



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE PROBABILIDADE POR  
MEIO DO ENSINO REMOTO**

**JEAN GUALTER MIRANDA NEGREIROS**

**Orientador: Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura  
Coorientador: Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz**

**FLORIANO – PI  
2021**

**JEAN GUALTER MIRANDA NEGREIROS**

**AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE PROBABILIDADE POR  
MEIO DO ENSINO REMOTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Orientador: Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura

Coorientador: Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz

**FLORIANO – PI  
2021**

## **Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Negreiros, Jean Gualter Miranda

N385t As tecnologias digitais no ensino de probabilidade por meio do ensino remoto / Jean Gualter Miranda Negreiros. - 2021.  
71 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal do Piauí, Campus Floriano, 2021.

Orientador : Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura.

Coorientador : Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz.

1. matemática-ensino remoto. 2. aprendizagem de probabilidade. 3. instrumento de ensino. 4. ferramentas tecnológicas. I.Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**

**JEAN GUALTER MIRANDA NEGREIROS**

**“AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE PROBABILIDADE POR MEIO DO  
ENSINO REMOTO”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 13/09/2021.

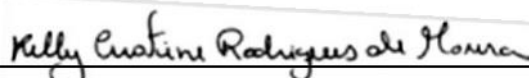
**BANCA EXAMINADORA**



**Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Orientador**



**Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI  
**Avaliador Interno**



**Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Kelly Cristine Rodrigues de Moura**  
Universidade Federal do Piauí - UFPI  
**Avaliadora Externa**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço a Deus pela Sua presença, me dando forças para continuar, mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradeço ao meu pai José Gualberto e a minha mãe Júlia por todo o apoio e pela educação que me deram desde pequeno, estando sempre presentes em minha vida. Aos meus irmãos Juan e Jeanderson, pelo incentivo e amizade.

Agradeço a minha noiva Mariene, que me incentivou a fazer o teste para ingressar no PROFMAT e por tudo o que fez por mim, pelos conselhos e por sua grande contribuição no suporte deste trabalho, pois sem ela não teria conseguido. Agradeço aos queridos Valdício e Iracema pelo acolhimento e carinho que demonstraram por mim.

Agradeço aos meus amigos pelos momentos alegres e pela compreensão no período em que estive afastado. Agradeço especialmente aos meus amigos Emanuel e Christina, que me deram todo o suporte que necessitei no início do Mestrado.

Agradeço ao meu orientador Dr. Egnilson Miranda de Moura, pelas orientações, conselhos, instruções e por todo o cuidado que teve comigo e com este trabalho de pesquisa, esteve sempre à disposição.

Aos professores do PROFMAT, pelos ensinamentos que me proporcionaram, que levarei comigo e espero retribuir com pesquisas futuras.

Agradeço aos meus amigos de turma do Mestrado, pela união e companheirismo no decorrer do mestrado, em especial aos amigos do Grupo 1, Adriana, Alan, Robert e Sergiane, que me proporcionaram muitos momentos de alegria e pelo suporte.

Ao IFPI Campus Floriano, na pessoa do Prof. Mrs. Odimógenes Soares Lopes, pela oportunidade de poder cursar um mestrado com excelência de qualidade.

Aos meus professores da graduação, pelo apoio que me deram na preparação para o ingresso ao mestrado e por acreditaram em meu crescimento.

*“Na medida em que as leis da matemática se referem à realidade, elas não são certas, e, na medida em que são certas, elas não se referem à realidade”.*

*(Albert Einstein)*

## RESUMO

NEGREIROS, J. G. M. **As tecnologias digitais no ensino de Probabilidade por meio do ensino remoto**. 2021. 72 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus Floriano*, Floriano, 2021.

O trabalho foi desenvolvido em sua maioria através do Google Meet, com alunos do 2º ano do Ensino Médio da escola CETI Moderna na cidade de São Raimundo Nonato no estado do Piauí. Em meio a tantos desafios que a educação se encontra, no início de 2020, no Brasil surgiu a pandemia da Covid-19 e a impossibilidade de se realizar aulas presenciais e, conseqüentemente, se fez necessário o uso de aulas remotas para amenizar os prejuízos no ensino. Assim, professores e alunos tiveram que se adaptar ao novo ambiente de ensino. Nesse contexto, os docentes buscaram o uso de novas ferramentas, em sua maioria virtuais. De modo que se fez necessário um estudo mais aprofundado para analisar meios mais eficazes de implementar o uso de tecnologias digitais durante as aulas remotas. Nesse contexto, surgiu a questão: Como os professores devem introduzir o uso de tecnologias digitais no ensino de probabilidade durante as aulas remotas? Dessa forma estabelecemos como o objetivo geral desse trabalho: analisar a contribuição das tecnologias digitais no ensino de probabilidade nas aulas remotas. A temática escolhida foi devido a sua fundamental importância para os estudantes e para a comunidade, visto que a Probabilidade auxilia na tomada de decisões na área acadêmica e no cotidiano. Assim procurou-se fazer uma junção entre esse conteúdo e a tecnologia no intuito de facilitar o aprendizado dos alunos. Quanto à metodologia, este trabalho científico teve como base uma pesquisa de natureza quantitativa. Fez-se uma revisão de literatura em livros didáticos, documentos oficiais e alguns artigos para fundamentar a pesquisa e desenvolver o trabalho. Foi feita a verificação do conhecimento dos alunos acerca de Probabilidade através de um pré-teste pelo *Google* formulário, a aplicação de atividades com os alunos utilizando as ferramentas *Google Meet*, *Khan Academy*, *Kahoot!* e *WhatsApp* e por fim, foi realizado o pós-teste para avaliar o desempenho dos alunos após a aplicação das atividades durante esse período de aulas remotas. Enquanto resultados obtidos, os alunos demonstraram melhor domínio nas habilidades e notou-se uma melhora no conhecimento sobre a interpretação e resolução de problemas envolvendo probabilidade em grande parte dos alunos.

**Palavras-chave:** Instrumento de ensino. Ferramentas tecnológicas. Aprendizagem de Probabilidade. Ensino remoto.

## ABSTRACT

NEGREIROS, J. G. M. **Digital technologies in Probability teaching through remote learning**. 2021. 72 f. Dissertation (Masters) – Federal Institute of Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2021.

The work was developed mostly through Google Meet, with 2nd year high school students at CETI Moderna school in the city of São Raimundo Nonato, in the state of Piauí. Amidst so many challenges that education is facing, in the beginning of 2020, the Covid-19 pandemic emerged in Brazil and the impossibility of holding in-person classes and, consequently, it was necessary to use remote classes to alleviate the losses in the teaching. Thus, teachers and students had to adapt to the new teaching environment. In this context, teachers sought to use new tools, mostly virtual. So, further study was needed to analyze more effective ways to implement the use of digital technologies during remote classes. In this context, the question arose: How should teachers introduce the use of digital technologies in teaching probability during remote classes? Thus, we established as the general objective of this work: to analyze the contribution of digital technologies in the teaching of probability in remote classes. The theme chosen was due to its fundamental importance for students and for the community, as Probability helps in decision-making in the academic area and in everyday life. Thus, we tried to make a junction between this content and technology in order to facilitate student learning. As for the methodology, this scientific work was based on a research of a quantitative nature. A literature review was carried out in textbooks, official documents and some articles to support the research and develop the work. The students' knowledge about Probability was verified through a pre-test by Google form, the application of activities with students using the tools Google Meet, Khan Academy, Kahoot! and WhatsApp and finally, the post-test was carried out to assess the performance of students after applying the activities during this period of remote classes. As the results obtained, students demonstrated better mastery of skills and an improvement in knowledge about the interpretation and solving of problems involving probability was noted in most students.

**Keywords:** Teaching instrument. Technological tools. Probability Learning. Remote teaching.



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**BNCC** – Base Nacional Comum Curricular

**DCN** – Diretrizes Curriculares Nacionais

**INEP** – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

**MEC** – Ministério da Educação

**PCNEM** – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

**PCNs** – Parâmetros Curriculares Nacionais

**PNE** – Plano Nacional de Educação

**PNLD** – Programa Nacional do Livro Didático

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Adicionando uma nova questão no <i>Kahoot!</i> .....	27
<b>Figura 2:</b> Aplicativo <i>Kahoot!</i> .....	28
<b>Figura 3:</b> Operações entre dois conjuntos no App <i>Venn Diagram</i> .....	29
<b>Figura 4:</b> Intersecção de três conjuntos no aplicativo <i>Venn Diagram</i> .....	30
<b>Figura 5:</b> Menu de operações entre conjuntos do aplicativo <i>Venn Diagram</i> .....	30
<b>Figura 6:</b> Janela inicial do <i>Khan Academy</i> . ....	31
<b>Figura 7:</b> Aplicativo <i>Khan Academy</i> .....	32
<b>Figura 8:</b> Questão de probabilidade no aplicativo <i>Khan Academy</i> . ....	32
<b>Figura 9:</b> Aplicação da oficina pelo <i>Google Meet</i> . ....	35
<b>Figura 10:</b> Lançamentos de dados virtuais.....	36
<b>Figura 11:</b> Questão resolvida pela aluna Emmy Noether. ....	57

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1:</b> Objetos de conhecimento e habilidades exigidas pela BNCC em Probabilidade no Ensino Fundamental.....	22
<b>Quadro 2:</b> Habilidades exigidas pela BNCC em Probabilidade no Ensino Médio. ...	23
<b>Quadro 3:</b> Questão 1 do pré-teste.....	39
<b>Quadro 4:</b> Questão 2 do pré-teste.....	40
<b>Quadro 5:</b> Resposta da questão 2 do aluno Pierre de Fermat. ....	41
<b>Quadro 6:</b> Questão 3 do pré-teste.....	41
<b>Quadro 7:</b> Questão 4 do pré-teste.....	42
<b>Quadro 8:</b> Questão 5 do pré-teste.....	44
<b>Quadro 9:</b> Questão 6 do pré-teste.....	45
<b>Quadro 10:</b> Questão 7 do pré-teste.....	46
<b>Quadro 11:</b> Questão 8 do pré-teste.....	46
<b>Quadro 12:</b> Resposta da aluna Emmy Noether da questão 8 do pré-teste. ....	47
<b>Quadro 13:</b> Questão 9 do pré-teste.....	48
<b>Quadro 14:</b> Questão 10 do pré-teste.....	48
<b>Quadro 15:</b> Questão 1 do pós-teste. ....	50
<b>Quadro 16:</b> Questão 2 do pós-teste. ....	51
<b>Quadro 17:</b> Questão 3 do pós-teste. ....	52
<b>Quadro 18:</b> Questão 4 do pós-teste. ....	53
<b>Quadro 19:</b> Questão 5 do pós-teste. ....	55
<b>Quadro 20:</b> Questão 1 do pós-teste. ....	56
<b>Quadro 21:</b> Questão 7 do pós-teste. ....	57
<b>Quadro 22:</b> Questão 8 do pós-teste. ....	58
<b>Quadro 23:</b> Questão 9 do pós-teste. ....	59
<b>Quadro 24:</b> Questão 10 do pós-teste. ....	60

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1:</b> Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 1 do pré-teste.....	39
<b>Gráfico 2:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 2 do pré-teste.....	40
<b>Gráfico 3:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 3 do pré-teste.....	42
<b>Gráfico 4:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 4 do pré-teste.....	43
<b>Gráfico 5:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 5 do pré-teste.....	44
<b>Gráfico 6:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 6 do pré-teste.....	45
<b>Gráfico 7:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 8 do pré-teste.....	47
<b>Gráfico 8:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 9 do pré-teste.....	48
<b>Gráfico 9:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 10 do pré-teste.....	49
<b>Gráfico 10:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 1 do pós-teste. ....	51
<b>Gráfico 11:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 2 do pós-teste. ....	52
<b>Gráfico 12:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 3 do pós-teste. ....	53
<b>Gráfico 13:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 4 do pós-teste.. ....	54
<b>Gráfico 14:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 5 do pós-teste. ....	55
<b>Gráfico 15:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 6 do pós-teste. ....	56
<b>Gráfico 16:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 8 do pós-teste. ....	58
<b>Gráfico 17:</b> Por Estatística das respostas dos alunos da questão 9 do pós-teste....	60
<b>Gráfico 18:</b> Estatística das respostas dos alunos da questão 10 do pós-teste. ....	61

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	14
2	A PROBABILIDADE NO ENSINO BÁSICO .....	16
2.1	Documentos Orientadores Nacionais e a Probabilidade .....	19
2.2	Uso de tecnologias no ensino de Matemática .....	24
3	FERRAMENTAS DIGITAIS UTILIZADAS NO ENSINO DE PROBABILIDADE ....	27
3.1	Site <i>Kahoot!</i> .....	27
3.2	Aplicativo <i>Venn Diagram</i> .....	29
3.3	Plataforma <i>Khan Academy</i> .....	31
4	METODOLOGIA .....	34
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	39
5.1	Pré-teste.....	39
5.2	Pós-Teste .....	50
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	62
	REFERÊNCIAS.....	64
	APÊNDICES.....	67
	ANEXOS .....	71

## 1 INTRODUÇÃO

A Matemática ainda é vista pela maior parte dos alunos, desde o Ensino Fundamental ao Ensino Médio, como uma das disciplinas mais difíceis. Fato esse evidenciado nos dados de 2018 do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), coordenado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), aplicado pelo Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) vinculado ao Ministério da Educação (MEC)<sup>1</sup>, onde mostra que 68,1% dos estudantes brasileiros estão no nível mais baixo de proficiência em matemática e não possuem nível básico. Uma das razões que contribui para essa conjuntura é o fato desta ser considerada por muitos discentes uma disciplina chata e desmotivadora, repleta de fórmulas sem sentido e conteúdos abstratos, levando à falta de interesse dos estudantes.

É comum na sala de aula encontrar alunos desmotivados e até entediados, sendo que isso reflete visivelmente no aprendizado, pois, os objetivos que o professor almeja acabam em vários pontos não sendo alcançados, frustrando tanto o profissional quanto os estudantes. Por conseguinte, ao decorrer das séries, eles não constroem uma base para conteúdos posteriores, e vão acumulando deficiências que os deixam limitados para novos conhecimentos.

Em meio a tantos desafios que a educação se encontra, no início de 2020, no Brasil surgiu a pandemia da Covid-19 e a impossibilidade de se realizar aulas presenciais e, conseqüentemente, se fez necessário o uso de aulas remotas para amenizar os prejuízos no ensino. Assim, professores e alunos tiveram que se adaptar ao novo ambiente de ensino.

Segundo Morgado (2015, p.136), a probabilidade de um evento é o número associado ao evento que traduz a confiança na capacidade do evento ocorrer. A temática escolhida foi devido a sua fundamental importância para os estudantes e para a comunidade, visto que a Probabilidade auxilia na tomada de decisões na área acadêmica e no cotidiano. Assim procurou-se fazer uma junção entre esse conteúdo e a tecnologia no intuito de facilitar o aprendizado dos alunos.

---

<sup>1</sup> INEP. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil.** Site do Inep, 2019. Disponível em: <[http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206)>. Acesso em: 10 dez. 2019.

Nesse contexto, os docentes buscaram o uso de novas ferramentas de ensino, em sua maioria virtuais. De modo que se fez necessário um estudo mais aprofundado para analisar meios mais eficazes de implementar o uso de tecnologias digitais durante as aulas remotas. Nesse contexto, surgiu a questão: Como os professores devem introduzir o uso de tecnologias digitais no ensino de probabilidade durante as aulas remotas? Ao fazer tal questionamento, surgiu a ideia para esse estudo no sentido de buscar uma metodologia que envolvesse a análise de documentos orientadores nacionais; a observação das dificuldades que surgiram durante a pandemia; o estudo sobre algumas ferramentas virtuais (*Google Meet*, *Khan Academy* e *Kahoot!*) e desenvolver as atividades com os alunos usando tais ferramentas.

Dessa forma estabelecemos como o objetivo geral desse trabalho: analisar a contribuição das tecnologias digitais no ensino de probabilidade nas aulas remotas. E como objetivos específicos: verificar o conhecimento dos alunos sobre probabilidade; proporcionar aos alunos uma oficina abordando o conteúdo de probabilidade; utilizar ferramentas virtuais como o *Google Meet*, *Khan Academy*, *Kahoot!* e *WhatsApp* através de aulas remotas; incentivar os alunos no estudo de probabilidade através do uso de tecnologias digitais.

Com a intenção de atingir os objetivos citados, fez-se uma revisão de literatura em livros didáticos, documentos oficiais e alguns artigos para fundamentar a pesquisa e desenvolver o trabalho. Foi feita a verificação do conhecimento dos alunos acerca de Probabilidade através de um pré-teste pelo *Google* formulário, a aplicação de atividades com os alunos utilizando as ferramentas *Google Meet*, *Khan Academy*, *Kahoot!* e *WhatsApp* e por fim, foi realizado o pós-teste para avaliar o desempenho dos alunos após a aplicação das atividades durante esse período de aulas remotas.

O presente trabalho está dividido em seis capítulos, o primeiro sendo esta introdução. O segundo apresenta a revisão de literatura, sobre a Probabilidade no ensino básico. O terceiro capítulo são apontadas algumas ferramentas tecnológicas utilizadas no ensino de Probabilidade. O quarto é a metodologia, onde está exposta a estratégia metodológica adotada para realização do estudo. No quinto capítulo são apresentados e discutidos os resultados do trabalho, obtidos após a análise dos dados coletados. O sexto capítulo contempla as considerações finais.

## 2 A PROBABILIDADE NO ENSINO BÁSICO

O estudo da Probabilidade na educação é fundamental para que os estudantes sejam apresentados a uma forma de medir a incerteza e usar a Matemática para resolver problemas em seu dia a dia.

Atualmente, as propostas curriculares de matemática, em todo mundo, dedicam atenção especial a esses temas, enfatizando que o estudo dos mesmos é imprescindível para que as pessoas possam analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano. (LOPES, 2008, p. 59).

Em concordância com Lopes (2008), Daltoso Júnior (2016) também apresenta seus argumentos sobre a relevância do ensino de Probabilidade na Educação Básica:

[...] Com aplicações nas mais variadas áreas do conhecimento, a Probabilidade é fundamental para que os alunos compreendam o mundo ao seu redor, pois diversas situações da vida diária envolvem o pensamento probabilístico. Um outro fator que nos traz a importância da probabilidade no Ensino Básico está relacionado à visão de mundo da Matemática pelos alunos, pois a Probabilidade é um dos poucos conceitos matemáticos que permitem o desenvolvimento da ideia do incerto, daquilo que se pode prever mas, muitas vezes, não se pode ter certeza. (DALTOSO JÚNIOR, 2016, p. 23).

Daltoso Júnior (2016) destaca ainda que ao aplicar a Probabilidade em situações presentes na realidade dos estudantes, eles poderão perceber intuitivamente esse tópico, daí terão menos dificuldades para compreender as propriedades da Teoria da Probabilidade. E, conseqüentemente, vindo a ter significado na sua vida e em sua vida acadêmica. Em seus estudos DALTOSO JÚNIOR (2016) observou que:

A Probabilidade pode promover a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória. O acaso e a incerteza, que se manifestam intuitivamente em nós, muitas vezes são deixados de lado ao se ensinar Probabilidade no Ensino Básico, tornando a abordagem mecânica e repetitiva. (DALTOSO JÚNIOR, 2016, p. 93).

Quando os alunos entendem o processo de surgimento e desenvolvimento do estudo das probabilidades, permite a eles uma contribuição de forma que:

[...] os alunos tenham uma visão da probabilidade como área viva e aplicada da Matemática, possibilitando que os mesmos enxerguem a probabilidade nos mais diversos ramos dela e de outras ciências como, por exemplo, Economia, Política, Medicina e Biologia. (DALTOSO JÚNIOR, 2016, p. 29).



Para que se possa ter um aprendizado mais significativo, é importante apresentar os conceitos estudados de forma contextualizados. Assim, Silva (2020) apresenta exemplos onde a Teoria da Probabilidade possui grande relevância:

Governos geralmente utilizam métodos de probabilidade para determinar o crescimento e a regulação de populações e a aplicação de programas sociais. Também frequentemente promovem medições de diversos tipos na população, usando métodos que são estocásticos por natureza. Um outro efeito da Teoria da Probabilidade no cotidiano está na avaliação de riscos, importantíssima no mercado financeiro e de seguros. Várias pesquisas são financiadas na tentativa de conseguir medir mais efetivamente as ocorrências atribuídas ao acaso. Também no desenvolvimento de muitos produtos de consumo, tais como automóveis e eletro-eletrônicos, a probabilidade está estritamente relacionada à garantia do produto. (SILVA, 2020, p. 51).

Quando exemplos como esses são mostrados aos alunos, eles começam a enxergar que a Probabilidade está bem mais presente em seu dia a dia, do que se mostra em seus livros didáticos, pois

As aplicações e contextualizações apresentadas nos livros didáticos são bem distantes da realidade dos alunos e portanto não colaboram para a melhora do aprendizado. (UENO, 2019, p. 21).

Quando o professor introduz conceitos de Probabilidade no ensino fundamental e médio, de forma motivadora, os alunos compreendem melhor o conteúdo e suas aplicações. No entanto,

Estudos anteriores ao nosso, que investigaram a inserção do ensino de Probabilidade e Estatística no currículo de Matemática do Ensino Fundamental, apontaram dificuldades pedagógicas enfrentadas pelos professores no ensino. A primeira delas refere-se à novidade que a inserção do tema no currículo representa, pois “força” o professor a quebrar hábitos, e o leva a buscar novas informações e tarefas para serem desenvolvidas em sala de aula; a segunda está relacionada à insuficiência e/ou à inexistência de formação específica para o ensino de Probabilidade. (PINHEIRO; SERRAZINA; SILVA, 2019, p. 1178).

Assim, é necessário que o professor esteja sempre buscando novas informações e práticas para serem desenvolvidas em sala de aula. E a partir dessas dificuldades apresentadas, o professor não consegue orientar seu aluno a, por exemplo:

[...] abstrair, compreender e internalizar a função que a aleatoriedade e a incerteza cumprem no movimento natural do universo como um todo e na vida de cada indivíduo em particular. A maioria das pessoas tem uma visão excessivamente determinista do mundo e, muitas vezes, esperamos que as coisas se possam resolver com uma simples, ou às vezes não tão simples, fórmula. (LÉON, 1998, p. 3-4).

Visto isso, é importante que o professor priorize o significado dos métodos de resoluções de problemas. Assim, se o professor consegue superar esses obstáculos e vai além para proporcionar uma educação de qualidade direcionada a aplicação do conhecimento em Probabilidade no dia a dia, a competência adquirida nesses conteúdos permitirá aos alunos:

Uma sólida base para desenvolverem estudos futuros e atuarem em áreas científicas como a biologia e as ciências sociais. Além disso, ao considerarmos o mundo em rápida mudança como o que estamos vivendo, é imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões. (LOPES, 2008, p. 60).

É preciso entender que, o estudo da probabilidade é de grande importância para a tomada de decisões no cotidiano geral de uma sociedade, pois esse fato de auxiliar na decisão fortalece o senso crítico do cidadão demonstrando e assinalando por meio de atitudes seu posicionamento na vida em sociedade. Conhecemos como probabilidade a área da matemática que estuda a chance de um determinado evento acontecer e por essa razão esse conhecimento matemático está ligado às outras áreas da vida.

Ao estudar probabilidade e chance, os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e aleatoriedade, que aparecem nas nossas vidas diariamente, particularmente na mídia. Outras idéias importantes incluem a compreensão de que probabilidade é uma medida de incerteza, que modelos são úteis para simular eventos para estimar probabilidades e que, algumas vezes, as nossas intuições são incorretas e podem nos levar à conclusão errada no que se refere à probabilidade e eventos de chance. (LOPES, 2008, p. 70).

Quando se reconhece que Probabilidade é a área da matemática que estuda a chance de um determinado evento acontecer, contando com conceitos importantes, como experimento aleatório, evento, espaço amostral, e eventos equiprováveis, favorecer a construção da aprendizagem a partir de noções básicas, como a percepção do acaso, ideia de experiência aleatória e a noção de probabilidade. Afinal, o profissional e o estudam passam a entender a importância de investigar implicações no cálculo de probabilidades, deixando de forma mais clara a construção e assimilação dos conteúdos matemáticos.

## 2.1 Documentos Orientadores Nacionais e a Probabilidade

Esta seção aborda a importância do ensino de probabilidade no Ensino Básico e como ela é abordada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Este último, com o objetivo de definir um conjunto de aprendizagens essenciais que se espera que todos os alunos desenvolvam ao decorrer das etapas da Educação Básica, tendo assegurados os direitos de desenvolvimento e aprendizagem dos estudantes, em acordo com o que estabelece o Plano Nacional de Educação (PNE).

O PCN Ensino Fundamental dos anos iniciais em relação aos conteúdos de Matemática, defende que:

A discussão sobre a seleção e a organização de conteúdos tem como diretriz a consecução dos objetivos arrolados no item precedente e seu caráter de essencialidade ao desempenho das funções básicas do cidadão brasileiro. Assim sendo, trata-se de uma discussão complexa que não se resolve com a apresentação de uma listagem de conteúdos comuns a serem desenvolvidos nacionalmente. (BRASIL, 1997, p. 38)

Portanto, cabe ao professor a função de pesquisador e educador para que os conteúdos de Matemática sejam trabalhados de modo que possam servir ao aluno no seu dia a dia, e não apenas uma mera apresentação de conteúdos destinados para todo o país. O PCN (BRASIL, 1997) indica que nos anos iniciais, o estudo sobre noções de estatística, de probabilidade e de combinatória deve ser desenvolvido em experimentos, e não uma sequência de definições e apresentações de fórmulas.

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, p. 40).

Quanto a BNCC (2017), em relação a introdução do estudo de probabilidade no Ensino Fundamental nos anos iniciais deve ser baseado em uma proposta que desenvolva a noção de aleatoriedade, de modo que os alunos possam enxergar que mesmo eventos que parecem ser impossíveis, possam vir a acontecer e comecem a ter uma noção de espaço amostral. Já nos anos finais, deve haver um estudo mais profundo onde os alunos façam experimentos e simulações e compare os seus resultados com a probabilidade teórica.

Nesse sentido, para facilitar a aprendizagem deve-se trabalhar com exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”. E utilizar as informações dadas para avaliar probabilidades.

Da mesma forma, a Probabilidade aparece com resultados possíveis, mas não exatos. Ao afirmar que o resultado 1 tem  $1/6$  de probabilidade no lançamento de um dado, não há certeza de que em seis lançamentos do dado o número 1 sairá exatamente uma vez. Assim como ao afirmarmos que determinado tratamento médico tem 90% de probabilidade de cura para uma doença, não garante que em um grupo de 10 pessoas submetidas a este tratamento exatamente uma pessoa continuará doente. (BRASIL, 2002, p. 126).

Logo, ao se trabalhar com Probabilidade deve ter em mente a devida exploração das possibilidades, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados. Pois, assim, se faz necessário quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento que denotam possibilidades, identificando com isso em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades.

A unidade temática Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental segundo a BNCC:

Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (BRASIL, 2017, p. 274).

A Probabilidade juntamente com Estatística compõe uma unidade temática definida na BNCC, onde se tem o objetivo de se estudar a incerteza e o tratamento de dados:

[...] Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase, é importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido, as possibilidades

em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando assim a construção de conhecimento sobre o espaço amostral. No que se refere ao Ensino Fundamental nos Anos Finais, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios, cálculos e simulações para confrontar os resultados obtidos de forma concreta com a probabilidade teórica expondo com isso o seu grau de assimilação do conteúdo matemático explorado. (BNCC, 2017, p. 274).

Na área de Matemática e suas Tecnologias a BNCC (BRASIL, 2018), sugere, durante o Ensino Médio, a expansão e o aperfeiçoamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o último ano do Ensino Fundamental. Assim, desenvolver uma construção de conhecimentos matemáticos integrados a realidade, onde devem ser levadas em conta as condições de vivência dos alunos envolvidos.

No tocante à Probabilidade, os estudantes do Ensino Fundamental têm a possibilidade, desde os anos iniciais, de construir o espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos. (BNCC, 2018, p. 518).

Além disso, não se pode esquecer que se tratando de probabilidade,

Certeza e incerteza é um par normalmente associado, tanto na matemática escolar, ao estudo de fenômenos aleatórios, à obtenção de medidas no mundo físico, a estimativas, análises e inferências estatísticas e a argumentações e demonstrações englobando com isso muitas outras ideias. (BRASIL, 2018, p. 96).

De acordo com Brasil (2018) ao se trabalhar com probabilidade, a validação de ideias deriva da busca de certeza. É necessário que se tenha noção de que certeza e incerteza andam juntas, que se deve levar em conta a visualização, a antevisão, a previsão e a antecipação são inseparáveis desse par de ideias e são fundamentais para os alunos desenvolverem um bom raciocínio e manter uma boa comunicação em se expressar matematicamente. “Expressar incertezas em relação às próprias ideias e às dos colegas, indicando seus limites, e imaginar, criar e cogitar coletivamente o que ocorreria na extrapolação dos limites indicados também integra esse par”. (BNCC 2018, p. 97).

Ainda assim, é importante entender que,

Certeza e incerteza são inerentes, ainda, a variadas formas de comunicação social, que empregam elementos de estatística e suas representações, além dos problemas de contagem e de formas intuitivas de expressão de probabilidades. (BRASIL, 2018, p. 98).

A seguir, tem-se um quadro onde mostra que a Probabilidade é um conteúdo que deve ser abordado de forma introdutória desde os anos iniciais do Ensino Fundamental na Unidade temática Probabilidade e Estatística para ser aprofundado ao longo do Ensino Médio.

**Quadro 1:** Objetos de conhecimento e habilidades exigidas pela BNCC em Probabilidade no Ensino Fundamental.

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º	Noção de acaso	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência
4º	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
6º	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos

	ocorrências e probabilidade frequentista)	
7º	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

**Fonte:** BNCC (2017) – adaptado pelo autor.

As habilidades previstas para o Ensino Médio são fundamentais para que o letramento matemático dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa. (BRASIL, 2018, p. 522).

Visto isso, como se espera que o estudante venha com uma base formada sobre Probabilidade do Ensino Fundamental, no Ensino Médio esse conteúdo deve ser abordado de forma aprofundada, e em conjunto com a Estatística, como mostra a primeira habilidade do quadro abaixo.

**Quadro 2:** Habilidades exigidas pela BNCC em Probabilidade no Ensino Médio.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA – HABILIDADES
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
--

(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.
---

**Fonte:** BNCC (2017) – adaptado pelo autor.

Além de ser visto de modo mais aprofundado, no Ensino médio, o estudante deve compreender a que a aleatoriedade está presente em seu dia a dia e assim não sentir que a Probabilidade está distante das situações vividas por eles.

A principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, pg.40).

Segundo BRASIL (2002) A Estatística e a Probabilidade não devem ser vistas pelos alunos como algo distante da sua realidade, e sim como um conjunto de ideias e procedimentos que podem ser aplicados em questões reais, presentes no seu cotidiano, inclusive em outras áreas além da Matemática. Em Biologia, por exemplo, esses conhecimentos devem ser aplicados como estratégia para enfrentar situações problemas de modo que possa “[...] prever a probabilidade de transmissão de certas características hereditárias, ou estabelecer relações entre hábitos pessoais e culturais e desenvolvimento de doenças” (BRASIL, 2002, p. 38).

Partindo desse pressuposto, Brasil (2018) entende que Possibilidade e Probabilidade seja trabalhado como um conjunto tal que os estudantes possam discernir uma da outra e assim tornar sua aplicação mais eficiente.

## 2.2 Uso de tecnologias no ensino de Matemática

Atualmente, o uso da tecnologia tem estado cada vez mais presente no cotidiano e as pessoas têm acesso a ela desde muito cedo. Ao observar no dia a dia, é possível perceber que boa parte dos alunos tem mais contato com a tecnologia do que muitos professores. E isso é algo que pode ser explorado o tanto quanto possível, principalmente durante as aulas remotas que foram necessárias na pandemia da Covid-19. Em consonância com o Currículo do Estado de São Paulo:



A educação tecnológica básica tem o sentido de preparar os alunos para viver e conviver em um mundo no qual a tecnologia está cada vez mais presente, no qual a traja magnética, o celular, o código de barras e outros tantos recursos digitais se incorporam velozmente à vida das pessoas, qualquer que seja sua condição socioeconômica. (SÃO PAULO, 2011, p. 22).

Através da situação atual, a tecnologia foi fundamental. A internet foi o principal meio de acesso à educação que os alunos tiveram, logo pode-se observar que:

As redes, principalmente a Internet, estão começando a provocar mudanças profundas na educação presencial e a distância. Na presencial, desenraizam o conceito de ensino-aprendizagem localizado e temporalizado. Podemos aprender desde vários lugares, ao mesmo tempo, on e off line, juntos e separados. Como nos bancos, temos nossa agência (escola) que é nosso ponto de referência; só que agora não precisamos ir até lá o tempo todo para poder aprender. (MORAN, 2000, p. 1).

Essas mudanças provocadas na educação permitem que o profissional enxergue formas diferentes de utilizar recursos tecnológicos para auxiliar durante as aulas tanto presenciais quanto à distância, de modo que possa tornar as aulas de Matemática mais atraentes aos olhares dos estudantes. No entanto, é preciso notar que:

Em linhas gerais, o uso linear, administrativo, inexpressivo e acrítico das tecnologias pode representar a dependência e a falta de uma manifestação pedagógica crítico-argumentativa, em função da mera informação, repercutindo em apropriações unívocas e vazias de sentido na esfera educativa. (HABOWSKI; CONTE; TREVISAN, 2019, p. 5).

Em concordância com Habowski, Conte e Trevisan, é importante que o professor tenha senso crítico ao trabalhar com as tecnologias e saiba utilizá-las corretamente, para que não torne o ensino vazio de conhecimentos.

No Currículo do Estado do Piauí (PIAÚÍ, 2020), as tecnologias são citadas diversas vezes em todas as disciplinas como sendo uma habilidade que os alunos devem adquirir ao estudar os conteúdos. Em Matemática, recomenda-se o uso de tecnologias nas Unidades de Números, Geometria, Probabilidade e Estatística e Grandezas e Medidas. O que não impede de os professores buscarem atualizações em outros documentos e/ou outros materiais de pesquisa.

Segundo Brasil (1998), utilizar recursos tecnológicos contribui imensamente no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, pois,

Relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente; evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem; permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo. (BRASIL, 1998, p. 43-44).

Quando surgiu a pandemia da Covid-19, foi absolutamente necessária a suspensão das aulas para manter o distanciamento exigido. Portanto, inicialmente os alunos ficaram sem aulas presenciais e a única alternativa foi o uso das tecnologias a favor da educação. Vários meios de contato foram utilizados, como os aplicativos de redes sociais e entretenimento, plataformas que antes eram conhecidas por poucos profissionais e estudantes e outras que foram desenvolvidas de acordo com as necessidades particulares de cada estado. Diante disso, a forma como as aulas tiveram que ser realizadas pode desenvolver uma certa proximidade dos profissionais e levem os seus novos conhecimentos adquiridos durante o período das aulas remotas para sua prática na sala de aula no ensino presencial.

No PCN+ (BRASIL, 2002) existem três grandes competências que tem por meta complementar a escolaridade no Ensino Fundamental, uma delas é a representação e comunicação. A recomendação é que se utilize a tecnologia para melhorar o ensino de Matemática no Ensino Básico e usar a Matemática para aprender a utilizar a tecnologia, ou seja, uma parceria com benefícios de aprendizados nas duas áreas.

### 3 FERRAMENTAS DIGITAIS UTILIZADAS NO ENSINO DE PROBABILIDADE

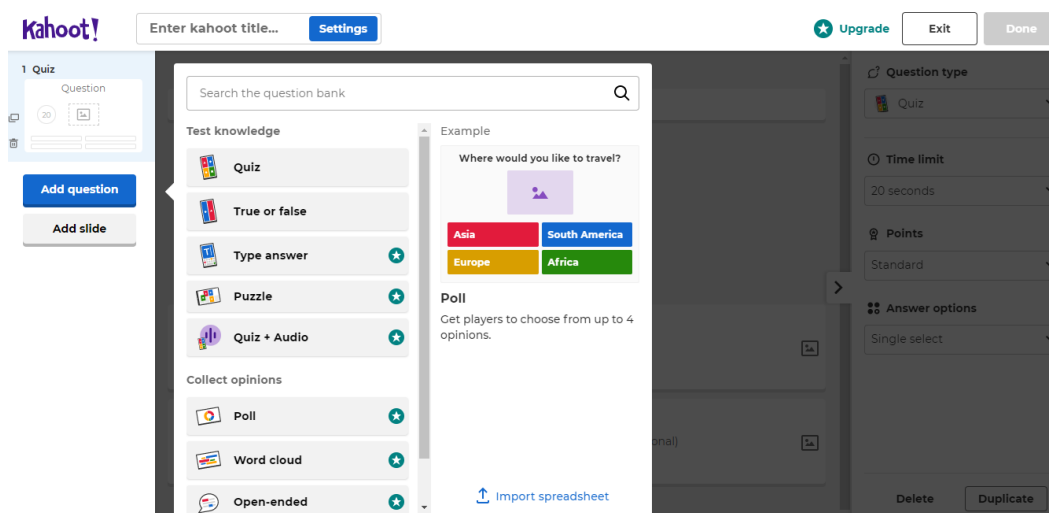
É de suma importância conhecermos ferramentas que podem auxiliar os estudantes na sua evolução do aprendizado. Logo, são apresentados, a seguir, três softwares que podem se encaixar nesta categoria.

#### 3.1 Site *Kahoot!*

O *Kahoot!* é uma plataforma para criar jogos. Depois de acessar o site e criar uma conta gratuita, é feito o login. Na tela inicial se encontra a opção de criar os questionários e jogos; também tem a opção de procurar jogos já prontos por outros usuários, com diversos conteúdos de áreas distintas.

Para criar um “novo *kahoot*” é necessário clicar na aba "*Kahoots*" no menu da página, onde será mostrado a lista de todos os jogos já criados pelo usuário. Para criar um “novo quis”, clica-se no botão "+ Add a *Kahoot*". Após clicar no botão, será direcionado a página de criação do jogo que, ao selecionar a primeira opção, o usuário será levado a janela inicial da atividade em branco.

**Figura 1:** Adicionando uma nova questão no *Kahoot!*



Extraído de: <https://kahoot.com/>

As questões são perguntas fechadas, onde o número de alternativas pode variar de dois a quatro itens. É preciso selecionar a questão correta. Também é selecionado o tempo que o jogador terá para resolver o problema. Ao lado esquerdo da tela, como observado na figura 1 se encontra a opção de inserir uma nova questão e os estilos de questões, como "quiz" e "verdadeiro ou falso". Há também outras

opções, como *Puzzle*, *Slide* e *Poll*, que são estilos liberados somente para versões *Premium*.

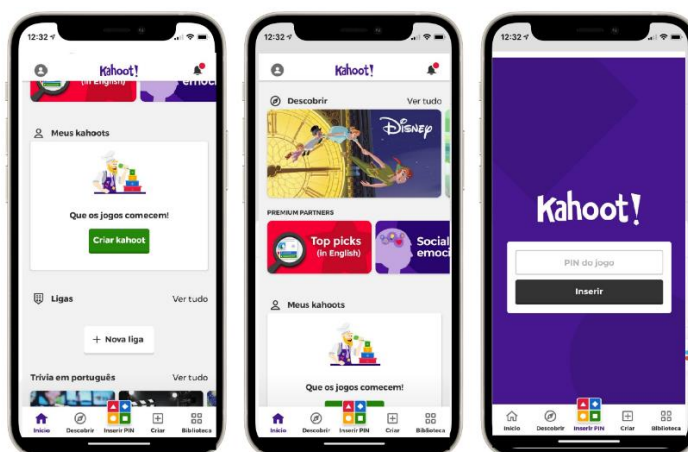
Após terminada a edição das questões, o usuário irá escrever o título do teste. Após isso, ao confirmar, será direcionado novamente a página da lista de testes.

Na primeira opção, os alunos deverão jogar vendo a tela do professor, que pode estar sendo apresentada em um projetor. Os participantes deverão entrar no jogo através do celular ou computador. É importante salientar que para a utilização deste modo, tanto o professor como os alunos deverão estar no mesmo ambiente, pois os jogadores só poderão ver o enunciado das questões através da tela do professor.

Quando o professor iniciar o jogo, aparecerá o código da sala na página inicial, que será usado pelos alunos para entrarem no jogo. Após isso, o participante irá colocar seu nome. O aluno, então, irá aguardar os outros participantes entrarem na sala. Na tela do professor aparecerá a lista de todos os participantes e o jogo iniciará após o professor selecionar a opção *start*.

Já a segunda opção é indicada para aulas remotas ou atividades para um momento posterior à aula, pois não é necessário que os participantes acompanhem a tela do professor, o enunciado aparecerá junto com as alternativas no aparelho do aluno. Ao selecionar esta opção, o professor terá que selecionar o prazo final do teste.

**Figura 2:** Aplicativo *Kahoot!*



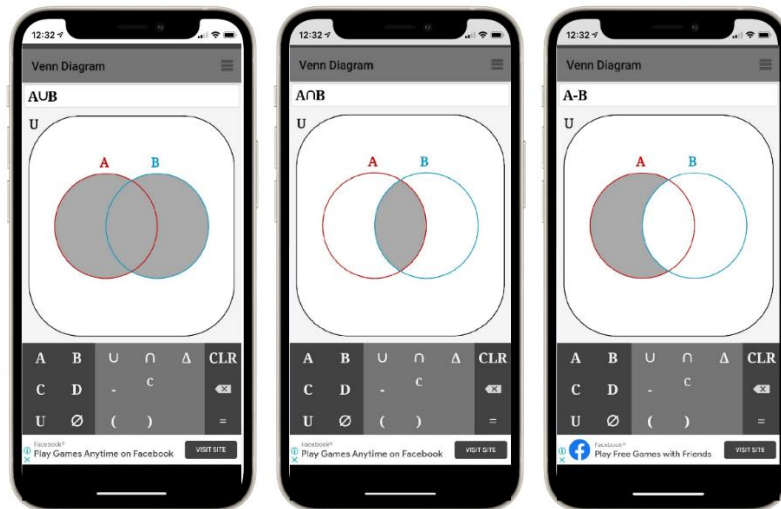
**Extraído de:** App Kahoot! (2021) – adaptado pelo autor

O aluno pode ter acesso ao jogo através do aplicativo, como visto na figura 2, ou pelo navegador do próprio aparelho, que é indicado quando a falta de memória no dispositivo, basta o aluno acessar o link do Kahoot! e inserir o código do teste.

### 3.2 Aplicativo Venn Diagram

O aplicativo *Venn Diagram* é um software que relaciona a notação de operações entre conjuntos à representação de seu resultado pelo diagrama de *Venn*. Dessa forma, o estudante pode visualizar várias representações de forma fácil e intuitiva, pois o usuário pode inserir a notação através do teclado localizado na parte inferior da tela.

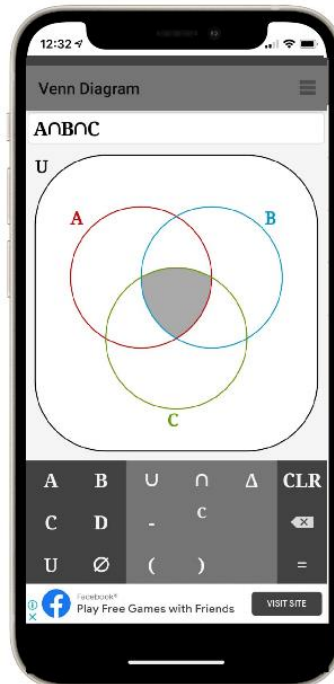
**Figura 3:** Operações entre dois conjuntos no App *Venn Diagram*.



**Extraído de:** App Venn Diagram (2021) – adaptado pelo autor

Pode-se observar na figura 3, três exemplos de operações entre dois conjuntos, sendo o primeiro de união, o segundo de intersecção e o terceiro a diferença entre o conjunto A e B. O resultado da operação aparece como a área sombreada. No teclado, podemos observar os botões para os conjuntos A, B, C e D, além do conjunto vazio e do conjunto universo. Este último fixo, na forma de um quadrado de cantos arredondados e representado pela letra U.

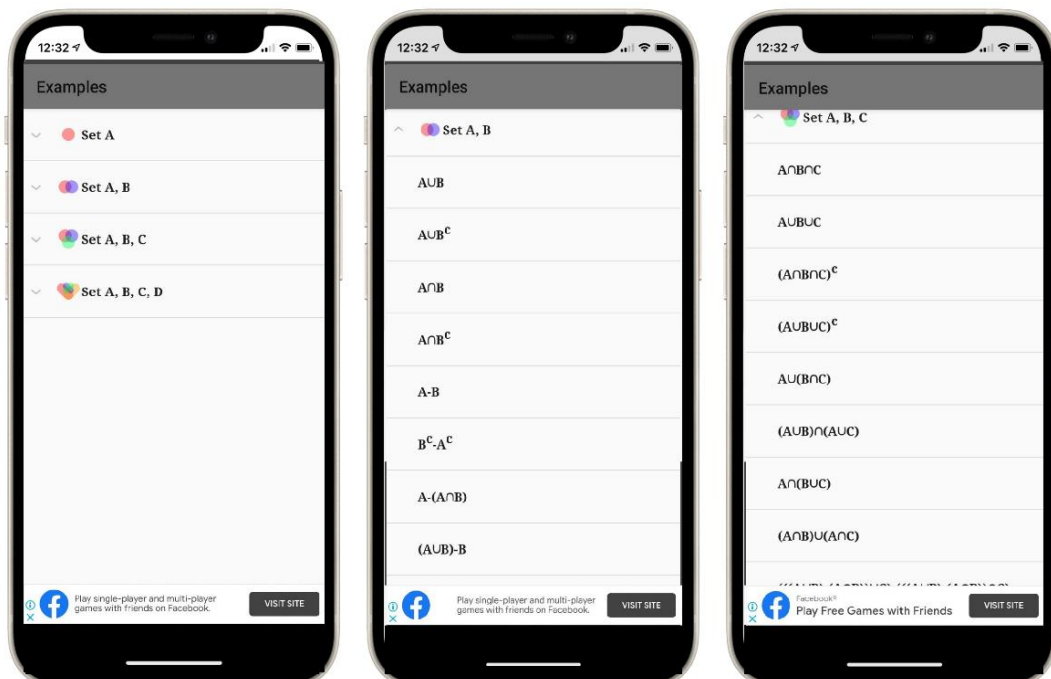
**Figura 4:** Intersecção de três conjuntos no aplicativo *Venn Diagram*.



Extraído de: Aplicativo *Venn Diagram* (2021) – adaptado pelo autor.

É possível inserir até quatro conjuntos para serem representados no diagrama. Pode-se observar na figura 4 a representação da intersecção entre os conjuntos A, B e C, cuja área sombreada está contida nos três conjuntos.

**Figura 5:** Menu de operações entre conjuntos do aplicativo *Venn Diagram*.



Extraído de: Aplicativo *Venn Diagram* (2021) – adaptado pelo autor

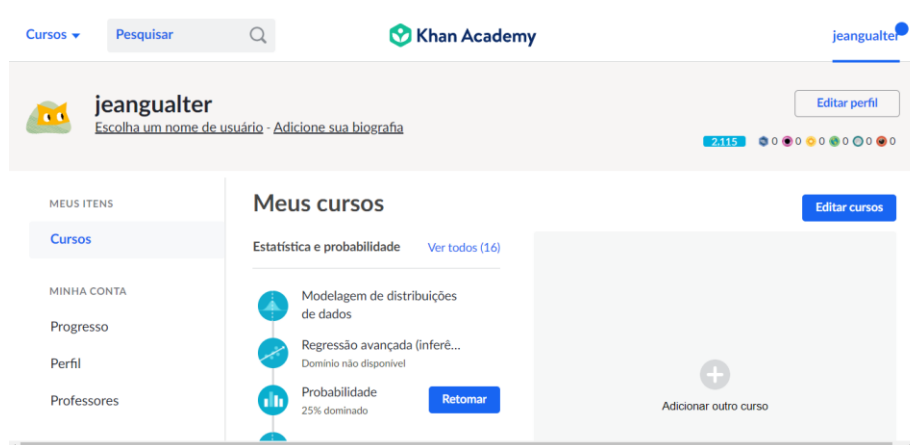
Outra maneira de selecionar a operação de conjuntos e a quantidade de conjuntos relacionados é pelo menu, encontrado na parte superior da tela. Ao abrir o menu, como observado na primeira imagem da Figura 5, aparecerá quatro grupos de exemplos de operações, cada um com uma quantidade diferente de conjuntos. Na segunda imagem da mesma figura temos os exemplos de operações com dois conjuntos e a terceira imagem com os exemplos três, A, B e C.

O aplicativo é bastante intuitivo e uma interessante opção para praticar o estudo de conjuntos e suas operações.

### 3.3 Plataforma *Khan Academy*

Segundo Tomazi (2017, p. 8) “O *Khan Academy* é a maior plataforma de matemática do mundo e conta com mais de 300 mil exercícios. Plataforma foi criada em 2004 e originalmente era exclusiva de atividades de matemática”. A plataforma possui uma vasta quantidade de materiais sobre conteúdos de diferentes níveis, que vão desde problemas do Ensino Fundamental a questões de nível superior.

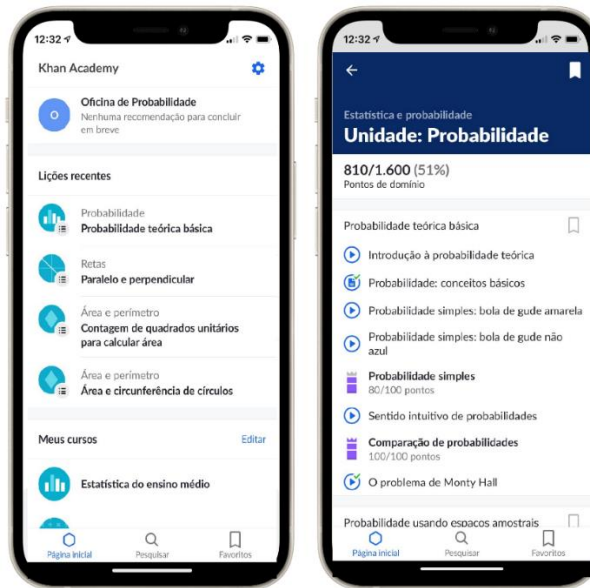
**Figura 6:** Janela inicial do *Khan Academy*.



**Extraído de:** <https://pt.khanacademy.org/coach/dashboard>

Na figura 6 se observa a página inicial do site, quando o usuário já realizou o *login* com seu acesso.

**Figura 7:** Aplicativo *Khan Academy*.



**Extraído de:** Aplicativo *Khan Academy* (2021) – adaptado pelo autor.

Os estudantes podem acessar a plataforma por meio do aplicativo *Khan Academy*, como observado na figura 7, na qual, a primeira imagem mostra a tela inicial da plataforma e a segunda exibe uma das unidades, listando o conteúdo, como vídeos, resumos e atividades.

**Figura 8:** Questão de probabilidade no aplicativo *Khan Academy*.



**Extraído de:** Aplicativo *Khan Academy* (2021) – adaptado pelo autor.

Ao fazer a atividade, como demonstrado na Figura 8, o estudante pode buscar ajuda, sendo direcionado à um vídeo sobre o conteúdo ou mesmo a exibição de uma dica na tela. Na última imagem da Figura 8, após clicar no espaço do resultado, é visto



o teclado do aplicativo, onde observa-se a opção de colocar na forma fracionária e em porcentagem. O aluno também pode acessar a plataforma pelo navegador do dispositivo.

## 4 METODOLOGIA

O presente capítulo contempla os procedimentos metodológicos utilizados na realização deste trabalho. A natureza da pesquisa realizada foi a aplicada, pois, segundo Silva & Meneses (2001, p. 20), “objetiva gerar conhecimento para a aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”. Quanto a forma de abordagem do problema, a pesquisa foi quantitativa. Ela foi feita de modo quantitativo, de acordo com Macêdo & Evangerlandy (2018, p. 73), se fez necessário para a “quantificação por métodos de análises estatísticas e/ou probabilísticos, com resultados por meio de gráficos quantificados, tabelas, porcentagens e/ou cálculo de erros”.

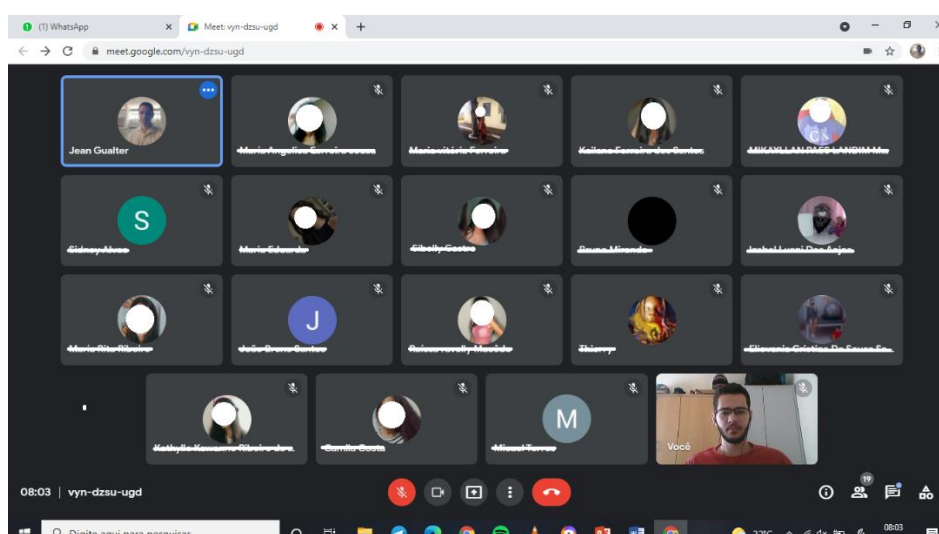
Do ponto de vista dos objetivos, a pesquisa utilizada foi a exploratória, de acordo com Gil (2008, p. 27) essa pesquisa “têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” e segundo Silva & Meneses (2001, p. 21) “envolve levantamento bibliográfico; entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; análise de exemplos que estimulem a compreensão”. É uma pesquisa descritiva onde, conforme Silva & Meneses (2001, p. 21) “visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis”.

Quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa é bibliográfica e de campo, visto que, foram feitas pesquisas e revisões em livros e demais materiais bibliográficos para fundamentação teórica do trabalho e análise de livros didáticos do 2º ano do ensino médio; ocorreu também aplicação de atividades, além de observações sobre o comportamento do grupo estudado.

A oficina foi desenvolvida em sua maioria através do Google Meet, com alunos do 2º ano do Ensino Médio da escola CETI Moderna na cidade de São Raimundo Nonato no estado do Piauí. A escolha dos sujeitos da pesquisa foi pela razão do pesquisador ser o professor das turmas mencionadas e dos alunos já terem estudado o conteúdo de Probabilidade. O trabalho foi desenvolvido em uma oficina com alunos de duas turmas, onde inicialmente foi apresentado para os alunos a proposta do trabalho, desses alunos, 16 aceitaram participar da oficina.

Em relação aos instrumentos de coleta de dados, devido ao contexto pandêmico, em decorrência da covid-19, no qual ocorreu durante a realização da pesquisa, a coleta de dados foi inteiramente online, onde foram realizados testes de conhecimento e a observação do comportamento dos participantes. A análise dos dados foi através dos resultados obtidos nos testes e na participação dos alunos durante a oficina.

**Figura 9:** Aplicação da oficina pelo *Google Meet*.



**Fonte:** O Autor

Primeiramente foi aplicado um teste para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos em probabilidade, avaliação esta denominada Pré-teste (apêndice A). O teste possuía dez questões que abordavam problemas envolvendo os conteúdos de probabilidade simples, comparação de probabilidades, notação básica de conjuntos, adição de probabilidade, tabelas de contingência e diagramas de Venn em conjunto com probabilidade. A aplicação do teste foi através do *Google Forms*, ferramenta do *Google* para a criação de formulários. Após o questionário, com o resultado obtido do pré-teste e dos materiais bibliográficos estudados, foi feito, pelo pesquisador e professor, o planejamento das aulas e de suas atividades.

A oficina foi realizada em cinco encontros, com duração de 50 minutos cada um. No primeiro encontro houve a apresentação da oficina, onde foi explicado aos alunos o que seria feito ao longo das aulas. Depois disso foi feito um sorteio, para definir os nomes que os alunos usaram para não serem identificados na apresentação da pesquisa. Foram utilizados nomes de matemáticos, são eles:

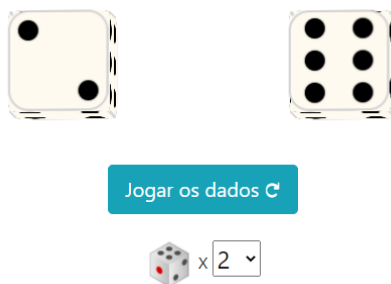
- Blaise Pascal;

- Charlotte Scott;
- Doris Ferraz;
- Elena Cornaro;
- Émilie du Châtelet;
- Emmy Noether;
- Hipátia de Alexandria;
- Jakob Bernoulli;
- Julia Robinson;
- Maria Gaetana;
- Maria Laura;
- Mary Ellen;
- Maryam Mirzarkhani;
- Pierre de Fermat;
- Sofia Kovalevskaya;
- Sophie Germain.

Esse método de escolha foi utilizado para que eles tivessem o primeiro contato com experimentos aleatórios na oficina. O sorteio foi realizado no site sorteio.go.com na aba “sorteio de nomes”, onde foi feita a apresentação da tela do computador do professor, que previamente já tinha a lista de nomes dos participantes e dos nomes dos matemáticos para serem sorteados. Depois do sorteio foram registrados os nomes pela ordem do sorteio e passado aos alunos.

Em seguida foi feita a apresentação de conceitos de probabilidade, como experimento aleatório, espaço amostral, eventos, entre outros, sempre fazendo referência ao sorteio e a outros exemplos. Durante a aula foi exposto os métodos para se calcular a probabilidade de eventos simples.

**Figura 10:** Lançamentos de dados virtuais.



**Extraído de:** <https://pt.piliapp.com/random/dice/?num=2>.

Foram trabalhados lançamentos de dados virtuais e de moedas através dos sites <https://pt.piliapp.com/random/dice/?num=2> e Lance uma moeda (Google), logo após, foram tabulados números aleatórios no site [https://www.4devs.com.br/gerador\\_de\\_numeros\\_aleatorios](https://www.4devs.com.br/gerador_de_numeros_aleatorios) para simular para os alunos vários lançamentos, primeiramente organizados na ordem dos lançamentos e depois em ordem de classificação para uma melhor contagem dos resultados.

Depois da simulação dos lançamentos, houve um diálogo sobre os experimentos, com foco em debater sobre a frequência dos resultados e a relação dos experimentos virtuais com os reais. Por fim, foi levantado o questionamento sobre como é programado esses simuladores aleatórios, exemplificando assim a importância de conhecimentos probabilísticos.

No segundo encontro, foi feita a apresentação da plataforma “*Kahoot!*”, onde foi mostrado como acessar e seu funcionamento. O acesso dos alunos à plataforma ocorreu pelo navegador dos seus aparelhos, entrando pelo site, pois o aplicativo ocupa mais de 50 MB de armazenamento, o que impossibilita a instalação no celular de alguns dos alunos, por falta de memória.

Após a explicação inicial, foi compartilhado com a turma o código de acesso a sala do *Kahoot!*. Ao acessarem, os alunos fizeram o cadastro na “sala” criada pelo professor, utilizando como apelido o nome do matemático sorteado. Com o cadastro finalizado, começaram a resolução das questões e o professor fez o acompanhamento pelo seu acesso. Ao finalizar, foi mostrado a lista dos participantes com suas pontuações. Depois disso, foi apresentada a correção das questões utilizando o Google Meet.

No terceiro encontro teve a apresentação da plataforma *Khan Academy* aos alunos, onde foi explicado sobre o cadastro, como acessar e seu funcionamento. Depois disso foi encaminhado o *link* de acesso a turma na plataforma, criada antes da aula. Foi dado um tempo para que todos acessassem. Posteriormente, ainda no terceiro encontro, foi passado aos alunos os tópicos dos materiais que eles iriam acessar e as atividades a serem feitas.

No quarto encontro, foi passado o restante dos tópicos para eles acessarem na plataforma *Khan Academy*. Também foi separado um tempo para que comentassem sobre a primeira experiência na plataforma e as dúvidas que tiveram sobre o conteúdo.

No quinto encontro, foi apresentado aos alunos o aplicativo *Venn Diagram*, para eles visualizarem a representação gráfica dos conjuntos e poder as relacionar com a forma algébrica das operações de união e intersecção. Foi lembrado os sinais algébricos de cada operação e sua função e em seguida passado o tópico referente ao conteúdo no *Khan Academy*.

Por fim, após a conclusão da oficina, houve um sexto encontro no qual foi aplicado, através do Google Forms, o pós-teste (apêndice B) para verificar o aprendizado dos alunos após a oficina.

## 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para a apresentação e análise dos dados, organizamos esse capítulo em duas seções: Pré-teste e Pós-teste. Inicialmente apresentamos os dados do pré-teste, onde é mostrado, através de gráficos, as estatísticas das respostas dos alunos.

### 5.1 Pré-teste

Primeiramente foi aplicado uma atividade com problemas envolvendo os conteúdos de probabilidade simples, comparação de probabilidades, notação básica de conjuntos, adição de probabilidade, tabelas de contingência e diagramas de Venn em conjunto com probabilidade. Conteúdos estes selecionados de acordo com as habilidades da BNCC (EM13MAT311, EM13MAT106, EM13MAT312, EM13MAT511 EM13MAT408), com o intuito de identificar o conhecimento prévio dos alunos acerca dos conteúdos supracitados.

Dessa forma, apresentamos no quadro 3 o primeiro questionamento feito aos alunos, sujeitos dessa investigação.

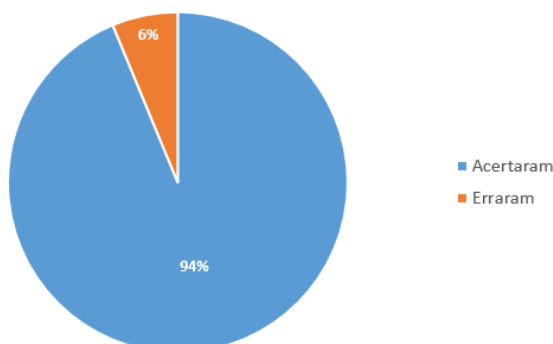
**Quadro 3:** Questão 1 do pré-teste.

Questão 1. Laerte é um biólogo. Ele vai escolher aleatoriamente um animal de seu laboratório para estudar. Há 5 salamandras, 3 lagostins e 12 peixes no laboratório. Qual é a probabilidade de escolher uma salamandra?

**Fonte:** O autor, 2021.

Diante do questionamento feito aos alunos, quadro 3, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 1:

**Gráfico 1:** Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 1 do pré-teste



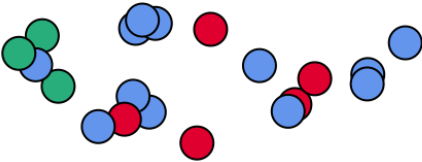
**Fonte:** O autor, 2021.

A questão 1 se trata de um problema de probabilidade simples. Somente um aluno não acertou esta questão, na qual foi deixada por ele sem resposta. Como a questão era aberta, encontrou-se, entre as respostas, diferentes formas de expressar a probabilidade, como em fração, " $\frac{5}{20}$ " e " $\frac{1}{4}$ ", ou em porcentagem, "25%".

Assim como a primeira questão, a questão 2 (quadro 4) também remete a probabilidade simples.

**Quadro 4:** Questão 2 do pré-teste.

Questão 2. Você tira aleatoriamente uma bolinha de gude de um saco que contém 20 bolinhas de gude no total, sendo que 12 delas são azuis.

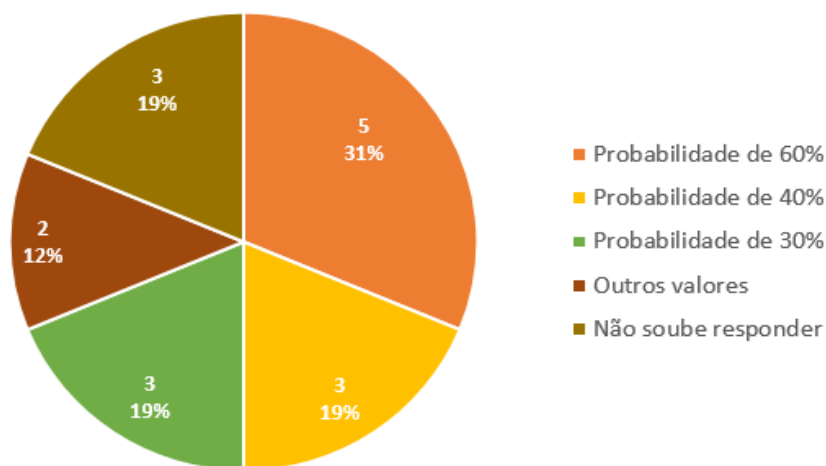


Qual é a probabilidade de tirar uma bolinha azul?

**Fonte:** O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, cujo resultado correto é 60%, veja o gráfico 2:

**Gráfico 2:** Estatística das respostas dos alunos da questão 2 do pré-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

Nesta questão, houve uma porcentagem maior de erros, mesmo se tratando de probabilidade simples como a questão anterior, somente 5 alunos acertaram. Dos 11 alunos que não acertaram a segunda questão, 3 deixaram em branco; 3 apresentaram a probabilidade de não tirar uma bolinha azul, ou seja, a probabilidade



do complementar do evento pedido; 3 alunos apresentaram a resposta “30%”; e 3 apresentaram outras respostas.

**Quadro 5:** Resposta da questão 2 do aluno Pierre de Fermat.

O total de bolinhas é  $7 + 2 + 1 = 10$  bolinhas. Dentre as 10 bolinhas, 7 são azuis. Logo, ao retirar aleatoriamente uma bolinha de gude do saco, a probabilidade de essa bolinha ser azul é  $7/10$ . Queremos a probabilidade de a bolinha retirada não ser azul (evento complementar). Logo, essa probabilidade é  $1 - (7/10) = 10/10 - 7/10 = (10-7)/10 = 3/10$ . A probabilidade de não tirar uma bolinha azul é de  $3/10$  ou 30%.

**Fonte:** O autor, 2021.

Entre os alunos que responderam “probabilidade de 30%”, um apresentou uma solução detalhada, onde os dados utilizados eram bem diferentes da questão cobrada no teste (Quadro 5), por conta disso, supõe-se que este aluno pesquisou a questão na internet, mas acabou encontrando a solução de outra questão e não percebeu. Assim, notou-se a necessidade de debater com os alunos sobre honestidade, não só nas resoluções de questionários e avaliações, mas no cotidiano do aluno, trabalhando sobre valores éticos. Este momento ocorreu em um dos encontros da oficina.

Pelos resultados obtidos nas questões 1 e 2 do pré-teste, pode-se afirmar que neste momento alguns alunos não possuíam domínio para encontrar a probabilidade de eventos simples.

No quadro 6, pode-se observar a questão 3 do pré-teste, questão sobre comparação de probabilidades.

**Quadro 6:** Questão 3 do pré-teste.

Questão 3. Ivan está decidindo se leva sua namorada para jantar fora ou ao cinema. A probabilidade de que o jantar seja um sucesso é de 45%. A probabilidade de que o cinema seja um sucesso é de 0,55. Qual desses eventos é mais provável?

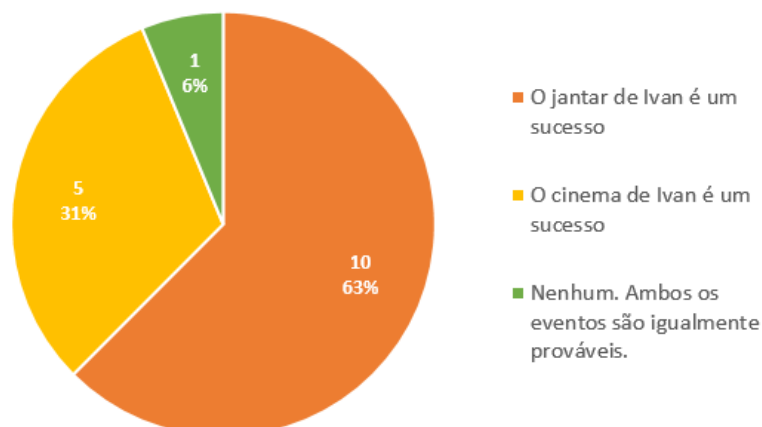
Escolha 1 resposta:

- ( ) O jantar de Ivan é um sucesso.
- ( ) O cinema de Ivan é um sucesso.
- ( ) Nenhum. Ambos os eventos são igualmente prováveis.

**Fonte:** O autor, 2021.

Perante o questionamento feito aos alunos, quadro 6, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 3:

**Gráfico 3:** Estatística das respostas dos alunos da questão 3 do pré-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

De acordo com o gráfico 3, 31% dos discentes acertaram a questão. 10% marcaram que o jantar seria mais provável de ser um sucesso do que o cinema, talvez porque não conseguiram visualizar a probabilidade de “45%” como o valor “0,45”. Nesta questão, notou-se que a maior parte dos participantes tiveram dificuldade em comparar as probabilidades na forma decimal e em porcentagem, ocasionando o grande número de respostas erradas. Possivelmente eles não conseguiram associar os valores em porcentagem à sua forma decimal.

A seguir, no quadro 7, pode-se observar a questão 4 do pré-teste.

**Quadro 7:** Questão 4 do pré-teste.

Questão 4. Vera pediu sopa, salada e sanduíche para dividir com seus amigos. As probabilidades de que cada prato fique pronto primeiro são as seguintes:

$$P(\text{Sopa pronta primeiro}) = \frac{1}{5}$$

$$P(\text{Salada pronta primeiro}) = 0,45$$

$$P(\text{Sanduíche pronto primeiro}) = 35\%$$

Indique a ordem do menos para o mais provável.

I- Sopa pronta primeiro

II- Salada pronta primeiro

III- Sanduíche pronto primeiro

a) I - II - III

b) II - I - III

c) III - II - I

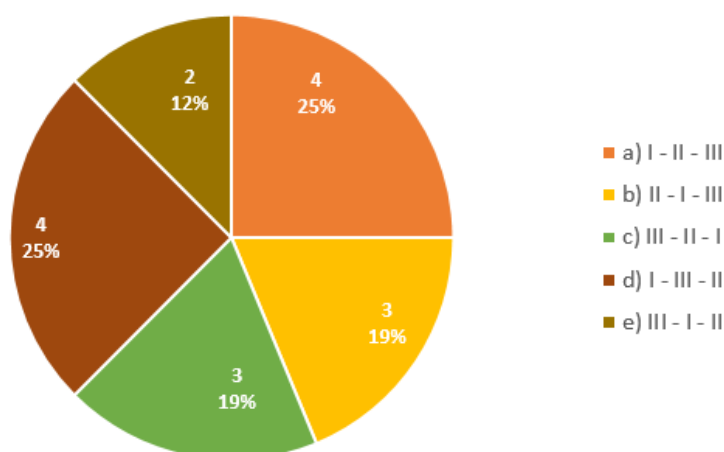
d) I - III - II

e) III - I - II
-----------------

Fonte: O autor, 2021.

Bem como a questão anterior, a questão 4 (Quadro 7) também aborda a comparação entre probabilidades, agora incluindo a forma em fração. Diante do questionamento feito aos alunos, quadro 7, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 4:

**Gráfico 4:** Estatística das respostas dos alunos da questão 4 do pré-teste.



Fonte: O autor, 2021.

Observando o gráfico 4, percebe-se que 25% dos participantes responderam corretamente à questão e marcaram o item d), 25% encontraram o item a), 19% marcaram a alternativa b), 19% marcaram o item c) e 12% marcaram a alternativa e).

Pelos resultados obtidos nas resoluções dos alunos nas questões 3 e 4, pôde-se perceber que muitos participantes tinham dificuldade em comparar probabilidades quando elas se encontram em formas diferentes. Pode-se afirmar que essa dificuldade de associação com valores em porcentagem vem desde a base, pois os alunos começam a estudar porcentagem no ensino fundamental.

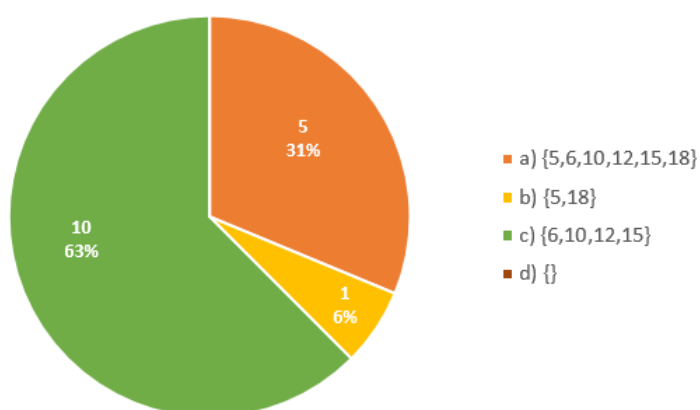
No quadro 8, pode-se observar a questão 5 do pré-teste, questão sobre notação básica de conjuntos.

**Quadro 8:** Questão 5 do pré-teste.

Questão 5. Sejam X e Y os conjuntos:  
 $X = \{5,6,10,12,15,18\}$   
 $Y = \{6,10,12,15\}$   
 Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \cup Y$ ?  
 Escolha 1 resposta:  
 a)  $\{5,6,10,12,15,18\}$   
 b)  $\{5,18\}$   
 c)  $\{6,10,12,15\}$   
 d)  $\{\}$

Fonte: O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, cujo resultado correto é  $\{5,6,10,12,15,18\}$ , veja o gráfico 5:

**Gráfico 5:** Estatística das respostas dos alunos da questão 5 do pré-teste.

Fonte: O autor, 2021.

Como no estudo de Probabilidade se utiliza noções de operações básicas de conjuntos, foi decidido avaliar sobre o conhecimento dos alunos em notação básica de conjuntos na questão 5, quadro 8, em específico a noção de união. Observando o gráfico 5, percebe-se que 31% dos participantes responderam corretamente à questão e marcaram o item a), 6% encontraram o item b) e 63% marcaram a alternativa c), nenhum discente marcou a alternativa d).

Assim como a quinta questão, a questão 6 (quadro 9) também remete a noções de operações básicas de conjuntos, como observado a seguir.

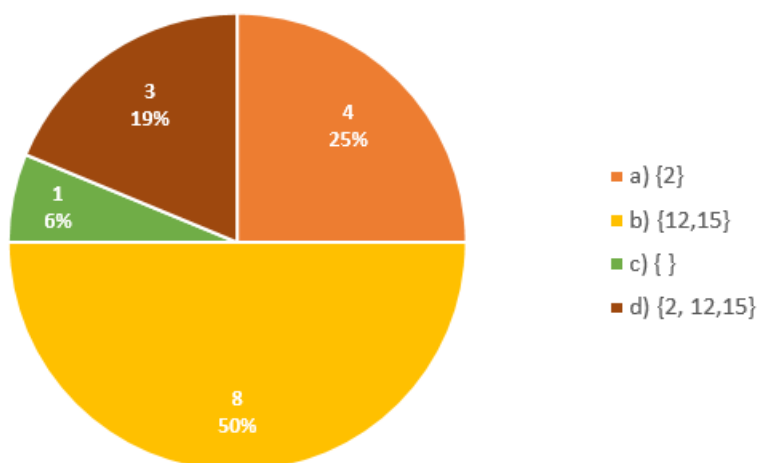
**Quadro 9:** Questão 6 do pré-teste.

Questão 6. Sejam X e Y os conjuntos:  
 $X = \{15, 12\}$   
 $Y = \{12, 15, 2\}$   
 Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \setminus Y$ ?  
 Escolha 1 resposta:  
 a)  $\{2\}$   
 b)  $\{12, 15\}$   
 c)  $\{ \}$   
 d)  $\{2, 12, 15\}$

Fonte: O autor, 2021.

Perante o questionamento feito aos alunos, quadro 9, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 6:

**Gráfico 6:** Estatística das respostas dos alunos da questão 6 do pré-teste.



Fonte: O autor, 2021.

Assim como a questão anterior, a questão 6 (Quadro 6) também envolve a notação básica de conjuntos, agora considerando a diferença entre conjuntos. Observando o gráfico 6, percebe-se que somente 6% dos participantes responderam corretamente à questão e marcaram o item c), 25% encontraram o item a), 50% marcaram a alternativa b) e 19% marcaram o item d). Acredita-se que este grande número de respostas equivocadas foi devido a não familiarização com o conectivo “\” de diferença.

Pode-se notar, pelos resultados obtidos dos alunos nas questões 5 e 6, neste momento alguns alunos não possuíam domínio sobre notação básica de conjuntos.

No quadro 10, podemos visualizar a questão 7 do pré-teste, questão essa sobre a probabilidade da intersecção e da união de dois eventos.

**Quadro 10:** Questão 7 do pré-teste.

Questão 7. Uma academia local oferece, para seus membros, a oportunidade de escolher entre duas aulas de fitness: ioga e dança. Dos 400 membros da academia, 300 fazem ioga regularmente, 80 fazem aula de dança, e 50 fazem ioga e dança regularmente. Usando essas informações, responda a cada pergunta a seguir.

Considere que I é o evento de um membro da academia selecionado aleatoriamente fazer ioga regularmente e que D é o evento de um membro da academia selecionado aleatoriamente fazer dança regularmente.

- Qual é a probabilidade de um membro da academia fazer ioga e dança?
- Qual é a probabilidade de um membro da academia fazer ioga ou dança?

**Fonte:** O autor, 2021.

Na questão do Quadro 10, no item a), a solução correta era a probabilidade de  $\frac{1}{8}$  que também poderia ser escrita em porcentagem, “12,5%” ou em decimal, “0,125”. 6 alunos acertaram o item e 10 responderam equivocadamente ou deixaram sem resposta. No item b) a solução correta era  $\frac{5}{12}$ , na qual somente 4 participantes responderam corretamente e 12 não souberam resolver.

A seguir, no quadro 11, pode-se verificar a questão 8 do pré-teste, que pedia para encontrar a probabilidade da união de dois eventos, que poderia ser resolvida somando a probabilidade de cada evento, pois não há intersecção entre eles.

**Quadro 11:** Questão 8 do pré-teste.

Questão 8. Fátima joga, simultaneamente, um dado justo de seis lados e um dado justo de quatro lados. O espaço amostral de todos os resultados possíveis é mostrado a seguir.

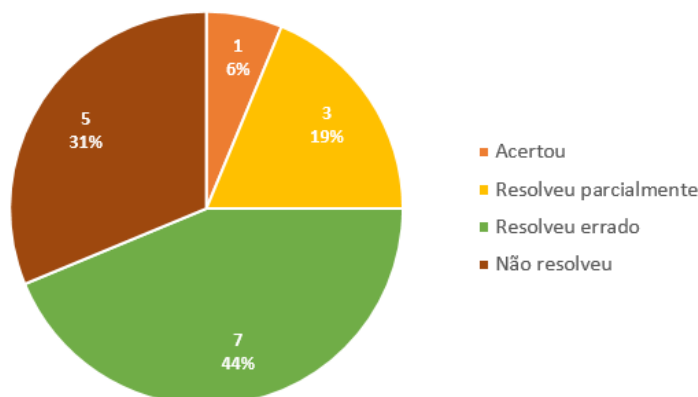
Considere que A é o evento no qual o dado de seis lados dá cinco, e que B é o evento no qual a soma dos dados dá quatro ou menos.


Qual é  $P(A \cup B)$ , a probabilidade de o dado de seis lados dar cinco ou da soma dos dados dar quatro ou menos?

**Fonte:** O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, veja o gráfico 7:

**Gráfico 7:** Estatística das respostas dos alunos da questão 8 do pré-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

Como visto no gráfico 7, somente 6% dos alunos resolveram completamente a questão; 19% resolveram parcialmente, ou seja, fizeram os cálculos das probabilidades de cada evento, porém não somou para resultar na probabilidade de o dado de seis lados dar cinco ou da soma dos dados dar quatro ou menos; 44% dos participantes resolveram de forma equivocada e 31% colocaram que não sabem resolver.

**Quadro 12:** Resposta da aluna Emmy Noether da questão 8 do pré-teste.

O evento A tem a probabilidade de 16,7 % de acontecer e o evento B tem uma probabilidade de 25% de acontecer mais é impossível calcular a união dos dois eventos, pois não existe intersecção entre eles, uma vez que se o de seis lados tiver face 5, impossibilita o resultado da soma de ser 4 ou menos, já que não existe lados com números negativos.

**Fonte:** O autor, 2021.

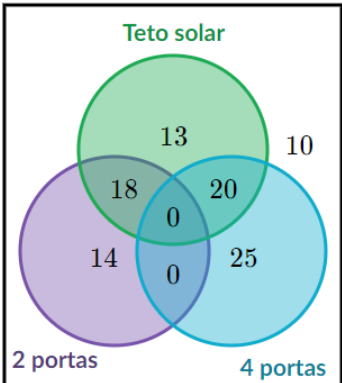
No Quadro 12 se encontra a resolução de uma das alunas que resolveu parcialmente o problema, ao final ela expressa o motivo de não achar possível calcular a união dos dois eventos, por não existir intersecção entre ele.

Pode-se perceber, nesse momento, que boa parte dos alunos possuíam dificuldades em determinar a probabilidade da união e da intersecção de dois ou mais eventos, e que alguns conseguiam encontrar a probabilidade de cada evento, mas não concluíam a solução do problema.

A seguir, podemos observar no quadro 13, a questão 9 do pré-teste:

**Quadro 13:** Questão 9 do pré-teste.

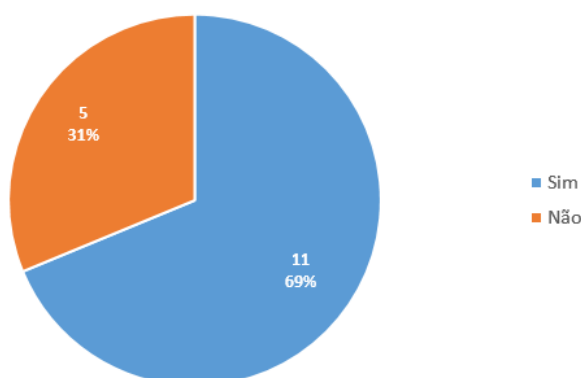
Questão 9. Um empresário observou as características de 100 carros estacionados no estacionamento da loja dele. Veja os resultados:



Nessa amostra, os eventos "2 portas" e "4 portas" são mutuamente exclusivos?  
 Sim                       Não

Fonte: O autor, 2021.

Podemos observar no gráfico 8, o desempenho dos alunos nessa questão:

**Gráfico 8:** Estatística das respostas dos alunos da questão 9 do pré-teste.

Fonte: O autor, 2021.

A questão do Quadro 13 envolve eventos mutuamente exclusivos, onde a realização de um evento exclui a realização de outro. 69% dos alunos marcaram corretamente "sim" e 31% dos participantes responderam "não".

Assim como a questão 9, a décima questão do pré-teste também envolve a definição de eventos mutuamente exclusivos, como observado no quadro 14.

**Quadro 14:** Questão 10 do pré-teste.

Questão 10. O diretor de uma escola de Ensino médio precisa organizar os lugares para a cerimônia de entrega de diplomas. A tabela de contingência abaixo mostra os dados dos alunos envolvidos na cerimônia deste ano.



Ano	No coral	Fora do coral	TOTAL
1º colegial	15	3	18
3º colegial	23	436	459
Outro	3	0	3
<b>TOTAL</b>	<b>41</b>	<b>439</b>	<b>480</b>

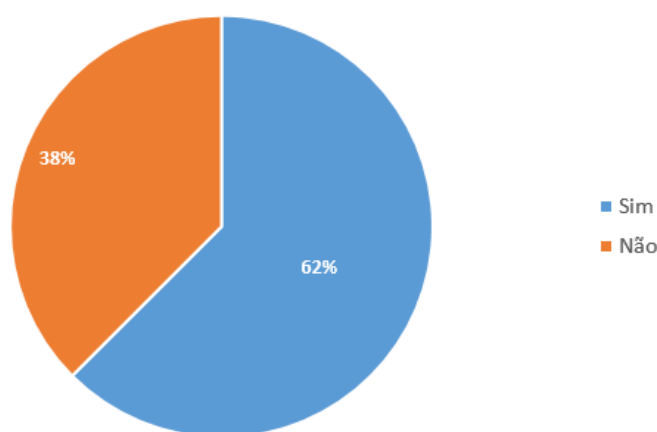
a) Para esses alunos, os eventos "3º colegial" e "fora do coral" são mutuamente exclusivos?  
 Sim       Não

b) Calcule a probabilidade de um aluno selecionado aleatoriamente a partir deste grupo ser do 3º ano OU não fazer parte do coral.

Fonte: O autor, 2021.

Podemos observar no gráfico 9, o desempenho dos alunos na resolução da questão 10, vista no quadro 14:

**Gráfico 9:** Estatística das respostas dos alunos da questão 10 do pré-teste.



Fonte: O autor, 2021.

A questão 10 (Quadro 14) envolve a definição de eventos mutuamente exclusivos, e retoma o conteúdo de probabilidade da união de dois eventos. No item a), a solução correta é “não”, 38% dos alunos acertaram o item e 62% marcaram “sim” como mostrado no gráfico 9. No item b) pedia para encontrar a probabilidade da união dos dois eventos, que poderia ser resolvida somando a probabilidade de cada evento e subtraindo pela probabilidade da intersecção deles, resultando na fração  $\frac{462}{480}$  ou na porcentagem 96,25%. Apenas 12% dos alunos resolveram completamente a questão; 19% resolveram parcialmente, onde novamente calcularam a probabilidade de cada evento, porém não as somaram e subtraíram pela probabilidade da intersecção entre os eventos.

Pelo resultado obtido nas soluções dos alunos nas questões 9 e 10 do pré-teste, podemos observar que a maioria dos alunos, nesse momento, possuíam dificuldade na leitura e interpretação do diagrama de *Venn* e de tabelas de contingência, o que ocasionou as resoluções equivocadas das questões.

Dessa forma, pelos resultados observados no pré-teste, nota-se que boa parte dos alunos possuíam uma grande dificuldade em probabilidade simples, comparação de probabilidades, notação básica de conjuntos, adição de probabilidade, tabelas de contingência e diagramas de *Venn* em conjunto com probabilidade. Assim, buscou-se sanar tais dificuldades por meio do uso de tecnologias digitais na oficina aplicada.

## 5.2 Pós-Teste

Durante a oficina houve a exposição do conteúdo com auxílio dos sites de sorteios e da plataforma *Khan Academy*, com vídeo aulas e exercícios resolvidos juntamente com o pesquisador pelo *Google Meet*, além de atividades realizadas por eles em outros horários, resoluções dos problemas feitos pelo *Kahoot!*. Além disso, teve a manipulação do aplicativo *Venn Diagram* por parte dos alunos. Após o desenvolvimento da oficina, foi aplicado um pós-teste para saber sobre a evolução do desempenho dos discentes em relação aos conteúdos cobrados no pré-teste.

Dessa forma, apresentamos no quadro 15 o primeiro questionamento feito aos alunos no pós-teste, sujeitos dessa investigação.

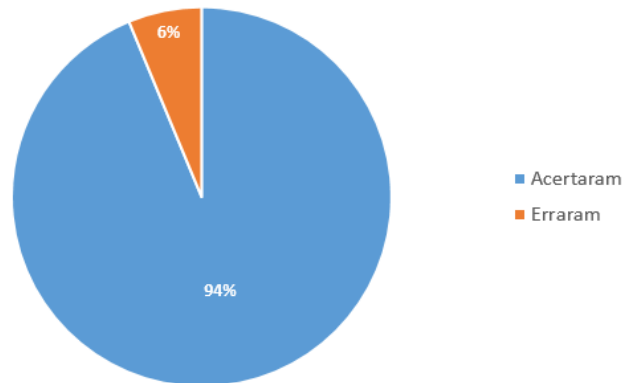
### Quadro 15: Questão 1 do pós-teste.

Questão 1. A Sra. Amélia vai selecionar aleatoriamente um aluno da sua classe para ler um poema em voz alta. Há 15 meninos e 13 meninas em sua classe. Qual é a probabilidade de selecionar um menino?

**Fonte:** O autor, 2021.

Diante do questionamento feito aos alunos, quadro 15, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 10:

**Gráfico 10:** Estatística das respostas dos alunos da questão 1 do pós-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

A primeira questão do pós-teste (Quadro 15) é bastante similar à questão 1 do pré-teste. No pré-teste, 94% dos alunos acertaram a questão, e no pós-teste, como observado no gráfico 10, a porcentagem de participantes que acertaram a questão se manteve. Notou-se que o número de respostas na forma de fração aumentou, isso pode ter ocorrido por causa dos dados apresentados na questão, a fração  $\frac{15}{28}$ , encontrada nesta questão, pode apresentar um nível maior de dificuldade no que se refere a transformar o seu valor em porcentagem do que na fração  $\frac{5}{20}$  do pré-teste.

No quadro 16, pode-se observar a questão 2 do pós-teste, questão sobre probabilidade de eventos simples.

**Quadro 16:** Questão 2 do pós-teste.

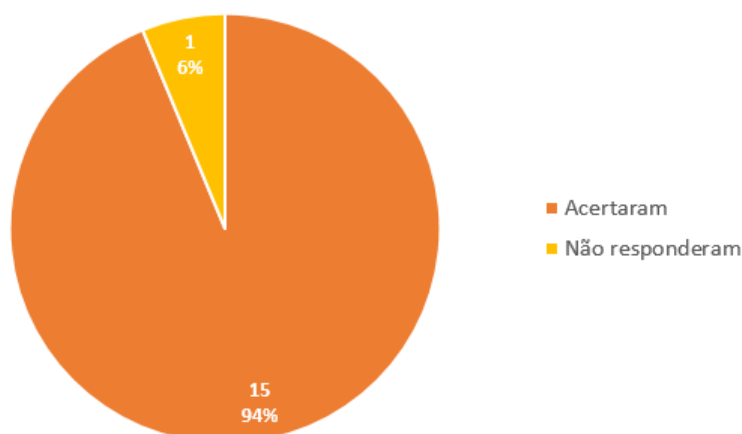
Questão 2. Você tira aleatoriamente uma bolinha de gude de um saco que contém 20 bolinhas de gude no total, sendo que 5 delas são vermelhas.

Qual é a probabilidade de tirar uma bolinha vermelha?

**Fonte:** O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, veja o gráfico 11:

**Gráfico 11:** Estatística das respostas dos alunos da questão 2 do pós-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

A questão 2 (Quadro 16) também é similar à segunda questão do pré-teste, desta vez é pedido a probabilidade de tirar uma bolinha vermelha, em vez da azul. Enquanto 31% acertaram no pré-teste, 94% dos participantes conseguiram encontrar a probabilidade correta no pós-teste.

Desta vez, diferente do pré-teste, não houve muita diferença nos números de alunos que acertaram a primeira e a segunda questão, por se tratarem da mesma habilidade, pressupõe que após o uso da plataforma *Khan Academy* e dos desafios elaborados no *Kahoot!*, os alunos tenham fixado melhor o conceito de probabilidade e seu método de resolução.

No quadro 17, pode-se observar a questão 3 do pós-teste, questão sobre comparação de probabilidades.

**Quadro 17:** Questão 3 do pós-teste.

Questão 3. Joana e Nina estão jogando boliche juntas. A probabilidade de Joana fazer um strike no próximo jogo é de 0,24. A probabilidade de Nina fazer um strike no próximo jogo é de 17%. Qual destes eventos é mais provável?

Escolha 1 resposta:

( ) Joana fazer um strike no próximo jogo.

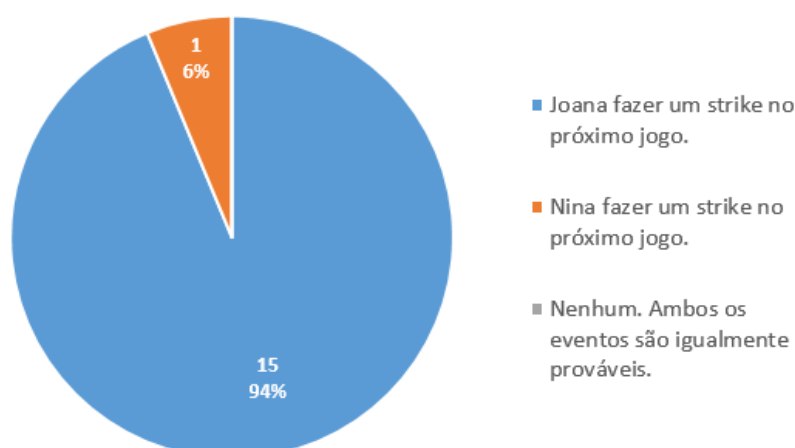
( ) Nina fazer um strike no próximo jogo.

( ) Nenhum. Ambos os eventos são igualmente prováveis.

**Fonte:** O autor, 2021.

Diante o questionamento feito aos alunos, quadro 17, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 12:

**Gráfico 12:** Estatística das respostas dos alunos da questão 3 do pós-teste.



Fonte: O autor, 2021.

Para esta questão do Quadro 17, se fazia necessário definir qual o evento mais provável. Como observado no gráfico 12, 94% dos alunos marcaram corretamente no item que afirma que Joana tem maior probabilidade de fazer um *strike* no próximo jogo, apenas 6% marcaram equivocadamente em Nina como a mais provável.

Nota-se uma grande evolução na habilidade desta questão, onde a grande maioria dos participantes acertaram, diferentemente do pré-teste, onde houve 63% de acertos. Pressupõe-se que a prática dos jogos da plataforma *Kahoot!* e as resoluções das atividades na plataforma *Khan Academy* juntamente com suas vídeo aulas explicativas e as discussões com o pesquisador durante os encontros, contribuiu para a correta comparação entre probabilidades.

A seguir, podemos observar no quadro 18, a questão 4 do pós-teste:

**Quadro 18:** Questão 4 do pós-teste.

Questão 4. Sou Pat, Lance Boas Pernas e Bronze Colorado são cavalos de corrida. Suas probabilidades de vencer são as seguintes:

$$P(\text{Sou Pat vence}) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{Lance Boas Pernas vence}) = 0,6$$

$$P(\text{Bronze Colorado vence}) = 10\%$$

Indique a ordem do menos para o mais provável.

I- Sou Pat vence

II- Lance Boas Pernas vence

III- Bronze Colorado vence

a) I - II - III

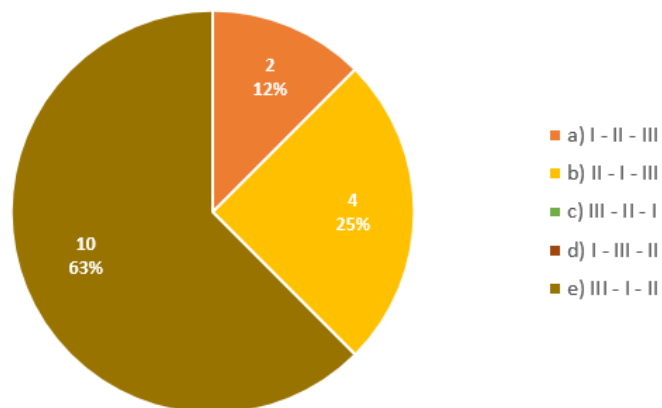
b) II - I - III

- c) III - II - I  
 d) I - III - II  
 e) III - I - II

Fonte: O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, veja o gráfico 13:

**Gráfico 13:** Estatística das respostas dos alunos da questão 4 do pós-teste.



Fonte: O autor, 2021.

A questão 4 (Quadro 18) é semelhante a quarta questão do pré-teste, também referente à mesma habilidade da questão anterior (Quadro 17). 63% dos alunos marcaram a ordem correta encontrada no item e). Mesmo com o aumento de acertos comparado ao pré-teste, ainda houve alunos que não determinaram a ordem correta dos eventos mais prováveis. Mas pode-se observar que houve uma melhora considerável no que se refere a habilidade de determinar o evento mais provável através de valores com formas distintas. Novamente, pressupõe-se que as resoluções das atividades na plataforma *Khan Academy* e a prática dos jogos da plataforma *Kahoot!*, contribuíram para os alunos assimilarem corretamente as diferentes formas de representar uma probabilidades e assim poderem compará-las.

No quadro 19, pode-se observar a questão 5 do pós-teste, questão sobre notação básica de conjuntos.

**Quadro 19:** Questão 5 do pós-teste.

Questão 5. Sejam X e Y os conjuntos:

$X = \{29, 31\}$

$Y = \{59, 61\}$

Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \cup Y$ ?

a)  $\{59,61\}$

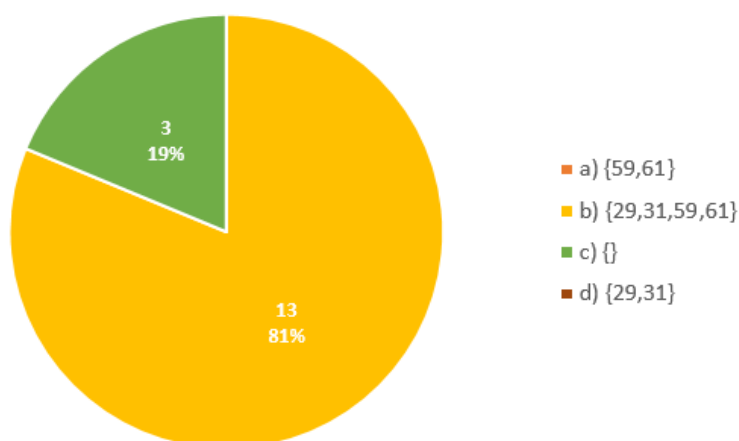
b)  $\{29,31,59,61\}$

c)  $\{\}$

d)  $\{29,31\}$

Fonte: O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, cujo resultado correto é  $\{29, 31, 59, 61\}$ , veja o gráfico 14:

**Gráfico 14:** Estatística das respostas dos alunos da questão 5 do pós-teste.

Fonte: O autor, 2021.

Esta questão do Quadro 19, como as outras, também é similar à questão de mesma numeração do pré-teste, onde foi avaliado o conhecimento dos alunos sobre notação básica de conjuntos. Como observado no gráfico 14, 81% dos alunos marcaram corretamente o item b), encontrando o resultado da união dos dois conjuntos, 19% dos participantes marcaram a alternativa c) e nenhum dos alunos marcou os itens a) e d).

Entende-se que os alunos que marcaram o item c) tenham confundido a união de dos dois conjuntos com a sua intersecção, o que poderá ter ocorrido por falta de atenção dos alunos no momento a resolução do teste. Acredita-se na importância da manipulação do aplicativo *Venn Diagram* e da plataforma *Khan Academy* por parte dos alunos, usados na aprendizagem e revisão dos conceitos de notação e operações básicas de conjuntos.

Assim como a quinta questão, a questão 6 (quadro 20) também remete a noções de operações básicas de conjuntos, como observado a seguir.

**Quadro 20:** Questão 1 do pós-teste.

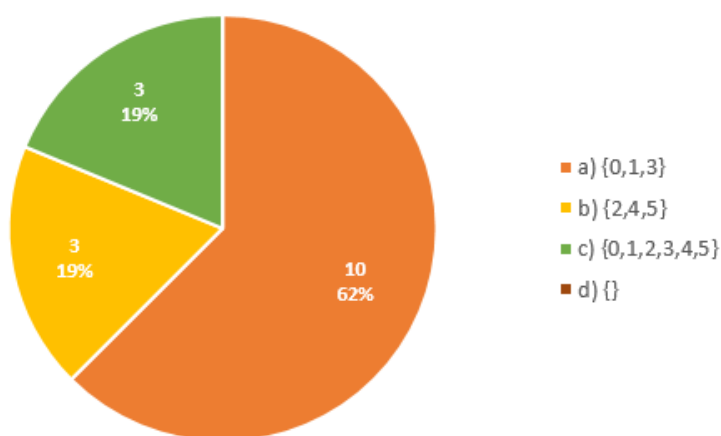
Questão 6. Sejam X e Y os conjuntos:  
 $X = \{0, 1, 3\}$   
 $Y = \{2, 4, 5\}$   
 Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \setminus Y$ ?

a)  $\{0, 1, 3\}$   
 b)  $\{2, 4, 5\}$   
 c)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$   
 d)  $\{\}$

Fonte: O autor, 2021.

Perante o questionamento feito aos alunos, quadro 20, podemos detectar o desempenho dos mesmos sobre essa questão, veja o gráfico 15:

**Gráfico 15:** Estatística das respostas dos alunos da questão 6 do pós-teste.



Fonte: O autor, 2021.

A questão 6 (Quadro 20) também envolve notação básica de conjuntos, assim como a sexta questão do pré-teste, no qual apenas 6% dos alunos responderam à questão corretamente. Agora no pós-teste, como observado no gráfico 15, 62% dos participantes marcaram corretamente o item a), 19% marcaram o item b) e 19% marcaram o item c), ninguém escolheu o item d) como resultado. Para os que marcaram o item b) pressupõe-se que eles tenham feito a operação  $Y \setminus X$  ao invés do contrário. E para os que marcaram o item c) supõe-se que eles fizeram a união dos



conjuntos. A maioria dos alunos acertaram, ao responderem à questão com êxito, havendo uma melhora bastante considerável, comparado ao pré-teste.

Pressupõe-se que a utilização do aplicativo *Venn Diagram* foi vantajosa para essa questão, tanto para relacionar as operações entre conjuntos com o diagrama, como para efetuar corretamente a operação algebricamente.

No quadro 21, podemos visualizar a questão 7 do pós-teste, questão essa sobre a probabilidade da interseção e da união de dois eventos.

**Quadro 21:** Questão 7 do pós-teste.

Questão 7. Há 600 alunos em uma turma de calouros do Ensino Médio. Desses 600 alunos, 350 usam relógio na escola regularmente, 325 usam brincos regularmente e 300 usam relógio e brincos regularmente. Usando essas informações, responda cada uma das perguntas a seguir. Considere que **R** é o evento no qual um calouro selecionado aleatoriamente usa relógio, e que **B** é o evento no qual um calouro selecionado aleatoriamente usa brinco.

a) Qual é  $P(R \text{ e } B)$ , a probabilidade de um calouro usar relógio e brincos?

b) Qual é  $P(R \text{ ou } B)$ , a probabilidade de um calouro usar relógio ou brincos?

**Fonte:** O autor, 2021.

Na questão do Quadro 21, no item a), a solução correta era a probabilidade de  $\frac{1}{2}$  que também poderia ser escrita em porcentagem, “50%” ou em decimal, “0,5”. 75% dos alunos acertaram o item e 25% responderam equivocadamente ou deixaram sem resposta. No pré-teste, na questão 7, problema similar ao do pós-teste, somente 37% dos participantes acertaram, notando assim uma melhora considerável na habilidade de interpretar e resolver problemas de probabilidade de intersecção de dois conjuntos.

**Figura 11:** Questão resolvida pela aluna Emmy Noether.

The image shows a student's handwritten solution for a probability problem. The student lists the total number of students as  $T = 600$ , the number of students who use a watch as  $R = 350$ , and the number of students who use earrings as  $B = 325$ . They also note that  $A = 300$  students use both. For part (a), they calculate the probability of a student using both as  $\frac{300}{600} = \frac{1}{2} = 50\%$ . For part (b), they calculate the probability of a student using either a watch or earrings as  $\frac{350 + 325 - 300}{600} = \frac{375}{600} = \frac{75}{120} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} = 62.5\%$ . The calculations are shown in a vertical format with horizontal lines for fractions.

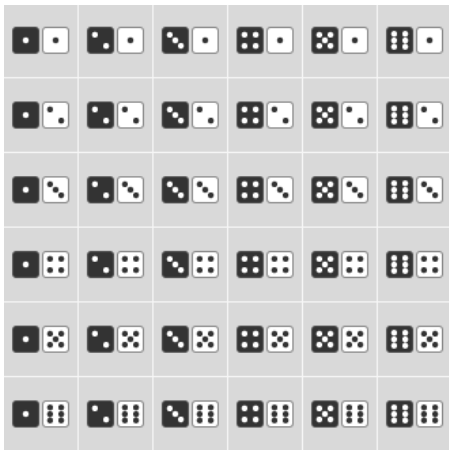
**Fonte:** Dados coletados da pesquisa, 2021.

No item b) a solução correta era 62,5%, na qual 50% dos participantes responderam corretamente e os outros 50% não souberam resolver. Neste item, também se nota uma melhora em relação ao cálculo da probabilidade da união de dois conjuntos. Na figura 11 se encontra a resolução da aluna Emmy Noether, que resolveu corretamente os cálculos e encontrou o resultado pedido.

A seguir, no quadro 22, pode-se verificar a questão 8 do pós-teste:

**Quadro 22:** Questão 8 do pós-teste.

Questão 8. Manuel joga dois dados honestos de seis lados. O espaço amostral de todos os resultados possíveis é mostrado abaixo.



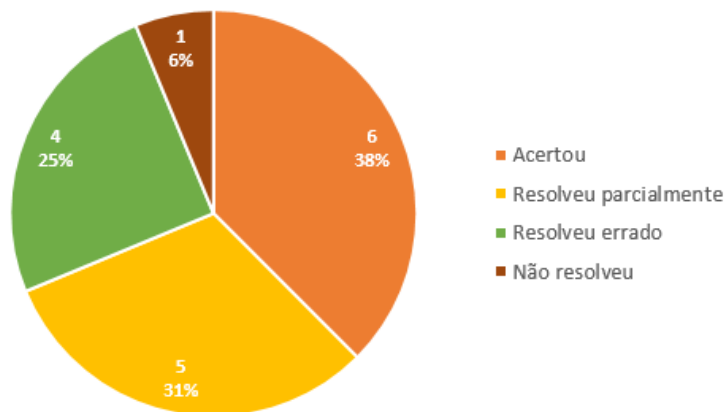
Considere que A é o evento no qual o primeiro dado dá seis, e que B é o evento no qual o segundo dado dá quatro.

Qual é  $P(A \text{ ou } B)$ , a probabilidade de o primeiro dado dar seis, ou de o segundo dado dar quatro?

**Fonte:** O autor, 2021.

Podemos detectar o desempenho dos alunos sobre essa questão, veja o gráfico 16:

**Gráfico 16:** Estatística das respostas dos alunos da questão 8 do pós-teste.



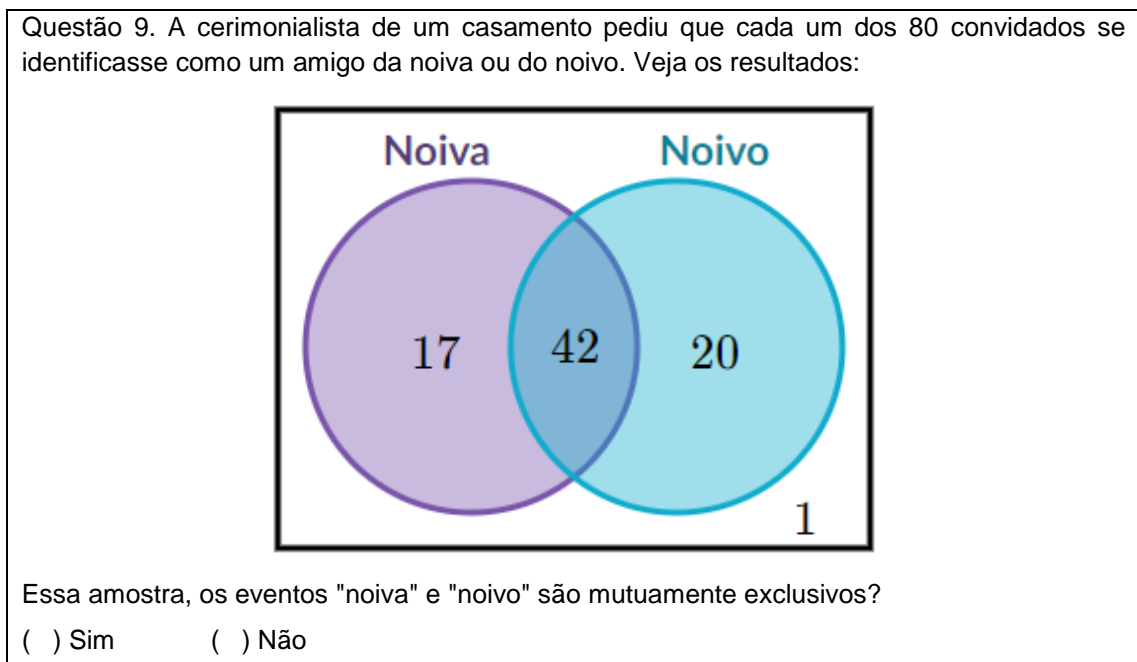
**Fonte:** O autor, 2021.

Na questão 8 (quadro 22) pedia para encontrar a probabilidade da união de dois eventos, assim como a oitava questão do pré-teste, onde apenas 6% dos alunos acertaram, já no pós-teste, como observado no gráfico 16, 38% dos participantes acertaram a questão por completo, 31% resolveram parcialmente, fizeram os cálculos das probabilidades de cada evento corretamente, porém não somaram as probabilidades e subtraíram pela probabilidade da intersecção. 25% resolveram de forma equivocada e 6% colocaram que não sabem resolver.

Nota-se uma melhora no conhecimento sobre a interpretação e resolução deste problema em parte dos alunos. Acredita-se novamente na importância das plataformas *Khan Academy* e *Kahoot!* utilizadas na aprendizagem de resolução de questões problemas da habilidade relacionada a probabilidade de intersecção de dois conjuntos.

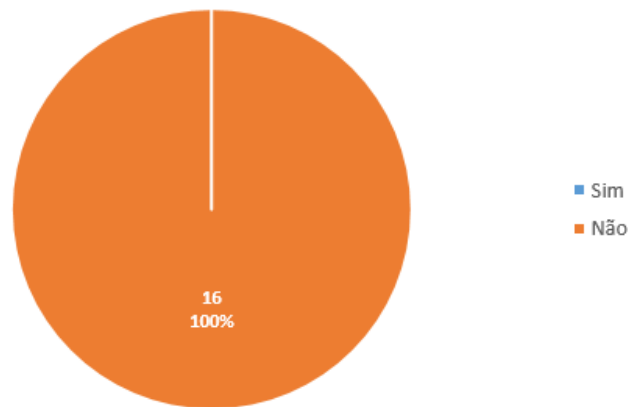
A seguir, podemos observar no quadro 23, a questão 9 do pós-teste:

**Quadro 23:** Questão 9 do pós-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

Podemos observar no gráfico 17, o desempenho dos alunos na resolução da questão 9 do pós-teste:

**Gráfico 17:** Por Estatística das respostas dos alunos da questão 9 do pós-teste.

**Fonte:** O autor, 2021.

A questão 9 (Quadro 23) é semelhante à questão de mesma numeração do pré-teste, onde 69% dos alunos acertaram, já no pós-teste, todos os alunos marcaram corretamente o item “não”, pois os eventos apresentados na questão não são mutuamente exclusivos. Nota-se uma melhora considerável no percentual de alunos que compreenderam o conceito de eventos mutuamente excludentes.

Assim como a questão 9, a décima questão do pós-teste também envolve a definição de eventos mutuamente exclusivos, como observado no quadro 24.

**Quadro 24:** Questão 10 do pós-teste.

Questão 10. Duzentas pessoas foram entrevistadas para saber se elas gostam ou não de leituras recreativas e leituras acadêmicas. A tabela de contingência abaixo mostra os dados da amostra de pessoas que responderam à pesquisa.

Opinião	Gostam de leitura acadêmica	Não gostam de leitura acadêmica	TOTAL
Gostam de leitura recreativa	136	40	176
Não gostam de leitura recreativa	16	8	24
<b>TOTAL</b>	<b>152</b>	<b>48</b>	<b>200</b>

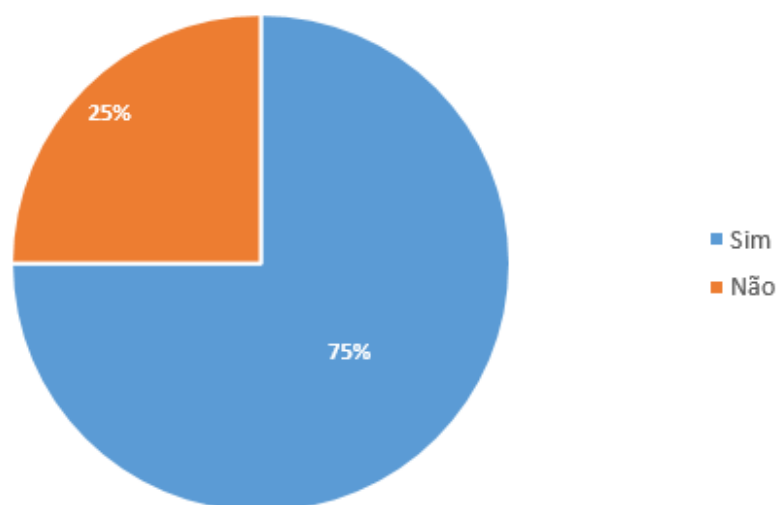
a) Nesta amostra, os eventos "Gostam de leitura recreativa" e "não gostam de leitura recreativa" são mutuamente excludentes?  
 Sim       Não

b) Calcule a probabilidade de uma pessoa selecionada aleatoriamente a partir desta amostra gostar de leitura recreativa OU não gostar de leitura recreativa.

**Fonte:** O autor, 2021.

Podemos observar no gráfico 18, o desempenho dos alunos na resolução da questão 10, vista no quadro 24:

**Gráfico 18:** Estatística das respostas dos alunos da questão 10 do pós-teste.



**Fonte:** O autor, 2021.

A questão 10 (Quadro 24), assim como a décima questão do pré-teste, envolve a definição de eventos mutuamente exclusivos, retomando o conteúdo de probabilidade da união de dois eventos. No item a), no pré-teste, 38% dos alunos acertaram o item, já no pós-teste, como observado no gráfico 18, 75% dos participantes acertaram a questão marcando na resposta “sim”, pois os eventos são mutuamente excludentes. Pressupõe-se que os alunos que erraram não conseguiram interpretar a tabela de contingência corretamente.

No item b) pedia para encontrar a probabilidade da união dos dois eventos, que poderia ser resolvida somando a probabilidade de cada evento, 69% dos alunos acertaram a resolução da questão. Como a união dos eventos formam o espaço amostral, o resultando correto é a probabilidade de 100%.

Dessa forma, pôde-se verificar a evolução dos participantes por meio do uso das tecnologias digitais apresentadas neste trabalho, como a exposição do conteúdo com auxílio dos sites de sorteios e da plataforma *Khan Academy*, com vídeo aulas e exercícios resolvidos juntamente com o pesquisador pelo *Google Meet*, as resoluções dos problemas feitos pelo *Kahoot!*, além da manipulação do aplicativo *Venn Diagram* por parte dos alunos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo analisar as contribuições que a utilização de tecnologias digitais apresenta no auxílio ao aprendizado de Probabilidade, promovendo interações e debates sobre as práticas durante os encontros através das atividades. O que foram bastantes satisfatórias, observado através da análise dos resultados vistas nesta pesquisa.

Diante disto, pode-se dizer que esta pesquisa cumpre com seus objetivos específicos, visto que se verificou o conhecimento dos alunos sobre Probabilidade, por meio do Pré-teste e do desenvolvimento dos alunos durante a resolução das primeiras atividades durante a oficina. Também foram apresentadas possibilidades do uso de ferramentas virtuais como o *Google Meet*, *Khan Academy* e *Kahoot!* em aulas remotas.

Ferramentas essas que possibilitaram maior interação com os alunos em meio a um ensino remoto, no qual o professor geralmente se vê lecionando uma aula expositiva para várias telas com as câmeras desligadas. Com a utilização das tecnologias citadas anteriormente, observou-se uma maior participação dos alunos, proporcionando uma interação mais dinâmica entre os participantes, principalmente no momento da resolução dos problemas no *Kahoot!*.

Foram analisadas as contribuições das tecnologias digitais no ensino de Probabilidade e os alunos foram orientados na construção do seu conhecimento em Probabilidade a partir de tentativas e de seu esforço.

Logo, é válido dizer também que o estudo atinge seu objetivo geral de analisar a contribuição das tecnologias digitais no ensino de probabilidade nas aulas remotas de matemática, obtendo resultados positivos com as práticas realizadas na oficina. Os alunos demonstraram melhor domínio nas habilidades e nota-se uma melhora no conhecimento sobre a interpretação e resolução de problemas envolvendo probabilidade em grande parte dos alunos.

Com relação aos procedimentos metodológicos que foram utilizados, sentiu-se a necessidade de que um maior número de alunos participasse da pesquisa, mas em virtude da dificultosa adequação ao novo modelo de ensino remoto em meio a pandemia, muitos alunos não quiseram participar, por acharem que iria ficar difícil conciliar as aulas da oficina com seus estudos e as aulas da escola.

Neste trabalho, o aplicativo *Venn Diagram* foi utilizado para revisar a notação de operações entre conjuntos a relacionando com a representação de seu resultado pelo diagrama de *Venn*, e assim auxiliando no aprendizado de probabilidade da união de dois eventos. Para trabalhos futuros, recomenda-se o estudo do uso do aplicativo *Venn Diagram* no ensino de Conjuntos Numéricos, Raciocínio Lógico e Aritmética.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL, Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2013. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 16 jan. 2021.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>> . Acesso em: 26 set. 2020.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 142p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 26 jan. 2020.
- BRASIL, Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular, BNCC**. Publicado em 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em 11 out. 2020.
- BRASIL, Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular, BNCC**. Publicado em 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site\\_110518.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf)>. Acesso em: 11 out. 2020.
- BRASIL, Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, PCNEM**. Publicado em 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 26 jan. 2020.
- BRASIL, Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, PCN+**. Publicado em 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 26 jan. 2020.
- DALTOSO JÚNIOR, Sérgio Luiz. **Problemas contra-intuitivos como motivadores para o estudo de conceitos de probabilidade no ensino médio**. 2016. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016. doi:10.11606/D.55.2016.tde-11112016-112041. Acesso em: 15 jul. 2021.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.



GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em: <[https://docero.com.br/doc/nxs1n8x#google\\_vignette](https://docero.com.br/doc/nxs1n8x#google_vignette)>. Acesso em: 23 dez. 2020.

HABOWSKI, A. C; CONTE, E; TREVISAN, A. L. **Por uma cultura reconstrutiva dos sentidos das Tecnologias na Educação**. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/es/a/wWpCfbk939jC8NM6BNhxbCq/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 23 dez. 2020.

INEP. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil**. Site do Inep, 2019. Disponível em: <[http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206)>. Acesso em: 10 dez. 2019.

LÉON, N. **Explorando las nociones básicas de probabilidad a nivel superior**. Paradigma, Maturín, v.19, n.2, p. 125-143, 1998. Disponível em: file:///C:/Users/casa/Downloads/2928-6697-1-PB.pdf. Acesso em: 25 fev. 2020.

LOPES, C. E. **O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores**. Scielo, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/ccedes/a/gwfkW9py5dMccvmbqyPP8bk/?lang=pt&format=pdf>>. Acesso em: 25 mar. 2021.

MACEDO, F. C. S. & EVANGERLANDY, G. M. **Pesquisa: passo a passo para elaboração de trabalhos científicos**. – Teresina: MACEDO, F.C.S., 2018.

MORAN, J. M. **A integração de tecnologias na educação**. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/profile/Jose-Moran-6/publication/266075198\\_A\\_integracao\\_das\\_tecnologias\\_na\\_educacao/links/5539133c0cf2239f4e7c2f2a/A-integracao-das-tecnologias-na-educacao.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Jose-Moran-6/publication/266075198_A_integracao_das_tecnologias_na_educacao/links/5539133c0cf2239f4e7c2f2a/A-integracao-das-tecnologias-na-educacao.pdf)>. Acesso em: 23 dez. 2020.

PIAUI. **Currículo do Piauí**. Disponível em: <[https://www.seduc.pi.gov.br/arquivos/diretrizes/7-Curriculo\\_do\\_Piaui\\_vf.pdf](https://www.seduc.pi.gov.br/arquivos/diretrizes/7-Curriculo_do_Piaui_vf.pdf)>. Acesso em: 22 fev. 2021.

PINHEIRO, M. G. de C; SERRAZINA, M. de L; SILVA, A. da F. G. **Desenvolvimentos Profissional de uma professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Tema Probabilidade**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 1175-1194, 2019. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/bFBZCJhCzmvfdzjdgFNJSDw/?lang=pt>>. Acesso em: 25 mar. 2021.

SÃO PAULO. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. 1. ed. Publicado em 2011. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>>. Acesso em: 27 jan. 2020.

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Metodologia da Pesquisa e elaboração de dissertação**. 3ed. Ver. Florianópolis: Atual, 2001, 121p. Disponível em: <<http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/ppgcb/files/2011/03/Metodologia-da-Pesquisa-3a-edicao.pdf>>. Acesso em: 23 dez. 2020.

SILVA, N. da S. **Um resumo sobre a História da Probabilidade e alguns problemas curiosos**. Disponível em: <[https://sca.proformat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc4.php?cod=5372\\_5ab6196efa8a6e97a5b065d6f85aa47b3e1cb075](https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc4.php?cod=5372_5ab6196efa8a6e97a5b065d6f85aa47b3e1cb075)>. Acesso em: 28 jul. 2021.

SOUZA, J. R. de. **Contato matemática, 3º ano**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

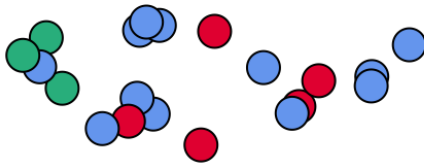
TOMAZI, Débora Regina; TEZANI, Thais Cristina Rodrigues. **Estratégias de utilização do Khan Academy em ambiente escolar**. Livro digital. Disponível em: <<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/572929/2/debora-regina-tomazi.pdf>>. Acesso em: 23 dez. 2020.

## APÊNDICES

### Apêndice A – Questionário pré-teste

Questão 1. Laerte é um biólogo. Ele vai escolher aleatoriamente um animal de seu laboratório para estudar. Há 5 salamandras, 3 lagostins e 12 peixes no laboratório. Qual é a probabilidade de escolher uma salamandra?

Questão 2. Você tira aleatoriamente uma bolinha de gude de um saco que contém 20 bolinhas de gude no total, sendo que 12 delas são azuis.



Qual é a probabilidade de tirar uma bolinha azul?

Questão 3. Ivan está decidindo se leva sua namorada para jantar fora ou ao cinema. A probabilidade de que o jantar seja um sucesso é de 45%. A probabilidade de que o cinema seja um sucesso é de 0,55. Qual desses eventos é mais provável?

( ) O jantar de Ivan é um sucesso.

( ) O cinema de Ivan é um sucesso.

( ) Nenhum. Ambos os eventos são igualmente prováveis.

Questão 4. Vera pediu sopa, salada e sanduíche para dividir com seus amigos. As probabilidades de que cada prato fique pronto primeiro são as seguintes:

$$P(\text{Sopa pronta primeiro}) = \frac{1}{5}$$

$$P(\text{Salada pronta primeiro}) = 0,45$$

$$P(\text{Sanduíche pronto primeiro}) = 35\%$$

Indique a ordem do menos para o mais provável.

I- Sopa pronta primeiro

II- Salada pronta primeiro

III- Sanduíche pronto primeiro

a) I - II - III

b) II - I - III

c) III - II - I

d) I - III - II

e) III - I - II

Questão 5. Sejam X e Y os conjuntos:  $X = \{5,6,10,12,15,18\}$  e  $Y = \{6,10,12,15\}$ . Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \cup Y$ ?

a)  $\{5,6,10,12,15,18\}$

b)  $\{5,18\}$

c)  $\{6,10,12,15\}$

d)  $\{\}$

Questão 6. Sejam X e Y os conjuntos:  $X = \{15, 12\}$  e  $Y = \{12, 15, 2\}$ . Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \setminus Y$ ?

a)  $\{2\}$

b)  $\{12,15\}$

c)  $\{\}$

d)  $\{2, 12,15\}$

Questão 7. Uma academia local oferece, para seus membros, a oportunidade de escolher entre duas aulas de fitness: ioga e dança. Dos 400 membros da academia, 300 fazem ioga regularmente, 80 fazem aula de dança, e 50 fazem ioga e dança regularmente. Usando essas informações, responda a cada pergunta a seguir.

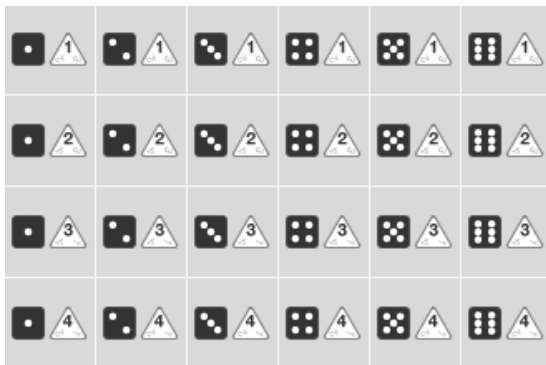
Considere que I é o evento de um membro da academia selecionado aleatoriamente fazer ioga regularmente e que D é o evento de um membro da academia selecionado aleatoriamente fazer dança regularmente.

a) Qual é a probabilidade de um membro da academia fazer ioga e dança?

b) Qual é a probabilidade de um membro da academia fazer ioga ou dança?

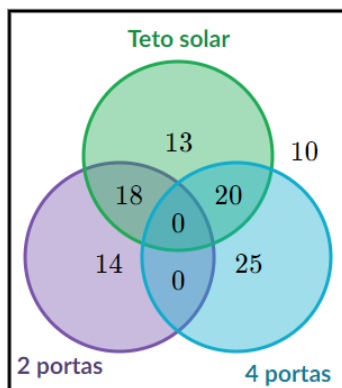
Questão 8. Fátima joga, simultaneamente, um dado justo de seis lados e um dado justo de quatro lados. O espaço amostral de todos os resultados possíveis é mostrado a seguir.

Considere que A é o evento no qual o dado de seis lados dá cinco, e que B é o evento no qual a soma dos dados dá quatro ou menos.



Qual é  $P(A \cup B)$ , a probabilidade de o dado de seis lados dar cinco ou da soma dos dados dar quatro ou menos?

Questão 9. Um empresário observou as características de 100 carros estacionados no estacionamento da loja dele. Veja os resultados:



Nessa amostra, os eventos "2 portas" e "4 portas" são mutuamente exclusivos?

( ) Sim ( ) Não

Questão 10. O diretor de uma escola de Ensino médio precisa organizar os lugares para a cerimônia de entrega de diplomas. A tabela de contingência abaixo mostra os dados dos alunos envolvidos na cerimônia deste ano.

Ano	No coral	Fora do coral	TOTAL
1º colegial	15	3	18
3º colegial	23	436	459
Outro	3	0	3
<b>TOTAL</b>	<b>41</b>	<b>439</b>	<b>480</b>

a) Para esses alunos, os eventos "3º colegial" e "fora do coral" são mutuamente exclusivos?

( ) Sim ( ) Não

b) Calcule a probabilidade de um aluno selecionado aleatoriamente a partir deste grupo ser do 3º ano OU não fazer parte do coral.

## Apêndice B – Questionário pós-teste

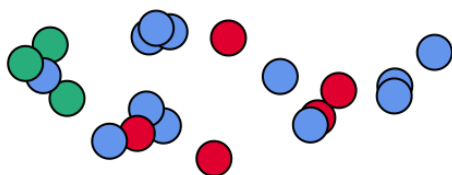
Questão 1. A Sra. Amélia vai selecionar aleatoriamente um aluno da sua classe para ler um poema em voz alta. Há 15 meninos e 13 meninas em sua classe. Qual é a probabilidade de selecionar um menino?

c) III - II - I

d) I - III - II

e) III - I - II

Questão 2. Você tira aleatoriamente uma bolinha de gude de um saco que contém 20 bolinhas de gude no total, sendo que 5 delas são vermelhas.



Qual é a probabilidade de tirar uma bolinha vermelha?

Questão 5. Sejam X e Y os conjuntos:  $X = \{29, 31\}$  e  $Y = \{59, 61\}$ . Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \cup Y$ ?

a)  $\{59,61\}$

b)  $\{29,31,59,61\}$

c)  $\{\}$

d)  $\{29,31\}$

Questão 3. Joana e Nina estão jogando boliche juntas. A probabilidade de Joana fazer um strike no próximo jogo é de 0,24. A probabilidade de Nina fazer um strike no próximo jogo é de 17%. Qual destes eventos é mais provável?

( ) Joana fazer um strike no próximo jogo.

( ) Nina fazer um strike no próximo jogo.

( ) Nenhum. Ambos os eventos são igualmente prováveis.

Questão 6. Sejam X e Y os conjuntos:  $X = \{0, 1, 3\}$  e  $Y = \{2, 4, 5\}$ . Qual das opções abaixo representa o conjunto  $X \setminus Y$ ?

a)  $\{0,1,3\}$

b)  $\{2,4,5\}$

c)  $\{0,1,2,3,4,5\}$

d)  $\{\}$

Questão 4. Sou Pat, Lance Boas Pernas e Bronze Colorado são cavalos de corrida. Suas probabilidades de vencer são as seguintes:

$$P(\text{Sou Pat vence}) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{Lance Boas Pernas vence}) = 0,6$$

$$P(\text{Bronze Colorado vence}) = 10\%$$

Indique a ordem do menos para o mais provável.

I- Sou Pat vence

II- Lance Boas Pernas vence

III- Bronze Colorado vence

a) I - II - III

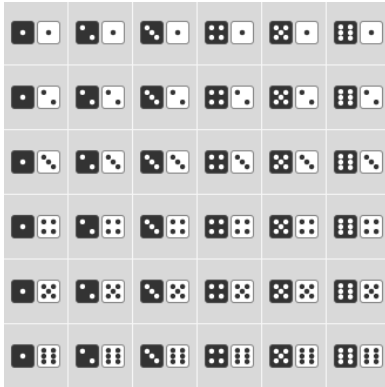
b) II - I - III

Questão 7. Há 600 alunos em uma turma de calouros do Ensino Médio. Desses 600 alunos, 350 usam relógio na escola regularmente, 325 usam brincos regularmente e 300 usam relógio e brincos regularmente. Usando essas informações, responda cada uma das perguntas a seguir. Considere que **R** é o evento no qual um calouro selecionado aleatoriamente usa relógio, e que **B** é o evento no qual um calouro selecionado aleatoriamente usa brinco.

a) Qual é  $P(R \text{ e } B)$ , a probabilidade de um calouro usar relógio e brincos?

b) Qual é  $P(R \text{ ou } B)$ , a probabilidade de um calouro usar relógio ou brincos?

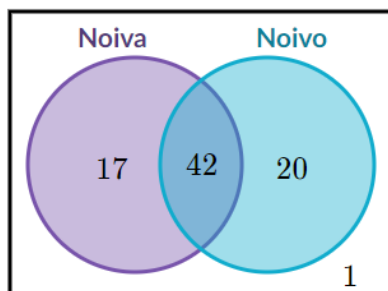
Questão 8. Manuel joga dois dados honestos de seis lados. O espaço amostral de todos os resultados possíveis é mostrado abaixo.



Considere que A é o evento no qual o primeiro dado dá seis, e que B é o evento no qual o segundo dado dá quatro.

Qual é  $P(A \cup B)$ , a probabilidade de o primeiro dado dar seis, ou de o segundo dado dar quatro?

Questão 9. A cerimonialista de um casamento pediu que cada um dos 80 convidados se identificasse como um amigo da noiva ou do noivo. Veja os resultados:



Essa amostra, os eventos "noiva" e "noivo" são mutuamente exclusivos?

( ) Sim ( ) Não

Questão 10. Duzentas pessoas foram entrevistadas para saber se elas gostam ou não de leituras recreativas e leituras acadêmicas. A tabela de contingência abaixo mostra os dados da amostra de pessoas que responderam à pesquisa.

Opinião	Gostam de leitura acadêmica	Não gostam de leitura acadêmica	TOTAL
Gostam de leitura recreativa	136	40	176
Não gostam de leitura recreativa	16	8	24
TOTAL	152	48	200

a) Nesta amostra, os eventos "Gostam de leitura recreativa" e "não gostam de leitura recreativa" são mutuamente excludentes?

( ) Sim ( ) Não

b) Calcule a probabilidade de uma pessoa selecionada aleatoriamente a partir desta amostra gostar de leitura recreativa OU não gostar de leitura recreativa.

## ANEXOS

## Anexo A – Carta de anuência para autorização da pesquisa



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO PIAUÍ – IFPI  
CAMPUS FLORIANO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT



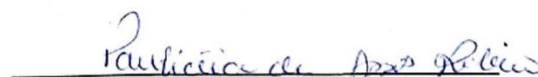
## CARTA DE ANUÊNCIA PARA AUTORIZAÇÃO DE PESQUISA

Solicitamos autorização institucional para realização da pesquisa intitulada: Uso de tecnologias digitais no ensino de probabilidade no ensino médio em meio a pandemia. Na escola estadual CETI Moderna, localizada na cidade de São Raimundo Nonato, Estado do Piauí, pelo aluno de pós-graduação **Jean Gualter Miranda Negreiros**, sob orientação do Professor **Dr. Egnilson Miranda de Moura**, com o objetivo de aplicar uma oficina com questionários e tarefas aos alunos de 2º ano da referida escola. Ao mesmo tempo, pedimos autorização para que o nome desta instituição conste no relatório final, bem como futuras publicações em eventos e periódicos científico. Ressaltamos que os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo de acordo com a resolução vigente, que trata da pesquisa envolvendo Seres Humanos. Salientamos ainda que tais dados serão utilizados somente para a realização deste estudo ou serão mantidos permanentemente em um banco de dados desta pesquisa, com acesso restrito, para utilização em pesquisas futuras. Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho desta Diretoria, agradecemos antecipadamente a atenção, ficando à disposição para quaisquer esclarecimentos adicionais que se fizerem necessários.

Floriano, 18 de fevereiro de 2021.

  
Jean Gualter Miranda Negreiros

- Concordamos com a solicitação  
 Não concordamos com a solicitação

  
Pauliceia de Assis Ribeiro  
Pauliceia de Assis Ribeiro  
Diretora  
Aut. Port. GDE Nº 2283/2017  
CPF: 841.095.213-00