Wagner Figueiredo Silveira

Pensamento Computacional no Ensino do Cálculo da Área de figuras planas na Educação Básica

Campos dos Goytacazes, RJ

18 de março de 2021

Wagner Figueiredo Silveira

Pensamento Computacional no Ensino do Cálculo da Área de figuras planas na Educação Básica

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação de Prof. Dr. Ausberto S. Castro Vera.

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeyro – UENF

Centro de Ciência e Tecnologia – CCT

Laboratório de Ciências Matemáticas – LCMAT

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientador: Prof. Dr. Ausberto S. Castro Vera

Campos dos Goytacazes, RJ

18 de março de 2021

FICHA CATALOGRÁFICA
UENF - Bibliotecas
Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

S587 Silveira, Wagner Figueiredo da.

Pensamento Computacional no Ensino do Cálculo da Área de figuras planas na Educação Básica / Wagner Figueiredo da Silveira. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2021.

133 f. : il.
Inclui bibliografia.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2021.
Orientador: Ausberto Silverio Castro Vera.

1. Educação Matemática. 2. Ensino da Matemática. 3. Métodos de Ensino. 4. Pensamento Computacional. 5. Cálculo de Áreas . I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

Wagner Figueiredo Silveira

Pensamento Computacional no Ensino do Cálculo da Área de figuras planas na Educação Básica

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação de Prof. Dr. Ausberto S. Castro Vera.

Trabalho aprovado. Campos dos Goytacazes, RJ, 18 de março de 2021:

Prof. Dr. Ausberto S. Castro Vera
Orientador

Prof. Elba Orocia Bravo Asenjo
D.Sc. UENF

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. UENF

Daniele Pereira da Silva

Prof. Daniele Pereira da Silva
D.Sc. IFF

Campos dos Goytacazes, RJ 18 de março de 2021

Este trabalho é dedicado aos meus pais, que me ensinaram a nunca desistir de lutar pelo que desejamos e sonhamos.

Agradecimentos

Agradeço primeiro a Deus, no qual existimos, nos movemos e somos.

Aos meus pais, Ormantina e José Garcia (in memoriam), e ao meu irmão Hudo, os quais sempre me apoiaram e incentivaram durante todo o percurso.

Ao meu orientador Professor Ausberto S. Castro Vera, pelas valiosas orientações e pela disponibilidade.

À direção do Centro Educacional São José pela disponibilidade para realização do trabalho.

Aos alunos do Primeiro Ano do Ensino Médio de 2021 do Centro Educacional São José pela participação e colaboração no trabalho.

A todos os professores que, ao longo de todo o curso colaboraram para meu crescimento intelectual e profissional.

A todos meus colegas de classe.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"Combati o bom combate, terminei a minha carreira, guardei a fé".(II Timóteo 4, 7-8)

(Paulo, apóstolo)

Resumo

A educação brasileira possui defasagens históricas quando comparada ao nível educacional de outros países, como mostram os resultados o exame do PISA de 2015. Dentre as diversas áreas do conhecimento, a Matemática é uma das que os alunos brasileiros apresentam as maiores dificuldades. Por esse motivo, o presente trabalho teve como objetivo fornecer uma ferramenta para resolução de problemas matemáticos baseada em Pensamento Computacional, algo ainda pouco explorado, verificando como essa ferramenta pode ajudar a melhorar o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo de Áreas de Figuras Planas em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em uma escola particular do interior do Estado do Rio de Janeiro. Para tal, foi proposta e aplicada uma Sequência Didática mesclando tanto a metodologia de Resolução de Problemas quanto os cinco conceitos principais de Pensamento Computacional. Como resultado, verificou-se que os conceitos de abstração e decomposição foram mais bem compreendidos pelos alunos, ao passo que os demais conceitos necessitam de maior aprofundamento. Apesar das dificuldades no decorrer do trabalho, concluiu-se que a ferramenta proposta de fato cumpriu seu objetivo, uma vez que todos os alunos participantes conseguiram realizar pelo menos algumas das tarefas propostas e houve muitos relatos por parte deles sobre o modo como os conceitos facilitaram o processo de resolução dos exercícios propostos.

Palavras-chaves: Matemática. Cálculo de Áreas. Pensamento Computacional. Resolução de Problemas.

Abstract

Brazilian education has historical lags when compared to the educational level of other countries, as shown by the results of the 2015 PISA exam. Among the various areas of knowledge, Mathematics is one of those that Brazilian students have the greatest difficulties. For this reason, the present work aimed to provide a tool for solving mathematical problems based on Computational Thinking, something still little explored, verifying how this tool can help to improve the teaching and learning process of the Calculation of Areas of Flat Figures in a class of the 1st year of High School in a private school in the interior of the State of Rio de Janeiro. To this end, a Didactic Sequence was proposed and applied, mixing both the Problem Solving methodology and the five main concepts of Computational Thinking. As a result, it was found that the concepts of abstraction and decomposition were better understood by the students, while the other concepts need further study. Despite the difficulties in the course of the work, it was concluded that the proposed tool did indeed fulfill its objective, since all participating students were able to perform at least some of the proposed tasks and there were many reports on the part of them about how the concepts facilitated the resolution process of the proposed exercises.

Key-words: Mathematics. Calculation of Areas. Computational Thinking. Problems Solving

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PC	Pensamento Computacional
CT	Computational Thinking
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PISA	Programme for International Students Assessment
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
PUC MG	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
PUC RJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
UNIFESP	Universidade Federal de São Paulo
IBMEC	Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais
ETEC SP	Escola Técnica Estadual de São Paulo
CEFET MG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Um dos grandes problemas do Brasil na atualidade diz respeito ao baixo nível educacional do país em comparação com outros países do mundo. Tal fato é comprovado pelo baixo desempenho dos alunos brasileiros da educação básica em exames de avaliação como o PISA (Programme for International Student Assesment) realizado pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) que, de acordo com INEP (2016), permite ao Brasil aferir os conhecimento e as habilidades de alunos de quinze anos em leitura, matemática e ciências, comparando os resultados com aqueles obtidos por países membros da OCDE e também com os resultados de outros 35 países.

O mesmo INEP (2016) aponta que o desempenho dos alunos do Brasil está abaixo da média dos alunos em países da OCDE nas três áreas analisadas, dentre as quais destaca-se a matemática, na qual os alunos obtiveram média de 377 pontos no exame, ante a média de 490 pontos dos demais países. Além disso,observa-se também que, apesar de o Brasil ter experimentado um aumento de 21 pontos na média de matemática entre os anos de 2003 e 2015, houve um declínio significativo de 11 pontos quando se comparam as médias obtidas em 2012 e 2015. A Tabela 1 apresenta a evolução dos estudantes brasileiros no PISA entre os anos de 2000 e 2015, salientando que as avaliações de Ciências iniciaram-se apenas a partir 2006 e as de Matemática a partir de 2003.

Tabela 1 – Desempenho dos estudantes brasileiros no PISA

Dados	**2000**	**2003**	**2006**	**2009**	**2012**	**2015**
Nº de alunos participantes	4893	4452	9295	20127	19204	23141
Pontuação em Leitura	396	403	393	412	407	407
Pontuação em Matemática	-	356	370	386	389	377
Pontuação em Ciências	-	-	390	405	402	401

Fonte: INEP (2016)

Há, portanto, necessidade urgente de se propor novas metodologias que melhorem o desempenho dos estudantes brasileiros nas três áreas avaliadas pelo PISA, especialmente na Matemática, área à qual este trabalho se dedica. É neste contexto que se insere o Pensamento Computacional (PC), ferramenta com grande potencial de trazer melhorias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica do Brasil, importância essa que já foi reconhecido pela Base Nacional Comum Curricular, que ressalta a importância do Pensamento Computacional na aprendizagem matemática uma vez que auxilia os alunos a serem capazes de traduzir situações dadas na língua materna em linguagem matemática (BRASIL, 2018).

No ano de 2006, J. Wing lançou as bases do Pensamento Computacional, definindo-o como uma abordagem voltada para resolver de problemas, projetar sistemas e entender o comportamento do ser humano, sempre tendo como base conceitos fundamentais da computação (WING, 2006). Outro autor que busca definir o tema é Perkovic, o qual o define como "um termo usado para descrever o método intelectual pelo qual processos ou tarefas naturais ou artificiais são compreendidos e descritos como processos computacionais"(PERKOVIC, 2016).

Deste modo, o presente trabalho pretende responder à pergunta **"Como os conceitos de Pensamento Computacional podem auxiliar no processo de aprendizagem do Cálculo da Área de Superfícies Planas?**. Para tanto, será abordado, ao longo da dissertação o modo como esses conceitos podem contribuir para melhorias no modo os alunos brasileiros aprendem Matemática, mais especificamente o tema escolhido, ao qual nem sempre é dada a devida importância em sala de aula.

1.1 Objetivos do trabalho

O *objetivo geral* deste trabalho foi desenvolver atividades em sala de aula aplicando o Pensamento Computacional (PC) visando verificar quais melhorias esta ferramenta pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo de Áreas de Figuras Planas na Educação Básica.

Para atingir o objetivo geral desse trabalho, considera-se os seguintes *objetivos específicos*:

1. Fazer uma pesquisa bibliográfica sobre os aspectos básicos relacionados com o Pensamento Computacional, a partir da proposta original de Wing (2006) e entender os conceitos principais;

2. Imergir os alunos no tema Pensamento Computacional através da abordagem em sala de aula dos principais conceitos, bem como da demonstração da resolução de problemas envolvendo o Cálculo de Áreas de Figuras Planas por meio da aplicação desses conceitos;

3. Propor aos alunos um pacote de problemas envolvendo o Cálculo de Áreas de Figuras Planas, a serem resolvidos por eles utilizando os conceitos aprendidos do Pensamento Computacional, obtendo assim os resultados que serão alvos de análise;

4. Relatar experiências da aplicação dos princípios do PC no ensino do Cálculo de Áreas de Figuras Planas;

5. Apresentar as informações e análises obtidos das experiencias da aplicação do PC.

1.2 Motivação e Justificativa

A motivação para desenvolver este tema foi a necessidade de buscar melhorias no ensino da Matemática na educação básica, principalmente no que diz respeito ao ensino de Geometria Plana, assunto muitas vezes negligenciado em sala de aula. Para Almouloud e Melo (2000), tem sido dada menos atenção aos conteúdos de Geometria Plana no Ensino Fundamental do que aos demais conteúdos, o que faz com que os professores apontem este conteúdo como um dos mais problemáticos no processo de ensino e aprendizagem, levando-o a figurar em debates acadêmicos e em discussões em algumas instâncias da sociedade e do governo. Essa defasagem no Ensino Fundamental refletirá em uma dificuldade maior em conceitos mais complexos adotados no Ensino Médio, como por exemplo "Geometria Espacial".

O tema "áreas de figuras planas", inserido no contexto da Geometria Plana, apresenta relevância desde os primórdios da civilização, uma que vez que, de acordo com Stalliviere (2011), as primeiras noções geométricas e o surgimento da necessidade de realizar medições foi introduzido pelos egípcios e pelos babilônios como forma de garantir suporte à agrimensura, que é o processo de demarcação de terras. Para se ter uma ideia, ainda de acordo com Stalliviere (2011),o agrimensor era um funcionário público, destinado a garantir a preservação das propriedades à beira do rio Nilo: como todo ano o rio inundava as propriedade à sua margem, era fundamental ter sua medida para evitar o roubo de terras, crime gravíssimo à época. Essa necessidade de medir áreas se estende até os dias atuais em situações como: medição de propriedades, cálculo de densidade demográfica, cálculo do gasto de material de construção em obras, entre outras tantas situações do cotidiano.

Por fim, esse contúdo se apresenta como um dos mais relevantes de Geometria Plana para exames vestibulares nacionais. De acordo com Tenente (2019), nos cinco anos anteriores a 2019, o cálculo de áreas de figuras planas foi responsável por 5 % das questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), ficando entre os dez assuntos mais cobrados no exame.

O Pensamento Computacional, por sua vez, foi escolhido graças à sua proeminência atual: cada vez mais se fala em temas como inteligência artificial, *big data*, internet, computação em nuvem, entre outros temas relacionados à computação, os quais vêm se tornando cada vez mais familiares a todos.Porém, apesar disso,Campos et al. (2003) ressaltam que a escola possui uma tendência de retardar a incorporação de novidades no processo pedagógico, o que muitas vezes faz com que os conceitos computacionais não sejam aplicados satisfatoriamente no ambiente escolar.

No entanto, a urgência em se inserir conceitos computacionais não deve ser confundida com o ensino, necessariamente, da própria Ciência da Computação em sala de aula, mas sim de ferramentas, oriundas da mesma, que possam auxiliar o processo ensino-aprendizagem, tal como o Pensamento Computacional.

O Brasil vem se atentando para essa realidade e já inseriu na BNCC elementos do Pensamento Computacional, o que torna o tema ainda mais relevante e necessário de ser tratado.

1.3 Metodologias utilizadas

Este trabalho utilizou as seguintes metodologias:

- Pesquisa bibliográfica: sobre os principais conceitos relacionados com Pensamento Computacional, Cálculo de Áreas de Figuras Planas e Metodologias de Resolução de Problemas;
- Pesquisa Qualitativa, na modalidade Estudo de Caso, com o desenvolvimento das seguintes atividade: apresentação dos conceitos de Pensamento Computacional; resolução de exercícios de áreas de figuras planas com o objetivo de demonstrar para os alunos como as ideias de PC podem ser utilizadas para realização de tais atividades; proposta de problemas matemáticos a serem resolvidos individualmente pelos alunos, com vistas a observar como os conceitos de PC podem ajudá-los nessas resoluções;
- Tabulação e análise dos dados obtidos

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado em quatro capítulos da seguinte maneira:

No Capítulo 2 , apresenta-se uma revisão bibliográfica referente ao Cálculo de Áreas de Figuras Planas e também ao Pensamento Computacional.

No Capítulo 3, são apresentados os aspectos metodológicos do trabalho: tipo de pesquisa utilizado, o campo de pesquisa, as etapas para aplicação do trabalho, bem como os exercícios utilizados em aula para demonstração e aqueles selecionados para os alunos.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados da aplicação prática, com análise dos principais dados obtidos com essa pesquisa.

Nas Considerações Finais é apresentado um resumo das dificuldades encontradas na realização deste trabalho, o que foi realizado e o que pode ser feito em trabalhos futuros. Além disso, são apresentados na parte final os apêndices com a autorização da direção da escola para realização do trabalho, o formulário de autorização dos pais dos alunos participantes e as fichas de exercícios distribuídas aos alunos para realização do trabalho.

Capítulo 2

Referencial Teórico

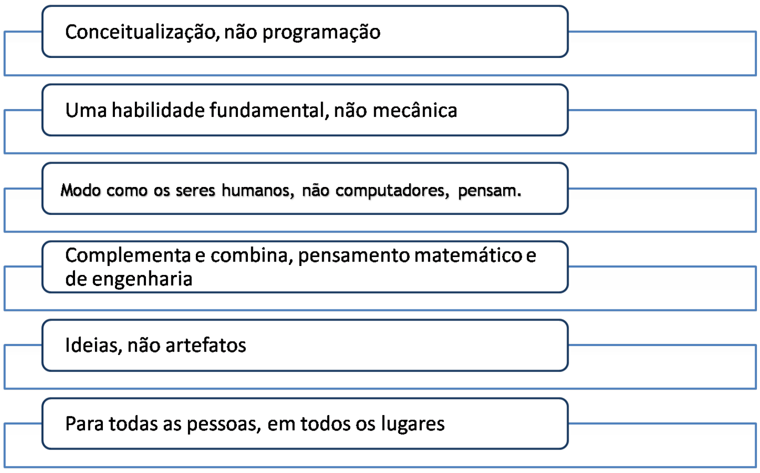
Nesta seção será abordada uma revisão bibliográfica sobre os principais assuntos abordados nesta dissertação: o Pensamento Computacional, a metodologia de Resolução de Problemas e o Cálculo de Áreas de Figuras Planas. Além disso, ao final do capítulo, comenta-se sobre as principais contribuições científicas para o campo do Pensamento Computacional no Brasil até o momento.

2.1 O Pensamento Computacional

À primeira vista, quando se escuta falar em Pensamento Computacional, há a tendência de se imaginar que se trata de "pensar como um computador", o que envolveria a compreensão de complexos sistemas de linguagem de programação, além de uma boa base de ciência da computação. Porém,Wing (2006), ao introduzir as discussões sobre Pensamento Computacional, ressalta que pensar computacionalmente vai além de programar um computador: significa engajar alguns processos cognitivos, desenvolvidos a partir de fundamentos teóricos oriundos do campo da Ciência da Computação, com o intuito de solucionar problemas, desenhar sistemas e entender o comportamento humano. Algumas instituições, principalmente nos Estados Unidos e na Europa, utilizam o PC em conjunto com noções de programação computacional, porém o mais importante é absorver as habilidades gerais, que poderão ser aplicadas em qualquer área do conhecimento.

A Figura 1 mostra as caraterísticas do Pensamento Computacional, de acordo com o texto de Wing (2006).

Figura 1 – Características do Pensamento Computacional

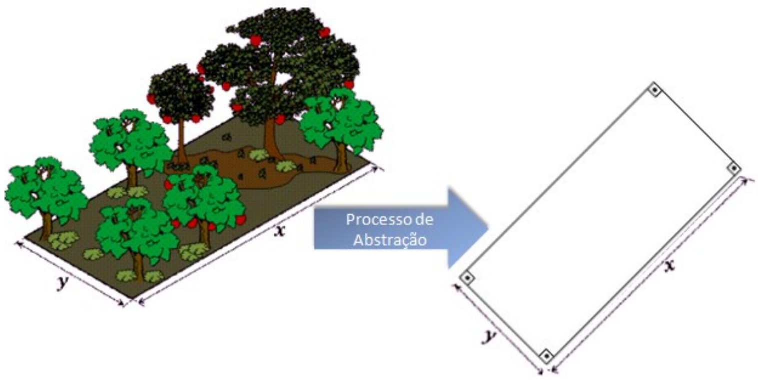


Fonte: Elaborado pelo autor

Por ser um processo cognitivo que envolve o raciocínio lógico, o Pensamento Computacional, de acordo com Csizmadia et al. (2015), requer uma série de capacidades, como por exemplo: pensar em algoritmos, fazer decomposições de tarefas mais complexas, identificar e utilizar padrões, fazer abstrações e pensar em termos de avaliações. A aplicação destes conceitos em uma ordem lógica, pode funcionar como um caminho para resolução dos problemas matemáticos que serão propostos ao longo deste trabalho. Por esse motivo, é necessário discorrer de forma mais ampla sobre tais conceitos.

- **Abstração:** de acordo com Wing (2008), abstração é a essência do PC e é por meio dela que as informações mais relevantes acerca de um problema ou objeto real são extraídas e dados menos relevantes são descartados, de modo a criar um modelo que elenque os aspectos centrais de problemas complexos (SHUTE; SUN; ASBELL-CLARKE, 2017). Ainda de acordo com Wing (2008) durante o processo de abstração, que pode ser feito em camadas, deve-se tomar cuidado ao se definir quais detalhes são importantes e devem ser mantidos, e quais detalhes podem ser eliminados. Em um problema matemático envolvendo, por exemplo, o cálculo da área de um terreno retangular, conforme a Figura 2 uma abstração pode ser feita é representar esse terreno como um retângulo simples e suas dimensões (comprimento e largura) como a base a altura deste retângulo, facilitando assim o cálculo.

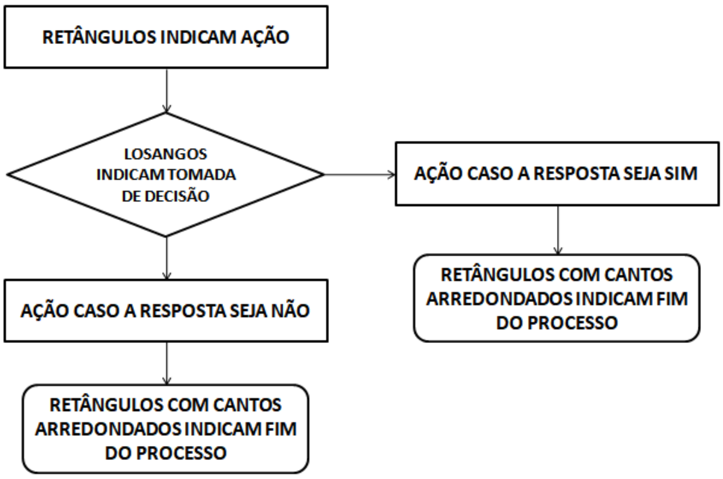
Figura 2 – O processo de Abstração



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Algoritmos:** Oliveira (2019) observam que a palavra algoritmo pode ser definida como uma sequência lógica de etapas que devem ser seguidas para a realização de uma determinada tarefa ou a resolução de um problema. É um conceito da Ciência da Computação, mas que não se restringe a ela: uma receita de bolo pode ser considerada um algoritmo, por exemplo. Mas no que tange ao PC, Csizmadia et al. (2015) argumenta que pensar de modo algorítmico significa buscar sempre a resolução de problemas através de uma sequência clara de passos. Existem tarefas e problemas que são recorrentes e cuja solução passa sempre por etapas semelhantes e, para estes casos, é interessante definir um algoritmo que possa ser usado sempre, de modo que não seja preciso repensar o problema novamente a cada situação em que ele se apresentar. Como exemplos podem ser citados os algoritmos das principais operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão que, devido ao seu caráter recorrente, são ensinados aos alunos ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As etapas de um algoritmo podem ser representadas por meio de fluxogramas, que são conjuntos de símbolos que representam as ações a serem tomadas a cada etapa.Um modelo de fluxograma que pode ser usado é o que é apresentado na Figura 3, mas ele não é o único.

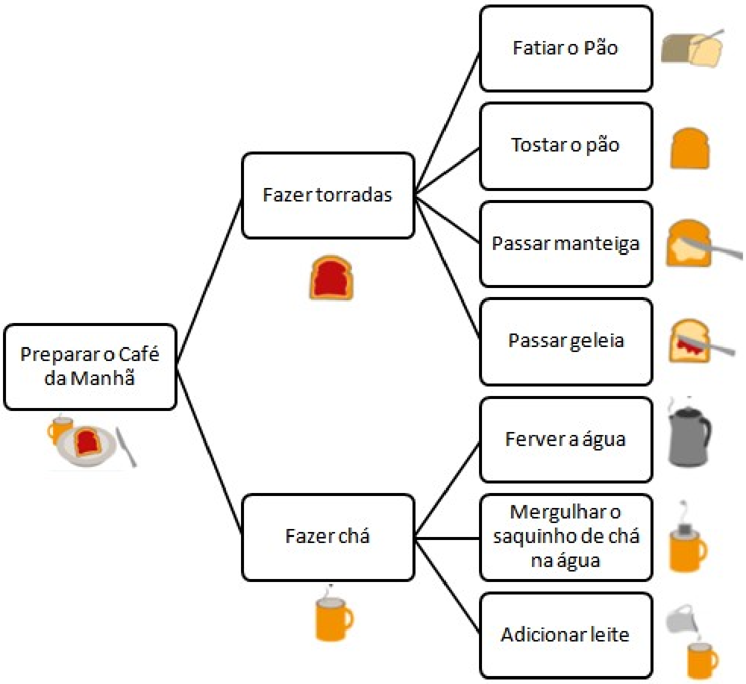
Figura 3 – Fluxograma para representação de algoritmos



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Decomposição:** Shute, Sun e Asbell-Clarke (2017) define a decomposição como o ato de dividir um problema complexo em partes menores, que sejam mais facilmente gerenciáveis, as quais, por sua vez, não devem ser partes aleatórias, mas sim elementos funcionais que abranjam o sistema como um todo. Por exemplo, a tarefa de preparar o café da manhã, composto de torrada com manteiga e chá. Pode-se dividir essa tarefa em duas menores, quais sejam: o preparo das torradas e o preparo do chá, as quais, por sua vez, compostas de tarefas menores ainda. Esse processo facilita o entendimento da tarefa mais complexa, bem como sua execução e pode ser aplicada também na resolução de problemas matemáticos, que muitas vezes podem ser decompostos em problemas menores para facilitar a sua resolução. A Figura 4 exemplifica essa situação.

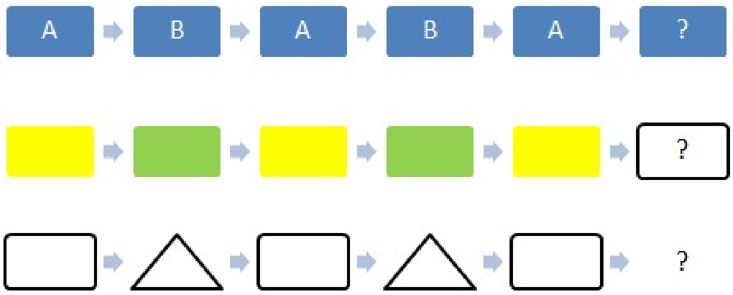
Figura 4 – O Processo de decomposição



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Generalizações (padrões):** de acordo com Csizmadia et al. (2015) "a generalização está associada com a identificação de padrões, similaridades e conexões e à exploração destas características". Isto permite que novos problemas sejam resolvidos de forma rápida, com base em soluções de problemas prévios com os quais se adquiriu experiência. É uma maneira de resolver novos problemas rapidamente que permitam que novos problemas sejam solucionados de forma rápida, baseados em soluções prévias que já foram encontradas em situações parecidas. Problemas matemáticos costumam apresentar padrões que, uma vez apreendidos e entendidos pelos alunos, podem auxiliar na resolução dos mesmos em provas e exames. A Figura 5 exemplifica de forma bem simples como funciona a identificação de padrões: ao ver a sequência de figuras anteriores, consegue-se prever facilmente que figura completa a sequência.

Figura 5 – A identificação de padrões



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Avaliação:** para Csizmadia et al. (2015) o processo de avaliação se faz necessário para apurar se uma determinada solução obtida para um problema foi efetiva, atendeu ao propósito que se esperava, ou não. Em situações que exigem de alunos a resolução de problemas matemáticos, por exemplo, é necessário desenvolver esse hábito de estar sempre avaliando se a solução encontrada foi correta, se atende ao que o enunciado do problema pediu e se é a melhor solução para o caso específico.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento que define as "aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica"(BRASIL, 2018). Tal documento cita por diversas vezes o Pensamento Computacional como algo a ser trabalhado e desenvolvido na educação básica, destacando inclusive sua importância na resolução de problemas de Geometria, por desenvolver as capacidades de raciocínio lógico, de abstração, apreensão de padrões, entre outras. Outro ponto destacado na BNCC é a importância de se trabalhar em sala de aula os algoritmos e fluxogramas, que são ferramentas que fornecem uma sequência lógica de etapas para resolução de problemas. Silva e Meneghetti (2019) destacam que é possível verificar na BNCC diversas competências e habilidades que podem ser relacionadas com as habilidades do Pensamento Computacional, não apenas na área da Matemática, mas em diversas outras áreas do conhecimento. Entre outros exemplos, Silva e Meneghetti (2019) destacam:

- a competência "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes"(BRASIL, 2018). Esta competência envolve as capacidades de abstração (intimamente ligada ao raciocínio lógico) e generalização (base para a produção de argumentos convincentes) dos alunos;
- a competência "utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas

do conhecimento, validando estratégias e resultados. Esta competência pode ser relacionada com o pensamento algorítmico (processos e ferramentas matemáticas) e também com o conceito de avaliação (utilização de teconologias digitais para validar estratégias e resultados);

- a competência "interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas...". Esta competência abrange a ideia de decomposição, presente no desenvolvimento de pesquisas (que em geral abordam um problema maior por meio do fracionamento deste problema em problemas menores, mais facilmente investigáveis).

2.2 A Importância da Geometria e do Cálculo de Áreas

A Geometria, de acordo com a BNCC, é uma das cinco áreas relacionadas ao ensino da Matemática e "envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento"(BRASIL, 2018). Porém, ainda de acordo com a BNCC, a Geometria não ser reduzida a aplicações diretas de fórmulas e teoremas, mas deve ter seus conceitos trabalhados de forma contextualizada, desenvolvendo habilidades que evidenciem um verdadeiro aprendizado.

O cotidiano do ser humano é composto por formas geométricas. Basta observar um pouco ao seu redor e o homem encontrará ali uma janela de formato quadrado, uma porta de formato retangular, a tampa de uma panela de formato circular, estruturas triangulares de sustentação de coberturas, entre outras tantas.

Talvez por isso, desde os primórdios da civilização, o ser humano já se preocupou em desenvolver Cálculos geométricos, principalmente relacionados à Geometria Plana. Eves (2004) argumenta que os babilônios, no período entre 2000 a.C. e 1600 a.C. já realizavam cálculos utilizando as regras gerais da área do retângulo, área do triângulo retângulo, do triângulo isósceles, trapézio retângulo, volumes, entre outros. Boyer e Merzbach (2012) argumenta que, apesar de ser arriscado fazer afirmações sobre a origem da Geometria, pode-se conjectuar que o seu desenvolvimento pode ter acontecido por conta das necessidades relacionadas às práticas de construção, demarcação de terras ou mesmo por questões estéticas, relacionadas à manutenção da ordem.

A importância do tema Geometria é verificada também no Exame Nacional do Ensino Médio. A plataforma de educação SAS [1], realizou um levantamento chamado "Raio

[1] O Sistema Ari de Sá (Plataforma SAS) é uma plataforma de educação sediada na cidade de Fortaleza, CE, que oferece suporte pedagógico a diversas escolas particulares do Brasil. O site da instituição é o saseducacao.com.br.

X do Enem", no qual verificou que, entre 2009 e 2019 a Geometria foi a área responsável por 23,5% das questões de Matemática do Exame, conforme se pode verificar na Figura 6.

Figura 6 – Raio X do Enem

Matemática e suas Tecnologias

Matemática		
Assuntos	1ª/2ª aplicações – 2009 a 2019	%
Geometria	233	23,5%
Aritmética	123	12,4%
Escala, razão e proporção	129	13,0%
Funções	89	9,0%
Gráficos e tabelas	89	9,0%
Estatística	76	7,7%
Porcentagem	74	7,5%
Probabilidade	55	5,6%
Equações elementares	32	3,2%
Sequências	27	2,7%
Análise combinatória	27	2,7%
Números inteiros e números reais	17	1,7%
Trigonometria	12	1,2%
Notação científica	4	0,4%
Matriz	3	0,3%
990 itens		

Fonte: (SAS, 2019)

Apesar da importância, no entanto, a Geometria é um campo do conhecimento no qual os alunos, de acordo com Morelatti e Souza (2006) têm muita dificuldade, pois, entre outras coisas, é um assunto muitas vezes deixado por último nos currículos escolares, os professores alegam não ter tempo para trabalhá-lo e quando o fazem, apresentam-no de forma descolada da realidade, muito disso por influência, segundo as autoras do movimento Matemática Moderna, fruto de discussões iniciadas na década de 1950 e que levaram a uma reestruturação do currículo de Matemática, que deixou de ser baseado em aritmética, álgebra, geometria euclidiana e trigonometria, para se ater a elementos como teoria dos conjuntos, álgebra abstrata, topologia, entre outros, o que tornou a Matemática algo com menos relação com o mundo real.

O tema "Área de Figuras Planas"insere-se na Geometria Plana,uma área que, por encontrar diversas aplicações práticas no dia a dia do ser humano, apresenta-se como importante ferramenta para alcançar um dos objetivos da BNCC, que é o ensino de Geometria contextualizado e aplicado. Todas as pessoas necessitam, em algum momento de suas vidas, de lidar com conceitos de Geometria: calcular quantas latas de tinta serão necessária para cobrir uma determinada área de parede; calcular quantas cerâmicas serão necessárias para fazer um piso com uma certa metragem quadrada; entre outros. Além disso, é importante lembrar que este assunto aparece em exames vestibulares e no ENEM, tanto de forma direta como contextualizado em questões que abordam também outros campos do conhecimento.

No entanto, ao ensinar o Cálculo da área de Superfícies Planas, muitas das vezes os professores tendem a conduzir os alunos a um simples ato de decorar fórmulas, o que vai contra o verdadeiro propósito do ensino da Matemática que, de acordo com Polya (1985), deve ser o de ensinar a pensar e não o de ser um mero espectador, sem participação ativa no processo. O objetivo, portanto, de qualquer metodologia de ensino, deve ser o de reforçar no estudante o seu papel ativo no processo de ensino-aprendizagem, fornecendo-lhe ferramentas para que isso aconteça.

2.2.1 Áreas de superfícies planas: definições e conceitos

As definições formais apresentadas a seguir são baseadas em Lima (2011), Dolce e Pompeo (2013) e Lial (2004).

2.2.1.1 Conceito de Área

Inicialmente é necessário definirmos o conceito de área, o qual será feito de acordo com Dolce e Pompeo (2013), que dizem que a área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de tal forma que:

1. A superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais:

$$\mathrm{A} \approx B \Leftrightarrow (\text{Área de A} = \text{Área de B})$$

2. A uma soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

$$\mathrm{C} = A + B \Rightarrow (\text{Área de C} = \text{Área de A} + \text{Área de B})$$

3. Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor ou igual que a área da outra

$$\mathrm{B} \subset \mathrm{A} \Rightarrow \text{Área de B} \leq \text{Área de A}$$

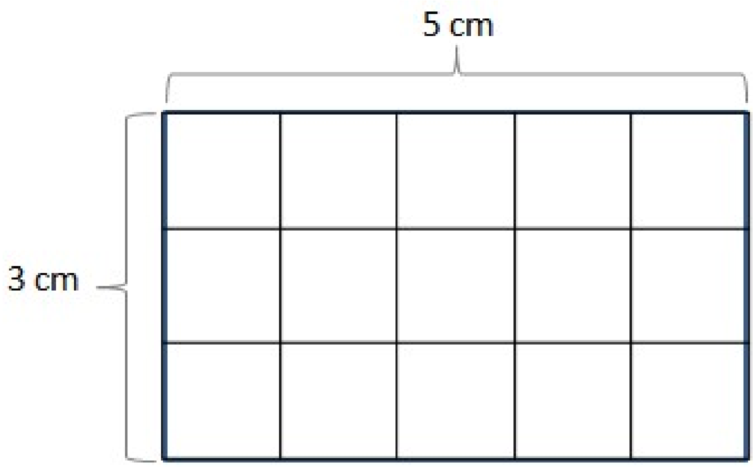
2.2.1.2 Áreas de Figuras Geométricas Planas

Feita esta definição inicial, serão apresentadas as principais áreas de figuras planas utilizadas em exercícios na educação básica.

1. Área de um retângulo

   De acordo com Lial (2004), para medir um segmento, deve-se determinar quantas vezes uma determinada unidade (centímetros, pés, etc) cabe neste segmento. O mesmo acontece em relação aos ângulos, cuja unidade de medida mais comum é o grau. De maneira semelhante, pode-se medir a área de um polígono determinando quantas vezes uma determinada unidade cabe neste polígono. Como exemplo, pode-se considerar o retângulo da Figura 7 o qual possui lados medindo 3 cm e 5 cm, respectivamente.

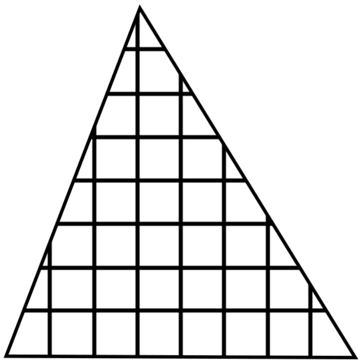
Figura 7 – Retângulo



Fonte: Elaborado pelo autor

Percebe-se que esse retângulo pode ser dividido em quadrados medindo 1 cm de lado. Se considerarmos que cada quadrado desses mede 1 cm^2 de área, podemos usar essa medida como unidade de comprimento para medir a área do retângulo. Como se pode observar, dentro do retângulo cabem 15 quadrados de 1 cm^2 de área, logo a área do retângulo é de 15 cm^2. No entanto, em alguns polígonos torna-se complicado esse procedimento de contar o número de quadrados de 1 cm^2 de área que cabem dentro da figura, como no caso do triângulo mostrado na Figura 8, onde vários dos quadrados precisaram ser "cortados".

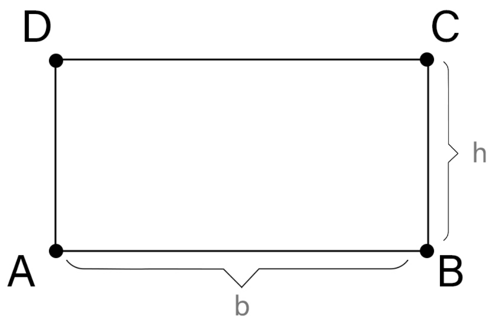
Figura 8 – Triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor

Neste caso, devemos procurar outras formas mais apropriadas de realizar este cálculo. Começando pelo retângulo, nota-se que a área de 15 cm^2 pode ser encontrada pela multiplicação das medidas dos lados, 3 cm e 5 cm respectivamente, uma vez que $3 * 5 = 15$. Por conveniência são dados nomes a esses lados. Observe o retângulo da Figura 9 a seguir: a medida do lado AB é chamada de base do retângulo e é denotada por **b** ao passo que a medida de BC é chamada de altura do retângulo e é denotada por **h** (do inglês, height). É uma prática comum chamar o menor lado de base e o maior de altura.

Figura 9 – Retângulo de base ***b*** e altura ***h***



Fonte: Elaborado pelo autor

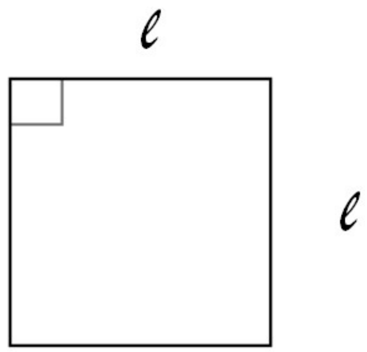
Portanto, temos que a área (A) do retângulo ABCD é dada por:

$$\mathbf{A = b * h} \tag{2.1}$$

2. Área de um quadrado

   O quadrado (Figura 10) é um quadrilátero que contém os quatro lados iguais e os quatro ângulos retos.

   Figura 10 – Quadrado com lados de medida l

   Fonte: Elaborado pelo autor

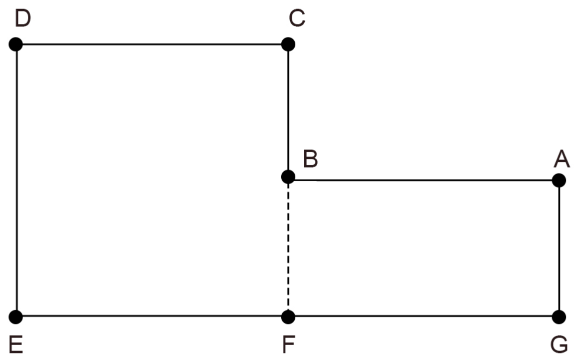
   Portanto, a partir da fórmula da área do retângulo, pode-se concluir que a área do quadrado de lado **l** é dada por:

   $$A = l^2 \tag{2.2}$$

   Antes de prosseguir para as demais áreas, é importante relembrar algumas propriedades das áreas.

   - **Propriedade Aditiva das Áreas:** se há linhas que dividem uma dada área em áreas menores não sobrepostas, a área dada será a soma das áreas menores. Por exemplo: a área da Figura 11 é a soma das áreas dos retângulos ABFG e CDEF.

Figura 11 – Ilustração da propriedade aditiva



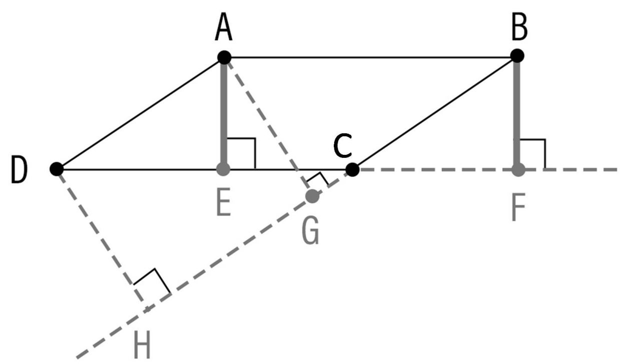
Fonte: Elaborado pelo autor

- Dois polígonos congruentes possuem a mesma área

3. Área do paralelogramo

A altura de um paralelogramo é a medida do segmento perpendicular que parte de um vértice do paralelogramo até um lado não adjacente a este vértice. O lado não adjacente, por sua vez, é chamado de base do paralelogramo. Na Figura 12, as medidas dos segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{BF}$ são as alturas do paralelogramo ABCD de base $\overline{DC}$. Alternativamente, se $\overline{BC}$ for estendido, pode-se verificar que as medidas dos segmentos $\overline{AG}$ e $\overline{DH}$ são também alturas de ABCD, de base BC. Neste caso, a altura do ABCD é a medida do segmento $\overline{AG}$ (que é igual à medida de $\overline{DH}$)

Figura 12 – Área do Paralelogramo



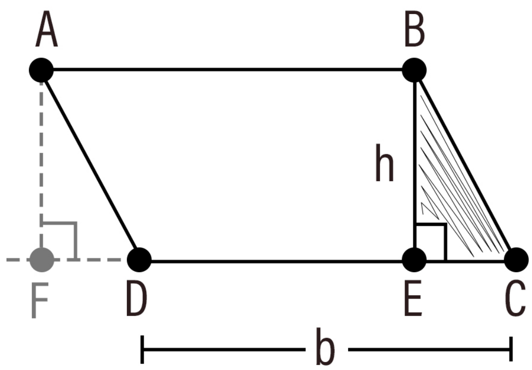
Fonte: Elaborado pelo autor

Deste modo, a área do paralelogramo cuja base mede b e a altura mede h, é determinada por:

$$A = b * h \tag{2.3}$$

Para provar que a área do paralelogramo é dada pela multiplicação da base pela altura deste polígono basta "movermos"o triângulo BEC para a posição do triângulo pontilhado AFD e, desta forma, obter-se-á um retângulo ABEF, cuja área foi definida como sendo exatamente a multiplicação da base pela altura. Veja na Figura 13:

Figura 13 – Área do Paralelogramo

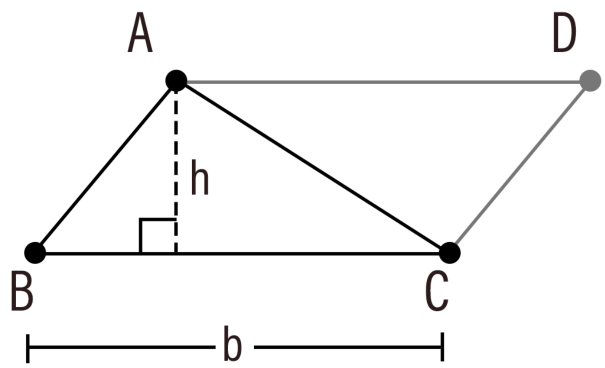


Fonte: Elaborado pelo autor

4. Área do triângulo

   De acordo com Lima (2011), da área do paralelogramo pode-se passar para a área do triângulo, uma vez que todo triângulo é a metade do paralelogramo. Mais precisamente: dado um triângulo ABC, cuja área desejamos calcular, traçamos, pelos vértices A e C, respectivamente, paralelas aos lados BC e AB. Estas retas se encontram no ponto D e fornecem o paralelogramo ABCD. Considerando a altura h deste paralelogramo e, se $\overline{BC} = b$, sabemos que a área de ABCD é b x h. Ora, os triângulos ABC e BCD são congruentes (têm um lado em comum compreendido entre dois ângulos iguais), logo têm a mesma área. A Figura 14 exemplifica essa situação:

Figura 14 – Área do Triângulo



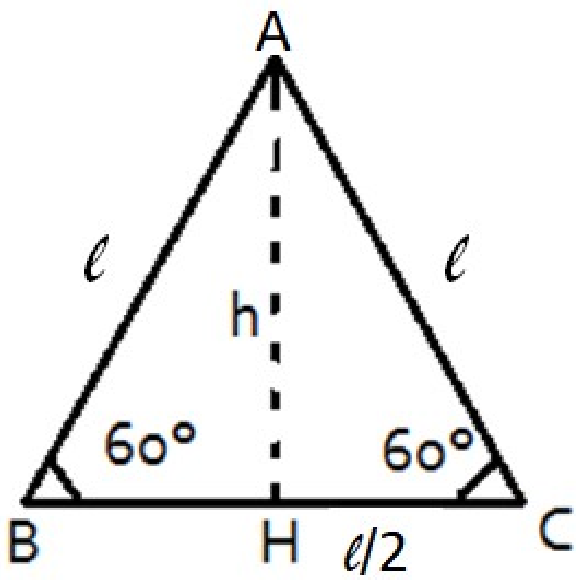
Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto, temos que a área (A) do triângulo é dada por:

$$A = \frac{b * h}{2} \tag{2.4}$$

Um caso particular de área do triângulo, mostrado na Figura 15, que aparece em diversas questões envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas, é a área do triângulo equilátero. Seja o triângulo equilátero ABC o qual, por definição, apresenta todos os ângulos internos iguais a 60 graus e todos os lados com medidas iguais a l.

Figura 15 – Triângulo Equilátero



Fonte: Elaborado pelo autor

Para calcular sua área, é necessário antes calcular sua altura, representada na figura a seguir pelo segmento AH, perpendicular ao lado BC. Pode-se observar que o triângulo AHC é um triângulo retângulo, cujos catetos são $AH = h$; $HC = \frac{l}{2}$; $AC = l$. Aplicando o teorema de Pitágoras:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \tag{2.5}$$

$$l^2 = h^2 + (\frac{l}{2})^2 \tag{2.6}$$

$$h^2 = l^2 - (\frac{l}{2})^2 \tag{2.7}$$

$$h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} \tag{2.8}$$

$$h^2 = \frac{3 * l^2}{4} \tag{2.9}$$

$$h = \frac{l * \sqrt{3}}{2} \tag{2.10}$$

Aplicando esse resultado à fórmula para o cálculo da área do triângulo, tem-se:

$$A = \frac{b * h}{2} = \frac{l * \frac{l * \sqrt{3}}{2}}{2} \tag{2.11}$$

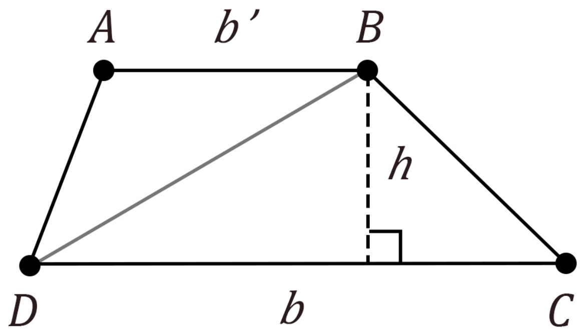
Logo, a área do triângulo equilátero é:

$$A = \frac{l^2 * \sqrt{3}}{4} \tag{2.12}$$

5. Área do Trapézio

   Dado o Trapézio ABCD na Figura 16, cuja base maior mede b, a base menor mede b’ e a altura mede h, pode-se afirmar que sua área é a soma das áreas dos triângulo ABD (cuja base mede b e altura mede h) e o triângulo BCD (cuja base mede b’ e a altura mede h).

   Figura 16 – Área do Trapézio

   Fonte: Elaborado pelo autor

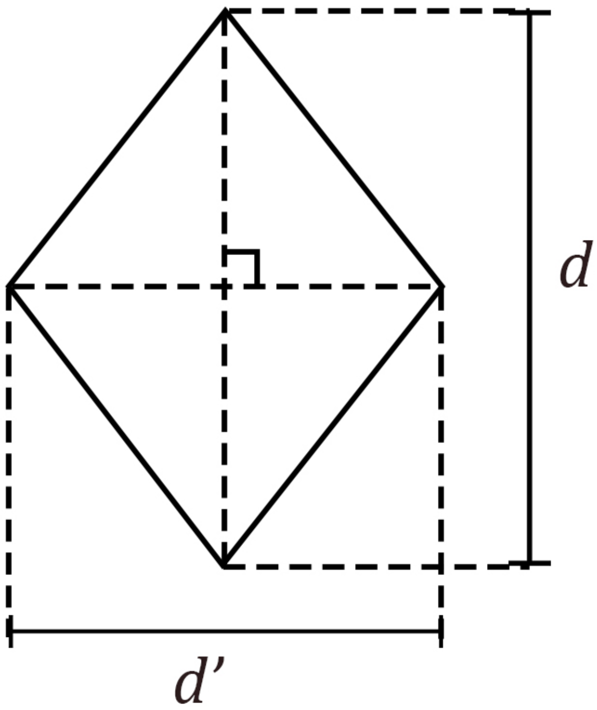
   Portanto, temos que a área (A) do trapézio é dada por:

$$A = \frac{(b + b') * h}{2} \tag{2.13}$$

6. Área do Losango

   O Losango é um quadrilátero que possui duas diagonais: a diagonal maior, de medida d e a diagonal menor, de medida d’, as quais se encontram formando um ângulo reto. Deste modo, pode-se afirmar que a área do losango é a soma das áreas dos quatro triângulos, conforme se pode observar na Figura 17.

Figura 17 – Área do Losango



Fonte: Elaborado pelo autor

A base de cada um desses quatro triângulos é dada pela metade da medida da diagonal menor, enquanto que a altura é dada pela metade da medida da diagonal maior. Sendo assim, temos que a área A do losango é dada por:

$$A = 4 * \left(\frac{\frac{d}{2} * \frac{d'}{2}}{2}\right) \tag{2.14}$$

$$A = 4 * \left(\frac{\frac{d*d'}{4}}{2}\right) \tag{2.15}$$

$$A = 4 * \left(\frac{d * d'}{8}\right) \tag{2.16}$$

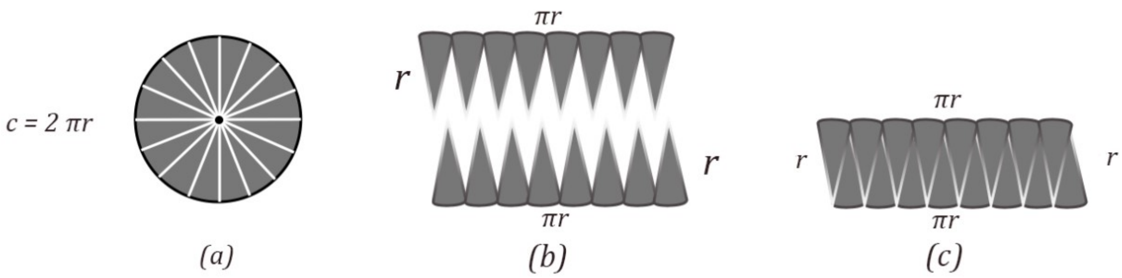
Portanto, a área será:

$$A = \frac{d * d'}{2} \tag{2.17}$$

7. Área do Círculo

   A circunferência C de um círculo de raio r e diâmetro d é dada por $C = 2\pi * r$. Suponha que o círculo Figura 18.a seja "fatiado"conforme indicado na Figura 18.b e que essas fatias sejam "encaixadas", como na Figura 18.c.

Figura 18 – Área do círculo



Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se que a figura formada se aproxima de um paralelogramo de base $\pi * r$, uma vez que $2\pi * r$ é a circunferência e foram encaixadas partes correspondentes, sendo a metade do círculo na parte de cima e metade na parte de baixo. A altura é igual ao raio r. Aplicando a fórmula da área do paralelogramo, temos:

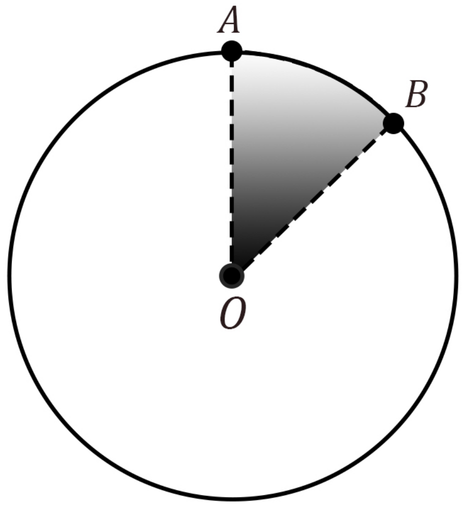
$$A = b * h = (\pi * r)(r) = (\pi * r^2) \tag{2.18}$$

Logo, a área de um círculo é

$$A = \pi * r^2$$

O **Setor Circular** pode ser entendido como uma "fatia"do círculo conforme a Figura 19.

Figura 19 – Área do setor circular



Fonte: Elaborado pelo autor

Com base no ângulo do setor, pode-se calcular sua área, uma vez que a área do setor será proporcional ao ângulo por ele ocupado. Assim, fazendo uma regra de três simples, na qual α é o ângulo em graus do setor, temos:

$$\pi * r^2 - - - - - - 360\circ$$
$$A - - - - - - \alpha$$

Logo, conclui-se que a área do setor circular é:

$$A = \frac{\alpha * \pi * r^2}{360} \tag{2.19}$$

2.3 A metodologia de Resolução de Problemas

O Pensamento Computacional é desenvolvido a partir da apreensão de conceitos-chave, os quais foram apresentados na seção 2.1. Porém, para apresentar tais conceitos aos alunos, público alvo deste trabalho, bem como analisar como esses conceitos podem colaborar no processo de ensino-aprendizagem da Matemática na Educação Básica, faz-se necessária a utilização de uma metodologia auxiliar. Diante disso, tendo em vista as particularidades do presente trabalho, optou-se por trabalhar com uma proposta envolvendo a Resolução de Problemas.

De acordo com Junior e Onuchic (2015), mais que uma metodologia para o ensino da Matemática, é um campo de estudos filosóficos que promove a aprendizagem, devido às possibilidades, ações, reflexões, operações e aplicações que traz ao processo ensino-aprendizagem. Os problemas, descreve Onuchic (1999), ocupam lugar central no ensino de matemática desde a Antiguidade, porém, ao longo dos séculos, desenvolveu-se, por vezes, uma visão muito limitada do que de fato seria a resolução de problemas, reduzindo-a a uma apresentação de uma situação-problema, com uma técnica específica de resolução, a qual seria aplicada a situações semelhantes.

Somente nas últimas décadas, advoga Onuchic (1999), é que a Resolução de problemas passou a receber a devida importância, com o despertar dos educadores matemáticos para a ideia de que seria importante trabalhar o ensino de matemática através da capacidade de resolver situações-problema. Tal visão foi consagrada na década de 1980 quando foi editada, nos Estados Unidos, uma publicação do NCTM - *National Council of Teachers of Mathematics - An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, o qual, dentre outras coisas, recomendava que o currículo matemático deveria ser organizado em torno da resolução de problemas e que os professores criassem um ambiente em que se fizesse prosperar a resolução de problemas em sala de aula.

Um dos primeiros autores a lançar luzes sobre a resolução de problemas foi George Polya, para o qual a resolução de problemas deveria seguir quatro etapas, sendo a primeira delas a compreensão do problema, seguida do estabelecimento de um plano para resolvê-lo, buscando relacionar seus dados com a incógnita do problema. Em terceiro lugar vem a execução do plano e, como quarta e última etapa, faz-se uma avaliação da resolução obtida, buscando revê-la e discutí-la. (POLYA, 2006).

Observando-se essas quatro etapas, é possível verificar que o Pensamento Computacional, juntamente com seus conceitos, pode ser fundamental na hora da resolução de problemas:

- na etapa de compreensão do problema, o conceito de abstração, ao permitir extrair apenas o essencial da situação-problema, pode auxiliar o estudante a compreender de maneira mais clara o que o problema está requisitando;
- na etapa do estabelecimento de um plano para resolver o problema, o estudante pode se beneficiar do conceito da decomposição: dividindo a tarefa principal do problema em sub-tarefas menores, o aluno tem a possibilidade de definir um caminho para alcançar o objetivo definido no enunciado do problema;
- na execução da resolução, diversos conceitos do PC apresentam grande potencial como ferramenta para auxiliar na resolução de problemas: a decomposição, ao permitir definir uma rota clara para executar a solução; a generalização, ao voltar a

atenção do estudante para padrões de resolução que se repetem ao longo dos diversos problemas, fazendo com que, quanto mais o aluno resolva problemas, mais facilidade ele tenha em encontrar caminhos de resolução; o pensamento algorítmico ao permitir que o aluno desenvolva um "passo a passo"que sirva de orientação sempre que ele se deparar com problemas daquele tipo.

- por fim, a quarta etapa definida por Polya (2006), engloba o conceito de avaliação, pois faz parte do PC a constante reavaliação e revisão das soluções e caminhos encontrados, visando determinar sua plausibilidade, o que acaba por reduzir a possibilidade de erros ao longo do processo.

O objetivo do presente trabalho não é centrar-se na metodologia de Resolução de Problemas como um fim em si mesmo, mas sim utilizá-la como auxiliar para o desenvolvimento dos principais Conceitos de Pensamento Computacional no Cálculo da Área de Figuras Planas. Deste modo, a metodologia de resolução de problemas vai auxiliar na elaboração da Sequência didática, apresentada no Capítulo 3, o qual traz uma definição mais detalhada sobre as metodologias utilizadas.

2.4 Trabalhos no Brasil sobre Pensamento Computacional

Por se tratar de assunto relativamente novo e pouco explorado no Brasil, há ainda um número restrito de trabalhos nessa área. Apesar de ser um tema trazido pela Base Nacional Comum Curricular e também proposto nas diretrizes curriculares de diversos cursos de Graduação no Brasil, o Pensamento Computacional como metodologia de ensino ainda aparece como um tema pouco explorado em pesquisas.

Uma das principais referências deste campo de estudo no Brasil é a página do *Facebook* "Pensamento Computacional"(www.facebook.com/pensamentocomputacional). A Figura 20 foi extraída do endereço eletrônico da página:

Figura 20 – Página Pensamento Computacional

Fonte: <http:\www.facebook.com/pensamentocomputacional>

Esta página faz referência ao site "Pensamento Computacional", cujo endereço é www.computacional.com.br , que traz diversos artigos relacionados com o Pensamento Computacional. Porém, tanto na página quanto no site, verifica-se ainda uma forte tendência de relacionar o Pensamento Computacional majoritariamente à área da Ciência da Computação, sem explorar as potencialidades de aplicação dos seus conceitos em outras tantas áreas do conhecimento, dentre elas a Matemática.

Além disso, há alguns trabalhos que valem ser destacados, como é o caso da tese de doutorado de Brackmann (2017), intitulada "Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica", que busca verificar a possibilidade de desenvolver o Pensamento Computacional na Educação Básica utilizando atividades sem uso de computadores, as quais são chamadas de "desplugadas". O trabalho foi realizado em escolas onde não há acesso a computadores, no Brasil e na Espanha e observou melhoria no desempenho dos estudantes que tiveram atividades de Pensamento Computacional.

Outro trabalho que deve ser destacado é o de Boucinha (2017), uma tese de doutorado com o título "Aprendizagem do Pensamento Computacional e Desenvolvimento do Raciocínio", que buscou estudar como a construção do Pensamento Computacional se relaciona com o desenvolvimento do raciocínio em estudantes do Ensino Fundamental. A conclusão do trabalho foi de que, de fato, o Pensamento Computacional contribuiu para o desenvolvimento dos cinco tipos de raciocínios estudados, o que, de acordo com o autor, comprova a contribuição do Pensamento Computacional para a melhoria cognitiva dos alunos.

Vale ainda mencionar a tese de doutorado "Uma abordagem pedagógica incorporada para o desenvolvimento do Pensamento Computacional no Ensino Fundamental", de França (2020), que traz uma abordagem sobre o PC voltada para o Ensino Fundamental I, fundamentada na cognição incorporada e no contexto cultural dos estudantes, utilizando diversas mídias com o objetivo de fazer com que os estudantes compreendam os conceitos de Ciência da Computação e saibam utilizá-los na resolução de problemas de outras áreas do conhecimento.

Por fim, cita-se o trabalho de Bozolan (2016), uma dissertação de mestrado intitulada "O Pensamento Computacional: Ensino e Aprendizagem através do software *Processing*, na qual a autora buscou utilizar o software *Processing* como ferramenta de ensino e aprendizagem para desenvolver o conteúdo de duas disciplinas da graduação em Comunicação - Midialogia, da UNICAMP, chamadas "Elementos fundamentais de Matemática"e "Introdução ao Pensamento Computacional". Percebe-se neste trabalho, contudo, que o foco foi estudar como as tecnologias emergentes podem enriquecer as possibilidades e recursos de ensino, deixando o Pensamento Computacional como coadjuvante.

Após esta revisão bibliográfica, o capítulo 3 traz detalhes sobre a metodologia utilizada na aplicação deste trabalho.

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada neste trabalho, o campo, os sujeitos da pesquisa e a sequência didática para aplicação das atividades.

O estudo é de caráter qualitativo, que será aplicado por meio de um estudo de caso com alunos do Ensino Médio de uma escola particular do município de Porciúncula/RJ. A escolha deste nível de ensino se deve ao fato de que todos os alunos já tiveram a essa altura ao menos um primeiro contato com o cálculo de áreas de superfícies planas, o que facilita a aplicação.

3.1 Caracterização da Pesquisa

Como mencionado na introdução deste trabalho, a pergunta que esta pesquisa pretende responder é: **Como os conceitos de Pensamento Computacional podem auxiliar no processo de aprendizagem do Cálculo da Área de Superfícies Planas?**

Para tal, foi escolhida a pesquisa qualitativa, pois através dela, de acordo com Godoy (1995), um fenômeno pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre: o pesquisador vai a campo e procura captar dados a partir da perspectiva das pessoas nele envolvidas. Tais dados são analisados para que se extraiam dele conclusões sobre o fenômeno estudado. Goldenberg (1997) ressalta que a pesquisa qualitativa surgiu da recusa, por parte de alguns pesquisadores, de aceitarem o pressuposto de que apenas processos quantificáveis é que podem legitimar o conhecimento.

A pesquisa qualitativa, ainda de acordo com a autora, pode ser do tipo documental, estudo de caso ou etnográfica. Para esta pesquisa foi escolhido o estudo de caso, uma vez que ele permite um "exame detalhado de um ambiente,de um simples sujeito ou de uma situação em particular"(GODOY, 1995). Além disso, permite que se estabeleça uma ligação entre teoria e prática, analisando contextos e situações reais.

A expressão *estudo de caso*, advoga Goldenberg (1997), vem de uma tradição de pesquisa médica e psicológica, através da qual se pretende extrair o máximo de conhecimento sobre um determinado fenômeno (por exemplo, uma patologia), analisando detalhadamente um caso individual. Yin (2001) vai defender que o estudo de caso é um tipo de investigação empírica para coleta e análise de dados e pode envolver tanto casos únicos como casos múltiplos. É necessário, portanto, delimitar bem o que se pretende estudar pois, como afirma Stake (2000), um caso, para assim ser considerado, deve ser uma unidade específica, um sistema bem delimitado, que apresenta integração entre suas partes.

Neste trabalho pretende-se, portanto, realizar uma pesquisa, focada no caso específico de uma turma de quatorze alunos do primeiro ano do Ensino Médio, de uma escola particular no interior do Estado do Rio de Janeiro, visando analisar como os conceitos do PC podem ajudar essa turma na resolução de exercícios envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas.

A aplicação desta pesquisa seguiu as seguintes etapas:

- Inicialmente serão apresentados aos alunos os conceitos principais do Pensamento Computacional, para que eles possam ser imersos no assunto e adquiram familiaridade com as ideias a ele relacionadas. Essa apresentação será feita durante uma aula, utilizando recursos didáticos como slides, lousa, entre outros;
- Nas duas aulas seguintes serão apresentados dez problemas envolvendo o tema "Cálculo de Área de Figuras Planas", resolvidos pelo autor mediante a aplicação dos conceitos de Pensamento Computacional, principalmente a abstração e a decomposição, que serão utilizadas para simplificar e particionar as etapas de resolução do problema. Estes exercícios funcionarão como exemplos para que depois os alunos apliquem os conceitos sozinhos;
- Durante essas duas aulas, a partir da resolução do segundo problema, o autor buscará demonstrar como é possível identificar padrões e fazer generalizações, que podem auxiliar na resolução dos exercícios seguintes; o autor também demonstrará para os alunos como os problemas podem ser avaliados de modo a verificar a plausibilidade das soluções encontradas;
- Na quarta aula, após as resoluções dos dez exercícios explicativos, o autor aprofundará com os alunos no tema "algoritmos e fluxogramas"e, em seguida, demonstrará como é possível elaborar um algoritmo, expresso em formato de fluxograma, com etapas lógicas para solução de problemas envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas, que poderá ser utilizado sempre em problemas deste tipo;

- Na quinta aula serão propostos outros dez exercícios do mesmo tema, os quais os alunos serão encorajados a resolverem por si mesmos, seguindo as mesmas etapas que o autor seguiu durante a demonstração. Será dado um prazo de uma semana para que os alunos devolvam os formulários com os exercícios prontos. Os resultados obtidos pelos alunos serão tabulados e analisados pelo autor no capítulo 4.

3.2 Campo de Pesquisa

A escola escolhida para essa pesquisa foi o Centro Educacional São José, localizado no Município de Porciúncula, região Noroeste do Estado do Rio de Janeiro. Trata-se de escola da rede privada, que oferta aos seus alunos os níveis maternal, infantil, Ensino Fundamental Anos Iniciais e Anos Finais e Ensino Médio.

A escola possui cerca de 300 alunos matriculados, distribuídos em 15 turmas de diversos níveis educacionais, com uma infraestrutura que conta com salas climatizadas, com ar condicionado, auditório, cantina, pátio, capela e quadra poliesportiva, além de biblioteca, sala de vídeo, laboratório de ciências, retroprojetores, entre outras. É uma escola parceira do Sistema Bernoulli de ensino.

A escolha da mesma se deu pelo fato de o autor trabalhar nesta escola e também pelo fato de a mesma possuir turmas em todos os anos do Ensino Médio, das quais o autor é professor, o que facilita a inserção da pesquisa no contexto pedagógico, sem necessidade de "quebra"no conteúdo para aplicação das atividades.

A turma escolhida para aplicação do trabalho foi a Primeira Série do Ensino Médio, que conta com dezesseis alunos. No entanto, participaram desta pesquisa quinze dos dezesseis alunos. A Figura 21 mostra a fachada da escola.

Figura 21 – Escola onde o trabalho foi aplicado

Fonte: Cedido pela Escola

3.3 Sujeitos da Pesquisa

A escolha de alunos da Primeira Série do Ensino Médio para a aplicação deste estudo se deu pelo fato de que, neste nível de ensino, todos os alunos já tiveram algum contato com o cálculo de áreas ao longo de sua vida estudantil, visto que, de acordo com BRASIL (2018) é um assunto tratado ao longo Ensino Fundamental. Também é uma boa oportunidade para testar como alunos que estão iniciando seus estudos no Ensino Médio reagem tanto aos problemas em si quanto à aplicação dos conceitos do PC.

A Escola estudada, por ser parceira do sistema de ensino Bernoulli, dispõe o seu currículo de acordo com a proposta do sistema. A Figura 22, Figura 23 e Figura 24 evidenciam que, no currículo proposto pelo Sistema Bernoulli, o assunto "Áreas de figuras planas"aparece explicitamente no nono ano do Ensino Fundamental e também na segunda e na terceira série do Ensino Médio. Portanto, trata-se de conteúdo com o qual os alunos da Primeira Série do Ensino Médio têm familiaridade, pois já o estudaram anteriormente e´como o conteúdo aparece novamente nos anos posteriores, é uma oportunidade de reforçar esses conceitos.

Figura 22 – Currículo do Sistema Bernoulli para o 9º ano do Ensino Fundamental

Planejamento anual*

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA	**ANO:** 9º	**SEGMENTO:** EF ANOS FINAIS

CAPÍTULO	VOLUME	TÍTULO
A1	1	• Números reais, potenciação e radiciação
A2	1	• Produtos notáveis
B1	1	• Teorema de Tales
B2	1	• Semelhança de triângulos
A3	2	• Fatoração
A4	2	• Equações
B3	2	• Relações métricas no triângulo retângulo
B4	2	• Razões trigonométricas no triângulo retângulo
A5	3	• Funções
A6	3	• Função quadrática
B5	3	• Polígonos e áreas
B6	3	• Circunferência e círculo
A7	4	• Matemática financeira e estatística
B7	4	• Geometria de posição e volumes

Fonte: Bernoulli (2021)

Figura 23 – Currículo do Sistema Bernoulli para a 2ª série do Ensino Médio

Planejamento anual*

Matemática

DISCIPLINA: MATEMÁTICA	**SÉRIE:** 2ª	**SEGMENTO:** EM

FRENTE	CAPÍTULO	VOLUME	TÍTULO
A	1	1	• Arcos e ciclo trigonométrico
	2	1	• Funções trigonométricas
	3	2	• Transformações trigonométricas
	4	2	• Equações e inequações trigonométricas
	5	3	• Estatística
	6	3	• Matrizes
	7	4	• Determinantes
	8	4	• Sistemas Lineares
B	1	1	• Combinatória: Princípio Fundamental da Contagem e arranjos
	2	2	• Combinatória: permutações e combinações
	3	3	• Probabilidades
	4	4	• Binômio de Newton
C	1	1	• Polígonos e circunferência
	2	1	• Lei dos senos e Lei dos cossenos
	3	2	• Áreas de figuras planas
	4	2	• Geometria de posição e poliedros
	5	3	• Prismas
	6	3	• Pirâmides
	7	4	• Cilindros e cones
	8	4	• Esferas e inscrição / circunscrição de sólidos

* *Conteúdo programático sujeito a alteração.*

Fonte: Bernoulli (2021)

Figura 24 – Currículo do Sistema Bernoulli para a 3ª série do Ensino Médio

PLANEJAMENTO DO VOLUME

DISCIPLINA: MATEMÁTICA	**SÉRIE:** 3ª	**SEGMENTO:** EM/PV	**VOLUME:** 2

FRENTE	MÓDULO	CONTEÚDO	SUGESTÕES DE ESTRATÉGIAS
A	05	• Função	• Aula expositiva • Aplicação de exercícios • Comentário de exercícios • Aula prática • Aula multimídia • Discussão em grupos
	06	• Função Afim	
	07	• Função Quadrática e Inequações	
	08	• Funções Composta, Inversa e Modular	
B	05	• Circunferência	
	06	• Relações Métricas nos Triângulos	
	07	• Cálculo de Áreas	
	08	• Sistema Cartesiano e Ponto	
	05	• Médias	
	06	• Trigonometria no Triângulo Retângulo	

Fonte: Bernoulli (2021)

Isso permite, portanto, que o assunto seja aplicado de forma contextualizada, sem ser necessário realizar grandes desvios do currículo obrigatório para a aplicação da atividade e alcance dos objetivos da pesquisa.

3.4 Sequência didática

Oliveira (2013) define sequência didática como "um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo de ensino e aprendizagem."De modo mais direto, a Sequência Didática é o modo como a temática será aplicada para os alunos, a sequência de etapas que deverão ser seguidas para que o assunto seja abordado da melhor forma possível, obtendo os resultados que serão analisados no capítulo 4. A sequência foi pensada para ser executada em **5 (cinco) aulas de 50 (cinquenta) minutos cada**, inicialmente todas presenciais.

Na elaboração desta Sequência Didática foi utilizada uma abordagem que buscou uma interação entre os conceitos de Pensamento Computacional e a metodologia de Resolução de Problemas, conforme definida na seção 2.3. Foram propostos inicialmente dez exercícios, os quais foram resolvidos pelo autor utilizando essa abordagem, oportunidade na qual os alunos foram apresentados a imersos pela primeira vez nos conceitos de Pensamento Computacional, observando como eles interagem para auxiliar na solução das atividades. Essa demonstração feita pelo professor servirá de base para o aluno no momento de elaborar suas próprias resoluções de outros dez problemas e deve ser feita seguindo as quatro fases definidas por Polya (2006) para a resolução de problemas, mesclando-as com os conceitos do Pensamento Computacional. Todos os exercícios propostos nesta Sequência Didática são oriundos de exames vestibulares, provas de concursos, Exame Nacional do Ensino Médio e apostilas de sistemas de ensino.

Deste modo, a etapa 1, que Polya (2006) chama de "compreender o problema", será aqui chamada de "etapa da abstração". Nesta etapa o aluno deverá ser capaz de utilizar o conceito de abstração para extrair aquilo que de mais essencial o problema apresenta, tentando fazer correspondências com o conteúdo que está sendo desenvolvido, no caso, o cálculo de Áreas de Figuras Planas. Com isso, o aluno começa a compreender o que o problema está requisitando que ele faça. Essa abstração pode ser feita através do desenho de figuras, de forma mais simplificada, localizando também nessas figuras as medidas das dimensões, com base no enunciado.

Na etapa 2, que Polya (2006) chama de "estabelecer um plano para resolver o problema"será chamada aqui de "etapa da decomposição", durante a qual o aluno deverá ser capaz de estabelecer um plano que passe pela divisão da grande tarefa do problema, que é justamente sua pergunta, em tarefas menores que, uma vez resolvidas, conduzirão à solução geral do problema. Aqui também o aluno ainda poderá se valer do conceito de abstração para extrair os dados do problema que serão utilizados na etapa 3. É importante observar que nesta etapa se encontra presente também o conceito de pensamento algorítmico do PC, ainda que ele só seja enfatizado nesta proposta de Sequência didática, na etapa 6. Esse pensamento algorítmico é expresso no momento em que o aluno, ainda que mentalmente, define um passo a passo sobre como resolver o problema.

Na etapa 3, que é da execução do problema, a qual chamaremos de "resolução", o aluno deverá executar o plano traçado com a decomposição. Tal execução será facilitada à medida em que mais problemas sejam resolvidos, pois o aluno será capaz de, utilizando o conceito de generalizações, reconhecer padrões de resolução e utilizá-los sempre que conveniente.

Na etapa 4, em que Polya (2006) chama a atenção para a revisão e discussão da resolução encontrada, o aluno deverá responder a um questionamento que o conduzirá a essa avaliação: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.** Aqui o aluno deverá ser incentivado a fazer uma verdadeira revisão na resolução encontrada: conferir cálculos, fórmulas utilizadas, verificar se o resultado é plausível ou faz sentido dentro da proposta do problema (por exemplo: se o exercício fala em um aumento de área e o aluno encontra uma área menor que a inicial, esse resultado não pode ser considerado plausível).

Aqui será adicionada a etapa 5, a partir do problema 2, buscando levar o aluno à busca por padrões nas resoluções dos problemas, por meio do questionamento: **É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?**. Esse questionamento somente é adicionado a partir do problema 2 porque é necessário ter resolvido ao menos um problema para que se possa ter uma base para comparação.

A etapa 6 será inserida ao final do trabalho, uma única vez, visando trabalhar o conceito do pensamento algorítmico de forma isolada: se até aqui em todas as resoluções se utilizou algoritmos para definir as etapas de execução da solução, nesta etapa final será fornecido ao aluno um espaço para que ele defina um algoritmo geral, que sirva para a resolução de problemas semelhantes aos encontrados por ele no decorrer do trabalho. Este algoritmo deverá ser representado por meio de um fluxograma.

Terminada essa demonstração inicial foram propostos outros dez exercícios, para que desta vez os alunos pudessem colocar em prática aquilo que viram na primeira etapa, resolvendo tais problemas com a utilização dos conceitos de Pensamento Computacional. Os resultados advindos da resolução destes problemas é que serão analisados no Capítulo 4.

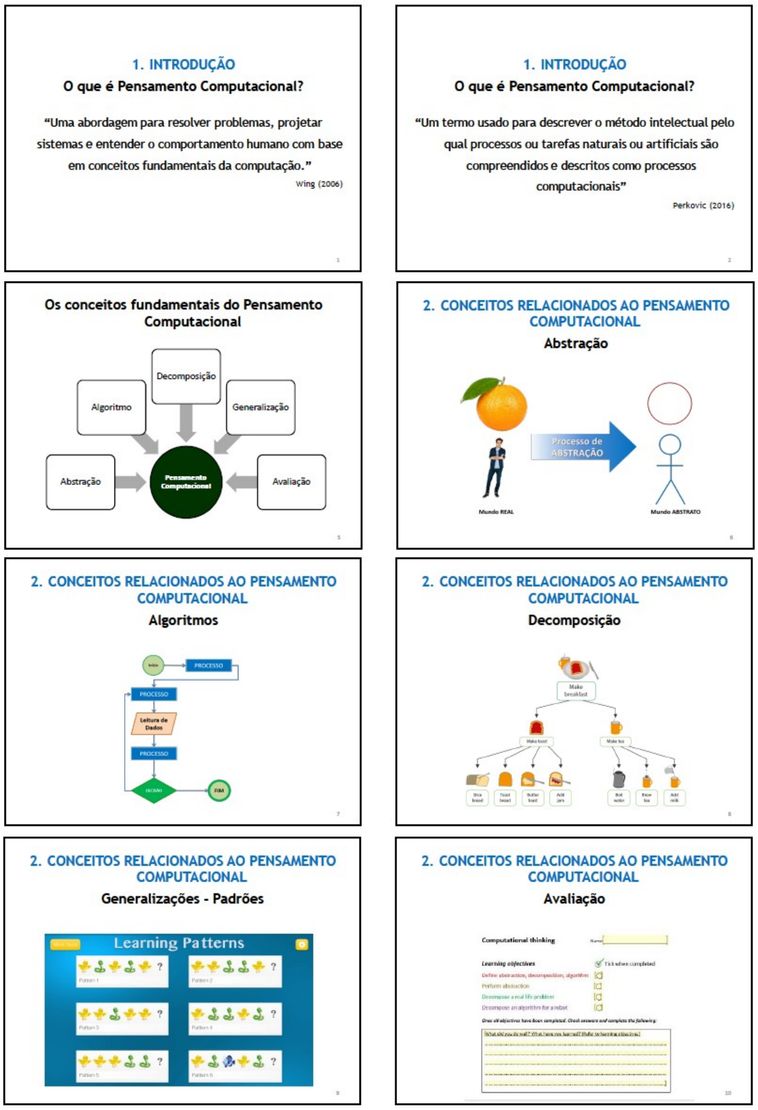
Os problemas escolhidos apresentam níveis de dificuldade diferentes e foram adaptados para a forma discursiva (ao invés da forma objetiva, como são encontrados originalmente), para que os alunos tivessem a oportunidade de produzir a resolução dos problemas sem que presença de alternativas pudesse influenciar de algum modo.

3.4.1 Aula 1: Apresentação dos conceitos de Pensamento Computacional

Duração: 50 minutos

A primeira aula deverá ser utilizada para imergir os alunos nos conceitos do PC. É comum que a maioria dos estudantes nunca tenha ouvido falar no problema, portanto são esperados muitos questionamentos e dúvidas. A Figura 25 traz uma proposta de slides a serem utilizados nessa explicação inicial dos conceitos de abstração e decomposição, além do reconhecimento de padrões e generalizações. Também mostra como elaborar algoritmos e fluxogramas e o conceito de avaliação.

Figura 25 – Alguns dos slides explicativos dos conceitos do Pensamento Computacional



Fonte: Elaborado pelo autor

3.4.2 Aula 2:Resolução de Problemas

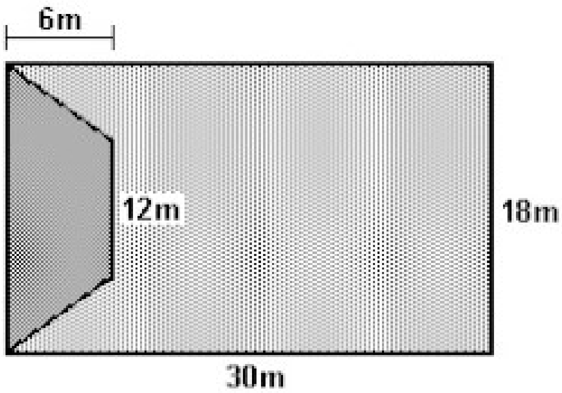
Duração: 50 minutos

Nesta aula o professor irá apresentar aos alunos os problemas 1 a 5, com as respectivas resoluções utilizando os conceitos de Pensamento Computacional.

Problema 1

(UNIFESP, 2003)Um comício deverá ocorrer num ginásio de esportes, cuja área é delimitada por um retângulo, mostrado na figura. Por segurança, a coordenação do evento limitou a concentração, no local, a 5 pessoas para cada 2 m^2 de área disponível. Excluindo-se a área ocupada pelo palanque, com a forma de um trapézio (veja as dimensões da parte hachurada na Figura 26, quantas pessoas, no máximo, poderão participar do evento?

Figura 26 – Figura da questão



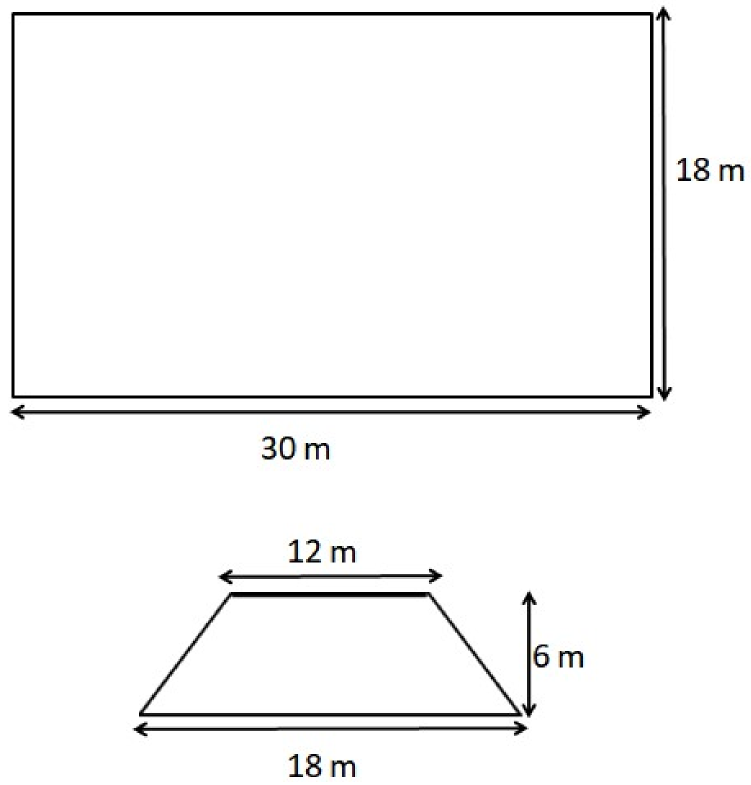
Fonte: UNIFESP,2003

Resolução do Problema 1

- **Etapa da Abstração**

  A presença da figura neste problema auxilia a etapa da abstração, pois a mesma já pode ser considerada uma espécie de abstração do que seria o ginásio de esportes. Porém, como se trata de um exercício que visa ao cálculo de áreas, essa abstração pode ser complementada mostrando separadamente as duas figuras geométricas que formam a representação do ginásio: o trapézio e o retângulo, conforme a Figura 27

Figura 27 – Abstração no Problema 1

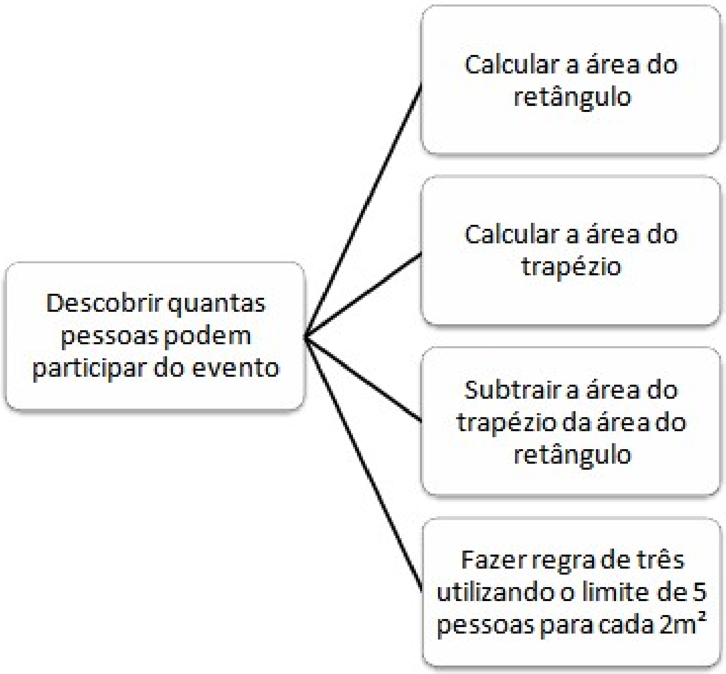


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Quantas pessoas, no máximo, poderão participar do evento?*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 28.

Figura 28 – Decomposição no Problema 1



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Com a decomposição feita, é possível iniciar a resolução do problema resolvendo cada uma das sub tarefas indicadas. Calculando primeiro a área do retângulo:

$$A = b * h \tag{3.1}$$

Observando o enunciado do problema, sabe-se que a base mede 30 m e a altura mede 18 m, portanto:

$$A = 30 * 18 = 540 \tag{3.2}$$

A área do retângulo, portanto, é de 540 m^2. Calculando agora a área do trapézio:

$$A = \frac{(b + b') * h}{2} \tag{3.3}$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$A = \frac{(18 + 12) * 6}{2} \tag{3.4}$$

$$A = \frac{30 * 6}{2} \tag{3.5}$$

$$A = \frac{180}{2} = 90 \tag{3.6}$$

Logo, a área do trapézio é igual a 90 m^2. Subtraindo agora a área do trapézio (A_t) da área do retângulo (A_r), obtém-se a área a ser ocupada (A).

$$A = (A_t) - (A_r) = 540 - 90 = 450 \tag{3.7}$$

Portanto, o público poderá se distribuir por uma área total de 450 m^2. Fazendo agora a regra de três:

5 pessoas - - - - - - 2 m^2

x pessoas - - - - - - 450 m^2

$$2x = 450 * 5 \tag{3.8}$$

$$2x = 2250 \tag{3.9}$$

$$x = \frac{2250}{2} \tag{3.10}$$

$$x = 1125 \tag{3.11}$$

Portanto, respondendo à pergunta do problema, podem participar do evento no máximo 1125 pessoas.

- **Etapa da Avaliação**

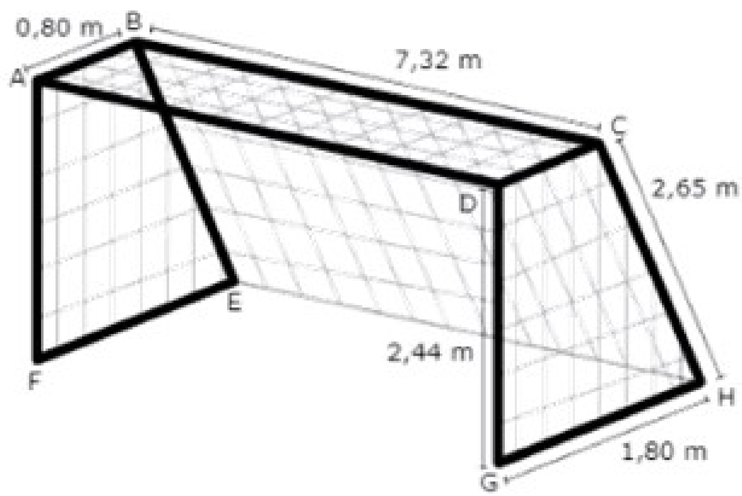
  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

  Como se trata ainda do problema 1, não haverá a etapa de busca por padrões que possam ser generalizados, pois esta etapa aparece apenas do problema 2 em diante e nem a construção de um algoritmo geral para a resolução dos problemas, o qual será feito após o problema 10.

Problema 2

(ETEC - SP, 2008) As redes são usadas nas traves de futebol para impedir a passagem da bola e, desta forma, facilitar a identificação do gol. Considerando a ilustração abaixo (Figura 29), quantos metros quadrados de rede são necessários para cobrir essa trave de futebol? Dado: trapézios ABEF e CDGH são congruentes

Figura 29 – Figura da questão



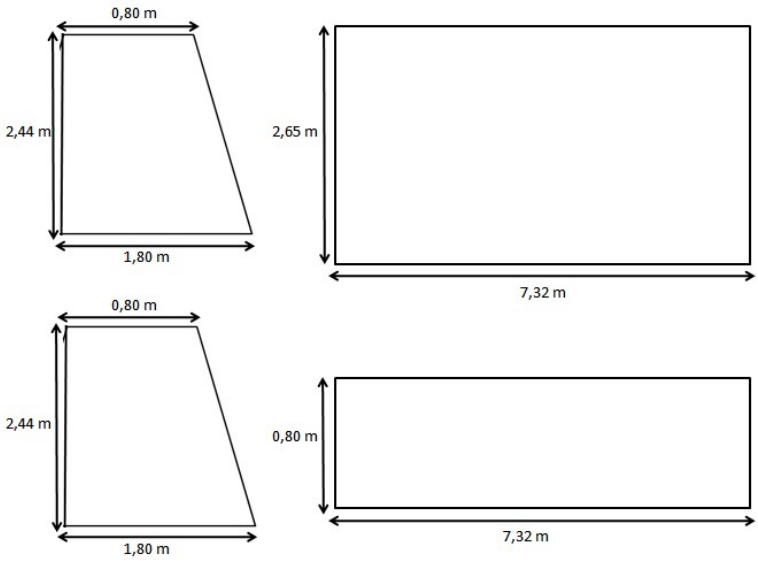
Fonte: ETEC-SP,2008

Resolução do Problema 2

- **Etapa da Abstração**

  A figura do problema já traz o desenho de um gol, com suas traves e a rede. Porém, para o propósito do problema, é necessário abstrair ainda mais, exibindo o gol como um conjunto de figuras geométricas planas, conforme se pode verificar na Figura 30.

Figura 30 – Abstração no Problema 2

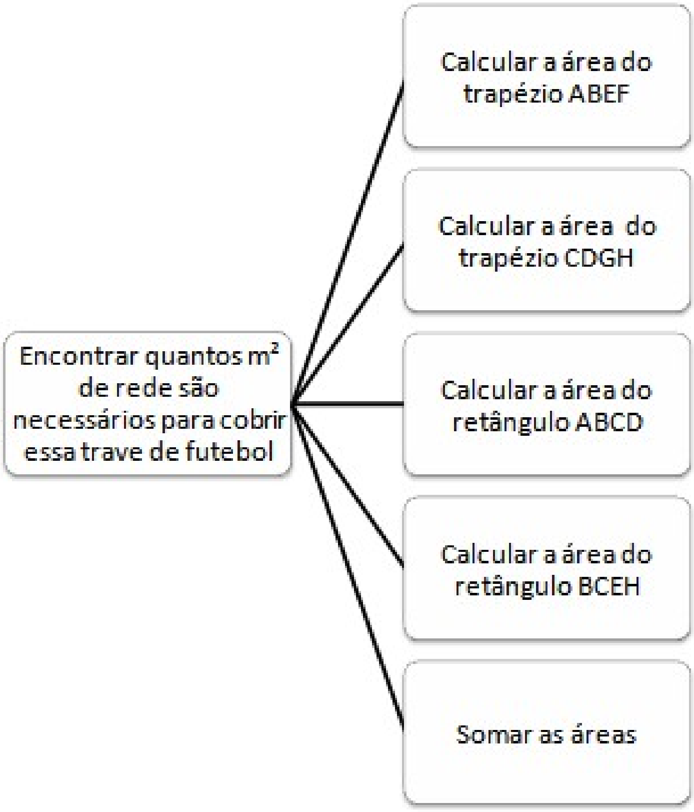


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Quantos metros quadrados de rede são necessários para cobrir essa trave de futebol?*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 31.

Figura 31 – Decomposição no Problema 2



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Com a decomposição feita, é possível iniciar a resolução do problema resolvendo cada uma das sub tarefas indicadas. Calculando primeiro a área do Trapézio ABEF:

$$A = \frac{(b + b') * h}{2} \tag{3.12}$$

Substituindo os dados na fórmula, temos:

$$A = \frac{(1,80 + 0,80) * 2,44}{2} \tag{3.13}$$

$$A = \frac{2,60 * 2,44}{2} \tag{3.14}$$

$$A = \frac{6,344}{2} = 3,172 \tag{3.15}$$

Portanto, a área do Trapézio ABEF é 3,172 m². Como o trapézio CDGH, de acordo com o enunciado, é congruente ao trapézio ABEF, podemos afirmar que a sua área é também igual a 3,172 m²

Calculando agora a área do retângulo ABCD:

$$A = b * h = 7,32 * 0,80 = 5,856 \tag{3.16}$$

Portanto, a área do retângulo ABCD é 5,856 m². Calculando agora a área do retângulo BCEH:

$$A = b * h = 7,32 * 2,65 = 19,398 \tag{3.17}$$

A área do retângulo BCEH, portanto, é de 19,398 m². Por fim, somam-se as áreas para encontrar a área total (A_t) de rede necessária para cobrir toda a trave:

$$A_t = 3,172 + 3,172 + 5,856 + 19,398 = 31,598 \tag{3.18}$$

Portanto, a área total de rede necessária para cobrir a trave é de 31,598 m², ou seja, aproximadamente 31,6 m².

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

- **Etapa dos Padrões**

  A partir da questão 2 os alunos são incentivados a buscar padrões nas resoluções dos problemas, através de análise das soluções. Pode-se observar que em ambas as questões foi necessário o cálculo da área do retângulo e da área do trapézio, seguido de um segundo tipo de cálculo, que no caso da primeira questão foi a regra de três e, no caso da segunda questão, a soma das áreas. Observa-se também padrão "base x altura"tanto na fórmula do retângulo quanto na do trapézio, o que pode facilitar que o aluno relembre a fórmula na hora de resolver a questão.

Problema 3

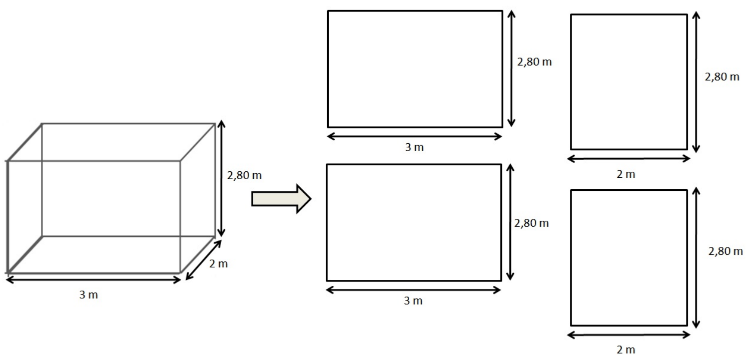
(CESGRANRIO, RJ) Numa cozinha de 3 m de comprimento, 2 m de largura e 2,80 m de altura, as portas e janelas ocupam uma área de 4 m². Para azulejar as quatro paredes, o pedreiro aconselha a compra de 10% a mais da metragem a ladrilhar. Qual é a metragem quadrada de ladrilho que deverá ser comprada?

Resolução do Problema 3

- **Etapa da Abstração**

  A cozinha pode ser representada no formato de um paralelepípedo reto retângulo. Mas como o que interessa para o problema é a área das quatro paredes, esse paralelepípedo pode ser "desmontado"em quatro paredes. Como o enunciado já informou o somatório das áreas das portas e janelas, não há necessidade de representá-las na abstração. A Figura 32 mostra o processo de abstração relacionado ao problema 3.

Figura 32 – Abstração no Problema 3

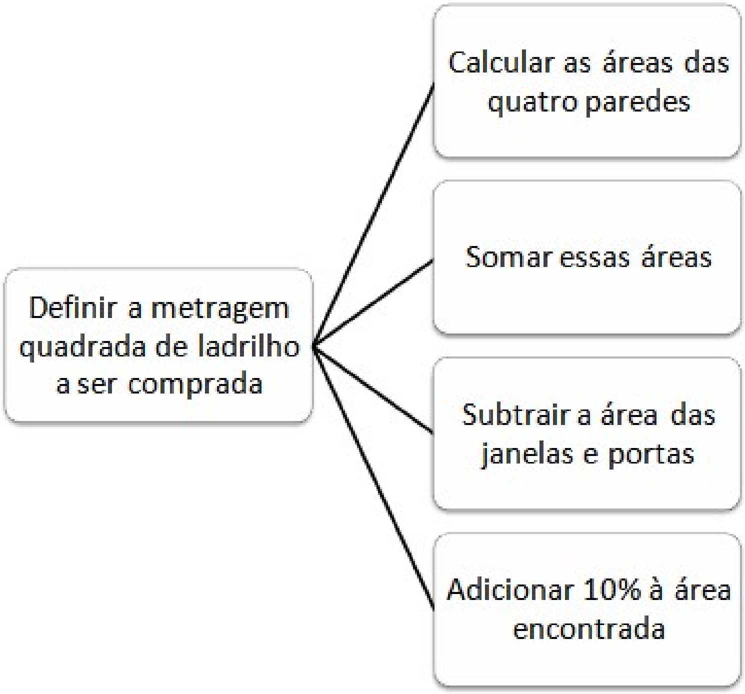


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Qual é a metragem quadrada de ladrilho que deverá ser comprada?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 33.

Figura 33 – Decomposição no Problema 3



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

Primeiramente deve-se calcular as áreas das quatro paredes, começando pela parede frontal, a qual será chamada de A_1

$$A_1 = b * h = 3 * 2,80 = 8,40 \tag{3.19}$$

Portanto, a área da parede frontal é 8,40 m². Como a área da parede do fundo (A_2) é igual à área da parede frontal, podemos dizer que

$$A_2 = 8,40$$

m² Calculando a área da parede lateral esquerda A_3 temos:

$$A_3 = b * h = 2 * 2,80 = 5,60 \tag{3.20}$$

Logo, a área da parede em questão é 5,60 m². A área da parede lateral direita A_4 é igual à área da parede lateral esquerda, portanto

$$A_4 = 5,60$$

m² Agora, somando as áreas das quatro paredes, obtém-se a Área Total das paredes:

$$A = 8,40 + 8,40 + 5,60 + 5,60 = 28 \tag{3.21}$$

Assim, a área total das paredes é 28 m², porém deve-se subtrair a área das janelas e das portas que, de acordo com o enunciado é 4 m². Assim, a área que será coberta de ladrilhos é de $28 - 4 = 24$ m². Ainda é preciso, no entanto, considerar os 10% a mais na hora da compra. Deste modo, a área total a ser comprada A_t será:

$$A_t = 24 * 1,1 = 26,4 \tag{3.22}$$

Portanto, a metragem quadrada a ser comprada é de 26,4 m² de ladrilhos.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

- **Etapa dos Padrões**

  A exemplo das questões anterior, esta também é resolvida em duas etapas, sendo a primeira o cálculo de áreas (no caso, de retângulos) seguida de um segundo cálculo (neste caso, dos dez por cento a mais de ladrilhos a serem comprados). A presença do padrão de multiplicação da base pela altura também é verificado.

Problema 4

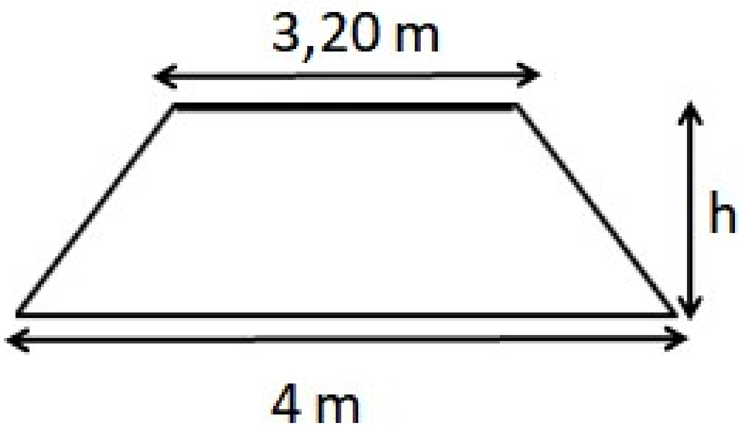
(BERNOULLI, 2020) Uma placa de aço na forma de um trapézio será utilizada para reforçar um suporte de sustentação de uma mesa. Para que o reforço seja eficiente, a área da placa deverá ser igual a 11,16 m². Se as medidas das suas bases são 4 m e 3,20 m, qual deverá ser a medida de sua altura?

Resolução do Problema 4

- **Etapa da Abstração**

  A placa de aço trapezoidal pode ser representada como um trapézio de área 11,16 m² e cujas bases são 4 m e 3,20 m. A Figura 34 mostra, portanto, a abstração relacionada à situação do problema.

Figura 34 – Abstração no Problema 4

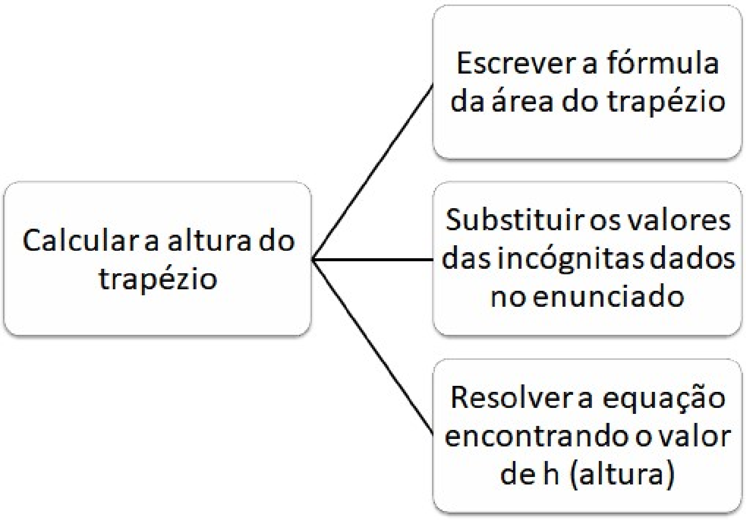


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Qual é a altura da placa de aço?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 35.

Figura 35 – Decomposição no Problema 4



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Inicialmente deve-se escrever a fórmula da área do trapézio:

$$A = \frac{(b + b') * h}{2} \tag{3.23}$$

Substituindo os valores das incógnitas, tem-se:

$$11,16 = \frac{(4 + 3,20') * h}{2} \tag{3.24}$$

Agora, resolvendo a equação para encontrar o valor da altura:

$$11,16 = \frac{7,20 * h}{2} \tag{3.25}$$

$$7,20 * h = 2 * 11,16 \tag{3.26}$$

$$7,20 * h = 22,32 \tag{3.27}$$

$$h = \frac{22,32}{7,20} = 3,1 \tag{3.28}$$

Portanto, a altura da placa de aço é de 3,1 m.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

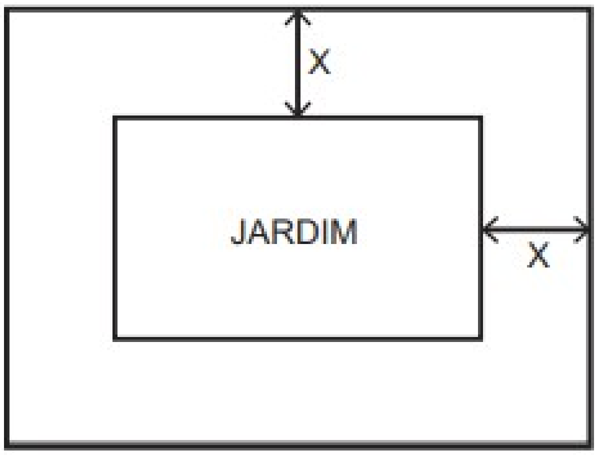
- **Etapa dos Padrões**

  Percebe-se que esta questão foge um pouco ao padrão das três anteriores ao trazer uma situação em que a área é fornecida pelo problema, mas o estudante deve calcular o valor da altura. Verificar essa "quebra"nos padrões também é algo importante, pois vai chamar a atenção dos estudantes para problemas deste tipo que possam ser encontrados no futuro.

Problema 5

(PUC - RJ, 2018) Um terreno de 120 m² contém um jardim central de 8 m × 10 m. Em volta do jardim, existe uma calçada de largura X, conforme a Figura 36. Qual é o valor de X em metros?

Figura 36 – Figura da questão



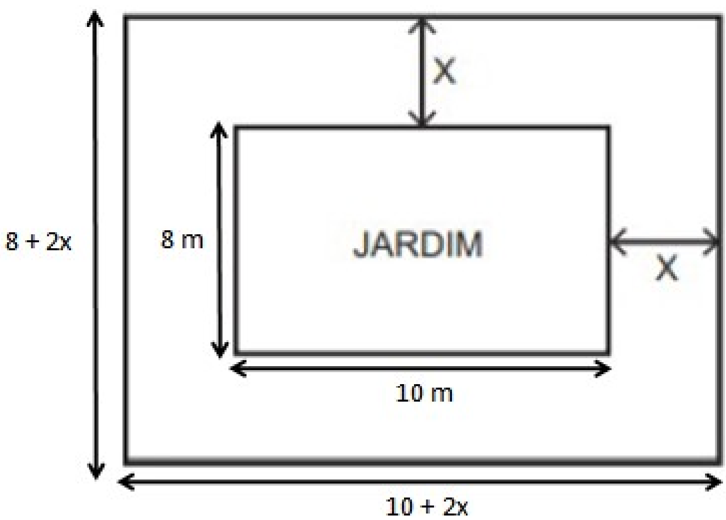
Fonte: PUC RJ, 2018

Resolução do Problema 5

- **Etapa da Abstração**

  A presença da figura no enunciado do problema auxilia o processo de abstração, porém é possível ainda realizar a abstração, localizando na figura as informações e as dimensões informadas no enunciado para dar suporte à elaboração de um plano para resolver o problema nas etapas seguintes. É possível, com base no enunciado, definir que o terreno possui dimensões de $(10 + 2x)$ metros e $(8 + 2x)$ metros. Isso está evidenciado na Figura 37.

Figura 37 – Abstração no Problema 5

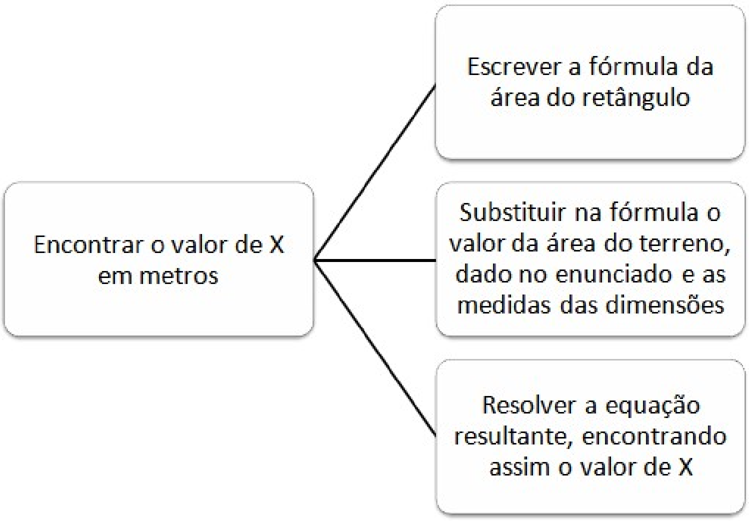


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Qual é o valor de x em metros?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 38.

Figura 38 – Decomposição no Problema 4



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Inicialmente deve-se escrever a fórmula da área do retângulo:

$$A = b * h \tag{3.29}$$

  Substituindo os valores da área e das dimensões do terreno na fórmula:

$$120 = (10 + 2x) * (8 + 2x) = 80 + 20x + 16x + 4x^2 = 80 + 36x + 4x^2 \tag{3.30}$$

  Portanto, a equação a ser resolvida é:

$$4x^2 + 36x + 80 = 120 \tag{3.31}$$

$$4x^2 + 36x - 40 = 0 \tag{3.32}$$

Simplificando os coeficientes desta equação, tem-se:

$$x^2 + 9x - 10 = 0 \tag{3.33}$$

Como o foco deste trabalho não é o tema equações do segundo grau, pode-se passar direto ao resultado da equação, cujas raízes são $x = -10$ e $x = 1$. O resultado negativo não convém ao contexto do problema, portanto, o resultado final é $x = 1$.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

  No problema em questão, é interessante observar o conceito de avaliação aparecendo durante a etapa de resolução, quando o estudante, após resolver a equação do segundo grau, deve optar por desconsiderar o resultado negativo, o que vai na mesma direção das orientações dadas aos estudantes nesta etapa com relação ao contexto do problema.

- **Etapa dos Padrões**

  Aqui o aluno deve ser capaz de perceber que a questão retorna ao padrão de duas etapas, sendo uma envolvendo a área de uma figura geométrica (no caso um retângulo) e a outra a resolução de uma outra operação (no caso, uma equação do segundo grau). Além disso, justamente por ter em mente as dimensões do retângulo, o aluno terá mais facilidade em definir a base do retângulo (comprimento do terreno) como $10 + 2x$ e a altura do retângulo (largura do terreno) como $8 + 2x$.

3.4.3 Aula 3:Resolução de Problemas

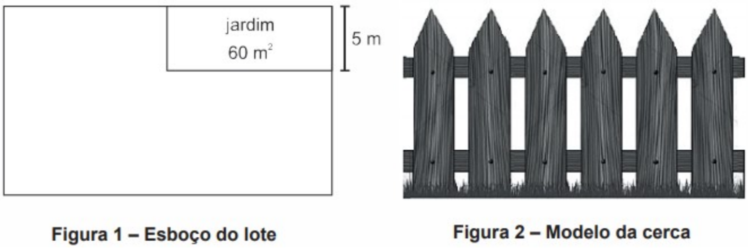
Duração: 50 minutos

Nesta aula o professor dará continuidade à resolução de problemas, apresentando a resolução dos exercícios 5 a 10.

Problema 6

(CEFET - MG, 2018 - adaptada) Em um lote retangular, murado, pretende-se construir um jardim que ocupe uma porção retangular com área igual a 60 m², conforme a Figura 39. A área do jardim, não delimitada pelo muro, foi cercada, usando o modelo representado na figura 2, com estacas de 35 cm de largura, distantes 15 cm uma da outra. Determine o número de estacas necessárias para cercar a área do jardim.

Figura 39 – Figura da questão



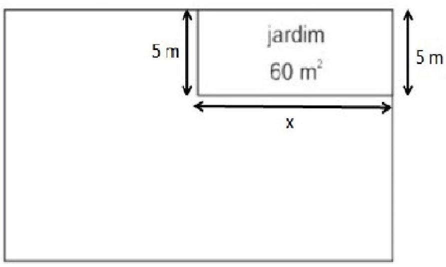
Fonte: CEFET MG,2018

Resolução do Problema 6

- **Etapa da Abstração**

  A figura do enunciado já fornece uma abstração do que seria o terreno, o jardim e o lugar ocupado pela cerca. Porém, é possível abstrair ainda mais identificando quais dimensões do terreno são conhecidas e quais não são. Portanto, é possível fazer a abstração nessa questão conforme a Figura 40

Figura 40 – Abstração no Problema 6

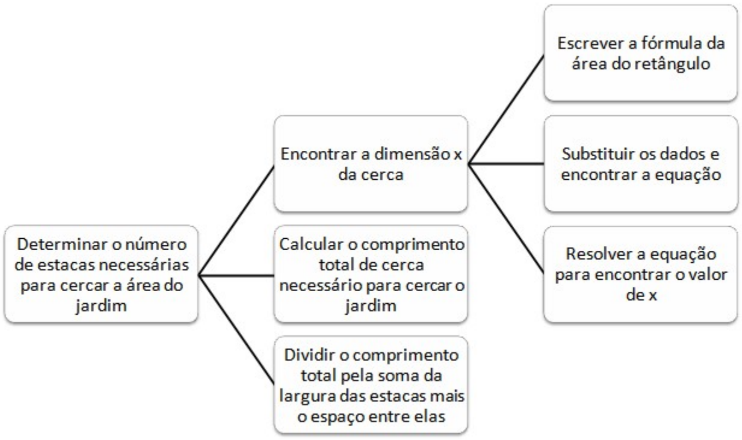


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Qual é o número de estacas necessário para cercar o jardim?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 41.

Figura 41 – Decomposição no Problema 6



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Primeiramente deve-se resolver a primeira etapa, que é encontrar a dimensão x da cerca, de acordo com a figura da abstração. Para isso, primeiro escreve-se a fórmula da área do retângulo:

$$A = b * h \tag{3.34}$$

  Substituindo os valores da área e das dimensões do terreno na fórmula e resolvendo a equação:

$$60 = 5x \tag{3.35}$$

$$x = \frac{60}{5} = 12 \tag{3.36}$$

Portanto, a dimensão x da cerca é igual a 12 m. O comprimento total da cerca necessário para cercar o jardim, portanto, será a soma $x+5 = 12+5 = 17$. Portanto, o comprimento total de cerca necessário é de 17 m.

Por fim, faz-se necessário dividir o comprimento total de 17 m pela largura de cada estaca somada à distância entre elas, ou seja $35 + 15 = 50$ cm= $0,5$ m. Portanto:

$$\text{n}^{\text{o}} \text{ de estacas} = \tfrac{17}{0,5} = 34$$

Logo, serão necessárias 34 estacas.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

- **Etapa dos Padrões**

  Aqui o aluno deve ser capaz de perceber que a questão, além das duas etapas habituais que alguns problemas trouxeram,envolvendo a área de uma figura geométrica (no caso um retângulo) e a resolução de uma outra operação (no caso, uma equação do segundo grau), tem-se também uma terceira etapa, que é a divisão do comprimento total da cerca pelo largura de cada estaca, sendo necessário notar que a distância entre as etacas também foi preponderante.

Problema 7

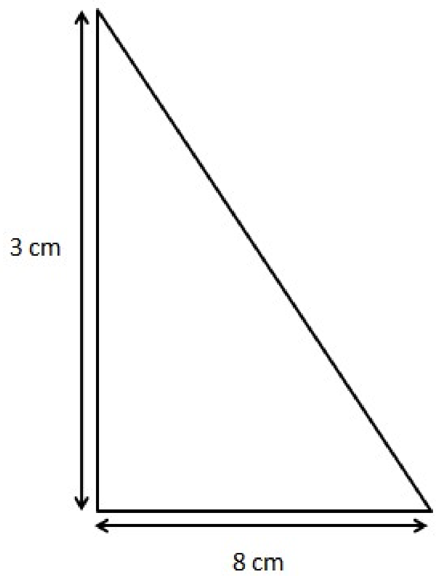
(UFPB, 2012 - adaptada) Um ambientalista, desejando estimar a área de uma região de preservação ambiental, observou em um mapa, com escala de 1 cm para cada 100 km, que o formato da região era, aproximadamente, um triângulo retângulo de catetos medindo 2 cm e 3 cm. Com base nesses dados, qual é, aproximadamente, a área da região de preservação ambiental?

Resolução do Problema 7

- **Etapa da Abstração**

Se a habilidade de abstração no PC significa extrair aquilo de mais importante e essencial de um determinado problema, o que poderia ser mais essencial em um problema de área de figuras planas do que o próprio desenho da área que se quer calcular? Por esse motivo, a abstração dessa questão foi feita da forma como mostra a Figura 42.

Figura 42 – Abstração no Problema 7

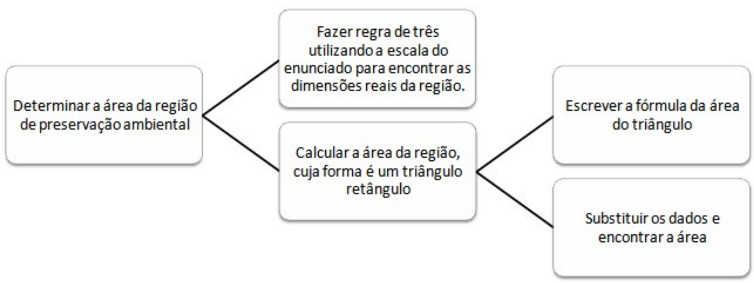


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Qual é a área da região de preservação ambiental?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 43.

Figura 43 – Decomposição no Problema 7



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Primeiramente deve-se aplicar uma regra de três para encontrar as dimensões reais da região, utilizando a escala do mapa, que é de 1 cm para cada 100 km.

  1 cm no mapa - - - - - - 100 km na realidade

  2 cm no mapa - - - - - - - - - - - x

$$x = 2 * 100 = 200 \tag{3.37}$$

  Temos ainda:

  1 cm no mapa - - - - - - 100 km na realidade

  3 cm no mapa - - - - - - - - - - - - x

$$x = 3 * 100 = 300km \tag{3.38}$$

  Logo, as dimensões reais da região são de 200 km e 300 km respectivamente. Agora sim pode-se calcular a área:

$$A = \frac{b * h}{2} \tag{3.39}$$

  Substituindo os dados, temos:

$$A = \frac{200 * 300}{2} = 30000 \tag{3.40}$$

  Portanto, a área da região que o ambientalista procura é de 30000 km^2.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

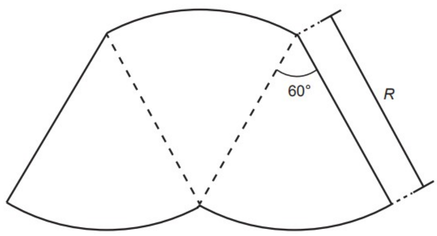
- **Etapa dos Padrões**

  Comparando-se a resolução desta questão com a resolução das demais, pode-se notar novamente a presença de duas etapas para a resolução: neste caso primeiro uma transformação de unidades de medida, seguida de um cálculo de área. Os alunos devem ter sua atenção chamada para a necessidade de todos os dados estarem nas mesmas unidades e em unidades correspondentes. Por exemplo: se as dimensões estão em km, a área deve ser dada em km^2. Não se deve ter uma das dimensões em uma unidade e outra dimensão em unidade diferente.

Problema 8

(ENEM, 2015 - adaptada) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A Figura 44 representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60º. O raio R deve ser um número natural. O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões de 50 m x 24 m. O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente. Considere 3 como aproximação para π. Qual deverá ser o maior valor possível de R, em metros?

Figura 44 – Figura da questão



Fonte: ENEM,2015

Resolução do Problema 8

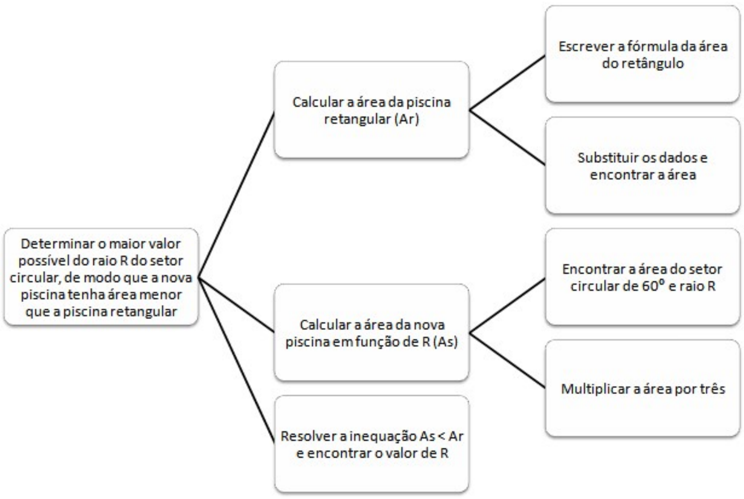
- **Etapa da Abstração**

  A figura da questão já adianta a abstração, pois já representa a piscina como um conjunto de três setores circulares de 60 graus cada. Além disso, é importante que o aluno seja capaz de notar que, quando o problema define que a área da nova piscina deve ser menor que a área da atual, há aí uma indicação de que o problema necessitará de uma inequação para ser resolvido.

- **Etapa da Decomposição**

  Nesta etapa, os alunos devem procurar entender qual é o questionamento do problema, para a partir dele traçar um plano para sua resolução, que passa por decompor a tarefa que o problema apresenta em tarefas menores que, uma vez desempenhadas corretamente, conduzirão à solução do problema. No caso do problema em questão a pergunta é *"Qual deverá ser o maior valor possível do raio R do setor circular, de modo que a nova piscina tenha área menor que a piscina retangular?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 45.

  Figura 45 – Decomposição no Problema 8



  Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Inicialmente calcula-se a área da piscina retangular A_r, cujas dimensões são 50 m por 24 m:

$$A_r = b * h = 50 * 24 = 1200 \tag{3.41}$$

  Agora, deve-se calcular a área da nova piscina, cujo formato equivale a três setores circulares de abertura 60 graus, em função do raio R do setor circular. Para tanto, pode-se utilizar a fórmula:

$$A_s = \frac{\alpha * \pi * R^2}{360} \tag{3.42}$$

Onde α é a abertura, em graus, do setor circular, que neste caso vale 60 graus. Como são três setores e, além disso, o enunciado indica 3 como aproximação para π, temos:

$$A_s = 3 * \frac{60 * \pi * R^2}{360} = 3 * \frac{\pi * R^2}{6} = 3 * \frac{3 * R^2}{6} \tag{3.43}$$

Agora deve-se escrever a inequação $A_s < A_r$:

$$3 * \frac{3 * R^2}{6} < 1200 \tag{3.44}$$

$$R^2 < \frac{6 * 1200}{9} \tag{3.45}$$

$$R^2 < 800 \tag{3.46}$$

Como $28^2 < 800 < 29^2$, pode-se concluir que o maior valor para o raio é $R = 28$ m

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

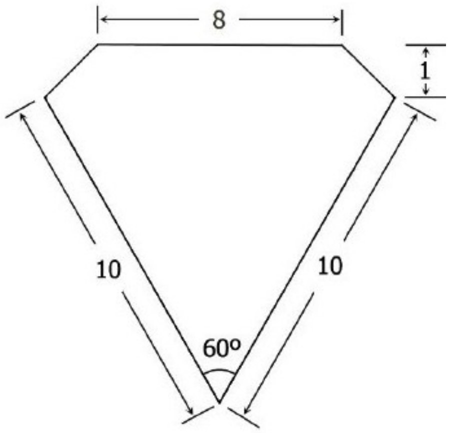
- **Etapa dos Padrões**

  Nesta etapa o aluno deverá ser capaz, por exemplo, de notar o aparecimento, pela primeira vez nesta lista de dez exercícios, de um problema envolvendo o cálculo de áreas circulares, mais especificamente o setor circular. A resolução ocorreu em três etapas, que, a exemplo de outros exercícios, inicia-se com o cálculo das áreas e depois a resolução de uma outra etapa, que neste caso é a inequação.

Problema 9

(UFRGS, 2015 - adaptada) O emblema de um super-herói tem a forma pentagonal, como representado na Figura 46. Qual é a área do emblema?

Figura 46 – Figura da questão



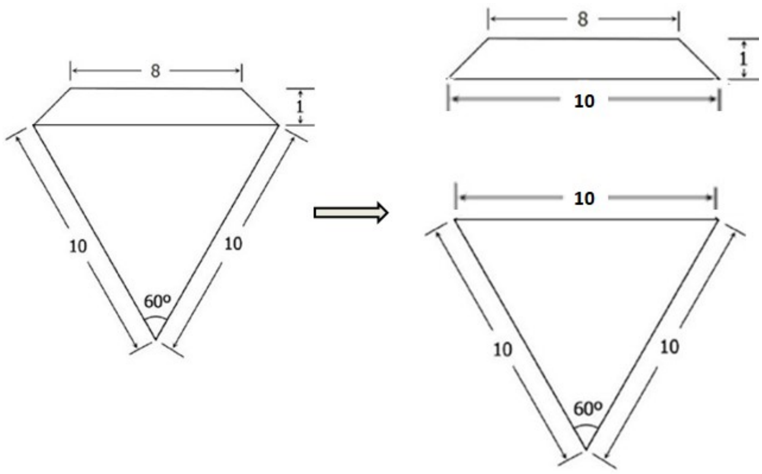
Fonte: UFRGS,2015

Resolução do Problema 9

- **Etapa da Abstração**

  O emblema do super heroi pode ser decomposto em duas figuras planas: um trapézio, de base maior igual a 10, base menor igual a 8 e altura igual a 1; e um triângulo equilátero, de lados iguais a 10. A Figura 47 evidencia essa situação.

Figura 47 – Abstração no Problema 9

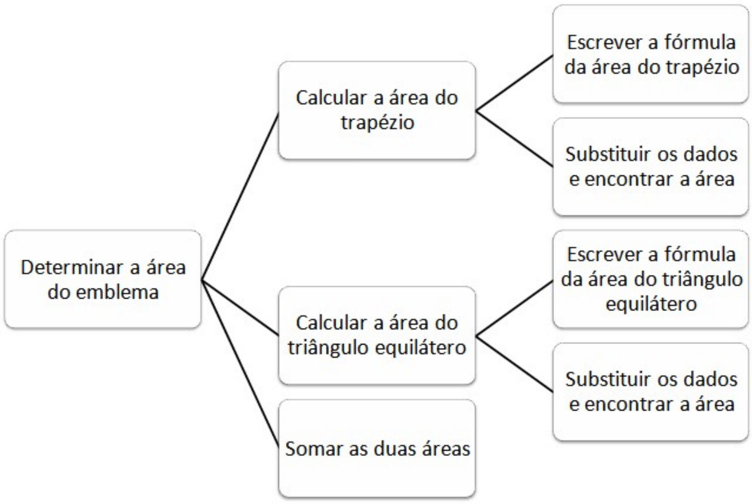


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

A resolução desta questão consiste em responder à pergunta que o enunciado traz: *"Qual é a área do emblema do super heroi?"*. Para obter essa resposta, pode-se decompor a tarefa como mostra a Figura 48.

Figura 48 – Decomposição no Problema 9



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  É necessário, antes de mais nada, calcular a área do trapézio:

$$A = \frac{(b + b') * h}{2} = \frac{(10 + 8') * 1}{2} = 9 \tag{3.47}$$

  Portanto, a área do trapézio é de 9 unidades de área. Calculando agora a área do triângulo equilátero:

$$A = \frac{l^2 * \sqrt{3}}{4} = \frac{10^2 * \sqrt{3}}{4} = \frac{100 * \sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} \tag{3.48}$$

  Portanto, a área do triângulo é de $25\sqrt{3}$ unidades de área. Somando as duas áreas temos que a área do emblema (A) é dada por: $A = 9 + 25\sqrt{3}$ unidades de área.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

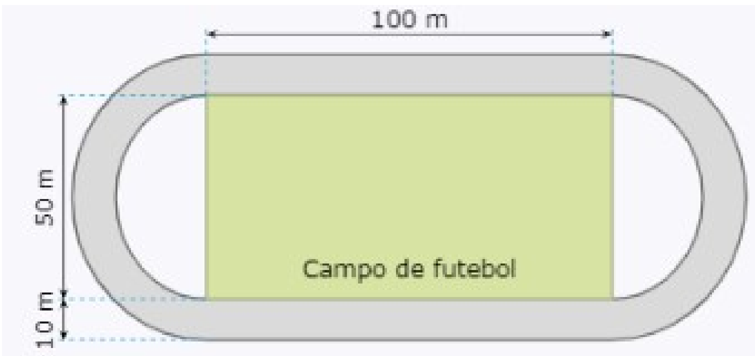
- **Etapa dos Padrões**

  Em comparação com outros problemas realizados, percebe-se mais uma vez a necessidade de dois passos para construir a solução do problema, sendo o cálculo de áreas seguido da soma das áreas encontradas.

Problema 10

(UFPB, 2011 - adaptada) Para estimular a prática de atletismo entre os jovens, a prefeitura de uma cidade lançou um projeto de construção de ambientes destinados à prática de esportes. O projeto contempla a construção de uma pista de atletismo com 10 m de largura em torno de um campo de futebol retangular medindo 100 m x 50 m. A construção será feita da seguinte maneira: duas partes da pista serão paralelas às laterais do campo; as outras duas partes estarão, cada uma, entre duas semicircunferências, conforme a Figura 49. A partir desses dados, qual será a área da pista de atletismo? Use π = 3,14

Figura 49 – Figura que acompanha a questão original



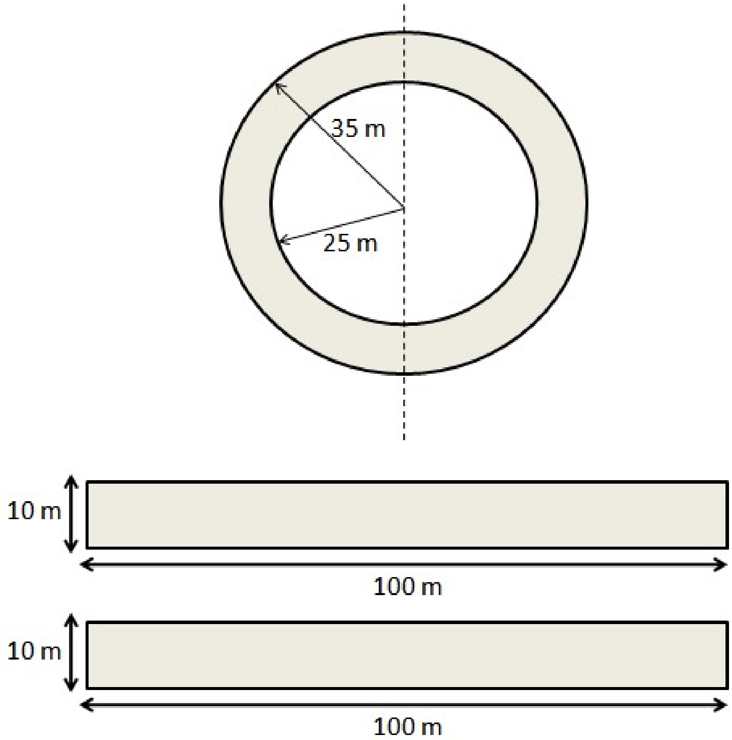
Fonte: UFPB,2011

Resolução do Problema 10

- **Etapa da Abstração**

  A área da pista de corrida é a soma das áreas relativas aos trechos circulares da pista com as áreas relativas aos trechos em linha reta. Os trechos circulares, em conjunto, formam uma coroa circular, cujo raio maior (R) mede 35 cm e o raio menor (r) mede 25 cm. Os trechos em linha reta da pista têm a forma de dois retângulos, de base 100 m e altura 10 m. A Figura 50 retrata a abstração neste exercício.

Figura 50 – Abstração no Problema 10

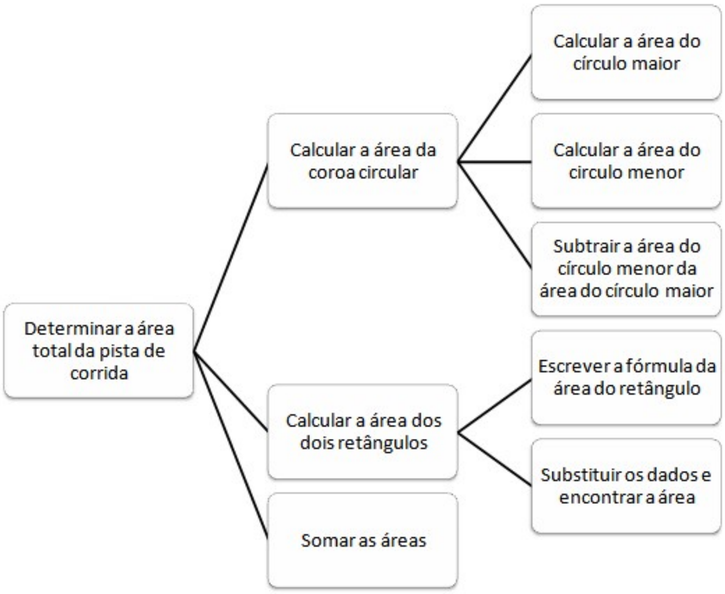


Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**

  A pergunta do enunciado *"Qual é a área da pista de atletismo?"* define a tarefa principal do problema, a qual pode ser decomposta em outras tarefas menores que, uma vez resolvidas, conduzirão à resolução do problema. Essa proposta de decomposição é mostrada na Figura 51.

Figura 51 – Decomposição no Problema 10



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Etapa da Resolução**

  Deve-se iniciar a resolução calculando a área do círculo maior (A_1) da coroa circular, lembrando que o enunciado determina o uso de $\pi = 3{,}14$:

$$A = \pi * R^2 = 3,14 * 35^2 = 3846,5 \tag{3.49}$$

  Portanto, a área do círculo maior é 3846,5 m². Agora, calculando a área do círculo menor (A_2):

$$A = \pi * r^2 = 3,14 * 25^2 = 1962,5 \tag{3.50}$$

  Logo, a área do círculo menor é de 1962,5 m². Para calcular a área da coroa circular (A_c), basta subtrair a área do círculo menor da área do círculo maior:

$$A_c = 3846,5 - 1962,5 = 1884 \tag{3.51}$$

  Deste modo, pode-se concluir que a área dos trechos circulares da pista mede 1884 m². Agora é necessário calcular a área dos dois trechos retangulares (A_r):

$$A_r = 2 * b * h = 2 * 100 * 10 = 2000 \tag{3.52}$$

A área dos trechos retangulares mede, portanto, 2000 m^2. Para finalizar os cálculos, basta somar as duas áreas para encontrar a área total (A_t):

$$A_t = A_c + A_r = 1884 + 2000 = 3884 \tag{3.53}$$

Logo, a área total da pista é de 3884 m^2.

- **Etapa da Avaliação**

  Nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a avaliar os resultados encontrados, respondendo à seguinte questão: **O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.**Nesta etapa o professor deve conferir, junto com os alunos, se as fórmulas utilizadas estão corretas, se os cálculos estão corretos, se as unidades de medidas foram empregadas corretamente e se o resultado encontrado faz sentido no contexto do problema. A conferência dos cálculos pode ser feita, por exemplo, mediante o auxílio de uma calculadora ou, no caso de contextos em que o uso da calculadora não seja permitido por algum motivo, a utilização técnicas de conferência, como a prova real, uso de operações inversas, entre outros.

- **Etapa dos Padrões**

  Neste exercício os alunos devem observar que há a presença, novamente, de áreas circulares, sendo que a diferença em relação ao exercício 8 é que agora, ao invés da área do setor circular, deve-se calcular a área da coroa circular. Também a questão apresenta a resolução em três etapas: cálculo da área circular, cálculo da área retangular e somatório das áreas, a exemplo de diversas outras questões que apresentaram a resolução em mais de uma etapa.

3.4.4 Aula 4: Etapa 6 - Pensamento Algorítmico

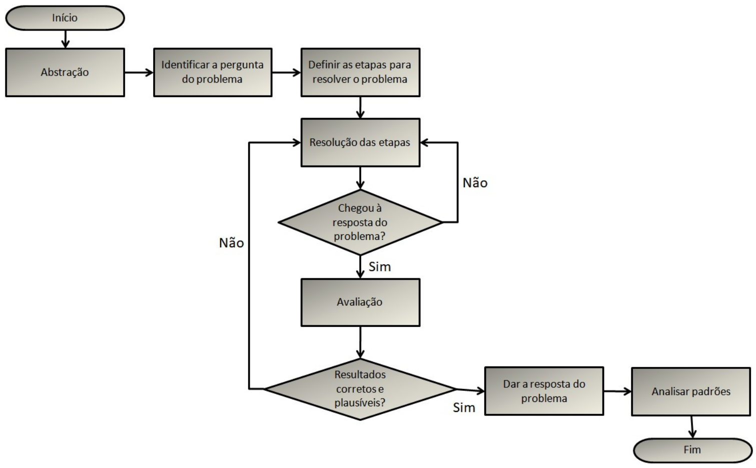
Duração: 50 minutos

Na quarta aula, realizada depois de finalizadas as resoluções dos exercícios, os estudantes devem ser estimulados a rever os padrões de resolução e propor um algorítmo geral que permita resolver, se não todos, a maioria dos exercícios. Ou seja, o estudante deve ser capaz de propor um passo a passo, o qual será representado por meio de um fluxograma.

É necessário observar que o Pensamento Algorítmico não aparece somente nesta etapa, mas em todos os exercícios, ao se definir um roteiro para resolução do problema, na etapa de decomposição, é requisitado que o aluno tenha um raciocínio lógico que lhe permita encadear os passos para chegar à resposta do problema.

Uma proposta de algorítmo geral, tendo em vista os dez problemas utilizados até aqui, pode ser a apresentada na Figura 52:

Figura 52 – Decomposição no Problema 10



Fonte: Elaborado pelo autor

3.4.5 Aula 5: Exercícios propostos para os alunos

Duração: 50 minutos

Após a etapa inicial, correspondente às aulas 1 a 4, durante as quais os alunos serão introduzidos ao tema e treinados na resolução de problemas com a utilização de conceitos de Pensamento Computacional, o professor apresentará aos alunos 10 problemas, com níveis variados de dificuldade, os quais os alunos deverão resolver sozinhos, buscando exercitar o que foi aprendido nas aulas anteriores. Para tanto será oferecido a eles um formulário contendo o enunciado da questão, um espaço específico para o desenvolvimento dos conceitos de abstração e decomposição, outro espaço para a resolução final da questão e após cada uma das questões a pergunta: **o resultado encontrado por você é plausível? Justifique**. Isto tem por objetivo fazer com que os alunos apliquem a ideia de avaliação. A partir do exercício 2, a cada resolução haverá mais um questionamento: **É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?** Ao final da resolução dos 10 exercícios haverá um espaço para que os alunos desenvolvam um fluxograma propondo uma sequência lógica de etapas que, de forma genérica, sirva para a resolução de qualquer problema. Por fim, os alunos deverão expor sua opinião, respondendo a um outro questionamento: **Você sentiu mais dificuldade, menos**

dificuldade ou o mesmo nível de dificuldade para resolver os exercícios em comparação ao período em que você não conhecia os conceitos de Pensamento Computacional?

Problema 1

(BERNOULLI, 2020) Um terreno retangular tem 8,4 m por 15 m e está sendo gramado. Sabendo que um quilo de semente de grama é suficiente para gramar 3 m² do terreno, quantos quilos de semente de grama são necessário para gramar o terreno todo?

Problema 2

(PUC-RJ, 2013 - adaptada) Um show de rock foi realizado em um terreno retangular de lados 120 m e 60 m. Sabendo que havia, em média, um banheiro por cada 100 m², quantos banheiros havia no show?

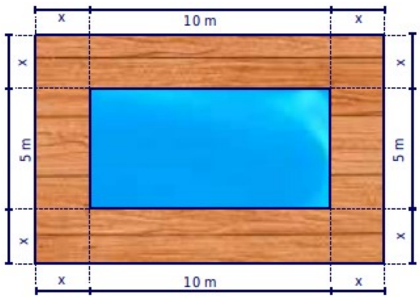
Problema 3

(IBMEC-RJ, 2013 - adaptada) Uma emissora de TV, em parceria com uma empresa de alimentos, criou um programa de perguntas e respostas chamado "UM MILHÃO NA MESA". Nele, o apresentador faz perguntas sobre temas escolhidos pelos participantes. O prêmio máximo é de 1 milhão de reais que fica, inicialmente, sobre uma mesa, distribuído em 50 pacotes com 1000 cédulas de 20 reais cada um. Cada cédula de 20 reais é um retângulo de 14 cm de base por 6,5 cm de altura. Colocando todas as cédulas uma ao lado da outra, que superfície elas ocupariam?

Problema 4

(UFES, 1996 - adaptada) Ao redor de uma piscina retangular com 10 m de comprimento por 5 m de largura, será construído um revestimento de madeira com x metros de largura, representado na Figura 53. Existe madeira para revestir 87,75 m². Qual deverá ser a medida x para que toda a madeira seja aproveitada?

Figura 53 – Figura da questão

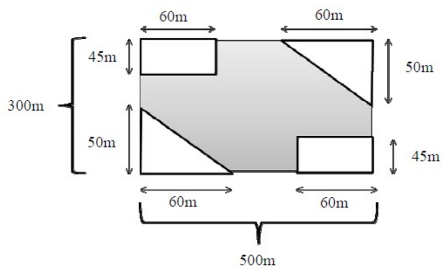


Fonte: UFES,1996

Problema 5

(COTEC, 2020 - adaptada)Uma praça está inscrita em uma área retangular cujos lados medem 300 m e 500 m, conforme a Figura 54. Calculando a área da praça, quanto obtemos? Note que a praça é referente à área sombreada.

Figura 54 – Figura da questão

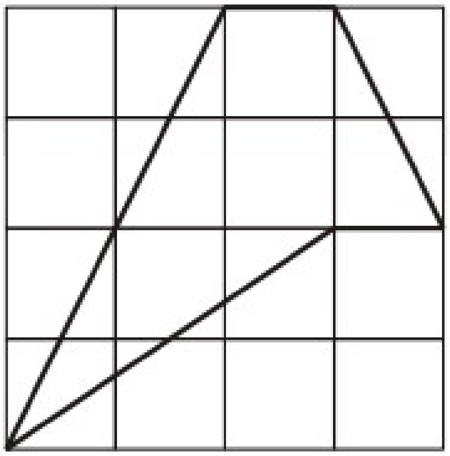


Fonte: COTEC,2020

Problema 6

(PUC-MG, 2010 - adaptada) De uma placa quadrada de 16 cm², foi recortada uma peça conforme indicado na Figura 55. Determine a medida da área da peça recortada, em centímetros quadrados.

Figura 55 – Figura da questão

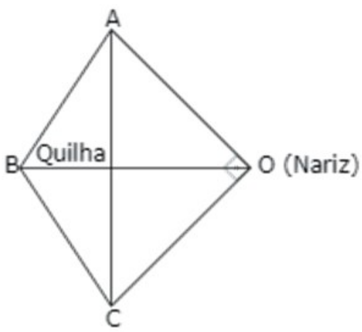


Fonte: PUC MG,2010

Problema 7

(Bernoulli, 2020) O cálculo da vela de uma asa delta é importante para a segurança dos praticantes deste esporte. Um dos modelos de asa delta consiste em dois triângulos isósceles, um ABC de base AC e outro AOC de base AC, que formam um quadrilátero de diagonais perpendiculares ABCO. Os triângulos são ligados por uma quilha de modo a formar um ângulo de 90º no nariz. Observe a Figura 56:

Figura 56 – Figura da questão



Fonte: Bernoulli,2020

A vela da asa delta influencia na resistência do ar e, consequentemente, na velocidade desempenhada. Determine o valor da área, em m^2, sabendo que OA = OB = OC = 2 m.

Problema 8

(ENEM,2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em que porcentagem?

Problema 9

(ENEM, 2015) O prefeito de uma cidade deseja promover uma festa popular no parque municipal para comemorar o aniversário de fundação do município. Sabe-se que esse parque possui formato retangular, com 120 m de comprimento por 150 m de largura. Além disso, para segurança das pessoas presentes no local, a polícia recomenda que a densidade média, num evento dessa natureza, não supere quatro pessoas por metro quadrado. Seguindo as recomendações de segurança estabelecidas pela polícia, qual é o número máximo de pessoas que poderão estar presentes na festa?

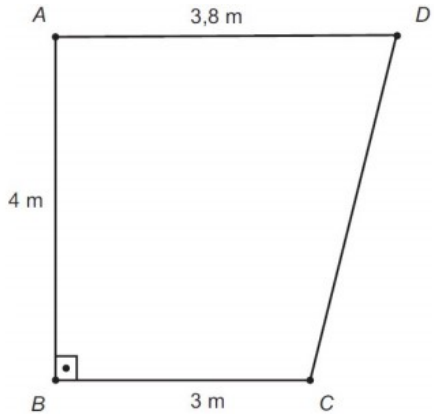
Problema 10

(ENEM, 2017 - PPL) Um fabricante recomenda que, para cada m^2 do ambiente a ser climatizado, são necessários 800 BTUh, desde que haja até duas pessoas no ambiente. A esse número devem ser acrescentados 600 BTUh para cada pessoa a mais, e também para cada aparelho eletrônico emissor de calor no ambiente. A seguir encontram-se as cinco opções de aparelhos desse fabricante e suas respectivas capacidades térmicas:

- Tipo I: 10500 BTUh
- Tipo II: 11000 BTUh
- Tipo III: 11500 BTUh
- Tipo IV: 12000 BTUh
- Tipo V: 12500 BTUh

O supervisor de um laboratório precisa comprar um aparelho para climatizar o ambiente. Nele ficarão duas pessoas mais uma centrífuga que emite calor. O laboratório tem forma

Figura 57 – Figura da questão



Fonte: Bernoulli,2020

de trapézio retângulo, com as medidas apresentadas na Figura 57. Para economizar energia, o supervisor deverá escolher o aparelho de menor capacidade térmica que atenda às necessidades do laboratório e às recomendações do fabricante. A escolha do supervisor recairá sobre o aparelho de que tipo?

3.4.6 Fichas de Atividades

As atividades anteriormente apresentadas foram dispostas em fichas, contendo o enunciado da questão e espaços específicos designados para a resolução de cada uma das etapas, ou seja, um espaço para a etapa de Abstração, outro para a Decomposição, outro para a Resolução e, ainda, outros dois com as perguntas relacionadas aos padrões e à Avaliação. Essas fichas podem ser vistas no Apêndice C deste trabalho.

Capítulo 4

Aplicação do trabalho

Este Capítulo traz os resultados da aplicação que foi planejada no capítulo anterior. Para isso, o autor dividiu o capítulo em três seções: a primeira seção mostra como foi feita a aplicação do trabalho para os alunos, descrevendo o que de fato foi executado de cada aula planejada na Sequência Didática. A segunda seção traz a apresentação dos resultados dos trabalhos dos alunos e a análise desses resultados. A terceira seção traz as conclusões que podem ser extraídas da análise dos resultados apresentados.

A Autorização da Diretora da Escola para realização do trabalho, bem como as autorizações dos pais dos alunos que participaram do trabalham, encontram-se nos Apêndices A e B.

4.1 Apresentação do Tema

Vale ressaltar inicialmente que a atividade foi planejada para ser realizada completamente em sala de aula, uma vez que começou a ser pensada e planejada ainda no ano de 2019. O cenário, no entanto, mudou com a emergência, na China, do novo coronavírus (SARS-CoV-2) o qual, de acordo com Aquino et al. (2020), causou a pandemia da COVID-19, que levou a humanidade a enfrentar uma grave crise sanitária global. A pandemia foi decretada pela Organização Mundial de Saúde em 11 de março de 2020 e, no dia 17 de março do mesmo ano o Brasil registrou, de acordo com França et al. (2020) a primeira morte ocasionada pela doença no Brasil. Como se pode observar no artigo de Sanchez et al. (2021), o Brasil já havia superado a marca das 250 mil mortes ocasionadas pela COVID-19 até o mês de fevereiro de 2021.

Este cenário provocou impactos em todos os setores da sociedade e na área da Educação não foi diferente: de acordo com Dias e Pinto (2020) a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco)informou que a crise causada pela COVID-19 levou à suspensão de aulas presenciais em escolas e faculdades, afetando mais de 90% dos estudantes do mundo todo.

No Brasil,de acordo com Soares e Schoen (2020), as decisões sobre medidas de isolamento e fechamento de instituições educacionais ficou a cargo de governos estaduais e municipais e essa situação não foi diferente com o Centro Educacional São José que, como já citado neste trabalho, é a escola onde as atividades foram aplicadas. Diversos decretos municipais mantiveram a escola fechada ao longo de todo o ano de 2020.

No início de 2021 houve uma autorização municipal para abertura dos estabelecimentos privados de ensino e, neste contexto, o Centro Educacional São José foi reaberto, o que possibilitou que as duas primeiras aulas ocorressem de forma presencial. Após esse primeiro momento presencial as aulas regressaram ao modo exclusivamente online e, sendo assim, o restante do trabalho precisou ser aplicado de modo remoto, levando a uma necessidade de readaptação da Sequência didática.

4.1.1 Relatos sobre a Aula 1

Data: 5 de fevereiro de 2021

Duração da aula: 50 minutos

Modalidade: Presencial

Na primeira aula, realizada 5 de fevereiro de 2021, foi feita uma apresentação de slides aos alunos, utilizando os slides apresentados na sequência didática, no Capítulo 3. Nesta aula os alunos foram imersos na temática do Pensamento Computacional. As imagens presentes na Figura 58, Figura 59 e Figura 60 mostram essa primeira aula presencial.

Figura 58 – Aula 1 sobre Pensamento Computacional

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 59 – Aula 1 sobre Pensamento Computacional

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 60 – Aula 1 sobre Pensamento Computacional

Fonte: Acervo da Pesquisa

Inicialmente, antes de iniciar a apresentação do assunto, o autor questionou sobre o que eles esperavam que fosse o Pensamento Computacional. Dentre as respostas obtidas, houve:

- Algo relacionado com computadores;
- Aplicativos de computador para resolução de exercícios de Matemática;
- Noções de Programação de Computadores;
- Algo muito difícil;

Todas essas falas dos alunos revelam o desconhecimento deles em relação a um tema, que, mesmo estando na BNCC, ainda não é muito divulgado e nem muito utilizado como ferramenta pedagógica. O desconhecimento, contudo, longe de provocar a perda do interesse por parte dos alunos, os fez querer ainda mais conhecer sobre o tema.

Ao longo da exposição do assunto, um dos alunos relatou que aquele conjunto de conceitos, quando apresentados como ferramenta para resolução de problemas, parece ser muito lógico e potencialmente facilitador da resolução das atividades, por fornecer um caminho a seguir para se alcançar as soluções.

4.1.2 Relatos sobre a aula 2

Data: 8 de fevereiro de 2021

Duração da aula: 50 minutos

Modalidade: Presencial

Na segunda aula, realizada no dia 8 de fevereiro de 2021, que ocorreu também de forma presencial, o autor prosseguiu com a apresentação do tema, uma vez que não foi possível abordá-lo completamente na primeira aula. Ao final da exposição foi possível ainda iniciar a resolução das atividades, para que os alunos pudessem ver na prática como funcionaria a aplicação do Pensamento Computacional. As imagens da Figura 61, Figura 62 e Figura 63 mostram a primeira parte da aula, na qual foi dada continuidade à apresentação do tema.

Figura 61 – Aula 2 sobre Pensamento Computacional

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 62 – Aula 2 sobre Pensamento Computacional

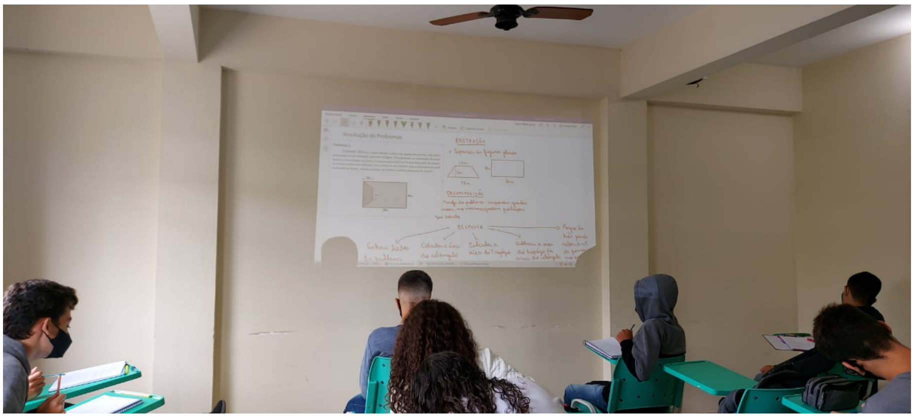
Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 63 – Aula 2 sobre Pensamento Computacional

Fonte: Acervo da Pesquisa

Já a Figura 64 mostra a resolução que foi feita pelo autor em sala de aula. O problema escolhido foi o primeiro problema da Sequência didática prevista no Capítulo 3.

Figura 64 – Aula 2: resolução de problemas



Fonte: Acervo da Pesquisa

Após a resolução deste primeiro problema, um aluno referiu que basicamente já utilizava essa mesma técnica para resolver os problemas, porém nunca a tinha visto de modo explícito e nem tinha se atentado para a necessidade de se avaliar os resultados como forma de prevenir possíveis erros.

4.1.3 Relatos da aula 3

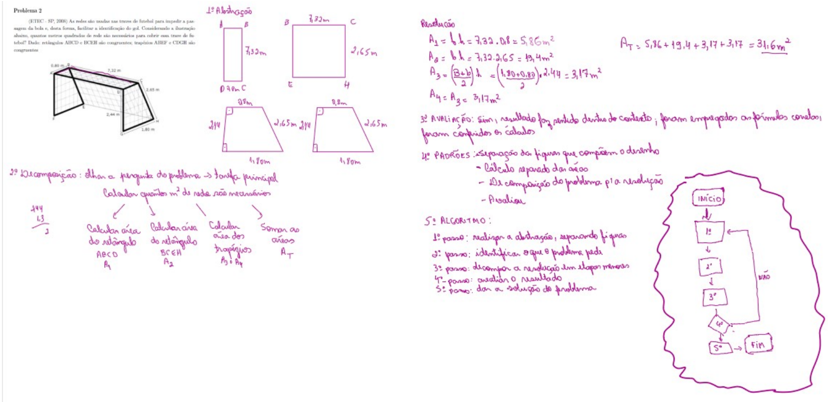
Data: 22 de fevereiro de 2021

Duração: 35 minutos

Modalidade: Remota (videoconferência)

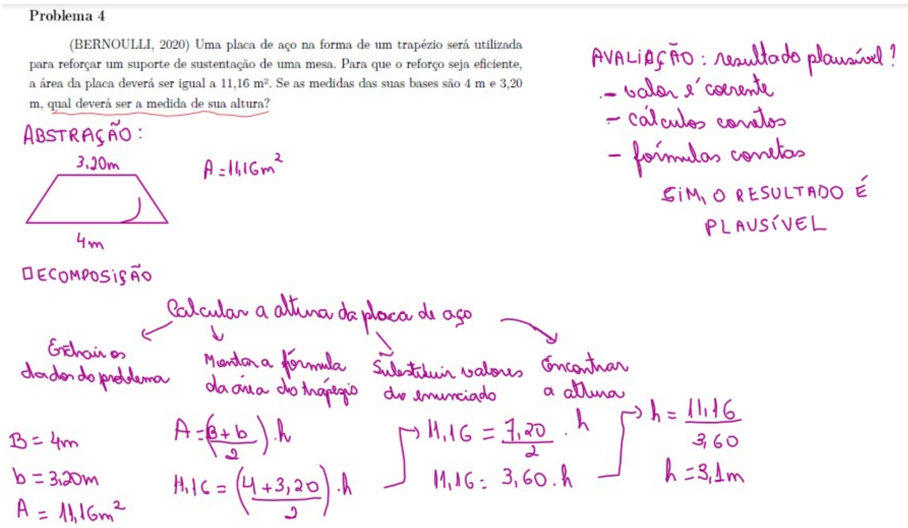
Na aula seguinte, na qual se daria a continuidade da aplicação presencial, o autor contraiu o vírus Sars-Cov-2, vindo por conseguinte a desenvolver um quadro de COVID-19, o que o afastou da sala de aula por quatorze dias. Na semana do dia 22 de fevereiro, quando as atividades presenciais retornariam, a escola comunicou que as aulas voltariam ao modo exclusivamente online por tempo indeterminado e cada aula teria duração de 35 minutos e não mais 50 minutos. Deste modo, foi necessário o autor continuar a aplicação por meio do aplicativo de videochamada Google Meet, durante vídeo conferência, utilizando recursos multimídia. Como a versão utilizada pelo autor não permitia gravação da aula, seguem algumas imagens extraídas do aplicativo utilizado pelo autor para resolução dos exercícios seguintes (Figura 65 e Figura 66).

Figura 65 – Aula 3: Resolução de Problemas



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 66 – Aula 3: Resolução de problemas



Fonte: Acervo da Pesquisa

4.1.4 Relatos da aula 4

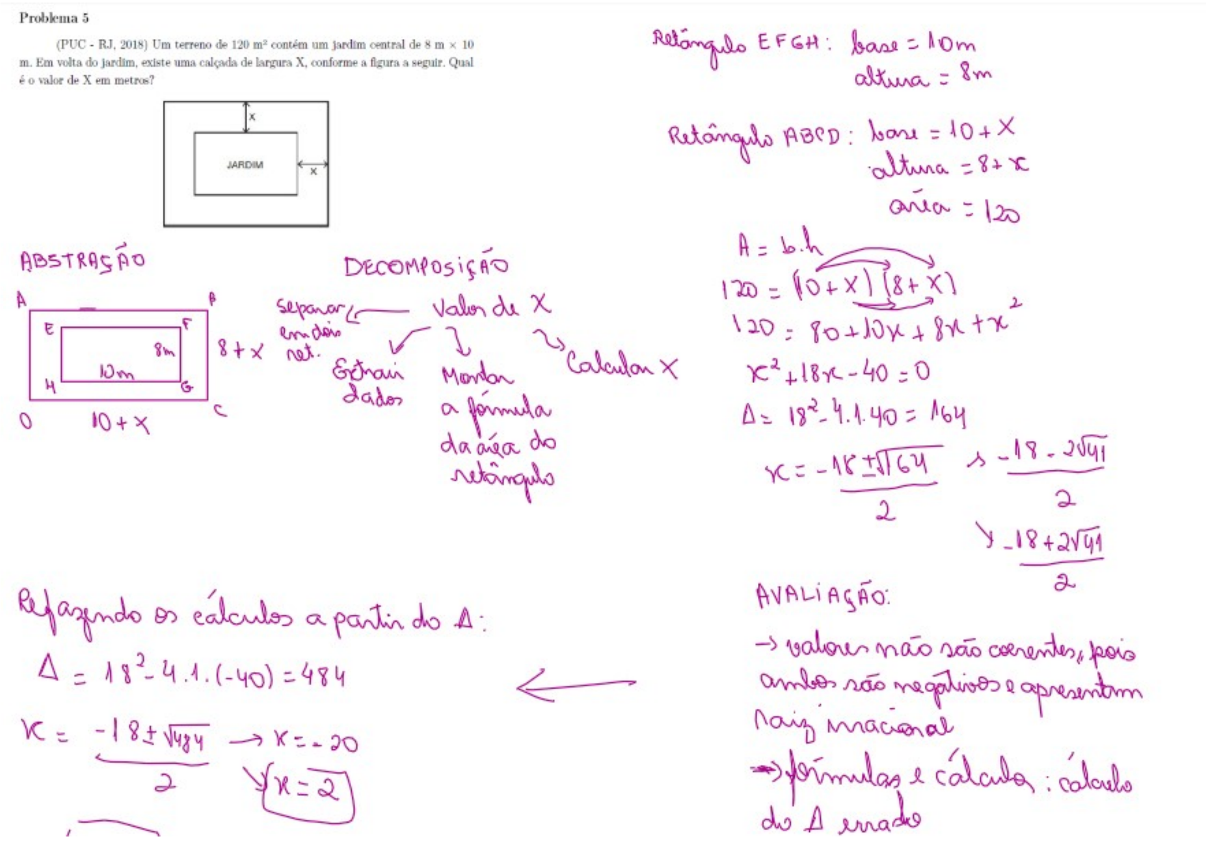
Data: 25 de fevereiro de 2021

Duração: 35 minutos

Modalidade: Remota (videoconferência)

Na quarta aula, que também ocorreu no modo online, o professor continuou a resolução de atividades. A Figura 67 mostra a resolução de um dos problemas feitos por meio de aplicativo e transmitido através de videoconferência.

Figura 67 – Modelo de questionário aplicado aos alunos: página 1



Fonte: Acervo da Pesquisa

4.1.5 Relatos da aula 5

Data: 26 de fevereiro de 2021

Duração: 35 minutos

Modalidade: Remota (videoconferência)

A quinta aula foi reservada para que o autor explicasse aos estudantes, participantes do trabalho, como eles deveriam executar as atividades. Para isso foram apresentadas as fichas: os alunos foram instruídos a colocarem seus nomes a lápis, apenas para controle do autor, uma vez que seus nomes não seriam publicados. Também foi ressaltado para eles que cada etapa deveria ser realizada dentro do espaço designado e que, em caso de dúvidas, poderiam consultar o autor para outras instruções.

As fichas foram enviadas para os alunos por e-mail e o prazo dado a eles para entrega da atividade foi até o dia 8 de março de 2021. Eles entregaram as fichas impressas e devidamente preenchidas na secretaria da Escola, as quais foram recolhidas pelo professor na data marcada para que pudessem ser estudadas e terem seus resultados extraídos.

As fichas preenchidas pelos alunos podem ser consultadas no Apêndice C desta dissertação.

4.2 Análise dos resultados

Após as entregas das fichas pelos estudantes que participaram do projeto, foi possível analisá-las e daí extrair algumas conclusões.

Inicialmente é possível notar que, dos 15 alunos que participaram da atividade, 5 deixaram em branco pelo menos uma das etapas em alguma das dez questões propostas, ou seja, 1/3 da turma. Mesmo assim, é importante observar que nenhum aluno entregou a atividade inteira em branco, o que mostra que eles se sentiram encorajados e estimulados a tentar realizá-la e, mesmo aqueles que deixaram alguma etapa em branco, ao menos tentaram realizá-la.

Verifica-se também que houve diferentes níveis de compreensão por parte dos alunos em cada um dos conceitos do Pensamento Computacional. Para tentar vislumbrar esses diferentes níveis de compreensão, são necessários diversos tipos diferentes de análises. No caso dos conceitos de Abstração e Decomposição, o desempenho dos alunos será apresentado em tabelas, nas quais as colunas representam as Questões, nomeadas de Q1 (questão 1) até Q10 (questão 10) e as linhas representam os alunos, elencados de Aluno 1 a Aluno 15, preservando assim a identidade dos mesmos. Nelas tem-se a análise de cada aluno em cada uma das etapas, onde cada questão assinalada com X significa que o aluno a desenvolveu corretamente. No caso dos demais conceitos, por apresentarem nuances específicas, serão analisados em tópicos, onde o que cada um dos alunos desenvolveu será analisado caso a caso.

Tabela 2 – Desempenho no Conceito de Abstração

	Q1	**Q2**	**Q3**	**Q4**	**Q5**	**Q6**	**Q7**	**Q8**	**Q9**	**Q10**	**Total**
Aluno 1	X	X	X						X	X	5
Aluno 2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 3	X	X	X					X	X		5
Aluno 4	X	X	X			X	X	X	X		7
Aluno 5	X	X	X			X		X	X		6
Aluno 6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 7	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 10	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 11	X	X	X	X		X	X	X	X	X	9
Aluno 12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 14	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 15	X	X	X	X	X			X	X		7

Fonte: Dados da Pesquisa

Já a Tabela 3 traz o cenário relacionado ao conceito de decomposição:

Tabela 3 – Desempenho no Conceito de Decomposição

	Q1	**Q2**	**Q3**	**Q4**	**Q5**	**Q6**	**Q7**	**Q8**	**Q9**	**Q10**	**Total**
Aluno 1			X								1
Aluno 2	X	X	X	X	X	X		X	X	X	9
Aluno 3	X	X	X	X	X						5
Aluno 4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 5											0
Aluno 6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 7	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 10	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 14	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
Aluno 15				X	X	X		X			4

Fonte: Dados da Pesquisa

Com relação ao conceito de Avaliação, cabe ressaltar que ele se aplica, nesta proposta didática, como o incentivo a uma postura de constante conferência dos cálculos e reflexão sobre a aplicação correta das fórmulas e uso correto de unidades de medida. Analisando as fichas respondidas pelos alunos, percebe-se pelas respostas que nem todos compreenderam corretamente essa proposta:

- os alunos 6, 13 e 14 referiram na resposta terem feito a conferência dos cálculos e das fórmulas e a análise da plausibilidade dos resultados encontrados.
- os alunos 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 15 responderam que sim, o resultado encontrado por eles é plausível porque conseguiram chegar a um resultado final. No entanto, apenas alcançar o resultado final não é o objetivo desta etapa, mas sim conferir o que foi encontrado, de modo a evitar erros.
- o aluno 2 realizou algumas reflexões sobre o resultado encontrado, apesar de não explicitar se conferiu cálculos, fórmulas e unidades de medidas;
- os demais alunos deram respostas variadas mas que também demonstram entendimento insuficiente do conceito.

Com relação ao conceito "Verificação de Padrões", percebe-se que os alunos perceberam de modos diferentes entre si os padrões. Alguns perceberam, por exemplo, que aparecia de forma recorrente os exercícios: a multiplicação de duas dimensões no cálculo de áreas (base x altura, diagonal maior x diagonal menor, entre outros); a necessidade de realização de cálculos em duas etapas para se chegar ao resultado final pedido pelo enunciado (e não apenas a aplicação direta de fórmula); entre outros. Já outros alunos captaram os padrões macros, como por exemplo o fato de que os problemas são todos de cálculos de áreas ou ainda que em todos os problemas se utilizava o roteiro proposto na sequência didática. A seguir tem-se essa análise:

- os alunos 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15 relataram apenas o padrão macro, que já está explícito no próprio título do trabalho, que é o fato de que todas as questões são de cálculos de áreas.
- o aluno 1 identificou a presença da regra de três como uma das etapas para o cálculo em algumas questões;
- o aluno 3 relatou não ter identificado padrões na maioria das questões;
- o aluno 5 relatou a utilização repetida de algumas fórmulas, como a da área do retângulo e notou que na questão 3 houve uma mudança de unidade de medida, o que caberia mais como elemento do conceito de avaliação;
- o aluno 13 evidenciou as etapas da sequência didática como um padrão, ou seja, que todos os exercícios deveriam ser resolvidos seguindo as etapas propostas na sequência didática;
- o aluno 14, por fim, percebeu a presença da regra de três e do cálculo de área do retângulo como padrões em algumas questões.

Para finalizar a análise, o conceito de Pensamento Algorítmico foi exigido dos alunos apenas ao final da resolução dos problemas: depois de resolver as dez questões, os alunos foram instados a elaborar um algoritmo que pudesse ser utilizado para resolver os problemas, ou seja, um "passo a passo"para resolução de questões envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas e esse algorítmo deveria ser expresso na forma de um fluxograma.

- Os alunos 1, 2, 3, 4 e 5 entregaram a atividade com a parte destinada ao fluxograma em branco;
- Os alunos 6 e 13 transformaram fizeram um fluxograma baseado na própria Sequência Didática;

- Os alunos 7, 8, 9, 10 e 11 fizeram fluxogramas muito parecidos, para questões em que há duas áreas a serem calculadas;
- O aluno 14 considerou em seu fluxograma apenas o cálculo de uma área;
- O aluno 15 lembrou de inserir a regra de três, que aparece em algumas questões, em seu fluxograma.

4.2.1 Conclusões

De tudo que se pode observar das fichas de avaliações entregues pelos alunos, é possível chegar a algumas conclusões acerca da aplicação do trabalho.

Os conceitos de Abstração e Decomposição alcançaram o maior nível de compreensão entre os alunos, como se pode observar das análises feitas na seção anterior. O conceito de Abstração foi desenvolvido corretamente em todas as questões por 9 dos 15 alunos participantes, ou seja, 60%. Apenas 1 aluno dentre os 15 desenvolveu o conceito de forma correta em quatro das dez questões. Com relação ao conceito de Decomposição, o cenário também foi positivo: 10 dos 15 alunos desenvolveram corretamente o conceito em todas as questões, ou seja, aproximadamente 67%; 1 aluno não conseguiu desenvolver corretamente o conceito em nenhuma das questões. A Tabela 4 traz um resumo desses dados:

Tabela 4 – Percentual de acertos nos conceitos de Abstração e Decomposição

Conceito	**Todas as questões corretas**	**De 5 a 9 questões corretas**	**Menos de 5 corretas**
Abstração	$\frac{9}{15} = 60\%$	$\frac{5}{15} \cong 33\%$	$\frac{1}{15} \cong 7\%$
Decomposição	$\frac{10}{15} \cong 67\%$	$\frac{2}{15} \cong 13\%$	$\frac{3}{15} = 20\%$

Fonte: Dados da Pesquisa

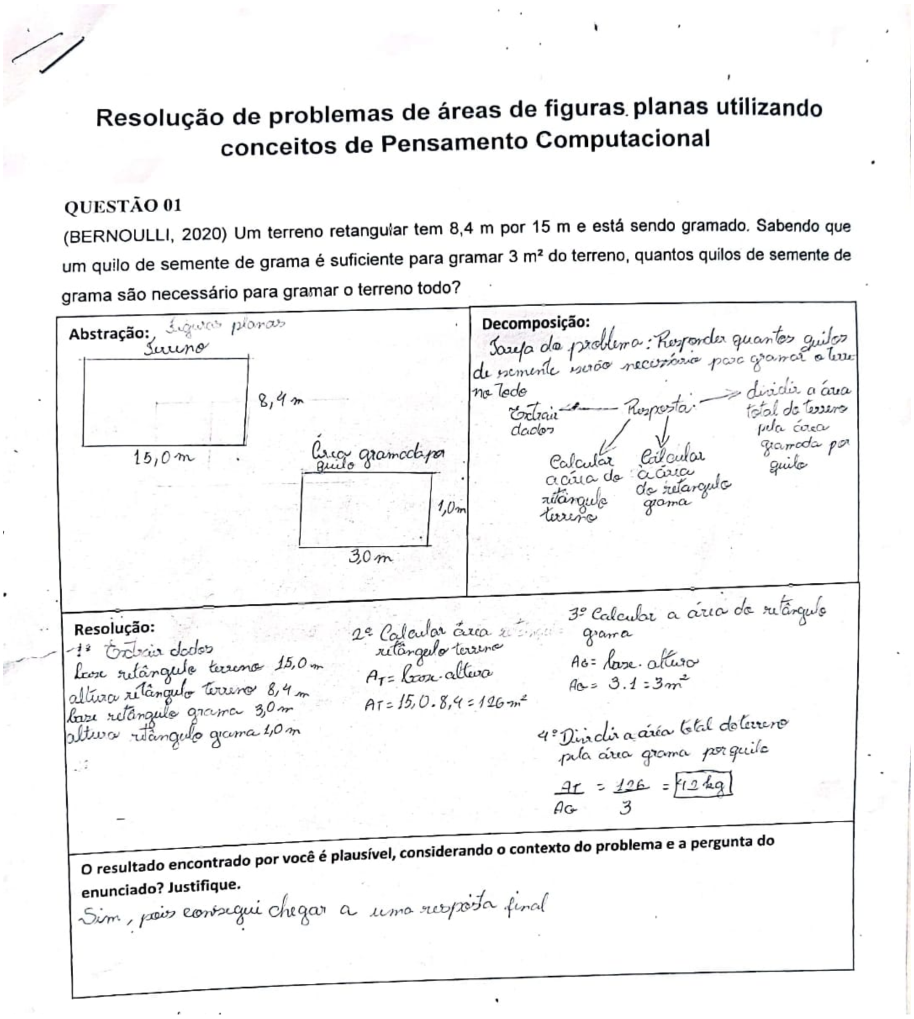
Já o conceito de Avaliação, pelo que foi possível concluir pela observação das fichas preenchidas pelos alunos, não foi muito bem compreendido, pois apenas 3 alunos dos 15 que participaram, ou seja, 20%, demonstraram ter compreendido e aplicado satisfatoriamente este conceito, fazendo a conferência de fórmulas, cálculos e unidades de medida, bem como verificando se a resposta fazia sentido dentro do contexto do problema. Esse percentual baixo pode ser explicado por diversos fatores: as dificuldades encontradas durante a primeira parte do trabalho, quando os conceitos foram explicados, como por exemplo, a mudança das aulas do modo presencial para o remoto, o intervalo grande entre a segunda e terceira aula, tempo insuficiente para realização das atividades, entre outros. No entanto, é importante fazer a ressalva de que, em muitos casos, alguns alunos relataram terem feito a avaliação conforme proposto, porém não souberam expressar isso de forma clara e objetiva no espaço destinado a essa resposta

Com relação ao conceito de Padrões, é possível verificar que, de um modo geral, houve compreensão por parte dos alunos pois, apesar de o aluno 3 ter relatado na maioria das questões que não conseguiu verificar padrões que se repetiam entre aquela questão e as anteriores, os demais alunos conseguiram entender o que é essa busca por padrões que podem ser generalizados, apesar de variarem as formas como esses padrões foram identificados. Relatos feitos pelos alunos após a entrega das fichas mencionam que a compreensão desse conceito os tornou mais "espertos"na hora de identificar possíveis soluções para problemas matemáticos. É necessário, contudo, trabalhar melhor esse conceito, pois muitos alunos se prenderam apenas no padrão mais óbvio, que é o de que "todas as questões envolvem o cálculo de áreas de figuras planas", o que já está explícito desde o início do trabalho. Poucos alunos conseguiram extrair padrões mais específicos que podem de fato ajudar na resolução de problemas futuros.

Por fim, para o conceito de Pensamento Algorítmico, nota-se que 5 dos 10 alunos ($\cong$ 33%) não conseguiram elaborar o algoritmo nem na forma de passo a passo e nem na forma de fluxograma, demonstrando a não compreensão do conceito, ainda que tenham utilizado a ideia do passo a passo ao longo das resoluções de algumas questões. Os outros 67% desenvolveram o fluxograma e demonstraram ter compreendido a ideia geral, que é a de elaborar um passo a passo a ser seguido para resolução de problemas de áreas de figuras planas. Há a necessidade, no entanto, de aprofundar melhor este conceito, para que os alunos desenvolvam o hábito de encadear logicamente a resolução de problemas, compreendendo que, uma grande fonte de erros nestes casos é justamente o abandono dessa cadeia lógica de etapas, que faz com que o aluno se confunda durante a busca pela solução.

A Figura 68, Figura 69, Figura 70 e Figura 71 trazem exemplos de resoluções feitas pelos alunos participantes do trabalho nas questões 1, 2, 4 e 5 respectivamente. A Figura 72 traz o exemplo de um Fluxograma elaborado por um dos alunos participantes.

Figura 68 – Exemplo de Resolução da Questão 1



Resolução de problemas de áreas de figuras planas utilizando conceitos de Pensamento Computacional

QUESTÃO 01

(BERNOULLI, 2020) Um terreno retangular tem 8,4 m por 15 m e está sendo gramado. Sabendo que um quilo de semente de grama é suficiente para gramar 3 m² do terreno, quantos quilos de semente de grama são necessário para gramar o terreno todo?

Abstração: figuras planas

terreno

8,4 m

15,0 m

Área gramada por quilo

1,0 m

3,0 m

Decomposição:

Tarefa do problema: Responder quantos quilos de semente serão necessário para gramar o terreno todo

Extrair dados ← Resposta → dividir a área total do terreno pela área gramada por quilo

Calcular a área do retângulo terreno

Calcular a área do retângulo grama

Resolução:

1º Extrair dados

base retângulo terreno 15,0 m

altura retângulo terreno 8,4 m

base retângulo grama 3,0 m

altura retângulo grama 1,0 m

2º Calcular área retângulo terreno

A_T = base . altura

$A_T = 15,0 . 8,4 = 126 m^2$

3º Calcular a área do retângulo grama

A_G = base . altura

$A_G = 3 . 1 = 3 m^2$

4º Dividir a área total do terreno pela área grama por quilo

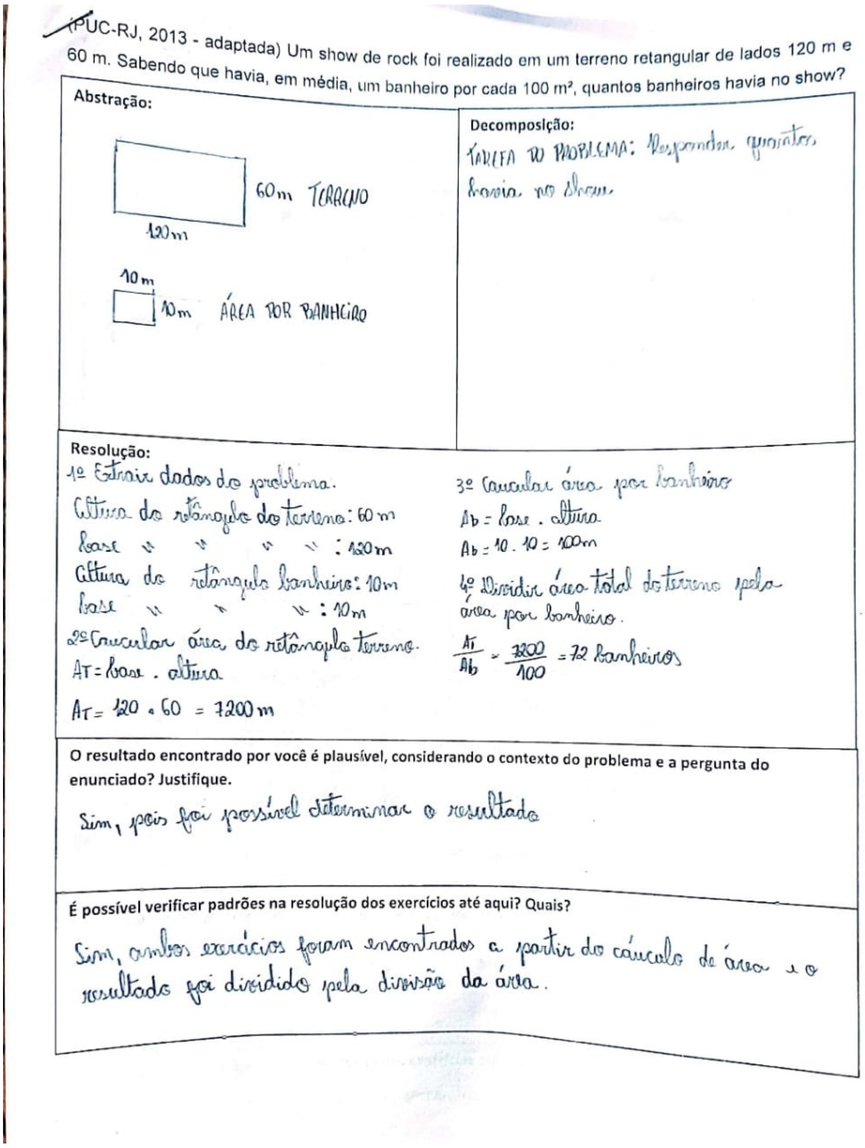
$\frac{A_T}{A_G} = \frac{126}{3} = \boxed{42 kg}$

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

Sim, pois consegui chegar a uma resposta final

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 69 – Exemplo de Resolução da Questão 2



(PUC-RJ, 2013 - adaptada) Um show de rock foi realizado em um terreno retangular de lados 120 m e 60 m. Sabendo que havia, em média, um banheiro por cada 100 m², quantos banheiros havia no show?

Abstração:

60m TERRENO

120m

10 m

10m ÁREA POR BANHEIRO

Decomposição:

TAREFA DO PROBLEMA: Responder quantos havia no show.

Resolução:

1º Extrair dados do problema.

Altura do retângulo do terreno: 60 m

base " " " " : 120 m

Altura do retângulo banheiro: 10 m

base " " " : 10 m

2º Calcular área do retângulo terreno.

AT = base . altura

AT = 120 . 60 = 7200 m

3º Calcular área por banheiro

Ab = base . altura

Ab = 10 . 10 = 100 m

4º Dividir área total do terreno pela área por banheiro.

$\frac{AT}{Ab} = \frac{7200}{100} = 72$ banheiros

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

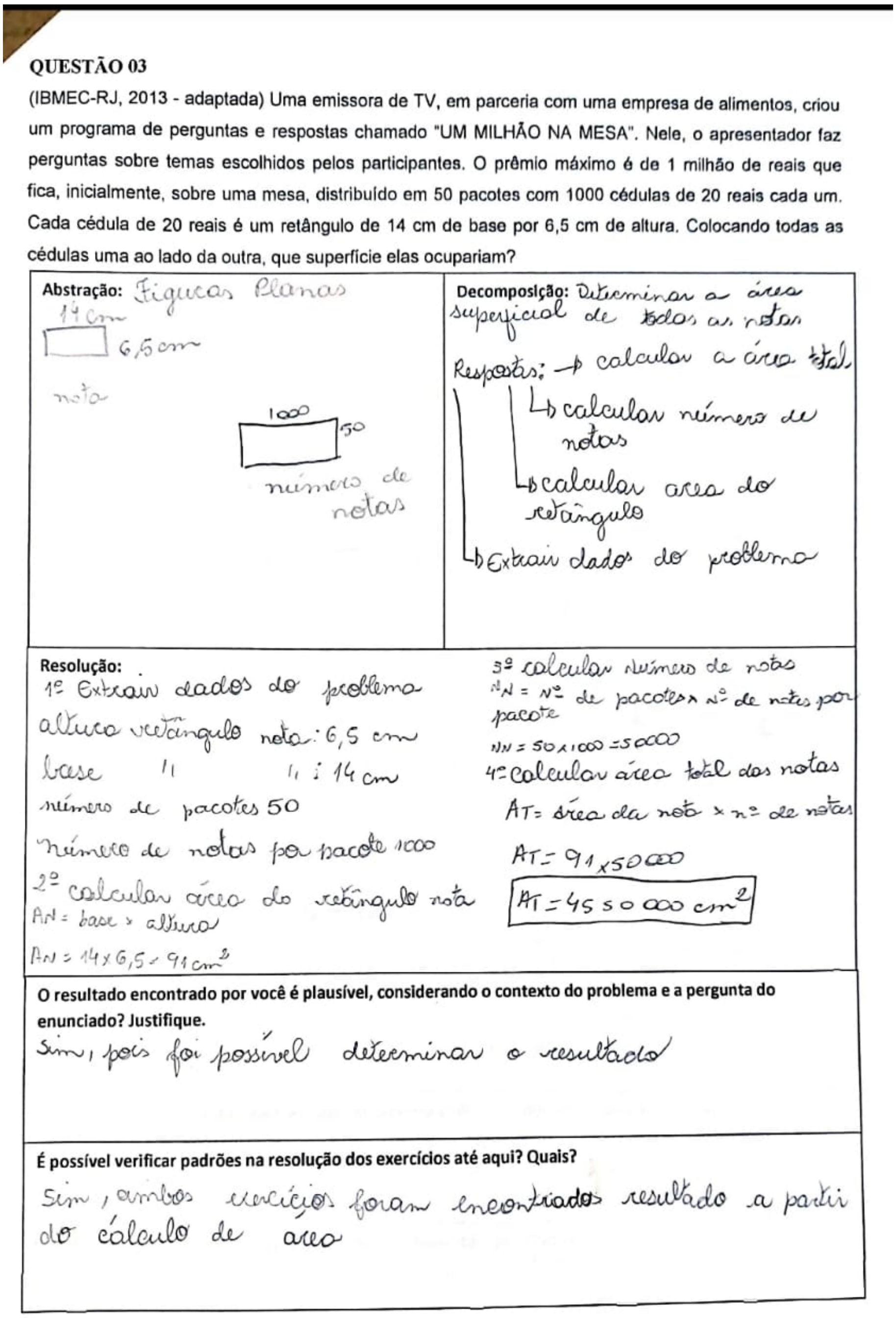
Sim, pois foi possível determinar o resultado

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

Sim, ambos exercícios foram encontrados a partir do cálculo de área e o resultado foi dividido pela divisão da área.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 70 – Exemplo de Resolução da Questão 3



QUESTÃO 03

(IBMEC-RJ, 2013 - adaptada) Uma emissora de TV, em parceria com uma empresa de alimentos, criou um programa de perguntas e respostas chamado "UM MILHÃO NA MESA". Nele, o apresentador faz perguntas sobre temas escolhidos pelos participantes. O prêmio máximo é de 1 milhão de reais que fica, inicialmente, sobre uma mesa, distribuído em 50 pacotes com 1000 cédulas de 20 reais cada um. Cada cédula de 20 reais é um retângulo de 14 cm de base por 6,5 cm de altura. Colocando todas as cédulas uma ao lado da outra, que superfície elas ocupariam?

Abstração: Figuras Planas

14 cm

6,5 cm

nota

1000

50

número de notas

Decomposição: Determinar a área superficial de todas as notas

Resposta: → calcular a área total

→ calcular número de notas

→ calcular área do retângulo

→ Extrair dados do problema

Resolução:

1º Extrair dados do problema

altura retângulo nota: 6,5 cm

base " " : 14 cm

número de pacotes 50

número de notas por pacote 1000

2º calcular área do retângulo nota

AN = base × altura

AN = 14 × 6,5 = 91 cm²

3º calcular número de notas

NN = nº de pacotes × nº de notas por pacote

NN = 50 × 1000 = 50000

4º calcular área total das notas

AT = área da nota × nº de notas

AT = 91 × 50000

$\boxed{AT = 4550000\ cm^2}$

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

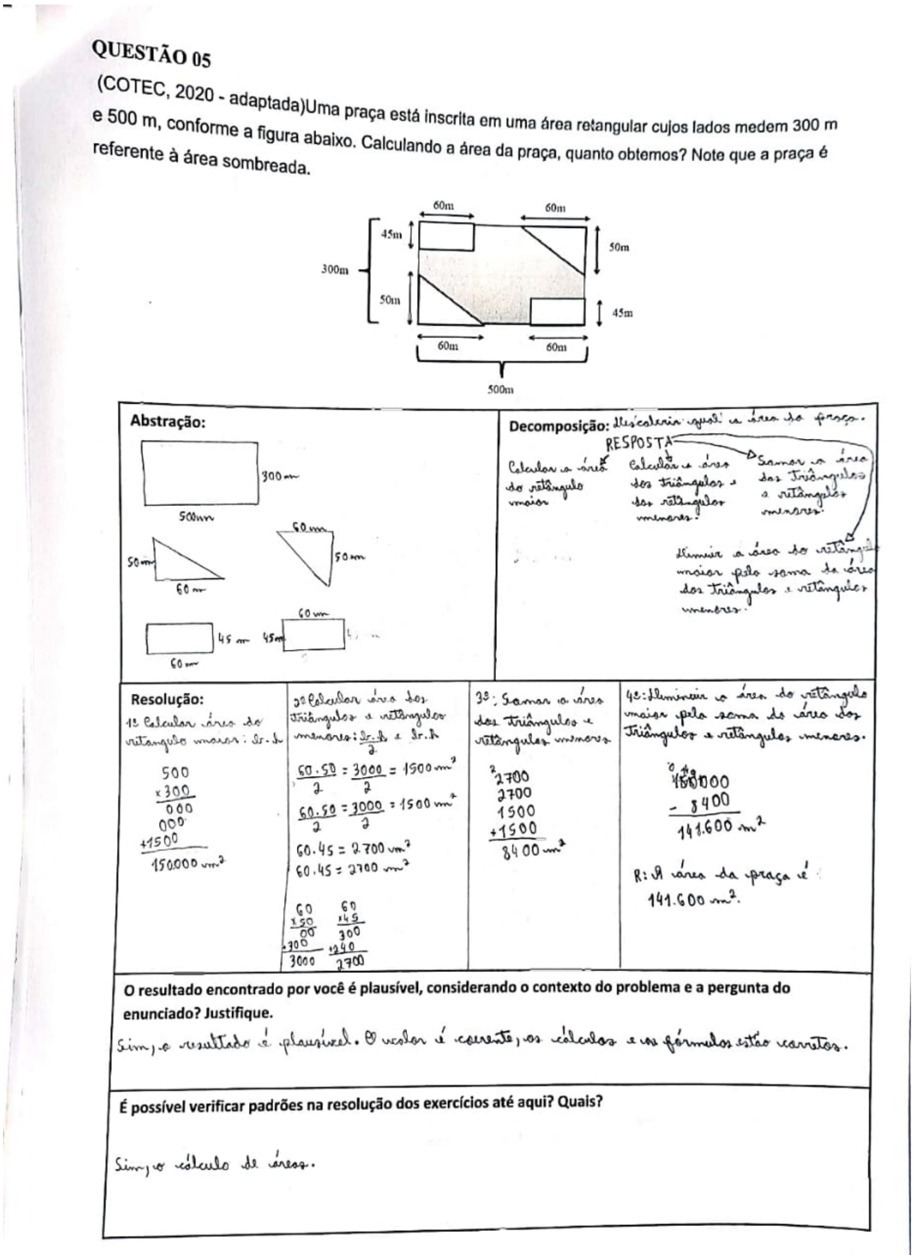
Sim, pois foi possível determinar o resultado

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

Sim, ambos exercícios foram encontrados resultado a partir do cálculo de área

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 71 – Exemplo de Resolução da Questão 5



QUESTÃO 05

(COTEC, 2020 - adaptada)Uma praça está inscrita em uma área retangular cujos lados medem 300 m e 500 m, conforme a figura abaixo. Calculando a área da praça, quanto obtemos? Note que a praça é referente à área sombreada.

Abstração:

300 m
500m
50 m
60 m
60 m
50 m
45 m
45m
60 m
60 m

Decomposição: Descobrir qual a área da praça.

RESPOSTA

Calcular a área do retângulo maior

Calcular a área dos triângulos e dos retângulos menores.

Somar a área dos triângulos e retângulos menores.

Diminuir a área do retângulo maior pela soma da área dos triângulos e retângulos menores.

Resolução:

1º Calcular área do retângulo maior: b.h

500
×300
000
000
+1500
150000 m²

2º Calcular área dos triângulos e retângulos menores: b.h/2 e b.h

60.50/2 = 3000/2 = 1500 m²
60.50/2 = 3000/2 = 1500 m²
60.45 = 2.700 m²
60.45 = 2700 m²

60
×50
00
+300
3000

60
×45
300
+240
2700

3º: Somar a área dos triângulos e retângulos menores

2700
2700
1500
+1500
8400 m²

4º: Diminuir a área do retângulo maior pela soma da área dos triângulos e retângulos menores.

150000
- 8400
141.600 m²

R: A área da praça é 141.600 m².

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

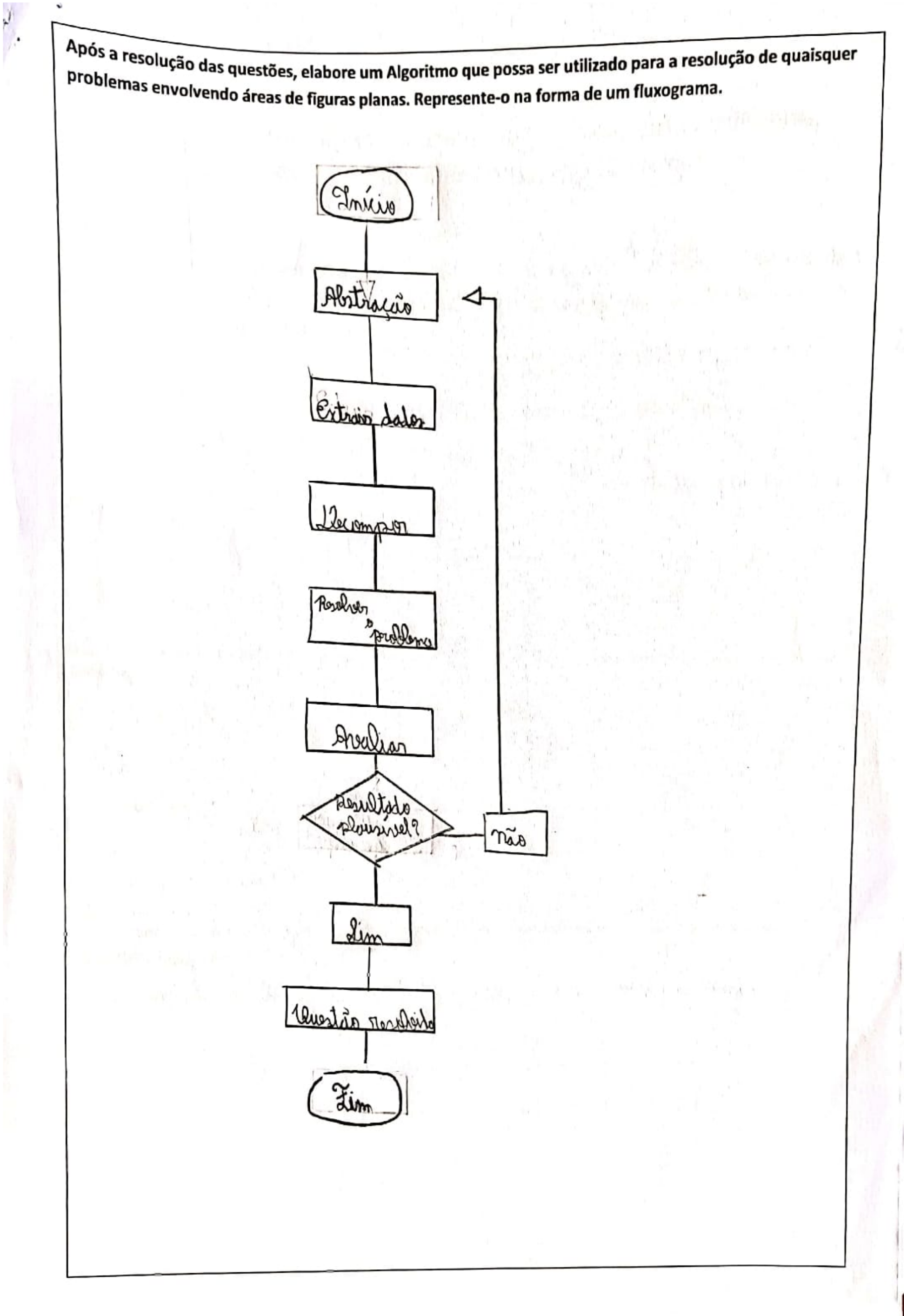
Sim, o resultado é plausível. O valor é coerente, os cálculos e as fórmulas estão corretos.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

Sim, o cálculo de áreas.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 72 – Fluxograma Elaborado por um aluno



Fonte: Acervo da Pesquisa

Capítulo 5

Considerações Finais

No curso deste trabalho, diversas dificuldades se apresentaram. As principais foram aquelas derivadas das consequências da pandemia da COVID-19 no campo da Educação. Como citado no Capítulo 4, a paralisação das atividades presenciais nas escolas no ano de 2020 impossibilitaram a aplicação das atividades durante aquele ano. Já no início de 2021, chegou a haver um retorno presencial das atividades escolares, o que permtiiu a realização de duas aulas presenciais, mas logo em seguida o ensino retornou à forma remota e a sequência didática precisou ser adaptada. Todos esses problemas acabam por provocar reflexos nos alunos, tanto psicológicos, relacionados diretamente com a pandemia, quanto no processo de ensino e aprendizagem, o que pode ter influenciado a apreensão dos conceitos de Pensamento Computacional.

Apesar disso, o trabalho conseguiu cumprir o seu objetivo de apresentar aos alunos uma nova ferramenta para resolução de problemas, baseada nos conceitos de Pensamento Computacional que possa auxiliar de modo efetivo na resolução de problemas matemáticos. Tendo em vista que nenhum dos alunos deixou a atividade totalmente em branco, percebe-se que, o fato de a metodologia apresentada fornecer uma sequência lógica para a resolução de problemas matemáticos, auxiliou os alunos a organizar suas ideias e conseguirem ao menos iniciar a resolução das questões e, na maioria dos casos, levá-la a cabo, chegando ao resultado.

O pensamento abstrato, tão comum na matemática, demonstrou ter sido bem percebido pelos alunos, que em sua maioria puderam notar que, ao extrair apenas o essencial de cada situação, facilita-se muito o processo de se chegar a uma resposta do exercício. O conceito de decomposição, como a ideia de que uma atividade complexa deve ser dividida em atividades menores, facilita principalmente no momento da resolução de problemas maiores, que demandam mais etapas para sua resolução: muitos alunos relataram que, durante a execução de tarefas de matemática, muitas vezes o tamanho da resolução os desencoraja a iniciá-la e, saber que é possível decompor essas tarefas, é um fator estimulante.

Também foi possível verificar que os alunos não estavam muito acostumados à ideia de realizar sempre a avaliação dos seus procedimentos durante as etapas de resolução das questões: o conceito de avaliação, apesar de necessitar ser aprofundado, despertou alguns alunos para a necessidade de avaliar sempre, pois um erro identificado ainda no início é mais fácil de ser corrigido.

A noção de que há padrões que se repetem e podem servir de aprendizado para a resolução de novas questões também foi algo que chamou a atenção dos alunos, que relataram que, depois da resolução de algumas questões, as demais foram se tornando mais fáceis de serem resolvidas, por conta da percepção desses padrões.

Por fim, pensar de forma algorítmica, seguindo sempre uma sequência lógica de etapas, demonstrou ter sido efetivo para que os alunos não "atropelassem"uma etapa na outra, conseguindo obter uma resposta lógica. Preocupa a quantidade de alunos que não conseguiram desenvolver essa etapa, o que demanda que o professor realize futuramente um aprofundamento neste conceito.

Tendo em vista os problemas surgidos durante a execução do trabalho, sugere-se que em aplicações futuras a metodologia seja pensada para ser aplicada em mais aulas e não num espaço de tempo limitado. Além disso, para futuros trabalhos, seria interessante a realização da atividade com dois grupos: um que tenha sido imergido nos conceitos do Pensamento Computacional e apresentado à metodologia de resolução de problemas baseada nestes conceitos e um outro grupo que não tenha tido contato com nenhuma dessas técnicas. Ao final compara-se o desempenho de cada grupo para verificar se houve correlação entre o conhecimento dos conceitos de Pensamento Computacional e um maior número de acertos nas atividades. Outra sugestão seria aplicar os conceitos a um número maior de estudantes, para que se tenha uma amostra maior.

Referências

ALMOULOUD, S. A.; MELO, E. G. Iniciação à demonstração: aprendendo conceitos geométricos. In: *XXIII Encontro Anped: Associação Nacional de Pesquisa em Educação, 2000*. Caxambu, MG: ANPED, 2000. Citado na página 18.

AQUINO, E. M. L. et al. Medidas de distanciamento social no controle da pandemia de COVID-19: potenciais impactos e desafios no brasil. *Ciência & Saúde Coletiva*, FapUNIFESP (SciELO), Rio de Janeiro, RJ, v. 25, n. suppl 1, p. 2423–2446, jun 2020. Citado na página 91.

BERNOULLI. *Manual do Professor*. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino: Belo Horizonte, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

BOUCINHA, R. M. *Aprendizagem do pensamento computacional e desenvolvimento do raciocínio*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de PósGraduação em Informática na Educação, Porto Alegre, RS, 2017. Citado na página 43.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da matemática*. São Paulo: Blucher, 2012. ISBN 9788521206415. Citado na página 27.

BOZOLAN, S. M. *O pensamento computacional: ensino e aprendizagem através do software processing*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Programa de Estudos Pós-Graduados em Tecnologia da Inteligência e Design Digital, São Paulo, SP, 2016. Citado na página 44.

BRACKMANN, C. P. *Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de PósGraduação em Informática na Educação, Porto Alegre, RS, 2017. Citado na página 43.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 17, 26, 27 e 48.

CAMPOS, F. C. A. et al. *Cooperação e aprendizagem on-line*. Rio de Janeiro: DPA Editora, 2003. ISBN 9788574902555. Citado na página 19.

CSIZMADIA, A. et al. *Computational thinking-A guide for teachers*. Londres: Computing At School, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 22, 23, 25 e 26.

DIAS, É.; PINTO, F. C. F. A educação e a covid-19. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, FapUNIFESP (SciELO), Rio de Janeiro, RJ, v. 28, n. 108, p. 545–554, sep 2020. Citado na página 91.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar 9*: Geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. ISBN 9788535716863. Citado na página 29.

EVES, H. *Introdução a historia da matematica*. 5. ed. Campinas (SP): Editora da Unicamp, 2004. ISBN 8526806572. Citado na página 27.

FRANÇA, E. B. et al. Óbitos por COVID-19 no brasil: quantos e quais estamos identificando? *Revista Brasileira de Epidemiologia*, FapUNIFESP (SciELO), Sao Paulo, SP, v. 23, 2020. Citado na página 91.

FRANÇA, R. S. de. *Uma abordagem pedagógica incorporada para o desenvolvimento do pensamento computacional no ensino fundamental*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, Ciência da Computação, Recife, PE, 2020. Citado na página 44.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. In: . São Paulo: Fundação Getúlio Vargas, 1995. v. 35, n. 3, p. 20–29. Citado na página 45.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar : como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. Rio de Janeiro: Record, 1997. ISBN 8501049654. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

INEP. techreport. *Brasil no PISA 2015*: Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros. São Paulo: Fundação Santilana, 2016. ISBN 978-85-63489-34-0. Citado na página 16.

JUNIOR, L. C. L.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, FapUNIFESP SciELO, Rio Claro, SP, v. 29, n. 53, p. 955–978, dez. 2015. Citado na página 41.

LIAL, M. *Essentials of geometry for college students*. Boston: Pearson/Addison-Wesley, 2004. ISBN 0-201-74882-7. Citado na página 29.

LIMA, E. L. *Medida e forma em Geometria*. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011. ISBN 9788583370895. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 34.

MORELATTI, M. R. M.; SOUZA, L. H. G. de. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do ensino fundamental e as novas tecnologias. *Educar*, Editora UFPR, Curitiba, PR, n. 28, p. 263 – 275, 2006. Citado na página 28.

OLIVEIRA, J. A. N. G. M. andJair Figueiredo de. *Algoritmos*: Lógica para desenvolvimento de programação de computadores. 29. ed. Sao Paulo: Érica, 2019. ISBN 978-85-365-3146-5. Citado na página 23.

OLIVEIRA, M. M. *Sequência didática interativa no processo de formação de professores*. Petrópolis: Vozes, 2013. ISBN 9788532644725. Citado na página 50.

ONUCHIC, L. D. L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: *BICUDO, M. A. V. (Org) Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. p. 199–218. Citado na página 41.

PERKOVIC, L. *Introdução à Computação usando Python: un foco no desenvolvimento de Aplicações*. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2016. ISBN 978-85-216-3081-4. Citado na página 17.

POLYA, G. O ensino por meio de problemas. *Revista do Professor de Matemática*, n. 7, p. 11–16, 1985. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/7/3.htm.> Citado na página 29.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas : um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciencia, 2006. ISBN 85-7193-136-4. Citado 4 vezes nas páginas 41, 42, 51 e 52.

SANCHEZ, M. et al. Mortalidade por COVID-19 no brasil: uma análise do registro civil de óbitos de janeiro de 2020 a fevereiro de 2021. FapUNIFESP (SciELO), São Paulo, SP, mar 2021. Citado na página 91.

SAS. Raio x do enem. assuntos mais cobrados no enem. organizados por áreas do conhecimento e disciplinas. *SAS Plataforma de Educação*, jan. 2019. Disponível em: <https://saseducacao.com.br/wp-content/uploads/2020/09/Raio-X-ENEM$_$digital-10.09.pdf>. Citado na página 28.

SHUTE, V. J.; SUN, C.; ASBELL-CLARKE, J. Demystifying computational thinking. *Educational Research Review*, Leuven, v. 22, p. 142 – 158, set. 2017. ISSN 1747-938X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1747938X17300350>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 24.

SILVA, F. M.; MENEGHETTI, R. C. G. Pensamento computacional na base nacional comum curricular. In: *Anais do VII CBE - Congresso Brasileiro de Educação*. Bauru, SP: Unesp - Faculdade de Ciências, 2019. Citado na página 26.

SOARES, L.; SCHOEN, T. H. Medidas de prevenção à covid-19 no retorno às aulas: Protocolos de 13 países. FapUNIFESP (SciELO), São Paulo, ago. 2020. Citado na página 92.

STAKE, R. E. Case studies. In: ______. *Handbook of Qualitative Research*. Londres: Londres: Sage, 2000. Citado na página 46.

STALLIVIERE, I. C. C. *A história da agrimensura*. 2011. Http://www.amiranet.com.br/artigo/ahistoria-da-agrimensura-16 >. Acesso em: 28 fev. 2020. Citado na página 18.

TENENTE, L. Enem: saiba o que mais cai em matemática e resolva 5 questões da disciplina. *Portal G1*, Rio de Janeiro, RJ, 2019. Citado na página 18.

WING, J. M. Computational thinking. *Communications of the ACM*, v. 49, n. 3, p. 33–35, mar. 2006. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 21.

WING, J. M. Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society London, v. 366, n. 1881, p. 3717–3725, jul. 2008. Citado na página 22.

YIN, R. *Estudo de caso : planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman, 2001. ISBN 8573078529. Citado na página 46.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização Assinada pela Diretora

UENF PROFMAT SBM

Porciúncula, 02 de fevereiro de 2021

AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretora,

Eu, **Wagner Figueiredo da Silveira**, professor do Centro Educacional São José e discente regularmente matriculado no Curso de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Matemática pela Universidade Estadual do Norte Fluminense, venho solicitar, por meio desta, a Vossa Senhoria, autorização para que possa desenvolver meu experimento de mestrado na turma do 1º ano do Ensino Médio do CESJ.

As atividades serão realizadas durante as aulas de Matemática, com o seguinte tema: **Pensamento Computacional no Ensino do Cálculo da Área de figuras planas na Educação Básica**, oportunidade na qual os alunos serão apresentados a novas formas de resolução de problemas envolvendo o cálculo da área de figuras planas.

Atenciosamente,

Wagner Figueiredo da Silveira

Wagner Figueiredo da Silveira
Professor de Matemática

De acordo,

Amabile T. Pelegrini

Amabile Terezinha Pelegrini
Diretora do Centro Educacional São José

Amábile Terezinha Pele...
Diretora

APÊNDICE B

Formulário de Autorização dos pais

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores pais ou responsáveis,

Os alunos da turma do 1º ano do Ensino Médio do Centro Educacional São José, em que seu filho(a) se encontra matriculado, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Estadual Norte Fluminense, realizado pelo mestrando e professor de matemática, Wagner Figueiredo da Silveira. A pesquisa será realizada na própria escola, durante as aulas de matemática, com o seguinte tema: **Pensamento Computacional no Ensino do Cálculo da Área de figuras planas na Educação Básica**. O objetivo das aulas é que os alunos sejam apresentados a novas formas de resolução de problemas envolvendo o cálculo da área de figuras planas, contribuindo para o a melhoria no ensino e aprendizagem do seu filho(a).

Solicitamos a sua autorização para que ele(a) possa participar das atividades, e a permissão para que os registros das atividades possam ser publicados. Desde já, agradeço, e peço que caso esteja de acordo preencha a autorização a seguir:

Eu, ____, autorizo a participação de meu filho(a) ____ na pesquisa desenvolvida pelo mestrando Wagner Figueiredo da Silveira na área profissional de matemática.

Porciúncula, 02 de fevereiro de 2021.

____

Assinatura do responsável

APÊNDICE C

Atividades Propostas para os alunos em Sala de Aula

Resolução de problemas de áreas de figuras planas utilizando conceitos de Pensamento Computacional

QUESTÃO 01

(BERNOULLI, 2020) Um terreno retangular tem 8,4 m por 15 m e está sendo gramado. Sabendo que um quilo de semente de grama é suficiente para gramar 3 m² do terreno, quantos quilos de semente de grama são necessário para gramar o terreno todo?

Abstração:	**Decomposição:**

Resolução:
O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

QUESTÃO 02

(PUC-RJ, 2013 - adaptada) Um show de rock foi realizado em um terreno retangular de lados 120 m e 60 m. Sabendo que havia, em média, um banheiro por cada 100 m², quantos banheiros havia no show?

Abstração:	**Decomposição:**

Resolução:

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

QUESTÃO 03

(IBMEC-RJ, 2013 - adaptada) Uma emissora de TV, em parceria com uma empresa de alimentos, criou um programa de perguntas e respostas chamado “UM MILHÃO NA MESA”. Nele, o apresentador faz perguntas sobre temas escolhidos pelos participantes. O prêmio máximo é de 1 milhão de reais que fica, inicialmente, sobre uma mesa, distribuído em 50 pacotes com 1000 cédulas de 20 reais cada um. Cada cédula de 20 reais é um retângulo de 14 cm de base por 6,5 cm de altura. Colocando todas as cédulas uma ao lado da outra, que superfície elas ocupariam?

Abstração:	**Decomposição:**

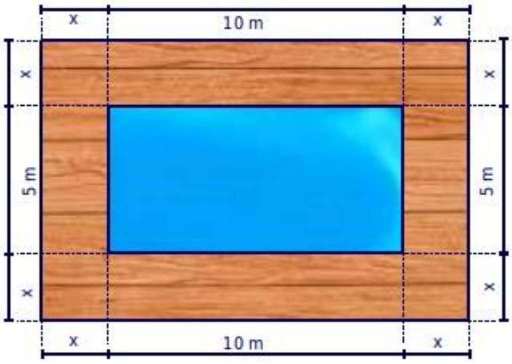
Resolução:

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

QUESTÃO 04

(UFES, 1996 - adaptada) Ao redor de uma piscina retangular com 10 m de comprimento por 5 m de largura, será construído um revestimento de madeira com x metros de largura, representado na figura a seguir. Existe madeira para revestir 87,75 m². Qual deverá ser a medida x para que toda a madeira seja aproveitada?



Abstração:	**Decomposição:**

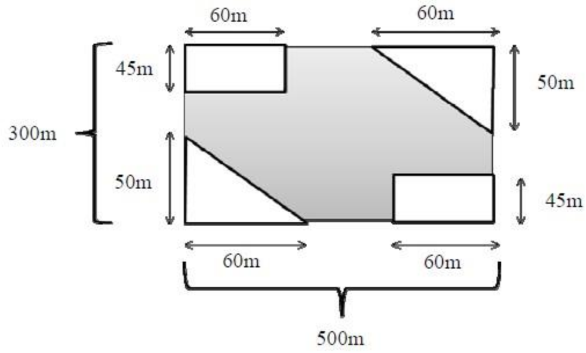
Resolução:

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

QUESTÃO 05

(COTEC, 2020 - adaptada)Uma praça está inscrita em uma área retangular cujos lados medem 300 m e 500 m, conforme a figura abaixo. Calculando a área da praça, quanto obtemos? Note que a praça é referente à área sombreada.



Abstração:	**Decomposição:**

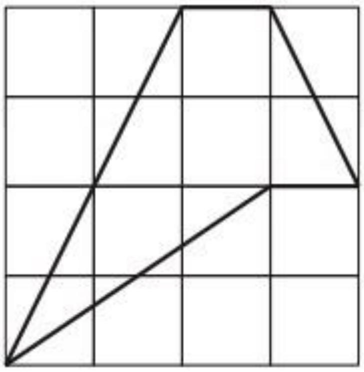
Resolução:

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

QUESTÃO 06

(PUC-MG, 2010 - adaptada) De uma placa quadrada de 16 cm², foi recortada uma peça conforme indicado na figura. Determine a medida da área da peça recortada, em centímetros quadrados?



Abstração:	**Decomposição:**

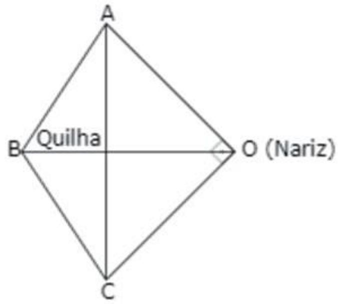
Resolução:

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

QUESTÃO 07

(Bernoulli, 2020) O cálculo da vela de uma asa delta é importante para a segurança dos praticantes deste esporte. Um dos modelos de asa delta consiste em dois triângulos isósceles, um ABC de base AC e outro AOC de base AC, que formam um quadrilátero de diagonais perpendiculares ABCO. Os triângulos são ligados por uma quilha de modo a formar um ângulo de 90º no nariz. Observe a figura:



A vela da asa delta influencia na resistência do ar e, consequentemente, na velocidade desempenhada. Determine o valor da área, em m², sabendo que OA = OB = OC = 2 m.?

Abstração:	**Decomposição:**

Resolução:
É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?
O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

QUESTÃO 08

(ENEM,2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em que porcentagem??

Abstração:	**Decomposição:**
Resolução:	
O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.	
É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?	

QUESTÃO 09

(ENEM, 2015) O prefeito de uma cidade deseja promover uma festa popular no parque municipal para comemorar o aniversário de fundação do município. Sabe-se que esse parque possui formato retangular, com 120 m de comprimento por 150 m de largura. Além disso, para segurança das pessoas presentes no local, a polícia recomenda que a densidade média, num evento dessa natureza, não supere quatro pessoas por metro quadrado. Seguindo as recomendações de segurança estabelecidas pela polícia, qual é o número máximo de pessoas que poderão estar presentes na festa?

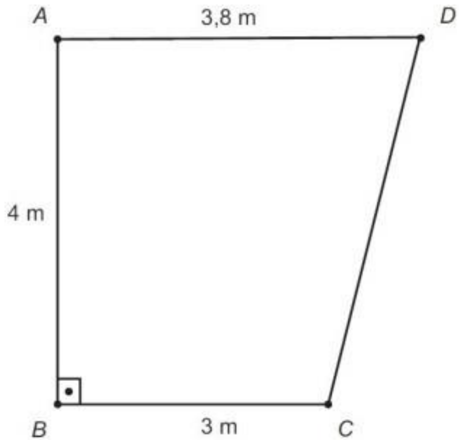
Abstração:	**Decomposição:**
Resolução:	
O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.	
É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?	

QUESTÃO 10

Um fabricante recomenda que, para cada m² do ambiente a ser climatizado, são necessários 800 BTUh, desde que haja até duas pessoas no ambiente. A esse número devem ser acrescentados 600 BTUh para cada pessoa a mais, e também para cada aparelho eletrônico emissor de calor no ambiente. A seguir encontram-se as cinco opções de aparelhos desse fabricante e suas respectivas capacidades térmicas:

Tipo I: 10500 BTUh	Tipo II: 11000 BTUh	Tipo III: 11500 BTUh	Tipo IV: 12000 BTUh	Tipo V: 12500 BTUh

O supervisor de um laboratório precisa comprar um aparelho para climatizar o ambiente. Nele ficarão duas pessoas mais uma centrífuga que emite calor. O laboratório tem forma de trapézio retângulo, com as medidas apresentadas na figura.



Para economizar energia, o supervisor deverá escolher o aparelho de menor capacidade térmica que atenda às necessidades do laboratório e às recomendações do fabricante. A escolha do supervisor recairá sobre o aparelho de que tipo?

Abstração:	Decomposição:

Resolução:

O resultado encontrado por você é plausível, considerando o contexto do problema e a pergunta do enunciado? Justifique.

É possível verificar padrões na resolução dos exercícios até aqui? Quais?

Após a resolução das questões, elabore um Algoritmo que possa ser utilizado para a resolução de quaisquer problemas envolvendo áreas de figuras planas. Represente-o na forma de um fluxograma.