UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Valter Cosme Bastos dos Santos

EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO VETOR PARA O EXERCÍCIO DA CIDADANIA

SALVADOR
JUNHO 2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Valter Cosme Bastos dos Santos

EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO VETOR PARA O EXERCÍCIO DA CIDADANIA

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rita de Cássia de Jesus Silva

SALVADOR
JUNHO 2021

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Universitária de Ciências e Tecnologias Prof. Omar Catunda, SIBI - UFBA.

S237 Santos, Valter Cosme Bastos

Educação financeira como vetor para o exercício da cidadania / Valter Cosme Bastos dos Santos. – Salvador, 2021.

109 f.

Orientadora: Profª. Drª. Rita de Cássia de Jesus Silva

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Instituto de Matemática e Estatística, 2021.

1. Matemática Financeira. 2. Educação Financeira. 3. Ensino Médio. I. Silva, Rita de Cássia de Jesus. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

CDU 51:336

Educação Financeira como Vetor para o Exercício da Cidadania

Valter Cosme Bastos dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 30/06/2021.

Banca Examinadora:

Rita de Cássia de Jesus Silva

Profa. Dra. Rita de Cássia de Jesus Silva
Instituto de Matemática e Estatística – Universidade Federal da Bahia

Prof. Dr. Joseph Nee Anyah Yartey
Instituto de Matemática e Estatística – Universidade Federal da Bahia

JOSE TEIXEIRA NETO - ZELÃO

Prof. Dr. José Teixeira Neto
Universidade do Vale do Rio dos Sinos

À minha mãe, D. Olga (in memoriam)

Agradecimentos

Os caminhos percorridos ao longo desse mestrado foram árduos e, muitas vezes, precisei reconhecer que perseverar nem sempre é uma tarefa fácil, que precisamos de alguns suportes emocionais e outros de ordem prática. Assim, reconhecendo essas dificuldades e os suportes encontrados, registro os meus agradecimentos:

À minha mãe, D. Olga (in memoriam), minha maior referência de amor, valores, força e dignidade, que, apesar das dificuldades, soube deixar seus registros que são a minha maior herança.

Aos meus filhos, Cainho e Júlia, minhas inspirações na busca daquilo que há de melhor em mim. Em especial, a Júlia, por atender tão amorosamente às minhas inúmeras solicitações, minha gratidão.

Às minhas irmãs, Mary e Cristina, pela caminhada existencial e por terem me dado sempre a sensação de que tenho uma família.

A Liege, pela parceria, companheirismo e suportes emocional e acadêmico, com sua escuta sensível e preciosas falas em caminhadas e cafés da manhã que tanto incentivaram a minha criatividade na produção desta dissertação.

Ao meu primo e amigo “Berg”, pelo cuidado e zelo ao longo da minha formação, meu profundo e sincero agradecimento. Sua disponibilidade jamais será esquecida, primo!

A todos os colegas do PROFMAT que ingressaram comigo em 2018, agradeço pelas trocas de experiências e pelos estudos em grupo. Sem essa colaboração coletiva, a caminhada seria mais árida. Valeu, galera do bem! Em especial, agradeço aos amigos Anastácio e Carol pelas interações. Vivemos juntos tensões que foram aliviadas com conversas e escutas sensíveis. Valeu mesmo!

Um especial agradecimento à minha orientadora, profa Dra Rita de Cássia de Jesus Silva, pelas escutas sensíveis e valiosas ideias na produção desta dissertação, sempre disponível e com ideias e métodos que me norteavam nessa caminhada. Bom poder, em momentos de cansaço e angústia, contar com a sua força que alia competência acadêmica e sabedoria de vida. Obrigado!

Aos amigos que sempre me incentivaram a continuar buscando o crescimento acadêmico. Em especial, ao amigo e irmão Nal Brasil, que sempre acreditou e me incentivou a avançar, meu sincero muito obrigado. Você contagia e ilumina.

Aos professores do PROFMAT, pela caminhada, parceria e compartilhamento de conhecimentos e experiências que qualificam a minha caminhada profissional, meus sinceros agradecimentos.

A todos que, mesmo não sendo citados diretamente aqui, têm suas contribuições significativas na realização deste projeto e sonho.

"A matemática deve ser útil, não nos esqueçamos, porém, de que essa ciência é, acima de tudo, uma mensagem de sabedoria e beleza. ".

PRAAG, H. Van. apud TAHAN (2011)

Resumo

Esta dissertação se insere no campo de pesquisa do ensino da matemática problematizando a questão do ensino da matemática significativa no contexto da atual fase de desenvolvimento do capitalismo financeiro. Este estudo justifica-se a partir da constatação de maior frequência de aprendizagens do conteúdo da matemática financeira de forma mecânica e descontextualizada, bloqueando o desenvolvimento de cognição ativa e de competências mais complexas que possibilitem autonomia e decisões conscientes na aplicação de conhecimentos matemáticos na vida cotidiana. Considero fundamental para transformar tal realidade a escuta sensível aos alunos, o que me direcionou para a produção da seguinte questão de investigação: Qual a função do ensino de matemática financeira na escola básica como instrumento de construção de perspectiva crítica/cidadã para atuação na realidade concreta? A análise da percepção dos estudantes requer um aporte teórico focado na produção da subjetividade e nos processos de subjetivação na contemporaneidade, que foi um dos eixos de aprofundamento desta dissertação. Para o desenvolvimento do fenômeno de estudo aqui desenhado foi elaborado como objetivo geral compreender a concepção dos estudantes sobre a importância da aprendizagem significativa da matemática financeira que se explicita em momentos de tomada de decisão em suas relações comerciais, apreendendo seus sentidos experienciais. Por sua vez os objetivos específicos são os que seguem: identificar as concepções de aprendizagem significativa dos estudantes, deixar emergir as principais dificuldades, dilemas apontados e vivenciados pelos estudantes no estudo do conteúdo de matemática financeira, identificar as formas de associação e de aplicação na vida que os estudantes elaboram para os conteúdos estudados. No que diz respeito ao método de investigação, o estudo propôs análise qualitativa sobre a importância do ensino da matemática financeira significativo na perspectiva de ex-alunos da rede privada. Os sujeitos colaboradores do estudo foram estudantes que manifestaram interesse em participar da investigação, e os dados foram coletados a partir da entrevista semiestruturada. Para análise dos dados, utilizei a técnica de análise do conteúdo de Bardin.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Aprendizagem significativa; Ensino Médio; Educação financeira.

Abstract

This dissertation is inserted in the field of research in the teaching of mathematics, problematizing the question of the teaching of meaningful mathematics in the context of the current phase of development of financial capitalism. This study is justified by the finding of a higher frequency of learning the content of financial mathematics in a mechanical and decontextualized way, blocking the development of active cognition and more complex skills that enable autonomy and conscious decisions in the application of mathematical knowledge in everyday life. To transform this reality, I consider the 42 sensitive listening to the students fundamental, which led me towards the production of the following research question: What is the role of the financial mathematics' teaching in basic school as a tool of construction of critical/citizen perspective for acting in concrete reality? The analysis of the students' perception requires a theoretical contribution focused on the production of subjectivity and on the processes of subjectivity in contemporary times, which was one of the axes of deepening of this dissertation. For the development of the study phenomenon drawn here, the general objective was to understand the students' conception of the importance of meaningful learning of financial mathematics, which is made explicit in moments of decision-making in their commercial relations, apprehending their experiential senses. In turn, the specific objectives are as follows: to identify the students' conceptions of meaningful learning, to reveal the main difficulties, dilemmas pointed out and experienced by students in the study of the content of financial mathematics, to identify the ways of association and application in life that the students elaborate for the studied contents. With regard to the investigation method, the study proposed a qualitative analysis of the importance of meaningful teaching of financial mathematics from the perspective of former students from private schools. The collaborating subjects of the study were students who expressed interest in participating in the investigation and the data were collected from the semi-structured interview. For data analysis I used Bardin's content analysis technique.

Keywords: Mathematics teaching; Meaningful learning; High school;Financial education.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANVISA	Agência Nacional de Vigilância Sanitária
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CDC	Código de Defesa do Consumidor
CEB	Câmara de Educação Básica
CNE	Conselho Nacional de Educação
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio
FGV	Fundação Getúlio Vargas
GPS	Global Position System (Sistema de Posicionamento Global)
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PG	Progressão Geométrica
pH	Potencial de Hidrogênio
RDC	Resolução da Diretoria Colegiada
SAC	Sistema de Amortização Constante
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
TLCE	Termo de Livre Consentimento e Esclarecimento
TR	Taxa Referencial
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UnB	Universidade de Brasília

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Fator aumento/desconto. 36

Tabela 2: Desenvolvimento da dívida. 63

Tabela 3: Comparativo regras antigas e novas do rotativo de cartão de crédito. 64

Tabela 4: Evoluções dos montantes verificados. 68

Tabela 5: Amortização da Dívida. 70

Tabela 6: Amortização Dívida – SAC. 71

Tabela 7: Amortização Dívida – PRICE. 72

Tabela 8: Comparativo das Parcelas SAC x Price. 73

Tabela 9: Comparativo das Amortizações SAC x Price. 74

Tabela 10: Comparativo dos Saldos Devedores SAC x Price. 75

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Comparativo das parcelas SAC x Price. 73

Gráfico 2: Comparativo das amortizações SAC x Price. 74

Gráfico 3: Comparativo dos saldos devedores SAC x Price 75

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Competências Gerais da Educação Básica – Ensino Médio. 25

Quadro 2: Descrição das informações nutricionais em rótulo. 76

Sumário

INTRODUÇÃO 16

1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA E CONTEMPORANEIDADE 19
1.1 CONTEXTO CONTEMPORÂNEO 19
1.2 A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO VETOR DE CONSTRUÇÃO DE CIDADANIA 21

2 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR - UMA REFERÊNCIA IMPORTANTE 24
2.1 PERSPECTIVAS DE ESTRUTURAÇÃO E DESENVOLVIMENTO CURRICULAR 25
2.2 ESTRUTURAÇÃO DA BNCC 28
2.3 A PROGRESSÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA O ENSINO MÉDIO 28
2.4 CONSIDERAÇÕES IMPORTANTES SOBRE A BNCC 31
2.5 ASPECTOS QUE SUGEREM ATENÇÃO ÀS PROPOSTAS DESSE DOCUMENTO 33

3 ILUSTRAÇÕES DE COMO O SENSO COMUM PODE INDUZIR A ERROS 34
3.1 CONCEITOS IMPORTANTES 34
3.1.1 Porcentagem 34
3.1.2 Juros 35
3.1.3 Aumento e/ou descontos sucessivos 37
3.1.4 Juros compostos 39
3.1.5 Equivalência de taxas 45
3.1.6 Taxa nominal e taxa efetiva 46
3.1.7 Compras com parcelas de valores iguais 56
3.1.8 Renda perpétua 60
3.1.9 Crédito rotativo no uso dos cartões de crédito – como funcionava antes e como funciona com as regras atuais 61
3.1.10 Nota promissória 65
3.1.11 Poder de compra 66
3.1.12 Ganhos reais em aplicações financeiras, considerando a inflação e seus efeitos 67
3.1.13 Taxa de juros para prazos pequenos 68

3.1.14 Maximização de receita 69
3.1.15 Sistema de amortização 69
3.1.16 Comparação entre o sistema SAC e Price 72
3.1.16.1 Valor da parcela 73
3.1.16.2 Amortização 74
3.1.16.3 Saldo devedor 74
3.1.17 Informações nutricionais nas embalagens e possibilidades para a prática de um currículo que foca a aprendizagem significativa 75
3.1.17.1 Cuidados importantes na leitura de rótulos 77

4 METODOLOGIA 79
4.1 HISTORICIDADE DA TÉCNICA DA ANÁLISE DE CONTEÚDOS . 81
4.2 APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE ANÁLISE DE CONTEÚDOS . . 83
4.2.1 FLUXO INTERATIVO DA PRODUÇÃO DOS DADOS 84

5 ANÁLISE DOS DADOS E PRODUÇÃO DOS RESULTADOS 86
5.1 ANÁLISE DE PALAVRAS INDUTORAS 86
5.2 ANÁLISE DAS QUESTÕES ABERTAS SEMIESTRUTURADAS . 90

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 95

REFERÊNCIAS 98

APÊNDICE A – INFORMAÇÕES SOBRE AS ENTREVISTAS 100

INTRODUÇÃO

Esta dissertação tem como escopo problematizar os processos de subjetivação efetuados na contemporaneidade e suas ressonâncias na educação escolar, a partir do conteúdo específico da matemática financeira. No cenário contemporâneo, mundial e nacional, em que forças hegemônicas pretendem impor modos de vida e de pensamento únicos e alinhados à subjetividade capitalística [1], criar e valorizar territórios de resistência no campo educativo é produzir territórios de luta por outras formas de vida. Processos de subjetivação e de criação de sensibilidades configuram-se em novas arenas de luta política pela produção existencial no sistema econômico atual, fundamentado na produção imaterial. Tomo de empréstimo o conceito de produção imaterial de Maurizio Lazzarato:

> A centralidade do trabalho imaterial diz respeito ao fato de suas atividades materiais (de manipulação e transformação da natureza) dependerem de seus elementos cognitivos e afetivos (de manipulação dos símbolos). Ou seja, o trabalho material passa a depender do imaterial, onde o imaterial diz respeito à subjetividade: conhecimento, comunicação, afetos. O capitalismo se torna cognitivo não pelo fato de mobilizar o conhecimento, mas porque passamos de uma situação na qual se produziam mercadorias por meio de conhecimento à outra, na qual o conhecimento produz, tautologicamente, conhecimento: a produção e a manipulação de símbolos tornam-se a base da manipulação da natureza, até o ponto de nela determinarem-se verdadeiros processos de valorização. (LAZZARATO; NEGRI, 2013, p. 10)

Lazzarato nos auxilia na compreensão de que, na atual fase de desenvolvimento capitalista, há a centralidade do esgotamento do paradigma do trabalho como fonte produtiva, pelo rompimento da relação valor/trabalho, que traz em seu bojo um conjunto de transformações complexas dentre as quais as geradas pelo capitalismo financeiro. No que se refere aos processos de produção de subjetividades e de sustentação da financeirização nas relações econômicas, é imprescindível ativar a ideia de naturalização do endividamento como meio de consumo. LAZZARATO (2017) problematizou esta temática no seu livro “O governo do homem endividado”.

[1] O conceito capitalístico foi proposto por Félix Guattari e Suely Rolnik para adensar o sentido cultural do poder capitalista no que se refere aos processos de subjetivação: “O que caracteriza os modos de produção capitalísticos é que eles não funcionam unicamente no registro dos valores de troca, valores que são da ordem do capital, das semióticas monetárias ou dos modos de financiamento. Eles funcionam também através de um modo de controle da subjetivação [. . .]. (GUATTARI; ROLNIK, 2011, p. 21)

O apelo ao endividamento pode ser facilmente observado em nosso cotidiano, por exemplo, em massivas propagandas de agências financeiras que oferecem crédito a juros altíssimos e direcionados para segmentos específicos e geralmente de maior fragilidade social, como os aposentados e as pessoas que estão com os nomes negativados justamente por terem sido capturadas no círculo do endividamento.

É neste cenário de produção de subjetividades, no qual o trabalho do professor ganha expressão pela sua potência formativa e transformadora, que o ensino da matemática financeira crítica ganha urgência como meio de resistência às forças social e economicamente hegemônicas. A prática docente, que se objetiva pelos atos pedagógicos, em momentos pedagógicos, configura-se como uma potente linha de força nos processos de subjetivação em confronto na realidade contemporânea. Os atos pedagógicos se configuram como aqueles que manifestam a real intensão de promover aprendizagens significativas. As aprendizagens significativas precisam ser acessadas a partir da realidade pedagógica vivida pelos estudantes.

Diante do cenário, surge a seguinte questão: Qual a percepção dos estudantes do Ensino Médio sobre a importância da matemática financeira para sua formação cidadã?

Esta dissertação está internamente estruturada em seis capítulos. O primeiro intitulado “Educação Financeira e Contemporaneidade”, apresenta o cenário contemporâneo de desenvolvimento do fenômeno pesquisado no qual se desenvolvem as possibilidades de aplicação do instrumental matemático na construção de cidadanias ativas.

A BNCC, Base Nacional Comum Curricular, como documento de caráter normativo que orienta os caminhos que devem ser seguidos pelas instituições do ensino básico no Brasil, é o tema problematizado no segundo capítulo.

No terceiro capítulo, “ilustrações de como o senso comum pode induzir a erros”, abre-se espaço para explicitação de situações concretas que revelam os fluxos dos acontecimentos da vida vivida. Nesse capítulo, as abordagens teóricas que auxiliam o entendimento das situações propostas são apresentadas na medida em que vão se fazendo necessárias.

A metodologia utilizada ao longo da pesquisa é tratada no quarto capítulo, quando são informados os elementos referentes à natureza das abordagens teóricas, os critérios para a seleção que compuseram os informantes da investigação e o quadro interpretativo construído a partir de técnicas de análise de dados qualitativos.

A análise das narrativas trazidas pelos colaboradores foi apresentada no quinto capítulo. As palavras indutoras e as perguntas semiestruturadas foram analisadas considerando-se o nível de aproximação entre as respostas apresentadas.

O sexto capítulo é o espaço das considerações finais, onde apresento as reflexões finais e revelo como este trabalho de pesquisa me apresenta novos horizontes na caminhada profissional.

1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA E CONTEMPORANEIDADE

1.1 CONTEXTO CONTEMPORÂNEO

Taxa natural de desemprego, trabalho informal ou terceirizado, redução ou fechamento de postos de trabalho, muros de contenção de miséria, Ilhas de prosperidade e crise migratória são alguns de uma vasta lista de termos que expressam as condições impostas às pessoas pela atual fase de desenvolvimento do capitalismo. Galeano (2018) descreve o impacto das transformações capitalísticas na cultura das cidades contemporâneas com esta expressão impactante e certeira:

> Caminhar é um perigo e respirar é uma façanha nas grandes cidades do mundo ao avesso. Quem não é prisioneiro da necessidade é prisioneiro do medo: uns não dormem por causa da ânsia de ter o que não têm, outros não dormem por causa do pânico de perder o que têm. O mundo ao avesso nos adestra para ver o próximo como uma ameaça e não como uma promessa, nos reduz à solidão e nos consola com drogas químicas e amigos cibernéticos. (GALEANO, 2018, p. 7-8)

Medo, solidão, violência são vivências com as quais temos familiaridade em sociedades individualistas, competitivas e meritocráticas. A indústria do medo e da violência faz girar o círculo vicioso do consumo. São as emoções e sensibilidades sendo canalizadas economicamente a partir da criação de uma sensação geral de insegurança para a qual os programas sensacionalistas de televisão muito contribuem: vivemos uma cultura do medo para a qual há um comércio disposto a oferecer soluções individuais, como alarmes, cercas elétricas, GPS etc. Do ponto de vista das políticas públicas de segurança, tem-se o retorno de segmentos de direita que desresponsabilizam o dever do Estado em promover políticas sociais de redução das complexas condições que esgaçam o tecido social e facilitam todo tipo de práticas criminosas ao convocar, de forma reducionista e individualista, para citar um exemplo nacional recente, a liberação do porte de armas como meio de garantir a segurança pessoal, a relação direta entre agredido e agressor, diluindo as instâncias mediadoras que são, ao final, a essência do Estado enquanto ente político promotor do bem público. Tais formas de encaminhamento das questões complexas da contemporaneidade estão alinhadas ao modo de configuração do poder que assume a subjetividade humana como força produtiva. É a vida inteira, a vida mesmo que é interpretada como capital a explorar. Pálpelbart nos alerta para a ideia de que:

> (...) De fato, como poderia o Império atual manter-se caso não capturasse o desejo de milhões de pessoas? Como conseguiria ele mobilizar tanta gente caso não plugasse o sonho das multidões à sua megamáquina planetária? Como se expandiria se não vendesse a todos a promessa de uma vida invejável, segura, feliz? Afinal, o que é vendido o tempo todo, senão isto: maneiras de ver e de sentir, de pensar e de perceber, de morar e de vestir? O fato é que consumimos mais do que bens, formas de vida e mesmo quando nos referimos apenas aos estratos mais carentes da população, ainda assim essa tendência é crescente. Através do fluxo de imagens, de informação, de conhecimento e de serviços que acessamos constantemente, absorvemos maneiras de viver, sentidos de vida, consumimos toneladas de subjetividade. Chama-se como se quiser isto que nos rodeia, capitalismo cultural, economia imaterial, sociedade do espetáculo, era da biopolítica, o fato é que vemos instalar-se nas últimas décadas um novo modo de relação entre o capital e a subjetividade. (PÁLPELBART, 2011, p. 20)

Entretanto, embora sejam potências hegemônicas, as forças capitalísticas não são forças herméticas e impermeáveis, não capturaram a totalidade da potência humana. Há forças periféricas de resistência que inventam formas criativas de reação, dentre elas, o consumo consciente para o qual a aprendizagem significativa cria condições de embate, via cognição ativa, na perspectiva de que o acesso ao conhecimento serve para pensar, para se posicionar e atuar de forma autêntica e digna. Ao consumir, estamos inevitavelmente nutrindo segmentos produtivos (materiais e simbólicos) e nos constituindo enquanto consumidores-cidadãos, significando que o consumo é um território de disputa de constituição da realidade. Canclini (1995), ao problematizar os novos sentidos do consumo no século XXI, argumenta que a atenuação e rebaixamento da política e o consequente descrédito em suas instituições fortaleceram o consumo como forte via de participação cidadã:

> Homens e mulheres percebem que muitas das perguntas próprias dos cidadãos a que lugar pertenço e que direitos isso me dá, como posso me informar, quem representa meus interesses recebem sua resposta mais através do consumo privado de bens e dos meios de comunicação de massa do que nas regras abstratas da democracia ou pela participação coletiva em espaços públicos. (CANCLINI, 1995, p. 13)

É nesse cenário de disputa simbólica do capitalismo cognitivo que o campo da educação tem importante papel formativo a desempenhar, e, no seu âmbito, o ensino da matemática configura-se como um vetor potente na produção de subjetividades autônomas e ativas para as relações econômicas, produtivas e de consumo. Já que esta dissertação aborda, como uma das suas chaves teórico/interpretativas a categoria “subjetividade”, é fundamental trazer o seu conceito:

> (...) subjetividade não implica uma posse, mas uma produção incessante que acontece a partir dos encontros que vivemos com o outro. Nesse caso, o outro pode ser compreendido como o outro social, mas também como a natureza, os acontecimentos, as invenções, enfim, aquilo que produz efeitos nos corpos e nas maneiras de viver. Tais efeitos difundem-se por meio de múltiplos componentes de subjetividade que estão em circulação no campo social. (MANSANO, 2009, p. 110)

Na fase atual do desenvolvimento do capitalismo, vivemos a produção imaterial, conhecido como capitalismo financeiro, onde a produção do lucro não está associada a uma base produtiva, mas um modelo onde o capital gera capital. Dessa forma, se não existe uma base produtiva, uma fonte material objetiva de produção, alguém está pagando por isso. Fica evidente que a exploração da classe trabalhadora, nas suas relações comerciais, é a grande responsável pelo lucro e enriquecimento daqueles que representam os grandes centros financeiros. A falta de compreensão dos processos a que são submetidos termina penalizando a classe trabalhadora que acaba por fazer parte de uma cadeia de consumo, a um sistema financeiro onde gasta seu salário pagando juros altíssimos. As compras a longo prazo são financiadas por grandes bancos e operadoras de cartões de crédito que oferecem condições que traduzem verdadeiras explorações dos compradores. Campanhas publicitárias focadas em resultados favoráveis aos objetivos de vendas usam artifícios, muitas vezes abusivos, para seduzir compradores, significando verdadeiras explorações da desinformação do público alvo. Ainda que o cidadão critique essa realidade, somente a compreensão do funcionamento desse modelo perverso pode possibilitar ações de consumo de maneira mais autônoma.

1.2 A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO VETOR DE CONSTRUÇÃO DE CIDADANIA

Um dos caminhos comprometidos com a construção de modos de consumo mais autônomos pode ser trilhado pelo ensino da matemática no sentido de promover a consciência crítica dos estudantes sobre mecanismos que estruturam as relações comerciais na atual fase do capitalismo financeiro.

Conforme apontado anteriormente por LAZZARATO e NEGRI (2013) , é na produção imaterial que se fortalece o controle em busca da hegemonia que necessita da adesão voluntária das pessoas aos valores dominantes. É a dinâmica da formação de subjetividades que está no âmago das relações econômicas, base da atual forma de dominação. Nesse cenário, a formação de subjetividades ativas e fortalecidas por aprendizagem significativa tem a força e a potência para confrontar as forças dominantes. A própria produção de conhecimento e a aprendizagem dos alunos são forças subjetivas potentes.

Saber o que os alunos pensam sobre essas formas de relacionamento comercial, que nível de consciência apresentam sobre métodos que camuflam “armadilhas financeiras” para as quais eles e seus familiares são frequentemente seduzidos é o passo inicial para que o docente desenvolva um ensino orientado para a aprendizagem significativa, ou seja, conectada com a vida em sua existencialidade. Para maior esclarecimento conceitual, tomo de empréstimo o conceito que se segue:

> A aprendizagem significativa é um processo no qual o indivíduo relaciona uma nova informação de forma não arbitrária e substantiva com aspectos relevantes presentes na sua estrutura cognitiva (AUSUBEL et al, 1980). São esses aspectos relevantes, denominados subsunçores ou ideias âncora, que ao interagirem com a nova informação dão significado para a mesma. Neste processo de interação, que não deve ser interpretado como uma simples ligação, os subsunçores modificam-se, tornando-se progressivamente mais diferenciados, elaborados e estáveis (MOREIRA,2000). Caracterizando-se como um processo de construção pessoal de significados, a aprendizagem significativa, tem um caráter idiossincrático que determinará o modo como o indivíduo se relacionará com o meio ou, nas palavras de Novak (2000), o seu modo de sentir, de pensar e de agir. Dessa maneira, a aprendizagem significativa de um determinado corpus de conhecimento corresponde à construção mental de significados porque implica uma ação pessoal – e intencional – de relacionar a nova informação percebida com os significados já existentes na estrutura cognitiva. Quanto mais estável e organizada for a estrutura cognitiva do indivíduo, maior a sua possibilidade de perceber novas informações, realizar novas aprendizagens e de agir com autonomia na sua realidade. (LEMOS, 2011, p. 27)

Ou seja, um novo conhecimento deve ser adquirido de forma conectada com conhecimentos prévios que os alunos possuem em suas estruturas cognitivas. David Ausubel define este conhecimento prévio como "conceito subsunçor" ou simplesmente "subsunçor". Ausubel ainda define estruturas cognitivas como estruturas hierárquicas de conceitos que são representações de experiências sensoriais do indivíduo. A ocorrência da aprendizagem significativa implica o crescimento e modificação do conceito subsunçor. A partir de um conceito geral (já incorporado pelo aluno), o conhecimento pode ser construído de modo a relacioná-lo com novos conceitos, facilitando a compreensão das novas informações, o que dá significado real ao conhecimento adquirido. As ideias novas só podem ser aprendidas e retidas de maneira útil caso se refiram a conceitos e proposições já disponíveis, que proporcionam as âncoras conceituais.

Diante do cenário até aqui apresentado, é importante trazer as diretrizes legais que normatizam as práticas pedagógicas na educação básica no Brasil. Abordaremos especificamente a Base Nacional Comum Curricular, que será tratada no capítulo que segue.

2 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR - UMA REFERÊNCIA IMPORTANTE

Atualmente no Brasil está sendo implementada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

Embora existam críticas ao documento e não seja nosso objetivo aqui iniciar uma discussão a esse respeito, faremos uma abordagem que traz algum entendimento sobre a BNCC, afinal trata-se da referência que orienta os currículos para a educação básica no nosso país e, em seguida, sinalizaremos alguns aspectos que sugerem atenção às propostas desse documento.

No texto introdutório deste documento, já homologado pelo Ministério da Educação (MEC), está prevista a inclusão da educação financeira como um dos temas transversais[1] nos currículos nacionais. Assim, esse conteúdo passa a fazer parte das propostas pedagógicas nas várias redes de ensino.

Conforme disposto no documento oficial do MEC, a BNCC do Ensino Médio se organiza em continuidade ao proposto para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, centrada no desenvolvimento de competências e orientada pelo princípio da educação integral. Portanto, as competências gerais da Educação Básica orientam igualmente as aprendizagens dessa etapa, como ilustrado no esquema a seguir, sejam as aprendizagens essenciais definidas na BNCC, sejam aquelas relativas aos diferentes itinerários formativos.

[1] Segundo o MEC, temas transversais são temas que estão voltados para a compreensão e para a construção da realidade social e dos direitos e responsabilidades relacionados com a vida pessoal e coletiva e com a afirmação do princípio da participação política. Isso significa que devem ser trabalhados, de forma transversal, nas áreas e/ou disciplinas já existentes. (MENEZES. . . , 2001)

Quadro 1- Competências Gerais da Educação Básica - Ensino Médio

Fonte: BRASIL, (2021)

As aprendizagens essenciais definidas na BNCC estão organizadas por áreas do conhecimento (Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas), conforme estabelecido no artigo 35-A da LDB. Com a finalidade de integrar componentes do currículo, as áreas do conhecimento permitem uma melhor compreensão da realidade e atuação sobre ela. Esse formato não exclui, necessariamente, as disciplinas, com suas particularidades e saberes próprios historicamente construídos, mas, sim, implica o fortalecimento das relações entre elas, uma vez que a interação entre saberes permite um olhar mais criterioso sobre os vários fenômenos e suas complexidades. A prática de abordagem interdisciplinar na educação tem sido cada vez mais comum por aproximar objetos de estudo ao seu contexto e aplicabilidade. A interdisciplinaridade na escola deve buscar o que há de convergente entre diferentes disciplinas, para criação de um currículo possível que una professores e cative alunos.

2.1 PERSPECTIVAS DE ESTRUTURAÇÃO E DESENVOLVIMENTO CURRICULAR

Historicamente a organização do currículo escolar nos diversos níveis da educação básica tem se baseado na constituição de disciplinas que são tratadas de forma relativamente independentes, na maioria das vezes com pouquíssima interação intencional ou institucional. Dessa forma cada disciplina constrói seu canal de comunicação entre a escola e a realidade. Além disso, quando ocorrem propostas de reformulações ou atualizações curriculares, o que se percebe na prática é a ausência de novas disciplinas e poucas alterações nos conteúdos já praticados, sobretudo quanto ao tratamento com significados.

Diante desse cenário, é necessário que a educação passe a acompanhar as transformações da sociedade, para que possa preparar as pessoas para vida de forma integrada com o mundo.

O que se deve pretender é construir uma realidade onde as práticas educacionais sejam cada vez mais debatidas, buscando encontrar maneiras de alcançar a formação integral do indivíduo.

Para entender melhor sobre algumas práticas, é interessante começar pelo esclarecimento sobre alguns conceitos que estão interligados e muitas vezes acabam sendo confundidos: disciplinaridade, multidisciplinaridade e interdisciplinaridade.

A disciplinaridade ocorre quando os campos do conhecimento são compartimentalizados a partir de uma visão cartesiana, buscando o aprofundamento em um conhecimento específico. Isso é feito a partir do isolamento do objeto ou conteúdo de seu ambiente para que possa ser estudado por si só, resultando no que conhecemos como disciplinas ou matérias (matemática, química, física, língua portuguesa. . .).

A multidisciplinaridade ocorre quando há uma tentativa de trabalhar as disciplinas simultaneamente, mas sem propor reais interações entre os seus conteúdos, o que resulta em um trabalho muitas vezes sem significado. Nesta abordagem, um mesmo objeto de estudo é analisado a partir de diferentes óticas, cada uma pertencente a uma disciplina que contém seus próprios métodos, parâmetros e conceitos e como as disciplinas não interagem, não se cria novas percepções, ocorrendo apenas compartilhamento de um mesmo ponto de partida.

A interdisciplinaridade, por sua vez, propõe a interação entre as disciplinas, fazendo com que sejam integradas dentro de um contexto específico, como nos projetos escolares. Isso acontece principalmente de modo prático, partindo de uma situação na qual a interação entre variadas óticas possibilita um olhar mais complexo diante da busca de solução de determinado conflito, por exemplo. Nesse contexto, as disciplinas guardam suas importâncias, porém são trabalhadas de formas diferentes das quais estamos acostumados, com outro enfoque.

Na dinâmica do mundo moderno, a interação entre saberes se faz cada vez mais necessária. Nas diversas áreas, o conhecimento isolado tem sido obsoleto. É necessário haver interação prévia entre saberes para que resultados melhores sejam alcançados. Assim, para JAPIASSU (1976, p. 74):

> [. . .] a colaboração entre as diversas disciplinas ou entre os setores heterogêneos de uma mesma ciência conduz a interações propriamente ditas, isto é, existe certa reciprocidade nos intercâmbios, de tal forma que, no final do processo interativo, cada disciplina saia enriquecida

Ocorre-me uma situação que aconteceu num determinado colégio onde uma arquiteta projetou uma piscina para fins ornamentais e lá foram colocadas pequenas tartarugas. Todos elogiaram muito a beleza da obra final, até que uma mãe de aluno, quando foi levar o filho para a escola, percebeu que na piscina alguns cantos eram favoráveis à proliferação de determinada planta aquática, incompatível com aquelas tartarugas, que, provavelmente, adoeceriam e morreriam se comessem a tal planta. Essa mãe, bióloga do projeto TAMAR, procurou a direção da escola e conversou sobre o fato. A direção solicitou da arquiteta um novo projeto e iniciou a reforma da piscina que terminou ficando tão bela quanto a primeira e com o benefício de não favorecer ao crescimento das plantas nocivas às tartaruguinhas. Esse é um belo exemplo de como a interação entre saberes permite uma melhor compreensão da realidade.

Numa abordagem interdisciplinar, é possível propor, por exemplo, um melhor entendimento de como funciona o comércio a partir da demanda e oferta dos produtos, o que é ponto de equilíbrio entre demanda e oferta, dos significados de custo, receita e lucro, de como maximizar um lucro, etc.Contribuições teóricas dessa natureza são importantes para a administração de uma empresa

Assim como é possível a interação com a administração de uma empresa, a matemática tem seguido tendência que exige do professor uma atuação que está além dos conteúdos programáticos, uma vez que ele precisa estabelecer um diálogo com áreas de influência dessa área do conhecimento. Como já foi dito, os novos modelos de ensino buscam relacionar os conteúdos de forma a ampliar o horizonte dos educandos, mostrando como é possível abordar a matemática interagindo com outros saberes como geografia, biologia, química, física, economia, administração e contabilidade, por exemplo. Vejamos algumas situações nas quais podemos usar a interdisciplinaridade:

Matemática e economia podem interagir para uma melhor compreensão das funções custos, receita e lucro e dos gráficos. A interação entre os conhecimentos de matemática e química permite uma melhor compreensão sobre meia vida de substâncias radioativas e medida de acidez. Do diálogo entre matemática e geografia surge uma melhor compreensão sobre densidade demográfica de uma região, índices sociais e escalas utilizadas na elaboração de mapas e maquetes.

A interação entre matemática e física permite um melhor entendimento sobre movimentos e suas equações e gráficos representativos. Conhecimentos de matemática e geologia, devidamente combinados, permitem um olhar mais criterioso sobre a intensidade de um terremoto (escala Richter) e o nível de energia liberada. São muitas as possíveis interações entre matemática e outras áreas do conhecimento, como engenharia, astronomia, estatística e probabilidade.

2.2 ESTRUTURAÇÃO DA BNCC

Na BNCC, para cada área do conhecimento, são definidas competências específicas, articuladas às respectivas competências das áreas do Ensino Fundamental, com as adequações necessárias ao atendimento das especificidades de formação dos estudantes do Ensino Médio. Essas competências específicas de área do Ensino Médio também devem orientar a proposição e o detalhamento dos itinerários formativos relativos a essas áreas.

Relacionadas a cada uma dessas competências, são descritas habilidades a serem desenvolvidas ao longo da etapa, além de habilidades específicas de Língua Portuguesa e matemática – componentes obrigatórios durante os três anos do Ensino Médio, (LDB, Art. 35-A, § 3º). Todas as habilidades da BNCC foram definidas tomando-se como referência o limite de 1.800 horas do total da carga horária da etapa (LDB, Art. 35-A, § 5º).

As competências e habilidades da BNCC constituem a formação geral básica. Os currículos do Ensino Médio são compostos pela formação geral básica, articulada aos itinerários formativos como um todo indissociável, nos termos das Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio – DCNEM/2018 (Parecer CNE/CEB nº 3/2018 e Resolução CNE/CEB nº 3/201858).

2.3 A PROGRESSÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA O ENSINO MÉDIO

O conjunto das competências específicas e habilidades definidas para o Ensino Médio concorre para o desenvolvimento das competências gerais da Educação Básica e está articulado às aprendizagens essenciais estabelecidas para o Ensino Fundamental. A área de Matemática, no **Ensino Fundamental**, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, que é o processo de pensamento envolvido na formulação de um problema e na expressão de sua solução em contextos diversos.

Segundo o documento oficial, a BNCC no **Ensino Médio**, na área de **Matemática e suas Tecnologias**, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade.

A matemática como área do conhecimento obrigatória ao longo dos três anos do ensino médio, também traz a sua etapa nos itinerários formativos.

Os **itinerários formativos** – estratégicos para a flexibilização da organização curricular do Ensino Médio, pois possibilitam opções de escolha aos estudantes – podem ser estruturados com foco em uma área do conhecimento, na formação técnica e profissional ou, também, na mobilização de competências e habilidades de diferentes áreas, compondo **itinerários integrados.**

Dessa forma, é possível priorizar o aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino;

Assim, a oferta de diferentes itinerários formativos pelas escolas deve considerar a realidade local, os anseios da comunidade escolar e os recursos físicos, materiais e humanos das redes e instituições escolares, de forma a propiciar aos estudantes possibilidades efetivas para construir e desenvolver seus projetos de vida e se integrar de forma consciente e autônoma na vida cidadã e no mundo do trabalho.

Com relação a área matemática e suas habilidades, destacaremos algumas competências e respectivas habilidades associadas à matemática financeira, previstas na BNCC.

Competência 1

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

Essa competência contribui não apenas para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, mas também para a formação científica geral dos estudantes, uma vez que prevê a interação com outras áreas do conhecimento, como as Ciências da Natureza ou Humanas. Os estudantes deverão, por exemplo, ser capazes de analisar criticamente o que é produzido e divulgado nos livros, jornais, revistas, internet, televisão, rádio etc., muitas vezes de forma imprópria e que induz a erro como generalizações equivocadas de resultados de pesquisa, uso inadequado da amostragem, forma de representação dos dados – escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

Habilidade 4 da Competência 1: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

Competência 2

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

O desenvolvimento dessa competência específica permite que os estudantes possam identificar aspectos consensuais ou não na discussão tanto dos problemas investigados como das intervenções propostas, com base em princípios solidários, éticos e sustentáveis, valorizando a diversidade de opiniões de grupos sociais e de indivíduos e sem quaisquer preconceitos. Nesse sentido, favorece a interação entre os estudantes, de forma cooperativa, para aprender e ensinar Matemática de forma significativa.

Habilidade 3 da Competência 2: Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Competência 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros.

Observa-se o uso na BNCC da expressão “Resolver e Elaborar Problemas” em lugar de “Resolver Problemas”. Essa opção amplia e aprofunda o significado dado à resolução de problemas: a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada.

Habilidade 3 da Competência 3: Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

Habilidade 4 da Competência 3: Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

Habilidade 5 da Competência 3: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

2.4 CONSIDERAÇÕES IMPORTANTES SOBRE A BNCC

Embora a educação financeira seja um conteúdo possível num tratamento interdisciplinar, só na base de matemática do Ensino Fundamental ela aparece explicitamente em quatro habilidades, uma em cada um dos anos: quinto, sexto, sétimo e nono. Como foi sinalizado, há uma previsão de continuação no Ensino Médio numa revisitação que permite novas abordagens teóricas e em cada retomada o tema pode ser trazido considerando novas possibilidades quanto a complexidade.

Vale salientar que há uma distinção entre matemática financeira e educação financeira. Enquanto a primeira possui caráter instrumental, uma vez que orienta sobre operações e regras, a segunda está ligada ao comportamento dos indivíduos em relação às suas finanças. A sensibilização no tratamento de ambas permite uma combinação favorável à formação de cidadãos conscientes e comprometidos com uma sociedade mais justa.

Embora a base de história não faça sinalização sobre o tratamento da educação financeira, a parte introdutória da base de matemática propõe uma interação entre essas disciplinas através do estudo do dinheiro e sua função na sociedade, relação entre dinheiro e tempo, do consumo como realidade histórica, impostos e seus significados nas várias sociedades etc. É possível ser criativo e estabelecer outros vínculos com outras áreas do conhecimento, como a biologia, em que o instrumental matemático permite uma análise mais criteriosa sobre consumo consciente. O cálculo percentual e o entendimento sobre proporções permitem melhores entendimentos sobre práticas nutricionais e melhoram o nível de consciência sobre preservação do meio ambiente. Esses exemplos traduzem posturas cidadãs.

Outra realidade que pode ser tratada nessa perspectiva de significados é o fato de que somos de uma geração em que os pais tinham vergonha de dizer que não tinham dinheiro para atender aos compromissos, e que o único caminho era o endividamento. É aí que a prática de uma postura autônoma ganha referência nas relações comerciais. A clareza sobre o que se está tratando dá ao sujeito condições de tomar decisões e encaminhar sua realidade criteriosamente.

Percebe-se ainda que a proposta de inclusão do tema Matemática Financeira na BNCC está voltada para o foco de como o indivíduo deve administrar suas finanças, de modo a realizar projetos pessoais. Deve-se prever, dentro dessa proposta, uma preocupação com a sinalização sobre mecanismos que incentivam o consumo desordenado, e as estratégias utilizadas nas várias campanhas que convocam para tal consumo. Vivemos um momento em que novos produtos, nos diversos setores, são apresentados diariamente e, ao mesmo tempo, temos uma sociedade que alimenta valores que validam, prioritariamente, o ter. A grande preocupação que surge é sobre como poupar e realizar projetos sem cair nessas armadilhas que o capitalismo financeiro lança todos os dias através das suas campanhas sedutoras.

2.5 ASPECTOS QUE SUGEREM ATENÇÃO ÀS PROPOSTAS DESSE DOCUMENTO

A BNCC, apresentada de forma seccionada, traz inicialmente apenas as mudanças para o ensino fundamental. As propostas para o Ensino Médio só foram apresentadas depois através de medida provisória e convertida em lei pelo congresso nacional durante o governo transitório do presidente Michel Temer. A lei, que deve ser implementada até o ano de 2022 pelas escolas públicas e privadas do país, traz o aumento das atuais oitocentas horas do ano letivo para 1000 horas. Desta forma, considerando os três anos do ensino médio, a carga horária total será de 3000 horas, sendo que a educação básica será cumprida em 1800 horas ficando as 1200 horas restantes a cargo dos itinerários propostos autonomamente pelas escolas.

A princípio esse aumento da carga horária parece trazer a proposta de uma educação integral, mas o que se percebe é a redução das obrigações do estado que se responsabilizará apenas pelas 1800 horas da educação básica. Para Cézar Callegari, membro do Conselho Nacional de Educação, com essa redução, "aquilo que é direito da juventude e, portanto, estabelece a sua relação com deveres do estado, ficará amesquinhado sob a régua das 1800 horas."[2]

A Base para o ensino médio traz como ponto fundamental a redução de custos da oferta da educação básica por parte do estado e oportunidade de negócios para aqueles que geram conteúdos, sobretudo aqueles que não incidem exclusivamente em matemática e Língua Portuguesa e, portanto, abre um horizonte enorme para outras ofertas educacionais importantes com temas de aplicações diretas no que demanda o mercado de trabalho.

O enfraquecimento do Ensino Médio significa, para as novas gerações, perda da capacidade de cognição, intelecção, criatividade e geração de ciência e tecnologia, ou seja, gera dependência de quem fará isso em outros cenários. Essa base traz, inevitavelmente, o esvaziamento das escolas de professores qualificados com conteúdos de ciência e tecnologia, ciências sociais, artes, cultura e educação física, o que resultará no empobrecimento grave do currículo

[2] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=bOxsn9SeE0kfeature=youtu.be

3 ILUSTRAÇÕES DE COMO O SENSO COMUM PODE INDUZIR A ERROS

A seguir, sugiro situações que ilustram manipulações praticadas nas relações comerciais que, frequentemente, tomam como referência a falta de conhecimento de matemática básica, o que serve como norteador para práticas abusivas. Cada situação trará uma abordagem teórica que servirá como suporte para melhor entendimento do cenário proposto. Na sequência, submeterei algumas situações à apreciação de ex-alunos do Ensino Médio e analisarei os retornos dados por esses alunos quanto à compreensão das realidades propostas e respectivas avaliações das intenções aqui apresentadas.

Nas abordagens teóricas, foram utilizados como referências os autores Gelson Iezzi, Morgado e Elon Lages.

3.1 CONCEITOS IMPORTANTES

Seguem alguns conceitos estrategicamente apresentados com as situações associadas.

3.1.1 Porcentagem

Porcentagem, taxa percentual ou razão centesimal é a razão cujo denominador é igual a 100. As porcentagens costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo % (lê-se: por cento). Por exemplo: $\frac{x}{100} = x$ %. É comum a representação da porcentagem na forma decimal. Veja os exemplos:

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03$$

$$12,5\% = \frac{12,5}{100} = 0,125$$

Assim, para calcular 5% de 80, basta fazer $0,05.80$ que nos dá resultado 4.

3.1.2 Juros

Quando uma pessoa empresta a outra um valor monetário, durante um certo tempo, o valor que o emprestador cobra pelo uso do dinheiro, ou o valor pago, além do capital emprestado, pelo tomador do empréstimo, é chamado de juros.

Aqui, denotaremos os juros pagos por **J**, e o capital emprestado ou principal por **C**. A taxa de juros, indicada por **i** (do inglês interest, que significa juros), é expressa como porcentagem do capital emprestado. Ela representa os juros numa certa unidade de tempo, normalmente indicada da seguinte forma: ao dia (**a.d.**), ao mês (**a.m.**), ao ano (**a.a.**), etc. Conclui-se, portanto, que:

$$\mathbf{J{=}C.i} \text{ (juros no tempo da taxa) ou } \mathbf{i} = \frac{\mathbf{J}}{\mathbf{C}}$$

Se alguém toma um empréstimo de $R\$100,00$ e, dois meses depois, paga $R\$140,00$, então pagou $R\$40,00$ de juros e a taxa praticada nessa transação foi de $\frac{40}{100} = 0.40 = 40\%$ ao brimestre.

Nos casos em que a unidade de tempo é diferente das usuais, costuma-se escrevê-la por extenso. Por exemplo, podemos encontrar taxas de juros para uma quinzena, para um semestre e etc.

Vale ainda percebermos alguns detalhes que traduzem certa praticidade no cálculo percentual. Vejamos exemplos:

1. Se um produto custa V e sofre aumento de 20%, seu novo valor será:

$$V + 0,2V = 1,2V$$

Isso significa que multiplicar o valor original por $1,2$ nos fornece o valor final do produto após o aumento de 20%.

2. Se um produto custa V e sofre desconto de 20%, seu novo valor será:

$$V - 0,2V = 0,8V$$

Isso significa que multiplicar o valor original por 0,8 nos fornece o valor final do produto após o desconto de 20%.

Assim, identificar o fator que caracteriza um aumento ou um desconto, dá ao procedimento um caminho prático e facilitador.

Do ponto de vista formal, para uma taxa de aumento i, o fator a ser utilizado será $(1+i)$, sendo i escrito na sua forma decimal. Já para uma taxa de desconto i, o fator a ser utilizado será $(1-i)$, sendo i também escrito na sua forma decimal. Nos exemplos dados acima, para o aumento de 20%, usou-se o fator $(1+0,2)=1,2$. Já para o desconto de 20%, usou-se o fator $(1-0,2)=0,8$.

Da mesma forma, é importante identificar se um dado fator caracteriza aumento ou desconto e o seu respectivo valor percentual. Veja a tabela:

Tabela 1 – **Fator Aumento/Desconto.**

Fator	Aumento/ Desconto
1,4	Aumento de 40%
1,08	Aumento de 8%
0,9	Desconto de 10%
0,875	Desconto de 12,5%
1,287	Aumento de 28,7%

Fonte: Elaborada pelo autor

Situação Ilustrativa 01

Considere uma loja que oferece aos seus clientes duas formas para pagamento das suas compras. As propostas da loja são:

1) À vista, com 10% de desconto sobre o preço de tabela.

2) Duas parcelas iguais, sem desconto sobre o preço de tabela, com a primeira sendo paga no ato da compra.

É comum, para quem escolhe a segunda forma de pagamento, o entendimento de que a compra não traz juros embutidos, que a desvantagem é apenas não ter o desconto. Quase sempre é dito que "não será dado o desconto, mas que não acontecerá a incidência de juros", o que, certamente, não tem sentido, uma vez que está sendo praticada uma cobrança de juros de 25% sobre o saldo devedor da compra.

Vejamos um exemplo numérico:

Suponhamos que o preço de tabela de um produto seja R\$100,00. Dessa forma o comprador pagará:

— R \$90,00, se optar pela primeira forma de pagamento, pois terá 10 % de desconto sobre preço de tabela.

— Duas parcelas iguais a R\$50,00 cada uma, se optar pela segunda forma de pagamento, sendo a primeira paga no ato compra.

Na segunda opção de pagamento, o cliente pagará R$50,00 no ato da compra, e os outros R$50,00 ele pagará um mês depois. Com relação ao preço à vista, o cliente, após pagar a primeira parcela no ato da compra, ficará devendo R$40,00, que serão pagos com R$50,00, valor da segunda parcela. Dessa forma pagará R$10,00 de juros dobre o saldo devedor. Isso representa a taxa de juros igual a $\frac{10}{40} = 0,25 = 25\%$ sobre o saldo devedor da compra.

A seguir, faremos a generalização da situação:

Se o preço de tabela é V, então, o comprador pagará:

— $0,9V$ na primeira opção de pagamento, pois terá 10 % de desconto sobre preço de tabela.

— Duas parcelas iguais a $0,5V$ cada uma, na segunda opção de pagamento, sendo a primeira paga no ato da compra.

Dessa forma ele pagará $0,5V$ no ato da compra e ficará com saldo devedor, em relação ao valor à vista, de $0,4V$ que será pago um mês depois com $0,5V$, valor da segunda parcela. Isso significa pagamento de $0,1V$ de juros sobre o referido saldo devedor. Como $\frac{0,1V}{0,4V} = 0,25 = 25\%$, tem-se, na verdade, a cobrança de juros mensais de 25% no pagamento.

3.1.3 Aumento e/ou descontos sucessivos

Antes de tratarmos a próxima situação, vamos apresentar alguns procedimentos, ainda com a intenção de dar praticidade aos procedimentos.

Se um objeto sofre aumentos ou descontos sucessivos, significa que cada fator que caracteriza o aumento ou desconto deve incidir sucessivamente sobre o valor original. Assim, se um valor V sofre aumentos percentuais sucessivos de i_1, i_2 ,i_3, $\ldots$, i_n, então, o seu valor final é obtido pelo produto $V(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3)\ldots(1 + i_n)$, com as taxas nas respectivas formas decimais. Da mesma forma, se um valor V sofre descontos percentuais sucessivos de i_1, i_2, i_3, $\ldots$, i_n, então, o seu valor final é obtido pelo produto $V(1-i_1)(1-i_2)(1-i_3),\ldots,(1-i_n)$, com as taxas também nas respectivas formas decimais.

Vejamos alguns exemplos:

1. Se um objeto custa V e sofre aumentos sucessivos de 10% e 20%, então o seu valor final será $V(1+0,1)(1+0,2) = V(1,1)(1,2) = 1,32V$, ou seja, aumentos consecutivos de 10% e 20% equivalem a um único aumento de 32% sobre V.

2. Se um objeto custa V e sofre descontos sucessivos de 10% e 20%, então o seu valor final será $V(1-0,1)(1-0,2) = V(0,9)(0,8) = 0,72V$, ou seja, descontos consecutivos de 10% e 20% equivalem a um único desconto de 28% sobre V .

3. Se um objeto custa V e sofre um aumento de 40% e, em seguida, um desconto 30%, então o seu valor final será $V(1+0,4)(1-0,3) = V(1,4)(0,7) = 0,98V$, ou seja, um aumento de 40% seguido de um desconto de 30% equivalem a um único desconto de 2% sobre V.

Situação Ilustrativa 02

Uma campanha publicitária traz o seguinte anúncio:

“ **50% + 20% de desconto em qualquer produto da loja.**“

Note que a campanha, embora não sinalize que os descontos são sucessivos, na prática, acontece o desrespeito ao texto, e a maioria dos clientes termina finalizando a compra sem perceber que, por serem praticados dois descontos sucessivos, o desconto final praticado é de 60%. Quase sempre, orientado pelo senso comum, o cidadão entende que o desconto final será de 70% sobre o valor original do produto.

Vejamos um exemplo numérico:

Se um objeto custa inicialmente $R\$1000,00$, ele sofre um desconto de 50% e seu valor em reais passa a ser $1000(1-0,5) = 1000.(0,5) = 500$. Sobre este novo valor, aplica-se o segundo desconto de 20%, ou seja, o valor final será $500(1-0,2) = 500(0,8) = 400$, o que nos garante $R\$400,00$ como preço final do objeto. Comparando-se os preços inicial e final, conclui-se que houve um desconto total de $R\$600,00$ sobre $R\$1000,00$, e que o verdadeiro desconto percentual foi de $\frac{600}{1000} = 0,6 = 60\%$ sobre $R\$1000,00$.

A seguir, faremos a generalização da situação:

Se sobre o preço anunciado V é aplicado um primeiro desconto de 50% e, em seguida, um segundo desconto de 20% sobre o valor remanescente do primeiro, tem-se como valor final $V(1-0,5)(1-0,2) = V(0,5)(0,8) = 0,4V$, que caracteriza um desconto total de 60% sobre V.

Situação Ilustrativa 03

Nas prateleiras dos mercados, alguns produtos como sabonetes, por exemplo, são oferecidos em embalagens contendo mais que uma unidade e trazendo informações do tipo "pague 5 e leve 6". Nessa situação, o que acontece é a prática de remarcação, antes do início da campanha, dos preços unitários, com aumento de 20%. Uma noção de matemática elementar daria ao cidadão a clareza de que o acréscimo de 20% sobre o preço original de cada unidade, acumula em 5 unidades o preço da sexta unidade do produto, e que a campanha é, na verdade, uma farsa, pois leva-se 6 e paga-se 6. Além de receber o pagamento do valor original por unidade do produto, o mercado ainda impõe a compra de uma quantidade maior por vez.

Vamos entender a situação com um exemplo numérico:

Se cada sabonete custa originalmente $R\$1,00$, e este preço é remarcado com 20% de aumento, então, passará a custar $1(1+0,2) = 1(1,2) = 1,20$, ou seja, custará $R\$1,20$. Dessa forma, cinco unidades, com o novo valor unitário, custam $R\$6,00$. Considerando o valor original, tem-se aí o valor que o comprador pagaria por seis unidades.

A generalização da ideia é a seguinte:

Se uma unidade do sabonete custa V e sofre, antes do início da campanha, um aumento de 20%, então passará a custar $V(1+0,2) = 1,2V$. Assim, cinco unidades custam $5.(1,2V) = 6V$, mesmo valor que seria pago por 6 unidades, considerando o seu valor unitário V praticado antes da campanha.

3.1.4 Juros compostos

Suponhamos que alguém tomou o capital igual a $R\$1000,00$ como empréstimo, a juros de 10% ao mês. Passado um mês, a dívida é acrescida dos juros combinados e passa a ser de $1000(1+0,1) = 1000(1,1) = 1100$. Esse valor também poderia ser obtido da seguinte forma: $1000 + 1000.(0,1) = 1000 + 100 = 1100$. Note que, desta forma, é possível estabelecer o conceito de montante, que é a soma do valor do capital emprestado (capital inicial) com os juros combinados, ou seja, $M = C + j$, sendo M, C e j os valores do montante, capital inicial e juros, respectivamente. Digamos que o tomador do empréstimo e seu credor concordem em adiar a quitação da dívida por mais um mês, mantida a mesma taxa de juros.

Dessa forma, o empréstimo será quitado dois meses depois de contraído, e o novo montante será $1100(1 + 0,1) = 1100(1,1) = 1210$, uma vez que os juros relativos ao segundo mês serão calculados sobre o montante gerado ao final do primeiro mês, isto é, sobre 1100 reais. Os juros assim calculados são chamados de juros compostos. No regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados sobre o valor do montante no início desse período. Para alguém que usa apenas o senso comum, juros de 10% ao mês dão em dois meses juros totais de 20%. No exemplo dado, 10% ao mês acumulam em dois meses, juros de 21%. Observe que, no segundo mês, os juros incidiram sobre o novo valor e não sobre o valor inicial.

No regime de juros compostos de taxa i, um capital C passa a valer, depois de n períodos de tempo compatível com a taxa, um montante $M = C(1 + i)^n$.

Para entender esta expressão, basta atualizar o valor principal C por n períodos usando a taxa i. Fica como segue:

$$\begin{aligned} M &= C(1+i)(1+i)(1+i)\dots(1+i) \\ M &= C(1+i)^n \end{aligned}$$

Vejamos um exemplo:

Se uma pessoa investiu $R\$300,00$ a juros de 5% ao ano durante 3 anos, então, ela obteve ao final desse período o montante $M = 300(1 + 0,05)^3 = 300(1,05)^3 = 347,29$ reais aproximadamente.

É importante perceber que o valor de um capital depende da época à qual ele está referido. Se é possível fazer com que o dinheiro renda 5% ao mês, é indiferente pagar por uma dívida $R\$100,00$ agora ou $R\$105,00$ daqui a um mês. Nesse caso, é mais vantajoso, por exemplo, pagar $R\$103,00$ daqui a um mês do que pagar $R\$100,00$ agora, e é mais vantajoso também pagar $R\$100,00$ agora do que pagar $R\$110,00$ daqui a um mês.

É possível formalizar essa ideia da seguinte maneira:

Um capital, que hoje é igual a C, transformar-se-á, daqui a n períodos de tempo, em uma quantia igual a $C(1 + i)^n$, sendo i a taxa de juros praticada, compatível com o tempo n. Se chamarmos o valor atual de A e o valor futuro de F, teremos $F = A(1 + i)^n$ ou $A = \frac{F}{(1+i)^n}$. Isso significa que, para obter o valor futuro, basta multiplicar o valor atual por $(1 + i)^n$, e, para obter o valor atual, basta dividir o valor futuro por $(1 + i)^n$.

Situação Ilustrativa 04

Vamos reavaliar uma situação já vista anteriormente. Dessa vez, faremos uma alteração apenas na segunda opção de pagamento. Veja:

Uma loja oferece aos seus clientes duas formas para pagamento das suas compras. As propostas da loja são:

1) À vista, com 10% de desconto sobre o preço de tabela.

2) Duas parcelas mensais iguais, sem desconto sobre o preço de tabela, vencendo a primeira um mês depois da compra.

Qual é a taxa de juros embutida nessa segunda forma de pagamento?

Mais uma vez, para quem usa o senso comum, fica a impressão de que a escolha da segunda forma de pagamento não traz juros embutidos, que a desvantagem é apenas não ter o desconto do pagamento à vista. Como já foi dito, quase sempre o comprador escuta que "não será dado o desconto, mas que não acontecerá a incidência de juros", o que, certamente, não tem sentido, uma vez que está sendo praticada uma cobrança de juros mensais de $7,3\%$ sobre o saldo devedor da compra.

Vejamos um exemplo numérico

Suponhamos que o preço de tabela de um produto seja $R\$100,00$. Dessa forma, o comprador pagará:

— $R\$90,00$, na primeira opção de pagamento, pois terá 10% de desconto sobre preço de tabela.

— Duas parcelas mensais iguais a R$50,00 cada uma, na segunda opção de pagamento, sendo a primeira com vencimento para um mês após a compra.

Se optar pela segunda forma de pagamento, pagará juros mensais com taxa i sobre o saldo devedor. Vamos analisar a situação:

O valor atual é $R\$90,00$ (valor para pagamento à vista), e os dois valores futuros são iguais a $R\$50,00$, sendo que um é para um mês e o outro é para dois meses, ambos após a compra.

Vamos pensar os dois valores futuros (parcelas) à época da compra e comparar a soma destes com o valor atual (valor à vista). Assim, teremos:

$$\frac{50}{(1+i)^1} + \frac{50}{(1+i)^2} = 90$$

Fazendo $(1+i) = x$, teremos:

$$\frac{50}{x} + \frac{50}{x^2} = 90$$

Resolvendo esta equação, obteremos $x = 1,073$ e assim:

$$1 + i = 1,073$$

De onde se conclui que $i = 0,073 = 7,3\%$.

Façamos, mais uma vez, a generalização da situação.

Se o preço de tabela é V, então, o comprador pagará:

— $0,9V$ na primeira opção de pagamento, pois terá 10% de desconto sobre o preço de tabela.

— Duas parcelas iguais a $0,5V$ cada uma, na segunda opção de pagamento, sendo a primeira com vencimento para um mês após a compra.

Assim, se optar pela segunda forma de pagamento, pagará juros mensais com taxa i sobre o saldo devedor. Vamos analisar a situação:

O valor atual é $0,9V$ (valor para pagamento à vista) e os dois valores futuros são iguais a $0,5V$ sendo que um é para um mês e o outro é para dois meses, ambos após a compra.

Vamos pensar os dois valores futuros (parcelas) à época da compra e comparar a soma destes com o valor atual (valor à vista). Assim, teremos:

$$\frac{0,5V}{(1+i)^1} + \frac{0,5V}{(1+i)^2} = 0,9V$$

Fazendo $(1+i) = x$, teremos:

$$\frac{0,5V}{x} + \frac{0,5V}{x^2} = 0,9V$$

Dividindo a igualdade por V, teremos:

$$\frac{0,5}{x} + \frac{0,5}{x^2} = 0,9$$

Resolvendo esta equação, obteremos $x = 1,073$ e assim:

$$1 + i = 1,073$$

De onde se conclui que $i = 0,073 = 7,3\%$.

Apesar de parecer que a compra parcelada trazia apenas a desvantagem da perda do desconto com relação ao pagamento à vista, na realidade, praticou-se juros de $7,3\%$ ao mês sobre saldo devedor.

Situação Ilustrativa 05

Embora o objetivo deste texto seja mostrar ao cidadão a importância de se ter noções de matemática financeira básica para o exercício da sua cidadania, tem sido comum a cobrança desses conhecimentos em alguns vestibulares no nosso país. Vejamos alguns exemplos cobrados recentemente:

Questão do Concurso Vestibular da FUVEST/2018.

Maria quer comprar uma TV que está sendo vendida por $R\$1.500,00$ à vista ou em 3 parcelas mensais, sem juros, de $R\$500,00$. O dinheiro que Maria reservou para essa compra não é suficiente para pagar à vista, mas descobriu que o banco oferece uma aplicação financeira que rende 1% ao mês. Após fazer os cálculos, Maria concluiu que, se pagar a primeira parcela e, no mesmo dia, aplicar a quantia restante, conseguirá pagar as duas parcelas que faltam sem ter que colocar nem tirar um centavo sequer. Quanto Maria reservou para essa compra, em reais?

(A) $1.450,20$

(B) $1.480,20$

(C) $1.485,20$

(D) $1.495,20$

(E) $1.490,20$

Vejamos a resolução do exercício:

Seja x o valor que Maria reservou para a compra da TV, isto é, o valor atual que ela possuía. Considere que ela pagou três parcelas iguais no valor de $R\$500,00$ cada, sendo a primeira no ato da compra e as demais para um e dois meses respectivamente. Dessa forma, temos que x equivale à soma dos $R\$500,00$ de entrada com as duas parcelas futuras trazidas à época da compra. Traduzindo para a linguagem matemática, teremos:

$$
\begin{aligned}
x &= 500 + \frac{500}{(1+0,01)^1} + \frac{500}{(1+0,01)^2} \\
x &= 500 + \frac{500}{(1,01)^1} + \frac{500}{(1,01)^2} \\
x &= 500 + \frac{500}{1,01} + \frac{500}{1,0201} \\
x &= 1485,20
\end{aligned}
$$

Portanto, Maria reservou $R\$1485,20$ para a compra da TV.

Prova do ENEM/2017

Nesta edição do ENEM, o tema Matemática Financeira apareceu num item (questão) considerado difícil. Vejamos o enunciado:

Um empréstimo foi feito à taxa mensal de $i\%$, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P.

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5^a parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6^a parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é:

a)$P\left[1 + \frac{1}{(1+\frac{i}{100})} + \frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}\right]$

b)$P\left[1 + \frac{1}{(1+\frac{i}{100})} + \frac{1}{(1+\frac{2i}{100})}\right]$

c)$P\left[1+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}\right]$

d)$P\left[\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{2i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{3i}{100})}\right]$

e)$P\left[\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^3}\right]$

Vamos à solução do problema proposto:

Pensemos os dois últimos valores futuros (7^a e 8^a parcelas) à época da 6^a parcela e vamos calcular os valores dessas três parcelas, pagos no momento da quitação.

Valor da sexta parcela: P

Valor da sétima parcela antecipada à época da sexta: $\frac{P}{(1+\frac{i}{100})}$

Valor da oitava parcela antecipada à época da sexta: $\frac{P}{(1+\frac{i}{100})^2}$

Como a quitação se dá com o pagamento das três parcelas finais juntas, tem-se que o valor procurado é dado por:

$$P+\frac{P}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{P}{(1+\frac{i}{100})^2}=P\left[1+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}\right]$$

3.1.5 Equivalência de taxas

Outra situação que é comumente tratada com equívocos quando não se tem a devida referência teórica, é a que envolve equivalência de taxas. Segue um conceito que, se aplicado corretamente, evita tal confusão.

"Se a taxa de juros relativamente a um determinado período de tempo é igual a i , a taxa de juros relativamente a n perírodos de tempo é I tal que $1+I=(1+i)^n$". (LIMA et al., 2012)

De fato, no regime de juros composto, as taxas de juros não são proporcionais, ou seja, uma taxa de 12% ao ano não é equivalente a 1% ao mês, por exemplo.

Se aplicarmos um capital C a juro composto com taxa anual I, ao final de um ano, teremos o montante $M_1 = C(1+I)$. Aplicando o mesmo capital C pelo mesmo prazo, mas com capitalizações mensais, teremos o montante final $M_2 = C(1+i)^{12}$, onde i é a taxa mensal de juros.

As taxas serão equivalentes se as duas aplicações para o mesmo capital num mesmo prazo, produzem montantes iguais. Assim:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ C(1+I) &= C(1+i)^{12} \\ (1+I) &= (1+i)^{12} \end{aligned}$$

Dessa forma, a taxa de 1% ao mês equivale à taxa de $12,68\%$ ao ano aproximadamente.

De fato:

$$\begin{aligned} (1+I) &= (1+0,01)^{12} \\ (1+I) &= (1,01)^{12} \\ I &= 0,1268 \\ I &= 12,68\% \end{aligned}$$

Vejamos um outro exemplo importante:

A taxa anual de juros equivalente à taxa mensal de 5% é I tal que $1+I = (1+0,05)^{12}$, o que resulta em $I = 0,80 = 80\%$ ao ano. Isso significa que 5% *a.m.* equivale a 80% *a.a.*, aproximadamente.

3.1.6 Taxa nominal e taxa efetiva

A compreensão sobre taxas nominais e taxas efetivas pode dar ao cidadão a condição de se relacionar ativamente em suas transações comerciais. Na grande maioria das vezes, é informado ao comprador, por motivos estratégicos, a taxa nominal.

Enquanto a **taxa efetiva** é aquela na qual o período de formação e incorporação dos juros ao capital coincide com o período da **taxa** referida, na **taxa nominal,** o período de formação e incorporação dos juros ao capital não coincide com o da **taxa** referida.

Por exemplo, na modalidade de juros compostos, a taxa nominal de 60% ao ano expressa a taxa efetiva de 5% ao mês, se as capitalizações ocorrerem mensalmente. Isso significa que podemos ter uma taxa anual, mas com os juros sendo calculados e acrescidos mês a mês. Assim, como calculado no exemplo anterior, a taxa efetiva de 5% ao mês acumula em 12 meses um total de 80% aproximadamente. Isso nos informa que a taxa nominal de 60% *a.a.* equivale à taxa efetiva de 5% *a.m.*, mas também é equivalente à taxa efetiva de 80% *a.a.*

Situação Ilustrativa 06

Como cidadãos, também temos projetos e sonhos que demandam certa organização financeira para serem alcançados.

Pensando em realizar um projeto, uma pessoa percebe que tem apenas 80% do valor que precisa. Para alcançar o valor necessário para a realização do projeto, ela deve aumentar o valor que possui em que percentual?

Supondo um valor de $R\$1000,00$ para a realização do projeto, a pessoa teria apenas $1000(0,8) = 800$ reais. Assim, para alcançar o valor pretendido, necessita de mais $R\$200,00$, e a porcentagem pedida para atingir o valor que precisa é dada por $\frac{200}{800} = 0,25 = 25\%$. Assim, ela precisa aumentar em 25% os $R\$800,00$ que possui para obter os $R\$1000,00$ que necessita.

A generalização da ideia é a seguinte:

Se a pessoa precisa do valor V para a realização do seu projeto e possui $0,8V$, então, falta $0,2V$ e $\frac{0,2V}{0,8V} = 0,25 = 25\%$. Assim, a pessoa precisa aumentar em 25% o valor que possui para obter o valor que precisa.

Suponhamos, então, que a pessoa tenha a opção de fazer uma aplicação bancária com o valor que possui a uma taxa de juros de 1% ao mês. Qual o tempo necessário para ela conseguir alcançar o valor pretendido à realização do seu projeto, considerando que não acontecerão novos depósitos?

Supondo o valor de $R\$1000,00$ para a realização do projeto e que ela tem apenas $R\$800,00$, como já tratamos anteriormente, a situação a ser resolvida é saber por quanto tempo os $R\$800,00$ devem ficar aplicados à taxa de juros de 1% ao mês para se obter um montante final de $R\$1000,00$.

Conforme já foi dito, o montante M obtido ao final de n períodos de aplicação à taxa i sobre o capital C é dado por $M = C(1+i)^n$. Dessa forma, para $C = 800$, $i = 0,01$ e $M = 1000$, teremos:

$$\begin{aligned} 1000 &= 800(1+0,01)^n \\ 1000 &= 800(1,01)^n \end{aligned}$$

Percebe-se que a última igualdade demanda um conhecimento complementar para o cálculo do valor de n, pois trata-se de uma situação exponencial em que a igualdade entre as bases não pode ser obtida de forma imediata. Faz-se necessária a aplicação dos logaritmos para a obtenção do valor procurado. Vale rever objetivamente esta teoria.

O logaritmo de um número positivo numa determinada base positiva e diferente de 1 é definido como o expoente que se deve dar à base para se obter o referido número. Assim, o logaritmo de um número positivo b na base a, positiva e diferente de 1, indicado por $log_a b$, é o número n, tal que $log_a b = n \Leftrightarrow a^n = b$. Lê-se logaritmo de b na base a é igual a n, se, e somente se, a elevado a n é igual a b. Por exemplo

$$log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$$

Da definição, é possível demonstrar algumas propriedades que serão úteis aqui. Para a, b e c positivos, com $a \neq 1$, são válidas as seguintes propriedades P_k:

$P_1 : log_a(bc) = log_a(b) + log_a(b)$

$P_2 : log_a(\frac{b}{c}) = log_a(b) - log_a(b)$

$P_3 : log_a(b^m) = mlog_a(b)$

$P_4 : log_a b = log_a c \Leftrightarrow b = c$

As demonstrações dessas propriedades serão apresentadas após a finalização dos cálculos a seguir.

Retomando a situação não concluída e usando logaritmos, temos:

$$\begin{aligned} 1000 &= 800(1+0,01)^n \\ 1000 &= 800(1,01)^n \end{aligned}$$

Aplicando a P_4 nessa última igualdade vem que:

$$1000 = 800(1,01)^n \Leftrightarrow log_{10}1000 = log_{10}\Big(800(1,01)^n\Big)$$

Usando-se o conceito e algumas das propriedades dos logaritmos, citadas anteriormente, além dos valores $log_{10}2 = 0,301$, $log_{10}1,01 = 0,004$, e $log_{10}10 = 1$, obtidos numa tabela de logaritmos, teremos:

$$
\begin{aligned}
& log_{10}1000 = log_{10}\Big(800(1,01)^n\Big) \text{ (aplicando } P_1) \\
\Leftrightarrow \quad & log_{10}10^3 = log_{10}800 + log_{10}(1,01)^n \text{ (aplicando } P_3) \\
\Leftrightarrow \quad & 3log_{10}10 = log_{10}(8.100) + nlog_{10}(1,01) \text{ (aplicando } P_1) \\
\Leftrightarrow \quad & 3.(1) = log_{10}8 + log_{10}100 + nlog_{10}1,01 \text{ (fazendo-se } 8 = 2^3 \text{ e } 100 = 10^2 \text{)} \\
\Leftrightarrow \quad & 3 = log_{10}2^3 + log_{10}10^2 + nlog_{10}1,01 \text{ (aplicando } P_3) \\
\Leftrightarrow \quad & 3 = 3log_{10}2 + 2log_{10}10 + nlog_{10}1,01 \text{ (manipulando-se a igualdade)} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{3 - 3log_{10}2 - 2log_{10}10}{log_{10}1,01} = n \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{3 - 3(0,301) - 2(1)}{0,004} = n \\
\Leftrightarrow \quad & n = 24,25
\end{aligned}
$$

Conclusão: Aplicando o valor que possui, nas condições dadas, em $24,25$ meses ela terá a quantia pretendida.

Suguem as demonstrações das Propriedades dos Logaritmos:

Para os números a, b e c positivos, com $a \neq 1$, tem-se:

$P_1 : log_a(bc) = log_a(b) + log_a(c)$

Para demonstrar, façamos:

$$log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \tag{3.1}$$
$$log_a c = y \Leftrightarrow a^y = c \tag{3.2}$$

Multiplicando 3.1 e 3.2 obtemos $a^x.a^y = bc \Leftrightarrow a^{x+y} = bc \Leftrightarrow log_a(bc) = x + y$.

Como $log_a b = x$ e $log_a c = y$, conclui-se que $log_a\left(bc\right) = log_a b + log_a c$, como queríamos demonstrar.

$P_2 : log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a b - log_a c$

Seguindo procedimento análogo ao anterior, façamos:

$$log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \tag{3.3}$$
$$log_a c = y \Leftrightarrow a^y = c \tag{3.4}$$

Dividindo (3.3) por (3.4), obtemos $\frac{a^x}{a^y} = \frac{b}{c} \Leftrightarrow a^{x-y} = \frac{b}{c} \Leftrightarrow log_a\left(\frac{b}{c}\right) = x - y$.

Como $log_a b = x$ e $log_a c = y$, conclui-se que $log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a b - log_a c$, como queríamos demonstrar.

$P_3 : log_a b^m = m.log_a b$

Façamos agora:

$$log_a b^m = x \Leftrightarrow a^x = b^m \tag{3.5}$$
$$log_a b = y \Leftrightarrow a^y = b \tag{3.6}$$

Substituindo (3.6) em (3.5), obtemos $a^x = (a^y)^m \Leftrightarrow a^x = a^{my} \Leftrightarrow x = m.y$.

Como $log_a b = y$ e $log_a b^m = x$, conclui-se que $log_a b^m = m.log_a b$, como queríamos demonstrar.

$P_4 : log_a b = log_a c \Leftrightarrow b = c$

Por fim, façamos:

$$log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \tag{3.7}$$
$$log_a c = x \Leftrightarrow a^x = c \tag{3.8}$$

Substituindo (3.7) em (3.8), conclui-se que $b = c$ e, portanto, $log_a b = log_a c \Leftrightarrow b = c$, como queríamos demonstrar.

Considere agora a situação em que uma pessoa possui um capital C e investe esse valor a juros anuais de 8%. Qual o tempo necessário para essa pessoa obter um montante equivalente ao dobro do capital investido?

Como foi visto, um capital C, atualizado consecutivamente n vezes, gera o montante M dado por $M = C(1+i)^n$, sendo i a taxa de juros praticada. Dessa forma, o problema proposto sugere o cálculo de n para o qual $M = 2C$. Assim, teremos:

$$\begin{aligned} C.(1+0,08)^n &= 2C \\ (1,08)^n &= 2 \end{aligned}$$

Aplicando a P_4 nessa última igualdade vem que:

$$(1,08)^n = 2 \Leftrightarrow \log_{10}(1,08)^n = \log_{10} 2$$

Usando-se a propriedade P_3 dos logaritmos, citada anteriormente, além dos valores $\log_{10} 2 = 0,30102$ e $\log_{10}(1,08) = 0,03342$, obtidos numa tabela de logaritmos, teremos:

$$\begin{aligned} \log_{10}(1,08)^n &= \log_{10} 2 \\ n.log_{10}(1,08) &= \log_{10} 2 \\ n &= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10}(1,08)} \\ n &= \frac{0,30102}{0,03342} \\ n &\cong 9 \end{aligned}$$

Em aproximadamente 9 anos essa pessoa dobrará, nas condições dadas, o seu capital.

Situação Ilustrativa 07

Vejamos uma outra situação que ilustra um planejamento para realização de determinado projeto

Uma pessoa, disposta a poupar dinheiro para comprar uma moto, se planeja para, no primeiro dia de cada mês, depositar $R\$500,00$ em uma aplicação financeira que rende juros compostos de $0,5\%$ ao mês. Qual será o saldo dessa aplicação ao final de 36 meses?

Ao final do primeiro mês, a pessoa terá o valor do primeiro depósito corrigido em $0,5\%$, isto é, seu saldo será $500(1+0,005) = 500(1,005)$. Por motivos estratégicos, deixaremos esse valor na forma de produto. Ao final do segundo mês, o saldo será obtido com a soma do valor do segundo depósito atualizado em um mês, com o valor do primeiro depósito atualizado em dois meses, já que o primeiro estará completando dois meses na aplicação. Dessa forma, o saldo da aplicação, nesse momento, será igual a:

$$500(1,005) + 500(1+0,005)^2 = 500(1,005) + 500(1,005)^2.$$

Seguindo raciocínio análogo para os próximos meses, o valor do saldo da aplicação ao final de n meses será dado pela soma dos valores atualizados dos depósitos, respeitando-se o número de meses passados para cada um deles. Assim, se V_s é o valor do saldo da aplicação ao final de 36 meses, então:

$$V_s = 500(1,005) + 500(1,005)^2 + 500(1,005)^3 + \ldots + 500(1,005)^{36}$$

Observa-se nessa expressão uma soma pouco prática que pode ser vista como soma dos termos de uma progressão geométrica e, assim, necessária se faz uma breve abordagem sobre sequências e progressões geométricas. Logo depois dessa abordagem, retomaremos os cálculos para obtenção de V_s.

A seguir, apresento a ideia de sequências e, em particular, da progressão geométrica (PG).

Para Machado, 1986, sequência ou sucessão é um conjunto ordenado de números que representamos por $(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots)$, com $n \in 1, 2, 3, 4, \ldots$. Dizemos que cada elemento ou termo pode ser identificado pela sua posição na sequência. Dessa forma, a_1 representa o primeiro termo, a_2 o segundo termo e assim sucessivamente.

São exemplos de sequências

$(1, 2, 4, 8, \ldots)$

$(5, 10, 15, 20, \ldots)$

$(2, 5, 6, 4, \ldots)$

Observe que é possível encontrar em alguns casos um padrão, que, se mantido, permite escrever os próximos termos da sequência. No exemplo 1, se o padrão for mantido, cada termo, a partir do segundo, vale o dobro do anterior. No exemplo 2, se o padrão for mantido, cada termo, a partir do segundo, vale a soma do anterior com a constante 5. Perceba que no exemplo 3, se existir um padrão, este não fica visível de forma tão imediata.

Uma sequência pode ser definida através de uma fórmula que dá o valor de cada termo a_n em função da sua posição n na sequência. Dizemos, nesse caso, que a sequência está definida pela fórmula do termo geral.

Exemplo 1

Escrever os termos iniciais de uma sequência cuja fórmula do termo geral é

$a_n = n^2 + n, com \;\; n \geq 1.$

Vamos calcular os termos iniciais fazendo:

$n = 1 \rightarrow a_1 = 1^2 + 1 = 2$

$n = 2 \rightarrow a_2 = 2^2 + 2 = 6$

$n = 3 \rightarrow a_3 = 3^2 + 3 = 12$

$n = 4 \rightarrow a_4 = 4^2 + 4 = 20$

Observe que qualquer termo da sequência pode ser calculado a partir da sua posição e a sequência pedida é $(2, 6, 12, 20, \ldots)$.

Exemplo 2

Escrever os termos iniciais de uma sequência cuja fórmula do termo geral é

$a_n = 2.(3)^{n-1}$, com $n \geq 1$.

Vamos calcular os termos iniciais fazendo:

$n = 1 \rightarrow a_1 = 2.(3)^{1-1} = 2.(3)^0 = 2.(1) \;\; = 2$

$n = 2 \rightarrow a_2 = 2.(3)^{2-1} = 2.(3)^1 = 2.(3) \;\; = 6$

$n = 3 \rightarrow a_3 = 2.(3)^{3-1} = 2.(3)^2 = 2.(9) \;\; = 18$

$n = 4 \rightarrow a_4 = 2.(3)^{4-1} = 2.(3)^3 = 2.(27) = 54$

Observe, mais uma vez, que qualquer termo da sequência pode ser calculado a partir da sua posição e a sequência agora pedida é $(2, 6, 16, 54, \ldots)$.

Quando em uma sequência, qualquer termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior por uma constante, essa sequência é chamada de **progressão geométrica (PG)** e a constante é denominada razão da PG. Observe que, dos exemplos anteriores, o segundo é de uma sequência que respeita o conceito de PG, sendo a razão igual a 3

Vejamos outros exemplos de progressão geométrica:

1) $(3, 6, 12, 24, 48, \ldots)$ é uma PG com primeiro termo igual a 3, e razão igual a 2

2) $(1, 5, 25, 125, 625, \ldots)$ é uma PG com primeiro termo igual a 1, e razão igual a 5

3) $(32, 16, 8, 4, 2, \ldots)$ é uma PG com primeiro termo igual a 32, e razão igual a $0,5$

Se $(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots)$, com $n \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$, é uma **progressão geométrica** com razão igual a **q,** então:

$$
\begin{aligned}
a_2 &= a_1.q \\
a_3 &= a_2.q = a_1.q.q \ = a_1.q^2 \\
a_4 &= a_3.q = a_1.q^2.q = a_1.q^3 \\
a_5 &= a_4.q = a_1.q^3.q = a_1.q^4
\end{aligned}
$$

Do padrão observado, temos que $a_n = a_1.q^{n-1}$ com $n \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$.

Pode-se, assim, calcular o décimo termo da PG $(64, 32, 16, \ldots)$ da seguinte forma:

Observe que o primeiro termo é igual a 64 e a razão é igual a $0,5$. Se usarmos a fórmula do termo geral, teremos

$$
\begin{aligned}
a_{10} &= a_1.q^{10-1} \\
a_{10} &= 64.(0,5)^9 \\
a_{10} &= 64.(1/2)^9 \\
a_{10} &= 64.\frac{1}{512} \\
a_{10} &= \frac{1}{8} \\
a_{10} &= 0,125.
\end{aligned}
$$

Nesse exemplo, foi conveniente substituir $0,5$ por $\frac{1}{2}$.

Soma dos n primeiros termos de uma Progressões Geométrica

Seja $(a_1, a_2, a_3, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n, \ldots)$, com $n \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$, uma progressão geométrica com razão igual a $q \neq 1$. Calcular a soma dos n primeiros termos dessa sequência é fazer:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_1 + \ldots + a_{n-1} + a_n \tag{3.9}$$

Multiplicando-se essa igualdade pela razão **q** da PG, tem-se:

$$\begin{aligned} q.S_n &= q.(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{n-1} + a_n) \\ q.S_n &= q.a_1 + q.a_2 q.a_3 + q.a_4 + \ldots + q.a_{n-1} + q.a_n \end{aligned}$$

Como $a_1.q = a_2$, $a_2.q = a_3$, $a_3.q = a_4$, $\ldots$, $a_{n-1}.q = a_n$, temos:

$$q.S_n = a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{n-1}.q + a_n.q \tag{3.10}$$

Fazendo (3.10) - (3.9) obtemos

$q.S_n - S_n = (a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{n-1}.q + a_n.q) - (a_1 + a_2 + a_3 + a_1 + \ldots + a_{n-1} + a_n)$

logo,

$S_n.(q-1) = a_n.q - a_1$

Como $a_n \; = a_1.q^{n-1}$, segue que:

$S_n.(q-1) = a_1.q^{n-1}.q - a_1 = a_1.q^n - a_1 = a_1.(q^n - 1)$

Dessa forma, conclui-se que $S_n = \dfrac{a_1.(q^n-1)}{(q-1)}$ ou $S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$, com $q \neq 1$.

Se $q = 1$, então $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \ldots a_{(n-1)} = a_n$ e $S_n = a_1.n$.

Vejamos um exemplo:

Para calcularmos a soma dos dez primeiros termos da PG $(1, 2, 4, 8, \ldots)$, não seria prático escrevermos a sequência até o décimo termo e somá-los. Com a expressão que acabamos de demonstrar e sabendo que a PG possui $a_1 = 1$ e $q = 2$, basta fazer

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1.(2^{10}-1)}{(2-1)} \\ S_{10} &= \frac{1024-1}{1} \\ S_{10} &= 1023. \end{aligned}$$

Retomemos, então, de onde paramos no último contexto apresentado na situação ilustrativa 07, os cálculos para obter V_s.

$V_s = 500.(1,005) + 500.(1,005)^2 + 500.(1,005)^3 + \ldots + 500.(1,005)^{36}$

Colocando-se 500 em evidência, teremos:

$V_s = 500\Big[(1,005) + (1,005)^2 + (1,005)^3 + \ldots + 1,005)^{36}\Big]$

Observa-se, nesta expressão, o produto entre o valor 500 e uma soma cujas parcelas são termos de uma progressão geométrica com primeiro termo igual $(1,005)$ e razão também igual a (1,005). Fazendo uso da expressão $S_n = \dfrac{a_1(q^n-1)}{q-1}$ que permite calcular tal soma, teremos:

$$
\begin{aligned}
V_s &= 500.\left[\frac{1,005(1,005^{36}-1)}{1,005-1}\right] \\
V_s &= 500.\left[\frac{1,005(1,005^{36}-1)}{0,005}\right] \\
V_s &= 500.[201.(1,005^{36}-1)] \\
V_s &= 500.[201.(0,197)] \\
V_s &= 19768,35
\end{aligned}
$$

Conclui-se, portanto, que, ao final de 36 meses, a pessoa terá saldo de $R\$19768,35$ em sua aplicação.

3.1.7 Compras com parcelas de valores iguais

Uma situação bastante comum nas relações comerciais é a compra parcelada com parcelas iguais. A maioria da população não conhece os critérios que definem o valor que se repetido para cada parcela, zera o débito ao final do prazo para o qual o financiamento foi contratado. Quando um banco ou uma financeira empresta dinheiro para alguém que quer comprar um bem, dizemos que o bem foi adquirido de forma financiada. O pagamento dessa dívida ocorre num prazo combinado e respeita a taxa de juros praticada pelo emprestador. Esse tipo de prática é comum na aquisição de bens como carros, motos e imóveis, entre outros.

Considere a situação em que um comprador financia o valor equivalente a $R\$1200,00$ e combina com a financeira o pagamento em oito parcelas mensais iguais, com a primeira sendo paga um mês após a compra com juros mensais de 8%. Como é calculado o valor de cada parcela?

Para LIMA et al. (2006), um conjunto de quantias referidas a épocas diversas, é chamado de série. Se essas quantias forem iguais e igualmente espaçadas no tempo, a série é dita uniforme. Dessa forma, o exemplo dado trata de uma série uniforme, pois os valores das parcelas são iguais e igualmente espaçados, pois seus pagamentos acontecerão mensalmente.

O valor de uma série uniforme de **n** pagamentos iguais a **P**, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo **i** a taxa de juros, igual a $A = P\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$.

De fato, a soma das parcelas (valores futuros) à época atual (momento da contratação do financiamento) é igual ao valor financiado, denotado por A (valor atual). Vejamos:

Se a primeira parcela é paga um mês depois da formalização do financiamento, então, o seu valor à época atual é $\frac{P}{1+i}$. Segue que os valores das próximas parcelas à época atual são iguais, respectivamente, a $\frac{P}{(1+i)^2}, \frac{P}{(1+i)^3}, \ldots, \frac{P}{(1+i)^n}$ ou seja:

$$A = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

A é igual à soma dos **n** termos de uma PG, cujo primeiro termo é $a_1 = \frac{P}{1+i}$, e a razão é $q = \frac{1}{1+i}$. Assim, como foi demonstrado, $A = \frac{\mathbf{a_1(1-q^n)}}{\mathbf{1-q}}$ e, dessa forma:

$$\begin{aligned} A &= \frac{P}{1+i}\left[\frac{1-(\frac{1}{1+i})^n}{1-\frac{1}{1+i}}\right] \\ A &= P\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]. \end{aligned}$$

Situação Ilustrativa 08

Com essa conclusão, vamos retomar a situação proposta anteriormente, como segue:

Um comprador financia o valor equivalente a $R\$1200,00$ e combina com a financeira o pagamento em oito parcelas mensais iguais, com a primeira sendo paga um mês após a compra com juros mensais de 8%. Como é calculado o valor de cada parcela?

Basta fazer $A = 1200$, $n = 8$ e $i = 0,08$. Teremos:

$$\begin{aligned} 1200 &= P\Big[\frac{1-(1+0,08)^{-8}}{0,08}\Big] \\ 1200 &= P\Big[\frac{1-(1,08)^{-8}}{0,08}\Big]. \\ P &= 1200\Big[\frac{0,08}{1-(1,08)^{-8}}\Big]. \\ P &= 208,81 \end{aligned}$$

Conclusão: O financiamento de $R\$1200,00$ com juros mensais de 8% pode ser pago em 8

parcelas iguais a $R\$208,81$, com o pagamento da primeira parcela previsto para um mês após a formalização do contrato.

Situação Ilustrativa 09

Uma outra situação que será tratada aqui é a do financiamento em que o pagamento da primeira parcela acontece no ato da compra. Vejamos o exemplo.

Um comprador financia o valor equivalente a $R\$1200,00$ e combina com a financeira o pagamento em oito parcelas mensais iguais e taxa de juros de 8% ao mês, com a primeira sendo paga no ato da compra. Qual será o valor de cada parcela?

Mais uma vez, trata-se de uma série uniforme, pois os valores das parcelas são iguais e igualmente espaçados, uma vez que seus pagamentos acontecerão mensalmente.

Como definimos o valor de uma série uniforme considerando um tempo antes do primeiro pagamento e percebendo que, neste exemplo, o primeiro pagamento é no ato da compra, igualaremos os valores na época -1, ou seja, um mês antes do primeiro pagamento, uma vez que este foi feito no momento da compra. Dessa forma, segue que, na expressão $A = P\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$. teremos o valor de A igual a $\frac{1200}{1+0,08}$, que é o valor financiado trazido à época -1, conforme proposto. Assim, para $n = 8$ e $i = 0,08$, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{1200}{1+0,08} &= P\Big[\frac{1-(1+0,08)^{-8}}{0,08}\Big] \\ \frac{1200}{1,08} &= P\Big[\frac{1-(1+0,08)^{-8}}{0,08}\Big] \\ P &= 193,35 \end{aligned}$$

Conclusão: O financiamento de $R\$1200,00$ com juros mensais de 8% pode ser pago em 8 parcelas iguais a $R\$193,35$, com o pagamento da primeira parcela ocorrendo no momento da formalização do contrato.

Para melhor entendimento do processo de pagamento de um valor financiado com parcelas iguais pagas em intervalos iguais de tempo, vamos tratar uma situação com pequeno número de parcelas acompanhando a tramitação da dívida até a sua quitação.

Suponha a compra financiada de um celular que custa $R\$1000,00$ à vista e será pago em duas parcelas mensais iguais, com pagamento da primeira previsto para um mês depois da compra, sendo cobrados juros mensais com taxa de 10%. Calculemos inicialmente o valor da parcela.

Vamos usar a expressão $A = P\left[\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$.

Na situação proposta, basta fazer $A = 1000$, $n = 2$ e $i = 0,1$. Assim, teremos:

$$\begin{aligned} 1000 &= P\left[\frac{1-(1+0,1)^{-2}}{0,1}\right] \\ 1000 &= P\left[\frac{1-(1,1)^{-2}}{0,1}\right] \\ P &= 1000\left[\frac{0,1}{1-(1,1)^{-2}}\right]. \\ P &= 576,19 \end{aligned}$$

A ideia é a seguinte:

1) O débito no momento da compra é $R\$1000,00$.

2) No momento de pagar a primeira parcela, o débito atualizado em 10% é de $1000.(1+0,1) = 1100$ reais. Pagando-se a primeira parcela no valor de $R\$576,19$, o saldo devedor remanescente é de $R\$523,81$.

3) No momento de pagar a segunda parcela, o saldo devedor atualizado em 10% é de $523,81.(1+0,1) = 576,19$ reais. Pagando-se a segunda parcela no valor de $R\$576,19$, o saldo devedor fica zerado e o financiamento estará quitado.

Situação Ilustrativa 10

Considere agora a situação em que alguém mora numa chácara e precisa usar uma roçadeira para cuidar da área plantada. Depois de pesquisar as possibilidades, concluiu que:

1) Pode alugar uma roçadeira ao custo anual de $R\$690,00$, com a responsabilidade da manutenção sendo assumida pelo dono do equipamento.

2) Pode comprar uma roçadeira por $R\$2000,00$, usá-la por 3 anos e, considerando o desgaste natural com o uso e a consequente desvalorização, vendê-la por $R\$800,00$ ao final desse período.

Sabendo que gastará $R\$200,00$ por ano durante os dois primeiros anos e $R\$300,00$ no terceiro ano com a manutenção do equipamento, a pessoa pensou: Se o meu dinheiro pode render numa aplicação 10% ao ano, a melhor opção é comprar ou alugar uma roçadeira?

Vamos analisar a opção de comprar uma roçadeira levando em conta os custos com a manutenção, além do valor da venda do equipamento ao final do terceiro ano de uso. Considerando todos esses valores à época da compra e atentando ao fato de que, ao final do terceiro ano a pessoa terá despesa de $R\$300,00$ com manutenção e receberá $R\$800,00$ com a venda do equipamento, teremos:

$$\begin{aligned}
P\left[\frac{1-(1,1)^{-3}}{0,1}\right] &= -2000 - \frac{200}{(1+0,1)} - \frac{200}{(1+0,1)^2} + \frac{500}{(1+0,1)^3} \\
P\left[\frac{1-(1,1)^{-3}}{0,1}\right] &= -2000 - \frac{200}{(1,1)} - \frac{200}{(1,1)^2} + \frac{500}{(1,1)^3} \\
P &= -676,20
\end{aligned}$$

Note que, considerando as despesas como valores negativos e a receita com a venda final como valor positivo, o fluxo de caixa da pessoa representou uma despesa anual de $R\$676,20$ e, dessa forma, a melhor opção, considerando-se exclusivamente os custos, é comprar o equipamento, pois o aluguel anual seria de $R\$690,00$.

3.1.8 Renda perpétua

Para Elon Lages (2006), quando um bem é alugado, cede-se a posse do mesmo em troca de um valor denominado aluguel, recebido periodicamente. Assim, o conjunto dos valores pagos, os aluguéis, constitui uma renda perpétua ou perpetuidade.

Dessa forma, o valor de uma perpetuidade de termos iguais a **P**, um tempo antes do primeiro pagamento, sendo **i** a taxa de juros, é igual a $\frac{P}{i}$.

Para chegar a esta expressão, basta fazer n tender ao infinito na expressão $P\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$.

Quando um imóvel é alugado, o proprietário cede a sua posse a um locatário em troca de uma renda perpétua, cujos termos são os valores do aluguel, pagos geralmente ao final de cada mês. Essa concessão garante ao dono do imóvel uma renda perpétua, e o valor atual do imóvel deve ser igual ao valor do conjunto de aluguéis, ou seja, $A = \frac{P}{i}$.

Situação Ilustrativa 11

Digamos que o dinheiro valha $0,4\%$ ao mês e que uma pessoa possui um imóvel que vale $R\$500000,00$. No aluguel desse imóvel, qual deve ser o valor mensal cobrado pelo proprietário?

Pelo que acabamos de apresentar, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{P}{0,004} &= 500000 \\ P &= 500000.(0,004) = 2000 \end{aligned}$$

Nesse caso, o valor do aluguel deverá ser $R\$2000,00$.

3.1.9 Crédito rotativo no uso dos cartões de crédito – como funcionava antes e como funciona com as regras atuais

O uso do cartão de crédito tem sido crescente na nossa sociedade. Não portar dinheiro em espécie, reduzindo riscos com a própria segurança, e poder planejar melhor as finanças pessoais, uma vez que os pagamentos acontecem numa data fixa combinada, são características que justificam a forma como consumidores no mundo inteiro têm organizado suas compras. Se, por um lado, parte da sociedade consegue cumprir com êxito essa dinâmica de uso do orçamento, por outro lado, muitos entram na realidade do endividamento e não conseguem controlar dívidas que crescem como uma bola de neve. O descontrole no uso do cartão de crédito gera faturas mensais com valores altos, e a saída, para manter o crédito ativo, termina sendo recorrer ao pagamento mínimo e continuar comprando.

Para cumprir esse ciclo, os bancos disponibilizam o crédito rotativo, que nada mais é que um tipo de crédito semelhante a um "empréstimo de emergência", sendo concedido tanto a pessoas físicas quanto jurídicas. Quando não ocorre o pagamento do valor total da fatura, o crédito rotativo acontece automaticamente. O maior problema sempre foi conseguir sair dessa realidade, pois novas compras são feitas e, na fatura seguinte, mais uma vez o pagamento do valor mínimo seria a saída. Esse ciclo se estendia por períodos longos, gerando dívidas impagáveis para muitos.

Os juros do cartão de crédito são notadamente conhecidos como um dos mais nocivos do mercado. Em muitos casos, são praticados juros acima dos 300% ao ano. Basta olhar as informações que aparecem nas faturas.

Para combater essa situação, o Banco Central resolveu estabelecer, a partir de junho de 2018, novas regras do cartão de crédito. Destacaremos aqui as mudanças trazidas para o uso do crédito rotativo, o grande responsável pela geração das impagáveis dívidas.

A partir das novas regras do cartão de crédito, a opção de pagamento mínimo da fatura só poderá ser utilizada uma vez. Após essa utilização, o cliente só poderá fazer isso novamente após quitar todo o saldo do rotativo.

Assim, caso o cliente não possua o valor para pagar o total da fatura do cartão de crédito, ele poderá pagar um valor menor apenas uma vez, e o saldo remanescente deverá ser pago até o vencimento da próxima fatura.

No vencimento da próxima fatura, o cliente terá que escolher uma das duas opções:

1) Pagar o valor integral da fatura;

2) Parcelar o saldo do **rotativo do cartão de crédito.**

O parcelamento do saldo do rotativo será feito de acordo com as opções oferecidas por cada instituição financeira, que deverá oferecer uma taxa de juros menor que a cobrada no crédito rotativo do cartão.

Dessa forma, o cliente só terá a opção de realizar o pagamento mínimo da fatura novamente quando quitar o saldo devedor.

Na prática, em vez de alongar indefinidamente sua dívida fazendo o pagamento mínimo da fatura por vários meses consecutivos, o cliente terá de assumir o financiamento de sua dívida com prazo determinado e juros menores.

Vale sinalizar que, pelas novas regras, o cliente ainda pode fazer o pagamento integral de sua dívida a qualquer momento.

Situação Ilustrativa 12

A seguir, faremos a simulação de uma dívida de $R\$1000,00$ paga em um ano, após o primeiro pagamento mínimo de 15% da dívida. Pelo rotativo do cartão, fixaremos os juros médios de quatro grandes bancos brasileiros em 16% ao mês. O cliente que optasse por pagar o valor mínimo da fatura por 11 meses, após o primeiro pagamento de $R\$150,00$, arcaria com parcelas mensais variando de $R\$128,50$ a $R\$147,90$. Pagando o saldo devedor restante de $R\$844,36$ no 12º mês, a dívida de $R\$1000,00$ teria sido paga com $R\$2512,09$.

Para comparação, consideraremos os juros de 9% ao mês, valor próximo da média das taxas praticadas pelos bancos com as novas regras, a dívida final somaria $R\$1.665,96$, considerando as 12 parcelas iguais de $R\$126,33$, além do primeiro pagamento mínimo no valor de $R\$150,00$.

Analisemos a situação:

Efetuando pagamentos mínimos de 15% das faturas e tendo o saldo remanescente atualizado em 16% para cada uma das próximas pelo período de um ano, a dívida se desenvolveria da seguinte forma:

Mês 01

Valor da dívida: $1000,00$

Pagamento mínimo: $1000.(0,15) = 150$

Mês 02

Valor atualizado da dívida: $850.(1,16) = 986$

Pagamento mínimo: $986.(0,15) = 147,90$

Se continuarmos procedendo dessa forma, o desenvolvimento da dívida aconteceria como apresentado na tabela a seguir:

Tabela 2 – **Desenvolvimento da Dívida**

Mês	Valor da dívida (R$)	Pagamento mínimo (R$)
1	1000,00	150,00
2	986,00	147,90
3	972,20	145,83
4	958,60	143,79
5	945,18	141,78
6	931,94	139,79
7	918,89	137,83
8	906,03	135,90
9	893,35	134,00
10	880,85	132,13
11	868,52	130,28
12	856,36	128,50
13	844,36	844,36

Fonte: Elaborada pelo autor

Considerando as novas regras, o cliente efetuaria o pagamento mínimo de 15% da primeira fatura, e o banco parcelaria o saldo devedor em 12 prestações mensais iguais a $R\$126,70$ pagas a partir do segundo mês. A dívida se desenvolveria da seguinte forma:

Mês 01

Valor da dívida: $1000,00$

Pagamento mínimo: $1000.(0,15) = 150$

Mês 02

Valor atualizado da dívida: $850.(1,16) = 986$

Esse valor é parcelado em 12 parcelas iguais com juros de 9% ao mês. Vamos calcular o valor da parcela lembrando das séries uniformes já tratadas anteriormente e considerando o primeiro pagamento no momento em que a dívida valia $R\$986,00$.

Usaremos a expressão $A = P\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ com $A = \dfrac{986}{(1+0,09)}$, que é o valor atual um período antes do primeiro pagamento, $n = 12$ e $i = 0,09$. Assim, teremos

$$\begin{aligned} P\left[\frac{1-(1+0,09)^{-12}}{0,09}\right] &= \frac{986}{1+0,09} \\ P &= 126,33 \end{aligned}$$

Dessa forma, o valor total pago seria $150 + 12.(126,33) = 1665,96$ reais.

Veja a tabela comparativa a seguir:

Tabela 3 – **Comparativo Regras Antigas e Novas do Rotativo de Cartão de Crédito.**

	ANTES DAS NOVAS REGRAS		DEPOIS DAS NOVAS REGRAS	
Mês	Valor da dívida (R$)	Pagamento mínimo (R$)	Valor da dívida (R$)	Pagamento (R$)
1	1000,00	150,00	1000,00	150,00
2	986,00	147,90	-	126,70
3	972,20	145,83	-	126,70
4	958,60	143,79	-	126,70
5	945,18	141,78	-	126,70
6	931,94	139,79	-	126,70
7	918,89	137,83	-	126,70
8	906,03	135,90	-	126,70
9	893,35	134,00	-	126,70
10	880,85	132,13	-	126,70
11	868,52	130,28	-	126,70
12	856,36	128,50	-	126,70
13	844,36	844,36	-	126,70
TOTAL		R$ 2512,09		R$1665,96

Fonte: Elaborada pelo autor

Embora o novo regulamento do cartão de crédito fortaleça os direitos do consumidor, uma vez que coloca uma forma menos nociva de financiamento, acioná-los ainda é fazer uso de um dos créditos mais caros do mercado. Precaver-se de situações de endividamento, fortalecer a educação financeira e equilibrar o orçamento familiar são sempre as melhores opções. Caso a situação de endividamento seja inevitável, a melhor opção é procurar créditos mais baratos para a quitação da dívida.

3.1.10 Nota promissória

Para Elon Lages (2006) quando um banco empresta dinheiro, o tomador do empréstimo emite uma nota promissória, que é um documento no qual o tomador se compromete a pagar ao banco, em uma data fixada, uma certa quantia F, que é chamado de valor de face da promissória.

O que acontece de fato é que o tomador do empréstimo recebe do banco um valor A, menor que o valor F que aparece na promissória.

O valor $F - A$ é chamado de desconto, e os bancos usam a expressão $A = F(1 - it)$ para o cálculo do valor recebido pelo cliente, sendo i a taxa de desconto bancário, também chamada de taxa de desconto simples por fora e t o prazo da operação.

Perceba que, ao receber o valor A, o tomador do empréstimo assume a dívida de valor F, a ser paga na data fixada, e que há uma postura estratégica do banco quando informa a taxa de desconto e não a taxa de juros praticada na operação.

Situação Ilustrativa 13

Vamos entender na prática uma possível situação.

Se uma pessoa desconta uma promissória cujo valor de face é $R\$1000,00$, com vencimento para 90 dias, em um banco que cobra taxa de desconto igual a 5% ao mês, então, essa pessoa receberá $R\$850,00$.

De fato,

$$\begin{aligned} A &= 1000(1 - (0,05).3) \\ A &= 850. \end{aligned}$$

Isso equivale a tomar um empréstimo no valor de $R\$850,00$ e pagar três meses depois com $R\$1000,00$. Dessa forma, a taxa mensal i de juros praticada é tal que $1000 = 850(1 + i)^3$, de onde se conclui que $i = 0,0557 = 5,57\%$ aproximadamente.

A estratégia do banco de informar a taxa de desconto e não a taxa de juros é, na verdade, uma forma de passar para os clientes a sensação de que eles estão pagando juros menores do que aqueles que estão, de fato, sendo cobrados.

3.1.11 Poder de compra

A taxa de inflação é um índice que aponta, em porcentagem, a evolução média dos preços de mercadorias e serviços e é caracterizada pela diminuição no poder de compra do dinheiro. Cada país possui órgãos responsáveis por determinar esses índices inflacionários. No Brasil, temos órgãos como o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e a FGV (Fundação Getúlio Vargas), entre outros. Entretanto, cada família percebe a variação dos preços de modo particular, pois o peso de cada item no seu orçamento é diferente. Assim, os preços dos medicamentos exercem maior impacto da inflação para as famílias que têm mais idosos. Já os preços dos alimentos exercem maior impacto da inflação para as famílias mais pobres, já que boa parte do seu orçamento é gasto com alimentação.

Situação Ilustrativa 14

Vejamos uma situação em que uma categoria de trabalhadores negocia, após dois anos sem reajustes salarias, o índice de aumento para os seus proventos.

Considere que, no primeiro ano sem aumento, a inflação foi de 5%, e no segundo ano a inflação registrada foi de 8%. Qual deve ser o aumento salarial para que a categoria recupere exatamente o seu poder de compra?

Se inicialmente um trabalhador que pertence a essa classe podia comprar x artigos de preço unitário igual a p, então, após os dois anos com as inflações consideradas, o novo preço unitário desse artigo é $p.(1+0,05).(1+0,08) = p.(1,05).(1,08) = 1,134p$, o que informa um valor final $13,4\%$ maior que p. Dessa forma, para recuperar o seu poder de compra, a categoria deve ter seus salários aumentados em $13,4\%$.

Situação Ilustrativa 15

Caso essa categoria consiga reajuste salarial de $19,07\%$, qual será o aumento verificado em seu poder de compra?

Nesse caso, se o salário inicial de um trabalhador dessa categoria era igual a S e era possível comprar x artigos cujo preço unitário era p, então, após o aumento de $19,07\%$, o seu salário passaria a ser igual a $1,1907S$, o que garante, considerando os índices de inflação nos dois anos, a compra de $\dfrac{1,1907S}{1,134p} = 1,05x$ artigos, isto é, seu poder de compra teria aumentado em 5%.

Situação Ilustrativa 16

Suponha agora que, apesar da luta, a categoria tenha conseguido, após esses dois anos, apenas um reajuste salarial de $7,73\%$ sobre seus salários. Se assim fosse, qual seria a redução verificada em seu poder de compra?

Mais uma vez, seguiremos o raciocínio em que o salário, antes do aumento, de um trabalhador dessa categoria era igual a S e que era possível comprar x artigos cujo preço unitário era p. Assim, após o aumento de $7,73\%$ e levando-se em conta os aumentos produzidos pela inflação ao longo dos dois anos, o salário passaria a ser igual a $1,0773S$, o que garantiria a compra de $\dfrac{1,0773S}{1,134p} = 0,95x$ artigo, isto é, seu poder de compra teria sido reduzido em 5%.

3.1.12 Ganhos reais em aplicações financeiras, considerando a inflação e seus efeitos

A ideia tratada no aumento ou perda do poder de compra pode ser utilizada para pensar ganhos reais em aplicações financeiras. Acreditar no aumento do capital numa aplicação financeira sem considerar o efeito da inflação é um equívoco comum. Vejamos uma situação que ilustra tal realidade.

Situação Ilustrativa 17

Se uma pessoa investe um capital C à taxa 40% ao ano e a inflação é de 25% neste mesmo ano, isso não significa que o poder de compra dessa pessoa aumentou em 40%, uma vez que, embora o seu dinheiro tenha crescido 40%, a inflação reduziu o seu poder de compra. Suponha que, antes da aplicação, a pessoa pudesse comprar x artigos cujo preço unitário era p. Considerando a inflação e o seu ganho na aplicação, o seu capital passa a ser igual a $1,4C$, e o preço unitário do artigo passa a valer $1,25p$, e, ao final deste ano, a pessoa compra $\dfrac{1,4C}{1,25p} = 1,12x$ artigos, isto é, seu poder de compra aumenta em 12%. A conclusão é que a taxa de juros anual de 40% (taxa aparente de juros) representa um aumento de 12% no poder de compra (taxa real de juros).

3.1.13 Taxa de juros para prazos pequenos

Para LIMA et al. (2006) "Em algumas situações (prazos pequenos, juros de mora), são usados juros simples e não juros compostos. No regime de juros simples, os juros em cada época são calculados sobre o principal e não sobre o montante da época imediatamente anterior". Dessa forma, se um capital C é corrigido mensalmente à taxa i de juros simples, ao final de n meses, ele será acrescido de n correções iguais a $C.i$, isto é, ele terá produzido juros totais no valor $C.i.n$, e o montante M nesta época será $M = C + C.i.n$ ou M = C(1+i.n).

Se, por exemplo, um capital igual a $R\$1000,00$ é aplicado na modalidade de juros simples a uma taxa mensal de 10% por 5 meses, ele será acrescido de cinco correções, todas iguais a $1000.(0,1) = 100$ reais, isto é, ele terá produzido juros de $1000.(0,1).5 = 500$ reais, e o montante, ao final do quinto mês, será $M = 1000 + 1000.0,1.5 = 1500$ reais.

Analisando-se a evolução de um mesmo principal C a juros de taxa i, nas modalidades de juros simples e juros compostos, nota-se que o montante a juros compostos é superior ao montante a juros simples, exceto quando o prazo é menor que 1. No prazo igual a 1, é indiferente a modalidade de juros, uma vez que os montantes são iguais. É importante perceber que juros simples só são utilizados em cobranças de juros em prazos inferiores ao prazo estipulado pela taxa.

A tabela abaixo registra as evoluções dos montantes verificados no exemplo em que um capital igual $R\$1000,00$ foi aplicado à taxa de 10% ao mês, durante quatro meses, considerando as modalidades de juros simples e juros compostos, onde M_n indica o montante em reais no tempo n.

Tabela 4 – **Evolução dos Montantes Verificados**

n em meses	M_n juros simples	M_n juros compostos
0	1000	1000
1	1100	1100
2	1200	1210
3	1300	1331
4	1400	1464,10

Fonte: Elaborada pelo autor

3.1.14 Maximização de receita

Na administração de uma empresa, o conhecimento de matemática básica pode significar um melhor entendimento de situações recorrentes. A seguir, analisaremos uma situação que ilustra bem como o senso comum pode produzir conclusões equivocadas.

Digamos que o dono de uma empresa que trabalha com fretamento de ônibus ofereça uma excursão para o litoral. O valor cobrado por passageiro (valor do bilhete), no caso de todos os 40 lugares disponíveis serem ocupados, é de $R\$40,00$. Se não ocorrer lotação máxima, cada passageiro deverá pagar $R\$2,00$ a mais por assento vazio. Se a receita pode ser definida como o valor total arrecadado na venda dos bilhetes, para o empresário a máxima receita ocorre com a lotação máxima do ônibus?

É natural que se pense que o melhor resultado financeiro para o dono da empresa ocorrerá com a venda total dos assentos. Nesse caso, a receita seria de $R\$1600,00$, uma vez que seriam 40 pessoas pagando $R\$40,00$ cada. Observe que, se a excursão acontecer com apenas 30 pessoas, a receita alcança o valor de $R\$1800,00$, que é a máxima receita. De fato, cada uma das 30 pessoas pagaria $R\$60,00$, pois além dos $R\$40,00$ arcaria com $R\$2,00$ por cada um dos 10 assentos vazios. Essa máxima receita poderia ser determinada usando-se o seguinte recurso matemático:

Considere x compradores de bilhetes para a excursão, sendo $0 \leq x \leq 40$, e $(40 - x)$ o número de poltronas vazias. Assim, cada comprador pagaria $40 + 2.(40 - x)$ reais e a receita (R) seria $R = [40 + 2(40 - x)].x$, ou seja $R = -2x^2 + 120x$, que é uma função do segundo grau cujo valor máximo é igual a 1800, que ocorre para $x = 30$.

3.1.15 Sistema de amortização

Para Elon Lages (2006) quando um débito é pago parceladamente, cada pagamento efetuado tem dupla finalidade. Uma parte do pagamento quita os juros, e outra parte amortiza(abate) a dívida.

Situação Ilustrativa 18

Vejamos uma situação prática de débito pago de forma parcelada com as devidas amortizações.

Uma pessoa tomou um empréstimo no valor de $R\$1000,00$ a juros mensais de 10%, e a quitação da dívida ocorreu ao longo de 3 meses, sendo que em cada mês foram pagos os juros devidos e amortizações da dívida iguais a 40%, 40% e 20% respectivamente. A tramitação da quitação é a seguinte:

1. No instante inicial, a dívida é de $R\$1000,00$.

2. Ao final do primeiro mês, são pagos $1000.(0,1) = 100$ reais de juros, mais $1000.(0,4) = 400$ reais de amortização, o que totaliza uma parcela de $R\$500,00$. Com a amortização prevista, o saldo devedor remanescente é $R\$600,00$ (abate-se $R\$400,00$ em $R\$1000,00$).

3. Ao final do segundo mês, são pagos $600.(0,1) = 60$ reais de juros, mais $1000.(0,4) = 400$ reais de amortização, o que totaliza uma parcela de $R\$460,00$. Com a amortização prevista para o segundo mês, o saldo devedor remanescente é $R\$200,00$ (abate-se $R\$400,00$ em $R\$600,00$)

4. Ao final do terceiro mês, são pagos $200.(0,1) = 20$ reais de juros, mais $1000.(0,2) = 200$ reais de amortização, o que totaliza uma parcela de $R\$220,00$. Com a amortização prevista para o terceiro mês, o saldo devedor fica zerado (abate-se $R\$200,00$ em $R\$200,00$).

Para facilitar o processo descrito, veja a tabela:

Tabela 5 – **Amortização da Dívida**

Época (k)	Parcela de juros (J_k)	Parcela de amortização (A_k)	Valor da prestação (P_k)	Estado da divída (D_k)
0	-	-	-	1000
1	100	400	500	600
2	60	400	460	200
3	20	200	220	-

Fonte: Elaborada pelo autor

São dois os sistemas usuais de amortização: O SAC, sistema de amortização constante e o sistema francês, também chamado de Tabela Price (Richard Price foi um economista inglês), que tem como característica possuir prestações constantes.

Situação Ilustrativa 19

Façamos agora a tabela de amortização de uma dívida de $R\$8000,00$ paga em 8 parcelas mensais com juros de 5% ao mês, pelo SAC.

Por se tratar do SAC, sistema de amortização constante, cada amortização valerá a oitava parte da dívida inicial, isto é, será de $R\$1000,00$.

Note que, no SAC, sendo n o número de parcelas e i a taxa de juros praticada, conclui-se que:

$A_k = \frac{D_0}{n}$, pois a a dívida D_0 é dividida em n amortizações iguais.

$D_k = \frac{(n-k)}{n} D_0$, pois o estado da dívida após k amortizações é

$$\begin{aligned} D_k &= D_0 - k\frac{D_0}{n} \\ D_k &= \frac{(n-k)}{n} D_0, \end{aligned}$$

$J_k = iD_{k-1}$ e $P_k = A_k + J_k$ são imediatas.

Dessa forma, segue a tabela:

Tabela 6 – **Amortização da Dívida - SAC**

Época (k)	Parcela de juros (J_k)	Parcela de amortização (A_k)	Valor da prestação (P_k)	Estado da divída (D_k)
0	-	-	-	8000
1	400	1000	1400	7000
2	350	1000	1350	6000
3	300	1000	1300	5000
4	250	1000	1250	4000
5	200	1000	1200	3000
6	150	1000	1150	2000
7	100	1000	1100	1000
8	50	1000	1050	-

Fonte: Elaborada pelo autor

Situação Ilustrativa 20

Vamos analisar a mesma dívida de $R\$8000,00$, paga em 8 parcelas mensais com juros de 5% ao mês, agora pelo sistema Price de amortização.

O primeiro passo será calcular o valor das prestações, que, conforme foi dito, é constante. Usando a expressão

$$A = P\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

e lembrando que $A = 8000$, $i = 0,05$ e $n = 8$, teremos:

$$\begin{aligned} P\left[\frac{1-(1+0,05)^{-8}}{0,05}\right] &= 8000 \\ P &= 1237,77 \end{aligned}$$

Tabela 7 – **Amortização da Dívida - Price**

Época (k)	Parcela de juros (J_k)	Parcela de amortização (A_k)	Valor da prestação (P_k)	Estado da divída (D_k)
0	-	-	-	8000
1	400	837,77	1237,77	7162,23
2	358,10	879,67	1237,77	6282,56
3	314,13	923,64	1237,77	5358,92
4	267,94	969,82	1237,77	4389,10
5	219,45	1018,32	1237,77	3370,78
6	168,53	1069,24	1237,77	2301,54
7	115,07	1122,70	1237,77	1178,84
8	58,93	1178,84	1237,77	-

Fonte: Elaborada pelo autor

3.1.16 Comparação entre o sistema SAC e Price

O SAC, normalmente utilizado nos financiamentos de longo prazo, como, por exemplo na compra de imóveis, se caracteriza principalmente, como já foi dito, por trazer amortizações constantes, mas parcelas com valores que sofrem reduções ao longo do período de pagamento da dívida. Esse sistema é interessante nas situações em que não se espera reajustes salariais que acompanhem a inflação, como acontece normalmente no Brasil.

O Price, por sua vez, normalmente utilizado nos financiamentos de prazos relativamente menores, como compra de automóveis, empréstimos e crediários em geral, por ter parcelas constantes, permite um melhor planejamento mensal, sem complexas operações. Nesse sistema, as parcelas iniciais são menores, se comparadas com as parcelas do SAC, mas, ao longo do período, as parcelas do SAC tornam-se menores que as do Price.

Vejamos, numa situação prática, as principais diferenças entre SAC e Price. Trataremos os aspectos valor da parcela, amortização e saldo devedor.

Como ilustração, usaremos partes das tabelas apresentadas anteriormente onde tratamos a mesma situação com referências nos dois sistemas: uma dívida de $R\$8000,00$, paga em 8 parcelas mensais com juros de 5% ao mês.

3.1.16.1 Valor da parcela

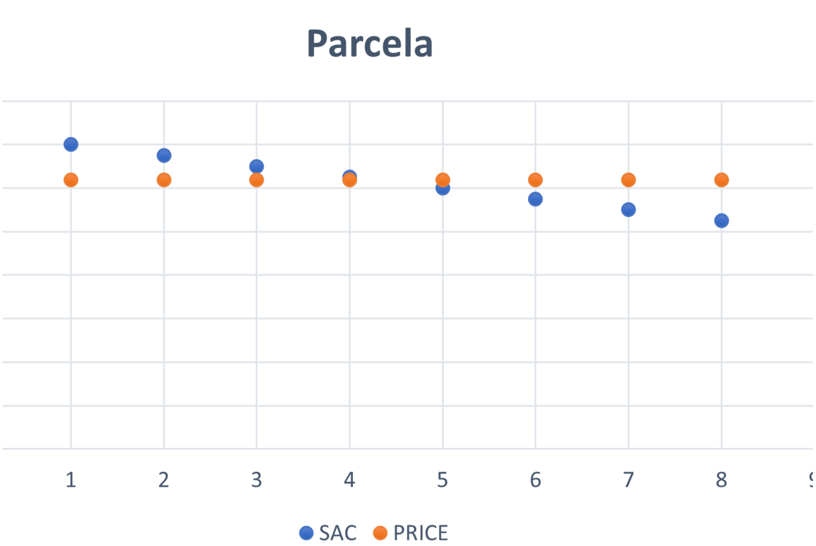
No SAC, o valor da parcela começa mais caro e vai sofrendo reduções até o final do período do financiamento. Já no Price, o valor da parcela é constante durante todo o período do financiamento. Observe a tabela e o gráfico a seguir.

Tabela 8 – **Comparativo das Parcelas SAC X Price**

Época (k)	Valor da parcela SAC (P_k)	Valor da parcela Price (P_k)
0	-	-
1	1400	1237,77
2	1350	1237,77
3	1300	1237,77
4	1250	1237,77
5	1200	1237,77
6	1150	1237,77
7	1100	1237,77
8	1050	1237,77

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 1 - Comparativo das Parcelas SAC X Price



Fonte: Elaborado pelo autor.

Se considerarmos os valores totais (soma das parcelas) pagos nos dois sistemas, verifica-se no SAC o valor de $\mathbb{R}\$9800,00$, e no Price, $\mathbb{R}\$9902,16$.

3.1.16.2 Amortização

Outra diferença significativa é com relação a amortização da dívida. Pelo SAC, a amortização é constante, enquanto, pelo Price, a amortização é crescente ao longo do período do financiamento.

Observe a tabela e o gráfico abaixo.

Tabela 9 – **Comparativo das Amortizações SAC X Price**

Época (k)	Valor da amortização SAC (A_k)	Valor da amortização Price (A_k)
0		
1	1000	837,77
2	1000	879,67
3	1000	923,64
4	1000	969,82
5	1000	1018,32
6	1000	1069,24
7	1000	1122,70
8	1000	1178,84

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 2 - Comparativo das Amortizações SAC X Price

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.16.3 Saldo devedor

A terceira e última importante diferença entre os dois sistemas é o saldo devedor da dívida ao longo do período. Como no SAC a amortização é constante, o saldo devedor se reduz linearmente. No Price, o saldo devedor, apesar das amortizações crescentes ao longo do período, permanece acima do verificado no SAC, considerando a mesma época, a partir do pagamento da primeira parcela. Observe a tabela e o gráfico a seguir.

Tabela 10 – **Comparativo dos Saldos Devedores SAC X Price**

Número de Parcelas Pagas (k)	Saldo Devedor SAC (D_k)	Saldo Devedor Price (D_k)
0	8000	8000
1	7000	7162,23
2	6000	6282,56
3	5000	5358,92
4	4000	4389,10
5	3000	3370,78
6	2000	2301,54
7	1000	1178,84
8	0	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 3 - Comparativo dos Saldos Devedores SAC X Price

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.17 Informações nutricionais nas embalagens e possibilidades para a prática de um currículo que foca a aprendizagem significativa

A busca por hábitos nutricionais saudáveis vem crescendo nos últimos tempos. Boas práticas alimentares e exercícios físicos regulares têm sido cada vez mais comuns entre as pessoas, quer seja pela busca da boa saúde, quer seja pela busca de um padrão estético. A boa alimentação requer o consumo de alimentos mais saudáveis e, por este motivo, estar atento às informações nutricionais que aparecem nos rótulos dos produtos é uma forma de cuidado com o que se come. Cumprindo as determinações da Anvisa e pensando nas tendências do mercado, produtores e fornecedores têm se preocupado em informar os componentes alimentares e respectivas dosagens nos rótulos dos seus produtos. Apesar do número modesto de adeptos, cada vez mais pessoas têm mostrado atenção a essas informações.

Ler os rótulos dos alimentos é importante, pois ali encontramos informações sobre os ingredientes componentes e informações nutricionais. Essa prática nos ajuda a ter consciência e manter uma alimentação saudável, pois permite fazer boas escolhas desde o momento da compra no supermercado, até a hora do consumo, durante as refeições.

A Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA) na Resolução – RDC nº 259, de 20 de setembro de 2002, regulamenta a **obrigatoriedade da rotulagem nutricional** em alimentos produzidos e comercializados na ausência do cliente. Assim, de acordo com a norma e com o Código de Defesa do Consumidor, os rótulos nutricionais devem apresentar informações bem definidas quanto às quantidades especificadas, características, composição e riscos que os produtos apresentam.

Quadro 2 - Descrição das Informações nutricionais em Rótulo

Fonte: https://www.diabetes.org.br/publico/home-nutricao/101-rotulos-nutricionais-nutricao/675-como-decifrar-as-informacoes-dos-rotulos-de-alimentos

Data de fabricação, prazo de validade, instruções de armazenamento, lote de fabricação, também devem constar na embalagem. Além disso, a lista de ingredientes utilizados, tabela nutricional informando valor energético do produto por porção baseando-se em uma dieta de 2000 kcal diárias, carboidratos, proteínas, sódio, vitaminas, minerais, gorduras trans e todas os compostos orgânicos e nutrientes que o produto apresenta, além de alergênicos e lactose, caso contenham, devem estar presentes nos rótulos nutricionais.

Informações que não possam ser comprovadas, a atribuição de propriedades terapêuticas ao produto ou, informações que conduzam o consumidor ao erro, são terminantemente proibidas.

É importante observar também a porcentagem do valor diário (%VD) com base na dieta diária de 2000 calorias e nas quantidades de referência de cada nutriente.

Portanto, o consumidor deve ser instruído para que ele próprio possa exercer vigilância em suas aquisições e consumo, possibilitando que os indivíduos tenham autonomia na seleção de alimentos com melhor valor nutricional.

3.1.17.1 Cuidados importantes na leitura de rótulos

É possível verificar na informação nutricional o **teor do nutriente** em quantidade absoluta e em seu percentual de valor diário (descrito no rótulo como %VD). Assim, quanto menor o valor em gramas (g), mais baixa é a quantidade do nutriente presente no produto. Isso permite verificar as quantidades de nutrientes não tão saudáveis, como sódio, açúcar e algumas gorduras e as quantidade de nutrientes saudáveis como fibras e vitaminas.

É importante salientar que o rótulo menciona os teores dos nutrientes de acordo com a **porção especificada,** que costuma ser um **valor menor** do que o conteúdo (quantidade total) da embalagem.

Importante também saber que a **Lista de Ingredientes** é elaborada em ordem decrescente de composição, ou seja, o primeiro ingrediente mencionado é aquele presente em maior quantidade no produto. Ao final da lista, aparecem os aditivos - componentes para modificar aspectos físicos, químicos ou microbiológicos do produto - os quais são citados seguindo também a ordem decrescente.

Os **Valores Diários** indicam a porcentagem presente de cada nutriente no alimento, calculado considerando, conforme já sinalizado, uma dieta de 2.000 calorias, que seria a quantidade recomendada para um adulto saudável.

Segundo dados do Ministério da Saúde, metade das pessoas que costumam ler os rótulos dos alimentos que consomem não compreendem adequadamente o significado destas informações (Agência Nacional de Vigilância Sanitária.- ANVISA; Universidade de Brasília. - UNB, 2005.)

Diante desse cenário, a prática de um currículo que cumpra de forma interdisciplinar um olhar mais criterioso sobre saberes nutricionais termina sendo uma oportunidade de caminhar numa direção que combina prevenção, uma vez que hábitos saudáveis permitem uma melhor longevidade, com a aprendizagem significativa, o que torna o conhecimento decisivo na mudança de postura no aluno e novos hábitos podem ser levados para casa e praticados por todos.

4 METODOLOGIA

A definição do método da pesquisa, do percurso a ser trilhado no processo da investigação, se encontra intrinsecamente relacionado com a natureza do fenômeno do estudo. O caminho é feito pelo caminhante, entretanto, ele é determinado pela natureza do percurso. O mesmo território pode ser visto ao percorrer a pé, de carro ou de avião. Cada uma dessas formas de acesso possibilitará experiências e informações peculiares e verídicas como fontes de informação. Escalar montanhas ou correr na praia requerem ritmos de caminhada, equipamentos de segurança, roupas, etc, específicos e valem como metáfora para a atividade de pesquisa. Nessa direção, Marconi e Lakatos, pontuam:

> A seleção do instrumental metodológico está, portanto, diretamente relacionada com o problema a ser estudado; a escolha dependerá dos vários fatores relacionados com a pesquisa, ou seja, a natureza dos fenômenos, o objeto da pesquisa, [...] e os outros elementos que possam surgir no campo da investigação.(MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 32-3)

A problemática elaborada nesta pesquisa recorta como fenômeno de estudo a questão: Qual a função do ensino de matemática financeira na escola básica como instrumento de construção de perspectiva crítica/cidadã para atuação na realidade concreta?

O interesse pelo tema central deste projeto de pesquisa surgiu a partir da minha experiência de 30 anos de docência de Matemática no Ensino Médio em escolas privadas de Salvador e Feira de Santana. Os relatos de estudantes que pouco relacionam a matemática financeira com situações concretas de suas vidas me chamaram a atenção e fizeram-me problematizar o sentido do seu ensino. Em um contexto de ensino em que a visão propedêutica para o ingresso na Universidade limita-se ao entendimento de conceitos e operações sem significados práticos, alunos e professores se debruçam sobre problemas propostos nos exames de acessos, e a satisfação fica limitada ao acerto de respostas que confirmam gabaritos. Percebe-se a total desconexão entre a matemática financeira e a possibilidade de formar cidadãos ativos, capazes de tomar suas próprias decisões e que tenham uma percepção de mundo que reconheça de forma sensível alguns dos mecanismos que definem abismos sociais.

Por essa linha de pensamento, o objetivo central do estudo refere-se à compreensão da concepção dos estudantes sobre a importância da aprendizagem significativa da matemática financeira que se explicita em momentos de tomada de decisão em suas relações comerciais, apreendendo seus sentidos experienciais. Nesta cartografia metodológica, os objetivos específicos foram os seguintes: identificar as concepções de aprendizagem significativa dos estudantes; deixar emergir as principais dificuldades, dilemas apontados e vivenciados pelos estudantes no estudo do conteúdo de matemática financeira, identificar as formas de associação e de aplicação na vida que os estudantes elaboram para os conteúdos estudados.

A proposta de fazer o estudo com estudantes da educação básica deve-se à percepção da importância de cuidar dessa realidade que aborda o instrumental matemático limitado a meras resoluções de exercícios cobrados nos exames vestibulares e à consequente falta de sentidos. Oportunizar as vias de construção de novos sentidos é fundamental para a formação de pessoas conscientes e comprometidas com a construção de uma sociedade menos desigual. A convivência com pessoas de diferentes níveis intelectuais tem me mostrado que, independentemente da formação, a falta de conhecimento matemático básico tem transformado as relações comerciais em situações potenciais para a manipulação propiciada pela desinformação dos consumidores em geral, gerando enriquecimento dos detentores do capital. O direito subjetivo de sonhar pode se transformar em pesadelo quando armadilhas trazidas nas campanhas publicitárias camuflam verdadeiras explorações da falta de conhecimentos matemáticos.

Este estudo teórico, que problematizou o ensino significativo da matemática financeira no ensino básico, emergiu das inquietações sobre as desigualdades sociais reproduzidas por uma relação instrumental com o conhecimento e a percepção de que o professor de matemática pode desempenhar um papel importante na tentativa de promover transformações que possam reduzir manipulações e ações pouco conscientes nos processos de tomadas de decisão na vida cotidiana. Justificou-se pela pretensão de buscar referenciais teóricos que auxiliem o ensino significativo motivado pela minha trajetória profissional, que, até aqui, teve como eixo norteador uma matemática praticada pela via da sensibilidade e do conhecimento técnico. Surgiu do entendimento de que, no sistema capitalista financeiro contemporâneo, não é o trabalho produtivo que gera lucro e enriquecimento das grandes corporações financeiras, mas é o capital que gera capital, e o desconhecimento de matemática básica por parte da maioria sustenta essa relação entre exploradores e explorados. A falta de conhecimento básico por parte da maioria da população é a via usada para sua constante manipulação.

O estudo teórico sobre a importância do ensino da matemática financeira significativo aborda com a mesma importância teórica do referencial teórico aqui sistematizado as concepções dos estudantes, uma vez que o ensino é uma relação de via de mão dupla.

Os sujeitos da pesquisa foram estudantes que voluntariamente aceitaram participar da pesquisa, fornecendo dados a partir de entrevistas semiestruturadas.

Para o desenvolvimento das entrevistas semiestruturadas, foi proposto um diálogo inicial com os estudantes investigados, buscando identificar os participantes que manifestarem desejo e interesse em colaborar com a investigação.

Tendo formalizado o "contrato" de disponibilidade e de colaboração com o grupo de sujeitos pesquisados, foi feita a apresentação da proposta da investigação. Foram assinadas as TLCE (termo de livre consentimento e esclarecimento) que garantem que as informações construídas na pesquisa não serão utilizadas em prejuízo às pessoas, respeitando, desse modo, as Diretrizes Éticas da Pesquisa Envolvendo Seres Humanos. Os dados foram analisados a partir da técnica da análise de conteúdos propostos por BARDIN (2011).

4.1 HISTORICIDADE DA TÉCNICA DA ANÁLISE DE CONTEÚDOS

Em toda investigação científica, a análise e interpretação dos dados é uma fase fundamental para que se atinja os objetivos elaborados. Dessa forma, o cuidado com a seleção das técnicas e instrumentos que auxiliaram o pesquisador a formular suas inferências precisa ser objeto de estudo do investigador. Significa que, embora seja necessário que o problema da investigação tenha clareza epistemológica, tal clareza é insuficiente quando as técnicas de análise e os instrumentos de coleta dos dados não são considerados com a devida importância. Nesta investigação, optamos por eleger a técnica de análise de conteúdo proposto por Laurence Bardin como bússola que nos permitirá sistematizar e analisar os dados. Essa técnica é amplamente utilizada pelas pesquisas de abordagem qualitativa.

A epistemologia é parte da filosofia que se debruça sobre as condições de produção do conhecimento científico, especificamente buscando estabelecer os limites entre os diferentes tipos de conhecimento. De fato, historicamente, os embates epistemológicos revelam um complexo campo de disputa em que hierarquias e hegemonias foram construídas. É nesse contexto que dialogam criticamente duas grandes perspectivas metodológicas: o positivismo e as metodologias interpretativas. O positivismo se articula em torno de um tipo de racionalidade objetiva e quantificadora, considerando que o limite do conhecimento científico está no objeto a ser estudado. Objetos subjetivos, fluidos e assistemáticos podem ser objeto do conhecimento artístico e filosófico, mas estão fora do alcance da ciência. No polo oposto, as epistemologias interpretativas consideram que todo conhecimento humano é subjetivo e perspectivado. Essa característica do conhecimento não significa fragilidade ou inconsistência epistemológica, mas a condição complexa do mundo humano.

A questão que as epistemologias interpretativas criticam não é a validade do conhecimento objetivo e positivo, mas a sua pretensão hegemônica e totalizadora que exclui do âmbito da ciência os fenômenos qualitativos. Tomando de empréstimo a metáfora do caçador e do pescador que Rubem Alves (ALVES, 2000.) usa para expressar o trabalho do cientista, ambos precisam partir das especificidades das suas presas para montar as armadilhas mais adequadas. O que faz do caçador um caçador não é ter uma espingarda, mas conhecer os hábitos de sua presa, conhecer as marcas que deixa em seu percurso, o seu peso e tamanho, analisando as pegadas! Da mesma forma, não basta ter arpão ou anzol para se tornar um bom pescador! Igualmente não podemos ter os mesmos instrumentos e técnicas para estudar o mundo objetivo e o mundo humanizado. Se voltarmos nossa atenção para o mundo humano, é necessário termos desenvolvido instrumentos específicos! É muito diferente descrevermos os movimentos de uma bailarina ou de um regente e o movimento de um pêndulo! Nessa direção de argumentação é que a análise de conteúdos foi proposta como uma técnica potente para a sistematização, análise e interpretação dos dados qualitativos.

Historicamente a análise de conteúdos foi desenvolvida inicialmente nos Estados Unidos para dar conta de demandas do campo da comunicação. A preocupação com a interpretação das mensagens humanas é muito antiga, tendo origem na Grécia antiga com a hermenêutica. A hermenêutica é o ramo da filosofia que se preocupa com a interpretação. A complexidade da hermenêutica e a especificidade dos diferentes campos de produção simbólica fizeram com que o campo se dividisse, dando novas configurações de acordo com as mensagens: hermenêutica teológica, hermenêutica jurídica, hermenêutica histórica, etc. A análise de conteúdos vem dessa mesma tradição interpretativa se organizando como uma técnica sistematizada no complexo cenário do Pós Segunda Guerra Mundial. Se trata de um momento político em que é forte a necessidade de controle ideológico em um mundo dividido entre os blocos capitalista e comunista.

A necessidade de controle da comunicação passa a fazer parte do complexo jogo político. Isso explica porque a técnica foi inicialmente usada de forma ampla pela área da comunicação no exame das mensagens jornalísticas, sendo a pioneira a escola de jornalismo da Columbia (BARDIN, 2011, 21). Pode-se compreender porque a técnica se inicia com uma abordagem quantitativa, uma vez que se preocupa com a superficialidade das mensagens em detrimento do seu sentido. A tendência quantitativa pode ser observada no direcionamento de um estudo da época da segunda guerra: "Análise de favoritismo/desfavoritismo de vários livros e periódicos em relação aos dois temas seguintes: "A União Soviética vence", e “As doutrinas comunistas são verdadeiras” (BARDIN, 2011, 22).

As abordagens quantitativas estiveram melhor adaptadas ao campo epistemológico hegemônico do positivismo no início e decorrer da modernidade. Entretanto, as demandas da realidade, com suas estruturas cada vez mais complexas por conta das transformações econômicas e culturais, forçam a abertura de clareira para a expressão das perspectivas qualitativas na técnica da análise dos conteúdos. Hoje, pode-se afirmar que as perspectivas quantitativas e qualitativas não disputam mais hegemonia, percebendo e validando a ideia de que é o fenômeno do estudo que irá determinar o melhor caminho a seguir.

4.2 APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE ANÁLISE DE CONTEÚDOS

A técnica de análise de conteúdos estabelece um conjunto de operações que objetivam processar as mensagens para que delas emerjam índices que permitam interpretar os sentidos e significados subjetivos construídos.

Esta técnica pode ser compreendida como um esforço interpretativo que estabelece unidades de sentido a partir da análise das narrativas dos sujeitos. As análises serão elaboradas de acordo com as fases que se seguem. Inicialmente se faz a leitura flutuante das narrativas a fim de identificar temas emergentes e a frequência de elementos como palavras, crenças, dúvidas, certezas, etc. Um dos instrumentos mais utilizados na análise de conteúdo para a identificação de estereótipos é o de associação de palavras e a busca de conotações que elas revelam. Os estereótipos são crenças espontâneas partilhadas de forma acrítica por grupos que vivenciam experiencias sociais semelhantes. Segundo Bardin (2011)(BARDIN, 2011), os estereótipos fundamentam-se nas dimensões afetivas e emocionais que estão associadas às experiencias de vida comuns e formam uma rede de solidariedade e sentidos de pertencimento, o que explica a força dos estereótipos e a dificuldade de desconstruí-los. Desse ponto de vista, o desafio da escolarização está em promover situações formativas e conflitos cognitivos que possam colaborar para produzir novas cognições mais críticas e complexas.

A técnica de associação de palavras se inicia quando o pesquisador formula, segundo seus objetivos, as palavras indutoras e solicita que os entrevistados digam que palavras consideram associadas às palavras indutoras. O segundo passo da análise é o agrupamento por classificação de unidades significativas em categorias que podem ser temas, classes, rubricas, etc, que é feita após o descarte de palavras idênticas, sinônimas ou próximas em nível semântico.

Outra possibilidade de coleta de dados pode ser feita com a aplicação de questionários abertos e entrevistas semiestruturadas ou não estruturadas que irão ser analisadas e categorizadas para a construção de inferências por duas vias: interpretação dedutiva ou indutiva. As interpretações efetuadas permitem tornar visíveis certos modelos de crenças que estão na base dos comportamentos cotidianos.

4.2.1 FLUXO INTERATIVO DA PRODUÇÃO DOS DADOS

Foram feitas sete reuniões virtuais, sendo a primeira uma reunião geral que teve como pauta a apresentação dos objetivos da pesquisa e a definição da adesão dos participantes. No segundo encontro, foram agendadas as cinco entrevistas individuais que totalizaram uma hora e vinte minutos de gravação.

A seleção dos colaboradores teve como critério o fato de terem sido alunos da educação básica recentemente, em 2019, e terem ingressados em graduações no ano seguinte. As adesões foram legitimadas com as assinaturas dos Termos de Livre Consentimento, e os colaboradores foram consultados sobre suas identificações e todos decidiram ser identificados pelos próprios nomes, que são Ana Carolina, Isadora, Maria Eduarda, Mariana e Ualace.

Todos os agendamentos foram cumpridos, e a disponibilidade para colaborar foi uma marca importante durante todo o processo. As entrevistas foram iniciadas com a apresentação do tema da dissertação e esclarecimentos sobre a estrutura que seria praticada. Cada entrevista foi dividida em duas etapas: a primeira em que foram apresentadas palavras indutoras para que os entrevistados construíssem os sentidos, e a segunda, quando foram feitas perguntas abertas e semiestruturadas, que poderiam ser conduzidas, caso as respostas se afastassem muito dos objetivos da entrevista.

Na primeira fase, foram usadas as seguintes palavras indutoras:

1. Aula de matemática
2. Aprendizagem significativa
3. Planejamento financeiro
4. Poupança
5. Poder de compra
6. Financiamento
7. Compra parcelada
8. Cartão de crédito

A segunda etapa da entrevista teve as seguintes perguntas:

1. Que planos você tem para o futuro?

2. Quando você ou membro da sua família quer comprar alguma coisa, é comum usar conhecimentos aprendidos na escola?

3. Você lembra de alguma ocorrência marcante na sua vida escolar?

4. Algum professor marcou a sua vida escolar positivamente? E negativamente?

5. Que conteúdo escolar você guardou e usa na sua vida?

5 ANÁLISE DOS DADOS E PRODUÇÃO DOS RESULTADOS

Para a produção dos resultados, eu usei como referencial teórico a análise de dados de BARDIN (2011). Como já foi dito no capítulo da metodologia, na primeira etapa das entrevistas, foram usadas palavras indutoras, e na segunda etapa foram feitas perguntas abertas semiestruturadas, cujas análises trouxeram os esquemas interpretativos que serão apresentados a seguir.

5.1 ANÁLISE DE PALAVRAS INDUTORAS

O objetivo desta etapa foi, a partir do sentido que cada entrevistado dava a uma palavra indutora, perceber as imagens construídas espontaneamente, uma vez que essas imagens revelam os sentidos produzidos na percepção desses termos aplicados na vida concreta. Por exemplo, a palavra poupança, para uma pessoa que cuida da casa, pode ter o sentido do não desperdício. Percebe-se que o sentido ligado ao aspecto financeiro direto não surgiu como referência inicial. Dessa forma, as palavras indutoras têm o objetivo de captar o que chega no âmbito do vivido, daquilo que surge antes do pensamento.

A primeira palavra indutora foi **aula de matemática**, que teve como principais sentidos a complexidade, chatice ou ser associada apenas à sua parte operacional. Essas percepções tão comuns entre os estudantes podem ser associadas às abordagens desconectadas da realidade. Vivemos num contexto em que os professores dos anos iniciais do fundamental não têm formação específica, mas se deparam com a obrigação de ensinar todas as áreas, e, dessa forma, suas dificuldades são repassadas para os alunos. A falta de afinidade com a matemática quase sempre é realidade daqueles que a ensinam em etapas importantes da formação básica, e assim a matemática tem a sistematização dos saberes comprometida, uma vez que cada aprendizado depende da consolidação de aprendizados anteriores.

Outro aspecto importante é o fato de que vivemos uma realidade onde as informações estão prontas e disponíveis na rede e podem ser acessadas com grande facilidade. Isso evidencia a importância de se saber o que fazer com tais informações. O ensino que não avança para o campo dos significados e aplicações tende a ser obsoleto e chato. Interagir com outros saberes e aproximar a matemática da vida pode ser um caminho promissor diante dessa realidade.

A **Aprendizagem significativa** trouxe, no sentido abordado pelos entrevistados, a impressão sobre aquilo que é conhecimento não esquecido, que pode ser aplicado na vida, que pode ser compartilhado. Isso estabelece uma conexão entre essa palavra indutora e o que foi dito sobre o ensino da matemática, reforçando a ideia de que os significados precisam compor as realidades das aulas. Novos saberes, que reconhecem saberes preexistentes, precisam ser trazidos e atrelados às suas aplicações na própria vida.

O **Planejamento financeiro** foi predominantemente visto pelos entrevistados como necessário, importante e associado ao trabalho e à boa administração de uma empresa. As imagens construídas no âmbito da subjetividade capitalista foram muito explícitas. A ideia de como se organiza financeiramente uma empresa teve impacto direto no tipo de vínculo entre empregador e empregado. Cria-se um sentido de co-pertencimento, como se ambos estivessem na mesma lógica, como se fossem sócios, o que não é verdade, uma vez que o empregado tem pouco ou nenhum acesso à gestão, pois não define políticas. Percebe-se, portanto, que, como base de sustentação a essa palavra indutora, existe toda uma lógica cultural potente. É comum nos cursos formativos, funcionários serem convocados a desenvolver o sentido de "vestir a camisa", de ser parte de um time que joga sempre como se estivesse participando de uma grande decisão. Esse aspecto social permite uma aula integrada com outros saberes que possam trazer uma clareza maior sobre as relações trabalhistas e a interação com matemática permite olhares mais complexos sobre tais realidades.

Do ponto de vista da aprendizagem significativa, é importante que o professor de matemática perceba essa complexidade na formação do pensamento. Isso não impede que, em determinado momento, o sentido do planejamento financeiro também seja abordado no campo pessoal. As aulas de matemática podem ajudar nas escolhas dos caminhos que reconhecem realidades. O instrumental matemático pode ganhar significado e transformar a realidade do ensino em algo associado ao prazer. Sonhar e planejar a partir de critérios que viabilizam sonhos pessoais é um caminho que pode ser promissor para o ensino da matemática.

Outra validação importante é o sentido dado à palavra **poupança**. O que primeiro ocorre é banco, renda e segurança. Mais uma vez uma instituição surge espontaneamente, e as ideias de renda e segurança associadas remetem à intenção de depositar parte dos salários em instituições financeiras, usando o método mais popular para isso, quando, na verdade, a poupança não deve ser considerada um investimento, mas uma forma de guardar dinheiro de modo que ele não sofra desvalorização pelos efeitos da inflação. No entanto, apesar da poupança ser uma escolha tão comum, os rendimentos oferecidos podem não ser tão altos, e, depois de descontados os efeitos da inflação, o investidor pode, na verdade, ter perdas no seu poder de compra.

Vale perceber que essa modalidade de possuir reserva financeira tem grande aderência dos brasileiros, e entre as justificativas para não procurar investimentos com rendimentos considerados vantajosos estão a preferência por aplicação que permita sacar com facilidade e a não incidência de impostos sobre os ganhos. É importante esclarecer também que o rendimento da poupança só é creditado mensalmente e que qualquer resgate anterior à data de aniversário implica na perda dos rendimentos que incidiriam naquela data.

Outra informação relevante é que existem as chamadas "velha" e "nova" poupanças. Isso acontece porque, antes de 2012, o rendimento anual era de 6,5%, mas, a partir de então, sempre que a **Taxa Selic**, que é a taxa básica de juros da economia brasileira (ela influencia todas as demais taxas de juros do Brasil, como as cobradas em empréstimos, financiamentos e até de retorno em aplicações financeiras), estiver abaixo de 8,5% ao ano, a correção da caderneta de poupança fica equivalente a 70% desse valor. Quando a Selic for maior que 8,5%, o rendimento da poupança será de 0,5% ao mês, mais a Taxa Referencial (TR), que tem sido igual a 0% desde setembro de 2017. Neste último caso, o rendimento anual da poupança seria de aproximadamente 6,16%. Até recentemente a taxa SELIC estava fixada em 2 % ao ano, portanto abaixo dos 8,5%. Só para se ter uma ideia, com esse valor da taxa SELIC, a poupança ofereceu rendimento anual de 1,4% (70% de 2%), e a taxa de inflação anual em 2020, segundo o IBGE, foi de 4,52%. Isso significa que quem guardou dinheiro na poupança durante o ano de 2020 teve redução na ordem de 3% no seu poder de compra.

Poder de compra, como palavra indutora, trouxe predominantemente a desigualdade e o dinheiro como sentidos principais. Nota-se, mais uma vez, que há uma conexão maior com um sentido que não é aquele proposto na abordagem teórica aqui apresentada, quando ficou definido como a comparação direta entre o que se ganha e o que se compra. O sentido desigualdade revela uma referência social importante, oferecendo mais uma vez a possibilidade de abordagem em outra perspectiva. Se na modalidade do capitalismo financeiro o capital gera capital e vivemos numa realidade de maioria pobre, é natural a percepção de que o abismo aumenta. Nesse cenário, tratar o poder de compra do ponto de vista instrumental matemático é importante, mas precisa contemplar essa realidade social. Interagir saberes e lançar novos olhares sobre esse tema daria um outro sentido ao ensino da matemática. É preciso sair do olhar exclusivo e associar realidades trazidas pelos alunos.

A **palavra Financiamento** despertou o sentido de grandes compras, problema e planejamento. Percebe-se aí a importância do que é proposto na abordagem teórica quando tratamos das modalidades Price e SAC de financiamento. Abordar as formas de financiamento e suas particularidades como, por exemplo, a diferença entre parcelas de valores iguais praticados no modelo Price e o financiamento com amortizações constantes, característica do modelo SAC, são fundamentais para uma postura ativa e tomadas de decisões criteriosas.

Compra parcelada teve como sentido principal a dívida, juros e caminho para fazer negócios. Percebe-se aí dois campos de sentidos, sendo dívida e juros associados à ideia de compromisso de pagamento com acréscimos sobre o valor original e, num outro campo de sentido, fazer negócio traduz a ideia de caminho para adquirir algo. Essas realidades revelam um caminho promissor a ser explorado nas aulas de matemática financeira. É possível pensar critério em tomadas de decisões. Se o "caminho para fazer negócios" está associado também a dívidas e juros, pensar escolhas certamente daria um melhor sentido às aulas, e simular situações reais pode tornar mais atraente o trabalho do professor.

O **Cartão de crédito**, como palavra indutora, teve como principal associação o sentido de cartão de débito e possibilidades de consumo. Nota-se aí que, para muitos, o uso de cartão está predominantemente associado à função débito. Atualmente, os cartões de crédito trazem a função débito associada. É comum ouvir nos pagamentos das compras a pergunta: débito? Como se sabe, as instituições financeiras cobram pelo uso do cartão, sendo a tarifa na função débito inferior àquela cobrada na função crédito. Possivelmente essa pergunta segue uma orientação dada ao funcionário responsável pelo recebimento do pagamento.

Vale lembrar que, para o **PROCON** , órgão que realiza a defesa do consumidor no Brasil, o pagamento em única parcela com cartão de crédito é considerado pagamento à vista, e somente o fornecedor deve arcar com as taxas cobradas pelas administradoras do serviço. Assim, há irregularidades nos casos das vendas que cobram valores à vista com desconto e não procedem de forma idêntica nas compras pagas numa única parcela no cartão de crédito. Percebe-se aí um campo promissor a ser explorado numa aula onde a parte operacional da matemática financeira pode ser usada no entendimento dessa realidade.

Outra referência importante no uso do cartão de crédito é que ele tem o poder **psicológico** de separar o prazer da compra da realidade do gasto, o que pode trazer descontrole no planejamento. Usar o cartão de crédito pode significar sérios problemas de endividamento. A sensação de se separar do dinheiro impede que gastemos além da conta, mas para muitos, isso é um aspecto negativo, uma vez que tira parte da alegria de consumir. Dessa forma, compreender como deve ser usado o cartão é fundamental e abre possibilidades para um currículo que tem a educação financeira como componente.

5.2 ANÁLISE DAS QUESTÕES ABERTAS SEMIESTRUTURADAS

Após imersão densa nas leituras das entrevistas, busquei a percepção dos alunos sobre a conexão entre o que foi estudado na educação básica e experiencias vividas, que registros importantes existem sobre aplicações práticas do currículo desenvolvido naquela fase, suas vivências com professores e suas perspectivas para o futuro. Assim, busquei, respeitando as individualidades dos colaboradores, convergências e divergências entre os sentidos dados às questões a fim de elaborar um quadro interpretativo das situações do mundo vivido que solicitam conhecimentos matemáticos.

Sobre a primeira pergunta, ligada a **planos para o futuro**, emergiram três unidades de sentido: acesso e conclusão da graduação, se inserir no mercado de trabalho e conquistar autonomia financeira. Em relação à primeira unidade, os currículos do Ensino Médio focam prioritariamente em tal objetivo, uma vez que as escolas, principalmente as da rede particular, necessitam considerar as exigências do mercado para atender as expectativas dos pais e dos estudantes de prepará-los para a ampla concorrência na disputa por uma vaga no ensino superior. Assim sendo, a estrutura curricular tende a se organizar de forma propedêutica, se afastando das questões relativas às experiencias cotidianas da aplicação dos conteúdos matemáticos.

Em relação à segunda unidade, inserção no mercado de trabalho, os estudantes relataram a importância das jornadas de encontro profissional, em que se oferece um amplo painel de possíveis profissões, abordando processos formativos e características da profissionalidade. Como docente do terceiro ano do Ensino Médio, acompanho frequentemente dilemas de alunos que sofrem pressões por parte dos familiares que tentam definir que carreira profissional eles devem seguir. Áreas como medicina e direito são projetos que algumas famílias defendem para seus estudantes, e muitas vezes tais projetos não fazem parte dos sonhos desses jovens.

Sobre o acesso ao mercado de trabalho, cabe destacar que dos temas emergentes sobre a vida profissional, estavam ausentes questões importantes como as que são referentes às taxas e impostos que incidem sobre os salários, números na composição dos salários, etc.

Ao entrar no mercado de trabalho, o indivíduo passa a pertencer a uma realidade na qual conhecimentos específicos sobre alguns itens do seu salário como previdência social e Imposto de Renda são importantes para se ter um real conhecimento da sua vida financeira. Saber que previdência é uma seguridade social, que o trabalhador contribui por um período para ter direito à benefícios como auxílio-doença e aposentadoria, por exemplo, são informações importantes para o desenvolvimento de uma consciência cidadã. Reconhecer a forma como tais contribuições acontecem, o que é parte do trabalhador e o que é responsabilidade do empregador, são formas de abordagem dos conteúdos matemáticos que permitem contribuir para os projetos de futuro trazidos pelos alunos.

É possível desenvolver um trabalho pedagógico em que o instrumental matemático permita um melhor entendimento da complexidade apresentada na reforma previdenciária. Nessa direção de pensamento, o reconhecimento da importância de considerar e partir da realidade dos alunos e de seus projetos para o futuro é uma opção didático/pedagógica que pode contribuir para melhorar a qualidade das aulas.

Conhecer as práticas tributárias no nosso país também é necessário e importante, e o imposto de renda traz uma realidade que todo trabalhador deve ter conhecimento. Uma análise que integre matemática e ciências humanas tornaria o currículo escolar rico e mais próximo da realidade. Entender alíquotas diferentes para faixas salarias diferentes e a construção de modelos matemáticos ajudaria no entendimento da complexidade que envolve essa realidade.

Como terceira unidade de sentido, a autonomia financeira pressupõe um nível de organização das finanças e a utilização de critérios que viabilizem os resultados planejados. Reconhecer criteriosamente a própria realidade financeira é fundamental para projetar o futuro.

Quanto às perguntas sobre **ser comum o uso de conhecimentos aprendidos na escola e que conteúdo escolar ficou guardado e é usado na vida**, percebi convergências significativas nas respostas.

Quanto à questão sobre os conteúdos aprendidos na escola que são recuperados nas práticas cotidianas, a interpretação dos estudantes foi elaborada numa perspectiva disciplinar, na qual, a matemática foi praticamente ausente. As disciplinas trazidas foram química, biologia, geografia e história. Entretanto, foi possível apreender nos exemplos trazidos pelos estudantes sobre as situações em que aplicavam tais conhecimentos, a presença dos conhecimentos matemáticos como linguagem. Por exemplo, ao informar que no mercado olham rótulos e avaliam quantidades de sódio, taxas de gorduras ou quando pensam sobre acidez de determinadas substâncias ou ainda quando pensam em políticas públicas, o instrumental matemático é referência importante, mas não é citada.

Quando, na qualidade de entrevistador e pesquisador, eu trazia a matemática para o foco da pergunta, as respostas eram objetivas, e **porcentagem** foi o conteúdo mais frequente como conhecimento importante e praticado nas comparações elementares, como numa compra em supermercados. Mesmo reconhecendo a importância da aplicação do cálculo porcentual na vida cotidiana dos estudantes, é inevitável a observação de que esse conteúdo é reduzido ao seu aspecto mais elementar, embora importante, que é comparação entre valores.

O cálculo percentual e suas múltiplas aplicações têm sido apresentados de forma que os alunos não os conectam a aplicações em outras realidades e não se dão conta do seu uso em situações que camuflam armadilhas, como foi sinalizado na abordagem teórica aqui proposta. Situações corriqueiras, como oferecer 10% de desconto na taxa do cheque especial, tornam-se surpreendentemente incompreensíveis nos mais variados níveis de formação acadêmica. Numa situação real, ouvi uma colega professora falar sobre ter usado o limite da sua conta bancária onde se cobrava juros de 15 % ao mês sobre o valor utilizado e que, numa campanha, o banco oferecia 10% de desconto sobre essa taxa. A compreensão apresentada foi de que, aderindo à campanha, ela pagaria apenas 5% de juros mensais pelo uso do valor. Uma operação de matemática básica traria o entendimento correto de que o desconto de 10% sobre a taxa de 15% reduz este valor para 13,5%, uma vez que obter o desconto de 10% sobre a taxa de 15% significa pagar 90% de 15%, que resulta nos 13,5%. Outra forma acessível para essa compreensão é o fato de que 10% de 15% é igual a 1,5%, e que a taxa resultante seria de 13,5%. Percebo a necessidade de a escola formar o estudante para que ele se aproprie desse tipo de raciocínio e avance para a compreensão sobre alíquotas praticadas em diversos impostos, previdências, juros nos cartões de crédito, aumentos e descontos sucessivos nas várias situações, modalidades de juros e parcelamentos.

As perguntas relativas à **ocorrência marcante na vida escolar e professores que marcaram a trajetória escolar**, também, apresentaram aproximações nas respostas.

Em relação às experiencias marcantes, a primeira ocorreu em função da mudança da rede pública para a rede privada de educação em função de terem sido contemplados com bolsa integral de estudos.

Embora não se possa generalizar, há diferenças marcantes entre as redes públicas e privadas de ensino básico, principalmente no sentido da expectativa de qualidade. O que circula numa visão cultural é que historicamente o ensino público já teve o reconhecimento de sua boa qualidade, mas, num contexto mais contemporâneo, o que se percebe é uma crise com a desqualificação desse setor que começa na redução dos investimentos por parte dos governantes. Se um dia a escola pública foi referência para as famílias que pertenciam à elite econômica do país, hoje, essa rede de educação atende às famílias com baixo poder aquisitivo, e as escolas da rede privada ganham espaço entre os que conseguem incluir em seus orçamentos mensalidades com valores que, quase sempre, são muito altos.

No ensino superior, essa realidade se inverte, e as universidades públicas, com ensino gratuito, reconhecidas como referências de qualidades pelos serviços de pesquisa e extensão que desenvolvem, são os alvos da elite econômica.

Diante desse contexto, a oportunidade de acessar, ainda na educação básica, uma escola da rede privada e com bolsa integral de estudos, foi marcante para os colaboradores. Lá foram possíveis vivências curriculares importantes, como projetos pedagógicos com ludicidades, participações em núcleos de pesquisas artísticas e científicas e projetos sociais vividos em comunidades acompanhadas pela escola.

Ficou clara a ideia de que o espaço fora da sala de aula e as várias possibilidades curriculares são reconhecidamente importantes do ponto de vista do aluno. Um currículo precisa contemplar os saberes das disciplinas e permitir vivências e outras aprendizagens. A unidade de sentido surgiu quando essas lembranças traziam as disciplinas e professores comprometidos com essas propostas. Num projeto que permite abordagens criativas, os alunos revelam talentos que provavelmente não seriam possíveis na pedagogia tradicional. A partir desse panorama das palavras indutoras e das perguntas abertas semiestruturadas, foi possível elaborar o seguinte cenário:

Os estudantes valorizam a matemática enquanto conhecimento técnico, mas mostram alguma dificuldade em trazer isso para a vida, e há a necessidade de admitir que, do ponto de vista pedagógico, a escola precisa colocar atenção nessa realidade, e nós, professores de matemática, temos um papel importante nesse processo. Reconhecer o caráter instrumental da matemática é de fundamental importância, mas conquistar alunos através de uma abordagem mais atraente requer, além do domínio dos saberes matemáticos, uma maior atenção aos caminhos pedagógicos. Embora a matemática técnica seja fascinante, e as licenciaturas cumpram bem as abordagens nesse aspecto, há a necessidade de termos, nas disciplinas ligadas à educação, professores de matemática que possam cuidar da parte pedagógica, mas sem perder de vista o aspecto formal matemático. Dominar tecnicamente o que se pretende ensinar é tão importante quanto os caminhos escolhidos para o ensino.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando obtive a confirmação da aprovação para o Mestrado profissional em matemática na UFBA, tinha a expectativa de investir no meu desenvolvimento profissional e acadêmico, entretanto, as ricas experiências que vivenciei nesses dois anos superaram as expectativas iniciais. Para além do investimento acadêmico, muitas vivências que ocorreram ao longo do curso e da produção desta dissertação, revelaram o mestrado como potente dispositivo formativo para o exercício da docência, e hoje percebo que as políticas públicas voltadas para a educação em geral precisam incentivar e criar condições para que os professores possam investir em seu desenvolvimento profissional.

Fazer, no papel de professor investigador, a pesquisa com alunos, buscando uma melhor compreensão sobre como a matemática financeira pode contribuir para o desenvolvimento da cidadania, me trouxe novas perspectivas sobre a profissionalidade docente. Minhas inquietações sobre as desigualdades sociais e a concepção do espaço de sala de aula como terreno fértil para construir resistências às visões hegemônicas da realidade social foram os principais elementos motivadores na elaboração desta dissertação.

Mesmo sendo forças hegemônicas, as construções capitalísticas não são impermeáveis às experiências humanas, pois não capturaram a totalidade da potência humana. É possível encontrar caminhos de resistência e, dentre eles, está a forma consciente de consumo para a qual a aprendizagem significativa sugere condições ativas, na perspectiva de que o acesso ao conhecimento crítico cria protagonismo e empoderamento, criando condições para que as pessoas possam se posicionar e atuar de forma autêntica e digna. Ao consumir, estamos inevitavelmente nutrindo segmentos produtivos (materiais e simbólicos) e nos constituindo enquanto consumidores-cidadãos, significando que o consumo é um território de disputa de constituição da realidade.

Apesar da minha longa caminhada profissional, em que as abordagens dos conteúdos foram feitas em contextos que permitiam articulações de significados, observo com certa frequência as dificuldades das pessoas em tomar decisões que seriam facilitadas se os conhecimentos matemáticos fossem aplicados na vida real. Essa inexistência de articulação entre escola e vida, tem dificultado a aprendizagem significativa dos estudantes. Se há a intenção de promover essa articulação, é dever da escola trazer a vida para dentro dos currículos. As demandas da vida concreta precisam ser as referências maiores nas construções dos currículos, e cabe a nós, professores, promovermos essa aproximação.

Para ilustrar essa ideia, lembro-me de uma situação marcante em que uma pessoa que trabalhou na minha casa mostrou-se muito nervosa e chegou a quebrar alguns copos. Quando cuidadosamente perguntei o motivo do descontrole emocional, pois ela estava visivelmente nervosa, ela chorou muito e comentou sobre precisar pagar a parcela de uma sandália que havia comprado e não tinha o valor para, nas palavras dela, honrar o compromisso. Numa breve conversa, percebi que a compra foi feita com parcelas de valores relativamente baixos, mas com juros altos, e ficou claro que ela não reconhecia minimamente as armadilhas em que caiu quando realizou aquela compra.

A princípio, esse posicionamento pareceu-me algo associado ao baixo nível de escolaridade e, respeitando a privacidade dela, comentei com outras pessoas que supostamente teriam domínio de matemática básica e entenderiam a situação. Para a minha surpresa, a realidade negou a minha expectativa, e eu me dei conta de que, independentemente do nível de formação acadêmica, não dominar minimamente conceitos matemáticos básicos para pensar criteriosamente situações da própria vida é mais comum do que eu imaginava, e o sentimento de corresponsabilidade profissional com essa realidade foi inevitável.

Pensar essa realidade exigiu a reflexão de que o conhecimento isolado me coloca dentro de uma bolha e que, como professor de matemática, preciso ter uma melhor compreensão da complexidade que cerca a docência. A matemática financeira oferece um instrumental importante para o exercício da cidadania, mas reconhecer a forma como as pessoas são capturadas pelo mundo do consumo, que subjetividades são construídas e exploradas, quais as lógicas que definem o mercado, que novas ferramentas são usadas nesse cenário são referências que devem fazer parte da prática em sala de aula.

Ao problematizar a forma mecânica e sem maiores significados com que geralmente se desenvolve o ensino da matemática financeira no Ensino Médio, pouco contribuindo para o desenvolvimento de postura ativas e autônomas na aplicação destes conteúdos na vida cotidiana, percebo a importância de gerar conhecimentos que partam da percepção dos estudantes sobre seus processos cognitivos.

O reconhecimento de que a docência é uma atividade essencialmente relacional e que essa via de mão dupla exige consciência da realidade dos alunos, tornaram-se claras nos resultados da minha pesquisa. Dominar tecnicamente os conteúdos específicos dos componentes disciplinares é fundamental, sendo uma condição necessária, mas não suficiente na construção da profissionalidade docente.

Os conhecimentos didático pedagógicos são aqueles que se articulam no campo epistemológico de problematização do complexo processo de construção das aprendizagens e dos seus processos de ensino. Dessa forma, sendo a docência uma profissão do ensino, é indispensável que o docente tenha conhecimentos sobre como se desenvolve a aprendizagem dos estudantes a partir dos processos cognitivos, culturais e subjetivos. Assim, o campo epistemológico da pedagogia possui também seus conhecimentos específicos, suas metodologias e seus conceitos, que, na formação dos docentes, compõem a matriz curricular das licenciaturas como instâncias da formação dos docentes no ensino superior.

Nessa direção argumentativa, a matemática, como área do conhecimento que historicamente apresenta grande dificuldade para aprendizagem por parte dos alunos, necessita dos conhecimentos didáticos pedagógicos, e a prática docente para o professor de matemática deve aliar esses referenciais ao domínio técnico indispensável dos conteúdos curriculares.

Como anteriormente referendado, a importância do reconhecimento relacional da prática docente, é fundamental a escuta dos estudantes como dispositivo de pesquisa expressivo para o processo de construção de novos conhecimentos para a docência. Saber o que pensam sobre as formas de relacionamento comercial, que nível de consciência apresentam sobre métodos que camuflam "armadilhas financeiras" para as quais eles e seus familiares são frequentemente seduzidos é o passo inicial para que o docente desenvolva processos de ensino orientados para as aprendizagens significativas.

Como demonstrado nesta pesquisa, as principais dificuldades trazidas pelos entrevistados giraram em torno da forma como são vistas as aulas de matemática (chatas e complexas), a falta de articulação da matemática básica com a vida cotidiana e a não aproximação entre currículo e seus planos para o futuro.

Considerar projetos pessoais dos alunos e encontrar aproximações que permitam caminhar com o instrumental matemático de forma significativa é fundamental e exige do professor o domínio técnico e a capacidade de ajustar a trajetória de modo a tornar o saber matemático algo que, respeitando a sua importância como linguagem, tem sua conexão direta com a vida.

Referências

Agência Nacional de Vigilância Sanitária.- ANVISA; Universidade de Brasília. - UNB. **Rotulagem Nutricional Obrigatória: Manual de Orientação às Indústrias de Alimentos**. 2. ed. Brasília: ANVISA, UnB, 2005. 44 p.

ALVES, R. **Filosofia da Ciência: Introdução ao jogo e suas regras.** São Paulo: Loyola, 2000.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BRASIL. MEC - Ministério da Educação. In: O ensino médio no contexto da educação básica. [s.n.], 2021. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio>. Acesso em: 19 mai. 2021.

CANCLINI, N. G. **Consumidores e cidadãos: conflitos multiculturais da globalização**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1995.

GALEANO, E. **De perna pro ar: A escola do mundo ao avesso**. Porto Alegre: L&PM Editores, 2018.

GUATTARI, F.; ROLNIK, S. **Micropolítica: Cartografias do Desejo**. 11. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

LAZZARATO, M. **O governo do homem endividado**. 1. ed. São Paulo: N-1 Edições, 2017.

LAZZARATO, M.; NEGRI, A. **Trabalho imaterial: formas de vida e produção de subjetividade**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2013.

LEMOS, E. dos S. **Aprendizagem significativa: estratégias facilitadoras e avaliação.** [S.l.]: Aprendizagem significativa em revista / Meaningful learning review, 2011. v. 1. 25-35 p.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A matemática do ensino médio**. 6. ed. v.2. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

______. ______. 10. ed. v.1. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

MANSANO, S. R. V. **Sujeito, subjetividade e modos de subjetivação na contemporaneidade**. [S.l.]: Revista de Psicologia da UNESP, 2009. v. 8. n. 2. 2009. 110-117 p.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003. 167 p.

MENEZES, E. T. de. Verbete temas transversais. In: DICIONáRIO Interativo da Educação Brasileira – EducaBrasil. São Paulo: Midiamix Editora, 2001. Disponível em: <https://www.educabrasil.com.br/temas-transversais/>. Acesso em: 17 jun 2021.

PÁLPELBART, P. **Vida Capital. Ensaios de Biopolítica**. São Paulo: Iluminuras, 2011.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. 80. ed. Rio de Janeiro: Record, 2011.

APÊNDICE A – INFORMAÇÕES SOBRE AS ENTREVISTAS

Diante do cenário pandêmico (covid-19) as entrevistas aconteceram remotamente. Inicialmente, para melhor interação com os colaboradores, um grupo de whatsapp foi criado e, considerando as disponibilidades de todos, a primeira reunião foi agendada. Nesse encontro, via plataforma TEAMS, todas as informações e intenções da pesquisa foram apresentadas, foi enviado o Termo de Livre Consentimento para devida autorização do uso dos dados trazidos na pesquisa para a produção de resultados e ficaram definidos dia e horário de cada entrevista.

Todos os agendamentos foram cumpridos, e a disponibilidade para colaborar foi uma marca importante durante todo o processo. As entrevistas foram iniciadas com a apresentação do tema da dissertação e esclarecimentos sobre a estrutura que seria praticada. Cada entrevista foi dividida em duas etapas: a primeira, em que foram apresentadas palavras indutoras para que os entrevistados construíssem os sentidos, e a segunda, onde foram feitas perguntas abertas e semiestruturadas, que poderiam ser conduzidas, caso as respostas se afastassem muito dos objetivos da entrevista.

ETAPA 1 DA PESQUISA

Na primeira etapa, foram usadas as seguintes palavras indutoras:

1. Aula de matemática;
2. Aprendizagem significativa;
3. Planejamento financeiro;
4. Poupança;
5. Poder de compra;
6. Financiamento;
7. Compra parcelada;
8. Cartão de crédito.

A seguir, apresento as transcrições da etapa 1 das entrevistas.

TRANSCRIÇÕES DAS ENTREVISTAS – ETAPA 1

Essa entrevista é parte da minha pesquisa de Mestrado na Universidade Federal da Bahia. Os colaboradores são Ana Carolina Fernandes, Isadora Santana, Maria Eduarda Freitas, Mariana Almeida, e Ualace Santos da Conceição. O tema da dissertação é Educação Financeira Como Vetor Para o Exercício da Cidadania. A primeira parte da entrevista é composta por palavras-chaves, que eu vou dizer uma por vez, e você vai me dizer o que te ocorre imediatamente quando você escuta a palavra, aquilo que surge antes do seu pensamento, aquilo que está no âmbito do vivido, ok?

A primeira palavra-chave é **aula de matemática.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Complexo.**

Isadora Santana: **Números, cálculos.**

Maria Eduarda Freitas: **Um saco**

Mariana Almeida: **Difícil.**

Ualace Santos da Conceição: **Isabel (nome da profa do 2º ano E.M.)**

A segunda palavra-chave um é **aprendizagem significativa.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Não compreendo**

Isadora Santana: **Educação, vida, cotidiano**

Maria Eduarda Freitas: **Algo marcante**

Mariana Almeida: **Aprendizagem compartilhada**

Ualace Santos da Conceição: **Uso prático**

A terceira palavra-chave é **Planejamento financeiro.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Importante**

Isadora Santana: **Trabalho, importante para empresas**

Maria Eduarda Freitas: **Necessidade**

Mariana Almeida: **Importante**

Ualace Santos da Conceição: **Necessário**

A quarta palavra-chave é **Poupança.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Banco**

Isadora Santana: **Banco**

Maria Eduarda Freitas: **Segurança**

Mariana Almeida: **Dinheiro**

Ualace Santos da Conceição: **Renda**

A quinta palavra-chave é **Poder de compra.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Difícil**

Isadora Santana: **Pobreza e riqueza**

Maria Eduarda Freitas: **Desigualdade**

Mariana Almeida: **Salário**

Ualace Santos da Conceição: **Ter dinheiro**

A sexta palavra-chave é **Financiamento.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Elite**

Isadora Santana: **Compra de carro, de coisas grandes**

Maria Eduarda Freitas: **Problema**

Mariana Almeida: **Planejamento**

Ualace Santos da Conceição: **Amortização**

A sétima palavra-chave é **Compra parcelada.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Para um negócio**

Isadora Santana: **Dívida**

Maria Eduarda Freitas: **Dívida**

Mariana Almeida: **Juros**

Ualace Santos da Conceição: **Cartão de crédito**

A oitava palavra-chave é **Cartão de crédito.**

As respostas dadas foram:

Ana Carolina Fernandes: **Popular**

Isadora Santana: **Crédito, débito**

Maria Eduarda Freitas: **Possibilidade**

Mariana Almeida: **Cartão de débito**

Ualace Santos da Conceição: **Pic pay**

ETAPA 2 DA PESQUISA

A segunda etapa da entrevista teve as seguintes perguntas:

1. Que planos você tem para o futuro?

2. Quando você ou membro da sua família quer comprar alguma coisa, é comum usar conhecimentos aprendidos na escola?

3. Você lembra de alguma ocorrência marcante na sua vida escolar?

4. Algum professor marcou a sua vida escolar positivamente? E negativamente?

5. Que conteúdo escolar você guardou e usa na sua vida?

A seguir, apresento as transcrições da etapa 2 das entrevistas.

TRANSCRIÇÕES DAS ENTREVISTAS – ETAPA 2

Na segunda parte eu faço perguntas abertas e você responde. Como a entrevista é semiestruturada, a pergunta é feita e se a resposta não se aproximar dos objetivos pretendidos, eu posso interagir de modo a alcançar a meta da pesquisa.

Vamos às perguntas:

Pergunta 1. Que planos você tem para o futuro?

Ana Carolina Fernandes: **Eu penso em terminar a faculdade, começar trabalhar, a me sustentar, ter uma família.**

Isadora Santana: **Eu pretendo me formar na faculdade, na área de farmácia e conseguir uma estabilidade, conseguir um emprego que eu goste e que eu consiga ter uma estabilidade financeira, futuramente ter uma casa, um carro e uma família.**

Maria Eduarda Freitas: **Conseguir voltar pra aulas presenciais, depois da vacina, enfim, estudar, tentar arranjar um estágio num lugar pra começar a juntar meu dinheiro.**

Mariana Almeida: **Conseguir estabilidade financeira, sair da casa dos meus pais e trabalhar com o que eu gosto. Realizar atendimento voluntário, fazer especialização e o Mestrado.**

Ualace Santos Conceição: **Trabalhar, estudar (faz simultaneamente as duas coisas), e dar entrada numa casa e ir morar sozinho. Atualmente já viabiliza esse projeto investido parte do salário que recebe.**

Pergunta 2. Quando você ou membro da sua família quer comprar alguma coisa, é comum usar conhecimentos aprendidos na escola?

Ana Carolina Fernandes: **Não, geralmente, não. As vezes no mercado quando comparo preços.**

Isadora Santana: **Acho que sim, por exemplo, porcentagem é uma coisa que a gente usa bastante. Eu acho que isso que aprendemos na escola a gente usa bastante no dia a dia.**

Maria Eduarda Freitas: **O dinheiro sempre foi um problema para mim e para minha família, aí a gente, eu e minha mãe, somos nós duas, desde bem pequena a gente sempre compara preços, a gente faz tabelinha, a gente se vai precisar parcelar alguma coisa a gente pesquisa ao máximo, sabe? Todas as possibilidades que têm pra ver o quê que, qual é a forma mais segura da gente proceder a transação com qualquer coisa. Eu não consigo especificar pra você, mas um conceito que eu lembro de uma aula, ou de alguma coisa, só eu, sempre teve presente esse pensar sempre, analisar tudo, todas as chances que tiver.**

Mariana Almeida: **Fazendo algumas compras e calculando, por exemplo, se valia realmente a venda e calculando juros simples, compostos, é algo que a gente aprendeu na escola. Fazer realmente um planejamento antes de comprar. Eu não tenho esse costume, mas já ocorreu.**

Ualace Santos da Conceição: **Uso alguns, o básico... multiplicação, soma, divisão, comparação de preços, semelhanças e desconto de alguma coisa. Eu faço comparação e vejo qual é a melhor opção para minha vida. Aí eu junto dinheiro todo e não compro parcelado. Não gosto de me fiar nesse tipo de compra. Já a minha família, dificilmente... é um pouco diferente de mim, mas já tem um pouco de organização agora.**

Pesquisador: **E você, conversa com a sua família tentando orientar segundo esses critérios que você adota para você?**

Ualace Santos da Conceição: **Eu tento, mas não posso fazer muita coisa também, eles têm a cabeça deles.**

Pergunta 3. Você lembra de alguma ocorrência marcante na sua vida escolar?

Ana Carolina Fernandes: **Eu lembro que quando foi selecionada para entrar numa escola particular. Foi muito marcante, era um ambiente muito diferente pra mim e lembro dos momentos em que os professores foram mais do que professores pra mim. Eu lembro também que no primeiro ano do Ensino Médio, eu estava namorando com uma menina e eu fui chamada por parte da coordenação pra falar sobre isso e aquilo me marcou muito negativamente.**

Isadora Santana: **Deixe-me pensar... Eu acho que os projetos que a gente tem na escola são bastante marcantes, as atividades grandes, por exemplo, apresentações que a gente precisava correr atrás, venda de alimentos que a gente precisa realizar em grupo para conseguir uma quantidade de dinheiro que vai usar em tal projeto. Acho que meu relacionamento com os professores também... tem vários professores que foram importantes pra mim, que eu vou lembrar sempre. A minha formatura também foi bastante marcante, pra mim.**

Maria Eduarda Freitas: **Meu primeiro 10 em redação.**

Pesquisador: **Tem alguma marca negativa na sua trajetória escolar?**

Maria Eduarda Freitas: **Sim! Quando no segundo semestre do meu primeiro ano do Ensino Médio eu perdi em Física. Foi a primeira vez que eu perdi alguma coisa na minha vida inteira, escolar.**

Mariana Almeida: **O que mais me marcou, realmente, foi que na, na matemática mesmo, eu sempre tive dificuldade, desde que eu era bem pequenininha, desde a terceira série. E aí sempre era a matéria que eu demorava mais tempo pra conseguir aprender, essas coisas, e aí foi o que me marcou assim, por mais tempo. Porque, depois eu acabei descobrindo, que na verdade, eu tinha discalculia. Para mim, eu aprendia a matemática de uma maneira diferente,**

eu não tenho assim noção de algumas coisas, pra mim era até difícil em aulas de geometria, por exemplo, era difícil. Com o senhor eu até tentava, mas era difícil pra mim, falava imagine uma tal forma geométrica, pra mim não era assim, aí com alguns desenhos, até fazendo um esforço conseguia, mas o que mais me marcou foi isso porque era um esforço, era sempre um esforço pra conseguir ultrapassar esse obstáculo e eu acabei ficando até com um pouco de raiva da matemática, mas tiveram alguns professores que me marcaram em relação a isso e aí eu não ficando com tanta raiva. Lembranças positivas, eu acho que os professores e a convivência com colegas em geral.

Ualace Santos da Conceição: **Acho que um apoio financeiro que eu recebi do da escola. talvez, acho que de diversas formas e em diversas épocas. Pessoas do colégio também, mas de forma extracurricular, vamos dizer assim. Acho que isso me marcou bastante porque me ajudou muito a continuar no colégio, era difícil me manter, então, com essa ajuda eu consegui ficar na escola. Negativamente, lembro quando eu era mente fechada e acabei magoando pessoas importantes.**

Pergunta 4. Algum professor marcou a sua vida escolar positivamente? E negativamente?

Ana Carolina Fernandes: **Professor Daniel, que era um professor de Ensino Religioso, no primeiro ano do Ensino Médio, se não me engano, ou do Fundamental, no nono ano. As aulas dele eram sempre muito abertas, apesar de ser de ensino Religioso, numa escola católica, a gente tinha espaço para falar o que quisesse, para se abrir. Eu me sentia muito à vontade na aula dele.**

Isadora Santana: **Acho que a maioria positivamente, eu tenho vários professores que me marcaram positivamente e que eu tenho uma relação muito, muito boa. Agora, negativamente, não tem nada específico que tenha deixado assim tão marcado, sabe?**

Maria Eduarda Freitas: **Memória negativa foi no meu quarto ano do Ensino Fundamental I, quando a professora tinha dado uma aula sobre (riso), ela estava ensinando multiplicação, aí ela deu uma aula e falou pra gente fazer umas três continhas que ela botou no quadro, sei lá, e do jeito que ela explicou eu não tinha entendido direito, aí a minha resposta não estava certa, aí eu fui mostrar pra ela e como eu sempre tinha acertado tudo, e eu era o exemplo da turma, ela disse: "como que você errou um negócio besta desses, menina, que burrice?!"Não sei o quê... Ela esperava tudo de mim e fez um escarcéu. Eu lembro que eu voltei chorando para casa e, enfim, na segunda tentativa eu consegui de raiva, mas consegui.**

Pesquisador: **E algo positivo te marcou, ou nada?**

Maria Eduarda Freitas: **Positivo? Positivo sem, puxar sardinha nenhuma, foi no terceiro ano, quando meu professor Caio, de Matemática, foi o primeiro professor a me apoiar quando eu falei que eu queria fazer Pedagogia.**

Mariana Almeida: **Na sétima série, teve um professor de matemática, Cleber, que me marcou positivamente. Numa prova que teve uma questão aberta, e eu nunca conseguia fazer as questões abertas porque não dava tempo, eu fechei. Ele fez um discurso tão bonito pra mim, que eu cheguei a chorar. Ele falou: "tá vendo? Você precisa confiar no seu potencial, essa dificuldade que você tem não é obstáculo". Isso foi algo que me marcou positivamente. No terceiro ano também eu acho que todos marcaram positivamente, professor Isaac (Filosofia) foi um professor que eu fiquei com um carinho enorme, você, professor, me marcou positivamente. A maioria assim, mais experiências positiva do que negativas com os professores.**

Ualace Santos da Conceição: **Positivamente, Marli, professora de História. Eu agradeço à Marli porque realmente ali foi uma inspiração por um longo tempo. Conheci só no segundo ano, mas foi a minha inspiração. E, negativamente, acho que não assim, para sempre, mas foi o professor de ensino religioso, que foi era parcial demais em algumas discussões que acabaram gerando situações incômodas que, na época eu não tinha me dado conta, mas olhando para trás, com a visão que eu tenho hoje, com todo o repertório que acumulei, consigo perceber o quanto foi ruim.**

Pergunta 5. Que conteúdo escolar você guardou e usa na sua vida?

Ana Carolina Fernandes: **Não sei se conta, mas eu costumo guardar mais conteúdo da área de Química, por ser uma área que eu gosto e também porque a faculdade que eu faço agora me cobra muito isso. Eu meio que sempre dou uma revisada. De maneira muito general na minha vida, não só na parte acadêmica, às vezes, eu tô comendo alguma coisa aí eu penso: O que será que tem aqui nesse prato na parte nutricional e parte calórica? Tudo isso eu penso.**

Isadora Santana: **Eu acho que muitas coisas que a gente aprende em Geografia, a gente tem que usar bastante no cotidiano e em Matemática também, como eu falei, aquilo da compra que a gente usa muita porcentagem. Às vezes, eu acabo usando fração também. História, muitas vezes, eu também uso. Alguns conteúdos importantes de história, em conversas.**

Maria Eduarda Freitas: **Porcentagem. Porcentagem, em qualquer situação, sempre que tem que fazer comparações de qualquer coisa na minha cabeça eu faço,**

eu tenho trinta por cento de chance de isso acontecer, é natural... Eu faço para tomar uma decisão, sempre assim.

Mariana Almeida: **Agora na faculdade, a gente está usando bastante conteúdo de Química e de Biologia, que a gente estuda neuro transmissores, efeito de medicamentos, essas coisas, falo que me marcou porque eu estou usando na faculdade.**

Pesquisador **Mas observe, a pergunta é sobre Educação Básica. Até o terceiro ano, tem algum conteúdo que você usa na sua vida?**

Mariana Almeida: **É isso, mas o conhecimento de Português é para sempre. De Matemática, acho que multiplicação, divisão, soma, essas coisas básicas assim, sei que tem que parar pra trazer outras, mais adiante eu lembro, mas assim rápido que eu lembro mesmo são as mais básicas mesmo que eu levo pra vida. História eu lembro bastante os conteúdos e eu levo para vida, Sociologia. De matemática financeira, não lembro... Sei que deveria usar...**

Ualace Santos da Conceição: **Assim... de tudo um pouco. Tem horas que eu estou sem o que fazer e começo a lembrar de algum assunto de Química de algum conteúdo de Matemática e fico viajando. Às vezes eu estou trabalhando e olho para algo e começo a viajar. Em matemática, algum conteúdo em especial? Juros e porcentagem são os que eu mais uso.**