

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

ALTAMIRO BISPO DOS SANTOS JÚNIOR

O DESAFIO DE ENSINAR GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO

Ilhéus-Bahia
2021

ALTAMIRO BISPO DOS SANTOS JÚNIOR

O DESAFIO DE ENSINAR GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO

*Dissertação submetida ao Colegiado do PROFMAT da
Universidade Estadual de Santa Cruz.*

Orientadora: Profa. Dra. Mirela Vanina de Mello

Coorientador: Prof. Me. André Malvezzi Lopes

*Ilhéus-Bahia
2021*

ALTAMIRO BISPO DOS SANTOS JÚNIOR

O DESAFIO DE ENSINAR GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de Título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 14 de setembro de 2021.

Mirela Vanina de Mello

Profa. Dra. Mirela Vanina de Mello
Orientadora



Prof. Me. André Malvezzi Lopes
Coorientador



Prof. Dr. Vinícius Augusto Takahashi Arakawa
(UESC - Ilhéus)



Profa. Dra. Alessandra Aparecida Paulino
UFU - Campus Monte Carmelo

S237 Santos Júnior, Altamiro Bispo dos.
O desafio de ensinar geometria no ensino básico /
Altamiro Bispo dos Santos Júnior. – Ilhéus, BA: UESC,
2021.
130 f. : il.

Orientadora: Mirela Vanina de Mello.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de
Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profis-
sional em Matemática em Rede Nacional.
Inclui referências e apêndices.

1. Geometria. 2. Geometria – Estudo e ensino (Ensino
médio). 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. Aprendizagem.
I. Título.

CDD 516

*A Matemática é o alfabeto
com o qual Deus escreveu o
Universo.*

Galileu Galilei

Agradecimentos

Neste momento de tamanha realização e felicidade agradeço primeiramente a Deus o Grande Geômetra do universo, por me sustentar e sempre guiar meus passos.

Agradeço também a minha amada esposa Vanessa Porto por todo apoio, força e compreensão necessária.

Sou imensamente grato aos meus pais Clarice Soares e Altamiro Bispo pelo amor incondicional e incentivo aos estudos.

Aos os meus colegas da turma de 2014 em especial Danilo, Daniel, Valdívio, Gideoni, Bruno Mendonça, Luíng, Marlúcia e Eliane.

A fantástica turma de 2019 onde todos sem exceção se ajudaram de forma unanime e mútua em todo tempo. Sentirei falta dessa turma por tudo que passamos juntos e por toda ajuda e apoio quando precisei.

Aos meus professores do PROFMAT da UESC que foram essenciais em todo processo, não posso deixar de citar meus queridos orientadores Mirela Vanina e André Malvezzi por tamanha paciência, ajuda e disponibilidade.

A todos alunos que participaram dessa pesquisa e aos gestores pelo apoio dado, do Colégio Estadual Fred Gedeon e Escola Guedes Educandário.

À CAPES pelo incentivo financeiro e custeio das despesas ao longo do curso que foi fundamental.

Resumo

Este trabalho tem como finalidade analisar o desafio da prática docente no ensino da Geometria na educação básica brasileira. Vamos inicialmente mostrar o desenvolvimento da Geometria desde seus primórdios, sua formação como uma ciência, sua estruturação como uma área da Matemática, o desenvolvimento de seu ensino em terras brasileiras, desde disciplina autônoma culminando como um conteúdo da disciplina de Matemática. Além disso é importante observar como a mesma é vista, analisada, quais suas finalidades e objetivos propostas pelas diretrizes (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs e Base Nacional Comum Curricular – BNCC) elaboradas pelo governo federal que servem de referências na orientação da Educação Básica brasileira. Após essa primeira etapa o presente trabalho apresenta resultados obtidos em duas pesquisas. A primeira foi realizada com alunos que estão cursando a etapa final da Educação Básica, com o propósito de identificá-las as suas principais dificuldades, se estes tem alcançado os objetivos propostos pelas diretrizes que servem de orientação para o Ensino Básico, como eles tem encarado as aulas de Geometria, bem como o porquê dessa dificuldade na opinião deles. A segunda pesquisa foi realizada entre os professores de Matemática que estão atuando no ensino médio, com intenção de analisar o perfil do professores de matemática e as suas relações com a Geometria, como estes a veem, como são dadas as suas práticas pedagógicas na sala de aula, quais suas principais dificuldades enfrentadas, quais são as causas possíveis dessas dificuldades e o que poderia ser feito na opinião deles e o que fazem e se fazem alguma para aproxima a Geometria de seus estudantes. Ao final deste trabalho vamos encontrar respostas que nos ajude a compreender melhor o ensino da Geometria nas salas de aula do Ensino básico, e que essa compreensão possa ajudar a melhorar a nossa atuação como docentes, já que a mesma está presente em nosso cotidiano e por isso mesmo o seu ensino é de grande importância para o desenvolvimento não apenas acadêmico mais também social dos os alunos.

Palavras-chave: Geometria, Matemática, Pesquisa, Educação, Ensino e Aprendizagem

Abstract

This work aims to analyze the challenge of teaching practice in teaching Geometry in Brazilian Basic Education. We will initially show the development of Geometry since its beginnings, its formation as a science, its structuring as an area of Mathematics, the development of its teaching in Brazilian lands, from an autonomous discipline culminating as a content of the Mathematics discipline. Furthermore, it is important to observe how it is seen, analyzed, what are its purposes and objectives proposed by the guidelines (National Curriculum Parameters - PCNs and Common National Curriculum Base - BNCC) prepared by the federal government that serve as references in the guidance of Brazilian Basic Education . After this first stage, the present work presents results obtained in two researches. The first was carried out with students who are in the final stage of Basic Education, in order to identify their main difficulties, if they have achieved the objectives proposed by the guidelines that guide Basic Education, how they have faced the classes of Geometry, as well as the reason for this difficulty in their opinion. The second survey was carried out among Mathematics teachers who are working in high school, with the intention of analyzing the profile of Mathematics teachers and their relations with Geometry, as they see it, how their pedagogical practices are given in the classroom. class, what are the main difficulties faced, what are the possible causes of these difficulties and what could be done in their opinion and what they do and if any are done to bring Geometry closer to their students. At the end of this work, we will find answers that will help us to better understand the teaching of Geometry in Basic Education classrooms, and that this understanding can help to improve our performance as teachers, since it is present in our daily lives and for that's right, its teaching is of great importance for the development not only academic but also social of the students.

Keywords: Geometry, Mathematics, Research, Education, Teaching and Learning.

Sumário

Introdução	10
1 Breve história da Geometria e seu desenvolvimento no Brasil e no mundo	14
1.1 A Geometria no mundo – Origem e desenvolvimento	14
1.2 A Geometria no Brasil – Origem e desenvolvimento	17
1.2.1 A Geometria e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil e suas consequências	20
2 Diretrizes nacionais para os educadores	23
2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais	23
2.1.1 A Matemática nos PCNs	24
2.1.2 A Geometria nos PCNs	26
2.2 Base Nacional Comum Curricular	29
2.2.1 A Matemática na BNCC	30
2.2.2 A Geometria na BNCC	33
3 Aplicação e análise de uma pesquisa sobre Geometria Plana e Espacial aplicada a alunos do ensino médio	38
3.1 Primeira Etapa da Pesquisa	39
3.2 Segunda Etapa da Pesquisa	67
4 Aplicação e análise de uma pesquisa sobre Geometria Plana e Espacial aplicada a professores do ensino médio	89
4.1 Resultados obtidos	89
4.1.1 Identificação	89
4.1.2 Relação dos professores com Geometria	93
4.2 Síntese da pesquisa com os docentes	110
5 Considerações Finais	113
Referências Bibliográficas	117
Apêndice A Questões realizadas na pesquisa como os alunos na Etapa 1	120
Apêndice B Questões realizadas na pesquisa como os alunos na Etapa 2	125

Introdução

Sabemos que a Geometria está presente no nosso dia a dia, de diversas maneiras e a encontramos nas mais variadas formas e objetos, assim, a todo instante estamos usando ou somos levados a usar os conhecimentos geométricos mesmo que de forma imperceptível em nossas atividades do cotidiano. Desse modo é imprescindível o estudo da geometria, afim de que tenhamos um desenvolvimento pleno do ser humano, para que este possa compreender o mundo em todas as suas perspectivas.

Tal pensamento pode ser notado tanto nos PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais, documento que trazia as orientações nos currículos escolares de toda Educação Básica Nacional.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. PCNs (MÉDIO, 2000)

E também na BNCC, Base Nacional Comum Curricular, documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais de todos os alunos de toda a Educação Básica Nacional.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (BRASIL, 2018)

Assim o presente trabalho tem por finalidade analisar e entender as dificuldades que existem no ensino e aprendizagem dessa área tão importante da matemática. Como material de apoio, realizamos uma pesquisa que inicialmente seria dada de forma presencial, mas por conta da pandemia da Covid – 19 esta foi realizada de forma online.

Essa pesquisa teve dois públicos - alvo:

- O primeiro foram alunos do ensino médio da rede pública e privada, na rede pública participaram alunos do Colégio Estadual Fred Gedeon da cidade de Floresta Azul, Bahia e na rede privada participaram alunos da Escola Guedes da cidade de Ibicaraí, Bahia.

- O segundo foram professores de matemática que atuam na rede pública ou privada e ministram aulas no ensino médio.

A pesquisa com os alunos foi constituída com questões teóricas e práticas que envolvem conhecimentos geométricos vistos no ensino fundamental e no ensino médio, além disso essa pesquisa se propõe a ouvir os alunos, para que estes expressem suas principais dificuldades enfrentadas nas resoluções das questões práticas de Geometria e o porquê dessas dificuldades.

Já com os docentes a pesquisa foi constituída de questões que tentam traçar um perfil desses professores, a afinidade deles com a Geometria, como são as aulas de Geometria, quais os desafios enfrentados por eles no ensino da Geometria, a relação deles com alunos nessas aulas uma reflexão sobre suas aulas que envolvam Geometria.

Abaixo vamos apresentar uma descrição resumida dos capítulos que compõem o presente trabalho.

No Capítulo 1, iremos apresentar as prováveis origens da Geometria, a sua importância para os povos, o seu desenvolvimento como uma ciência e os principais matemáticos que contribuíram em seu desenvolvimento.

Já no âmbito nacional iremos mostrar como e através de quem se iniciou o seu estudo em território nacional, descrevendo a sua trajetória de ensino desde seu início no século XVII, quando o seu estudo tinha apenas objetivos militares, passando pelo período de quando a mesma se transformou em uma disciplina escolar autônoma e depois se fundiu as outras duas grandes áreas da matemática, Aritmética e Álgebra, fazendo surgir uma nova disciplina do currículo escolar denominada de Matemática, já nas primeiras décadas do século XX, até as mudanças ocorridas em seu ensino por conta do movimento da Matemática Moderna ocorrido na segunda metade do século XX.

No Capítulo 2, analisaremos como a Geometria é vista nos PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais, seus objetivos e finalidades para o Ensino Fundamental e Médio. Primeiro iremos ver como a Matemática é tratada nos PCNs, a sua organização bem como seus temas estruturadores e objetivos de estudo no Ensino Fundamental e Médio. Após essa primeira etapa iremos observar o tratamento dado a Geometria pelos PCNs, também iremos trazer os objetivos no que diz respeito ao pensamento geométrico para os anos escolares finais do Ensino Fundamental e Médio, outro aspecto a ser observado é a divisão de conteúdos por ano escolar. Abordaremos também nesse capítulo a relação da geometria com a BNCC, Base Nacional Comum Curricular, que passou a ser o documento orientador para a educação básica nacional, sendo que este passou a entrar em vigor para a Educação Infantil e Ensino Fundamental a partir de 2020 e para o Ensino Médio a partir de 2021. Inicialmente observaremos como a Matemática é tratada na BNCC, a sua divisão em unidades temáticas no Ensino Fundamental e a organização curricular para o Ensino Médio e também as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Subsequentemente iremos analisar o enfoque da Geometria na BNCC, as habilidades para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, bem como os objetos de conhecimento. Apresentamos aqui esses dois documentos, pois esse trabalho foi elaborado na fase de transição dos PCNs para a BNCC.

No Capítulo 3, falaremos da pesquisa realizada com os alunos da rede pública e privada detalhando a metodologia aplicada. Além disso também iremos expor as respostas obtidas fazendo uma análise detalhada de cada conjunto de respostas, de forma a extrair o máximo de informações possíveis para compreender e identificar onde se encontram as dificuldades dos alunos e as principais causas dessas dificuldades.

No Capítulo 4, trataremos da pesquisa realizada com os professores de matemática que

lecionam no Ensino Médio, inicialmente será detalhado a metodologia utilizada, e em seguida novamente faremos uma análise minuciosa das respostas de cada questão, com o intuito de detectar as dificuldades do professor com o ensino da geometria. Por fim, apresentaremos uma síntese dos resultados obtidos expondo as principais conclusões que obtivemos por meio desta.

No final deste trabalho traremos as considerações finais, expondo as conclusões que este trabalho trouxe, bem como as inquietações e respostas obtidas e que acreditamos que poderão ser utilizadas de forma proveitosa para as práticas pedagógicas nas aulas de Geometria.

Capítulo 1

Breve história da Geometria e seu desenvolvimento no Brasil e no mundo

Este capítulo tem por finalidade mostrar as possíveis origens da Geometria como um dos ramos da Matemática, como se tornou essencial aos povos antigos. Mostrar sua transformação em uma ciência, como foi o início de seu estudo, quem foram os principais responsáveis por isso, bem como seu desenvolvimento como disciplina no meio educacional e mais tarde sua incorporação como um conteúdo na disciplina de Matemática. Daremos enfoque no âmbito nacional levando em conta o contexto histórico da cada época, pincelando também o cenário mundial.

1.1 A Geometria no mundo – Origem e desenvolvimento

Não é certo onde se teve a origem da Geometria mas pelo que os textos escritos sobre a história da Matemática sugerem, a Geometria teve sua origem no Antigo Egito, a partir da necessidade prática da demarcação de terras e cálculo de suas áreas causadas pelas cheias do Rio Nilo.

Para Boyer (1974), é temerário afirmarmos uma origem ou origens exatas da Geometria, pois o início desse conhecimento é mais antigo que a própria escrita. Admite-se que a Geometria tenha surgido no Egito da necessidade prática de medir terras após enchentes anuais do rio Nilo. Essas medidas eram determinadas para regular as posses e estabelecer as cobranças de impostos. Há alguns que defendem que a origem da Geometria é ainda mais antiga, data antes mesmo da escrita no período Neolítico, onde a humanidade deixava a via nômade para começar a se fixar e com isso desenvolver o cultivo da terra. Isso levou aquelas comunidades a usar a Geometria de forma prática em suas necessidades cotidianas.

As primeiras considerações feitas a respeito da geometria são muito antigas tendo como origem a simples observação e a capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos. Um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos foi a noção de distância. Foi das necessidades da sociedade, quando o homem teve que delimitar terras, que teve origem uma geometria caracterizada pelo traçado de desenho de formas, fórmulas, cálculo de

medidas de comprimento de área, volume, etc. Foi nessa época que se desenvolveu a noção de figuras geométricas como, retângulo, quadrado e triângulo. Outros conceitos geométricos, como noções de paralelismo e perpendicularidade teriam sido sugeridas pela construção de muros e moradias. (EVES, 1992)

De acordo com (PAVANELLO et al., 1989) os primeiros indícios de utilização de conhecimentos geométricos apareceram a partir do período em que as comunidades deixaram sua vida nômade e passaram a trabalhar com a terra, isto é, passaram a cultivá-la e ter uma outra forma de vida.

O que temos de fato é que a origem da Geometria está ligada a algumas práticas do cotidiano relacionadas ao plantio, construções e movimento dos astros, sendo usada para cálculo de áreas, superfícies e volumes. (EVES, 2004)

Dos povos antigos, a geometria tinha uma maior formalidade entre os egípcios, entretanto ela era ainda experimental e com uma finalidade prática, ou seja, procurava resolver apenas problemas práticos do cotidiano.

Os escribas precisavam medir e dividir a terra, foi então que começaram a usar o corpo como medida, iniciando assim as unidades de medida. Essas terras eram medidas pelos agrimensores dos faraós para calcular áreas e foram essas necessidades de resolverem os problemas práticos que fizeram do povo do Egito os primeiros inovadores matemáticos. Contudo, os escribas egípcios precisavam de uma forma para registrar os resultados de seus cálculos e começaram a registrar em folhas de papiro. (BOYER; MERZBACH, 2019)

É inegável que os egípcios e povos da antiguidade tinham conhecimentos sobre a Geometria, mas é com os gregos que a Geometria ganha esse nome (geo=terra; metria=medida) e toma uma forma definitiva sob a tutela de grandes matemáticos como Pitágoras, Tales e Euclides.

Com os gregos, a Geometria passou a ser formalizada ganhando corpo e estrutura teórica a partir dos conhecimentos empíricos e práticos que os egípcios e povos da antiguidade tinham.

Segundo Mlodinow (2004), Tales de Mileto é considerado o primeiro cientista ou matemático do mundo, em suas viagens à Babilônia, estudou a ciência e a matemática da astronomia e ganhou fama local ao trazer este conhecimento para Grécia. Passou também um tempo no Egito, onde deixou muitos impressionados ao mostrar que eles poderiam medir a altura da pirâmide empregando um conhecimento das propriedades de triângulos semelhantes, usou também uma técnica similar para medir a distância de um navio no mar. Foi Tales que começou a dar uma sistematização à geometria. Sendo o primeiro a demonstrar os teoremas geométricos que Euclides juntaria na sua obra os Elementos.

Em Samos, uma das ilhas do Dodecaneso, perto de Mileto nasceu outro grande matemático grego que contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento e sistematização da Geometria chamado de Pitágoras (580-500 a.C.), este fundou a Escola Pitagórica em Crotona, onde se estudavam Filosofia, Astronomia, Matemática e Música. Sendo esse grupo de estudiosos provavelmente o primeiro a observar na natureza a ocorrência de certas combinações e relações entre números. Muitas das descobertas matemáticas foram atribuídas aos membros desta escola, como por exemplo, a forma esférica da Terra e o famoso Teorema de Pitágoras, deduzido a partir das aplicações geométricas feitas pelos egípcios. (BOYER, 1974).

Os pitagóricos imaginaram os números inteiros como pedrinhas ou pontos, dispondo-

as em certos padrões geométricos. Sendo assim, o teorema de Pitágoras também deve ter parecido mágico. Para demonstrá-lo de maneira geométrica, o único fato computacional de que precisaremos é considerar que a área de um quadrado seja igual ao quadrado do comprimento de um dos seus lados. (MLODINOW, 2004)

Para Garbi (2006), outro grande matemático que contribuiu com desenvolvimento e formalização da geometria foi Euclides. Não se sabe muito sobre sua vida nem onde nasceu e tão pouco onde morreu. Devido à semelhança entre a visão platônica do conhecimento e a visão de Euclides pelo desinteresse em aplicações práticas é possível que tenha estudado na Academia de Platão.

Tales, juntamente com a escola pitagórica grega, fez contribuições importantes para estabelecer o método dedutivo-formal em matemática, o que foi finalmente concretizado com o aparecimento de Os Elementos, obra máxima de Euclides e provavelmente um dos tratados mais importantes já escritos em toda a história ocidental. Os treze volumes de Os Elementos não apenas incluíram toda a matemática da sua época, mas forneceram um modelo para o desenvolvimento rigoroso das ideias matemáticas que é utilizado até os dias de hoje: inicialmente definições e axiomas são apresentados, então proposições são provadas a partir dessas premissas e de outras proposições através de dedução lógica. (GORODSKI, 2002)

Os Elementos, de Euclides, o mais antigo livro de matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos. (GARBI, 2006)

Surge assim a Geometria Euclidiana em homenagem a Euclides, agora todo o conhecimento geométrico da época estava sistematizado a partir de princípios e definições.

Sem dúvida, a geometria é, nas matemáticas gregas, o ramo que deu prova de tal perfeição que se transformou, durante vários séculos, no próprio paradigma da ciência. (PIAGET; GARCIA; JESUÍNO, 1987)

Ao observarmos a história vamos perceber a importância da Geometria ao facilitar a vida humana, se hoje vivemos em uma sociedade altamente tecnológica se deve ao desenvolvimento e estudo da Geometria.

Mesmo que atualmente a sociedade se encontre tecnicamente muito mais avançada do que a antiga sociedade grega, é sabido que muito deste progresso se deve aos primeiros avanços da Geometria.

Para Rivière (2004), a Geometria possibilita a compreensão de espaço pelo ser humano, bem como orienta o movimentar e o viver em sociedade.

A geometria está o tempo todo presente na vida cotidiana, além de ser muito útil, possibilita a fabricação de peças de vestuário, ornamentação, decoração e utensílios domésticos. As relações e as formas presentes nos ambientes mostram a grandiosidade da geometria vista de forma bidimensional ou ainda tridimensional. De forma mais ampla, a geometria possibilita a investigação de formas e é vista como um conhecimento que tem por objetivo organizar o espaço em que se vive, sistematizando sempre conceitos e generalizando aplicações, tanto espaciais como topológicas e euclidianas. (RIVIÈRE, 2004)

1.2 A Geometria no Brasil – Origem e desenvolvimento

De 1549, com a chegada do padre Manoel da Nóbrega chefe da primeira missão jesuítica à América, à 1759, quando ocorre o rompimento da Coroa Portuguesa com a educação da Companhia de Jesus por conta da Reforma Pombalina, a educação no Brasil era de responsabilidade quase exclusiva dos padres jesuítas.

Vale ressaltar que durante esse período o ensino da matemática ficou em segundo plano, seja pela falta de professores com conhecimentos para lecionar tal disciplina ou porque a maioria dos jesuítas não viam como importante para a formação do homem o ensino e aprendizagem da matemática.

É válido ressaltar que a metodologia de ensino jesuíta era baseada no *Ration Studiorum*, onde o objetivo era desenvolver o bom cristão, o homem perfeito, sendo assim seu currículo era voltado para uma educação literária e humanista.

Segundo (VALENTE, 1999) o pensamento de muitos jesuítas em todo mundo era de que ocupar-se das ciências e da matemática em particular iria roubar um precioso tempo dos estudos das letras que eram consideradas relevantes para a formação do homem.

O estudo das ciências especulativas como a geometria, a astronomia e a física é um divertimento vão. Todos esses conhecimentos estéreis e infrutíferos são inúteis por eles mesmos. Os homens não nascem para medir linhas, para examinar a relação entre ângulos e para empregar todo seu tempo em considerar os diversos movimentos da matéria. Seu espírito é muito grande, a vida muito curta, seu tempo muito precioso para se ocupar de tão pequenas coisas; (DAINVILLE, 1978)

O ensino da Geometria no Brasil se deu pela necessidade da Coroa Portuguesa em defender o seu território com o treinamento militar na colônia, em especial a parte das fortificações, por isso em 1699 foi criada aula de fortificações, sendo esse o início do ensino de Geometria em território brasileiro, entretanto essas aulas só começaram de fato em 1710, 11 anos após sua criação por conta de falta de material didático e professores.

O objetivo era ensinar a desenhar e a fortificar. O número de alunos deveria ser de três e deveriam ter, no mínimo, 18 anos. Tal aula, apesar de instituída em 1699, ainda em 1710 não tinham iniciado porque “nesta data eram reclamados os livros, compassos e instrumentos”. (VALENTE, 1999)

Pela falta de material didático em português, José Fernandes Pinto Alpoim, um militar português, escreveu em 1744 os dois primeiros livros em português utilizados no Brasil: “O Exame de Artilheiros” com foco principal no ensino de Geometria e “O Exame de Bombeiros” composto de dez tratados envolvendo a Geometria e a Trigonometria.

A sequência didática utilizada pelo autor incluía geralmente três passos: definição, explicação e exemplo numérico. Além disso, como ocorria na época, todo o livro contém pouquíssima notação matemática. (VALENTE, 1999)

Com o passar do tempo o ensino da Geometria deixou de ter apenas o enfoque militar, pois a mesma passou a ser um dos pré-requisitos para o ingresso em cursos superiores como o nos cursos Jurídicos, Médico-Cirúrgicos e das Escolas Politécnicas.

O artigo 8º da lei de 11 de agosto de 1827, que estabeleceu a criação das Academias de São Paulo e Olinda, dizia: “Os estudantes que quiserem matricular nos Cursos Jurídicos devem apresentar as certidões de idade por que mostrem ter a idade de quinze anos completos,

e de aprovação da língua francesa, gramática latina, retórica, filosofia racional e moral e geometria”.

Sendo a Geometria um pré-requisito para o ingresso em cursos superiores essa passou a ser muito valorizada, passando a ser uma disciplina de suma importância para o ensino superior e não mais apenas uma necessidade militar, fazendo esse conhecimento não mais específico, mas de cultura geral escolar. Assim a Geometria foi dando os primeiros passos para se caracterizar como uma disciplina escolar.

Para Chervel (1990), as disciplinas escolares quase sempre surgem a partir das finalidades objetivas, ou seja, as finalidades escolares quase que de uma forma geral são regidas e determinadas pelos órgãos políticos. Outro aspecto defendido por Chervel, para o surgimento da Geometria como disciplina escolar se diz respeito ao aparelho docimológico, pois os exames para os cursos superiores dessa época evidenciaram a necessidade dos conhecimentos geométricos serem organizados por meio de uma disciplina escolar e também terem uma metodologia de aprendizagem porque, posteriormente, seriam cobrados mediante exames para ingresso nos cursos superiores.

Nos anos finais de 1800 e nos anos iniciais de 1900 deu-se início as primeiras reformas no ensino da matemática, tendo como grande precursor o matemático alemão Felix Klein.

Essas iniciativas de mudanças puderam ser discutidas internacionalmente a partir de 1908 em Roma durante o IV Congresso Internacional de Matemática, na qual o Brasil participou como país convidado, foi criada a IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission), sendo que esta a partir de 1954 passaria ser chamada de ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) marcando a primeira fase do movimento pela modernização da Matemática.

Na Alemanha, o matemático Felix Klein, propôs que a matemática fosse orientada para o pensamento funcional, escolhido para coordenar os trabalhos do IMUK sugeriu que as mudanças nas estruturas vigentes pudessem alcançar a todos os níveis de educação. As propostas internacionais tiveram repercussão importante na Educação Matemática no Brasil.

Segundo Werneck et al. (2003), em 1927 no Rio de Janeiro o professor Euclides Roxo do Colégio Pedro II, foi imbuído pelas propostas mundiais de modernização da Matemática, sendo assim o responsável direto pela reforma que originou o primeiro programa de Matemática brasileiro para o ensino secundário (a 1^a série do ensino secundário, da época, equivale ao 6^o ano série de hoje e assim sucessivamente totalizando 7 anos divididos em dois ciclos: o 1^o de 4 anos e o 2^o de 3 anos).

O professor Euclides Roxo sugeriu à Congregação do Colégio Pedro II, a fusão das três grandes áreas da matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria que eram vistas separadamente, essa fusão fez surgir uma nova disciplina no currículo escolar da época denominada de Matemática, é preciso salientar que essa fusão se fazia referência ao movimento internacional pela modernização da Matemática orientado por Felix Klein.

Segundo Miranda et al. (2003), antes da unificação para ingressar no curso secundário, era obrigatória a realização do exame de admissão. Uma vez aprovado, o aluno estudaria as matemáticas nos quatro primeiros anos. A Aritmética era vista no primeiro ano e revisada no segundo ano. No final do segundo iniciava-se a Álgebra e continuava no terceiro, sendo revisada no quarto ano, já a Geometria e a Trigonometria começavam no terceiro ano e prosseguiam no quarto ano. Cada disciplina tinha características próprias, sem interferência das outras.

O Departamento Nacional de Ensino – DNE e a Associação Brasileira de Educação – ABE, se manifestaram favoráveis às modificações no ensino de Matemática que aconteciam no Colégio Pedro II, aprovando e apoiando a iniciativa de Euclides Roxo.

O ofício do DNE, forneceu aval necessário para a implantação dos novos programas no referido colégio. O Decreto 18 564 de 15 de janeiro de 1929 oficializou o aceite da proposta modernizadora encabeçada por Roxo. (WERNECK et al., 2003).

Entre nós, até 1929, o ensino de Aritmética, o de Álgebra e o de Geometria eram feitos separadamente. O estudante prestava, pelo regime de preparatórios que vigorou até 1925, um exame distinto para cada uma daquelas disciplinas [...]. Em 1928, propusemos à Congregação do Colégio Pedro II a modificação dos programas de matemáticas, de acordo com a orientação do moderno movimento de reforma e consequente unificação do curso em uma disciplina única sob a denominação de Matemática. (ROXO, 1929)

Apesar dessas inovações no ensino de Matemática serem dirigidas para o Colégio Pedro II, vários outros colégios do país adaptaram essas mudanças em seus cursos de ensino, pois o Colégio Pedro II era referência para as outras escolas e ditava o que deveria ser feito no ensino secundário no Brasil. O colégio que quisesse emitir certificados de conclusão e outorgar o título de bacharel a seus alunos deveria funcionar sob o regime de equiparação ao Pedro II, seguindo sua estrutura didática pedagógica.

Após a aprovação das propostas de modernização, foi elaborado por Euclides Roxo um novo livro denominado - Curso de Mathematica Elementar – Vol. 1, que passou a ser usado pelo Colégio Pedro II no ano de 1929 e também foi adotado em todo o Brasil. Nesse livro, o conteúdo de geometria é apresentado respeitando a ordem: hipótese, demonstração e tese.

Em 1930, aconteceu no Brasil uma revolta por conta do resultado da eleição presidencial ocorrida naquele ano, que ficou conhecida como a “Revolução de 1930”, que levaria Getúlio Vargas a presidência do país.

Um dos primeiros atos do novo governo foi a criação de dois novos ministérios: o Ministério Educação e Saúde e o Ministério Trabalho, Indústria e Comércio. Para o comando do Ministério Educação e Saúde, Getúlio Vargas escolheu o mineiro Francisco Campos. Francisco Campos já tinha atuado como Secretário do Interior do estado de Minas Gerais durante o governo de Antônio Carlos, com atuações muito boas na área educacional daquele estado.

Francisco Campos traçou todo um plano de reforma do ensino, do qual resultou, notadamente, a criação da Escola de aperfeiçoamento, destinada a formar e reciclar educadores da linha da “escola nova”. O número de escolas primárias foi triplicado entre 1926 e 1929, foram fundadas 19 escolas normais e remodeladas as mais antigas já existentes, as de Belo Horizonte e Ouro Preto. Contrataram-se professores na Suíça, França e Bélgica e mestras mineiras foram estagiar nos Estados Unidos como bolsistas do governo estadual.. (BELOCH; ABREU, 1984)

Imbuído dessa experiência na área educacional, Francisco Campos, baixou os atos legislativos de organização do ensino secundário, um ano após sua posse como Ministério da Educação e Saúde, que ficou conhecido como Reforma Francisco Campos.

Para Rocha (2001), essa é a primeira reforma de âmbito nacional e que atingia vários níveis de ensino, contendo uma estrutura orgânica para o ensino secundário, comercial e superior.

Como consequência da Reforma Francisco Campos, o ensino da matemática também sofreu mudanças, muitas dessas mudanças foram baseadas nas reformas já realizadas pelo professor Euclides Roxo no Colégio Pedro II.

Segundo Werneck et al. (2003), a proposta criada para o Colégio Pedro II deveria ser implantada gradualmente sendo que as transformações no ensino iriam acontecer paulatinamente, porém os acontecimentos se precipitaram com o decreto 19 890 de 18 de abril de 1931, que passou a ser conhecido como Reforma Francisco Campos, criando um programa nacional para o ensino de Matemática, de forma autoritária, pois o ministro Francisco Campos aceitou todas as ideias de Euclides Roxo.

Já em 1942 temos uma reação à Reforma Francisco Campos, denominada Reforma Capanema, onde o programa de Matemática tem um recuo à Matemática Tradicional defendida por alguns professores, como por exemplo, o Pe. Almeida Lisboa.

Essa reforma permaneceu em vigor até 1961, com a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Apenas um reajustamento dos programas foi feito em 1951. Após isso, somente na década de 60, com a chegada ao Brasil do movimento da “Matemática Moderna”, que mudanças significativas voltaram a ocorrer no ensino de Matemática (DASSIE; ROCHA, 2003).

1.2.1 A Geometria e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil e suas consequências

A matemática moderna sofreu muitas críticas e, nos anos 80, após a constatação de que o ensino de matemática moderna tinha fracassado e a aprendizagem estudantil não estava atendendo às expectativas, inicia-se um novo modelo renovador. Essa nova fase mostra lances do que hoje é considerado Educação Matemática.

No período de 1960 a 1970, o ensino de Matemática no Brasil e no mundo passaria por intensas reformulações e modernização do currículo escolar com um movimento de um grande número de professores e matemáticos que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM), cujas ideias essenciais já haviam sido introduzidas em 1930, mexeu com as estruturas do ensino escolar, inclusive dos cursos universitários de formação de professores.

Esse movimento é marcado pela tentativa de tornar a matemática escolar mais próxima da matemática científica. Nesse movimento o ensino da matemática se fundamenta no estudo das estruturas algébricas e na teoria dos conjuntos.

Dentre as reformas do ensino de Matemática, pode-se dizer que o Movimento da Matemática Moderna foi a que se tornou mais conhecida. Ao contrário das Reformas Campos e Capanema, a Matemática Moderna não foi implantada por nenhum decreto, o que não impediu que ela fosse amplamente divulgada e adotada em todo o território nacional. No Brasil, a Matemática Moderna veio como uma alternativa ao ensino tradicional que, apesar de demonstrar certa estabilidade de conteúdo e metodologia em livros e programas de ensino, recebia críticas por adestrar os alunos em fórmulas e cálculos sem aplicações (SOARES; DOUTORANDA, 2009).

Segundo Ávila (1993), o Movimento da Matemática Moderna foi uma reforma profunda no ensino da matemática. Enfatizava acentuadamente a linguagem de conjuntos e abordava as diferentes partes da matemática de modo excessivamente formal.

De acordo com Pavanello (1993), com o surgimento do Movimento da Matemática Moderna a geometria assume posição secundária no ensino, sendo assim o início do esquecimento desses conteúdos na prática das salas de aula.

a ideia central da Matemática Moderna consistia em trabalhar a matemática do ponto de vista de estruturas algébricas com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos. Sob esta orientação, não só se enfatizava o ensino da álgebra, como se inviabilizava o da Geometria da forma como este era feito tradicionalmente. (PAVANELLO, 1993)

O movimento da Matemática Moderna exigia que a Geometria fosse trabalhada sob o enfoque das transformações e como os professores estavam despreparados, aos poucos deixaram de ensinar os conteúdos geométricos, trabalhando principalmente com a álgebra ou a aritmética e com a teoria dos conjuntos.

Como os novos métodos de se abordar a Matemática ainda não eram dominados pela grande maioria dos professores, a Geometria passou a ser desenvolvida intuitivamente, sem qualquer preocupação com a construção de uma sistematização. Assim, optou-se por apenas acentuar as noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjunto de pontos no plano.

Segundo Pavanello et al. (1989) essa área da matemática aos poucos foi sendo abandonada ou ensinada apenas no segundo grau, antigo curso secundário. Também foi sendo abandonada a geometria dedutiva, frequentemente ensinada na forma de exposição de teoremas e demonstrações, na qual ensinar e aprender geometria acontecia por meio de espaços vetoriais ou de transformações.

Esse movimento influenciou o ensino até a década de 80, estando presente nos livros didáticos utilizados. Suas bases estavam principalmente em conceituação e formulações abstratas, seguindo uma linha de matemática pura, próxima da estudada por pesquisadores e estudiosos. O que se propunha estava fora do alcance dos alunos, pois se distanciou das questões práticas, impedindo a visualização do sentido da matemática. Assim, a geometria foi relegada a segundo plano, pois o Movimento da Matemática Moderna estava focado na Teoria dos Conjuntos e o estudo da Álgebra era o que prevalecia. (MENESES et al., 2007).

Ainda como menciona Meneses et al. (2007), esse abandono abrangeu também os cursos de magistério e licenciaturas, com currículos despreocupados com o ensino de geometria, com uma geração órfã dessa formação.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento intitulado Agenda para Ação no qual a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares. Essas ideias influenciaram as reformas que ocorreram em todo o mundo, a partir de então.

Uma consequência da influência dessas ideias no Brasil é a criação dos PCNs: Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental I em 1997, dos Parâmetros Curriculares Na-

cionais do ensino fundamental II em 1998 e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio em 1999, pelo Ministério de Educação– MEC, a fim de servir como ponto de partida para o trabalho docente, norteando as atividades realizadas na sala de aula e sendo uma referência para a educação no ensino fundamental e médio em todo o país

De modo particular, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros. Visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (NACIONAIS, 1997)

Vale ressaltar que de acordo com a Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017, estabelecida pelo CNE – Conselho Nacional da Educação, para as partes referentes à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental, passa a valer nas escolas a partir de 2020. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), já o Ensino Médio, que teve sua parte da BNCC aprovada em dezembro de 2018, a chegada nas escolas é esperada a partir de 2021, de acordo com a Resolução CNE/CP nº 4, de 17 de dezembro de 2018.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). (BRASIL, 2018)

No capítulo a seguir apresentaremos as diretrizes nacionais para os educadores, a ainda vigente no período em que esse trabalho foi elaborado, PCNs, e aquela que lhe sucederá, BNCC.

Capítulo 2

Diretrizes nacionais para os educadores

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental I, os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental II, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular são diretrizes elaboradas pelo governo federal para orientar os educadores. Neste capítulo iremos pontuar a importância da geometria nas aulas de matemática, e como elas estão presentes em cada uma dessas normatizações.

2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Em 17 de dezembro de 1996, foi aprovado na Câmara Federal o relatório contendo o texto final da Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB (Lei 9394/96). Para a LDB o currículo escolar deve preparar o discente para a continuidade de seus estudos e o capacitando para uma profissão.

A partir das reorientações emanadas pela LDB 9394/96, as concepções de currículo passaram a ter como objetivo a construção de propostas curriculares centradas no desenvolvimento das competências cognitivas, motoras e comportamentais, exigências do novo estágio do capitalismo, a globalização da economia. Este novo estágio trouxe características bastante inovadoras para o campo das políticas educacionais e curriculares, porque passaram a adotar um modelo de educação, no qual o aprender a aprender passa a ser a tônica. Isto significa que a educação, a escola e o currículo deveriam ser pensados de forma mais aberta e flexível, não apenas como processos de reprodução do conhecimento, mas também como um importante espaço de produção do conhecimento. (PEREIRA; SANTOS, 2008)

Em decorrência da LDB temos as publicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental I em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental II em 1998 e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio em 1999, pelo Ministério de Educação– MEC, sendo este o documento de referência para construção da estrutura curricular da Educação Básica.

Essa LDB reforça a necessidade de se propiciar a todos a formação básica comum, o que pressupõe a formulação de um conjunto de diretrizes capaz de nortear os

currículos e seus conteúdos mínimos, incumbência que, nos termos do art. 9º, inciso IV, é remetida para a União. Para dar conta desse amplo objetivo, a LDB consolida a organização curricular de modo a conferir uma maior flexibilidade no trato dos componentes curriculares, reafirmando desse modo o princípio da base nacional comum (Parâmetros Curriculares Nacionais), a ser complementada por uma parte diversificada em cada sistema de ensino e escola na prática, repetindo o art. 210 da Constituição Federal. (NACIONAIS, 1997)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, organizados nos segmentos: Educação Infantil, Educação Fundamental e Ensino Médio, não tinham o propósito de definir os conteúdos que deveriam ser ministrados no Ensino Fundamental e Médio, mas sim de direcionar esses temas por meio de um conjunto de competências e habilidades pertinentes com cada etapa deste período.

Assim os currículos deveriam ter como objetivo principal a construção de propostas centradas no desenvolvimento das competências cognitivas, motoras e comportamentais dos discentes, preparando-os para um mundo tecnológico e desafiador.

O documento publicado em 1997 orientava as diretrizes do Ensino Fundamental I, no ano seguinte as normas para o Ensino Fundamental II e em 2000 foram divulgadas as orientações do Ensino Médio. Os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio - PCNEM, teve como desafio construir um novo modelo que atendesse as mudanças advindas do crescente acesso à tecnologia.

2.1.1 A Matemática nos PCNs

[...] A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadora, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática. (NACIONAIS, 1997)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) devem direcionar o professor a fim de identificar os problemas de aprendizagem de seus alunos dando subsídios para se possível sanar essas dificuldades, diagnosticando o que cada aluno já traz em sua bagagem sobre conhecimentos matemáticos sobre cada conteúdo a ser trabalhado.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os conteúdos aparecem organizados em blocos chamados de eixos ou temas estruturadores, sendo que cada tema estruturador é um campo de interesse com organização própria em termos de linguagens, conceitos, procedimentos e especialmente, objetos de estudo.

No ensino fundamental os temas estruturadores são organizados da seguinte maneira:

- Números e operações (Aritmética e Álgebra)
- Espaço e formas (Geometria)

- Grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria)
- Tratamento da informação (Estatística, Combinatória e Probabilidade)

Já as finalidades apresentadas pelos PCNs para o ensino de Matemática no ensino fundamental que pode ser encontrado em (NACIONAIS, 1998) tem os seguintes objetivos:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo a sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (NACIONAIS, 1998)

No ensino Médio os temas estruturadores estão organizados da seguinte maneira:

- Álgebra: números e funções
- Geometria e medidas
- Análise de dados

Já as finalidades do PCNs para o ensino de Matemática no nível médio que podem ser encontradas em (MÉDIO, 2000) indicam como objetivos levar o aluno a:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam ao discente desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (MÉDIO, 2000)

2.1.2 A Geometria nos PCNs

Para os PCNs do ensino fundamental em várias situações do nosso dia-a-dia e também em diversas atividades profissionais como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica e outras é necessário que o indivíduo pense geometricamente, sendo que é cada vez mais preciso desenvolver a capacidade de observar o espaço tridimensional bem como comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento neste mundo moderno.

Ainda de acordo com os PCNs do ensino fundamental a Geometria tem tido pouca relevância nas aulas de Matemática, apesar dela exercer um papel muito importante no currículo do aluno, possibilitando-o a compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Outro aspecto é que a Geometria é um campo cheio de situações-problema, favorecendo ao aluno a capacidade de desenvolver argumentos e construir demonstrações.

O ensino de Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja

um aprofundamento dessas idéias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares. (MÉDIO, 2000)

No ensino fundamental os PCNs tratam do conteúdo de Geometria no tema estruturador espaço e formas, existindo também a menção do conteúdo de Geometria no tema estruturador grandezas e medidas, interligado com os campos da Álgebra e Aritmética.

Os PCNs trazem os seguintes objetivos de Matemática para o terceiro ciclo (6^o e 7^o ano, antigas 5^a e 6^a séries) no que diz respeito ao pensamento geométrico:

- resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. (NACIONAIS, 1998)

Já para o quarto ciclo (8^o e 9^o ano, antigas 7^a e 8^a series) os PCNs trazem os seguinte objetivos de Matemática no que diz respeito ao pensamento geométrico:

- Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas.
- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.
- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.
- Composição e decomposição de figuras planas.
- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros.
- Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área).

- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números.
- Construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas.
- Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . (NACIONAIS, 1998)

No ensino Médio os PCNs tratam do conteúdo de Geometria no tema estruturador Geometria e medidas, dividida em quatro unidades temáticas a serem desenvolvidas nessa etapa final da educação básica: Geometria Plana, Espacial, Métrica e Analítica, tendo cada uma conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos:

1. Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.
 - Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.
 - Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios etc.
 - Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.
 - Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.
 - Fazer uso de escalas em representações planas.
2. Geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.
 - Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.
 - Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
 - Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
 - Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.
3. Métrica: áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.
 - Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos.

- Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativas, por exemplo, de recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos.
 - Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.
4. Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.
- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.
 - Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
 - Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.
 - Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles. (MÉDIO, 2000)

Os PCNs trazem para o ensino médio uma proposta de divisão dos conteúdos de Matemática durante seus 3 anos, se tratando em particular dos conteúdos de Geometria essa divisão fica dessa forma:

- 1º ano

Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.

- 2º ano

Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscrição de sólidos. Métrica: áreas e volumes; estimativas.

- 3º ano

Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

2.2 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC já estava prevista desde a Constituição de 1988, bem na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB, de 1996 e também no Plano Nacional de Educação, de 2014. Ela deve servir como uma ferramenta para nortear os currículos escolares em todos os níveis da educação básica - Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio - em todo território brasileiro e também em todas as redes de ensino.

Outro aspecto importante é que a BNCC também deve nortear as propostas pedagógicas em todas as escolas, seja da rede pública ou privada e em todas as etapas da educação, começando pela Educação Infantil, passando pelo Ensino Fundamental e terminando no Ensino Médio, em todo o território nacional.

A BNCC é um documento plural e contemporâneo, resultado de um trabalho coletivo inspirado nas mais avançadas experiências do mundo. A partir dela, as redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passarão a ter uma referência nacional comum e obrigatória para a elaboração dos seus currículos e propostas pedagógicas, promovendo a elevação da qualidade do ensino com equidade e preservando a autonomia dos entes federados e as particularidades regionais e locais. (BRASIL, 2018)

O objetivo principal da BNCC é assegurar aos alunos de todo o território nacional a aprendizagem de conhecimentos e habilidades comuns, ou seja, esses conhecimentos e habilidades, serão os mesmos para todos os estudantes independente de aonde vivem ou estudam, afim de reduzir as desigualdades educacionais elevando a qualidade do ensino, preparando-os para os desafios do século XXI, modernizando assim os recursos e práticas pedagógicas utilizados na sala de aula.

Na BNCC os componentes curriculares definidas pela LDB do Ensino Fundamental estão divididas em cinco áreas do conhecimento são elas:

1. Linguagens (Língua Portuguesa, Artes, Educação Física e Língua Inglesa);
2. Matemática;
3. Ciências da Natureza (Ciências);
4. Ciências Humanas (Geografia e História);
5. Ensino Religioso.

Já no que se refere ao Ensino Médio é organizada em quatro áreas do conhecimento que são:

1. Linguagens e suas Tecnologias;
2. Matemática e suas Tecnologias;
3. Ciências da Natureza e suas Tecnologias;
4. Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

Cada área do conhecimento tem suas competências específicas, se uma área do conhecimento abrange mais de um componente curricular, esses componentes também têm competências específicas, de modo que os alunos desenvolvam cada uma dessas competências.

2.2.1 A Matemática na BNCC

A BNCC tem como um dos seus objetivos levar o aluno a viver em seu cotidiano os conhecimentos de matemática por ele adquirido durante sua vida escolar, sendo assim, a matemática passa a ser uma ferramenta para ler, compreender e transformar o mundo que o cerca.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018)

Com relação aos conteúdos de matemática, a BNCC os divide em cinco unidades temáticas, que estão interligadas com o propósito de formular as habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino Básico.

No Ensino Fundamental essas unidades temáticas são: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística.

Para o Ensino Médio, a BNCC propõe que a organização curricular de Matemática siga uma proposta similar à do Ensino Fundamental: Números e álgebra, geometria e medidas, e probabilidade e estatística.

Outro aspecto da BNCC é que ela traz em sua proposta competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático - utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018)

Competências específicas de Matemática para o Ensino Médio:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018)

As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer, em determinadas situações, a mobilização de outras. Cabe observar que essas competências consideram que, além da cognição, os estudantes devem desenvolver atitudes de autoestima, de perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo. (BRASIL, 2018)

2.2.2 A Geometria na BNCC

Como vimos anteriormente a BNCC divide os conteúdos de Matemática em cinco unidades temáticas. No Ensino Fundamental temos a unidade temática Geometria e no Ensino Médio a unidade temática Geometria e Medidas.

Entretanto se faz necessário frisar que na unidade temática Grandezas e medidas do Ensino Fundamental há muitos conteúdos (objetos de conhecimento) de Geometria. Sendo que essa unidade temática contribui para ampliar e consolidar outras áreas do conhecimento matemático como a noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico.

A BNCC afirma sobre Grandezas e medidas o seguinte:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. BNCC (BRASIL, 2018)

No que se refere a Geometria, a BNCC (Brasil 2017) afirma que o estudo da mesma abrange uma série de conceitos e procedimentos que sejam úteis na resolução de problemas do mundo físico e também de outras áreas do conhecimento.

Ainda de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), o aluno ao estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais desenvolve o pensamento geométrico, o qual é necessário para explorar propriedades bem como fazer conjecturas, produzindo assim um conhecimento geométrico real, tendo assim o estudo da Geometria uma funcionalidade prática.

A BNCC traz em seu documento, objetos de conhecimento e das habilidades essenciais para cada unidade temática, em sua respectiva área de conhecimento. Esses objetivos de conhecimento são fornecidos em códigos alfanuméricos que servem para identificar os objetivos de aprendizagem. Eles ajudam a contextualizar qual é a etapa de ensino, a faixa etária e o campo de experiência relacionado ao objetivo.

No Ensino Fundamental o primeiro par de letras corresponde a etapa do Ensino Fundamental, o primeiro par de números indica o ano (01 a 09) a que se refere a habilidade, o segundo par de letras diz respeito à componente curricular e por fim, o último par de números corresponde ao número sequencial da habilidade dentro da quantidade de habilidades que existem para cada área de conhecimento, unidade temática e objetos de conhecimento.

No Ensino Médio o primeiro par de letras indica a etapa de Ensino Médio, o primeiro par de números (13) indica que as habilidades podem ser desenvolvidas em qualquer série do Ensino Médio, conforme definição dos currículos, a segunda sequência de letras indica a área (três letras) ou o componente curricular (duas letras), os números finais indicam a competência específica à qual se relaciona a habilidades (1º número) e a sua numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos números).

Com relação as habilidades para os anos finais (6^o ao 9^o) do Ensino Fundamental, na unidade temática de Geometria temos:

6^o ano

- (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1^o quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
- (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
- (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
- (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
- (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
- (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
- (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
- (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

7^o ano

- (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
- (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
- (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
- (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

- (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
- (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
- (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
- (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
- (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
- (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

8º ano

- (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
- (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.
- (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
- (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
- (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

9º ano

- (EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
- (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.

- (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
- (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
- (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
- (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
- (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
- (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.(BRASIL, 2018)

Para o Ensino Médio as habilidades dadas pela BNCC na unidade temática de Geometria e Medidas, não são dadas por ano escolar, mas sim de forma única, assim temos a seguinte relação:

- (EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
- (EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
- (EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
- (EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

- (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
- (EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
- (EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
- (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
- (EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
- (EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital. (BRASIL, 2018)

Na (re)elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, é possível adotar outras organizações, recorrendo tanto às habilidades definidas nesta BNCC quanto a outras que sejam necessárias e que contemplem especificidades e demandas próprias dos sistemas de ensino e das escolas. A despeito disso, é fundamental preservar a articulação, proposta nesta BNCC, entre os vários campos da Matemática, com vistas à construção de uma visão integrada de Matemática e aplicada à realidade. Além disso, é importante que os saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, sejam fundamentados em diferentes bases, de modo a assegurar a compreensão de fenômenos do próprio contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais. (BRASIL, 2018)

Nos próximos capítulos apresentaremos, como forma de ferramenta de apoio para o nosso trabalho, as pesquisas realizadas com alunos e professores do Ensino Médio afim de entendermos melhor as dificuldades apresentadas por eles no ensino e aprendizagem da geometria.

Capítulo 3

Aplicação e análise de uma pesquisa sobre Geometria Plana e Espacial aplicada a alunos do ensino médio

Neste capítulo iremos tratar sobre uma pesquisa realizada com alguns alunos do Ensino Médio, com o propósito de diagnosticar o conhecimento básico de geometria plana e espacial, bem como suas principais dificuldades e também ter uma visão do porquê dessas dificuldades.

As questões aplicadas nessa pesquisa exigem do aluno um conhecimento básico de geometria plana e espacial que eles já viram ou deveriam ter visto durante o Ensino Fundamental e no decorrer do Ensino Médio. Sendo que essas questões trazem em sua essência objetivos e habilidades descritas nos PCNs e na BNCC.

Essas questões foram aplicadas aos alunos do Ensino Médio do Colégio Estadual Fred Gedeon da rede pública na cidade de Floresta Azul, Bahia e também da Escola Guedes Educandário da rede privada na cidade de Ibicaraí, Bahia.

Inicialmente essa pesquisa seria realizada de forma presencial, mas por conta da pandemia da Covid-19, que levou à suspensão das aulas presenciais em todo estado da Bahia, ela foi realizada de maneira remota, pela ferramenta Google Forms, o que apresentou um desafio e dificuldade bem maior, principalmente com relação aos alunos da rede pública.

A pesquisa foi dividida em duas etapas, sendo que na 1^a etapa participaram 103 alunos sendo 64 alunos da rede pública e 39 da rede privada, já na 2^a etapa participaram 83 alunos sendo 44 alunos da rede pública e 39 da rede privada.

Por conta da suspensão das aulas presenciais sendo o contato com os alunos foi feito de forma remota e como na rede pública estadual não houve nenhum tipo de aula (presencial, híbrida ou remota) o contato com esse público foi ainda mais difícil por isso que na segunda etapa o número de alunos da escola pública diminuiu, pois estes acabaram perdendo o contato com a escola.

Ainda é preciso informar que as questões da primeira etapa são mais conceituais em que tentamos focar nos conceitos e parte teóricas da Geometria, enquanto que os da segunda etapa são mais específicos em que os alunos são levados a usar os conceitos e teorias aprendidos em Geometria.

Outro ponto importante a salientar é que as questões foram escolhidas as questões, de acordo com as competências e habilidades definidas nos PCNs e na BNCC.

As questões da 1ª e 2ª etapa bem como as respostas corretas são apresentadas nos Apêndice A e B respectivamente.

3.1 Primeira Etapa da Pesquisa

Essa pesquisa, como dito anteriormente, foi divididas em duas etapas, outro aspecto é que ela foi realizada de forma remota.

Nessa primeira etapa, contamos com a participação de 103 alunos do Ensino Médio do Colégio Estadual Fred Gedeon e também da Escola Guedes Educandário. Vale ressaltar que o questionário foi realizado de forma anônima.

- Identificação

- 1) Idade:

A idade dos alunos que participaram da pesquisa nessa etapa varia de 15 a 41 anos, predominando os alunos com idades entre 15 e 17 anos, como mostrado abaixo:

15 anos – 19

16 anos – 36

17 anos – 28

18 anos – 8

19 anos – 5

20 anos – 1

24 anos – 1

26 anos – 3

37 anos – 1

41 anos – 1

Ilustramos na Figura 3.1 o percentual da idade dos alunos que responderam a pesquisa.

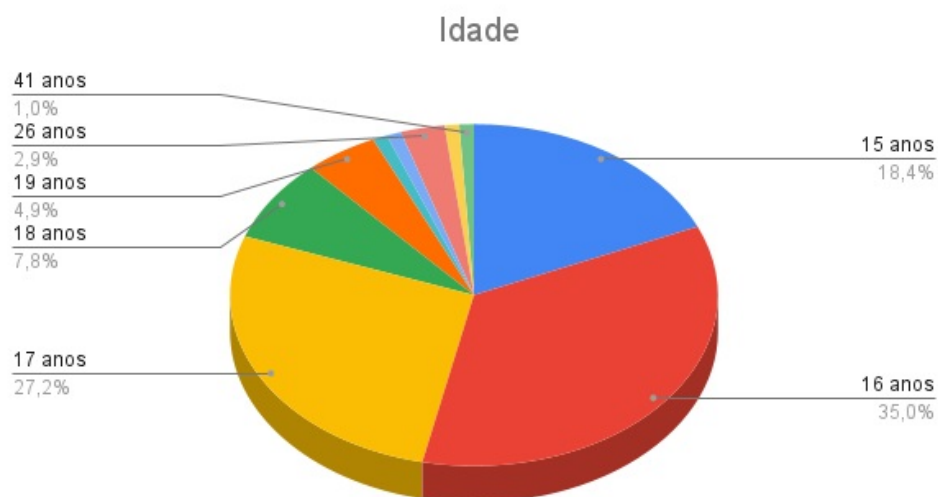


Figura 3.1: Idade dos alunos participantes da pesquisa

2) Gênero Biológico:

Nessa etapa da pesquisa, a maior parte dos alunos que responderam é do sexo feminino, abaixo na Figura 3.2 temos a ilustração desse resultado.

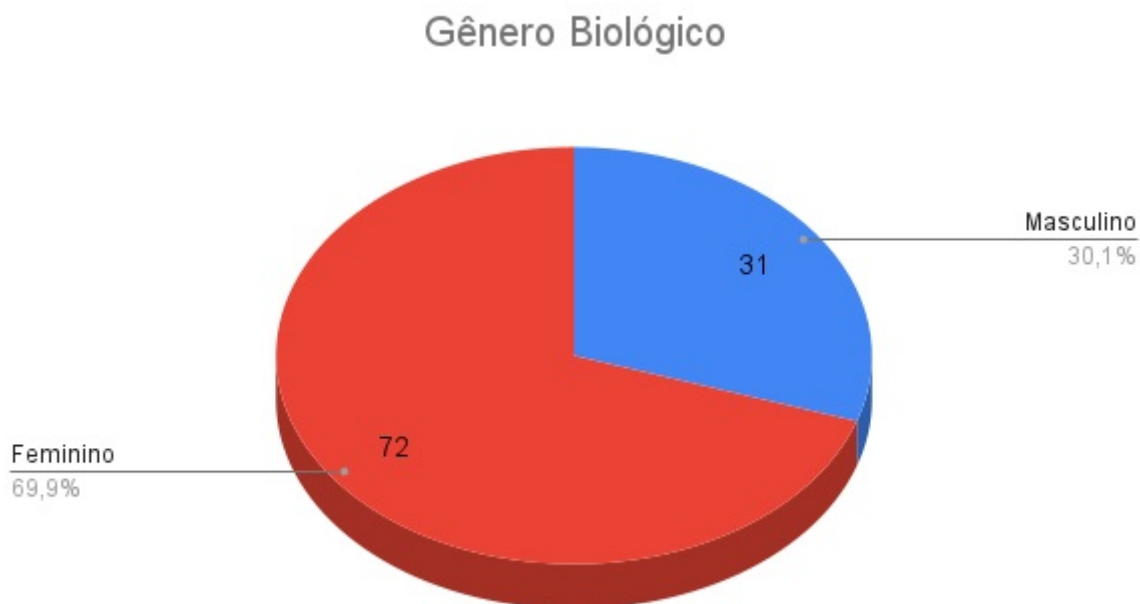


Figura 3.2: Gênero Biológico dos participantes

3) Ano do Ensino Médio que está cursando:

Obtivemos uma participação maior dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, como podemos notar a seguir:

1º ano – 39,8%

2º ano – 28,2%

3º ano – 32,0%

Ano do Ensino Médio que está cursando:

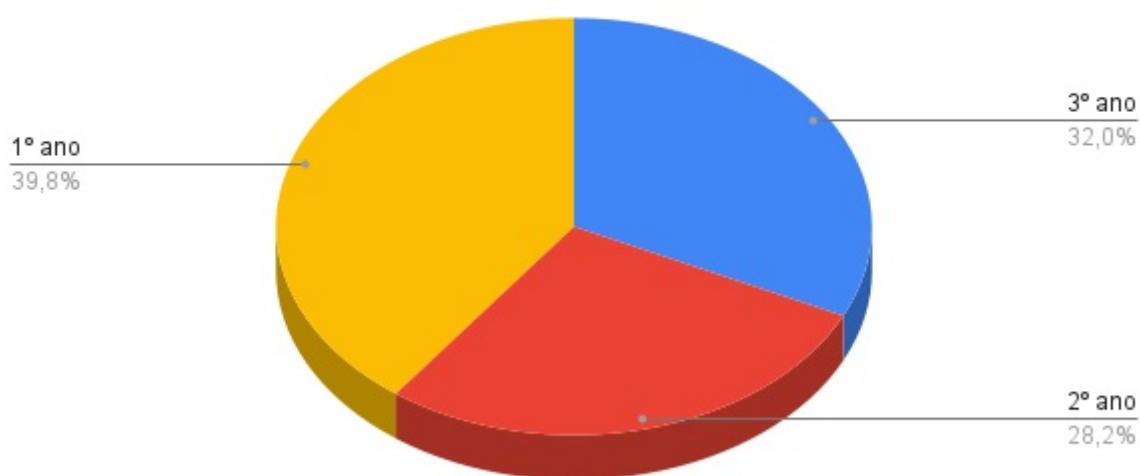


Figura 3.3: Ano do Ensino Médio que está cursando

4) Você estuda em uma escola:

Nessa primeira etapa, tivemos uma boa participação dos alunos da escola pública, o que representou quase dois terços dos alunos pesquisados, conforme a Figura 3.4.

Você estuda em uma escola:

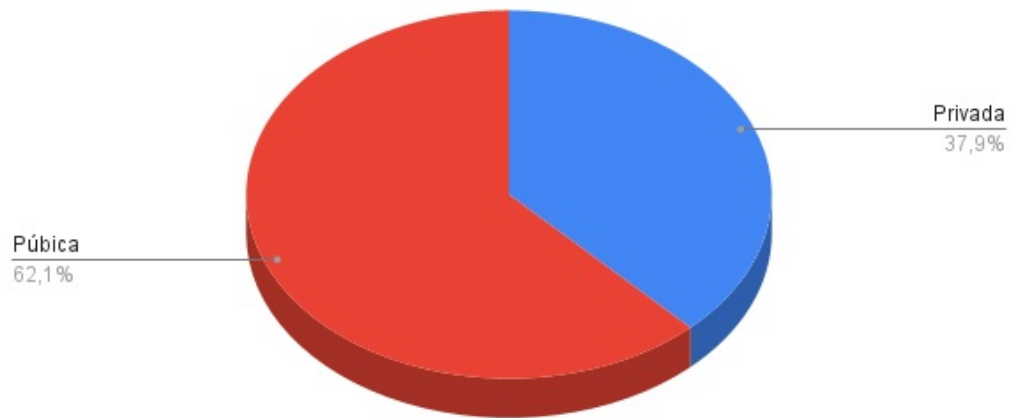


Figura 3.4: Classificação da escola

- Conhecimentos em Geometria

A parte central dessa pesquisa são as questões em que o aluno é desafiado a responder perguntas que envolvam conhecimentos da geometria que tenham adquirido durante o ensino básico (fundamental e médio). Assim iremos analisar as respostas obtidas em cada questão.

Questão 1. *Clique em todas as palavras a seguir que você já ouviu falar nas aulas de matemática:*

- a) *Semelhança*
- b) *Congruência*
- c) *Bissetriz*
- d) *Isósceles*
- e) *Escaleno*
- f) *Vértice*
- g) *Hipotenusa*
- h) *Diagonal*
- i) *Segmento*
- j) *Transversais*

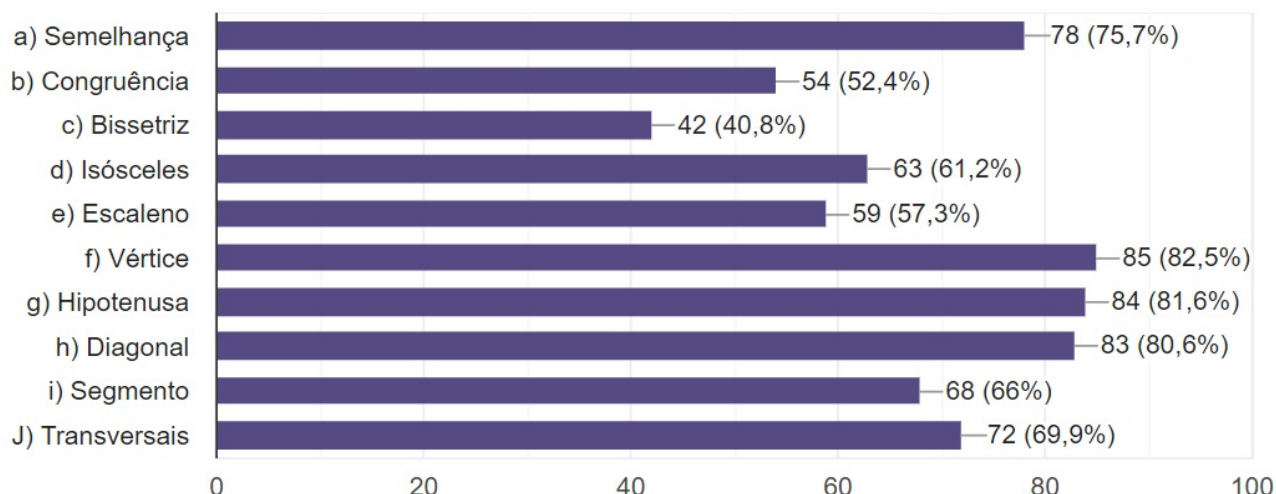


Figura 3.5: Palavras do conteúdo de Geometria conhecidas pelos alunos

Nessa questão os alunos deveriam marcar as palavras que já tinham ouvido nas aulas de matemática e como podemos ver na Figura 3.5 todas as palavras foram marcadas pelo menos uma vez, dessas as mais citadas foram vértice 82,5% e hipotenusa 81,6% e as menos citadas foram bissetriz 40,8% e congruência 52,4%.

O esperado era que todos os alunos já tivessem ouvido essas palavras, pois são palavras comuns no estudo da Geometria mas o resultado mostra que infelizmente muito alunos nunca ouviram tais palavras nas aulas de Matemática.

Questão 2. *Clique em todos os conceitos que você já ouviu falar nas aulas de matemática:*

- a) Área
- b) Polígono
- c) Volume
- d) Perímetro
- e) Perpendicular
- f) Paralela
- g) Ângulo
- h) Reta

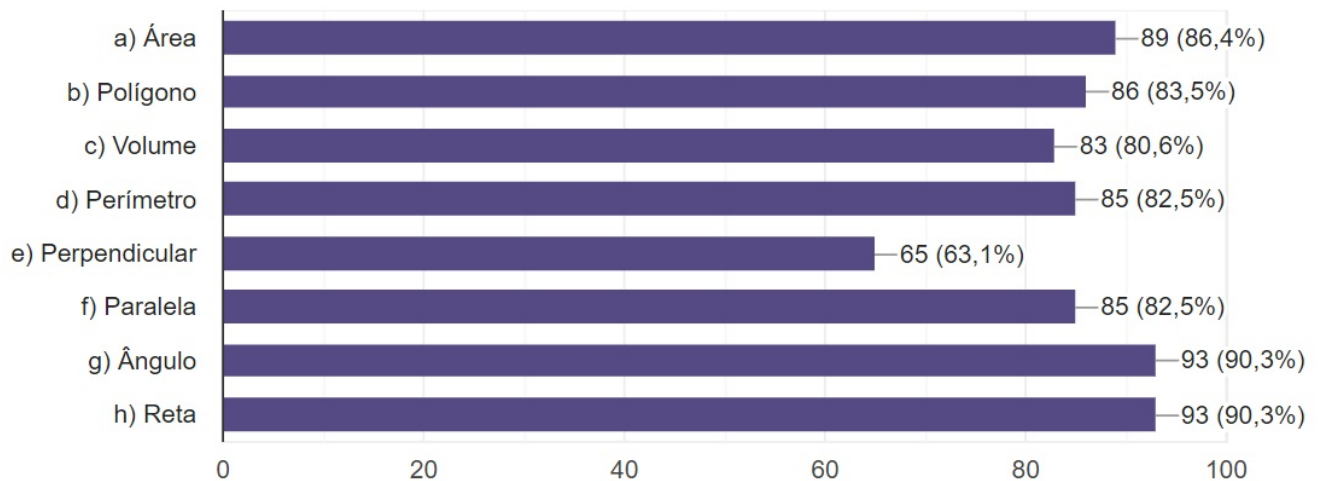


Figura 3.6: Conceitos de Geometria conhecidos pelos alunos

Como podemos ver na Figura 3.6 anterior todos os conceitos foram mencionados pelos alunos, desses os mais citados foram ângulo 90,3% e reta 90,3% e os menos citados foram perpendicular 63,1% e volume 80,6%.

Mais uma vez o esperado era que todos os alunos já tivessem ouvido desses conceitos mencionados na questão. Apesar de termos um resultado mais satisfatório, podemos perceber que alguns alunos desconhecem conceitos básicos da Geometria.

Questão 3. *Você sabe identificar as figuras geométricas? Sim ou não?*

- a) *Quadrado*
- b) *Triângulo*
- c) *Retângulo*
- d) *Triângulo equilátero*
- e) *Pentágono*
- f) *Hexágono*
- g) *Cubo*
- h) *Cilindro*
- i) *Esfera*

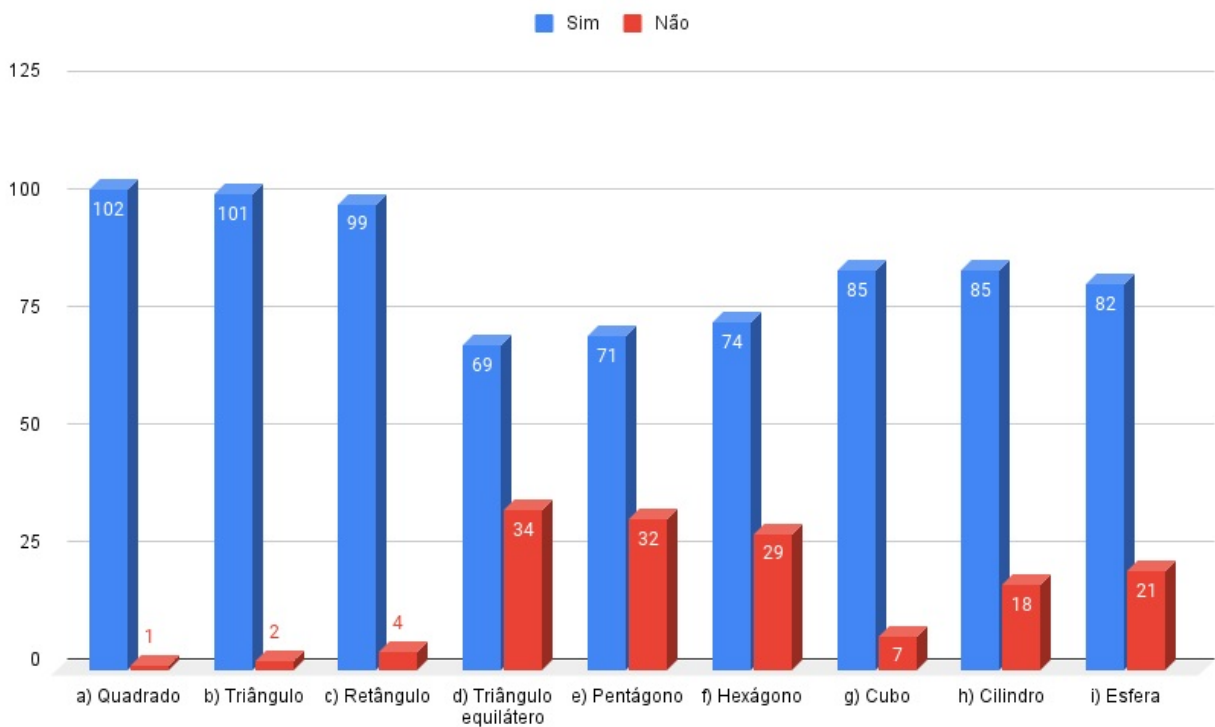


Figura 3.7: Identificação das Figuras Geométricas

Das figuras geométricas que deveriam ser identificadas pelos os alunos as mais reconhecidas foram o quadrado, identificada por 99% dos alunos e o triângulo, identificado por 98% dos alunos, em contrapartida as menos reconhecidas foram o triângulo equilátero, identificado por 67% dos alunos e o pentágono, identificado por 68,9% dos alunos, como apresentado na figura anterior.

Como podemos perceber houve alunos que não souberam identificar algumas figuras que são bem comuns e que estão presentes no nosso cotidiano.

Questão 4. (VUNESP - 2020) A capa de um livro infantil foi ilustrada com o desenho de um barco e do Sol, como mostra na figura abaixo. Na figura abaixo, as quatro formas geométricas identificadas são:



a) quadrado, trapézio, triângulo e círculo.

b) círculo, retângulo, cubo e triângulo.

- c) trapézio, retângulo, losango e círculo.
- d) triângulo, retângulo, quadrado e circunferência.
- e) retângulo, trapézio, triângulo e círculo.

O objetivo aqui é identificar corretamente as figuras geométricas apresentadas no desenho acima. Obtivemos as respostas ilustradas na Figura 3.9

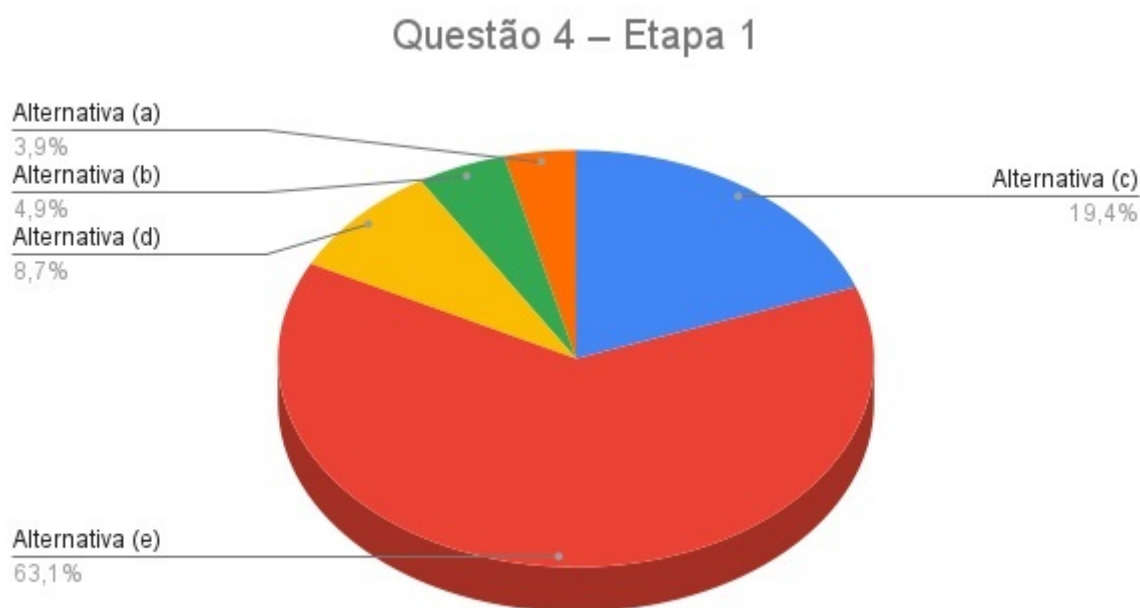


Figura 3.8: Questão 4 – Etapa 1; Resultado geral

Fazendo uma análise geral temos que nesta questão 63,1% dos alunos responderam de maneira correta a alternativa (e), mostrando assim que sabem reconhecer as figuras geométricas planas, já 36,9% dos alunos responderam de maneira incorreta, sendo que desses 19,4% responderam a alternativa (c), 8,7% responderam a alternativa (d), 4,9% responderam a alternativa (b) e 3,9% responderam a alternativa (a).

Fazendo uma análise entre os alunos da rede pública e privada podemos observar que a maioria de acertos vem da escola pública, como ilustramos no gráfico a seguir.

Questão 4 – Etapa 1

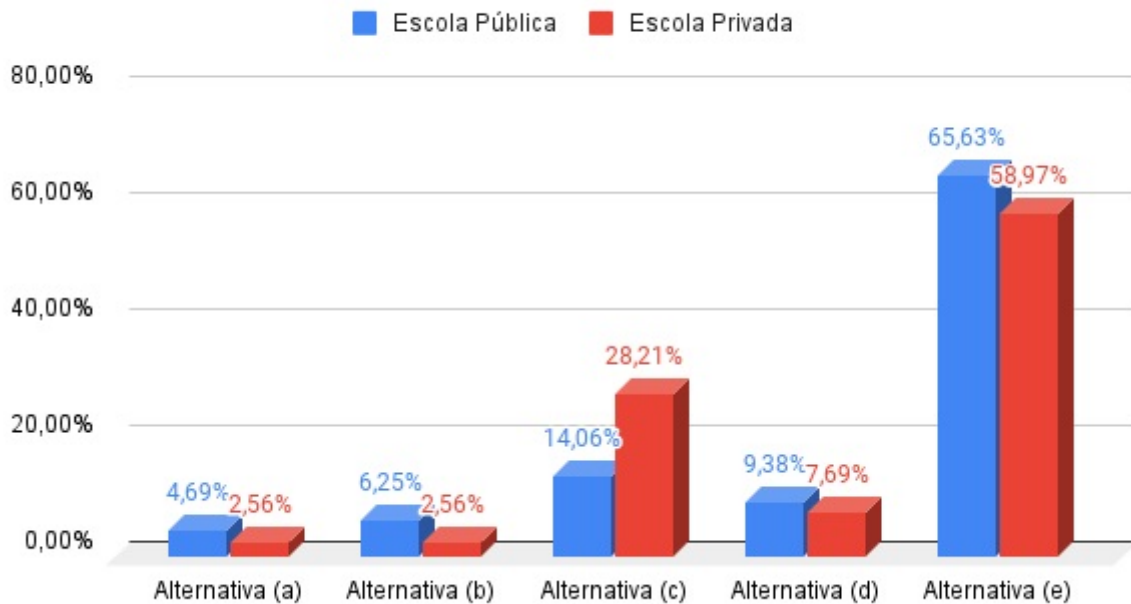
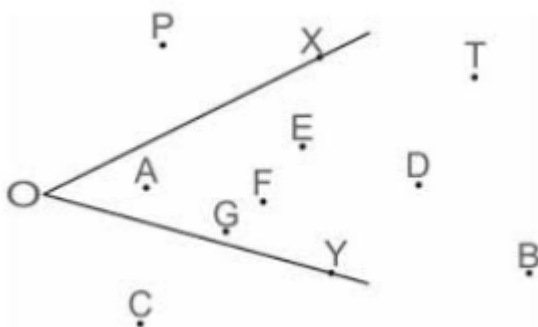


Figura 3.9: Questão 4 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 5. (NC-UFPR - 2019) O Brasil, em 2017, teve sua primeira participação na Copa do Mundo do Airsoft, em Taiwan, obtendo o 4º lugar numa competição com 30 duplas do mundo inteiro. O airsoft é um jogo que simula operações militares, cujos projéteis são plásticos e não letais. É praticado em ambientes, geralmente, com áreas de grande extensão. Alguns grupos praticantes desse esporte buscam a atividade para reconstituírem batalhas históricas de seus países. Em uma dessas reconstituições históricas, o praticante O , cujos segmentos de reta delimitam o ângulo de sua visão, estava posicionado conforme ilustrado na figura abaixo e, de seu lugar, avistou os demais praticantes. Os praticantes que O avistou pelo ângulo agudo $X\hat{O}Y$ são:



- C e P .
- B, C, P e T .
- A, D, E, F e G .
- A, D, E, F, G e T .

e) *A, B, D, E, F, G e T.*

Nessa questão, os alunos precisam identificar o ângulo agudo e compreender que seu campo de visão vai a partir do vértice O (praticante O) delimitado pelos segmentos OX e OY, afim de perceberem todas as letras que estão dentro do campo de visão.



Figura 3.10: Questão 5 – Etapa 1; Resultado geral

Como podemos observar na Figura 3.10 43,7% responderam de maneira correta a alternativa (e), mostrando assim que esses compreendem e aplicaram o conceito de segmentos de retas, ângulo e ângulo agudo, por outro lado 56,7% tiveram dificuldade de compreender e aplicar esses conceitos geométricos, sendo que desses, 18,4% responderam a alternativa (c), 15,5% responderam a alternativa (b), 13,6% responderam a alternativa (a) e 8,7% responderam a alternativa (d).

Ao comparamos os resultados dos alunos da escola pública com da escola particular, podemos observar que em relação a alternativa correta o número de acertos da rede privada é maior que o dobro do que os da escola pública, como ilustra a Figura 3.11.

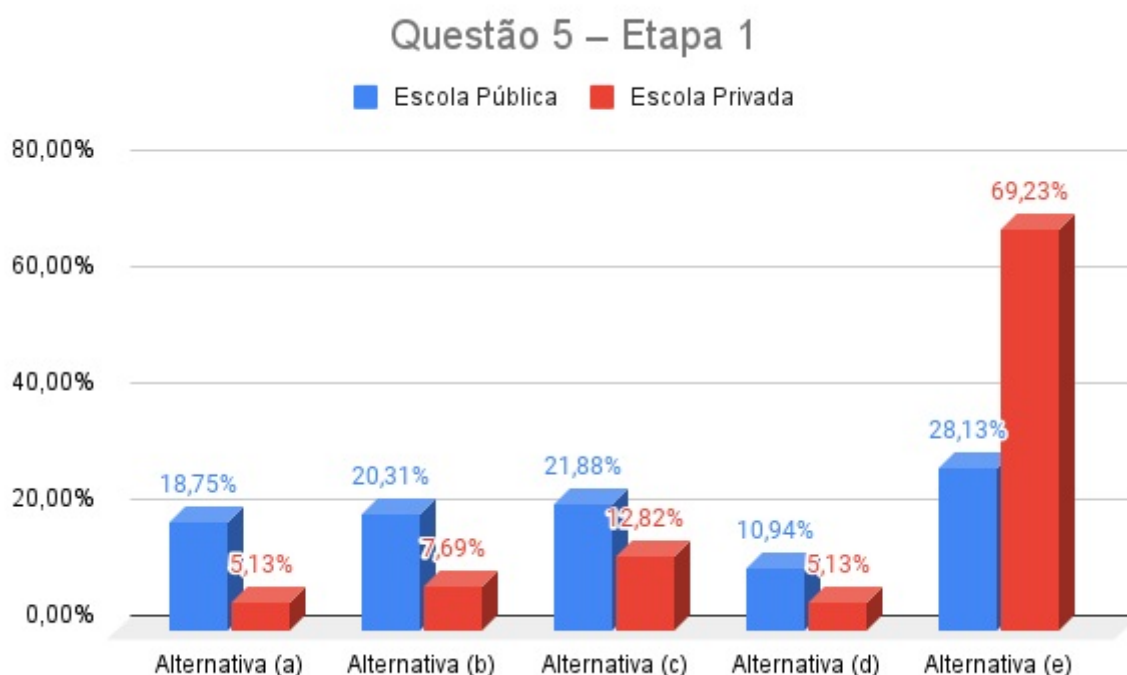


Figura 3.11: Questão 5 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 6. (CETRO -2014) Sobre Geometria no plano e no espaço, assinale a alternativa INCORRETA.

- a) As diagonais de um quadrado são perpendiculares.
- b) Dada uma reta e um ponto fora dela, pode-se traçar apenas uma reta paralela à reta dada passando pelo ponto.
- c) Se dois planos são distintos e possuem um ponto em comum, então existem infinitas retas na intersecção dos planos que passam pelo ponto.
- d) As diagonais de um losango se interceptam no ponto médio.
- e) Retas reversas estão em planos distintos.

Para responder de maneira correta essa questão se faz necessário o aluno compreender conceitos da Geometria plana e espacial.

Questão 6 - Etapa 1

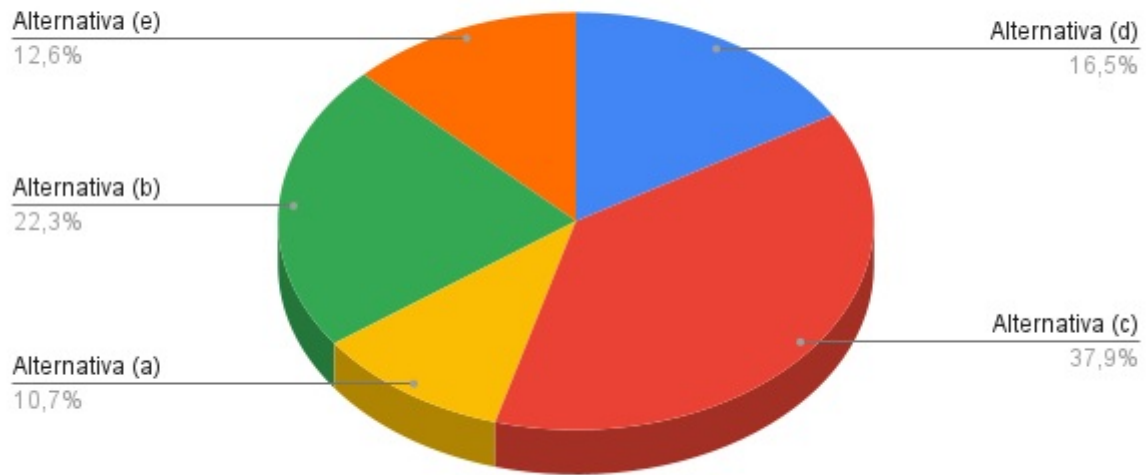


Figura 3.12: Questão 6 – Etapa 1; Resultado geral

Na Figura 3.12 ilustramos a porcentagem de respostas em cada alternativa, sendo que, 37,9% responderam de maneira correta a alternativa (c), que faz a seguinte afirmação falsa: Se dois planos são distintos e possuem um ponto em comum, então existem infinitas retas na intersecção dos planos que passam pelo ponto. Porém 62,1% responderam de maneira incorreta, sendo que 22,3% marcaram a alternativa (b), 16,5% a alternativa (d), 12,6% a alternativa (e) e 10,7% a alternativa (a).

Ao analisarmos os resultados dos alunos da rede pública e privada podemos perceber que as respostas corretas em ambos os casos são bem próximas uma da outra com uma pequena diferença a mais para os alunos da rede pública, sendo quem em ambos os casos a porcentagem de acertos foi menor que 50%, como podemos observar na Figura 3.13. Essa foi uma das poucas questões onde os alunos da rede pública se saíram melhor em relação aos alunos da rede privada.

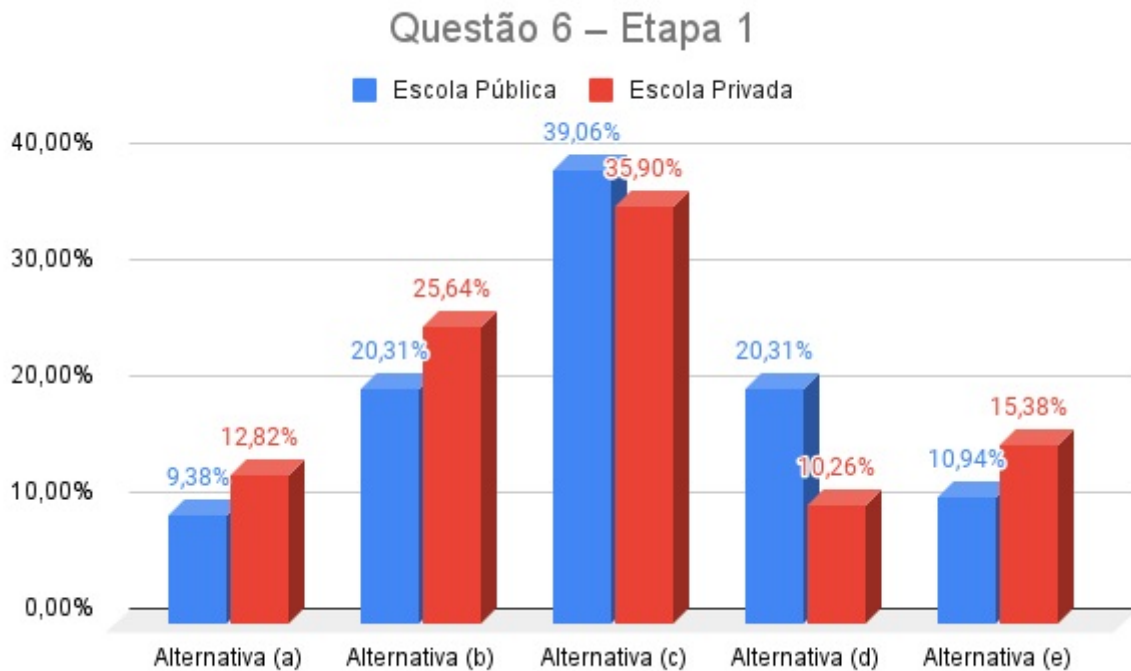


Figura 3.13: Questão 6 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 7. (VUNESP – 2020) Assinale a alternativa que contém informação correta a respeito de elementos geométricos.

- a) Os dados tradicionais, aqueles que têm 6 faces enumeradas de 1 a 6, são exemplos de quadrado.
- b) As bolas de basquete são exemplos de círculo.
- c) As caixinhas tradicionais de remédio são exemplos de paralelepípedo.
- d) Os cubos são elementos geométricos planos, ou seja, bidimensionais.
- e) Os triângulos têm faces, arestas e vértices.

Esta questão trabalha com o conhecimento de nomenclatura para figuras espaciais, afim do aluno fazer a correlação correta entre a figura geométrica e objetos do nosso cotidiano.

Questão 7 – Etapa 1

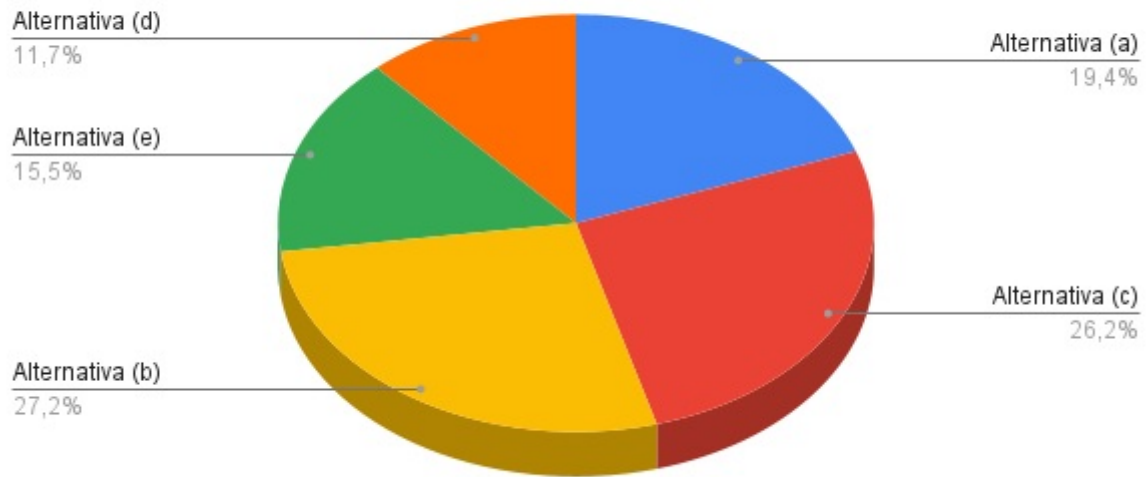


Figura 3.14: Questão 7 – Etapa 1; Resultado geral

Podemos notar na Figura 3.14 que apenas, 26,2% responderam de maneira correta a alternativa (c), enquanto 73,8% responderam de maneira incorreta, sendo que 27,2% responderam a alternativa (b), 19,4% responderam a alternativa (a), 15,5% responderam a alternativa (e) e 11,7% responderam a alternativa (d).

Quando comparamos as respostas dos alunos da escola pública e privada observado na Figura 3.15 podemos perceber que a resposta correta dos alunos da escola privada é mais de três vezes a dos alunos da escola pública. Outro ponto a ser destacado é que a alternativa (b) recebeu um grande número de respostas, talvez por conta dos alunos confundirem círculo com a esfera.

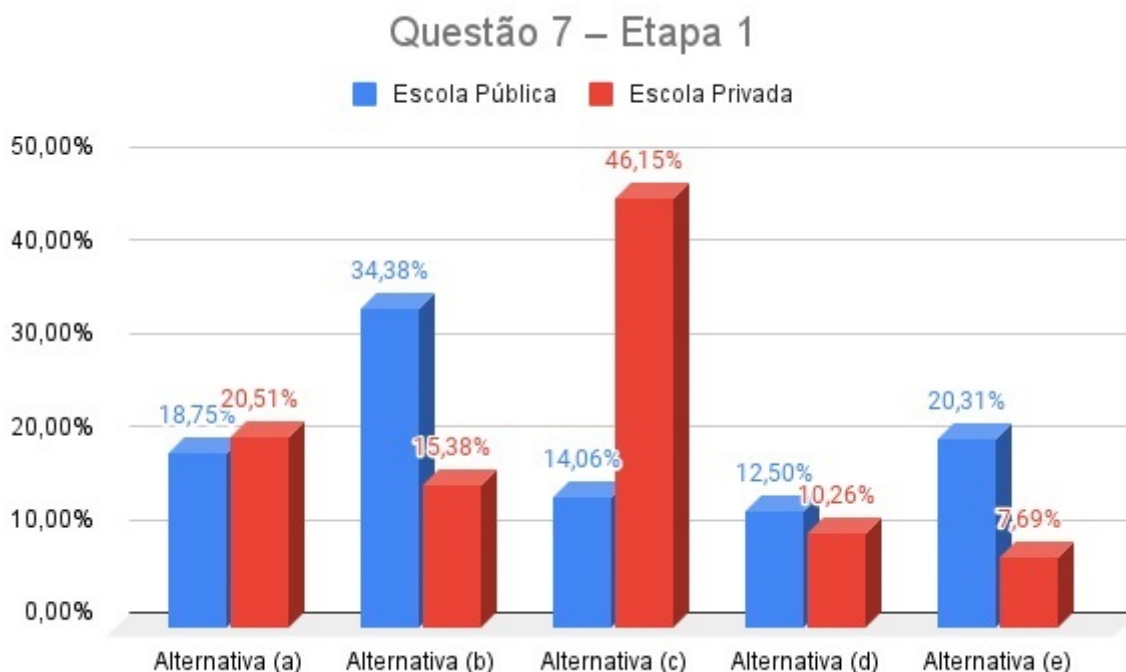


Figura 3.15: Questão 7 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 8. (NUCEPE - 2016) Considere as seguintes afirmações

I - Dados três pontos colineares do espaço, existe um, e somente um, plano que os contém.

II - Se uma reta possui dois de seus pontos em um plano, ela está contida no plano.

III - Se dois planos possuem um ponto em comum, então eles possuem apenas uma reta em comum.

Pode-se afirmar que

- a) Apenas a afirmação I é verdadeira.*
- b) Apenas a afirmação II é verdadeira.*
- c) Apenas a afirmação III é verdadeira.*
- d) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.*
- e) Todas as afirmações são verdadeiras.*

Nesta questão é necessário que o aluno tenha conhecimento dos postulados e noções de retas e planos no espaço, nos PCNs temos objetivos a esse respeito tanto para o terceiro e quarto ciclo no ensino fundamental, já no ensino médio esses objetivos estão voltados para o 2º ano. Na BNCC temos habilidades desses assuntos para todos os todos os anos finais do ensino fundamental, com uma maior ênfase para o 9º ano e temos também habilidades destes assuntos para o ensino médio.

Questão 8 - Etapa 1

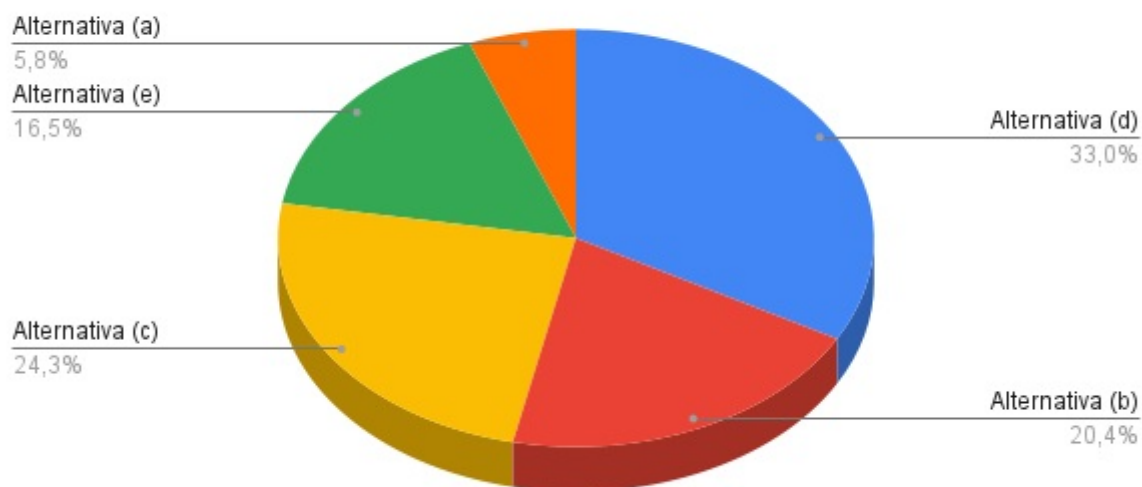


Figura 3.16: Questão 8 – Etapa 1; Resultado geral

Quando observamos a Figura 3.16, percebemos que apenas 20,4% mostraram ter esse conhecimento, ao responder de maneira correta a alternativa (b), e 79,6% mostraram ter dificuldade com esse conteúdo, onde, 33% responderam a alternativa (d), 24,3% responderam a alternativa (c), 16,5% responderam a alternativa (e) e 5,8% responderam a alternativa (a).

Nessa questão, os alunos ficaram bem divididos nas respostas, sendo que surpreendentemente, a maioria dos alunos assinalaram erroneamente a alternativa (d). Este fato fica ainda mais evidenciado para os alunos da escola pública, como podemos notar na Figura 3.17, sendo que a porcentagem de acertos dos alunos da escola privada foi um pouco maior em relação ao da escola pública. Mas mesmo assim foi menor que 50%.

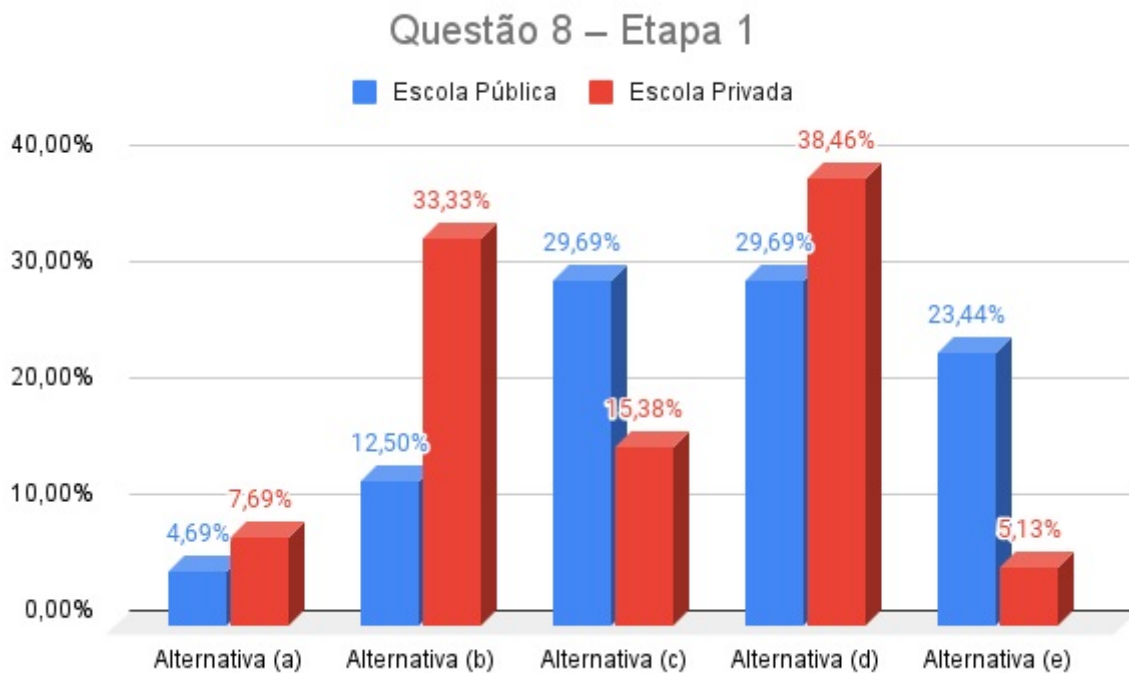


Figura 3.17: Questão 8 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 9. (COPEVE-UFAL - 2016) Dadas as afirmativas sobre figuras geométricas:

I. O perímetro de uma circunferência está diretamente relacionado ao seu raio.

II. Um cubo com aresta de comprimento $L/2$ possui a metade do volume de um cubo com aresta de comprimento L .

III. A soma das áreas de quatro quadrados idênticos é igual à área de um cujos lados possuem o dobro do comprimento dos lados desses quatro quadrados.

Verifica-se que está(ão) correta(s)

a) I, apenas.

b) II, apenas.

c) I e III, apenas.

d) II e III, apenas.

e) I, II e III.

Temos aqui conhecimentos da Geometria plana e espacial que se fazem necessários para responder de maneira correta essa questão.

Questão 9 – Etapa 1

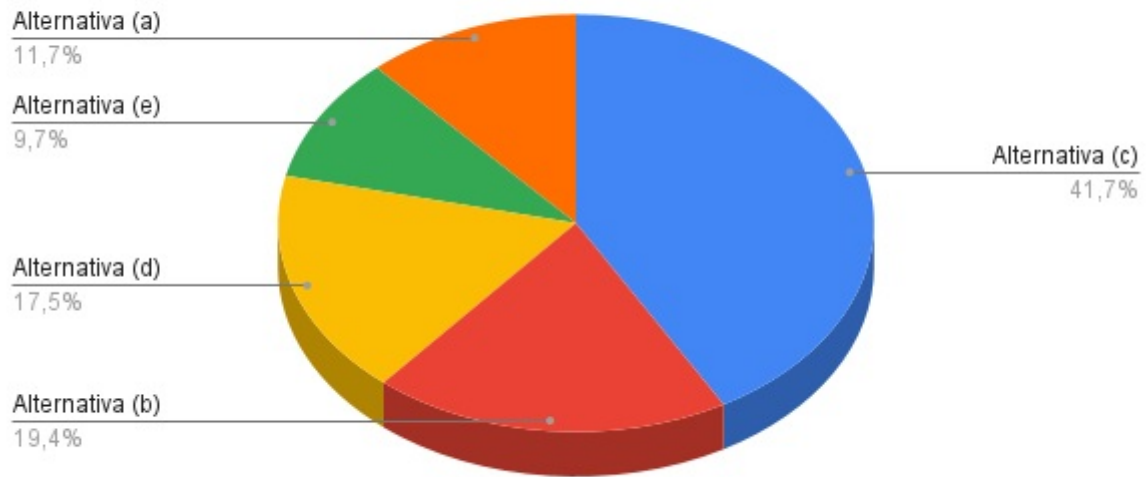


Figura 3.18: Questão 9 – Etapa 1; Resultado geral

Apresentamos os percentuais de respostas na Figura 3.18, onde, 41,7% dos alunos responderam de maneira correta ao escolherem a alternativa (c), já 58,3% responderam de maneira errada, onde 19,4% escolheram a alternativa (b), 17,5% escolheram a alternativa (d), 11,7% escolheram a alternativa (a) e 9,7% escolheram a alternativa (e).

Embora os alunos da escola pública e privada tenham assinalado em sua maioria a alternativa correta, podemos notar na Figura 3.19 que a porcentagem de acertos dos alunos da escola privada 61,54%, representou o dobro de acertos dos alunos da escola pública 29,69%, uma diferença considerável.

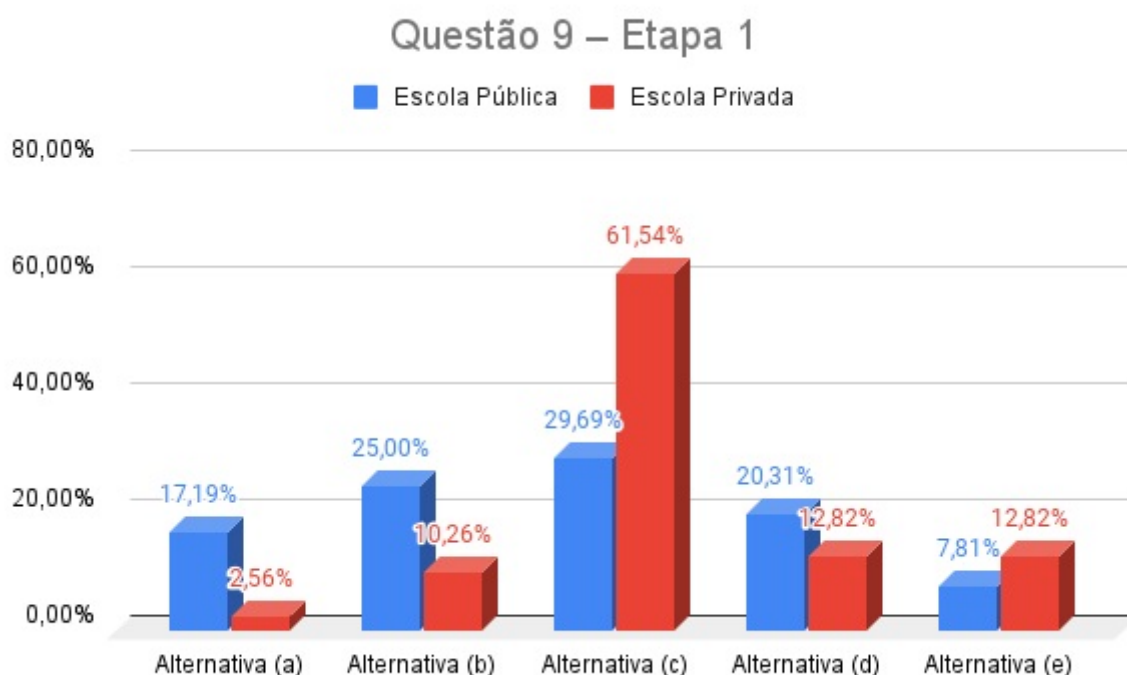


Figura 3.19: Questão 9 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 10. (INSTITUTO PRÓ-MUNICÍPIO - 2019) O que é um poliedro de Platão? Os poliedros de Platão são aqueles que possuem as seguintes propriedades:

I. Todas as faces apresentam o mesmo número de _____;

II. Todos os vértices possuem o mesmo número de arestas, isto é, se um vértice é a extremidade de três arestas, por exemplo, então todos serão também;

III. É _____;

IV. Seja o número de faces igual a F , de arestas igual a A e de vértices igual a V , então vale a seguinte relação, chamada de relação de _____ $V - A + F = 2$.

A sequência correta para o preenchimento de lacunas está em:

- a) Faces, côncavo, Euler;
- b) Faces, côncavo, Platão;
- c) Arestas, bidimensional, Platão;
- d) Arestas, convexo, Euler.

Nessa questão é preciso que o aluno tenha conhecimento sobre poliedros que faz parte da Geometria Espacial que por sua vez é geralmente ministrada no 2º ano do ensino médio, entretanto mesmo no Ensino Fundamental os alunos veem este conteúdo e com isso deveriam ter uma noção de sólidos geométricos o que possibilitaria a responderem essa questão.

Essa afirmação pode ser comprovada ao verificar os Parâmetros Curriculares Nacionais PCNs e a Base Nacional Comum Curricular – BCCN, na parte destinada ao Ensino Fundamental.

Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados. (MÉDIO, 2000)

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classifica-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (BRASIL, 2018)



Figura 3.20: Questão 10 – Etapa 1; Resultado geral

Como podemos observar na Figura 3.20, somente 29,1% acertaram a questão ao marcarem a alternativa (d), entretanto 70,9% erraram, sendo que 35,9% marcaram a alternativa (c), 19,4% marcaram a alternativa (b) e 15,5% marcaram a alternativa (a).

Ao comparar os resultados por anos do Ensino Médio, podemos perceber que ao analisar a alternativa correta os alunos do terceiro ano foram os que tiveram o menor percentual de acertos, sendo que foram os alunos do segundo ano que mais marcaram a alternativa correta, como ilustrado na Figura 3.21 abaixo.

Questão 10 – Etapa 1

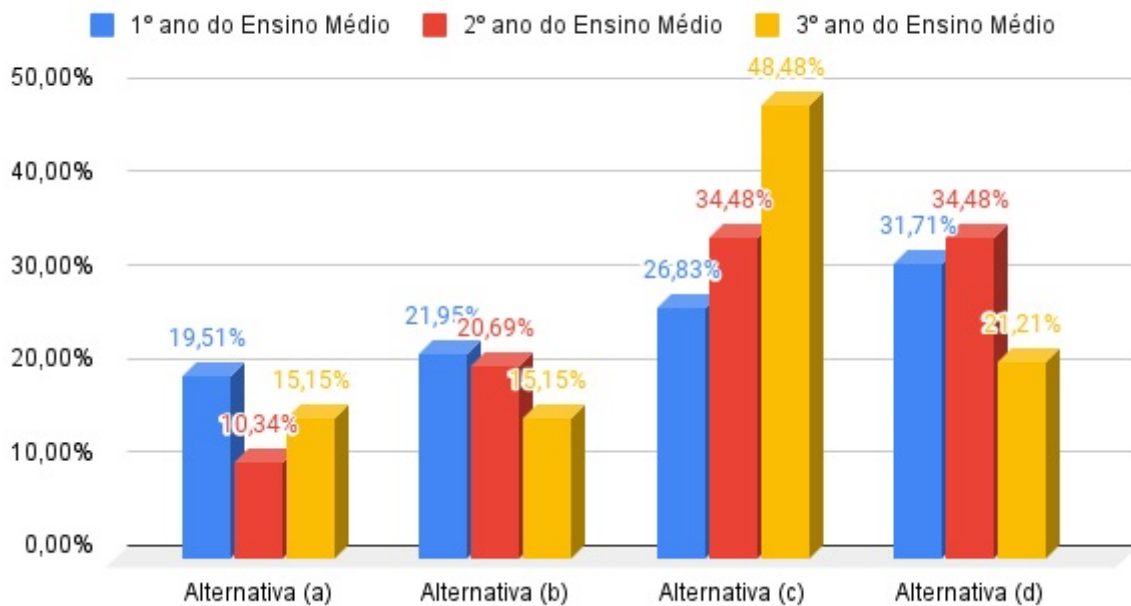


Figura 3.21: Questão 10 – Etapa 1; Resultado por turma do Ensino Médio

Já ao comparar os resultados alunos da escola pública e privada o número de acertos dos alunos da escola privada é um pouco maior em relação ao da escola pública, mas em ambos os casos o número de acertos é menor que 50%, como podemos ver na Figura 3.22.

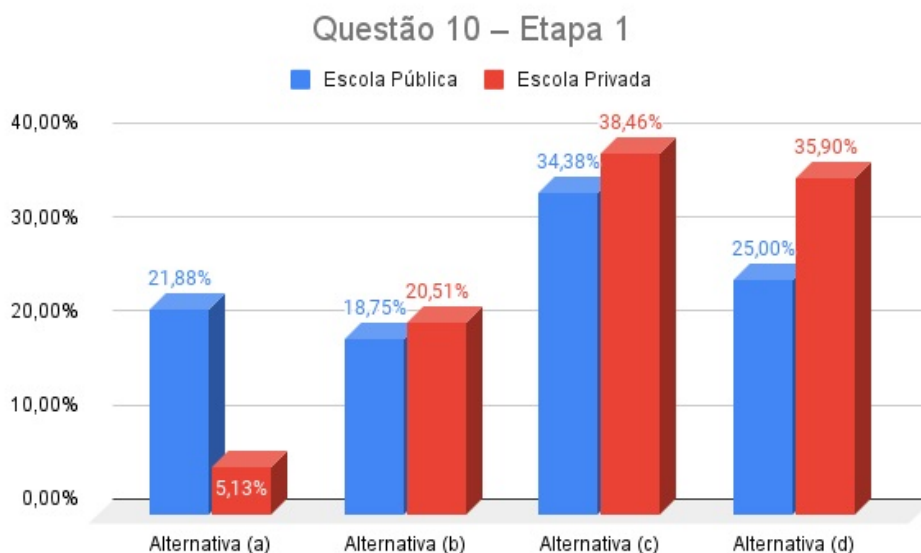


Figura 3.22: Questão 10 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 11. (CRF-TO - 2015) O cabo de um martelo mede 38 cm. Então pode se afirmar que:

- a) mede mais de meio metro.
- b) mede mais de 4 dm.
- c) mede 0,38m.
- d) mede 0,038 dm.

Nesta questão a ideia central é de que o aluno saiba a regra de conversão de medidas, neste caso em particular de centímetros para metros.



Figura 3.23: Questão 11 – Etapa 1; Resultado geral

Ao observar a Figura 3.23, podemos dizer que a maioria dos alunos, mais especificamente 64,1% responderam de forma correta a questão, marcando a alternativa (c), enquanto 35,9% responderam de maneira errada, desses 15,5% marcaram a alternativa (d), 13,6% a alternativa (a) e 6,8% a alternativa (b).

Quando analisamos os resultados por tipo de escola percebemos que os alunos da escola privada obtiveram 87,18% de acertos enquanto os da escola pública somente 50%, como ilustrado na Figura 3.24.

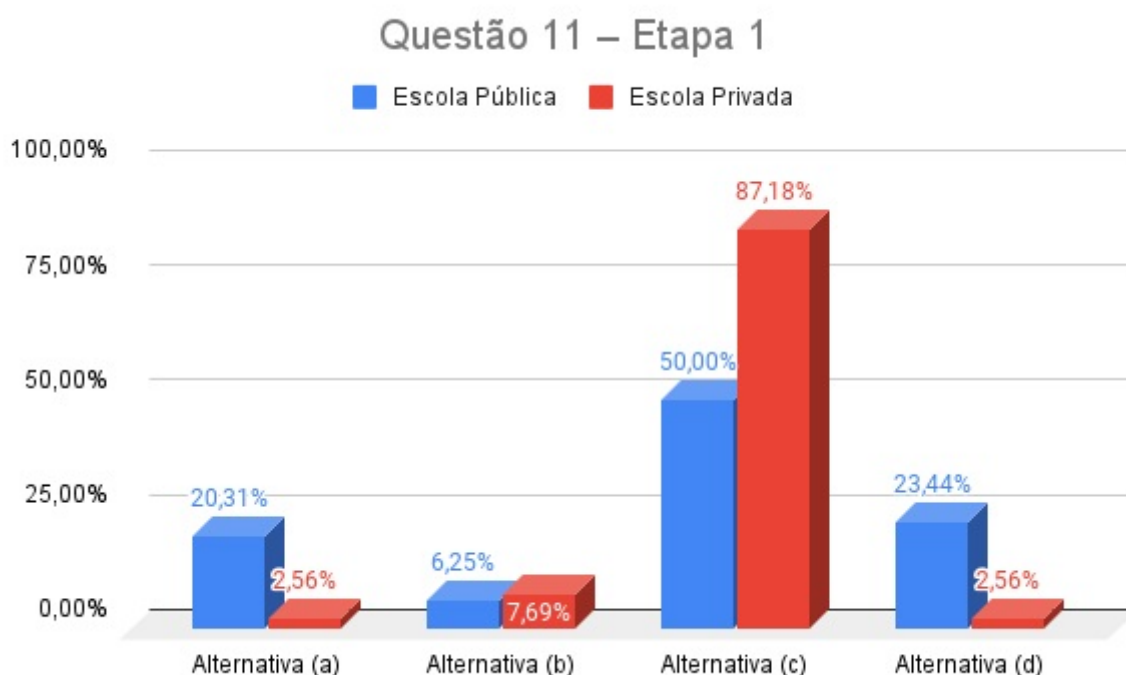


Figura 3.24: Questão 11 – Etapa 1; Resultado por rede de ensino

Questão 12. *Qual ou quais questões que você não soube ou teve mais dificuldades? Por quê?*

Nesta questão apenas 83 dos 103 alunos disseram qual ou quais questões não souberam ou que tiveram mais dificuldades.

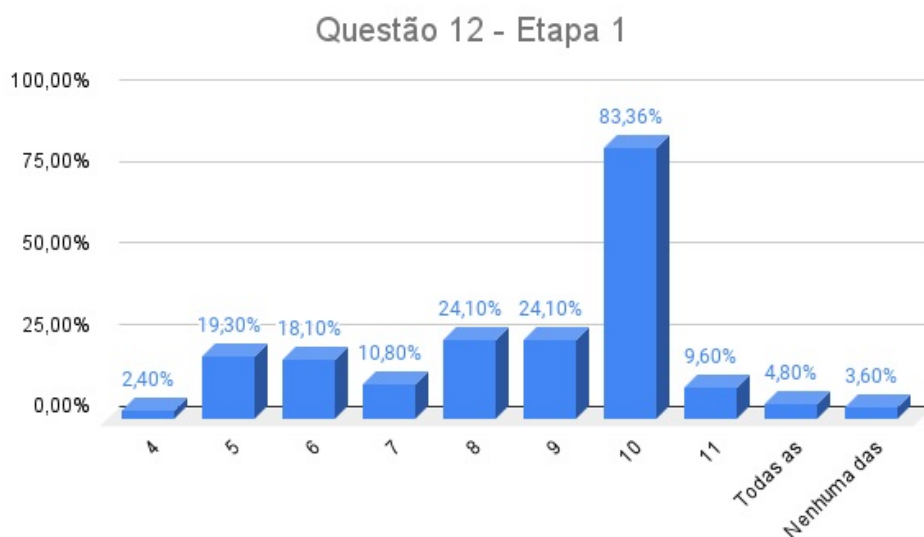


Figura 3.25: Qual ou quais questões que você não soube ou teve mais dificuldades?

Podemos notar na Figura 3.25 que das questões objetivas a questão que proporcionou mais dificuldade na opinião dos alunos foi a questão 10, e em seguida foram as questões 8 e 9.

Já a questão que menos proporcionou dificuldade foi a questão 4. Também é importante salientar que 3,6% dos alunos afirmaram que não tiveram dificuldade em nenhuma das questões, por outro lado 4,8% dos alunos afirmaram ter dificuldade em todas as questões.

Entre as principais justificativas dadas pelos alunos estão:

- Falta de compreensão e interpretação correta da questão. Os alunos tiveram muitas dificuldades em entender como deveriam proceder com as questões, o que se pedia na questão, qual ou quais conhecimento deveriam usar para responder de maneira correta as questões.
- Não recordar dos conteúdos de geometria já vistos em anos anteriores, o que se dar por conta de que as vezes se “aprende” aquele conteúdo apenas para aquela avaliação específica, ou seja, é um aprendizado supérfluo.
- A falta de conhecimentos geométricos, devido a não terem visto nos anos anteriores, o que faz não saberem conceitos básicos da geometria.

Na Tabela 3.1 temos algumas dessas justificativas:

Tabela 3.1: Algumas justificativas dadas para a Questão 12

<p>“Questão 9 e 10 não entendi a pergunta”.</p> <p>“Interpretar e ter paciência de ler as perguntas”.</p> <p>“As questões 5 e 10, pois apesar de ter estudado o assunto no ano passado ainda mantenho algumas dúvidas e dificuldades”.</p> <p>“Sobre figuras geométricas, porque não tive muito aprofundamento nesse assunto”.</p> <p>“Eu tive dificuldades em várias das questões pois não sabia a maioria dos conteúdos”.</p> <p>“Eu tive mais dificuldade na questão de número 8. Porque as afirmações me deixaram com algumas dúvidas”.</p> <p>“6 e 8, porque estas questões além da interpretação exigiam um conhecimento de alguns conceitos da geometria”.</p> <p>“A questão 8, eu tive dificuldades, pois eram uma série de afirmações que eu não sabia se estavam corretas, então eu marquei a alternativa “a” como palpite”.</p> <p>“Questão 10 , por não saber o que é poliedro”.</p> <p>“8 e 9. Estamos sem aulas para praticar”.</p> <p>“Tive dificuldade para responder a maioria. Pois tenho muita dificuldade de aprender matemática. E isso tem me prejudicado muito”.</p> <p>“9, por que não conseguir entender direito a pergunta”.</p>
--

Questão 13. *Quais são as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?*

O número de respostas nesta questão foi de 72 dentre o 103 alunos que participaram dessa pesquisa. As principais dificuldades dos alunos ao estudar a Geometria citadas foram:

- Falta de Pré-requisito dos anos anteriores;
- Entender os conceitos da Geometria;
- Falta de empatia pela Matemática e conseqüentemente a Geometria;
- Alguns alegaram que “nunca” estudaram Geometria;
- Já alguns disseram que não tem dificuldades em Geometria.

Abaixo na Tabela 3.2 temos algumas dessas justificativas:

Tabela 3.2: Quais as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?

<p>“Não ter conhecimento básico”.</p> <p>“Interpretar as questões”.</p> <p>“Eu não estudei muito sobre geometria ainda.... Então tenho dificuldade em resolver questões relacionadas a geometria”.</p> <p>“No momento é a Dificuldade é não estudar por conta da Pandemia”.</p> <p>“Dificuldade porque ainda não estudei direito sobre o assunto”.</p> <p>“Tenho bastante dificuldades para saber qual o sentido das coisas, as vezes me confundo muito, mudei muito de escola, isso acabou atrapalhando mais porque cada professor ensina de uma forma”.</p> <p>“Tem palavras que eu nunca ouvi fala, como eu sou do primeiro não sei muito sobre esse assunto, principalmente agora por não perde ir, a escola”.</p> <p>“Não conheço muito de geometria pois fiz a EJA não estudei geometria”.</p> <p>“Minha maior dificuldade em geometria, é de lembrar de todos os conteúdos, já por ser um assunto grande e cheio de conceitos e fórmulas”.</p> <p>“Nunca estudei geometria”.</p> <p>“A teoria e a quantidade de elementos e fórmulas que são necessárias saber”.</p> <p>“Em não me lembrar do conceito e fórmulas”.</p>
--

- Analisando os resultados obtidos com relação as questões sobre conhecimentos em Geometria

Ao analisar as questões de 1 a 3 podemos observar que a grande maioria dos alunos tem uma noção de Geometria, mais isso não quer dizer que essa noção de Geometria necessariamente vem somente das aulas de Matemática, mas também de conhecimentos do dia a dia, pois o conhecimento geométrico se dá também de forma empírica.

Esse conhecimento que se dá de forma empírica da Geometria é importante e deve ser valorizado, entretanto ele não é sistematizado, e isso traz na hora de resolver questões sistematizadas um entrave para o aluno como se pode observar nas resoluções das questões.

Os alunos conhecem palavras, conceitos e formas geométricas, não garante que eles tenham conhecimento geométrico bem definidos e estejam preparados para lidar com os desafios que eles venham a enfrentar em seu caminhar acadêmico. É preciso desenvolver esses conhecimentos adquiridos de forma empírica, afim de preparar os alunos da melhor forma possível.

Vamos analisar agora as questões de 4 a 11. Abaixo temos o gráfico que apresenta os resultados de acertos geral, acertos dos alunos da escola pública e acertos dos alunos da escola privada.

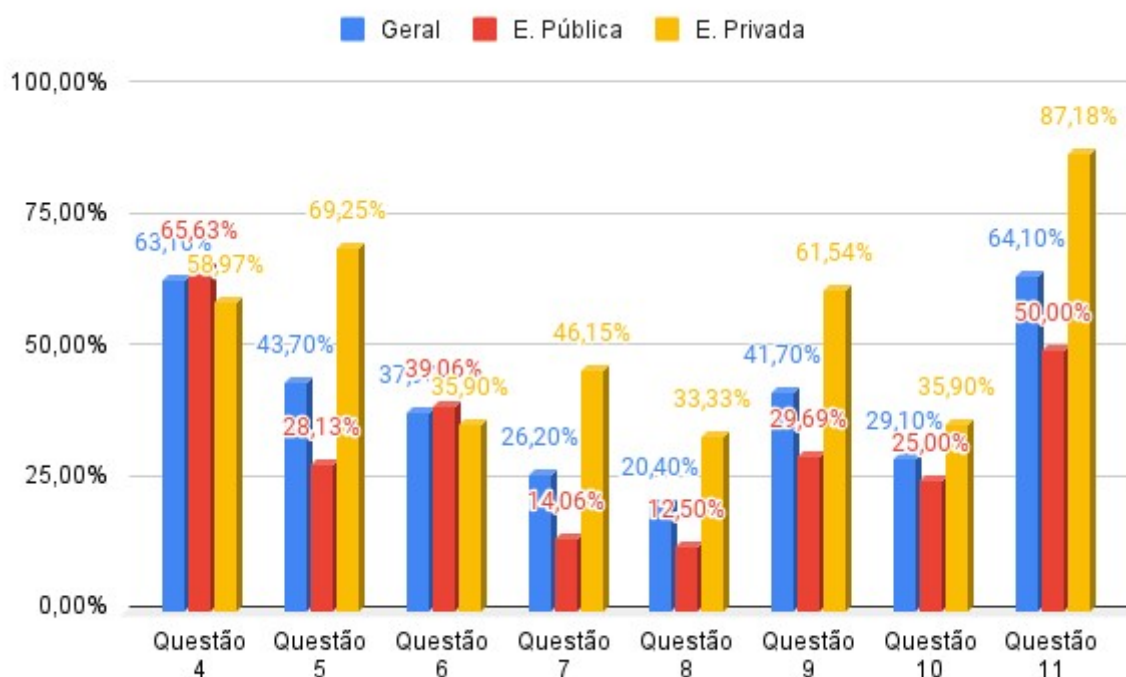


Figura 3.26: Acertos por rede de ensino

Ao analisar o resultado dos acertos gerais podemos observar que em apenas 2 das 8 questões, ou seja, em 25% das questões, o número de acertos dos alunos em geral foi maior que 50%, o que é muito baixo. Outro fator é que, nessas duas questões, os conhecimentos necessários fazem parte da Geometria Plana.

Das questões que não atingiram os 50% de acertos, a que chegou mais próximo (questão 5 com 43,7% de acertos) também é uma questão de Geometria Plana, já as que tiveram o menor percentual de acertos, questão 10 com 29,1%, questão 7 com 26,2% e questão 8 com 20,4%, são de Geometria Espacial. Outro fato importante é que das três questões apontadas como as que mais geraram dificuldade para os alunos, duas (as questões 10 e 8) são de Geometria espacial, e a outra (questão 9), tem conteúdo da Geometria Plana e Espacial.

Tudo isso corrobora para acreditarmos que os alunos sentem mais dificuldade na parte da Geometria Espacial. Assim isso mostra que nessa 1ª parte da pesquisa os alunos

apresentaram menos dificuldade na parte de Geometria Plana.

Quando fazemos uma análise entre o número de acertos da escola pública e privada ilustrado na Figura 3.26, temos que em apenas duas questões o acerto da escola pública foi igual ou maior que 50%, já os acertos dos alunos da escola privada em 4 questões foram maiores que 50%, e a questão que teve o menor percentual de acerto na escola pública foi 12,5% (na questão 8) e o da escola privada foi 33,33% também na questão 8. Analisando friamente os resultados podemos notar que os alunos da escola privada tiveram um melhor aproveitamento que os da escola pública.

Segundo uma matéria publicada pelo jornal Folha de São Paulo feito com os dados do ENEM 2017, Matemática é a disciplina onde a diferença entre o desempenho entre as redes privada e pública fica mais evidente. A média das escolas privadas é mais de 90 pontos acima das redes públicas. Saldaña (2018).

Ao comparar os resultados dos acertos por turma ilustrado na Figura 3.27 percebe-se que o segundo ano teve um desempenho melhor do que o primeiro e terceiro ano, pois em 4 das 7 questões o segundo ano teve a maior pontuação de acertos e em apenas uma das questões teve a menor das três pontuações.

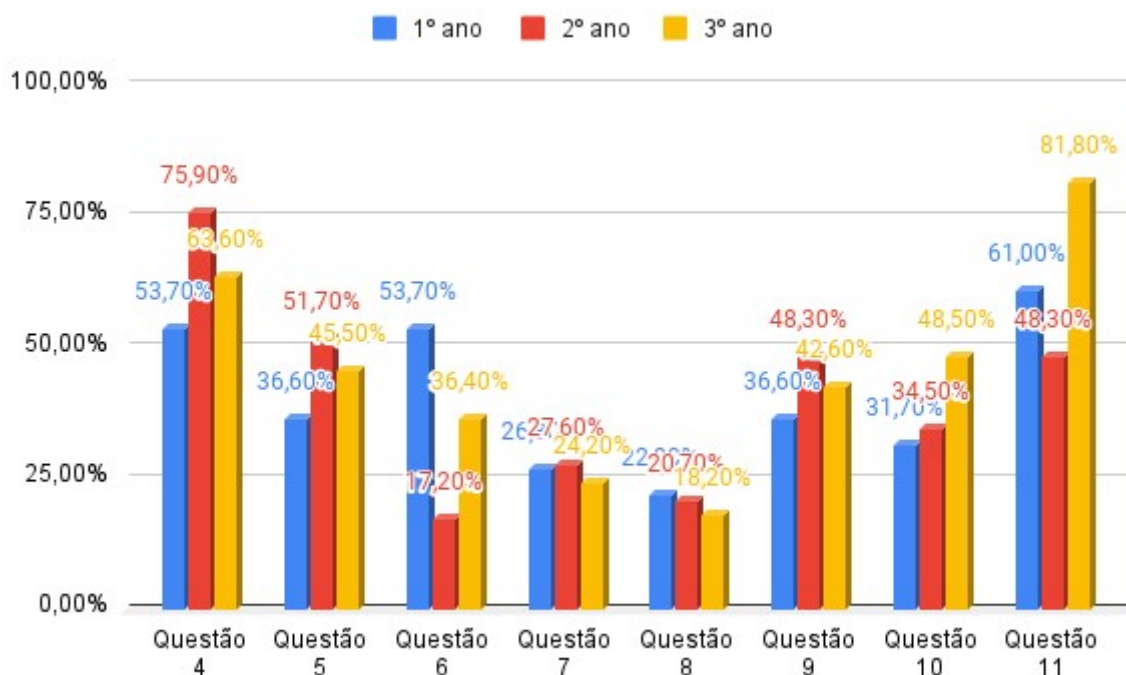


Figura 3.27: Análise do resultados obtidos por turma

O esperado era que a turma do terceiro ano tivesse um melhor desempenho por ser o último ano do ensino básico e teoricamente terem já visto mais conteúdo de Geometria e estarem preparados para o ingresso no ensino superior.

Nas questões 12 e 13 os alunos são levados a expor em quais questões sentem mais dificuldades, explicar o porquê dessas dificuldades e também informar quais os principais

obstáculos enfrentados por eles no estudo da Geometria.

Ao analisar as justificativas com relação às dificuldades em resolver as questões observamos que a principal dificuldade dos alunos se dá pela deficiência na interpretação das mesmas, em não se entender o que se pede em cada questão. Outro fato que podemos levar em conta é a falta de conhecimentos geométricos, quer seja por não terem aprendido em anos anteriores, mesmo que já tenham visto, ou por não terem contato com esses conhecimentos.

Isso fica explícito na questão 13, quando perguntados sobre as principais dificuldades que eles têm encontrado ao estudar a Geometria, a maioria dos alunos, coloca como principais fatores a falta de subsídios necessários para o entendimento dos assuntos estudados na Geometria, aliado a isso temos ainda a dificuldade em entender os conceitos geométricos bem como a uma certa resistência a disciplina de Matemática.

3.2 Segunda Etapa da Pesquisa

Como já foi dito antes essa pesquisa foi dividida em duas etapas, com a finalidade de não ficar cansativa.

Nessa segunda etapa, contamos com a participação de 83 alunos. Vale ressaltar que o questionário foi realizado de forma anônima.

Como pode se observar houve uma diminuição no número de participantes, essa diminuição se deu entre os alunos da rede pública estadual, devido a paralisação das aulas.

Enquanto os alunos da rede privada continuaram com as aulas remotas os alunos da rede pública ficaram sem qualquer tipo de aula.

Assim tivemos 44 alunos da rede pública e 39 da rede privada.

- Identificação

1) Idade:

A idade dos alunos que participaram da pesquisa nessa etapa varia de 15 a 25 anos, como mostrado abaixo:

15 anos – 8

16 anos – 19

17 anos – 41

18 anos – 10

19 anos – 1

20 anos – 1

21 anos – 1

22 anos – 1

25 anos – 1

Abaixo na Figura 3.28 temos o percentual de cada uma das idades dos alunos participantes.

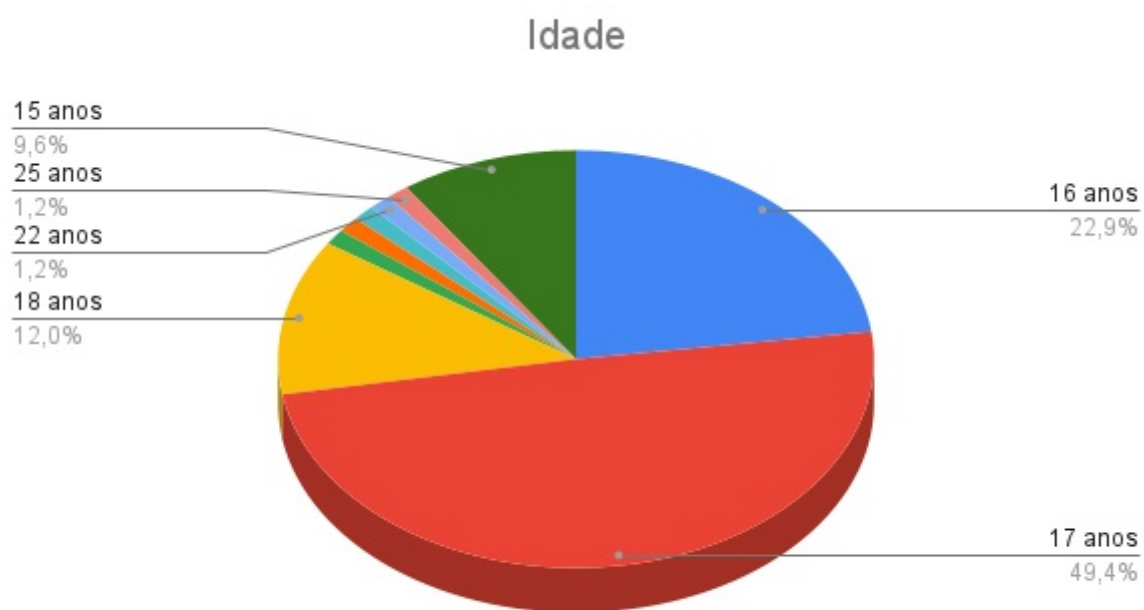


Figura 3.28: Idade

Como podemos perceber mais de 80% estão na faixa etária de 15 a 17 anos.

2) Gênero Biológico:

Nessa etapa da pesquisa, a maior parte dos alunos que responderam são do sexo feminino na Figura 3.29 temos a representação percentual desse resultado.

Gênero Biológico

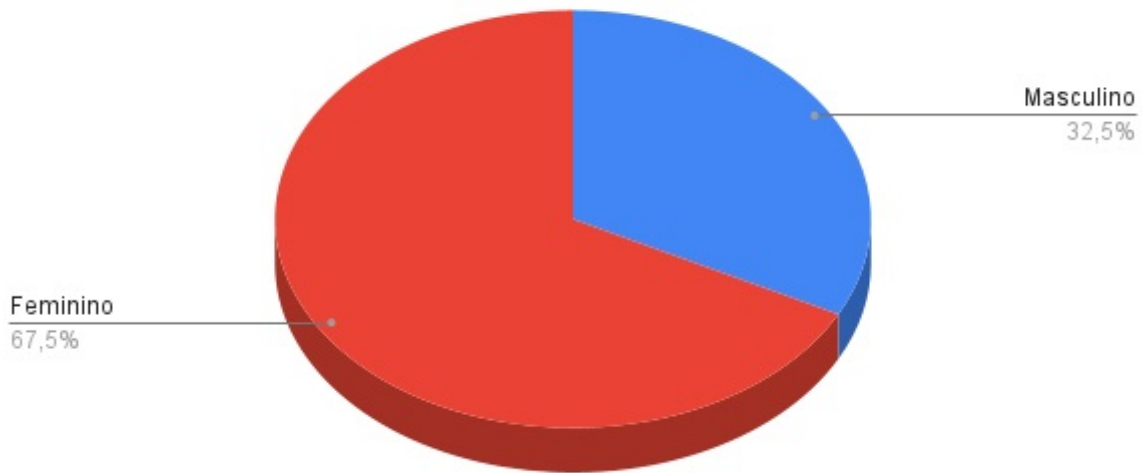


Figura 3.29: Gênero Biológico dos participantes

3) Ano do Ensino Médio que está cursando:

Obtivemos uma participação maior dos alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio, como podemos notar na Figura 3.30.

Ano do Ensino Médio que estão cursando

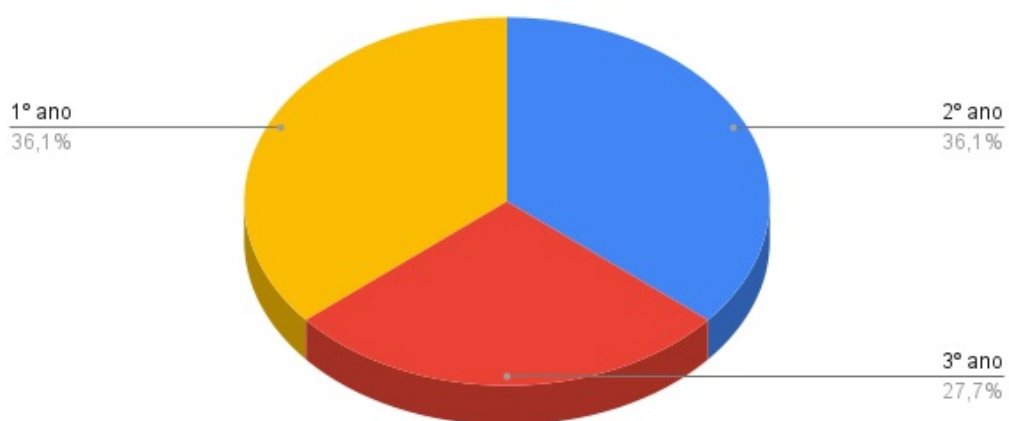


Figura 3.30: Ano do Ensino Médio que está cursando

4) Você estuda em uma escola:

Como já dizemos anteriormente nessa segunda etapa o número de alunos participantes foi menor.

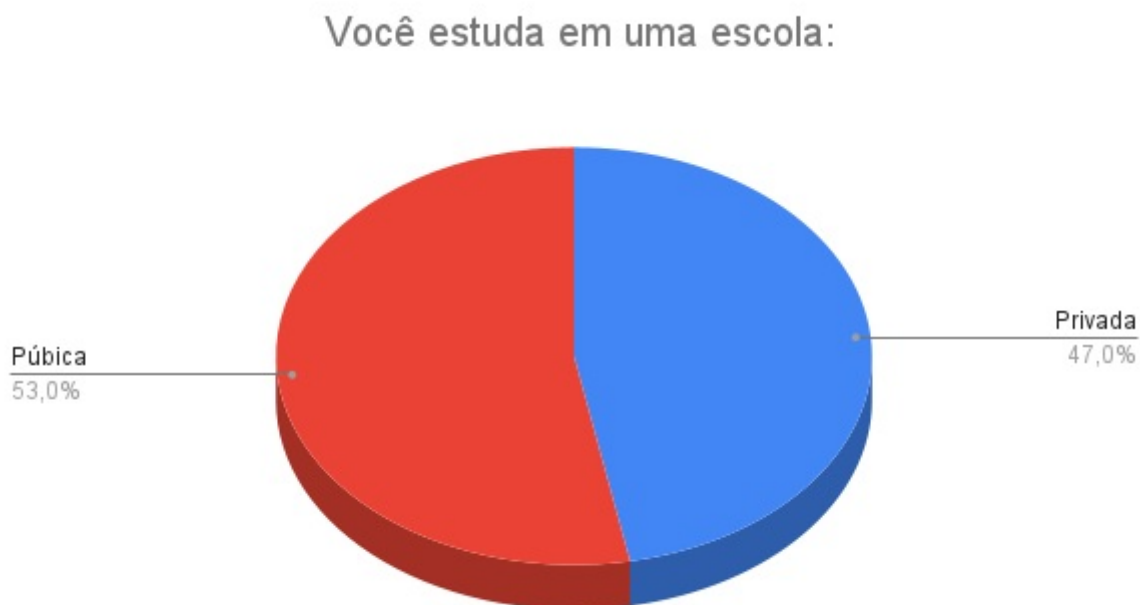


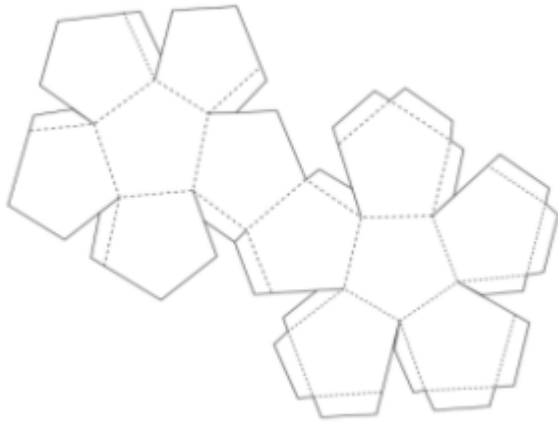
Figura 3.31: Classificação da Escola

Conforme a Figura 3.31, temos uma participação de 47% de alunos de escola privada e 53% de escola Pública.

- Conhecimentos em Geometria

Como na 1^a etapa a parte central dessa pesquisa são as questões em que o aluno é desafiado a responder perguntas que envolvam conhecimentos da geometria que tenham adquirido durante o ensino básico (fundamental e médio). Assim iremos analisar as respostas obtidas em cada questão.

Questão 1. (CONTEMAX - 2019) *A qual poliedro regular corresponde a seguinte planificação?*



- a) *Icosaedro*
- b) *Dodecaedro*
- c) *Tetraedro*
- d) *Octaedro*
- e) *Hexaedro*

O aluno aqui precisaria identificar qual poliedro está representado pela planificação acima, ou seja um conhecimento da Geometria Espacial, como podemos perceber na Figura 3.32, 45,8% responderam de maneira correta a questão ao escolher a alternativa (b), 54,2% responderam de maneira, sendo que, 25,3% escolheram a alternativa (e), 12,0% escolheram a alternativa (d) e 8,4% escolheram a alternativa (a) e (c) respectivamente.

Questão 1 – Etapa 2

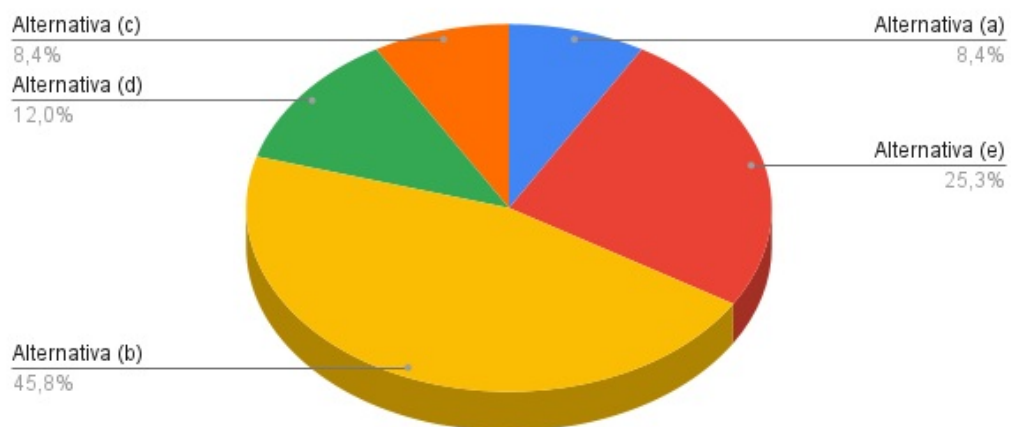


Figura 3.32: Questão 1 –Etapa 2; Resultado geral

Questão 2. (Quadrix - 2020) Um depósito de materiais de construção civil utiliza um caminhão basculante para transportar material de construção para a obra. A carroceria desse caminhão tem 2,20 m de largura, 3,20 m de comprimento e 0,70 m de altura. Com base nessa situação hipotética, julgue o item. Ripas de madeira de 5 m podem ser transportadas inteiramente dentro da carroceria do caminhão.

() Certo

() Errado

Nesta questão 55,4% afirmaram de maneira correta que está errada a afirmação que ripas de madeira de 5 m podem ser transportadas inteiramente dentro da carroceria do caminhão, enquanto 44,6% responderam de maneira errada. Basta ver as dimensões do caminhão, tanto a largura quanto o comprimento são menores que as ripas a serem transportadas, outra possibilidade seria colocar as ripas em diagonal, para isso, bastaria aplicar o Teorema de Pitágoras, sendo a largura e o comprimento do caminhão os catetos.

Na Figura 3.33 podemos ver esses resultados com mais detalhes.

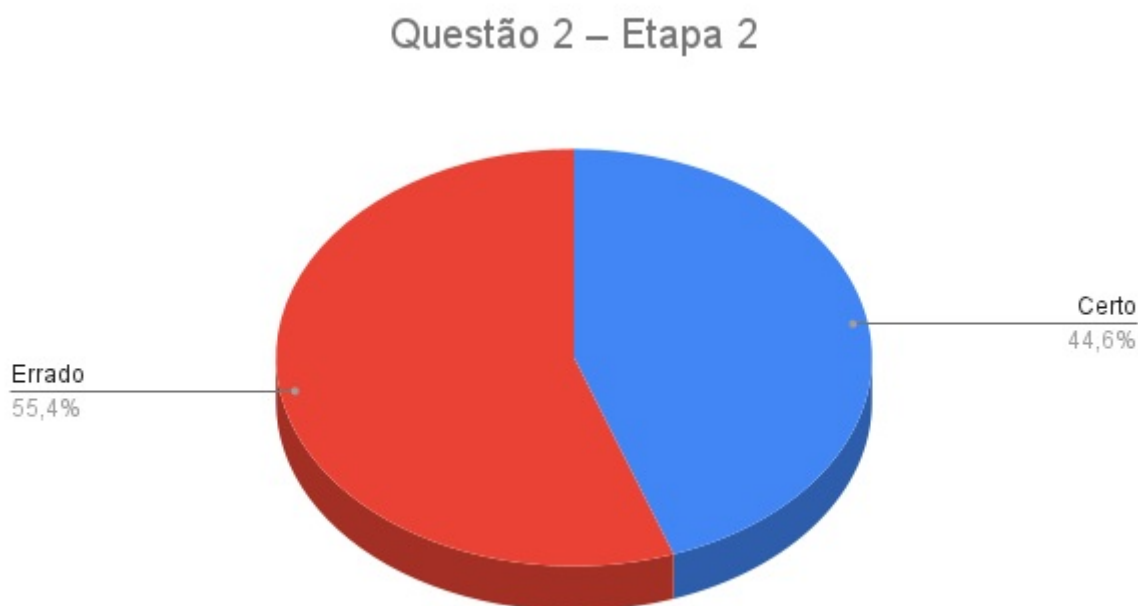
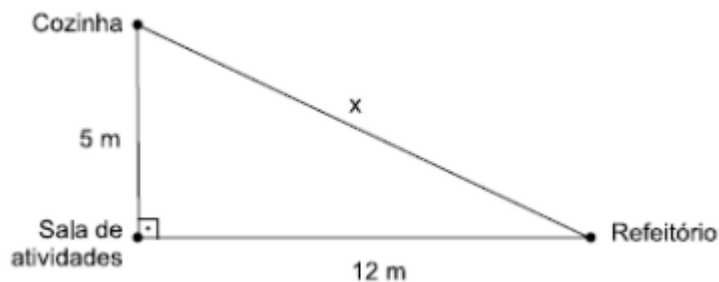


Figura 3.33: Questão 2 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 3. (VUNESP - 2020) O centro comunitário onde Ana é voluntária está em reformas e a passagem direta da cozinha para o refeitório foi interditada. Assim, para servir no refeitório as refeições feitas na cozinha, ela deverá passar pela sala de atividades. Dessa maneira, o trajeto ficará maior em



- a) 1 m.
- b) 2 m.
- c) 3 m.
- d) 4 m.
- e) 5 m.

Temos aqui uma questão de Geometria Plana, onde deve-se aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar a distância da cozinha ao refeitório e comparar com a distância que deverá ser percorrida. Nesta questão apenas 28,9% dos alunos marcaram a alternativa correta letra d, já 71,1% marcaram uma das alternativas erradas, sendo, 27,7% a alternativa c, 26,5% a alternativa e, 9,6% a alternativa b e 7,2% a alternativa a como podemos ver na Figura 3.34.

Questão 3 – Etapa 2

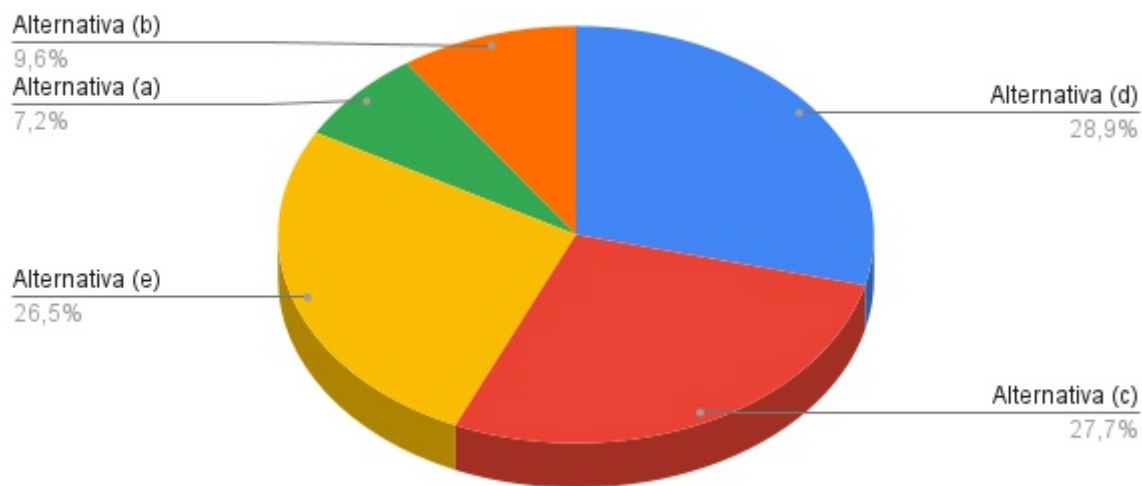


Figura 3.34: Questão 3 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 4. (VUNESP - 2020) Um guarda noturno faz a ronda num quarteirão em formato de um paralelogramo com 115 metros no lado menor e 215 metros no lado maior, conforme a figura. Todas as noites, ele percorre 4 vezes o perímetro completo desse quarteirão. Ele percorre a cada noite, nessa ronda, um total de



- a) 330 m.
- b) 660 m.
- c) 1320 m.
- d) 1980 m.
- e) 2640 m.

Nesta questão era necessário ter a noção de perímetro, bem como que no paralelogramo os lados paralelos são congruentes, além disso era necessário estar atento a questão pois não bastava achar o perímetro dessa figura, teria que multiplicar esse perímetro por 4. Imaginamos que por falta de atenção como podemos observar na Figura 3.35, 30,1% dos alunos marcaram a alternativa b, que traz de fato o perímetro desse paralelogramo, mas não o percurso total percorrido, apenas 28,9% marcaram a alternativa correta letra (e), 22,9% marcaram a alternativa (b), 9,6% marcaram a alternativa (d) e 8,4% marcaram a alternativa (a).



Figura 3.35: Questão 4 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 5. (ADM&TEC - 2019) *Leia as afirmativas a seguir:*

I. Um quadrado com aresta igual a 14m terá uma área igual a 196m².

II. Um quadrado com aresta igual a 18 cm terá um perímetro igual a 72 cm.

Marque a alternativa CORRETA:

- a) As duas afirmativas são verdadeiras.*
- b) A afirmativa I é verdadeira, e a II é falsa.*
- c) A afirmativa II é verdadeira, e a I é falsa.*
- d) As duas afirmativas são falsas.*

Aqui se faz necessário o aluno compreender como calcular a área e o perímetro de uma figura geométrica.

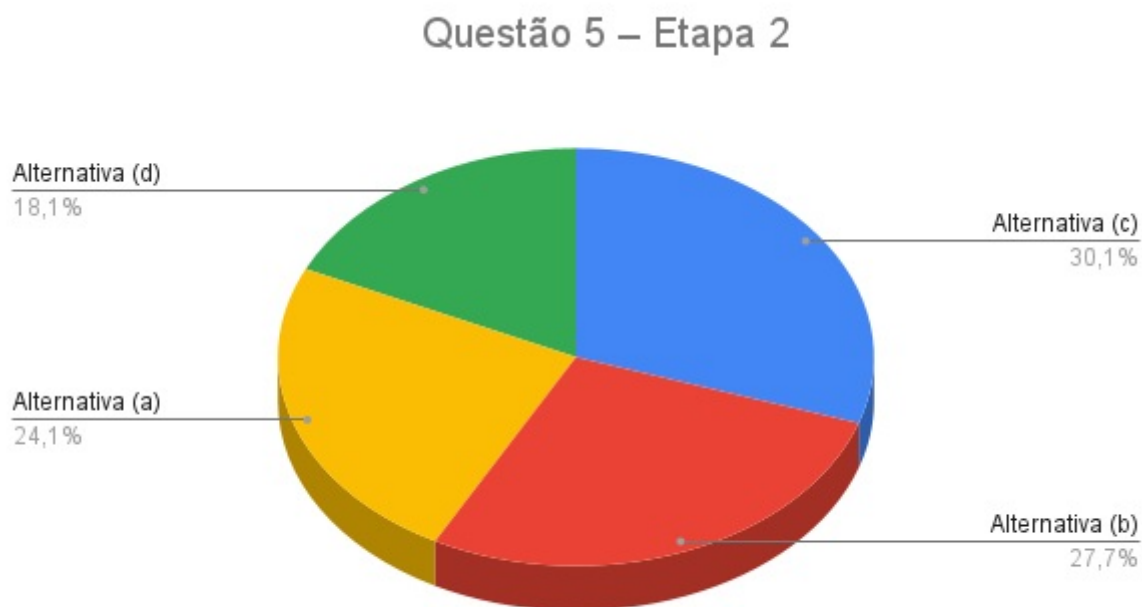
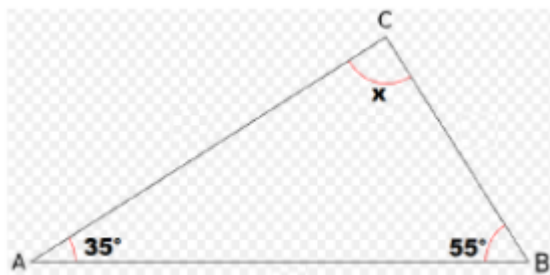


Figura 3.36: Questão 5 – Etapa 2; Resultado geral

Como podemos notar na Figura 3.36 apenas 24,1% responderam de forma correta a alternativa (a), 75,9% responderam de forma incorreta, sendo que 30,1% responderam a alternativa (c), 27,7% responderam a alternativa (b) e 18,1% responderam a alternativa (d).

Questão 6. 6° (GUALIMP - 2019) Assinale a alternativa que substitua corretamente o valor de x na figura a seguir:



- a) 90°
- b) 85°
- c) 95°
- d) 100°

Para responder esta questão de maneira correta é preciso que o aluno compreenda que a soma dos ângulos internos de um triângulo deve ser 180° , com isso 53% dos alunos responderam a alternativa (a) de forma correta, enquanto 47% responderam de maneira incorreta, sendo que 25,3% responderam a alternativa (b), 18,1% responderam a alternativa (c) e 3,6% responderam a alternativa (d) como pode ser visto na Figura 3.37

Questão 6 – Etapa 2

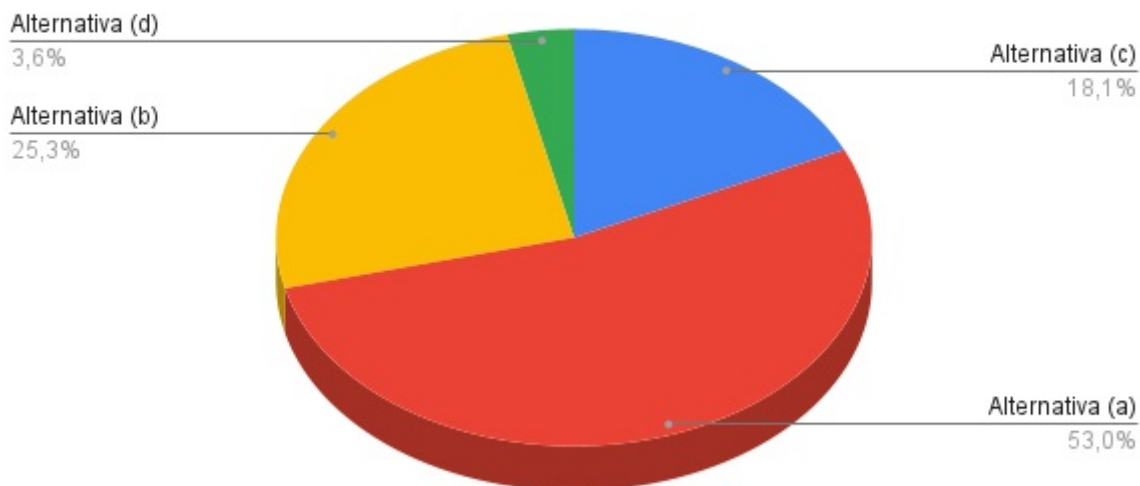


Figura 3.37: Questão 6 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 7. (Planejar -2016) Uma empresa procura um terreno em uma cidade para montar um negócio e precisa de um terreno com aproximadamente $100m^2$. Qual dos terrenos abaixo seria o mais apropriado para a empresa se instalar?

- a) 5m de largura X 8m de profundidade.
- b) 9m de largura X 11m de profundidade.
- c) 8m de largura X 10m de profundidade.
- d) 9m de largura X 15m de profundidade.
- e) 7m de largura X 10m de profundidade.

Aqui se faz necessário o aluno compreender o conceito de área de uma figura retangular, quase que a metade dos alunos acertaram a alternativa correta (b), já entre as alternativas incorretas a que foi mais escolhida foi a alternativa (d), seguida respectivamente pelas alternativas (c), (a) e (e), como podemos observar na Figura 3.38.

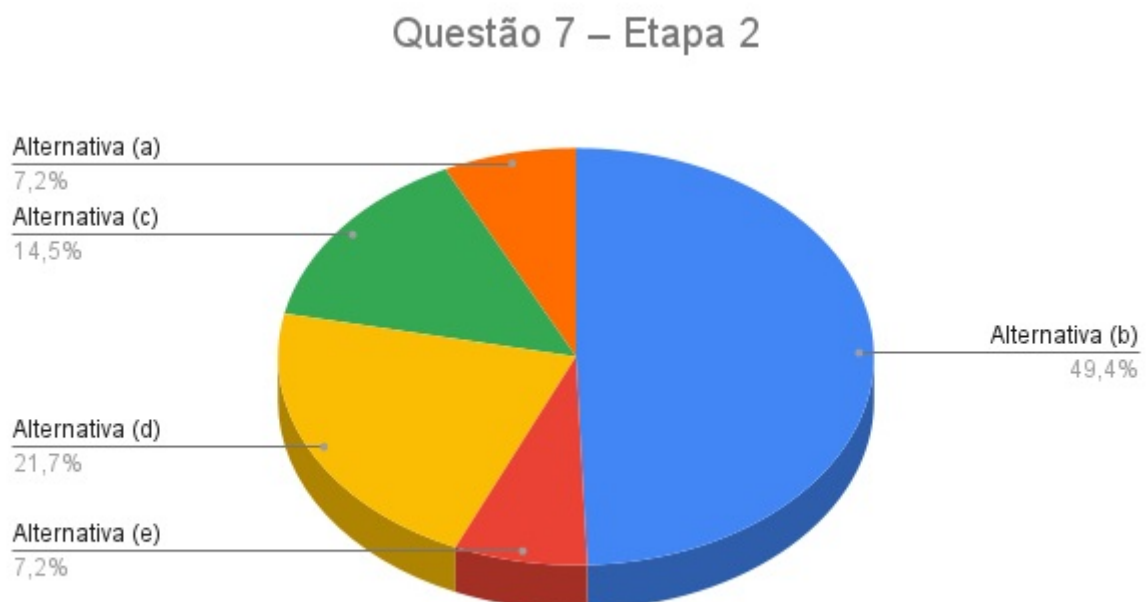


Figura 3.38: Questão 7 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 8. (EXATUS-PR - 2015) Belarmino cercou um terreno em formato retangular com comprimento de 80 m e largura de 26 m. A quantidade de arame utilizada por Belarmino para cercar esse terreno é igual a:

- a) 212 m.
- b) 196 m.
- c) 320 m.
- d) 180 m.

Mais uma questão de Geometria Plana em que o aluno deve ter o conhecimento sobre como calcular o perímetro de uma figura geométrica.

Questão 8 – Etapa 2

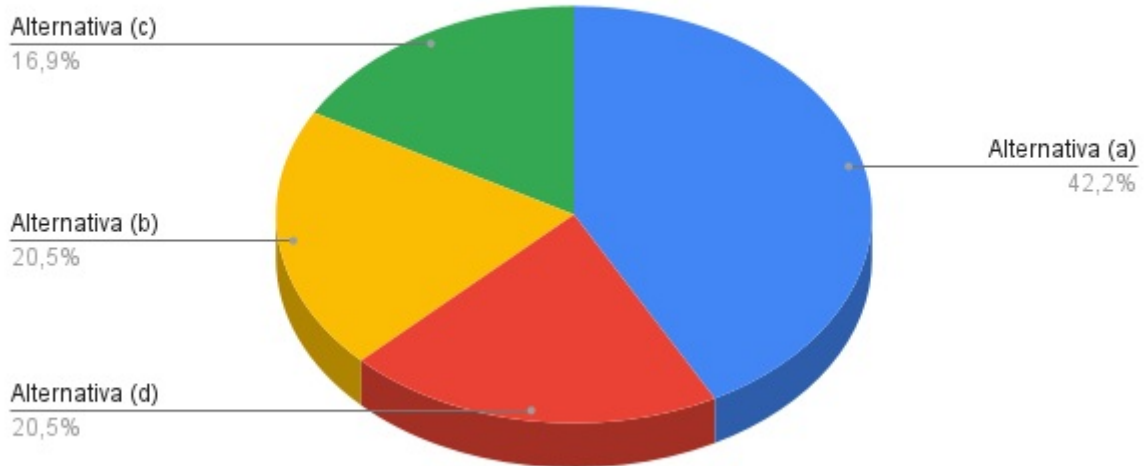
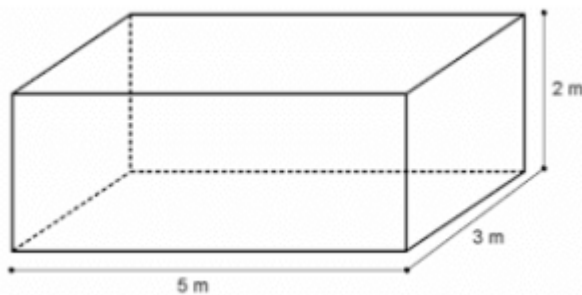


Figura 3.39: Questão 8 – Etapa 2; Resultado geral

Como mostrado na Figura 3.39, 42,2% acertaram ao marcar a alternativa (a), já 57,8% erraram, sendo que 20,5% marcaram a alternativa (b) e (d), respectivamente e 16,9% marcaram a alternativa (c).

Questão 9. (IADES - 2015) A imagem abaixo representa o projeto de um reservatório para coleta de óleo após a troca, a ser construído em um posto. Considerando as medidas apresentadas, o volume do reservatório, em m^3 , será igual a



- a) 30.
- b) 20.
- c) 15.

d) 12.

e) 10.

Temos aqui uma questão de Geometria espacial, onde é necessário calcular o volume de um paralelepípedo, nesta questão 50,6% dos alunos acertaram a questão ao marcar de forma correta a alternativa (a), porém 49,4% erraram, sendo que 16,9% optaram pela alternativa (e), 14,5% optaram pela alternativa (b) e 9,6% optaram pela alternativa (d). Todos esses dados são vistos na Figura 3.40



Figura 3.40: Questão 9 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 10. (Vassouras RJ – IBFC). Um poliedro convexo tem 9 faces e 16 arestas. Desse modo, o total de vértices desse poliedro é:

a) 12

b) 9

c) 15

d) 11

e) 10

Assim como na primeira etapa temos uma questão onde se faz necessário que o aluno tenha conhecimento do assunto poliedros da Geometria Espacial que geralmente é dada no 2º ano do ensino médio, entretanto mesmo no Ensino Fundamental os alunos veem

e deveriam ter uma noção de sólidos geométricos o que possibilitaria a responderem essa questão.

Questão 10 – Etapa 2

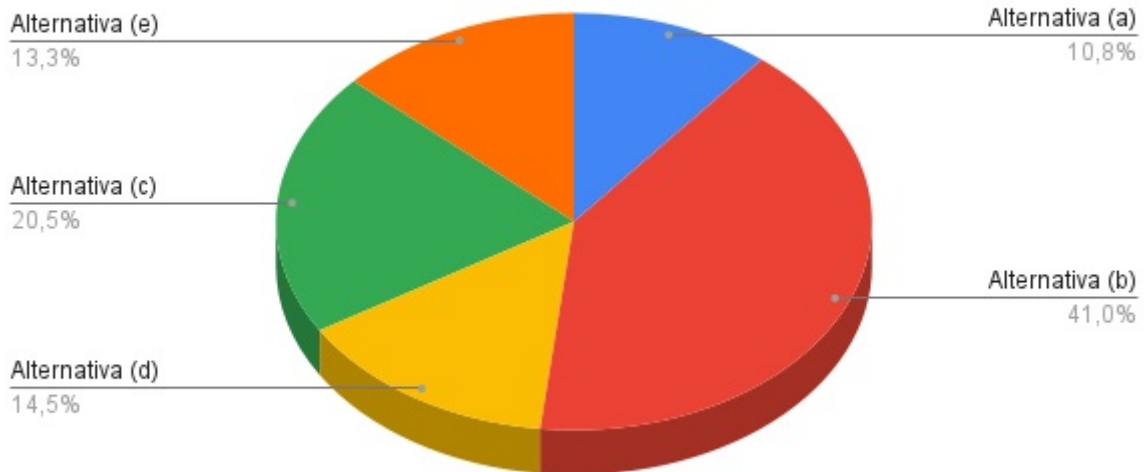
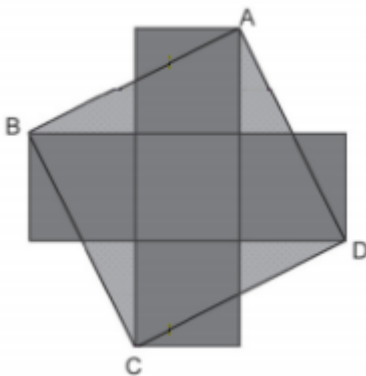


Figura 3.41: Questão 10 – Etapa 2; Resultado geral

Podemos notar a partir da Figura 3.41 que 41% dos alunos marcaram de forma correta a alternativa (b), 59% marcaram de forma incorreta, sendo que, 20,5% marcaram (a) alternativa (c), 14,5% marcaram a alternativa (d), 13,3% marcaram a alternativa e (e) 10,8% marcaram a alternativa (a).

Questão 11. *A figura que segue é formada por 5 quadrados congruentes, cuja medida do lado é L , e um quadrado $ABCD$ com vértices em um único vértice de quatro dos cinco quadrados. A área do quadrado $ABCD$ é equivalente à área de um retângulo de lados*



a) $2L$ e $3L$.

- b) 3L e 1L.
- c) 3L e 3L.
- d) 4L e 1L.
- e) 5L e 1L.

Nessa questão temos conceitos de áreas de figuras planas, bem como a aplicação do Teorema de Pitágoras. Acertaram a alternativa correta 20,5% dos alunos ao marcarem a alternativa (e), erraram 79,5%, sendo que 33,7% marcaram a alternativa (c), 20,5% marcaram a alternativa (b), 15,7% marcaram a alternativa (d) e 9,6% marcaram a alternativa (a) como podemos ver no gráfico abaixo.



Figura 3.42: Questão 11 – Etapa 2; Resultado geral

Questão 12. *Qual ou quais questões que você não soube ou teve mais dificuldades? Por quê?*

Dos 83 alunos que participaram dessa 2ª etapa da pesquisa apenas 68 responderam essa questão, sendo que todas as questões foram citadas pelo menos uma vez, abaixo podemos observar o percentual de citação de cada questão ilustrados na Figura 3.43.

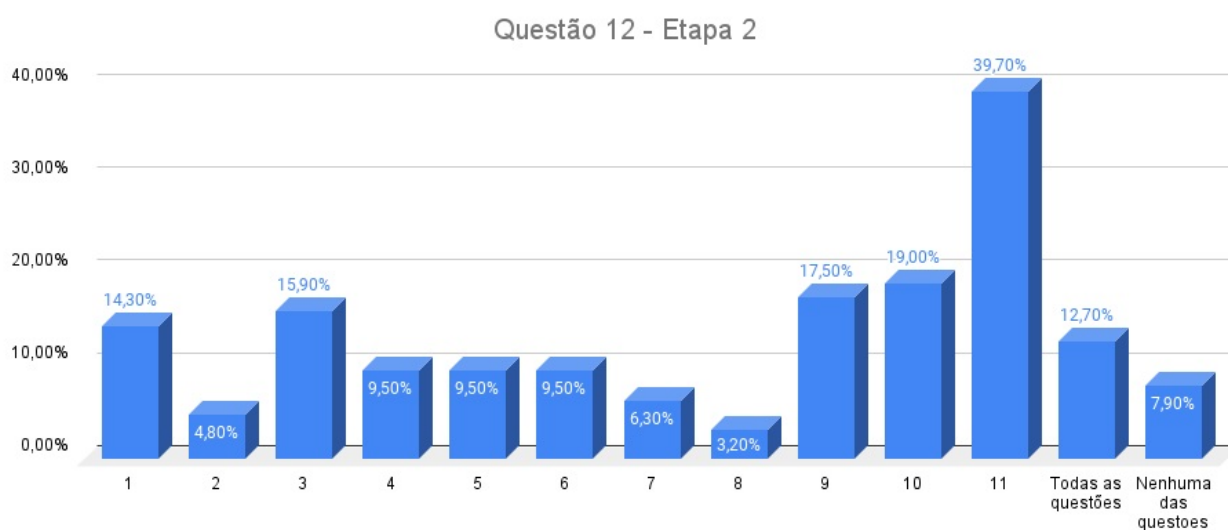


Figura 3.43: Questão 12 – Etapa 2; Qual ou quais questões que você não soube ou teve mais dificuldades?

Ainda tivemos 12,7% dos alunos que disseram ter tido dificuldade em todas as questões e 7,9% que não tiveram dificuldade em nenhuma das questões.

Dentre as principais justificativas temos as seguintes:

- Como na primeira parte da pesquisa, a principal dificuldade encontrada se dá pela dificuldade em interpretar as questões, os alunos disseram que tiveram muitas dificuldades em entender o que fazer, que conceito usar e como proceder para resolver as questões. Infelizmente a falta de interpretação dos alunos se dá não somente com relação a questões de matemática, mas em várias áreas do conhecimento.
- Outra dificuldade apontada pelos alunos, é não lembrar dos conteúdos de Geometria já vistos em anos anteriores, há ainda alguns que disseram que nunca tinham visto aquele assunto.
- Alguns ainda apontaram que tiveram dificuldade por conta desse ano atípico, por conta da pandemia, lembrando que quando essa pesquisa foi realizada já estávamos no meio da pandemia, causada pelo covid -19.

Na Tabela 3.3, temos algumas dessas justificativas:

Tabela 3.3: Algumas justificativas dadas para a Questão 12

“1, 9 e 11 São as que tive dificuldade por conta dos cálculos”.

“Tenho dificuldades em entender a matemática mesmo que eu estude”.

“Muito difícil de interpretar”.

“A maioria, porque esse ano foi horrível para aprender, e todos os outros também, porque eu não sei matemática”.

“Tenho um pouco de dificuldade para resolver”.

“Não sou a melhor aluna em geometria”.

“Por não lembrar como faz a conta”.

“A questão 10 e 11, porque não me lembro de ter estudado”.

“Questões 11,8 e 7, não sei calcular o que a questão pede”.

“As questões sobre volume”.

“11, 09, por não saber muitos sobre as figuras geométricas”.

“10 e 11 porque exigem muita interpretação”.

“Todas, porque esse ano está muito complicado de entender o assunto”.

“Todas, não estou estudando”.

Questão 13. *Quais as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?*

63 dos 83 alunos que participaram dessa segunda parte da pesquisa responderam essa questão. As principais dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudarem a Geometria foram as mesmas da 1^a etapa, são elas:

- Falta de Pré-requisito dos anos anteriores;
- Entender os conceitos da Geometria;
- Falta de empatia pela Matemática e conseqüentemente a Geometria;
- Alguns alegaram que “nunca” estudaram Geometria;
- Já alguns disseram que não têm dificuldades em Geometria.

Nas Tabela 3.4 e Tabela 3.5 temos as principais dificuldades dos alunos ao estudar a Geometria.

Tabela 3.4: Quais as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?- Parte 1

<p>“As fórmulas”.</p> <p>“Os valores para descobri identifica os lados sabe os valores”.</p> <p>“Compreender a pergunta e os cálculos”.</p> <p>“Interpretar as questões e colocar em prática as fórmulas”.</p> <p>“Na hora dos cálculos, medidas e distâncias”.</p> <p>“Geometria é difícil demais”.</p> <p>“Para fazer uma conta certa, para ter uma resposta certa é muito complicado, existe muitas escolas ainda que não ensina os alunos tão bem”.</p> <p>“Algumas partes em identificação de aresta, face e outros”.</p> <p>“Estudei poucas vezes a matéria de geometria, então tive muita dificuldade”.</p> <p>“Assuntos que envolvem arestas, e alguns nomes dos polígonos”.</p> <p>“Figuras geométricas, esqueci algumas, poucas, fórmulas”.</p> <p>“Eu tenho muita dificuldade em encontrar o valor dos números e não sei calcular as questões pois desde de quando eu estudava no 5^o ano eu comecei a ter muita dificuldade em matemática e até hoje tenho dificuldade nessa área dos meus estudos”.</p> <p>“Calcular vértice, volume”.</p> <p>“As fórmulas e interpretação da questão”.</p> <p>“Identificar as figuras geométricas, esqueci algumas fórmulas”.</p> <p>“Os nomes das figuras, são vários e me perco neles”.</p> <p>“Quantidade de informações”.</p> <p>“Questões que envolvam ângulos”.</p> <p>“Eu as vezes não consigo compreender as perguntas ou contas”.</p>
--

Tabela 3.5: Quais as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?- Parte 2

<p>“Tudo, principalmente agora no EAD. Sei nada”.</p> <p>“Imaginar as figuras a partir das informações dadas, para se ter uma melhor percepção da questão”.</p> <p>“A pandemia”.</p> <p>“As vezes memorizar os nomes das figuras”.</p> <p>“Os cálculos”.</p> <p>“Ter dificuldade de interpretar questões e decorar regrinhas na hora do cálculo”.</p> <p>“Eu não sei muito geometria, afinal nunca estudei tanto sobre isso nas séries passadas, eu soube o básico”.</p>
--

- Analisando os resultados obtidos das questões de 1 a 11

Para uma melhor análise das questões sobre conhecimentos geométricos vamos observar a Figura 3.44 que traz o percentual de acerto de cada uma dessas 11 questões.

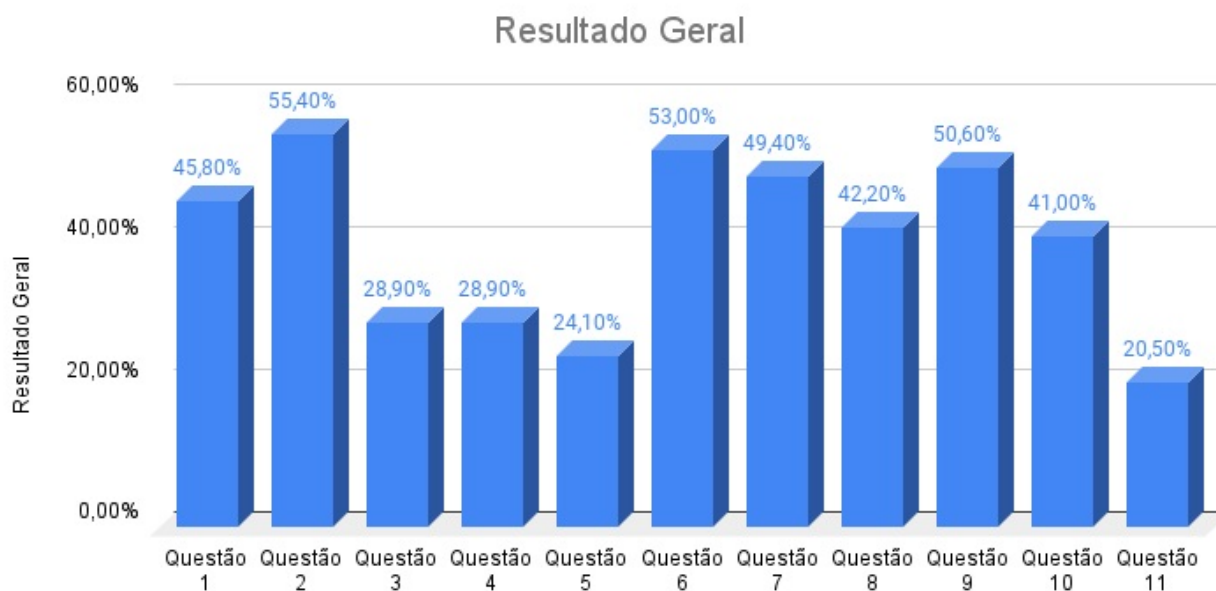


Figura 3.44: Acertos por questão

Ao analisar o percentual de acerto das questões, podemos observar que em apenas 3 das 11 questões, o que representa aproximadamente 27,3% das questões, o número de acertos foi maior que 50%, que foram as questões 2, 6 e 9, conforme apresentado no gráfico acima. As questões 2 e 6 envolvem conceitos da Geometria Plana e a questão 9 envolve conceitos da Geometria Espacial.

Já em relação às questões em que o número de acertos foi menor que 50%, as que tiveram um maior número de acertos foram as questões 7, 1 e 8, onde as questões 7 e 8 envolvem conceitos de Geometria Plana e a questão 1 envolve conceitos de Geometria Espacial, já as que tiveram o menor percentual de acertos, foram as questões 11 e 5, sendo que as duas envolvem conceitos da Geometria Plana.

Na Figura 3.45 temos a comparação dos acertos entre as escolas da rede pública e privada e como podemos observar assim como já foi visto na 1ª etapa as escolas privadas tem um melhor rendimento.

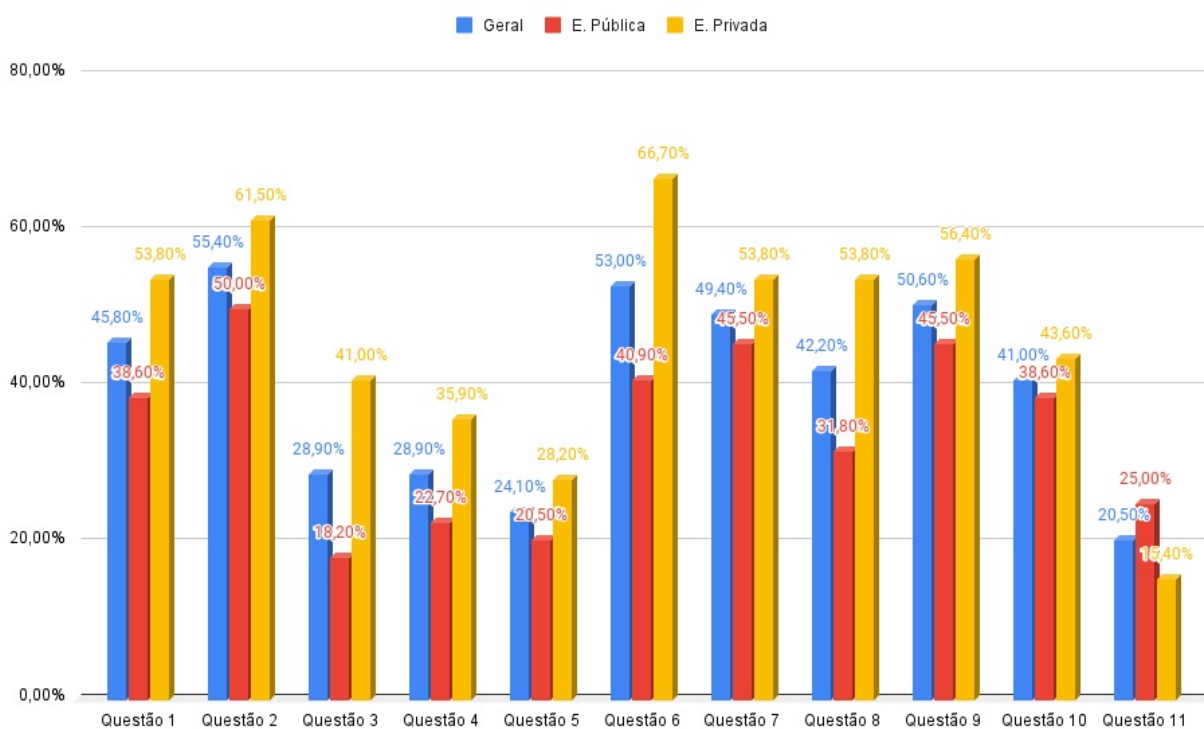


Figura 3.45: Acertos por rede de ensino

Em 6 das 11 questões os acertos da escola privada ficaram acima que 50%, já na escola pública isso só acontece uma vez. Outro aspecto é que em todas as questões com a exceção da questão 11 o número de acertos da escola privada é maior do que a escola pública.

Tudo isso só corrobora para o que já foi dito na análise dos resultados na etapa 1, que o desempenho dos alunos da escola privada é melhor do que os dos alunos da escola

pública, mostrando assim a distância na aprendizagem que infelizmente há entre as redes pública e privada.

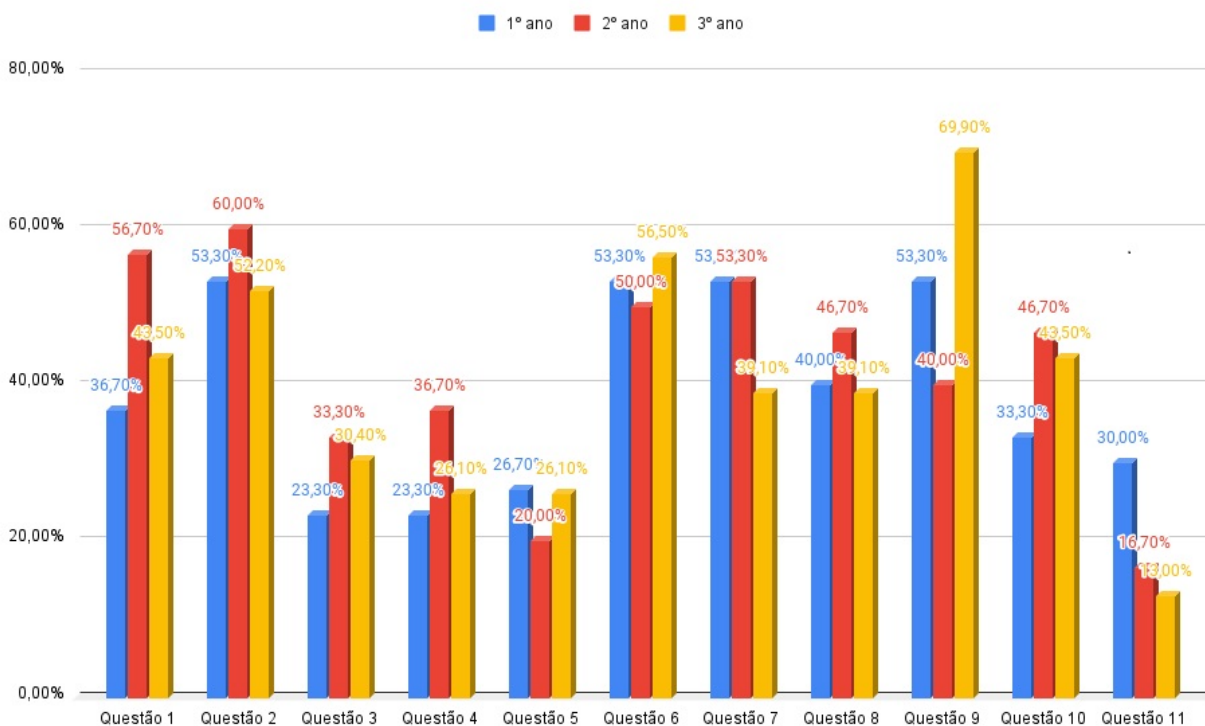


Figura 3.46: Análise dos resultados obtidos por turma

Ao comparar os resultado dos acertos por turma ilustrado na Figura 3.46 percebe-se que o segundo ano teve um desempenho melhor do que o primeiro e terceiro ano, pois em 6 das 11 questões o segundo ano teve a maior pontuação de acertos e em apenas duas teve a menor das três pontuações.

O esperado era que a turma do terceiro ano tivesse um melhor desempenho por ser o último ano do ensino básico e teoricamente terem já visto mais conteúdo de Geometria e estarem preparados para o ingresso no ensino superior.

Já nas questões 12 e 13 os alunos são levados a expor em quais questões sentem mais dificuldades, explicar o porquê dessas dificuldades e também informar quais os principais obstáculos enfrentados por eles no estudo da Geometria.

Ao analisar as justificativas com relação as dificuldades em resolver as questões observamos que a principal dificuldade dos alunos se dá pela deficiência na interpretação das mesmas, em não se entender o que está se pedindo para fazer em cada questão. Outro fato que devemos considerar é a falta de conhecimentos geométricos, quer seja por não terem aprendido em anos anteriores, mesmo que já tenham visto, ou por não terem contato com esses conhecimentos.

Isso fica explícito na questão 13, quando perguntado sobre as principais dificuldades que eles têm encontrado ao estudar a Geometria, a maioria dos alunos, coloca como

principais fatores a falta de pré-requisitos dos assuntos estudados na Geometria, aliado a isso temos ainda a dificuldade em entender os conceitos geométricos bem como a uma certa resistência a disciplina de Matemática.

Capítulo 4

Aplicação e análise de uma pesquisa sobre Geometria Plana e Espacial aplicada a professores do ensino médio

Neste capítulo iremos tratar sobre a pesquisa realizada com professores de matemática que atuam no Ensino Médio.

Pudemos observar que, seja pelo que foi visto desde de sua origem, passando pela sua construção como uma disciplina da Matemática, bem como também pelo que foi visto nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e também na Base Nacional Comum Curricular, a Geometria pode auxiliar no desenvolvimento de habilidades e competências, contribui para o desenvolvimento da cidadania e capacita as pessoas na aquisição de competências relevantes para o novo tipo de cidadão e profissional que a sociedade moderna tem solicitado. Diante dessa importância, se faz necessário investigar o que pensam, e como agem na sua prática docente os professores de Matemática no que diz respeito a Geometria. Afim de tentar entender como esse tema tem sido tratado e ministrado na etapa final da escolarização básica.

Assim o intuito final dessa pesquisa é compreender as posturas e práticas docentes de professores de Matemática que ensinam Geometria e auxiliar professores no ensino da mesma, sempre buscando o sentido para o ensino desta área da Matemática.

Essa pesquisa foi realizada de maneira remota, pela ferramenta Google Forms, onde participaram 67 professores de forma anônima.

Nas próximas seções iremos apresentar os resultados obtidos e fazer uma breve análise dos resultados obtidos, o questionário desta pesquisa se encontra no apêndice C.

4.1 Resultados obtidos

Nesta seção iremos apresentar os resultados da pesquisa realizada com os professores de Matemática que atuam no Ensino Médio.

4.1.1 Identificação

Questão 1. *Idade:*

As idades dos professores participantes variaram de 23 à 68 anos, como apresentado na Figura 4.1

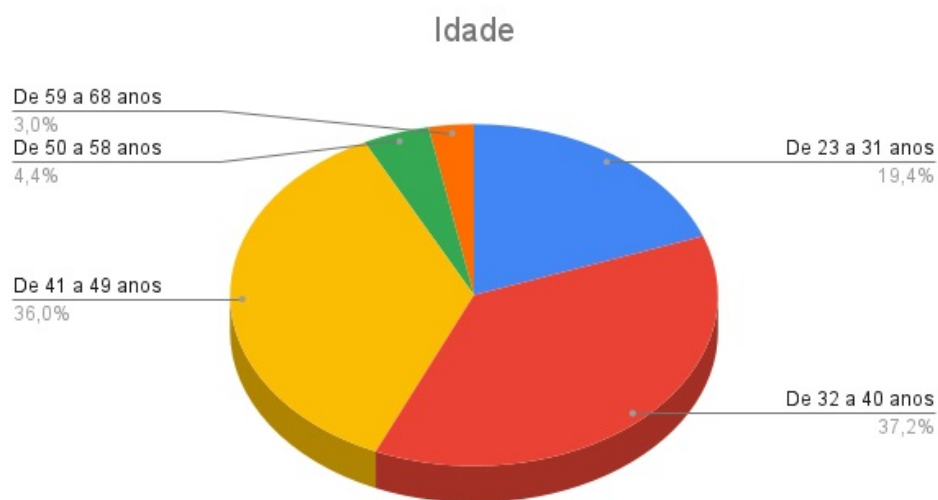


Figura 4.1: Idade

Questão 2. Gênero Biológico:

Com relação ao gênero biológico 62,7% são do sexo masculino e 37,3% são do sexo feminino como podemos ver na Figura 4.2:



Figura 4.2: Gênero Biológico

Questão 3. Qual a sua formação acadêmica?

Com relação a formação acadêmica, 9% são graduados, 17,9% são pós-graduados, 19,4% são mestrandos, 52,2% são mestres e 1,5% são doutores.

Questão 4. *Você é licenciado em Matemática?*

Todos os professores que participaram da pesquisa são licenciados na disciplina de matemática.

Questão 5. *Você leciona em uma escola:*

Nessa questão, 82,1% dos pesquisados atuam na escola da rede pública, já 7,5% atuam na escola da rede privada e 10,4% atuam tanto na escola pública quanto na privada, veja a Figura 4.3.

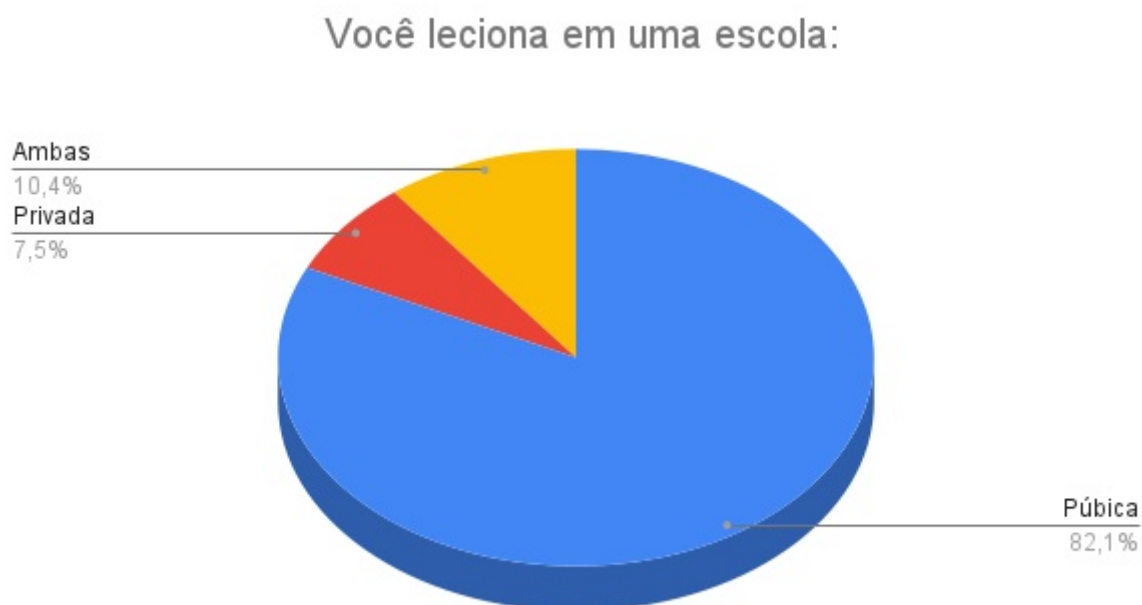


Figura 4.3: Você leciona em uma escola

Questão 6. *Há quanto tempo leciona Matemática?*

Com relação ao tempo que cada um leciona Matemática, temos que: 26,9% atuam a mais de 20 anos; 25,4% atuam entre 10 e 15 anos; 22,4% atuam entre 15 e 20 anos; 17,9% atuam a menos de 5 anos; 7,5% atuam entre 5 e 10 anos, como ilustramos na Figura 4.4.

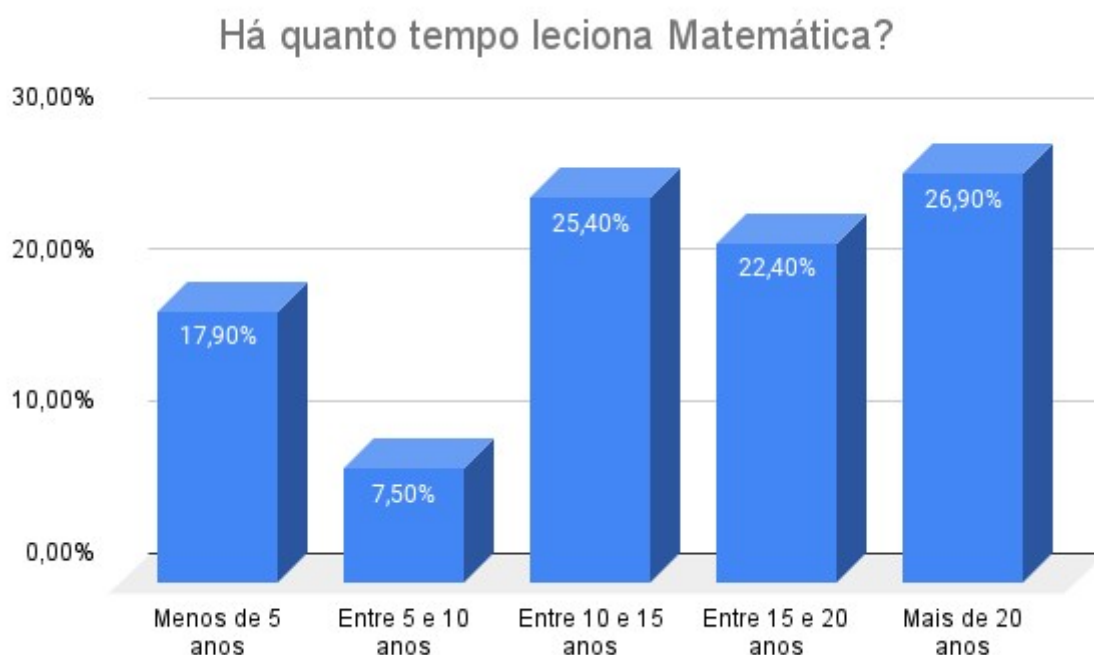


Figura 4.4: Há quanto tempo leciona Matemática

Questão 7. *Em quais anos do Ensino Médio costuma lecionar?*

Como alguns professores poderiam ensinar em mais de um dos anos do ensino médio, eles podiam optar por mais de uma opção na hora de marcar.

Assim temos o seguinte resultado, também de forma percentual ilustrado na Figura 4.5:

- 1º ano do Ensino Médio 50.
- 2º ano do Ensino Médio 54.
- 3º ano do Ensino Médio 53

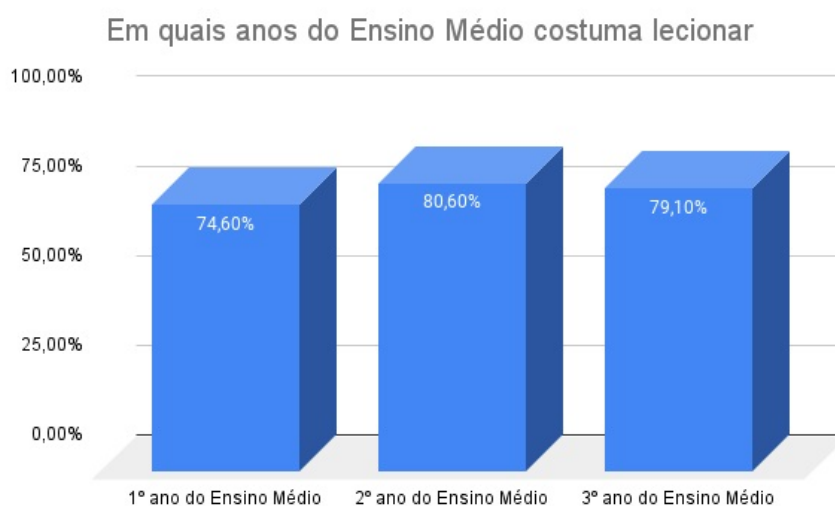


Figura 4.5: Ano do Ensino Médio que costuma lecionar

Questão 8. *Você leciona em qual estado?*

Foram pesquisados professores dos estados da Bahia, Minas Gerais, Espírito Santo e Paraná.

A grande maioria foi do estado da Bahia mais de 2 terços do total, na Figura 4.6 temos o percentual de participação de cada estado.

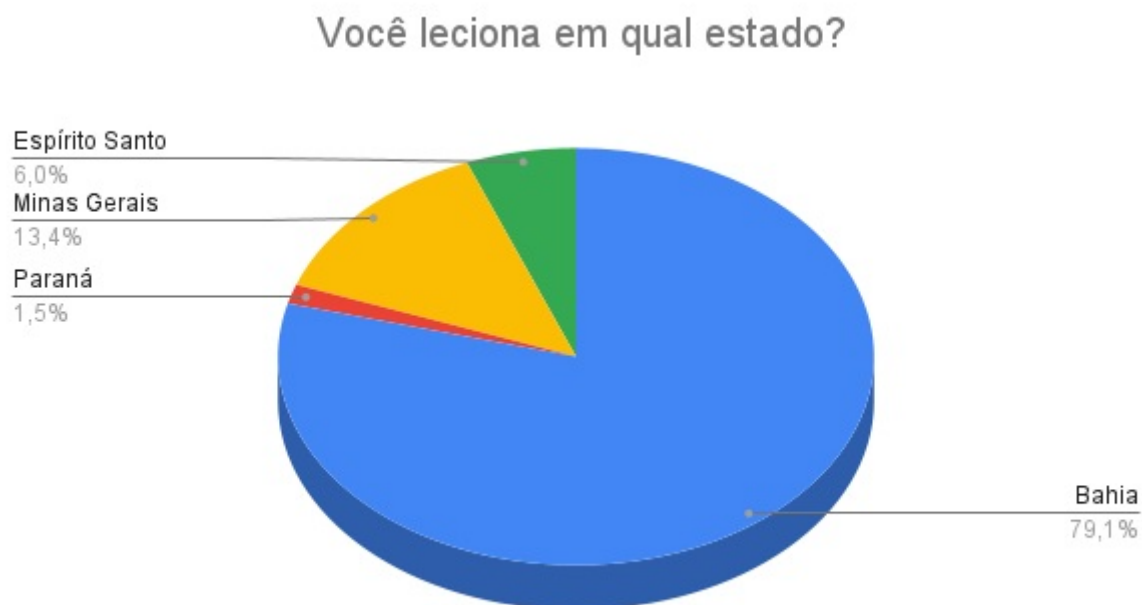


Figura 4.6: Estado em que o professor leciona

4.1.2 Relação dos professores com Geometria

Questão 9. *Qual sua definição de Geometria?*

Dentre as definições dada para a Geometria a que mais foi dada é que ela é um ramo da Matemática que estuda formas e espaços, outra definição observada pelos professores é que o estudo da Geometria é de suma importância para o desenvolvimento acadêmico e social dos estudantes.

Na Tabela 4.1, temos algumas dessas definições:

Tabela 4.1: Qual sua definição de Geometria?

“É o campo da matemática, que faz representações visuais de grandezas no espaço ou plano, se apoiando de ferramentas, axiomas e postulados dando sustentação para demonstrar teoremas e garantir a melhor eficiência, seja na forma dos objetivos ou na dimensão do universo”.

“Um dos componentes curriculares da Matemática muito importante na formação dos estudantes para a releitura do mundo físico, do trabalho, da ciência, solução de problemas do dia a dia, e/ou, abstratos com propósitos de intervenção da realidade”.

“É a parte da matemática que estuda as formas e suas medidas, bem como auxilia no cálculo de distâncias de fácil ou difícil acesso. Surgiu no Egito antigo com o objetivo de medir terras, daí o nome: Geo (terra) + metria (medir)”.

“É a parte da Matemática que tem por objetivo estudar as figuras, tanto no plano quanto no espaço, e suas diversas aplicações práticas”.

“Consiste no reconhecimento, compreensão, construção e representação de formas presentes no espaço real, bem como as relações que podem ser estabelecidas entre as formas e medidas diversas”.

“Inicialmente percebida como necessidade simples para construção e demarcação de terras, hoje século XXI, como caminho do avanço tecnológico tanto computacional quanto nas corridas espaciais”.

“A geometria é uma ciência que estuda as medidas das formas de figuras planas ou espaciais, bem como sobre a posição relativa das figuras no espaço e suas propriedades, ou seja, estuda as formas dos objetos que estão presentes na natureza, ela pode ser construída através da relação de objetos básicos a fim de obter objetos mais elaborados”.

“O estudo das formas existentes na natureza (ou idealizadas na mente do ser humano), bem como suas utilizações para os contextos do dia a dia”.

Questão 10. *Qual a importância da Geometria no currículo escolar? E na vida cotidiana?*

De maneira geral todos os professores disseram que o estudo da Geometria é de suma importância no currículo escolar, pois essa é essencial no nosso cotidiano e conseqüentemente com várias aplicações básicas.

Na Tabela 4.2 e na Tabela 4.3, temos algumas respostas que sintetizam essa ideia:

Tabela 4.2: Qual a importância da Geometria no currículo escolar? E na vida cotidiana? - Parte 1

“É de suma importância, sendo um dos grandes alicerces da matemática onde seus conceitos se ramificam em todas as outras partes da matemática. O seu entendimento e estudo possibilita vislumbrar o aspecto geral mais básicos e universais de conhecimento”.

“A geometria desempenha um papel importante no aperfeiçoamento do raciocínio lógico matemático, proporcionando aos estudantes uma inter-relação entre forma e espaço, uma vez que é considerada parte da matemática mais intuitiva”.

“A Geometria possibilita o reconhecimento e estudo das relações existentes entre as diversas formas que nos cercam. Não apenas o ensino da geometria descritiva mas, sobretudo o conhecimento das construções com régua e compasso, permitem a solidificação de conceitos, a experimentação e comprovação de teoremas, além do desenvolvimento das habilidades motoras. Favorece também o desenvolvimento da noção espacial, o uso adequado de ferramentas de medição, o desenvolvimento do raciocínio na construção de soluções viáveis a problemas propostos”. “A Geometria auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico, assim como ajuda o aluno na compreensão, concentração e interação com outras áreas do conhecimento”.

“Dois eixos fundantes do ensino da Matemática que é Espaço e Formas, Grandezas e Medidas são componentes básicos na formação dos estudantes do ensino fundamental e médio, não somente no sentido de letramento matemático, mas para o seu acesso a uma formação superior. O desenvolvimento do ensino da Geometria, em geral, tem sido distribuída na formação básica dos estudantes através dos dois eixos citados anteriormente, sem os quais, teríamos uma formação seguramente mais deficitária em relação aos resultados atuais de proficiências demonstrados pelos nossos jovens em avaliações em larga escala”.

“A Geometria é de suma importância para o currículo escolar e na mesma medida para o cotidiano, visto que, explica e amplia a compreensão do espaço em que estamos inseridos. Se utiliza de outros campos da Matemática para o estudo de suas formas, dando concretude, aplicabilidade, a muitas propriedades que antes estavam apenas no campo das abstrações”.

“O tratamento da geometria no currículo se faz fundamental não só pela forma com a qual se relaciona com conhecimentos de outros componentes curriculares, mas justamente pela recorrência cotidiana. A geometria é uma das vertentes da Matemática de aplicabilidade real mais evidente, a utilização de instrumentos de medição, a análise de grandezas e o reconhecimento de simetrias são alguns exemplos de habilidades contempladas pelo estudo da geometria, vale destacar que essas noções são fundamentais para a atuação em diversos campos profissionais”.

Tabela 4.3: Qual a importância da Geometria no currículo escolar? E na vida cotidiana?-
Parte 2

“Muito do que pode ser observado possui uma forma. Para melhor interagirmos com o meio então se faz necessário observar determinadas características que possui uma forma em específico. Portanto, a necessidade da geometria no currículo escolar é de suma importância para que o aluno interaja com o meio de forma que perceba as características das formas e eventualmente possa solucionar problemas que lhe são impostos perante essa interação”.

“É importante pois é um dos conteúdos mais cobrados nos exames, vestibulares, avaliações externas do MEC. Ao estudar a geometria possibilita desenvolver habilidades e competências do educando para identificar, medir, calcular superfície total e volume de objetos presente no nosso cotidiano. É importante no cotidiano do aluno pois o conteúdo aborda situações que o nosso aluno poderá vivenciar. Como por exemplo: na troca de piso da sua casa. Unidades de volume no nosso contexto saber o que de fato significa.

“Sem a Geometria no currículo escolar os estudantes podem sair para o mercado de trabalho ou para o mundo acadêmico desprovidos de conhecimentos essenciais para lidar com medidas e formas do cotidiano, por isso tem sua importância”.

Questão 11. *Sobre a relação do professor de matemática com a geometria.*

Nessa questão foram feitas duas perguntas as quais os professores deveriam responder sim ou não.

A primeira foi: Você aprendeu bem Geometria?

Nesta pergunta 76,1% dos professores disseram que a forma como aprenderam Geometria em sua formação acadêmica foi satisfatória, em contrapartida 23,9% afirmaram que não aprenderam Geometria de forma satisfatória como podemos ver na Figura 4.7

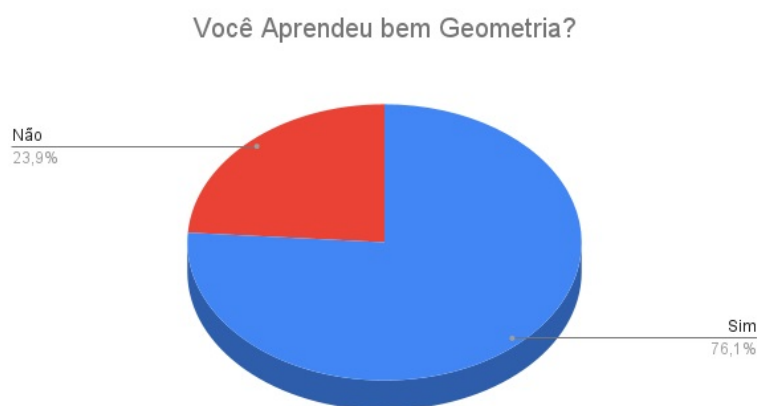


Figura 4.7: Aprendizado em Geometria

A segunda foi: Você gosta de Geometria?

Apenas um dos professores pesquisados disse que não gosta de Geometria, abaixo temos essa representação na forma da Figura 4.8 em porcentagem.

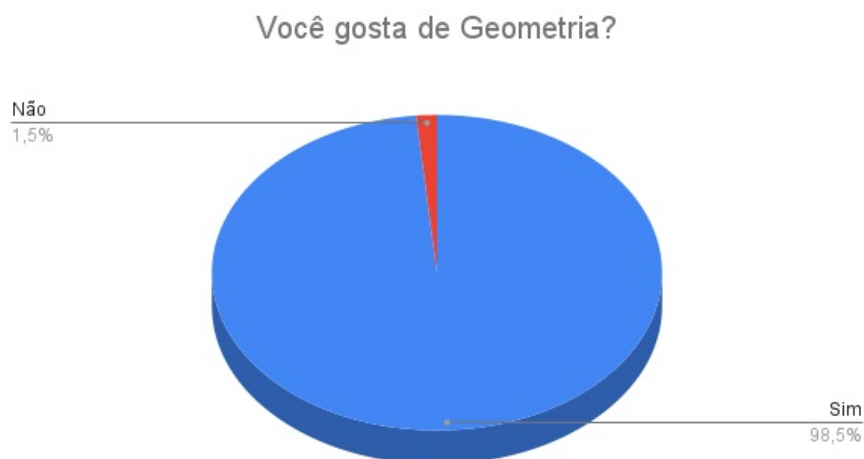


Figura 4.8: Afinidade do professor com geometria

Questão 12. *Você ensina Geometria nas aulas de Matemática?*

De todos os professores pesquisados apenas um disse que não ministrava Geometria em suas aulas de matemática, já todos os outros disseram que ministram Geometria nas aulas de matemática, na Figura 4.9 temos um gráfico que ilustra esse resultado na forma de porcentagem.



Figura 4.9: Ensino de Geometria nas aulas do docente

Neste momento da pesquisa foi feita uma questão específica para quem não ministra Geometria nas aulas de Matemática e após essa pergunta a pesquisa foi encerrada para este professor, pois as próximas perguntas não se aplicariam a quem não ministrassem Geometria.

Questão 13. *Aponte as principais dificuldades encontradas na sua prática de ensino de Geometria:*

A resposta foi a seguinte:

“Falta de pré – requisito dos alunos, falta de material didático e falta de interesse dos alunos”.

Para quem ministra Geometria nas aulas de Matemática, a pesquisa continuou com as seguintes questões :

Questão 14. *Você sente facilidade para ensinar Geometria?*

A maioria dos professores, mais especificamente, 60,6% afirmaram que sentem facilidade para ensinar Geometria, 34,8% afirmaram que não sentem facilidade para ensinar Geometria e 4,6% sentem às vezes facilidade, tais percentuais foram apresentados no gráfico da Figura 4.10 afim de uma melhor visualização dos resultados.



Figura 4.10: Ensinar da Geometria

Questão 15. *Como você ensina Geometria? Que recursos utiliza? Em que se baseia para ensinar?*

Nessa questão temos uma variedade de respostas que são expostas de uma forma bem diversificada, entretanto por mais que pareça contraditório, essas respostas têm pontos recorrentes. Como o uso do livro didático, o uso de matérias básicas (régua, transferidor, esquadros e compasso), lousa e pincel, outro ponto bastante comum é o uso de *softwares* matemáticos como o Geogebra. Ainda há de se ressaltar que praticamente todos os professores citaram que sempre buscam envolver os conteúdos ensinados nas práticas cotidianas afim de aproximar o máximo a teoria ensinada com a prática do dia-a-dia.

Nas Tabelas 4.4 e 4.5, temos algumas respostas que sintetizam essa ideia:

Tabela 4.4: Como você ensina Geometria? Que recursos utiliza? Em que se baseia para ensinar? - Parte 1

“Temas relacionados a geometria procuro abordá-los de uma forma em que os discentes percebam imagem, animações e as estratégias de resoluções a fim de que a aprendizagem esteja mais próxima da realidade em que o mesmo se encontra”.

“Utilizo o livro didático, utensílios de medida (régua, transferidor, fita métrica, etc), slides, manipulações com dobraduras, objetos com formas geométricas, etc. Busco utilizar materiais manipuláveis sempre que possível para que o discente ponha em prática o conhecimento em estudo de forma concreta”.

“Utilizo muito o próprio quadro de sala, objetos geométricos confeccionados para fins do ensino, objetos geométricos outros e também softwares tais como o geogebra e o Wolfram Alpha”.

“Gosto de ensinar geometria com elementos do cotidiano do aluno. Através destes, início os conceitos do conteúdo que estiver trabalhando. Utilizo também imagens e construções de figuras por meio de instrumentos como régua, compasso, transferidor e esquadro. Tomo como base o livro didático, outros livros e pesquisas através da internet. Não uso muito software devido aos alunos não terem aparelhos disponíveis na escola e uma internet ruim”.

“Costumo ensinar da forma clássica: Desenhando à mão praticamente tudo, por entender que o aluno necessitará fazer seus próprios desenhos na vida prática. Ainda que haja programas de computadores para tal, se o discente não conhece a essência do assunto, terá dificuldades para utilizar tais recursos. Por isso, uso recursos de informática como segundo plano”.

“Na escola pública existe maior dificuldade para ensinar geometria pois a mesma carece de materiais didáticos adequados. Mas na particular é mais viável. Utilizo o projetor de imagens, geogebra, lousa e piloto, livro didático, compasso etc. Para ensinar me baseio nos livros didáticos e conhecimentos adquiridos na vida acadêmica”.

“Quando ensino geometria procuro partir de um problema cotidiano, tento despertar a curiosidade do meu aluno. Então, quando percebo seu engajamento e entendimento sobre as propostas de resolução das situações apresentadas proponho a sistematização do conteúdo didático”.

Tabela 4.5: Como você ensina Geometria? Que recursos utiliza? Em que se baseia para ensinar?- Parte 2

“Como introdução, a partir de uma situação particular do cotidiano dos estudantes, kit material de desenho, Laboratório de Matemática com recursos múltiplos, Laboratório de Informática, Software de Geometria Dinâmica - Geogebra, vídeo do youtube, questionários e roteiros impressos, embalagens diversas, malha quadriculada, sólidos 3D, visitas em parques e museus, etc. Não recorremos a uma referência teórica em particular, mesmo porque temos uma relação muito grande de bons autores. Quando tenho que revisitar uma obra normalmente recorro aos da coleção do Profmat, Fundamentos de Matemática Elementar, Matemática e Realidade, Aplicando a Matemática, Matemática Contextos e Aplicações”.

“A partir de construções históricas da cidade, do mapa urbano e rural da cidade, tento estabelecer relações e identificar figuras e as suas propriedades. Os recursos são escassos: lousa, marcador para quadro branco, mapas e data-show. Parto de situações problemas, tentando construir as relações a partir de situações empíricas”.

“Gosto de utilizar o caminho ”do concreto ao abstrato”, do ”simples ao complexo”, por isso costumo utilizar recursos como recortes, construções, embalagens, utilizando o espaço físico. Programas de computador são usados raramente por falta de material”.

“O ensino de geometria ocorre em meio ao currículo de Matemática, portanto, os métodos habituais ainda são empregados (aula expositiva, listas de exercícios, resolução de problemas...), a demanda específica do ensino da geometria é visual”.

“O software Geogebra e recursos visuais como imagens, desenhos e representações palpáveis são ótimos recursos para ser trabalhar geometria. Me baseio nos livros didáticos, estudos científicos relacionados à área e os documentos que regem o sistema de Educação básica no país, por exemplo a Base Curricular Comum (BNCC)”.

“Ensino explorando o livro didático adotado, mas sempre procuro partir da geometria plana para geometria espacial explorando modelos concretos, buscando abordar situações didáticas do cotidiano do aluno e quando possível realizar oficina com o geogebra, além de realizar seminários em equipes como culminância do conteúdo sugerindo uma tímida feira de geometria na escola. Como a carga horária para ensinar é pouco me baseio para ensinar no que mais é cobrado no Enem e exames”.

Questão 16. *Em relação aos conteúdos de Geometria, você prefere ensinar os conteúdos de:*

Com relação aos conteúdos de Geometria que são ensinados em suas práticas docentes, se os professores preferem os conteúdos da Geometria Plana ou Espacial, o resultado foi o seguinte:

- 38 preferem os conteúdos de Geometria Plana;

- 28 preferem os conteúdos de Geometria Espacial.

Tais valores podem ser expressos percentualmente na Figura 4.11

Em relação aos conteúdos de Geometria, você prefere ensinar os conteúdos de:

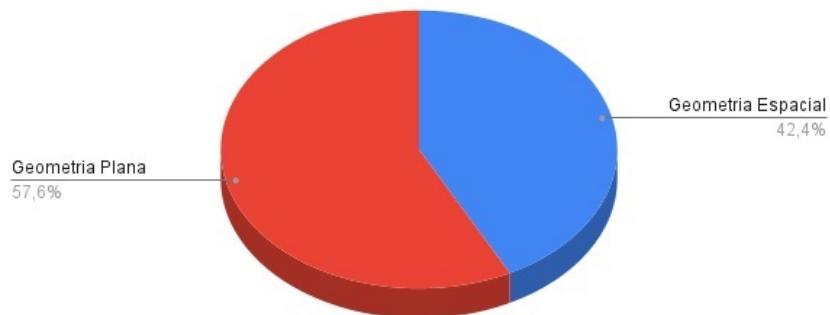


Figura 4.11: Preferência do professor em relação ao Conteúdo de Geometria

Questão 17. *Você consegue ministrar todos os conteúdos de geometria presentes nos livros didáticos?*

Foi perguntado se os professores conseguiam ministrar todos os conteúdos presentes nos livros didáticos, obtivemos os seguintes resultados:

- 31 dos professores disseram que não;
- 17 disseram que as vezes;
- 18 disseram que sim.

Para uma melhor visualização, apresentamos esses resultados na Figura 4.12 na forma percentual.

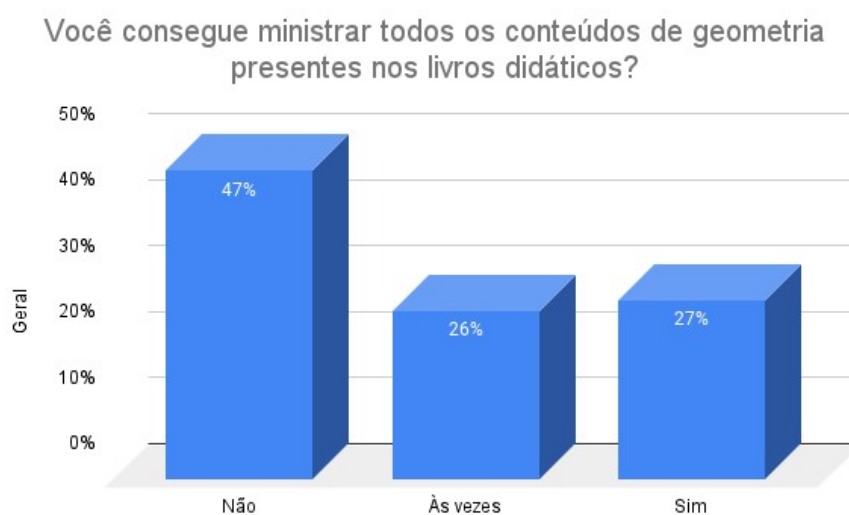


Figura 4.12: Conteúdo de Geometria nas aulas

Agora vamos analisar os resultados dos professores que atuam somente na rede pública e os que atuam somente na rede privada.

Na Figura 4.13 temos essa análise.

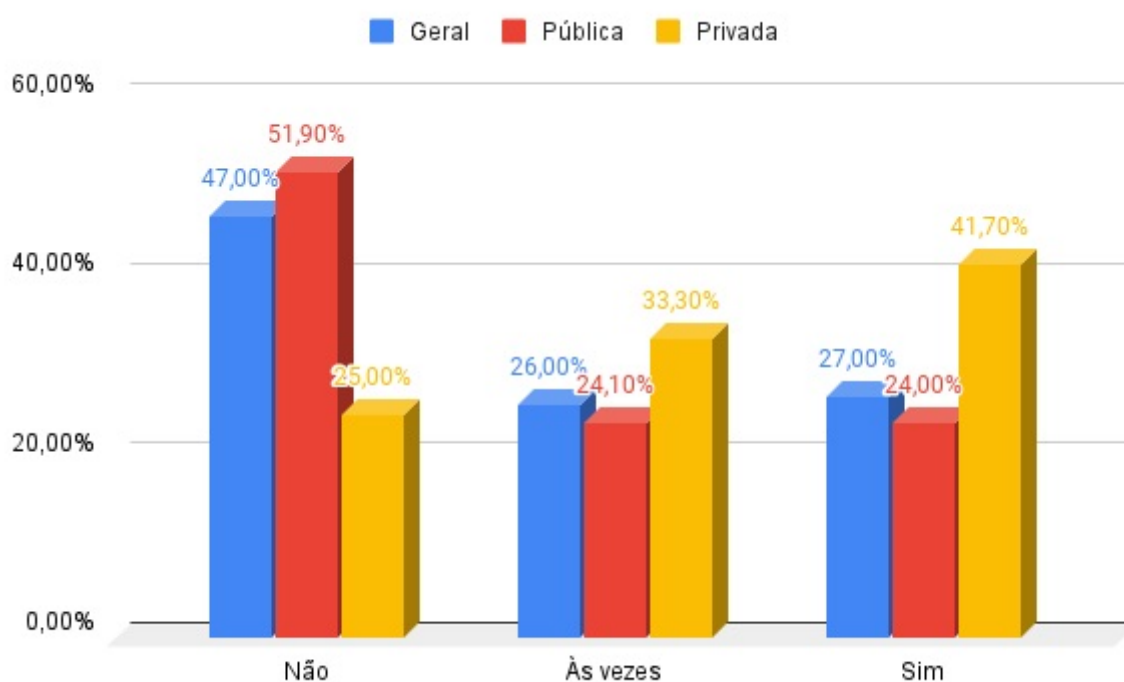


Figura 4.13: Resultados dos professores que atuam somente na rede pública e na rede privada

Ao analisar as respostas dadas pelos professores que atuam somente na rede pública temos o seguinte resultado:

- 51,9% dos professores disseram que não;
- 24,1% disseram que as vezes;
- 24,1% disseram que sim.

Já ao analisar as respostas dadas pelos professores que atuam na rede privada temos o seguinte resultado:

- 25% dos professores disseram que não;
- 33,3% disseram que as vezes;
- 41,7% disseram que sim.

Questão 18. *Se não consegue, o principal fato se dá por:*

Nesta questão os professores poderiam apontar mais de um fator para não conseguir ministrar todos os conteúdos de Geometria, assim dos 48 professores que não conseguem ministrar todos conteúdos presentes nos livros didáticos, 32 acusam ter poucas aulas de matemática, 12 acreditam ter a priorização de outros conteúdos em detrimentos dos conteúdos de geometria, 4 acusaram a falta de interesse dos alunos pelas aulas que envolvem conteúdos de geometria, 3 acham que é a falta de aptidão com alguns conteúdos e 5 creditaram a outros motivos.

Ilustramos na Figura 4.14 os resultados dessa questão aplicada aos professores em forma percentual.



Figura 4.14: Principais fatores que contribuem para não conseguir ministrar todos os conteúdos de Geometria

Foi analisado também, como podemos notar na Figura 4.15, as respostas dadas pelos professores que atuam somente na rede pública e obtivemos o seguinte resultado:

- Poucas aulas de matemática para 87,5%;
- Priorização de outros conteúdos em detrimento dos conteúdos de geometria para 5%;
- Falta de aptidão com alguns conteúdos para 2,5%;
- Outros motivos para 5%.

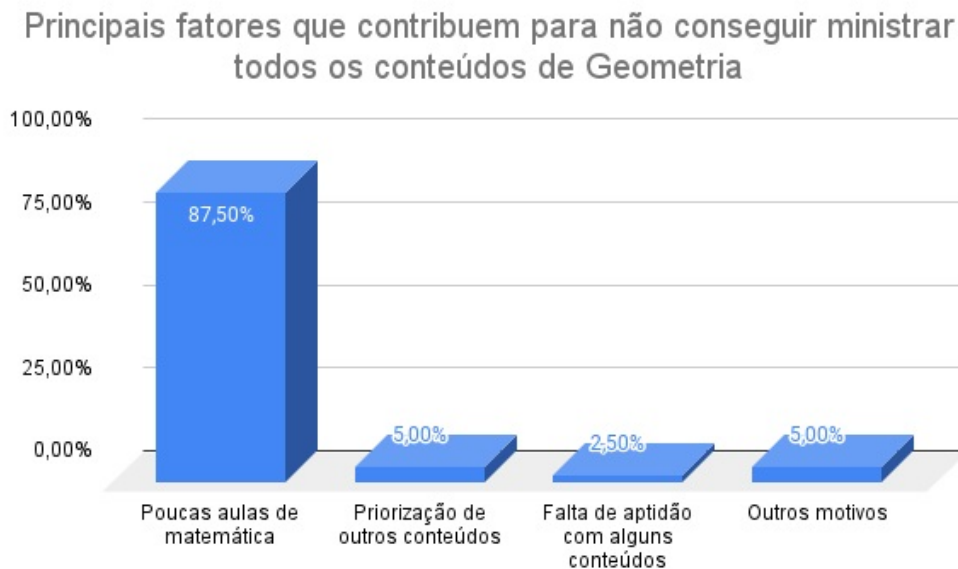


Figura 4.15: Principais fatores que contribuem para não conseguir ministrar todos os conteúdos de Geometria; Professores da rede pública

Questão 19. *Você costuma associar os tópicos de Geometria a outras áreas da matemática ao ensinar?*

Com relação a associar os tópicos de Geometria a outras áreas da matemática ao ensinar, temos que dos 66 professores, isso é sempre feito por 46 dos pesquisados, às vezes por 18 dos pesquisados e não é feito por 2 dos entrevistados. Abaixo na Figura 4.16 temos esses resultados na forma percentual.

Você costuma associar os tópicos de Geometria a outras áreas da matemática ao ensinar?

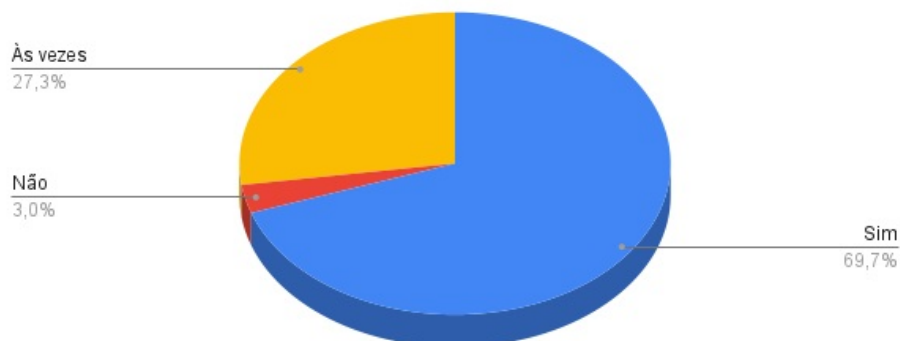


Figura 4.16: Contextualização da Geometria na Matemática

Questão 20. *E com a vida cotidiana, você relaciona a Geometria ao ensinar esse conteúdo?*

A grande maioria dos professores pesquisados conseguem sempre relacionar a vida cotidiana com os conteúdos de Geometria ensinados, e para uma pequena parcela essa relação só é possível às vezes, como podemos ver na Figura 4.17.

E com a vida cotidiana, você relaciona a Geometria ao ensinar esse conteúdo?

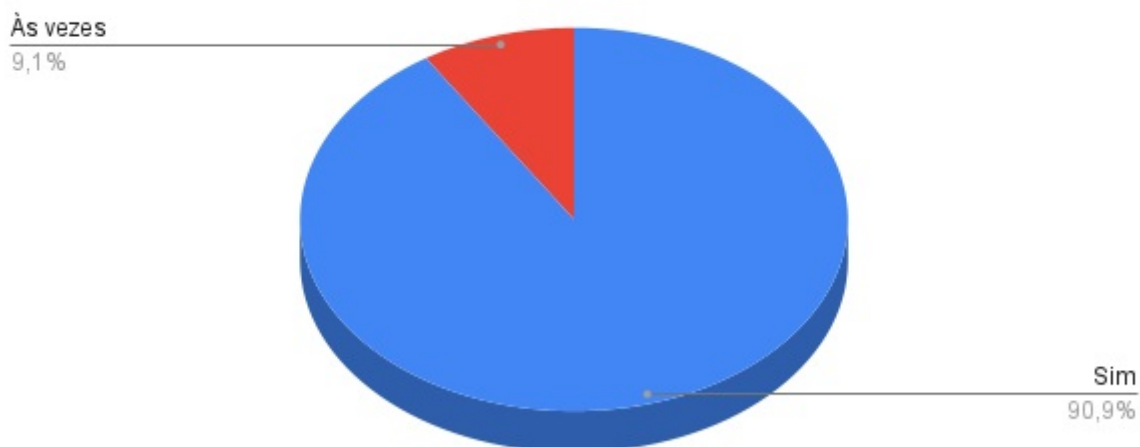


Figura 4.17: Contextualização da Geometria no cotidiano

Questão 21. *Aponte as principais dificuldades encontradas na sua prática de ensino de Geometria:*

Quando perguntado sobre as principais dificuldades encontradas na prática de ensino da Geometria obtivemos as seguintes razões: Falta de pré – requisito dos alunos, falta de tempo (poucas aulas de matemática), falta de interesse dos alunos, falta de material didático, falta de domínio em determinados assuntos, tivemos ainda outros motivos.

Também tivemos alguns professores que disseram não ter dificuldades no ensino da geometria.

Na Figura 4.18 esses motivos são expostos com suas porcentagens.

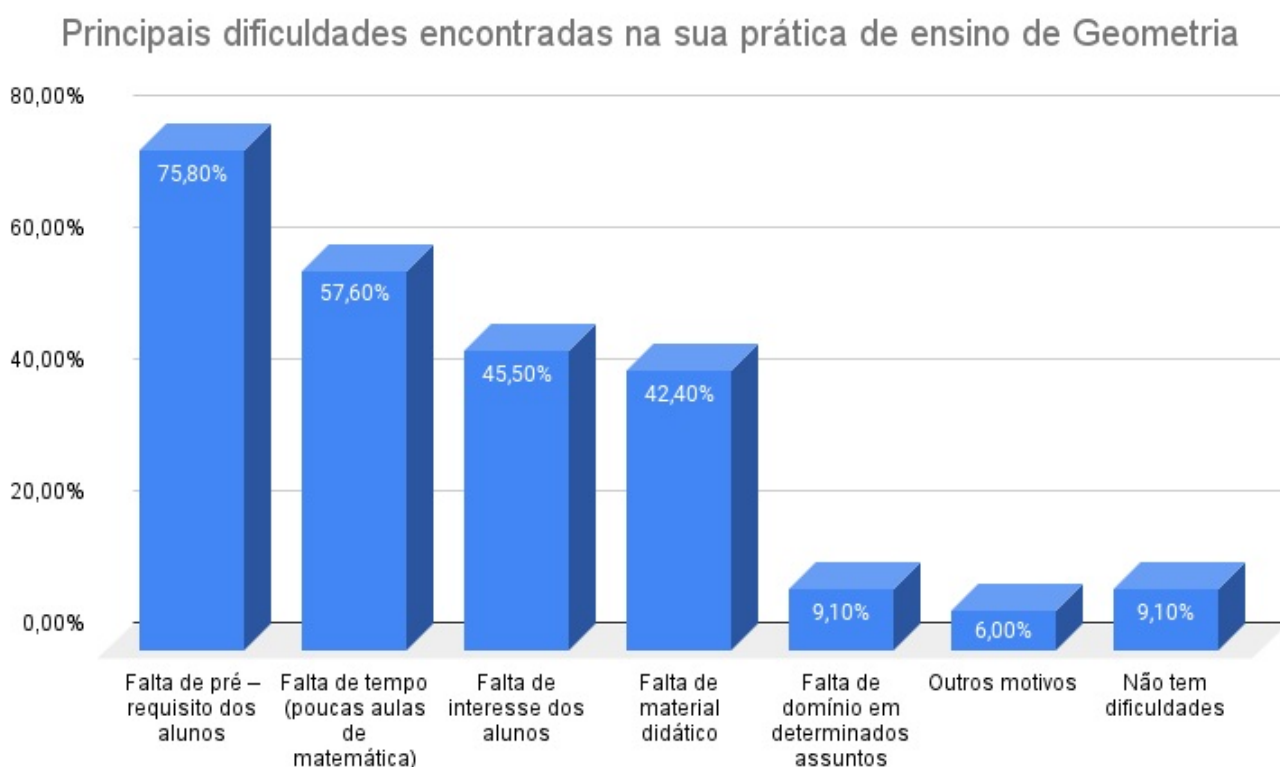


Figura 4.18: Principais dificuldades encontradas na sua prática de ensino de Geometria

Questão 22. *Na sua opinião, comparando os conteúdos de Geometria com outros conteúdos da Matemática os alunos apresentam uma:*

Para 97% dos professores pesquisados, os alunos apresentam dificuldade igual ou maior para entender os conceitos da geometria, comparado com outros conteúdos da matemática. Mais detalhes são apresentado na Figura 4.19.

Na sua opinião, comparando os conteúdos de Geometria com outros conteúdos da Matemática os alunos apresentam uma:

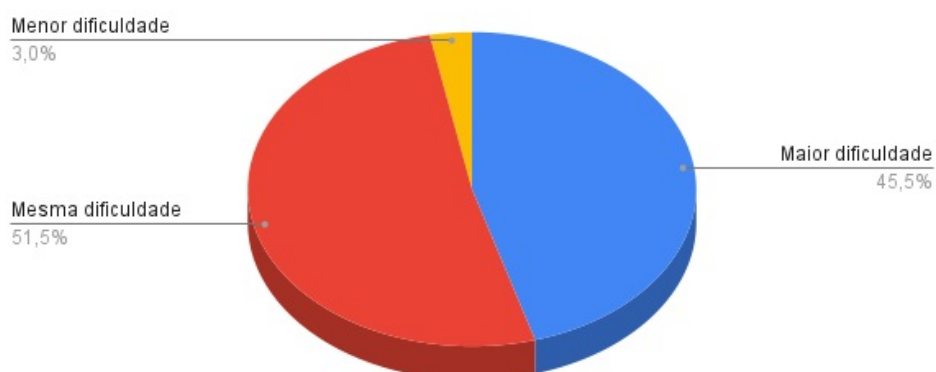


Figura 4.19: Opinião do docente quanto à dificuldade dos alunos com Geometria, comparando com outros conteúdos da matemática

Questão 23. *Se comparado aos outros conteúdos o rendimento nas avaliações que envolvem Geometria, o rendimento é maior, menor ou igual?*

Com relação ao rendimento quando se compara os conteúdos de outras áreas da Matemática com os conteúdos de Geometria, temos que esse rendimento é igual ou menor para aproximadamente 94% dos docentes, como podemos observar no gráfico da Figura 4.20.

Se comparado aos outros conteúdos o rendimento nas avaliações que envolvem Geometria, o rendimento é:

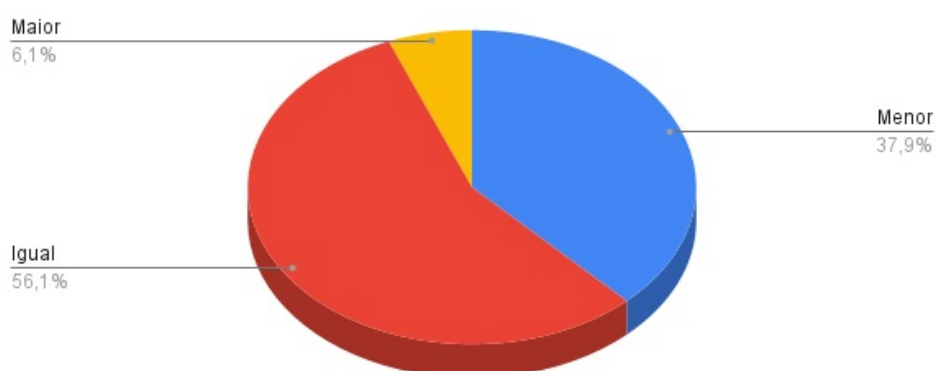


Figura 4.20: Comparação do rendimento nas avaliações que envolvem Geometria com outros conteúdos

Questão 24. *Você gostaria de ensinar Geometria de uma maneira diferente da que ministra? Se sim, como gostaria de fazer?*

Dentre os professores pesquisados a grande maioria gostaria de mudar a sua prática docente nas aulas de Geometria. Apresentamos esse resultado na Figura 4.21.

Você gostaria de ensinar Geometria de uma maneira diferente da que ministra?

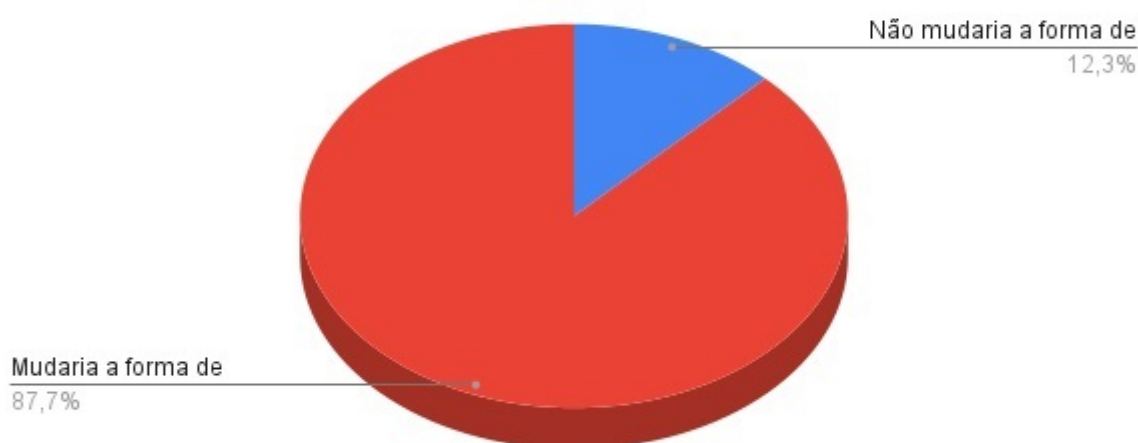


Figura 4.21: A forma de ministrar Geometria

Dentre as formas propostas para um novo método de ministração de Geometria foram citadas: materiais palpáveis e manipuláveis, mais horas aulas, mais recursos tecnológicos como *softwares* e aplicativos matemáticos e laboratório de matemáticas ou uma sala especializada na área de matemática.

Algumas dessas sugestões são apresentadas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Como você ensina Geometria? Que recursos utiliza? Em que se baseia para ensinar?

“Com mais tempo, podemos aprofundar os conhecimentos com a prática antes de trabalhar com os conceitos”.

“Na realidade O ideal para mim seria ter uma sala toda preparada com recursos específicos para geometria, assim, quando fosse o horário da aula os alunos pudessem se deslocar para esse laboratório”.

“Utilizando animações tridimensionais em tempo real na abordagem de Geometria Espacial. Porém, além de não dispormos desse recurso, falta também o conhecimento acerca de programas específicos para o trabalho com essas animações”.

“Gostaria de ter a disposição mais materiais para que as aulas pudessem ser mais dinâmicas”.

“Gostaria de utilizar mais vezes as construções geométricas e principalmente fazer uso de software de matemática”.

“Gostaria de poder explorar mais as construções com régua e compasso, para a partir delas construir conceitos geométricos importantes a partir do reconhecimento. No entanto esse trabalho necessita ser iniciado desde o ensino fundamental e ter continuidade no ensino médio. Também seria interessante a disponibilização de recurso tecnológico que possibilitasse aos alunos a interação com software de geometria, a fim de formularem conjecturas, confirmá-las ou contestá-las”.

“Gostaria de ter um laboratório de ensino da matemática para poder utilizar materiais concretos para o ensino de geometria se tornar mais significativo para os alunos”.

“Aplicando a fatos que o aluno possa usar, que ele enxergue seu uso em algum momento da sua vida ou na vida de outro, no cotidiano, de modo que os conceitos e definições sejam construídos depois e não antes”.

“Embora estimulemos os estudantes pela busca do conhecimento, entretanto o saber ser, saber conviver, saber aprender e o saber fazer, construções de competências que a grande maioria de nossos jovens ainda não se consolidou. Neste propósito, seria menos intervenção teórica e mais prática”. “Dada a dificuldade dos discentes, o uso de materiais manipuláveis, jogos físicos e eletrônicos e mais tempo de aula”.

“Se tivéssemos mais aulas e recursos tecnológicos desejaria desenvolver oficinas explorando software de geometria com frequência. E oficinas associada com profissionais de artes de tal forma desenvolver projeto de arte x matemática na escola”.

4.2 Síntese da pesquisa com os docentes

Nesta seção iremos fazer uma breve análise dos resultados obtidos por esta pesquisa realizada com os professores que atuam no ensino médio, levando em consideração suas respostas e opiniões.

Como podemos observar os professores que participaram da pesquisa são todos licenciados em matemática sendo, um pouco mais da metade mestres, e todos atuam no ensino médio quer sejam em escolas públicas ou privadas, em sua maioria são professores que atuam no estado da Bahia, mas temos também professores que atuam em Minas Gerais, Espírito Santo e Paraná, sendo que mais de dois terços atuam mais de 10 anos como professor de Matemática, assim podemos afirmar que os professores pesquisados são preparados e experientes na prática docente, tornando as repostas obtidas nessa pesquisa ainda mais relevantes.

A definição dada sobre Geometria pelos professores pesquisados foi bem próxima de uma definição formal, que diz: A Geometria é uma ciência, parte da matemática, que se dedica a estudar as medidas e propriedades das formas de figuras planas ou espaciais, bem como sobre a posição relativa das figuras no espaço. (PEIXOTO; LIMA; COSTA, 2018)

O que mostra que todos compreendem a ideia da Geometria, isso fica claro quando falam da importância da Geometria tanto na vida escolar como na vida cotidiana, salientando que o estudo da Geometria tem finalidades mais profundas do que apenas a acadêmica, tornando-a um conteúdo fundamental a ser trabalhado nas escolas.

Mais de dois terços afirmaram terem aprendido bem Geometria durante sua formação acadêmica, sabemos que o ideal seria cem por cento, mas em contrapartida podemos pensar que mesmo aqueles que não tiveram um aprendizado satisfatório, sabem da importância da Geometria e que devem ensinar da melhor forma possível para que seus alunos aprendam de forma satisfatória.

Apenas um professor entre os pesquisados disse que não gostava de Geometria e apenas um também disse que não ministrava Geometria nas aulas de matemática, dentre os que ministram Geometria, quase dois terços disseram que tem facilidade na prática docente da mesma.

Quanto a prática docente de Geometria é apresentada uma variedade de maneiras, que vai desde maneiras mais tradicionais como o uso de lousa, pincel e livro didático até maneiras mais inovadoras como softwares matemáticos, mas que seja a forma mais tradicional ou não, podemos perceber que todos tentam envolver os conteúdos ministrados com as práticas diárias, tudo isso com a finalidade de aproximar os conhecimentos teóricos da vida prática, trazendo assim sentido para tudo que é visto na sala de aula.

Entre os professores que lecionam Geometria em suas aulas, há uma divisão bem próxima entre os conteúdos da Geometria Plana e Espacial com uma preferência maior para Geometria Plana.

Dos conteúdos de Geometria propostos, apenas 27,3% professores que ministram Geometria nas aulas de matemática conseguem sempre dar todos os assuntos propostos, quando analisamos apenas com os professores que atuam somente na rede pública esse número ainda é menor cerca de 24,1%, já entre os professores que atuam na rede privada esse número aumenta consideravelmente indo para 41,7%.

Entre os principais fatores para o baixo rendimento dos alunos apontados pelos professo-

res, estão as poucas aulas de matemática, apontada por dois terços, e a priorização de outros conteúdos, apontada por pouco mais de 25%. Já entre os professores que atuam somente na rede pública o principal fator apontado são as poucas aulas de matemática apontado por 87,5% dos professores e bem abaixo temos a priorização de outros conteúdos apontado por 5% dos professores.

Como podemos ver a pouca quantidade de aulas de matemática é o principal fator para que os professores, principalmente da rede pública de ensino, não consigam ministrar todos os conteúdos de Geometria propostos nos livros didáticos.

Com relação a quantidade de aulas de matemática é importante salientar que desde de 2010 a quantidade de aulas de matemática no ensino médio nas escolas estaduais da Bahia, é de 3 aulas/aulas por semana, totalizando 120 horas/aulas no ano, já nas escolas particulares o número de aulas de matemática na média são 4 por semana dando um total de 160 horas/aulas.

Quando comparamos a carga horária de matemática da rede pública com a privada, a carga horaria da rede pública é 40 horas a menos, o que corresponde a 75% da carga horária da rede privada. Talvez esse seja o ponto determinante para que os professores da rede privada consigam ministrar todos os conteúdos de Geometria. Podemos levantar também a hipótese de que este fato possa ser um dos fatores que contribuem para que os alunos da rede privada tenham um aproveitamento melhor em comparação com os alunos da escola pública.

O documento orientador do novo ensino médio na Bahia (versão final 2020) prevê mudanças sobre a etapa do Ensino Médio, a partir de 2020, com conclusão prevista para 2023. Dentre essas mudanças temos a alteração da matriz curricular do ensino médio, que prevê apenas 2 horas/aulas por semana, dando um total de 80 horas/aulas no ano. Por outro lado, temos a introdução das disciplinas eletivas onde podemos ter conteúdos de Matemática em particular de Geometria, lembrando que essas eletivas ofertadas por cada escola devem ser escolhidas pelos alunos.

Uma grande parte dos professores consegue associar a Geometria com outras áreas da matemática em suas aulas, um número ainda maior consegue relacionar a Geometria com vida prática o que sem dúvida é de suma importância para aumentar o interesse dos alunos e com isso aumento do seu aprendizado.

A principal dificuldade na prática do ensino de Geometria apontada pelos professores é a falta de pré-requisitos por parte dos alunos, o ensino médio é apenas o terço final do ensino básico, quando os alunos saem bem preparados do ensino fundamental conseguem fazer um ensino médio de uma forma tranquila e com menos dificuldade, conseguindo assim assimilar melhor os conteúdos.

Em matemática essa importância ainda é mais fundamental, pois como disse Lima (1995) os conteúdos matemáticos geram um aspecto de dependência acumulada, tendo uma sequência necessária, podemos dizer que o conhecimento matemático é encadeado e cumulativo.

Se não tratada, essa dificuldade pode acompanhar o aluno até o nível superior, causando grandes dificuldades de aprendizagem, principalmente nos cursos de exatas.

Quando perguntado se nas avaliações de Geometria o rendimento é maior ou menor em comparação aos outros conteúdos os professores em sua maioria, cerca de 56,1%, disseram que o rendimento é o mesmo, apenas 6,1% disseram que é maior.

Apenas 12,3% dos professores pesquisados disseram que não mudariam algo na sua prática docente de Geometria em suas aulas, já a grande maioria, cerca de 87,7%, mudaria alguma coisa na prática docente de Geometria.

Essas mudanças se dariam no número de aulas, na utilização de mais materiais palpáveis e manipuláveis, disponibilidade de mais recursos tecnológicos e até uma sala/laboratório de matemática.

Todas essas mudanças teriam como finalidade estimular e aproximar os alunos desses conhecimentos matemáticos, não apenas de forma teórica, mas de forma prática, aprofundando assim o aprendizado dos alunos.

Capítulo 5

Considerações Finais

Acreditamos que a Geometria tem um papel importantíssimo no desenvolvimento acadêmico e social dos alunos, fazendo que o mesmo desenvolva a sua capacidade dedutiva e investigativa.

Assim o presente trabalho procurou trazer à discussão as dificuldades existentes no ensino e aprendizagem dessa área tão importante da matemática. Para que a partir deste, possamos identificar essas dificuldades afim de que possamos melhorar o nosso desempenho em sala de aula.

Como forma de ferramenta de apoio para o nosso trabalho, realizamos uma pesquisa envolvendo alunos e professores do ensino médio, sendo que a pesquisa realizada com os alunos foi dividida em duas fases, que denominamos nesse trabalho de Etapa 1 e Etapa 2.

Os alunos participantes foram alunos do Colégio Estadual Fred Gedeon da rede pública e da Escola Guedes Educandário da rede privada, em ambos os casos a participação se deu por um questionário feito de forma online e de forma anônima.

O Colégio Estadual Fred Gedeon é um colégio de pequeno porte que faz parte da rede estadual da Bahia, que apresenta uma boa infraestrutura, bem localizada, onde seu corpo docente é composto quase que na sua totalidade por professores efetivos do estado. A sua atuação de ensino é Ensino Médio, onde os alunos que ingressam nela veem das escolas do município, sede, distrito e zona rural.

A Escola Guedes Educandário é uma escola de porte média, da rede privada, apresentando uma boa infraestrutura, localizada no centro da cidade, onde seu corpo docente é composto por professores contratados. A sua atuação de ensino é desde do primeiro ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio, assim os alunos que fazem parte do Ensino Médio são alunos que vieram do 9^o ano da própria escolar ou de outras escolas privadas que atuam apenas até o Ensino Fundamental.

Já os docentes, são professores de matemática que atuam no ensino médio, na rede pública ou privada e de 4 estados diferentes: Bahia, Minas Gerais, Espírito Santo e Paraná.

Entendemos que para uma melhor compreensão dessa pesquisa se fez necessário apresentar no primeiro capítulo as possíveis origens da Geometria, seu desenvolvimento como ciência e principais matemáticos que contribuíram para a sua organização, além disso foi apresentado também o progresso do ensino da Geometria em território nacional, desde seu início como uma disciplina independente e de caráter militar, passando pelas reformas educacionais, quando esta foi incorporada a outras duas áreas (Aritmética e Álgebra) da Matemática,

fazendo surgir a disciplina matemática. Também pudemos ver e entender o Movimento da Matemática Moderna no Brasil, que ocorreu no período de 1960 a 1970, e o que isso acarretou no ensino da Matemática, em particular o da Geometria, fazendo com que a mesma assumisse uma posição secundária no ensino, dando assim o início do esquecimento dos conteúdos geométricos nas aulas de matemática.

No Capítulo 2 falamos das diretrizes que foram elaboradas pelo governo federal para servirem de referenciais na orientação da Educação Básica brasileira. Dando ênfase ao que essas diretrizes traziam e trazem para a disciplina de Matemática em especial na parte da Geometria.

Os PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais, de 1997 a 2019, constituíam documento orientador para a educação básica brasileira, assim foi importante analisar o que está trazia de orientação na disciplina de Matemática, mais especificamente para a área de Geometria. Os conteúdos de Matemática são divididos em temas ou eixos estruturadores, o eixo estruturador que apresenta a Geometria no Ensino Fundamental é denominado espaço e formas, já no Ensino Médio o eixo estruturador que traz o estudo da Geometria é denominado geometria e medidas, os objetivos nos PCNs são divididos em ciclos no Ensino Fundamental, sendo o terceiro ciclo referentes ao 6º e 7º ano e o quarto ciclo referentes ao 8º e 9º ano, no Ensino Médio as habilidades são divididas em quatro unidades temáticas com seus respectivos conteúdos, sendo que no 1º ano o aluno aprende a unidade temática Geometria plana, o 2º ano a unidade temática Geometria espacial e métrica e no 3º ano a unidade temática Geometria analítica.

Mas a partir de 2020 entrou em vigor a BNCC - Base Nacional Comum Curricular, substituindo os PCNs como documento normativo que deve ser observado e seguido como instrumento orientador em todas as etapas e modalidades da Educação Básica. Assim se fez necessário fazer a sua análise na disciplina de Matemática, em particular na área de Geometria. Os conteúdos de Matemática são divididos em unidades temáticas, a unidade temática que apresenta a Geometria no Ensino Fundamental é denominada geometria, já no Ensino Médio é denominada geometria e medidas, as habilidades para os anos finais do Ensino Fundamental são apresentadas por ano escolar, no Ensino Médio essas habilidades são apresentadas de forma única para os três anos.

O resultado da pesquisa sobre Geometria com os alunos é detalhado no capítulo 3, essa pesquisa foi dividida em duas etapas a fim de não ficar cansativa para os alunos, a aplicação dela, sofreu um atraso e uma diminuição de participantes por conta da pandemia do Covid – 19, mas apesar desses percalços, a pesquisa foi aplicada e trouxe resultados interessantes.

Observamos através da pesquisa realizada com os alunos que alguns destes não tiveram um rendimento satisfatório em algumas questões, é importante salientar que esses alunos que estão no Ensino Médio já não só deveriam ter visto esses assuntos de Geometria mas também deveriam ter assimilados os mesmos, como era esperado nos PCNs e como é esperado agora na BNCC, entretanto não é isto que percebemos, observando as respostas obtidas, não só por meio das questões respondidas de maneira objetivas, mas principalmente pelas justificativas apresentadas nas dificuldades.

Outro fato importante é que esse mal desempenho não se deve apenas pela falta de conhecimentos geométricos, mas, também pela dificuldade de interpretação. Isto é comprovado na questão em que os alunos são levados a expor em quais questões tiveram mais dificuldades e o porquê dessas dificuldades. Também percebemos que os alunos tiveram maiores

dificuldades na parte de questões que envolviam a Geometria Espacial em comparação com as questões que envolviam a Geometria Plana.

Mas com certeza o que mais chamou atenção foi a disparidade entre o desempenho da rede pública e privada, em praticamente todas as questões em que comparamos os resultados da rede pública com o da privada, a rede privada se sair melhor, mesmo nas questões em a maioria dos alunos errar. Algo que infelizmente não acontece somente nesta pesquisa, mas sim em quase todas as avaliações em que temos a participação dos alunos das redes públicas e privadas e é feita essa comparação, um exemplo disso são os resultados do Enem.

Finalizando este trabalho, no Capítulo 4, temos a apresentação dos resultados obtidos com a pesquisa feita entre os professores. Inicialmente podemos observar que todos os professores participantes possuem licenciatura em Matemática, sendo que um pouco mais de 70% são mestres ou mestrandos e que quase em sua totalidade lecionam nas escolas da rede pública.

Todos os participantes demonstraram ter uma definição correta do que é a Geometria e que ela tem uma grande importância no currículo escolar, sendo essencial no nosso cotidiano.

Com a exceção de um único participante, todos os outros ensinam Geometria em suas aulas, essa prática docente é feita de forma singular, mas contendo elementos que estão presentes em todas as formas de ministrações, que são o uso do livro didático, materiais básicos (régua, transferidor, esquadros e compasso), lousa e pincel e até software matemáticos, sempre tentando envolver elementos do cotidiano com as partes teóricas dando assim sentido para as mesmas.

Mesmo usando técnicas e os mais variados elementos nas aulas de Geometria, os professores não deixam de ter dificuldades a serem enfrentadas ao ensinarem Geometria.

Um dos desafios enfrentados por parte dos professores no ensino da Geometria é não conseguir ministrar todos os conteúdos de geometria presentes nos livros didáticos, isso ocorre para a maioria dos entrevistados, e quando analisamos entre os professores que trabalham somente na rede pública esse número ainda é bem maior e o principal fator apontado para ocorrência disso é a pouca quantidade de aulas de matemática, no geral esse motivo foi apontado por cerca de 66,7% dos professores, mas quando restringimos aos professores da rede pública esse número aumenta para 87,5%.

Outro desafio apontado pelos professores é a falta de pré-requisitos dos alunos, o que contradiz com aquilo que era esperado pelos PCNs e que é esperado agora pela BNCC nos anos finais do Ensino Fundamental, outro fato apontado pelos professores é a falta de interesse dos alunos.

Por fim os professores apontam possíveis mudanças para superar essas dificuldades como o aumento das aulas de matemáticas, materiais para serem utilizados nas aulas e até salas de matemática. Todas essas mudanças seriam alternativas para que aproximassem os alunos do conhecimento geométrico e que esses de fato assimilassem esses conhecimentos.

Ao final deste trabalho observando as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo da Geometria, através de seus depoimentos e desempenhos e observando também as dificuldades, anseios e expectativas enfrentadas pelos professores de Matemática no ensino da Geometria, acreditamos que ele poderá ser usado como uma ferramenta para melhorarmos nossa prática pedagógica como professores, em particular no ensino da Geometria.

Outra contribuição que acreditamos que este trabalho poderá dar para o ensino da Geometria na Educação Básica é despertar inquietações sobre aquilo que devemos mudar ou

melhorar para que o ensino da Geometria possa de fato atingir os objetivos proposta pelos documentos orientadores.

Assim concluímos neste trabalho que o desafio de ensinar geometria no ensino básico ainda é grande, pois tanto para os alunos quanto para professores, há diversos obstáculos a serem superados.

Ao final deste trabalho observando as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo da Geometria, através de seus depoimentos e desempenhos e observando também as dificuldades, anseios e expectativas enfrentadas pelos professores de Matemática no ensino da Geometria, acreditamos que ele poderá ser usado como uma ferramenta para melhorarmos nossa prática pedagógica como professores, em particular no ensino da Geometria.

Outra contribuição que acreditamos que este trabalho poderá dar para o ensino da Geometria na Educação Básica é despertar inquietações sobre aquilo que devemos mudar ou melhorar para que o ensino da Geometria possa de fato atingir os objetivos proposta pelos documentos orientadores.

Assim concluímos neste trabalho que o desafio de ensinar geometria no ensino básico ainda é grande, pois tanto para os alunos quanto para professores, há diversos obstáculos a serem superados.

Referências Bibliográficas

- ÁVILA, G. O ensino da matemática. *Revista do Professor de Matemática*, v. 23, p. 1–7, 1993.
- BELOCH, I.; ABREU, A. A. D. *Dicionário histórico-biográfico brasileiro, 1930-1983*. [S.l.]: Forense-Universitária, 1984. v. 3.
- BOYER, C. B. História da matemática; tradução: Elza f. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da matemática*. [S.l.]: Editora Blucher, 2019.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília. Ministério da Educação, 2018.
- CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & educação*, Porto Alegre, v. 2, n. 2, p. 177–229, 1990.
- DAINVILLE, F. d. L'éducation des jésuites: XVI-XVIII siècles. Les Éditions de Minuit, 1978.
- DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. d. O ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX. *Caderno Da Licença*, v. 5, n. 4, p. 65–74, 2003.
- EVES, H. Geometria: tópicos de história da matemática para uso em sala de aula. *Tradução de Hygino H. Domingues*. São Paulo: Atual, 1992.
- EVES, H. Introdução à história da matemática, tradução: Hygino h. Domingues, Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 2004.
- GARBI, G. G. *A rainha das ciências*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006.
- GORODSKI, C. Alguns aspectos do desenvolvimento da geometria. *Humboldtbrasil*, São Paulo, n. 2, p. 61–77, 2002.
- LIMA, E. L. Sobre o ensino da matemática. *Revista do professor de matemática*, 1995.
- MÉDIO, P. C. N. do E. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. *Ministério da Educação. Brasil*, 2000.
- MENESES, R. S. d. et al. Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

- MIRANDA, M. M. et al. *A experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua apropriação pela educação matemática brasileira*. Dissertação (Mestrado) — (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade, 2003.
- MLODINOW, L. *A janela de Euclides: a história da geometria: das linhas paralelas ao hiperespaço*. [S.l.]: Geração Editorial, 2004.
- NACIONAIS, P. C. Secretaria de educação fundamental. *Brasília: MEC/sef*, v. 1998, p. 156, 1997.
- NACIONAIS, P. C. Ensino fundamental. *Brasília: MEC*, 1998.
- PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, v. 1, n. 1, 1993.
- PAVANELLO, R. M. et al. O abandono de ensino de geometria: uma visão histórica. [sn], 1989.
- PEIXOTO, D. G. K.; LIMA, R. M. B.; COSTA, W. C. L. da. Geometria: uma abordagem histórica e lúdica em sala de aula. *CoInspiração-Revista dos Professores que ensinam Matemática (ISSN 2596-0172)*, v. 1, n. 1, p. 211–220, 2018.
- PEREIRA, M. Z. d. C.; SANTOS, E. d. S. Globalização e políticas curriculares no Brasil de 1985 a 2006: entre os processos de regulação e emancipação. *Revista Espaço do Currículo*, v. 1, n. 1, p. 65–99, 2008.
- PIAGET, J.; GARCIA, R.; JESUÍNO, M. F. *Psicogênese e história das ciências*. [S.l.: s.n.], 1987.
- RIVIÈRE, V. A matemática no desenvolvimento das capacidades dos alunos. *Aprender Conteúdos & Desenvolver Capacidades*. Trad. de Cláudia Schilling. Porto Alegre, RS: Artmed Editora, p. 117–150, 2004.
- ROCHA, J. L. da. *A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos*. Tese (Doutorado), 2001.
- ROXO, E. Curso de matemática elementar. *Rio de Janeiro: Francisco Alves*, v. 1, 1929.
- SALDAÑA, F. T. e. E. G. P. *Matemática agrava abismo entre escolas públicas e privadas no Enem*. Folha de São Paulo, 2018. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/educacao/2018/07/matematica-agrava-abismo-entre-escolaspublicas-e-privadas-no-enem.shtml>. Acesso em: 22 de julho de 2021.
- SOARES, F.; DOUTORANDA, P. 3.3. *Os congressos de ensino da matemática no Brasil nas décadas de 1950 a 1960 e as discussões sobre a matemática moderna*. [S.l.], 2009. 23 p.
- VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930*. [S.l.]: Annablume, 1999. v. 103.

WERNECK, A. P. T. et al. Euclides Roxo e a reforma Francisco Campos: a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

Apêndice A

Questões realizadas na pesquisa como os alunos na Etapa 1

- Identificação

1) Idade:

2) Gênero Biológico:

3) Ano do Ensino Médio que está cursando:

4) Você estuda em uma escola:

- Conhecimentos em Geometria

1°) Clique em todas as palavras a seguir que você já ouviu falar nas aulas de matemática:

a) Congruência

b) Bissetriz

c) Isósceles

d) Vértice

e) Hipotenusa

f) Diagonal

g) Segmento

h) Transversais

2°) Clique em todos os conceitos que você já ouviu falar nas aulas de matemática:

a) Área

- b) Polígono
- c) Volume
- d) Perímetro
- e) Perpendicular
- f) Paralela
- g) Ângulo
- h) Reta

3°) Você sabe identificar as figuras geométricas? Sim ou não? a) Quadrado

- b) Triângulo
- c) Retângulo
- d) Triângulo equilátero
- e) Pentágono
- f) Hexágono
- g) Cubo
- h) Cilindro
- e) Esfera

4°) (VUNESP - 2020) A capa de um livro infantil foi ilustrada com o desenho de um barco e do Sol, como mostra na figura abaixo. Na figura abaixo, as quatro formas geométricas identificadas são:

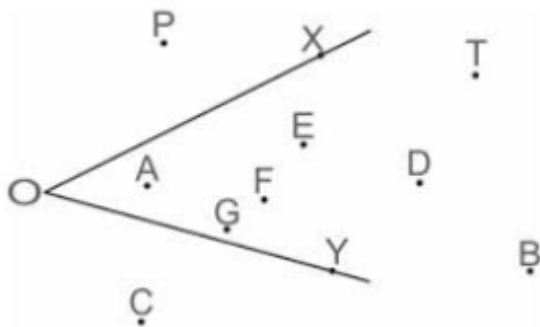


- a) quadrado, trapézio, triângulo e círculo.
- b) círculo, retângulo, cubo e triângulo.
- c) trapézio, retângulo, losango e círculo.
- d) triângulo, retângulo, quadrado e circunferência.
- e) retângulo, trapézio, triângulo e círculo.

Resposta correta: Alternativa (e)

5°) (NC-UFPR - 2019) O Brasil, em 2017, teve sua primeira participação na Copa do Mundo do Airsoft, em Taiwan, obtendo o 4º lugar numa competição com 30 duplas do mundo inteiro. O airsoft é um jogo que simula operações militares, cujos projéteis

são plásticos e não letais. É praticado em ambientes, geralmente, com áreas de grande extensão. Alguns grupos praticantes desse esporte buscam a atividade para reconstituírem batalhas históricas de seus países. Em uma dessas reconstituições históricas, o praticante O, cujos segmentos de reta delimitam o ângulo de sua visão, estava posicionado conforme ilustrado na figura abaixo e, de seu lugar, avistou os demais praticantes. Os praticantes que o avistou pelo ângulo agudo $X\hat{O}Y$ são:



- a) C e P.
- b) B, C, P e T.
- c) A, D, E, F e G.
- d) A, D, E, F, G e T.
- e) A, B, D, E, F, G e T.

Resposta correta: Alternativa (e)

6°) (CETRO -2014) Sobre Geometria no plano e no espaço, assinale a alternativa INCORRETA.

- a) As diagonais de um quadrado são perpendiculares.
- b) Dada uma reta e um ponto fora dela, pode-se traçar apenas uma reta paralela à reta dada passando pelo ponto.
- c) Se dois planos são distintos e possuem um ponto em comum, então existem infinitas retas na intersecção dos planos que passam pelo ponto.
- d) As diagonais de um losango se interceptam no ponto médio.
- e) Retas reversas estão em planos distintos.

Resposta correta: Alternativa (c)

7°) (VUNESP – 2020) Assinale a alternativa que contém informação correta a respeito de elementos geométricos.

- a) Os dados tradicionais, aqueles que têm 6 faces enumeradas de 1 a 6, são exemplos de quadrado.
- b) As bolas de basquete são exemplos de círculo.
- c) As caixinhas tradicionais de remédio são exemplos de paralelepípedo.

- d) Os cubos são elementos geométricos planos, ou seja, bidimensionais.
- e) Os triângulos têm faces, arestas e vértices.

Resposta correta: Alternativa (c)

- 8°) (NUCEPE - 2016) Considere as seguintes afirmações I - Dados três pontos colineares do espaço, existe um, e somente um, plano que os contém.
II - Se uma reta possui dois de seus pontos em um plano, ela está contida no plano.
III - Se dois planos possuem um ponto em comum, então eles possuem apenas uma reta em comum.

Pode-se afirmar que

- a) Apenas a afirmação I é verdadeira.
- b) Apenas a afirmação II é verdadeira.
- c) Apenas a afirmação III é verdadeira.
- d) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
- e) Todas as afirmações são verdadeiras.

Resposta correta: Alternativa (b)

- 9°) (COPEVE-UFAL - 2016) Dadas as afirmativas sobre figuras geométricas:
I. O perímetro de uma circunferência está diretamente relacionado ao seu raio.
II. Um cubo com aresta de comprimento $L/2$ possui a metade do volume de um cubo com aresta de comprimento L .
III. A soma das áreas de quatro quadrados idênticos é igual à área de um cujos lados possuem o dobro do comprimento dos lados desses quatro quadrados.

Verifica-se que está(ão) correta(s)

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

Resposta correta: Alternativa (c)

- 10°) (INSTITUTO PRÓ-MUNICÍPIO - 2019) O que é um poliedro de Platão? Os poliedros de Platão são aqueles que possuem as seguintes propriedades:

- I. Todas as faces apresentam o mesmo número de ;
- II. Todos os vértices possuem o mesmo número de arestas, isto é, se um vértice é a extremidade de três arestas, por exemplo, então todos serão também;
- III. É ;

IV. Seja o número de faces igual a F , de arestas igual a A e de vértices igual a V , então vale a seguinte relação, chamada de relação de Euler: $V - A + F = 2$.

A sequência correta para o preenchimento de lacunas está em:

- a) Faces, côncavo, Euler;
- b) Faces, côncavo, Platão;
- c) Arestas, bidimensional, Platão;
- d) Arestas, convexo, Euler.

Resposta correta: Alternativa (d)

11°) (CRF-TO - 2015) O cabo de um martelo mede 38 cm. Então pode se afirmar que:

- a) mede mais de meio metro.
- b) mede mais de 4 dm.
- c) mede 0,38m.
- d) mede 0,038 dm.

Resposta correta: Alternativa (c)

12°) Qual ou quais questões que você não soube ou teve mais dificuldades? Porquê?

13°) Quais as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?

Apêndice B

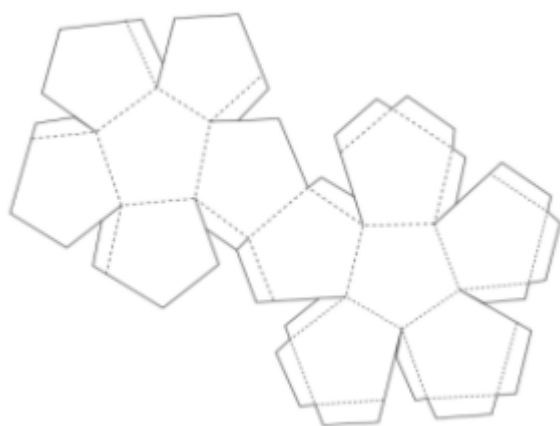
Questões realizadas na pesquisa como os alunos na Etapa 2

- Identificação

- 1) Idade:
- 2) Gênero Biológico:
- 3) Ano do Ensino Médio que está cursando:
- 4) Você estuda em uma escola:

- Conhecimentos em Geometria

1°) (CONTEMAX - 2019) A qual poliedro regular corresponde a seguinte planificação?



- a) Icosaedro
- b) Dodecaedro
- c) Tetraedro

d) Octaedro

e) Hexaedro

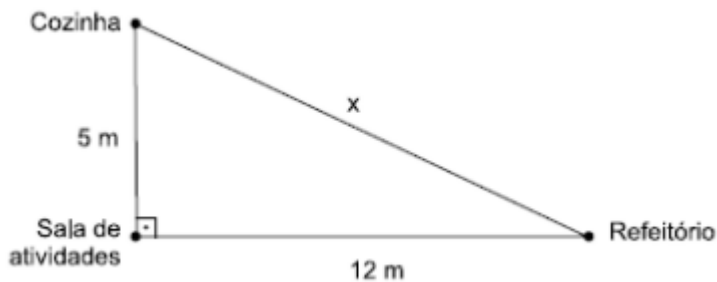
Resposta correta: Alternativa (b)

2°) (Quadrix - 2020) Um depósito de materiais de construção civil utiliza um caminhão basculante para transportar material de construção para a obra. A carroceria desse caminhão tem 2,20 m de largura, 3,20 m de comprimento e 0,70 m de altura. Com base nessa situação hipotética, julgue o item. Ripas de madeira de 5 m podem ser transportadas inteiramente dentro da carroceria do caminhão.

Certo

Errado **Resposta correta: Errado**

3°) (VUNESP - 2020) O centro comunitário onde Ana é voluntária está em reformas e a passagem direta da cozinha para o refeitório foi interdita. Assim, para servir no refeitório as refeições feitas na cozinha, ela deverá passar pela sala de atividades. Dessa maneira, o trajeto ficará maior em



a) 1 m.

b) 2 m.

c) 3 m.

d) 4 m.

e) 5 m.

Resposta correta: Alternativa (d)

4°) (VUNESP - 2020) Um guarda noturno faz a ronda num quarteirão em formato de um paralelogramo com 115 metros no lado menor e 215 metros no lado maior, conforme a figura. Todas as noites, ele percorre 4 vezes o perímetro completo desse quarteirão. Ele percorre a cada noite, nessa ronda, um total de



- a) 330 m.
- b) 660 m.
- c) 1320 m.
- d) 1980 m.
- e) 2640 m.

Resposta correta: Alternativa (c)

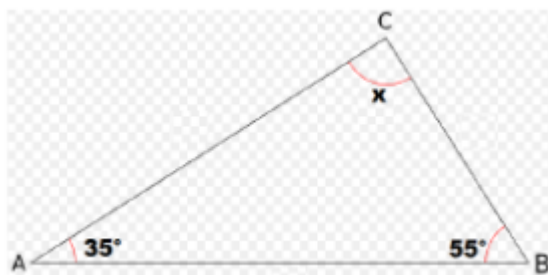
5°) (ADM&TEC - 2019) Leia as afirmativas a seguir: I. Um quadrado com aresta igual a 14m terá uma área igual a 196m².

II. Um quadrado com aresta igual a 18 cm terá um perímetro igual a 72 cm. Marque a alternativa CORRETA:

- a) As duas afirmativas são verdadeiras.
- b) A afirmativa I é verdadeira, e a II é falsa.
- c) A afirmativa II é verdadeira, e a I é falsa.
- d) As duas afirmativas são falsas.

Resposta correta: Alternativa (a)

6°) (GUALIMP - 2019) Assinale a alternativa que substitua corretamente o valor de x na figura a seguir:



- a) 90°
- b) 85°
- c) 95°
- d) 100°

Resposta correta: Alternativa (a)

7°) (Planejar -2016) Uma empresa procura um terreno em uma cidade para montar um negócio e precisa de um terreno com aproximadamente 100m^2 . Qual dos terrenos abaixo seria o mais apropriado para a empresa se instalar?

- a) 5m de largura x 8m de profundidade.
- b) 9m de largura x 11m de profundidade.
- c) 8m de largura x 10m de profundidade.
- d) 9m de largura x 15m de profundidade.
- e) 7m de largura x 10m de profundidade.

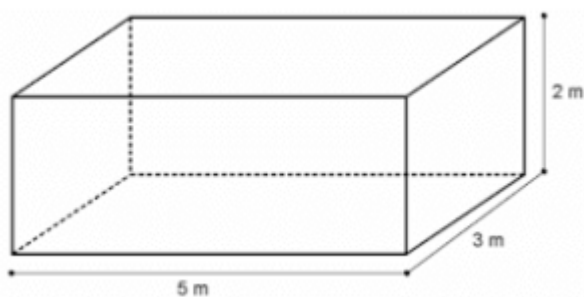
Resposta correta: Alternativa (b)

8°) (EXATUS-PR - 2015) Belarmino cercou um terreno em formato retangular com comprimento de 80 m e largura de 26 m. A quantidade de arame utilizada por Belarmino para cercar esse terreno é igual a:

- a) 212 m.
- b) 196 m.
- c) 320 m.
- d) 180 m.

Resposta correta: Alternativa (a)

9°) (IADES - 2015) A imagem abaixo representa o projeto de um reservatório para coleta de óleo após a troca, a ser construído em um posto. Considerando as medidas apresentadas, o volume do reservatório, em m^3 , será igual a



- a) 30.
- b) 20.
- c) 15.
- d) 12.
- e) 10.

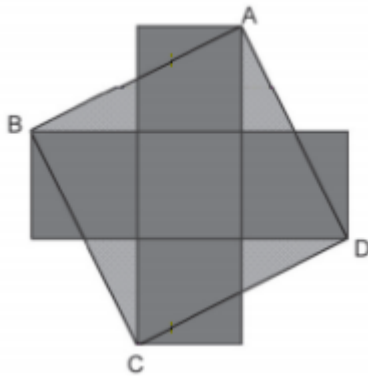
Resposta correta: Alternativa (a)

10°) (Vassouras RJ – IBFC). Um poliedro convexo tem 9 faces e 16 arestas. Desse modo, o total de vértices desse poliedro é:

- a) 12
- b) 9
- c) 15
- d) 11
- e) 10

Resposta correta: Alternativa (b)

11°) A figura que segue é formada por 5 quadrados congruentes, cuja medida do lado é L , e um quadrado $ABCD$ com vértices em um único vértice de quatro dos cinco quadrados. A área do quadrado $ABCD$ é equivalente à área de um retângulo de lados



- a) $2L$ e $3L$.
- b) $3L$ e $1L$.
- c) $3L$ e $3L$.
- d) $4L$ e $1L$.
- e) $5L$ e $1L$.

Resposta correta: Alternativa (e)

12°) Qual ou quais questões que você não soube ou teve mais dificuldades? Porquê?

13°) Quais as principais dificuldades que você tem encontrado ao estudar a Geometria?

Apêndice C

Questionário aplicado a professores do ensino médio sobre o ensino da Geometria.

- Questões

1°) Idade:

2°) Gênero Biológico:

3°) Qual a sua formação acadêmica?

4°) Você é licenciado?

5°) Você leciona em uma escola:

6°) Há quanto tempo leciona Matemática?

7°) Em quais anos do Ensino Médio costuma lecionar?

8°) Você leciona em qual estado?

9°) Qual sua definição de Geometria?

10°) Qual a importância da Geometria no currículo escolar? E na vida cotidiana?

11°) Sobre a relação do professor de matemática com a geometria

12°) Você ensina Geometria nas aulas de Matemática?

Para quem não ensina Geometria

13°) Aponte as principais dificuldades encontradas na sua prática de ensino de Geo-

metria:

Para quem ensina Geometria

14°) Você sente facilidade para ensinar Geometria?

15°) Como você ensina Geometria? Que recursos utiliza? Em que se baseia para ensinar?

16°) Em relação aos conteúdos de Geometria, você prefere ensinar os conteúdos de:

17°) Você consegue ministrar todos os conteúdos de geometria presentes nos livros didáticos?

18°) Se não consegue, o principal fato se dá por:

19°) Você costuma associar os tópicos de Geometria a outras áreas da matemática ao ensinar?

20°) E com a vida cotidiana, você relaciona a Geometria ao ensinar esse conteúdo?

21°) Aponte as principais dificuldades encontradas na sua prática de ensino de Geometria:

22°) Na sua opinião, comparando os conteúdos de Geometria com outros conteúdos da Matemática os alunos apresentam uma:

23°) Se comparado aos outros conteúdos o rendimento nas avaliações que envolvem Geometria, o rendimento é maior, menor ou igual?

24°) Você gostaria de ensinar Geometria de uma maneira diferente da que ministra? Se sim, como gostaria de fazer?