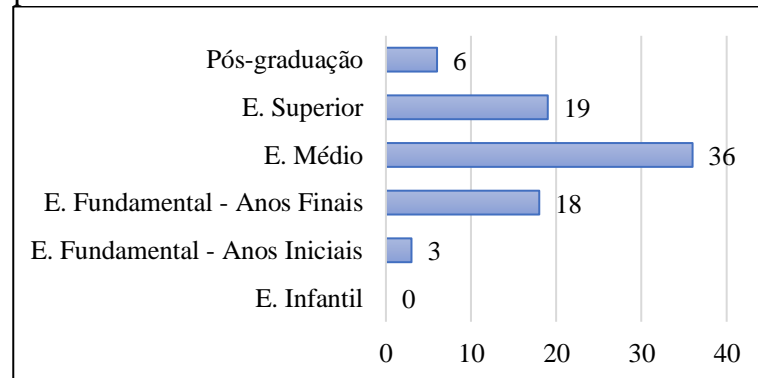
**Gráfico 3** - Sistemas de ensino em que atuavam profissionalmente



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Em relação aos níveis de ensino em que atuavam profissionalmente, pode-se afirmar a partir do gráfico 4, que a maior parte dos professores atuavam no Ensino Médio, seguido do Ensino Superior e do Ensino Fundamental - Anos Finais. Considerando-se que era possível marcar mais de uma alternativa neste item, percebe-se que, em sua maioria, os participantes atuavam em mais de um nível escolar.

**Gráfico 4** - Níveis de ensino em que atuavam profissionalmente



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Com relação ao estado da Federação em que atuavam profissionalmente, observou-se que em quase sua totalidade, os participantes da pesquisa tinham sua atuação profissional somente no estado do Piauí, apenas dois trabalhavam no Maranhão, e dois atuavam em ambos os estados.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados obtidos no desenvolvimento da pesquisa realizada com alunos e com professores. O quadro 15 apresenta a organização desta análise e discussão.

**Quadro 15** - Organização da análise e discussão dos resultados da pesquisa

Etapa	Conteúdo	Descrição
1ª etapa	Análise da aplicação em sala de aula	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação dos resultados obtidos na pesquisa com alunos do 2º ano do Técnico Integrado em Administração;</li> <li>• Apresentação dos resultados obtidos na pesquisa com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.</li> </ul>
2ª etapa	Análise da pesquisa com professores	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação dos resultados obtidos na pesquisa com professores de Matemática;</li> <li>• Apresentação dos resultados obtidos na pesquisa com professores de outras áreas do conhecimento.</li> </ul>

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

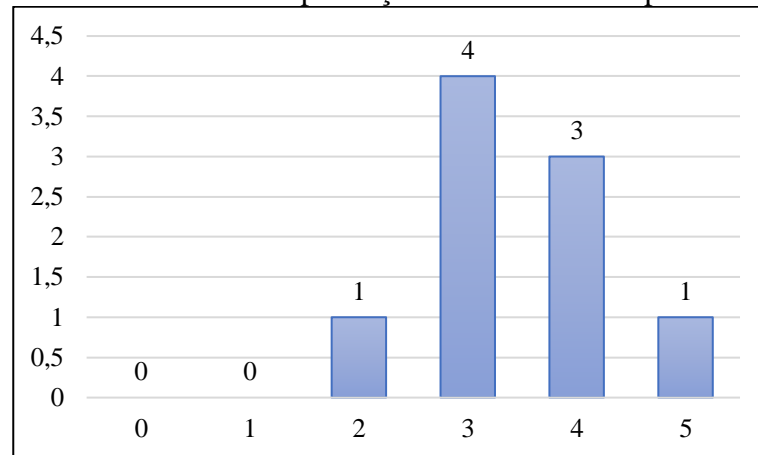
### 6.1 ANÁLISE DA APLICAÇÃO NO ENSINO DE CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL

Para a análise da aplicação em sala de aula, foram considerados prioritariamente os dados fornecidos pelos próprios alunos através do formulário da plataforma *Google Forms*. Também serão apresentados alguns comentários feitos pelos alunos em vídeos 3D e durante aulas realizadas pelo o *Google Meet*.

Ressalta-se que, afim de preservar a identidade dos alunos que responderam ao formulário de avaliação da pesquisa, foi solicitado a estes que escolhessem pseudônimos.

#### 6.1.1 Pesquisa com alunos do 2º ano do Técnico integrado em Administração

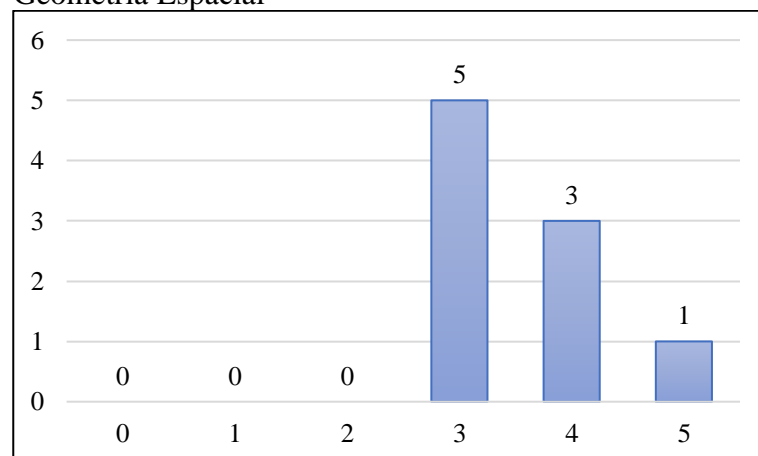
As primeiras perguntas do questionário visavam avaliar o nível de apreciação e compreensão em relação aos conhecimentos de Geometria Espacial por parte dos alunos. Inicialmente pedia-se aos alunos que quantificassem, em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não gosto" e 5 corresponde a "gosto muito", o quanto consideravam gostar de Geometria Espacial. O gráfico 5 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 5** - Nível de apreciação de Geometria Espacial

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Considerando-se o nível 3 como sendo um meio termo, ou seja, nem gosta nem desgosta, é possível inferir do gráfico 5, que grande parte dos alunos participantes da pesquisa, consideram gostar de Geometria Espacial. A importância deste resultado reside no fato de que é impossível aprender algo que não se tenha o mínimo de apreço, logo os alunos que participaram da pesquisa, o fizeram porque gostavam do conteúdo a ser trabalhado.

No entanto, gostar não implica diretamente em compreender. Por esse motivo, o questionamento seguinte pedia aos alunos que quantificassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não compreendo" e 5 corresponde a "compreendo tudo", qual seria o seu nível de compreensão dos conteúdos vistos em Geometria Espacial. Os resultados são apresentados no gráfico 6.

**Gráfico 6** - Nível de compreensão dos conteúdos de Geometria Espacial

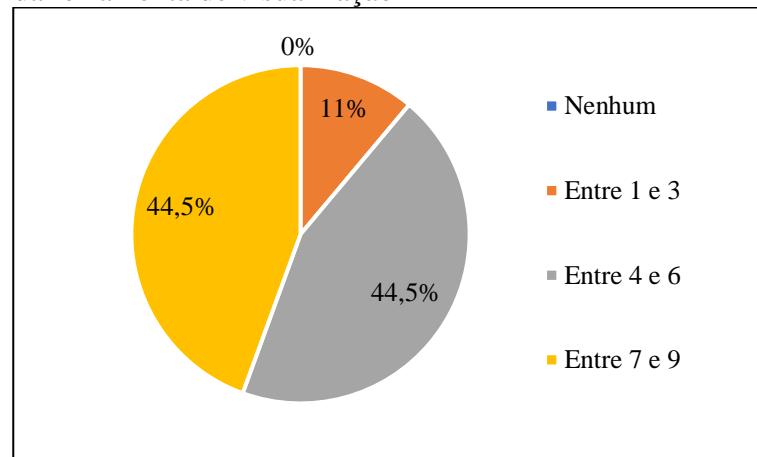
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Considerando novamente o 3 como sendo o meio termo, é possível perceber no gráfico 6, que todos os alunos que responderam ao formulário, acreditavam ter um nível de compreensão dos conteúdos na média ou acima da média.

As questões seguintes buscavam avaliar a participação dos alunos em relação ao desenvolvimento das atividades aplicadas durante a pesquisa e verificar a opinião destes em relação ao uso dos hologramas como ferramenta auxiliar na compreensão dos conteúdos.

O próximo questionamento pedia aos alunos que indicassem, em média, quantos vídeos 3D tinham assistido fazendo uso da ferramenta de visualização dos hologramas.

**Gráfico 7 -** Quantitativo de vídeos 3D assistido fazendo uso da ferramenta de visualização

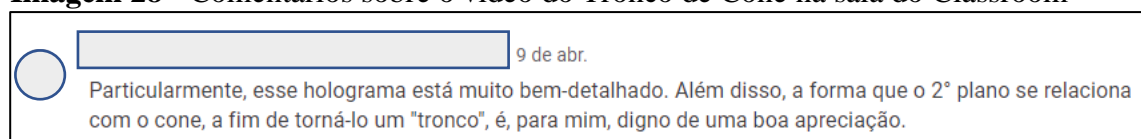


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

De acordo com o gráfico 7, pode-se concluir que a maioria dos alunos assistiu a quatro ou mais vídeos com a ferramenta de visualização. Sabendo-se que foram disponibilizados ao todo nove vídeos 3D para essa turma, esse pode ser considerado um bom quantitativo.

Em seguida pediu-se aos alunos que indicassem, entre todos os hologramas vistos por eles, qual o seu preferido. Entre os vídeos disponibilizados, o Tronco de Cone foi o mais votado, seguido do octaedro e do dodecaedro (imagens disponíveis no apêndice A). A imagem 28 apresenta o comentário de um dos alunos no vídeo do Tronco de Cone.

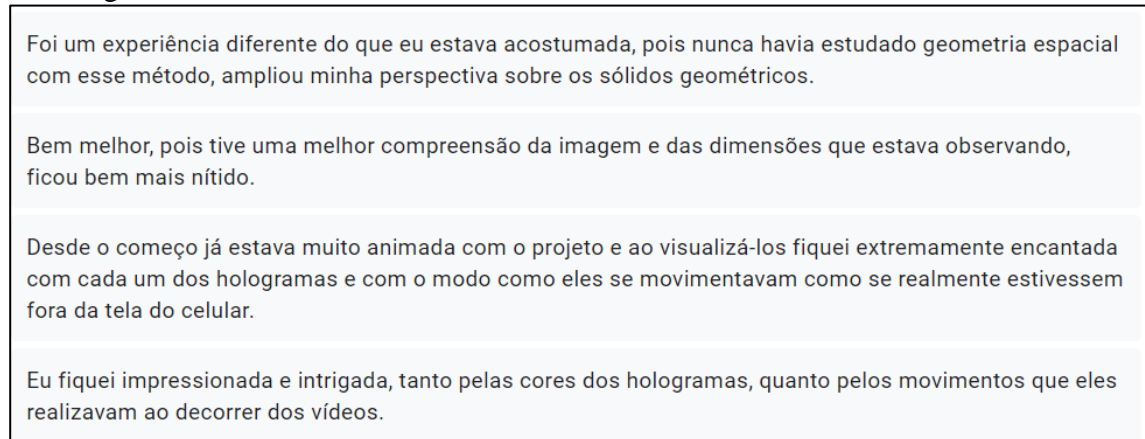
**Imagem 28 -** Comentários sobre o vídeo do Tronco de Cone na sala do Classroom



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A fim de constatar o potencial lúdico deste recurso, questionou-se os alunos quanto aos seus sentimentos ao visualizarem os hologramas. Estes relataram ter gostado da experiência, enquanto outros se disseram surpresos com o efeito gerado, e alguns se restringiram a dizer que acharam bonito. Na imagem 29 apresentam-se alguns dos comentários dos alunos.

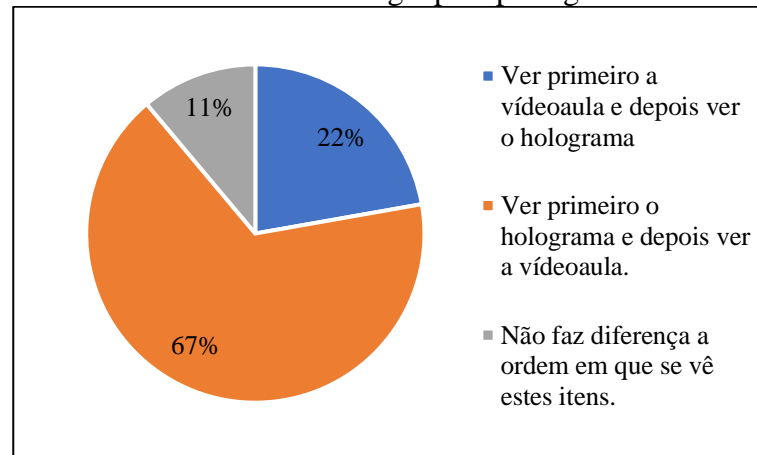
**Imagem 29** - Comentários dos alunos quanto aos sentimentos despertados ao visualizar os hologramas



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Pode-se associar aos comentários feitos pelos alunos, na imagem 29, o fator lúdico atribuído a este recurso didático, enfatizado por Araújo (2018, p. 131) ao afirmar: “o aspecto lúdico das pirâmides “holográficas” e a curiosidade ingênua dos indivíduos em geral sobre a holografia, agrega um rico potencial didático ao produto educacional desenvolvido, favorecendo o ensino da óptica na educação básica” e por Medeiros (2006, p.341) quando afirma que este instrumento tem a “possibilidade inegável de cativar a atenção dos estudantes”.

Em busca da definição do melhor momento para disponibilização dos vídeos 3D em relação as videoaulas do conteúdo, questionou-se aos alunos qual teria sido a melhor metodologia: ver primeiro o holograma e depois o vídeo da aula ou ver primeiro a videoaula e depois o holograma. Adicionou-se a estas alternativas a possibilidade de não fazer diferença a ordem em que estes itens eram vistos pelo aluno. O gráfico 8 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 8 - Melhor metodologia para postagem do material**

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

De acordo com o gráfico 8, os alunos preferiam ver primeiro os hologramas e só então assistir as vídeoaulas. Se considerarmos o potencial de desenvolvimento da habilidade de visualização espacial que este recurso possui, amplamente enfatizado por Almeida; Lima (2019), esta sequência favorece o aprendizado dos conteúdos de Geometria Espacial, tendo em vista que primeiro o aluno visualiza a forma geométrica em todas as suas dimensões e só então associa conceitos a esta. Esta disposição também está de acordo com o que é proposto pelo Modelo de o apêndice Van Hiele e com o que propõem Brasil (1997) através dos PCNs, mesmo este público não sendo composto por crianças.

Quando questionados se os hologramas contribuíram para o entendimento dos conteúdos de Geometria Espacial, os alunos, em sua ampla maioria, disseram que “sim, este recurso auxiliou na compreensão dos conteúdos”. Questionados sobre “como” teria sido este auxílio, o argumento mais apresentado foi de que: “este recurso ajudou a visualizar o sólido geométrico”. Na imagem 30 são apresentadas algumas das respostas dadas a estes questionamentos.

### Imagem 30 - Contribuições dos hologramas para o entendimento dos conteúdos

Da mesma forma que possibilitam uma associação com sólidos cotidianos, os hologramas repercutem um paralelismo com suas respectivas fórmulas de áreas e volumes, especialmente os que retratam corpos redondos.

sim, porque me ajudou a ter uma visualização melhor das formas geométricas e isso me fez ter mais facilidade enquanto eu realizava algumas atividades

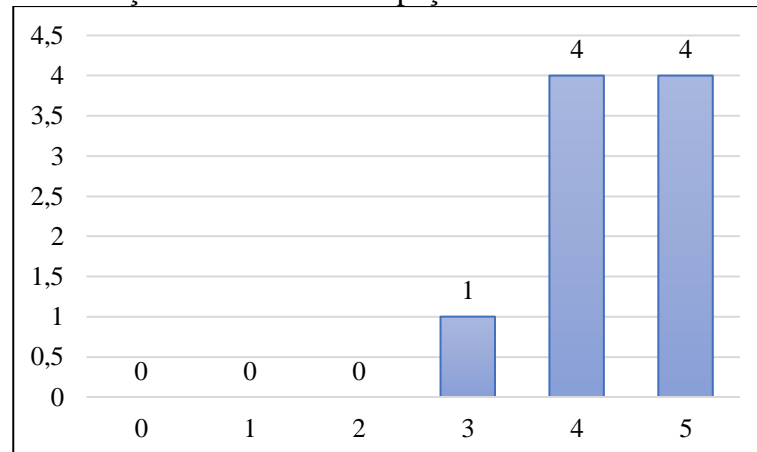
Com a ferramenta pude ter uma melhor visualização dos sólidos geométricos apresentados, um contato maior, o que contribuiu muito na hora de resolver as atividades propostas, já que na maioria das vezes para interpretar as questões é necessário visualizar o sólido.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

As respostas apresentadas na imagem 30, corroboram às conclusões já apresentadas, de que os hologramas contribuem no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial, desta vez sendo afirmada pelos próprios alunos.

Pedi-se ainda aos alunos que quantificassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não ajudou" e 5 corresponde a "ajudou muito", o nível de contribuição dos hologramas para a ampliação da sua capacidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional. Estes resultados são apresentados no gráfico 9.

**Gráfico 9** - Nível de ampliação da capacidade de visualização dos sólidos no espaço tridimensional



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Novamente considerando 3 como sendo o meio termo, os resultados do gráfico 9 apontam para uma ampliação da capacidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional acima da média.

Por fim, perguntou-se aos alunos se durante o desenvolvimento da pesquisa haviam ocorrido situações interessantes relacionadas a esta. A maioria dos alunos responderam que “não, nada de interessante havia acontecido”. No entanto, algumas respostas se destacaram das demais.

**Imagem 31 - Situações interessantes relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa**

Sim. Ainda que se assemelham em alguns aspectos a reprojeções de datashows, por exemplo, os efeitos dos hologramas tornam-se mais apreciáveis - isto é, aproximam-se de uma onipresença real - em ambientes de reduzida luminosidade.

Sim, mostrei os hologramas para meus primos mais novos e todos ficaram maravilhados com as figuras e se divertiram bastante enquanto cada uma delas se movimentava na ferramenta.

Eu e mais alguns integrantes da minha família, nos juntamos para visualizar alguns vídeos 3D presentes no YouTube. Foi bastante interessante, principalmente o vídeo de uma borboleta voando.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Percebe-se nos comentários, da imagem 31, o nível de fascínio que os hologramas geraram em alguns alunos, levando-os a comparações com outros tipos de imagens, ou apresentando o material disponibilizado a membros de suas famílias, além da busca por mais vídeos com o mesmo efeito.

Durante as aulas pelo *Google Meet* também ocorreram manifestações sobre a utilização dos hologramas, em uma delas a aluna relata que estava utilizando os hologramas para auxiliar suas alunas de reforço escolar no entendimento das planificações.

## 6.1.2 Pesquisa com alunos do curso de Licenciatura em Matemática

A sequência de perguntas feitas, na seção de avaliação do desenvolvimento da pesquisa, aos alunos que estavam cursando o componente curricular de Geometria Espacial no curso de Licenciatura em Matemática, foi exatamente a mesma da outra turma. No entanto, foi adicionado uma seção de avaliação do material e da metodologia desenvolvida.

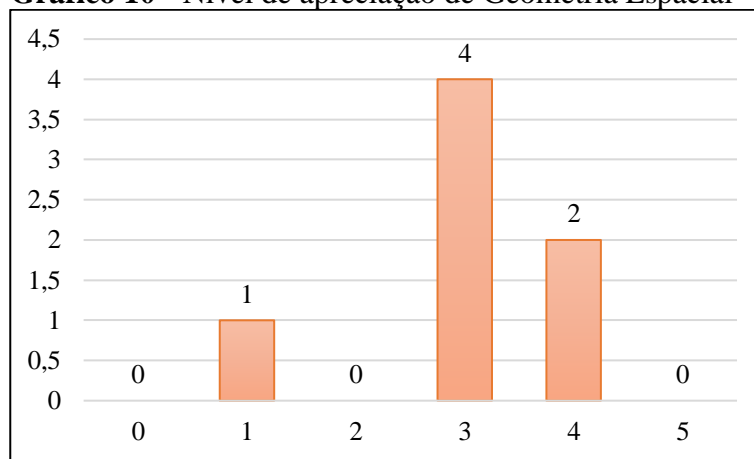
### 6.1.2.1 Seção de avaliação do desenvolvimento da pesquisa

Iniciando pela seção de avaliação do desenvolvimento da pesquisa, pediu-se aos alunos que quantificassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não gosto" e 5 corresponde



a "gosto muito", o quanto consideravam gostar de Geometria Espacial. O gráfico 10 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 10** - Nível de apreciação de Geometria Espacial

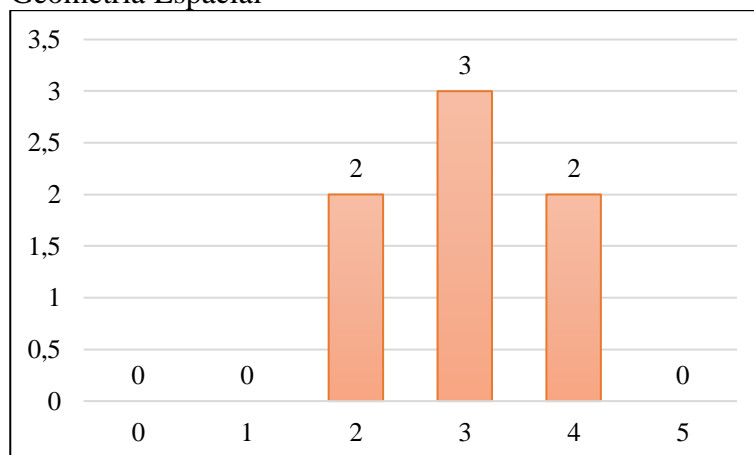


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Considerando o nível 3 como sendo um meio termo, pode-se afirmar a partir do gráfico 10, que a maioria dos alunos que estavam cursando essa disciplina se encontram no meio termo, ou seja, nem gostam nem desgostam.

Ao quantificar em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não compreendo" e 5 corresponde a "compreendo tudo", qual seria o seu nível de compreensão dos conteúdos vistos em Geometria Espacial, este grupo de alunos foi menos otimista. O gráfico 11 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 11** - Nível de compreensão dos conteúdos de Geometria Espacial

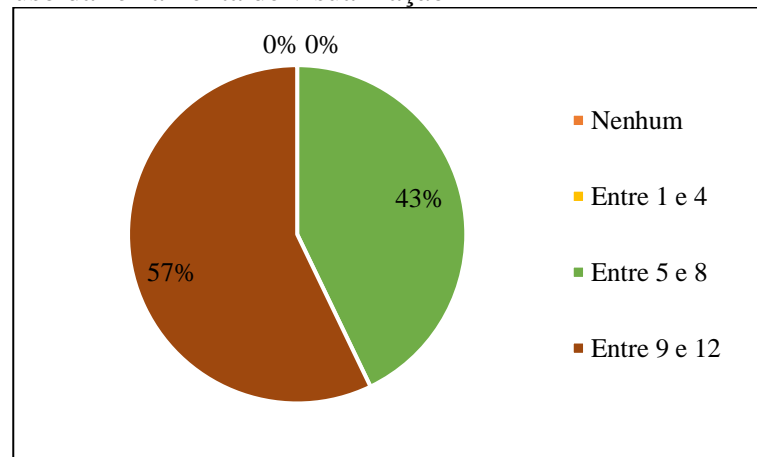


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

É possível perceber no gráfico 11, que estes alunos consideram estar em um meio termo, assim assumem ter dificuldades de compreender alguns conteúdos. Aqui é preciso ressaltar que a disciplina de Geometria Espacial abrange muito mais conteúdo do que uma unidade do Ensino Médio, logo este pode ser o fator de diferença entre as quantificações.

O próximo questionamento pedia aos alunos que indicassem, em média, quantos vídeos 3D tinham assistido fazendo uso da ferramenta de visualização dos hologramas. Este item possuía alternativas com quantidades distintas do questionário da outra turma, tendo em vista que a quantidade de aulas que ocorreram no desenvolvimento da pesquisa foi maior.

**Gráfico 12** - Quantitativo de vídeos 3D assistido fazendo uso da ferramenta de visualização



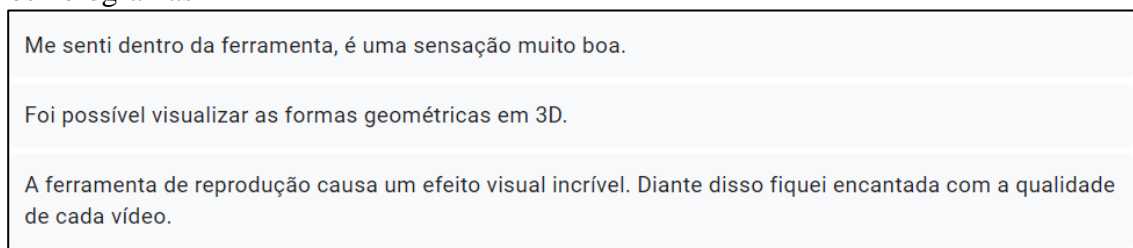
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A partir do gráfico 12, é possível perceber que todos os alunos assistiram a cinco ou mais vídeos, e que 57% dos alunos assistiram entre 9 e 12 vídeos, o que pode ser considerado um ótimo quantitativo.

Quando questionados sobre qual o seu holograma preferido, entre os que tinham visto, a maioria dos alunos responderam ter sido o Icosaedro. Também foram elencados a Esfera, o Dodecaedro e a demonstração do Volume da Pirâmide, o apêndice B traz imagens destes hologramas.

Ao serem questionado a respeito de como se sentiram ao visualizar os hologramas, os alunos relataram ter achado bem interessante, outros disseram ter ficado impressionado e alguns disseram ter sido uma experiência muito satisfatória. Apresenta-se na imagem 32 alguns dos comentários feitos pelos alunos.

**Imagem 32** - Comentários dos alunos quanto aos sentimentos despertados ao visualizar os hologramas

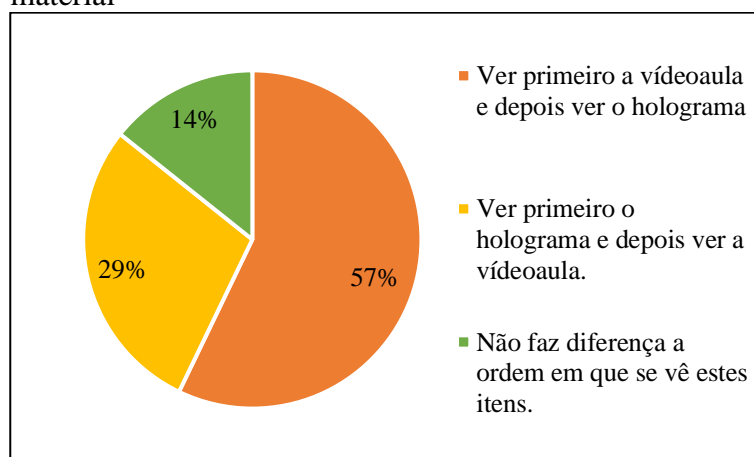


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Novamente é possível identificar o caráter lúdico deste recurso, descrito por Medeiros (2006) e Araújo (2018), também é possível perceber o seu potencial de desenvolvimento da habilidade de visualização espacial, descrito por Almeida; Lima (2019).

Ao serem questionados sobre o melhor momento para disponibilização dos vídeos 3D em relação as videoaulas do conteúdo, estes alunos tiveram um posicionamento diferente em relação a outra turma. O gráfico 13 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 13** - Melhor metodologia para postagem do material



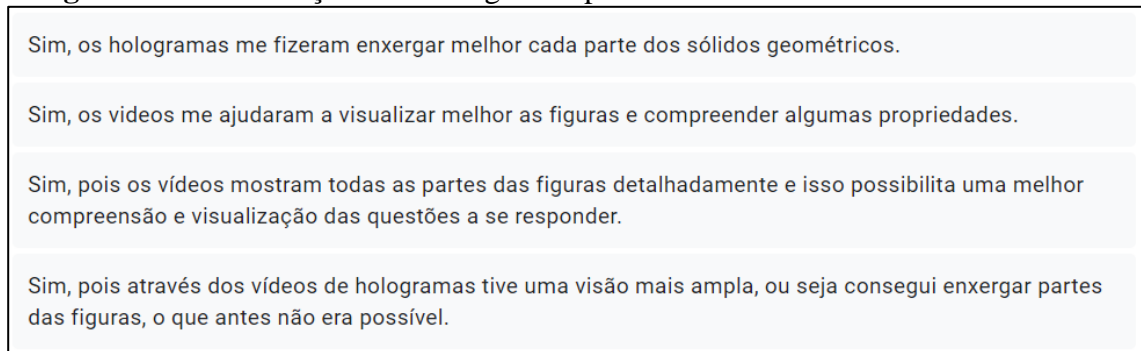
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Analisando o gráfico 13, percebe-se a preferência dos alunos por assistir primeiro a videoaula e depois ver o holograma. Este resultado no entanto não contraria ao que foi proposto pelo Modelo de Van Hiele, basta considerar que estes alunos já cursam disciplinas que serviram de base para Geometria Espacial, a exemplo de Geometria Plana que é pre-requisito desta disciplina.

Quando questionados se os hologramas contribuíram para o entendimento dos conteúdos de Geometria Espacial, todos os alunos disseram que: “sim, este recurso auxiliou na

compreensão dos conteúdos”. Ao serem questionados sobre “como” teria sido este auxílio, as respostas se concentraram no mesmo argumento: “este recurso ajudou a visualizar melhor o sólido geométrico”. Na imagem 33 são apresentadas algumas das respostas dadas a estes questionamentos.

**Imagem 33 - Contribuições dos hologramas para o entendimento dos conteúdos**

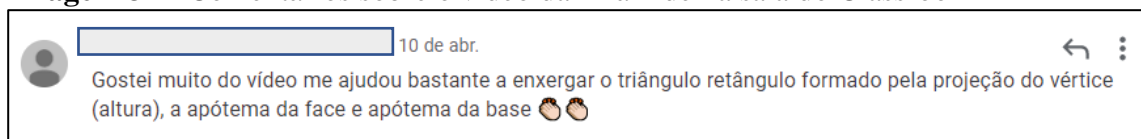


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

As respostas apresentadas na imagem 33, apenas confirmam o que já havia sido observado com os alunos do Ensino Médio, os hologramas permitem visualizar partes dos sólidos geométricos que não conseguiam perceber antes. Esta percepção também foi relatada por Almeida; Lima (2019, p. 85) que diz: “[...] esse novo modelo de representação molecular apresenta a vantagem de possibilitar a visualização da forma correta e precisa dos ângulos das ligações e da disposição tridimensional dos átomos na molécula”.

A fim de enfatizar essa percepção gerada pelos hologramas, pode-se destacar o comentário, apresentado na imagem 34, feito por uma aluna em um dos vídeos 3D.

**Imagem 34 - Comentários sobre o vídeo da Pirâmide na sala do Classroom**



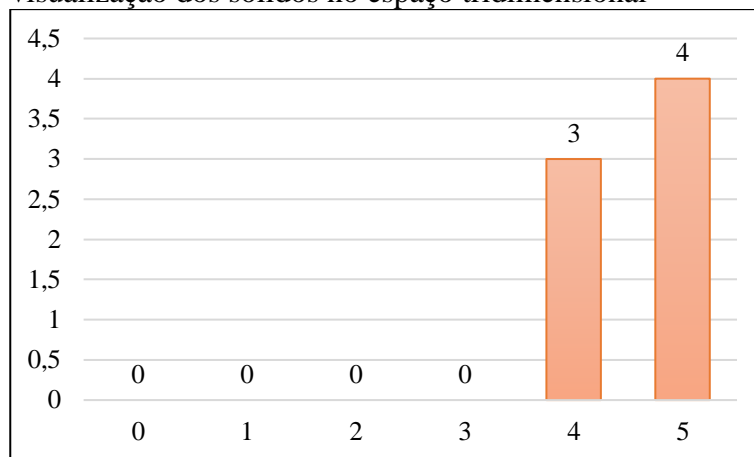
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Diante do detalhamento que é feito neste comentário é possível perceber que realmente a aluna compreendeu o conteúdo, e não apenas isso, é possível observar como os hologramas contribuíram para o desenvolvimento da visualização do objeto, levando a aluna a compreender detalhes deste.

No questionamento seguinte, pediu-se aos alunos que quantificassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não ajudou" e 5 corresponde a "ajudou muito", o nível de

contribuição dos hologramas para a ampliação da sua capacidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional. No gráfico 14 estão apresentados os resultados.

**Gráfico 14** - Nível de ampliação da capacidade de visualização dos sólidos no espaço tridimensional

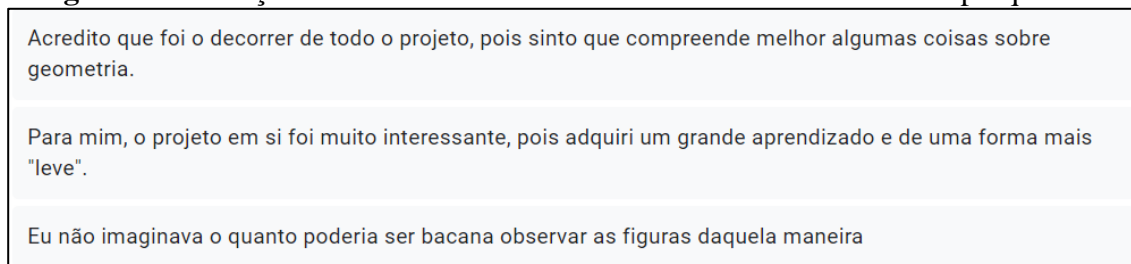


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A partir do gráfico 14, é possível concluir que, na opinião dos alunos, os hologramas contribuíram muito para a ampliação de sua capacidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional.

Ao serem questionados sobre a ocorrência de alguma situação interessante durante o desenvolvimento da pesquisa, alguns alunos responderam que “não havia acontecido situações inusitadas”, já outros alunos resolveram relatar a sua percepção do desenvolvimento da pesquisa. Na imagem 35 são apresentadas algumas destas respostas.

**Imagem 35** - Situações interessantes relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa



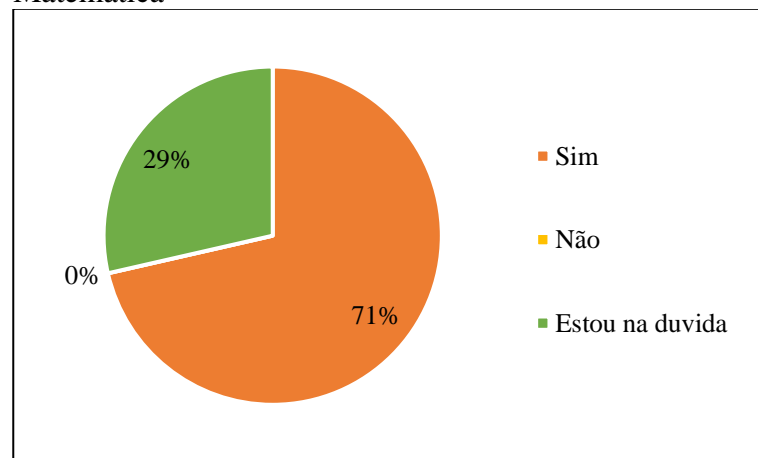
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Os comentários apresentados na imagem 35 chamam a atenção, pois demonstram que mesmo os alunos que estão na Universidade carecem de metodologias mais lúdicas, por mais simples que pareçam.

### 6.1.2.2 Secção de avaliação do material e da metodologia desenvolvida

A secção de avaliação do material e da metodologia desenvolvida era composta por cinco perguntas. A primeira delas questionava aos alunos se pretendiam seguir a carreira de professor de Matemática após a conclusão do curso. O gráfico 15 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 15** - Perspectiva de seguir como professor de Matemática

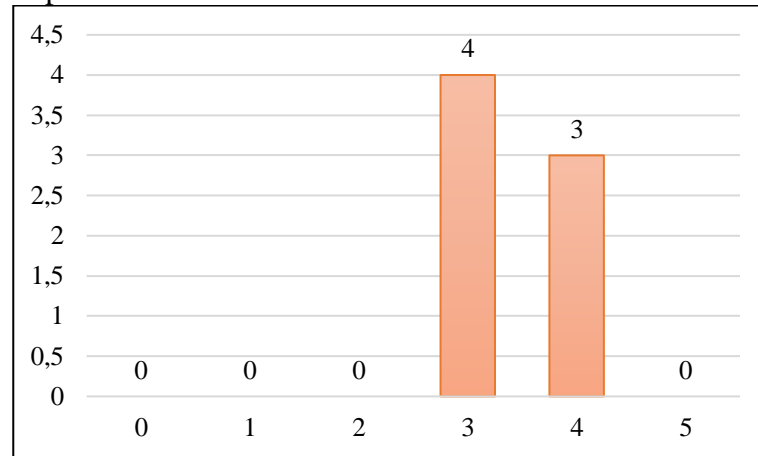


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Diante dos resultados do gráfico 15, temos uma excelente perspectiva de novos professores de Matemática, já que 71% dos alunos disseram ter a intenção de seguir carreira. Ressalta-se que esta pergunta tinha como finalidade o entendimento das respostas dos participantes nas questões seguintes, não pertencendo ao escopo deste texto um debate mais amplo sobre as implicações deste questionamento.

Em seguida, pediu-se aos alunos que quantificassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "nenhuma dificuldade" e 5 corresponde a "muito difícil", qual seria o nível de dificuldade que imaginavam que teriam para ensinar Geometria Espacial de modo remoto.

**Gráfico 16** - Nível de dificuldade para ensinar Geometria Espacial de modo remoto



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Considerando o 3 como sendo o meio termo, é possível perceber no gráfico 16, que a maioria dos alunos acreditam que seu nível de dificuldade será médio, tendendo para alto. Considerando-se que estes alunos ainda se encontravam cursando o III módulo do curso de Licenciatura em Matemática, cabe-se questionar o que os leva a essa classificação, se o Ensino da Geometria Espacial ou o ensino remoto, no entanto estes questionamentos não pertencem ao escopo deste texto.

Quando questionados, se enquanto professores, utilizariam os hologramas como metodologia de ensino em uma turma na qual precisassem ministrar o conteúdo de Geometria Espacial, os alunos foram unânimes ao dizerem que “sim”. Quando questionados sobre “por que utilizariam”, os argumentos apresentados foram bem similares, girando em torno da possibilidade de uma melhor visualização dos sólidos geométricos. A imagem 36 apresenta alguns destes argumentos.

**Imagem 36** - Porque utilizar os hologramas como metodologia de ensino

Sim, porque os hologramas ajudam a ver cada detalhe da figura melhor, com isso a turma iria compreender melhor o conteúdo.
Sim, porque os hologramas tornam a aula interessante e ajuda os alunos a visualizar melhor os sólidos geométricos.
Sim, acredito ser um método bem interessante para facilitar a visualização e compreensão do conteúdo.
Sim, pois os hologramas facilitam a compreensão das figuras geométricas.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Percebe-se, nos argumentos apresentados, uma ênfase também em relação ao fator lúdico deste recurso. Um outro bem comum, é a ampliação da compreensão do conteúdo, o que pode nos levar a visualização que, de acordo com Kaleff (2015), é muito além de ver com os olhos, mas ver com a mente, construir uma imagem mental associada ao objeto, que permite associar a este: propriedades, conceitos, definições.

Questionou-se aos alunos o que eles fariam de diferente caso eles fossem aplicar este recurso em sala de aula, que metodologia utilizariam. Em geral, estes afirmavam que nada fariam de diferente. No entanto, uma das respostas chamou atenção. A imagem 37 apresenta esta resposta.

**Imagem 37 - Como você utilizaria este recurso em sala de aula, metodologia**

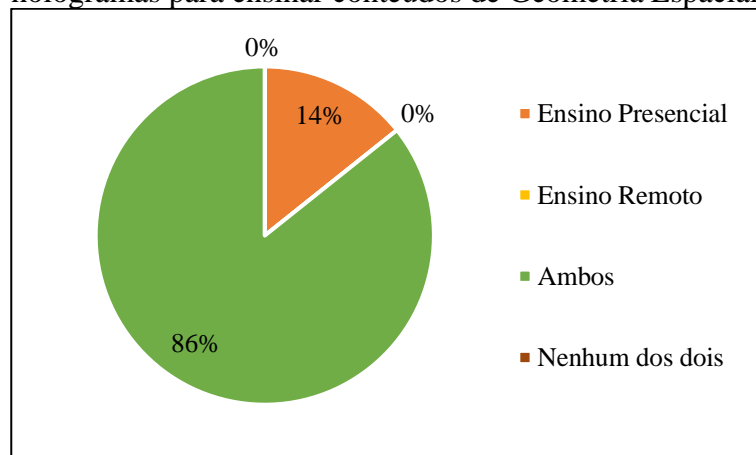
Se caso o ensino fosse presencial, além de mostrar os vídeos iria tentar reproduzir algumas das figuras para que os alunos pudessem tocar e entender melhor cada uma delas.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A prática pedagógica necessita de reflexão, ao propor a complementação do recurso com a utilização de objetos físicos, esta aluna vai além dos demais, refletindo. A prática proposta na imagem 37, possibilita o desenvolvimento do “raciocínio visual/tátil”, detalhada por Kaleff (2015, p. 85).

Por fim, questionou-se aos alunos sobre quais dos modelos de ensino seriam mais beneficiados com a utilização dos hologramas para ensinar conteúdos de Geometria Espacial. O gráfico 17 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 17 - Modelos de ensino beneficiado com o uso dos hologramas para ensinar conteúdos de Geometria Espacial**



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)



De acordo com o gráfico 17, os alunos acreditam que tanto o ensino presencial quanto o remoto, ambos, seriam beneficiados com a utilização deste recurso. Este pode ser considerado um bom indicador da multifuncionalidade dos hologramas.

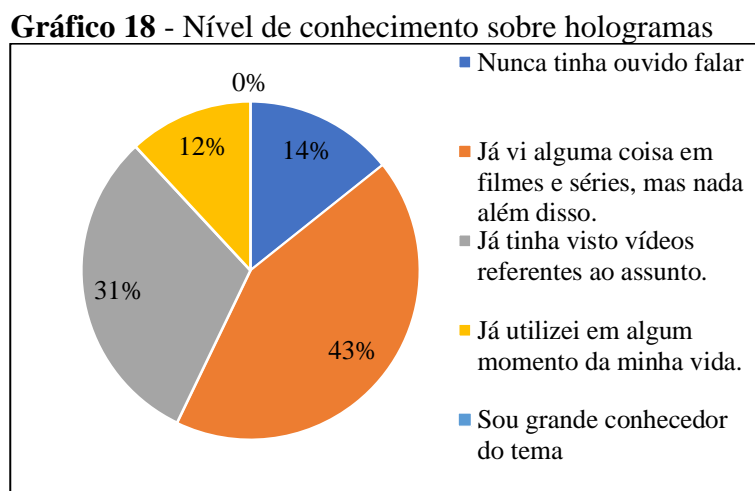
## 6.2 ANÁLISE DA PESQUISA COM PROFESSORES

Participaram desta pesquisa 46 professores, sendo 4 de áreas distintas da Matemática. Assim, optou-se por apresentar inicialmente os resultados da pesquisa com professores de Matemática, em seguida os resultados da pesquisa com os professores de outras áreas.

### 6.2.1 Pesquisa com professores de Matemática

#### 6.2.1.1 Seção de avaliação sobre o ensino de Geometria Espacial e o recurso didático

O primeiro questionamento feito aos participantes da pesquisa foi sobre o seu nível de conhecimento sobre hologramas. Havia cinco alternativas, que variavam desde “nunca tinha ouvido falar” a “sou grande conhecedor do tema”.

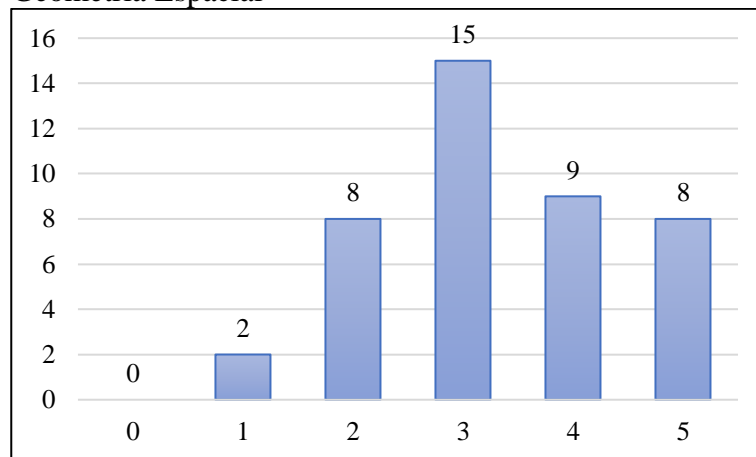


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Ao observar o gráfico 18, percebe-se que 43% dos participantes só haviam visto falar sobre hologramas em filmes e séries, é notável também o percentual dos participantes que disseram já ter visto vídeos referentes ao assunto, 31%. Assim, é possível considerar que objeto desta pesquisa não era desconhecido.

Dando sequência, pedia-se aos participantes que classificassem o nível de dificuldade que imaginavam ter para ensinar Geometria Espacial de modo remoto. Essa classificação era feita através de uma escala de 0 a 5, onde 0 correspondia a "nenhuma dificuldade" e 5 correspondia a "muita dificuldade". O gráfico 19 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 19** - Nível de dificuldade no ensino remoto de Geometria Espacial



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Analisando o gráfico 19, percebe-se que a maioria dos professores classificaram o seu nível de dificuldade em 3, tal classificação poderia ser considerada como um meio termo, onde não se tem uma dificuldade exagerada, porém não se considera ser algo tão simples.

Ainda é possível perceber no gráfico 19, que a soma dos quantitativos dos níveis 4 e 5 é maior do que a soma dos níveis 1 e 2, assim pode-se afirmar que há uma grande parcela de professores que julgam ter uma dificuldade considerável em relação a ensinar estes conteúdos de modo remoto.

Quando questionados se acreditavam que os hologramas, enquanto recurso didático, poderiam facilitar o ensino de conteúdos de Geometria Espacial no ensino remoto, os participantes foram unânimes ao dizer que “sim, acreditavam que este recurso poderia facilitar”.

Ainda neste questionamento, pediu-se que os participantes comentassem a sua opinião. Estes se concentraram em torno do fator lúdico, atribuído a este recurso, e da possibilidade de visualização tridimensional das formas geométricas. Entre os comentários feitos, alguns se destacaram e se encontram apresentados na imagem 38.

**Imagem 38 - Opinião dos professores sobre o uso dos hologramas como recurso didático**

Certamente, pois mesmo tendo pouco conhecimento prático sobre como produzir estes efeitos ópticos tridimensionais, os vejo como um recurso extremamente interessante na abordagem de temas relacionadas ao estudo de Geometria Espacial.

Sim! Chama muito a atenção do aluno.

Sim, acredito que a grande dificuldade do ensino de Geometria Espacial seja o aluno visualizar o sólido no espaço, nem todos tem imaginação para isso. Assim, usando o Holograma essa visualização é facilitada, os alunos conseguirão enxergar melhor as definições e propriedades dos sólidos e elementos tridimensionais.

Sim, pois os estudantes poderiam realizar as construções em seu ambiente familiar e compreender melhor os conceitos através da visualização em 3D dos sólidos.

Acredito bastante, pois os alunos possuem grande dificuldade em visualizar as formas tridimensionais.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A começar pelo comentário 1 da imagem 38, fica evidente que o professor em questão reconhece que os hologramas dos quais trata este trabalho, na verdade consistem em ilusões de óptica e não nos hologramas gerados por laser.

Estes comentários também refletem a importância da visualização espacial na construção dos conhecimentos geométricos. Um bom exemplo são os comentários 3 e 5, ao afirmarem que “nem todos temos imaginação para isso” e “os alunos possuem grande dificuldade em visualizar as formas tridimensionais”, os professores demonstram os diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico que podem ser encontrados em sala de aula, amplamente explorado no Modelo de Van Hiele. Por fim, o comentário 4 abrangem a essência desta pesquisa.

Um outro comentário que se destacou, está apresentado na imagem 39.

**Imagem 39 - Opinião dos professores sobre o uso dos hologramas como recurso didático**

Sim, sem sombra de dúvida. O uso do holograma no ensino remoto tem muito a acrescentar no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pois a tecnologia vem se fazendo presente a cada dia na nossa realidade, seja em casa, no trabalho e principalmente no mundo acadêmico. Acredito que uso da ferramenta vem para mudar a realidade do professor em sala de aula, tanto no ensino remoto quanto no ensino presencial, pois permite criar e produzir imagens virtuais e aparentemente tridimensionais capaz de instigar o imaginário do aluno/professor.

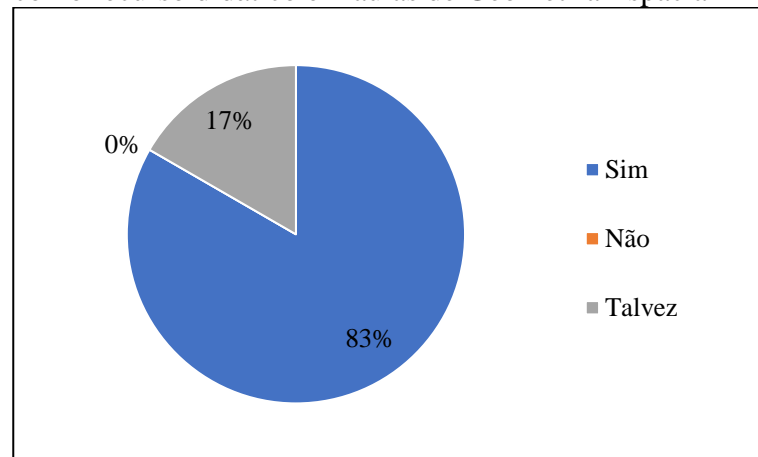
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

O comentário apresentado na imagem 39, analisa a utilização dos hologramas de acordo com orientações dos PCNs e da BNCC, que indicam a necessidade de associar o

conhecimento Matemático ao cotidiano do aluno, ao mundo do trabalho e às tecnologias. Além disso, apresenta a possibilidade que este recurso tem de “produzir imagens virtuais e aparentemente tridimensionais”, o que pode mudar a realidade do professor, auxiliando-o em seu fazer pedagógico.

Ao questionar os participantes sobre a possibilidade de utilização dos hologramas, como recurso didático, em uma turma na qual precisassem ministrar conteúdos de Geometria Espacial, 83% destes responderam que “sim, poderiam fazer uso deste recurso”. Estes resultados estão expressos no gráfico 20.

**Gráfico 20** - Possibilidade de utilização dos hologramas como recurso didático em aulas de Geometria Espacial

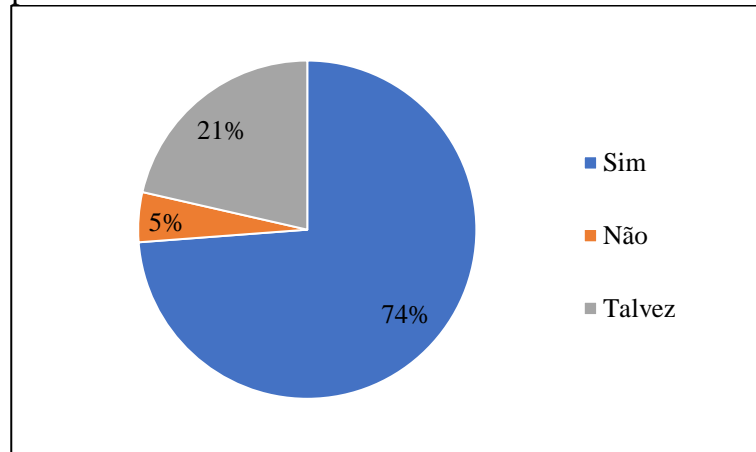


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Os resultados expressos no gráfico 20, podem ser considerados animadores, pois demonstram que os participantes tem abertura para a utilização de novos recursos didáticos. Ressalta-se que 17% disseram que talvez pudessem utilizar, mas nenhum dos participantes recusou a possibilidade de utilização deste recurso.

Um fator de extrema relevância na aplicação de qualquer recurso didático é a realidade escolar. Por esse motivo, questionou-se aos participantes da pesquisa se, diante da realidade escolar dos seus alunos, consideravam este recurso didático viável para o ensino remoto. Os resultados deste questionamento são apresentados no gráfico 21.

**Gráfico 21** - Possibilidade de utilização dos hologramas a partir da realidade escolar

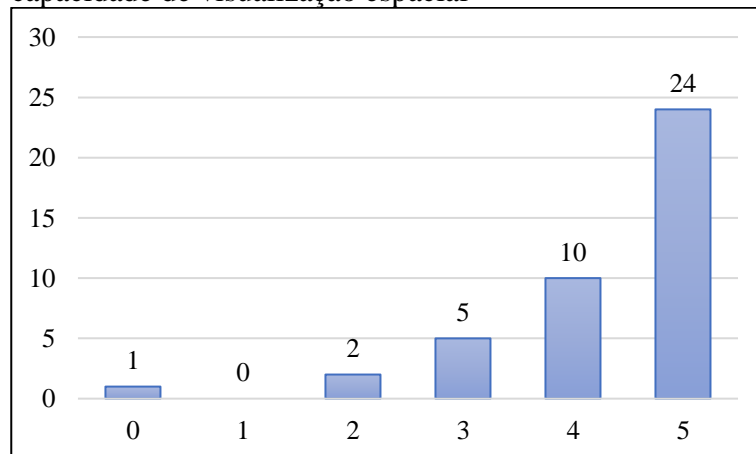


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

De acordo com o gráfico 21, 74% dos participantes afirmaram que, com base em suas realidades escolares, seria possível a utilização deste recurso no ensino remoto.

Pedi-se aos participantes que mensurassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não contribui" e 5 corresponde a "contribui muito", o quanto acreditavam que os hologramas pudessem contribuir para ampliar a capacidade de visualização espacial dos seus alunos. Estes resultados são apresentados no gráfico 22.

**Gráfico 22** - Contribuição dos hologramas para ampliar a capacidade de visualização espacial



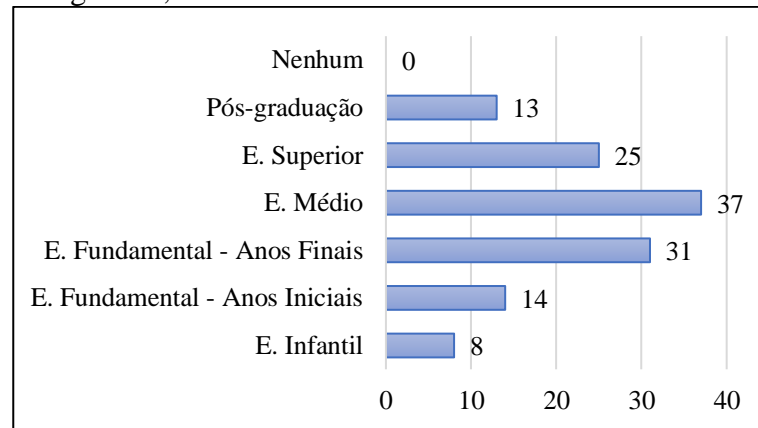
Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A partir do gráfico 22, conclui-se que para a maioria dos professores os hologramas podem contribuir muito para ampliação a capacidade de visualização espacial dos seus alunos. Este resultado é reforçado pelos resultados já apresentados na análise das pesquisas com

alunos. Logo, pode-se concluir que os hologramas apresentam grande potencial para ampliar a capacidade de visualização espacial.

Em seguida, questionou-se aos participantes em quais níveis de ensino eles utilizariam os hologramas como um recurso didático. Esta pergunta permitia que fossem marcadas mais de uma alternativa. O gráfico 23 apresenta os resultados deste questionamento.

**Gráfico 23** - Níveis de ensino para aplicação dos hologramas, como recurso didático

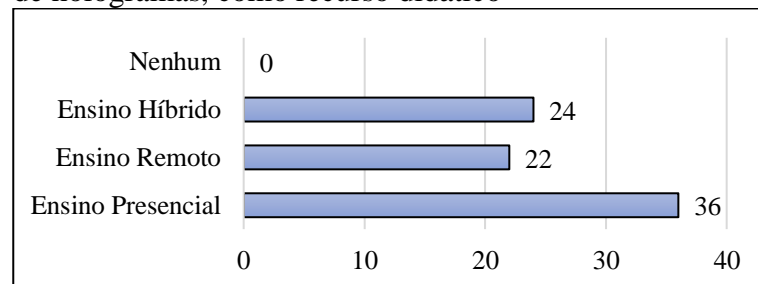


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Pode-se inferir a partir do gráfico 23, que o Ensino Médio apresenta-se como sendo o público preferencial deste recurso. Ainda de acordo com o gráfico, pode-se considerar o Ensino Fundamental – Anos Finais e o Ensino Superior, como sendo públicos adequados para utilização deste recurso.

Por fim, esta seção encerrava-se com o questionamento sobre qual seria o modelo de ensino que mais se beneficiaria da utilização deste recurso didático, na opinião dos participantes. Este item também permitia que fossem marcadas mais de uma alternativa. Os resultados estão apresentados no gráfico 24.

**Gráfico 24** - Modelos de ensino mais beneficiados pelo uso de hologramas, como recurso didático



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

De acordo com o gráfico 24, o Ensino Presencial seria o modelo que mais se beneficiaria com o uso de hologramas como recurso didático. A falta de controle sobre o desenvolvimento das atividades em outros modelos de ensino, pode ser um dos motivos que levaram a esta preferência.

#### 6.2.1.2 Relato de Experiência em relação ao ensino de Geometria Espacial no período de ensino remoto

Dos 42 professores de Matemática que participaram da pesquisa, apenas 17 haviam ministrados conteúdos de Geometria Espacial no Ensino Remoto ou Híbrido. Em seus relatos, a maioria dos professores disseram ter sido uma experiência difícil o ensino remoto destes conteúdos.

Em um ambiente de sala de aula presencial, a utilização de diversos recursos didáticos facilitam a visualização e o entendimento dos conteúdos de Geometria Espacial, no entanto, de modo remoto estes recursos não estavam acessíveis aos alunos. Assim, estes professores foram impelidos a criar novas estratégias pedagógicas que auxiliassem o aluno neste desenvolvimento. O relato apresentado na imagem 40 ilustra bem a situação.

#### **Imagem 40** - Relatos de experiências do ensino de Geometria Espacial de modo remoto

Num primeiro momento foi bastante complicado por não poder apresentar aos alunos o material palpável de que a escola dispunha ' para que os alunos através da observação e da manipulação dos mesmos, pudessem em um contexto mais amplo, verificar características e elementos próprios de cada grupo .Tendo sido amenizado posteriormente com utilização de videoaulas do YouTube e da exibição de slides.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

A estratégia de utilizar videoaulas da internet e exibição de slides foi utilizada por outros professores, alguns também fizeram uso de imagens e do próprio livro didático. Uma outra estratégia que teve muitos adeptos foi a de utilização dos *softwares* de geometria dinâmica, a exemplo do *Poly* e do *Geogebra*.

Uma outra estratégia utilizada foi a de associar os conhecimentos, que estavam sendo trabalhados, ao ambiente em que o aluno se encontrava ou a objetos conhecidos deste. Estas práticas pedagógicas variavam entre a observação e a medição de superfícies. A imagem 41 apresenta algumas destas práticas pedagógicas.

**Imagem 41 - Relatos de experiências do ensino de Geometria Espacial de modo remoto**

Eu peço para que os alunos absorvem tudo que estão presentes no seu ambiente de qual forma que reconheçam a forma e a posição das coisas. Depois passamos por definições e visualizações gráficas através de figuras em slides.

Coloquei eles pra fazerem medições em objetos e/ou construções que eles poderiam ter em casa. Essa foi a parte mais interessante na minha opinião.

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

No entanto é preciso registrar técnicas totalmente diferentes, é o caso do relato apresentado na imagem 42, onde o professor fez construções com palitos.

**Imagem 42 - Relatos de experiências do ensino de Geometria Espacial de modo remoto**

Formei desenhos espaciais com palito e gravei vídeos desenvolvendo os passo e explicando cada parte do desenho, desde o vértice até as faces

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

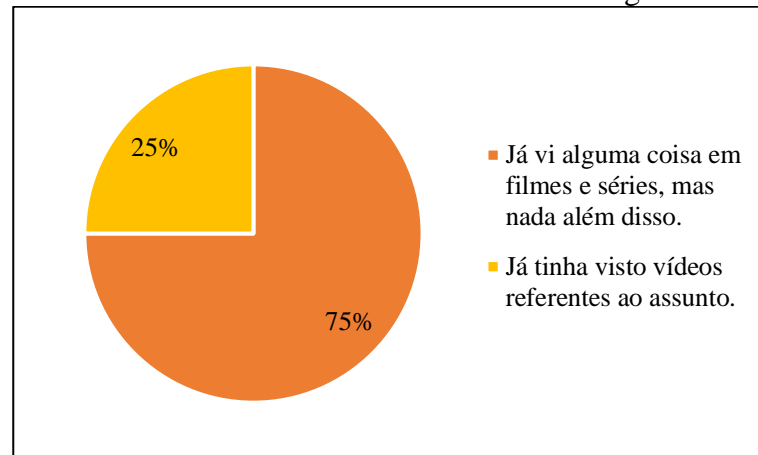
O que todas estas estratégias de ensino tem em comum? Todas elas procuram desenvolver o pensamento geométrico. Buscam capacitar os alunos para a construção mental das formas geométricas, habilidade de visualização espacial, e assim possibilitar a compreensão de conceitos, definições, propriedades, e etc.

Percebe-se também, a partir dos relatos dos professores, a limitação dos recursos didáticos que se tinham disponíveis neste momento atípico, muitos destes restritos a aplicação no ensino presencial, levando estes professores a procurar novas estratégias de ensino que pudessem auxiliar o aluno na compreensão dos conteúdos apresentados.

**6.2.2 Pesquisa com professores de outras áreas do conhecimento**

Os questionamentos direcionados aos professores de outras áreas do conhecimento estavam voltados para à avaliação dos hologramas enquanto recurso didático. A pergunta inicial buscava identificar qual o nível de conhecimento dos participantes sobre hologramas. Havia cinco alternativas para esta pergunta, que variavam desde “nunca tinha ouvido falar” a “sou grande conhecedor do tema”. O gráfico 25 apresenta as respostas.

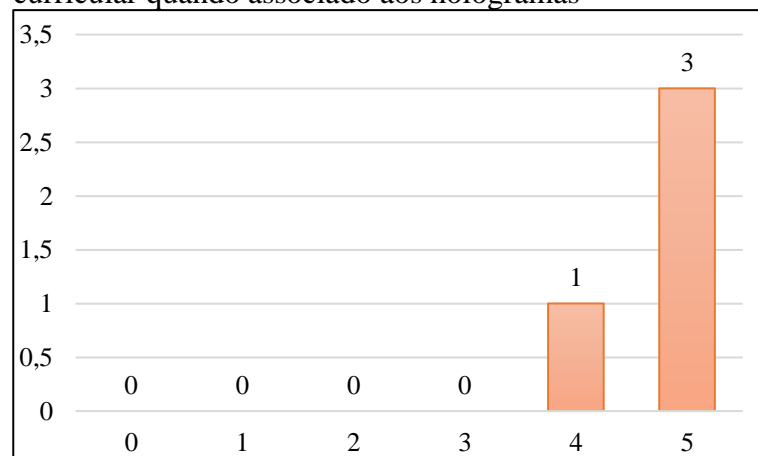


**Gráfico 25** - Nível de conhecimento sobre hologramas

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Diante dos resultados do gráfico 25, é possível afirmar que todos os participantes já tinham uma ideia sobre o tema. Este resultado se assemelha ao encontrado na pesquisa com os professores de Matemática.

Na pergunta seguinte, solicitou-se aos participantes que quantificassem em uma escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "não facilita" e 5 corresponde a "facilita muito", o quanto acreditavam que este recurso didático poderia facilitar o ensino remoto do componente curricular que lecionavam.

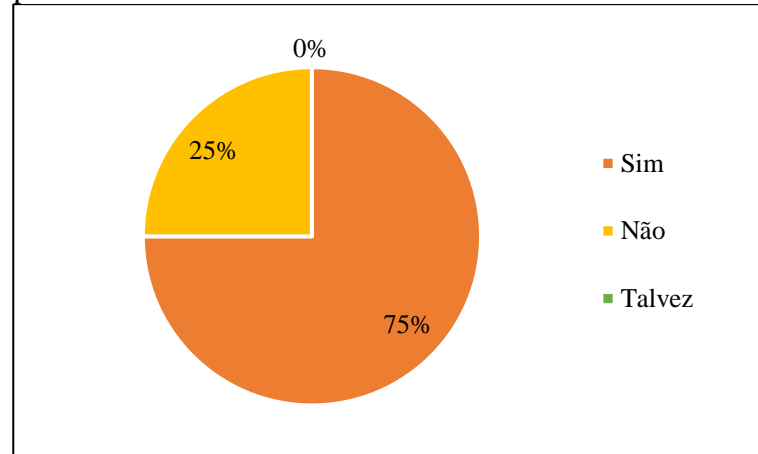
**Gráfico 26** - Nível de facilidade do ensino do componente curricular quando associado aos hologramas

Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

De acordo com o gráfico 26, é possível concluir que os participantes consideravam que os hologramas poderiam facilitar muito o ensino dos seus componentes curriculares.

O questionamento seguinte buscava verificar a viabilidade da utilização deste recurso didático no ensino remoto, tendo por base a realidade escolar dos alunos destes participantes.

**Gráfico 27** - Possibilidade de utilização dos hologramas a partir da realidade escolar

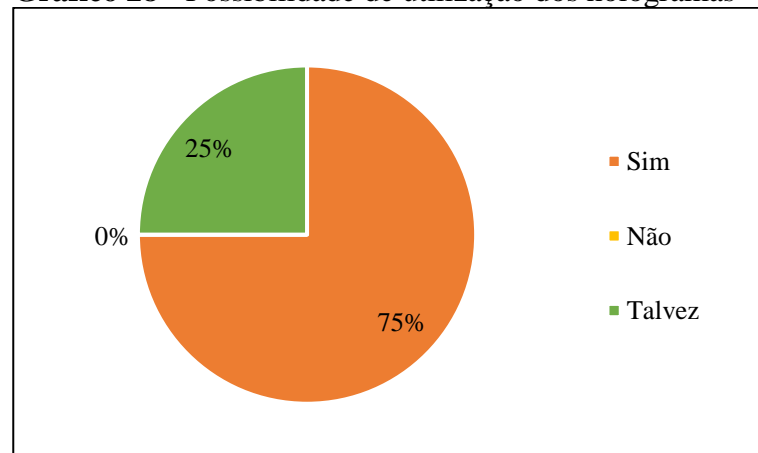


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Como pode ser observado no gráfico 27, 75% dos participantes disseram ser possível a utilização deste recurso, a partir da realidade escolar de seus alunos. Fazendo-se um comparativo com as respostas dos professores de Matemática, pode-se perceber que as taxas percentuais positivas ficam bem próximas, no caso 74%.

Em seguida, perguntou-se aos participantes se eles utilizariam os hologramas, como recurso didático, para ensinar algum conteúdo dentro do componente curricular que estavam ministrando. As respostas estão apresentadas no gráfico 28.

**Gráfico 28** - Possibilidade de utilização dos hologramas

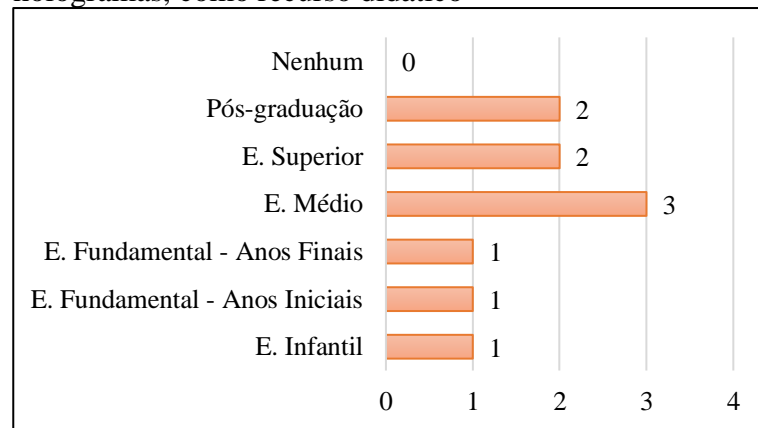


Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

Observando o gráfico 28, pode-se perceber que 75% utilizariam este recurso para ministrar algum conteúdo. Este resultado reforça o potencial dos hologramas como um recurso multifuncional, sendo possível a sua utilização em diversas áreas do conhecimento.

Questionou-se aos participantes em quais níveis de ensino eles utilizariam os hologramas como um recurso didático. Esta pergunta permitia que fossem marcadas mais de uma alternativa. O gráfico 29 apresenta os resultados deste questionamento.

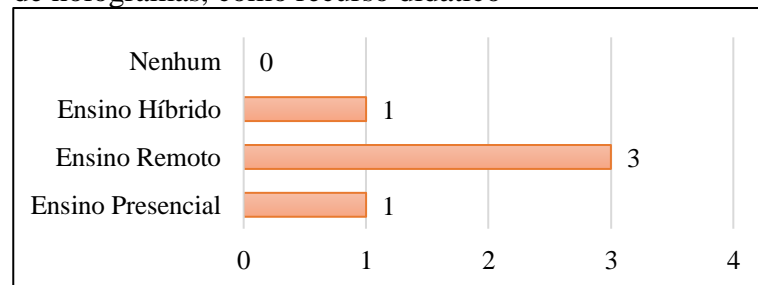
**Gráfico 29** - Níveis de ensino para aplicação dos hologramas, como recurso didático



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

O gráfico 29, apresenta o Ensino Médio como público preferencial para aplicação deste recurso. Novamente o resultado encontrado nesta pesquisa se assemelha ao resultado encontrado na pesquisa com professores de Matemática, tendo sido escolhido o mesmo público como preferencial. No entanto, percebe-se uma diferença quanto ao modelo de ensino que seria mais beneficiado com o uso deste recurso didático, como pode ser verificado no gráfico 30.

**Gráfico 30** - Modelos de ensino mais beneficiados pelo uso de hologramas, como recurso didático



Fonte: Dados da Pesquisa (2021)

De acordo com estes participantes, o modelo mais beneficiado seria o Ensino Remoto.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao iniciar este trabalho acreditava-se que os hologramas pudessem contribuir no ensino de conteúdos de Geometria Espacial, por facilitar a visualização de parte dos sólidos geométricos, que não eram possíveis de serem vistos em modelos táteis, como sólidos construídos em papel cartão ou formas geométricas em acrílico. E por mais que os softwares de geometria dinâmica façam muito bem esse papel, ainda não parecia ser próximo o suficiente.

Ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, pôde-se ir muito além do que se tinha planejado, quanto ao desenvolvimento das partes que comporiam a estrutura final dos hologramas, a saber: a ferramenta de visualização e os vídeos 3D. Ao construir modelos próprios para a ferramenta de visualização, ao todo três modelos de baixo custo, tornando esta o mais acessível possível. Na produção dos vídeos 3D, que no início apenas almejava apresentar os sólidos, vértices, arestas, planificações, dando lugar a vídeos mais elaborados, que buscavam apresentar definições, propriedades e demonstrações.

A partir das pesquisas realizadas com alunos do 2º ano do Técnico integrado em Administração e alunos do curso de Licenciatura em Matemática, percebeu-se o potencial lúdico e de desenvolvimento/ampliação da habilidade de visualização espacial que os hologramas possuem, enquanto recurso didático.

Este potencial lúdico está associado principalmente aos alunos do Ensino Médio, porém o efeito gerado pelos hologramas pode ainda encantar públicos com mais idade e tempo de estudo. Quanto ao potencial de desenvolvimento/ampliação da habilidade de visualização espacial, este se diferencia de aluno para aluno, não havendo um nível de ensino que seja mais beneficiado que outro. Esta percepção é corroborada pelo Modelo de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Em relação a avaliação dos hologramas, como recurso didático, feita pelos próprios alunos do curso de Licenciatura em Matemática, enquanto futuros professores, pode-se inferir que este recurso facilita a compreensão dos conteúdos, pois possibilita a visualização dos sólidos geométricos em todas as suas dimensões, permitindo observar conceitos que seriam de difícil compreensão a partir de modelos táteis ou imagens bidimensionais em livros.

As constatações feitas com os alunos do curso de Licenciatura em Matemática, foram validadas pela pesquisa feita com professores. Tendo-se reafirmado tanto o potencial lúdico dos hologramas, como o de desenvolvimento/ampliação da habilidade de visualização espacial, sendo assim, um recurso facilitador da compreensão dos conteúdos.

Baseado na pesquisa com professores, foi possível concluir que os hologramas apresentam-se como um recurso didático viável, tanto do ponto de vista do ensino de conteúdo, não estando restrito apenas aos conteúdos de Geometria Espacial, como a partir da realidade escolar dos alunos. Assim, este recurso adota um carácter multifuncional, podendo ser associado tanto ao ensino presencial como a outros modelos de ensino, a exemplo do ensino remoto.

Portanto, conclui-se que os hologramas, enquanto recurso didático, podem contribuir com o ensino, em diferentes áreas, por possuir amplo potencial de desenvolvimento/ampliação da habilidade de visualização espacial. Além disso, podem ser considerados como um recurso simultaneamente lúdico e tecnológico, por sua estrutura composta por celular e vídeos 3D.

Este trabalho não teve a intenção de esgotar os debates sobre o uso dos hologramas em sala de aula, nem do ponto de vista das contribuições deste recurso, nem das possibilidades de aplicação. Assim, recomendam-se pesquisas que se utilizem deste recurso: nos diferentes modelos de ensino, nas mais variadas áreas do conhecimento e associando-os a diferentes metodologias.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Glaylton Batista de. LIMA, José Ossian Gadelha de. **Elaboração de holograma para o ensino de geometria molecular**. ENCITEC – Santo Ângelo - Vol. 10, n. 1., p. 73-87, jan./abr. 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v10i1.3010>. Acesso em: 16 abr. 2020.
- ALVES, George. **Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador**. Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE). 2007. p. 1-10. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5753/cbie.sbie.2007.1-10>. Acesso em: 02 jul. 2020.
- ARAÚJO, Emanuel Pereira de. **Pirâmide" holográfica": uma introdução ao estudo da óptica no ensino fundamental**. 2018. 170 f. Dissertação de (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física - Rede Nacional, Natal, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/26475>. Acesso em: 30 jan. 2021.
- ARCAVI, Abraham. **The role of visual representations in the learning of mathematics**. Educational studies in mathematics, v. 52, n. 3, p. 215-241, 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077> Acesso em: 23 mai. 2021.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Aprenda a identificar se o seu dinheiro é real**. Disponível em: [https://www.bcb.gov.br/novasnotas/assets/downloads/material-apoio/2e5/Folheto\\_br.pdf](https://www.bcb.gov.br/novasnotas/assets/downloads/material-apoio/2e5/Folheto_br.pdf). Acesso em: 28 jul. 2021.
- BARCELLOS, Ekaterina E. I. et al. **Holografia: Inovação e Metáfora de Interatividade na Comunicação e na Representação Ótica**. Blucher Design Proceedings, v. 2, n. 2, p. 569-582, 2015. Disponível em: [http://pdf.blucher.com.br/designproceedings/cidi2015/cidi\\_12.pdf](http://pdf.blucher.com.br/designproceedings/cidi2015/cidi_12.pdf). Acesso em: 02 jul. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais: primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental: matemática (1ª a 4ª séries)**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries)**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília, DF: MEC/SEMTEC, 1999.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **(PCN +) Ensino Médio: orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF: MEC/SEMTEC, 2002.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2006. v. 2.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2002.

\_\_\_\_\_. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. Editora Atlas SA, 2008. Disponível em: <https://ayanrafael.files.wordpress.com/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9nicas-de-pesquisa-social.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2020.

CARVALHO, Luiz Carlos de. **Análise da organização didática da geometria espacial métrica nos livros didáticos**. 2008. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11334>. Acesso em: 02 jul. 2020

FRISKE, Andréia Luiza et al. Minicurso de Geogebra. 2016. Grupo PET Matemática da UFSM. Universidade Federal De Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2016. Disponível em: <https://www.ufsm.br/pet/matematica/downloads-2/>. Acesso em: 03 fev. 2021

GOMES, João Paulo das Neves. **Desvendando os Hologramas**. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010. Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/4075/3/JPNGomes.pdf>. Acesso em: 15 mai. 2020

GUTIERREZ, Angel. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. 1996. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/267420316\\_Visualization\\_in\\_3-Dimensional\\_Geometry\\_In\\_Search\\_of\\_a\\_Framework](https://www.researchgate.net/publication/267420316_Visualization_in_3-Dimensional_Geometry_In_Search_of_a_Framework). Acesso em: 23 mai. 2021.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física, vol. 4: óptica e física moderna**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

INSTITUTO FEDERAL DO PIAUÍ. Pró-reitoria de Ensino. **Instrução Normativa nº 02/2020, de 19 de novembro de 2020**. Estabelece os procedimentos para o funcionamento das Atividades Pedagógicas não Presenciais, a partir do semestre 2020.2, nos termos da resolução CONSUP nº 14/2020, de 18 de junho de 2020. Piauí: Pró-reitoria de Ensino, 2020. Disponível em: [www.ifpi.edu.br](http://www.ifpi.edu.br). Acesso em: 14 dez. 2020.

JOLANDEK, Emilly Gonzales. MENDES, Luiz Otavio Rodrigues. BACCON, Ana Lucia Pereira. **O ensino de geometria espacial por meio de holograma: uma possibilidade para o ensino na matemática**. V Simpósio Nacional de Ensino De Ciência E Tecnologia / II Semana Acadêmica de Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais. PR, 2016. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/2016/selecionados.php>. Acesso em: 15 mai. 2020.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland et al. **Desenvolvimento do pensamento geométrico – o modelo de van Hiele**. Bolema-Boletim de Educação Matemática, v. 9, n. 10, p. 21-30,

1994. ISBN 978-85-89082-23-5. Disponível em:  
<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10671>. Acesso em: 16 abr. 2021.

\_\_\_\_\_. **Formas, Padrões, Visualização e Ilusão de Ótica no Ensino da Geometria.** VIDYA, v. 35, n. 2, p. 18, 2015. ISSN 2176-4603. Disponível em:  
<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/602>. Acesso em: 16 abr. 2021.

LORENZATO, Sergio Aparecido. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. – SBEM, ano III, n 4, p. 3-13, 1995. Disponível em:  
[http://professoresdematematica.com.br/wa\\_files/0\\_20POR\\_20QUE\\_20NAO\\_20ENSINAR\\_20GEOMETRIA.pdf](http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf). Acesso em: 30 jan. 2021.

MATOS, José Manuel; GORDO, Fatirna. **Visualização espacial: algumas actividades.** Educação e matemática, p. 13-17, 1993. Disponível em:  
[http://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5146/1/Visualizacao\\_espacial\\_algumas\\_actividades.pdf](http://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5146/1/Visualizacao_espacial_algumas_actividades.pdf). Acesso em: 02 jul. 2020.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2003.

MEDEIROS, Alexandre. **A história e a física do fantasma de Pepper.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 23, n. 3, p. 329-345, 2006. Disponível em:  
<https://doi.org/10.5007/%25x>. Acesso em: 16 abr. 2021

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** Zetetiké, v. 1, n. 1, 1993. Disponível em:  
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/8646822/13724>. Acesso em: 23 mai. 2021

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** 2. Ed. Editora Feevale, 2013. Ebook.

SCHIVANI, Milton; SOUZA, Gustavo Fontoura de; PEREIRA, Emanuel. **Pirâmide “holográfica”: erros conceituais e potencial didático.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 40, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2017-0186>. Acesso em: 30 jan. 2021

SEABRA, Rodrigo Duarte; SANTOS, Eduardo Toledo. **Utilização de técnicas de realidade virtual no projeto de uma ferramenta 3D para desenvolvimento da habilidade de visualização espacial.** Revista Educação Gráfica, Bauru, n. 9, p. 111-122, 2005. Disponível em:  
[https://www.researchgate.net/profile/Eduardo\\_Santos6/publication/242574125\\_UTILIZACAO\\_DE\\_TECNICAS\\_DE\\_REALIDADE\\_VIRTUAL\\_NO\\_PROJETO\\_DE\\_UMA\\_FERRAMENTA\\_3D\\_PARA\\_DESENVOLVIMENTO\\_DA\\_HABILIDADE\\_DE\\_VISUALIZACAO\\_ESPACIAL/links/02e7e536a48df21b5c000000/UTILIZACAO-DE-TECNICAS-DE-REALIDADE-VIRTUAL-NO-PROJETO-DE-UMA-FERRAMENTA-3D-PARA-](https://www.researchgate.net/profile/Eduardo_Santos6/publication/242574125_UTILIZACAO_DE_TECNICAS_DE_REALIDADE_VIRTUAL_NO_PROJETO_DE_UMA_FERRAMENTA_3D_PARA_DESENVOLVIMENTO_DA_HABILIDADE_DE_VISUALIZACAO_ESPACIAL/links/02e7e536a48df21b5c000000/UTILIZACAO-DE-TECNICAS-DE-REALIDADE-VIRTUAL-NO-PROJETO-DE-UMA-FERRAMENTA-3D-PARA-)



DESENVOLVIMENTO-DA-HABILIDADE-DE-VISUALIZACAO-ESPACIAL.pdf. Acesso em: 01 jul. 2020

SETTIMY, Thaís Fernanda de Oliveira; BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial**. VIDYA, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020. Disponível em: 10.37781/vidya.v40i1.3219. Acesso em: 23 mai. 2021.

SILVA, Mauricio Barbosa da. **A geometria espacial no ensino médio a partir da atividade webquest: análise de uma experiência**. 2006. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11091>. Acesso em: 02 jul. 2020.

SOUZA, Salete Eduardo de. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar**. I Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Prática de Ensino, XIII Semana de Pedagogia da UEM: “Infância e Práticas Educativas”. Arq Mudi. 2007. Disponível em: <http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20103/2014-II/listas/Rec%20didaticos%20-%20MAT%20103%20-%202014-II.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2021

SOUZA NETO, Alaim. **O que são os PCN? O que afirmam sobre a literatura?**. Debates em educação, v. 6, n. 12, p. 112, 2014. Disponível em: 10.28998/2175-6600.2014v6n12p112. Acesso em: 20 mai. 2021.

VALENTE, Vânia Cristina Pires Nogueira. PEREIRA, Tamires Trindade. **Aprimoramento da capacidade de visualização espacial com a utilização de hologramas**. IX International Conference on Engineering and Computer Education. Žilina, Slovakia, 2015. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/135773/ISSN2317-4145-2015-09-142-146.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 16 abr. 2020.

WILSON, Tracy V. **How Holograms Work**. 16 abr.2021. HowStuffWorks.com. Disponível em: <https://science.howstuffworks.com/hologram.htm>. Acesso em: 28 jul. 2021.

**APÊNDICE A – IMAGENS DOS HOLOGRAMAS CITADOS COMO PREFERIDOS  
POR ALUNOS DO 2º ANO DO TÉCNICO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO**

**Imagem I**– Holograma do Tronco de Cone



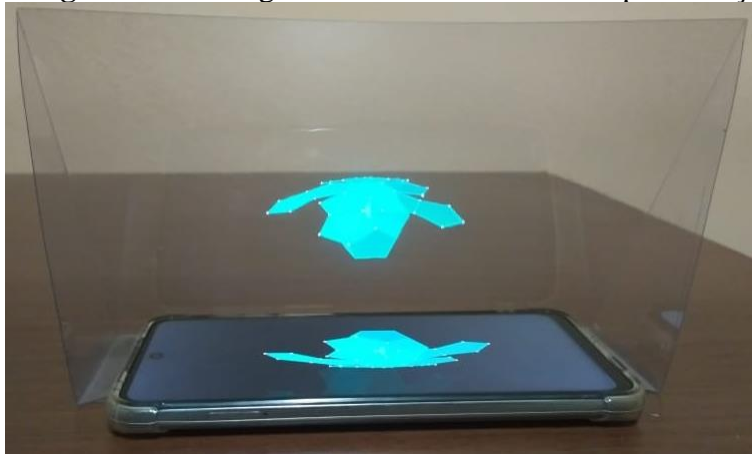
Fonte: Autora (2021)

**Imagem II**– Holograma do Octaedro e sua planificação



Fonte: Autora (2021)

**Imagem III** – Holograma do Dodecaedro e sua planificação



Fonte: Autora (2021)

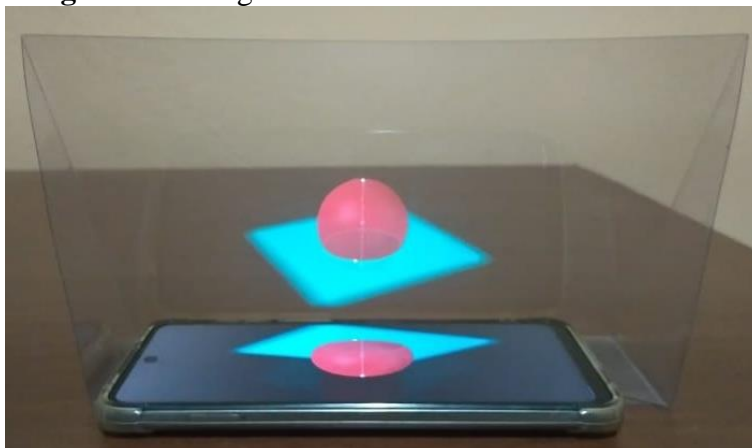
**APÊNDICE B – IMAGENS DOS HOLOGRAMAS CITADOS COMO PREFERIDOS  
POR ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**Imagem IV** – Holograma do Icosaedro e sua planificação



Fonte: Autora (2021)

**Imagem V** – Holograma da Esfera



Fonte: Autora (2021)

**Imagem VI** – Holograma do Volume da Pirâmide



Fonte: Autora (2021)

## APÊNDICE C – FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO: PESQUISA COM ALUNOS DO 2º ANO DO TÉCNICO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO

### Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectivas de alunos e professores

Esse formulário visa coletar informações sobre a experiência vivenciada nas aulas remotas de Matemática, durante o conteúdo de Geometria Espacial. Tendo-se como foco da investigação o uso dos vídeos holográficos durante essas aulas.

Esse formulário é parte integrante da pesquisa "Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores", sendo seu principal instrumento avaliativo.

De já agradecemos a todos que se dispuseram a participar desse projeto. E pedimos total SINCERIDADE ao responder aos questionamentos.

**\*Obrigatório**

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Informações  
Pessoais

1. Escolha um nome fictício para ser chamado. \*

\_\_\_\_\_

2. Qual a sua idade? \*

\_\_\_\_\_

3. Sexo \*

*Marcar apenas uma oval.*

Masculino

Feminino

4. Antes de estudar no IFPI-Campus São Raimundo Nonato, você estudava em que rede de ensino? \*

*Marcar apenas uma oval.*

Municipal

Estadual

Particular

5. Atualmente, onde você está morando? (Cidade) \*

\_\_\_\_\_

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Sobre o conteúdo de Geometria Espacial e os hologramas

6. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não gosto" e 5 corresponde a "Gosto Muito". Quanto você considera gostar de Geometria Espacial? \*

Marcar apenas uma oval.

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não compreendo" e 5 corresponde a "Compreendo tudo". Qual seria o seu nível de compreensão dos conteúdos vistos em Geometria Espacial? \*

Marcar apenas uma oval.

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

8. Qual a ferramenta visualização utilizada por você para a reprodução dos hologramas? \*

Marcar apenas uma oval.

- Utilizei a ferramenta disponibilizada pelo projeto.
- Fiz a construção da minha própria ferramenta de reprodução dos vídeos.
- Não utilizei ferramenta de reprodução dos vídeos de hologramas, observei apenas os vídeos no celular ou computador.

9. Em média, quantos vídeos 3D você visualizou com a ferramenta de visualização? \*

Marcar apenas uma oval.

- Nenhum
- Entre 1 e 3
- Entre 4 e 6
- Entre 7 e 9

10. De todos os hologramas que você viu, qual foi o que você mais gostou? \*

\_\_\_\_\_

11. Como você se sentiu ao visualizar os hologramas com a ferramenta de visualização? \*

---

---

---

---

---

12. Na sua opinião, qual é a melhor metodologia? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Ver primeiro a vídeo-aula e depois ver o vídeo do holograma.
- Ver primeiro o vídeo do holograma e depois ver a vídeo-aula.
- Não faz diferença a ordem em que se vê os vídeos.

13. Você considera que os hologramas te ajudaram a compreender o conteúdo? Se sim, diga como. \*

---

---

---

---

---

14. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não ajudou" e 5 corresponde a "Ajudou muito". Quanto você considera que os hologramas contribuíram para ampliar a sua capacidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional? \*

*Marcar apenas uma oval.*

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

15. Houve alguma situação interessante, durante a aplicação do projeto, que você queira comentar? \*

---

---

---

---

---

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Você chegou ao final dessa avaliação!  
Quero te agradecer por sua participação e sinceridade.  
Muito obrigada!

16. Deixe aqui o seu email, para confirmação de recebimento da resposta. \*

---

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## APÊNDICE D – FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO: PESQUISA COM ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

### Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectivas de alunos e professores

Esse formulário visa coletar informações sobre a experiência vivenciada nas aulas remotas da disciplina de Geometria Espacial. Tendo-se como foco da investigação o uso dos vídeos holográficos durante algumas aulas dessa disciplina.

Esse formulário é parte integrante da pesquisa "Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores", sendo seu principal instrumento avaliativo.

De já agradecemos a todos que se dispuseram a participar desse projeto. E pedimos total SINCERIDADE ao responder aos questionamentos.

\*Obrigatório

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Informações  
Pessoais

1. Escolha um nome fictício para ser chamado. \*

\_\_\_\_\_

2. Qual a sua idade? \*

\_\_\_\_\_

3. Sexo \*

*Marcar apenas uma oval.*

Masculino

Feminino

4. Em que rede de ensino você concluiu o seu Ensino Médio? \*

*Marcar apenas uma oval.*

Municipal

Estadual

Federal

Particular

5. Em que ano você iniciou o curso de Licenciatura em Matemática? \*

\_\_\_\_\_



6. Atualmente, onde você está morando? (Cidade) \*

\_\_\_\_\_

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Sobre os conteúdos de Geometria Espacial e os hologramas

7. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não gosto" e 5 corresponde a "Gosto Muito". Quanto você considera gostar de Geometria Espacial? \*

Marcar apenas uma oval.

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

8. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não compreendo" e 5 corresponde a "Compreendo tudo". Qual seria o seu nível de compreensão dos conteúdos vistos em Geometria Espacial? \*

Marcar apenas uma oval.

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

9. Qual a ferramenta de visualização utilizada por você para a reprodução dos hologramas? \*

Marcar apenas uma oval.

- Utilizei a ferramenta disponibilizada pelo projeto.
- Fiz a construção da minha própria ferramenta de reprodução dos vídeos.
- Não utilizei ferramenta de reprodução dos vídeos de hologramas, observei apenas os vídeos no celular ou computador.

10. Em média, quantos vídeos 3D você assistiu com a ferramenta de visualização? \*

Marcar apenas uma oval.

- Nenhum
- Entre 1 e 4
- Entre 5 e 8
- Entre 9 e 12

11. De todos os hologramas que você viu, qual foi o que você mais gostou? \*

\_\_\_\_\_

12. Como você se sentiu ao visualizar os hologramas com a ferramenta de visualização? \*

---

---

---

---

---

13. Na sua opinião, qual é a melhor metodologia? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Ver primeiro a vídeo-aula e depois ver o vídeo do holograma.
- Ver primeiro o vídeo do holograma e depois ver a vídeo-aula.
- Não faz diferença a ordem em que se vê os vídeos.

14. Você considera que os vídeos de hologramas te ajudaram a compreender o conteúdo? Se sim, diga como. \*

---

---

---

---

---

15. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não ajudou" e 5 corresponde a "Ajudou muito". Quanto você considera que os vídeos holográficos contribuíram para ampliar a sua capacidade de visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional? \*

*Marcar apenas uma oval.*

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

16. Houve alguma situação interessante, durante a aplicação do projeto, que você queira comentar? \*

---

---

---

---

---

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Atuação como futuro professor

17. Você acredita que seguirá como professor de Matemática após a conclusão do curso? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Sim  
 Não  
 Estou na dúvida

18. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Nenhuma dificuldade" e 5 corresponde a "Muito difícil". Qual seria o nível de dificuldade que você imagina que teria para ensinar Geometria Espacial de modo remoto? \*

*Marcar apenas uma oval.*

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

19. Você utilizaria os hologramas como metodologia de ensino em uma turma na qual você precisasse ministrar o conteúdo de Geometria Espacial? Por que? \*

---

---

---

---

---

20. Se você fosse aplicar essa metodologia, o que faria de diferente? \*

---

---

---

---

---

21. Na sua opinião, qual o modelo de ensino que seria mais beneficiado com o uso de hologramas para ensinar Geometria Espacial? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Ensino presencial  
 Ensino remoto  
 Ambos  
 Nenhum dos dois

Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores

Você chegou ao final dessa avaliação!  
Quero te agradecer por sua participação e sinceridade.  
Muito obrigada!

22. Deixe aqui o seu email, para confirmação de recebimento da resposta. \*

---

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## APÊNDICE E – FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO: PESQUISA COM PROFESSORES

### Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectivas de alunos e professores

Aos professores,

Esse formulário é parte integrante da pesquisa "Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores", sendo seu principal instrumento avaliativo.

Através dos questionamentos feitos, busca-se coletar informações sobre a opinião dos professores a respeito do material disponibilizado por essa pesquisa e as experiências vivenciadas no ensino remoto durante a pandemia do SARS-CoV 2 (COVID 19).

De já agradecemos a todos que se dispuseram a participar desta pesquisa. E pedimos total sinceridade ao responder aos questionamentos.

#### \*Obrigatório

#### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

Respondendo a este formulário, você concorda em participar da pesquisa "Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectiva de alunos e professores", realizada pela pesquisadora Sergiane Neves Monteiro, sob orientação do prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura e coorientação do Prof. Msc. Fábio Pinheiro Luz.

Essa pesquisa está vinculada aos estudos de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, no período de 03/2019 a 09/2021. Os dados produzidos por este formulário serão utilizado apenas para fins acadêmicos, de modo que todas as informações relatadas, mediante este formulário na plataforma GOOGLE FORMS, podem ser utilizadas para o estudo da pesquisa de Mestrado, e publicações científicas.

Serão garantidos o sigilo de sua identificação, não constando imagem, nome ou qualquer outro dado que possa identificar algum participante no texto final ou em qualquer outra publicação posterior sobre esta pesquisa. O participante pode desistir a qualquer momento, sem que tal atitude venha lhe causar ônus, penalidade ou prejuízo de qualquer natureza. A participação não envolverá auxílio financeiro e nem riscos de qualquer ordem.

Email para contato com a pesquisadora: [sergianemonteiro@gmail.com](mailto:sergianemonteiro@gmail.com)

1. Li o Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento e concordo em participar da pesquisa. \*

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não *Pular para a pergunta 26*

## Informações Pessoais

2. Escolha um nome fictício para ser chamado. \*

\_\_\_\_\_

3. Qual a sua idade? \*

Digite somente números.

\_\_\_\_\_

4. Sexo \*

*Marcar apenas uma oval.*

Masculino

Feminino

5. Em qual(is) sistema(s) de ensino você trabalha? \*

Você pode marcar mais de uma opção, caso você leccione em mais de uma sistema de ensino.

*Marque todas que se aplicam.*

Municipal

Estadual

Federal

Privada

Reforço escolar

Não estou atuando como professor.

6. Em qual(ais) nível(is) ensino você atua? \*

Você pode marcar mais de uma opção, caso você leccione em mais de um nível.

*Marque todas que se aplicam.*

Ensino Infantil

Ensino Fundamental - Anos Iniciais

Ensino Fundamental - Anos Finais

Ensino Médio

Ensino Superior

Pós-graduação

7. Em qual(is) estado(s) do Brasil você atua como professor? \*

Você pode marcar mais de uma opção, caso você leccione em mais de um estado.

*Marque todas que se aplicam.*

Piauí

Outro:  \_\_\_\_\_

8. Qual o componente curricular que você leciona? (prioritariamente) \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Matemática *Pular para a pergunta 16*  
 Outros *Pular para a pergunta 9*

Pesquisa sobre o recurso didático desenvolvido

9. Qual o componente curricular que você leciona? (prioritariamente) \*

\_\_\_\_\_

10. Qual o seu nível de conhecimento sobre hologramas? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Nunca tinha ouvido falar.  
 Já vi alguma coisa em filmes e séries, mas nada além disso.  
 Já tinha visto vídeos referentes ao assunto.  
 Já utilizei em algum momento da minha vida.  
 Sou grande conhecedor do tema.

11. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não facilita" e 5 corresponde a "Facilita muito". Quanto você acredita que esse recurso didático pode facilitar o ensino remoto do componente curricular que você leciona? \*

*Marcar apenas uma oval.*

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

12. Diante da realidade escolar dos seus alunos, você considera esse recurso didático viável para o ensino remoto? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Sim  
 Não  
 Talvez

13. Você utilizaria esse recurso didático para ensinar algum conteúdo dentro do componente curricular que você ministra? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Sim  
 Não  
 Talvez

14. Em qual(ais) nível(is) de ensino você utilizaria esse recurso? \*

Você pode marcar mais de uma opção, caso queira.

*Marque todas que se aplicam.*

- Ensino infantil  
 Ensino Fundamental - Anos Iniciais  
 Ensino Fundamental - Anos Finais  
 Ensino Médio  
 Ensino Superior  
 Pós-graduação  
 Nenhum

15. Considerando o componente curricular que você ministra, qual o modelo de ensino que seria mais beneficiado com o uso deste recurso didático? \*

Você pode marcar mais de uma opção, caso queira.

*Marque todas que se aplicam.*

- Ensino presencial  
 Ensino remoto  
 Ensino híbrido  
 Nenhum

*Pular para a pergunta 26*

### Hogramas e ensino de Geometria Espacial

16. Qual o seu nível de conhecimento sobre hologramas? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Nunca tinha ouvido falar.  
 Já vi alguma coisa em filmes e séries, mas nada além disso.  
 Já tinha visto vídeos referentes ao assunto.  
 Já utilizei em algum momento da minha vida.  
 Sou grande conhecedor do tema.



17. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Nenhuma dificuldade" e 5 corresponde a "Muito difícil". Qual seria o nível de dificuldade que você imagina que teria para ensinar Geometria Espacial de modo remoto? \*

*Marcar apenas uma oval.*

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

18. Você acredita que os hologramas, enquanto recurso didático, podem facilitar o ensino de conteúdos de Geometria Espacial no ensino remoto? Comente a sua opinião. \*

---



---



---



---

19. Você utilizaria os hologramas como recurso didático em uma turma na qual você precisasse ministrar conteúdos de Geometria Espacial? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Sim
- Não
- Talvez

20. Em qual(ais) nível(is) de ensino você utilizaria esse recurso? \*

*Você pode marcar mais de uma opção, caso queira.*

*Marque todas que se aplicam.*

- Ensino infantil
- Ensino Fundamental - Anos Iniciais
- Ensino Fundamental - Anos Finais
- Ensino Médio
- Ensino Superior
- Pós-graduação
- Nenhum

21. Diante da realidade escolar dos seus alunos, você considera esse recurso didático viável para o ensino remoto? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Sim
- Não
- Talvez

22. Numa escala de 0 a 5, onde 0 corresponde a "Não contribui" e 5 corresponde a "Contribui muito". Quanto você acredita que os hologramas podem contribuir para ampliar a capacidade de visualização espacial dos seus alunos? \*

Marcar apenas uma oval.

0	1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

23. Na sua opinião, qual o modelo de ensino que seria mais beneficiado com o uso de hologramas? \*

Você pode marcar mais de uma opção, caso queira.

Marque todas que se aplicam.

- Ensino presencial  
 Ensino remoto  
 Ensino híbrido  
 Nenhum

24. Você ministrou aulas de Geometria Espacial nesse período de ensino remoto? \*

Marcar apenas uma oval.

- Sim  
 Não *Pular para a pergunta 26*

#### Experiência vivenciada no ensino remoto de Geometria Espacial

25. Me conta um pouco da sua experiência ao ministrar aulas de Geometria Espacial no ensino remoto. \*

Fale sobre a metodologia aplicada, as dificuldades enfrentadas e tudo que você considera ter sido experiência válida.

---

---

---

---

---

Fim da pesquisa

Você chegou ao final dessa pesquisa!  
Quero te agradecer por sua participação e sinceridade.  
Muito obrigada!

26. Caso queira, deixe aqui o seu email de contato.

---

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## ANEXO A – SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DE PESQUISA DE CAMPO



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO PIAUÍ – IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT**



### SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DE PESQUISA DE CAMPO

Ilmo Sr. Diretor Geral do “IFPI - Campus São Raimundo Nonato” \_\_\_\_\_

Eu, Sergiane Neves Monteiro, aluna regularmente matriculada no curso de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, venho por meio desse documento, solicitar a V. S<sup>a</sup>. a autorização para a coleta de dados nessa Instituição de Ensino, com a finalidade de realizar pesquisa para a Dissertação de Mestrado intitulada “Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectivas de alunos e professores” cujo objetivo é compreender como o uso de hologramas pode contribuir para o ensino de conteúdos de Geometria Espacial.

A realização dessa pesquisa é de fundamental importância, pois, vi a necessidade de observar como esse recurso didático pode auxiliar os alunos, durante o período de ensino remoto, na compreensão dos conceitos de Geometria Espacial e na ampliação de sua capacidade de visualização espacial. Os sujeitos da pesquisa são os alunos do 2º ano de Administração (Manhã) e os alunos do módulo III do curso de Licenciatura em Matemática, que estão cursando o componente curricular Geometria Espacial. A realização da pesquisa se dará durante os meses de março a maio de 2021, período que compreende o 2º semestre do ano letivo de 2020.

Os dados serão coletados mediante questionários elaborados na plataforma GOOGLE FORMS, e por meio de relatos orais e escritos dos alunos durante o desenvolvimento das etapas do projeto. Todos os dados coletados servirão para a construção do texto de Mestrado acima mencionado, e, ao final, comprometo-me a disponibiliza-los a esta instituição.

Certa de contar com a colaboração de V. S<sup>a</sup>., agradeço a atenção e o apoio dispensados.

Floriano, 18 de fevereiro de 2021.

Atenciosamente,

**AUTORIZO**

\_\_\_\_\_  
Sergiane Neves Monteiro

\_\_\_\_\_  
Diretor-Geral

**ANEXO B – CARTA AOS ALUNOS**

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO PIAUÍ – IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT**

**CARTA AOS ALUNOS**

Prezados alunos,

Eu, Sergiane Neves Monteiro, aluna regularmente matriculada no curso de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, venho por meio desse documento, solicitar vossa colaboração como participe da pesquisa que estou realizando para a construção de minha Dissertação de Mestrado intitulada “Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectivas de alunos e professores” cujo objetivo é compreender como o uso de hologramas pode contribuir para o ensino de conteúdos de Geometria Espacial.

A realização dessa pesquisa é de fundamental importância, pois, vi a necessidade de observar como esse recurso didático pode auxiliar os alunos, durante o período de ensino remoto, na compreensão dos conceitos de Geometria Espacial e na ampliação de sua capacidade de visualização espacial.

O processo de investigação contará com a disponibilização de material concreto para a visualização dos hologramas, bem como vídeos holográficos e um questionário na plataforma Google Forms para a avaliação do material. Os dados coletados servirão para construção do texto de Dissertação do Mestrado que ora realizo.

Floriano, 18 de fevereiro de 2021.

Atenciosamente,

---

Sergiane Neves Monteiro

## ANEXO C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO PIAUÍ – IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT**



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

Eu, \_\_\_\_\_  
concordo livremente em participar da pesquisa, intitulada: “Contribuições do uso de hologramas no ensino de Geometria Espacial: perspectivas de alunos e professores” realizada pela pesquisadora Sergiane Neves Monteiro, estando ciente de que essa pesquisa está vinculada aos estudos de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, no período de 03/2019 a 07/2021.

Reconheço que estou sendo adequadamente informado(a) e esclarecido(a) sobre os objetivos da pesquisa. Também estou ciente de que poderei desistir de participar da pesquisa em qualquer momento que desejar, sem que tal atitude venha me causar ônus, penalidade ou prejuízo de qualquer maneira.

Permito que todas as informações por mim relatadas de modo oral e/ou escrito e mediante questionários na plataforma GOOGLE FORMS, possam ser utilizadas para o estudo da pesquisa de Mestrado, e publicações científicas, todavia deverá ser garantido o sigilo de minha identidade.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_  
Local Data

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Aluno

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Responsável