

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

DAVID JESUS FERNANDES

**PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES PARA ALUNOS DO SISTEMA
PRISIONAL**

DISSERTAÇÃO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2021

DAVID JESUS FERNANDES

PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES PARA ALUNOS DO SISTEMA PRISIONAL

Proposal for Teaching Fractions to Prison System Students

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. André Luís Machado Martinez.

Coorientadora: Profª Drª Gláucia Maria Bressan.

Cornélio Procópio

2021



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite o download e o compartilhamento da obra desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-la ou utilizá-la para fins comerciais.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio**



DAVID DE JESUS FERNANDES

PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES PARA ALUNOS DO SISTEMA PRISIONAL

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Profissional Em Matemática Para A Escola Básica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 23 de Julho de 2021

Prof Andre Luis Machado Martinez, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Emerson Vitor Castelani, Doutorado - Universidade Estadual de Maringá (Uem)

Prof.a Glauca Maria Bressan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Roberto Molina De Souza, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 23/07/2021.

Dedico este trabalho aos meus amigos: Sr.Eliezer Rodrigues de Souza e Prof. Dr. Alireza Mohebi Ashtiani, que sempre acreditaram em mim, sempre me apoiaram e me incentivaram durante todo o processo deste curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por me dar forças e perseverança para enfrentar todas as adversidades.

À minha esposa Maria Valdinéia, que sempre me apoiou durante o tempo em que me dediquei aos estudos para concluir este curso.

Aos meus filhos, Lucas e Letícia, que sempre me apoiaram e me incentivaram em minhas conquistas.

Aos meus pais, Raimundo (In memoriam) e Doraci.

Aos membros da Secretaria e Coordenação do Programa de Pós Graduação em Matemática em Rede Nacional PROFMAT-Cornélio Procópio.

Aos professores do PROFMAT-UTFPR-Cornélio Procópio, pela presteza e dedicação que sempre tiveram com a turma durante todo este curso.

Aos membros da banca pela disposição de contribuir com este trabalho.

Agradeço, em especial, ao meu orientador, Prof. Dr. André Luís Machado Martinez, e minha coorientadora, Prof^a. Dr^a. Glaucia Maria Bressan, pela competência, dedicação e paciência que tiveram comigo durante todo este processo.

Meu agradecimento também aos meus colegas do PROFMAT-Cornélio Procópio, pela amizade e companheirismo.

Enfim, agradeço a todos que de alguma maneira contribuíram para realização deste trabalho.

Muito obrigado!

“Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre”
Paulo Freire

RESUMO

FERNANDES, David Jesus. **Proposta de Ensino de Frações para Alunos do Sistema Prisional**. 2021. 129 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2021

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino de frações para alunos do sistema prisional, contextualizando assuntos pertencentes ao cotidiano dos alunos reclusos. O estudo é relevante visto que a população carcerária está crescendo, e esse público composto por jovens e adultos, que na sua maioria absoluta não concluíram o ensino fundamental, sendo assim precisam de uma motivação para despertar o interesse pelos estudos. Além das experiências pessoais dos alunos trazidas para a sala de aulas, são propostas atividades de cálculo de remição de pena, progressão de regime, faltas disciplinares, entre outros. Estes assuntos são de interesse dos alunos, a partir dos quais é possível trabalhar a contextualização do ensino de frações. Assim, as aulas podem ficar mais atrativas, despertando a curiosidade desses alunos, visto que os conteúdos apresentados fazem parte do seu cotidiano.

Palavras-chave: Atividades. Contextualização. Ensino. Frações. Sistema Prisional.

ABSTRACT

FERNANDES, David Jesus. **Proposal for Teaching Fractions to Prison System Students.** 2021. 129 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2021

This work presents a proposal for teaching fractions to prison system students, contextualizing issues related to the daily lives of inmates. The study is relevant since the prison population is growing, and this audience is composed of young people and adults, who in their absolute majority have not completed elementary school, and thus need a motivation to get interested in studies. In addition to the personal experiences of the students brought to the classroom, activities are proposed to calculate penalty remission, regime progression, disciplinary absences, among others. These subjects are subjects of interest to the students, from these subjects, it is possible to work the contextualization of the teaching of fractions. Thus, the classes can become more attractive, increasing the curiosity of these students, since the contents presented are part of their daily lives.

Keywords: Activities. Contextualization. Teaching. frac.prison system

LISTA ABREVIATURAS

ALFASOL – Programa de Alfabetização Solidária
BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CEAA – Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos
CEP – Comitê de Ética em Pesquisa
CPS – Centro Paula Souza
CRSC – Coordenadoria de Reintegração Social e Cidadania
EJA - Educação de Jovens e Adultos
ENCCEJA – Exame Nacional de Certificação de Competências para Jovens e Adultos
ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio
FUNAP – Fundação de Amparo ao Trabalhador Preso
IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INEP – Instituto Nacional de Pesquisa
LDB - Lei das Diretrizes e Bases
MMC - Mínimo Múltiplo Comum
MOI – Mão de Obra Indireta
ONG – Organização Não Governamental
PBL - Aprendizado Baseado em Problemas
PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais
PENAD – Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio
PNE – Plano Nacional de Educação
SAP – Secretaria da Administração Penitenciária
SEBRAE – Serviço Brasileiro de Apoio às Micros e Pequenas Empresas
SENAI – Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação e Cultura
UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Chegada dos Portugueses ao Brasil	24
FIGURA 2 – Proclamação da Independência do Brasil	25
FIGURA 3 – Proclamação da república do Brasil	27
FIGURA 4 – Dados do Analfabetismo no Brasil em 1997.	32
FIGURA 5 – Comparação do analfabetismo entre total da população de homens e mulheres no ano de 1997	33
FIGURA 6 – Comparação do analfabetismo entre a população urbana e rural no ano de 1997	34
FIGURA 7 – Dados sobre o analfabetismo entre os anos de 2001 e 2008	35
FIGURA 8 – Dados da população carcerária no Brasil.	38
FIGURA 9 – População com mandados de prisão no Brasil.	39
FIGURA 10 – Crescimento da população carcerária no Brasil	39
FIGURA 11 – Quebra cabeça representando a educação de jovens e adultos do sistema prisional.	42
FIGURA 12 – Exemplo da propriedade associativa da adição.	63
FIGURA 13 – Exemplo da propriedade comutativa da adição.	64
FIGURA 14 – Exemplo da propriedade do elemento neutro da adição.	64
FIGURA 15 – Exemplo da associativa da multiplicação.	65
FIGURA 16 – Exemplo da comutativa da multiplicação.	65
FIGURA 17 – Exemplo do elemento neutro multiplicação.	66
FIGURA 18 – Exemplo de distributiva.	66
FIGURA 19 – Reta Numérica dos Números Inteiros.	67
FIGURA 20 – Dispositivo prático para encontrar MMC	69
FIGURA 21 – Representação gráfica de frações próprias.	76
FIGURA 22 – Representação gráfica de frações impróprias.	77
FIGURA 23 – Representação gráfica de frações aparentes.	78
FIGURA 24 – Representação gráfica de frações mistas.	78
FIGURA 25 – Representação gráfica de frações equivalentes.	79
FIGURA 26 – Dispositivo prático para encontrar MMC	86
FIGURA 27 – MMC entre 4 e 3	88
FIGURA 28 – Progressão de regime	100
FIGURA 29 – Cálculo de pena	101
FIGURA 30 – Pastor contando ovelhas.	102
FIGURA 31 – Marcas no osso.	103
FIGURA 32 – Contagem utilizando nós em cordas.	103
FIGURA 33 – Barra de chocolate.	107
FIGURA 34 – Representação de frações impróprias	108
FIGURA 35 – Frações Equivalentes	110
FIGURA 36 – Dispositivo prático para encontrar MMC	112
FIGURA 37 – MMC entre 4 e 3	115
FIGURA 38 – Exemplo de como dividir frações pelo método meios e extremos.	119

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	OBJETIVOS	21
1.1.1	Objetivo geral	21
1.1.2	Objetivos específicos	21
1.2	JUSTIFICATIVA	22
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	22
2	PANORAMA DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL	23
2.1	PERÍODO COLONIAL	23
2.2	PERÍODO IMPERIAL	25
2.3	PERÍODO REPUBLICANO	26
2.4	PERÍODO DO REGIME MILITAR	29
2.5	PERÍODO PÓS REGIME MILITAR	29
2.6	PLANOS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO	31
2.7	CERTIFICAÇÃO DO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO	36
2.8	A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO SISTEMA PRISIONAL	37
3	ESTRATÉGIAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA JOVENS E ADULTOS DO SISTEMA PRISIONAL.	45
3.1	MATEMÁTICA NO COTIDIANO DOS ALUNOS DO SISTEMA PRISIONAL.	45
3.1.1	Remição de pena	47
3.1.2	Progressão de Regime	48
3.1.3	Faltas disciplinares	49
3.1.4	Pecúlio na unidade prisional	50
3.2	ALGUMAS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA EM PRISÕES	51
3.2.1	Materiais lúdicos para o ensino de matemática para alunos do sistema prisional.	51
3.2.2	Matemática como base para outras ciências.	52
3.2.3	Desafios para o ensino da matemática no ambiente prisional.	53
3.2.4	Matemática financeira no cárcere	55
3.2.5	Modelagem matemática em ambiente prisional.	57
3.2.6	Frações matemáticas no cotidiano da prisão	58
4	CONCEITOS DE FRAÇÕES	61
4.1	CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS	61
4.1.1	Operações com naturais.	62
4.2	CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS.	66
4.2.1	Operações com inteiros.	67
4.3	MMC (MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM)	68
4.4	CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS	68
4.4.1	Operações com racionais	70
4.4.2	Tipos de Frações.	75
4.4.2.1	Frações Próprias	75
4.4.2.2	Frações Impróprias	76
4.4.2.3	Frações Aparentes	77
4.4.2.4	Frações Mistas	77
4.4.2.5	Frações Equivalentes.	79
5	PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS DO SISTEMA PRISIONAL.	81

5.1	PRIMEIRO ENCONTRO: PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	81
5.2	SEGUNDO ENCONTRO: CONCEITOS DE REMIÇÃO DE PENA	82
5.3	TERCEIRO ENCONTRO: CONCEITOS DE PROGRESSÃO DE REGIME	82
5.4	QUARTO ENCONTRO: CONCEITOS DE NÚMEROS; NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS.	83
5.5	QUINTO ENCONTRO: TIPOS DE FRAÇÕES	84
5.6	SEXTO ENCONTRO: MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)	85
5.7	SÉTIMO ENCONTRO: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS	86
5.8	OITAVO ENCONTRO: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES	87
5.9	NONO ENCONTRO: MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO E SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES	88
5.10	DÉCIMO ENCONTRO: SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	89
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
	REFERÊNCIAS	93
A	ATIVIDADES	97
A.1	ATIVIDADE 01 - REMIÇÃO DE PENA	97
A.2	ATIVIDADE 02 - PROGRESSÃO DE REGIME	99
A.3	ATIVIDADE 03 - CONJUNTOS NUMÉRICOS	102
A.3.1	Um pouco de história.	102
A.3.2	Conjunto dos números naturais	103
A.3.3	Conjunto dos números inteiros	105
A.3.4	Conjunto dos números racionais	105
A.4	ATIVIDADE 04 - TIPOS DE FRAÇÕES	107
A.4.1	Frações Próprias	107
A.4.2	Frações Impróprias	108
A.4.3	Frações Aparentes	109
A.4.4	Frações Mistas	109
A.4.5	Frações Equivalentes.	110
A.5	ATIVIDADE 5 - MMC - (MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM)	111
A.6	ATIVIDADE 6 - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS	113
A.7	ATIVIDADE 7 - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES.	114
A.8	ATIVIDADE 8 - MULTIPLICAÇÃO E SIMPLIFICAÇÕES DE FRAÇÕES	116
A.8.1	Multiplificação de Frações	116
A.8.2	Simplificações de Frações.	117
A.8.3	Divisão de frações	118
B	AVALIAÇÕES	121
B.1	PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	121
B.2	SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	123
C	QUESTIONÁRIOS	125
C.1	QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS	125
C.2	QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES DO SISTEMA PRISIONAL	127
C.3	QUESTIONÁRIO APLICADO AOS POLICIAIS PENAIIS.	129

1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Jovens e Adultos (EJA) apresenta muitos desafios no Brasil, como discutido por Pierro, Joia e RIBEIRO (2001). O EJA desperta interesse pessoal do autor que foi aluno dessa modalidade de ensino no período de 2000 a 2002, na qual cursou o ensino fundamental e médio através do Telecurso 2000. O ensino de jovens e adultos desenvolvido pelo telecurso 2000 é baseado na contextualização dos temas. Atualmente o autor deste trabalho é Policial Penal e trabalha no sistema prisional, onde observa constantemente a necessidade de metodologias específicas para os conteúdos de matemática para alunos do sistema prisional, baseadas na contextualização da realidade por eles vivenciadas.

D'ambrosio (2007) apresenta em seu texto uma sólida base inspiradora para a contextualização de conteúdos de matemática, discorrendo sobre conhecimento, história da matemática e educação, currículo e avaliação.

Contextualizar a matemática é essencial para todos. Afinal como deixar de relacionar os elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia antiga? Ou a aquisição da numeração indo arábica com o florescimento mercantilismo europeu nos séculos XIV e XV ? E não se pode entender Newton descontextualizado. Sem dúvida será possível papagaiair alguns teoremas, decorar tabuadas e integrais, que nada tem a ver com nada nas cidades, nos campos ou nas florestas. Alguns dirão que como manifestação mais nobre do pensamento e da inteligência humana[...] (D'AMBROSIO, 2007).

Na atualidade, são muitas as diretrizes que apontam para a direção de um ensino contextualizado, a julgar pelos documentos oficiais, tais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), assim como as Diretrizes para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), entre outros. Neste contexto Spinelli (2011) salienta, "a discussão acerca da contextualização do ensino, não apenas de matemática, está presente há algum tempo em propostas curriculares de variadas instancias". É comum, no meio acadêmico, a realização de encontros e congressos organizados por Universidades com o tema contextualização do ensino. De acordo com Lopes (2002), "o ensino contextualizado vem sendo bem aceito na comunidade educacional, como atestam trabalhos apresentados em recentes congressos da área".

Na prática, a ideia de contextualização pode ser utilizada aproveitando as experiências trazidas pelos alunos na aplicação dos conteúdos trabalhados, com o objetivo de despertar o interesse e a curiosidade do aluno para o estudo de conteúdos de matemática, esperando um maior interesse e melhor desempenho para esse perfil de alunos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), recentemente substituídos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), incentivam o professor à prática da contextualização.

O desenvolvimento de capacidades, como as de relação interpessoal, as cognitivas, as afetivas, as motoras, as éticas, as estéticas de inserção social, torna-se possível mediante o processo de construção e reconstrução de conhecimentos. Essa aprendizagem é exercida com o aporte pessoal de cada um, o que explica por que, a partir dos mesmos saberes, há sempre lugar para a construção de uma infinidade de significados, e não a uniformidade destes. Os conhecimentos que se transmitem e se recriam na escola ganham sentido quando são produtos de uma construção dinâmica que se opera na interação constante entre o saber escolar e os demais saberes, entre o que o aluno aprende na escola e o que ele traz para a escola, num processo contínuo e permanente de aquisição, no qual interferem fatores políticos, sociais, culturais e psicológicos (BRASIL, 1997).

Existem diversos esforços humanitários para que as pessoas que cometem crimes sejam reeducadas para o retorno ao convívio social, e assim percebe-se a necessidade de implementar novas metodologias para o ensino nas instituições prisionais. Neste sentido, tem-se o desejo de que as unidades prisionais não sejam apenas um local para manter os indivíduos reclusos como forma de castigo pelos crimes cometidos, mas que tente fazer com que essas pessoas, durante este período de isolamento da sociedade, possam refletir e aprender por meio da educação, que existe uma nova oportunidade para mudar de vida quando retornar para o convívio da sociedade e da família.

Considerando o ensino de conteúdos de matemática por meio da contextualização, o ensino de frações pode ser mais atrativo para os reclusos, se forem incluídas operações com frações utilizando exemplos do seu dia a dia, tais como o cálculo de tempo de pena a ser cumprido e planejamento para o benefício de progressão de regime, entre outros. Esse assunto é totalmente relevante para essa classe de alunos do ensino de jovens e adultos, pois com o aprendizado desse conteúdo os sentenciados são capazes de realizar os cálculos sobre remição de pena, assim como o lapso temporal para montar os processos de progressão de regime, entre outras ações que interferem diretamente no cotidiano dos detentos.

Um aspecto primordial a ser ressaltado é que os alunos devem ser auxiliados a perceber o potencial matemático que eles possuem através do reconhecimento da importância da cultura para a identidade de cada indivíduo, pois este aspecto afeta o modo como cada um pensa, aprende, reflete, conclui e toma decisões. Nas aulas de Matemática, deve-se valorizar, entender e compreender a influência que determinada cultura tem sobre a Matemática e como esta influência resulta nas diferentes maneiras sobre as quais a Matemática é pensada, comunicada e transmitida. Deve-se olhar para os acontecimentos da vida diária com olhos antropológicos e matemáticos, numa perspectiva Etnomatemática, para que se possa re-situar a capacidade de analisar, refletir e julgar dentro dos contextos histórico, social, político e econômico num mundo complexamente globalizado. Assim, deve-se detalhar as relações da Etnomatemática que estão presentes no dia-a-dia com a Matemática acadêmica, para que seja possível elaborar intervenções pedagógicas para o ensino-aprendizagem em Matemática, designadas especificamente para um determinado grupo cultural (ROSA; OREY, 2003).

Portanto, é preciso uma mudança do processo de ensino de conteúdos da matemática de forma tradicional, sem levar em conta o perfil dos alunos e sem levar em consideração

as experiências vivenciadas por esses alunos. Sabendo o quanto a ausência de um método contextualizado que trabalha assuntos de interesse dos alunos pode atrapalhar e desestimular o aprendizado levando ao desinteresse e ao abandono dos estudos, dificultando assim todo um processo de educação que visa dar oportunidade e uma nova motivação a quem cometeu crime e pretende voltar ao convívio familiar e da sociedade.

São muitos os desafios para se chegar uma educação de qualidade no Brasil, esses desafios são maiores ainda quando tratamos de educação de jovens e adultos, porém eles se tornam gigantescos quando tentamos alcançar os alunos do sistema prisional. Mas a busca para chegar a um nível melhor tem que ser constante, como disse Freire (1987), "Na síntese cultural, onde não há espectadores, a realidade a ser transformada para a libertação dos homens é a incidência da ação dos atores".

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Propor um roteiro para o ensino de conteúdos de matemática de forma contextualizada para alunos do sistema prisional, visando estimular a curiosidade e o interesse pela matemática, contribuindo para a evolução dos estudos e da educação do sistema prisional.

1.1.2 Objetivos específicos

- Utilizar situações vivenciadas pelos reeducandos para mostrar que a matemática está presente em seu dia a dia;
- Mostrar que para determinar a sentença a qual ele está condenado, o juiz observou que a lei fala de frações que podem atenuar ou agravar seus crimes e assim diminuem ou aumentam suas penas;
- Mostrar que sua contribuição com o trabalho pode diminuir frações de seu tempo na prisão, assim como o estudo e a leitura de obras;
- Elaborar e aplicar uma proposta para o ensino de frações na educação de jovens e adultos do sistema prisional;
- Analisar a efetividade de trabalhar conteúdos no contexto dos alunos;
- Identificar possíveis lacunas no ensino e na aprendizagem de frações no ensino de jovens e adultos do sistema prisional com base nos dados analisados neste trabalho.

1.2 JUSTIFICATIVA

A escolha do tema foi motivada pelas experiências vivenciadas pelo autor com o ensino de jovens e adultos e com o sistema prisional em que se observa o desinteresse de parte dos alunos reclusos com o ensino da matemática, que muitas vezes é apenas abstrato, sendo um dos motivos pelo qual os alunos não se interessam pelos conteúdos de matemática quando trabalhados de forma tradicional. Outro ponto relevante que também pode ser apontado é a evasão escolar dos alunos reclusos.

Outro questionamento revela que quando as estratégias de ensino adotadas pelos professores não atendem às necessidades dos alunos, elas podem acarretar a evasão escolar dos alunos demonstrando que aquele docente que não inova, que insiste em aulas expositivas ou usa inadequadamente outras metodologias (vídeos muito extensos, pesquisas sem contextualização, laboratório sem finalidade e outros) amplia o fator de frustração e descontentamento pelo processo de ensino e aprendizagem. Já, quando ocorre o contrário, quando professor consegue interagir conquistar o aluno, chamando o para a aprendizagem, pode ser considerado um dos principais motivadores para sua permanência na instituição de ensino (LAIBIDA; PRYJMA, 2013).

Desta forma, a aplicação de uma estratégia de ensino baseada na contextualização dos conceitos matemáticos para o ensino de frações pode ser relevante e contribuir na redução do índice de evasão de alunos reclusos e no interesse desses estudantes pelos estudos, em especial, pela matemática.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esse trabalho está dividido em 06 capítulos, o primeiro corresponde à introdução, os demais Capítulos estão estruturado da seguinte maneira. No capítulo 2, é apresentado um panorama da educação de jovens e adultos no Brasil, desde o tempo colonial à atualidade. Expondo sua trajetória, sua história composta por ações da sociedade civil, assim como dos governantes para que essa modalidade de educação alcançasse os patamares em que hoje se encontra. Já no capítulo 3 são apresentadas estratégias para o ensino de matemática para alunos do ensino de jovens e adultos do sistema prisional, fazendo uma abordagem teórica do assunto baseado nas experiências realizadas aplicando o conceito de contextualização em várias unidades prisionais de alguns Estados do Brasil. No capítulo 4, são apresentados os principais conceitos dos números naturais, inteiros e fracionários, assim como suas propriedades e definições, tipos de frações e suas operações. No capítulo 05, são apresentadas as propostas de atividades a serem trabalhadas em salas de aula das unidades prisionais. Finalmente no capítulo 6 são apresentadas as considerações finais do ponto de vista do autor, as considerações a respeito do método proposto, assim como as dificuldades encontradas para o desenvolvimento da educação em ambiente prisional.

2 PANORAMA DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

Neste capítulo apresentamos um panorama geral da educação de jovens e adultos Brasil. Buscamos, através da literatura, dados dessa modalidade de ensino desde a chegada dos portugueses em terras brasileiras, quando se iniciaram as atividades pelos Jesuítas. As reformas, os planos de educação, as legislações envolvendo essa modalidade, desde o período colonial até os dias atuais.

2.1 PERÍODO COLONIAL

A história da educação de jovens e adultos no Brasil é composta por muitos altos e baixos, ou seja, geraram-se muitas alianças e conflitos que marcaram essa modalidade de ensino, que nem sempre evoluiu de maneira satisfatória, em razão da importância que representa para a evolução da educação no país.

No início da colonização do Brasil, já se iniciava a educação de jovens e adultos. "A ação educativa junto a adolescentes e adultos no Brasil não é nova. Sabe-se que já no período colonial os religiosos exerciam sua ação educativa missionária em grande parte com adultos"(HADDAD; PIERRO, 2006).

A educação de jovens e adultos nunca foi um assunto de consenso e sempre se deu por meios de disputas de ideias, é um assunto tão importante para o currículo escolar, porém não se refere apenas à educação escolarizada e não acontece somente em espaços formais, mas tem envolvido, desde o início, os mais variados segmentos da sociedade tais como associações de moradores de bairro, empresas, igrejas, poder legislativo, poder executivo, escolas, entre outros (OLIVEIRA et al., 2019).

Este assunto é discutido no Brasil desde a chegada dos portugueses em terras brasileiras. A educação de jovens e adultos sempre existiu em um contexto de práticas formais e informais dotadas de conhecimentos prévios dos alunos, sejam conhecimentos técnicos, profissionais, culturais ou familiar, assim o avanço na educação de jovens e adultos sempre se deu nos ambientes familiares, de trabalho, religioso, escolar entre outros, conforme o texto de (HADDAD; PIERRO, 2006).

Muitos desses processos se desenvolvem de modo mais ou menos sistemático fora de ambientes escolares, realizando-se na família, nos locais de trabalho, nos espaços de convívio sociocultural e lazer, nas instituições religiosas e, nos dias atuais, também com o concurso dos meios de informação e comunicação à distância. Qualquer tentativa de historiar um universo tão plural de práticas formativas implicaria sério risco de fracasso, pois a educação de jovens e adultos, compreendida nessa acepção ampla, estende-se por quase todos os domínios da vida social (HADDAD; PIERRO, 2006).

Quando os portugueses chegaram ao Brasil, encontraram uma terra já habitada por milhões de povos nativos. De acordo com Pagliaro, Azevedo e Santos (2005) não é possível estimar a população exata dos povos nativos que habitavam o Brasil na época do seu descobrimento, pois isso depende do enfoque de cada autor, mas é bem possível que essa população varie entre três e oito milhões de habitantes.

De acordo com Oliveira et al. (2019), com a chegada da companhia missionária de Jesus (Jesuítas) em 1549 iniciou-se, junto com o ensino religioso, através das catequeses, também, a alfabetização dos indígenas, não com o objetivo apenas de alfabetizar a população indígena, mas a intenção era evangelizar os nativos para a fé cristã e com isso eles eram alfabetizados na língua dos colonizadores.

Nesse período as poucas escolas existentes eram prioritárias para a educação dos filhos das pessoas de classe média e alta da sociedade da época e esses eram acompanhados em seus estudos desde a infância, então não havia a preocupação com a educação de jovens e adultos. Por outro lado, era interesse dos padres jesuítas evangelizar os adultos para a fé cristã, e com isso eles eram alfabetizados. A Figura 1 ilustra a chegada dos portugueses em terras brasileiras.

Figura 1 – Chegada dos Portugueses ao Brasil



Fonte: <https://www.estudokids.com.br/>

Nessa época não havia programas governamentais que se preocupassem com o letramento ou a educação dos jovens e adultos, o ensino se dava sem nenhuma iniciativa dos órgãos governamentais, o que permaneceu desde o início da colonização até o ano de 1759, quando os jesuítas foram expulsos do Brasil.

A trajetória da Educação de Jovens e Adultos no Brasil inicia-se bem antes do império, o ensino do EJA começa a se desenvolver no período colonial, momento em que os missionários religiosos exerciam uma ação educativa, com adultos, destinados aos brancos e indígenas, estudos estes que eram baseados no estudo clássico, nas

primeiras noções da religião católica. A educação do Período colonial estava, durante dois séculos, sendo desenvolvida em poder dos jesuítas que estenderam seus domínios por toda a colônia, fundando colégios nos quais era desenvolvida uma educação clássica, humanística e acadêmica. Neste período a educação era considerada tarefa da Igreja e não do Estado (SANTANA; PERÍODO,).

A partir dessa data, Sebastião José de Carvalho e Melo, que ficou conhecido como Marques de Pombal, organizou as escolas de acordo com os interesses do Estado.

Com a chegada da corte portuguesa ao Brasil e com a descoberta do ouro e do diamante e somando-se a isso o tráfico de negros escravos, houve um crescimento significativo da população brasileira, e essa população, em sua grande maioria, eram pessoas analfabetas, pobres e muito carentes de tudo.

Segundo Oliveira et al. (2019) em 1818, na cidade de São Paulo, apenas 2,5% da população de homens livres com idade escolar eram alfabetizados, o que demonstra que na época não havia nenhuma preocupação e conseqüentemente nenhuma iniciativa para mudar aquela realidade.

Porém, com a permanência da corte portuguesa no Brasil, surgiu-se a necessidade de ter mais pessoas qualificadas para atender aos interesses da coroa portuguesa, devido a essa necessidade implantou-se a escolarização para as pessoas adultas, na intenção de que essas pessoas fossem alfabetizadas para servir à corte portuguesa (OLIVEIRA et al., 2019).

2.2 PERÍODO IMPERIAL

A Figura 2 representa o ato da proclamação da independência as margens do rio Ipiranga.

Figura 2 – Proclamação da Independência do Brasil



Fonte: www.todamateria.com.br

Às margens do rio Ipiranga em São Paulo, Dom Pedro declarou a independência do Brasil em 1822. Logo em seguida foi criada a Constituição de 1824, quando a educação dos

adultos ficou a cargo do império. E todos os cidadãos tinham direito a educação primária gratuita. "A partir de 1822, com a independência do Brasil, a EJA (Educação de Jovens e Adultos) passou para a responsabilidade do Império"(OLIVEIRA et al., 2019).

Na data de 12 de agosto de 1834, através da lei número 16, foram feitas várias alterações na Constituição de 1824 pelos membros da Câmara dos Deputados e foram estabelecidas uma série de mudanças pelo ato constitucional que aprovou algumas mudanças que refletiram diretamente na educação de jovens e adultos.

Como parte dessas mudanças, a educação primária e secundária passaram a ser de responsabilidade das províncias, conforme artigo 8 § 2 do Ato Constitucional. Este que foi considerado um grande feito em prol dos menos favorecidos. Até então, os analfabetos que eram considerados pessoas ignorantes, não usufruíam dos mesmos direitos das pessoas escolarizadas. E este Ato Constitucional, entre outros benefícios, veio para corrigir essa desigualdade.

De acordo com Oliveira et al. (2019) "Com o Ato Constitucional de 1834, a instrução primária e secundária ficou sob a responsabilidade das províncias. Sendo considerada como um ato de solidariedade, que era dispensado às pessoas ignorantes (analfabetas), que viviam nas trevas".

Em 1879 a educação no Brasil passou pela reforma de Leôncio de Carvalho, na qual a pessoa não alfabetizada era considerada como incompetente, incapaz de ter opinião própria e por isso tinha os seus direitos cerceados por essa legislação, onde não tinha nem o direito de escolher os seus representantes através do voto.

Assim a trajetória da educação nesse período foi de ganhos e perdas, Apesar de algumas conquistas tais como a criação do decreto número 7.247 que previa a criação de cursos para alfabetização de jovens e adultos, também tiveram frustrações como a criação da lei Saraiva de 1881 que além de reforçar o pensamento da reforma de Leôncio de Carvalho, cerceando os direitos das pessoas analfabetas, dando o direito ao voto somente para pessoas alfabetizadas, reforçava o preconceito e a exclusão dessas pessoas menos favorecidas (OLIVEIRA et al., 2019).

2.3 PERÍODO REPUBLICANO

O início do século XX foi um momento importante para a educação no Brasil, em especial a educação de jovens e adultos, em que houve conquistas importantes, houve uma grande expansão da rede escolar melhorando as condições do ensino, tanto no campo didático, quanto pedagógico. Iniciou-se uma forte movimentação no intuito de diminuir os altos índices de analfabetismo no Brasil (OLIVEIRA et al., 2019).

Na década de 1920 houve uma grande pressão da população e dos educadores para uma escola de melhor qualidade com mais investimento por parte do Estado e começava ali um

Figura 3 – Proclamação da república do Brasil



Fonte: <https://commons.wikimedia.org/>

aumento dos debates em torno da educação no país. Mas foi a partir de 1930 com o início do desenvolvimento industrial no Brasil, com a ascensão de Getúlio Vargas ao Governo Federal que tinha com uma nova visão de Governo, visto que até então, a economia era basicamente agrária, sobre controle nas ações dos coronéis, com uma política baseada na exportação do café, a partir daí a educação de jovens e adultos começou a ganhar mais visibilidade e delimitar seu próprio espaço na educação brasileira.

Art 149 - A educação é direito de todos e deve ser ministrada, pela família e pelos Poderes Públicos, cumprindo a estes proporcioná-la a brasileiros e a estrangeiros domiciliados no País, de modo que possibilite eficientes fatores da vida moral e econômica da Nação, e desenvolva num espírito brasileiro a consciência da solidariedade humana (BRASIL, 1934).

Em seu artigo 150, a Constituição de 1934 ainda diz que o Estado deve fixar o plano nacional de educação, em todos os graus, coordenar e fiscalizar sua execução, organizar e manter sistemas educativos apropriados, exercer ação de suplência, onde houver necessidade, e ainda instruir sobre a gratuidade para o ensino primário e de frequência obrigatória, extensivo aos adultos.

Apesar dessa garantia constitucional, o ensino de jovens e adultos não avançou muito nessa década, pois foi a partir de 1940 que essa modalidade de ensino passou a ser realmente uma preocupação para o Governo, que precisava de mão de obra mais qualificada para atender interesses da industrialização (OLIVEIRA et al., 2019). Assim surgiram iniciativas mais concretas de escolarização para uma parte maior da população, que até então caminhava às margens da educação escolar do país, e essa tendência se estendeu através de ações de programas governamentais em todas as esferas Administrativas.

Na década de 1947 foi realizada a campanha nacional de educação de jovens e comandada por Lourenço Filho, essa campanha foi um grande avanço para a educação de jovens

e adultos, sendo uma medida importante e fundamental para o enfrentamento aos altos índices de analfabetismo, enfrentado na época como um grande problema, visto que as pessoas que não eram alfabetizadas além de não contribuírem muito para os trabalho exigido na indústria, ainda sofriam todos os tipos de preconceitos. Por essas razões a campanha foi um ponto de extrema importância para a educação no Brasil.

A Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos (CEAA) foi a primeira iniciativa governamental para a educação de jovens e adultos no Brasil. Promovida pelo Ministério da Educação e Saúde, a partir de 1947, tinha por objetivo levar a “educação de base” a todos os brasileiros iletrados, nas áreas urbanas e rurais. Foi organizada uma ampla estrutura administrativa apta a mobilizar nos Estados da Federação recursos administrativos, financeiros, pedagógicos e doutrinários. A União teve um forte papel indutor, cabendo às unidades federadas a contratação de docentes, instalação das classes, matrícula dos alunos e supervisão das atividades desenvolvidas (COSTA; ARAUJO, 2011).

Essa campanha foi uma ação importante, pois viabilizou uma estruturação do ensino de jovens e adultos do Ministério da Educação que teve a campanha estendida por várias regiões do Brasil, o que propiciou a criação de escolas supletivas, o que foi uma ação muito produtiva para o avanço no combate ao analfabetismo já arraigado na sociedade brasileira. Uma das ações dessa campanha, foi a criação das escolas supletivas, nesse contexto relata Haddad e Pierro (2006), "Portanto, o Ensino Supletivo se propunha a recuperar o atraso, reciclar o presente, formando uma mão de obra que contribuísse no esforço para o desenvolvimento nacional, através de um novo modelo de escola".

Porém apesar das experiências e expectativas positivas, as ações na zona rural não fluíram com a mesma intensidade e a campanha foi abandonada antes do término dessa década. Porém permaneceram ativos os supletivos implantados durante a campanha, mas essa continuidade dos supletivos se deu de forma muito tímida devido as dificuldades enfrentadas por Estados e Municípios.

Dessa forma começaram as discussões em torno de uma ideia de criar um currículo com atendimentos das demandas individuais em que o ensino poderia levar em conta a identidade de cada jovem e adultos, assim como a diminuição do período cursado para obtenção da certificação, o que levou o Ministério da Educação e Cultura a produzir e distribuir material específico para esse público de escolas supletivas. Assim foram muitas as tentativas entre erros e acertos à procura de uma política educacional para enfrentar o problema do analfabetismo que assolava todo o Território Nacional.

De acordo com BRASIL (1961), o seu artigo 27 trata da educação para jovens e adultos, quando diz que o ensino primário é obrigatório a partir dos sete anos, e que para quem ingressar após essa idade poderão ser criadas novas propostas como a criação de salas especiais

para adequar o ensino a esses alunos, ou seja há uma flexibilização para que todos sejam contemplados com a sua educação e formação.

2.4 PERÍODO DO REGIME MILITAR

Com o início do regime militar ocorreram muitas mudanças, entre elas a promulgação de uma nova Constituição no ano de 1967. Neste período aconteceram várias mudanças na condução e na concepção de educação, foi criado o Movimento Brasileiro de Educação (Mobral) um programa governamental de combate ao analfabetismo no país.

O Mobral instalou comissões municipais por todo o país, responsabilizando-as pela execução das atividades, enquanto controlava rígida e centralizadamente a orientação, supervisão pedagógica e produção de materiais didáticos. Sendo concebido como ação que se extinguiria depois de resolvido o problema do analfabetismo, o Mobral tinha baixa articulação com o sistema de ensino básico. Em virtude de sua presença maciça no país e sua capilaridade, contribuiu para legitimar a nova ordem política implantada em 1964. Além da legitimação interna, essa iniciativa governamental também visava responder a orientações emanadas de agências internacionais ligadas à Organização das Nações Unidas, em especial a Unesco, que desde o final da Segunda Guerra vinham propugnando o valor do combate ao analfabetismo e da universalização de uma educação elementar comum como estratégia de desenvolvimento socioeconômico e manutenção da paz (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001).

O MOBREAL que tinha a intenção de erradicar o analfabetismo no Brasil através de uma educação continuada para jovens e adultos, passou a ter uma perspectiva mais pedagógica, e assim permaneceu ativo até a década de 1980, e a partir de 1985 o Mobral passou a ser chamado de Fundação Nacional para Educação de Jovens e Adultos que também teve sua extinção em 1990 conforme Oliveira et al. (2019). "Em 1969, o MOBREAL começa a se distanciar da proposta inicial, mais voltada aos aspectos pedagógicos, pressionado pelo endurecimento do regime militar"(HADDAD; PIERRO, 2006).

2.5 PERÍODO PÓS REGIME MILITAR

Após o período do regime militar, o Brasil teve sua abertura política ampliada, e consequentemente algumas conquistas democráticas, e com isso iniciava-se um novo ciclo para a educação no país, assim a educação de jovens e adultos ganharia mais espaço, depois de um período com muitas idas e vindas. Com a promulgação da Constituição Federal de 1988, foram estabelecidos novos princípios democráticos no Brasil, assim ocorreram muitas mudanças nesse processo de redemocratização, o que favoreceu a educação no país, e consequentemente a educação de jovens e adultos (OLIVEIRA et al., 2019).

O direito, mais amplo, à educação básica, só seria estendido aos jovens e adultos na Constituição Federal de 1988, como resultado do envolvimento no processo constituinte de diversos setores progressistas que se mobilizaram em prol da ampliação dos direitos sociais e das responsabilidades do Estado no atendimento às necessidades dos grupos sociais mais pobres (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001).

Segundo Haddad e Pierro (2006), a redemocratização política brasileira, a reorganização do Estado com eleições diretas, com a população tendo mais liberdade de expressão e se organizando em movimentos sociais para as reivindicação de seus direitos, tudo isso trouxe grandes ganhos para a educação no país, conseqüentemente mais espaço para a educação de jovens e adultos.

Além da garantia constitucional do direito à gratuidade para o ensino de pessoas de qualquer idade, a legislação ainda estabeleceu prazos para que governos e sociedade civil criassem mecanismos e ampliassem esforços no intuito de erradicar o analfabetismo no Brasil. Neste período foi ampliado o direito à educação básica, devido ao envolvimento de diversos setores progressistas mobilizados para exigir do Estado ações previstas na Constituição de 1988 (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001).

A educação básica já estava presente em todo o território nacional, porém era insuficiente para atender a demanda existente, levando em consideração as dificuldades encontradas, sejam de ordens políticas, administrativas, financeiras ou pedagógicas, o que limitava a qualidade do ensino oferecido pelo Estado, os quais em sua maioria eram realizados em modalidade não presenciais e isso era prejudicial ao ensino, visto que a interação entre professor e aluno era prejudicada.

Como já citado anteriormente, desde o princípio as ações para a educação de jovens e adultas foram supridas tanto por órgãos governamentais quanto por iniciativas da sociedade civil. Neste contexto, em 1995, a Fundação Roberto Marinho implantou o telecurso 2000. Esse programa tem grande aceitação e funciona através de parcerias entre órgãos governamentais e empresas privadas, sobre a coordenação da fundação Roberto Marinho (MEMÓRIAS, 2020).

Nas nossas salas de aula, os estudantes assistem às teleaulas junto com um professor formado na Metodologia Telessala™ e têm atividades desenvolvidas para que concluam os ensinamentos Fundamental e Médio de forma prazerosa, concentrada e repleta de aprendizagem. Nos projetos do Telecurso em parceria com prefeituras e governos, os próprios professores da rede pública passam por uma formação para fazerem uso dessa metodologia em sala (MEMÓRIAS, 2020).

O telecurso 2000 tem como metodologia fazer a interação dos conhecimentos tecnológicos, científicos, com os conhecimentos adquiridos pelos alunos ao longo de sua vida, assim o aluno constrói sua aprendizagem baseada na contextualização dos conteúdos, sendo construtor do seu próprio conhecimento, desenvolvendo assim um senso crítico, englobando novos valores de cidadania.

Em 1996 foi lançado o AlfaSol: Programa de alfabetização solidária, coordenado pela antropóloga Ruth Cardoso, primeira dama do Brasil. O programa foi iniciado primeiramente em municípios mais pobres, em que havia os mais altos índices de analfabetismo (OLIVEIRA et al., 2019).

É um projeto conhecido e premiado nacional e internacionalmente, de reconhecida idoneidade e seu valor na comunidade que está inserida, e sua importância para todos aqueles que fazem parte dele. Tanto para profissionais que atuam quanto para os jovens e adultos que têm ali a chance, ou segunda chance, de reaver seus estudos, nunca antes feitos, ou interrompidos por seu cotidiano, pelo destino que a vida traçou. Em 2005 a AlfaSol foi a primeira organização não-governamental brasileira a estabelecer relações formais com a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (SIMOR, 2011).

O projeto Alfasol foi um dos muitos programas criados no intuito de diminuir os altos índices de analfabetismo no Brasil, sendo mais uma iniciativa da sociedade civil em parceria com a Vale do Rio Doce, uma empresa de minérios que recentemente havia sido privatizada e outras empresas instaladas no Brasil. Esse projeto tem como meta um modelo simples para a alfabetização inicial, a custo relativamente baixo, visto que é gerido pela iniciativa de parcerias dos setores da sociedade, a princípio em seu primeiro módulo foram atendidos 9,2 mil alunos, sendo esses dos municípios mais pobres municípios das regiões Norte e Nordeste, foram ainda capacitados 442 profissionais alfabetizadores e teve o apoio de 11 empresas parceiras e 38 universidades fazendo parte desse projeto (SIMOR, 2011).

De acordo com Barsante, Silva e Araújo (2020) em 1998 a AlfaSol foi transformada em ONG (Organização Não Governamental), sendo que a transferência do governo para ONG se realizou em um contexto político, que tinha como proposta, a reforma educacional brasileira e suas diretrizes recebiam orientações do banco mundial e considerada a primeira organização não governamental a estabelecer relações formais com a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO).

2.6 PLANOS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO

A partir do ano 2000, surgiram as Diretrizes Curriculares Nacionais para a educação de jovens e adultos que sustentam o direito dessa modalidade de ensino para todos e assumem que essa é uma obrigação do Estado para todos aqueles que não tiveram a oportunidade de realizar ou concluir seus estudos no período regular. Em 2001 foi criado o Plano Nacional de Educação, com objetivos e metas para a educação do Brasil, inclusive para a educação de jovens e adultos, e reservou um Capítulo somente para tratar dessa modalidade. Além disso, ainda traz dados gerais da educação no país, assim como tabelas ilustrando a real situação da educação brasileira (BRASIL, 2001-2010).

Além de reconhecer o dever do Estado para com essa modalidade de ensino, o texto estipula um tempo mínimo de 8 anos entendendo que o exercício pleno da cidadania não se dá apenas ensinando o cidadão a ler e escrever, mas sim o direito a uma educação continuada.

A necessidade de contínuo desenvolvimento de capacidades e competências para enfrentar essas transformações alterou a concepção tradicional de educação de jovens e adultos, não mais restrita a um período particular da vida ou a uma finalidade circunscrita. Desenvolve-se o conceito de educação ao longo de toda a vida, que há de se iniciar com a alfabetização. Mas não basta ensinar a ler e a escrever. Para inserir a população no exercício pleno da cidadania, melhorar sua qualidade de vida e de fruição do tempo livre, e ampliar suas oportunidades no mercado de trabalho, a educação de jovens e adultos deve compreender no mínimo, a oferta de uma formação equivalente às oito séries iniciais do ensino fundamental (BRASIL, 2001-2010).

Apesar da preocupação com o analfabetismo ao longo da história, com muitas ações para combater essa problemática da sociedade, o PNE revela que segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), só em 2006 havia 2,7 milhões de crianças e adolescentes fora da escola na faixa etária de 7 a 14 anos (BRASIL, 2001-2010).

Figura 4 – Dados do Analfabetismo no Brasil em 1997.

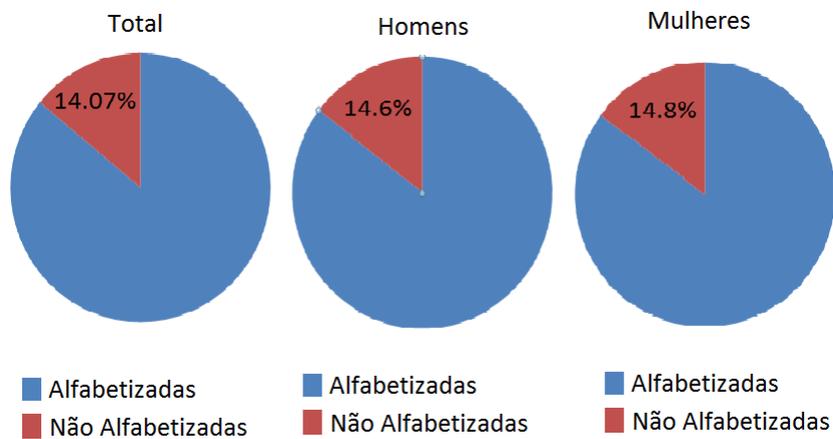
Sexo e Localização do Domicílio	População de 15 anos ou mais por Grupos de Idade						
	Total	15 a 19 anos	20 a 24 anos	25 a 29 anos	30 a 39 anos	40 a 49 anos	50 anos ou mais
Total	108.025.650	16.580.383	13.454.058	12.303.375	23.245.389	17.601.643	24.840.802
Não Alfabetizada	15.883.372	941.773	960.560	1.058.705	2.382.562	2.683.390	7.856.382
%Analfabetismo %	14,07	5,7	7,1	8,6	10,2	15,2	31,6
Homens	52.043.984	8.312.899	6.667.807	5.955.295	11.197.194	8.421.656	11.489.133
Não Alfabetizada	7.608.924	637.555	599.186	623.931	1.255.761	1.227.800	3.264.691
%Analfabetismo %	14,6	7,7	9,0	10,5	11,2	14,6	28,4
Mulheres	55.981.666	8.267.484	6.786.251	6.348.080	12.048.195	9.179.987	13.351.669
Não Alfabetizada	8.274.448	304.218	361.374	434.774	1.126.801	1.455.590	4.591.691
Analfabetismo %	14,8	3,7	5,3	6,8	9,4	15,9	34,4
Urbana	87.675.076	13.159.144	10.953.391	10.083.779	19.214.275	14.537.968	19.726.519
Não Alfabetizada	9.365.517	442.562	490.730	542.744	1.318.435	1.564.595	5.006.451
Analfabetismo %	10,7	3,4	4,5	5,4	6,9	10,8	25,4
Rural	20.350.574	3.421.239	2.500.667	2.219.596	4.031.114	3.063.675	5.114.283
Não Alfabetizada	6.517.855	499.211	469.830	515.961	1.064.127	1.118.795	2.849.931
Analfabetismo %	32,0	14,6	18,8	23,2	26,4	36,5	55,7

Fonte: PNE - 2001

Observando os dados da Figura 4 em que a tabela mostra os dados da população de 15 anos ou mais em situação de alfabetização, podemos observar que há um certo equilíbrio nos índices em termos percentuais de analfabetismo entre o total da população, homens e mulheres em situação de alfabetização, conforme mostra a Figura 5. A análise revela que o problema do analfabetismo ainda é muito grave com índices muito altos, em torno de 14% a 15% da população, porém não há uma discrepância nos índices, quando comparamos o total da população, homens e mulheres.

A Figura 5 ilustra a comparação dos índices de analfabetismo entre o total da população, homens e mulheres de 15 anos ou mais em situação de alfabetização.

Figura 5 – Comparação do analfabetismo entre total da população de homens e mulheres no ano de 1997

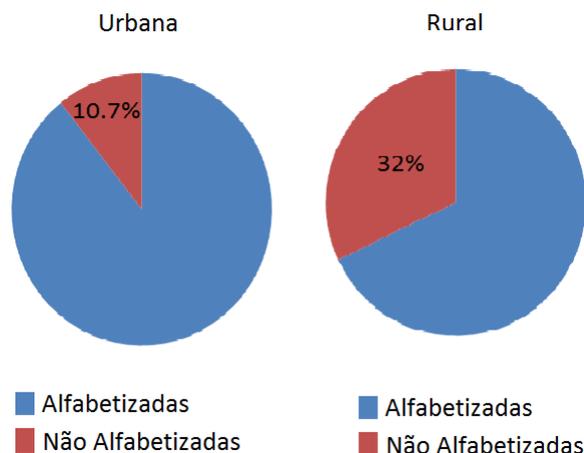


Fonte: Elaborado pelo autor

Porém quando comparamos os índices percentuais entre a população urbana e a população rural, percebe-se uma enorme discrepância nesses índices, visto que o percentual de analfabetismo da população rural chega a ser em torno de 300% dos índices da população urbana.

A Figura 6 ilustra a comparação dos índices de analfabetismo entre a população urbana e rural de 15 anos ou mais em situação de alfabetização.

Figura 6 – Comparação do analfabetismo entre a população urbana e rural no ano de 1997



Elaborado pelo autor

De acordo com Oliveira et al. (2019), além de apresentar um diagnóstico robusto das condições da educação no país, o PNE deu visibilidade para o número de pessoas existentes em todo território nacional na condição de alfabetização, sem nenhuma escolaridade ou necessitando dar continuidade aos estudos, também trouxe 5 objetivos e 26 metas consideradas ousadas. Diante da situação vivenciada pela população brasileira nesse período, em que os números mostrados pelo plano nacional de educação, revela uma realidade preocupante relacionado ao analfabetismo, nesse contexto Pierro (2010) salienta:

O Capítulo dedicado à EJA no PNE aprovado pelo Congresso na forma da Lei n. 10.172/2001 teceu um diagnóstico que reconheceu a extensão do analfabetismo absoluto e funcional e sua desigual distribuição entre as zonas rural e urbana, as regiões brasileiras, os grupos de idade, sexo e etnia. O Plano admitia ser insuficiente apostar na dinâmica demográfica e atuar apenas junto às novas gerações, propondo que as ações de escolarização atingissem também os adultos e idosos (PIERRO, 2010).

Assim, nessa década, mesmo com a criação do PNE (2001), apesar de criar uma expectativa positiva para a educação no país, em especial a educação de jovens e adultos, os resultados obtidos ficaram bem distantes das metas propostas, segundo dados do PNAD/IBGE. As frustrações desses resultados são atribuídas a vários fatores concomitantes na aplicação do PNE, entre eles, a superestimação de componentes, à insuficiente fiscalização das ações do programa, e à formação ineficaz e inconsistente formação dos alfabetizadores, entre outros aspectos relacionados à qualidade dos cursos (PIERRO, 2010).

Em 2014 foi elaborado o Plano Nacional de Educação (2014-2024) com objetivos e metas para o lapso temporal de 10 anos o qual prevê todos os recursos para o total atendimento às necessidades de expansão da educação, com padrão de qualidade e equidade, valorização dos profissionais da educação e promoção dos princípios de respeito aos direitos humanos, à diversidade e à sustentabilidade socioambiental. O PNE 2014-2024 traz um anexo contendo 20

Figura 7 – Dados sobre o analfabetismo entre os anos de 2001 e 2008

Indicador/Ano	2001	2005	2006	2007	2008
Taxa de analfabetismo	12,4%	11,1%	10,4%	10,1%	10,0%
Número de analfabetos	15.072.313	14.979.160	14.391.064	14.135.122	14.247.495
Inscritos em programas de alfabetização	930 mil	1,8 milhão	1,6 milhão	1,3 milhão	1,4 milhão
Média de anos de estudos	6,4	7	7,2	7,3	7,4

Fonte: Di Pierro (2010).

metas para a educação, o que muitos consideraram uma "carta de intenção" para os próximos dez anos. Em relação ao ensino de jovens e adultos as metas 9 (nove) com 12 (doze) estratégias e 10 (dez) com 11 (onze) estratégias dá um tratamento específico para esse modelo de ensino.

De acordo com muitas propostas, verifica-se que o PNE 2014-2024 não engloba a concepção de aprendizagem continuada, mas trata do assunto nas metas relacionando a EJA com ensino profissionalizante, o que é um avanço, visto que parcela considerável das pessoas com pouca ou nenhuma escolaridade também tem a necessidade de uma qualificação profissional (OLIVEIRA et al., 2019).

A EJA nos instrumentos citados acima saiu do campo dos sonhos e da utopia para constituir uma conquista legal, estabelecendo-se como direito básico do cidadão. Porém a aprovação de todo esse aparato legal, não garantem que as pessoas tenham as condições necessárias para estudar, sendo indispensável que a população cobre seu cumprimento. É possível constatar, que mesmo com esses avanços e passados 26 anos após o encontro internacional de educação para todos, na prática as necessidades de aprendizagem das pessoas jovens, adultas e idosas estão intrinsecamente condicionadas a vários fatores que impedem a sua oferta de forma satisfatória (OLIVEIRA et al., 2019).

Não há margens para dúvidas que o PNE 2014-2024 é um passo importante para a educação no Brasil, inclusive para a educação de jovens e adultos, porém é necessário que órgãos fiscalizadores, assim como a sociedade civil, todos fiscalizem o desenvolvimento do plano de forma consistente, para assegurar que sejam cumpridos os seus objetivos e metas. E assim consigam atingir os resultados esperados.

Em uma retrospectiva sobre a educação de jovens e adultos, observando as leis, tais como, as Constituições elaboradas ao longo da história, as leis de diretrizes e bases para a educação, os planos nacionais de educação, entre outras legislações do gênero, percebem-se os esforços de uma sociedade, para que a educação de jovens e adultos obtivesse seu reconhecimento como uma modalidade de educação, que consiga atender os anseios da população

alvo. É inegável que transcorreram esforços mútuos, em âmbito nacional, para elaborar normas e modelos para aperfeiçoar a educação de jovens e adultos, o que representa um progresso.

2.7 CERTIFICAÇÃO DO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO

Em 2002 foi criado e aplicado pela primeira vez o Exame Nacional de Certificação de Competências para jovens e adultos (Encceja), esse exame é aplicado pelo Instituto Nacional de Pesquisa educacional Anísio Teixeira (INEP), e tem como finalidade avaliar os conhecimentos dos alunos que não concluíram os ensinamentos fundamental e médio na idade regular. "O Exame é aplicado pelo INEP, mas a emissão do certificado e declaração de proficiência é responsabilidade das Secretarias Estaduais de Educação e Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, que firmam Termo de Adesão ao Encceja"(INEP, 2002).

Para a certificação do ensino fundamental, o aluno deve ter no mínimo 15 anos, e para a certificação do ensino médio o aluno precisa ter no mínimo 18 anos. As provas são compostas de 30 questões de múltipla escolha, e são avaliadas as seguintes competências: Para o ensino fundamental:

- Ciências Naturais
- Matemática
- Língua Portuguesa, Língua estrangeira Moderna, Educação Física e Redação
- História e Geografia

E para a certificação do ensino médio o aluno precisa da aprovação nas seguintes competências:

- Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Química, Física e Biologia)
- Matemática e suas Tecnologias
- Linguagens e Códigos e suas Tecnologias e Redação (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Artes e Educação Física)
- Ciências Humanas e suas Tecnologias (História, Geografia, Filosofia e Sociologia).

O ENCCEJA é referência na certificação de competências de jovens e adultos. O exame é aplicado em todo território brasileiro e também no exterior, para os brasileiros que residem fora do Brasil. Em ambos os casos o exame é aplicado também aos alunos que estão em situação de privação de liberdade ou cumprem medidas socioeducativas.

São finalidades do Encceja: construir uma referência nacional de auto avaliação para jovens e adultos por meio de avaliação de competências, habilidades e saberes adquiridos em processo escolar ou extraescolar; estruturar uma avaliação direcionada a jovens e adultos que sirva às Secretarias de Educação para que estabeleçam o processo de certificação dos participantes, em nível de conclusão do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, por meio da utilização dos resultados do Exame; oferecer uma avaliação para fins de correção do fluxo escolar; construir, consolidar e divulgar seus resultados para que possam ser utilizados na melhoria da qualidade na oferta da educação de jovens e adultos e no processo de certificação; construir parâmetros para a auto avaliação do participante, visando a continuidade de sua formação e sua inserção no mundo do trabalho; possibilitar o desenvolvimento de estudos e indicadores sobre educação brasileira (INEP, 2002).

Até a elaboração deste trabalho, o ENCCEJA continua sendo referência na certificação de competências para jovens e adultos no Brasil. Com 1.630.046 inscritos para o Exame Nacional de 2020, sendo 1.328.608 para a certificação para o ensino médio e 301.438 para a certificação para o ensino fundamental. Porém, devido ao momento de crise sanitária vivido no Brasil por consequência da pandemia do corona vírus, o exame de 2020, que seria realizado em 24 de abril de 2021, foi adiado para junho de 2021, porém sem data definida, pois a situação sanitária ainda continua com altos índices de contaminação.

Conforme (INEP, 2021) "o motivo para o adiamento da prova do Encceja, que estava prevista para acontecer no dia 25 de abril de 2021, é a impossibilidade de garantir a segurança sanitária em uma prova com milhares de inscritos na prova".

2.8 A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO SISTEMA PRISIONAL

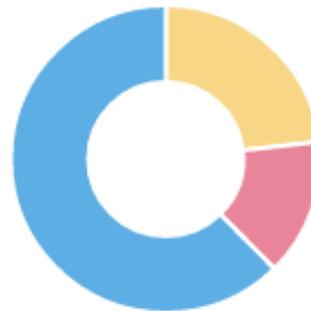
A educação de jovens e adultos continua sendo uma área da educação que merece a atenção dos órgãos governamentais, em especial a educação de jovens e adultos em situação de privação de liberdade. A legislação garante que a educação é um direito de todos, conforme a Constituição Federal de 1988 em seu artigo 205. "A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho"(BRASIL, 1988).

Dessa forma, não podemos excluir a pessoa que se encontra reclusa, do contexto da educação de jovens e adultos. Para Aguiar (2009), quando o indivíduo é encarcerado, ele não perde apenas a sua liberdade, ou seja o direito de "ir e vir", mas perde também a sua autonomia de fazer as coisas mais simples, como assistir televisão, tomar banho, estudar, o que poderá conduzir esse indivíduo a uma indiferença pela vida. Neste contexto, a educação é importante para que esse indivíduo mantenha sua capacidade de continuar aprendendo, e dessa forma adquirir a capacidade de projetar sua vida para uma nova realidade fora do cárcere.

Segundo dados do Conselho Nacional de Justiça CNJ (2021), a população carcerária em 29 de março de 2021 representa um número de 902.612 (novecentos e dois mil e seiscentos e doze) pessoas, conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 – Dados da população carcerária no Brasil.

Pessoas privadas de liberdade: 902611



Fonte: Conselho Nacional de Justiça

Ainda segundo o Conselho Nacional de Justiça CNJ (2021) há 338.883 (Trezentos e trinta e oito mil e oitocentos e oitenta e três) mandados de prisões expedidos entre procurados pela justiça e foragidos, conforme ilustra a Figura 9.

Como podemos perceber, a população carcerária no Brasil cresce de maneira acelerada, de acordo com Filho (2016) "A estimativa é que em 2030 tenhamos uma população carcerária com cerca de 1,9 milhão de presos e que mais de 5.000 unidades prisionais devam ser construídas para albergar mais essa quantidade de detentos".

A Figura 10 ilustra o crescimento da população carcerária no Brasil.

Figura 9 – População com mandados de prisão no Brasil.

338.883 Mandados de Prisão pendentes de cumprimento



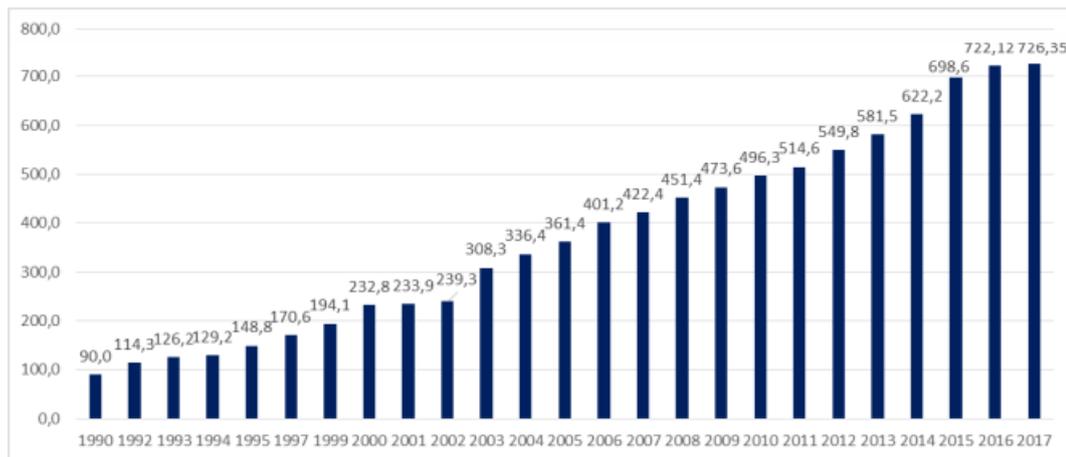
Foragidos
21.480



Procurados
315.403

Fonte: Conselho Nacional de Justiça

Figura 10 – Crescimento da população carcerária no Brasil



Fonte: Ministério da Justiça. A partir de 2005, dados do Infopen

Quando nos referimos a números absolutos, a população carcerária do Brasil já é a terceira maior população carcerária do mundo, ficando atrás somente da China e Estados Unidos. E essa população, na sua maioria, é composta por indivíduos de baixa escolaridade. De acordo com Aguiar (2009), "segundo estatísticas existentes sobre esse universo indicam que a absoluta maioria da população carcerária no Brasil é constituída por indivíduos com baixa escolaridade e que 70% desses indivíduos não concluíram o ensino fundamental".

É perceptível; tanto através dos meios de comunicação, legislações ou ações dos órgãos governamentais, que tem ocorrido uma preocupação maior com a educação para jovens e adultos integrantes do sistema prisional brasileiro, porém todas essas movimentações não apresentaram resultados concretos.

Apesar de ser um direito expresso em diferentes leis que regem nossa sociedade e em tratados internacionais, o direito à educação das pessoas privadas de liberdade não vem sendo garantido em nosso país. Segundo dados do Ministério da Justiça, apesar de 70% de toda população carcerária não possuir o ensino fundamental completo, menos de 20% dessas pessoas participam de alguma atividade educativa. Entre os principais motivos para a não garantia desse direito está o da superlotação das prisões.(AGUIAR, 2009).

A baixa escolaridade da população carcerária é um problema que precisa ser considerado pelos governantes. Quando o indivíduo que cumpre pena é colocado em liberdade, ele precisará se inserir novamente na sociedade. Para isso, ele terá que adotar meios de sobrevivência, que passam pelo mercado de trabalho, que se torna a cada dia mais "exigente" de qualificação, quando o egresso não consegue ser reinserido no mercado de trabalho, muitas vezes ele volta a reincidir nos crimes que cometia.

Desse modo, o ensino de jovens e adultos no sistema prisional precisa ser tratado com a devida importância que o assunto requer. De acordo com D'ambrosio (2007), essa classe de alunos já tem um certo conhecimento adquirido ao longo da vida, que não pode ser ignorado, ao contrário, precisa ser levado em consideração no momento de elaborar os métodos de ensino para alunos dessa natureza. Não basta ensinar a ler, escrever e fazer contas, o ensino precisa vir acompanhado de qualificação técnica, objetivando a reinserção desse indivíduo ao mercado de trabalho, quando reinserido na sociedade.

Nesse contexto, Aguiar ressalta que "para reverter tal situação, além de ser preciso repensar o sistema penitenciário brasileiro, é preciso investir em políticas que contribuam para o processo de reinserção social do preso"(AGUIAR, 2009). Nesta mesma linha de pensamento, Teixeira (2007) salienta, "Durante muitos anos, ninguém dentro do sistema se preocupou com a capacitação profissional do interno penitenciário".

Embora de maneira ainda tímida, hoje já percebemos avanços na organização do ensino de jovens e adultos na prisão, diferentemente do que acontecia algum tempo atrás, quando na ausência de uma política unificada da educação para a educação de jovens e adultos nas instituições prisionais, em que cada Estado age conforme sua demanda. Em alguns casos eram utilizados funcionários do próprio sistema prisional, ou até mesmo internos, para ensinar outros detentos (JULIÃO, 2016).

Nessa vertente, o Estado de São Paulo através do Centro Paula Souza, oferece curso de capacitação aos detentos dos presídios masculinos e femininos do Estado de São Paulo, e forma os internos em várias categorias de atividades. De acordo com CPS (2018) "os cursos, de 160 horas, destinam-se a formar cuidadores de idosos, manicures, pedreiros, padeiros, barbeiros, auxiliares de cozinha, horticultores orgânicos, entre outras formações. O Governo Federal investe cerca de R\$ 9 milhões no trabalho nas penitenciárias paulistas". Esse programa trabalha com a capacitação de professores que atuam na Escolas Técnicas Estaduais, que são localizadas

próximas as instituições prisionais. Esses profissionais atuarão para a formação desses alunos nos presídios paulistas.

Chegamos em um momento em que precisamos efetivamente avançar na discussão, ampliando as nossas reflexões sobre a política implementada. Visando contribuir nessa direção, este artigo, fundamentado em uma concepção crítica sobre o papel do sistema penitenciário na sociedade contemporânea, tem como objetivo analisar as suas perspectivas políticas e pedagógicas, principalmente articulando os conceitos garantias de direitos, políticas públicas, incompletude institucional e socialização. Em linhas gerais, propõe-se a investir na discussão sobre o papel da educação no sistema penitenciário, mais precisamente sobre a escola localizada no espaço carcerário (AGUIAR, 2009).

Ainda no Estado de São Paulo na Secretaria da Administração Penitenciária, através da Coordenadoria de Reintegração Social e Cidadania (CRSC), funciona o programa de apoio ao egresso. Esse programa tem o objetivo de capacitar o egresso do sistema prisional, com intuito de reinseri-lo ao mercado de trabalho. Esse é um programa da Secretaria da Administração Penitenciária de São Paulo, através da Coordenadoria de Reintegração Social e Cidadania e segundo (CRS, 2020) "o projeto conta com a parceria de secretarias de governo, sociedade civil organizada, Prefeituras, instituições de ensino, Sebrae, Senai, Funap, Defensoria Pública, entre outras".

Nesse programa são oferecidos cursos de capacitação nas áreas de pinturas predial, panificação, cultivos de legumes e hortaliças, entre outros. Além de formação profissional o programa ainda desenvolve outras ações como relata CRS (2020). "Entre as ações realizadas nestes eventos estão a emissão de documentos (RG, CPF, título de eleitor, carteira de trabalho), certidões, palestras e oficinas educativas, atendimentos de saúde, procedimentos estéticos, atendimentos jurídicos, entre outros".

Em fevereiro de 2021 em comemoração aos seus 12 anos, a Coordenadoria de Reintegração Social e Cidadania, da secretaria da Administração penitenciária do Estado de São Paulo se reuniu para tratar da elaboração de propostas para de políticas de reintegração social. De acordo com CRS (2021) "atualmente, a missão da CRSC é coordenar ações técnicas, gerenciais e políticas que efetivem a reintegração social e cidadania de pessoas em situação de vulnerabilidade frente ao sistema".

Revisitando a história da educação de jovens e adultos no Brasil, percebe-se que sempre foi uma luta constante, entre muitas indas e vindas. E que desde a chegada dos portugueses em terras brasileiras a educação de jovens e adultos sempre esteve em pauta. É sempre bom lembrar que a educação de jovens e adultos nunca foi tratada de forma isolada. Foram muitas as legislações que tratam desse assunto, assim como muitas ações de organizações não governamentais. E todas essas ações juntas culminaram nas poucas vitórias conquistadas até aqui. Neste mesmo contexto, se encontra a educação de jovens e adultos em instituições

prisionais, que "felizmente, o tema da educação para jovens e adultos privados de liberdade vem ganhando visibilidade nos últimos anos dentro e fora do Brasil"(AGUIAR, 2009).

Figura 11 – Quebra cabeça representando a educação de jovens e adultos do sistema prisional.



Fonte:Elaborado pelo autor

Porém nem sempre foi assim. Para chegar até aqui, foram muitas as ações tanto por parte das organizações não governamentais, quanto dos órgãos dos Governos Estaduais e Federal. Então, para continuarmos avançando, é necessário que haja empenho dos vários segmentos da sociedade civil, principalmente dos órgãos governamentais, através de políticas públicas de educação que contemplem essa modalidade. É como se fosse um "quebra cabeça" em que para ser montado, é necessário que todas as peças se encaixem perfeitamente. Só assim têm-se como produto final uma educação de qualidade para todos, incluindo os alunos do sistema prisional.

3 ESTRATÉGIAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA JOVENS E ADULTOS DO SISTEMA PRISIONAL.

Neste capítulo são apresentadas considerações a respeito da educação de jovens e adultos no sistema prisional, com uma visão panorâmica sobre essa modalidade de ensino: as problemáticas, e os desafios de uma proposta quanto a contextualização de conteúdos para essa classe de alunos. Através de uma revisão de trabalhos da literatura que abordam o ensino de matemática baseado em atividades contextualizadas do ensino de matemática no sistema prisional, propor um roteiro para o ensino de frações para alunos do ensino prisional, no qual são abordados assuntos relacionados ao cotidiano desses alunos.

Dessa forma, trabalhar conceitos envolvendo remição de pena, que pode ajudar abreviar seus dias na prisão, assim como o lapso temporal para progressão de regime, que o ajudará a progredir para um regime de pena mais brando, também são abordados os problemas das faltas disciplinares que podem atrasar o retorno ao convívio familiar, além dos problemas envolvendo compras de pecúlio, sendo que este último assunto também é muito recorrente no ambiente prisional e faz parte do dia a dia desses alunos.

3.1 MATEMÁTICA NO COTIDIANO DOS ALUNOS DO SISTEMA PRISIONAL.

A história da educação no sistema prisional passa por muitos atores, uns principais, outros coadjuvantes, porém todos são importantes para o produto final. Uma modalidade com muitos desafios. De acordo com Oliveira (2013) "nas quais para a discussão aqui proposta, serão colocados em evidência atores-chave da dinâmica de implementação da educação escolar nas prisões, como agentes de segurança penitenciária, professores e alunos reclusos".

Considerando a educação escolar no contexto prisional como fruto de desdobramentos de decisões políticas, questiona-se: como ocorre, no mundo institucional/normativo e na vida cotidiana, a educação escolar nas prisões? Quais são os desdobramentos práticos da educação escolar no cotidiano da prisão para os presos? Quais são as impressões e representações dos presos acerca dessa educação? (OLIVEIRA, 2013).

Considerando que o currículo escolar é algo dinâmico, na sua elaboração é necessário que todas as vozes envolvidas sejam ouvidas, porém na educação de jovens e adultos do sistema prisional, isso nem sempre acontece, pois os atores principais que são os alunos desse universo, muitas vezes, não têm suas vozes ouvidas, ou são simplesmente ignoradas. Outro fator importante que pode atrapalhar a evolução da educação de jovens e adultos do sistema prisional é a superlotação das unidades prisionais que, na sua maioria, a ocupação dessas unidades supera 150% da sua capacidade, em algumas unidades a população chega a ser próxima dos 200% da sua capacidade de vagas.

Apesar de ser um direito expresso em diferentes leis que regem nossa sociedade e em tratados internacionais, o direito à educação das pessoas privadas de liberdade não vem sendo garantido em nosso país. Segundo dados do Ministério da Justiça, apesar de 70% de toda população carcerária não possuir o ensino fundamental completo, menos de 20% dessas pessoas participam de alguma atividade educativa. Entre os principais motivos para a não garantia desse direito está o da superlotação das prisões. (AGUIAR, 2009)

Isso, somado à falta de uma articulação em nível Federal na organização da educação em unidades prisionais, permite que cada Estado impõe suas próprias regras e até mesmo a individualização de algumas unidades prisionais que não têm uma coordenação de suas ações no sentido de oferecer uma educação de qualidade para alunos do sistema prisional, não levando em consideração os diferentes contextos em que essa educação acontece, o que não poderia seguir a mesma dinâmica do ensino regular.

Existe, ainda, a falta de um programa eficiente de educação continuada para os profissionais de educação que atuam nessa modalidade de ensino. Poucos são os cursos de capacitação no sentido de preparar o professor para atuar na educação em presídios, em que as diferenças entre as escolas tradicionais são muitas, a começar por sua arquitetura. Em uma unidade prisional, as salas de aulas são construídas entre muralhas que têm em média oito metros de altura, suas salas de aulas, chamadas em algumas unidades por "celas de aulas", são dotadas de portas e janelas com grades reforçadas, além disso as aulas são vigiadas o tempo todo por policiais penais.

Além das diferenças na arquitetura, quando comparadas com escolas tradicionais, a rotina também é muito diferente, pois para adentrar ao interior das salas de aulas, antes, é necessário que o professor passe por um processo de revista pessoal imposta a todo indivíduo que necessita adentrar ao interior de uma unidade prisional para prestar qualquer tipo de serviço. Então, o mínimo que se pode fazer para auxiliar esse profissional é proporcionar que ele adquira as devidas qualificações para exercer suas funções de maneira satisfatória nesse ambiente escolar nada tradicional.

Portanto, com tantas diferenças, não é recomendável que se pratique os mesmos métodos de ensino de uma escola tradicional. Daí surge a necessidade dos governantes adotarem medidas de educação continuada para capacitar os profissionais de educação que atuam no ensino de jovens e adultos do sistema prisional, assim como também a capacitação dos policiais penais que também são atores importantes nessa modalidade de ensino, visto que são esses atores os responsáveis para que todo o processo ocorra de forma ordeira com toda a segurança, tanto para os professores quanto para os alunos.

Para tal fim, faz-se necessário manter e aprimorar a compreensão de continuidade de formação daqueles que atuam no contexto prisional para despertar e manter a

motivação das pessoas privadas de liberdade e dos profissionais que com elas atuam a compreenderem o direito à educação como inafastável e as políticas públicas de educação nas prisões como resultante das diretrizes nacionais. É fundamental que se perceba que não basta a criação de novas escolas, principalmente associadas ao ensino profissional, para solucionar o problema da educação para jovens e adultos presos. É preciso valorizar e colocar em prática uma concepção educacional ampla e articulada, capaz de privilegiar e contribuir para a formação de sujeitos com potencialidades e competências que favoreçam a mobilidade social (RABELO, 2013).

Oliveira (2013), ao coletar informações através de entrevistas com alunos da Penitenciária de Uberlândia, deixa muito claro a necessidade de se preparar profissionais nessa área da educação. Através de relatos de alguns alunos, fica evidente que alguns policiais penais não têm um conhecimento adequado sobre os direitos que a pessoa reclusa tem relacionado a educação e outros direitos fundamentais não atingidos pela sua condenação. É necessário que todo Agente do Estado incumbido de prestar esse serviço tenha conhecimento e compreenda que quando o indivíduo é preso, ele não perde todos os seus direitos previstos na Constituição, mas apenas o direito de ir e vir, e eventuais em decorrência desses, Porém os demais direitos continuam assegurados e devem ser respeitados.

3.1.1 Remição de pena

Remição de pena é o nome dado ao benefício que o sentenciado tem para que suas penas sejam reduzidas. Existem várias formas de remição de pena: pelo trabalho, estudo e leitura de obras literárias, De acordo com a Lei de Execução Penal BRASIL (1984) "Art. 128. o tempo remido será computado como pena cumprida, para todos os efeitos".

A remição de pena pelo trabalho se dá da seguinte forma, a cada três dias trabalhados é descontado um dia da pena do sentenciado, por exemplo, se o detento somar 60 dias trabalhado ao longo de sua permanência na prisão, então ele terá direito a descontar 20 dias de sua pena. Porém essa remição não é automática, é necessário montar um processo e enviar ao juiz da execução da pena solicitando o benefício, o qual ratificará o pedido através da análise dos documentos comprobatórios.

Na remição através do estudo, a cada 12 horas de estudo a pessoa presa terá direito a descontar um dia da sua pena. Assim como no caso da remição de pena pelo trabalho, a remição através do estudo também deverá passar pelo crivo do juiz da execução da pena, que mediante análise dos documentos comprobatórios, concederá o benefício. De acordo com a Lei de Execução Penal BRASIL (1984) "§ 5º o tempo a remir em função das horas de estudo será acrescido de 1/3 (um terço) no caso de conclusão do ensino fundamental, médio ou superior durante o cumprimento da pena, desde que certificada pelo órgão competente do sistema de educação".

Há também a remição de pena concedida através da leitura de obras literárias, conforme a recomendação 44/2013 do Conselho Nacional de Justiça (CNJ) em seu artigo 1º inciso V.

Artigo 1º - V - estimular, no âmbito das unidades prisionais estaduais e federais, como forma de atividade complementar, a remição pela leitura, notadamente para apenados aos quais não sejam assegurados os direitos ao trabalho, educação e qualificação profissional, nos termos da Lei n. 7.210/84 [...] b) assegurar que a participação do preso se dê de forma voluntária, disponibilizando-se ao participante 1 (um) exemplar de obra literária, clássica, científica ou filosófica, dentre outras, [...] e) procurar estabelecer, como critério objetivo, que o preso terá o prazo de 21 (vinte e um) a 30 (trinta) dias para a leitura da obra, apresentando ao final do período resenha a respeito do assunto, possibilitando, segundo critério legal de avaliação, a remição de 4 (quatro) dias de sua pena e ao final de até 12 (doze) obras efetivamente lidas e avaliadas, a possibilidade de remir 48 (quarenta e oito) dias, no prazo de 12 (doze) meses, de acordo com a capacidade gerencial da unidade prisional; (BRASIL, 2013).

A proposta do ensino de frações contextualizada para alunos do sistema prisional propõe-se a capacitar o detento para realizar os cálculos do tempo remido de acordo com o tipo de remição ao qual os alunos têm direito, dessa forma há interesse por parte desses alunos nessas questões, pois o assunto faz parte do seu cotidiano e é totalmente relevante para eles.

3.1.2 Progressão de Regime

Progressão de regime é uma previsão legal para que a pessoa reclusa possa progredir de regime, ou seja, quando a pessoa é condenada a determinada sentença, ela inicia o cumprimento da pena em um dos regimes: fechado, semiaberto ou domiciliar, entre outros tipos de penas alternativas. De acordo com a Lei de Execução Penal (BRASIL, 1984), "Art. 112. A pena privativa de liberdade será executada em forma progressiva com a transferência para regime menos rigoroso, a ser determinada pelo juiz, quando o preso tiver cumprido ao menos":

I - 16% (dezesesseis por cento) da pena, se o apenado for primário e o crime tiver sido cometido sem violência à pessoa ou grave ameaça; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

II - 20% (vinte por cento) da pena, se o apenado for reincidente em crime cometido sem violência à pessoa ou grave ameaça; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

III - 25% (vinte e cinco por cento) da pena, se o apenado for primário e o crime tiver sido cometido com violência à pessoa ou grave ameaça; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019) IV - 30% (trinta por cento) da pena, se o apenado for reincidente em crime cometido com violência à pessoa ou grave ameaça; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

V - 40% (quarenta por cento) da pena, se o apenado for condenado pela prática de crime hediondo ou equiparado, se for primário; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

VI - 50% (cinquenta por cento) da pena, se o apenado for: (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

a) condenado pela prática de crime hediondo ou equiparado, com resultado morte, se for primário, vedado o livramento condicional; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

b) condenado por exercer o comando, individual ou coletivo, de organização criminosa estruturada para a prática de crime hediondo ou equiparado; ou (Incluído pela Lei nº

13.964, de 2019)

c) condenado pela prática do crime de constituição de milícia privada; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

VII - 60% (sessenta por cento) da pena, se o apenado for reincidente na prática de crime hediondo ou equiparado; (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

VIII - 70% (setenta por cento) da pena, se o apenado for reincidente em crime hediondo ou equiparado com resultado morte, vedado o livramento condicional. (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)(BRASIL, 1984)

Os conceitos de porcentagem podem ser abordados, visto que porcentagem é um tipo de fração a qual tem o denominador igual a 100 e assim capacitar os detentos para os cálculos relacionados a progressão de regime. Este assunto é totalmente relevante, pois é um assunto de intenso interesse dos sentenciados, observado que versa sobre os prazos que a pessoa presa ainda precisa cumprir da sua pena para progredir de regime, e que a cada lapso temporal pode ser concedido um benefício de progressão de regime diferente, sendo assim esse assunto desperta a curiosidade e o interesse para o aprendizado de frações, que é proposto neste trabalho.

3.1.3 Faltas disciplinares

As faltas disciplinares estão previstas na Lei de Execução Penal e têm como objetivo manter a ordem e a disciplina nos estabelecimentos penais. De acordo com a Lei de Execução Penal BRASIL (1984), "Art. 49. As faltas disciplinares classificam-se em leves, médias e graves. A legislação local especificará as leves e médias, bem assim as respectivas sanções. Parágrafo único. Pune-se a tentativa com a sanção correspondente à falta consumada".

Art. 50. Comete falta grave o condenado à pena privativa de liberdade que:

I - incitar ou participar de movimento para subverter a ordem ou a disciplina;

II - fugir;

III - possuir, indevidamente, instrumento capaz de ofender a integridade física de outrem;

IV - provocar acidente de trabalho;

V - descumprir, no regime aberto, as condições impostas;

VI - inobservar os deveres previstos nos incisos II e V, do artigo 39, desta Lei.

VII – tiver em sua posse, utilizar ou fornecer aparelho telefônico, de rádio ou similar, que permita a comunicação com outros presos ou com o ambiente externo. (Incluído pela Lei nº 11.466, de 2007)

VIII - recusar submeter-se ao procedimento de identificação do perfil genético. (Incluído pela Lei nº 13.964, de 2019)

Parágrafo único. O disposto neste artigo aplica-se, no que couber, ao preso provisório (BRASIL, 1984).

Relacionar faltas disciplinares com conteúdos matemáticos do ensino prisional é um bom momento para levantar debates sobre comportamentos, que levam o sentenciado a cometer faltas disciplinares. Quando a pessoa presa comete faltas disciplinares, ela perderá frações do

tempo que havia remido de sua pena, o que demanda efetuar cálculos para saber a proporção do prejuízo que o cometimento da falta causou.

É importante salientar que o cometimento de faltas disciplinares é um fator extremamente negativo para o sentenciado, pois quando o sentenciado comete falta, seja ela grave, média ou leve, pode atrapalhar tanto o benefício de remição de pena quanto o lapso temporal para a progressão de regime, uma vez que um dos pré requisitos para a progressão de regime, é o atestado de boa conduta carcerária, um documento emitido pelo diretor da unidade prisional, sendo que a emissão desse documento só é possível se o sentenciado não tiver cometido nenhum tipo de falta nos últimos doze meses.

Então, em concordância com a proposta do trabalho de adaptar conteúdos do cotidiano dos alunos, além de conteúdos matemáticos, ainda é possível promover debates importantes para a conscientização para o não cometimento de faltas disciplinares, visto que essa ação é extremamente prejudicial ao apenado, podendo prolongar um dos seus principais objetivos, que é o retorno ao convívio familiar.

3.1.4 Pecúlio na unidade prisional

A palavra pecúlio no dicionário significa "Todo dinheiro que uma pessoa guardou, pensando no futuro ou numa eventualidade". Porém, em uma unidade prisional, quando se fala em pecúlio, tem um significado um pouco diferente, pois se trata de uma quantia em dinheiro que cada sentenciado dispõe em uma conta particular controlada pela unidade prisional, sendo esse dinheiro é utilizado para comprar alguns itens de uso pessoal dos sentenciados.

A fonte desse dinheiro são basicamente três: depósitos realizados pelos familiares através de vale postais, sendo, que para efetuar esses depósitos, o familiar deverá estar devidamente cadastrado no rol de visitantes do sentenciado, salários recebidos pelo trabalho prestado às empresas que se utilizam da mão de obra de sentenciados, ou salários recebidos através de Moi (Mão de Obra Indireta). Sendo estes últimos oriundos de um percentual de até 25% que é descontado da folha de pagamento dos sentenciados que prestam serviços às empresas e da soma desses valores é feito um rateio para os sentenciados que prestam serviços no interior da unidade prisional, tais como cozinha, padaria, lavanderia, jardinagem, manutenção, limpeza, entre outros.

Art. 28. O trabalho do condenado, como dever social e condição de dignidade humana, terá finalidade educativa e produtiva.

§ 1º Aplicam-se à organização e aos métodos de trabalho as precauções relativas à segurança e à higiene.

§ 2º O trabalho do preso não está sujeito ao regime da Consolidação das Leis do Trabalho.

Art. 29. O trabalho do preso será remunerado, mediante prévia tabela, não podendo

ser inferior a $\frac{3}{4}$ (três quartos) do salário mínimo.

§ 1º O produto da remuneração pelo trabalho deverá atender:

a) à indenização dos danos causados pelo crime, desde que determinados judicialmente e não reparados por outros meios;

b) à assistência à família;

c) a pequenas despesas pessoais;

d) ao ressarcimento ao Estado das despesas realizadas com a manutenção do condenado, em proporção a ser fixada e sem prejuízo da destinação prevista nas letras anteriores.

§ 2º Ressalvadas outras aplicações legais, será depositada a parte restante para constituição do pecúlio, em Caderneta de Poupança, que será entregue ao condenado quando posto em liberdade (BRASIL, 1984).

Assim, todos os meses, em um determinado dia, sempre uma vez por mês, os funcionários que prestam serviços no setor de pecúlio realizam uma cotação de preços dos itens pré definidos na lista de compras dos sentenciados, de posse dessa cotação, os sentenciados relacionam os itens que desejam comprar. Assim os funcionários desse setor realizam as compras de acordo com o saldo que cada sentenciado dispõe. Logo que a empresa vencedora da cotação entrega as mercadorias compradas, elas são entregues aos sentenciados de acordo com o que cada um relacionou em sua lista de compras.

O saldo que eventualmente tiver na conta do sentenciado quando ele receber o alvará de soltura, será entregue ao próprio, assim como todos os seus pertences, conforme dispõe a Lei de Execução Penal BRASIL (1984) "Art. 138. Ao sair o liberado do estabelecimento penal, ser-lhe-á entregue, além do saldo de seu pecúlio e do que lhe pertencer, uma caderneta, que exhibirá à autoridade judiciária ou administrativa, sempre que lhe for exigida".

Dessa forma, é natural que quando se fala em trabalho, salário, compras, não há como não relacionar o assunto com a matemática, assim, esse contexto é uma fonte inesgotável para se trabalhar conteúdos matemáticos para alunos do sistema prisional, visto que o assunto faz parte do seu cotidiano, sendo extremamente relevante para despertar o interesse e a curiosidade para o ensino e aprendizado da matemática.

3.2 ALGUMAS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA EM PRISÕES

Esta seção apresenta algumas estratégias utilizadas em trabalhos realizados para ensinar matemática para alunos do sistema prisional, tais como, a utilização de materiais lúdicos, trabalho de assuntos relacionados ao cotidiano, conceitos de matemática financeira, modelagem matemática, entre outros.

3.2.1 Materiais lúdicos para o ensino de matemática para alunos do sistema prisional.

Nesta subseção, apresentamos alguns itens do trabalho realizado no Centro de Progressão Penitenciária do Distrito Federal (CPP-DF), em que os autores se utilizam de truques/jogos

matemáticos e algoritmos alternativos para a multiplicação e divisão de números inteiros contribuíram para o aprendizado destas operações.

Lima e Junior (2016) realizaram um trabalho de ensino de matemática no Centro de Progressão Penitenciária do Distrito Federal (CPP-DF), usando para essa experiência materiais lúdicos para ensinar matemática aos alunos. Um dos autores desse trabalho conta a sua experiência de 12 anos como professor de física e matemática, que é visível as dificuldades para esses alunos realizarem as operações básicas de matemáticas, isso em decorrência muitos fatores que podem influenciar nessas dificuldades, desde a falta de estrutura familiar, ter que conciliar trabalho com estudo, uso de entorpecentes, entre outros.

Em suas observações, perceberam que simplesmente aplicando métodos tradicionais de ensino, tais como aulas expositivas, apostilas, explicações no quadro, entre outros, não era o suficiente para atrair a atenção dos alunos para o aprendizado da matemática, e notaram que a ausência de um método que pudesse despertar o interesse desses alunos era prejudicial para o aprendizado. Foi então que decidiram utilizar materiais lúdicos para atrair a curiosidade dos alunos e desenvolver atividades do ensino da matemática utilizando essas ferramentas, fugindo um pouco do método tradicional, no intuito de ter uma resposta mais eficiente na realização das atividades.

Percebemos que se utilizássemos o método tradicional de ensino de Matemática, apenas adotando aulas expositivas, livros didáticos, apostilas, exercícios propostos, quadro branco, dentre outros recursos tradicionais, nosso objetivo pedagógico de aprendizado não seria alcançado. Pensando nesta situação resolvemos abordar em sala de aula uma forma diferente, divertida e mais simples das operações de multiplicação e divisão de números inteiros, desenvolvida especialmente para esse público (LIMA; JUNIOR, 2016).

3.2.2 Matemática como base para outras ciências.

Nesta subseção, é apresentado aos alunos do Presídio Regional do Serrotão em Campina Grande-PB, diversas oficinas com conteúdos matemáticos que podem ser utilizados em seus cotidianos, no intuito de despertar o interesse e a curiosidade pela matemática.

Silva et al. (2014) realizaram um trabalho no sistema prisional de Campina Grande-PB, em que se discutiu como a matemática é importante, sendo base para muitas outras ciências e tecnologia. Os autores enfatizam como sua aprendizagem é importante para o avanço dos estudos em outras áreas de conhecimento, por isso a importância de se adquirir novos métodos de ensino e aprendizagem da matemática, visando um rendimento no âmbito escolar que contribua com o avanço da educação em todos os segmentos escolares. Eles realizaram trabalhos com oficinas, aproveitando situações vivenciadas pelos próprios alunos, assim como o aproveitamento de conhecimentos acumulados do dia a dia de cada um.

Em suma, uma escola que privilegie a busca pela formação de um cidadão consciente da sua realidade. A matemática é a ciência base de várias áreas do conhecimento, sendo, portanto fundamental seu domínio por parte dos alunos. Por isso é necessário procurar novas formas para ensiná-la, buscando maior eficiência no processo de ensino aprendizagem no âmbito escolar. As DCE (Diretrizes Curriculares para o Ensino de Matemática) propõem que o ensino da matemática seja fundamentado nas tendências metodológicas específicas do curso. Estudar matemática é resolver problemas e a incumbência do professor de matemática é ensinar a arte de resolver problemas (SILVA et al., 2014).

Esse trabalho teve como base, oficinas temáticas, nas quais foram sendo inseridos conhecimentos matemáticos que contribuiram para despertar a curiosidade intelectual e o interesse para a aprendizagem, estimulando o senso crítico e adquirindo capacidade de compreender, e assim de forma autônoma, discernir e formar suas próprias opiniões nas discussões de situações apresentadas.

Como conclusão do trabalho realizado, os alunos desenvolveram habilidades que despertaram a curiosidade e o desejo para o aprendizado, melhorando a frequência e também o rendimento escolar dos participantes, conforme salienta (SILVA et al., 2014) "Com o decorrer do projeto, percebeu-se o aumento da frequência/ assiduidade dos reeducandos em sala de aula, uma vez que começou-se com 11 alunos e com a divulgação entre os próprios apenas mostraram-se interesse em participar do projeto".

Assim, destacamos a importância de se pensar em dinâmica de ensino, em que se desperta a curiosidade para os temas, pois se o assunto é de interesse do indivíduo, é natural que haja um interesse maior pela discussão e realização das tarefas, e nesse sentido o aprendizado pode ser mais eficiente.

3.2.3 Desafios para o ensino da matemática no ambiente prisional.

Nesta subseção, os autores apresentam uma série de dificuldades enfrentadas pelos alunos reclusos do Sistema Prisional da cidade de Juiz de Fora da Penitenciária Professor Ariosvaldo de Campos Pires.

Lopes et al. (2011) falam da matemática no cotidiano de um discente recluso em uma unidade prisional da Zona da Mata Mineira, da Penitenciária Professor Ariosvaldo de Campos Pires na cidade de Juiz de Fora-MG, em que abordam das dificuldades na aprendizagem da matemática de uma forma geral para alunos do ensino médio e fundamental, e tendo essas dificuldades agravadas quando se trata de alunos do sistema prisional, visto que estes lidam no seu cotidiano com outros aspectos que são variáveis importantes que reforçam essas dificuldades no aprendizado em geral. Estes alunos que apresentam baixa autoestima, não tiveram uma base familiar sólida, muitos já foram usuários de substâncias alucinógenas e todas essas variáveis podem atrapalhar o desenvolvimento da construção de um raciocínio lógico capaz de resolver

situações do dia a dia.

O aprendizado da Matemática, como é observado apresenta uma série de dificuldades para os alunos do ensino regular, sejam os do ensino Fundamental ou Médio. E não muito longe dessa realidade, se encontram os alunos reclusos apresentando mesma dificuldade, sendo que partes desses alunos estão ou já estiveram envolvidos com substâncias alucinógenas apresentando alto grau de dificuldade para desenvolver o seu raciocínio. Por este motivo é imperiosa a busca de soluções que minorem as condições físicas e psíquicas que cada um desses indivíduos reclusos pode ter para o desenvolvimento da Matemática e, por conseguinte, de outras disciplinas (LOPES et al., 2011).

Ainda no trabalho de Lopes et al. (2011) foram investigadas as motivações que os detentos têm para frequentarem as salas de aulas, sendo notório que no sistema prisional, o maior desejo dos detentos é ganhar a liberdade novamente, e um dos meios dessa liberdade ser antecipada é a remição de pena, que é prevista na Lei de Execução Penal. BRASIL (1984). Esta Lei diz que a cada três dias trabalhados é descontado um dia da pena que lhe resta, ou seja, para cada 24 horas de trabalho é descontado um dia na sua pena. Há também a remição por presença escolar em que a cada 12 horas de presença em sala de aulas é descontado um dia de sua pena.

Neste trabalho também é relatado outras dificuldades que interferem no aprendizado dos alunos, tais como, barulhos externos devidos aos procedimentos de segurança concernentes do local ao qual a escola está inserida, barulhos de por parte de outros detentos que ficaram em suas celas e não frequentam as aulas, esses fatores são determinantes para tirar a concentração dos alunos e atrapalham o rendimento escolar. Alguns aspectos positivos utilizados por Lopes et al. (2011) foram a utilização da relação da matemática com os cálculos de remição e também as planilhas informativas que continham os dados das remunerações recebidas por eles durante o mês pelos serviços prestados durante o mês, sendo possível iniciar um estudo de porcentagem envolvendo esses dados.

Contudo, Lopes et al. (2011) concluem que um percentual dos alunos somente estava presente em sala de aulas para obtenção do benefício da remição de pena e não tinham interesse algum na proposta de ensino. Logo, atrapalhavam os demais interessados em prestar atenção, o que não é diferente do que acontece em outros estabelecimentos de ensino, em que alguns alunos estão realmente interessados na aprendizagem enquanto outros estão somente por uma obrigatoriedade imposta, seja ela pela sociedade, seja pelos pais ou pelo sistema de uma forma geral.

Ao se analisar bem dos questionários e exercícios aplicados aos 70 internos do Sistema EJA existente no interior da Penitenciária Professor Ariosvaldo de Campos Pires, como resultado obteve-se que 63% eram capazes de resolver os exercícios e se interessarem

pela Matemática, porquanto a disciplina acaba por auxiliar-lhes nos cálculos sobre o cumprimento da pena, dentre outras situações. Todavia tornou-se notório que 17% dos alunos frequentam a sala de aula somente em busca dos benefícios, dificultando o aprendizado dos demais, visto que, segundo relato dos estudantes, o espaço físico é pequeno, tumultuado e barulhento, e o restante que representa 20%, são aqueles que encontram grandes dificuldades no aprendizado. Denota-se que na medida do tempo, os presos começam a relacionar a Matemática como algo que pode beneficiá-los de alguma maneira (LOPES et al., 2011).

Logo, observa-se que os presos se interessam mais por assuntos que, de uma forma ou de outra, podem beneficiá-los. Dessa forma é possível construir uma metodologia de ensino em que sejam utilizados materiais ou assuntos pertencentes ao seu cotidiano e assim atrair a atenção desse perfil de alunos para a aprendizagem.

3.2.4 Matemática financeira no cárcere

A presente subseção apresenta um trabalho sobre a matemática financeira para apenados. Aplicando cálculos de taxas e juros relacionados a parcelamentos diversos.

Souza (2019) realizou um trabalho que visa a contextualização de matemática financeira para alunos do sistema prisional do Rio de Janeiro. Esse trabalho foi baseado nas experiências adquiridas pelo autor com alunos jovens e adultos da escola prisional da cadeia pública do município de Japeri- RJ, que tem como objetivo a ressocialização dos apenados. O autor chama a atenção para a educação inclusiva, e destaca ser comum quando trata-se de educação inclusiva, os educadores ter um olhar focado em educação para crianças e adolescentes com algum tipo de necessidade especial, porém de acordo com Souza (2019) "este é um tema que envolve diversos segmentos em particular, a educação carcerária[...]".

(SOUZA, 2019) fala da regulamentação do sistema prisional no Estado do Rio de Janeiro, das suas dificuldades causadas pelas descontinuidades administrativas e revela os números de uma pesquisa que expõe dados extremamente negativos relacionados a educação da população carcerária do Rio de Janeiro.

Com relação ao perfil dos internos do sistema prisional do Rio de Janeiro, um estudo realizado pela SEAP (Secretaria de Estado de Administração Penitenciária) em parceria com o Laboratório de Informática em Saúde (Lâmpada) da UERJ, publicado em 2004, revelou dentre outros dados, que "75,76% das mulheres e 74,82% dos homens" não completaram o ensino fundamental e "94% dos homens e 91,13% das mulheres" tiveram contato com o ambiente escolar entre 7 e 14 anos (SOUZA, 2019).

Diante das informações expostas quanto aos dados da escolarização dos alunos do sistema prisional do Rio de Janeiro, não restam dúvidas que a situação é muito delicada, tanto no Rio de Janeiro quanto nos demais Estados do Brasil, e que merece um olhar mais atento por parte dos órgãos governamentais para que realizem ações no sentido de mudar essa realidade.

Pois não se pode achar que são apenas dados isolados. O fato é que tais dados nos leva a uma reflexão de que a falta de escolaridade, embora não seja um fator preponderante para o ingresso do indivíduo na vida do crime, pode contribuir para tal.

É nesse contexto que muitos educadores estão com um olhar mais atento para a educação de jovens e adultos do sistema prisional brasileiro, sendo que muitas propostas são no sentido de educação contextualizada, ou seja, trabalhar conteúdos do cotidiano dos alunos, para assim chamar a atenção ao problema enfrentado por eles no seu dia a dia, assim como poder introduzir assuntos diversos, explorando a interdisciplinaridade que poderão ajudar na ressocialização desses alunos.

A proposta apresentada por Souza (2019) é de utilizar a matemática financeira para trabalhar conteúdos de matemática com os alunos do sistema prisional, pois "a educação financeira é de extrema importância para a competência de análise e do sendo crítico, inserindo o estudante em situações do cotidiano".

Ações de nosso cotidiano estão diretamente ligadas à Matemática Financeira, daí a sua importância e a necessidade de uma abordagem significativa dos conteúdos à ela relacionados, proporcionando ao estudante uma compreensão dos mecanismos que regem o sistema financeiro, facilitando seu entendimento e propondo aplicações dos conceitos matemáticos que estão envolvidos nas atividades financeiras, tais como os cálculos dos juros simples e compostos, os descontos, dando significado a diversos conteúdos importantes da Matemática do Ensino Médio, tais como: Sequência, Recorrência, Progressões Aritméticas e Geométricas, entre outros (SOUZA, 2019).

Assim, o trabalho realizado na cadeia pública de Japeri-RJ por Souza (2019) teve o objetivo de contribuir com a educação no sistema prisional brasileiro, no sentido de elaborar materiais didáticos direcionados ao dia a dia dos alunos do sistema prisional, promover debates sobre conscientização e reabilitação dos apenados, relacionar conteúdos de matemática financeira com assuntos do cotidiano dos detentos ou taxas e juros, proporcionando aos estudantes construir uma educação financeira que condiz as suas necessidades.

Ainda de acordo com Souza (2019) "através da Matemática Financeira, mostrar a possibilidade de diálogo entre o estudante apenado e sua vida financeira antes do cárcere, trazendo para o estudante a possibilidade de compreender e aplicar tais conceitos de maneira prática e útil".

Assim, como em outros trabalhos pesquisados, o autor afirma que esse trabalho também poderá ser aplicado não somente para alunos do sistema prisional, mas também a todos os níveis de ensino fundamental e médio das escolas brasileiras. Pois é um assunto de extrema relevância para qualquer segmento, ainda que, de acordo com Souza (2019) "o conteúdo abordado na maioria dos livros didáticos não atendem às demandas dos estudantes e do mundo de trabalho, necessitando, desta forma, de atividades complementares".

3.2.5 Modelagem matemática em ambiente prisional.

Nesta subseção é observada a experiência de trabalhar a Modelagem Matemática para alunos reclusos do Sistema Penitenciário do Estado do Paraná, na Cidade de Curitiba e região metropolitana. Modelagem Matemática foi uma estratégia utilizada para o ensino da matemática em ambientes prisionais, Gomes e Caldeira (2014) apresentaram um trabalho no sistema prisional do Estado do Paraná nas instituições prisionais, "Penitenciária Estadual de Piraquara de regime fechado; e na Colônia Penal Agrícola, de regime semiaberto, ambas localizadas na cidade de Piraquara, no Estado do Paraná".

A proposta desse trabalho é mostrar que é possível utilizar a modelagem matemática para elaborar atividades matemáticas em determinadas condições para alunos do sistema prisional. Para desenvolver as atividades propostas, os autores utilizaram uma estratégia de aproveitar os conhecimentos prévios dos alunos antes da prisão sobre a construção civil. E assim, proporcionaram condições para as discussões envolvendo a elaboração de plantas baixas de moradias de até 70 metros quadrados, em que conseguiram introduzir os mais diversos conhecimentos matemáticos para trabalhar em salas de aulas.

Trabalhando com a planta baixa os alunos-detentos não aprenderam somente a matemática, mas aprenderam também a refletir sobre questões tecnológicas, físicas, geológicas, familiares, ambientais, sociais, o que, de certa maneira, possibilitou outros caminhos para a construção do conhecimento. O trabalho suscitou também uma reflexão sobre a condição humana, do exercício da paz, do elo familiar, do convívio em sociedade, da solidariedade, da amizade, do respeito, da ética, o que contribuiu sobremaneira na sua formação voltada para o verdadeiro exercício de cidadania, possibilitando uma tomada de consciência dos seus direitos e deveres e vislumbrando uma nova experiência de vida quando de sua saída do cárcere (GOMES; CALDEIRA, 2014).

Os autores, além de trabalhar a modelagem matemática, traçam um perfil desses alunos, os quais na sua maioria estão em plena idade produtiva, conforme salienta Gomes e Caldeira (2014) "o perfil do preso que cumpre pena no Sistema Penitenciário do Paraná seja um indivíduo em idade produtiva, com pouca educação formal e, pelo número de privados de liberdade em atividade educacional, com poucas chances de acesso a essa educação". De acordo com Gomes e Caldeira (2014) esses números são preocupantes e deixam a sugestão de alinhar o trabalho de educação no cárcere como meta de inclusão social, preparando os sentenciados para o mercado de trabalho quando estes forem postos em liberdade.

Nesse trabalho os autores demonstram que é perfeitamente possível trabalhar com modelagem matemática para alunos do sistema prisional, pois, segundo consta no trabalho, foi possível relacionar os conteúdos de volume, formas geométricas, múltiplos, submúltiplos, figuras planas e espaciais, triângulos, ângulos, quadriláteros, porcentagem, regra de três, entre outros. Mesmo não tendo um conhecimento teórico dos conteúdos, os alunos conseguem obter

resultados satisfatórios na prática. Um exemplo é o método usado para esquadrear uma casa, quando utilizam o Teorema de Pitágoras, mesmo sem saber o que significa cateto ou hipotenusa, mas conseguem, na prática, resultados satisfatórios (GOMES; CALDEIRA, 2014).

Durante o trabalho percebemos que o uso do esquadro está relacionado apenas com o ângulo de 90 graus. Este mesmo ângulo é encontrado por eles de forma rudimentar da seguinte forma: medir a distância das diagonais de um cômodo com um barbante. Se as medidas dos dois barbantes forem iguais, as paredes estarão "esquadradas". Outra forma é medir "a partir de um canto, 60 cm para uma parede e 80cm para a outra, se ao unir os dois extremos obtivermos 1,0m significa que a parede encontra-se "esquadrada", isto é, com 90°" (aluno-detento). Este procedimento nada mais é do que a aplicação do Teorema de Pitágoras, porém, para esses trabalhadores, os valores válidos são somente estes (GOMES; CALDEIRA, 2014) .

Concordamos que é perfeitamente possível inserir conteúdos de modelagem matemática ao currículo da educação de jovens e adultos do sistema prisional. Mesmo se tratando de um ambiente diferenciado com acesso restrito as informações externas, pois os alunos são dotados de conhecimentos prévios que podem e devem ser aproveitados, e segundo Gomes e Caldeira (2014) "Utilizando e reconhecendo os conhecimentos trazidos pelos alunos para a escola (assimilados no seu meio cultural e social) pode-se proporcionar um ambiente de ensino de matemática mais envolvente e significativo".

Diante das análises de mais esse trabalho, que utilizou a modelagem matemática como estratégia para obter o despertar da curiosidade dos alunos e assim conseguir trabalhar conteúdos de matemática, promovendo debates, levando os alunos a fazerem reflexões sobre vários assuntos tais como, ética, respeito, condição humana, entre outros, mostra que há outras possibilidades além dos métodos tradicionais, que podem ser eficientes para atender essa classe de alunos de jovens e adultos do sistema prisional.

3.2.6 Frações matemáticas no cotidiano da prisão

Nesta subseção é apresentada uma estratégia utilizando o Método PBL (Aprendizado Baseado em Problemas) cujo objetivo é instruir os presos a usarem o tempo livre para realizarem cálculos fracionários a partir de situações do seu cotidiano, calculando o tempo que devem cumprir suas penas, para progredirem de regime.

Fernandes (2016) traz

uma proposta de ensino de frações em espaços prisionais através do método PBL (Aprendizagem Baseada em Problemas). A ideia é explorar o ensino de frações em que os participantes usariam o seu tempo ocioso para resolver problemas propostos, utilizando situações do seu cotidiano, ou seja, o cálculo de quanto tempo teria que cumprir de sua pena para atingir

o lapso temporal para montar o processo de progressão de regime e assim estarem usando o tempo livre para aprender matemática

Os Estados e a União tentam abrir vagas através dos mutirões jurídicos carcerários que revisam as penas dos detentos e avaliam a possibilidade de uma progressão de pena, passando assim do regime fechado para o semiaberto e do semiaberto para o regime domiciliar. Para os detentos terem esse direito eles precisam ter cumprido frações de suas penas, ou seja 1/6 – condenado primário ou reincidente, 2/5 – condenado primário por crime hediondo ou equiparado e 3/5 – condenado reincidente por crime hediondo ou equiparado, o objetivo desse trabalho é apresentar uma proposta de ensino de frações, pelo método PBL, instruindo os presos a usarem os cálculos fracionários a partir de situações do seu cotidiano, em que eles mesmo possam calcular quanto tempo devem cumprir de suas penas, para estarem no direito de progressão de pena, aproveitando assim a necessidade e a ociosidade para aprender um pouco de matemática (FERNANDES, 2016).

Fernandes (2016) ainda aborda a questão das superlotações nos presídios brasileiros, com o crescimento exponencial de sua população carcerária que, segundo suas projeções, poderiam alcançar o número de 1.000.000 (um milhão) de pessoas com restrição de liberdade em 2022, e chama a atenção para todos os problemas que esse aumento de pessoas confinadas pode trazer. Seu enfoque é direcionado para o problema da superlotação, citando os esforços dos governantes e poder judiciário para tentar solucionar esse problema, utilizando os chamados mutirões judiciais na tentativa de amenizar os problemas causados por essa superlotação. Logo, essa variável é uma das que mais prejudicam o desenvolvimento da educação nos presídios brasileiros, assim como a volatilidade dos presos entre as unidades prisionais, os procedimentos de segurança, entre outros.

São muitas as diferenças entre o perfil de alunos da escola tradicional quando comparados com os alunos jovens e adultos do sistema prisional. Além das diferenças no perfil dos alunos, há também muitos outros fatores ligados a essa modalidade de educação que influenciam diretamente o rendimento escolar dos alunos, tais como, a tensão de estar em um ambiente prisional, barulhos externos às salas de aulas, a falta de interesse por parte de alguns alunos que só visam a remição de pena, entre outros. Daí surge a necessidade de um método diferenciado para esse perfil de alunos, propiciando a utilização de estratégias diferenciadas, em que o professor seja capaz de, além de ensinar as disciplinas constantes no currículo escolar, consiga promover debates que ajudarão a conscientização na construção do senso crítico dos alunos e na preparação desses indivíduos para o retorno ao convívio em sociedade.

4 CONCEITOS DE FRAÇÕES

Neste Capítulo são apresentados os principais conceitos a respeito de frações. Entretanto, antes de trabalharmos os conteúdos de frações, vamos definir os conjuntos dos números naturais, o conjunto dos números inteiros e suas propriedades, para então apresentarmos o conjunto dos números racionais.

4.1 CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

De acordo com MORGATO e CARVALHO (2015) o conjunto dos números naturais é composto pelos números inteiros positivos, e representado pelo símbolo \mathbb{N} , este conjunto é composto de um número ilimitado de elementos, assim $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

Como descrever matematicamente a estrutura do conjunto dos números dos naturais, no sentido de números ordinais? Como em outros ramos da Matemática, isto é feito por meio de uma lista de propriedades essenciais, chamadas de axiomas, que caracterizem a estrutura da sequência, sem ambiguidades ou propriedades supérfluas, isto é, que possam ser obtidas das demais. Giuseppe Peano (1858-1932) propôs uma lista de axiomas, baseado na noção de sucessor de um número natural (intuitivamente, o que vem logo dele na lista dos números naturais). A construção de Peano caracteriza o conjunto dos números naturais \mathbb{N} por meio dos seguintes 4 axiomas:

- 1 - Todo número natural tem um único sucessor.
- 2 - Números naturais diferentes tem sucessores diferentes.
- 3 - Existe um único número natural, designado por 1, que não é sucessor de nenhum outro.
- 4 - Seja X um conjunto de números naturais (isto é, $X \subset \mathbb{N}$). Se $1 \in X$ e se , além disso, o sucessor de cada elemento de X ainda pertence a X , então $X = \mathbb{N}$ (MORGATO; CARVALHO, 2015).

Aqui usamos o número 1 (um) como sendo o primeiro elemento dos números naturais, pois essa é meramente uma questão de preferência. No conjunto dos números naturais é possível ainda formar outros infinitos subconjuntos de números naturais.

Exemplo 1

- a) *Conjunto dos Números Naturais Pares* - $\mathbb{N}_{\mathbb{P}} = \{2, 4, 6, \dots\}$.
- b) *Conjunto dos Números Naturais Ímpares* - $\mathbb{N}_{\mathbb{I}} = \{1, 3, 5, \dots\}$.
- c) *Conjunto dos Números Naturais Múltiplos de 3* - $\{3, 6, 9, \dots\}$.
- d) *Conjunto dos Números Naturais Múltiplos de 5* - $\{5, 10, 15, \dots\}$.

Todos os números naturais possuem um antecessor (número anterior) e um sucessor (número posterior), exceto o número um (1). Dessa forma:

- O antecessor de 2 é 1 e seu sucessor é o 3.
- O antecessor de 3 é 2 e seu sucessor é o 4.
- O antecessor de 4 é 3 e seu sucessor é o 5.
- O antecessor de 5 é 4 e seu sucessor é o 6.
- O antecessor de 6 é 5 e seu sucessor é o 7.

E, assim, sucessivamente.

Os números naturais têm a função de ordenar e contar. Antes da utilização dos números naturais, os homens enfrentavam muitas dificuldades para se organizarem.

4.1.1 Operações com naturais.

De acordo com IÉZZI e Murakami (1993), há duas operações fundamentais que são definidas no conjunto dos números naturais, são elas, a adição e a multiplicação, que apresentam as seguintes propriedades:

[A.1] associativa da adição:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ para todos } a, b, c \in \mathbb{N}.$$

[A.2] comutativa da adição:

$$a + b = b + a \text{ para todos } a, b \in \mathbb{N}.$$

[A.3] elemento neutro da adição:

$$a + 0 = a \text{ para todo } a \in \mathbb{N}.$$

[M.1] associativa da multiplicação:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \text{ para todos } a, b, c \in \mathbb{N}.$$

[M.2] comutativa da multiplicação:

$$a \cdot b = b \cdot a \text{ para todos } a, b \in \mathbb{N}.$$

[M.3] elemento neutro da multiplicação:

$$a \cdot 1 = a \text{ para todo } a \in \mathbb{N}.$$

[D] distributiva da multiplicação relativamente à adição:

$$a(b + c) = ab + ac \text{ para todos } a, b, c \in \mathbb{N}.$$

Vamos analisar alguns exemplos numéricos das propriedades elencadas acima.

[A.1] associativa da adição.

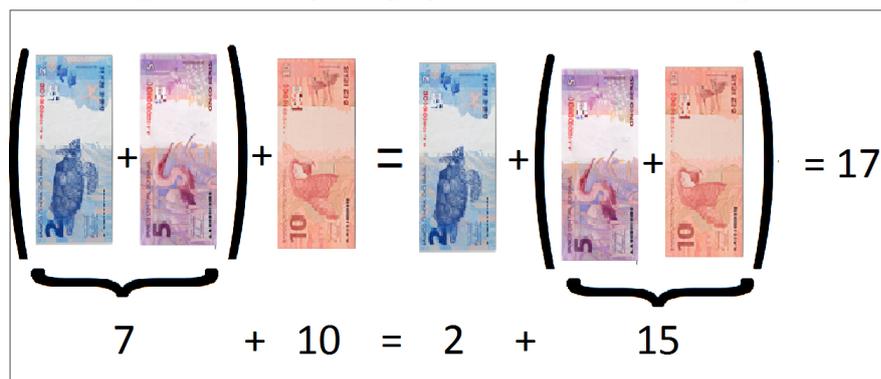
Exemplo 2

a) $(3 + 4) + 6 = 3 + (4 + 6)$.

b) $(4 + 3) + 7 = 4 + (3 + 7)$.

c) $(2 + 5) + 10 = 2 + (5 + 10)$.

Figura 12 – Exemplo da propriedade associativa da adição.



Fonte: Elaborado pelo autor.

[A.2] comutativa da adição.

Exemplo 3

a) $5 + 9 = 9 + 5$

b) $7 + 3 = 3 + 7$

c) $5 + 2 = 2 + 5$.

[A.3] elemento neutro da adição:

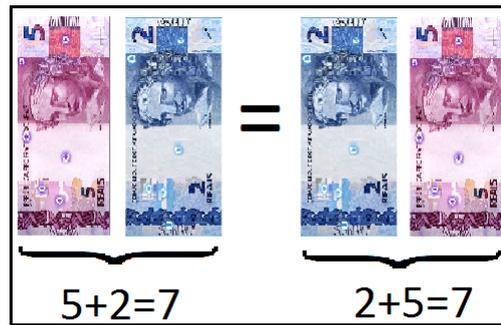
Exemplo 4

a) $9 + 0 = 9$

b) $5 + 0 = 5$

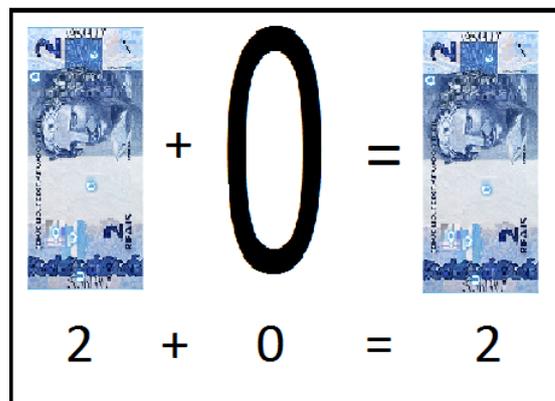
c) $2 + 0 = 2$.

Figura 13 – Exemplo da propriedade comutativa da adição.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Exemplo da propriedade do elemento neutro da adição.



Fonte: Elaborado pelo autor.

[M.1] associativa da multiplicação:

Exemplo 5

a) $(4.3).8 = 4.(3.8)$

b) $(5.6).3 = 5.(6.3)$

c) $(2.3).4 = 2.(3.4)$.

[M.2] comutativa da multiplicação:

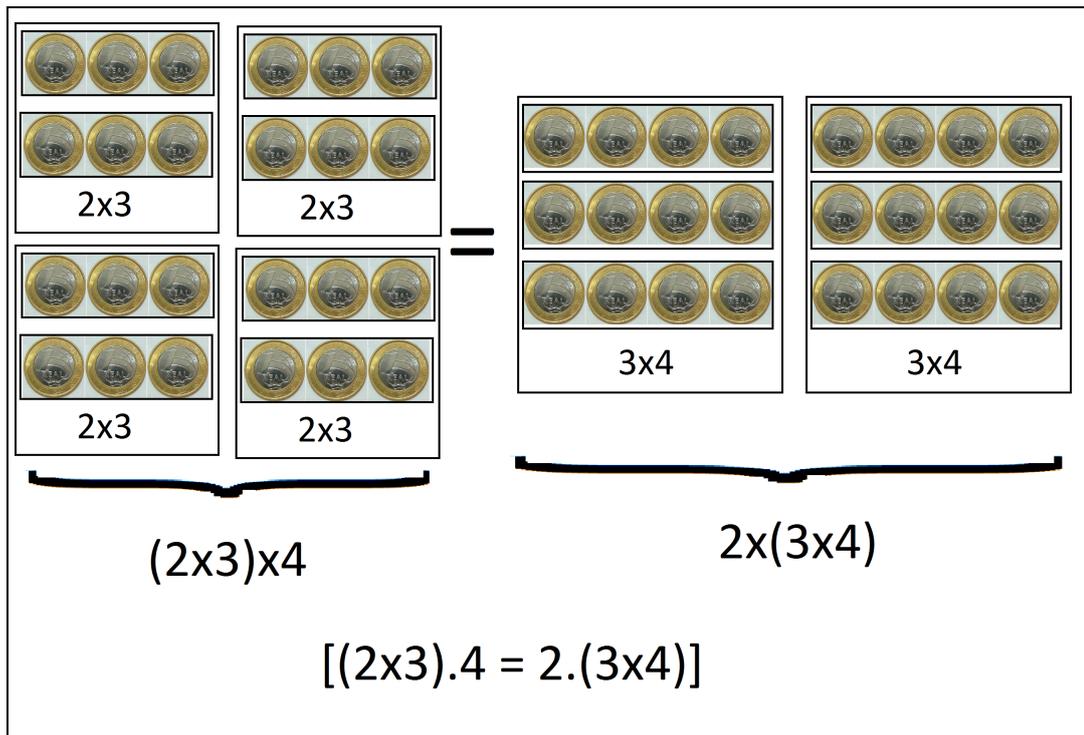
Exemplo 6

a) $3.8 = 8.3$

b) $4.3 = 3.4$

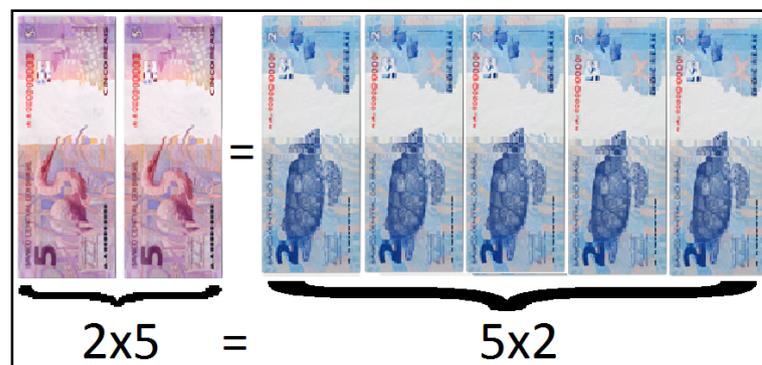
c) $2.5 = 5.2$.

Figura 15 – Exemplo da associativa da multiplicação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Exemplo da comutativa da multiplicação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

[M.3] elemento neutro da multiplicação :

Exemplo 7

a) $4 \cdot 1 = 4$

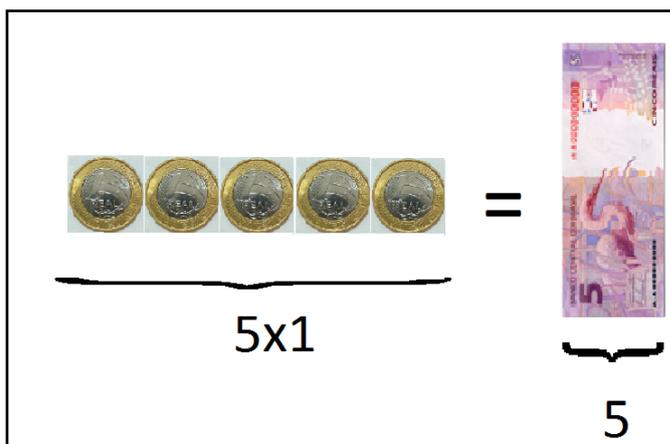
b) $5 \cdot 1 = 5$.

[D] distributiva da multiplicação relativamente à adição:

Exemplo 8

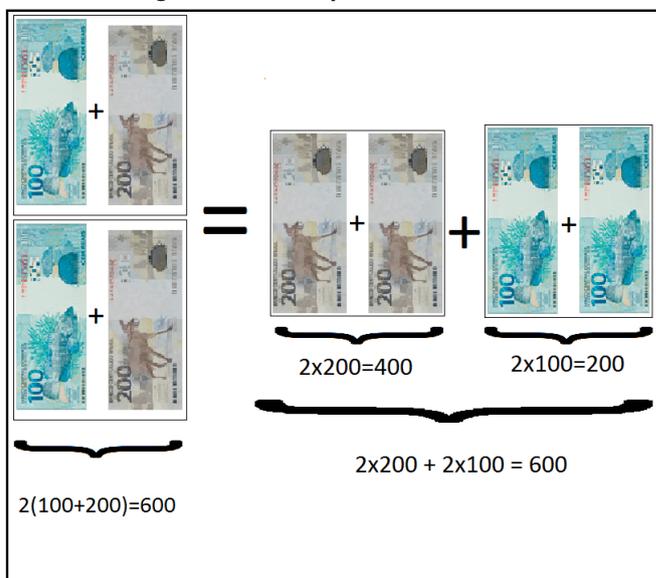
$2(100 + 200) = 2 \times 100 + 2 \times 200$.

Figura 17 – Exemplo do elemento neutro multiplicação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Exemplo de distributiva.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS.

De acordo com HEFES (2014) o conjunto dos números inteiros é composto pelos números positivos e negativos, e indicamos pelo símbolo \mathbb{Z} , e pode-se representá-lo assim:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

Os números inteiros não positivos são acompanhados pelo sinal de menos ($-$), já os números inteiros positivos normalmente não vêm acompanhados do sinal de mais ($+$), porém se por acaso isto ocorrer, é perfeitamente normal. Chamamos o zero de número neutro, isto é, não é positivo e nem negativo. O conjunto dos números inteiros também possui um antecessor e um sucessor. No conjunto dos números inteiros podemos observar três subconjuntos notáveis, são

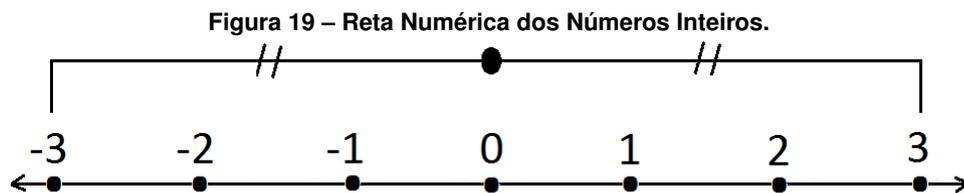
eles: \mathbb{Z}^* , \mathbb{Z}_+ e \mathbb{Z}_- , e podemos representá-los assim:

$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\dots\}$, conjunto dos números inteiros não nulos.

$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4\dots\}$, conjunto dos números inteiros não negativos.

$\mathbb{Z}_- = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0\}$, conjunto dos números inteiros não positivos.

Se representarmos os números inteiros em uma reta numérica, então os números que estão a uma mesma distância do zero e têm valores absolutos iguais, são chamados de simétricos. Na Figura 19 temos a representação dos números inteiros em uma reta numérica, em que se pode observar que o -3 é o simétrico do 3, isto é, tanto o 3 quanto o -3 estão a uma mesma distância do zero.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.1 Operações com inteiros.

De acordo com IÉZZI e Murakami (1993), nas operações em \mathbb{Z} , além das propriedades [A.1], [A.2], [A.3], [M.1], [M.2], [M.3] e [D], apresenta ainda a propriedade [A.4].

[A.4] simétrico ou oposto para a adição

Para todo $a \in \mathbb{Z}$ existe $(-a) \in \mathbb{Z}$ tal que $a + (-a) = 0$.

Exemplo 9

$$2 + (-2) = 0.$$

Assim devido à propriedade [A.4], podemos definir no conjunto dos números inteiros a operação de subtração, estabelecendo que:

$$a - b = a + (-b) \text{ para todos } a, b \in \mathbb{Z}.$$

Exemplo 10

$$5 - 3 = 5 + (-3).$$

4.3 MMC (MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM)

Mínimo Múltiplo Comum é o menor número inteiro positivo, diferente de zero, que é múltiplo ao mesmo tempo de dois ou mais números. Para encontrar os múltiplos de um número, basta multiplicar este número pela sequência dos números naturais. Para descobrir se um número é múltiplo de um outro, basta verificar se um é divisível pelo outro.

Exemplos:

- 30 é múltiplo de 6, pois 30 é divisível por 6.
- 50 é múltiplo de 10, pois 50 é divisível por 10.

Para encontrar o MMC entre dois números ou mais, podemos usar o método da decomposição simultânea em números primos.

Vamos fazer um exemplo encontrando o MMC entre os números 6, 9 e 12.

Primeiramente, vamos colocar esses números um do lado do outro, em seguida, passamos um traço na vertical, do lado direito do traço colocamos os números primos, pelos quais vamos fazer as divisões desses números. Vamos começar com o número 2 que é o menor número primo, exemplo (Figura 20).

Assim, vamos dividindo pelo número 2 até que não seja mais possível dividir por 2. Quando um dos números não é divisível pelo número primo que está a direita do traço, copiamos ele na parte de baixo.

Assim, vamos dividindo por números primos maiores até que as colunas acabem em 1. Quando todas as colunas chegarem a 1, a decomposição acabou.

Então, calculamos o MMC multiplicando os números primos que encontramos ao lado do traço, assim, $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$, logo o MMC entre 6,9 e 12 é igual a 36.

A Figura 20 ilustra um dispositivo prático para encontrar o MMC (Mínimo Múltiplo Comum) entre dois números ou mais.

4.4 CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

O conjunto dos Números Racionais contém o conjunto dos números inteiros, que contém os números naturais, os elementos deste conjunto são os números que podem ser escritos na forma de fração, sendo possível também serem representados na forma decimal finita, infinita

Figura 20 – Dispositivo prático para encontrar MMC

6, 9, 12 2	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 3, 9, 3 3	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 3, 9, 3 3 1, 3, 1 3	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 3, 9, 3 3 1, 3, 1 3 1, 1, 1 36
--------------	-----------------------------	--	---	---

Fonte: Elaborado pelo autor.

e periódica. Porém para nosso estudo neste trabalho vamos nos ater somente aos números fracionários escritos na forma $\frac{p}{q}$.

"Dado um número inteiro \neq de 1 e -1, o inverso de q não existe em \mathbb{Z} : $\frac{1}{q} \notin \mathbb{Z}$. Vamos superar essa dificuldade introduzindo os números racionais"(IÉZZI; MURAKAMI, 1993).

Ainda de acordo com (IÉZZI; MURAKAMI, 1993), podemos definir o conjunto dos números racionais, como o conjuntos de pares ordenados, ou frações, $\frac{a}{b}$, em que $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$.

De acordo com Dante (2013a), podemos definir os números racionais como os números que podem ser escritos na forma de fração com numerador e denominador inteiros e denominador diferente de zero.

Simbolicamente podemos representar os números racionais assim:

$$\mathbb{Q} = \{x | x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\}$$

No conjunto dos números racionais podemos destacar os seguintes subconjuntos:

\mathbb{Q}_+ = conjunto dos racionais não negativos.

\mathbb{Q}_- = conjunto dos racionais não positivos.

\mathbb{Q}^* = conjunto dos racionais não nulos.

- Definição de Máximo Divisor Comum (MDC)

De acordo com Dante (2013c), o máximo divisor comum (MDC) de dois ou mais números naturais é o maior dos divisores comuns desses números.

Definimos os elementos do conjunto racionais, os números escritos na forma $\frac{a}{b}$ em que a é o numerador e b é o denominador, então se a e b são primos entre si, ou seja, se o $\text{mdc}(a, b)$

= 1, dizemos que a fração $\frac{a}{b}$ é irredutível. Assim na fração $\frac{a}{b}$, o a representa uma parte ou mais do todo que está sendo dividido, e o b representa o denominador, isto é, o número de partes em que o todo está sendo dividido e o traço indica uma divisão.

Exemplo 11

a) $\frac{1}{6}$ (lê-se um sexto ou um sobre seis), e significa que o número 1 está sendo dividido em 6 partes.

b) $\frac{1}{5}$ (lê-se um quinto ou um sobre cinco), significa que o número 1 está sendo dividido em 5 partes.

c) $\frac{8}{3}$ (lê-se oito terços ou oito sobre três), analogamente aos itens anteriores, o número oito está sendo dividido em 3 partes. Note que neste caso o numerador é maior que o denominador, este é um exemplo de fração imprópria, que veremos mais adiante.

d) $\frac{1}{12}$ (lê-se um doze ávos, ou 1 sobre doze), significa que o número um está sendo dividido em 12 partes.

Os números fracionários são aqueles que representam uma ou mais partes de um todo, ou seja, ao dividir um inteiro (ou mais) em um determinado número de partes, cada conjunto dessas partes pode ser representado em um número fracionário.

4.4.1 Operações com racionais

Em concordância com IÉZZI e Murakami (1993) no conjunto dos racionais "adotam-se as seguintes definições":

[D.1] Igualdade: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

[D.2] Adição com denominadores iguais: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

[D.3] Subtração com denominadores iguais: $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

$$[D.4] \text{ Adição com denominadores diferentes: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$[D.5] \text{ Subtração com denominadores diferentes: } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

$$[D.6] \text{ Multiplicação: } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Conforme IÉZZI e Murakami (1993) podemos definir as seguintes propriedades para as operações com os números racionais.

$$[A.1] \quad \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$

$$[A.2] \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

$$[A.3] \quad \frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$$

$$[A.4] \quad \frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$$

$$[M.1] \quad \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right)$$

$$[M.2] \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

$$[M.3] \quad \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$$

$$[D] \quad \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}, \text{ em que } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \text{ e } \frac{e}{f} \text{ são racionais quaisquer.}$$

Portanto, são válidas as mesmas propriedades formais vistas para os números inteiros. Além dessas, temos também a seguinte:

[M.4] simétrico ou inverso para a multiplicação

Para todo $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ e $\frac{a}{b} \neq 0$, existe $\frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$ tal que $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.

Devido à propriedade [M.4], podemos definir [D.7] em \mathbb{Q}^* , a operação de divisão, estabelecendo que:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ para } \frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}^*.$$

Vamos fazer alguns exemplos das operações elencadas acima usando as definições [D.1], [D.2], [D.3], [D.4], [D.5],[D.6] e [D.7].

[D.1] Igualdade: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$, o produto do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração deve ser igual ao produto do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração, conforme os exemplos abaixo.

Exemplo 12

$$a) \frac{2}{5} = \frac{4}{10}, \text{ pois } 2 \times 10 = 5 \times 4 = 20$$

$$b) \frac{1}{6} = \frac{3}{18}, \text{ pois } 1 \times 18 = 6 \times 3 = 18$$

$$c) \frac{2}{8} \neq \frac{1}{3}, \text{ pois } 2 \times 3 \neq 8 \times 1 \Rightarrow 6 \neq 8$$

[D.2] Adição com numeradores iguais:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Em uma operação de adição de frações com denominadores iguais, de acordo com [D.2], o resultado é uma fração com o mesmo denominador das frações que estão sendo somadas, e o numerador é a soma dos numeradores das frações que estão sendo somadas, ou seja, conserva-se o denominador e soma-se os numeradores, conforme exemplos abaixo:

Exemplo 13

$$a) \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$c) \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

[D.3] Subtração com denominadores iguais:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Na operação de subtração de frações com denominadores iguais, em concordância com [D.3], o processo é semelhante ao processo da operação de adição, a única diferença é o sinal de (-) menos, ou seja, o resultado é uma fração com o mesmo denominador das frações que estão sendo operadas, e o numerador é a subtração dos numeradores das frações em questão, ou seja, conserva-se o denominador e subtrai-se os numeradores, conforme exemplos abaixo:

Exemplo 14

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3 - 1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$c) \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = \frac{7 - 3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

[D.4] Adição com denominadores diferentes:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Em uma operação de adição de frações com denominadores diferentes, segundo [D.4], o resultado é uma fração na qual o denominador é o produto dos denominadores das frações em questão, e o numerador é produto do numerador da primeira pelo denominador da segunda, mais o produto do denominador da primeira pelo numerador da segunda, conforme exemplos abaixo:

Exemplo 15

$$a) \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2 \times 5 + 3 \times 2}{3 \times 5} = \frac{10 + 6}{15} = \frac{16}{15}$$

$$b) \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5 + 4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{5 + 8}{20} = \frac{13}{20}$$

$$c) \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 7 \times 3}{7 \times 5} = \frac{10 + 21}{35} = \frac{31}{35}$$

[D.5] Subtração com denominadores diferentes:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Na operação de subtração de frações com denominadores diferentes, o processo é muito semelhante ao caso de operação de adição com numeradores diferentes, ou seja, de acordo com [D.5], o resultado é uma fração na qual o denominador é o produto dos denominadores das frações em tela, e o numerador é produto do numerador da primeira pelo denominador da segunda, menos o produto do denominador da primeira pelo numerador da segunda, conforme exemplos abaixo:

Exemplo 16

$$a) \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{2 \times 3} = \frac{9 - 2}{6} = \frac{7}{6}$$

$$b) \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{5 \times 4 - 2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{20 - 6}{8} = \frac{14}{8} = \frac{14 \div 2}{8 \div 2} = \frac{7}{4}$$

$$c) \frac{7}{9} - \frac{1}{8} = \frac{7 \times 8 - 9 \times 1}{9 \times 8} = \frac{56 - 9}{72} = \frac{47}{72}$$

[D.6] Multiplicação:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Na operação de multiplicação de frações, o resultado é uma nova fração, na qual o numerador é o produto dos numeradores das frações que estão sendo multiplicadas e o denominador é o produto dos denominadores das frações que estão sendo multiplicadas, conforme os exemplos abaixo.

Exemplo 17

$$a) \frac{3}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{3 \times 2}{5 \times 9} = \frac{6}{45} = \frac{6 \div 3}{45 \div 3} = \frac{2}{15}$$

$$b) \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$$

$$c) \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$$

[D.7] Divisão:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ para } \frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}^*.$$

Na operação de divisão de frações, de acordo com [D.7], resulta em uma multiplicação de frações, em que multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda fração, e daí recaímos no caso de multiplicação de frações e utilizamos a definição [D.6], conforme exemplos abaixo.

Exemplo 18

$$a) \frac{2}{3} \div \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$$

$$b) \frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$c) \frac{5}{7} \div \frac{3}{8} = \frac{5}{7} \times \frac{8}{3} = \frac{5 \times 8}{7 \times 3} = \frac{40}{21}$$

4.4.2 Tipos de Frações.

As frações não representam necessariamente uma das partes de um inteiro, elas podem representar um inteiro dividido em n partes ou representar mais de um inteiro divididos em m partes, ou seja, podemos representar qualquer inteiro na forma de um número fracionário, pois como já podemos observar anteriormente, o conjunto dos números \mathbb{Z} está contido no conjunto dos números \mathbb{Q} . Existem vários tipos de frações, e podemos classificar cada tipo dessas representações fracionárias.

4.4.2.1 Frações Próprias

Fração própria são aquelas as quais o numerador é menor que o denominador, isto é, seu valor é menor que 1 (um) inteiro.

Exemplo 19

a) $\frac{1}{3}$ (um terço)

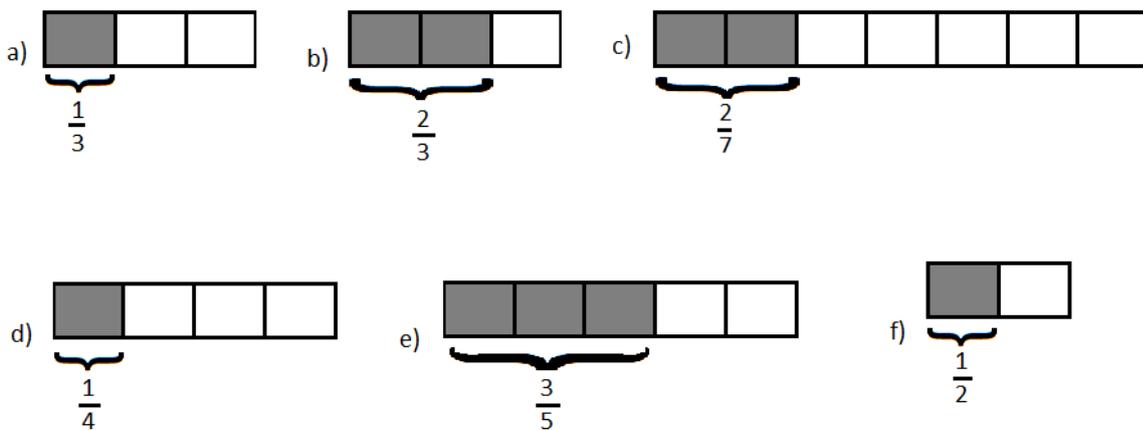
b) $\frac{2}{3}$ (dois terços)

c) $\frac{2}{7}$ (dois sétimos)

d) $\frac{1}{4}$ (um quarto)

e) $\frac{3}{5}$ (três quintos)

f) $\frac{1}{2}$ (um meio)

Figura 21 – Representação gráfica de frações próprias.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4.2.2 Frações Impróprias

Frações impróprias são tais que o numerador é maior que o denominador, ou seja, representa um número maior que 1 (um) inteiro.

Exemplo 20

a) $\frac{5}{3}$ (cinco terços)

b) $\frac{7}{2}$ (sete meios)

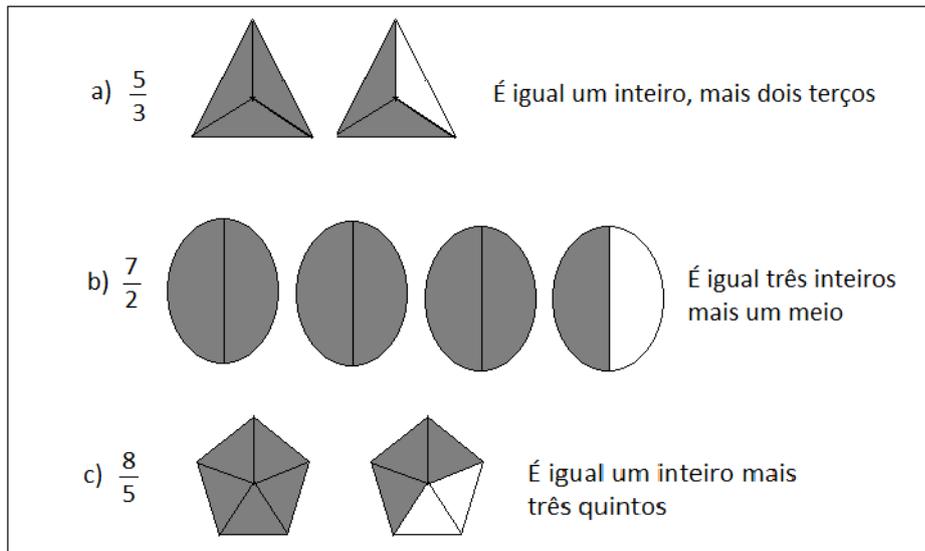
c) $\frac{8}{5}$ (oito quintos)

d) $\frac{6}{5}$ (seis quintos)

e) $\frac{4}{3}$ (quatro terços)

f) $\frac{7}{3}$ (sete terços)

Figura 22 – Representação gráfica de frações impróprias.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4.2.3 Frações Aparentes

Frações aparentes são aquelas em que o numerador é múltiplo do denominador, logo podemos dividir o numerador pelo denominador e teremos como resultado um número inteiro.

Exemplo 21

$$a) \frac{6}{3} = 2$$

$$b) \frac{9}{3} = 3$$

$$c) \frac{10}{2} = 5$$

$$d) \frac{15}{5} = 3$$

$$e) \frac{4}{2} = 2$$

$$f) \frac{8}{2} = 4$$

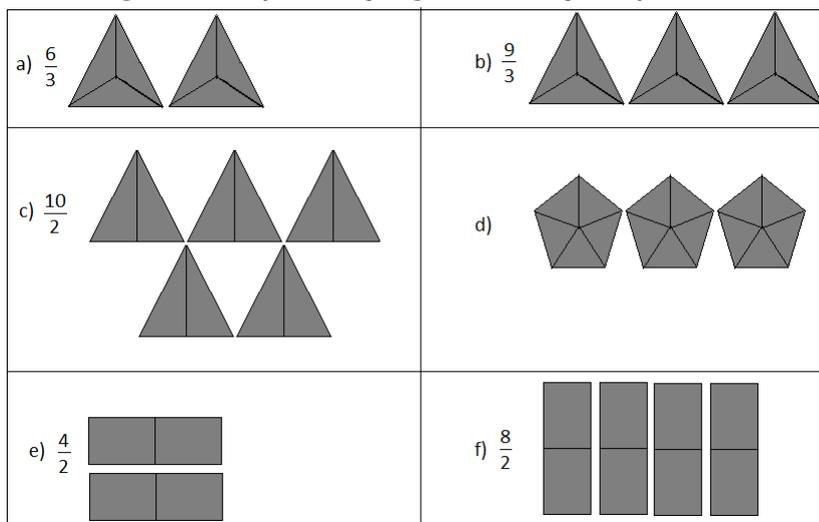
Como o próprio nome sugere, a fração aparente, na realidade, é só uma maneira de representar o número inteiro na forma fracionária, este número tem a aparência de uma fração, mas, na verdade, é um número inteiro.

4.4.2.4 Frações Mistas

Podemos chamar uma fração de mista quando ela for constituída por um número inteiro e uma fração própria.

Exemplo 22

Figura 23 – Representação gráfica de frações aparentes.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$a) 3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$b) 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$c) 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

A fração mista é um tipo de fração imprópria, ou seja, é composta por uma parte inteira e outra fracionária.

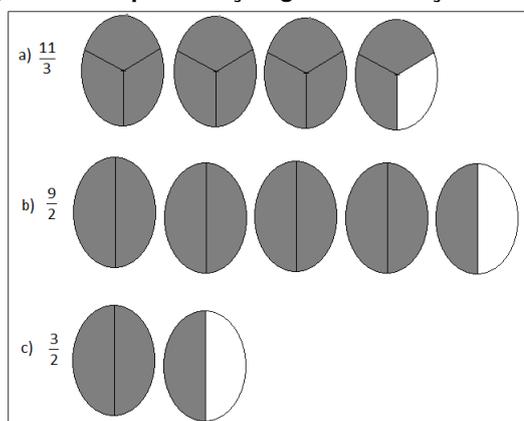
Exemplo 23

$$a) 3\frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$b) 4\frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$c) 1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Figura 24 – Representação gráfica de frações mistas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4.2.5 Frações Equivalentes.

Frações Equivalentes são tais que aparentemente são diferentes, porém possuem o mesmo valor. Logo, elas representam a mesma parte de um todo, ou seja possuem a mesma quantidade.

Exemplo 24

$$a) \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$b) \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$c) \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

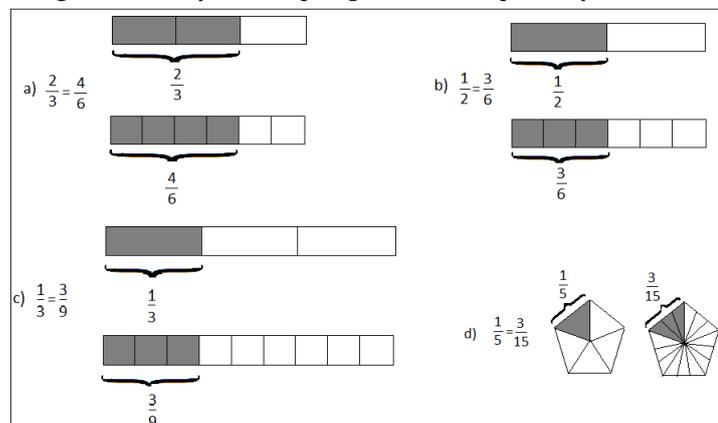
$$d) \frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

$$e) \frac{4}{3} = \frac{12}{9}$$

$$f) \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

A Figura 25 ilustra as representações gráficas dos itens a, b, c e d representados de forma numérica acima.

Figura 25 – Representação gráfica de frações equivalentes.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS DO SISTEMA PRISIONAL.

Na maioria das bibliografias consultadas, foi possível analisar um ponto em comum: a necessidade de se desenvolver estratégias para despertar a curiosidade e o interesse nas questões apresentadas, em que há uma tendência de se obter um método contextualizado para o ensino de jovens e adultos do sistema prisional, pois quando o assunto envolve diretamente questões relacionadas ao indivíduo, naturalmente ele tem mais interesse sobre as atividades desempenhadas e conseqüentemente um melhor aproveitamento.

A contextualização curricular tem vindo progressivamente a assumir-se como uma temática central nos debates sobre o ensino e a aprendizagem. Entendida como forma de aproximar os processos de ensino-aprendizagem das realidades concretas dos alunos, configura-se como condição necessária na abordagem dos conteúdos e na organização das atividades a desenvolver no âmbito do currículo e da formação escolar. Ao contribuir para que os alunos relacionem os conteúdos e as tarefas educativas com os seus saberes prévios e com as experiências quotidianas, a contextualização curricular promove a interligação entre a teoria e a prática e cria condições que permitem que os estudantes confirmem sentido e utilidade ao que aprendem na escola (LEITE et al., 2011).

Apresentamos na sequência um roteiro para aplicação e avaliação de atividades do ensino de frações de forma contextualizada para o perfil de alunos jovens e adultos do sistema prisional do Estado de São Paulo. Sendo que, para a aplicação deste trabalho, serão apresentados os conceitos de frações, os tipos e operações com frações, conceitos de remição de pena, progressão de regime, faltas disciplinares, resolução de problemas envolvendo pecúlio entre outros.

Essa proposta foi desenvolvida para ser aplicada para duas turmas da EJA do sistema prisional, sendo uma turma contendo 15 alunos do ensino fundamental e uma turma contendo 15 alunos do ensino médio. Sugerimos a aplicação do trabalho dividido em 10 (dez) encontros com 02 (duas) aulas com duração de 50 (cinquenta) minutos.

5.1 PRIMEIRO ENCONTRO: PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Neste encontro será apresentado resumidamente os objetivos da proposta e na sequência será aplicada uma avaliação diagnóstica para identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os assuntos a serem apresentados durante a aplicação deste trabalho. Esta avaliação é composta por operações de adição, subtração e multiplicação de frações, assim como problemas envolvendo remição de pena, faltas disciplinares, progressão de regime e problemas envolvendo pecúlio.

Com esta primeira avaliação diagnóstica espera-se identificar as principais deficiências dos alunos em relação a este conteúdo para, se necessário, adequar as atividades a serem desenvolvidas, armazenar os dados para realizar análises e comparações futuras. Esta primeira avaliação está descrita no Apêndice B.1.

5.2 SEGUNDO ENCONTRO: CONCEITOS DE REMIÇÃO DE PENA

O segundo encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito dos principais conceitos que envolvem remição de pena discutida na seção (3.1.1). Na sequência, serão trabalhados os exercícios da Atividade 1 do (Apêndice A.1). Esta atividade começará com a resolução de um problema motivador, a partir daí, espera-se que os alunos se sintam familiarizados com o assunto que está sendo trabalhado. O professor resolverá o problema motivador com a participação dos alunos, incentivando-os a dar opiniões, sugestões para a resolução do problema.

Problema Motivador:

A condenação de Wesley é de 5 (cinco) anos. Sabendo que Wesley trabalhou durante 360 dias e fez a leitura de 12 obras literárias durante um ano. Quantos dias Wesley diminuiu de sua condenação por remição de pena?

O professor falará sobre os tipos de remição de pena, quais os benefícios da remição de pena para os alunos do sistema prisional, quanto tempo será remido para cada atividade desenvolvida, assim como os tramites para que a remição seja contabilizada ao seu prontuário processual. Para desenvolver esta atividade, serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.1). Espera-se, com esta atividade que os alunos sejam capazes de reconhecer o que é remição de pena, quais os tipos e quais os benefícios que remição a pena pode trazer para a sua vida. Também, entender que para realizar esses cálculos são utilizados os conhecimentos matemáticos de operações com frações. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização das atividades.

5.3 TERCEIRO ENCONTRO: CONCEITOS DE PROGRESSÃO DE REGIME

O terceiro encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito dos principais conceitos que envolvem progressão de regime discutidos na seção (3.1.2). Na sequência, serão trabalhados os exercícios da Atividade 2 do Apêndice (A.2). Esta atividade começará com a resolução de um problema motivador, com o objetivo de que os

alunos se sintam familiarizados com o assunto que está sendo trabalhado. O professor resolverá o problema motivador com a participação dos alunos, incentivando-os a dar opiniões, sugestões para a resolução do problema.

Problema Motivador:

Alfredo foi condenado a 10 (dez) anos de reclusão em regime fechado. Sabendo que Alfredo é primário e o crime cometido é hediondo. Quanto tempo (em meses) Alfredo terá que cumprir em regime fechado para ter direito ao benefício de progressão de regime?

O professor discorrerá sobre os tipos de progressão de regime, detalhando os casos em que o réu é primário ou reincidente, se cometeu crimes simples ou hediondos, pois para cada tipo de crime é utilizado frações diferentes para a concessão do benefício da progressão de regime. O professor também detalhará os trâmites realizados para que o Juiz conceda o benefício da progressão do regime.

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.2). Espera-se, com esta Atividade, que os alunos sejam capazes de reconhecer o que significa progressão de regime, quais os tipos de crimes e quais são os percentuais exigidos para se ter direito ao benefício da progressão de regime. Assim, entender que para realizar esses cálculos são utilizados os conhecimentos matemáticos de operações com frações. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização das atividades.

5.4 QUARTO ENCONTRO: CONCEITOS DE NÚMEROS; NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS.

O quarto encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito dos principais conceitos que envolvem os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais discutidos nas seções de (4.1, 4.2 e 4.4). Na sequência, serão trabalhados os conteúdos da Atividade A.3 do Apêndice (A.3).

Nessa atividade será apresentada uma breve introdução da história dos números, como se realizavam as contagens antes da criação dos números, a necessidade dos homens em criar uma forma de organizar, contar e registrar a quantidades de coisas. Será definido o conjunto dos números naturais, que é pré-requisito para a o estudo das operações com frações. O professor explicará quais são os elementos que compõem o conjunto dos números naturais, dará exemplos dos principais subconjuntos que estão contidos no conjunto dos números naturais, assim como as noções de números pares, ímpares, sucessores e antecessores e as operações de adição, subtração e multiplicação com números naturais.

Ainda nesta atividade será apresentado aos alunos o conjunto dos números inteiros, seus elementos, suas operações e suas propriedades. O professor mostrará que o conjunto dos números inteiros contém o conjunto dos números naturais, ou seja, o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros. O professor mostrará que as mesmas propriedades válidas para os números naturais também são válidas para os números inteiros.

Também será apresentado aos alunos o conjunto dos números racionais, seus elementos e suas propriedades. O professor mostrará que o conjunto dos números racionais contém o conjunto dos inteiros que, por sua vez, contém os números naturais, ou seja, o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros que por sua vez está contido no conjunto dos números racionais. O professor mostrará que as mesmas propriedades válidas para os números inteiros também são válidas para os números racionais e que, além das propriedades dos números inteiros, há também a propriedade do simétrico ou inverso para a multiplicação.

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.3). Espera-se, com esta Atividade, que os alunos sejam capazes de reconhecer os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais e seus elementos. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização das atividades.

5.5 QUINTO ENCONTRO: TIPOS DE FRAÇÕES

O quinto encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito dos principais conceitos que envolvem os tipos de frações discutidos na seção (4.4.2). Na sequência serão trabalhados os conteúdos da Atividade 4 do Apêndice (A.4).

Nessa atividade serão apresentados aos alunos os tipos de frações: própria, imprópria, aparente, mista e equivalente. O professor mostrará que nas frações próprias o numerador é menor que o denominador, e que seu valor é menor que um inteiro. Mostrará que nas frações impróprias o numerador é maior que o denominador e que seu valor é maior que um inteiro. Mostrará, ainda, que as frações aparentes, embora tenham uma aparência de fração, na realidade, ao dividir o numerador pelo denominador, o resultado é um número inteiro, ou seja, o numerador é um múltiplo do denominador. Mostrará, também, que a fração mista é composta por um número inteiro e uma fração própria e que é um tipo de fração imprópria e que as frações equivalentes têm o mesmo valor.

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.4). Espera-se, com esta Atividade, que os alunos sejam capazes de reconhecer os tipos de frações: própria, imprópria, aparente, mista e equivalente. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação

durante a realização das Atividades.

5.6 SEXTO ENCONTRO: MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

O sexto encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito dos principais conceitos que envolvem MMC (Mínimo Múltiplo Comum) discutidos na seção (4.3). Na sequência serão trabalhados os conteúdos da Atividade 5 do Apêndice (A.5).

Essa atividade tem o objetivo de demonstrar aos alunos o MMC (Mínimo Múltiplo Comum) entre dois números ou mais e se inicia com um problema motivador:

Problema Motivador:

Leonardo diminuiu $\frac{1}{6}$ de sua pena por remissão devido aos dias trabalhados e $\frac{1}{9}$ por remissão devido ao estudo. Qual a fração que Leonardo teve diminuída em relação ao total de sua pena?

Esta atividade começará com a resolução do problema motivador, em que professor resolverá o problema motivador com a participação dos alunos, incentivando-os a dar sugestões durante a resolução do problema. Após a resolução do problema, serão apresentados aos alunos exemplos de múltiplos de um número ou mais, explicando o que são múltiplos comuns, e entre eles qual é o mínimo múltiplo comum. Por exemplo, vamos analisar os múltiplos de 6, 9 e 12 e, em seguida, encontrar o menor deles, ou seja, o mínimo múltiplo comum entre eles. Após mostrar aos alunos o que são múltiplos, quais são os múltiplos comuns e qual é o menor deles, o professor apresentará o algoritmo prático para encontrar o MMC.

Múltiplos dos números 6, 9 e 12.

6, 12, 18, 24, 30, **36**, 42, 48,....

9, 18, 27, **36**, 45, 54,.....

12, 24, **36**, 48, 60,....

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.5). Espera-se, com esta Atividade, que os alunos sejam capazes de reconhecer os múltiplos dos números, saber identificar quais os múltiplos comuns entre dois números ou mais, e encontrar o MMC utilizando o algoritmo prático. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização

Figura 26 – Dispositivo prático para encontrar MMC

6, 9, 12 2	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 3, 9, 3 3	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 3, 9, 3 3 1, 3, 1 3	6, 9, 12 2)x 3, 9, 6 2)x 3, 9, 3 3)x 1, 3, 1 3 1, 1, 1 36
--------------	-----------------------------	--	---	---

Fonte: Elaborado pelo autor.

das atividades.

5.7 SÉTIMO ENCONTRO: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

O sétimo encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito de adição e subtração de frações com denominadores iguais discutidos na seção (4.4.1). Na sequência serão trabalhados os conteúdos da Atividade 6 do Apêndice (A.6).

Nessa atividade serão apresentadas as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais, a resolução de um problema motivador, em que professor resolverá o problema com a participação dos alunos incentivando-os a dar sugestões durante a resolução. Após a resolução do problema motivador, serão apresentadas aos alunos as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais.

Problema Motivador:

1) Na compra de pecúlio de uma unidade prisional, são compradas, apenas barras de chocolates de 300 gramas. Manoel ganhou $\frac{1}{6}$ de uma barra de chocolate de Ademir e $\frac{2}{6}$ de outra barra de Jhonatan. Somando as duas partes que Manoel ganhou, que fração representa de uma barra inteira?

O professor resolverá, junto com os alunos, as operações de adição e subtração de frações explicando que para realizar a soma de duas frações que possuem o mesmo denominador, basta manter o denominador e somar os numeradores.

Exemplo 25
$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$$

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.6). Espera-se, com esta

Atividade, que os alunos sejam capazes de efetuar as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização das atividades.

5.8 OITAVO ENCONTRO: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES

O oitavo encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito de adição e subtração de frações com denominadores diferentes discutidos nas seção (4.4.1) . Na sequência, serão trabalhados os conteúdos da Atividade 7 do Apêndice (A.7).

Nessa atividade serão apresentadas as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a resolução de um problema motivador, em que professor resolverá o problema com a participação dos alunos, incentivando-os a dar sugestões durante a resolução. Após a resolução do problema motivador, serão apresentadas aos alunos as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Problema Motivador:

Maurício havia remido $\frac{1}{5}$ de sua pena, porém devido ao cometimento de uma falta disciplinar ele perdeu $\frac{1}{15}$ do total remido. Qual a fração do total da pena que Maurício tem direito?

O professor resolverá junto com os alunos as operações de adição e subtração de frações explicando que para realizar a soma ou a subtração de duas frações que possuem denominadores diferentes é necessário encontrar frações equivalentes que possuam os mesmos denominadores e assim realizar as operações como na atividade anterior, bastando manter o denominador e somar os numeradores.

Exemplo 26
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

O professor também apresentará aos alunos o algoritmo prático para encontrar o MMC entre dois números ou mais usando a decomposição em números primos para deixar as frações com denominadores iguais.

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.7). Espera-se, com esta Atividade, que os alunos sejam capazes de efetuar as operações de adição e subtração de

Figura 27 – MMC entre 4 e 3

$$\begin{array}{r|l}
 4, 3 & 2 \\
 2, 3 & 2 \\
 1, 3 & 3 \\
 \hline
 1, 1 & 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

frações com denominadores diferentes. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização das atividades.

5.9 NONO ENCONTRO: MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO E SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

O nono encontro tem duração estimada de 100 minutos, o encontro se iniciará com discussão a respeito de multiplicação, divisão e simplificação de frações discutidos na seção (4.4.1). Na sequência, serão trabalhados os conteúdos da Atividade 8 do Apêndice (A.8).

Nessa atividade serão apresentadas as operações de multiplicação e divisão de frações e também serão apresentadas as simplificações de frações, a resolução de um problema motivador, em que professor resolverá o problema com a participação dos alunos incentivando-os a dar sugestões durante a resolução. Após a resolução do problema motivador, serão apresentadas aos alunos as operações de multiplicação e divisão de frações assim como as simplificações de frações.

Problema Motivador:

Marcos dividiu sua barra de chocolate em três partes iguais, dando uma dessas partes a Antônio, que por sua vez, deu a metade da parte que ganhou à Joaquim. Que fração representa a parte que Joaquim recebeu?

O professor resolverá junto com os alunos as operações de multiplicação e divisão de frações, assim como as simplificações de frações, ou seja, deixando na forma irredutível.

Multiplicações de Frações:

Para realizar a multiplicação de frações o professor mostrará que o aluno precisará apenas multiplicar o numerador da primeira fração pelo numerador da segunda fração e o denominador

da primeira fração pelo denominador da segunda fração.

Exemplo 27
$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

Divisão de Frações:

Para realizar a divisão de frações o professor mostrará que o aluno precisará apenas multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda fração, ou seja, é só reescrever a primeira fração da forma que está e a segunda invertendo o numerador com o denominador, daí é só realizar a multiplicação conforme o item anterior.

Exemplo 28
$$\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

Simplificações de Frações:

O professor mostrará que para simplificar as frações, ou seja, deixa-las na forma irredutível, é necessário dividir o numerador e o denominador por um mesmo número, isto é, encontrar um divisor comum entre o numerador e o denominador para efetuar as divisões, até que elas se tornem irredutíveis. Lembrando que poderão ser efetuadas divisões sucessivas até chegar a uma fração irredutível ou encontrar o máximo divisor comum para o numerador e denominador e efetuar uma única divisão, conforme exemplos abaixo:

Exemplo 29
$$\frac{8}{16} = \frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4}{8} = \frac{8 \div 2}{4 \div 2} = \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

Exemplo 30
$$\frac{8}{16} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2}$$

Para desenvolver esta atividade serão utilizados os seguintes materiais: quadro branco, caderno, lápis, borracha, caneta e material impresso (Apêndice A.8). Espera-se, com esta Atividade, que os alunos sejam capazes de efetuar as operações de multiplicação e divisão de frações, assim como deixá-las na forma irredutível. Para avaliação dos alunos, será utilizado o critério de participação durante a realização das atividades.

5.10 DÉCIMO ENCONTRO: SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Neste último encontro será aplicada uma segunda avaliação diagnóstica composta com operações de adição, subtração e multiplicação de frações, assim como problemas envolvendo

remição de pena, faltas disciplinares, progressão de regime e problemas envolvendo pecúlio. Esta segunda avaliação terá o mesmo grau de dificuldade da primeira aplicada durante primeiro encontro.

Esta última tem o objetivo de avaliar os desempenhos que os alunos tiveram ao longo da aplicação da proposta e realizar comparações com a primeira avaliação e dessa forma fazer uma análise quanto à eficiência da presente proposta. Esta segunda e última avaliação diagnóstica é parte desta proposta e está descrita no Apêndice B.2. deste trabalho.

Ainda neste último encontro será oferecido aos alunos a possibilidade de responder a um questionário com dados importantes que servirão de base para novos estudos sobre o assunto. Também será disponibilizado um questionário aos professores e outro questionário para os policiais penais, todos com o mesmo intuito de reunir dados para futuros estudos sobre o assunto. Os questionários a serem aplicados aos alunos, professores e policiais penais estão disponíveis nos Apêndices C.1, C.2 e C.3 respectivamente.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho não tem a pretensão de alterar o currículo para atender os alunos das instituições prisionais, pois a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) já trata deste assunto. A proposta apresentada relaciona conteúdos do cotidiano dos alunos para ensinar matemática. Quando se trabalha com assuntos que fazem parte do dia a dia dos alunos, isso desperta a curiosidade e o interesse para o aprendizado, melhorando assim o rendimento escolar.

Os alunos jovens e adultos, quando vão para a escola, levam consigo muitos conhecimentos que podem e devem ser utilizados como parte do conteúdo estudado, muitos desses alunos já são casados, chefes de família e já tem uma profissão. Então não é conveniente aplicar a esse perfil de aluno o mesmo conteúdo aplicado aos adolescentes que estejam no mesmo nível de escolaridade, pois as histórias de vidas desses alunos são bem diferentes das histórias de vidas dos adolescentes. Os alunos adultos são dotados de muitas experiências, que podem influenciar positivamente no seu aprendizado.

No caso dos alunos do sistema prisional, são encontradas pessoas com as mais diversas histórias de vidas: são pedreiros, eletricitas, mecânicos, padeiros, cozinheiros, costureiros, artesãos, microempresários, comerciantes, entre outros. Então, são muitos conhecimentos levados para a escola, o que possibilita o professor trabalhar os mais diversos assuntos que fazem parte do cotidiano desses alunos, utilizando-se dessas experiências levadas pelos alunos para tornar suas aulas mais atrativas.

No desenvolvimento do trabalho, notamos grandes dificuldades no desenvolvimento da educação de jovens e adultos, em particular dos alunos do sistema prisional, entre as dificuldades podemos citar algumas, a saber: a superlotação na maioria dos presídios brasileiros, os procedimentos de segurança, a ausência de uma educação continuada para os Agentes do Estado que atuam no sistema prisional, a alta rotatividade dos detentos que são transferidos entre as unidades prisionais, os barulhos externos as salas de aulas por parte dos detentos que não estão matriculados na escola, entre outros.

Na proposta original deste trabalho, além da pesquisa bibliográfica, seria realizar uma pesquisa de campo na Penitenciária Masculina de Taquarituba, em que seria ministrado o curso de operações com frações para os alunos do sistema prisional e aplicar questionários aos alunos, professores e policiais penais. Porém não foi possível realizar aplicação do trabalho neste momento devido ao agravamento da pandemia do corona vírus, pois as aulas presenciais estão suspensas, sem previsão de retorno de forma presencial no sistema prisional. As atividades a serem trabalhadas, assim como os questionários a serem aplicados, fazem parte dos Apêndices deste trabalho.

Embora não seja possível a aplicação do trabalho neste momento, estão em andamento

as solicitações das devidas autorizações na SAP (Secretaria da Administração Penitenciária), assim como o devido cadastramento da pesquisa na plataforma Brasil, que se encontra em processo de avaliação no Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), para aplicação do trabalho em momento oportuno, assim como a elaboração de um artigo científico sobre o presente trabalho.

Dessa forma deixamos a proposta para o ensino de frações para alunos jovens e adultos do sistema prisional, em que sugerimos que sejam trabalhados os conceitos de frações descritos no Capítulo 04, utilizando o material impresso disponíveis nas atividades constantes nos Apêndices deste trabalho, em que são contextualizados assuntos do cotidiano dos sentenciados, tais como remição de pena, progressão de regime, faltas disciplinares, problemas envolvendo pecúlio, entre outros. Para trabalhar os conteúdos de remição de pena e progressão de regime, é possível utilizar os próprios processos dos detentos para elaborar as atividades, dado que a Lei de execução penal trata desses assuntos, descrevendo as proporções em que cada caso é utilizado para realizar os cálculos. Assim, os detentos serão capazes de realizar os cálculos utilizados para a concessão dos benefícios aos quais eles têm direito.

Uma das experiências positivas de trabalhar conteúdos do cotidiano e interesse dos alunos, é que, além da disciplina específica trabalhada, ainda é possível promover debates que levam os alunos a desenvolverem um senso crítico, sendo capazes de analisar os motivos que os levaram a situação de detentos, podendo ter a consciência que a educação é capaz de libertá-los, não apenas das grades que os mantém encarcerados, mas também trazer outros tipos de liberdades como disse Freire (1987) “Liberdade para criar e construir, para admirar e aventurar-se”.

Em resposta à proposta apresentada, espera-se obter o despertar da curiosidade dos alunos reclusos e a vontade de aprender matemática para resolver as questões que os envolvem em seu cotidiano e, assim, desenvolver o raciocínio lógico para realização das atividades da disciplina e conseqüentemente um rendimento melhor para o aprendizado em geral. Assim, proporcionar uma melhora na educação das pessoas que não tiveram a oportunidade de estudar no período tradicional e que se utilizam da EJA (Ensino de Jovens e Adultos) para concluírem seus estudos, em particular aos alunos do sistema prisional.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, Alexandre. Educação de jovens e adultos privados de liberdade: perspectivas e desafios. **Paidéia**, 2009. Citado 6 vezes nas páginas 37, 39, 40, 41, 42 e 46.
- BARSANTE, Amanda Pedrosa; SILVA, Marilene do Carmo; ARAÚJO, Regina Magna Bonifácio de. A formação continuada de professores (as) da educação de jovens e adultos nas pesquisas em educação. **Cuaderno de ponencias y experiencias**, p. 13, 2020. Citado na página 31.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental**. 1997. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 15 de abril de 2020. Citado na página 20.
- BRASIL, CNJ. **Recomendação 44 de 26 de novembro de 2013**. 2013. Recomendação 44, Joaquim Barbosa. Disponível em: <<https://atos.cnj.jus.br/atos/detalhar/1907>>. Acesso em: 08 de março de 2021. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 97.
- BRASIL, Camara dos Deputados. Lei nº 16 de 12 de agosto de 1934. **Rio de Janeiro: Coleção de Leis do Império**, 1934. Citado na página 27.
- BRASIL, congresso nacional. Diretrizes e bases da educação nacional. **Brasília:Diário Oficial da União - Seção 1**, 1961. Citado na página 28.
- _____. Plano nacional de educação. **Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico**, 2001–2010. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- BRASIL, Lei Anticrime. Lei nº 13.964, de 24 de dezembro de 2019. **Institui a Lei anticrime.**, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 99 e 101.
- BRASIL, LEI DE EXECUÇÃO PENAL. Lei nº 7.210, de 11 de julho de 1984. **Institui a Lei de**, 1984. Citado 8 vezes nas páginas 47, 48, 49, 51, 54, 97, 99 e 101.
- BRASIL, Senado Federal. Brasil, constituição da república federativa do brasil. **Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico**, 1988. Citado na página 37.
- CENTURIÓN, Marília. **números e operações**. [S.l.]: Scipione Editora, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 102 e 115.
- CNJ, Conselho Nacional de Justiça. **Pessoas privadas de liberdade**. 2021. Disponível em: <<https://portalbnmp.cnj.jus.br/#/estatisticas>>. Acesso em: 29 de março de 2021. Citado na página 38.
- COSTA, Deane Monteiro Vieira; ARAUJO, Gilda. A campanha de educação de adolescentes e adultos e a atuação de lourenço filho (1947-1950): a arte da guerra. **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE POLÍTICA E ADMINISTRAÇÃO DA EDUCAÇÃO**, v. 25, p. 01–09, 2011. Citado na página 28.
- CPS, Centro Paula Souza. **CPS dará formação a detentos por meio do Pronatec Prisional**. 2018. Disponível em: <<https://www.cps.sp.gov.br/paula-souza-dara-formacao-a-detentos-por-meio-do-pronatec-prisional/>>. Acesso em: 30 de março de 2021. Citado na página 40.

CRS, Coordenadoria de reintegração social. **Capacitação e empregabilidade**. 2020. Disponível em: <<http://www.sap.sp.gov.br/crsc/capacitacao-projetos.html>>. Acesso em: 30 de março de 2021. Citado na página 41.

_____. **Coordenadoria prepara política estadual de reintegração social**. 2021. Disponível em: <<http://www.sap.sp.gov.br/noticias/not1885.html#top>>. Acesso em: 30 de março de 2021. Citado na página 41.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. [S.l.]: Papyrus Editora, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 40.

DANTE, Luiz Roberto. **projeto teláris - Matemática oitavo ano**. [S.l.]: Ática Editora, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 105.

_____. **projeto teláris - Matemática sétimo ano**. [S.l.]: Ática Editora, 2013. Citado na página 105.

_____. **projeto teláris - Matemática sexto ano**. [S.l.]: Ática Editora, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 103.

EIDT, Ariele. A remição da pena de presos por meio da leitura literária. **Revista Língua&Literatura**, v. 22, n. 40, p. 74–91, 2020. Citado na página 97.

FERNANDES, L. A. Proposta para o ensino de frações em espaços prisionais. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.

FILHO, Antonio Vieira do Nascimento. Crescimento da população carcerária brasileira: um paralelo entre o ócio e o dever de laborar. **Festim**, p. 17, 2016. Citado na página 38.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. [S.l.]: Paz e Terra, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 92.

GOMES, Martha Joana Tedeschi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem no cárcere: Educação matemática para a paz. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 8, n. 2, p. 44–57, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.

HADDAD, Sérgio; PIERRO, Maria Clara Di. **Escolarização de jovens e adultos**. [S.l.]: SciELO Brasil, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 23, 28, 29 e 30.

HEFES, Abramo. **ARITIMÉTICA**. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014. Citado na página 66.

IÉZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar: Conjuntos; funções**. [S.l.]: Atual, 1993. Citado 5 vezes nas páginas 62, 67, 69, 70 e 71.

INEP, MEC. **Exame de certificação de competências de jovens e adultos**. 2002. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/encceja#:~:text=O%20Exame%20Nacional%20para%20Certifica%C3%A7%C3%A3o,Ensino%20M%C3%A9dio%20na%20idade%20adequada.>> Acesso em: 29 de março de 2021. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.

_____. **Prova do Encceja é adiada para junho**. 2021. Disponível em: <<https://portalpne.com/encceja/prova-do-encceja-e-adiada-para-junho/>>. Acesso em: 29 de março de 2021. Citado na página 37.

JULIÃO, Elionaldo Fernandes. Escola na ou da prisão? **Cadernos Cedes**, SciELO Brasil, v. 36, n. 98, p. 25–42, 2016. Citado na página 40.

LAIBIDA, VLB; PRYJMA, MF. Evasão escolar na educação de jovens e adultos (eja): professores voltados na permanência do aluno na escola. **Paraná, Secretaria da Educação. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, p. 2–18, 2013. Citado na página 22.

LEITE, Carlinda et al. Contextualizar o saber para a melhoria dos resultados dos alunos. Instituto Politécnico da Guarda, 2011. Citado na página 81.

LIMA, Igor dos Santos; JUNIOR, Lourival Carlos Cunha. Matemática lúdica na educação de jovens e adultos do centro de progressão penitenciária do distrito federal. **Ciência e Natura**, Universidade Federal de Santa Maria, v. 38, n. 3, p. 1448–1461, 2016. Citado na página 52.

LOPES, Alice Casimiro. Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. **Educação & Sociedade**, v. 23, n. 80, p. 386–400, 2002. Citado na página 19.

LOPES, R. J. C. et al. A Matemática no cotidiano de um discente recluso em uma unidade prisional da Zona da Mata. **Revista da Educação Matemática da UFOP, Vol I, 2011 - XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística, 2011**, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 53, 54 e 55.

MEMÓRIAS, do Telecurso. **Memória do telecurso**. 2020. Ensino a distância de jovens e adultos. Disponível em: <<https://www.telecurso.org.br/memória-telec>>. Acesso em: 25 de março de 2021. Citado na página 30.

MORGATO, Augusto César de Oliveira; CARVALHO, Cezar Pinto. **Matemática Discreta**. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2015. Citado na página 61.

OLIVEIRA, Carolina Bessa Ferreira de. A educação escolar nas prisões: uma análise a partir das representações dos presos da penitenciária de uberlândia (mg). **Educação e Pesquisa**, SciELO Brasil, v. 39, n. 4, p. 955–968, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 47.

OLIVEIRA, Sebastião Monteiro et al. **Educação de jovens e adultos em tempos de incertezas**. [S.l.]: Editora Soul, 2019. Citado 9 vezes nas páginas 23, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 34 e 35.

PAGLIARO, Heloísa; AZEVEDO, Marta Maria; SANTOS, Ricardo Ventura. **Demografia dos povos indígenas no Brasil**. [S.l.]: Editora Fiocruz, 2005. Citado na página 24.

PIERRO, Maria Clara Di. A educação de jovens e adultos no plano nacional de educação: avaliação, desafios e perspectivas. **Educação & Sociedade**, SciELO Brasil, v. 31, n. 112, p. 939–959, 2010. Citado na página 34.

PIERRO, Maria Clara Di; JOIA, Orlando; RIBEIRO, VERA. Visões da educação de jovens e adultos no Brasil. **Cadernos Cedes**, SciELO Brasil, v. 21, n. 55, p. 58–77, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 19, 29 e 30.

RABELO, Amanda Oliveira. Professores discriminados: um estudo sobre os docentes do sexo masculino nas séries do ensino fundamental. **Educação e Pesquisa**, SciELO Brasil, v. 39, n. 4, p. 907–925, 2013. Citado na página 47.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem. **Bolema**, v. 16, n. 20, p. 1–16, 2003. Citado na página 20.

SANTANA, Daniella Cordeiro dos Santos de; PERÍODO, IX. Eja: Breve análise da trajetória histórica e tendências de formação do educador de jovens e adultos. Citado na página 25.

SILVA, A. M. N. et al. O ensino aprendizagem da Matemática no Sistema Prisional de Campina Grande-PB. **Congresso Nacional de Educação - 18 a 20 de setembro de 2014**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

SIMOR, Fábio Reis Clete. A importância do pedagogo fora das salas de aula: Projeto alfamol e a nova visão do pedagogo. 2011. Citado na página 31.

SOUZA, Oberdan Miguel Rodrigues de. A matemática financeira aplicada ao ensino de matemática em escolas prisionais como ferramenta para ressocialização. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da matemática**. 2011. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011. Citado na página 19.

TEIXEIRA, Carlos José Pinheiro. O papel da educação como programa de reinserção social para jovens e adultos privados de liberdade: perspectivas e avanços. **EDUCAÇÃO PARA JOVENS E ADULTOS PRIVADOS DE LIBERDADE: DESAFIOS PARA A POLÍTICA DE REINserÇÃO SOCIAL**, p. 1, 2007. Citado na página 40.

A ATIVIDADES

A.1 ATIVIDADE 01 - REMIÇÃO DE PENA

Duração: 2 aulas (90 minutos)

Nesta atividade faremos um breve resumo sobre remição de pena através do estudo, trabalho e leitura de obras.

Problema Motivador:

A condenação de Wesley é de 5(cinco) anos. Sabendo que Wesley trabalhou durante 360 dias e fez a leitura de 12 obras literárias. Quantos dias Wesley diminuiu de sua condenação por remição de pena?

De acordo com a Lei de Execução Penal BRASIL (1984), o condenado que cumpre a pena em regime fechado ou semiaberto poderá remir, por trabalho ou por estudo, parte do tempo de execução da pena. No que tange aos estudos a contagem de tempo para fins de remição de pena, será feita a razão de 01 (um) dia de pena a cada 12 (doze) horas de frequência escolar, podendo ser no ensino fundamental, médio, superior ou curso profissionalizante, assim como requalificação profissional desde que tenha no mínimo 3 (três) dias de duração. Referente ao trabalho, a remição será de 01 (um) dia de pena para cada 3 (três) dias de frequência no trabalho. Ainda tem a possibilidade de remir parte de sua pena através da leitura de obras literárias.

De acordo com Ariele, Eidt (2020), a leitura de obras literárias, além da remição de pena, é importante para a ressocialização do reeducando na sua reintegração a sociedade, na construção do sujeito e da cidadania. Segundo a recomendação número 44 Brasil (2013) o reeducando terá o prazo de 21 (vinte e um) a 30 (Trinta) dias para a leitura da obra e deverá, ao final desse período, apresentar uma resenha a respeito do assunto, como critério legal de avaliação. A cada obra lida o reeducando terá remido 4 (Quatro) dias de sua pena, não podendo ultrapassar 12 obras no período de 12 meses, tendo, assim, a possibilidade de remir até 48 (Quarenta e Oito) dias, no prazo de 12 (Doze) meses, de acordo com a capacidade gerencial de cada da unidade prisional.

De acordo com Sônia Pestana a UNIFESP (Universidade Federal de São Paulo) promove um projeto denominado "Um convite à liberdade", na Penitenciária José Parada Neto de Guarulhos: três vezes ao mês, professores e estudantes se reúnem para a leitura das obras e desenvolvimento da resenha. Não há dúvidas de que projetos dessa natureza são importantes para a ressocialização dos detentos e que devem ser ampliados a uma quantidade maior de

unidades prisionais.

A.2 ATIVIDADE 02 - PROGRESSÃO DE REGIME

Duração: 2 aulas (90 minutos)

Nesta atividade trabalharemos os conceitos de progressão de regime e lapso temporal para montar benefício.

Problema Motivador:

Alfredo foi condenado a 10(dez) anos de reclusão em regime fechado. Sabendo que Alfredo é reincidente e o crime cometido é hediondo, quanto tempo (em meses) Alfredo terá que cumprir em regime fechado para ter direito ao benefício de progressão de regime?

O sentenciado condenado a cumprir sua pena em regime fechado terá o direito a progredir para um regime mais brando se, além de bom comportamento, cumprir parte de sua pena, conforme as frações a seguir:

- Réu primário – crime comum $\frac{1}{6}$ (um sexto);
- Réu primário – crime hediondo $\frac{2}{5}$ (dois quintos);
- Réu reincidente crime comum $\frac{1}{6}$ (um sexto);
- Réu reincidente crime hediondo $\frac{3}{5}$ (três quintos).

Ainda está previsto na Lei de Execução Penal, o benefício de Liberdade Condicional e fará jus a esse benefício o réu que, além de ter um bom comportamento, cumprir o lapso temporal a seguir:

- Réu primário – crime comum $\frac{1}{3}$ (um terço)
- Réu reincidente – crime comum $\frac{1}{2}$ (um meio)
- Réu primário – crime hediondo $\frac{2}{3}$ (dois terços).

O artigo 112 da Lei de Execução Penal BRASIL (1984) Traz nova redação dada pela Brasil (2019), que ficou conhecida como a lei anticrime do ex Ministro da Justiça Sérgio Moro. A pena privativa de liberdade será executada em forma progressiva com a transferência para regime menos rigoroso, a ser determinada pelo juiz, quando o preso tiver cumprido ao menos: (Redação dada pela Lei nº 13.964, de 2019) (BRASIL, 2019)

Figura 28 – Progressão de regime



Fonte: <https://www.politize.com.br/progressao-de-regime-o-que-e/>

- I - 16% (dezesesseis por cento) da pena, se o apenado for primário e o crime tiver sido cometido sem violência à pessoa ou grave ameaça;
- II - 20% (vinte por cento) da pena, se o apenado for reincidente em crime cometido sem violência à pessoa ou grave ameaça;
- III - 25% (vinte e cinco por cento) da pena, se o apenado for primário e o crime tiver sido cometido com violência à pessoa ou grave ameaça;
- IV - 30% (trinta por cento) da pena, se o apenado for reincidente em crime cometido com violência à pessoa ou grave ameaça;
- V - 40% (quarenta por cento) da pena, se o apenado for condenado pela prática de crime hediondo ou equiparado, se for primário;
- VI - 50% (cinquenta por cento) da pena, se o apenado for: a) condenado pela prática de crime hediondo ou equiparado, com resultado morte, se for primário, vedado o livramento

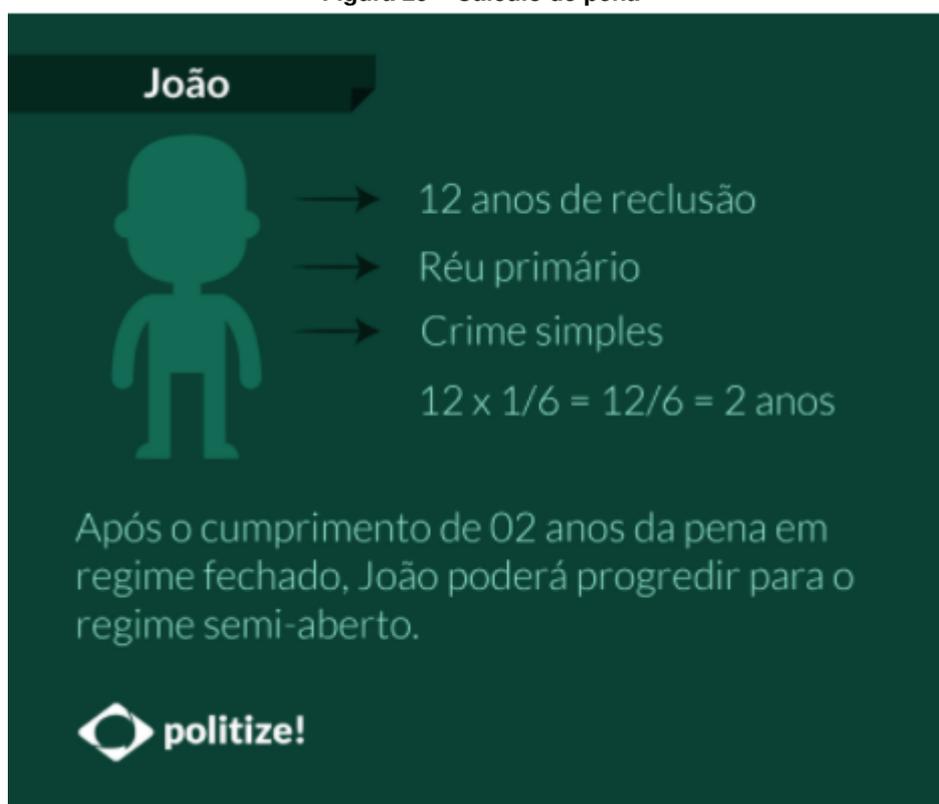
condicional; b) condenado por exercer o comando, individual ou coletivo, de organização criminosa estruturada para a prática de crime hediondo ou equiparado; ou c) condenado pela prática do crime de constituição de milícia privada;

- VII - 60% (sessenta por cento) da pena, se o apenado for reincidente na prática de crime hediondo ou equiparado;
- VIII - 70% (setenta por cento) da pena, se o apenado for reincidente em crime hediondo ou equiparado com resultado morte, vedado o livramento condicional.

Apesar da lei Anticrime Brasil (2019) ter dado nova redação a Lei de Execução Penal BRASIL (1984), muitos juízes continuam aplicando os cálculos acima citados antes das modificações da nova lei.

A Figura 29, mostra um exemplo de cálculo do tempo para a progressão de regime.

Figura 29 – Cálculo de pena



Fonte: <https://www.politize.com.br/progressão-de-regime-o-que-e/>

A.3 ATIVIDADE 03 - CONJUNTOS NUMÉRICOS

Duração: 2 aulas (90 minutos)

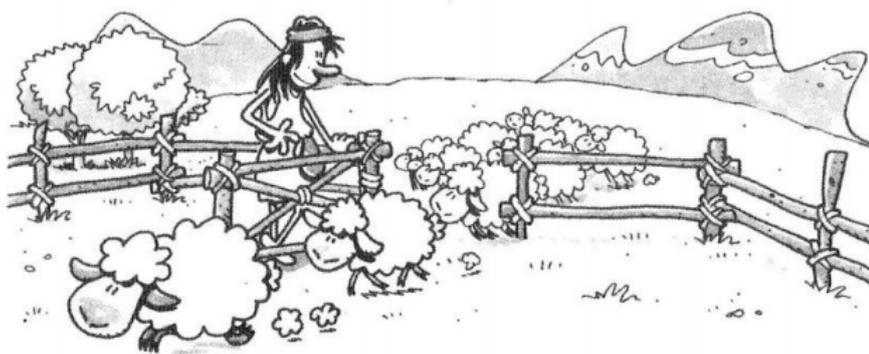
Nesta atividade vamos definir os conjuntos dos números naturais, números inteiros e números fracionários.

A.3.1 Um pouco de história.

De acordo com Centurión (1994), há milhares de anos o ser humano já realizava contagens de pequenas quantidades, como não havia símbolos, as pessoas utilizavam os dedos das mãos, pedrinhas, marcações em ossos, desenhos na caverna, entre outros tipos de registros.

Um exemplo disso é que os pastores, quando saíam para pastorear suas ovelhas logo de manhã, pegavam uma quantidade de pedrinhas e a cada ovelha que saía do curral ele colocava uma pedrinha dentro da sua sacola, quando retornava à tarde, a cada ovelha que entrava no curral ele tirava uma daquelas pedrinhas da sacola; assim, quando entrava a última ovelha no curral, teria que zerar a quantidade de pedrinhas na sacola, caso sobrasse alguma pedrinha na sacola era sinal que havia faltado uma ovelha, então o pastor retornava ao pasto para procurar a ovelha perdida. A Figura 30 ilustra o pastor na entrada do curral conferindo a quantidade de ovelhas.

Figura 30 – Pastor contando ovelhas.



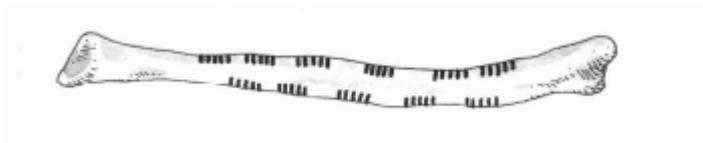
Fonte: Números e operações (Marília Centurión).

Outro exemplo de realizar contagens era a marcação em ossos, quando os homens saíam para caçar, a cada animal que eles abatiam era feito uma marca no osso, assim eles sabiam exatamente quantos animais tinham conseguido caçar naquele dia.

A Figura 31 ilustra este tipo de contagem.

Ainda sobre tipos de contagem, de acordo com (CENTURIÓN, 1994), na América do sul e América do norte, os incas e alguns índios utilizavam cordas e davam nós nessas cordas

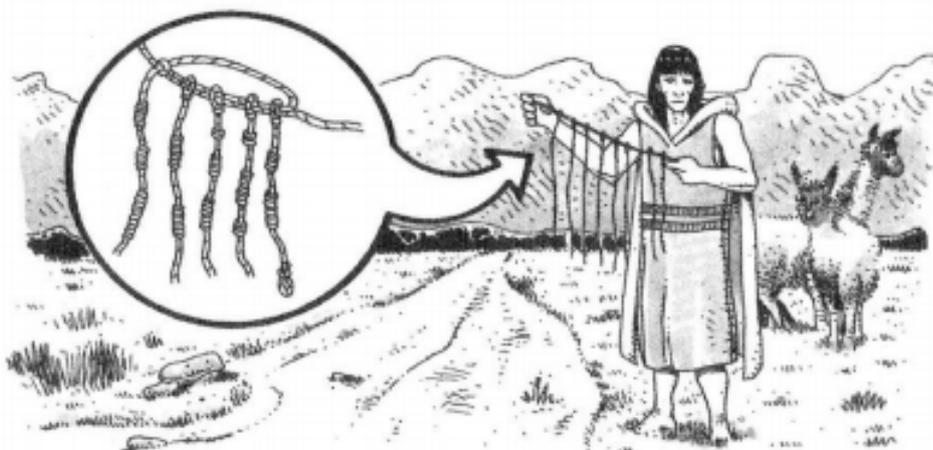
Figura 31 – Marcas no osso.



Fonte: Números e operações (Marília Centurión).

para determinar o números de animais ou objetos.

Figura 32 – Contagem utilizando nós em cordas.



Fonte: Números e operações (Marília Centurión).

Com o passar do tempo, cada vez mais o homem sentiu a necessidade de fazer desenho e símbolos para registrar a quantidade de suas coisas. Com o pastoreio, a chegada do comércio de mercadorias, era preciso registrar quantidades cada vez maiores, o que fez com que os homens buscassem um aperfeiçoamento cada vez mais sofisticado na maneira de efetuar seus registros. Para chegar ao sistema utilizado hoje de efetuar as contagens das coisas foi um longo processo: durante séculos diferentes povos realizavam suas contagens de diferentes sistemas de numeração. Porém o sistema que revolucionou a escrita numérica que nos dias de hoje é utilizado no mundo inteiro é o modelo criado pelos hindus, porém foram os árabes que aperfeiçoaram o sistema, sendo esse sistema chamado de indo-arábico e hoje é utilizado no mundo inteiro, inclusive aqui no Brasil.

A.3.2 Conjunto dos números naturais

De acordo com Dante (2013c) o conjunto dos números naturais é composto pelos números inteiros positivos, ou seja não-negativos, e representamos com a letra \mathbb{N} , este conjunto é composto de um número ilimitado de elementos, ou seja, o conjunto dos números naturais é infinito. Se um número é inteiro e positivo, podemos dizer que é um número natural e

representamos assim:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ ou assim: } \mathbb{N} = \{x | x \geq 0\}.$$

Se o zero não fizer parte deste conjunto, então representaremos com a letra \mathbb{N}^* com um asterisco ao lado, assim teremos:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ ou assim } \mathbb{N}^* = \{x | x \geq 1\}$$

Ainda falando dos números naturais, podemos ter infinitos subconjuntos de números naturais, isto é, podemos formar outros infinitos subconjuntos de números naturais.

Exemplos:

- Conjunto dos Números Naturais Pares = $\{0, 2, 4, \dots\}$.
- Conjunto dos Números Naturais Ímpares = $\{1, 3, 5, \dots\}$.
- Conjunto dos Números Múltiplos de 3 não negativos $\{0, 3, 6, 9, \dots\}$.
- Conjunto dos Números Múltiplos de 5 não negativos $\{0, 5, 10, 15, \dots\}$.

Todos os números naturais possuem um antecessor (número anterior) e um sucessor (número posterior), exceto o número zero (0). Dessa forma:

- O antecessor de 1 é 0 e seu sucessor é o 2.
- O antecessor de 2 é 1 e seu sucessor é o 3.
- O antecessor de 3 é 2 e seu sucessor é o 4.
- O antecessor de 4 é 3 e seu sucessor é o 5.
- O antecessor de 5 é 4 e seu sucessor é o 6.
- O antecessor de 6 é 5 e seu sucessor é o 7.

E assim sucessivamente.

A.3.3 Conjunto dos números inteiros

Conforme Dante (2013b) O conjunto dos números inteiros é composto pelos números positivos e negativos, e indicamos pela letra \mathbb{Z} , e podemos representa-lo assim:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Os números inteiros não positivos são acompanhados pelo sinal de menos ($-$), já os números inteiros positivos normalmente não vêm acompanhados do sinal de mais ($+$), mas se por acaso isto ocorrer é perfeitamente normal.

Chamamos o zero de um número neutro, isto é, não é um número nem positivo e nem negativo. O conjunto dos números inteiros também possui um antecessor e um sucessor.

Também é comum encontrarmos o conjunto dos números inteiros representado dessa forma:

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\},$$

Se representarmos os números inteiros em uma reta numérica, então os números que estão a uma mesma distância do zero são chamados de simétricos, isto é, todos os números que tem valores absolutos iguais, estão a mesma distância do zero.

A.3.4 Conjunto dos números racionais

De acordo com Dante (2013a) podemos definir os números racionais como os números que podem ser escritos na forma de fração com numerador e denominador inteiros e denominador diferente de zero.

Simbolicamente, podemos representar os números racionais assim:

$$\mathbb{Q} = \{x | x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\}$$

Temos, ainda, que na fração $\frac{a}{b}$ em que a é o numerador e b é o denominador, então se a e b são primos entre si, ou seja, se o $\text{mdc}(a, b) = 1$, dizemos que a fração $\frac{a}{b}$ é irredutível.

É comum representarmos uma fração assim $\frac{a}{b}$, em que o a representa o numerador, ou seja uma parte ou mais das partes em que o objeto foi dividido, o b representa o denominador, isto é, o número de partes em que o objeto foi dividido e o traço indica uma divisão, por exemplo, $\frac{1}{6}$ (lê-se um sexto ou um sobre seis), $\frac{1}{5}$ (lê-se um quinto ou um sobre cinco), $\frac{8}{3}$ (lê-se oito terços ou oito sobre três), $\frac{1}{12}$ (lê-se um doze ávos, ou 1 sobre doze).

Assim os números fracionários, são aqueles que representam uma ou mais partes de um todo, ou seja, ao dividir um inteiro em um determinado número de partes, cada conjunto dessas partes pode ser representado em um número fracionário.

A.4 ATIVIDADE 04 - TIPOS DE FRAÇÕES

Duração: 2 aulas (90 minutos)

O objetivo desta atividade é conhecer os diversos tipos de frações: Fração Própria, Fração Imprópria, fração aparente e fração mista.

A.4.1 Frações Próprias

Fração própria são aquelas as quais o numerador é menor que o denominador, isto é, seu valor é menor que 1(um) inteiro.

Exemplo 31

a) $\frac{1}{3}$ (um terço)

b) $\frac{2}{3}$ (dois terços)

c) $\frac{2}{7}$ (dois sétimos)

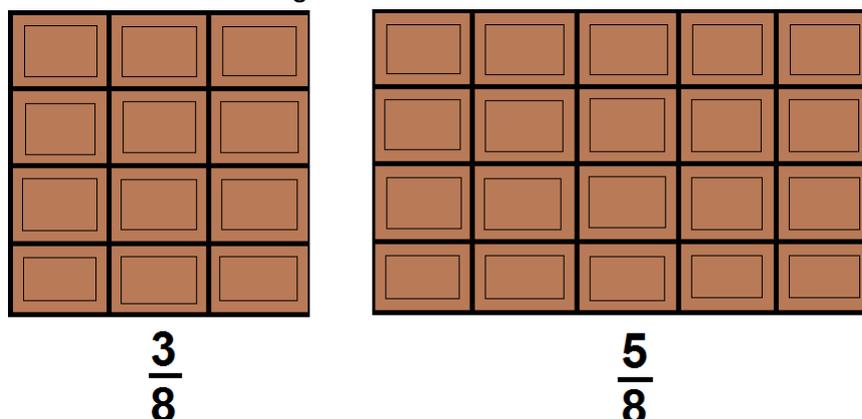
d) $\frac{1}{4}$ (um Quarto)

e) $\frac{3}{5}$ (três quintos)

f) $\frac{1}{2}$ (um meio)

Na Figura 33 temos um exemplo de duas frações próprias, em que temos uma barra de chocolate que foi dividida em duas partes não iguais, em que uma tem três partes de oito e outra tem 5 partes de oito, assim elas representam três oitavos e cinco oitavos respectivamente.

Figura 33 – Barra de chocolate.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A.4.2 Frações Impróprias

Frações impróprias são tais que o numerador é maior que o denominador, ou seja, representa um número maior que 1 (um) inteiro.

Exemplo 32

a) $\frac{5}{3}$ (cinco terços)

b) $\frac{7}{2}$ (sete meios)

c) $\frac{7}{3}$ (sete terços)

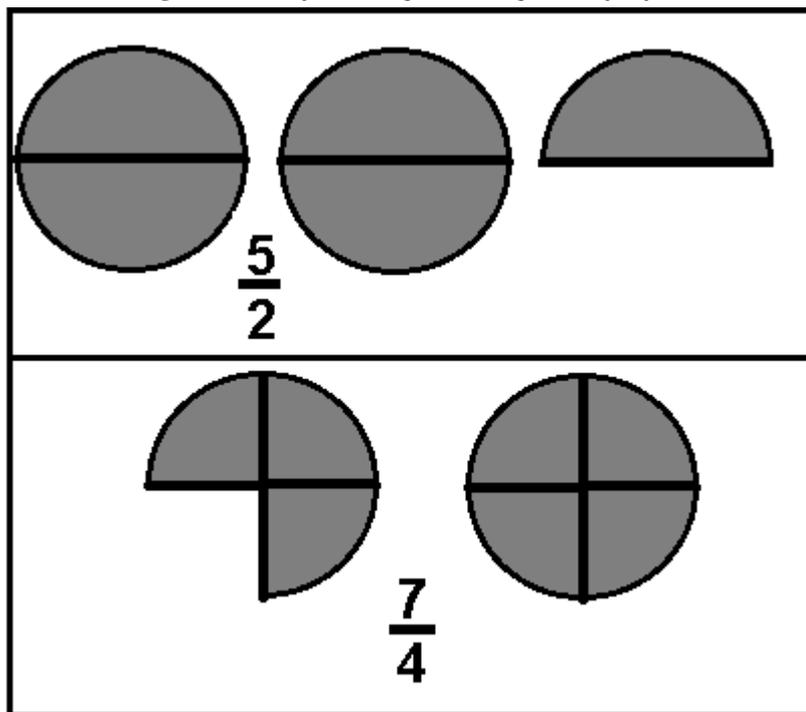
d) $\frac{6}{5}$ (seis quintos)

e) $\frac{4}{3}$ (quatro terços)

f) $\frac{8}{5}$ (oito quintos)

Na Figura 34 temos a representação de duas frações impróprias, $\frac{5}{2}$ (cinco meios) e $\frac{7}{4}$ (sete quartos) respectivamente.

Figura 34 – Representação de frações impróprias



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como podemos analisar na Figura 34, a fração $\frac{5}{2}$ (cinco meios) representa 2 (dois inteiros) e mais $\frac{1}{2}$ (um meio) e a fração $\frac{7}{4}$ (sete quartos) representa 1 (um inteiro) e mais $\frac{3}{4}$ (três quartos).

A.4.3 Frações Aparentes

Frações aparentes são aquelas em que o numerador é múltiplo do denominador, logo podemos dividir o numerador pelo denominador e teremos como resultado um número inteiro.

Exemplo 33

$$a) \frac{6}{3} = 2$$

$$b) \frac{9}{3} = 3$$

$$c) \frac{10}{2} = 5$$

$$d) \frac{15}{5} = 3$$

$$e) \frac{4}{2} = 2$$

$$f) \frac{8}{2} = 4$$

A.4.4 Frações Mistas

Podemos chamar uma fração de mista quando ela for constituída por um número inteiro e uma fração própria.

Exemplo 34

$$a) 3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$b) 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$c) 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

A fração mista é um tipo de fração imprópria, ou seja, é composta por uma parte inteira e outra fracionária.

Exemplo 35

$$a) 3\frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$b) 4\frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$c) 1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

A.4.5 Frações Equivalentes.

Frações Equivalentes são tais que, aparentemente, são diferentes, porém possuem o mesmo valor. Logo, elas representam a mesma parte de um todo, ou seja possuem a mesma quantidade.

Exemplo 36

$$a) \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$b) \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$c) \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

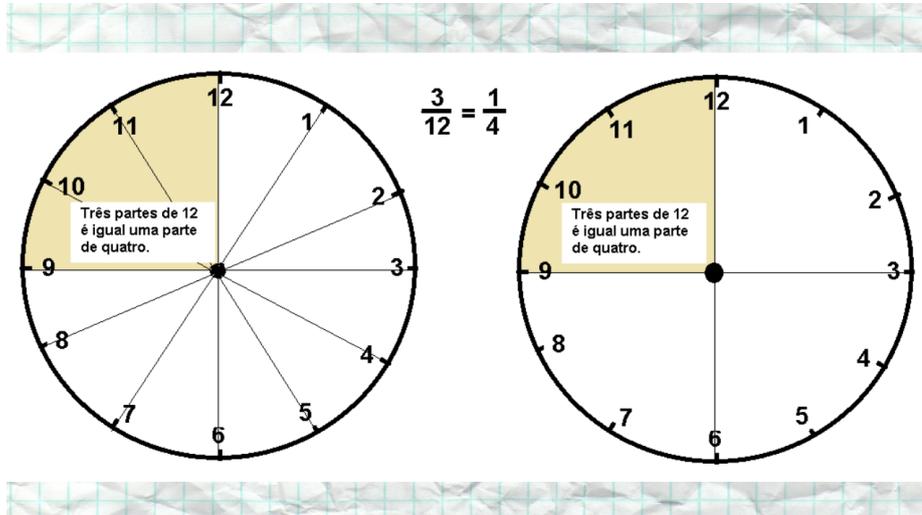
$$d) \frac{4}{3} = \frac{12}{9}$$

$$e) \frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

$$f) \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

A Figura 35 mostra que se dividirmos uma hora em doze partes de cinco minutos, e tomarmos três dessas partes, isso é a mesma coisa que se dividirmos uma hora em quatro partes de quinze minutos e tomarmos uma dessas quatro partes, ou seja, $\frac{3}{12}$ de uma hora é igual a $\frac{1}{4}$ de uma hora que é igual a 15 minutos.

Figura 35 – Frações Equivalentes



Fonte: Elaborado pelo autor.

A.5 ATIVIDADE 5 - MMC - (MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM)

Duração: 2 aulas (90 minutos)

Problema Motivador:

Leonardo diminuiu $\frac{1}{6}$ de sua pena por remição devido aos dias trabalhados e $\frac{1}{9}$ por remição devido ao estudo. Qual a fração Leonardo teve diminuída do total da sua pena?

Esta atividade tem o objetivo de conhecer o MMC(Mínimo Múltiplo Comum), pré-requisito para realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Mínimo Múltiplo Comum é o menor número inteiro positivo, diferente de zero, que é múltiplo ao mesmo tempo de dois ou mais números. Para encontrar os múltiplos de um número, basta multiplicar este número pela sequência dos números naturais. Para descobrir se um número é múltiplo de um outro, basta verificar se um é divisível pelo outro.

Exemplos:

- 30 é múltiplo de 6, pois 30 é divisível por 6.
- 50 é múltiplo de 10, pois 50 é divisível por 10.

Observação:

Nesse momento vamos nos ater ao MMC, que é pré-requisito para nosso estudo de operações com frações, mas é bom saber que temos também o MDC (Máximo Divisor Comum) que é o máximo divisor comum entre dois números ou mais.

Para encontrar o MMC entre dois números ou mais podemos usar o método da decomposição simultânea em números primos.

Vamos fazer um exemplo encontrando o MMC entre os números 6, 9 e 12.

Primeiramente vamos colocar esses números um do lado do outro, em seguida passamos um traço na vertical, do lado direito do traço colocamos os números primos pelos quais vamos fazer as divisões desses números, vamos começar com o número 2 que é o menor número primo, exemplo (Figura 36).

Assim, vamos dividindo por 2 até que não seja mais possível dividir por 2. Quando um dos números não é divisível pelo número primo que está à direita do traço, copiamos ele na parte de baixo.

Assim, vamos dividindo por números primos maiores até que as colunas acabem em 1. Quando todas as colunas chegarem em 1, a decomposição acabou.

Então, calculamos o MMC multiplicando os números primos que encontramos ao lado do traço, assim, $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$, logo o MMC entre 6, 9 e 12 é igual a 36.

A figura 36 ilustra um dispositivo prático para encontrar o MMC(Mínimo Múltiplo Comum entre dois números ou mais.

Figura 36 – Dispositivo prático para encontrar MMC

$\textcircled{6}$ 9, $\textcircled{12}$ 2	6, 9, 12 2 3, 9, $\textcircled{6}$ 2	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 $\textcircled{3}$, $\textcircled{9}$, $\textcircled{3}$ 3	6, 9, 12 2 3, 9, 6 2 3, 9, 3 3 1, $\textcircled{3}$, 1 3	6, 9, 12 $\textcircled{2}$ } ^x 3, 9, 6 $\textcircled{2}$ } ^x 3, 9, 3 $\textcircled{3}$ } ^x 1, $\textcircled{3}$, 1 $\textcircled{3}$ } ^x 1, 1, 1 <u>36</u>
---	---	--	--	---

Fonte: Elaborado pelo autor.

A.6 ATIVIDADE 6 - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

Duração: 2 aulas (90 minutos).

Problema Motivador:

1) Na compra de pecúlio de uma unidade prisional são compradas apenas barras de chocolate de 300 gramas. Manoel ganhou $\frac{1}{6}$ de uma barra de chocolate de Ademir e $\frac{2}{6}$ de outra barra de Jhonatan. Qual a fração que representa o total de uma barra de chocolate que Manoel ganhou?

2) Faça as operações abaixo:

$$\text{a) } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$$

$$\text{d) } \frac{2}{3} + \frac{5}{3} =$$

$$\text{e) } \frac{1}{4} + \frac{5}{4} =$$

$$\text{f) } \frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$$

$$\text{g) } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$$

$$\text{h) } \frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$$

Para realizar a soma de duas frações que possuem o mesmo denominador, basta manter o denominador e somar os numeradores.

Exemplo 37

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Note que ambas as frações tem o número 3 como denominador, então neste caso mantém o denominador 3 e soma-se os numeradores.

A.7 ATIVIDADE 7 - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES.

Duração: 2 aulas (90 minutos).

Nesta atividade vamos realizar as operações das frações com denominadores diferentes, nas quais precisamos reduzir a um mesmo denominador, ou seja, encontrar equações equivalentes que tenham denominadores comuns.

Problema Motivador:

Maurício havia remido $\frac{1}{5}$ de sua pena, mais devido ao cometimento de uma falta disciplinar ele perdeu $\frac{1}{15}$ do total remido. Qual a fração do total da pena que Maurício tem direito?

$$a) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{1}{3} =$$

$$c) \frac{1}{3} - \frac{1}{5} =$$

$$d) \frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$$

$$e) \frac{1}{5} + \frac{9}{4} =$$

$$f) \frac{1}{2} + \frac{2}{5} =$$

$$g) \frac{2}{7} + \frac{2}{3} =$$

$$h) \frac{2}{4} - \frac{1}{2} =$$

Para realizar adição ou subtração de frações com denominadores diferentes, precisamos encontrar as frações equivalentes que possuem denominadores iguais. Para encontrar as frações equivalentes, temos que encontrar o MMC(mínimo múltiplo comum) entre os denominadores, que podemos encontrar pelo método prático que vimos na Figura 36, que usa a decomposição simultânea em números primos.

Exemplo 38

$$a) \frac{3}{4} + \frac{1}{3} =$$

Note que os denominadores são diferentes, ou seja, um denominador é igual a 4 e o outro é igual a 3. Primeiramente, vamos encontrar o MMC(Mínimo Múltiplo Comum) entre 4 e 3, conforme

Figura 37. Então, como podemos analisar, o MMC entre 4 e 3 é igual a 12, Agora precisamos encontrar as frações equivalentes que tenham denominadores iguais a 12. Para isso, vamos construir duas novas frações com denominadores iguais a 12, Para encontrar os numeradores de cada fração equivalente, faz-se o seguinte: divide o MMC encontrado pelo denominador original e o resultado desta divisão, multiplica-se pelo numerador original, assim temos: $(12 \div 4) \times 3 = 9$, então o numerador da primeira fração equivalente é igual a 9, e repete-se a operação para a segunda fração, $(12 \div 3) \times 1 = 4$, então o numerador da segunda fração equivalente é igual a 4. Logo, encontramos as frações equivalentes com denominadores iguais. Agora, para fazer a soma, é só conservar o denominador e somar os numeradores como segue:

$$\frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9+4}{12} = \frac{13}{12}$$

A Figura 37 ilustra o método prático para encontrar o MMC entre 4 e 3.

Figura 37 – MMC entre 4 e 3

$$\begin{array}{r|l} 4, 3 & 2 \\ 2, 3 & 2 \\ 1, 3 & 3 \\ \hline 1, 1 & 2.2.3 = 12 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em muitas vezes, não necessitamos realizar todo este processo para encontrar o MMC, pois se os números são primos entre si, o MMC é o produto entre esses números.

Definição de números primos:

De acordo com Centurión (1994) podemos definir como um número primo, o número maior ou igual que 2 que é divisível apenas por ele mesmo e por 1.

Podemos definir, ainda, números primos entre si, ou coprimos quando o único divisor comum entre eles é o número 1.

Exemplo 39

a) O MMC entre 2 e 3 é 6 pois $2 \times 3 = 6$

b) O MMC entre 3 e 5 é 15, pois $3 \times 5 = 15$

A.8 ATIVIDADE 8 - MULTIPLICAÇÃO E SIMPLIFICAÇÕES DE FRAÇÕES

Duração: 2 aulas (90 minutos).

Nesta atividade o objetivo realizar a operação de multiplicação e simplificações de Frações.

Problema Motivador:

Fernando foi condenado a cumprir dois anos e 11 meses de reclusão em regime fechado, sabe-se que progredir de regime para um regime mais brando ele precisará cumprir um terço de sua pena nesse regime. quanto tempo (em meses) Fernando terá que cumprir no regime fechado?

A.8.1 Multiplicação de Frações

$$a) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$$

$$b) \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} =$$

$$c) \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} =$$

$$d) \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} =$$

$$e) \frac{1}{5} \times \frac{9}{4} =$$

$$f) \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} =$$

$$g) \frac{2}{7} \times \frac{2}{3} =$$

$$h) \frac{2}{4} \times \frac{1}{2} =$$

Para realizar multiplicação entre duas frações ou mais, basta multiplicar numerador de uma pelo denominador da outra e denominador de um pelo denominador da outra.

Exemplo 40

$$a) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{4 \times 3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

A.8.2 Simplificações de Frações.

Sempre que possível, podemos simplificar as frações encontradas, tanto nas operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Para realizar a simplificação de uma fração qualquer, basta dividir o numerador e denominador por um mesmo número. Note que no item a na fração $\frac{4}{8}$ (quatro oitavos), podemos dividir tanto o numerador, quanto o denominador por 2, assim temos:

Exemplo 41

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2}{4}$$

Podemos ainda continuar dividindo tanto numerador, quanto denominador por 2, até que a fração se torne irredutível, ou seja, quando o $mdc(a, b) = 1$, isto é, quando o MDC(máximo divisor comum) entre numerador e denominador for igual a 1, assim,

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

É evidente que poderíamos ter dividido tanto numerador quanto denominador por 4 logo no início que chegaríamos ao mesmo resultado.

Nos próximos Exemplos vamos fazer as simplificações em apenas uma etapa, isto é, dividindo numerador e denominador por um número tal que as frações se tornem irredutíveis, ou seja, quando o numerador e denominador são primos entre si.

Exemplo 42

$$a) \frac{30}{90} = \frac{30 \div 30}{90 \div 30} = \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{14}{21} = \frac{14 \div 7}{21 \div 7} = \frac{2}{3}$$

$$c) \frac{12}{20} = \frac{12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{3}{5}$$

$$d) \frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$$

A.8.3 Divisão de frações

Duração: 2 aulas (90 minutos).

Nesta atividade o objetivo realizar a operação de divisão de frações.

Problema Motivador:

1) Marcos dividiu sua barra em três partes iguais, da qual deu uma dessas partes a Antônio. E Antônio deu a metade da parte que ganhou para Joaquim. Qual a fração representada na parte que Joaquim recebeu em relação a barra inteira?

2) Faça as divisões de frações abaixo.

$$\text{a) } \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} =$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} \div \frac{1}{3} =$$

$$\text{c) } \frac{1}{3} \div \frac{1}{5} =$$

$$\text{d) } \frac{5}{6} \div \frac{2}{3} =$$

Existem várias maneiras de realizar divisão de duas frações ou mais, uma delas é manter a primeira fração na forma como está e multiplicá-la pelo inverso das outras.

Exemplo 43 $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

E não importa quantas frações esteja dividindo, a regra é a mesma.

Exemplo 44 $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

Outra maneira para realizar a divisão de frações é construir uma nova fração, tendo como numerador a fração que está sendo dividida e como denominador a fração pela qual está dividindo, como mostra a Figura 38. Em seguida, multiplica-se os meios e extremos desta nova fração, assim temos uma nova fração tendo como numerador o produto dos extremos e denominador o produto dos meios. A Figura 38 ilustra esta maneira de efetuar uma divisão de frações.

Figura 38 – Exemplo de como dividir frações pelo método meios e extremos.

$$\times \left[\begin{array}{c} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{5} \end{array} \right] \times = \frac{5 \times 1}{3 \times 1} = \frac{5}{3}$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

3) Faça as divisões de frações abaixo, utilizando o método dos meios e extremos.

a) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} =$

b) $\frac{3}{2} \div \frac{1}{5} =$

c) $\frac{1}{6} \div \frac{2}{5} =$

d) $\frac{5}{3} \div \frac{1}{7} =$

e) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{5} =$

f) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{3} =$

B AVALIAÇÕES

B.1 PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Nome(somente iniciais): _____

Duração: 2 aulas (90 minutos)

1) João tinha R\$80,00 de saldo em sua conta, sabendo que ele gastou $\frac{1}{4}$ desse valor em sua compra mensal. Qual será o saldo de João após a compra?

2) Três amigos, José, Antônio e Marcos foram a uma lanchonete e pediram uma pizza que foi dividida em 08 pedaços iguais. Sabendo que a pizza custou R\$40,00 e que cada um pagou proporcionalmente ao que consumiu. Quanto Marcos pagou, se ele comeu 3 pedaços?

3) Eduardo foi condenado a pagar uma pena de 3 anos em regime fechado, sabendo que terá que cumprir $\frac{1}{6}$ desse tempo para progredir de regime. Quanto tempo (em meses) Eduardo terá que cumprir no regime fechado?

4) Fernando remiu $\frac{1}{6}$ da sua pena em função de trabalho e $\frac{1}{12}$ em função de estudo. Qual a fração total de remição que Fernando ganhou?

5) Joaquim concluiu o ensino fundamental durante o tempo que esteve preso. Sabendo que ele teve uma frequência escolar de 360 horas, e que a cada 12 horas de frequência escolar é descontado um dia de pena. Quantos dias de remição de pena Joaquim teve direito?

6) Calcule as adições e subtrações de frações em que os denominadores são iguais:

a) $\frac{5}{2} + \frac{1}{2} =$

b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$

c) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$

d) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$

7) Calcule as adições e subtrações de frações em que os denominadores são diferentes:

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{2} =$

8) Calcule as multiplicações das frações abaixo:

a) $\frac{5}{2} \times \frac{1}{2} =$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} =$

9) Calcule as divisões das frações abaixo:

a) $\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} =$

b) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} =$

B.2 SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Nome(somente iniciais): _____

Questão 01) José foi condenado a 5 anos de prisão em regime fechado. Sabendo que precisa cumprir $\frac{1}{6}$ (um sexto) da sua pena para progredir de regime. Depois de quanto tempo José terá direito à progressão de regime?

Questão 2) Durante o tempo em que Rafael esteve preso, trabalhou 720 dias, sabendo que a cada 03 dias trabalhados, diminui um dia na sua pena. Quantos dias de remição Rafael terá direito?

Questão 3) Antônio concluiu o ensino fundamental durante o tempo que esteve preso. Sabendo que ele teve uma frequência de 240 horas, e que a cada 12 horas de frequência escolar é descontado um dia de pena. Quantos dias de remição de pena Antônio terá direito?

Questão 4) Sabendo que João terá $\frac{1}{6}$ da sua pena reduzida por remição de trabalho e $\frac{1}{8}$ reduzida por estudo, qual a fração que representa o total de remissão de pena que João terá direito?

Questão 5) Eduardo tem um saldo de R\$60,00 (sessenta reais) em seu pecúlio, do qual pretende gastar $\frac{2}{3}$ (dois terços) desse valor em sua compra mensal. Qual será o saldo de Eduardo após realizar as compras mensais?

Questão 6) Gabriel recebeu um salário de R\$1.200,00 pelo trabalho que realizou na oficina. Sabendo que ele enviou metade do seu salário para a família, e que gastou a metade do que sobrou em compras no pecúlio, qual foi o valor da compra de Gabriel?

7) Calcule as adições e subtrações de frações em que os denominadores são iguais:

a) $\frac{5}{3} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} =$

c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$

d) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$

8) Calcule as adições e subtrações de frações em que os denominadores são diferentes:

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

b) $\frac{5}{3} - \frac{3}{2} =$

9) Calcule as multiplicações das frações abaixo:

a) $\frac{5}{3} \times \frac{1}{3} =$

b) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} =$

10) Calcule as divisões das frações abaixo:

a) $\frac{5}{7} \div \frac{1}{3} =$

b) $\frac{2}{4} \div \frac{1}{5} =$

C QUESTIONÁRIOS

C.1 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Profissão: _____

Idade: _____

Estado civil: solteiro () casado () Viúvo () outros ()

Cúti: Branco () pardo () preto ()

Você tem filhos? () não () sim, se a resposta for sim, quantos filhos?

01 () 02 () 03 () 04 Ou mais ()

O que motivou você a frequentar as aulas da escola do sistema prisional?

Ocupar a mente () Terminar os estudos () Remição de pena () outros ()

Qual é seu grau de escolaridade:

Primeiro grau completo () Primeiro grau incompleto() Segundo grau incompleto ()

Qual a escolaridade da sua mãe?

Primeiro grau completo () Primeiro grau incompleto() Segundo grau incompleto()

Segundo grau completo () Superior incompleto () Superior completo ().

Qual a escolaridade do seu pai?

Primeiro grau completo () Primeiro grau incompleto() Segundo grau incompleto()

Segundo grau completo () Superior incompleto () Superior completo ().

Você acredita que este estudo vai ser útil no seu dia a dia?

Sim() Não() Outros ()

Descreva abaixo o que este estudo significou para você.

C.2 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES DO SISTEMA PRISIONAL

Disciplina: _____

Quanto tempo você trabalha com a EJA?

Menos de 2 anos () 02 a 05 anos () Mais de 05 anos ()

Qual a principal diferença entre alunos do sistema prisional e alunos da escola tradicional?

Quais são as dificuldades em trabalhar com este perfil de alunos?

Na sua opinião, a contextualização dos conteúdos podem contribuir para a melhoria da educação no sistema prisional?

O que poderá ser feito para a melhoria da educação no sistema prisional?

C.3 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS POLICIAIS PENAIS.

Baseado na sua experiência, o que você pensa sobre a educação no sistema prisional?

- É importante para a ressocialização dos reeducandos
- Não contribui com a ressocialização dos reeducandos
- A maioria dos reeducandos só pensa na remição de pena
- Outros

Na sua opinião, a contextualização dos conteúdos pode despertar a curiosidade dos alunos e, conseqüentemente, melhorar o aprendizado das pessoas reclusas?

Sim () Não () Outros ()

Você já recebeu algum treinamento/capacitação referente à educação no sistema prisional?

Sim () Não ()

Baseado na sua experiência, o que poderia ser feito para a melhoria da educação no sistema prisional?
