



GOVERNO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET - FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT



Rodrigo Rocha Oliveira

Modelagem matemática da coleta da água do condicionador de ar: Uma proposta para o ensino de unidades de medidas

Sinop MT
2021

Rodrigo Rocha Oliveira

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – UNEMAT *Campus* Universitário de Sinop – MT, como pré requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador: Dr. Silvio Cesar Garcia Granja

Sinop – MT

2021

O48m OLIVEIRA, Rodrigo Rocha.
Modelagem Matemática da Coleta da Água do Condicionador de Ar: Uma Proposta para o Ensino de Unidades de Medidas / Rodrigo Rocha Oliveira - Sinop, 2021.
93 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (sim)

Trabalho de Conclusão Final - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Profmat, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Sinop, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2021.

Orientador: Silvio Cesar Garcia Granja

1. Modelagem Matemática. 2. Aprendizagem Significativa. 3. Coleta da Água do Ar Condicionado. 4. Unidades de Medidas. I. Rodrigo Rocha Oliveira. II. Modelagem Matemática da Coleta da Água do Condicionador de Ar: Uma Proposta para o Ensino de Unidades de Medidas: .

CDU 51(07)



ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET - FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- PROFMAT
UNEMAT - SINOP



RODRIGO ROCHA DE OLIVEIRA

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA COLETA DA ÁGUA DO CONDICIONADOR DE
AR: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE UNIDADES DE MEDIDAS**

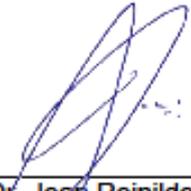
Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – ProfMat da Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT – Campus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Cesar Garcia Granja
Aprovado em 29/10/2021

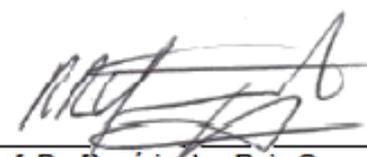
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvio Cesar Garcia Granja
UNEMAT – SINOP - MT



Prof. Dr. Jean Reinildes Pinheiro
UEMT – SINOP - MT



Prof. Dr. Rogério dos Reis Gonçalves
UNEMAT – SINOP - MT

Sinop/MT
2021



Programa de Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional – PROFMAT/UNEMAT/Sinop/MT
Av. dos Ingás, 3001, CEP: 78.550-000, Sinop, MT
Tel/PABX: (66) 3511 2100. www.unemat.br – Email:
profmata@unemat.br

UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso
Carlos Alberto Reyes Maldonado

Dedico este trabalho à minha amada esposa, que sempre me apoiou e tornou possível esta conquista.

AGRADECIMENTOS

Ao fim de uma jornada tão importante, ao chegar em uma conquista tão grande, paro e olho para trás, quando tudo isso era apenas um sonho distante, e vejo o quão pequeno sou, o quão frágil sou e o quão importante são certas pessoas em minha vida e em minha jornada diária.

Meu primeiro agradecimento vai à Deus pai todo poderoso, que me deu sanidade e abriu as portas para tornar possível meu ingresso e toda minha produção. Ele que ouviu todas as minhas orações às sextas feiras antes de encarar 400 km de estrada sentido Sinop. Orações essas pedindo proteção para minha viagem e também proteção para minha família que estava ficando para trás.

Agradecer a quem tornou tudo possível, sempre me fez acreditar em mim mesmo e que isso daria certo. Á esta pessoa preciso agradecer por cuidar de nosso filho sozinha inúmeras vezes, fosse nas viagens para Sinop fosse nas madrugadas em que eu passava estudando. Á esta pessoa que me faz um homem melhor a cada dia. Ao amor da minha vida e minha amada esposa Kamilla de Assis Oliveira.

A toda minha família deixo minha gratidão, pelo apoio nas horas difíceis, pelas comemorações nas horas boas, pelos sermões quando necessários. Família que amo, família que respeito, família que me guia a cada passo. São minha mãe Elisabete, meu pai Euclides, minha irmã Lygia, meus cunhados Paulo Vitor e Matheus, meus amados sogros Suzana e Waldeusamir, aos meus sobrinho Vinnicios e Vitor Gabriel e ao anjo de luz da minha vida, meu filho Guilherme.

Ao homem que sempre foi paciente comigo nessa etapa final, tornou possível a execução desta pesquisa, me guiou, acalmou, orientou e dedicou seu tempo a mim. Serei eternamente grato por sua orientação Professor Dr. Silvio César Garcia Granja, só estou aqui escrevendo mais este parágrafo porque o Sr tornou isso possível, e serei eternamente grato.

E em nome de meu orientador quero agradecer imensamente a todo corpo docente do programa Profmat do *Campus* da Unemat de Sinop por serem profissionais esplendidos, que lecionam com amor, sendo exemplos a serem seguidos, e a banca examinadora que com seus conselhos enriqueceram esta obra, que agora posso chamar de minha.

RESUMO

É apresentada uma aplicação de modelagem matemática educacional a uma turma de estudantes do Ensino Médio como forma de intervenção com o objetivo de verificar a melhora no entendimento de unidades e conversões de medidas. Procurou-se compreender se a modelagem matemática da coleta de água do condicionador de ar pode ser utilizada de forma ativa e significativa para abordar as questões de aprendizagem de transformações de unidades de medidas. Sendo uma pesquisa qualitativa, este trabalho teve os encontros com os estudantes de forma virtual e contou com o protagonismo para que desenvolvessem a experimentação em suas casas. Por meio desta atividade, os alunos puderam trabalhar em um projeto que tratou de situações socioambientais e fizeram a construção de um modelo matemático para calcular a quantidade de água que os aparelhos de ar condicionado de suas residências e da escola são capazes de produzir por dia. Após a construção do modelo, puderam determinar o tamanho do reservatório necessário, trabalhando também com o consumo diário de água na escola, possibilitando a construção de um conhecimento adquirido por descoberta. A análise do resultado do desenvolvimento da pesquisa foi obtida por meio da aplicação de pré-teste e, após a aplicação da experimentação e da modelagem matemática, um pós-teste via formulário online. A média de acertos no pré-teste foi de 2,57 pontos quando a média no pós-teste foi de 8,29 pontos de 10 possíveis. A metodologia utilizada apresentou resultados positivos quando comparado os resultados do pré-teste com o pós-teste, sugerindo que houve uma melhoria no entendimento do conteúdo de unidades de medidas pelos estudantes, atores da ação.

Palavras chave: Modelagem Matemática; Unidades de Medidas; Coleta da Água do Condicionador de Ar; Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

An educational mathematical modeling application to a group of high school students is presented as a form of intervention in order to verify the improvement in the understanding of measurement units and conversions. We tried to understand if the mathematical modeling of the air conditioner water collection can be used in an active and meaningful way to address the learning issues of measurement unit transformations. Being a qualitative research, this work had the meetings with the students in a virtual way and counted on the protagonism for them to develop the experimentation in their homes. Through this activity, the students were able to work on a project that dealt with social and environmental situations and built a mathematical model to calculate the amount of water that the air conditioners in their homes and at school are capable of producing per day. After building the model, they were able to determine the size of the reservoir needed, also working with the daily consumption of water at the school, enabling the construction of knowledge acquired through discovery. The analysis of the result of the research development was obtained through the application of a pre-test and, after the application of experimentation and mathematical modeling, a post-test via an online form. The average of correct answers in the pre-test was 2.57 points when the average in the post-test was 8.29 points out of 10 possible. The methodology used showed positive results when comparing the results of the pre-test with the post-test, suggesting that there was an improvement in the understanding of the content of measurement units by students, actors of the action.

Keywords: Mathematical Modeling; Conversion of Measurement Units; Air Conditioning Water Collection; Meaningful Learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ciclo da Modelagem Matemática	30
Figura 2 - Exemplo de Atividade de Livro Didático	37
Figura 3 - Fluxograma de Execução da Experimentação	43
Figura 4 - Imagem das Provetas Utilizadas	51
Figura 5 - Análise Geral do Pré-Teste	53
Figura 6 - Análise do Pré-Teste Exercício 01	54
Figura 7 - Análise do Pré-Teste Exercício 02	54
Figura 8 - Análise do Pré-Teste Exercícios 03	55
Figura 9 - Análise do Pré-Teste Exercício 04	56
Figura 10 - Análise do Pré-Teste Exercícios 05	56
Figura 11 - Análise do Pré-Teste Exercícios 06	57
Figura 12 - Análise do Pré-Teste Exercícios 07	57
Figura 13 - Análise do Pré-Teste Exercícios 08	58
Figura 14 - Análise do Pré-Teste Exercícios 09	59
Figura 15 - Análise do Pré-Teste Exercícios 10	60
Figura 16 - Representação da Planta Baixa da Escola	72
Figura 17 - Representação da Planta Baixa da Escola com Disposição dos Aparelhos	73
Figura 18 - Esquema de Conversão de Unidades de Capacidade	75
Figura 19 - Esquema de Conversão de Unidades de Área e Distância	76
Figura 20 - Análise Geral do Pós-Teste	77
Figura 21 - Análise do Pós-Teste Exercícios 01	77
Figura 22 - Análise do Pós-Teste Exercícios 02	78
Figura 23 - Análise do Pós-Teste Exercícios 03	78
Figura 24 - Análise do Pós-Teste Exercícios 04	79
Figura 25 - Análise do Pós-Teste Exercícios 05	79
Figura 26 - Análise do Pós-Teste Exercícios 06	80
Figura 27 - Análise do Pós-Teste Exercícios 07	80
Figura 28 - Análise do Pós-Teste Exercícios 08	80
Figura 29 - Análise do Pós-Teste Exercícios 09	81
Figura 30 - Análise do Pós-Teste Exercícios 10	81

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dados Coletados pelos Estudantes.....	60
Quadro 2 - Dados Coletados pelos Estudantes com a Média	62
Quadro 3 - Dados projetados a partir dos Coletados pelos Estudantes com Volume	63
Quadro 4 - Dados projetados a partir dos coletados pelos estudantes com volume e uniformizados para a mesma potência.....	64
Quadro 5 - Disposição dos Aparelhos da Escola	70
Quadro 6 - Quadro - Conversão de Unidades de Capacidade	75

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 MOTIVAÇÃO.....	21
1.2 QUESTÃO INICIAL	22
1.3 PROBLEMATIZAÇÃO.....	22
2 OBJETIVO	23
2.1 OBJETIVO GERAL	23
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	23
3 REFERENCIAL TEÓRICO	25
3.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	25
3.2 METODOLOGIAS ATIVAS	28
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	30
3.4 A BNCC E A MATEMÁTICA DA CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA ...	33
3.5 PROBLEMAS DE APRENDIZAGEM DE CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA	35
3.6 A COLETA DE ÁGUA DO CONDICIONADOR DE AR	38
4 METODOLOGIA	41
4.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA.....	41
4.2 OBJETO DE ESTUDO	41
4.3 MATERIAIS E RECURSOS	41
4.4 PÚBLICO ALVO PARA A APLICAÇÃO DA INTERVENÇÃO DIDÁTICA.....	42
4.5 MODELO DE APLICAÇÃO	42
4.6 TESTE COM ESPECIALISTAS.....	44
4.7 PRÉ E PÓS TESTE	44
4.8 MODELAGEM MATEMÁTICA DA ÁGUA COLETADA.....	46
4.9 MODELO DE ANÁLISE DOS RESULTADOS ENTRE PRÉ E PÓS-TESTE.....	47
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	49
5.1 TESTE COM ESPECIALISTAS.....	49

5.2 AULAS VIA GOOGLE MEET.....	49
5.2.1 Aula 01	49
5.2.2 Aula 02	52
5.2.3 Aula 03	53
5.3 PRÉ-TESTE	53
5.4 A MODELAGEM.....	60
5.5 O USO DAS UNIDADES E CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA.....	69
5.5.1 Água gerada na escola Estadual Plácido de Castro	70
5.5.2 Projeto de Coleta	72
5.5.3 O Reservatório	74
5.6 PÓS-TESTE	76
5.7 DISCUSSÃO	82
6 CONCLUSÃO	83
REFERÊNCIAS	85
APÊNDICES	87
APÊNDICE A – PLANO DE AULA 1.....	87
APÊNDICE B – PLANO DE AULA 2.....	89
APÊNDICE C – FOTOS DAS ETIQUETAS DOS APARELHOS.....	91

1 INTRODUÇÃO

A necessidade de medir é tão antiga quanto a necessidade de contar. Matthews (2001) conta um pouco do contexto político envolvido para evolução do sistema métrico Francês desde meados de 1673, até ser redefinido várias vezes e por fim reformulado como Sistema Internacional de Unidades (SI) pela 17ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, em Paris, no ano de 1983,

Matthews (2001) conta que a França por exemplo chegou a ter cerca de 250.000 unidades diferentes de massa, volume e comprimento, o que torna o sistema comercial e social uma bagunça, sem conseguir em alguns casos chegar a uma determinação aceitável do real tamanho ou peso de objetos.

Então podemos ver que a organização de um sistema de pesos e medidas é fundamental para que todos os países e povos consigam conversar, negociar e pesquisar simultaneamente, bem como é fundamental ter-se capacidade de entender, interpretar e converter unidades de medida para trabalhar com situações cotidianas.

Não obstante desta importância, Brasil (2005) nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias estabelecem:

Feitas as considerações sobre a importância da Matemática no Ensino Médio, devemos agora estabelecer os objetivos para que o ensino dessa disciplina possa resultar em aprendizagem real e significativa para os alunos. As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a: [...]

[...]

- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;

[...]

- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos. (PCNs, 2005 p. 42)

Mais profundamente ainda, Brasil (2006) nos PCN+ determinam que o aluno deve ser capaz de identificar e relacionar unidades de medida usadas para diferentes grandezas, como massa, energia, tempo, volume, entre outras coisas, demonstrando a importância de receber uma aprendizagem significativa sobre esse assunto.

Temos o entendimento de que, segundo Brasil 2018 na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) o aluno do Ensino Médio deve ser capaz de interpretar, criar e resolver problemas, em diversos contextos, utilizando estratégias, conceitos e

procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística – analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. A competência específica 1 da BNCC diz especificamente:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. (BRASIL, 2018, p. 524)

A atenção para uma aprendizagem significativa se faz cada vez mais necessária. Como nos diz Moraes (2007), quando um conteúdo ou tema é aprendido de forma mecânica ele não cria solidez na rede cognitiva do aluno. Porém, quando o professor consegue introduzir uma aprendizagem significativa, o conteúdo fica “armazenado” por mais tempo e pode ser acessado e retomado com mais facilidade pelos estudantes, pois construíram o novo conhecimento a partir de ideias já pré conhecidas, o que cria uma ramificação cognitiva.

Temos então que a utilização de unidades de medida, bem como a necessidade de aplicar sua conversão, vem evoluindo e está presente no cotidiano do homem desde que se iniciou a contagem. Logo, é de presumir que todos temos, mesmo que limitado, um conhecimento prévio sobre esse assunto, seja simples como o peso de um produto do supermercado ou a quantidade de refrigerante em uma garrafa, mas há este conhecimento prévio em todos.

Visualizando então essa necessidade de se aplicar um conhecimento significativo no aluno, devemos explorar esses conhecimentos já fixados, para então aprimorá-lo e trazê-lo para o âmbito mais científico, alcançando assim as habilidades e competências estabelecidas pela BNCC e presente nos PCN.

Quando buscamos então uma aprendizagem significativa, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) entendem que pode ser adquirida por recepção ou por descoberta, sendo que quando ocorre por descoberta tem mais chance de que o aluno desenvolva uma aprendizagem significativa.

Diante a vivência de Professor em sala de aula, vemos as dificuldades encontradas dentro do processo de ensino-aprendizagem, em especial as disciplinas da área das exatas, onde os alunos têm tanta dificuldade em entender aquilo que está

sendo explicado. Estas dificuldades muitas vezes estão ligadas a dificuldade em manusear situações reais, e criar uma aprendizagem significativa, que poderiam trazer uma perspectiva real para os estudantes, como diz TACONI 2013:

“A matemática é uma disciplina que muitos alunos não avançam na aprendizagem, pois não conseguem fazer interpretação do problema ou da atividade proposta, alguns fazem pequenos cálculos, outros precisam de atividades contextualizadas para seu desenvolvimento. Percebe-se através de diálogo com os professores de outras disciplinas que o problema de interpretação é constante. Sabe-se que alguns não conseguem fazer abstração. A prática pedagógica demonstra que a matemática é uma disciplina que apresenta um grande índice de dificuldade de aprendizagem. Várias são as causas, principalmente em testes padronizados. Observam-se baixos níveis de rendimento principalmente no que se refere aos conteúdos de grandezas e medidas”. (TACONI, 2013 p. 4)

1.1 MOTIVAÇÃO

Diante desta dificuldade também vivenciada pelos estudantes do 1º ano do Ensino Médio da escola Estadual Plácido de Castro no município de Diamantino - MT, este trabalho visou desenvolver uma metodologia ativa com os alunos por meio da modelagem matemática da coleta da água dos aparelhos de ar condicionado da escola, visando construir nestes estudantes uma aprendizagem significativa.

Edwards e Hamson (1990, *apud* Carreira 2013 pag 49) definem que certos sistemas reais podem ser desenhados em forma de modelo matemático de forma mais simplificada. Uma modelagem, ou um modelo, matemático é aquele que utiliza conceitos matemáticos para representar uma situação real. Na construção de um modelo matemático é necessária a observação e interpretação do mundo real para se criar a passagem ao mundo abstrato dos conceitos e definições matemáticas que serão as bases para a estruturação desse modelo.

Logo, partindo da necessidade de se estimular o aprendizado, e partindo do pressuposto de que aquilo que pode ser visto e apalpado pelo aluno causará maior atenção no mesmo, surge a intenção de melhorar o aprendizado dos alunos criando, passo a passo, um modelo para a coleta da água produzida pelos condicionadores de ar, pesquisando coletores, calhas e reservatório.

Visualizamos que a modelagem matemática é uma metodologia ativa, capaz de traçar um caminho para transpor um problema real para o universo da matemática, logo nos propomos a determinar esse caminho colocando os alunos para fazer o manuseio e colher os frutos deste projeto.

1.2 QUESTÃO INICIAL

A utilização da metodologia de modelagem matemática, utilizando a temática da coleta da água do condicionador de ar, poderia amenizar as dificuldades de aprendizado de sistema e conversão de unidades de medidas em alunos do 1º ano do Ensino Médio?

1.3 PROBLEMATIZAÇÃO

Fazendo a reflexão da questão inicial em cima da dificuldade que os alunos têm de realizar conversões de unidades de medidas, levantamos a problemática cujas questões deveriam ser respondidas em nossa pesquisa, sendo:

1. Dentro do conteúdo de conversão de unidade de medida, quais são os conceitos, termos e definições associados a transformação de unidades de medida?
2. O que é o Sistema Internacional de Unidades e do que ele trata?
3. Os alunos sabem identificar qual a unidade de medida mais adequada para cada caso trabalhado?
4. Os alunos sabem fazer a conversão de unidades de medidas?
5. Quais as dificuldades aparentes no processo de conversão de unidades que um estudante de 1º ano do Ensino Médio apresenta?
6. Quais são as conversões de unidades mais empregadas nos livros didáticos em uma turma de 1º ano do Ensino Médio?
7. Quais as disciplinas no 1º ano do Ensino Médio que se utilizam do processo de conversão de unidades?
8. Quais são as habilidades desejadas previamente neste estudante para executar uma conversão de unidades?
9. Quais as competências presentes na BNCC podem ser alcançadas melhorando a habilidade de conversão de unidades de medida?
10. Quais os conceitos, termos e definições envolvidos no processo de condensação de água em um condicionador de ar?

Todas essas questões problema foram utilizadas para planejar as aulas, os exercícios, as atividades, os diálogos e principalmente estimular os alunos a desenvolver a modelagem matemática proposta, aguçando sua vontade em desenvolver o conhecimento prático.

2 OBJETIVO

2.1 OBJETIVO GERAL

Compreender se a modelagem matemática da coleta de água do condicionador de ar pode ser utilizada de forma ativa e significativa para abordar as questões de aprendizagem de transformações de unidades de medidas em alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver nos alunos do primeiro ano do Ensino Médio a habilidade de trabalhar com conversão de unidades de medidas de forma satisfatória.
- Auxiliar a aprendizagem de conversão de unidades de medidas dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio.
- Investigar se a metodologia ativa da modelagem matemática pode ser usada de forma satisfatória no processo de ensino aprendizagem.
- Comparar o desenvolvimento da aprendizagem de conversão de unidades de medidas em alunos do primeiro ano do Ensino Médio após aplicação da metodologia ativa da modelagem matemática.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A aprendizagem significativa, que é a base dos pensamentos de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) é uma estruturação de conceitos que é construída sobre ideias já presentes no cognitivo de quem está aprendendo. Segundo a ideia de Moraes (2007) o conhecimento pode ser definido como uma rede cognitiva, onde há nós soltos e nós atados. Quando um conteúdo que está sendo trabalhado precisa entrar nessa rede e sua ponta é um nó ainda solto, ele se encaixa com facilidade, aumentando assim a rede. Porém, se esse conteúdo ou conceito que está sendo introduzido se encontra com um nó atado será necessário a inserção de novas informações sobre esse assunto para que esse nó seja desatado e possibilite a continuidade da expansão desta rede.

Com essa metáfora podemos considerar que os fios já existentes servirão como âncoras, como bases de suporte para que novas malhas sejam tecidas e assim se acrescentem novos conhecimentos.

Ainda segundo Moraes (2007) temos que:

Quando uma informação não é aprendida de forma significativa, quando não há “fios” na rede cognitiva de conhecimentos do aprendiz, então ela é aprendida de forma mecânica. Ao contrário da aprendizagem significativa, nesse tipo de aprendizagem, as informações são aprendidas praticamente sem interagir com informações relevantes presentes na teia de saberes. Desse modo a nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal. (MORAES, 2007 p. 15)

Porém, não há, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) uma oposição entre a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica. Na verdade eles entendem que a aprendizagem mecânica é inevitável quando se está inserindo um novo conceito, uma nova ideia nesta teia de conhecimentos. Porém, esse conhecimento mecânico deve ser transformado em significativo posteriormente, garantindo assim o aprendizado duradouro.

Moraes (2007) exemplificou que quando se apresenta o conceito de área ao aluno, ele terá apenas o conhecimento mecânico das aplicações de área, fazendo aplicações de fórmula e encontrando resultados. Porém deve-se relacionar com ideias relevantes que sejam claras e organizadas na estrutura cognitiva já existente, dando sentido a este novo conceito. Deve-se identificar quais são as pontas da rede que se

encaixam com esse conceito de *área*, e atar ali o novo nó para estender a rede, utilizando conceitos de medidas de comprimento, unidades de medida entre outros, com o objetivo de facilitar a construção de uma aprendizagem significativa de área.

Ao comparar a qualidade da aprendizagem significativa sobre a aprendizagem mecânica ou por memorização, Moraes (2007) resume muito bem a contextualização de quatro vantagens apresentadas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980):

Conhecimentos adquiridos significativamente ficam retidos por um período maior de tempo;
As informações assimiladas resultam num aumento da diferenciação das ideias que serviram de “âncoras”, aumentando, assim, a capacidade de uma maior facilitação da subsequente aprendizagem de materiais relacionados;
As informações que não são recordadas (são esquecidas) após ter ocorrido a assimilação ainda deixam um efeito residual no conceito assimilado e, na verdade em todo o quadro de conceitos relacionados;
As informações apreendidas significativamente podem ser aplicadas em uma enorme variedade de novos problemas e contextos. (MORAES, 2007 pag.38)

Essas quatro vantagens nos mostram a importância de construir um conhecimento associado amarrado em ideias que sejam plausíveis aos alunos e que consigam fazer essa ligação entre conceitos preexistentes em seus conhecimentos.

Em especial no ensino de matemática básica muitas vezes o professor não consegue criar essa contextualização, o que dificulta o aluno ao apreender o que está sendo ensinado, criando apenas um conhecimento mecânico que é esquecido com certa facilidade.

Entendendo essa importância de criar um conhecimento significativo no aluno, devemos entender os conceitos de medidas já pertencentes ao cognitivo de nossos alunos, para enfim conseguir associar a ideia de conversão, utilizando do modelo matemático para auxiliar na contextualização da aplicação.

Considerando ainda a aprendizagem significativa, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) mostraram em sua teoria que a aprendizagem é adquirida de duas formas, por recepção ou por descoberta, porém defendem que qualquer uma das duas aprendizagens pode ser mecânica ou significativa, dependendo da forma que é apresentada ao aluno e também da forma que é recebida por ele, porém há mais chance de se obter uma aprendizagem significativa quando a mesma for adquirida por descoberta.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) a aprendizagem por recepção acontece quando o conteúdo é apresentado ao aluno em sua forma final, ou seja, o

objeto de estudo não possibilita qualquer descoberta natural do aluno sobre aquele assunto, o aluno apenas precisa internalizar ou incorporar esse conceito que lhe é apresentado. O conhecimento adquirido por recepção é mais facilmente absorvido de forma mecânica do que de forma significativa, pois não solicita do aluno a integração entre todos os seus conhecimentos prévios para assimilação natural dos conteúdos para enfim gerar o conhecimento, ele apenas precisa memorizar e absorver sendo capaz de reproduzir posteriormente tal assunto ou conceito.

Por outro viés, Ausubel, Novak e Hanesian (1980), frisam que em sua maioria a aprendizagem por descoberta gera automaticamente aprendizagem significativa. Isso se deve por sua principal característica ser o descobrimento por parte dos estudantes, gerando um conhecimento que ele mesmo construiu. Ao construir o aluno automaticamente vai amarrando esse conhecimento em sua rede cognitiva.

Exemplificando as duas formas de apresentação da aprendizagem com o tema do nosso projeto de pesquisa podemos exemplificar a seguinte situação: O professor chega em sala de aula e apresenta em sua lousa o valor de 17.000 mL, e diz aos alunos que a cada m^3 pode-se armazenar 1.000 mL de certo líquido, e solicita de sua classe que calcule quantos m^3 um reservatório deve ter para conseguir armazenar 17.000 mL de certo combustível.

Possivelmente alguns alunos que têm o conceito de proporcionalidade conseguiram fazer este exercício com certa facilidade, porém, de forma mecânica, sem imaginar o tamanho do reservatório, sem mensurar a dimensão do mesmo, ou sem nem ao mesmo entender o porquê armazenar 17.000 mL de um líquido.

Porém se o mesmo professor utilizar uma metodologia de aprendizagem por descoberta, levaria seus alunos a analisarem uma situação, observar os dados, absorver esses dados e resolver este problema por meios próprios, descobrindo uma saída e utilizando naturalmente os conceitos *âncora* previamente instalados em sua rede cognitiva. Como Ausubel, Novak e Hanesian (1980) definem, na aprendizagem por descoberta:

O aluno deve reagrupar informações, integrá-las à estrutura cognitiva existente e reorganizar e transformar a combinação integrada, de tal forma que dê origem ao produto final desejado ou à descoberta de uma relação perdida entre meios e fins. Concluída a aprendizagem por descoberta, o conteúdo torna-se significativo da mesma forma que o conteúdo apresentado torna-se significativo na aprendizagem por recepção. (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1980 pag. 157)

Não podemos classificar que todas as aprendizagens por descoberta serão significativas, nem que todas as aprendizagens por recepção serão mecânicas. Como mencionam Ausubel, Novak e Hanesian (1980) tanto uma como a outra pode ser significativa ou mecânica, dependendo de como as informações serão armazenadas na rede cognitiva dos alunos, ou seja, as duas aprendizagens na verdade podem ser complementação uma da outra em uma mesma situação de estudo.

Então entendemos que há uma gama de situações envolvidas no processo de ensino e aprendizagem para que se consiga levar ao estudante a alcançar uma aprendizagem significativa.

3.2 METODOLOGIAS ATIVAS

O processo de ensino sofre mutações constantes na busca incessante de ensinar cada vez melhor, na tentativa de trazer ao estudante um conhecimento duradouro e sólido, que permita que aquilo que foi aprendido possa ser utilizado nos meios aos quais o estudante está inserido. Principalmente no ensino de matemática, as metodologias que utilizam incansáveis resoluções de exercícios similares estão sendo substituídas por metodologias mais ativas, que levam em consideração a construção e atuação dos alunos.

Como disse Morán (2015) quando trata das metodologias tradicionais, o autor considera que eram relevantes e que tinham algum sentido em tempos em que o acesso à informação era difícil e o professor era muitas vezes o único transmissor de conhecimento. O autor considera que hoje a educação é cada vez mais híbrida, acontecendo em momentos e espaços cada vez mais diversificados, exigindo novas estratégias de ensino, que consigam valorizar e utilizar as experiências dos estudantes.

Ao citar a importância de metodologias ativas na educação para atender esse novo perfil de aluno Giordano e Silva (2017), sugerem oferecer desafios mais complexos, que consigam desenvolver uma postura mais ativa dos alunos, tanto com tarefas individuais ou com tarefas em grupo. Nestes modelos contemporâneos de ensino, o professor se torna mais um mediador do conhecimento, estimulando a discussão e resolução dos problemas entre os alunos, destacando desta forma o protagonismo estudantil.

Khoeler *et al* (2012) definem como aprendizagem ativa aquela que exige participação intensa e dinâmica dos alunos na escrita, discussão, problematização, síntese, análise, avaliação, colaboração entre outras coisas, não assumindo mais aquela postura passiva característica das aulas tradicionais, tornando o aluno um construtor do conhecimento.

Para Morán (2015) o professor precisa “dar menos aulas”, deixando o aluno buscar o conhecimento discutindo, investigando e construindo, explorando para isso todos os ambientes escolares, inclusive os digitais, sendo o professor o supervisor destas ações e mediador do conhecimento científico.

Existem uma série de metodologias ativas já trabalhadas hoje nas salas de aula. Pinto *et al* (2014) destacam como ativas as metodologias: Aprendizagem por pares, Aprendizagem cooperativa, Estudo de caso, Simulações, Seminários, Visitas a campo, Aprendizagem por meio da problematização e a Aprendizagem baseada em projetos.

Diante da vasta opção de metodologias ativas, Barbosa e Moura (2013) dão destaque especial a aprendizagem por meio da problematização e a aprendizagem baseada em projetos, sugerindo que estas metodologias são empreendimentos finitos, com objetivos claros e bem definidos que surgem a partir da análise e reconhecimento de um problema em determinada fatia da sociedade. Estes autores classificam os projetos em projetos de intervenção, desenvolvimento, pesquisa, ensino e aprendizagem.

Então vemos que uma metodologia ativa por meio da problematização ou baseada em projetos precisam necessariamente trazer a exploração de situações reais, onde os alunos consigam de forma protagonista construir o conhecimento, fazendo assimilações e utilizando os conteúdos apresentados pelo professor, este atuando como mediador do conhecimento. Não há dúvidas que o aluno, construindo, trará para si uma maior construção de conhecimento. Segundo Hernández e Ventura (2017) quanto maior o envolvimento do aluno maior a chance de se alcançar uma aprendizagem significativa, com uma construção conceitual efetiva e duradoura.

Giordano e Silva (2017) alertam que a aprendizagem baseada em projetos demanda muito tempo, correndo o risco até de que não se saia conforme o planejado. Porém como salientam também Barbosa e Moura (2013) esses riscos são insignificantes, pois a aprendizagem por projetos oferece conhecimento significativo

e, mesmo que o projeto falhe e não saia conforme o planejado, com a mediação correta do professor, esta falha pode gerar conhecimento para os alunos.

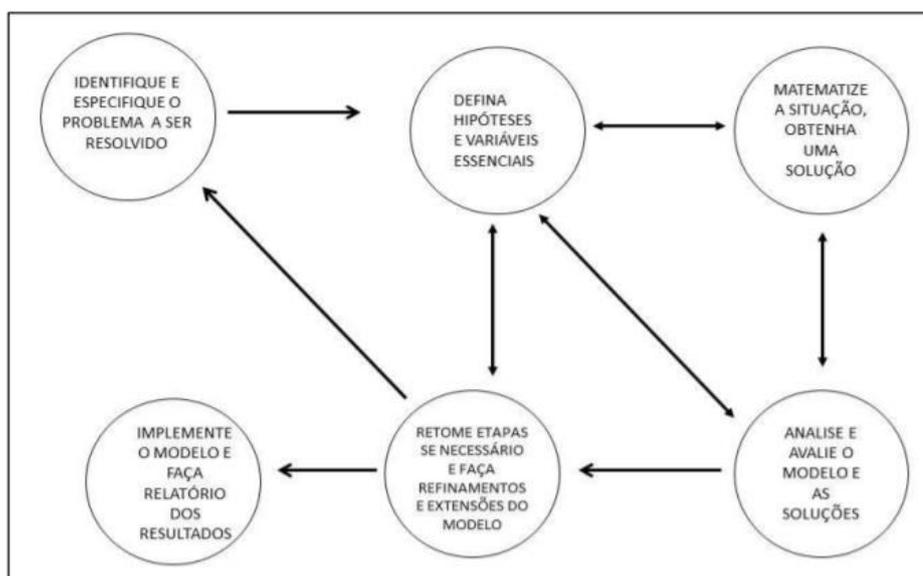
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática é uma das ferramentas utilizadas hoje por professores que buscam propiciar uma aprendizagem significativa em seus alunos. Scheffer (1999) diz que a “Modelagem Matemática é o processo que envolve a realidade e a Matemática mediante o qual se define estratégias de ação, proporcionando ao aluno uma análise global da realidade em que ele age.” Essa estratégia mostra que a modelagem proporciona um conhecimento por descoberta ao se analisar a realidade que está ao redor do aluno.

Na tentativa de demonstrar seu entendimento sobre modelagem matemática, Niss (1989, *apud* Carreira 1993, pag. 50) comparou o modelo matemático a um terno ordenado (A, M, f) , em que A é o segmento do mundo real a ser trabalhado, M é o conjunto de definições e processos matemáticos e f é uma correspondência que faz a ligação e permite fazer a transferência de elementos de A para M .

Analisando o processo de modelagem matemática alguns caminhos são semelhantes no desenvolvimento, devemos então mediar para que os estudantes trilhem seu modelo, mas não distanciando-se do esquema como representou Almeida (2020) na Figura 1:

Figura 1 - Ciclo da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, 2020 pag 223.

Carreira (1993) discursa também a respeito da teoria dos autores Kerr e Maki (1979), onde descrevem que a modelagem matemática deve ser construída de forma evolutiva até ser utilizada em sala de aula. Alguns passos intermediários podem ser definidos, porém, não devem ser encarados de forma rígida, e sim, totalmente maleável, dependendo do modelo ao qual se pretende trabalhar, sendo possível pular passos que se fizerem desnecessários.

Para Kerr e Maki, a 1ª etapa do processo consiste na identificação de um *problema do mundo real* ou de uma área de estudo. Na 2ª etapa, o problema é muitas vezes modificado e simplificado de modo a poder ser descrito em termos razoavelmente precisos e sucintos. Esta descrição do problema, geralmente na forma de um enunciado escrito, constitui o chamado *modelo real*. Trata-se de um modelo em virtude de ser uma simplificação, isto é, nem todos os aspectos da situação real são incorporados na descrição. Quando o objetivo da modelagem matemática é produzir um ambiente para a aplicação da Matemática na sala de aula, é acrescentada a etapa seguinte, que pode ser decisiva do ponto de vista pedagógico. Assim, na 3ª etapa, o modelo real é ainda mais simplificado e apresentado num contexto que seja interessante e compreensível para os alunos, tornando viável a aplicação de certos aspectos matemáticos visados. Esta etapa conduz ao chamado *modelo para a sala de aula* e tem legitimidade sempre que um modelo matemático está a ser construído com fins didáticos. A 4ª etapa é dedicada à conversão de aspectos e conceitos do mundo real para símbolos e expressões matemáticas. Trata-se, portanto, da obtenção do *modelo matemático*. Na 5ª etapa são usadas ferramentas e técnicas matemáticas para se chegar a conclusões com base no modelo encontrado. Por fim, na 6ª etapa, estas conclusões são testadas por meio da sua confrontação com o mundo real e é discutida a validade do modelo. Se forem detectadas insuficiências do modelo em fornecer informações úteis acerca da realidade, o processo deve ser retomado no intuito de melhorar o resultado final. (CARREIRA, 1993 pág. 79)

Analogamente Bassanezi (2002) apresenta uma sequência de etapas para a implementação da modelagem que devem ser seguidas, sendo elas resumidamente: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação. As etapas são descritas a seguir.

1. **Experimentação:** É a fase da obtenção de dados, varia de acordo com a natureza da modelagem que se pretende trabalhar. Por ser uma etapa de experimentação, onde se analisará os dados, a utilização de técnicas estatísticas é muito importante para aumentar a confiabilidade do evento.

2. **Abstração:** É a fase que busca formular o modelo a ser resolvido a partir da Experimentação. Essa etapa busca estabelecer os seguintes itens:

a) **Seleção de Variáveis:** Selecionar e definir quais as variáveis a serem trabalhadas no modelo, diferenciando as variáveis de estado e de controle. As

variáveis de estado são variáveis que descrevem a evolução do sistema e as de controle são as que agem sobre o sistema;

b) **Problematização:** Formular o problema a ser respondido no final do processo. Essa problematização deve inicialmente ser elaborada com uma linguagem própria da área que se pretende trabalhar, devendo trazer enunciado de forma clara, compreensível e operacional;

c) **Formulação da Hipótese:** Várias hipóteses podem ser geradas nessa etapa, elas são responsáveis por fazer a inter-relação entre as variáveis. A formulação das hipóteses pode ocorrer de diversas formas: via observação do fenômeno e dados coletados, por comparação de estudos de modelos similares, por dedução lógica etc. É fundamental a definição de uma hipótese adequada para a situação para manter uma correta direção no processo de modelação;

d) **Simplificação:** Nesta fase deve-se levar em consideração que, na maioria dos fenômenos reais ao serem transformados para uma interpretação matemática, podem gerar situações muito complexas e que inviabilizam o estudo. Com isso deve-se retomar o início do modelo e simplificar a hipótese, a simplificação ou a seleção de variáveis, a fim de conseguir trabalhar matematicamente a situação problema. Porém, deve-se tomar o cuidado para não realizar uma simplificação que destrua o vínculo do modelo com a realidade.

3. **Resolução:** Atinge-se essa etapa quando se consegue construir um modelo matemático que seja escrito em linguagem matemática e não mais por uma linguagem natural do problema. Para resolução do modelo deve-se utilizar os mais variados conceitos matemáticos já conhecidos, que variam de acordo com a natureza do problema. Em situações complexas, as resoluções analíticas não são essenciais, podendo ser utilizados softwares computacionais para uma obtenção do resultado.

4. **Validação:** Um modelo deve prever no mínimo os dados que o originaram, e um bom modelo deve ser capaz de prever dados e fatos. Esse processo de validação está ligado à aceitação do modelo. Aqui o modelo deve passar pelo processo de testagem, analisando se o que está sendo obtido por meio dele condiz com a situação real, dentro de uma margem de aproximação que determinará a validação ou não do modelo.

5. **Modificação:** Deve-se considerar também que um bom modelo é aquele que é capaz de gerar novos modelos para que sejam condizentes com a realidade. A modificação de um modelo pode ser necessária por diversos fatores, desde erros na

formulação como alteração de metodologia e naturalmente um aumento de complexidade na descrição do fenômeno da realidade.

Considerando-se essas 5 etapas descritas por Bassanezi (2002) pode-se descrever um modelo das mais diversas especificidades, trabalhando diversas situações reais e possibilitando os mais variados objetivos. Nesse sentido Bassanezi (2002) classifica os modelos matemáticos baseados na sua formulação de acordo com a natureza do fenômeno ou situação analisada, e uma destas classificações é o modelo educacional.

iii. Educacional, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. [...] O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada; (BASSANEZZI, 2002 pag. 20)

Diante dos estudos bibliográficos sobre modelagem matemática, pode-se concluir então ser uma metodologia totalmente ativa, capaz de desenvolver nos alunos um aprendizado significativo, pois é uma metodologia que produz o conhecimento por meio da descoberta.

Alguns passos e sequências são comuns aos autores e consiste em: (i) identificar uma situação real, (ii) analisar se essa situação é passível de modelação, (iii) traçar o objetivo do modelo, (iv) analisar a situação e colher dados, (v) tabular os dados e aplicar os conhecimentos matemáticos, possibilitando nesta etapa a curiosidade dos alunos, onde deverão oferecer alternativas de resolução, e por fim, (vi) a análise e conclusão dos resultados.

3.4 A BNCC E A MATEMÁTICA DA CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA

Homologada em dezembro de 2018, a Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio busca trazer um equilíbrio entre a formação de todos os estudantes do Brasil. Em sua própria introdução, a BNCC 2018 define:

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus

direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). (BRASIL, 2018 pag. 7)

Deste modo, não poderíamos deixar de investigar o que a BNCC preconiza de conhecimento acerca de unidades de medida bem como de conversão de unidades de medidas para os alunos do Ensino Médio aos quais iremos trabalhar. Dessa forma, a BNCC 2018 estabelece:

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO

[...]

3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018 pag. 523)

Para alcançar essa competência a BNCC destaca ainda sobre as habilidades necessárias:

As habilidades indicadas para o desenvolvimento da competência estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais, estatísticos, probabilísticos, entre outros. (BRASIL, 2018 pág. 527)

Ao abordar os conteúdos em sala de aula, a BNCC (2018) preconiza o trabalho interdisciplinar com ensino de Ciências da Natureza e Humanas com a Matemática em si:

Esses problemas incluem, necessariamente, os contextos relativos às áreas das Ciências da Natureza e Humanas e da própria Matemática, incluindo os oriundos do avanço tecnológico. No Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida; por isso, as situações propostas devem ter significado real para eles. Nesse sentido, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia

dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho.

Deve-se ainda ressaltar que os estudantes também precisam construir significados para os problemas próprios da Matemática. Para resolver esses problemas, eles devem, logo no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados, na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles devem aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente. (BRASIL, 2018 p. 527)

3.5 PROBLEMAS DE APRENDIZAGEM DE CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA

Unidades de medidas são vistas e vividas pelos alunos o tempo todo, desde suas casas, visitas aos supermercados, convívio na escola etc. Em todos os lugares lidam, interpretam e convivem com unidades de tempo, massa, volume, densidade entre outras.

O início do estudo científico das unidades de medida, segundo a BNCC (2018), deve ser iniciado no ensino fundamental, e evoluir gradativamente de acordo com as séries, para que o aluno chegue ao Ensino Médio com a habilidade de utilizar os conceitos e estratégias para interpretar e resolver problemas em vários contextos do dia a dia, tendo a capacidade de analisar a plausibilidade dos resultados, construindo argumentações consistentes.

A conversão de unidades de medidas é utilizada em vários conteúdos das mais variadas disciplinas, em especial as disciplinas da área de ciências da natureza e matemática, demonstrando assim a importância de ter um conhecimento significativo deste conteúdo pelos alunos. Porém é do dia a dia do professor defrontar-se com as dificuldades que os alunos encontram na hora de fazer essas conversões.

Algumas indagações simples às vezes passam por despercebidas, porém de tão simples que são, esquecemos de analisar sua importância. O se fazer uma análise dos problemas de aprendizagem de conversão de unidades de medidas é importante que antes de aprender a converter o aluno tenha domínio de duas questões, primeiramente, o que é grandeza, e também, o que é medir.

A priori esses dois questionamentos parecem desnecessários de tão simples, porém, devemos lembrar que, Grandezas e Medidas são a temática para os anos iniciais do ensino fundamental, e desde lá os alunos precisam construir suas habilidades e competências sobre a temática.

Buscando responder a estes questionamentos, Praça (2017) define e exemplifica:

[...] grandeza qualifica e conseqüentemente dimensiona um corpo dada a necessidade em determinar uma unidade para essa grandeza. Quando se mede o comprimento de algo ou alguma coisa, a grandeza comprimento já permite uma prévia do formato desse corpo e a unidade atribuída a essa grandeza dimensiona o mesmo. Observe o seguinte exemplo: a altura de uma lata de refrigerante é um dos atributos desse corpo, definido pela grandeza comprimento, que é qualitativamente distinto de outros atributos (diferente de massa, por exemplo) e quantitativamente determinável (pode ser expresso por um número). (PRAÇA, 2017 p. 15)

Praça (2017) também mostra que, segundo o Instituto de Pesos e Medidas de São Paulo, a grandeza pode ser definida, resumidamente, como sendo o atributo físico de um corpo que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado.

Não podemos então deixar de notar que, uma grandeza requer um certo entendimento para ser assimilada pelo aluno, principalmente lembrando tratar-se de alunos do início do ensino fundamental. Silva (2008) em sua pesquisa mostrou que uma das problemáticas na aprendizagem dos alunos de ensino fundamental era entender o sentido daquilo que estava sendo ensinado.

Portanto, como nos diz Charlot (2005) só há sentido no desejo, ou seja, há a necessidade de se introduzir no aluno o desejo pelo o que se quer ensinar, para que se consiga alcançar a aprendizagem significativa.

Retomando aos questionamentos, temos também: O que é medir, Barbosa (2015) define que medir é o ato de comparar uma grandeza com alguma unidade de referência da mesma espécie e estabelecer a quantidade de vezes que a grandeza contém a unidade. E, não distante, segundo Praça (2017) o Instituto de Pesos e Medidas de São Paulo define que medir é comparar uma grandeza com outra de mesma natureza.

Vemos então que uma das possíveis dificuldades na aprendizagem de conversão de unidades de medidas é a falta do conhecimento básico de o que é uma grandeza e o que é medir, onde, ter incorporado essas definições os alunos não conseguem realizar conversões sobre o que não dominam a fundo.

Beckendorf (2010) apresenta outra possível problemática em relação às grandezas e medidas, relatando em sua pesquisa que, muitas vezes devido a realidade da sala de aula, o professor acaba priorizando outros assuntos e deixando

Grandezas e Medidas para o fim do ano por aparentemente se tratar de um conteúdo fácil. Porém, algumas vezes por ficar para o fim do ano acaba-se não tendo tempo para o mesmo ser trabalhado com devida importância.

Muito já falamos de aprendizagem significativa, dada sua importância para a incorporação do conteúdo pelo aluno. Paralelo a esta aprendizagem encontram-se os livros didáticos do ensino fundamental ao tratar do tema Grandezas e Medidas. Por exemplo, analisando livros didáticos encontramos essas situações que apesar de tratarem de assuntos reais, são completamente fictícias, e que com isso dificilmente conseguirão alcançar uma aprendizagem significativa nos alunos, pois não os leva a imaginar a vivência das grandezas com sua realidade, levando apenas a uma recepção da aprendizagem mecânica, assim como podemos visualizar no exemplo trazido na Figura 2.

Figura 2 - Exemplo de Atividade de Livro Didático

MEDIDAS DE MASSA

As unidades de medida mais usadas para medir massa são o grama (g), o centigrama (cg), o miligrama (mg) e o quilograma (kg).

1 g = 100 cg
1 g = 1 000 mg
1 kg = 1 000 g



Balança de cozinha digital.

- 1.** Responda em seu caderno quantos gramas há em:

a) meio quilograma. 500 g	c) seis quilogramas. 6 000 g
b) um quilograma e meio. 1 500 g	d) treze quilogramas. 13 000 g
- 2.** Responda em seu caderno quantos centigramas há em:

a) meio grama. 50 cg	c) quatro gramas. 400 cg
b) um grama e meio. 150 cg	d) vinte gramas. 2 000 cg
- 3.** Responda em seu caderno quantos miligramas há em:

a) meio grama. 500 mg	c) sete gramas. 7 000 mg
b) um grama e meio. 1 500 mg	d) quinze gramas. 15 000 mg

Fonte: disponível em <http://online.fliphtml5.com/mnum/xgve/#p=51>, acesso em 11/12/2020.

Muitas problemáticas podem estar envolvidas nas dificuldades de aprendizagem de conversão de unidades de medidas, com nossas pesquisas bibliográficas podemos observar que a dificuldade mais presente é a falta de ligação do que está sendo ensinado com algo que o aluno consiga manusear, desestimulando o aprendizado e também a falta do conhecimento básico sobre o que está sendo trabalhado, o que também impede o aluno a despertar o desejo pelo o que está sendo ministrado.

3.6 A COLETA DE ÁGUA DO CONDICIONADOR DE AR

A importância da água para a sobrevivência do homem é indiscutível, e na medida que o mundo evolui, que a população cresce, o consumo de água se torna cada vez maior, bem como aumenta a preocupação dos pesquisadores em relação à escassez da água no planeta Terra.

Com o crescimento acelerado da população e o desenvolvimento industrial e tecnológico, essas poucas fontes disponíveis de água doce estão comprometidas ou correndo risco. A poluição dos mananciais, o desmatamento, o assoreamento dos rios, o uso inadequado de irrigação e a impermeabilização do solo, entre tantas outras ações do homem moderno, são responsáveis pela escassez e contaminação da água. Atualmente, mais de 1,3 bilhão de pessoas carecem de água doce no mundo, e o consumo humano de água duplica a cada 25 anos, aproximadamente. Com base nesse cenário, a água doce adquire uma escassez progressiva e um valor cada vez maior, tornando-se um bem econômico propriamente dito. (MACHADO, 2003 pag.12)

Diante desse cenário da possibilidade de escassez de água futuramente, as técnicas de reaproveitamento de água são cada vez mais comuns e necessárias, tendo uma imensa variedade de possibilidades, desde reaproveitar água do banho à reaproveitar a água da chuva, bem como aproveitar a água condensada nos aparelhos de ar condicionado.

Para explicar a funcionalidade básica de um aparelho de ar condicionado, Fortes, Jardim e Fernandes (2015) relatam:

Os sistemas de condicionamento de ar, que englobam tanto operações de refrigeração quanto de aquecimento de ar, regulam a temperatura de ambientes criando uma sensação de conforto térmico (aquecendo ou refrigerando). Eles realizam troca de temperatura do ambiente, através da passagem do ar pela serpentina do evaporador que por contato sofre queda

ou aumento de temperatura, dependendo do ciclo utilizado, baixando a umidade relativa do ar. [...] Os sistemas de condicionamento de ar possuem quatro componentes básicos: compressor, condensador, evaporador e motor ventilador. [...] A operação de refrigeração convencional dos aparelhos de ar condicionado consiste primeiramente no ar do ambiente interno sendo sugado por um ventilador, atravessando o evaporador e passando em volta de serpentina que contém gás refrigerante R-22, substância à temperatura de 7°C e em estado líquido. Em contato com a serpentina, o ar se resfria e volta para o ambiente interno. [...] Ao absorver o calor do ar (troca de calor), o gás R-22 muda de estado e torna-se gás, posteriormente passando pelo compressor que comprime o gás R-22 até que, sob alta pressão, ele se torne um gás quente, a 52 °C. O gás, então, entra em outra serpentina, na parte externa do aparelho, o Condensador. Trocando calor com o ambiente externo, o gás R-22 reduz em temperatura. Desta maneira, ele se torna líquido novamente mesmo antes de chegar aos 7°C, pois está sob alta pressão. Finalmente, o gás R-22 entra em uma válvula de expansão, onde o líquido perde pressão rapidamente, fazendo com que o gás R-22 se resfria até os 7°C que o mantêm em estado líquido. É durante a passagem do ar pela serpentina do evaporador, que por contato sofre mudança de temperatura, que ocorre a sua condensação gerando água que é direcionada para tubulação que a escoar para o ambiente externo. (FORTES, JARDIM e FERNANDES, 2015 pag. 6)

Quanto a qualidade da água produzida nos condensadores de ar consideremos o resumo de Fortes, Jardim e Fernandes (2015) que traz a pesquisa de Carvalho (2012):

Os parâmetros físico-químicos foram medidos semanalmente, durante cinco meses (dezembro de 2011 a maio de 2012). A água condensada foi coletada durante o período matutino, semanalmente, em recipiente com tampa e a cada hora de coleta, o volume medido em proveta. Foram analisados os parâmetros: pH; Alcalinidade; Concentração de cloretos; Condutividade e Dureza. Todos os valores obtidos foram comparados com os limites estabelecidos pela Portaria MS518/2005 do Ministério da Saúde. Esses valores quando comparados com a portaria resultam na resposta de viabilidade quanto ao aproveitamento desta água. O volume médio coletado foi de 1.280mL/hora. O pH variou entre 7,03 e 7,34 e a dureza apresentou valor médio 9,3mg/L de CaCO₃, alcalinidade média de 0,96 mg/L, cloretos valor zero e condutividade média de 20,76 S/cm. Em relação aos parâmetros de dureza, alcalinidade e cloretos, os valores encontrados estão abaixo ao recomendado pela Portaria MS518/2005. No entanto é necessária a verificação da presença de metais, entre eles alumínio que porventura possa ter sido carreado no processo de condensação. O valor de condutividade sugere a presença de íons provenientes do arraste do sistema de condensação do equipamento. No entanto, esse valor está abaixo ao encontrado para água de chuva, decorrente do arraste dos íons presentes na atmosfera. (FORTES, JARDIM e FERNANDES, 2015 pag.)

Portanto, a água gerada e desperdiçada pelos condicionadores de ar pode ser considerada potável e passível de utilização humana para os mais variados fins.

Segundo os estudos de Mota, Oliveira e Inada (2011) um aparelho de ar condicionado de 12.000 BTU/h/h produz em média 300 mililitros de água por hora, o

que em uma média de 12 horas de funcionamento diário gera uma quantia de 3,6 litros de água por dia.

4 METODOLOGIA

Procede-se com uma pesquisa qualitativa, a fim de entender e apontar o desenvolvimento do aprendizado significativo do conteúdo supracitado nos alunos que participaram da experimentação, por entendermos que a pesquisa qualitativa abrange totalmente nossa necessidade, como define (GODOY, 1995, p. 62) “A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental.

Deslumbrando ainda sobre os pensamentos da autora vemos a ligação da pesquisa qualitativa com nossa pesquisa:

Os estudos denominados qualitativos têm como preocupação fundamental o estudo e a análise do mundo empírico em seu ambiente natural. Nessa abordagem valoriza-se o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada. No trabalho intensivo de campo, os dados são coletados utilizando-se equipamentos como videoteipes e gravadores ou, simplesmente, fazendo-se anotações num bloco de papel. Para esses pesquisadores um fenômeno pode ser mais bem observado e compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte. Aqui o pesquisador deve aprender a usar sua própria pessoa como o instrumento mais confiável de observação, seleção, análise e interpretação dos dados coletados. (GODOY, 1995, p. 62).

4.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Modelagem matemática no ensino de unidades de medidas por meio de dados obtidos na coleta de água do ar condicionado.

4.2 OBJETO DE ESTUDO

Aplicação de modelagem e atividade mão-na-massa na aprendizagem de unidades de medidas.

4.3 MATERIAIS E RECURSOS

Em nosso projeto de pesquisa faríamos toda a experimentação na escola, de forma presencial, desenvolvendo lado a lado com o aluno e construindo toda a estrutura de coleta da água dos condicionadores de ar da Escola Estadual Plácido de Castro. Porém, a realidade de enfrentamento à pandemia do COVID19 ainda não permite que os alunos estejam presencialmente compondo o corpo de estudantes da escola. Analisando esse contexto, tomou-se a decisão de aumentar ainda mais a

ludicidade da experimentação, permitindo que os alunos desenvolvessem o experimento em suas próprias casas, com orientação do pesquisador e autorização prévia dos pais.

A aplicação da experimentação de forma remota necessitou de algumas adaptações em relação ao planejamento da pesquisa. Para participar o estudante precisa ter em sua residência um aparelho condicionador de ar para possibilitar a coleta da água e acesso a rede de internet sendo possível participação das reuniões e da transmissão de dados.

4.4 PÚBLICO ALVO PARA A APLICAÇÃO DA INTERVENÇÃO DIDÁTICA

A Escola Estadual Plácido de Castro conta com 97 alunos matriculados nas turmas de primeiro ano do Ensino Médio, porém, destes apenas 38 acompanham as aulas de forma online, os demais utilizam material apostilado impresso para acompanhar as atividades pedagógicas regulares da escola.

Nosso público alvo foram esses 38 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio que conseguem desenvolver as atividades escolares online, pois têm possibilidade de conexão para permitir nossas reuniões de orientação e discussão.

Realizamos a abordagem desses 38 estudantes, apresentando a ideia do projeto e a importância de uma pesquisa científica, fazendo o convite para que participassem do experimento, destes, 14 aceitaram participar das atividades e se dispuseram a assistir às reuniões e realizar as atividades que fossem propostas.

4.5 MODELO DE APLICAÇÃO

Foram realizados encontros síncronos de acordo com o agendamento prévio, onde realizou-se 3 reuniões, todas pela plataforma Google Meet, com a participação dos 14 alunos e do Professor regente da turma. Os dois primeiros encontros eram previstos para ter uma duração de 4 aulas, com um intervalo de 15 minutos, o terceiro encontro foi programado para ter duração de apenas 2 aulas.

As coletas foram realizadas pelos próprios estudantes e os dados obtidos foram anotados para serem repassados via formulário do Google Forms e também apresentados na segunda reunião que foi realizada, possibilitando a construção do modelo em si.

A aplicação da experimentação aconteceu de forma remota, assim como estavam acontecendo as aulas da escola. Foi criada uma sala de reuniões virtual no *Google Meet* e agendadas 3 aulas com o grupo de 14 alunos dispostos a participar da pesquisa.

Primeira aula: foi planejada a apresentação do projeto de pesquisa para os estudantes, demonstrando a fundamentação, objetivos e metodologia que seriam utilizadas, foi disponibilizado, para cada aluno, uma proveta de 100 ml do laboratório de Ciências da Natureza e Matemática, para que pudessem realizar a coleta da água dos condicionadores de ar em suas residências. Aplicação do pré-teste, sendo enviado o link do formulário do *Google Forms* na própria sala de reuniões e disponibilizado 30 minutos para que respondessem as 10 questões.

Após aplicação do pré-teste foi apresentado o passo a passo para a realização das coletas de água sozinhos, contando inclusive com o fluxograma da Figura 3 para facilitar o entendimento.

Figura 3 - Fluxograma de Execução da Experimentação



Fonte: do autor

Foi solicitado que os estudantes realizassem três amostras de coleta, a fim de dar mais credibilidade aos dados. Cada coleta deveria ser de 15 minutos e cada uma em um dia diferente e no horário habitual de funcionamento do aparelho na casa dos alunos.

Foi disponibilizado um link do *Google Forms* para que enviassem o valor observado em cada amostra e uma foto da etiqueta do aparelho condicionador de ar para que pudéssemos averiguar com segurança a potência do aparelho.

Segunda aula: foi agendada 4 dias após a primeira para que os estudantes tivessem tempo hábil para realizar as coletas. Foi feita toda a discussão da experimentação realizada, apresentada as dificuldades e curiosidades observadas pelos alunos.

Com a interação total dos estudantes foi realizada a construção do modelo matemático utilizando os dados observados por eles em seus experimentos. Não tivemos a preocupação das coletas terem sido realizadas com nenhuma falha, pois a confiabilidade do modelo não foi nosso objetivo e sim a construção do aprendizado de unidades e conversão de unidades de medidas.

Ao fim da segunda aula foi realizada a aplicação do pós-teste, sendo disponibilizados 30 minutos para que realizassem as 10 questões.

Terceira aula: Para o dia seguinte foi marcado um novo encontro para repassar aos estudantes os resultados do pré e do pós teste, bem como conversar para entender o que poderia ter sido elaborado de forma diferente e o que estava a contento daqueles que foram os protagonistas da pesquisa.

4.6 TESTE COM ESPECIALISTAS

Antes de realizar a aplicação direta com os estudantes, fizemos a aplicação do teste com especialista, disponibilizando o projeto, os objetivos e o pré-teste, para entender se todos estavam conectados entre si e então no momento da aplicação com os estudantes não nos depararmos com falhas no processo.

O teste foi aplicado com os 3 professores regentes de matemática da escola Estadual Plácido de Castro, formados em Licenciatura Plena em Matemática e um deles sendo o professor titular das turmas nas quais trabalhamos nosso projeto.

Este teste com os especialistas teve o objetivo de identificar possíveis falhas na aplicação do projeto, desde a metodologia ao pré e pós-teste, entendendo se a aplicação está de acordo com o objetivo pretendido possibilitando alterações de aplicação ou de metodologia.

Por serem professores formados em Licenciatura Plena em Matemática acreditamos que suas análises encontrariam eventuais falhas que pudessem acontecer no momento da aplicação com os estudantes, possibilitando a correção antes da aplicação.

4.7 PRÉ E PÓS TESTE

Para mensurar a construção do conhecimento nos alunos que participaram do trabalho, foram utilizadas as ferramentas de pré e pós teste (Apêndice C), por entender que seriam dados seguros obtidos por meio da resolução de exercícios pelos

próprios estudantes, antes e depois da aplicação da experimentação, assim como nos orienta I-TECH (2008).

Pré e pós-testes são utilizados para medir o conhecimento adquirido pelos participantes numa formação. O pré-teste é um conjunto de perguntas feitas aos participantes antes do início da formação, com a finalidade de determinar o seu nível de conhecimento sobre o conteúdo que será ensinado. Ao final da formação, os participantes devem responder à um pós-teste com as mesmas perguntas feitas anteriormente, ou perguntas com o mesmo nível de dificuldade. Através da comparação das notas do pré-teste com as notas do pós-teste será possível descobrir se a formação foi bem-sucedida em aumentar o conhecimento do participante sobre o conteúdo da formação. (I-TECH, 2008)

O pré e pós-teste foram elaborados com o mesmo questionário, composto por 10 questões com previsão de aplicação de 20 minutos, por meio do *Google Forms*. As questões quando aplicadas no pré-teste não foram discutidas com os estudantes, por isso não se acredita no vício das respostas na hora da aplicação dos pós-testes, tendo sido feito o embaralhamento das questões e alternativas.

Por ter sido elaborado com questões objetivas, a interpretação do resultado dos testes foi feita por meio das notas obtidas pelos estudantes analisando de exercício em exercício o desempenho dos alunos. Cada exercício objetivou visualizar o entendimento dos alunos em relação a uma habilidade específica, possibilitando analisar os pontos fracos e quais os pontos superados após a aplicação da pesquisa.

O exercício número 01 foi elaborado com o objetivo de identificar se o estudante tinha conhecimento sobre a definição de o que é uma unidade de medida. As questões 02 e 03 pretenderam analisar o entendimento dos alunos em relação ao Sistema Internacional de Unidades, relacionando em suas alternativas, variadas unidades e solicitando qual o conjunto continha todas as unidades dentro do padrão do SI. Nos exercícios de 04 a 09, apesar de haver a necessidade de interpretar e realizar contas simples para determinar valores, o objetivo foi entender a capacidade dos alunos na hora de realizar conversões diversas de unidades de medidas em si, trazendo diversas situações e simulações. Por fim, o exercício 10 trás cinco alternativas que devem ser consideradas verdadeiras ou falsas, onde objetivam analisar o conhecimento dos estudantes em relação a unidades do Sistema Internacional e a conversões simples de unidades.

4.8 MODELAGEM MATEMÁTICA DA ÁGUA COLETADA

Quanto à construção do modelo matemático utilizado baseamos nossa pesquisa na “Técnica de Formulação de Problemas” de Bassanezi (2002) por entender o encaixe da definição do autor com a natureza do tema que pretendemos modelar.

A natureza da nossa modelagem foi a coleta da água do condicionador de ar, sendo esta então a situação problema do modelo matemático, porém cabe salientar que não é essa a problemática principal da nossa pesquisa.

A primeira etapa da Técnica de Bassanezi (2002) consistiu na **Escolha do Tema** onde optou-se pela coleta da água dos condicionadores de ar da escola, por visualizar nela uma enorme gama de curiosidades e possibilidades de construção do conhecimento por parte dos estudantes.

Com a realidade pandêmica que vivemos, houve a necessidade de adaptação do tema, deixando de lado os condicionadores de ar da escola e utilizando os aparelhos dos próprios alunos em suas residências, adequando-se assim ao ensino remoto hora implantado nas escolas devido a necessidade do distanciamento social.

Delimitado o tema adentramos na **Coleta de Dados** da Técnica de Bassanezi (2002), sendo esta a segunda etapa. A coleta de dados ocorreu de forma totalmente individual dos estudantes, sendo apenas delimitado o roteiro ao qual os estudantes deveriam seguir a fim de padronizar as informações. Os dados coletados pelos alunos foram utilizados para a construção do nosso modelo.

A terceira e última etapa consiste na **Formulação do Modelo**. Segundo Bassanezi (2002) temos um modelo dinâmico pois pretendemos utilizar uma ou duas variáveis em nosso modelo, a fim de deixá-lo mais próximo do entendimento dos alunos, mesmo que diversos fenômenos tenham que ser desconsiderados. Para isso realizamos algumas proporções a fim de definir os dados a serem implantados no modelo. Em relação a água dos aparelhos de ar condicionado foi pedido para que os estudantes cronometrassem 15 minutos de coleta, durante os estudos fizemos a projeção desse volume para 1 hora, utilizando proporcionalidade.

Como o experimento da coleta foi realizado pelos estudantes em suas casas, tivemos várias marcas, modelos e potências de aparelhos, como de acordo com a potência do condicionador de ar temos maior ou menor produção de água, para isso, segundo Carvalho et al. (2016), podemos estimar a água que um aparelho de diferente

potência produzirá, fazendo a proporção entre as potências e a produção de água coletada no mesmo ambiente.

Então utilizamos esse estudo para dar prosseguimento no nosso, levando em consideração ainda que não buscamos a perfeição da estimativa da água a ser coletada, e sim objetivamos a aprendizagem significativa dos alunos no conteúdo de unidades de medida.

Estudando a temática da captação de água gerada pelo condensador de ar recaímos sobre uma grande quantidade de variáveis que interferem nesse fenômeno, como umidade relativa do ar, tamanho do ambiente, quantidade de pessoas no ambiente, temperatura programada no aparelho, temperatura ambiente, marca, modelo e potência do aparelho, tempo de funcionamento e muitos outros, analisar todas essas variáveis tornaria nosso experimento grande e complexo, o que poderia resultar em desestímulo aos alunos. Como nosso objetivo não era buscar a perfeição do modelo, mediamos as discussões para que fossem considerados no nosso estudo apenas as variáveis: Potência do Aparelho, Tempo de Funcionamento e Quantidade de Aparelhos, para determinar o volume de água a ser gerada.

Para delimitação do modelo em si, no momento de evidenciar a equação que representaria nosso modelo, escolhemos utilizar o caminho mais simples possível, para que a definição da equação não se tornasse uma atividade complexa e retirasse o foco da aprendizagem de unidade de medida. Para isso com as variáveis definidas apresentamos aos estudantes alguns exemplos de equação e fizemos a discussão para que eles definissem qual seria a equação que iria conseguir de fato representar nosso modelo de coleta de água do condicionador de ar.

4.9 MODELO DE ANÁLISE DOS RESULTADOS ENTRE PRÉ E PÓS-TESTE.

O pré e pós-teste utilizados não tiveram variação na formulação das questões a serem respondidas, sendo realizado apenas um embaralhamento das questões e alternativas. Foram utilizadas 10 questões, todas objetivas, sendo elaboradas para que conseguissem responder às questões problema da pesquisa. Não realizamos testes com questões diferentes no pré e pós-teste por não ter feito qualquer tipo de discussão com os alunos após aplicação do pré-teste, logo não acreditamos ter havido vício na hora da resposta do pós-teste.

Para analisar os resultados, os exercícios foram separados individualmente e as respostas obtidas pelos estudantes no pré e no pós-teste colocados lado a lado, possibilitando assim visualizar quais os conteúdos haviam ou não evoluído na aprendizagem dos alunos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Abordaremos aqui nossa experiência, relatando o passo a passo de nossos resultados esperados e alcançados, nossas angústias e conquistas e também ideias para trabalhos futuros, pois como diz Bassanezi (2002) um bom modelo é aquele que proporciona a criação de novos modelos.

A modelagem matemática em si não foi o objetivo final da nossa pesquisa, foi apenas uma ferramenta para a tentativa de construção do conhecimento de unidades de medida em alunos do Ensino Médio.

5.1 TESTE COM ESPECIALISTAS

Foi explicada a metodologia que seria aplicada na pesquisa, bem como os passos de desenvolvimento e os exercícios propostos para o pré e pós teste.

Todos os três especialistas que foram submetidos ao teste aprovaram a ideia metodológica da aplicação e ajudaram a perceber alguns erros nas questões do pré-teste, erros gramaticais e erros com a estrutura do exercício de fato.

O principal apontamento foi em um dos exercícios que estava sem alternativa correta, pois por um lapso, no momento da construção do exercício, considerou-se a unidade de medida de capacidade no SI como Litros, e na verdade sabemos que a unidade correta seria m^3 .

Feitas as devidas correções, entendemos que a etapa da pesquisa referente ao pré-teste estava pronta para ser aplicada junto aos alunos.

5.2 AULAS VIA GOOGLE MEET

Foram realizadas 3 aulas com os estudantes durante a pesquisa, cada uma com seu objetivo e especificidade.

5.2.1 Aula 01

No dia 02 de agosto de 2021, às 14 h, nos reunimos juntamente com o Professor regente da turma e com a participação dos 14 estudantes que se propuseram a realizar a atividade.

O Apêndice A apresenta o plano de aula utilizado para esse encontro cujo objetivo foi apresentar o projeto de pesquisa e seus objetivos, bem como realizar uma

revisão sobre o conteúdo de unidades de medida e também de conversão de unidades e por fim realizar o exame do pré-teste para mensurar o conhecimento prévio dos alunos. Iniciada a aula no horário programado comecei com uma conversa, criando empatia e iniciando um diálogo, dizendo que naquele momento estava com muita vontade de estar em um ambiente climatizado, pois além de fazer parte da pesquisa ajudaria a amenizar os 35 graus celsius da temperatura ambiente de nossa cidade naquele momento.

Dessa forma, a interação começou. Os alunos começaram a falar onde estavam geograficamente, se estavam ou não em um ambiente refrigerado e até mesmo dizer que já podiam realizar a experimentação, pois a água do ar condicionado deles já estava pingando lá fora há algum tempo.

Após as brincadeiras e risadas, iniciamos a parte de conteúdo da nossa reunião e, primeiramente, fiz a apresentação do nosso projeto compartilhando a tela do meu computador, possibilitando que os alunos vissem os objetivos e caminhos que iríamos seguir. Após apresentar a estrutura do projeto de pesquisa, começamos a falar sobre a importância do medir, das unidades de medidas e das conversões entre elas, deixando sempre com que os alunos interagissem o máximo possível entre si e com a apresentação, contando situações vivenciadas por eles em seu dia a dia.

Cada relato de um estudante abria um leque de sugestões e argumentos aos demais, que buscavam encontrar caminhos para justificar cada situação, bem como tentar explicar cada situação apresentada pelos colegas.

Intermediando esse diálogo, apresentei a história do Sistema Internacional de Unidades (2019), falando de sua importância para o mundo atual e mostrando quais são as unidades aceitas pelo sistema como padrão.

Relatado sobre a história da evolução das unidades de medida, fizemos a aplicação do pré-teste com a turma. Para isso foi enviado o link do questionário no chat da reunião virtual e solicitado que os estudantes resolvessem, em 30 minutos, as questões objetivas sem a utilização de qualquer consulta.

Ao término dos 30 minutos de aplicação do pré-teste os alunos retornaram para sala de reunião virtual onde não foi comentado nada sobre as questões do pré-teste, pois após aplicação da experimentação utilizamos as mesmas questões no pós-teste.

Iniciamos então uma revisão do conteúdo de unidades de medidas focando nas unidades de comprimento, massa, tempo e capacidade, demonstrando exemplos de aplicação baseados no dia a dia dos estudantes.

Após revisadas as unidades de medida, recapitulamos também as conversões dessas unidades para garantir que no momento da aplicação da experimentação os estudantes tivessem a real noção daquilo que estariam fazendo, aumentando assim a possibilidade da construção do conhecimento.

Feitas as devidas revisões, iniciamos a demonstração do passo a passo que os alunos precisariam seguir para efetivar a experimentação em casa ao coletar a água do aparelho condicionador de ar. Para facilitar o entendimento e possibilitar a lembrança do caminho para a execução da experimentação, foi apresentado o fluxograma da Figura 3, contendo o passo a passo.

Explicado cada passo do fluxograma aos alunos, não tiveram muitas dúvidas, ficando claro o que deveria ser executado. Solicitamos que os estudantes tirassem ao menos uma fotografia da etiqueta fixada no aparelho condicionador de ar que iriam utilizar para coleta, para que fosse possível ter a certeza da potência do mesmo.

O questionário online do último passo teve o objetivo de nos fornecer os dados obtidos pelos estudantes o mais breve possível, com o objetivo de possibilitar a tabulação do experimento e traçar o objetivo para o próximo encontro.

Após a demonstração de todos os passos foi solicitado que os alunos fossem até a escola para retirar uma proveta de 100 mL (Figura 4) que emprestamos do laboratório de Ciências da Natureza e Matemática da escola. Esta proveta teve o propósito de ser utilizada para a coleta da água e agendada o próximo encontro para o dia 09 de agosto de 2021, para que pudéssemos realizar a discussão daquilo que obtiveram em seus experimentos particulares.

Figura 4 - Imagem das Provetas Utilizadas



Fonte: do autor

5.2.2 Aula 02

Chegado o dia do segundo encontro foi criada, novamente a sala de reuniões virtual e iniciada a discussão dos relatos de experiência dos estudantes, onde cada um pode abrir seu microfone e falar aquilo que havia conseguido realizar e obter, bem como quais foram as dificuldades enfrentadas. No Apêndice B segue o plano de aula para este encontro da aula 2.

Todos conseguiram realizar a coleta, enviaram os dados via formulário eletrônico. Não obstante, para facilitar a interpretação dos dados e a interação, compartilhei a tela do meu computador e preenchemos juntos o Quadro com os dados coletados (Quadro 1) com os dados apontados por eles.

Quando todos apresentaram seus dados, indaguei o porquê da diferença da água gerada pelos aparelhos de cada um. As discussões apontaram várias causas, porém, chegaram à conclusão de que o fator responsável pela diferença obtida seria a potência do condicionador de ar.

Salientei que diversos fatores influenciam na condensação e não somente a potência do aparelho, como por exemplo: (i) quantidade de pessoas no ambiente que estava sendo climatizado, (ii) umidade relativa do ar no ambiente, (iii) marca do aparelho, (iv) uso ou não de umidificador de ar, (v) temperatura ambiente, (vi) possíveis erros na hora da coleta. Porém, expliquei que essas diferenças não prejudicariam nossa pesquisa por não estarmos estudando especificamente a condensação da água e sim a aprendizagem da conversão de unidades de medidas.

Iniciamos então o caminho para construção do nosso modelo, porém faremos a análise da modelação na seção 5.4.

Após a finalização da construção do modelo matemático fizemos a aplicação do pós-teste, com a mesma sistemática. Enviamos o link do formulário e solicitamos que fizessem as questões sem qualquer tipo de consulta, e com o prazo de 30 minutos.

Realizado o pós-teste, encerramos também nossa segunda aula, deixando agendado para o dia seguinte nosso terceiro e último encontro, no qual pretendíamos apresentar aos estudantes os resultados obtidos no pré e pós teste e dialogar sobre as experiências vividas na pesquisa.

A participação dos estudantes nas aulas foi fantástica, muito diálogo e muita construção mútua do conhecimento, todos desenvolveram as atividades da forma a qual foram propostas, o que enriqueceu muito nossa experiência.

5.2.3 Aula 03

A terceira e última aula foi o momento de apresentação dos resultados obtidos aos estudantes, bem como o momento para conversarmos e recebermos o *Feedback* do que deu certo e daquilo que não ocorreu conforme o esperado.

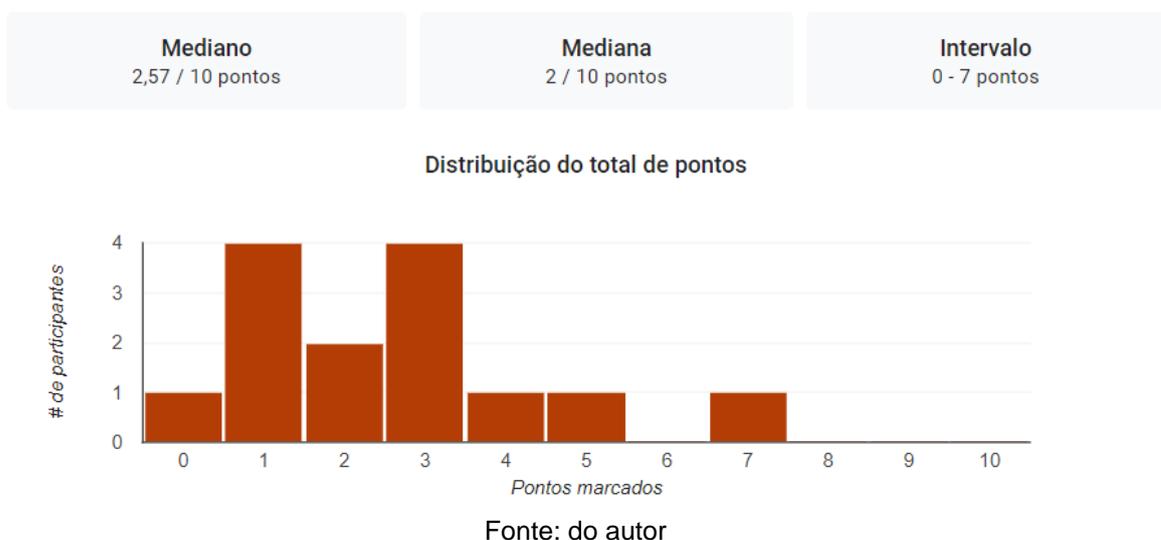
5.3 PRÉ-TESTE

A aplicação do pré-teste ocorreu no fim da primeira aula com os estudantes, foi solicitado que acessassem um link do *Google Forms* e resolvessem as 10 questões dentro de 30 minutos, sem qualquer tipo de consulta.

Como podemos analisar na Figura 5, o rendimento dos estudantes alcançou uma média geral de 2,57 pontos de 10,00 possíveis.

A seguir estão as descrições das questões e os resultados de desempenho dos estudantes.

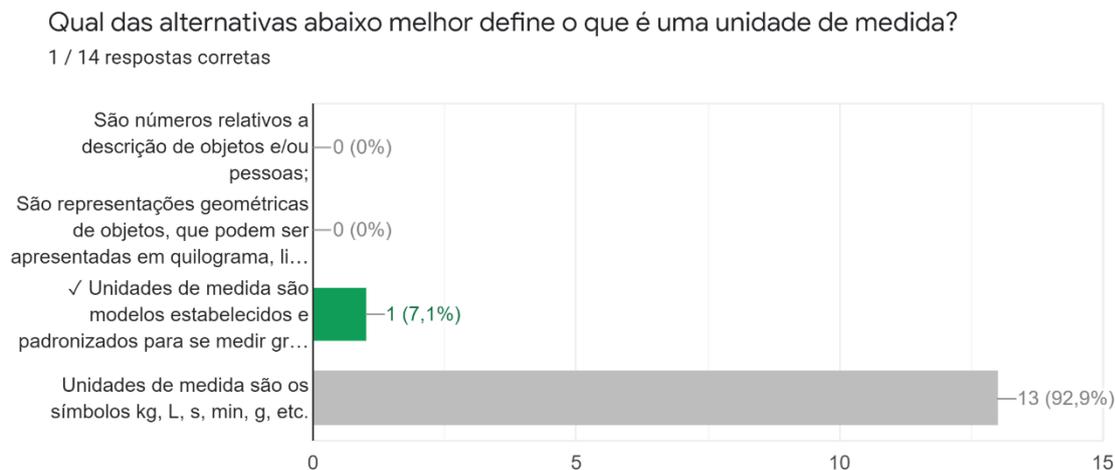
Figura 5 - Análise Geral do Pré-Teste



No exercício 01 tivemos apenas 1 resposta correta, a maioria das respostas foram dadas na alternativa D, como podemos acompanhar na Figura 6. Essa

quantidade absoluta de respostas na letra D indica que os alunos associam apenas unidades de medida como um símbolo que acompanha um número e não fazem a leitura completa do significado, no qual o símbolo é apenas um resumo de uma unidade que faz toda a diferença para o valor em questão.

Figura 6 - Análise do Pré-Teste Exercício 01



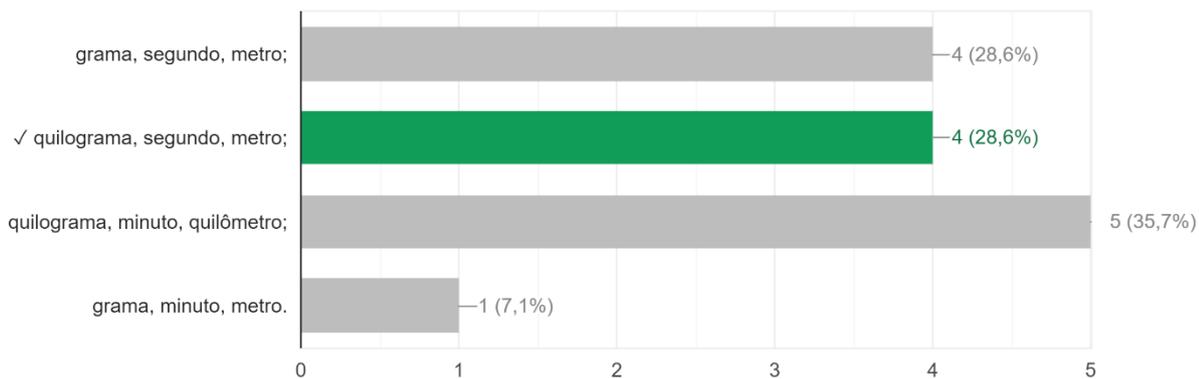
Fonte: do autor

O exercício 02 teve 4 acertos (Figura 7), demonstrando que os estudantes confundem quais são as unidades de medidas padrões do Sistema Internacional de Pesos e Medidas.

Figura 7 - Análise do Pré-Teste Exercício 02

Marque a alternativa que contém apenas unidades de medidas do Sistema Internacional de Pesos e Medidas:

4 / 14 respostas corretas

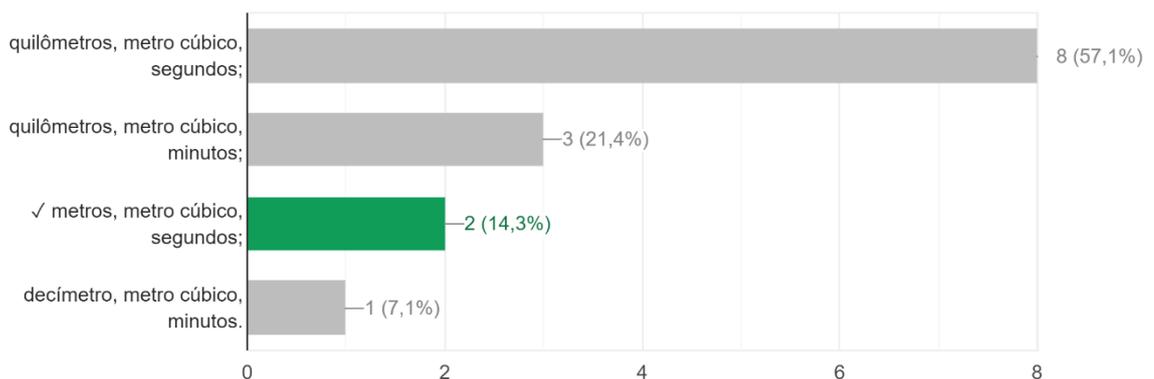


Fonte: do autor

Reforçando essa dificuldade dos estudantes em relação a determinar quais as unidades padrões do SI, o exercício 03 obteve apenas 2 respostas corretas, como podemos analisar na Figura 8, demonstrando que a maioria dos estudantes acredita erroneamente que o quilômetro é a unidade padrão para distância.

Figura 8 - Análise do Pré-Teste Exercício 03

Considerando as três situações acima apresentadas, determine a ordem que representa qual a unidade de medida (sempre considerando o Sistem... mais adequada para representar cada resposta:
2 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

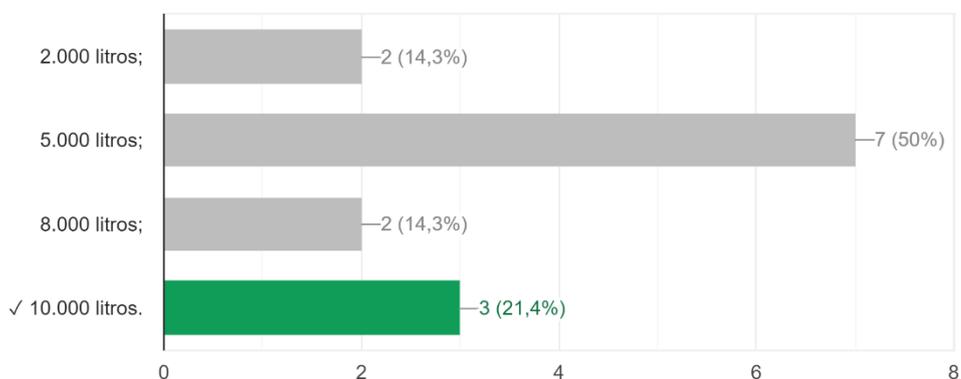
Não foi possível observar um padrão entre as respostas dos exercícios 02 e 03 para entender qual a possível falha dos alunos em relação ao Sistema Internacional de Unidades. Em cada exercício as respostas foram variadas, porém demonstraram que os estudantes não têm claro quais são as unidades de medidas estabelecidas no sistema.

Na Figura 9 temos o resultado do exercício 04 que trás uma conversão direta de metros cúbicos para litros e considerar qual seria o tamanho do reservatório necessário para que fosse possível armazenar água para determinada atividade. Apenas 5 respostas foram corretas e a maioria dos estudantes marcou a alternativa *b* (Figura 9), o que mostra que a maioria dos alunos não fizeram a conversão da unidade.

Figura 9 - Análise do Pré-Teste Exercício 04

Pedro quer construir um reservatório para que tenha água o suficiente para lavar todo o pátio da escola por 5 dias. Em uma experiência constatou q...o mínimo, deverá ser esse reservatório de Pedro?

3 / 14 respostas corretas



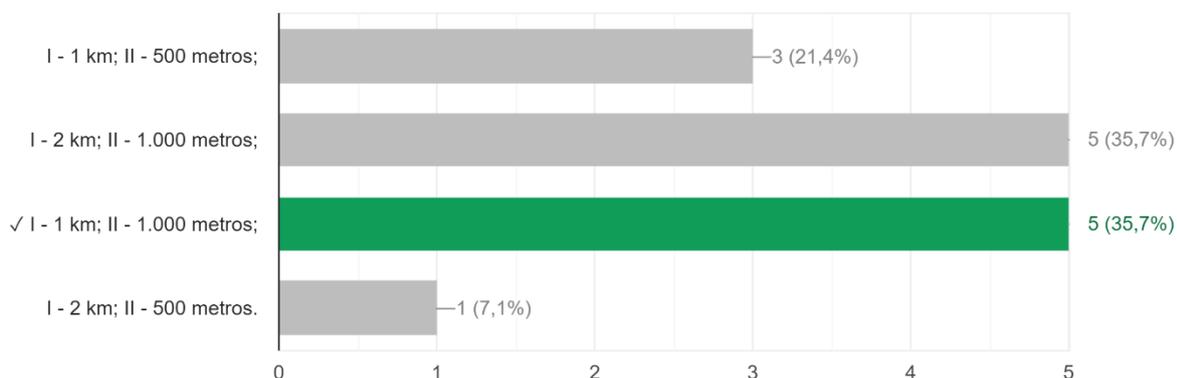
Fonte: do autor

As respostas obtidas no exercício 05 (Figura 10) nos mostram que os estudantes conseguiram realizar a interpretação do problema porém houve dificuldade para realizar as conversões das unidades de medida, obtivemos 5 respostas corretas.

Figura 10 - Análise do Pré-Teste Exercício 05

Qual a distância encontrada por Ezequiel em cada um dos casos respectivamente?

5 / 14 respostas corretas



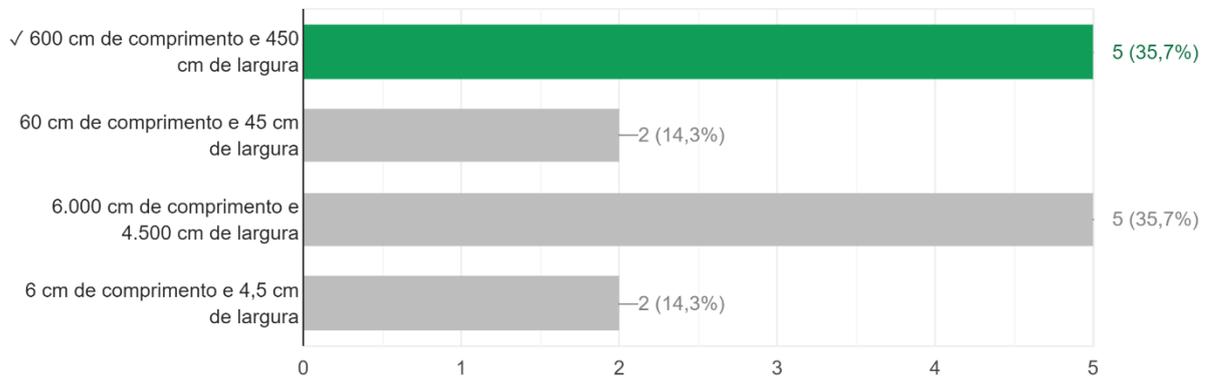
Fonte: do autor

Semelhante ao exercício 05, no exercício 06 (Figura 11) os estudantes foram capazes de interpretar o problema havendo a dificuldade no momento da conversão da unidade de medida de comprimento que resultou em 5 respostas corretas.

Figura 11 - Análise do Pré-Teste Exercício 06

Elaborando uma planta de uma casa, um engenheiro ao medir a sala de estar constatou que ela tinha um formato retangular de 6 metros de compr...ulos, quanto ele deverá lançar em seu programa?

5 / 14 respostas corretas



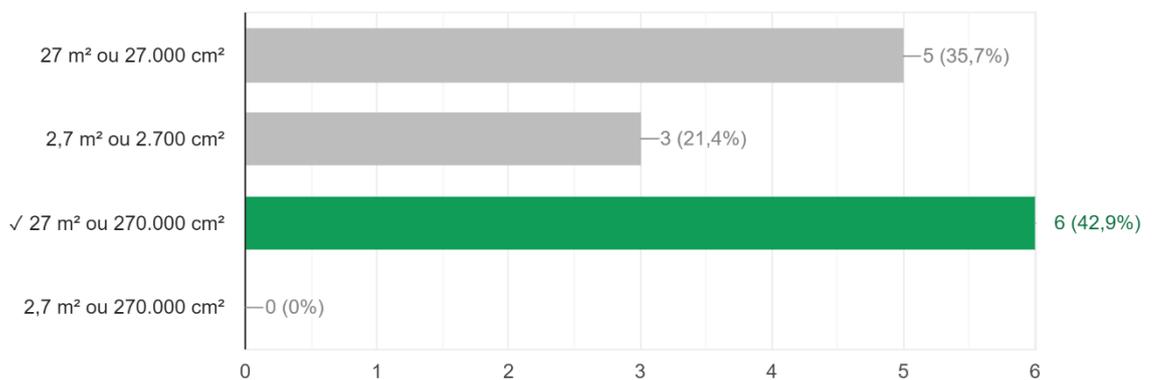
Fonte: do autor

No exercício 07 a situação problema tinha o mesmo texto base do exercício 06, solicitando que fosse realizada uma nova conversão de unidade de medida de comprimento, a fim de determinar a área, havendo uma taxa de acerto de 42,9%, ou seja, 6 respostas corretas, conforme mostrado na Figura 12.

Figura 12 - Análise do Pré-Teste Exercício 07

Pensando ainda no programa deste engenheiro do exercício anterior, caso ele precisasse expressar a área dessa sala quais seriam as medidas corretas:

6 / 14 respostas corretas



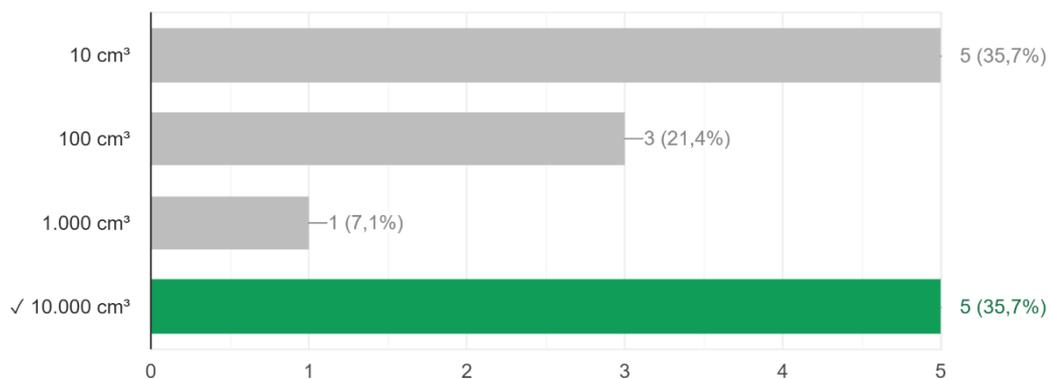
Fonte: do autor

Tratou-se agora de conversão de unidade de medida de volume no exercício 08, conversão de forma direta, sem situação problema envolvida, foi analisada a mesma proporção de 5 respostas corretas (Figura 13).

Figura 13 - Análise do Pré-Teste Exercício 08

Em 10 litros, temos quantos cm^3 ?

5 / 14 respostas corretas



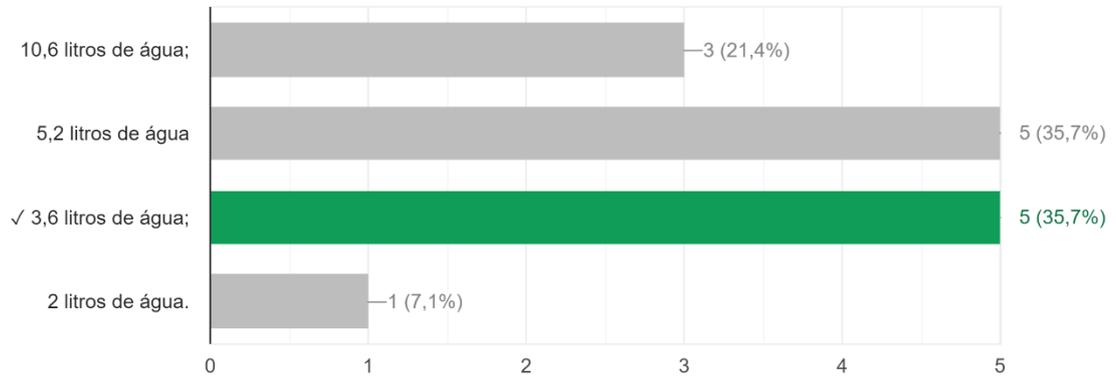
Fonte: do autor

O exercício 09 trabalhou uma situação problema muito similar a simulação do experimento ao qual essa pesquisa se submeteu, utilizando um caso fictício de coleta de água do ar condicionado. Diversas conversões eram necessárias para determinar a resposta correta, trabalhando unidades de tempo e volume, além de interpretação do espaço temporal proposto no exercício. Neste exercício, 5 estudantes responderam de forma correta, conforme podemos observar na Figura 14.

Figura 14 - Análise do Pré-Teste Exercício 09

Considere que ao coletar e medir a água gerada por um ar condicionado durante 15 minutos, obtivemos 100 ml de água. Utilizando esses dados, ...aparelho ligado (das 21 h 00 min às 06 h 00 min).

5 / 14 respostas corretas

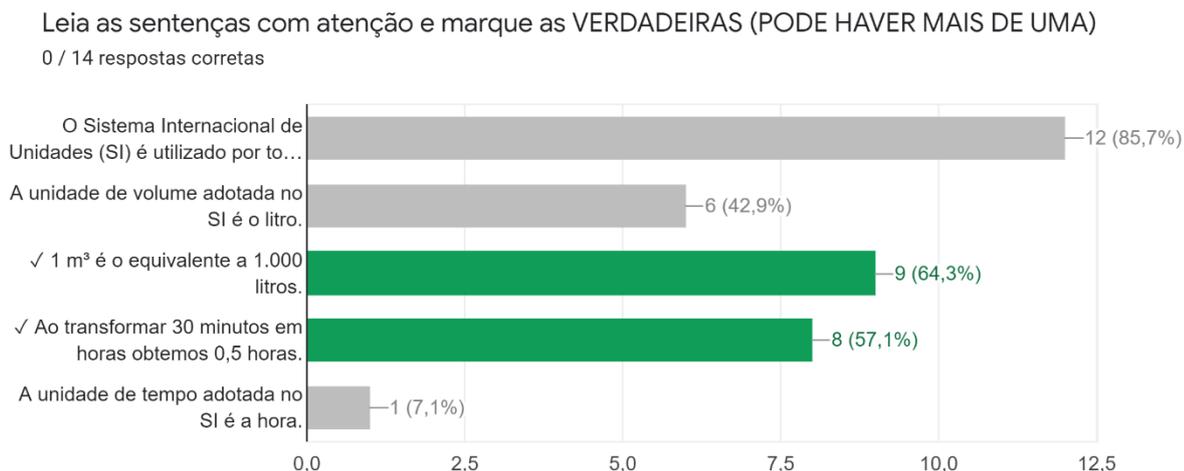


Fonte: do autor

Finalizando o pré-teste, o exercício 10 tem 5 sentenças que devem ser analisadas e marcadas se verdadeiras. Vemos novamente a dificuldade dos estudantes em relação ao Sistema Internacional de Unidades onde 12 dos 14 responderam que o sistema é adotado em todos os países do mundo, o que não é verdade.

Outro ponto do exercício 10 que chama atenção é a quantia de acertos na conversão de metro cúbico para litros e minutos para horas, que, apesar de nos exercícios anteriores terem sido erradas pela maioria, aqui, na conversão simples e direta acertaram massivamente a conversão entre as unidades de medida de volume e tempo como apresentado na Figura 15.

Figura 15 - Análise do Pré-Teste Exercício 10



Fonte: do autor

5.4 A MODELAGEM

Realizamos a modelagem da nossa pesquisa baseada na metodologia de Bassanezi (2002) seguindo as 5 etapas (experimentação, abstração, resolução, validação e aplicação) de forma protagonista dos estudantes, intermediando apenas a construção do conhecimento.

A meta para a etapa da experimentação é coletar os dados da melhor forma possível de acordo com a natureza da nossa situação. Para isso definimos em nossa metodologia que os estudantes deveriam realizar três coletas de 15 minutos, a fim de ter uma maior confiabilidade no volume obtido.

Cabe lembrar que qualquer vício que possa ter ocorrido não nos prejudicará de alcançar o objetivo da pesquisa, pois o modelo a ser criado é apenas uma ferramenta de incentivo para o aprimoramento do aprendizado de unidades e conversão de medidas

Utilizando então os dados obtidos pelos estudantes nas três coletas de água de seus aparelhos em casa, construímos o Quadro 1 para visualizar o volume das coletas individualmente.

Quadro 1 - Dados Coletados pelos Estudantes

Aluno	Potência do Condicionador de Ar	Volume de água coletada 1ª coleta	Volume de água coletada 2ª coleta	Volume de água coletada 3ª coleta
A	12.000 BTU/h	48 mL	65 mL	90 mL
B	12.000 BTU/h	67 mL	65 mL	68 mL

C	9.000 BTU/h	48 mL	78 mL	61 mL
D	12.000 BTU/h	96 mL	92 mL	85 mL
E	9.000 BTU/h	35 mL	48 mL	40 mL
F	9.000 BTU/h	62 mL	39 mL	58 mL
G	12.000 BTU/h	82 mL	80 mL	90 mL
H	12.000 BTU/h	67 mL	58 mL	92 mL
I	9.000 BTU/h	60 mL	37 mL	74 mL
J	12.000 BTU/h	91 mL	93 mL	90 mL
K	9.000 BTU/h	58 mL	62 mL	62 mL
L	12.000 BTU/h	87 mL	90 mL	99 mL
M	12.000 BTU/h	84 mL	92 mL	70 mL
N	12.000 BTU/h	76 mL	98 mL	84 mL

Fonte: do autor

Realizada a etapa da experimentação tínhamos agora os dados a serem utilizados para dar início a modelação. A próxima etapa consiste na **Abstração** onde Bassanezi (2002) descreve que este é o procedimento que levará a formulação do modelo, sendo necessário estabelecer 4 situações, sendo: Seleção das variáveis; Problematização; Formulação de hipóteses; Simplificação)

Realizando então a abstração do nosso modelo começamos a determinar as variáveis. Quando realizamos a construção do Quadro 1, em que os estudantes inseriram as informações de volume coletado em cada um de seus experimentos, eles observaram que havia uma diferença no volume coletado entre os aparelhos de mesma potência e até mesmo uma diferença da coleta de um dia para o outro em seus próprios condicionadores de ar.

Salientei que diversos fatores influenciam na condensação e não somente a potência do aparelho, como por exemplo: quantidade de pessoas no ambiente que estava sendo climatizado, umidade relativa do ar no ambiente, marca do aparelho, uso ou não de umidificador de ar, temperatura ambiente, possíveis erros na hora da coleta, entre outros. Porém expliquei que essas diferenças não prejudicam nossa pesquisa por não estarmos estudando especificamente a condensação da água e sim a aprendizagem da conversão de unidades de medidas.

Houve aqui uma **Simplificação** do modelo realizando a **Seleção da Variáveis** para realizar a **Problematização** e definir as **Hipóteses** pois discutimos e entendemos que para considerar todas as variáveis que podem interferir na condensação da água do ar condicionado teríamos que ter coletados muitos outros dados (temperatura, umidade relativa, marca do aparelho, tamanho do ambiente, etc)

o que deixaria nossa pesquisa num grau de complexidade muito grande, principalmente quando fossemos realizar a modelagem.

Fixamos então que iríamos utilizar as variáveis da *potência*, *tempo de funcionamento* e *quantidade de aparelhos* para **determinar o volume de água gerada pelo condicionador de ar**. Utilizando os dados obtidos pelos estudantes acrescentamos mais uma coluna no Quadro 1 e realizamos juntos os cálculos das médias aritméticas dos volumes encontrados, para determinar um único valor de referência, obtendo assim o Quadro 2

Quadro 2 - Dados Coletados pelos Estudantes com a Média

Aluno	Potência do Condicionador de Ar	Volume de água coletada - 1 coleta	Volume de água coletada - 2 coleta	Volume de água coletada - 3 coleta	Média aritmética do volume
A	12.000 BTU/h	48 mL	65 mL	90 mL	67,67 mL
B	12.000 BTU/h	67 mL	65 mL	68 mL	66,67 mL
C	9.000 BTU/h	48 mL	78 mL	61 mL	62,33 mL
D	12.000 BTU/h	96 mL	92 mL	85 mL	87,67 mL
E	9.000 BTU/h	35 mL	48 mL	40 mL	41,00 mL
F	9.000 BTU/h	62 mL	39 mL	58 mL	53,00 mL
G	12.000 BTU/h	82 mL	80 mL	90 mL	84,00 mL
H	12.000 BTU/h	67 mL	58 mL	92 mL	72,33 mL
I	9.000 BTU/h	60 mL	37 mL	74 mL	57,00 mL
J	12.000 BTU/h	91 mL	93 mL	90 mL	91,33 mL
K	9.000 BTU/h	58 mL	62 mL	62 mL	60,67 mL
L	12.000 BTU/h	87 mL	90 mL	99 mL	92,00 mL
M	12.000 BTU/h	84 mL	92 mL	70 mL	82,00 mL
N	12.000 BTU/h	76 mL	98 mL	84 mL	86,00 mL

Fonte: do autor

O próximo questionamento agora foi em relação ao tempo, considerando que esse volume encontrado foi o equivalente a 15 minutos de coleta, para melhorar nossa experiência precisávamos transformar esse valor para o que teria sido coletado em 1 hora

Surgiram várias ideias entre eles, como dividir o volume por 15 e multiplicar por 60, somar 4 vezes o valor obtido pois 15 minutos vezes 4 daria uma hora, multiplicar por 4 porque 15 minutos era um quarto de hora, etc.

Interessante que todas as alternativas apresentadas estavam corretas, para facilitar o entendimento, utilizamos a proporcionalidade por entender que nem sempre teríamos apenas 15 minutos, poderíamos ter feito o experimento com qualquer espaço

de tempo, logo precisávamos de um padrão de conta que sempre desse certo, então demonstrei o exemplo:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ hora} \rightarrow 60 \text{ min} \\ x \text{ horas} \rightarrow 15 \text{ min} \end{array}$$

Logo,

$$1 \times 15 = x \times 60 \Rightarrow x = \frac{15}{60}$$

Determinando então que $x = 0,25$, ou seja, os 15 min que utilizamos correspondem a 0,25 horas, logo devemos realizar mais uma aplicação de proporcionalidade para determinar a quantidade de água prevista para ser coletada em 1 hora baseada em nossa coleta de 15 minutos, utilizando o exemplo:

$$\begin{array}{l} 0,25 \text{ h} \rightarrow 0,5 \text{ L} \\ 1 \text{ h} \rightarrow x \text{ L} \end{array}$$

Teremos então:

$$0,25 \times x = 1 \times 500 \Rightarrow x = \frac{500}{0,25}$$

Portanto $x = 2.000 \text{ mL}$, ou seja, em um experimento onde foi coletado 500 mL de água em 15 min teremos que se a coleta for de 1 h seriam coletados 2.000 mL.

Construímos então o Quadro 3 com a projeção de coleta para uma hora de funcionamento do condicionador de ar, conforme segue:

Quadro 3 - Dados projetados a partir dos Coletados pelos Estudantes com Volume

Aluno	Potência do Condicionador de Ar	Volume projetado em uma hora
A	12.000 BTU/h	270,67 mL
B	12.000 BTU/h	266,67 mL
C	9.000 BTU/h	249,33 mL
D	12.000 BTU/h	350,67 mL
E	9.000 BTU/h	164,00 mL
F	9.000 BTU/h	212,00 mL

G	12.000 BTU/h	336,00 mL
H	12.000 BTU/h	289,33 mL
I	9.000 BTU/h	228,00 mL
J	12.000 BTU/h	365,33 mL
K	9.000 BTU/h	242,67 mL
L	12.000 BTU/h	368,00 mL
M	12.000 BTU/h	328,00 mL
N	12.000 BTU/h	344,00 mL

Fonte: do autor

Com o quadro construído chegamos ao ponto de iniciar a modelagem da nossa experimentação. Fizemos então a transformação das coletas dos condicionadores de ar de 9.000 BTU/h para 12.000 BTU/h por meio da proporcionalidade, para que assim pudéssemos ter um padrão de aplicação.

O passo a passo em relação ao aparelho do estudante C resultou:

$$\begin{aligned} 9.000 \text{ BTU/h} &\rightarrow 249,33 \text{ mL} \\ 12.000 \text{ BTU/h} &\rightarrow x \text{ mL} \end{aligned}$$

$$x = \frac{12.000 \times 249,33}{9.000}$$

$$x = 332,44 \text{ mL}$$

Logo, se o condicionador de ar de 9.000 BTU/h coletaria 249,33 mL, podemos projetar que se o aparelho fosse de 12.000 BTU/h coletaria 332,44 mL neste mesmo ambiente.

Sucessivamente para os outros 4 aparelhos de 9.000 BTU/h, sendo dos estudantes E, F, I e K teremos 218,67 mL, 282,67 mL, 304 mL e 323,56 mL

Então, retomando mais uma vez nosso Quadro, teremos:

Quadro 4 - Dados projetados a partir dos coletados pelos estudantes com volume e uniformizados para a mesma potência

Aluno	Potência do Condicionador de Ar	Volume projetado em uma hora
A	12.000 BTU/h	270,67 mL
B	12.000 BTU/h	266,67 mL
C	12.000 BTU/h	332,44 mL
D	12.000 BTU/h	350,67 mL

E	12.000 BTU/h	218,67 mL
F	12.000 BTU/h	282,67 mL
G	12.000 BTU/h	336,00 mL
H	12.000 BTU/h	289,33 mL
I	12.000 BTU/h	304,00 mL
J	12.000 BTU/h	365,33 mL
K	12.000 BTU/h	323,56 mL
L	12.000 BTU/h	368,00 mL
M	12.000 BTU/h	328,00 mL
N	12.000 BTU/h	344,00 mL

Fonte: do autor

Fizemos então o cálculo da média da água coletada:

$$M_{agua} = \frac{\sum \text{agua}}{n}, \text{ sendo } M \text{ a média e } n \text{ a quantidade de amostras.}'$$

$$M_{agua} = \frac{4.380}{14}$$

$$M_{agua} = 312,86 \text{ mL}$$

Ou seja, a média da coleta de água para um condicionador de água de 12.000 BTU/h foi de 312,86 mL/h.

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo. (BASSANEZI, 2002, p.19).

Nessa perspectiva fizemos novamente a abordagem das variáveis que podem estar presentes no momento da coleta da água de um condicionador de ar e novamente os estudantes lançaram diversas delas, como umidade relativa, marca, potência, tempo, temperatura ambiente, temperatura do aparelho etc.

Conversamos sobre essas variáveis, e sobre a complexidade de construir um modelo matemático levando em consideração várias delas, chegamos então ao consenso de que faríamos nosso modelo utilizando os parâmetros que tínhamos construído até aqui, sendo a potência do condicionador de ar, a quantidade de água estimada no experimento e o tempo de coleta.

Realizada a etapa da **Abstração** do modelo matemático segundo Bassanezi (2002) o próximo passo foi a **Resolução** do modelo, ou seja, realizar a modelação da situação que pretendemos trabalhar, em nosso caso, determinar o volume da água gerada por um condicionador de ar

Como temos três variáveis a considerar perguntei a que tipo de equação eles acreditavam que nosso modelo deveria parecer, porém não tive respostas, para deixar com que construíssem o conhecimento por conta apresentei algumas funções para que pudessem analisar:

$$F_1(x) = a \times x + b$$

$$F_2(x, y) = a \times x + b \times y$$

$$F_3(x) = a \times x^2 + b \times x + c$$

$$F_4(x) = a^x$$

$$F_5(x) = a \times x^3 + b \times x^2 + c \times x + d$$

Falamos sobre alguns tipos de funções que existem e que cada uma delas retrata uma situação em particular e que teríamos que entender nosso problema para visualizar qual forma de função atende nossa necessidade. Começaram a sugerir propostas e pensar em uma das funções que apresentei, diante das discussões entre eles chegaram a conclusão de que precisaríamos da primeira função que apresentei, porém com b valendo zero, $F(x)$ sendo a quantidade de água coletada, x sendo o tempo e a fixo o valor de 312,86, porém não estavam convencidos por não ter conseguido encontrar uma posição para a potência do aparelho.

Fiquei de fato admirado com a destreza da linha de raciocínio dos estudantes e o próprio professor regente da turma deu parabéns a eles por construírem a função tão facilmente de forma a atender nosso objetivo para o modelo que é determinar o volume em função do tempo.

Expliquei que poderíamos utilizar sim a função que eles determinaram, e que não precisávamos considerar a potência do aparelho na função, pois havíamos padronizado o mesmo em 12.000 BTU/h, logo ele não teria variação, e dessa forma

eles haviam construído um modelo que determinava a quantidade de água coletada por um ar condicionado de 12.000 BTU/h em função do tempo.

A princípio então a função ficou:

$$F(x) = 312,86 \times x$$

Em que $f(x)$ representa o volume, em mL, de água coletada e x o tempo de coleta, em horas

Diante da construção feita por eles, fiz a indagação de como poderia adaptar o modelo para que levasse em consideração mais de um aparelho de ar condicionado. Foram muito rápidos em falar que era apenas multiplicar o resultado pela quantia de aparelhos que fosse necessário.

Insisti que gostaria de que na própria função já constasse essa variável da quantidade de aparelhos, porém discutiram e conversaram, mas não chegaram a uma conclusão, utilizei da própria fala deles de que era apenas multiplicar o resultado pela quantia de ares condicionados, considerando-se mais uma variável no modelo:

$$F(x, y) = 312,86 \times x \times y$$

Em que y a quantidade de condicionadores de ar de 12.000 BTU/h

Esse passo nos demonstrou uma dificuldade dos alunos em entender a possibilidade de se trabalhar mais de uma variável dentro da função ao mesmo tempo, pois conseguiram ter o raciocínio para gerar a primeira função, porém não conseguiram visualizar como adicionar outra variável.

Finalizado então o modelo, porém com um importante detalhe ao qual tinha expectativa de que algum dos estudantes questionasse, porém ninguém observou que nosso modelo nos entrega um resultado em mililitros e pode uma informação em horas, porém no SI sabemos que a unidade de medida de capacidade e tempo são metro cúbico e segundos respectivamente.

Como ninguém fez o questionamento eu mesmo os questioneei a respeito, respondendo que nem sempre precisamos utilizar apenas as unidades de medida do SI, pois dependendo da situação a utilização de outra unidade pode sim ser mais adequada do que a padrão do sistema, e que aqui teríamos um caso desse, onde

transformar a fórmula para atender o padrão do SI acabaria complicando a usabilidade da mesma.

Seguindo a metodologia de Bassanezi (2002), chegamos ao passo da **Validação**, onde estudamos a aceitação do modelo. Para realizar a validação precisávamos testar o modelo com os dados que já tínhamos, para isso fiz a seguinte sugestão, utilizarmos a função do modelo que criamos para determinar quanto de água 14 aparelhos de 12.000 BTU/h produziram em uma hora de funcionamento e comparar com a somatória obtida pelos ares que eles coletaram a água. Então fomos aos cálculos:

$F(x, y) = 312,86 \times x \times y$, sendo F a água gerada, x o tempo de funcionamento em horas e y a quantidade de aparelhos.

$$F(14,1) = 312,86 \times 14 \times 1$$

$$F(14,1) = 4.380,04 \text{ mL}$$

Aplicando então nosso modelo, temos que, 14 aparelhos de 12.000 BTU/h geram 4.380,04 mL de água por hora. Para fazer a comparação, fizemos a somatória no quadro 4 e encontramos o valor de 4.280,01 mL, é visto que deu uma pequena diferença entre os valores do modelo e da somatória das médias, porém todos aceitaram que a diferença era mínima e lembraram que existe a distorção do volume gerado por conta das inúmeras variáveis que agem sobre a geração da água do ar condicionado.

Validado então nosso modelo, o último passo da bibliografia de Bassanezi (2002) prevê a **Modificação** quando necessário pois entende que alguns fatores ligados ao problema original podem provocar rejeição ou aceitação dos modelos e caso o modelo tenha sido obtido considerando simplificações e idealizações da realidade é possível que o suas soluções não conduzem às previsões corretas e definitivas, sendo necessário então a realização de modificações. Porém nosso modelo mostrou-se eficiente e muito próximo da simulação de uma situação real, com isso não houve a necessidade de qualquer adaptação ou modificação, ficando então nosso modelo determinado como:

$F(x, y) = 312,86 \times x \times y$, sendo F a água gerada, x o tempo de funcionamento em horas e y a quantidade de aparelhos de 12.000 BTU/h.

5.5 O USO DAS UNIDADES E CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA

Nos dois primeiros encontros com os estudantes fizemos a revisão do conteúdo de unidade de medida, focando inclusive na conversão de unidades, para construção do modelo os estudantes trabalharam as unidades de forma natural, primeiramente estavam com certa dificuldade em realizar conversões simples ou até mesmo em representar a unidade quando escreviam um número.

Ao passar dos momentos observamos que lidar com as unidades ficou natural para eles, todo número quando utilizado já vinha acompanhado da unidade, seja ele escrito ou falado.

Porém com a construção do modelo podemos submergir na projeção que era o objetivo desta pesquisa quando a aplicação era pensada presencialmente na escola, realizar a coleta dos condicionadores de ar da escola para usar nas atividades de limpeza do pátio.

Para isso utilizamos mais a fundo as conversões de unidades, e de uma forma tão natural que desenvolveram os questionamentos sem muita dificuldade. O desenvolvimento quando planejado no pré-projeto não era para ter acontecido como foi, deveríamos estar todos na escola e realizar todas as medições e tabulações lá, com as aulas presenciais, porém como já explanado isso não foi possível diante da pandemia do COVID19 e o distanciamento social que resultou nas aulas remotas.

Então tivemos a modificação do projeto de forma a cada estudante coletar a água em sua própria casa e realizarmos as discussões via reunião remota. Apenas estou explanando novamente a situação para que o leitor entenda o porque aqui trabalhamos em formas de Quadros e com dados reduzidos, pois esta foi a forma mais organizada que encontramos para concentrar as ideias para alcançar o objetivo proposto.

Para realizar a coleta dos aparelhos de ar condicionado da escola precisamos entender duas coisas, primeiro determinar quanta água será gerada em média por dia para conseguir projetar o reservatório e precisamos também determinar o material a ser usado para efetivar essa coleta

Então dividiremos esse capítulo em três, para tratar separadamente da água gerada, da coleta e do reservatório, não que sejam extensos os estudos de cada um, apenas para melhor organização das ideias.

5.5.1 Água gerada na escola Estadual Plácido de Castro

A escola tem um espaço construído de 1.592 m², sendo 10 salas de aula, sala dos professores, coordenação pedagógica, direção, secretaria, laboratório de ciências da natureza e matemática e laboratório de informática os ambientes climatizados conforme quadro 5:

Quadro 5 - Disposição dos Aparelhos da Escola

Local	Número de Aparelhos	Potência
Secretaria	1	12.000 BTU/h
Coordenação	1	12.000 BTU/h
Direção	1	12.000 BTU/h
Biblioteca	1	12.000 BTU/h
Lab. Ciências	2	24.000 BTU/h
Lab. Informática	2	24.000 BTU/h
Sala dos Professores	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 1	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 2	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 3	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 4	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 5	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 6	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 7	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 8	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 9	2	24.000 BTU/h
Sala de Aula 10	2	24.000 BTU/h

Fonte: do autor

Portanto temos no total 26 aparelhos de 24.000 BTU/h e 4 aparelhos de 12.000 BTU/h. Praticamente todos são ligados as 07 h e são desligados apenas a partir das 17 h quando a equipe da limpeza limpa e fecha as salas.

Repassei esses dados para os alunos e solicitei que organizassem a situação para que fosse possível utilizar nosso modelo para realizar a projeção da quantia de água que seria gerada por esses aparelhos.

Elencaram perfeitamente duas situações, que precisavam transformar os aparelhos de 24.000 BTU/h em aparelhos de 12.000 BTU/h porque essa era potência

aceita no modelo e que precisavam contar quantas horas os ares ficavam ligados por dia.

Resolvendo as contas temos que cada aparelho de 24.000 BTU/h seria proporcionalmente o mesmo que 2 aparelhos de 12.000 BTU/h, portanto como na escola temos 26 unidades de 24.000 BTU/h poderíamos considerar que estes representam 52 unidades de 12.000 BTU/h, que quando somados com os outros 4 que já são de 12.000 BTU/h chegamos a um total de 56 condicionadores de ar de 12.000 BTU/h de potência.

Em relação ao tempo de funcionamento facilmente determinaram que seriam 10 horas, considerando que o funcionamento ocorre das 07 h às 17 h.

Então pedi para que cada um realizasse a conta em seu caderno em casa para compartilharmos.

$F(x, y) = 312,86 \times x \times y$, sendo F a quantidade de água gerada, x o tempo de funcionamento em horas e y a quantidade de aparelhos de 12.000 BTU/h.

$$F(10,56) = 312,86 \times 10 \times 56$$

$$F(10,56) = 175.201,60 \text{ mL}$$

Encontramos então que todos os aparelhos condicionadores de ar da escola geravam em média 175.201,60 mL de água por dia. Solicitei então que fizessem a transformação desse volume para litros para que ficasse mais fácil de analisarmos.

$$\begin{aligned} 1 L &\rightarrow 1.000 \text{ mL} \\ x L &\rightarrow 175.201,60 \text{ mL} \end{aligned}$$

$$x \times 1.000 = 175.201,60 \times 1$$

$$x \cong 175,20 \text{ L}$$

Ou seja, 175,20 litros de água por dia são gerados e desperdiçados na escola. Quando pensamos em uma semana a escola funciona de segunda a sexta, ou seja, 5 dias, logo teremos:

$$175,20 \times 5 \Rightarrow 876 \text{ L}$$

E se considerarmos que por ano nosso calendário letivo é composto por 200 dias, teremos:

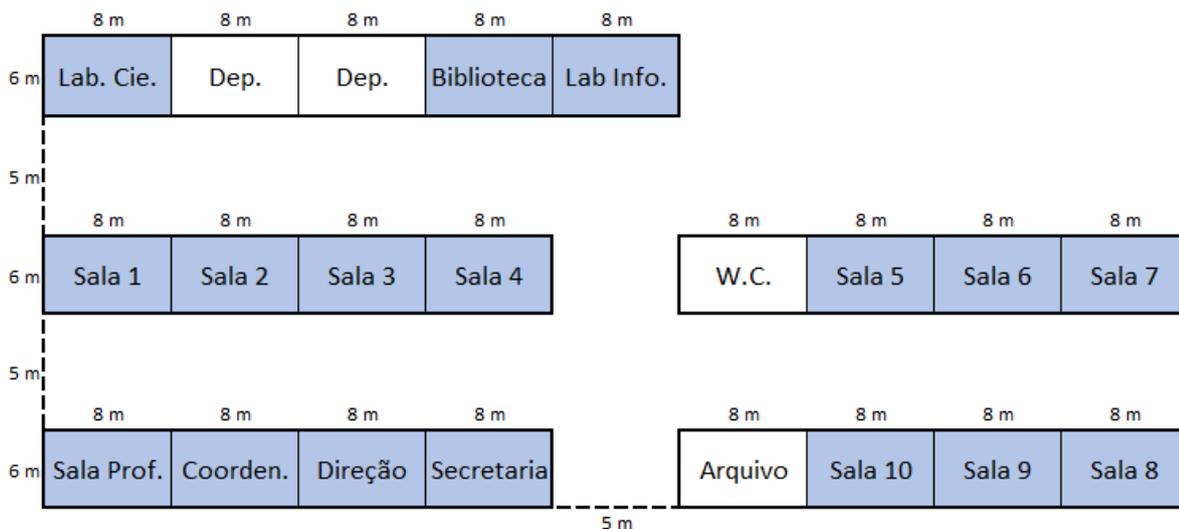
$$175,2 \times 200 \Rightarrow 35.040 \text{ L}$$

Então, em um ano letivo normal, poderíamos fazer o reaproveitamento de 35.040 litros de água, que podem ser utilizados sem problemas para manutenção da limpeza da escola.

5.5.2 Projeto de Coleta

A escola é composta de 3 pavilhões de salas paralelos, conforme ilustrado abaixo na figura 16:

Figura 16 - Representação da Planta Baixa da Escola



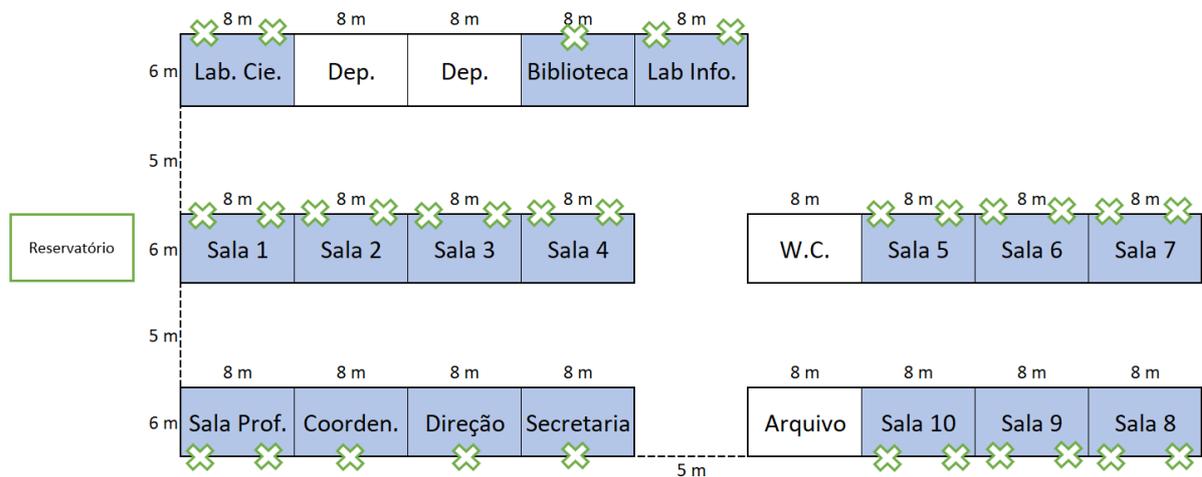
Fonte: do autor

As salas pintadas em azul são as salas climatizadas, as quais consideramos na contagem que resultou em 56 aparelhos de 12.000 BTU/h.

Projetamos que a rede de coleta pode ser feita com um cano de 25 mm de espessura, sendo possível fixá-los logo abaixo da unidade condensadora dos aparelhos fazendo um furo para inserir o dreno de cada um.

Repassei também a figura 17 onde o x representa onde se encontra o aparelho condicionador de ar em cada sala, e inseri o local onde pretendemos colocar o reservatório de água para que pudessem calcular quantos metros de cano seriam necessários para o sistema de coleta.

Figura 17 - Representação da Planta Baixa da Escola com Disposição dos Aparelhos



Fonte: do autor

Relataram então que precisaríamos construir 3 redes de coleta, sendo uma coletando as águas do laboratório de informática, biblioteca e laboratório de ciências, outro ramal coletando as águas das salas 1 a 7 e o último ramal para coletar a água das salas 8, 9, 10, secretaria, direção, coordenação e sala dos professores.

Para facilitar as contas pedi que nomeassem cada ramal como R1, R2 e R3 respectivamente.

$$R1 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 6 + 5 + 3 = 54 \text{ m}$$

$$R2 = 8 + 8 + 8 + 8 + 5 + 8 + 8 + 8 + 8 + 3 = 72 \text{ m}$$

$$R3 = 8 + 8 + 8 + 8 + 5 + 8 + 8 + 8 + 8 + 6 + 5 + 3 = 83 \text{ m}$$

Somando os três ramais temos:

$$R1 + R2 + R3 = 54 + 72 + 83 = 209 \text{ m}$$

Ou seja, para construir o sistema de coleta precisaríamos de aproximadamente 209 metros de cano 25 mm. Porém informei a eles que as casas de material de construção vendem o cano por barra e que cada barra tem exatos 6 m de comprimento, então transformando a metragem necessária para barras teríamos:

$$\frac{209}{6} = 34,83 \text{ barras}$$

Como não conseguiríamos comprar 0,83 barra de cano, precisamos arredondar o valor para o próximo número inteiro, ou seja, 35 barras de cano 25 mm com 6 metros cada.

5.5.3 O Reservatório

Os estudantes encontraram que seria coletado aproximadamente: 175,20 L por dia, 876 L por semana e 35.040 L por ano letivo, dialogando chegaram à conclusão de que seria interessante que o reservatório fosse capaz de acumular a água de pelo menos uma semana de coleta, ou seja, 876 L.

A fim de facilitar a compra ou construção, sugeri que o valor fosse arredondado para 1.000 L, o que poderíamos encontrar facilmente em uma casa de materiais para construção.

Para gerar a discussão solicitei que encontrassem o valor desses 1.000 litros de água em metros cúbicos, pois talvez poderíamos construir o reservatório de tijolos e cimentos em vez de comprá-lo pronto de plástico.

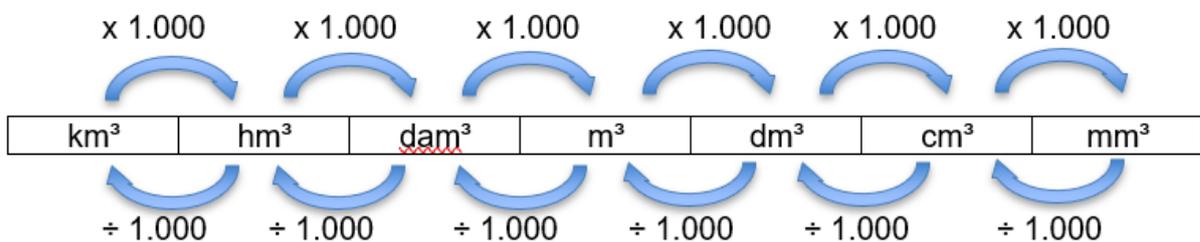
Ao que começaram a discussão cada um tentou dar um palpite, dos mais variados possíveis, até que um deles disse que acabava de ver no *Google* e 1.000 litros é o mesmo que 1 metro cúbico. Apesar do atalho de busca na internet, a resposta estava correta e que essa era uma relação fundamental para que eles se lembrassem.

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ L}$$

Então conversamos que, caso fôssemos construir o reservatório seria necessário construir em forma de cubo onde cada lado teria 1 metro de comprimento, e independente da forma à qual gostaríamos de construir nosso reservatório, a única exigência é que ele deveria ter 1 m³ de capacidade, para que fosse possível armazenar os 1.000 L

Após a finalização do modelo, estruturação do projeto para coleta da água e projeto do reservatório, aproveitei a conversão feita na explicação da construção do reservatório para conversar um pouco mais sobre unidades de medida e as transformações de unidades. Apresentei a Figura 18 e pedi para que construíssem o quadro 6 com as transformações baseadas em nosso reservatório.

Figura 18 - Esquema de Conversão de Unidades de Capacidade



Fonte: do autor

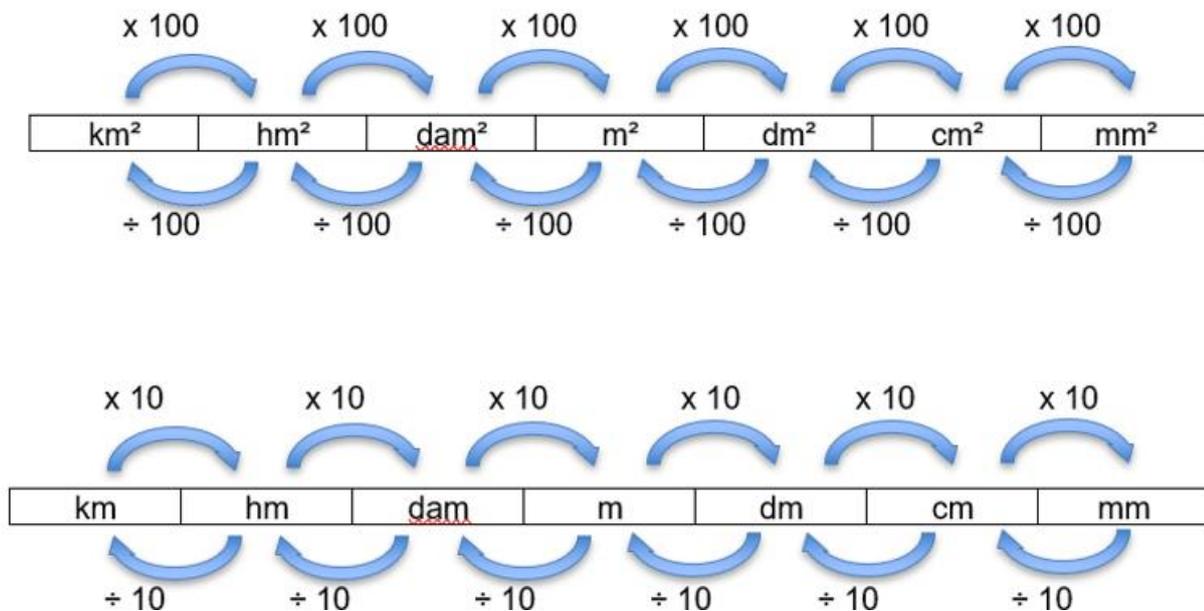
Quadro 6 - Quadro - Conversão de Unidades de Capacidade

Quadro de Conversão de 1 m ³	
km ³	0,000000001
hm ³	0,000001
dam ³	0,001
dm ³	1.000
cm ³	1.000.000
mm ³	1.000.000.000

Fonte: do autor

Conversamos também sobre a diferença quando estamos tratando de unidades com expoentes, pois como ilustrado na Figura 19, o expoente está completamente ligado ao fator que será multiplicado ou dividido.

Figura 19 - Esquema de Conversão de Unidades de Área e Distância



Fonte: do autor

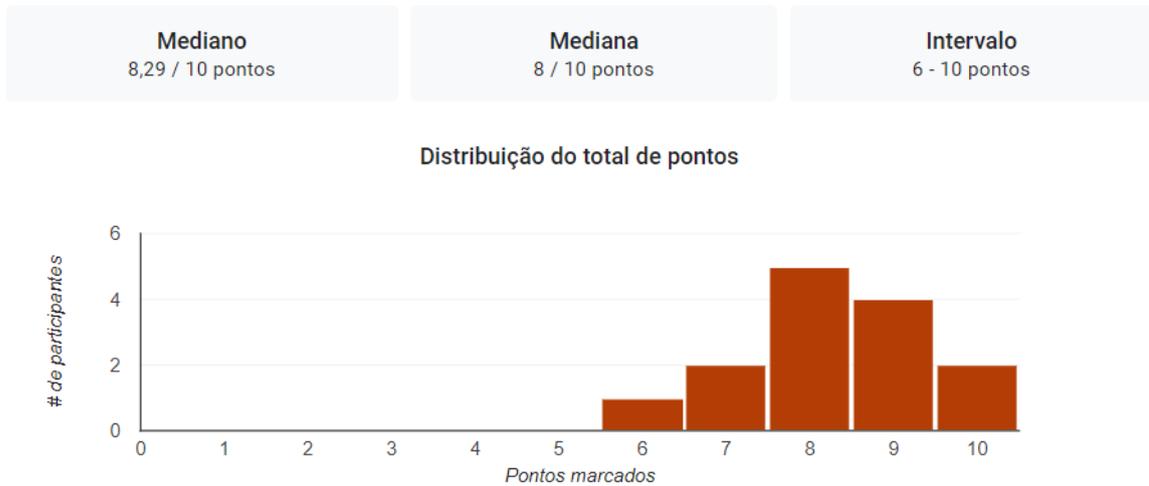
5.6 PÓS-TESTE

O pós-teste foi aplicado no fim da segunda aula, após a aplicação da experimentação e da construção do modelo matemático. Foi utilizado o mesmo banco de exercícios para que fosse possível avaliar o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes.

Como não houve qualquer tipo de discussão ou análise com os estudantes em relação aos exercícios quando respondidos no pré-teste, não acreditamos haver vício na hora de responder o pós-teste, pois precisaram utilizar conhecimento próprio, produzido durante a pesquisa, para resolução dos exercícios.

Os resultados foram surpreendentemente positivos, alcançando uma média de 8,29 pontos de 10 possíveis, como podemos analisar na Figura 20.

Figura 20 - Análise Geral do Pós-Teste



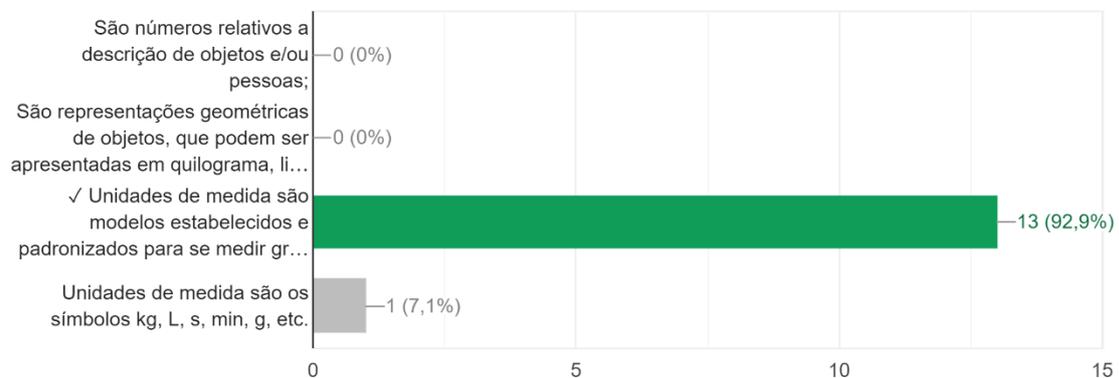
Analisando as questões uma a uma, podemos observar detalhadamente o entendimento dos alunos.

No exercício 01 obtivemos 13 das 14 respostas corretas, como mostra a Figura 21, demonstrando que os estudantes conseguiram entender a definição de o que é uma unidade de medida.

Figura 21 - Análise do Pós-Teste Exercícios 01

Qual das alternativas abaixo melhor define o que é uma unidade de medida?

13 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

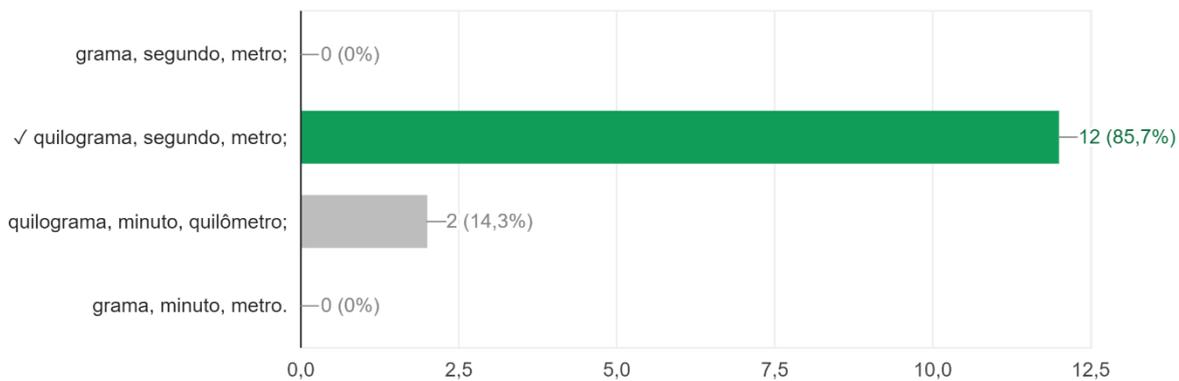
Os exercícios 02 e 03 tratam especificamente das unidades de medidas que são adotadas no SI, e a Figura 22 e Figura 23 nos mostram que os estudantes foram capazes de responder corretamente as duas questões em sua maioria. Pela análise do resultado do exercício 03, vemos que apesar na maior parte dos alunos ter

respondido corretamente o exercício, houve ainda um número significativo de estudantes que marcou a alternativa a como correta, mostrando que tem ainda a ideia de que a unidade de distância aceita no SI seria o quilômetro, quando o correto seria metro.

Figura 22 - Análise do Pós-Teste Exercícios 02

Marque a alternativa que contém apenas unidades de medidas do Sistema Internacional de Pesos e Medidas:

12 / 14 respostas corretas

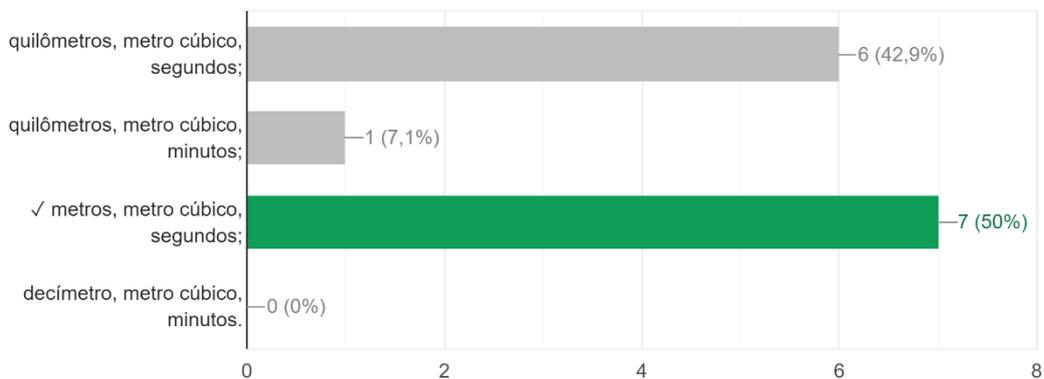


Fonte: do autor

Figura 23 - Análise do Pós-Teste Exercícios 03

Considerando as três situações acima apresentadas, determine a ordem que representa qual a unidade de medida (sempre considerando o Sistem... mais adequada para representar cada resposta:

7 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

Abaixo, na Figura 24 podemos analisar as respostas dadas ao exercício 04, assim como a Figura 25 corresponde ao exercício 05, a Figura 26 ao exercício 06, a Figura 27 ao exercício 07, a Figura 28 ao exercício 08 e a Figura 29 ao exercício 09.

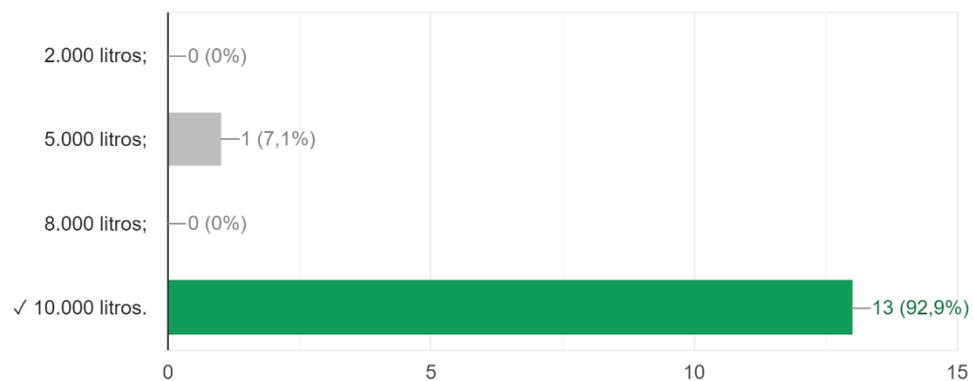
Todos esses exercícios tratam de transformação de unidades de medida, sendo necessário a interpretação do problema e correta resolução dos cálculos.

Podemos analisar que a maioria das respostas foi correta, demonstrando que os estudantes foram capazes de resolver as conversões, mesmo que em alguns exercícios sejam necessárias contas algébricas simples para se alcançar o resultado correto.

Figura 24 - Análise do Pós-Teste Exercícios 04

Pedro quer construir um reservatório para que tenha água o suficiente para lavar todo o pátio da escola por 5 dias. Em uma experiência constatou q...o mínimo, deverá ser esse reservatório de Pedro?

13 / 14 respostas corretas

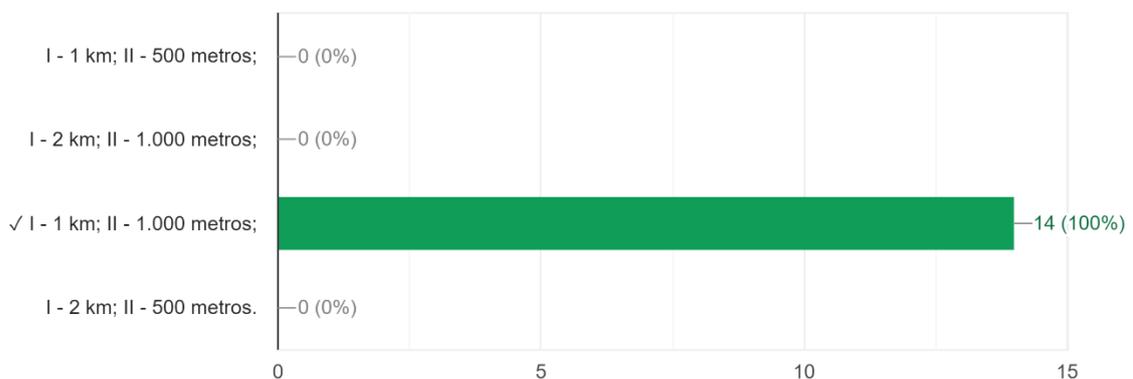


Fonte: do autor

Figura 25 - Análise do Pós-Teste Exercícios 05

Qual a distância encontrada por Ezequiel em cada um dos casos respectivamente?

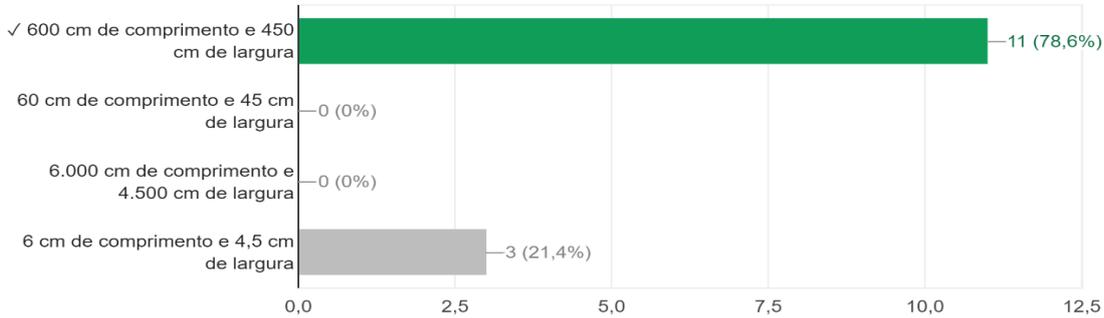
14 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

Figura 26 - Análise do Pós-Teste Exercícios 06

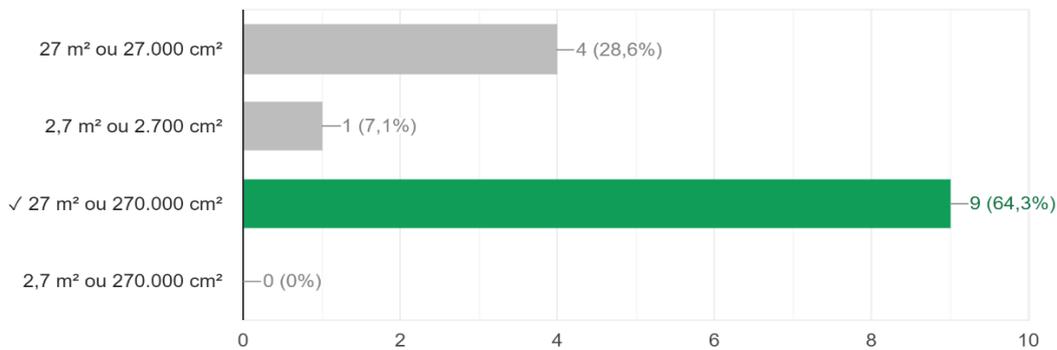
Elaborando uma planta de uma casa, um engenheiro ao medir a sala de estar constatou que ela tinha um formato retangular de 6 metros de compr...ulos, quanto ele deverá lançar em seu programa?
11 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

Figura 27 - Análise do Pós-Teste Exercícios 07

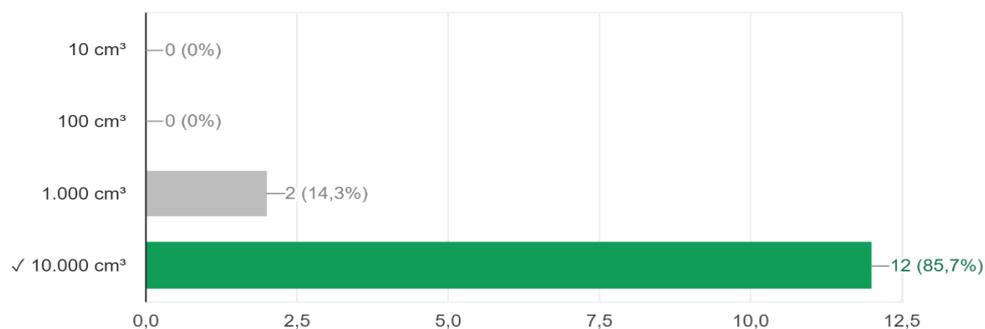
Pensando ainda no programa deste engenheiro do exercício anterior, caso ele precisasse expressar a área dessa sala quais seriam as medidas corretas:
9 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

Figura 28 - Análise do Pós-Teste Exercícios 08

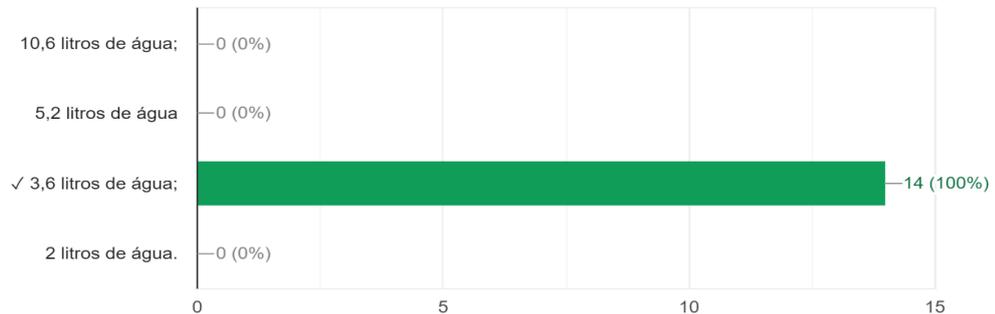
Em 10 litros, temos quantos cm³?
12 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

Figura 29 - Análise do Pós-Teste Exercícios 09

Considere que ao coletar e medir a água gerada por um ar condicionado durante 15 minutos, obtivemos 100 ml de água. Utilizando esses dados, ...aparelho ligado (das 21 h 00 min às 06 h 00 min).
14 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

Por fim, o exercício 10 traz cinco sentenças, como podemos visualizar na Figura 30, onde devem ser marcadas todas que forem verdadeiras. A primeira sentença trata da usabilidade do SI por todos os países do mundo, curiosidade que foi mencionada durante a aula com os estudantes e podemos ver que todos acertaram ao considerar a sentença como falsa.

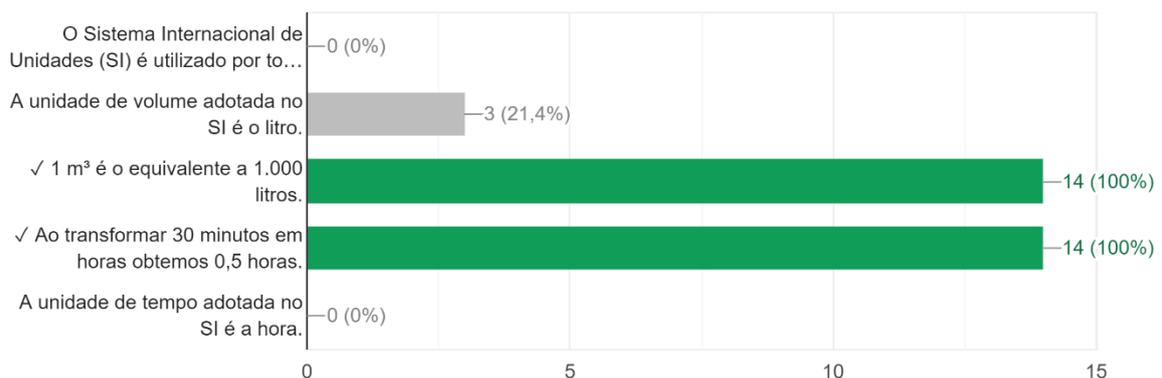
A segunda sentença mostra que 3 dos 14 estudantes ainda tem dificuldade em relação a unidade de medida de volume aceita no SI, considerando correto o litro no lugar de metro cúbico.

As sentenças 3 e 4 tratam da conversão simples de metro cúbico para litro e minutos para hora, todos os 14 estudantes acertaram ambas as sentenças.

Figura 30 - Análise do Pós-Teste Exercícios 10

Leia as sentenças com atenção e marque as VERDADEIRAS (PODE HAVER MAIS DE UMA)

11 / 14 respostas corretas



Fonte: do autor

5.7 DISCUSSÃO

Foi proposta uma metodologia para a melhora da aprendizagem dos conteúdos de Unidades de Medida e Conversão de Unidades de Medida para estudantes do Ensino Médio. A metodologia apresentou a modelagem matemática da coleta da água de condicionadores de ar com o objetivo de fazer os estudantes protagonizarem seu próprio processo de aprendizagem, coletando dados, determinando caminhos, analisando passos e produzindo seu conhecimento.

Diferentemente de uma abordagem tradicional, no qual a instrução direta é feita pelo professor do componente curricular, a metodologia aplicada transformou o estudo de unidades de medida em uma construção do conhecimento quase autônoma, onde o professor deve apenas mediar esse aprendizado e deixar que os estudantes construam sozinhos sua rede cognitiva sobre o que está sendo tratado.

A partir da aplicação do pré-teste do pós-teste pode-se verificar uma melhora significativa do aprendizado de Unidades de Medida bem como de Conversão de Unidades de Medida, pois a taxa de alunos que responderam de forma correta aumentou substancialmente após a aplicação da metodologia.

Esta metodologia se mostrou então efetiva na construção do processo de aprendizagem, com as seguintes vantagens:

- Participação ativa dos estudantes nas atividades propostas;
- Possibilita que mesmo os estudantes com grande dificuldade cognitiva participem e construam seu conhecimento;
- Despertar o interesse nos alunos ao aprender fazendo, possibilitando a construção de um conhecimento significativo;
- Possibilidade de trabalhar de forma transdisciplinar;
- Utilizar um tema muito importante de sustentabilidade.

E as seguintes desvantagens:

- Demandar investimento para construção completa do projeto;
- Por ter sido aplicada de forma remota: estar suscetível a vícios, tanto no momento da coleta dos dados como na resolução do pré-teste e pós-teste;
- Trabalhar uma quantia restrita de unidades de medidas na experimentação.

6 CONCLUSÃO

Quando em meados de 2020 pensamos o projeto de pesquisa o objetivo era desenvolver da melhor forma possível um aperfeiçoamento do aprendizado dos alunos em relação a unidades de medidas e suas conversões, interagindo com os estudantes e possibilitando que fossem pesquisadores de fato.

A persistente continuidade do período pandêmico que se arrasta para o segundo ano de duração não permitiu que a pesquisa fosse desenvolvida da forma esperada, vendo os estudantes esticando trena, furando paredes, fazendo contas, discutindo resultados, fazendo descobertas, fazendo **pesquisa-ação**, pois não houve ainda o retorno presencial dos alunos para as escolas de Mato Grosso.

Agora, quando findo minha pesquisa inicia-se também os primeiros testes com os alunos dentro das salas de aula do estado, tentando na medida do possível retornar para a rotina de antes do Novo Coronavírus.

Não foi possível então trabalhar presencialmente com os estudantes. Foi necessário repensar a pesquisa e a transportamos para as casas de nossos alunos, possibilitando que a pesquisa fosse desenvolvida individualmente, apenas com o intermédio do professor na tentativa de desenvolver uma aprendizagem significativa.

De um grupo de quase 100 estudantes que fariam as atividades de forma presencial, o público acabou reduzindo-se para 14, por terem conexão de internet, ar condicionado em casa e se dispuseram a participar ativamente. Acredito, que com o retorno das aulas presenciais tendo se firmado, é possível fazer a aplicação do projeto com todo o público alvo novamente.

Apesar dos pequenos percalços que tivemos a pesquisa foi realizada e bem sucedida no meu ponto de vista. Bem sucedida pois recebemos elogios diretamente dos estudantes, dizendo que foi uma ótima ideia, que se sentiram motivados, que conseguiram aprender entre outros. Nada mais gratificante para um professor do que ver seus alunos conseguindo receber aquilo que estamos transmitindo.

Nosso modelo, apesar de superficial, foi validado. A aplicação do mesmo mostrou-se muito próxima da situação real observada. Porém, precisamos deixar muito claro que ele não foi o objetivo de produto do nosso estudo, e sim uma ponte necessária para despertar o interesse dos estudantes, para que conseguissem aprender um pouco mais sobre unidades de medida sem nem mesmo perceber que o estavam fazendo.

O modelo pode ter sido construído com algumas falhas em seus dados base, como, por exemplo, aluno que deixou o recipiente mais ou menos tempo coletando a água, que fez a leitura errada na proveta, que derrubou um pouco de água fora antes de medir, que tenha se esquecido de medir algum dia e colocou o terceiro dado pela média, inúmeras situações podem ter acontecido e viciado algum dado. O que resulta em um modelo superficial, sem grau de confiabilidade para outros fins.

Mas, para o que planejamos, o modelo serviu. Tivemos um aumento surpreendente da média das notas obtidas pelos estudantes do pré-teste para o pós-teste. A média subiu de 2,57 para 8,29, o que é um aumento que mostra que, para essa turma de 14 alunos da escola estadual Plácido de Castro, a utilização da modelagem matemática da água gerada pelo condicionador de ar serve de metodologia ativa para construção do conhecimento do conteúdo de unidades de medida e conversão de unidades.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. de. **Estratégias heurísticas como meios de ação em atividades de Modelagem Matemática.** *Com a Palavra o Professor*, Vitória da Conquista, v. 5, n. 11, jan./abr. 2020.
- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. e HANESIAN, H.. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BARBOSA, E.F.; MOURA, D.G.de. **Metodologias ativas de aprendizagem na educação profissional e tecnológica.** *Boletim Técnico do Senac*, v. 39, n. 2, p. 48-67, 2013.
- BARBOSA, F. da S. **Unidades de medidas e principais grandezas.** [S.l.]: [S.e.]. Disponível em: <http://www.coladaweb.com/fisica/fisica-geral/unidades-de-medidas-e-principais-grandezas>. Acesso em: 17 nov. 2015.
- BASSANEZI, R. C.. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** 4 ed. [S.l.]: Editora Contexto. 2002.
- BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros curriculares do Ensino Médio em debate: matemática.** Brasília: Mec/seb, 2005
- BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).** Ciências da natureza e Matemática e Suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: 2018.
- CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização: questões para educação hoje.** Porto Alegre. Artmed. 2005
- FORTES, P. D., JARDIM, P. W .C, FERNANDES, J. G. **APROVEITAMENTO DE ÁGUA PROVENIENTE DE APARELHOS DE AR CONDICIONADO.** *Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia – Otimização de Recursos e Desenvolvimento.* Rezende. 2015.
- GIORDANO, C. C., SILVA, D. S. C.. **Metodologias ativas em Educação Matemática: a abordagem por meio de projetos na Educação Estatística.** *Revista produções e discussões na educação matemática.* V. 6. São Paulo. 2017.
- GODOY, A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades.** *Revista de Administração de Empresas.* v. 35 pag; 57-63. São Paulo. 1995.
- HERNÁNDEZ, F.; VENTURA, M.A. **Organização do currículo por projetos de trabalho: o conhecimento é um caleidoscópio.** Penso Editora, 2017.
- I-TECH. International Training & Education Center on HIV. **Orientações para Pré e Pós-Teste.** Washington. 2008.
- MACHADO, C. J. S. **Recursos hídricos e cidadania no Brasil: limites, alternativas e desafios.** *Revista Ambiente e Sociedade.* São Paulo. 2013.

MATTHEWS, M. **Metodologia e política em ciência: o Destino da Proposta de Huygens de 1673 para a Adoção do Pêndulo de Segundos como um Padrão Internacional de Comprimento e Algumas Sugestões Educacionais.** Tradução: Cláudia Mesquita. Caderno Catarinense do Ensino de Física. v. 18, n. 1, p. 7-25. Florianópolis: Abr. 2001. Disponível em: <http://www.fsc.ufsc.br/ccef>. Acesso em 27 de julho de 2021

MORAES, R. M.. **A teoria da aprendizagem significativa.** Revista Construir Notícias. 34 ed. Pernambuco. 2007. Disponível em <https://www.construirnoticias.com.br/a-teoria-da-aprendizagem-significativa-tas/> Acesso em 15 de novembro de 2020.

MORÁN, J.. **Mudando a educação com metodologias ativas.** *Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: Aproximações jovens.* Vol. II. Ponta Grossa PR. 2015.

MOTA, T.R., OLIVEIRA, D. M de, INADA, P. **Reutilização da água dos aparelhos de ar condicionado em uma escola de Ensino Médio no município de Umuarama-PR, Encontro Internacional de Produção Científica.** Maringá PR. Editora Cesumar. 2011.

PINTO, A. S. da S.. et al. **O Laboratório de Metodologias Inovadoras e sua pesquisa sobre o uso de metodologias ativas pelos cursos de licenciatura do UNISAL, Lorena-estendendo o conhecimento para além da sala de aula.** Revista de Ciências da Educação, v. 1, n. 29, 2014.

PRAÇA, O. B. P. **Aperfeiçoamento e aplicação de unidades de ensino potencialmente significativas com foco em grandezas físicas, unidades de medida e suas relações.** Juiz de Fora. 2017.

SCHEFFER. N. F. *Modelagem matemática: uma abordagem para o ensino-aprendizagem da matemática* . Educação Matemática em Revista, SBEM, RS, n 01, 1999.

Sistema Internacional de Unidades (SI) - Tradução do Grupo de Trabalho luso-brasileiro do Inmetro e IPQ. — Brasília, DF: Inmetro, 2021. (Título Original: **Le Système international d'unités – The International System of Units 9a ed. 2019.**)

TACONI, M. de O.. **Desafios e necessidades para aprendizagem contextualizadas de grandezas e medidas dentro da construção civil.** Paraná. 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PLANO DE AULA 1

Dados de Identificação
<p>Nome: Rodrigo Rocha Oliveira</p> <p>Acadêmico do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – UNEMAT <i>Campus</i> Universitário de Sinop – MT</p> <p>Orientador: Dr. Silvio Cesar Garcia Granja</p>

Plano de Aula
Tema: Unidades de Medidas
Título da Aula: Modelagem matemática: Uma proposta para o ensino de unidades de medidas por meio da coleta da água do condicionador de ar.
Público Alvo: 3º ano do Ensino Médio
Carga Horária: 120 minutos (2 aulas)

Objetivos
<p>GERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demonstrar o trabalho proposto da Modelagem matemática como uma proposta para o ensino de unidades de medidas por meio da coleta da água do condicionador de ar.
<p>ESPECÍFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apresentar o trabalho e seus objetivos; • Mensurar o conhecimento prévio dos estudantes em relação a unidades de medidas; • Explicar os passos da aplicação do projeto.

Conteúdo
<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida;

Metodologia
<ul style="list-style-type: none"> • Aula expositiva dialogada, realizada de forma remota através da ferramenta Google Meet, com uso de exemplo real do cotidiano dos alunos, finalizando com explanação dos passos para aplicação da experimentação.

Desenvolvimento do Conteúdo
<ul style="list-style-type: none"> • Primeiro Momento: Breve apresentação do professor por não ser professor regente da turma, fazendo uma breve apresentação da pesquisa em questão: Modelagem matemática: Uma proposta para o ensino de unidades de medidas por meio da coleta da água do condicionador de ar. • Segundo Momento: Iniciar a revisão do conteúdo de unidades de medida, enfatizando da evolução histórica ao Sistema Internacional de Pesos e Medidas e enfatizar as conversões de unidades de medida. • Terceiro Momento: Fazer aplicação do questionário de PRÉ-TESTE via Google Forms. • Quarto Momento: Demonstrar e explicar o passo a passo para que os alunos realizem a coleta da água nos condicionadores de água de suas residências.

Atividades de Assimilação

- Demonstração de exemplos de exercícios de unidades de medida bem como fundamentos das conversões de unidades.

Avaliação

- Participação efetiva dos alunos durante a aula bem como na resolução das atividades propostas.

Referências Bibliográficas

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 27^a ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIOVANNI, José Ruy. **Matemática completa** / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, - 2. ed. renov. – São Paulo : FTD, 2005 – (Coleção Matemática Completa)

LIBÂNEO, José Carlos. **Pedagogia e pedagogos, para quê?** São Paulo: Cortez, 2010.

APÊNDICE B – PLANO DE AULA 2

Dados de Identificação
<p>Nome: Rodrigo Rocha Oliveira</p> <p>Acadêmico do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – UNEMAT <i>Campus</i> Universitário de Sinop – MT</p> <p>Orientador: Dr. Silvio Cesar Garcia Granja</p>

Plano de Aula
Tema: Unidades de Medidas
Título da Aula: Modelagem matemática: Uma proposta para o ensino de unidades de medidas por meio da coleta da água do condicionador de ar.
Público Alvo: 3º ano do Ensino Médio
Carga Horária: 240 minutos (4 aulas)

Objetivos
<p>GERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> Compreender e Analisar o desenvolvimento do projeto Modelagem matemática como uma proposta para o ensino de unidades de medidas por meio da coleta da água do condicionador de ar.
<p>ESPECÍFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Discutir os diversos resultados obtidos pelos alunos em seus experimentos; Construir o conhecimento significativo através dos resultados e discussões; Mensurar o conhecimento adquirido.

Conteúdo
<ul style="list-style-type: none"> Unidades de medida;

Metodologia
<ul style="list-style-type: none"> Aula expositiva dialogada, realizada de forma remota através da ferramenta Google Meet, com uso de exemplo real do cotidiano dos alunos, finalizando com explanação dos passos para aplicação da experimentação.

Desenvolvimento do Conteúdo
<ul style="list-style-type: none"> Primeiro Momento: Abrir a discussão pedindo para que os estudantes relatem suas experiências realizadas no momento da coleta da água e nas contas realizadas para obtenção dos resultados. Segundo Momento: Mediar as discussões dos alunos, fazendo intervenções quando necessário. Terceiro Momento: Utilizar as experiências e dados apresentados pelos estudantes para realizar a construção do conhecimento significativo, demonstrando as análises necessárias e construindo um modelo para determinar o volume da coleta da água de condicionadores de ar. Quarto Momento: Aplicar o questionário de Pós-Teste. Quinto Momento: Analisar os resultados do Pré-Teste e do Pós-Teste junto com os alunos, demonstrando o conhecimento adquirido e revisando o que for necessário.

Atividades de Assimilação

- Realizar os cálculos utilizando os dados apresentados pelos estudantes caso a caso para que todos consigam entender e intervir nas atividades realizadas e apresentadas pelos colegas.
- Utilizar outros exemplos de exercício para melhorar a fixação do conteúdo.

Avaliação

- Participação efetiva dos alunos durante a aula bem como na resolução das atividades propostas e no desempenho do questionário de Pós-Teste.

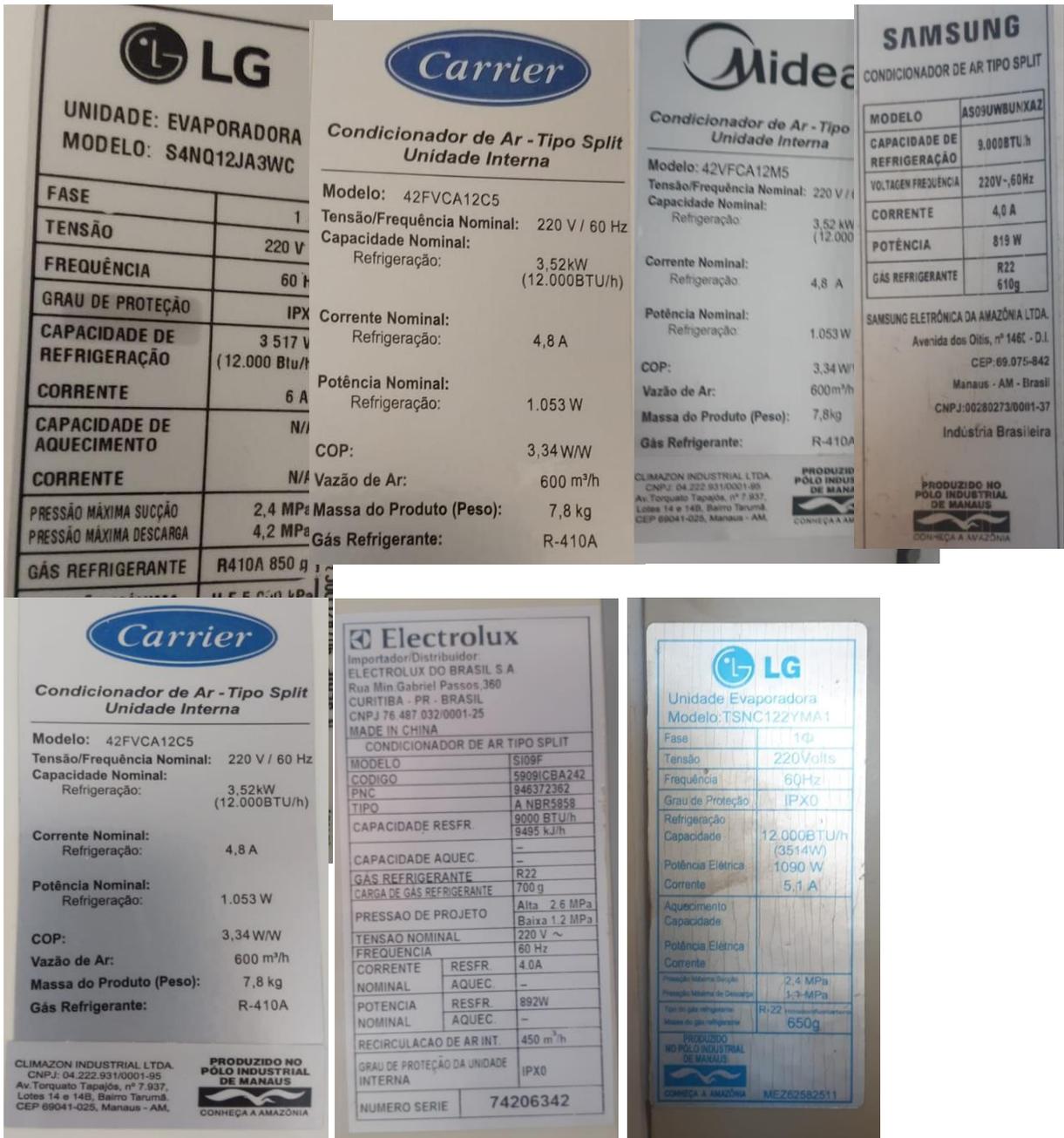
Referencias Bibliográficas

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 27^a ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIOVANNI, José Ruy. **Matemática completa** / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, - 2. ed. renov. – São Paulo : FTD, 2005 – (Coleção Matemática Completa)

LIBÂNEO, José Carlos. **Pedagogia e pedagogos, para quê?** São Paulo: Cortez, 2010.

APÊNDICE C – FOTOS DAS ETIQUETAS DOS APARELHOS



LG

UNIDADE: EVAPORADORA
 MODELO: S4NQ09WA51A

FASE	1 ϕ
TENSÃO	220 V ~
FREQUÊNCIA	60 Hz
GRAU DE PROTEÇÃO	IPX0
CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO NOMINAL	2.638 W (9.000 Btu/h)
CORRENTE	4,5 A
FAIXA DE CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO	589 - 2.931 W (2.010 - 10.000 Btu/h)
CAPACIDADE DE AQUECIMENTO	N/A
CORRENTE	N/A
PRESSÃO MÁXIMA SUÇÃO	2,4 MPa
PRESSÃO MÁXIMA DESCARGA	4,2 MPa
GÁS REFRIGERANTE	R410A 520 g
PRESSÃO MÁXIMA	H.E 5.000 kPa

LG

UNIDADE: EVAPORADORA
 MODELO: USNQ122HSG3

FASE	1 ϕ
TENSÃO	220 V ~
FREQUÊNCIA	60 Hz
GRAU DE PROTEÇÃO	IPX0
CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO	3.370 W (11.500 Btu/h)
CORRENTE	5,09 A
CAPACIDADE DE AQUECIMENTO	
CORRENTE	
PRESSÃO MÁXIMA SUÇÃO	2,4 MPa
PRESSÃO MÁXIMA DESCARGA	4,2 MPa
GÁS REFRIGERANTE	R-410A 780 g
PRESSÃO MÁXIMA	H.E 5.000 kPa

PRODUZIDO NO PÓLO INDUSTRIAL DE MANAUS
 CONHEÇA A AMAZÔNIA

P/N: ME265008111

CLIMAZON INDUSTRIAL LTDA
 Split Springer Midea

Modelo: 42MACA09S5 Frio

Tensão/Frequência Nominal: 220 V / 60 Hz

Capacidade Nominal: 2,64 kW (9.000 BTU/h)

Corrente Nominal: 3,89 A

Vazão de Ar: 487 m³/h

Peso Líquido: 6,8 kg

Gás Refrigerante: R-410A

Comfee

Condicionador de ar - Tipo Split
 Unidade Interna

Modelo: 42MMCC12F5

Tensão/Frequência nominal: 220 V / 60 Hz

Capacidade nominal:

Refrigeração	3,52 kW (12.000 BTU/h)
Aquecimento	

Corrente nominal:

Refrigeração	5,00 A
Aquecimento	

Consumo nominal:

Refrigeração	1,217 W
Aquecimento	

COP: 2,89 W/W

Vazão de ar: 550 m³/h

Peso líquido: 7,5 kg

Gás Refrigerante: R22

Número de série:

LG

Unidade Evaporadora
 Modelo: TSNC092TMA0

Fase	1 ϕ
Tensão	220 V ~
Frequência	60 Hz
Grau de Proteção	IPX0
Refrigeração	9.000 BTU/h (2.637 W)
Consumo	820 W
Corrente	3,9 A
Aquecimento	
Consumo	
Corrente	
Pressão Máxima Sução	1,6 Mpa
Pressão Máxima de Descarga	2,9 Mpa
GÁS REFRIGERANTE	R-22 0,43 kg
Pressão Máxima	H.E 5.000 kPa

SAMSUNG

CONDICIONADOR DE AR TIPO SPLIT

MODELO	AS09UWBUNXAZ
CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO	9.000 BTU/h
VOLTAGEM FREQUÊNCIA	220V~, 60Hz
CORRENTE	4,0 A
POTÊNCIA	819 W
GÁS REFRIGERANTE	R22 610g

SAMSUNG ELETRÔNICA DA AMAZÔNIA LTDA.
 Avenida dos Oitos, nº 146C - D.I.



SAMSUNG

CONDICIONADOR DE AR TIPO SPLIT

MODELO	AR12MVSPBGMNAZ
CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO	3517 W (12.000 BTU/h)
VOLTAGEM/FREQUÊNCIA	220V~/60Hz
CORRENTE MÁXIMA	6,7 A
POTÊNCIA MÁXIMA	1405 W
CORRENTE NOMINAL	5,4 A
POTÊNCIA NOMINAL	1085 W
GÁS REFRIGERANTE	R410a 640g