UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROFMAT – PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL

EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PATRICIA APARECIDA PINHEIRO

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

SÃO CARLOS

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROFMAT – PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL

EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PATRICIA APARECIDA PINHEIRO

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Orientação:

Profª. Drª. Grazielle Feliciani Barbosa

São Carlos

2013

Dedico este trabalho a todos os colegas docentes que, assim como eu, enfrentam com entusiasmo os desafios que surgem a cada dia na função de ensinar matemática.

“Não há maior sinal de loucura do que fazer uma coisa repetidamente e esperar a cada vez um resultado diferente.”

(Albert Einstein)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelas boas oportunidades que tenho tido, como a de cursar esse Programa de Mestrado, que foi de grande enriquecimento para meu conhecimento.

À minha mãe, Maria, que apesar de não ter tido muitas chances de estudar, sempre me incentivou na minha formação profissional.

Aos meus amigos, que compartilharam das minhas angústias e incertezas e sempre me deram apoio; em especial agradeço aos amigos Wesley, Karen e Juliana que colaboraram para a realização deste trabalho.

Aos colegas do Profmat, por toda a ajuda no decorrer do curso.

Aos professores do programa, por toda dedicação que tiveram, em especial à minha orientadora, Grazielle e ao coorientador Paulo Caetano.

Agradeço ainda a muitos dos meus alunos, os que tiveram envolvidos neste trabalho ou não, pois tenho aprendido muito na relação com eles.

RESUMO

Este trabalho baseia-se em reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra em sua fase introdutória com alunos do sétimo e oitavo anos do Ensino Fundamental, tendo como produto final uma sequência didática com o objetivo de introduzir o pensamento algébrico de forma mais eficaz. Em um primeiro momento, fazemos uma discussão acerca dos aspectos relacionados à introdução ao estudo da álgebra, abordando as dificuldades e os erros que os alunos apresentam à luz dos pensamentos de vários autores e pesquisadores em Educação Matemática. Também trazemos as diretrizes gerais para o ensino de tal assunto segundo documentos oficias (Parâmetros Curriculares Nacionais e Proposta Curricular do Estado de São Paulo). Além disso, apresentamos a proposta de sequência didática idealizada, e discorremos a respeito das metodologias escolhidas. Em um segundo momento, tratamos da aplicação da sequência em duas turmas do oitavo ano de uma escola da rede estadual de São Paulo. Por fim, expomos impressões, resultados e sugestões para que a sequência didática proposta possa ser usada e aprimorada por outros docentes.

Palavras-chave: Introdução ao estudo da álgebra. Metodologias de ensino. Sequência didática.

ABSTRACT

This study is based on considerations regarding the teaching and learning of algebra in its introductory phase with seventh graders and eighth year of elementary school, having as final product an instructional sequence with the objective of introducing algebraic thinking more effectively. At first, there is a discussion of issues related to the introduction to the study of algebra, such as the difficulties and mistakes that students have upon the lights of the thoughts of various authors and researchers in Mathematics Education. It also provides general guidelines for teaching this subject according to official documents (Brazilian Curricular Parameters and Curricular Proposal of the State of São Paulo). Moreover, it contains a proposed instructional sequence that aims to introduce algebraic thinking effectively, bringing even discussions about the chosen methodologies. The second phase deals with the application of this sequence into two classes of eighth year of a public school from the state of São Paulo. Finally, we expose our impressions, the student outcomes and also suggestions in order to the sequence can be used and improved by other teachers.

Keywords: Introduction to the study of algebra. Teaching methodologies. Instructional sequence

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

A partir da experiência de trabalho docente, podemos constatar que muitos alunos apresentam grandes defasagens em conteúdos de matemática, gerando dificuldades para avançarem em seus estudos, principalmente quando o assunto estudado é álgebra.

O presente trabalho foi realizado na Escola Estadual Professor Francisco Gomes, pertencente à rede estadual de São Paulo, situada na cidade de Cravinhos, onde a autora ministra aulas de matemática há quatro anos. Nesse período trabalhando principalmente com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, vemos a dificuldade que eles apresentam em desenvolver o pensamento abstrato, que é próprio da álgebra, quando chegamos a assuntos como equações do segundo grau e funções. Sempre houve a necessidade de retomar alguns pré-requisitos, como propriedades das operações básicas, equações do primeiro grau, fatoração de expressões algébricas, etc..., tentando recuperar as defasagens das séries anteriores. Podemos observar também uma certa resistência por parte de muitos alunos em estudar conteúdos do campo da álgebra; talvez, por julgarem "difícil de entender", esses alunos se fecham à aprendizagem de conceitos novos.

Com alunos do 9º ano notamos muitas vezes, investigando seus conhecimentos prévios, que os conceitos algébricos adquiridos por eles até então não eram dotados de significados, sendo muito mais um monte de regras, conteúdos e algoritmos prontos, apresentados a eles sem que houvesse aprendizado efetivo. Isso ocorre com boa parte dos alunos.

Em virtude disso, idealizamos um trabalho com alunos do 8º ano para ser aplicado no início do ano letivo de 2013, na forma de uma sequência didática, com objetivo de introduzir o pensamento algébrico necessário para domínio dos métodos de resolução de equações do primeiro grau e desenvolvimento da abstração própria da álgebra. Apesar da introdução à álgebra ser assunto do 4º bimestre do 7º ano, por diversos motivos muitos dos alunos não chegaram a ver tal conteúdo, justificando a aplicação dessa sequência didática no início do 8º ano.

1.1 – Motivação

Como mencionado na introdução, a ideia de desenvolver esse trabalho surgiu das experiências como docente. Podemos perceber o fracasso dos alunos em avaliações de matemática, tanto nas internas utilizadas como instrumento para mensurar um conceito ao final de um bimestre, quanto nas externas utilizadas por órgãos públicos para gerar índices de aprendizagem. Esse fracasso nos faz refletir sobre a prática docente e pensar em meios de melhorar esses resultados, principalmente quando o assunto avaliado é relacionado à álgebra.

Muito se discute sobre o ensino da matemática e seu aparente insucesso. É notável que o estudo da álgebra constitui um campo muito importante no desenvolvimento do conhecimento matemático, pois a partir da álgebra é possível obter meios para caracterizar e compreender diversas estruturas matemáticas, conforme afirma Usiskin (1995). Para ele a álgebra pode ser ensinada a partir de quatro concepções diferentes: como aritmética generalizada, como meio para resolver certos problemas, como estudo de relações (funções) e como estudo da sua própria estrutura, explorando a manipulação de seus símbolos. O fato é que muitas vezes o assunto é abordado apenas a partir desta última concepção. O foco exagerado na manipulação dos símbolos e memorização de regras leva o aluno a enxergar a álgebra de forma minimalista não compreendendo o protagonismo desta no estudo da matemática, não vendo sua finalidade e até mesmo tomando "antipatia" pelo conteúdo. Isto leva a reflexão sobre mudanças necessárias no ensino da álgebra. A memorização e o aprendizado de técnicas de manipulação e simplificação de expressões algébricas tornam-se um tanto obsoletos com o avanço de tecnologias e uso de computadores. Observe a citação a seguir tirada do artigo de Usiskin(1995, p.20):

> Consideramos, por exemplo, a questão das técnicas manipulatórias lápis-papel. No passado, tinha-se que dominar essas técnicas para resolver problemas e estudar funções e outras relações. Hoje, como os computadores são capazes de simplificar expressões, resolver sentenças e fazer gráficos de funções, o destino das técnicas manipulatórias torna-se uma questão relativa à importância da álgebra como uma estrutura, como o estudo de sinais arbitrários no papel, como o estudo de relações arbitrárias entre símbolos. O ponto de vista predominante hoje, ao que parece, é que

> esse não deveria ser o critério principal (nem certamente o único critério) para se determinar o conteúdo da álgebra.

Por tudo isso, resolvemos neste trabalho propor uma sequência didática que não priorizasse a simples manipulação e uso de regras, mas a construção do conhecimento algébrico pelo próprio aluno, com atividades em que ele, a partir de outros conhecimentos matemáticos, constrói, conjectura, tira conclusões e manipula, tentando assim obter sucesso com um aprendizado significativo.

1.2 – Objetivos

O objetivo do presente trabalho é discutir as dificuldades apresentadas pelos alunos quando se trata de álgebra, quais suas possíveis causas, e propor uma sequência didática que introduza o conteúdo de forma significativa a partir de diversas atividades propostas a alunos do 8º ano de uma escola pública estadual da rede de São Paulo. Estas atividades exploram diferentes metodologias que privilegiam o interesse e participação dos alunos, e que tentam facilitar sua compreensão de forma que o aprendizado seja dotado de significado.

O trabalho traz essa proposta, registros da sua aplicação em sala de aula e os resultados. Esperamos que ele possa ser utilizado por professores que também sentem dificuldades ao introduzir álgebra com alunos do Ensino Fundamental.

Apresentando os relatórios das aplicações das aulas é possível que os colegas docentes reflitam, vejam a viabilidade de aplicar a sequência didática e proponham melhorias, visando o melhor aproveitamento com os alunos.

1.3 – Metodologia

Neste trabalho nos utilizamos de diferentes metodologias para idealizar uma sequência didática com a finalidade de envolver e motivar os alunos para o estudo da álgebra, que para a maioria era algo completamente novo. Priorizamos formas de abordagem cujo foco fosse os significados e não a simples memorização de regras.

Antes de iniciar o estudo da álgebra, fizemos uso de um texto sobre a história desse campo da matemática, com linguagem acessível para os alunos do 8º ano, com base em pesquisas em sites e livros. Apresentamos a eles este texto com uso de recursos audiovisuais (data show, com apresentação de slides). Em seguida propusemos atividades que exigiam interpretação do texto e retomada de conteúdos anteriores.

Ao iniciar, separamos a abordagem da letra em álgebra em duas partes, considerando dois aspectos: a letra como variável e a letra como incógnita. Propusemos atividades com uso de geometria (cálculo de áreas de quadriláteros) para introduzir a ideia de variável.

A introdução da ideia de incógnita e a definição de equação foram feitas de forma informal. A proposta inicial é resolver equações simples por meio de tentativas e em seguida apresentar um método de resolução utilizando material concreto, um conjunto de cartões com cores e formatos variados, utilizados para representar e manipular os termos de equações, chegando à sua solução.

Por fim, a sequência idealizada traz uma série de problemas relacionados também com o cálculo de áreas de quadriláteros, em que o aluno deve escrever em linguagem algébrica (equações) problemas dados em língua materna e resolvê-los.

Nos capítulos a seguir também fazemos comentários e justificativas sobre as metodologias utilizadas na idealização da sequência didática desse trabalho.

1.4 – Descrição dos capítulos

O trabalho está estruturado em seis capítulos.

O primeiro que contém essa introdução.

O segundo capítulo discorre sobre os aspectos do ensino e aprendizagem da álgebra a partir da análise de documentos oficiais e de trabalhos de estudiosos em Educação Matemática. Nele há discussões sobre a transição do concretismo aritmético para a abstração algébrica.

O terceiro capítulo é a descrição da sequência didática idealizada para introduzir o pensamento algébrico, e nele também são mostradas as atividades e as considerações a respeito da sua aplicação.

O quarto capítulo traz a justificativa das metodologias escolhidas para comporem a sequência didática idealizada, bem como algumas reflexões a respeito destas metodologias e a forma de utilizá-las para garantir uma aprendizagem significativa.

No quinto capítulo são apresentados resultados da aplicação da sequência didática em duas turmas de oitavo ano de uma escola pública da rede estadual de São Paulo, e também impressões sobre a receptividade e desempenho dos alunos.

No sexto e último capítulo é apresentada uma breve conclusão do presente trabalho.

CAPÍTULO 2 – APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

Este capítulo trata de aspectos importantes do ensino e aprendizagem da álgebra. Inicialmente são apresentados os conteúdos de álgebra que devem ser ministrados nas respectivas séries/anos de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Em seguida, tratamos das complicações para os alunos decorrentes da transição entre a aritmética e a álgebra.

2.1 – O ensino e aprendizagem da álgebra em documentos oficiais

Os PCNs de matemática do terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental trazem as diretrizes gerais para o ensino da matemática nesta etapa. Nele há uma parte específica com orientações didáticas para cada assunto. Na parte que se destina a álgebra pode-se perceber o destaque que exerce tal assunto no ensino da matemática. Os PCNs(1998, p. 115) afirmam:

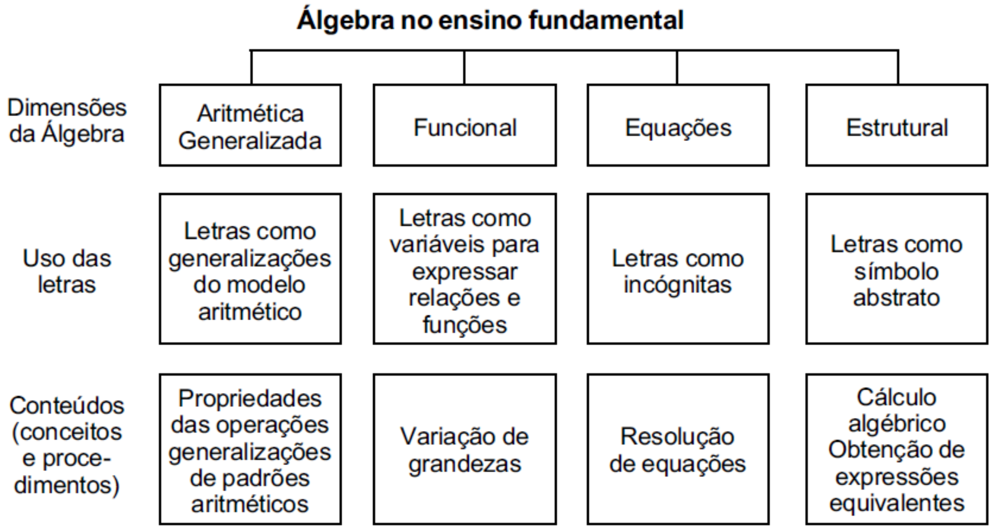
> O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

Ao mesmo tempo em que se destaca a importância da álgebra, há também a preocupação quanto à forma como ela vem sendo ensinada. Essa preocupação se acentua quando analisamos resultados de avaliações externas, como cita os Parâmetros Curriculares Nacionais(1998, p.115): “Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.”

Observando esses resultados e a problemática em que está inserido o ensino da álgebra na escola básica, muitos professores tendem a dedicar mais tempo ao ensino do conteúdo, mas não de forma adequada para garantir seu sucesso. Se prendem muitas vezes ao ensino de meras técnicas operatórias, manipulação de símbolos, desconectados de sentidos. O tempo dedicado ao ensino dessas regras e “receitas” em álgebra acaba por prejudicar outras áreas não menos importantes, pois não há tempo suficiente para aprofundar-se nelas, como a Geometria, por exemplo. Muitos professores, também na ânsia de trazer sentido para o que está ensinando acabam trazendo para o ensino fundamental conteúdos do ensino médio, o que não é adequado ao nível do aluno.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) é importante apresentar ao aluno todas as dimensões da álgebra e as interpretações do uso das letras. O quadro da Figura 1 foi extraído desse documento e traz de forma sintética essas interpretações da álgebra escolar e as funções das letras.

Figura 1: Interpretações da álgebra escolar



Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais

É fato que a maioria dos professores não aborda essas quatro dimensões, dando destaque apenas para a resolução de equações, muitas vezes desconectadas de problemas, e ao estudo do cálculo algébrico. Para a compreensão de conceitos e procedimentos é necessário que seja trabalhado essas quatro dimensões de forma articulada no ensino fundamental.

Os PCNs (1998) trazem ainda sugestões de como trabalhar o assunto, articulado com outras áreas da matemática, como aritmética e geometria. Como uma das interpretações da álgebra é a de generalização de padrões aritméticos, o documento traz sugestões de atividades para o ensino dessa dimensão, como as de investigação de padrões em sequências numéricas ou de figuras. Em geometria, ele destaca a generalização do cálculo de áreas e perímetros e a obtenção de expressões algébricas que expressem a relação entre a área ou perímetro e a medida do lado da figura.

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo de 2008 se apresenta dividida em áreas do conhecimento e uma área é específica para a Matemática. Ela traz quais competências e habilidades o aluno deve adquirir na educação básica, uma proposta de grade curricular com os conteúdos a serem ministrados por série/ano e instruções ao docente de como utilizá-la. Ela é composta do documento oficial que traz as instruções gerais e dos materiais didáticos denominados “Caderno do Professor” e “Caderno do Aluno” divididos por série e bimestre.

A proposta para matemática é dividida em quatro grandes blocos temáticos, são eles: números, operações, funções; espaço e forma; grandezas e medidas; tratamento da informação. A parte que se destina ao estudo da álgebra está relacionada ao primeiro bloco: números, operações, funções.

Na presente proposta a introdução à álgebra é abordada no material do quarto bimestre da sexta série/sétimo ano. O 4º volume do Caderno do Professor da 6ª série traz a introdução do pensamento algébrico com a proposta de diversas metodologias que favorecem a compreensão do aluno sobre as diferentes funções do uso das letras em álgebra. O mesmo volume do Caderno do Aluno traz as atividades a serem realizadas pelos alunos, enquanto o material do professor fornece instruções didáticas, justificativas e sugestões para a abordagem das atividades em aula.

O Caderno do Professor (2009, p.9) orienta:

> O estudo da Álgebra no Ensino Fundamental inicia-se, de forma organizada e intencional, na 6ª série, com o uso de letras para representar valores desconhecidos, relações entre grandezas e padrões e regularidades numéricas. O aluno deve tomar contato com equações simples e saber resolvê-las usando diferentes estratégias.

Vale ressaltar que a introdução ao estudo da álgebra é feita no 4º bimestre da 6ª série/7º ano. No entanto, muitos alunos por motivos diversos chegam ao 8º ano sem terem visto tal conteúdo.

Os Cadernos do Professor e do Aluno são divididos em Situações de Aprendizagem. Este, que trata da introdução à álgebra é composto por quatro. A primeira traz atividades de reconhecimento de padrões em figuras e em sequências numéricas e a representação dessas regularidades por meio da linguagem algébrica. A Situação de aprendizagem 2 traz um trabalho com fórmulas diversas, matemáticas ou não, e a relação entre estas e equações. A terceira foca em resolução de equações. A quarta e última situação de aprendizagem traz problemas que envolvem proporcionalidade, assunto já estudado pelos alunos neste momento, agora introduzindo o procedimento da regra de três, uma vez que eles já devem saber neste momento resolver equações. Podemos notar nessa proposta que as atividades procuram introduzir o pensamento algébrico sob os diversos aspectos da abordagem do uso de letras e assim percebe-se que esta proposta se comunica muito bem com os Parâmetros Curriculares Nacionais.

A sequência didática proposta neste Trabalho também está em consonância tanto com os PCNs quanto com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, pois faz abordagem semelhante, com metodologias diversificadas que primam o aprendizado construído pelo próprio aluno e cheio de significado que são os mesmos objetivos dos documentos oficiais citados.

2.2 – A transição aritmética/álgebra

A introdução ao estudo da álgebra que se dá entre o sétimo e o oitavo ano do Ensino Fundamental é objeto de muitas pesquisas e discussões no âmbito da Educação Matemática. Isso se deve ao fato de serem observadas diversas dificuldades nesse processo, bem como defasagens em tal conteúdo em séries posteriores. Trataremos nesta seção da problemática em torno da transição do concreto, que os alunos vêm estudando em aritmética até então, para o abstrato, necessário à compreensão do pensamento algébrico.

A definição de aritmética e álgebra pode ser feita sobre vários contextos. Teles (2004) sugere os seguintes: o da Matemática Acadêmica, o do senso comum, e o da Educação Matemática. A partir de pesquisas em enciclopédias de matemática ela conclui que "...definições evidenciam que o uso de letras não é o critério hoje para diferenciar álgebra e aritmética na matemática acadêmica."(TELES, 2004, p. 2). No que diz respeito ao senso comum, os dicionários da língua portuguesa trazem a definição de aritmética referindo-se aos números, e de álgebra voltada à etimologia da palavra referindo-se, principalmente, à resolução de equações. O dicionário Priberam da Língua Portuguesa em sua versão *online* define aritmética como sendo a "Ciência que estuda as propriedades elementares dos números racionais." Este mesmo dicionário define álgebra como "Ciência do cálculo das grandezas representadas por letras."

É fácil perceber a separação entre aritmética e álgebra feita pelo senso comum, e isso ocorre muitas vezes também quando os assuntos são ensinados aos alunos. Conforme estudos em Educação Matemática, elas são interdependentes e complementares, não podendo ser ensinadas de forma desconectas. Teles (2004, p. 4) conclui:

> Os estudos em educação matemática apresentam a aritmética tratando de números, operações e das propriedades destas, enquanto a álgebra possui um aspecto de generalização da aritmética, tem a função de ferramenta e destaca-se por causa da utilização da linguagem simbólica. Inferimos, portanto, que na Matemática escolar é quase impossível colocar uma divisória ou estabelecer limites entre aritmética e álgebra, muito menos impor uma ordem estrita, primeiro aritmética, depois álgebra.

E afirma também que "Embora a dicotomia aritmética tratando de números e álgebra tratando de letras, como já dissemos seja simplista, a questão do uso de representações simbólicas é central na álgebra." Isto é, apesar de serem áreas interligadas, é com a introdução da álgebra que o estudante adentra um universo simbólico totalmente novo, e isso é causa de muitas dificuldades que são objetos de muitas reflexões em Educação Matemática.

Diversos estudos são realizados em torno dessa transição e há indícios que muitas das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da álgebra sejam “herdadas” da forma como lhes foi ensinada a aritmética. Pimentel (2010, p. 29) afirma:

> O modo com que se realiza a abordagem da aritmética influencia na introdução ao raciocínio algébrico, pois este necessita de conhecimentos operacionais aritméticos, além de uma preparação que introduza formas mais abstratas de pensar, especialmente para o entendimento das propriedades gerais dos números.

Através de uma pesquisa realizada com alunos da oitava à décima série, com idade entre treze e dezesseis anos, no Reino Unido de 1980 a 1983, Booth (1995) constata que os erros cometidos pelos alunos ao resolver problemas relacionados à álgebra podiam se originar das ideias deles sobre aspectos como(BOOTH, 1995, p. 24):

> a) o foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”;
>
> b) o uso da notação e da convenção em álgebra;
>
> c) o significado das letras e das variáveis;
>
> d) os tipos de relações e métodos usados em aritmética.

Enquanto que na aritmética o foco é encontrar respostas numéricas para determinados problemas, na álgebra é se apropriar da sua linguagem específica, sabendo representar e resolver situações, sem haver a necessidade de fornecer um número como resultado. Daí surge uma das dificuldades dos alunos, pois eles parecem querer sempre dar uma resposta numérica. Tudo isso leva a crer que há uma dificuldade em “aceitar a ausência de fechamento” (Collins, 1975).

Outra dificuldade apresentada pelos alunos segundo as pesquisas de Booth (1995) é quanto ao uso da notação em álgebra. Símbolos antes usados em aritmética assumem um significado diferente no contexto algébrico. Os símbolos operatórios + e = por exemplo, em aritmética significam efetuar uma operação e dar um resultado como resposta, respectivamente. Em álgebra o símbolo + pode indicar o resultado da adição e não simplesmente a ação de somar como na expressão 2a +

5b e o sinal = representa uma relação de equivalência e não um comando para escrever uma resposta. Muitos alunos costumam simplificar a expressão anterior dando como resposta 7ab simplesmente juntando os termos. Daí percebe-se também confusão quanto à justaposição dos termos; em álgebra sabemos que ela representa o produto entre eles, entretanto em aritmética há casos em que ela representa a soma, como na escrita de números mistos, por exemplo: $2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ e também está implícito no valor posicional como em 43 = 4 dezenas + 3 unidades (Booth, 1995). Abordagens que valorizem os diversos conceitos desses e outros símbolos em aritmética podem favorecer posteriormente o estudo da álgebra, apresentando aos alunos situações como 5 = 2 + 3 ou 1 + 4 = 2 + 3 e fazendo a leitura correta desses símbolos, evitando dizer "2 mais 3 dá 5" por exemplo. (Booth, 1995).

Muitas confusões surgem também devido ao fato da utilização de letras para representar valores, o que não havia no estudo da aritmética. Nesta, as letras quando utilizadas têm fins diversos dos da álgebra como para expressar unidades de medida: a letra m em aritmética pode representar "metros", mas não a quantidade de metros como em álgebra. Booth (1995) sugere que o professor tenha cuidado ao fazer afirmações do tipo "a representa o número de abacaxis" ou escrever "*A = b x a*" como uma expressão para a área de um retângulo, onde *b* é a base e *a* é a altura. Isso leva o aluno a muitas vezes fazer analogias semelhantes em expressões algébricas que não possuem o mesmo contexto. A ideia de variável não é um conceito fácil de ser assimilado pelo aluno. Observa-se que mesmo depois de compreender que a letra pode representar um valor numérico, eles tendem a considerar que esse valor é único, como ocorre em equações do primeiro grau com uma incógnita e não compreender que a letra pode representar uma generalização ou variáveis.

Observa-se que há dificuldades na aprendizagem da álgebra originárias das diferenças entre a aritmética e esta. No entanto, uma não é desconecta da outra, sendo a álgebra muitas vezes, a "aritmética generalizada", como já mencionado. Essas dificuldades, portanto, não são da aprendizagem da álgebra em si, como afirma Booth (1995, p. 33): "Nesse caso, as dificuldades que o aluno tem em álgebra não são tanto de álgebra propriamente dita, mas de problemas em aritmética que não foram corrigidos.” Esses problemas surgem do uso incorreto de convenções em aritmética como das propriedades operatórias ou da ordem das operações, como também da falta de formalidade ao expressar e resolver problemas em aritmética, uma vez que para se chegar à solução isso muitas vezes parece desnecessário.

Essas reflexões tentam lançar luz sobre a problemática do ensino e aprendizagem da álgebra, mas não esgotam todas as possibilidades. O professor na sua prática deve ter condições de compreender e tentar sanar as dificuldades dos seus alunos. Para isso ele deve ter conhecimento pleno técnico e pedagógico do conteúdo. Pimentel apud Shulman (2009) diz que o conhecimento necessário ao educador pode ser dividido em três categorias: “1) o conhecimento do conteúdo; 2) o teor pedagógico do conteúdo e 3) o conhecimento curricular.” (PIMENTEL, 2009, p. 16). Assim o professor será capaz de refletir sobre o melhor método para ensinar seus alunos, trabalhando de forma interdisciplinar com outras áreas do conhecimento e da própria matemática e buscar formas de recuperar suas defasagens, sabendo dar foco ideal dado o grau de importância de cada assunto.

CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA

3.1 – DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Iniciamos o estudo da álgebra apresentando aos alunos o contexto histórico de seu desenvolvimento. É notório que essa estratégia de ensino estimula nos alunos o interesse e curiosidade e assim, motiva-os a se empenharem no estudo. Com esse fim, apresentamos o texto do Anexo 1 aos alunos em material impresso e também fizemos a sua explanação por meio de slides usando um aparelho de *data show*.

Após a leitura do texto do Anexo 1, com as devidas explicações e complementações, a sequência didática trouxe a lista de atividades do Anexo 2. Essa lista foi oferecida aos alunos em material impresso, que a responderam a partir de observações e do texto do Anexo 1. Nesta lista, quisemos explorar o significado de álgebra de forma simples e inteligível para o nível da turma e investigar o entendimento quanto ao desenvolvimento da álgebra e suas fases no decorrer da história. A lista também contém uma atividade de revisão, contextualizando o assunto com um conteúdo já estudado por eles na 6ª série/7º ano: o sistema de numeração mesopotâmico. Há ainda, na última atividade uma questão a título de curiosidade que eles tentaram resolver por meio de investigação simples, tentativas e erros, que deve ser retomada após o estudo de equações.

As atividades na sequência didática foram propostas em dois blocos distintos, com a intenção de introduzir as duas principais ideias associadas à álgebra: a letra como variável e como incógnita, nessa ordem.

No primeiro bloco (Anexo 3) foram propostas atividades para dar início à transição do concreto da aritmética para o abstrato da álgebra. Foram escolhidos problemas relacionados principalmente a geometria por serem mais manipuláveis e significativos do que outros tipos de problema. Em problemas geométricos, os alunos podem facilmente, testar, verificar, concluir, a partir de desenhos e representações em materiais concretos. As atividades abordaram o cálculo e generalização de áreas e perímetros de alguns quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo. O intuito das atividades do primeiro bloco eram induzir o aluno à generalização, obtendo as conhecidas fórmulas para áreas e perímetros de quadriláteros.

No segundo bloco (Anexo 4) trabalhou-se com o conceito de equação, introduzindo a ideia da letra como incógnita. A intenção era trabalhar de forma lúdica e concreta para que o aluno construísse seu conhecimento e entendesse o significado de todo o algoritmo usado na resolução de equações. As atividades iniciais desse segundo bloco abordaram equações onde o aluno deveria tentar descobrir o valor incógnito por meio de tentativas, supondo e testando. Em seguida a atividade introduziu o algoritmo de resolução de equações com uso de material concreto. Os alunos já tinham em mãos o material que seria utilizado, construído nas aulas de Arte graças à colaboração da colega docente dessa disciplina na escola, a saber: 20 cartõezinhos quadrados da cor azul representando cada um uma unidade positiva; 20 cartõezinhos quadrados na cor vermelha representando cada um uma unidade negativa; 10 cartõezinhos no formato de um quarto de círculo na cor azul representado cada um uma unidade incógnita positiva; 10 cartõezinhos no formato de um quarto de círculo na cor vermelha, representando cada um uma unidade incógnita negativa; uma barra em cartão preta representando o sinal de igual.

Houve ainda uma atividade com resolução de problemas (Anexo 5), utilizando os conhecimentos adquiridos no primeiro bloco sobre área e perímetro de quadriláteros e polígonos em geral. Nesta atividade buscou se testar a capacidade do aluno em abstrair informações e transformá-las da linguagem corrente para a algébrica e em seguida resolver as equações obtidas.

A sequência didática procurou trazer, em todas as suas atividades, o aluno como protagonista do conhecimento, colocando-o para formular hipóteses, tomar decisões, tirar conclusões. Pretendeu-se com isso iniciar uma caminhada pela álgebra com conceitos cheios de significados ao invés de entendê-la como algo cheio de incógnitas a se desvendar.

3.2 – JUSTIFICATIVAS DAS METODOLOGIAS PROPOSTAS

Como se pôde observar na descrição da sequência didática, a proposta foi composta por metodologias diversas que objetivaram a motivação e o interesse do aluno, bem como o aprendizado efetivo com significado. As metodologias destacadas na elaboração da sequência proposta para introduzir os alunos ao pensamento algébrico foram o uso de História da Matemática, de Geometria, manipulação de materiais concretos e a resolução de situações problemas. A seguir faremos a reflexão acerca desses métodos e como eles podem influenciar na aprendizagem do aluno.

Ao iniciar a sequência didática mostramos aos alunos um texto que traz resumidamente e em linguagem acessível ao seu nível de instrução um pouco da história da álgebra (Anexo 1). Há grandes discussões a respeito do uso da história da matemática como estratégia didática e muitas conclusões favoráveis a isso. A ideia é de que o aluno se interesse pelo seu estudo, sendo assim a História da Matemática um instrumento de alto valor motivacional. Mas não é só isso. Muitas vezes os estudantes tem uma visão da matemática como uma ciência de um teor lógico pronto e imutável, e não conseguem enxergá-la como uma construção humana do conhecimento, que foi motivada por necessidades do próprio homem a partir do desenvolvimento das sociedades. Assim, o uso da História da Matemática como uma metodologia didática tem como intenção motivar o aluno para o estudo de determinados temas e superar dificuldades que surgem na transição de um tópico para outro. Também pode mostrar relações que existem entre a matemática e outras áreas do conhecimento, e salientar que o pensamento matemático é fruto de um processo que levou muito tempo até tomar a forma com que os alunos têm contato e foi motivado por necessidades do ser humano, bem como influenciado positiva ou negativamente por contextos históricos e culturais.

O uso da História da Matemática para introduzir a Álgebra, especificamente, também se mostra muito eficaz. Se os alunos já têm muitas vezes a ideia de que a matemática é uma ciência cheia de regras que apenas devem ser assimiladas e reproduzidas, com a Álgebra isso é ainda mais intenso. Diversas vezes é essa a impressão que têm sobre a linguagem algébrica, mesmo porque o excesso de destaque dado ao formalismo no ensino do assunto os leva a pensar dessa forma. Conhecendo a história do desenvolvimento do pensamento algébrico os alunos tomam ciência de que ele foi construído no decorrer de quase dois milênios a partir de necessidades do homem. Mostrando as fases do seu desenvolvimento, que passa pela álgebra retórica ou verbal (onde não se usava símbolos), pela álgebra sincopada (que usava alguns símbolos para simplificar a escrita), até chegar à álgebra simbólica como a conhecemos hoje (dotada de uma linguagem própria, cheia de símbolos que facilitam os cálculos e manipulações), os alunos podem perceber como a linguagem algébrica se fez necessária para simplificar e facilitar as operações, manipulações e resolução de problemas. Assim, o educando pode compreender e se apropriar de tal linguagem de forma significativa, diminuindo dificuldades que surgem com relação ao pensamento abstrato.

Vailati; Pacheco (2009, p.23) conclui:

> O recurso à história da matemática sozinho não soluciona todos os problemas da Educação Matemática, mas, observa-se que as atividades inspiradas na história motivam os alunos à aprendizagem, humanizam a matemática, conduzem a investigações e contribuem para a compreensão dos conteúdos matemáticos a partir da re-criação ou da re-descoberta de conceitos. Uma abordagem histórica da construção de conceitos matemáticos pode propiciar uma visão da produção matemática, e revela que a matemática é um produto da cultura humana, mutável com o tempo.

Outra metodologia adotada na elaboração da sequencia didática para introduzir o pensamento algébrico foi o uso de tópicos de geometria. Também é notável as vantagens didáticas que surgem da introdução de temas de outras áreas do conhecimento e da própria matemática como é o caso. Os alunos neste nível já sabem calcular áreas de figuras planas simples e nesta sequência fazendo uso disso pudemos contextualizar o aprendizado da álgebra a partir de generalizações para o cálculo de áreas de quadriláteros. A ideia das atividades que continham esta estratégia didática era de introduzir ao aluno a letra como variável. Esse aspecto do uso das letras em álgebra como já discutimos vem sendo pouco explorado, o que se pode perceber analisando erros dos alunos que tendem a dar uma resposta numérica para qualquer expressão, entendendo que a letra só serve para encobrir um valor, isto é, como uma incógnita. Os PCNs(1998, p.118) sugerem esse tipo de abordagem também para introduzir a letra como variável, como se pode perceber no trecho:

> Os alunos podem, por exemplo, estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado, em função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação.

Com essa atividade (Anexo 3), utilizando dessa metodologia, espera-se que o uso da letra representando variáveis seja introduzido a partir de expressões com significado para o aluno, onde ele possa fazer verificações, e chegar a conclusões construindo seu próprio conhecimento.

Já em seguida é apresentada aos alunos uma outra forma de utilizar letras em álgebra: como incógnita (Anexo 4). O conceito de incógnita e de equação é dado de maneira informal e são propostas algumas atividades exploratórias iniciais. A atividade seguinte traz o estudo de métodos de resolução de equações e isso é feito com o uso de material concreto, que é uma metodologia que se mostra muito produtiva no ensino da matemática. O material concreto utilizado é um conjunto de cartões coloridos que servem para representar as equações e com sua manipulação (realizando "operações" da mesma forma como fazemos com os símbolos algébricos) chegar às suas soluções. A estratégia de se usar materiais concretos e manipuláveis no ensino da matemática também é alvo de vários estudos. Utilizando tais instrumentos podemos aproximar a teoria e a prática, conforme afirma Bollauf, Munhoz (2012), objetivando uma aprendizagem significativa para o aluno. Além disso, o uso desse tipo de material pode despertar o interesse e motivar o aluno a aprender, despertando sua curiosidade e tornando as aulas mais atrativas.

No entanto deve-se ter cuidado ao elaborar atividades que façam uso de materiais manipulativos, pois o simples uso desses, sem objetivos didáticos bem definidos, não será capaz de promover aprendizado efetivo. A atividade proposta na sequência didática deste trabalho pretende promover o entendimento dos métodos de resolução de equações por meio de manipulações do material concreto sem a preocupação, neste momento, com os registros e a abstração dos métodos.

A atividade final (Anexo 5) traz uma lista de problemas que envolvem o cálculo de áreas de quadriláteros e perímetros de diversas figuras retomando assim a atividade inicial que também envolvia estes tópicos e contextualizando o aprendizado. O trabalho com resolução de problemas em matemática é objeto de diversas pesquisas e é fortemente incentivado por documentos oficiais norteadores do ensino. Apesar de ser um instrumento de alto valor didático, a resolução de problemas é muitas vezes deixada de lado por professores ao se deparar com as dificuldades que os alunos apresentam. Percebemos que a maioria dos alunos tem dificuldade na resolução de problemas; estão acostumados com uma aprendizagem passiva, esperando pela transmissão de conhecimentos e por regras que eles possam aplicar na resolução de exercícios. Dessa forma, muitos professores acabam dando mais foco em suas aulas na transmissão de técnicas e mecanização. Isso distancia a matemática da realidade e a utilização de situações problema pode resgatar esse aspecto.

A resolução de situações problema como metodologia no ensino da matemática tira o aluno de seu papel de coadjuvante e o torna autor do próprio conhecimento, pois assim ele é instigado a refletir, buscar soluções e dar significado ao que aprende. Pimentel apud Polya (2010, p.39) diz:

> Nota-se nas palavras do autor que a adoção da resolução de problemas como metodologia pode proporcionar ao professor maiores possibilidades de incentivar seus estudantes a participarem de forma ativa no processo de aprendizagem. Quando os estudantes confrontam os conhecimentos que são abordados em sala de aula com informações que já possuem, conseguem atribuir significado a aprendizagem.

No ensino da álgebra a resolução de problemas é recomendada pelos PCNs(1998, p.121):

> As atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras.

As atividades que foram propostas na sequência didática elaborada exploram essas metodologias e esperam conseguir o sucesso na introdução ao ensino da álgebra.

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

A sequência didática foi aplicada a duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental: 8ºA, turma do período matutino, que conta com 31 alunos frequentes, e 8º C, turma do período vespertino, a qual frequentam 29 alunos.

Segue o relato da aplicação das aulas que fazem parte da sequência bem como observações e considerações, e os resultados.

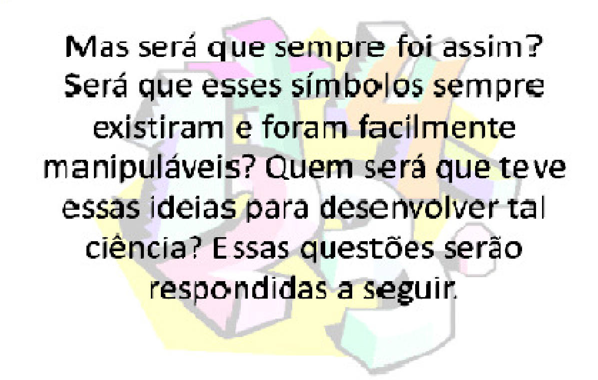
4.1 – Um pouco de história da álgebra

A seguir encontram-se os relatos referentes ao 8º ano A.

Estas atividades iniciais foram propostas a 25 alunos que estavam presentes.

Nas duas primeiras aulas, propusemos a introdução do assunto por meio do contexto histórico, apresentando o texto “Um pouco da história da álgebra” em material impresso (Anexo 1). O texto foi explicado com o auxílio de uma sequência de slides contendo partes do conteúdo e imagens ilustrativas conforme vemos na Figura 2. Foi pedido para que alguns alunos fizessem a leitura do conteúdo dos slides e foi explicado cada parte, complementado com algumas informações relevantes.

Figura 2: Exemplos de slides



Fonte: elaborada pelo autor

Houve uma boa participação e interesse deles nesse momento. A coordenadora pedagógica do Ensino Fundamental da escola esteve presente, assistindo a essa aula, a convite. A explanação desse contexto histórico durou uma aula de cinquenta minutos, aproximadamente, contando o tempo para montagem do aparelho de data show.

Em seguida, na segunda aula, foram propostas as atividades do Anexo 2. Notamos um pouco de resistência em responder as questões, por parte de alguns alunos. As questões foram lidas e explicadas, tentando fazê-los retomar seus conhecimentos e verificando seu entendimento do que havia sido explicado enquanto o texto era explanado. Foram sugeridas formas de resolver as atividades e dados alguns exemplos também.

Com relação à primeira questão da lista houve acerto de 68% dos alunos, e os 32% restantes responderam de forma incompleta ou erraram a questão. Não houve nenhum aluno que deixou essa questão sem responder.

Houve uma dificuldade maior para responderem à segunda questão. Apesar de ser um assunto já estudado por eles no início do ano anterior (faz parte do conteúdo programático do 7º ano do Ensino Fundamental), percebemos que poucos se lembravam da representação dos números no sistema mesopotâmico de numeração. Foi explicado, a partir de exemplos, e assim alguns conseguiram responder, mas a maioria pediu auxílio e só conseguiu depois de explicação individual da professora ou de colegas. Ainda assim, houve apenas 60% de acertos, 16% responderam de forma incompleta, 20% erraram e 4% deixaram a questão em branco.

A terceira questão contou com acerto de 84% dos alunos. Responderam errado 8% e a mesma porcentagem deixou em branco. Nessa questão pode ter havido algumas cópias, uma vez que a estrutura da questão (numerar uma coluna de acordo com outra) e a quantidade pequena de itens facilitava isso. Apesar disso acredita-se que grande parte dos alunos compreendeu bem o que era pedido.

A quarta questão estava ligada à terceira, e ainda investigava a compreensão dos alunos sobre as fases do desenvolvimento da álgebra. Nela houve 74% de acertos, 8% responderam de forma incompleta, 12% deixaram em branco e 16% erraram.

A quinta questão trazia a lenda do epitáfio de Diofanto, que conta que em sua lápide foi gravado um problema cuja solução mostraria sua idade ao morrer. Para resolverem esse problema os alunos deveriam fazer uso de uma equação de primeiro grau com uma incógnita; no entanto isso seria ainda estudado e o problema foi apresentado a eles mais a título de curiosidade e como uma forma de motivá-los para os estudos subsequentes. Essa estratégia funcionou bem! Eles tentaram encontrar a solução do problema por meio de suposições e faziam os cálculos para conferir. Não houve nenhum aluno que conseguiu chegar à resposta correta, mesmo porque já estava acabando o tempo da aula. Foi combinado com eles que retomaríamos o problema após o estudo de equações e eles se mostraram bastante interessados. Apesar disso, 44% dos alunos deixaram a questão em branco.

Fazendo uma análise geral, consideramos boa essa introdução do estudo da álgebra por meio do contexto histórico, pois despertou neles o interesse e curiosidade para dar sequencia na aprendizagem do conteúdo.

A seguir o relato da experiência de aplicação na turma 8º C.

No dia em que estas atividades iniciais foram propostas estavam presentes 21 alunos. É relevante salientar que esta turma sofre com alguns problemas devido à indisciplina; há alunos desinteressados, com falha na aprendizagem de séries anteriores, alguns já repetentes do 8º ano, que não realizando as atividades propostas acabam por atrapalhar o bom andamento das aulas. O problema da indisciplina certamente interferiu no rendimento da turma como um todo. Há também na turma, em contraste com o tipo de aluno citado, alguns alunos que apresentam bastante facilidade em aprender, mas que, no entanto, tem demonstrado desinteresse e falta de concentração, dificultando o trabalho e atrasando o desempenho da turma.

A aula se iniciou da mesma forma como na turma do 8º ano A, nas duas últimas aulas do dia, correspondentes às 5ª e 6ª aulas de uma sexta-feira. É notável que o rendimento dos alunos nas últimas aulas cai em relação às primeiras. Apesar disso, durante a leitura e explicação do texto houve interesse, participação e bom envolvimento de toda a classe. Essa atividade durou o tempo de uma aula (50 minutos).

No momento em que foram propostas para eles as atividades, já não foi tão produtivo, é provável que também pelo fato de ser a última aula do dia. Os resultados são apresentados a seguir em porcentagens aproximadas.

A primeira questão teve 57% de acertos, 24% dos alunos responderam de forma incompleta e 19% deixaram em branco. Nenhum aluno errou.

A segunda questão teve 67% de acertos, e para boa parte responder corretamente houve a necessidade de explicação individual da professora ou de colegas por meio de exemplos. Ainda em relação a essa questão, temos 14% erraram, 9,5% responderam de forma incompleta e 9,5% deixou em branco.

A terceira questão teve 100% de acertos. Assim como no 8ª A podem ter havido algumas cópias pelo fato da estrutura da questão facilitar isso; todavia podemos crer que a grande maioria compreendeu bem o que era pedido.

A quarta questão já teve muito baixa porcentagem de acerto. Deve-se isso ao fato de o tempo da aula já estar no final e isso gerar um pouco de agitação nos alunos, que assim não prestam atenção ao que foi pedido. Apenas 5% responderam de forma completamente correta, 71% de forma incompleta e 24% deixou em branco.

Não houve tempo para que eles realizassem a quinta questão, que assim teve 100% de respostas em branco. Apenas foi lida a questão e explicado que a intenção era mostrar a eles a dificuldade de tentar encontrar a solução do problema por tentativas e que esse problema seria retomado após o estudo de equações, o qual nos daria ferramentas para resolver tal problema de forma precisa.

De forma geral a introdução do assunto pelo seu contexto histórico foi positiva, pois quebrou a rotina da aula, despertou curiosidade e assim interesse em estudar o assunto.

Segue uma tabela para cada questão com o resumo dos resultados dessa atividade inicial nas duas classes de forma comparativa:

Tabela 1: Resultados da questão 1 sobre o texto

Resultados da questão 1		
Resultado:	8º A	8º C
Respostas corretas	68%	57%
Respostas incompletas	8%	24%
Respostas erradas	24%	0%
Respostas em branco	0%	19%

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 2: Resultados da questão 2 sobre o texto

Resultados da questão 2		
Resultado:	8º A	8º C
Respostas corretas	60%	67%
Respostas incompletas	16%	9,5%
Respostas erradas	20%	14%
Respostas em branco	4%	9,5%

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 3: Resultados da questão 3 sobre o texto

Resultados da questão 3		
Resultado:	8º A	8º C
Respostas corretas	84%	100%
Respostas incompletas	0%	0%

Respostas erradas	8%	0%
Respostas em branco	8%	0%

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 4: Resultados da questão 4 sobre o texto

Resultados da questão 4		
Resultado:	8º A	8º C
Respostas corretas	74%	5%
Respostas incompletas	8%	71%
Respostas erradas	46%	0%
Respostas em branco	12%	24%

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 5: Resultados da questão 5 sobre o texto

Resultados da questão 5		
Resultado:	8º A	8º C
Respostas corretas	0%	0%
Respostas incompletas	0%	0%
Respostas erradas	56%	0%
Respostas em branco	44%	100%

Fonte: elaborada pelo autor

4.2 – A letra como variável

As atividades dessa aula (Anexo 3) foram propostas na forma de material impresso entregue aos alunos juntamente com uma folha de papel quadriculado.

Em ambas as turmas, 8º A e 8º C, foram necessárias três aulas para concluir as atividades. Então, os alunos iniciaram a atividade em um dia, foi recolhido todo o material e na aula seguinte demos continuidade.

Na turma do turno matutino, 8º A, 30 alunos realizaram a atividade e, sob a supervisão da professora, não tiveram grandes dificuldades para representar as figuras no papel quadriculado e determinar suas áreas e perímetros por meio de contagens simples.

A primeira questão, que tratava de quadrados foi realizada facilmente por eles. As representações dos quadrados no papel quadriculado teve acerto de 97% da turma aproximadamente, e um aluno apenas, cometeu pequenos erros no desenho. A primeira tabela do exercício que pedia para que eles, por meio de contagem, determinassem as áreas e os perímetros dos quadrados, teve aproximadamente 93% de acerto e dois alunos responderam de forma incompleta, sendo que não houve nenhuma atividade completamente errada ou em branco. Já na segunda tabela do exercício, em que eles deveriam determinar a área o perímetro sem representar as figuras, observando e generalizando os padrões, utilizando assim a letra como variável notou-se maiores dificuldades. Mesmo após explicação houve 20% dos alunos que responderam a tabela de forma incompleta, e 80% completaram corretamente.

A segunda questão trazia retângulos e a ideia era semelhante ao exercício anterior. Inicialmente representaram as figuras pedidas na malha quadriculada sendo que apenas dois alunos cometeram pequenos erros nessas representações e aproximadamente 97% desenharam corretamente. No momento de preencher a primeira tabela dessa questão com o valor do perímetro e da área desses retângulos contando na malha quadriculada houve aproximadamente 87% de acertos e 13% responderam de forma incompleta. A segunda tabela, que pedia a generalização do cálculo da área e perímetro teve 57% de acerto aproximadamente, 40% dos alunos respondeu de forma incompleta e apenas um aluno deixou a tabela em branco.

Na terceira questão a ideia era a mesma, mas agora para paralelogramos. Na representação das figuras no papel quadriculado, dadas a base e a altura, nota-se que entre as figuras das atividades (quadrado, retângulo e paralelogramo) foi a que os alunos tiveram mais dificuldades para desenhar corretamente, recorrendo a professora várias vezes para questionar se estava ou não certo. Foram dados outros exemplos para que compreendessem como era pra ser feita a representação, e assim houve 70% de acertos, aproximadamente 27% dos alunos erraram no desenho de um dos paralelogramos (em sua maioria o terceiro, de base 2u e altura 7u) e um aluno errou na representação de todas as figuras. As atividades até aqui relatadas tomaram o tempo de duas aulas de cinquenta minutos, e assim, ela foi finalizada na aula seguinte. Para dar continuação na outra aula, foram retomados os pontos principais das atividades, devolvidos os impressos aos alunos e explicado mais uma vez sobre os paralelogramos. Nessas figuras trabalhamos somente com o cálculo de área, e foi explicado como poderíamos contar a área no papel quadriculado por meio de decomposição da figura formando um retângulo. Ao preencher a primeira tabela usando essa ideia, 100% dos alunos o fizeram corretamente. Já para a segunda tabela que pedia a generalização do cálculo da área dos paralelogramos tivemos 90% de acertos, aproximadamente 7% dos alunos acertaram a tabela parcialmente e apenas um aluno deixou a tabela em branco.

Houve ainda alguns erros quanto à utilização das unidades de medidas nas respostas. No total, considerando todas as tabelas, 57% dos alunos usou alguma unidade de medida errada ou deixou o valor sem a unidade de medida.

A atividade foi produtiva, pois a finalidade, que era a de introduzir a ideia da letra como variável foi alcançada por boa parte dos alunos do 8º ano A.

As mesmas atividades foram apresentadas a 25 alunos do 8º C, classe do turno vespertino, da mesma forma como foi apresentada à outra turma, por meio de material impresso e apoio de papel quadriculado. Assim como no 8º A foi necessário mais de um dia (com duas aulas de cinquenta minutos) para concluir esta atividade. A seguir o resultado detalhado do desempenho dos alunos nessas atividades.

Na representação das figuras (quadrados) da primeira atividade, 92% dos alunos o fizeram corretamente, um aluno errou na representação de um dos quadrados apenas, e um aluno errou na representação de todas as figuras. A primeira tabela dessa atividade que era para ser completa por meio de contagens nas figuras teve 88% de acerto e 12% dos alunos acertaram em parte. Já a segunda tabela dessa questão, que tratava da generalização dos padrões e obtenção de expressões algébricas teve 72% de acertos, 24% acertaram uma parte e um aluno, deixou a tabela em branco.

Na segunda questão, que tratava de retângulos, houve um desempenho mais baixo por parte dos alunos. No desenho das figuras no papel quadriculado, 84% acertaram, 4% acertaram parte das figuras, 4% erraram e 8% deixaram em branco. A tabela em que os alunos deveriam preencher a área e o perímetro por meio de contagens na malha foi completa corretamente por 92% dos alunos, um aluno deixou de forma incompleta e um aluno deixou em branco. A segunda tabela, que tratava da generalização teve 60% de acertos, 32% de respostas incompletas e dois alunos deixaram em branco.

Quanto aos paralelogramos, assim como no 8º A foram as figuras onde houve maiores dificuldades na representação. Foi explicado por meio de exemplos diversos como era pra ser feita a representação das figuras no papel quadriculado e ainda assim somente 32% dos alunos desenharam de forma correta, 40% erraram em um dos desenhos e 28% não desenharam as figuras pedidas. Assim encerrou-se o tempo das aulas que tiveram que ser concluídas posteriormente. Na aula seguinte, retomamos os principais pontos e foi explicado como seria contada a área do paralelogramo por meio de decomposição. Ao preencher a primeira tabela da terceira questão, 72% dos alunos o fizeram de forma correta, um aluno de forma incompleta e 24% deixaram em branco. Na segunda tabela que tratava da generalização tiveram mais facilidade percebendo que bastava fazer a multiplicação da base pela altura. Assim, 84% responderam de forma correta e 16% deixaram em branco.

Considerando todas as atividades, 36% dos alunos cometeram algum erro ao utilizar as unidades de medidas ou não as utilizaram.

Consideramos que a participação dos alunos poderia ter sido melhor, sendo que o desinteresse de alguns acabou por atrapalhar o bom andamento da aula. No entanto, boa parte dos alunos conseguiu compreender bem o conceito da letra como uma variável por meio das generalizações propostas.

A seguir, temos resumidamente os resultados das duas classes por meios de tabelas comparativas:

Tabela 6: Resultados da questão 1 do bloco de atividades 1

Resultados da questão 1								
	8º A				8º C			
	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Respostas em Branco	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Respostas em Branco
Figura	97%	3%	0%	0%	92%	4%	4%	0%
Primeira Tabela	93%	7%	0%	0%	88%	12%	0%	0%
Segunda Tabela	80%	20%	0%	0%	72%	24%	0%	4%

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 7: Resultados da questão 2 do bloco de atividades 1

Resultados da questão 2								
	8º A				8º C			
	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Respostas em Branco	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Respostas em Branco
Figura	97%	3%	0%	0%	84%	4%	4%	8%
Primeira Tabela	87%	13%	0%	0%	92%	4%	0%	4%
Segunda Tabela	57%	40%	0%	3%	60%	32%	0%	8%

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 8: Resultados da questão 3 do bloco de atividades 1

Resultados da questão 3								
	8º A				8º C			
	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Respostas em Branco	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Respostas em Branco
Figura	70%	27%	3%	0%	32%	40%	0%	28%
Primeira Tabela	100%	0%	0%	0%	72%	4%	0%	24%
Segunda Tabela	90%	7%	0%	3%	84%	0%	0%	16%

Fonte: elaborada pelo autor

4.3 – A letra como incógnita

Neste momento da sequência didática (Anexo 4) introduz-se o conceito (informal) de equação, a ideia de incógnita e o uso do raciocínio lógico para resolver equações por meio de tentativas.

Será feito um relato mais qualitativo que quantitativo desta atividade, pois a grande maioria dos alunos não utilizou tabelas para, por meio de tentativas, chegar às soluções das equações e apenas registraram a resposta. Alguns alunos possuem sim certa facilidade em determinar a solução das equações apenas por cálculo mental, sem a necessidade do registro de tentativas por meio de tabelas, mas uma parte da turma apenas copiou as respostas dos colegas, infelizmente. Então registraremos aqui as impressões e observações da aplicação das atividades em cada turma.

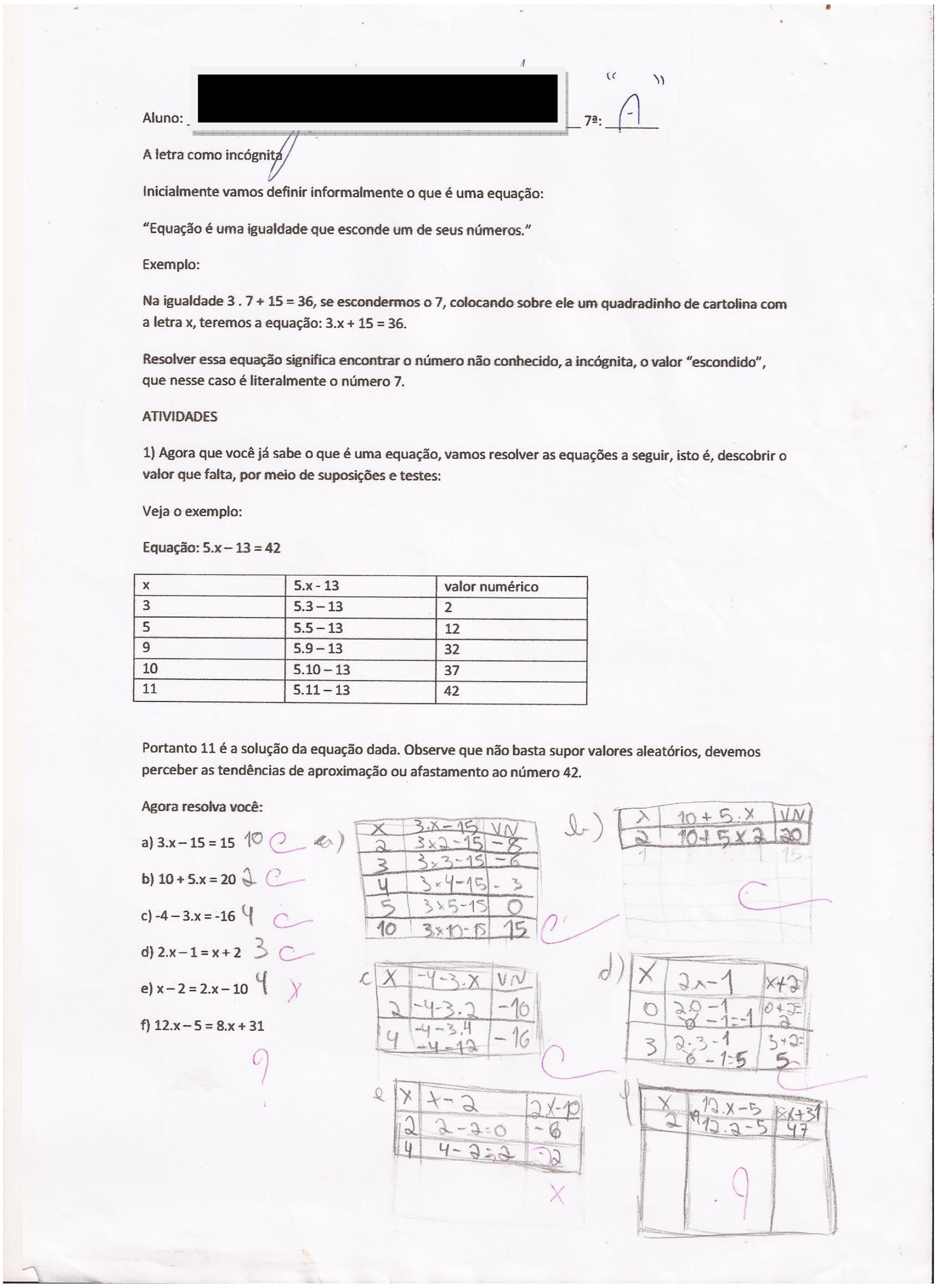
No 8º ano A no dia da aplicação desta atividade estavam presentes 29 alunos. Antes de iniciar a leitura do material e definir equação, questionei os alunos a respeito das atividades realizadas nas aulas anteriores para que eles pudessem distinguir claramente variável de incógnita. A maior parte respondeu bem ao meu questionamento mostrando que compreenderam a ideia do uso da letra como variável.

Iniciou-se a aplicação da atividade com a leitura da definição informal de equação que consta no impresso (Anexo 4) e foi explicado o exemplo lá mostrado. Foram dados outros exemplos também de algumas equações bem simples que os alunos podiam visualizar facilmente suas soluções. Foi explicado o exemplo lá proposto por meio da construção de uma tabela, fazendo tentativas e também mostrado outros exemplos realizados da mesma forma e pedido aos alunos que realizassem os itens propostos; alguns alunos, que possuem facilidade e bom raciocínio lógico questionaram se poderiam responder sem fazer a tabela e se pode observar que facilmente eles obtinham as soluções das equações às vezes sem nem realizar nenhum cálculo, então acreditamos que não seria problema se assim o fizessem. No entanto alguns outros que não possuem a mesma facilidade em resolver acabaram por copiar as respostas desses colegas. Foram poucos que construíram as tabelas para resolver os exercícios e fizeram tentativas para chegar às soluções.

Podemos estimar, por meio de observações que aproximadamente, para 50% dos alunos a atividade cumpriu seu objetivo; houve alunos que responderam parcialmente, deixando itens em branco e um aluno deixou toda a atividade em branco.

A Figura 3 apresentada a seguir é de uma atividade realizada por uma aluna que respondeu corretamente a maioria dos itens. Podemos perceber que ela não construiu todas as tabelas, mas realizou operações, testou seus palpites e acreditamos que compreendeu a ideia de resolver uma equação por tentativas.

Figura 3: Atividade de resolução de equações realizada pela aluna A



Aluno: [redacted] 7ª: A

A letra como incógnita

Inicialmente vamos definir informalmente o que é uma equação:

"Equação é uma igualdade que esconde um de seus números."

Exemplo:

Na igualdade 3 . 7 + 15 = 36, se escondermos o 7, colocando sobre ele um quadradinho de cartolina com a letra x, teremos a equação: 3.x + 15 = 36.

Resolver essa equação significa encontrar o número não conhecido, a incógnita, o valor "escondido", que nesse caso é literalmente o número 7.

ATIVIDADES

1) Agora que você já sabe o que é uma equação, vamos resolver as equações a seguir, isto é, descobrir o valor que falta, por meio de suposições e testes:

Veja o exemplo:

Equação: 5.x – 13 = 42

x	5.x - 13	valor numérico
3	5.3 – 13	2
5	5.5 – 13	12
9	5.9 – 13	32
10	5.10 – 13	37
11	5.11 – 13	42

Portanto 11 é a solução da equação dada. Observe que não basta supor valores aleatórios, devemos perceber as tendências de aproximação ou afastamento ao número 42.

Agora resolva você:

a) 3.x – 15 = 15 10
b) 10 + 5.x = 20 2
c) -4 – 3.x = -16 4
d) 2.x – 1 = x + 2 3
e) x – 2 = 2.x – 10 4
f) 12.x – 5 = 8.x + 31

9

Fonte: elaborada pelo autor

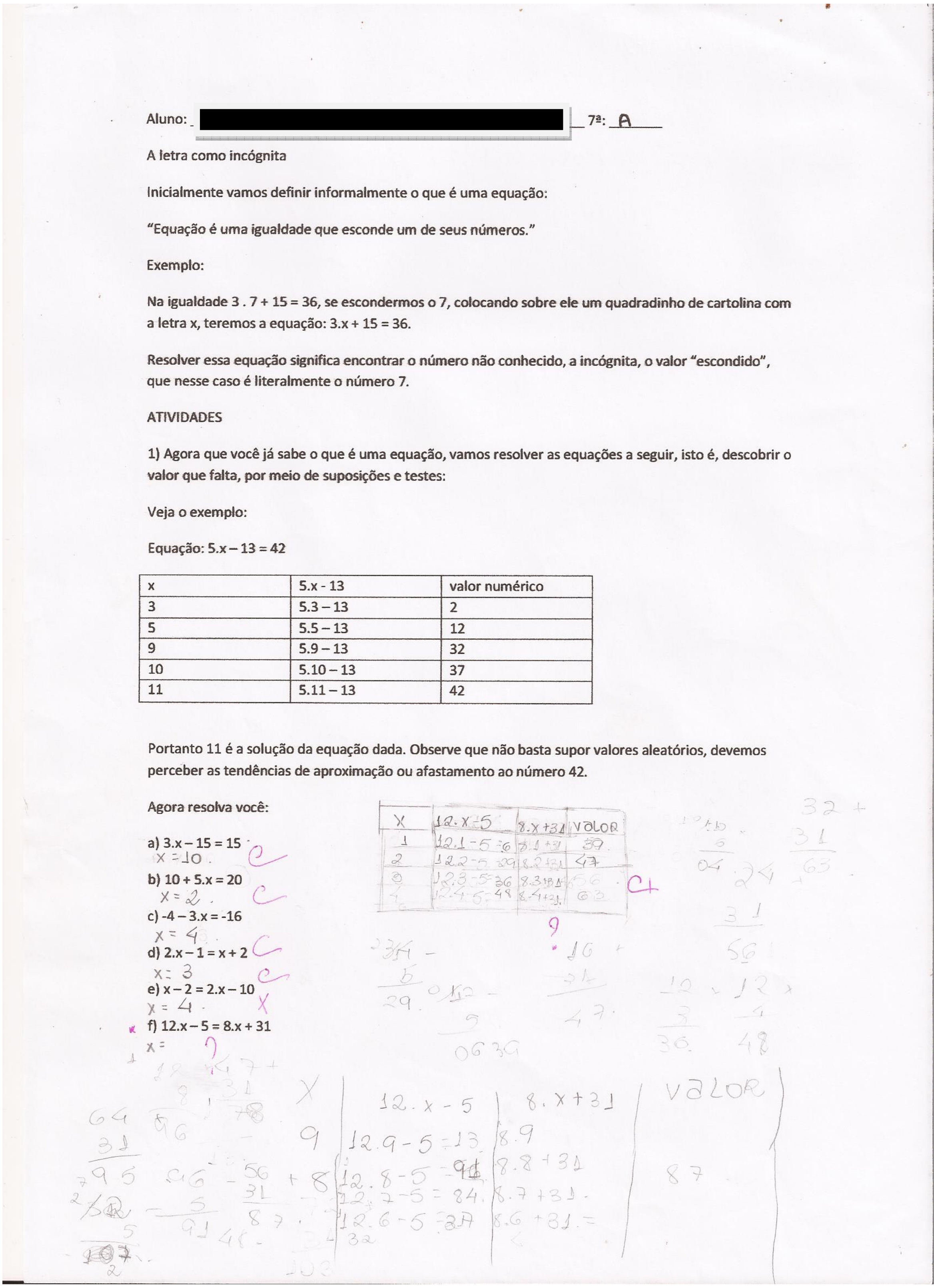
Na turma do turno vespertino, 8º ano C a aplicação foi bem semelhante. Segue o relato.

A atividade foi proposta a 25 alunos que estavam presentes no dia. A aula foi iniciada com questionamentos para verificar a compreensão dos alunos a respeito da letra como variável, conceito que havia sido introduzido nas aulas anteriores. Boa parte da turma demonstrou ter entendido bem esse conceito.

A atividade foi aplicada da mesma forma como no 8ºA. Inicialmente foi lida a definição informal de equação que está no impresso que foi entregue aos alunos, em seguida explicado exemplos variados para que entendessem o que significa resolver uma equação. Feita a explanação do exemplo do impresso, foram citados outros exemplos de resolução de uma equação por meio de tentativas com o apoio de uma tabela e foi solicitado para que realizassem as atividades propostas da mesma forma. Não foi exigido, na aplicação dessa atividade, o rigor de uma avaliação. Por ser a introdução de um assunto, os alunos puderam se comunicar, trocar ideias, para que chegassem a um entendimento significativo; no entanto, ocorreram os mesmos problemas observados no 8º A: alguns alunos conseguiram resolver as atividades com facilidade sem construir tabelas, apenas com algumas tentativas por calculo mental e poucos registros em rascunhos, e alguns colegas copiaram as respostas destes. Houve alguns alunos que não fizeram cópia mas responderam corretamente apenas parte dos itens e dois alunos deixaram em branco. Esta atividade tenha se mostrou eficaz para apenas, aproximadamente, 25% dos alunos.

A seguir, na Figura 4 há a imagem de uma atividade realizada por uma aluna que possui facilidade em desenvolver raciocínio lógico e resolveu a maioria dos itens sem o apoio de tabelas. Apenas no último item sentiu a necessidade de construí-la e chegar a solução da equação.

Figura 4: Atividade de resolução de equações realizada pela aluna G



Aluno: [redacted] 7ª: A

A letra como incógnita

Inicialmente vamos definir informalmente o que é uma equação:

"Equação é uma igualdade que esconde um de seus números."

Exemplo:

Na igualdade 3 . 7 + 15 = 36, se escondermos o 7, colocando sobre ele um quadradinho de cartolina com a letra x, teremos a equação: 3.x + 15 = 36.

Resolver essa equação significa encontrar o número não conhecido, a incógnita, o valor "escondido", que nesse caso é literalmente o número 7.

ATIVIDADES

1) Agora que você já sabe o que é uma equação, vamos resolver as equações a seguir, isto é, descobrir o valor que falta, por meio de suposições e testes:

Veja o exemplo:

Equação: 5.x – 13 = 42

x	5.x - 13	valor numérico
3	5.3 – 13	2
5	5.5 – 13	12
9	5.9 – 13	32
10	5.10 – 13	37
11	5.11 – 13	42

Portanto 11 é a solução da equação dada. Observe que não basta supor valores aleatórios, devemos perceber as tendências de aproximação ou afastamento ao número 42.

Agora resolva você:

a) 3.x – 15 = 15
x = 10 C

b) 10 + 5.x = 20
x = 2 C

c) -4 – 3.x = -16
x = 4 C

d) 2.x – 1 = x + 2
x = 3 C

e) x – 2 = 2.x – 10
x = 4 X

f) 12.x – 5 = 8.x + 31
x = 9

X	12.x - 5	8.x + 31	VALOR
9	12.9 - 5 = 13	8.9	87
8	12.8 - 5 = 91	8.8 + 31	
7	12.7 - 5 = 84	8.7 + 31	
6	12.6 - 5 = 37	8.6 + 31	

Fonte: elaborada pelo autor

Pode-se pensar em formas de tornar essa atividade mais produtiva, como exigir o uso de tabelas por todos os alunos, aplicá-la com mais rigor, não permitindo a comunicação entre os colegas ou ainda mudar a estrutura da atividade, já apresentando-a com tabelas construídas de forma que os alunos as completem. Para uma próxima aplicação, é interessante pensar em alguma dessas, ou outra modificação.

4.4 – Procedimentos para resolução de equações do 1º grau

Neste momento da sequência didática (Anexo 4) se introduz métodos para resolução de equações do primeiro grau com o uso de material concreto. O material já havia sido construído pelos próprios alunos com auxílio da professora de Artes e é descrito a seguir:

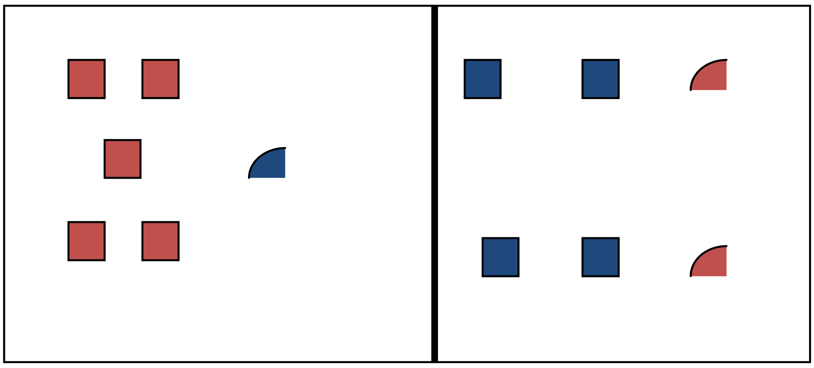
- 20 cartões azuis em formato quadrado que valem uma unidade positiva: (+1)
- 20 cartões vermelhos em formato quadrado que valem uma unidade negativa: (-1)
- 10 cartões azuis com um lado curvo que valem uma unidade incógnita positiva: (+x)
- 10 cartões vermelhos com um lado curvo que valem uma unidade incógnita negativa: (-x)
- 1 barra preta com o comprimento igual a largura da mesa para representar a igualdade: (=)

A seguir o relato da realização da atividade nas duas turmas, 8º A e 8º C, pois a aplicação e os resultados foram bem semelhantes para as duas:

Iniciamos a aula retomando a atividade anterior por meio de questionamentos sobre a resolução de equações e indagando-os se por meio de tentativas seria a melhor forma para se chegar à solução de uma equação, uma vez que para algumas seriam necessárias inúmeras tentativas e outras seriam praticamente impossíveis de se resolver dessa forma por não possuírem solução inteira, levando-os assim a concluir que um procedimento seria mais eficaz. Isto instiga a curiosidade deles e o interesse em aprender esse procedimento.

Começamos então pela explicação de que usaríamos o material que eles construíram na aula de Artes e definindo o que cada cartão iria representar. Em seguida foi mostrado aos alunos como uma equação seria representada por meio dos cartões com o exemplo -5 + x = 4 – 2x, representando por meio de figuras na lousa como a ilustração a seguir na Figura 5:

Figura 5: Resolução de equações com material concreto - representação



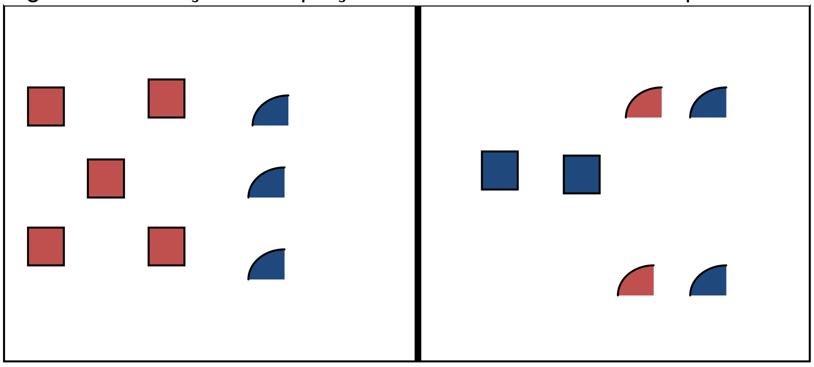
Fonte: elaborada pelo autor

Os alunos foram questionados por meio de alguns exemplos sobre a soma de números opostos para que se lembrassem de que ela vale zero.

Na sequência foi explicado que tipo de manipulações eles poderiam realizar com os cartões: acrescentar quantidades iguais do mesmo cartão dos dois lados da barra, eliminar pares de opostos (+1 e -1, +x e –x) toda vez que aparecessem no mesmo lado e dividir em quantidades iguais a quantidade de cartões de cada lado. Foi explicado também que a intenção era, assim, deixar a unidade incógnita positiva (+x) sozinha de um dos lados (quantas delas houverem) e em seguida dividir em partes iguais se restasse mais de uma, assim do outro lado teremos a solução e foram apresentados vários exemplos mostrando por meio de figuras na lousa, sendo o primeiro exemplo a equação -5 + x = 4 – 2x que já havia utilizado para mostrar como seria feita a representação. A resolução do exemplo é ilustrada, passo a passo, a seguir:

I – Somar 2x (Figura 6)

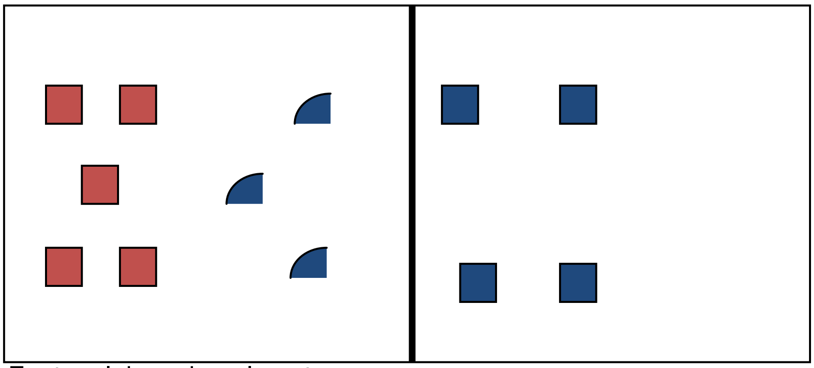
Figura 6: resolução de equações com material concreto - passo 1



Fonte: elaborada pelo autor

II- Eliminar os dois pares (+x) + (-x) (Figura 7)

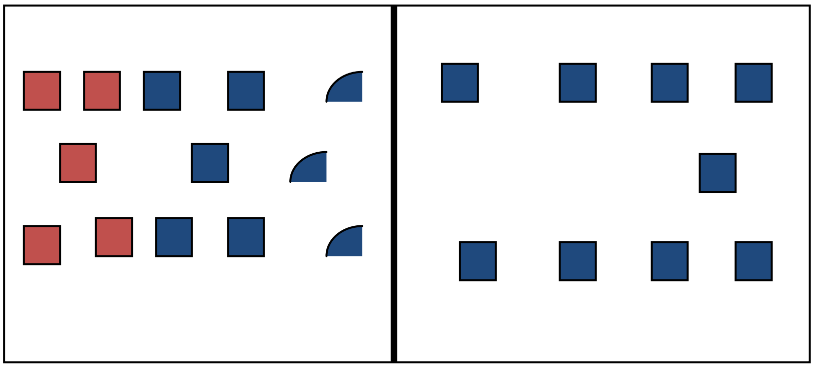
Figura 7: Resolução de equações com material concreto - passo 2



Fonte: elaborada pelo autor

III – somar 5 unidades (+5) (Figura 8)

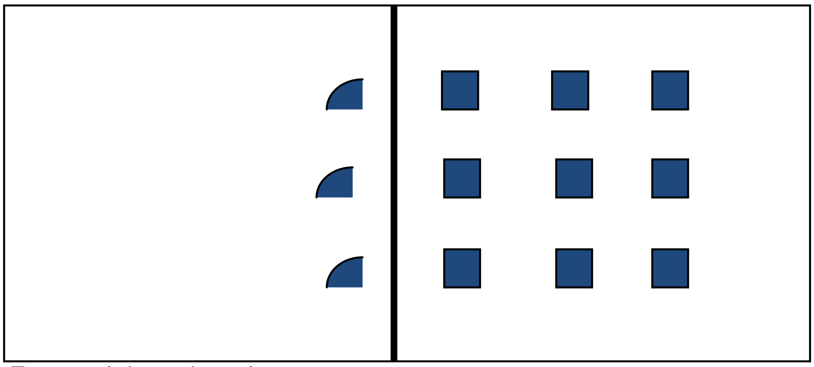
Figura 8: Resolução de equações com material concreto - passo 3



Fonte: elaborada pelo autor

IV- Eliminar os cinco pares (+1) + (-1) (Figura 9)

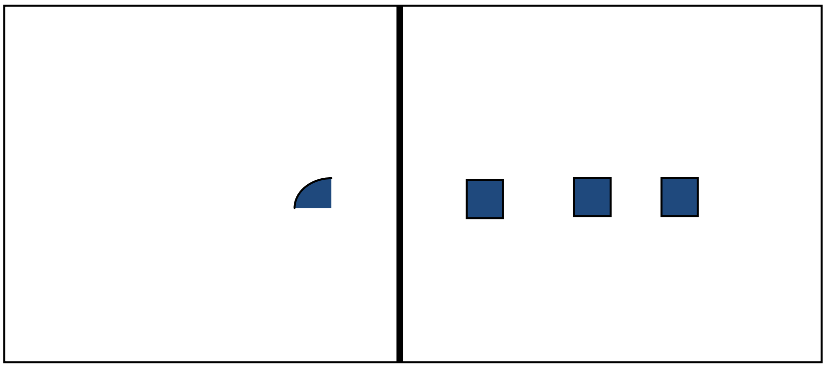
Figura 9: Resolução de equações com material concreto - passo 4



Fonte: elaborada pelo autor

V- Dividir por 3 (Figura 10)

Figura 10: Resolução de equações com material concreto - passo 5



Fonte: elaborada pelo autor

Resposta em linguagem algébrica: x = 3

Foram mostrados exemplos diferentes, e solicitado que tentassem fazer algumas das manipulações sozinhos, para só depois propor a atividade a seguir.

Figura 11: Atividade de resolução de equações com uso de material concreto

Agora, faça você: resolva as equações a seguir utilizando os cartões como no exemplo e registre os resultados na tabela a seguir:

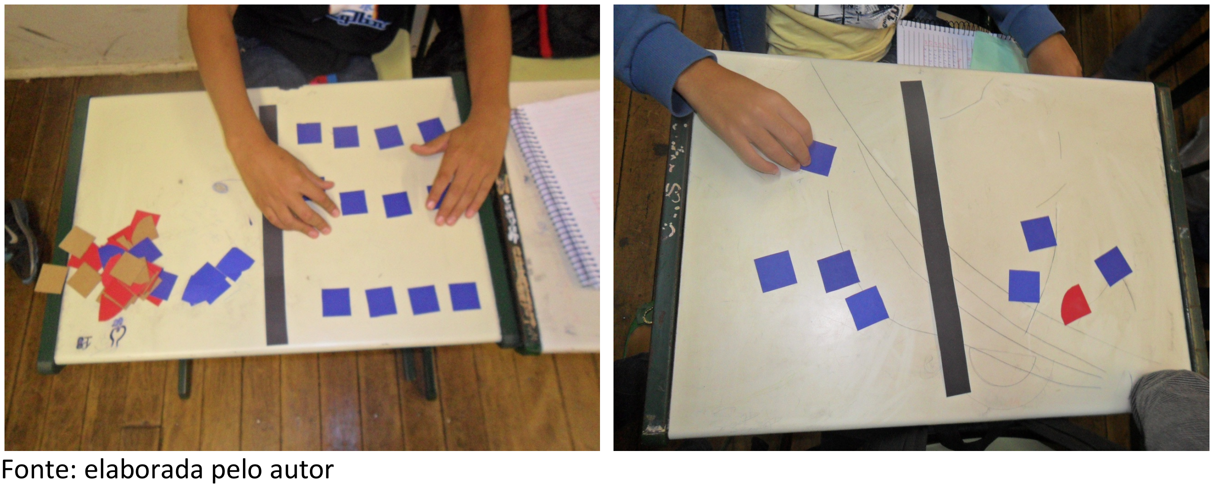
Equação	Solução
-x + 5 = 2x + 2	x =
3x – 9 = x + 1	
x – 2 = 2x	
6x – 10 = 2x + 2	
-5 + 2x = 4x + 3	
12 = 3x – x – 4	
2x + 10 = x + 1	

Fonte: elaborada pelo autor

Os alunos copiaram a tabela no caderno e começaram a realizar a atividade com o uso dos cartões, registrando as soluções. Nesse momento a professora foi andando pela sala, observando o desenvolvimento e esclarecendo as dúvidas. Notou-se que grande parte dos alunos já haviam compreendido bem o procedimento e realizavam sem dificuldades as atividades propostas, além de ajudar alguns colegas.

A seguir na Figura 12 vemos algumas fotos que registram a realização da atividade:

Figura 12: Alunos resolvendo equações com o uso do material concreto



Fonte: elaborada pelo autor

A explicação e a atividade duraram duas aulas de 50 minutos.

Na aula seguinte, retomamos a atividade e foram corrigidos na lousa todos os itens propostos na intenção de fixar o procedimento e sanar as dificuldades daqueles que não tinham compreendido bem.

Foi proposta mais uma tabela semelhante para fixar. A correção e a realização dessa atividade duraram também duas aulas de 50 minutos.

A atividade atingiu a grande maioria dos alunos e cumpriu seu objetivo. Para, aproximadamente 80% dos alunos foi muito eficaz.

4.5 – Resolução de problemas por meio de equações

O objetivo desta atividade (Anexo 5) é contextualizar o simbolismo das equações com situações problema envolvendo figuras geométricas, para que assim, os alunos compreendam um dos usos desses símbolos. Foram escolhidos problemas relacionados à geometria por serem mais concretos que outros tipos de problemas que usam equações na sua resolução, tentando fugir um pouco do abstrato inerente à álgebra. O relato desta atividade também será único para as duas turmas, pois o desenvolvimento foi bem semelhante:

Foram apresentados os problemas aos alunos usando a lousa e eles copiaram os enunciados no caderno.

Primeiro foi solicitado que tentassem descobrir as respostas intuitivamente, por raciocínio lógico, da forma que fosse mais compreensível pra eles. Aproximadamente 60% dos alunos conseguiu resolver os problemas dessa forma corretamente. Depois foram mostrados, por meio de outros exemplos, como poderíamos transformar estes enunciados em equações e resolvendo-as chegar às soluções dos problemas. Os alunos tentaram então resolver os problemas por meio das equações sob a supervisão da professora e esclarecimentos, quando necessário.

Notamos que a grande maioria dos alunos representou os problemas por equações facilmente, a dificuldade maior esteve em resolvê-las usando os procedimentos estudados. Eles acharam mais fácil resolver as equações por cálculo mental, principalmente as que representam os problemas I, II, III e IV por serem bem simples. A equação referente ao problema II só poderia ser mesmo resolvida por raciocínio lógico, uma vez que só foram apresentados aos alunos procedimentos para resolução de equações do primeiro grau, e esta é de segundo; mas não tiveram grandes dificuldades em resolvê-la dessa forma. Eles se utilizaram do material concreto (cartões) para resolver as equações, mas para as duas últimas, referentes aos problemas V e VI, foi necessário um pouco mais de abstração, pois os cartões que eles possuíam eram insuficientes para representar as equações. Alguns alunos trocaram com colegas, outros adaptaram, e a maioria obteve sucesso na resolução.

A atividade atingiu seus objetivos para com a maioria dos alunos.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO

Muitos professores, sentem imensa dificuldade ao ensinar certos assuntos em matemática, especialmente aqueles que exigem do aluno autonomia e/ou raciocínio lógico e abstrato. Isso ocorre frequentemente no estudo da álgebra, até mesmo no Ensino Médio. Foi preocupada com este problema que tal trabalho idealizado. Ele surge da experiência como docente da autora (principalmente), por meio da observação do desempenho insatisfatório dos alunos.

As discussões realizadas ao longo deste trabalho sobre o ensino e aprendizagem da álgebra tentam lançar luz sobre a prática docente. A proposta de uma sequência didática para introduzir ao pensamento algébrico, que contenha metodologias diversificadas, pretende dar ao professor uma sugestão para utilizar em sua sala de aula as atividades propostas, com as devidas ressalvas, adaptações, correções.

Ao relatar toda a experiência de aplicação das atividades em sala de aula, fornecemos ao docente que pretende se utilizar desta sequência um material de apoio para que ele possa refletir sobre melhorias a serem realizadas, tanto nas atividades como na forma de propô-las.

O trabalho com esta sequência apresentou resultados positivos para boa parte dos alunos envolvidos, mas acreditamos que poderia ser ainda melhor. Alguns fatores como indisciplina, o fato de os alunos não estudarem em casa, não realizarem atividades, atrapalham bastante. É um desafio diário para os professores lidarem com isso e buscar o sucesso na sua prática.

Assim, esperamos que este trabalho possa ser utilizado de forma a garantir o aprendizado efetivo nessa fase introdutória do estudo da álgebra para alunos do Ensino Fundamental.

Referências

BOLLAUF, M. F., MUNHOZ, R. H., **O ensino da álgebra na educação básica através de uma metodologia diferenciada.** In: Encontro Nacional PIBID, 1, 2012. Santa Maria. UFSM. 10 p.

BOOTH, L. R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra.** In: Coxford, A. F., Shulte, A. P. As ideias da álgebra. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-37.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** Brasília, 1998. 148 p.

COLLINS, K. F. **A Study of Concrete and Formal Operations in School Mathematics: A Piagetian Viewpoint.** Melbourne: Australian Council for Educational Research, 1975.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2005, 844p.

OLIVAL, L. A. **Iniciação Algébrica: procedimentos lúdicos para facilitar a resolução de equações.** Revista do Professor, Porto Alegre, v.23, n. 90, p. 14-19, abr./jun. 2007.

PIMENTEL, D. E. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra.** 2010. 133 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ciências Exatas) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Caderno do professor: matemática, ensino fundamental – 6ª série, volume 4.** São Paulo, 2009. 48 p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo.** São Paulo, 2008. 59 p.

TELES, R. A. M. **A aritmética e a álgebra na matemática escolar.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM – Minicurso GT 2 – Educação Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental. Recife, UFPE. 11 p.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** In: Coxford, A. F., Shulte, A. P. As ideias da álgebra. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VALATI, J. S., PACHECO, E. R., **Usando a história da matemática no ensino da álgebra.** Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf > acesso em mar. 2013.

Anexos

Anexo 1

Um pouco da história da álgebra

O assunto que estudaremos agora é um importante ramo da matemática chamado álgebra. A álgebra possui seus símbolos próprios e uma escrita que a caracteriza e permite operar com esses símbolos. É uma ciência bem organizada, elaborada e que facilita em muito as atividades comuns do dia a dia da sociedade atual. Mas será que sempre foi assim? Será que esses símbolos sempre existiram e foram facilmente manipuláveis? Quem será que teve essas ideias para desenvolver tal ciência? Essas questões serão respondidas a seguir.

Como tudo que envolve a inteligência humana, a noção algébrica foi sendo construída ao longo do tempo, nesse caso, quase dois milênios. E seu desenvolvimento está intimamente ligado ao desenvolvimento dos sistemas de numeração que você estudou no início da 6ª série. Existem indícios do início do desenvolvimento desse ramo da matemática em várias civilizações, mas entres estas, se destacam os babilônios. É deles que vamos falar inicialmente.

Você deve se lembrar de que os babilônios possuíam um sistema de numeração sexagesimal (isto é, de base 60) e registravam seus trabalhos por meio da escrita cuneiforme, realizando cunhagens em placas de argila. Através desses registros, temos evidências que os babilônios já possuíam uma noção algébrica, mas sem usar símbolos como é feito hoje em dia. Eles usavam álgebra para resolver problemas por meio de certas regras e “receitas” escritas na forma de texto sem nenhum tipo de abreviação. Hoje, os problemas babilônicos seriam resolvidos por meio de equações, que é considerada a linguagem da álgebra de forma muito mais simples, devido aos símbolos e regras que usamos.

Assim ocorreu até por volta de 250 d.C. Após essa fase o grego Diofanto de Alexandria, começou a introduzir alguns símbolos para simplificar a escrita.

Entre os árabes se destaca o trabalho de Abu Abdullah Mohammed ben Musa Al-Khwarizmi. Seu tratado sobre álgebra, que data de 830 d.C. aproximadamente, era intitulado *Hisab al-jabr w'al-muqabala*, e é daí que se acredita derivar a palavra álgebra. A tradução deste título é possivelmente “A ciência da restauração ou reunião e redução” se referindo já ao método usado para resolução de equações. Nesta obra Al-khwarizmi introduz os novos símbolos indianos para representar os algarismos e um círculo para representar o zero, descreve operações de cálculo (adição, subtração, divisão e a multiplicação), a extração da raiz quadrada, cálculos de números inteiros segundo o método indiano.

Mas foi só a partir de François Viète (1540 – 1603), advogado francês, que a álgebra como a conhecemos hoje começou a ser formulada. Foi ele que introduziu o uso de letras para representar quantidades incógnitas (desconhecidas). Pelo seu grande conhecimento no campo da álgebra ele foi acusado pelos espanhóis de ter pacto com o demônio por conseguir decifrar os códigos secretos usados pelos espanhóis para se comunicarem durante a guerra.

A construção da álgebra com todos os símbolos que utilizamos hoje se concretiza com Renè Descartes (1596 – 1650), grande matemático e filósofo francês. Ele foi responsável por introduzir muitos símbolos que usamos atualmente, como o para operação de multiplicação.

Agora, vamos ao estudo dessa ciência fascinante!

Referências: http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra; http://www.ebah.com.br/content/ABAAAenLEAI/historia-algebra - acesso em janeir/2013

Anexo 2

Atividades

1) A álgebra é um ramo da matemática que estudaremos a partir de agora. Você já estuda outros ramos. Quais são eles e seus objetos de estudo?
2) Foi citado no texto o sistema de numeração babilônico que você estudou no primeiro bimestre da sexta série. Vamos relembrá-lo. Ele apresentava dois símbolos:

▼ que valia 1 vez as potências de 60 e ◄ que valia 10 vezes as potências de 60

Assim o número: 60^2 60^1 60^0 representava o número 11401.

▼▼▼ ◄ ▼

Usando o sistema dos babilônios escreva o número 3765.

3) As fases do desenvolvimento da álgebra que são descritas no texto são nomeadas pelos estudiosos como segue:
   I. Álgebra retórica ou verbal: onde se descreviam problemas sem o uso de símbolos por meio de textos.
   II. Álgebra sincopada: começam a se usar alguns símbolos para algumas quantidades e operações que se repetem com mais frequência.
   III. Álgebra simbólica: como a conhecemos hoje, dotada de símbolos e características próprias que facilitam seu uso.

Abaixo está escrita uma mesma informação de três formas diferentes. Associe corretamente cada forma com uma fase do desenvolvimento do pensamento algébrico:

- “Seja x o número que dividido por 3 é 6” ( )
- “Consideremos um número que dividido por 3 é igual a 6” ( )
- $\frac{x}{3} = 6$ ( )

4) Encontre no texto e destaque, associando por número como no exercício anterior, os trechos que falam sobre cada fase descrita.
5) Não sabemos muito sobre a vida de Diofanto. Existe uma charada que dizem ter sido gravada em seu túmulo:

<u>O Epitáfio de Diofanto:</u>

"Aqui jaz o matemático que passou um sexto da sua vida como menino. Um doze avos da sua vida passou como rapaz. Depois viveu um sétimo da sua vida antes de se casar.

Cinco anos após nasceu seu filho, com quem conviveu metade da sua vida. Depois da morte de seu filho, sofreu mais 4 anos antes de morrer."

Você conseguiria descobrir a idade de Diofanto ao morrer?

Essa não é uma tarefa muito simples, não se preocupe. Veremos depois ao estudarmos equações como isso se torna mais fácil e retomaremos o problema.

Anexo 3

1º Bloco de Atividades:

Aluno: ____ 7ª: ___

Introdução ao estudo da álgebra
A letra como variável

Atividades

1) Determinar a área e o perímetro das seguintes figuras geométricas, representando-as em uma malha quadriculada:

a) quadrado de lado 4u (considere o lado de cada quadradinho da malha como sendo de medida 1u)

b) quadrado de lado 5u

c) quadrado de lado 6u

d) quadrado de lado 7u

Preencha sua resposta na tabela:

Figura item	área	perímetro
a		
b		
c		
d		

Agora, sem desenhar as figuras, responda qual é a área e o perímetro de quadrados cuja medida do lado é dada a seguir, completando a tabela:

lado	área	perímetro
3 cm		
8 cm		
10 cm		
12 cm		
x cm		

2) Vamos agora desenvolver raciocínio semelhante para retângulos com comprimento e largura dados: desenhe na malha os retângulos cujas dimensões são dadas a seguir e complete a tabela:

a) dimensões 5u e 3u

b) dimensões 4u e 2u

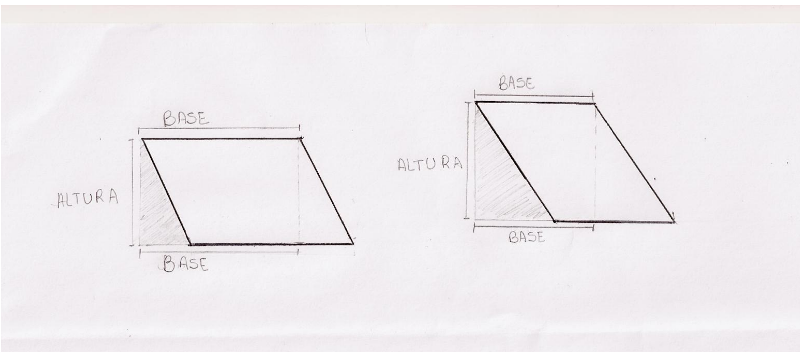
c) dimensões 1u e 8u

retângulo	área	perímetro
a		
b		
c		

Agora, sem fazer a representação na malha, responda, completando a tabela: qual será a área e o perímetro de um retângulo de dimensões:

dimensões	área	perímetro
1 cm e 6 cm		
2 cm e 3 cm		
5 cm e 7 cm		
a cm e **b** cm		

3) Podemos determinar a área de paralelogramos por composição e decomposição de figuras, isto é, retirando “um pedaço” de um lado e acrescentando do outro, formando figuras cujas áreas sabemos calcular, observe:



Desenhe na malha quadriculada e obtenha a área dos seguintes paralelogramos:

a) com base 4u e altura 3u

b) com base 5u e altura 2u

c) com base 2u e altura 7u

Represente os resultados na tabela:

Paralelogramo	Área
a	
b	
c	

Agora, vamos generalizar. Sem representar as figuras, descubra sua área, e complete a tabela:

base	altura	área
3 cm	1 cm	
10 cm	5 cm	
x cm	y cm	

Anexo 4

2º Bloco de Atividades:

Aluno: ____ 7ª: _______

A letra como incógnita

Inicialmente vamos definir informalmente o que é uma equação:

"Equação é uma igualdade que esconde um de seus números."

Exemplo:

Na igualdade 3 . 7 + 15 = 36, se escondermos o 7, colocando sobre ele um quadradinho de cartolina com a letra x, teremos a equação: 3.x + 15 = 36.

Resolver essa equação significa encontrar o número não conhecido, a incógnita, o valor "escondido", que nesse caso é literalmente o número 7.

ATIVIDADES

1) Agora que você já sabe o que é uma equação, vamos resolver as equações a seguir, isto é, descobrir o valor que falta, por meio de suposições e testes:

Veja o exemplo:

Equação: 5.x – 13 = 42

x	5.x - 13	valor numérico
3	5.3 – 13	2
5	5.5 – 13	12
9	5.9 – 13	32
10	5.10 – 13	37
11	5.11 – 13	42

Portanto 11 é a solução da equação dada. Observe que não basta supor valores aleatórios, devemos perceber as tendências de aproximação ou afastamento ao número 42.

Agora resolva você:

a) 3.x – 15 = 15

b) 10 + 5.x = 20

c) -4 – 3.x = -16

d) $2.x - 1 = x + 2$

e) $x - 2 = 2.x - 10$

f) $12.x - 5 = 8.x + 31$

2) Procedimentos para resolução de equações do 1º grau:

Vamos usar agora, o material construído nas aulas de Educação Artística. Com este material iremos representar equações seguindo o seguinte código cromático:

 +1

 -1

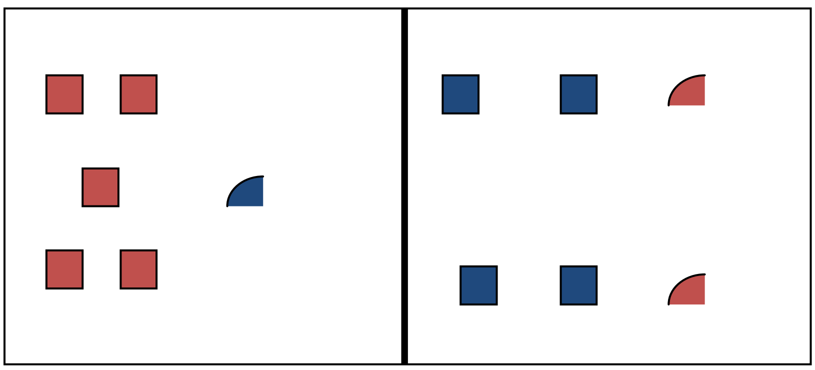
 +x

 -x

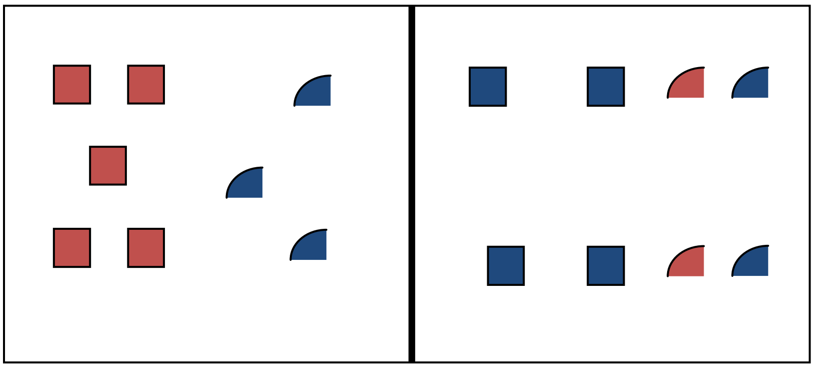
=

Instruções da atividade: use a barra em cartão preto para dividir a sua carteira em duas partes iguais. Iremos usar as fichas coloridas para representar equações e por meio de "operações de equilíbrio" resolvê-las. As operações de equilíbrio são somar as unidades e incógnitas positivas e negativas, buscando obter pares de valores opostos cuja soma é zero e assim eliminá-los da resolução, e também de dividir ou multiplicar os "dois lados" pelo mesmo valor. Observe o exemplo:

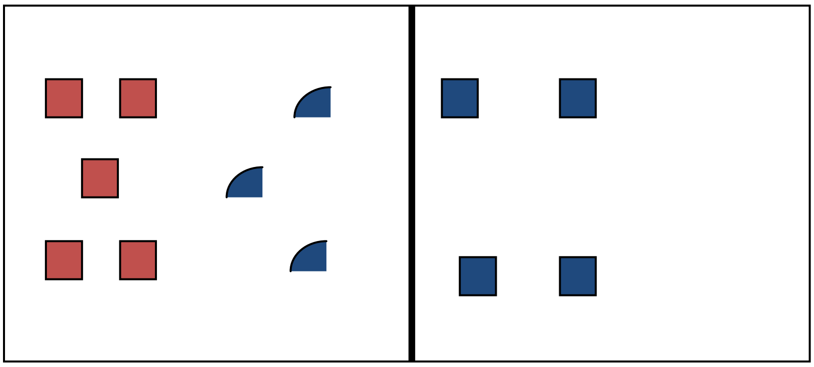
Equação: $-5 + x = 4 - 2x$



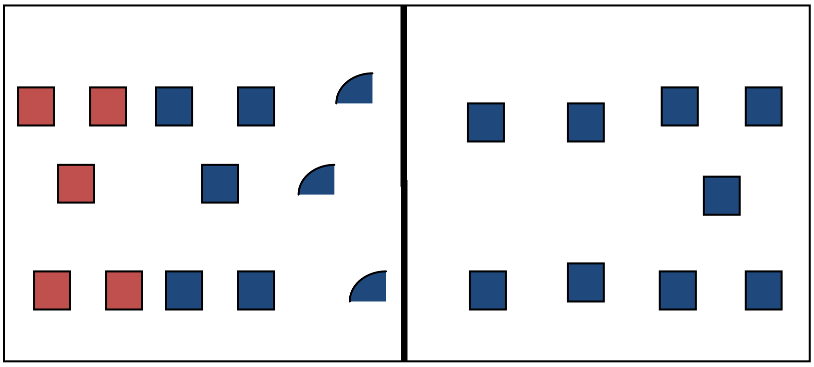
I – Somar 2x



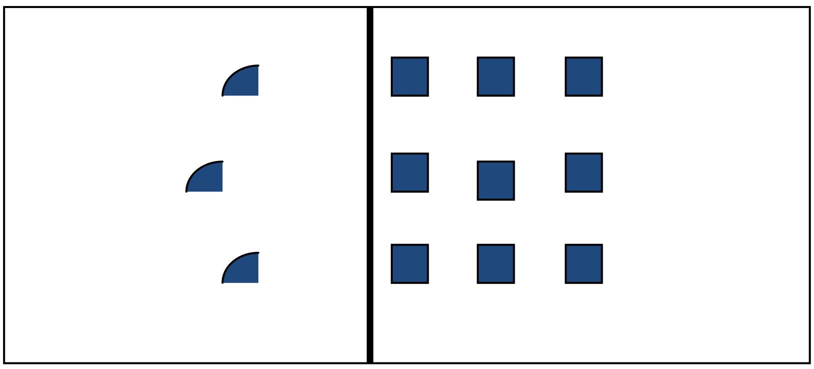
II- Eliminar os dois pares (+x) + (-x)



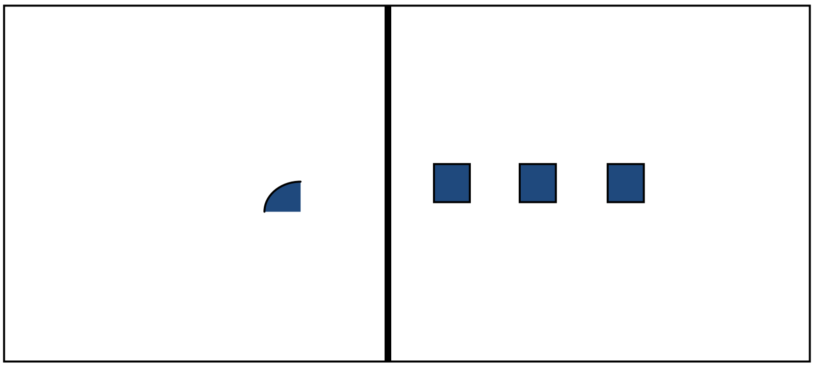
III – somar 5 unidades (+5)



IV- Eliminar os cinco pares (+1) + (-1)



V- Dividir por 3



Resposta em linguagem algébrica: x = 3

Agora, faça você: resolva as equações a seguir utilizando os cartões como no exemplo e registre os resultados na tabela a seguir:

Equação	Solução
-x + 5 = 2x + 2	x =
3x – 9 = x + 1	
x – 2 = 2x	
6x – 10 = 2x + 2	
-5 + 2x = 4x + 3	
12 = 3x – x – 4	
2x + 10 = x + 1	

Anexo 5

3) Resolução de problemas: escreva para cada problema uma equação que o represente e resolva-a achando a sua solução. Obs.: desenhe as figuras antes de resolver, isso facilita a escrita da equação e a solução do problema.

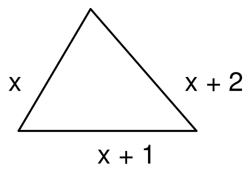
I- Um quadrado possui perímetro 8 cm. Descubra a medida de seu lado.

II- Sabe-se que a área de um quadrado é de 16 cm². Qual é a medida de seu lado?

III- Em um retângulo sabe-se apenas uma de suas dimensões: 8 cm. Quanto mede a outra, sabendo que sua área é de 24 cm²?

IV- Em um retângulo, o comprimento é o dobro da largura. Seu perímetro é 18 cm. Calcule suas medidas.

V- O perímetro do triângulo da figura a seguir é de 18 cm. Descubra o valor de x e as medidas dos lados do triângulo.



VI- No retângulo a seguir o perímetro vale 30 cm. Calcule o valor de x e as medidas dos lados: