



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL/PROFMAT

ANTONIO ANDESON TAVARES ANDRADE

**MEDIDAS DE CENTRALIDADE EM LIVROS DIDÁTICOS DO
ENSINO MÉDIO**

ITABAIANA – SE
2021

ANTONIO ANDESON TAVARES ANDRADE

**MEDIDAS DE CENTRALIDADE EM LIVROS DIDÁTICOS DO
ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Sergipe, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Marta Élid Amorim Mateus

ITABAIANA – SE
2021

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA PROFESSOR ALBERTO CARVALHO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

A553m Andrade, Antonio Andeson Tavares
Medidas de centralidade em livros didáticos do ensino médio
/ Antonio Andeson Tavares Andrade; orientação: Marta Élid Amorim
Mateus. – Itabaiana, 2021.
101 f.; il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe,
2021.

1. Matemática. 2. Livros didáticos 3. Estatística matemática. I. Mateus,
Marta Élid Amorim (org.). II. Título.

CDU 519.22:371.671.1



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA –
PROMAT/PROFMAT

Dissertação submetida à aprovação pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Sergipe, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Medidas de Centralidade em Livros Didáticos do Ensino Médio
por

Antonio Andeson Tavares Andrade

Aprovada pela banca examinadora:

Marta Élid Amorim Mateus

Profa. Marta Élid Amorim Mateus - UFS
Orientador

Lya Raquel Oliveira dos Santos

Profa. Lya Raquel Oliveira dos Santos - UFPI
Primeiro Examinador

Lino Marcos da Silva

Prof. Lino Marcos da Silva - UNIVASF
Segundo Examinador

São Cristóvão, 17 de junho de 2021

AGRADECIMENTOS

A Deus, primeiramente, por me guiar em todos os momentos da minha vida até hoje e assim possibilitar a realização de um sonho desde criança: “ser mestre”.

À minha mãe Florisa, que é o maior dos pilares da minha vida acadêmica e profissional, sempre auxiliando e demonstrando orgulho em todas as minhas conquistas.

Ao meu pai Antônio, que sempre acreditou e incentivou os meus estudos.

A minha esposa, Soetania, que sempre me ajudou, acreditando nos meus sonhos, no meu talento e por ser minha companheira em todos os momentos.

Aos meus queridos filhos Albert, Arthur e Allan que são a fonte de toda a minha inspiração.

À minha madrinha Raquel, que muito contribuiu incentivando e torcendo por mim em toda trajetória estudantil.

Aos meus irmãos Jeany e Silvinho, pela torcida em prol do meu sucesso.

À professora doutora Marta Élid Amorim Mateus, pela orientação para realização deste trabalho, por toda paciência e compreensão nos momentos difíceis, pelas contribuições oferecidas no mestrado em prol da minha formação acadêmica e profissional.

Aos meus amigos de mestrado, em especial, a Vilma, pelo companheirismo, paciência e cooperação, dividindo angústias e alegrias ao longo do curso, além da parceria nos estudos.

A todos os professores do Profmat/UFS-Campus de Itabaiana, em especial, ao professor mestre Wagner Ferreira Santos, que tanto contribuiu e me incentivou durante essa jornada árdua e gloriosa.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho.

*“O pensamento estatístico um dia será
tão necessário para o exercício eficiente
da cidadania como ler e escrever”.*

Herbert G. Wells

RESUMO

O presente trabalho tem como finalidade analisar se os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD-2018), destacam – e como enfatizam – Medidas de Centralidade para o ensino e aprendizagem estatística dos alunos. Para cumprir com os objetivos específicos: a) Verificar se os livros didáticos analisados abordam as competências e as habilidades propostas pelas orientações curriculares nacionais do ensino médio no tocante à Estatística Descritiva, em particular, das Medidas de Centralidade; b) Averiguar se as atividades propostas nos livros didáticos avaliados permitem o desenvolvimento do pensamento estatístico dos estudantes. Este estudo foi estruturado pelas seguintes questões norteadoras: 1) O Manual do Professor dessas coleções, justifica e complementa orientações para os docentes de maneira a sugerir uma prática que destaque as medidas de centralidade quanto ao seu uso em um contexto? 2) O Livro Didático do Estudante (LE) e o Manual do Professor (MP) dispõem de propostas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento estatístico dos estudantes? Para responder a essas questões, realizou-se um estudo qualitativo, baseado em investigação documental e bibliográfica, centrada na análise dos documentos curriculares: os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, o Referencial Curricular do Estado de Sergipe e o Guia PNLD 2018. Usamos os elementos da Análise de Conteúdo como procedimento de coleta e de tratamento dos dados definida por Bardin (2016). A fundamentação teórica baseia-se nos tipos de pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999), via reconhecimento da necessidade dos dados, da transnumeração, da onipresença da variação, do conjunto distinto de modelos e do conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e síntese entre eles. Como resultado da análise, constatou-se que, para o desenvolvimento de competências e habilidades relativas à Estatística Descritiva, no tocante às medidas de tendência central, as propostas das coleções analisadas se revelaram insatisfatórias tanto em relação aos documentos oficiais de educação quanto ao pensamento proposto por Wild e Pfannkuch (1999), visto que, contemplam parcialmente as suas categorias do pensamento estatístico. Além disso, somente o Manual do Professor de uma das coleções analisadas complementa satisfatoriamente orientações para o docente em relação ao desenvolvimento de atividades em prol de um ensino e aprendizagem estatística adequada.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Estatística Descritiva. Medidas de Centralidade. Livro didático. Pensamento Estatístico.

ABSTRACT

The present work aims to analyze whether the Mathematics textbooks for high school, approved by the National Textbook Program (PNLD-2018), highlight – and how they emphasize – Centrality Measures for the teaching and statistical learning of students. In order to fulfill the specific objectives: a) Verify if the analyzed textbooks address the competences and abilities proposed by the national curricular guidelines for secondary education regarding Descriptive Statistics, in particular, Centrality Measures; b) Check if the activities proposed in the evaluated textbooks allow the development of students' statistical thinking. This study was structured by the following guiding questions: 1) Does the Teacher's Manual of these collections justify and complement the guidelines for teachers in order to suggest a practice that highlights measures of centrality regarding its use in a context? 2) Do the Student Textbook (LE) and the Teacher's Manual (MP) have proposals that favor the development of students' statistical thinking? To answer these questions, a qualitative study was carried out, based on documentary and bibliographic research, centered on the analysis of curricular documents: the National Curriculum Parameters for High School, the National Curriculum Guidelines for High School, the State Curriculum Framework of Sergipe and the PNLD Guide 2018. We use the elements of Content Analysis as a data collection and processing procedure defined by Bardin (2016). The theoretical foundation is based on Wild and Pfannkuch's (1999) types of statistical thinking, through recognition of the need for data, transnumeration, the omnipresence of variation, the distinct set of models and knowledge of the context, statistical knowledge and synthesis between them. As a result of the analysis, it was found that, for the development of skills and abilities related to Descriptive Statistics, with regard to measures of central tendency, the proposals of the analyzed collections proved to be unsatisfactory both in relation to the official education documents and the proposed thought by Wild and Pfannkuch (1999), since they partially contemplate their statistical thinking categories. In addition, only the Teacher's Manual from one of the analyzed collections satisfactorily complements guidance for the teacher in relation to the development of activities in favor of adequate statistical teaching and learning.

Keywords: Mathematics Teaching. Descriptive statistics. Centrality Measures. Textbook. Statistical Thinking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Estrutura do Pensamento Estatístico (Wild e Pfannkuch, 1999)	40
Figura 02 – Capa do livro “Matemática: ciência e aplicações” – vol. 3 (manual do professor)	54
Figura 03 – Organização dos conteúdos por campos da Matemática/volume – vol. 3, Coleção A	58
Figura 04 – Exemplo e definição da Média Aritmética – vol. 3, Coleção A	59
Figura 05 – Exemplo 1: Média Aritmética – vol. 3, Coleção A	60
Figura 06 – Definição da Média Aritmética Ponderada – vol. 3, Coleção A.....	61
Figura 07 – Pense Nisto – vol. 3, Coleção A	62
Figura 08 – Exemplo 2: Média Aritmética Ponderada – vol. 3, Coleção A.....	63
Figura 09 – Exercícios Propostos – vol. 3, Coleção A	64
Figura 10 – Exemplo e definição da Mediana – vol. 3, Coleção A.....	66
Figura 11 – Exemplo 3: Mediana – vol. 3, Coleção A	68
Figura 12 – Definição e exemplo resolvido sobre Moda – vol. 3, Coleção A.....	68
Figura 13 – Exercícios propostos: Média, Moda e Mediana – vol. 3, Coleção A.....	69
Figura 14 – Medidas de Centralidade para dados agrupados – vol. 3, Coleção A.....	70
Figura 15 – Medidas de Centralidade para dados agrupados: Moda e Mediana – vol. 3, Coleção A	72
Figura 16 – Exercício resolvido para dados agrupados – vol. 3, Coleção A	73
Figura 17 – Capa do livro “#Contato Matemática” – vol. 3 (manual do professor)	75
Figura 18 – Organização dos conteúdos por campos da Matemática/volume – vol. 3, Coleção B	76
Figura 19 – Exemplo e definição da Média Aritmética – vol. 3, Coleção B	79
Figura 20 – Exemplo e definição: Média Aritmética Ponderada – vol. 3, Coleção B..	81
Figura 21 – Exemplo e definição da Moda – vol. 3, Coleção B	82
Figura 22 – Exemplo e definição da Mediana – vol. 3, Coleção B	84
Figura 23 – Atividade resolvida: Média, Moda e Mediana – vol. 3, Coleção B.....	85
Figura 24 – Atividade proposta: Média, Moda e Mediana – vol. 3, Coleção B.....	86
Figura 25 – Média, Moda e Mediana para dados agrupados – vol. 3, Coleção B.....	88

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2018.....	26
Quadro 2 – Livros didáticos de Matemática do Ensino Médio adotados nas escolas estaduais na DRE03	26
Quadro 3 – Distribuição de conteúdo por unidade – Vol. 3, Coleção A.....	57
Quadro 4 – Distribuição de conteúdo por unidade – Vol. 3, Coleção B.....	77
Quadro 5 – Quadro comparativo entre as duas coleções.....	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNE	Conselho Nacional de Educação
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
DRE03	Diretoria Regional de Educação da Região Agreste de Sergipe
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei Nº 9.394/96
LE	Livro do Estudante
MC	Medidas de Centralidade
MEC	Ministério da Educação
MP	Manual do Professor
MTC	Medidas de Tendência Central
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
OCNEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
OCN	Orientações Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
RCES	Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Sergipe

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	13
CAPÍTULO 1: EXPLICITANDO A PESQUISA	15
1.1 Antecedentes e motivações.....	15
1.2 Justificativa da pesquisa	16
1.3 Um breve histórico sobre a trajetória do livro didático no Brasil	17
1.4 A importância do livro didático de Matemática	20
1.5 Objetivos e questões de pesquisa	22
1.6 Sobre as nossas escolhas metodológicas	23
CAPÍTULO 2: REVISÃO DA LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	31
2.1 Revisão de literatura.....	31
2.2 Fundamentação Teórica	39
CAPÍTULO 3: A ESTATÍSTICA E OS DOCUMENTOS OFICIAIS	44
3.1 Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Sergipe (RCES).....	44
3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, PCN+) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM).....	45
3.3 A Estatística no Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)...	50
CAPÍTULO 4: ANÁLISES DOS DADOS E DISCUSSÕES	54
4.1 Análises do livro didático selecionado	54
4.1.1 Coleção A - Matemática: ciência e aplicações.....	54
4.1.2 Coleção B - #Contato Matemática	75
4.2 Comparando as duas obras: Coleção A versus Coleção B	90
CONCLUSÕES	93
REFERÊNCIAS	97

APRESENTAÇÃO

O processo educativo vai além da escola, pois um ser humano em seu desenvolvimento assimila várias ideologias no meio social em que vive, onde são adquiridos costumes, valores e regras. Na educação escolar buscamos desenvolver atitudes de respeito, responsabilidade e compromisso, valores que devem fazer parte da vida em sociedade.

A escola tem como um dos seus principais objetivos, a formação crítica e científica do cidadão, garantindo que todos eles desenvolvam habilidades para a vida de forma que possam atuar de maneira expressiva no meio social.

A matemática se faz presente em tudo na nossa vida e em todas as atividades cotidianas: ao simples abrir um jornal, pode-se ver estampado em suas folhas, diversos gráficos e tabelas informando a realidade de um determinado grupo em diferentes situações. A análise crítica das informações e dos dados apresentados é um ponto chave no trabalho com a Estatística no ambiente escolar. A partir disso, o estudante poderá perceber que, nem sempre, as informações divulgadas na mídia são neutras e isentas de intenções, sejam boas ou más. É o perfil questionador que o ensino de Estatística também busca despertar nos alunos.

Segundo Cazorla e Santana (2005), atualmente é enfatizada a importância de que se formem cidadãos capazes de atuarem de forma eficiente em uma sociedade saturada de informações. Informações essas, veiculadas pela mídia e com frequência apresentadas na forma de tabelas e gráficos estatísticos. Ao refletirem sobre este assunto, Castro e Cazorla (2005, p. 47) apontam que é preciso ir além da leitura, buscando-se “[...] o entendimento da lógica das informações matemáticas e estatísticas que permeiam os discursos, as ciladas e as armadilhas dos donos das informações”.

A Estatística é uma importante ciência vista por muitos pesquisadores como essencial para a formação cidadã, pois carrega conceitos e habilidades necessárias para uma vida ativa e participativa. Bello e Traversini (2012, p. 857), por exemplo, veem a Estatística como “[...] essencial à leitura crítica do mundo”, ou seja, viver em uma sociedade, na qual hoje é construída por inúmeras informações quantitativas (sejam elas econômicas, sociais, culturais ou políticas), exige-se noções básicas da Estatística.

Para tanto, a Estatística foi inserida no currículo da disciplina de Matemática na Educação Básica, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997. Assim, surge a necessidade de ofertar novos recursos educacionais para efetivar seu ensino, visto que, a Estatística embora seja lecionada pelo docente de Matemática, possui natureza distinta.

O PCN+ nos diz que a Estatística deve ter maior espaço e empenho de trabalho no ensino médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e sem sentido prático. Espera-se dessa forma que o aluno possa se orientar frente a informações de natureza estatística. (BRASIL, 2002)

No Capítulo 1, apresentamos uma breve biografia dos autores das coleções analisadas neste trabalho, focando suas trajetórias no Ensino e Aprendizagem em Matemática. Destacamos também, nesse capítulo, aspectos social e curricular sobre os livros didáticos no Brasil até a implantação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD); política do governo quanto à avaliação e qualificação dessas obras didáticas nas escolas públicas; a importância do livro didático na disciplina de Matemática; os objetivos e as questões de pesquisa; e a explicação dos critérios que levaram à escolha das duas coleções analisadas.

No Capítulo 2, são expostos o referencial teórico e os aspectos conceituais e didáticos sobre as Medidas de Tendência Central na Estatística Descritiva.

No Capítulo 3, são mencionadas as competências e as habilidades que devem permear o estudo da Estatística Descritiva e as recomendações sobre Medidas de Centralidade no Ensino Médio, prescritos nos documentos curriculares brasileiros oficiais, como os PCN, as OCEM e a BNCC, além do Referencial Curricular do Estado de Sergipe.

No Capítulo 4, abordamos as descrições e análises das obras didáticas escolhidas, com a finalidade de respondermos às perguntas da pesquisa desse trabalho. Logo após, encerramos com as considerações finais a respeito da nossa pesquisa e conseqüentemente do nosso objeto de estudo.

CAPÍTULO 1: EXPLICITANDO A PESQUISA

Neste capítulo apresentamos a motivação que nos levou a realizar esta pesquisa; um breve histórico a respeito dos livros didáticos no país, com ênfase nos livros de Matemática; os objetivos deste estudo; as questões a serem respondidas e os critérios para a escolha das coleções didáticas avaliadas.

1.1 Antecedentes e Motivações¹

Exerço há 14 anos a profissão de professor de Matemática no Ensino Médio, desde quando terminei a minha graduação. Nesse período, percebi que era comum professores tratarem conteúdos de Estatística, em particular, as medidas de centralidade apenas de forma superficial ou nem mesmo incluí-las nas suas aulas. Embora a orientação para a discussão de conteúdos de Estatística estivessem presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) por considerá-los uma ferramenta importante para o exercício da cidadania. Entendi também que, na Licenciatura de Matemática, não tive uma formação no que tange o ensino de conteúdos de Probabilidade e Estatística. Vale ressaltar que, recentemente, com a implantação e aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a “Probabilidade e Estatística” passaram a ocupar um lugar de destaque, tornando-se temas obrigatórios ao longo de toda a Educação Básica.

Aliado aos anos de experiência em que lecionei na educação básica e ao ingresso no Mestrado Profissional em Matemática, conseqüentemente, à chance de realizar um trabalho nesse sentido que após alguns encontros com a orientadora, surgiu o interesse em realizar uma investigação no campo da Estatística, especificamente, analisar o tratamento dado à Estatística Descritiva no tocante ao ensino das Medidas de Tendência Central (MTC): média aritmética, moda e mediana nos livros didáticos adotados no Ensino Médio pela maioria das escolas estaduais da Diretoria Regional de Educação (DRE03) do Estado de Sergipe no PNLD 2018, visto que as MTC são recursos ou medidas importantes para análise e interpretação de dados estatísticos para tomada de decisões.

Dessa forma, o principal objetivo deste trabalho foi analisar a proposta dos autores dos livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio e aprovados

¹ Optamos por escrever na 1ª pessoa do singular por refletir as experiências pessoais do mestrando.

pelo PNLD 2018 para os conteúdos relativos às MTC. Tal análise foi feita através de uma metodologia qualitativa, investigação bibliográfica e na análise documental tanto pelo estudo dos sumários e resenhas apresentadas no Guia Nacional do Livro Didático do Ensino Médio-PNLD (BRASIL, 2018), como pela análise de duas das coleções ali indicadas. A escolha pelo Ensino Médio justifica-se por ser a etapa final do ensino básico e que culminam na realização do ENEM, maior portal de acesso às universidades públicas e particulares do nosso país.

1.2 Justificativa da pesquisa

O tema desse estudo, “Medidas de Centralidade em livros didáticos do Ensino Médio”, é bastante relevante, pois a Estatística aborda diversas informações que são apresentadas através de gráficos e/ou tabelas e com vários números que representam e caracterizam um determinado conjunto de dados. Diante de várias informações, podemos retirar valores que representem de alguma forma todo o conjunto. Esses valores são denominados “Medidas de Tendência Central (MTC)”. São consideradas Medidas de Tendência Central: média aritmética, média ponderada, média harmônica, média geométrica, média quadrática, moda e mediana. Em nosso estudo, analisaremos a proposta do livro didático em relação à Média Aritmética, a Moda e a Mediana.

Implicitamente existem diversas situações do nosso cotidiano em que um certo conjunto de valores precisa ser representado por um único número (valor). Essas situações nos ajudarão a entender os conceitos de média, moda e mediana. Como exemplo, o cálculo da média aritmética que é frequentemente utilizado para efetuar a nota final dos alunos em escolas, em campeonatos de futebol para se obter a média de gols de uma determinada rodada ou mesmo do campeonato; é também utilizado em diversas pesquisas estatísticas, pois determina o direcionamento das ideias expressas em determinados estudos.

Em relação à estatística, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam que,

a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representação que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (BRASIL, 1998, p. 52)

Com esses objetivos, os PCN recomendam que professores incentivem os alunos a observar os fenômenos, especular hipóteses, reunir dados, tratando-os e analisando-os do ponto de vista da investigação científica. Além disso, orientam um trabalho a partir da leitura e interpretação de gráficos, tabelas e medidas publicados pelos meios de comunicação a fim de que o aluno saiba posicionar-se de forma crítica diante dessas informações.

Devido à relevância desse conteúdo, cumpre identificar como as noções de medidas de tendência central são tratadas na prática pedagógica e como elas são apresentadas nos livros didáticos. Ao analisar os livros didáticos, estamos indiretamente verificando, por exemplo, se as mudanças curriculares estão sendo incorporadas ou não às propostas metodológicas neles contidas.

1.3 Um breve histórico sobre a trajetória do livro didático no Brasil

O livro é um instrumento de ensino facilitador no processo de aprendizagem e no desenvolvimento do aluno e um norteador do professor docente para a formação das estratégias de ensino. Além disso, em boa parte das escolas públicas ele é o único material didático disponível para o estudante. Observamos ainda que foi um longo caminho percorrido para que os livros didáticos, os dicionários, as obras literárias e os livros em braille tornarem-se companheiros dos alunos e dos professores das escolas públicas brasileiras. São 75 anos de história, com períodos de lentidão e apatia, que deram lugar a cronogramas, definição de recursos, cuidados com a qualidade, adesão dos professores, enfim, a um conjunto de ações que levou ao sucesso atual do Programa Nacional do Livro Didático do Ministério da Educação (PNLD/MEC).

Essa trajetória tem início em 1929, com a criação do Instituto Nacional do Livro (INL) que não sai do papel imediatamente. Só em 1934, quando Gustavo Capanema torna-se ministro da Educação do governo do presidente Getúlio Vargas, o INL recebe suas primeiras atribuições: a edição de obras literárias para a formação cultural da população, a elaboração de uma enciclopédia e de um dicionário nacional e a expansão do número de bibliotecas públicas. Em 1938, o livro didático entra na pauta do governo. O Decreto-Lei nº 1.006/38 institui a Comissão Nacional do Livro Didático para tratar da produção, do controle e da circulação dessas obras. Passados 11 anos (1934/1945), quando Gustavo Capanema deixa o MEC, não estavam concluídos o dicionário nem a enciclopédia, mas as bibliotecas cresceram para outros estados além

do Rio de Janeiro e de São Paulo, graças à oferta de acervo oferecido pelo Governo Federal. (LORENZONI, 2004)

O ministro do Ministério Educação e Saúde, Gustavo Capanema, durante o Estado Novo brasileiro, sugeriu a Getúlio Vargas a criação de decreto-lei para fiscalizar a elaboração dos livros didáticos [sic]. A comissão foi criada em 1938 e 'estabelecia que, a partir de 1º de janeiro de 1940, nenhum livro didático poderia ser adotado no ensino das escolas pré-primárias, primárias, normais, profissionais, e secundárias no país sem a autorização prévia do Ministério da Educação e Saúde'. (FERREIRA, 2008, p. 38)

De acordo com Miranda e Luca (2004), os temas dos livros didáticos sofreram muita censura e falta de liberdade no regime militar, pois

Sob o período militar, a questão da compra e distribuição de livros didáticos recebeu tratamento específico do poder público em contextos diferenciados — 1966, 1971 e 1976 —, todos marcados, porém, pela censura e ausência de liberdades democráticas. De outra parte, esse momento foi marcado pela progressiva ampliação da população escolar, em um movimento de massificação do ensino cujas consequências, sob o ponto de vista da qualidade, acabariam por deixar marcas indelévels no sistema público de ensino e que persistem como o seu maior desafio.⁵ Neste contexto particular, destaca-se o peso da interferência de pressões e interesses econômicos sobre a história ensinada, na medida em que os governos militares estimularam, por meio de incentivos fiscais, investimentos no setor editorial e no parque gráfico nacional que exerceram papel importante no processo de massificação do uso do livro didático no Brasil.⁶ Cabe destacar que a associação entre os agentes culturais e o Estado autoritário transcendeu a organização do mercado consumidor da produção didática e envolveu relações de caráter político-ideológico, cujas repercussões sobre o conteúdo dos livros didáticos foram marcantes, sobretudo pela perspectiva de civismo presente na grande maioria das obras, bem como pelo estímulo a uma determinada forma de conduta do indivíduo na esfera coletiva. (MIRANDA e LUCA, 2004, p. 3).

Programa Nacional dos Livros didáticos – das inúmeras formas experimentadas pelos governantes para levar o livro didático à escola durante 67 anos (1929/1996), só com a extinção da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), em 1997, e com a transferência da política de execução do PNLD para o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) é que começam sua produção e distribuição de forma contínua e massiva. Todos os estudantes do ensino fundamental passam a receber livros didáticos de todas as disciplinas. A partir daí, o programa deslança. Em 2001, começa a distribuição de dicionários de Língua Portuguesa para os alunos de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental e de livros em braile para os alunos cegos. No ano seguinte, os alunos de 4ª e 5ª séries passam a receber a coleção Literatura em Minha Casa. Em 2003, dicionários são entregues aos alunos da 1ª, 7ª e 8ª séries. Em 2004, o Ministério da Educação cria o Programa Nacional do Livro para

o Ensino Médio (PNLEM), que vai distribuir, no próximo ano, livros de Matemática e de Português para todos os alunos matriculados na 1ª série do ensino médio das escolas públicas. (LORENZONI, 2004)

O Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, unificou as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, anteriormente contempladas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pelo Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE). Com nova nomenclatura, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) também teve seu escopo ampliado com a possibilidade de inclusão de outros materiais de apoio à prática educativa para além das obras didáticas e literárias: obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros.

As obras são inscritas pelos detentores de direitos autorais, conforme critérios estabelecidos em edital, e avaliadas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento.

Segundo o Fundo Nacional da Educação (FNDE), todos os anos cerca de 150 milhões de livros didáticos circulam por mais de 140 mil escolas brasileiras e chegam a 40 milhões de estudantes. O Ministério da Educação (MEC) faz um investimento de R\$ 1,9 bilhão anualmente em obras didáticas. (BRASIL, 2020)

Após impressão, o livro tem que ser inscrito no edital público e uma comissão de professores escolhidos pelo Ministério da Educação (MEC) verificam possíveis erros conceituais, de redação e de conteúdo. Se aprovadas, as coleções, compõem o Guia Digital do PNLD, que orienta o corpo discente e o corpo diretivo da escola na escolha das coleções para aquela etapa de ensino (Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). O MEC então se encarrega de encomendar o material escolhido às editoras. As editoras enviam os livros pelos Correios para as escolas, numa operação que custa, em média, 100 milhões de reais. (BRASIL, 2020).

Os livros quando entregues devem ser conferidos pelo gestor, que poderá indicar a falta ou o excesso de livros, isso é feito pela internet na página do FNDE, onde o gestor indica o número de matrículas da sua unidade ao Sistema de Controle de Remanejamento e Reserva Técnica (SISCORT), o sistema mostra as escolas próximas que estão na mesma situação e quais têm os livros que estão faltando.

O ideal é que os livros do PNDL sejam usados por três anos. Ou seja, o mesmo exemplar será de três alunos diferentes. No início do ano os gestores

coordenam novamente a redistribuição dos exemplares que haviam sido guardados. Os livros que estiverem sem condições de uso podem ser substituídos. Todos os anos, o FNDE gasta em média 85 milhões de reais nessa reposição, já que 13% dos exemplares retornam danificados. (BRASIL, 2020)

1.4 A importância do livro didático de Matemática

O livro didático é de grande valia como instrumento de ensino, pois é um facilitador no processo de ensino-aprendizagem e no desenvolvimento do aluno. Além de representar um norteador para o professor contribuindo para a formação das estratégias de ensino. Porém, não podemos transformá-lo em nossa única fonte de estudos e pesquisas para assim não limitarmos o aluno em buscar outras formas de aguçar sua curiosidade e, tampouco, o professor de propor outras metodologias e formas de organizar o ensino.

Desde seu início, o livro didático trouxe uma ambiguidade em relação ao seu público. A figura central era a do professor, porém, a partir da segunda metade do século XIX, passou a se tornar mais claro que o livro didático não era um material de uso exclusivo, para transcrever ou ditar. Observou-se que o livro precisava ir diretamente para as mãos dos alunos. Esta mudança de perspectiva, passar a ver o aluno como consumidor direto do livro, sinalizou tanto para autores quanto editores, que era necessário modificar o produto para atender novas exigências, transformando e aperfeiçoando sua linguagem. Neste sentido, as ilustrações começaram a se tornar uma necessidade, assim como surgiram novos gêneros didáticos, como os livros de leitura e os livros de lições. (BITTENCOURT, 2004, p. 318)

Os livros didáticos merecem ser considerados e utilizados de acordo com suas reais possibilidades pedagógicas e cada vez mais aparece como um referencial, e não como um texto exclusivo, depositário do único conhecimento escolar posto à disposição para os alunos. (BITTENCOURT, 2004, p. 319)

Vale frisar que a escolha do livro didático que será usado em sala de aula pelos três anos seguintes, deverá ser feita com muito cuidado e responsabilidade pela escola e pelos professores. Para Lopes (2000, p.12), o livro didático é merecedor de uma análise cuidadosa de seu papel, pois contribui de forma significativa para os processos de ensino e aprendizagem, tendo em vista que muitas vezes é o único suporte que professores têm para preparar as aulas.

Bezerra e Luca (2006), por sua vez, salientam que o livro didático precisa ser compreendido como

elemento importante na construção do saber escolar e do processo educacional, espera-se que às obras didáticas contribuam para o aprimoramento da ética imprescindível ao convívio social e à construção da cidadania. (BEZZERA e LUCA, 2006, p. 37)

Nesse sentido, concordamos com os autores pois as obras devem abordar textos e atividades que despertem no aluno a participação, a socialização, a cooperação, em busca de um entendimento mais amplo e satisfatório da nossa realidade.

Segundo o Guia PNLD 2018 (BRASIL, 2017), o livro didático tem a função fundamental de favorecer ao estudante a aquisição de saberes relevantes, além de consolidar, ampliar, aprofundar e integrar conhecimentos, propiciando o desenvolvimento de competências e habilidades que contribuam para sua autonomia e atuem como elemento de formação social e cultural. Ademais, ele contribui para o planejamento e favorece a organização didático-pedagógica do professor, auxilia na avaliação da aprendizagem do estudante e permite que os resultados de pesquisas cheguem à sala de aula.

O Guia PNLD 2018, salienta que:

Valorizar o papel do livro didático não significa, contudo, que ele seja dominante no processo de ensino e aprendizagem, em detrimento da atuação do professor. Isso porque, além das tarefas inerentes à condução das atividades da sala de aula ou fora dela, o professor sempre pode ampliar o seu repertório profissional com fontes bibliográficas e outros recursos complementares (BRASIL, 2017, p. 13).

O guia do PNLD/2018, além de priorizar uma obra de boa qualidade, que auxilia o trabalho do docente e a formação do aluno, na etapa do ensino médio e suas múltiplas dimensões estão em acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996, p. 24), que em seu artigo 35 menciona:

O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades: I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos; II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores; III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico; IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

O papel do livro de matemática em sala de aula é um dos temas abordados nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática

e suas tecnologias (BRASIL, 2006), onde diz que o texto didático traz para a sala de aula mais um personagem, seu(s) autor(es), que passa(m) a estabelecer um diálogo com o professor e seus alunos, refletindo os pontos de vista deles sobre o que é importante ser estudado e sobre a forma mais eficiente de se trabalharem os conceitos matemáticos.

No processo de ensino-aprendizagem em Matemática é evidente a relevância do livro didático. Apesar de muitos professores destacarem a importância desse recurso, muitos deles não os utilizam em suas práticas, ou tão somente os consultam periodicamente para elaborar uma lista de atividades ou problemas.

Carvalho (2011) entende que o livro didático é um mensageiro de opções sobre o conhecimento que deve ser ensinado e aprendido em Matemática, é uma ferramenta que disponibiliza métodos que facilitam a organização curricular e a aprendizagem dos alunos.

Em suma, o livro didático de Matemática quer seja utilizado por alunos ou por professores possui um lugar de destaque no processo educacional já que o saber matemático, suas metodologias e a organização dos conteúdos são fundamentais na eficácia do ensino e da aprendizagem de conceitos relativos à essa disciplina. Sendo assim, cabe uma análise crítica tanto da abordagem quanto dos conteúdos distribuídos ao longo dos anos de escolaridade com o intuito que essa avaliação traga sugestões e melhorias do livro didático em geral.

1.5 Objetivos e questões de pesquisa

O objetivo geral do nosso estudo é o de analisar se os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, aprovados pelo PNLD 2018, destacam – e como enfatizam – Medidas de Centralidade para o ensino e aprendizagem estatística dos alunos.

Desse objetivo derivam os objetivos específicos, a saber:

- Verificar se os livros didáticos analisados abordam as competências e as habilidades fundamentadas propostas pelas orientações curriculares nacionais do ensino médio no tocante à Estatística Descritiva, em particular, das Medidas de Centralidade;
- Averiguar se as atividades propostas nos livros didáticos avaliados permitem o desenvolvimento do pensamento estatístico dos estudantes.

Entendemos, que todo indivíduo deve ter um mínimo de noção de estatística para que possa compreender e discutir as informações veiculadas em jornais e revistas, fazer previsões e tomar decisões. A Estatística trabalha com diversas informações que são apresentadas por meio de gráficos e tabelas e com diversos números que representam e caracterizam um determinado conjunto de dados. Dentre todas as informações podemos retirar valores que representam de algum modo todo o conjunto. Esses valores são denominados “Medidas de Tendência Central (MTC) ou Medidas de Centralidade (MC)”. As MTC são instrumentos estatísticos importantes para analisar um conjunto de dados em prol de uma tomada de decisão adequada.

Para alcançar esses objetivos, nos propusemos a analisar duas das coleções didáticas aprovadas pelo PNLD 2018 na busca por respostas para duas questões de pesquisas, quais sejam:

- 1) O manual do professor dessas coleções, justifica e complementa orientações para os docentes de maneira a sugerir uma prática que destaque as medidas de centralidade quanto ao seu uso em um contexto?
- 2) O Livro Didático do Estudante (LE) e o Manual do Professor (MP) dispõem de propostas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento estatístico dos estudantes?

Quanto ao pensamento estatístico, Cazorla (2002, p. 19) “ênfatisa que é a capacidade de utilizar de forma adequada às ferramentas estatísticas na solução de problemas, de entender a essência dos dados e fazer inferências”.

1.6 Sobre as nossas escolhas metodológicas

Considerando nosso objeto de investigação, a pesquisa enquadra-se na modalidade documental. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), o exame de documentos pode ser uma técnica útil quando o pesquisador consegue construir categorias de análise constituídas por pontos principais e que refletem os objetivos da pesquisa. Para os autores, os documentos para estudo são estáveis no tempo e ricos como fonte de informação e podem ser: livros, cadernos de alunos, filmes, fotografias, revistas, jornais, dissertações ou teses acadêmicas, entre outros.

Usamos os elementos da Análise de Conteúdo como procedimento de coleta e de tratamento dos dados, definida por Bardin (2016, p.15) como:

Um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam “discursos” (conteúdos e

continentes) extremamente diversificados. O fator comum dessas técnicas múltiplas e multiplicadas – desde o cálculo de frequências que fornece dados cifrados, até a extração de estruturas traduzíveis em modelos – é uma hermenêutica controlada, baseada na dedução: a inferência. Enquanto esforço de interpretação, a análise de conteúdo oscila entre os dois polos do rigor da objetividade e da fecundidade da subjetividade.

Conforme Triviños (2011, apud MORAIS, 2013, p. 52), existem três peculiaridades em relação ao método da Análise de Conteúdo. A primeira trata do meio para se estudarem as “comunicações” entre os homens, ressaltando o papel das “mensagens”. A segunda refere-se à “inferência”, que pode surgir das informações das mensagens analisadas ou de hipóteses construídas, a partir dos resultados encontrados nos conteúdos analisados. Por último, tem-se o conjunto de técnicas que auxiliará na inferência dos resultados. Essas técnicas podem ser, por exemplo, categorização de situações-problema e classificação de conceitos.

Na presente investigação, a comunicação se dá por meio da mensagem escrita na forma de textos dos livros didáticos. A inferência diz respeito à recepção das mensagens, pois nosso interesse baseia-se nas possíveis consequências da abordagem das medidas de tendência central presentes nos livros didáticos, e como a mensagem é passada, com vistas a construção desses conceitos por alunos do Ensino Médio.

De acordo com Bardin (2016), há três etapas cronológicas na utilização da Análise de Conteúdo: (i) Pré-análise: consiste na organização do material; (ii) Descrição analítica: estudo aprofundado dos documentos que constitui o corpus da pesquisa e (iii) Interpretação inferencial: análise minuciosa dos resultados.

Para essa pesquisadora, a pré-análise é a fase de organização e sistematização das ideias e de um plano de trabalho que auxiliará a análise. Essa etapa normalmente divide-se em três momentos: escolha dos documentos a serem analisados, formulações de hipóteses e objetivos que nortearão a análise final dos dados (BARDIN, 2016). Esses fatores não ocorrem necessariamente em ordem cronológica, porém se relacionam entre si.

Em nosso trabalho a pré-análise consistiu na escolha das duas coleções a serem analisadas, na demarcação dos objetivos da pesquisa e na formulação dos critérios de análise com foco nas medidas de tendência central.

Ainda, segundo Bardin (2016), é na primeira etapa que surge um conjunto de ações do pesquisador. Mencionamos aquelas relacionadas com o nosso trabalho:

- **Leitura “flutuante”:** o primeiro contato com o documento, quando são criadas as primeiras impressões. Fizemos uma primeira leitura dos livros didáticos das duas coleções selecionadas, por meio da qual identificamos os momentos em que eles mencionavam algo sobre as medidas de tendência central. Dessa forma, após a “leitura flutuante” das coleções escolhidas, preferimos destacar o volume 3 (três) de cada coleção didática, visto que, as medidas de tendência central, objeto de estudo do nosso trabalho, nos demais volume de cada coleção não são abordadas em hipótese alguma.
- **Escolha dos documentos:** determinação dos critérios. A sua análise pode ser em uma amostra, desde que seja representativa para o universo inicial, ou de todo o universo quando necessário. Optamos por analisar duas coleções de livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD 2018 e que foram as duas obras mais adotadas na Diretoria Regional de Educação (DRE03) como já visto anteriormente, de acordo aos critérios mencionados em 1.5 deste trabalho. Essa escolha se justifica pela constatação, na pré-análise, de que a extensão dos documentos analisados era compatível com os objetivos propostos.
- **Exploração do material:** aplicação das decisões tomadas na pré-análise, desde que essa seja adequadamente elaborada.
- **Tratamento dos dados:** momento de fazer inferências e tirar conclusões, a partir da pertinência e da validade dos dados, que devem ser significativos (BARDIN, 2016) e dos objetivos previamente estabelecidos, ou, de um modo geral obter descobertas não previstas.

A Análise de Conteúdo permite tratar os dados do ponto de vista quantitativo e qualitativo. O primeiro fundamenta-se na frequência de aparição dos elementos determinados pelo pesquisador como unidade de análise, enquanto o segundo se baseia na presença (ou ausência) de indicadores que permitem fazer inferências (BARDIN, 2016). Ambos são igualmente importantes, ou seja, a presença e a frequência de aparição. Desse modo, tanto o olhar quantitativo quanto o qualitativo complementam-se na análise dos dados.

Serão levadas em consideração tais aspectos para definirmos as categorias de análise dos livros didáticos que farão parte do corpus da nossa pesquisa. Inicialmente, para a seleção das coleções recorreremos a lista dos livros didáticos aprovados no

PNLD 2018 para o componente curricular Matemática, conforme indicado no Quadro 1. Em destaque estão as coleções escolhidas para o nosso trabalho.

Quadro 1 – Livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, aprovados pelo PNLD 2018

CÓDIGO	TÍTULO	AUTOR(ES)	EDITORA	COLEÇÃO
0008P18023	MATEMÁTICA – CONTEXTO & APLICAÇÕES	LUIZ ROBERTO DANTE	EDITORA ÁTICA S.A.	
0070P18023	QUADRANTE MATEMÁTICA	DIEGO PRESTES EDUARDO CHAVANT	EDIÇÕES SM LTDA	
0082P18023	MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES	GELSON IEZZI OSVALDO DOLCE DAVID DEGENSZAJN ROBERTO PÉRIGO NILZE DE ALMEIDA	SARAIVA EDUCAÇÃO LTDA.	X
0096P18023	MATEMÁTICA PARA COMPREENDER O MUNDO	KÁTIA STOCOCO SMOLE MARIA IGNEZ DINIZ	SARAIVA EDUCAÇÃO LTDA.	
0127P18023	MATEMÁTICA: INTEGRAÇÃO E TECNOLOGIA	RODRIGO BALESTRI	LEYA EDITORA LTDA.	
0155P18023	# CONTATO MATEMÁTICA	JOAMIR SOUZA JACQUELINE GARCIA	EDITORA FTD S.A.	X
0180P18023	MATEMÁTICA – PAIVA	MANOEL PAIVA	EDITORA MODERNA LTDA.	
0195P18023	CONEXÕES COM A MATEMÁTICA	FABIO MARTINS DE LEONARDO	EDITORA MODERNA LTDA.	

FONTE: Elaborado pelo autor.

Observando a relação das obras aprovadas no PLND 2018, pesquisamos qual delas foi a mais adotada pelas escolas estaduais da Diretoria Regional de Educação do Agreste do Estado de Sergipe (DRE03), conforme indicado no Quadro 2, além de verificarmos a trajetória e a representatividade de seu(s) autor(es) quanto às publicações de trabalho voltados para o Ensino de Matemática.

Quadro 2 – Livros didáticos de Matemática do Ensino Médio adotados nas escolas estaduais na DRE03

CÓDIGO	TÍTULO	AUTOR(ES)	EDITORA	ESCOLAS ADOTANTES
0008P18023	MATEMÁTICA – CONTEXTO & APLICAÇÕES	LUIZ ROBERTO DANTE	EDITORA ÁTICA S.A.	-
0070P18023	QUADRANTE MATEMÁTICA	DIEGO PRESTES EDUARDO CHAVANT	EDIÇÕES SM LTDA	(02) ESCOLAS ESTADUAIS: MURILO BRAGA; JOAQUIM CARDOSO.
0082P18023	MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES	GELSON IEZZI OSVALDO DOLCE DAVID DEGENSZAJN ROBERTO PÉRIGO NILZE DE ALMEIDA	SARAIVA EDUCAÇÃO LTDA.	(08) ESCOLAS ESTADUAIS: ROQUE JOSÉ DE SOUZA; GUILHERME CAMPOS; EDUARDO SILVEIRA; JOÃO SALÔNIO; MARCOLINO CRUZ;

				AUGUSTO FRANCO; MIGUEL DAS GRAÇAS E GUIDO AZEVEDO.
0096P18023	MATEMÁTICA PARA COMPREENDER O MUNDO	KÁTIA STOCCO SMOLE MARIA IGNEZ DINIZ	SARAIVA EDUCAÇÃO LTDA.	-
0127P18023	MATEMÁTICA: INTEGRAÇÃO E TECNOLOGIA	RODRIGO BALESTRI	LEYA EDITORA LTDA.	-
0155P18023	#CONTATO MATEMÁTICA	JOAMIR SOUZA JACQUELINE GARCIA	EDITORA FTD S.A.	(07) ESCOLAS ESTADUAIS: EMILIANO RIBEIRO; DJENAL TAVARES; GENTIL TAVARES; CÉSAR LEITE; JOÃO XXIII; NÉSTOR CARVALHO E ARTHUR FORTES.
0180P18023	MATEMÁTICA – PAIVA	MANOEL PAIVA	EDITORA MODERNA LTDA.	(02) ESCOLAS ESTADUAIS: GENARO DANTAS E ABDIAS BEZERRA.
0195P18023	CONEXÕES COM A MATEMÁTICA	FABIO MARTINS DE LEONARDO	EDITORA MODERNA LTDA.	-

FONTE: Elaborado pelo autor

Dessa forma, escolhemos analisar as duas obras didáticas mais adotadas, aprovadas no PNLD 2018 na DRE03 e atualmente vigente nas escolas:

- **COLEÇÃO: MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES**
AUTORES: GELSON IEZZI; OSVALDO DOLCE; DAVID DEGENSZAJN;
ROBERTO PÉRIGO; NILZE DE ALMEIDA.
- **COLEÇÃO: # CONTATO MATEMÁTICA**
AUTORES: JOAMIR ROBERTO DE SOUZA. JACQUELINE DA SILVA
RIBEIRO GARCIA.

Para finalizar este capítulo, apresentaremos um breve relato da trajetória dos autores das coleções analisadas, iniciando pelos autores da coleção “Matemática: Ciência e Aplicações”, seguido pelos autores da coleção “#Contato Matemática”.

COLEÇÃO: MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES

GELSON IEZZI

É um engenheiro metalurgista formado pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da USP, professor em cursos pré-vestibulares e em faculdades em São

Paulo e autor de vários livros de Matemática para o ensino fundamental, médio e superior publicados pela Atual Editora, atualmente Editora Saraiva. Gelson Iezzi veio de uma família pobre, seus pais eram filhos de imigrantes italianos e não tiveram oportunidade de estudar. Ele lutou muito, estudou em colégio público e trabalhou desde adolescente para ajudar no sustento da casa. Ainda jovem tornou-se professor de matemática, sua paixão até hoje. (IEZZI et al., 2016)

OSVALDO DOLCE

Engenheiro civil formado pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Atualmente, professor da rede pública estadual de São Paulo. (IEZZI et al., 2016)

DAVID DEGENSZAJN

Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Atualmente, professor da rede particular de ensino em São Paulo. (IEZZI et al., 2016)

ROBERTO PÉRIGO

Mestre em Ensino de Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Atualmente, professor da rede estadual de São Paulo. (IEZZI et al., 2016)

NILZE DE ALMEIDA

Mestra em Ensino de Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Licenciada em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo Professora da rede pública estadual de São Paulo. Atualmente, além de ministrar aulas de Álgebra Moderna e Teoria dos Números no Centro Universitário Sant'Anna e atuar como professora-colaboradora em projetos da Fundação Carlos Chagas, relacionados com o ensino da Matemática, é coautora na obra "Matemática, Ciências e Aplicações, para o Ensino Médio. Ao longo da vida acadêmica, ministrou também - na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e no Centro Universitário Sant'Anna – aulas de Matemática Geral, Fundamentos da

Matemática Elementar e Lógica Matemática, nos cursos de bacharelado e licenciatura de Matemática, Física e Ciência da Computação. (IEZZI et al., 2016)

COLEÇÃO: # CONTATO MATEMÁTICA

JOAMIR ROBERTO DE SOUZA

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR). Mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR). Atua como professor de Matemática da rede pública de ensino. Autor de livros didáticos para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. (SOUZA e GARCIA, 2016)

JACQUELINE DA SILVA RIBEIRO GARCIA.

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR). Pós-graduada em Psicopedagogia pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR). Atua como professora na rede particular em Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio no estado do Paraná. Realiza palestras e assessorias para professores em escolas particulares. (SOUZA e GARCIA, 2016)

A trajetória dos autores dessas obras confirma seus conhecimentos e engajamentos no desenvolvimento de pesquisas sobre os processos de ensino e aprendizagem de Matemática e sobre as inovações curriculares. Segundo as estatísticas do PNLD 2018, a obra Matemática: Ciência e Aplicações teve a maior tiragem, com 2.044.129 exemplares, correspondendo a 25,77% do total de livros adquiridos, enquanto a coleção #Contato Matemática obteve uma tiragem de 1.513.248 exemplares correspondendo a 19,08% ficando assim em terceiro lugar geral.

De acordo com as estatísticas do FNDE para o componente curricular Matemática do Ensino Médio, a Matemática: Ciência e Aplicações também apresentou grande relevância nas solicitações do PNLD 2015, sendo a terceira coleção com mais livros distribuídos, com 1.451.475 exemplares, equivalente a 16,89% do total de livros solicitados pelas escolas apesar de ter sofrido uma queda em relação ao PNLD 2012, em que a quantidade de exemplares distribuídos dessa coleção se posicionou em primeiro lugar, com 2.224.912 livros adquiridos, representando 23,12% do total de títulos distribuídos pelo programa.

Já a obra #Contato Matemática, ficou em 3º lugar tanto no ano de 2015 quanto em 2012, obtendo tiragens iguais a 1.481.977 e 1.587.965 exemplares, respectivamente.

Dessa forma, verificamos que nas últimas três edições do PNLD que as coleções em estudo apresentaram elevada aceitação por parte dos gestores das instituições de Ensino Médio sendo sempre uma das três coleções mais distribuídas nas escolas brasileiras.

Dessa forma, baseados nas preferências dos professores e dos gestores das escolas de Ensino Médio da educação pública, considerando duas das coleções de maior distribuição, segundo as estatísticas do FNDE, e em contraponto com as trajetórias e a inserção de seus autores na Educação Matemática, selecionamos tais obras didáticas que possibilitaram, tendo em conta o âmbito desta pesquisa, desvelar a maneira pela qual as medidas de tendência central são expressas nas atividades desses exemplares de Matemática do Ensino Médio aprovado pelo PNLD 2018, comparar e perceber se tais coleções agraciam as orientações dos documentos curriculares e se atendem às questões norteadoras desta pesquisa.

CAPÍTULO 2: REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são expostos o referencial teórico e os aspectos conceituais e didáticos sobre a importância das Medidas de Centralidade na Estatística Básica. Abordamos também as leituras que serviram como aporte para nos embasar de maneira satisfatória a respeito do tema na análise do livro didático e conhecer os subsídios de outros autores e pesquisadores.

2.1 Revisão de Literatura

A Estatística está presente no dia a dia do aluno e é função do professor como educador tornar essa parte do conteúdo da Matemática compreensível aos seus alunos. Ela possui muitas aplicações em diversas áreas do conhecimento e alguns conceitos como média, moda e mediana são essenciais para o desenvolvimento de um cidadão crítico, devendo estes serem apresentados em situações do cotidiano dos alunos.

A presença constante da Estatística no dia a dia de qualquer cidadão se justifica pelo fato que através dos seus conceitos seja possível transformar dados brutos em informação que permitem ler e compreender a realidade.

Neste contexto, é muito importante que o professor de Matemática esteja preparado para desenvolver em suas aulas os principais conceitos de estatística, que capacite o discente a lidar com os dados (informações), procurando fazer que estas informações, analisadas de forma correta, sejam elementos fundamentais na tomada de decisão. (ECHEVESTE; ÁVILA, 2002, p. 92)

Zeni e Faria (2006) afirmam que a Estatística surgiu da necessidade do ser humano em quantificar o que tem e o que quer conquistar. Os autores apontam que, no século XVI, os povos pesquisavam número de habitantes, nascimentos, mortes e outras grandezas demográficas e econômicas. Ao mesmo tempo, estimavam riquezas de pessoas e grupos a partir de informações como áreas de terra. Os governos definiam as quantidades de suprimentos que repartiriam e de impostos que cobriam.

Na sua origem, segundo Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p. 19), a “Estatística era uma espécie de ferramenta de gestão do Estado, que usava registros de população, riquezas e outros para tomar decisões de natureza política, econômica e social”

Um problema a ser enfrentado pelo educador para que a Estatística seja vista e usada como ferramenta de cidadania é o fato de que os estudantes, segundo Campos et al. (2011), tendem a equiparar Estatística à Matemática acreditando que o foco deva estar em números e fórmulas sem criar uma relação com o contexto real.

Uma das necessidades para transformar o conhecimento estatístico em ferramenta de cidadania é o chamado raciocínio estatístico, definido como sendo

a capacidade de interpretar, por completo, os resultados de um problema baseado em dados reais. Essas habilidades são muito importantes, todos os cidadãos devem possuí-las e entendê-las, e elas devem constituir um ingrediente padrão na educação de todo estudante. (BEN-ZVI, 2008, p. 481)

Neste contexto, cresce o papel do professor e cresce também a dúvida sobre a capacidade de os docentes cumprirem sua missão quando se trata de Estatística, como alerta Garfield (2004, *apud* CAMPOS et al, 2011, p. 477), para quem “muitos dos quais nunca estudaram estatística aplicada nem se engajaram em atividades de análises de dados”.

Sobre o tratamento de dados, notamos que as tabelas e gráficos nos fornecem mais informações acerca de uma determinada variável do que o texto em si. Porém, podemos sintetizar determinados acontecimentos através de uma única medida que é determinada a partir dos valores obtidos de maneira objetiva retratando os dados. Tal valor faz parte de um conjunto de medidas, denominada, Medidas de Tendência Central (MTC).

As MTC têm despertado grande interesse dentro da Estatística. Segundo Batanero et al. (1997), além de serem considerados conceitos estatísticos básicos, as medidas centrais são imprescindíveis em uma análise exploratória de dados, conforme recomenda as orientações curriculares nacionais.

Guimarães e Cabral (1999, *apud* NOVAES e COUTINHO, 2008), traçam um paralelo entre o objetivo do cálculo das medidas de centralidade e um conjunto de medidas que descrevem a forma do corpo humano: altura, busto, cintura, quadril. Com essas medidas podemos comprar roupas com pouca margem de erro; de forma análoga as medidas de posição (ou medidas de centralidade) permitem a construção de um retrato dos dados observados.

Para Novaes e Coutinho (2008), essas medidas são complementações das representações gráficas e/ou tabulares que permitem a construção de uma representação dos dados estatísticos estudados podendo ser utilizadas em conjunto

para auxiliar uma apreciação desses dados ou individualmente e, dependendo da necessidade, uma medida pode ser mais conveniente do que outra.

Ainda de acordo com essas autoras não há uma discriminação rigorosa sobre qual medida utilizar ou qual a mais adequada, exceto em casos específicos. Ressaltamos que tão ou mais importante que saber identificar ou calcular essas medidas é saber exatamente qual ou quais medidas utilizar em um determinado estudo.

Novaes e Coutinho (2008) acreditam que uso adequado de uma dessas medidas ou da associação entre elas pode acrescentar informações importantes à análise dos dados coletados e, conseqüentemente, a uma tomada de decisão mais precisa, contudo devemos tomar cuidado se os procedimentos escolhidos não distorcem a informação induzindo a um erro de análise de dados.

As afirmações destas autoras nos levaram ao interesse em analisar a questão das medidas de tendência central em livros didáticos no Ensino Médio, mesmo que seus estudos e exposições ainda sejam discretos. A intenção deste trabalho é analisar em que contexto as MTC estão sendo apresentadas nos livros didáticos em prol do ensino e aprendizagem estatística.

Para que pudéssemos obter um aporte satisfatório, recorreremos à leitura de alguns trabalhos publicados como: artigos, dissertações e teses, disponíveis no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), fundação do Ministério da Educação, responsável pela consolidação e expansão dos programas de pós-graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado) em todo o território nacional. Também foram consultadas outras bases acadêmicas, a saber, o Repositório Institucional da Universidade Federal de Sergipe (UFS), além do banco de dissertações do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Nos estudos investigados percebemos que a Estatística Descritiva no âmbito da Matemática parece não receber a atenção adequada e suficiente, pois foram identificadas poucas pesquisas sobre as MTC principalmente quando relacionadas à abordagem em livros didáticos distribuídos pelo PNLD.

Santos (2019) identificou em sua pesquisa elementos do letramento estatístico construídos com a utilização dos livros didáticos por alunos do terceiro ano do ensino médio. A autora utilizou para isso a Teoria Antropológica do Didático (TAD) a fim de responder à pergunta: “*Quais elementos do letramento estatístico, segundo o modelo*

de Gal (2002), podem ser construídos a partir do uso de livro didático pelos alunos do 3º ano do ensino médio?”

Para isso a autora selecionou três obras aprovadas do PNLD, que após análises praxeológicas ela identificou que esses livros didáticos apresentaram exercícios com resolução mecânica e aplicações de fórmulas prevalecendo as técnicas. A autora afirma que em nenhuma das obras analisadas foi solicitado que os alunos interpretassem os dados propostos nas atividades e sequer houve a preocupação de trazer o cotidiano do aluno para a sala de aula.

Santos (2019, p. 92) afirma que “os livros didáticos aqui analisados não vão ao encontro com o proposto nos documentos oficiais e auxiliam parcialmente no desenvolvimento do letramento estatístico dos estudantes segundo proposto por Gal (2002)”.

Queiroz (2018) descreveu uma análise abordando como a estatística descritiva e as medidas de posição e as medidas de dispersão são apresentadas pelos livros didáticos de matemática no ensino médio com o intuito de verificar se esses livros contemplam as sugestões instruídas pelas instituições oficiais, assim como, as orientações curriculares nacionais do ensino médio. Para isso o autor fez um estudo qualitativo de duas obras didáticas aprovadas pelo PNLD 2012 do Ensino Médio e que estavam entre os mais usados pelas escolas públicas na Bahia, tomando como base a necessidade desses livros didáticos apresentarem esse tema da matemática de forma consistente e eficiente.

Queiroz (2018) afirma que nas coleções analisadas a estatística é vista como uma parte da matemática que almeja analisar os dados propostos relacionando-os com alguma situação real do cotidiano do estudante, tais como: consumo de alimentos, renda familiar, ecologia e computação; evidenciando que o uso da estatística esteja voltado à formação do cidadão mais crítico e consciente diante dos problemas apresentados.

Percebe-se na análise dos dois livros didáticos que fazem parte do corpus de pesquisa do autor que há situações que favorecem a aprendizagem do aluno, contendo problemas contextualizados, superando uma concepção de ensino fundamentado em símbolos, regras e procedimentos, muitas vezes desprovidos de significado.

De acordo com Queiroz (2018, p. 11),

Os livros analisados apresentam os conteúdos de estatística na perspectiva que é adotada pelos outros conteúdos da matemática. Conceituação, exemplo de aplicação ou exemplo de aplicação e a conceituação posteriormente. O que não fica evidenciado nas abordagens são as discussões sobre o uso de uma medida em detrimento da outra. Por exemplo, quando a mediana é mais adequada que a média aritmética. Ou quando o desvio padrão é mais coerente que a média. [...] fica evidente que se o professor não estiver atento aos pressupostos indicados pelos órgãos oficiais para o ensino de estatística, pode-se apenas reproduzir o conteúdo conforme o livro didático indica. Tal fato se constitui num obstáculo para um ensino com objetivos de formar cidadãos conscientes e críticos.

Santos (2017) fez uma abordagem a respeito de três livros didáticos aprovados no PNLD 2015 com objetivo de identificar os níveis de letramento estatístico de acordo com Watson e Callingham (2003), as habilidades estatísticas propostas por Gal (2002), os níveis de compreensão de gráficos e tabelas proposto por Curcio (1989), Wainer (1995) relacionando ao processo de transnumeração segundo Wild e Pfannkuch (1999) presente nos livros didáticos do ensino médio e se estes estão em acordo com as recomendações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, o autor seguiu também a organização praxeológica de Chevallard (1999) a fim de identificar um conjunto de tarefas e técnicas associadas aos exercícios propostos de cada material escolhido.

Nesse estudo, Santos (2017) analisou as três coleções mais distribuídas nas escolas brasileiras no Programa do Livro Didático (PNLD/2015) acerca da abordagem dos conteúdos Estatística e Probabilidade a fim de responder às seguintes perguntas norteadoras: “Quais as principais características apresentadas nas coleções analisadas de livros didáticos do ensino médio, aprovadas pelo PNLD 2015, em relação aos conteúdos de Estatística e Probabilidade?”; “A apresentação e abordagem dos conteúdos, juntamente com a organização praxeológica das atividades propostas nos livros didáticos, favorecem o desenvolvimento das habilidades estatísticas propostas por Gal (2002)? Quais níveis de letramento Estatístico, de acordo com Watson e Callingham 2003), as coleções contemplam?”; “As atividades que envolvem compreensão de gráficos e tabelas aos alunos atingirem quais níveis propostos, respectivamente, por Curcio (1989), Wainer (1995)? Como acontece o processo de transnumeração dessas atividades, segundo Wild e Pfannkuch (1999)?”; “Em quais aspectos os livros didáticos deverão ser revistos para que atendam as orientações propostas pela BNCC?”

Para isso, o autor selecionou em cada livro duas atividades relacionadas a Estatística e Probabilidade: uma condizente e outra um pouco destoante em relação

à BNCC com intuito de obter uma visão mais ampla a respeito da organização didáticas dessas obras selecionadas.

Na pesquisa de Santos (2017) percebeu-se que todas as três obras didáticas analisadas apresentaram um nível de compreensão gráficas dos dados e um nível elementar de compreensão tabular. Já em relação ao nível de letramento estatístico, duas coleções foram insatisfatórias visto que estas apresentam poucos conceitos matemáticos e estatísticos em prol do aprendizado do discente. A outra coleção observada apresentou um nível de letramento consistente não-crítico, pois, qualifica o aluno em relação a conceitos matemáticos e estatísticos, porém, com conclusões evasivas, sem justificativas eficientes.

O autor corrobora ainda que,

se os autores acrescentarem aos livros didáticos atividades de coleta de dados, em que se estimule a capacidade de fazer a organização e composição de relatórios descritivos dos mesmos, favorecerá ao aluno compreende o significado de cada variável e que ela conduz a um tipo específico de gráfico. (SANTOS, 2017, p. 140)

O pesquisador ressalta ainda que “dessa forma, os materiais didáticos estarão contribuindo para a promoção do letramento estatístico e possibilitaria ainda que os estudantes alcançassem os níveis crítico ou matematicamente crítico do letramento”. (SANTOS, 2017, p. 140).

Coutinho e Spina (2015) propõem uma análise de coleções de livros didáticos aprovadas no PNLD 2012 do ensino médio com o intuito de observar se alunos atingiram o letramento estatístico. As autoras escolheram uma dentre todas coleções de matemática aprovadas, justamente a mais adotada pelas escolas públicas no Brasil na época. As autoras relatam que “a limitação ao Ensino Médio se justifica por serem terminais na escolaridade básica e que culminam na avaliação do Exame Nacional do Ensino Médio”.

Para isso as autoras fizeram uma análise do Guia do PNLD 2012 como também utilizaram a proposta de Chevallard (1999) que fala sobre a Organização Praxeológica, a fim de responder as seguintes questões norteadoras: “Quais as principais características observadas na abordagem dos conteúdos referentes à Estatística Descritiva nos livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio? Tal abordagem permite o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos?”

As autoras observaram através da organização praxeológica que a coleção analisada possui lacunas para os alunos se aprofundarem no letramento estatístico.

Esses espaços são referentes ao raciocínio estatístico que necessitam serem trabalhados pelo professor. Tais autoras concluíram que os alunos poderiam chegar apenas ao nível cultural do letramento estatístico e enfatizaram ainda que o professor deveria proporcionar atividades extras em prol do letramento estatístico dos estudantes.

Nesse pensamento, Coutinho e Spina (2015, p. 2) salientam

A preocupação do professor deve ser a de identificar, no livro didático, a presença de elementos que permitam o desenvolvimento potencial do letramento estatístico nos alunos do Ensino Médio, usuários deste livro. Caso ele não seja responsável pela escolha do livro que utiliza, pode complementar o conteúdo quando perceber que o livro não é satisfatório do ponto de vista do letramento estatístico.

Em sua dissertação de mestrado, Neto (2008), fez uma análise das seis coleções de livros didáticos de matemática mais adotadas nas escolas públicas e aprovadas no PNLD 2006 referente ao Ensino Médio.

Para isso o autor se baseou na organização praxeológica (Chevallard, 2002), no letramento estatístico de Shamos (1995, apud Gal 2002), Gal (2002) e a transnumeração de Wild e Pfannkuch (1999), a fim de responder as seguintes questões de estudo: “Que organização Matemática e Didática os livros didáticos do Ensino Médio de 1º ao 3º ano selecionados apresentam em relação aos conteúdos estatísticos?”; “A construção do letramento estatístico é favorecida pelo desenvolvimento da organização apresentada nos livros analisados?”.

Neto (2008) observou que das seis coleções analisadas, duas apresentaram atividades onde os alunos atingem apenas o nível cultural do letramento estatístico de Shamos (1999) e Gal (2002). A transnumeração é usada nesses exercícios, porém, não é desenvolvida de forma satisfatória em relação à construção de gráficos. Já em três obras didáticas há exercícios que conduzem os alunos a um nível cultural do letramento estatístico de Shamos (1999) e Gal (2002), mas, muito próximo do nível funcional e a transnumeração é bem desenvolvida nas atividades propostas desses livros. Enfim, em apenas uma das coleções analisadas, segundo o autor, os alunos são capazes de atingir plenamente o letramento estatístico de Shamos (1995) e Gal (2002), além de apresentar a transnumeração de Wild e Pfannkuch (1999) bem desenvolvida nos exercícios e, ademais, se utiliza da coleta de dados e sua análise.

Segundo Neto (2008, p. 152) as coleções de livros didáticos,

[...] deveriam trazer um número maior de atividades que englobam os conteúdos estatísticos e distribuí-los em diferentes capítulos ao longo dos volumes, ao invés de concentrá-los apenas em um ou outro volume.

Lopes (2000) argumentou em sua tese de doutorado sobre a apresentação dos livros didáticos de Matemática e a necessidade de eles trazerem os indicadores que possam avaliar sua efetividade quanto ao ensino desta disciplina. De acordo com o autor, é preciso precaução para identificar se os livros didáticos de Matemática estão atualizados com os novos protótipos educacionais, em especial à Estatística Descritiva e às Medidas de Centralidade. Esse autor apresentou um riquíssimo referencial documental e bibliográfico discorrendo sobre a trajetória histórica, presença e influência do livro didático de Matemática no cenário da educação e da política brasileira. Tratou também dos programas de avaliação, seleção e escolha do MEC à época da pesquisa assim como da identificação de abordagens metodológicas e facilitadoras emergentes dos descritores de análise.

Muitos dos propósitos de Lopes (2000) continuam atuais e relevantes para a reflexão sobre o papel e a importância do livro didático de Matemática. O autor evidenciou em sua pesquisa um certo distanciamento entre as propostas nas obras que compuseram o guia de livros didáticos e as tendências em Educação Matemática daquela época, produzindo reflexões e orientações que contribuem para a produção e a utilização desse valioso recurso institucional, as quais são de enorme importância para qualquer pesquisa que pretenda abranger sobre a análise de livros didáticos.

O uso do livro didático como referência única não possibilita um processo ensino/aprendizagem adequado. Nesse contexto, um bom livro-texto de Matemática, segundo Osório (1969, p.154), “deve conduzir o aluno à compreensão, levando-o a investigar, refletir, concluir, generalizar e aplicar os conhecimentos adquiridos”.

O professor como mediador, com preparo e ciente de sua responsabilidade é primordial para o sucesso de todo o processo de aprendizagem. Dessa forma, o docente não pode ser substituído pelo livro didático.

Nesse pensamento, Lopes (2000) salienta que o livro didático

como um recurso auxiliar da aprendizagem, [...] é capaz de absorver determinadas recomendações de pesquisadores na área para que sua contribuição seja mais expressiva, não só quanto à transmissão do conhecimento e desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também, quanto a fazer da Matemática um instrumento de leitura da realidade sociocultural, contribuindo para a formação de um cidadão crítico e atualizado com a sociedade. (LOPES, 2000, p. 254).

Os trabalhos lidos na revisão de literatura com o intuito de conhecer resultados de pesquisas de outros autores e pesquisadores, bem como os quadros teóricos e as abordagens por eles utilizadas acresceram em importantes contribuições para a realização do nosso trabalho, tais como: verificação da maneira pela qual a Estatística Descritiva, em particular, as Medidas de Tendência Central, são abordadas nos livros didáticos; contextos e perspectivas; metodologias utilizadas para o aperfeiçoamento da pesquisa; embasamentos teóricos e afins.

2.2 Fundamentação Teórica

Apresentaremos nessa seção uma síntese das ideias de Wild e Pfannkuch (1999) a respeito do pensamento estatístico, enfatizando, principalmente, os aspectos ligados à transnumeração visto que é uma categoria muito encontrada em atividades dos livros didáticos.

Abordar as categorias de formação do pensamento estatístico na Educação Básica permite aos estudantes perceber as ideias envolvidas em um processo de investigação estatística. É de grande valia que os professores de Matemática da Educação Básica produzam atividades experimentais em suas aulas fomentando a coleta de dados, analisando-os adequadamente e possibilitando ao discente vivenciar, através de atividades práticas, a teoria sobre estatística, mostrando assim, a sua aplicabilidade no seu cotidiano.

Para Cazorla (2005, p.19), “o pensamento estatístico faz-se tão necessário ao exercício pleno da cidadania quanto à capacidade de ler e escrever”. Nesse sentido, Lopes (2004) salienta que, ao pensar estatisticamente, as pessoas terão maiores condições de exercer a cidadania, conforme se observa:

Pensar estatisticamente consiste em que uma pessoa seja capaz de compreender mensagens simples e diretas presentes no cotidiano, bem como as que envolvem processos complexos de inferência. Percebemos que dominar essa forma de pensamento seja essencial a qualquer indivíduo comum para que tenha maiores possibilidades de exercer sua cidadania (LOPES, 2004, p. 77).

Wild e Pfannkuch (1999) elaboraram uma estrutura com quatro dimensões, com o intuito de organizar alguns dos elementos do pensamento estatístico que são produzidos durante uma investigação. A primeira dimensão denomina-se ‘Ciclo Investigativo’, a segunda, a qual abordaremos no nosso trabalho, intitula-se ‘Tipos de

Pensamento'; a terceira dimensão, 'Ciclo Interrogativo'; e a quarta e última dimensão chama-se 'Dispositivos'. A Figura 01 ilustra tal estrutura.

Os autores preocupam-se com os processos de pensamento em relação à resolução de problemas reais e para melhorá-los usam a estatística. Reconhecem a importância do pensamento estatístico no cotidiano do aluno, em especial, a interpretação das informações veiculadas nas mídias.

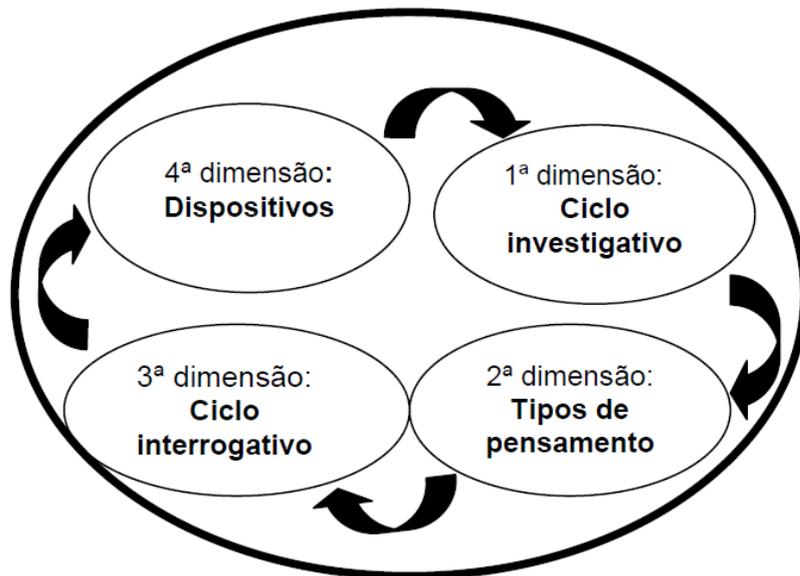


Figura 01 - Estrutura do Pensamento Estatístico (WILD e PFANNKUCH apud MORAIS, 2006, p. 31)

A 1ª dimensão, Ciclo Investigativo, trata-se de como os indivíduos agem diante das investigações estatísticas. Tal dimensão utiliza-se como ciclo investigativo o modelo PPDAC (Problema, Plano, Dados, Análises e Conclusões). O sujeito pensa nos dados, reconhece-os ou até mesmo faz uma categorização sobre estes a fim de ter consciência sobre o tipo de variável e quais os dados o leva para determinadas representações, seja através de tabelas, gráficos ou de medidas estatísticas.

A segunda dimensão relaciona-se com os tipos de pensamento estatístico e foram divididas em cinco categorias: (1) O reconhecimento da necessidade dos dados; (2) A transnumeração; (3) A onipresença da variação; (4) Conjunto distinto de modelos; e (5) Conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e síntese entre eles.

A primeira categoria, **reconhecimento da necessidade dos dados**, consiste em compreender que somente o conhecimento adquirido com experiências vividas

são insuficientes para uma tomada de decisão, necessitando assim, da coleta e da análise de dados de forma condizente.

A segunda categoria é a **transnumeração** ocorre, segundo Wild e Pfannkuch (1999), quando encontramos formas de obter dados com medição ou classificação que apreendam a informação de elementos significativos do sistema real. Ela deve ocorrer durante toda a análise de dados estatísticos através de medições, gráficos ou outras representações causando a compreensão do fato em estudo e tornando possível que o conhecimento seja gerado. É essa mudança de registro de representações que possibilita ao pesquisador melhorar o entendimento do problema. Para Wild e Pfannkuch (1999, apud MELO e GROENWALD, 2017, p. 5),

A transnumeração perpassa todas as análises estatísticas de dados, ocorrendo cada vez que mudamos nossa maneira de observar os dados com a esperança que isto nos conduza a um novo significado. Poderíamos olhar mediante muitas representações gráficas para encontrar algumas realmente informativas. Poderíamos voltar a expressar os dados por meio das transformações e reclassificações buscando novas penetrações. Poderíamos tentar uma variedade de modelos estatísticos e, ao final do processo, a transnumeração atua outra vez quando descobrimos representações de dados que ajudam a conduzir nossas novas compreensões relativas ao sistema real de outras representações.

Wild e Pfannkuch (1999) propõem três tipos de transnumeração, são elas:

- A transnumeração obtida a partir da medida que captura as qualidades ou características do mundo real;
- Aquela que ao passar dos dados brutos a uma representação tabular ou gráfica permita significá-los;
- A transnumeração que comunica este significado, surge dos dados, de forma que seja compreensível a outros.

Com isso, podemos afirmar que tanto gráficos quanto tabelas mal elaboradas e/ou formuladas dificultam a compreensão do fato real, não se configurando, portanto, em uma transnumeração, mas em contraexemplos próprios.

A **onipresença da variação** é a terceira categoria que deve ser trabalhada para desenvolver o pensamento estatístico, de acordo com Wild e Pfannkuch (1999), porque tomamos decisões sob incerteza e esta é proveniente da variação. É de suma importância que a variabilidade seja observada pelos discentes numa situação contextualizada da realidade de maneira que influencie em meios consistentes para estudar o problema abordado. O entendimento dessa categoria nos ajuda com a explicação, previsão ou controle da variável em estudo.

Wild e Pfannkuch (1999) também defendem que é importante ter um **conjunto distinto de modelos** sendo que estes não seguem um padrão pré-determinado comum nos livros didáticos, mas definido pelo estudante. Essa é a quarta categoria de formação do pensamento estatístico. De acordo com o nível de ensino o modelo a ser utilizado pode ser um estudo para verificar como uma variável se comporta ao longo do tempo, uma regressão ou uma análise de gráfico que represente dados reais. Utilizar-se de vários tipos de modelos nos ajuda a raciocinar sobre os aspectos da investigação de maneira geral implicando no desenvolvimento do pensamento estatístico.

A quinta e última categoria exposta por Wild e Pfannkuch (1999) é o **conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e síntese entre eles**. Tal categoria diz que os dados precisam ser observados considerando os conceitos estatísticos, porém, tendo consciência de que pertencem a um contexto, pois é importante para a compreensão dos significados expressos nos dados. Isso é fundamental para o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Dando continuidade às dimensões propostas por Wild e Pfannkuch (1999), a terceira dimensão, refere-se ao ciclo interrogativo, que considera os pensamentos e reflexões mobilizadas durante a resolução de determinado problema. Assim, envolve a definição de hipóteses para possíveis causas, a busca dessas causas, a interpretação e por fim o confronto dos resultados. Nesse ciclo, o pensador produz possibilidades que podem ser de cunho contextual, dos dados ou do pensamento estatístico, busca informações e ideias para após interpretar o resultado estatístico, verifica a informação obtida com uma referência interna (o que conhecia) e externa (estudo bibliográfico) para tomar a decisão sobre o que deve ser mantido ou deve-se continuar a pesquisar. (SILVA, 2007)

Na quarta dimensão têm-se as disposições que estão relacionadas com a abertura para novas ideias, busca de significado e engajamento, ou seja, o compromisso do "pensador" com o problema podendo envolver a imaginação, a curiosidade e a consciência e perseverança. (WILD e PFANNKUCH, 1999).

Essa dimensão pode ser considerada como o compromisso do pensador com o problema, ou seja, o comportamento do sujeito diante dos resultados obtidos. O autor considera que ele pode ser: curioso e querer investigar mais; imaginativo e procurar enxergar o problema sob diferentes pontos de vista; cético e questionador se as conclusões são justas; buscar entender se existe uma fonte para aquela ideia

observada, pode permitir que outras sejam confrontadas com suas próprias ideias e podendo ser perseverante. (SILVA, 2007)

Nesse sentido, Cazorla e Utsumi (2010, p. 872), diz que “o tratamento de dados não se limita a apresentar somente os conceitos e procedimentos, mas implica discutir como escolher o procedimento mais adequado para analisar cada situação”. Portanto, formular um plano de investigação concebendo questões e hipóteses, verificar como será a coleta de dados, organizar os dados coletados e representá-los na forma de tabelas e gráficos; e, por fim, interpretá-los tirando conclusões, fazem parte das habilidades que precisam ser desenvolvidas e que requisitam não só o conhecimento matemático, mas também o raciocínio lógico, a organização, o espírito investigativo e o senso crítico.

CAPÍTULO 3: A ESTATÍSTICA E OS DOCUMENTOS OFICIAIS

3.1 Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Sergipe (RCES)

A organização dos conteúdos disciplinares de Matemática, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, se apoia em três grandes blocos temáticos: Números e Operações (Aritmética e Álgebra), Espaço e Forma (Geometria) e Tratamento das Informações (Estatística e Probabilidade). Esse último bloco inclui a Estatística Descritiva, a qual trata da coleta e apresentação e análise de dados estatísticos através das Medidas de Posição, além de enfatizar também as medidas de dispersão.

De acordo com o Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Sergipe (SERGIPE, 2018), a Matemática ainda no Ensino Fundamental busca efetivar esse processo de contextualização em sala de aula englobando outras capacidades importantes tais como questionar, imaginar, visualizar, decidir, representar e criar. Nesta esteira, a resolução de situações-problemas apresenta-se como um foco essencial ao mesmo tempo em que a partir de problemas conhecidos o aluno deve refletir e questionar o que ocorreria se algum dado fosse acrescentado, subtraído ou alterado do contexto analisado.

Epistemologicamente, a matemática possui ferramentas que podem ser bem usuais e demonstram um poderio significativo para a construção de uma sociedade mais humana, em que as discrepâncias sejam sanadas através de um olhar holístico dos diversos temas. [...] outro exemplo, é o trabalho com estatística através de gráficos que demonstrem a realidade nos diversos conteúdos, e por conseguintes reflexões. [...] Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas e análise de dados). (SERGIPE, 2018; p. 512-513)

O referencial curricular do Estado de Sergipe do ensino médio enfatiza, entre outras propostas, que os alunos nessa etapa de ensino devem enfrentar situações-problema de forma a selecionar, organizar, relacionar, interpretar e analisar dados e informações representados de diferentes formas para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

O mesmo referencial destaca também na sua matriz de referência de Matemática e suas Tecnologias, entre outras competências, as de área 6-7, a saber:

COMPETÊNCIA DE ÁREA 6-7 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação, análise e interpretação de dados.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas e/ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

[...]

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação. (SERGIPE, 2018, p. 133-134)

As competências enumeradas no SERGIPE (2018) acima, tem como intuito associar à Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias os seguintes objetos de conhecimentos:

Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.

Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.

Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e dos 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações. (SERGIPE, 2018, p. 150) (grifo nosso)

O referencial curricular do estado de Sergipe, atendendo as exigências da BNCC, inclui o tema “estatística e probabilidade” e os conhecimentos a serem trabalhados nessa fase de escolarização.

3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, PCN+) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999) são o resultado de discussões realizadas por especialistas e educadores de todo o país. Servem para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos, como estímulo e apoio à reflexão sobre a prática diária, ao planejamento

de aulas e sobretudo ao desenvolvimento do currículo da escola, contribuindo ainda para a atualização profissional.

Os PCNEM (BRASIL, 2000) preconizam que o Tratamento da Informação que envolve Estatística e Probabilidade sejam vistos como um conjunto de ideias e procedimentos que permitam aplicar a matemática em questões do mundo real, para que o aluno construa procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados utilizando tabelas, gráficos e representações capaz de descrever e interpretar sua realidade usando os conhecimentos matemáticos.

A esse respeito, os PCN salientam que

(...) a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente. A atividade matemática não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. *O ensino da Matemática deve relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, gráficos) e também relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos, a exemplo da Estatística Descritiva. [...]* (BRASIL-b, 1997, p. 19) (grifo nosso)

No Brasil os PCN recomendam o estudo da Estatística desde os primeiros ciclos da formação básica até o último ano do ensino médio. Nesse propósito o ensino de matemática no final da educação básica, de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), tem por finalidade que ao final do ensino médio os alunos saibam aplicar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano e compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2006, vol.2, p. 69).

Neste documento os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. O estudo do bloco “*Análise de dados e probabilidade*” possibilita aos alunos ampliarem e formalizarem seus conhecimentos sobre o raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico.

A esse respeito as BRASIL (2006), destacam que

É recomendado que, por meio do estudo dos assuntos do bloco Análise de dados e probabilidade, os alunos possam “aprimorar as habilidades adquiridas no ensino fundamental no que se refere à coleta, à organização e à representação de dados” (BRASIL, 2006, vol.2, p. 78).

Com relação à escolha dos conteúdos, recomenda-se a construção de tabelas e gráficos mais elaborados, usando a tecnologia quando possível; intensificar a compreensão das medidas de centralidade. No Ensino Médio, de acordo com as orientações curriculares,

deve-se possibilitar aos estudantes o entendimento intuitivo e formal das principais ideias matemáticas implícitas em representações estatísticas, procedimentos ou conceitos. Isso inclui a relação entre síntese estatística, representação gráfica e dados primitivos. (BRASIL, 2006, p. 79)

Ainda de acordo com as OCEM,

vale destacar a necessidade de se intensificar a compreensão sobre as *medidas de posição (média, moda e mediana)* e as medidas de dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão), abordadas de forma mais intuitiva no ensino fundamental”. (BRASIL, 2006, p. 79, grifo nosso)

Notamos assim a importância de não apenas formalizar o conteúdo, mas fazer com que o discente aprenda a interpretar e explorar a interferência dos elementos estatísticos dentro de um conjunto de dados.

Os instrumentos matemáticos são muito importantes no ensino desta disciplina. Uma grande ferramenta no uso da estatística descritiva é apresentação dos dados através de gráficos e tabelas. De fato, segundo Brasil (2011, p. 193),

o tratamento da informação é introduzido por meio de atividades ligadas diretamente a vida do aluno. A organização de uma lista ou tabela e a construção de gráficos com informações sobre um assunto, estimulam os alunos a observar e estabelecer comparações sobre o assunto tratado. Favorecem também a articulação entre conceitos e fatos e ajudam no desenvolvimento de sua capacidade de estimular, formular opiniões e tomar decisão”.

Essa etapa do ensino básico deve abranger situações-problemas que envolvam o cotidiano do aluno com intuito de possibilitar em seu desenvolvimento pleno perante a sociedade. A Matemática ciência com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações.

A finalidade do Ensino Médio não se restringe apenas à consolidação e ao aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental a fim de garantir a continuidade dos estudos, mas também visa a uma formação mais ampla que favoreça o desenvolvimento de princípios éticos, pensamento crítico e autonomia intelectual, corroborando com as finalidades do Art. 35 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) conforme já mencionadas anteriormente nesse trabalho.

Nesse sentido, tem-se no ensino da Matemática uma ferramenta importante para auxiliar na formação do jovem nas perspectivas estabelecidas pela LDBEN (BRASIL, 1996). A LDBEN, ainda destaca que

os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter uma base nacional comum a ser complementada em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos". (BRASIL, 1996, Art. 26, p. 19)

A pertinente presença da Matemática no desenvolvimento de competências essenciais envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE (1998) onde institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. A Resolução CNE (1998), destaca ainda em suas competências e habilidades em Matemática no ensino de médio a:

Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações e interpretações e analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos socioeconômicos, científicos ou cotidianos, além de compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades. (BRASIL, 1998, p. 5)

Seguindo no mesmo alinhamento, as diretrizes curriculares nacionais (BRASIL, 1998), destacam que durante o ensino médio os alunos precisam adquirir entendimento sobre o propósito e a lógica das investigações estatísticas, bem como sobre o processo de investigação. Deve-se possibilitar aos estudantes uma compreensão intuitiva e formal de ideias matemáticas muitas vezes implícitas em representações estatísticas, algoritmos ou conceitos. Isso inclui entender a relação entre aspectos da estatística, representação gráfica e análise de dados.

Conforme os PCN+ (BRASIL, 2002), são metas a serem perseguidas no ensino de Matemática para todos os estudantes do nível médio:

- representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
- investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
- contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias [sic] e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico. (BRASIL, 2002, p. 110)

Estes documentos enfatizam ainda as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes no Ensino Médio em relação a Estatística Descritiva, conforme especificado abaixo:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, 2002, p. 124).

Tais habilidades propostas proporcionam aos estudantes um melhor entendimento a respeito do conteúdo de estatística. Visto que, incentivam a coleta, organização e interpretação dos dados em uma situação real.

Em relação à Estatística, os PCN+ ratificam veementemente que

A Matemática do ensino médio pode ser determinante para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico. Contudo, espera-se do aluno nessa fase da escolaridade que ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados. Deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre esses dados e a tomada de decisões. (BRASIL, 2002, p. 123).

Fato este que concordamos com os parâmetros curriculares nacionais, uma vez que, a estatística visa uma compreensão crítica e tem como objetivo desenvolver nos alunos a criticidade e o engajamento de forma que o aluno seja capaz de pensar

sobre as questões políticas e sociais que são relevantes para a sua comunidade e região, contribuindo dessa forma para a melhoria de vida das pessoas.

Os PCN+ (2002), mencionam ainda que

A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas. (BRASIL, 2002, p.123)

Percebemos aqui que os PCN+ têm a preocupação de auxiliar/incentivar o estudo da estatística com intuito de alcançar um ensino e aprendizagem estatístico satisfatório através de situações reais e adequadas em prol de uma tomada de decisão consistente.

3.3 A Estatística no Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

O ponto central do debate da BNCC (BRASIL, 2015), primeira versão, girou em torno dos objetivos de aprendizagem concebidos como “conhecimentos fundamentais” que visam assegurar o direito à aprendizagem de todos os jovens matriculados na escola de Ensino Médio:

A BNCC é constituída pelos conhecimentos fundamentais aos quais todo/toda estudante brasileiro deve ter acesso para que seus direitos à Aprendizagem e ao Desenvolvimento sejam assegurados. Esses conhecimentos devem constituir a base comum do currículo de todas as escolas brasileiras, embora não sejam, eles próprios, a totalidade do currículo, mas parte dele. Deve-se acrescer à parte comum, a diversificada, a ser construída em diálogo com a primeira e com a realidade de cada sistema educacional sobre as experiências e conhecimentos que devem ser oferecidos aos estudantes e às estudantes ao longo de seu processo de escolarização (BRASIL, 2015, p. 13).

Na apresentação da BNCC, o texto faz a ressalva de não pretender se constituir como um documento finalizado, mas como um direcionamento para “sinalizar percursos de aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes ao longo da Educação Básica” (BRASIL, 2015, p. 8), enfatizando os princípios que nortearam a elaboração desses objetivos. Em relação à Matemática, compete notar o papel desempenhado

na organização curricular: constitui-se como área de conhecimento e como componente curricular, aspecto relatado no texto deste documento oficial:

As áreas e componentes curriculares se articulam para promover a apropriação por crianças, jovens e adultos de diferentes linguagens e interpretar fenômenos e processos naturais, sociais e culturais, para enfrentar problemas práticos, para argumentar e tomar decisões, individual e coletivamente (BRASIL, 2015, p. 12).

Dessa forma, a BNCC não é um currículo, mas um documento norteador e uma referência para que as escolas elaborem os seus currículos. Nesse mesmo pensamento a ex-Secretária Executiva do Ministério da Educação, Maria Helena Guimarães, mencionou que:

A Base é um documento normativo que define o conjunto orgânico progressivo das aprendizagens essenciais e indica os conhecimentos e competências que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade. Ela se baseia nas diretrizes curriculares nacionais da educação básica e soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para formação integral e para a construção de uma sociedade melhor. (ABREU, 2021)

Com a BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018) já em sua versão final, buscamos identificar as finalidades do ensino da Matemática para o ensino médio, além das determinações curriculares e os objetivos que precisam ser alcançados quanto ao ensino de Estatística, analisando as competências e as habilidades no eixo da Matemática e suas Tecnologias.

A BNCC do Ensino Médio se organiza em continuidade ao proposto para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, centrada no desenvolvimento de competências e orientada pelo princípio da educação integral. Assim, as competências gerais estabelecidas para a Educação Básica orientam tanto as aprendizagens essenciais a ser garantidas no âmbito da BNCC do Ensino Médio quanto os itinerários formativos a ser ofertados pelos diferentes sistemas, redes e escolas. (BRASIL, 2018, p. 468)

Na BNCC de Matemática do Ensino Médio as habilidades em Matemática e suas Tecnologias estão organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística). No tocante a incerteza e o tratamento de dados em sua temática “Probabilidade e estatística”, tal documento propõe:

[...] a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar,

representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (BRASIL, 2018, p, 272)

Levando em consideração as conjecturas indicadas na BNCC, a área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio deve garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas às quais estão relacionadas habilidades a serem alcançadas nessa etapa da educação básica.

Dentre essas competências, destacamos as competências específicas 3 e 4 e as suas habilidades associadas que se relacionam com o objeto desta pesquisa:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 535)

As habilidades mencionadas para o incremento desta competência estão associadas a interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais, *estatísticos*, probabilísticos, entre outros. Cabe ressaltar também que tal competência trata da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos discentes, dentre as quais podemos mencionar a habilidade EM13MAT316 - resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das *medidas de tendência central* (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão)

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (BRASIL, 2018, p. 539)

As habilidades vinculadas a esta competência específica tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes.

Destacamos a habilidade EM13MAT406 - *construir e interpretar tabelas e gráficos* de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem *estatística*, geometria e álgebra; e a habilidade EM13MAT407 - interpretar e comparar *conjuntos de dados estatísticos* por meio de diferentes diagramas e gráficos reconhecendo os mais eficientes para sua análise. (BRASIL, 2018, p. 539).

Portanto, para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. A conversão de um registro para outro nem sempre é simples, apesar de, muitas vezes, ser necessária para uma adequada compreensão do objeto matemático em questão, pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece.

Tomando como referência as considerações dos PCNEM (2000), PCN+ (2002), OCEM (2006) e Guia do Livro Didático do PNL D 2018, pretendemos verificar se os livros didáticos analisados abordam as competências e as habilidades fundamentadas por tais documentos curriculares no tocante ao Ensino de Matemática em Estatística Descritiva no Ensino Médio. Vale ressaltar que procuramos atentar também às recomendações constantes na BNCC (2018) aprovada recentemente apesar de que na época em que o PNL D em análise foi proposto tal documento não tinha sido aprovado ainda.

CAPÍTULO 4: ANÁLISES DOS DADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo enfatizamos a Análise de Conteúdo baseados na literatura de Bardin (2016) e nos dedicamos à exposição das descrições e das análises das duas coleções de livros didáticos selecionadas, com a finalidade de responder às questões de pesquisa do nosso trabalho.

Além disso, destacamos também a maneira com que as medidas de posição são exploradas: explícita (as atividades propostas exigem do aluno apenas a aplicação de fórmulas dos conteúdos) ou implicitamente (as atividades utilizam as medidas de centralidade, porém com foco na interpretação da situação-problema para saber qual delas seria a escolha mais indicada numa tomada de decisão).

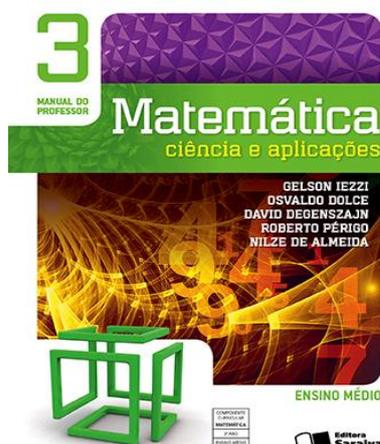
4.1 Análises dos livros didáticos selecionados

Inicialmente fizemos a análise da obra “Matemática: ciência e aplicações”, de Gelzon Iezzi, Osvaldo Dulce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida, que será denominado neste trabalho de Iezzi et al. ou Coleção A. Depois, tratamos da coleção “#Contato Matemática” de Joamir Souza e Jacqueline Garcia, doravante Souza e Garcia ou Coleção B.

4.1.1 Coleção A – Matemática: ciência e aplicações

Na leitura flutuante da Coleção A, em que cada volume corresponde a uma série do Ensino Médio, verificamos que o primeiro volume é dividido em treze capítulos, o segundo volume em onze capítulos e o volume 3 em nove capítulos.

Figura 02 – Capa do livro “Matemática: ciência e aplicações” – Vol. 3 (manual do professor)



Fonte: Iezzi et al. (2016)

Analisando a coleção didática vimos que no primeiro volume tem-se um capítulo destinado à “Estatística Básica”. Neste, os autores trazem de uma forma lúdica o papel das pesquisas estatísticas. Seguem com os temas “pesquisas estatísticas” e “etapas da pesquisa” onde há uma explicação adequada incluindo amostras, tipos de variáveis e tabela de frequência. Como aprimoramento desse conteúdo, os autores apresentam uma situação na qual se utilizam de alunos de uma academia, assim como, trazem as etapas da pesquisa desde o planejamento até a elaboração das respectivas tabelas, sem mencionar as MTC.

Há ainda, no volume 1, um tópico dedicado a construção de tabela de distribuição de frequências e o auxílio de planilhas eletrônicas para construí-las, bem como representação gráfica, além de apresentar os tipos de gráficos e sua interpretação. Vale observar que a explicação sobre a construção de gráficos de setores e o histograma está apropriada em prol do entendimento do estudante. Finalizando o volume do 1º ano tais autores apresentam um texto sobre os censos demográficos, suas trajetórias, suas utilizações e concluem o item ao falar sobre o IBGE. Porém, por não abordar as MTC, não existem dados a serem analisados nesse volume.

No volume 2, referente à segunda série do ensino médio, vimos que a ênfase é dada ao estudo de Análise Combinatória e Probabilidade, não tratando da Estatística Descritiva, objeto do nosso estudo. Por esse motivo, não discorreremos sobre tal exemplar.

Finalmente no volume 3, que corresponde ao 3º ano, o seu quinto capítulo é denominado “Estatística Básica”, onde fala a respeito do estudo da Estatística Descritiva. Aqui os autores apresentam de forma sucinta os conceitos apresentados no 1º volume a respeito de pesquisas estatísticas, tabelas de frequências e sobre os tipos e as representações gráficas. Nesta parte observa-se que a abordagem quanto a interpretação gráfica tem maior destaque. No tópico Aplicações, explica-se os termos margem de erro e nível de confiança através de um texto sobre pesquisas eleitorais.

Nesse mesmo capítulo são apresentadas resumidamente informações a respeito de leitura e interpretação de gráficos e tabelas e, por conseguinte, trabalhadas detalhadamente as medidas de centralidade e dispersão. As médias aritméticas e ponderadas são definidas através de situações-problemas e suas respectivas fórmulas apresentadas, seguidas de exemplos resolvidos e exercícios

propostos. Os conteúdos “moda e mediana” também são apresentados, definidas e formuladas contando com situações reais e, logo após, contém exercícios resolvidos e propostos.

Segundo o Guia do PNLD 2018 (BRASIL, 2017), essa obra possui como característica:

O estímulo ao desenvolvimento da argumentação em matemática. Incentiva-se, também, o estudo de inter-relações dessa área com outras disciplinas e com situações da vida cotidiana. São trabalhadas, igualmente, conexões significativas com história da Matemática. Há um equilíbrio razoável entre a exploração de noções intuitivas e a formalização dos conteúdos, embora por vezes a nomenclatura seja utilizada em excesso. (BRASIL, 2017, p. 59)

Consideramos adequada a exploração de noções intuitivas, visto que esta é feita visando o levantamento de conjecturas, para posterior formalização do conteúdo, no entanto, entendemos ser necessário a inclusão de mais situações do cotidiano do estudante em prol de um melhor entendimento dos conteúdos estatísticos.

Ainda conforme o Guia do PNLD 2018 (BRASIL, 2017), em lezzi et al. (2016),

Os livros são organizados em capítulos, dedicados a tópicos da matemática escolar, por sua vez organizados em subtópicos. À apresentação e ao desenvolvimento dos temas em estudo, seguem-se exemplos, exercícios resolvidos e propostos. Cada capítulo é permeado por algumas das seções especiais: Um pouco de história; Aplicações, com textos que visam aprofundar alguns conteúdos ou estabelecer relações da Matemática com outras áreas de conhecimento; troque ideias, com atividades para serem trabalhadas em grupo; Desafio e Um pouco mais sobre. São encontrados, ainda, os boxes: Pense nisto, que visa chamar a atenção sobre algum assunto que está sendo abordado; e Observações, com lembretes, mais informações teóricas sobre o assunto em estudo e questões propostas, um Índice remissivo, Sugestões de títulos de livros e vídeos, além das Referências bibliográficas. (BRASIL, 2017, p. 60)

Conforme o Guia do PNLD 2018 (BRASIL, 2017), a metodologia adotada nessa coleção obedece a um padrão onde as noções a serem trabalhadas são, em geral, apresentadas com exemplos ou com atividades que trazem uma contextualização seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos, isso para a maioria dos assuntos do conteúdo de Estatística, sem participação ativa do aluno nas resoluções, privilegiando a memorização de procedimentos e resultados, em prejuízo da construção do conhecimento e de uma maior autonomia de estudo ao estudante.

Na análise da organização do conteúdo da Coleção A, o Guia do PNLD 2018 (BRASIL, 2017), diz:

[...] cada um dos quatro campos da matemática escolar ocupa o espaço esperado em uma obra para o Ensino Médio, *embora estatística e probabilidade não sejam suficientemente exploradas*. Quanto à distribuição pelos volumes, observa-se uma tendência a condensar, em grandes blocos, conteúdos de apenas um campo da Matemática, o que pode dificultar a articulação entre eles. No volume 1, por exemplo, a álgebra é privilegiada em sete capítulos. No livro 2, é a geometria que recebe maior atenção, com seis capítulos. (BRASIL, 2017, p. 62, grifo nosso)

O volume 3 da coleção, correspondente à 3ª série, contém o livro do aluno e o manual do professor, possui 256 páginas e está subdividido em 9 capítulos, conforme a distribuição de conteúdo do Quadro 3.

Quadro 3 – Distribuição de conteúdo por unidade – vol. 3, Coleção A

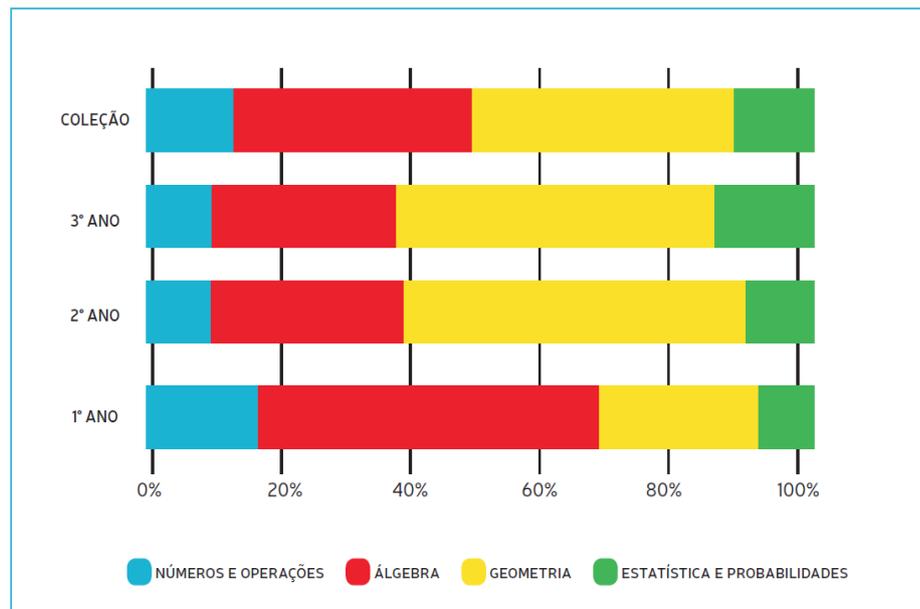
3º ANO – 09 CAPÍTULOS – 256 PP.	
1	Ponto: representação no plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio de segmentos, condição de alinhamento de três pontos.
2	Reta: equações, inclinação, coeficiente angular; função afim e equação reduzida da reta; paralelismo, perpendicularidade; distância entre ponto e reta; área do triângulo; inequações do 1º grau.
3	Circunferência: equações, posições relativas entre ponto e circunferência, entre reta e circunferência, entre duas circunferências; inequação do 2º grau com duas incógnitas.
4	Elipse, hipérbole e parábola: definições, elementos, equações, translação de sistemas, interseções de cônicas; parábolas e funções quadráticas.
5	Estatística: população, amostra, variável, frequência, classes, representações gráficas, amplitudes, medidas de tendência central e medidas de dispersão para dados não agrupados e agrupados.
6	Matemática financeira: aumento e descontos, variação percentual, juros simples e compostos e juros compostos com taxa de juros variável; juros e funções.
7	Números complexos: definição, conjunto, propriedades, operações, forma algébrica, conjugado, quociente, módulo, argumento, forma trigonométrica.
8	Polinômio: definição, coeficientes, nulo; função polinomial, valor numérico, raiz; igualdade de polinômios, operações com polinômios; principais teoremas.
9	Equação polinomial: definição, raízes, teorema fundamental da álgebra, teorema da decomposição, multiplicidade de uma raiz, relações de Girard, raízes complexas, teorema das raízes racionais.

Fonte: Matemática PNLD 2018 - Guia do Livro Didático do Ensino Médio (p. 61-62).

De acordo com o Quadro 3, as MTC são abordadas especificamente no capítulo 5, o qual faremos a análise. Na organização dos conteúdos o estudo da Estatística Descritiva, em especial, das medidas de posição, corresponde a aproximadamente 9% do total de páginas do volume 3. (ver Figura 03).

Figura 03 – Organização dos Conteúdos por campos da Matemática/volume – vol. 3, Coleção A

<ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Fonte: Matemática PNLD 2018 - Guia do Livro Didático do Ensino Médio (p. 62).

Observe na Figura 04 como lezzi et al. (2016) introduzem e definem a medida de posição denominada de média aritmética. Porém, utilizam-se apenas da apresentação da fórmula e não do real significado dessa MTC. Indo de encontro com o que pensa Marnich (2008, p. 17) “no que diz respeito ao conhecimento estatístico, o conceito de média aritmética utiliza uma entidade quantitativa para representar, localizar, qualificar, descrever, interpretar e/ou significar um conjunto de dados”.

lezzi et al. (2006) raramente mencionam que a média aritmética é extremamente influenciada pelos seus valores extremos ou que algumas vezes o valor encontrado pode não fazer sentido real para o problema estudado. No entanto, mencionam que podemos encontrar um valor médio que não faça parte do conjunto de dados do problema em questão.

Como podemos ver, no exemplar não são mencionadas as principais propriedades da média aritmética, que são tão importantes para a construção do significado. Os autores se restringem a basicamente apresentar fórmulas para o cálculo dessa MTC, não privilegiando o uso de um contexto que faça mais sentido para o aluno e o faça pensar sobre, ou até mesmo vivenciar, situações do seu cotidiano.

Figura 04 – Exemplo e definição da Média Aritmética – Vol. 3, Coleção A

▶ Medidas de centralidade

▶ Média aritmética

Observe a imagem a seguir: nela estão representados seis suportes para copos descartáveis, distribuídos em um centro de convenções, onde será realizado um evento. A quantidade de copos em cada suporte está indicada abaixo.



Se todos os copos fossem retirados dos suportes e distribuídos igualmente entre o número de suportes, qual seria a quantidade de copos descartáveis em cada um?

- Devemos, inicialmente, adicionar a quantidade de copos:

$$73 + 41 + 36 + 19 + 59 + 84 = 312$$

- Dividimos a soma encontrada pela quantidade de suportes (seis):

$$312 : 6 = 52$$

O valor encontrado (52 copos) representa a **média aritmética** entre os números 73, 41, 36, 19, 59 e 84.

Definição

Sejam x_1, x_2, \dots, x_n a relação dos valores assumidos por uma determinada variável quantitativa x . Definimos **média aritmética** (indica-se por \bar{x}) como a razão entre a soma de todos esses valores e o número total de valores:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Usando o símbolo de somatório para representar o numerador dessa expressão, escrevemos:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Ao calcularmos a média de uma relação de valores assumidos por uma variável, obtemos um número real que pode ou não coincidir com algum dos valores assumidos pela variável.

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 129)

No Exemplo 1 (ver Figura 05), note que os autores da Coleção A não mencionam as propriedades das médias aritméticas. Batanero (2001) enumera as propriedades da média aritmética, tão importantes para o discente em sua aprendizagem. São elas:

- É um valor médio entre as extremidades da distribuição;
- A soma dos desvios de cada valor médio é igual a zero;
- O valor médio é influenciado pelos valores de cada um dos dados;
- A média não precisa ser igual a um dos valores dados;
- O valor médio obtido pode ser um valor que não faz sentido no contexto dos dados;
- O valor médio é representativo dos valores dados. (p. 219)

Outro aspecto que identificamos na Coleção A é a ausência de justificativas para o valor da média algumas vezes não pertencer ao conjunto de dados. Consideramos importante destacar que, mesmo o valor da média não figurando entre os elementos do conjunto de dados, ela serve como parâmetro para análise dos dados para que os alunos possam realizar uma investigação mais criteriosa e até mesmo tabulá-los ou representá-los graficamente usando assim, a transnumeração, segundo Wild e Pfannkuch (1999).

Figura 05 – Exemplo 1: Média Aritmética – Vol. 3, Coleção A

EXEMPLO 1

Os valores seguintes referem-se às notas obtidas por um aluno em oito disciplinas do Ensino Médio em um certo bimestre do ano letivo:

$$7,5 - 6,0 - 4,2 - 3,9 - 4,8 - 6,2 - 8,0 - 5,4$$

Vamos calcular a média aritmética desses valores:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{8} = \frac{7,5 + 6,0 + 4,2 + 3,9 + 4,8 + 6,2 + 8,0 + 5,4}{8} = \frac{46}{8} = 5,75$$

Qual é o significado desse valor?

Caso o aluno apresentasse a mesma nota (desempenho) em todas as disciplinas, ela deveria ser 5,75 a fim de que fosse obtida a pontuação total de 46 pontos, que é a soma dos pontos efetivamente obtidos nessas oito disciplinas.

Observe que em nenhuma disciplina o aluno obteve a nota média, que é 5,75. Nesse caso, a média aritmética não coincide com qualquer uma das notas obtidas pelo aluno.

Suponhamos agora que, no bimestre seguinte, o aluno tenha obtido as seguintes notas nas mesmas oito disciplinas:

$$6,6 - 7,2 - 7,8 - 6,4 - 5,9 - 6,0 - 6,5 - 4,8$$

A média aritmética \bar{x} desses valores é:

$$\bar{x} = \frac{6,6 + 7,2 + 7,8 + 6,4 + 5,9 + 6,0 + 6,5 + 4,8}{8} = \frac{51,2}{8} = 6,4$$

Nessa situação, a média obtida coincide com uma das notas obtidas pelo aluno.

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 130).

Notamos, no entanto, que neste exemplo há um questionamento quanto ao significado da média e seu valor encontrado. Porém, logo após se utilizam da memorização e aplicação da fórmula. Contudo, exhibe novamente uma situação em que a propriedade (d) elencada por Batanero (2001) está presente.

É sabido que a “média é um conceito estatístico definido fora do campo da matemática, mas que usa a matemática extensivamente em seu cálculo” (MARNICH, 2008, p.18). No entanto, o conhecimento da definição de média aritmética deve ser algo mais do que somente “somar e dividir”, deve adentrar na natureza estatística com

a variedade de significados que a elege como uma significativa MTC. Podemos observar que os questionamentos e comentários feitos pelos autores nos dão indicativos que o professor pode conduzir uma discussão nessa direção, porém não há orientações no MP para garantir efetivamente esse trabalho.

Ainda segundo esse autor é muito importante que se desenvolva a conceitualização de média para os alunos a partir da conexão conhecimento matemático – tanto aritmético quanto algébrico e o conhecimento estatístico da média.

Nesse sentido, Gal (1995), diz que a média aritmética é um conceito fundamental da Estatística e da ciência experimental sendo amplamente utilizada no contexto escolar e no cotidiano.

Dando continuidade no estudo das MTC, tal obra apresenta um exemplo seguido da definição de outra medida de centralidade, a média aritmética ponderada, conforme mostra a Figura 06.

Figura 06 – Definição da Média Aritmética Ponderada – Vol. 3, Coleção A

Média aritmética ponderada

Considere o seguinte problema:

Em um espetáculo musical, foram vendidos 1200 ingressos cujos valores dependiam do setor escolhido no teatro, como mostra o quadro abaixo:

Setor	Números de ingressos vendidos	Preço unitário do ingresso
Pista	720	R\$ 50,00
Andar superior	400	R\$ 150,00
Camarote	80	R\$ 300,00

Qual foi o valor médio do ingresso pago nesse espetáculo?

Consideremos que a variável em estudo é o preço do ingresso. Fazendo a leitura do quadro, notamos que foram vendidos 720 ingressos a R\$ 50,00 cada; 400 ingressos a R\$ 150,00 cada e 80 ingressos a R\$ 300,00 cada.

Assim, o preço médio (\bar{p}) do ingresso, em reais, é:

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \frac{\overbrace{50 + 50 + \dots + 50}^{720 \text{ parcelas}} + \overbrace{150 + 150 + \dots + 150}^{400 \text{ parcelas}} + \overbrace{300 + \dots + 300}^{80 \text{ parcelas}}}{720 + 400 + 80} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{p} &= \frac{720 \cdot 50 + 400 \cdot 150 + 80 \cdot 300}{1200} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{p} &= \frac{36\,000 + 60\,000 + 24\,000}{1200} = \frac{120\,000}{1200} = 100\end{aligned}$$

A média obtida para o valor do ingresso, nesse problema, é chamada média aritmética ponderada dos valores R\$ 50,00, R\$ 150,00 e R\$ 300,00, em que o fator de ponderação (também chamado de peso) corresponde à quantidade de ingressos vendidos em cada setor.

Observe, nesse exemplo, que a média obtida não coincide com qualquer um dos preços do ingresso disponíveis para compra. O valor obtido para a média R\$ 100,00 é um valor teórico cujo significado é: se todos os 1200 ingressos tivessem sido vendidos pelo mesmo valor, este deveria ser de R\$ 100,00, a fim de que fosse obtida a arrecadação de R\$ 120 000,00.

De modo geral, consideremos uma relação de valores formada pelos elementos x_1, x_2, \dots, x_k , com frequências absolutas respectivamente iguais a n_1, n_2, \dots, n_k .

A média aritmética ponderada desses valores é:

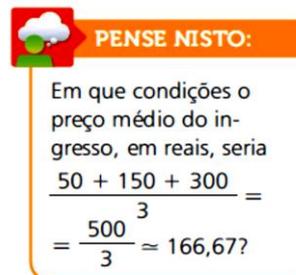
$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i \cdot n_i)}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

Podemos também expressar \bar{x} em termos da frequência relativa de cada x_i (com $i = 1, 2, \dots, k$), a saber, $f_i = \frac{n_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$.

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 131).

A forma como foi exposta por lezzi et al. (2016) desfavorece a compreensão do estudante do porquê usar a média aritmética ponderada e não, simplesmente, da utilização da média aritmética, além disso, também não comentam a respeito de valores muito alto influenciarem o resultado obtido. Justificam apenas que o valor obtido, às vezes, não aparece no conjunto de dados do problema. Corroborando, dessa forma, com as propriedades importantes elencadas por Batanero (2001); e lançam adiante a fórmula para resolução do exercício. Porém, no “Pense Nisto” os autores deixam uma indagação para o aluno pensar a respeito de como se utilizaria a média aritmética nesse mesmo problema. Esse fato é mencionado no manual do professor, mas, apenas com a resposta pronta, sem nenhuma indicação para o docente aguçar a capacidade de interpretação e raciocínio do aluno, conforme mostra a Figura 07 abaixo.

Figura 07 – Pense Nisto – Vol. 3, Coleção A



PENSE NISTO:

Em que condições o preço médio do ingresso, em reais, seria

$$\frac{50 + 150 + 300}{3} =$$

$$= \frac{500}{3} \approx 166,67?$$

Se a quantidade de ingressos vendidos em cada setor (pista, andar superior e camarote) fosse a mesma.

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 131)

A transnumeração ocorre na passagem dos dados organizados inicialmente em uma tabela para o numérico e textual. Observa-se que a partir da situação do mundo real exposta no exemplo é passado algum significado compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Sabemos que a média ponderada de n valores é utilizada quando os valores são obtidos utilizando critérios diferentes e/ou forem de importância diferente. Os pesos são estabelecidos de modo a representar as diferentes condições. Ela é muito utilizada nas faculdades, por exemplo, para avaliar o desempenho geral do aluno durante o semestre e/ou ano acadêmico quando as provas ou disciplinas possuem ponderações distintas. Por isso, pensamos que a coleção A poderia abordar mais especificamente sobre as médias aritméticas, tanto em sua definição quanto nos exemplos e exercícios resolvidos, inclusive, comentando e expondo algumas das suas

propriedades fundamentais e sugerindo propostas em que o professor pudessem favorecer o desenvolvimento do pensamento estatístico, conforme Wild e Pfannkuch (1999).

No Exemplo 2 (Figura 08) notamos que mais uma vez essa coleção não dá muita ênfase ao significado das médias (nesse caso a média aritmética ponderada), nem traz uma discussão sobre a variação, não contemplando, dessa forma, a terceira categoria do pensamento estatístico, conforme Wild e Pfannkuch (1999). Pois, é muito importante que a variabilidade seja observada pelos discentes numa situação contextualizada da realidade de maneira que influencie em meios consistentes para estudar o problema proposto.

Figura 08 – Exemplo 2: Média Aritmética Ponderada – Vol. 3, Coleção A

EXEMPLO 2

Foi realizada uma pesquisa socioeconômica com duzentas pessoas de uma cidade para investigar alguns itens de conforto presentes na residência de cada entrevistado. Na tabela de frequências seguinte, constam os resultados referentes ao número de aparelhos de TV por domicílio:

Número de aparelhos de TV	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	9	$\frac{9}{200} = 0,045$ ou 4,5%
1	93	$\frac{93}{200} = 0,465$ ou 46,5%
2	60	$\frac{60}{200} = 0,30$ ou 30%
3	22	$\frac{22}{200} = 0,11$ ou 11%
4	16	$\frac{16}{200} = 0,08$ ou 8%
Total	200	1,00 ou 100%

Qual é o número médio de TVs por domicílio?

A variável em estudo é o "número de TVs por domicílio" e ela assume os seguintes valores: 0, 1, 2, 3 e 4. Devemos, então, calcular a média aritmética ponderada desses valores usando como pesos a frequência absoluta, a frequência relativa na forma decimal ou a frequência relativa na forma percentual.

• frequência absoluta:

$$\text{Nesse caso, } \bar{x} = \frac{0 \cdot 9 + 1 \cdot 93 + 2 \cdot 60 + 3 \cdot 22 + 4 \cdot 16}{9 + 93 + 60 + 22 + 16} \Rightarrow \bar{x} = \frac{93 + 120 + 66 + 64}{200} = 1,715$$

• frequência relativa:

$$\text{Nesse caso, } \bar{x} = \frac{0 \cdot 0,045 + 1 \cdot 0,465 + 2 \cdot 0,30 + 3 \cdot 0,11 + 4 \cdot 0,08}{\underbrace{0,045 + 0,465 + 0,30 + 0,11 + 0,08}_{=1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 0 + 0,465 + 0,60 + 0,33 + 0,32 = 1,715$$

• frequência relativa (na forma percentual):

$$\text{Nesse caso, } \bar{x} = \frac{0 \cdot 4,5\% + 1 \cdot 46,5\% + 2 \cdot 30\% + 3 \cdot 11\% + 4 \cdot 8\%}{\underbrace{4,5\% + 46,5\% + 30\% + 11\% + 8\%}_{=100\%}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{46,5\% + 60\% + 33\% + 32\%}{100\%} = 1,715$$

Observe, novamente, que a média aritmética é um valor teórico, não coincidindo, nesse exemplo, com um valor assumido pela variável em estudo.

Tal exemplo se utiliza mais uma vez de fórmulas para calcular e comenta que o valor encontrado não aparece na lista dos dados do problema. Notamos que não há questionamentos a respeito da variável (qualitativa) envolvida neste exemplo e que admite apenas valores inteiros positivos. Além disso, não desperta no aluno a necessidade do uso da média ponderada em detrimento da média aritmética ou até mesmo adiantar que outra medida de centralidade poderia ser mais viável nesse problema.

Nesta mesma seção, tal coleção traz uma série de exercícios propostos para o alunado resolver conforme mostra a Figura 09. Notamos que todos eles seguem a mesma linha de pensamento e ‘cobranças’ em relação aos exemplos já analisados anteriormente dessa obra. Por isso, separamos apenas duas questões para comprovar esta observação.

Figura 09 – Exercícios Propostos – vol. 3, Coleção A

- 22** Em uma padaria trabalham 12 funcionários cujos cargos e salários estão abaixo descritos:

Cargos e salários		
Cargo	Salário mensal	Número de funcionário
Gerente	R\$ 2 800,00	1
Atendente	R\$ 1 050,00	5
Padeiro	R\$ 1 300,00	2
Confeiteiro	R\$ 1 000,00	1
Caixa	R\$ 1 200,00	3

Dados elaborados pelo autor.

- Qual é o valor da folha de pagamento dessa padaria?
- Qual é a média salarial nessa padaria?
- O proprietário da padaria quer contratar dois segurancas especializados, mas sabe que a média salarial da padaria não pode ultrapassar R\$ 1300,00. Qual é o maior salário que pode ser oferecido a cada um dos candidatos ao cargo de segurança?

- 23** Realizou-se uma pesquisa entre as mulheres de uma cidade para levantar informações sobre o número de filhos. Foram entrevistadas 400 mulheres, e os dados obtidos estão representados no gráfico de setores abaixo.



Dados elaborados pelo autor.

- Quantas mulheres da amostra têm três ou mais filhos?
- Qual é a média de filhos das mulheres dessa amostra?

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 134)

Pensamos que os problemas propostos nessa lista poderiam servir como um ponto inicial para o entendimento do significado das médias. Por exemplo, propiciar atividades experimentais e investigativas a fim de que o estudante possa coletar, organizar e interpretar dados reais para uma tomada de decisão satisfatória.

Notamos que as duas questões mencionadas estão relacionadas a memorização e aplicação de fórmulas em suas resoluções. Com isso os alunos até

conseguem realizar os cálculos necessários. Porém, quando necessitam de uma interpretação mais consistente sobre a definição e as propriedades das médias há um déficit no aprendizado. Portanto, a abordagem de Iezzi et al. (2016) deixa lacunas quanto à proposta dos PCN (BRASIL, 1998, p. 74), que indica que o aluno deve compreender a média como uma medida que propicia uma análise mais aprimorada dos dados de uma pesquisa, “como um indicador da tendência de uma pesquisa”.

Observa-se que a partir da situação do mundo real exposta no exemplo é passado algum significado compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Apontamos também que na seção envolvendo médias poderia abordar a questão do uso de médias em gráficos, notícias de jornais, além de ferramentas de cálculos, como calculadoras e planilhas eletrônicas. Dessa forma, tal coleção está débil com a quarta categoria segundo Wild e Pfannkuch (1999), pois não usa diferentes tipos de modelos para auxiliar os estudantes a pensar sobre os aspectos da investigação de maneira genérica, implicando no desenvolvimento do pensamento estatístico.

Nesse mesmo pensamento, Amaral (2010, apud VARGAS, 2013, p. 28) destaca a importância de o aluno saber identificar nos gráficos as medidas de tendência central, principalmente a média. Ao fazer esta leitura, o aluno estará demonstrando domínio mais profundo da estatística e alcançando o nível de compreensão.

Acreditamos que se poderia ainda propor, além das atividades solicitadas, a verificação de qual tipo de média aritmética o aluno deveria utilizar de preferência em uma situação-problema do seu cotidiano e o seu respectivo significado em prol de uma tomada de decisão mais precisa sobre o conjunto de dados. Essas mudanças considerariam os recentes documentos curriculares como já vimos nesse trabalho e contemplaria as categorias de Wild e Pfannkuch (1999). Afinal, não se pode desenvolver um pensamento estatístico sem algum conhecimento do contexto para fazer conexões através do conhecimento estatístico e chegar ao significado do problema estudado e, muito menos, à sua solução.

Nessa perspectiva,

O indivíduo deve *sentir necessidade de agir* para então fazê-lo, problematizar utilizando situações da realidade vivida pelos alunos desperta esta necessidade. Caso a contextualização com o dia a dia não seja possível um tema que é fato para todos os educandos é o

contexto escolar assuntos que causem inquietação, tais como notas, merenda, materiais escolares, dias de férias entre outros não se esquecendo de correlacionar com a utilização futura do assunto estudado. (AQUINO, 1997, p. 153)(grifo nosso)

Corroboramos com o autor quando diz que o indivíduo deve sentir necessidade de agir (reconhecer a necessidade de dados), pois possibilita os estudantes através de atividades investigativas a coletar, organizar e interpretar um conjunto de dados estando em acordo com a primeira categoria do pensamento estatístico proposto por Wild e Pfannkuch (1999).

A Coleção A aborda também os conceitos através de exemplos resolvidos de outra importante medida de centralidade, a mediana.

Observamos que para introdução de mediana (Figura 10), esta coleção enfatizou um problema do cotidiano do aluno relacionando, primeiramente, com a média aritmética, mostrando que nessa situação específica o valor encontrado não representaria bem a média do consumo de água mensal. Apesar de mostrar a necessidade que o exemplo exigiria outra medida de posição para uma tomada de decisão satisfatória. Além do mais, também, aqui os autores não deram importância à colocação da mediana em um gráfico estatístico adequado o que poderia de alguma forma auxiliar na compreensão do aluno durante sua leitura, estando em déficit mais uma vez em relação à quarta categoria proposta por Wild e Pfannkuch (1999).

Figura 10 – Exemplo e definição da Mediana – Vol. 3, Coleção A

► Mediana

Considere o consumo mensal de água, em metros cúbicos, de uma residência nos nove primeiros meses de um ano:

33 — 31 — 34 — 32 — 34 — 32 — 102 — 34 — 30

Calculando a média mensal de consumo, obtemos:

$$\bar{x} = \frac{33 + 31 + 34 + 32 + 34 + 32 + 102 + 34 + 30}{9} = \frac{362}{9} \approx 40,2$$

O valor encontrado para a média, 40,2 m³, não representa, com fidelidade, uma medida de tendência central: o consumo mensal dessa residência aponta para um valor entre 30 e 35 metros cúbicos; além disso, dos 9 valores registrados, 8 são menores que a média e “distantes”, ao menos, 6 unidades dela e apenas 1 valor é maior que a média, estando muito distante dela.

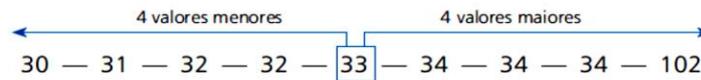
Nessa situação, a média foi afetada por um valor muito discrepante do consumo, que destoa dos demais: o valor de 102 m³ registrado em um mês pode ser explicado por um vazamento de água em alguma válvula ou torneira ou esse consumo atípico pode ser devido a uma hospedagem temporária na casa (parentes de outra cidade, por exemplo).



Hidrômetro, aparelho que mede o consumo de água nos imóveis.

Deste modo, é importante conhecermos outra medida de centralidade, além da média, a fim de que façamos uma análise mais completa para interpretar e caracterizar o conjunto de dados. Essa outra medida de centralidade é a **mediana**.

Colocando em ordem crescente os valores de consumo da relação anterior, obtemos:



O valor destacado, 33, separa o conjunto de dados em duas partes: na primeira {30, 31, 32, 32} todos os valores são menores que 33 e na outra {34, 34, 34, 102} todos os valores são maiores que 33.

O valor 33 m³ é chamado mediana e representa, nesse exemplo, uma medida de centralidade mais fiel ao conjunto de dados.

Definição

Sejam $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ os n valores ordenados assumidos por uma variável quantitativa X , em um conjunto de observações.

Define-se a **mediana** (indicaremos por Me) por meio da relação:

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{se } n \text{ for ímpar} \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, & \text{se } n \text{ for par} \end{cases}$$

A definição garante que a mediana seja um valor central que divide o conjunto de dados em dois subconjuntos com o mesmo número de elementos. Em um subconjunto, todos os elementos são menores que a mediana ou iguais a ela; no outro subconjunto, todos os elementos são maiores que a mediana ou iguais a ela.

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 136)

Embora a Coleção A tenha trabalhado de maneira satisfatória o uso da mediana como alternativa à utilização da média quando um conjunto de dados possui valores extremos, tal obra não deixa explícito neste caso que a mediana depende da posição e não dos valores dos elementos no conjunto ordenado.

Analisando o exemplo 3 (Figura 11), notamos que a coleção A apenas exige do aluno o conceito do algoritmo da mediana e a aplicação da regra simplesmente. Pensamos que tal coleção deveria abordar de uma maneira que pudesse aguçar no alunado a interpretação e análise dos dados seja através de gráficos estatísticos específicos ou de situações-problemas envolvendo o seu cotidiano. Pois assim, estaria em sintonia com uma das habilidades propostas pelos PCN+ (BRASIL, 2002, p. 124): “Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação”.

Figura 11 - Exemplo 3: Mediana – vol. 3, Coleção A

EXEMPLO 3

O controle de qualidade de uma indústria forneceu o seguinte número de peças defeituosas (por lote de 100 unidades):

6 – 4 – 9 – 6 – 3 – 8 – 1 – 4 – 5 – 6

Vamos determinar a mediana do número de peças defeituosas. Para isso, ordenamos esses valores:

1 – 3 – 4 – 4 – 5 – 6 – 6 – 6 – 8 – 9 *

Como $n = 10$ é par, pela definição a mediana será dada pela média aritmética entre o 5º e o 6º valores de *, isto é:

$$Me = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{5 + 6}{2} = 5,5$$

Note que, em *, temos cinco valores menores que 5,5 (1 – 3 – 4 – 4 – 5) e cinco valores maiores que 5,5 (6 – 6 – 6 – 8 – 9).

Fonte: lezzi et al. (2016, p. 136)

Sentimos neste exemplo a necessidade de uma relação com as categorias de Wild e Pfannkuch (1999) para uma melhor aprendizagem dos estudantes, visto que embora a transnumeração aqui tenha sido abordada, o exercício, por exemplo, não pede sua tabulação ou representação gráfica ocasionando um déficit em relação ao “conjunto distinto de modelos” e “conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e síntese entre eles”, a quarta e a quinta categoria do Pensamento Estatístico respectivamente. Contudo, notamos que nesse exemplo os autores chamaram a atenção do aluno para a posição dos valores, o que não aconteceu no exemplo anterior.

Continuando, mostramos na Figura 12, a conceitualização da medida de posição: “moda” abordada pela coleção A também através de uma situação e, logo após, um exemplo resolvido para fixação de ideias por parte do leitor.

Figura 12 – Definição e exemplo resolvido sobre Moda – Vol. 3, Coleção A

► **Moda**

Após fazer um levantamento das idades dos alunos de uma de suas turmas do 3º ano do Ensino Médio, uma professora construiu a tabela de frequência ao lado:

Entre os valores assumidos pela variável “idade”: 16, 17, 18 ou 19, constatamos que o valor 17 ocorreu mais vezes: 28 dos 44 alunos têm 17 anos.

Dizemos, então, que a **moda** das idades nesse conjunto de dados é igual a 17.

A moda de uma relação de valores (indica-se Mo) é o valor que ocorre mais vezes na relação, isto é, aquele que possui maior frequência absoluta.

Idades	Número de alunos
16	4
17	28
18	7
19	5

EXEMPLO 4

Vamos encontrar a moda dos seguintes conjuntos de valores:

a) 5 – 8 – 11 – 8 – 3 – 4 – 8

A moda é $Mo = 8$, pois há três valores iguais a 8.

b) 2 – 3 – 9 – 3 – 4 – 2 – 6

Há duas modas: 2 e 3. Dizemos, então, que se trata de uma **distribuição de frequências bimodal**.

c) 1 – 3 – 4 – 6 – 9 – 11 – 2

Nesse caso, todos os valores aparecem com a mesma frequência unitária. Assim, não há moda nessa distribuição.

FONTE: lezzi et al. (2016, p. 137).

Notamos aqui que algumas categorias do pensamento estatístico foram contempladas, e, por isso, a MC “moda” pode ser bem entendida pelos alunos através do livro didático. Porém, pensamos que esses autores poderiam se utilizar também de gráficos estatísticos e mais situações-problemas com outras variáveis de pesquisa que propiciassem ao discente conjecturar sobre o significado da moda favorecendo desenvolvimento do mesmo perante o saber estatístico, ou seja, sentimos falta da terceira categoria “onipresença de variabilidade”, visto que, esta atividade não envolve a experimentação e da quarta categoria elencadas por Wild e Pfannkuch (1999). No entanto, notamos que a transnumeração aqui é idealizada.

Nessa linha de pensamento, Friolani (2007, p. 31-32) “indica que se trata de uma medida que pode ser determinada para qualquer tipo de variável seja qualitativa ou quantitativa e pode ser trabalhada mesmo com alunos de qualquer escolaridade”.

Na Figura 13 adiante, a coleção A propõe uma série de exercícios para o aluno resolver versando sobre as medidas de tendência central: média, mediana e moda.

Notamos que apenas no exercício (32) há o incentivo do uso da calculadora. Além disso, a maioria absoluta das atividades privilegiam apenas contas e não incentivam o leitor a pensar no problema. Por esse motivo escolhemos, a título de demonstração, apenas as questões (31) e (32). Pensamos que os autores deveriam abordar nesses exercícios informações que correlacionassem o uso ou não mais apropriado de uma determinada MTC para aguçar no aluno uma tomada de decisão correta perante a situação apresentada.

Figura 13 – Exercícios Propostos: Média, Mediana e Moda – Vol. 3, Coleção A

EXERCÍCIOS
FAÇA NO
CADERNO

31 Uma pesquisa realizada com 3000 pessoas de certa região pretende levantar alguns aspectos socioeconômicos. Um dos itens do questionário era: “Qual é o número de banheiros em sua residência?” Os resultados encontram-se a seguir:

Número de banheiros	Porcentagem
1	42%
2	37%
3	16%
4	5%

a) Qual é o número de entrevistados cuja residência possui até dois banheiros?

b) Calcule a média, a moda e a mediana para os dados coletados.

32 Na tabela seguinte constam os valores dos dez maiores PIBs das Américas em 2014.

País	PIB (em bilhões de dólares)
Estados Unidos	17 420
Brasil	2 346
Canadá	1 785
México	1 295
Argentina	537,7
Venezuela	381,3
Colômbia	377,7
Chile	258,1
Peru	202,6
Equador	100,9

a) Calcule a média e a mediana dos dados apresentados. Por que a média é bem maior que a mediana?

b) Em que condição a média ficaria mais próxima da mediana? Faça os cálculos necessários.

Fonte: Banco Mundial. Disponível em <www.worldbank.org/en/country>. Acesso em: 15 mar. 2016.

No entanto, a transnumeração ocorre na passagem dos dados organizados inicialmente em uma tabela para o numérico e textual nas questões mostradas. Observamos que a partir da situação do mundo real exposta nelas é trabalhado algum significado compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, há um déficit quanto a outras categorias propostas por Wild e Pfannkuch (1999), em particular em relação a quarta categoria. No entanto, a quinta categoria é trabalhada, já que os alunos devem conhecer características econômicas a respeito da maioria dos países apresentados na questão.

Observamos também que a Coleção A traz uma seção dentro do capítulo 5, a respeito das medidas de centralidade para dados agrupados onde os autores mencionam de maneira satisfatória que, nessas circunstâncias, devemos utilizar uma suposição de que, em cada intervalo, os valores estão distribuídos de forma simétrica ou, pelo menos, aproximadamente simétrica em relação ao ponto médio do intervalo. E, a depender do valor encontrado, podemos utilizar uma aproximação numérica para uma melhor compreensão do leitor. Mostram esse fato através de um exemplo envolvendo os salários de 23 funcionários de uma empresa, conforme Figura 14 abaixo.

Figura 14 – Medidas de Centralidade para dados agrupados – Vol. 3, Coleção A

Os salários dos 23 funcionários de um estabelecimento comercial estão representados na tabela seguinte:

Salários

Salários (em reais)	Número de funcionários
1 000– 2 500	4
2 500– 4 000	12
4 000– 5 500	7

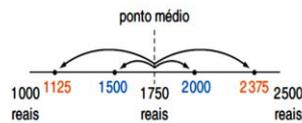
Dados elaborados pelo autor.

Qual é a média salarial dos funcionários deste estabelecimento?

Quando a variável em estudo apresenta seus valores agrupados em classes ou intervalos, não dispomos de informações para saber como esses valores estão distribuídos em cada faixa.

Para que se possa calcular a média (e outras medidas de centralidade e dispersão) desses valores, costuma-se fazer a suposição de que, em cada intervalo, os valores estão distribuídos de forma simétrica em relação ao **ponto médio** (indicado por x_i) do intervalo. Ao considerar, por exemplo, o primeiro intervalo, 1 000– 2 500 (cujo ponto médio é $\frac{1\,000 + 2\,500}{2} = 1\,750$), uma possível distribuição simétrica dos quatro salários é dada a seguir.

Salários: R\$ 1 125,00; R\$ 1 500,00; R\$ 2 000,00 e R\$ 2 375,00



Observe que há uma compensação entre valores equidistantes dos extremos do intervalo (1 000 e 2 500), de modo que a média de cada par desses valores coincide com o ponto médio x_i . Vejamos: 1 125 e 2 375 são equidistantes dos extremos do intervalo; a média entre eles é $\frac{1\,125 + 2\,375}{2} = 1\,750 = x_i$.

O mesmo raciocínio se aplica ao par de valores 1 500 e 2 000.

Na prática, essa suposição é equivalente a admitir que todos os quatro salários desse intervalo são iguais a R\$ 1 750,00, que é o ponto médio.

Estendendo esse raciocínio aos demais intervalos, é possível calcular a média salarial dos funcionários desse estabelecimento:

Salários (em reais)	Ponto médio do intervalo	Número de funcionários
1 000 – 2 500	1 750	4
2 500 – 4 000	3 250	12
4 000 – 5 500	4 750	7

$$\bar{x} = \frac{1\,750 \cdot 4 + 3\,250 \cdot 12 + 4\,750 \cdot 7}{4 + 12 + 7} = \frac{79\,250}{23} \approx 3\,445,65$$

Arredondando para o inteiro mais próximo, temos que a média salarial dos funcionários do estabelecimento é R\$ 3 446,00.

FONTE: lezzi et al. (2016, p.146-147)

Na Coleção A encontramos também a identificação da classe modal e o cálculo aproximado da mediana para dados agrupados (ver Figura 15), os quais os autores exemplificam ao encontrar o valor de tais medidas. Na nossa análise, tal coleção faz uma explanação bem eficiente sobre essas MTC, porém, poderia haver mais exemplos envolvendo situações próximas da realidade do discente, assim como, a utilização de planilhas eletrônicas para facilitar os cálculos, uma vez que são números racionais e com isso mais difíceis de manipulação manual podendo assim desestimular o interesse do aluno, o tirando do foco principal que seria a significação das MTC envolvidas no problema. Desta forma, iria ao encontro, ao que prega a segunda versão da BNCC, ao afirmar que

merece destaque o uso das tecnologias, como o uso da calculadora e de planilhas eletrônicas que tanto contribuem para que o trabalho não tenha foco em fórmulas e cálculos. O importante é a capacidade de interpretação do significado de uma medida (média, moda, mediana) e não o cálculo delas. (BRASIL, 2016, p. 569)

Corroboramos que o trabalho com a estatística não deve priorizar a repetição e aplicação de fórmulas. Além disso, convém ao docente o uso da criticidade e da

criatividade para escolher os recursos tecnológicos com que irá ensinar o conteúdo, tentando evitar assim, fazer do livro didático seu único instrumento de ensino.

Em relação ao pensamento estatístico, observamos que a transnumeração é caracterizada nestas atividades pela passagem dos dados organizados inicialmente em um gráfico para o registro numérico. Notamos também que há uma lacuna em relação às demais categorias.

Figura 15 – Medidas de Centralidade para dados agrupados: Moda e Mediana – Vol. 3, Coleção A

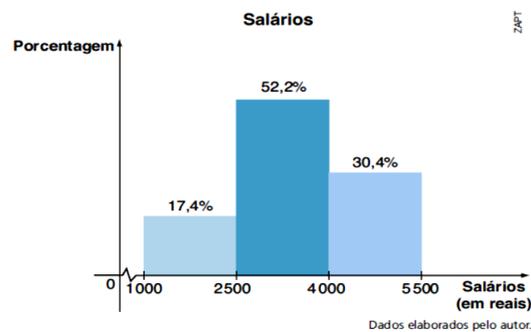
► Determinação da classe modal

Definimos **classe modal** como a classe que apresenta maior frequência absoluta. No exemplo, a classe modal é 2 500 – 4 000, pois há 12 valores percentuais a esse intervalo (as outras frequências são menores: 4 e 7).

► Cálculo da mediana

Lembremos, inicialmente, que a mediana de uma relação de valores é um valor que separa essa relação em duas partes com a mesma quantidade de valores, sendo que, em uma das partes, todos os valores são menores ou iguais à mediana e, na outra parte, todos os valores são maiores ou iguais à mediana.

Observe, no histograma seguinte, as porcentagens aproximadas de cada intervalo:



Da leitura do gráfico, notamos que:

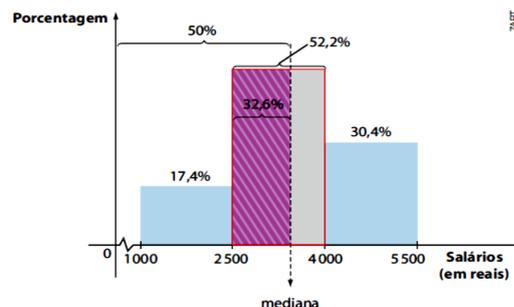
- ao final do primeiro intervalo encontram-se 17,4% do total de valores;
- ao final dos dois primeiros intervalos, encontram-se acumulados 69,6% do total de valores (17,4% + 52,2% = 69,6%).

Com base nas observações anteriores, concluímos que a mediana se encontra no segundo intervalo. Do limite inferior do primeiro intervalo (1 000) até a mediana concentram-se 50% do total de valores (17,4% + 32,6% = 50%).

Observando que, no segundo intervalo, o retângulo roxo e o retângulo destacado com fio vermelho possuem a mesma altura, temos que a área de cada um desses retângulos (expressa como porcentagem da área total sob o histograma) é diretamente proporcional à medida de sua base, isto é:

$$\frac{Me - 2500}{32,6\%} = \frac{4000 - 2500}{52,2\%} \Rightarrow Me \approx 3436,78$$

Logo, a mediana é aproximadamente 3436,78 reais.



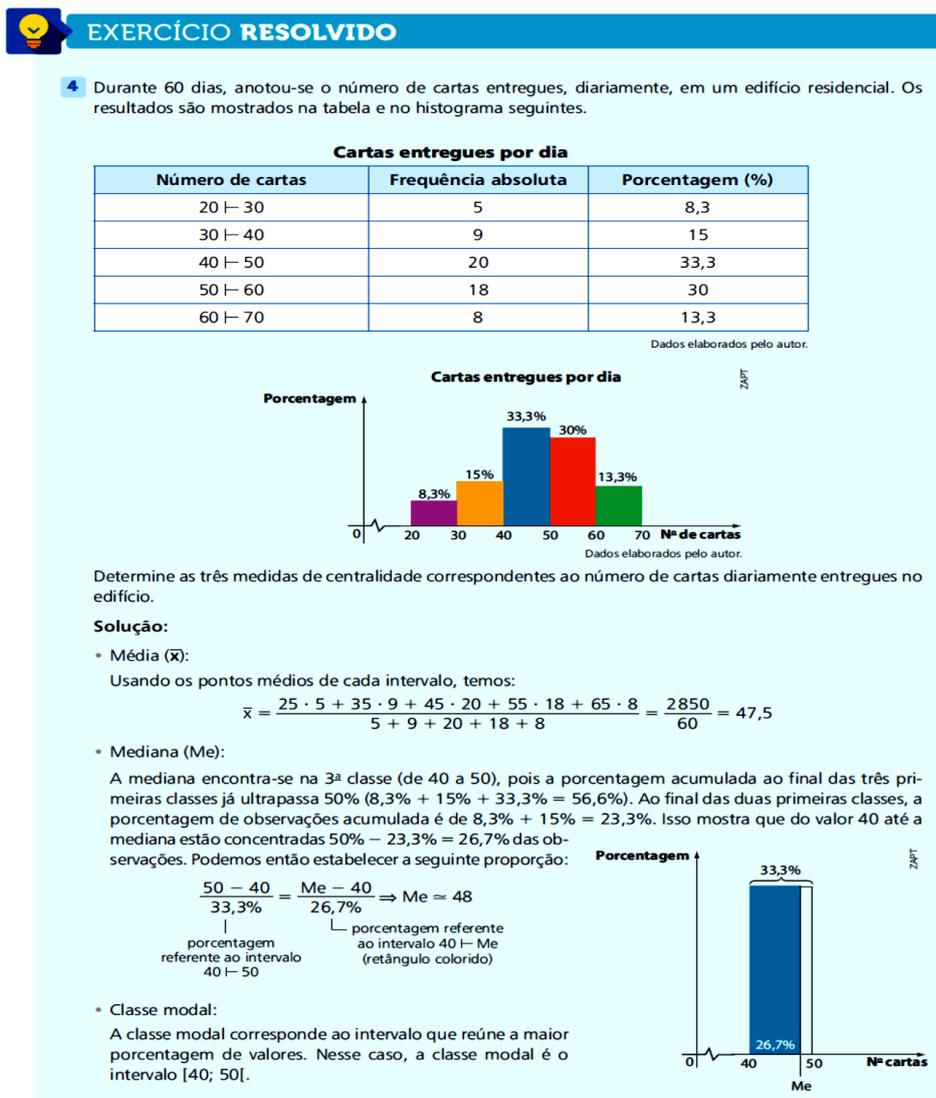
FONTE: lezzi et al. (2016, p 148)

Por fim, a coleção A traz um exercício resolvido abordando média (Figura 16), moda e mediana para dados agrupados. O exercício resolvido segue o mesmo padrão

dos exemplos resolvidos nos textos, sem novidades quanto ao uso de ferramentas tecnológicas e/ou planilhas eletrônicas para facilitar os cálculos.

A transnumeração é caracterizada pela passagem dos dados organizados em uma tabela para registro numérico e depois para uma nova representação gráfica pré-determinada (histograma). Além disso, fica evidenciada a articulação entre esses registros proporcionado ao estudante fazer o uso simultâneo dessas representações para análise de dados, sendo possível identificar o uso de distintos modelos.

Figura 16 – Exercício resolvido para dados agrupados – Vol. 3, Coleção A



FONTE: lezzi et al. (2016, p.149)

No volume 3 dessa obra didática, alguns significados em relação às medidas de centralidade, principalmente quanto à média, são apresentados de forma limitada no tangente as suas propriedades e ao seu uso em determinada situação. Poderiam

explorar melhor os exemplos e as situações-problema relacionados a esse conteúdo. Quanto à mediana, verificamos a existência da correlação com a média, porém, os autores não deixam claro que a mediana é inadequada para dados nominais a menos que esteja determinada em uma escala de pontos.

No tocante à moda, apesar de identificarmos algumas categorias do pensamento estatístico, consideramos que a coleção poderia trazer mais situações reais e, assim, favorecer o desenvolvimento da categoria “conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e síntese entre eles”. Porém, enfatizamos aqui, que as regiões do Brasil possuem várias especificidades, e, talvez, esse fato tenha dificultado a escrita de contextos que contemplem o cotidiano de todos os estudantes. As MTC abordadas nessa coleção expõem, parcialmente, tanto o uso de ferramentas tecnológicas quanto a utilização de mais gráficos estatísticos, principalmente, os encontrados em revistas, jornais e telejornais, aproximando ainda mais o conteúdo à realidade do discente.

Neste quesito, o manual do professor informa que é recomendável

[...] que o professor, no planejamento das aulas e das atividades, mobilize os estudantes a buscar gráficos, tabelas, textos e reportagens extraídos de jornais, revistas, internet e outros veículos de comunicação. Desse modo, o estudante poderá comunicar-se oralmente e por escrito (utilizando a linguagem matemática) para relatar, analisar e discutir as questões do mundo real. (IEZZI et al., 2016, p. 294)

Dessa forma, o reconhecimento da necessidade de ter dados aqui não é trabalhado. Vimos também que a Coleção A, propõe, parcialmente, o que pregam os documentos e orientações oficiais da educação, como as OCEM (BRASIL, 2006), PCNEM (BRASIL, 2000) e recentemente a BNCC (BRASIL, 2018), como já vimos na seção 3.3 do Capítulo 3.

No Manual do Professor do volume 3 da Coleção A, nem sempre são citados ou discutidos os conceitos e significados das medidas de posição contidos nas situações propostas do livro, apesar de Iezzi et al. (2016, p. 294) ressaltar para o docente que

o estudo das medidas de centralidade e dispersão de um conjunto de dados não deve se limitar, unicamente, ao cálculo dessas medidas. É necessário que os estudantes façam a correta interpretação dos números obtidos e que sejam criadas situações em que eles possam analisar, de modo crítico, a medida de centralidade mais conveniente para resumir e caracterizar um conjunto de dados.

Em relação à utilização das tecnologias, na coleção A são raros os exercícios onde os autores indicam o seu uso, apesar de serem tão importantes na vida cotidiana dos alunos, haja vista que muitos alunos as utilizam frequentemente em outras atividades, o que torna pouco eficiente a abordagem desse conteúdo (MTC) levando em conta o desenvolvimento das competências e das habilidades requeridas para essa fase escolar, conforme preveem as referências curriculares apresentadas no Capítulo 3 deste trabalho.

Porém, no Manual do Professor, lezzi et al. (2016, p. 295) sugerem aos professores

que as atividades em Estatística ocorram, de modo geral, com o uso da calculadora, pois invariavelmente aparecerão cálculos complexos (especialmente no cálculo da variância, desvio padrão, média com decimais, etc.) e, obviamente, o objetivo não é avaliar destreza nos cálculos, mas sim a compreensão do cálculo e das relações envolvidas. Alertamos para o fato de que, sem a calculadora, o estudante pode desviar o foco real do problema estatístico.

Nesta linha de pensamento, acreditamos que é muito importante se utilizar diferentes tecnologias existentes como auxílio no processo de ensino e de aprendizagem, tornando, dessa forma, as aulas mais interessantes e dinâmicas, despertando o interesse e motivando os estudantes perante uma situação real sem desvio de foco.

4.1.2 Coleção B – #Contato Matemática

Na leitura flutuante da coleção, em que cada volume corresponde a uma série do Ensino Médio, verificamos que o volume 1 é dividido em nove capítulos, o volume 2 em oito capítulos e o volume 3 em seis capítulos.

Figura 17 – Capa do livro “#Contato Matemática” – Vol. 3 (manual do professor)



Fonte: Souza e Garcia (2016)

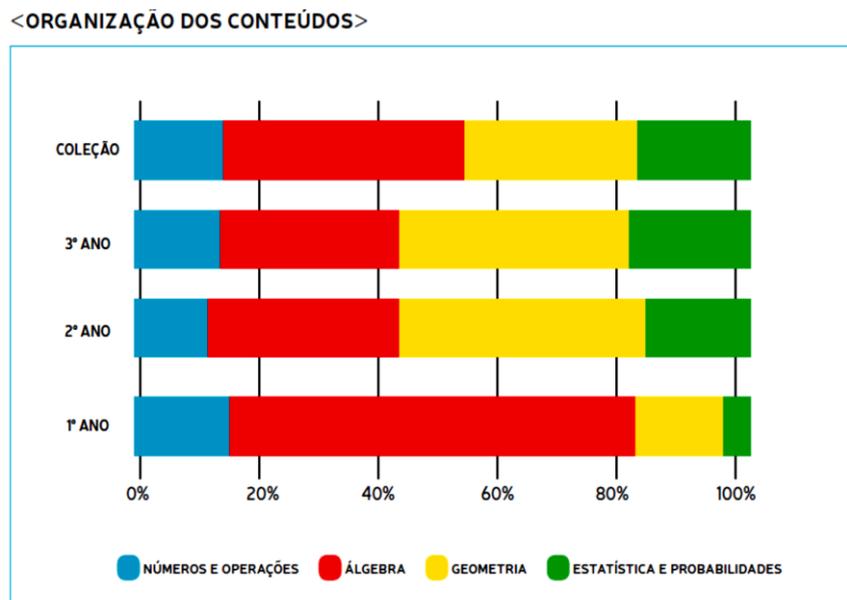
Em relação à esta obra, o guia PNLD 2018, em sua resenha geral, considera que:

O incentivo a que os estudantes elaborem problemas é um destaque na coleção. Ela também se caracteriza por apresentar uma considerável variedade de textos que possibilitam contextualizações e atividades interdisciplinares. No entanto, especialmente, na abertura dos capítulos, há conexões artificiais e pouco relacionadas aos temas abordados em seguida. Os conteúdos são, frequentemente, abordados com base em definições, atividades resolvidas e propostas. São feitas generalizações, mas de maneira rápida e sem o devido rigor. (BRASIL, 2018, p. 81).

Verificamos nessa coleção que, de modo geral, se observa que o conteúdo de Estatística e Probabilidades recebe pouca atenção no primeiro volume, no volume dois aborda apenas o conteúdo probabilidade, e, somente no volume 3 trata-se de Estatística Descritiva incluindo as MTC.

Na organização dos conteúdos, o estudo da Estatística Descritiva, em especial, das medidas de centralidade, corresponde a aproximadamente 5% do total de páginas (267) do volume 3. (ver Figura 18).

Figura 18: Organização dos Conteúdos por campo da Matemática/volume – Coleção B



Fonte: Matemática PNLD 2018 - Guia do Livro Didático do Ensino Médio (p. 84).

O volume 3 dessa coleção, que correspondente à 3ª série do ensino médio, contém livro do aluno e manual do professor, possui 267 páginas e está subdividido em seis capítulos, conforme a distribuição de conteúdo do Quadro 4.

Quadro 4 – Distribuição de conteúdo por unidade – vol. 3, Coleção B

3º ANO – 06 CAPÍTULOS – 224 P.	
1	Matemática financeira: porcentagem, taxa, acréscimos e descontos sucessivos; juros simples e compostos; juros e funções, amortização.
2	Geometria analítica no plano: plano cartesiano, distância entre dois pontos, coordenadas de ponto médio de segmento e de baricentro de triângulo; condição de alinhamento de três pontos, equações geral e reduzida de reta; posição relativa entre duas retas, discussão de sistemas, ângulo entre retas; distância entre ponto e reta, inequação do 1º grau com duas variáveis.
3	Cônicas: circunferência, posições relativas entre ponto, retas e circunferências; elipse, hipérbole, parábola; definições, elementos, equações e representações gráficas.
4	Estatística: variáveis, população, amostra, tabelas e gráficos, medidas de tendência central e de dispersão, distribuição de frequência, intervalo de classe.
5	Números complexos: definição, conjuntos, operações, módulo, conjugado, produto como rotação; representações algébrica, geométrica e trigonométrica.
6	Polinômios: definição, operações, teorema do Resto e de d'Alambert, dispositivo de Briot-Ruffini; equações polinomiais: definição, teorema fundamental da álgebra, relações de Girard, multiplicidade de uma raiz, raízes racionais e complexas.

Fonte: Matemática PNLD 2018 - Guia do Livro Didático do Ensino Médio (p. 83).

O capítulo 4 fala sobre “Estatística”. Ele é iniciado com uma proposta a respeito do Censo Demográfico do IBGE. Por conseguinte, são definidos os temas variáveis estatísticas, população e amostra estatísticas. A seção posterior se refere a tabelas e gráficos, incluindo pirâmide etária e pictograma. Finalizando o capítulo, encontram-se inúmeros exercícios (alguns provindos do ENEM), os quais exigem interpretação de gráficos e tabelas.

Conforme o Guia do PNLD 2018, as atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes recebem pouca atenção deixando o estudo restrito e que “são abordados diferentes tipos de gráficos estatísticos e suas características, mas ao estudante não é solicitado analisá-los, mesmo que concisamente”. (BRASIL, 2017, p. 85)

Dando continuidade, tem-se as medidas de tendência central utilizando-se dos dados não agrupados. São expostos algumas atividades resolvidas para cada MTC abordada e posteriormente são destinadas algumas atividades para fixação do conteúdo, mas, se utilizando apenas de fórmulas/regras, ou seja, algoritmos predefinidos anteriormente no conteúdo. Fato este que mostraremos na seção 4.2.

Em Souza e Garcia (2016), encontra-se ainda um espaço destinado ao termo “Contexto” que por sua vez traz um texto relacionado à conectividade abordando sobre a evolução dos aparelhos celulares entre os anos 1984 e 2020. No final do capítulo 4 esse exemplar traz uma proposta de atividade para o aluno intitulada “Ser Consciente – Quando Menos é Mais”.

O Guia do PNLD 2018, em relação a tais atividades salienta que

são propostas atividades de pesquisa a serem desenvolvidas pelos estudantes, mas não se realizam discussões sobre coleta e tratamento de dados, ou sobre a melhor maneira de representar dos resultados obtidos, o que limita o estudo. (BRASIL, 2017, p. 85)

As medidas de dispersão com dados não agrupados são apresentadas na seção seguinte. Depois da abordagem das medidas centrais e de dispersão, os autores apresentam as distribuições de frequências através de alguns exercícios do conteúdo anterior, de modo que se iniciam as atividades com intervalos de classe. Os autores deveriam ter abordado esse tema “distribuição de frequências” antes da seção das MTC, visto que, daria aos alunos a oportunidade de revisarem tal conteúdo logo após estudar este tema em prol do ensino e aprendizagem estatística.

Neste capítulo, os autores apresentam ainda as medidas de tendência central para dados agrupados com intervalos de classe e logo após elencam várias atividades para fixação do conteúdo, porém, empregando, basicamente, da memorização de fórmulas e conceitos em suas resoluções.

A Figura 19, apresenta um exemplo resolvido e como introduzem e definem a medida de centralidade “média aritmética”. Esses autores não dão a importância devida a esta MTC tão importante do nosso dia a dia, visto que, apresentam-na somente através de fórmulas, sem mencionar as suas propriedades que são tão importantes conforme Batanero (2001) destaca em seu estudo; nem tão pouco fala que ela é altamente influenciada pelos seus valores extremos. Notamos que a Coleção B não menciona que podemos encontrar um valor da média que pode ser um número diferente de todos aqueles que constituem o conjunto de valores. Fato este que estaria em acordo com o pensamento de Batanero (2001). No entanto, é abordado a inserção da média aritmética através do gráfico de segmentos, comparando-a com o quantitativo dos dados, o que torna o entendimento dessa MC mais satisfatório perante os estudantes.

Figura 19 – Exemplo e definição: Média Aritmética – Vol. 3, Coleção B

Medidas de tendência central

As medidas de tendência central são utilizadas quando é necessário representar, por um único valor, um conjunto de dados, obtidos em uma pesquisa. Essas medidas indicam que os dados tendem a concentrar-se em torno dele. Nesse tópico, iremos estudar as medidas de tendência central média aritmética, média aritmética ponderada, moda e mediana.

Quando dizemos, por exemplo, que a média dos rendimentos do trabalhador brasileiro em agosto de 2015 era de R\$ 1 866,00, indicamos que esse é um valor que representa o conjunto formado pela renda de todos os trabalhadores brasileiros considerados na pesquisa.

Fonte de pesquisa: <www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/trabalhoerendimento/pnad_continua/default.shtm>. Acesso em: 20 jan. 2016.

Média aritmética

A média aritmética, ou simplesmente média, é a medida de tendência central mais utilizada para representar um conjunto de dados. Para calcular a média aritmética de dois ou mais números, adicionamos esses números e dividimos o resultado obtido pela quantidade de números adicionados.

A média aritmética (\bar{x}) de um conjunto de n valores ($x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$) é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n}$$

Exemplo

Observe a seguir o número de transplantes de fígado realizados no Brasil a cada ano, de 2007 a 2014.

Transplantes de fígado no Brasil de 2007 a 2014

Ano	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Número de transplantes	1 008	1 177	1 334	1 413	1 496	1 598	1 723	1 755

Fonte: <www.abto.org.br/abtov03/Upload/file/RBT/2014/rbt2014-lib.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2016.

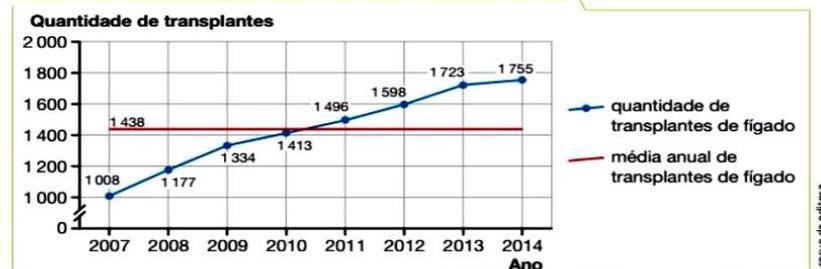
Calculando a média anual de transplantes de fígado realizados no período, temos:

$$\bar{x} = \frac{1\,008 + 1\,177 + 1\,334 + 1\,413 + 1\,496 + 1\,598 + 1\,723 + 1\,755}{8} = \frac{11\,504}{8} = 1\,438$$

Portanto, de 2007 a 2014, foram realizados por ano, em média, 1 438 transplantes de fígado no Brasil.

No gráfico a seguir, a linha em azul indica a quantidade de transplantes de fígado, e a linha em vermelho indica a média anual.

Transplantes de fígado no Brasil de 2007 a 2014



Fonte: <www.abto.org.br/abtov03/Upload/file/RBT/2014/rbt2014-lib.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2016.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 122)

A transnumeração é caracterizada pela coleta dos dados (no site também) organizados em uma tabela para registro numérico e depois para uma nova representação gráfica pré-determinada (gráfico em linhas). Além disso, fica

evidenciada a articulação entre esses registros proporcionado ao estudante fazer o uso simultâneo dessas representações para análise de dados.

Tal coleção não dá ênfase ao uso de calculadora e/ou planilhas eletrônicas para realização dos cálculos mais complexos apesar da sugestão dos documentos oficiais de educação.

Em suma, é dado muita ênfase aos cálculos numéricos dificultando o entendimento perante os alunos da finalidade da média como uma MTC. Contrariando o que pensa Novaes (2008),

No nível de mobilização do conceito desejado em um processo de aprendizagem eficaz, pode-se esperar que o aluno faça mais do que a simples aplicação da fórmula para cálculo de média simples ou ponderada, identificando sua propriedade e sua aplicabilidade na dialética analisada. (NOVAES, 2008, p. 97).

Tal autora destaca ainda que uma sequência de atividades propostas para o estudo das médias poderia possibilitar ao discente um conhecimento mais consistente a respeito dessa MTC a fim de desenvolver sua aptidão de análise crítica dos dados e, conseqüentemente, uma tomada de decisão mais apropriada perante ao valor da medida encontrada em cada problema sugerido.

Prosseguindo com nossa análise, vimos a seção a respeito de média aritmética ponderada onde começa a sua abordagem com um exemplo e logo após a definição formal da MTC (conforme Figura 20).

Compreendemos que a maneira exposta a respeito da conceitualização dessa MTC não beneficia a aprendizagem do aluno na utilização da média aritmética ponderada em detrimento à média aritmética simples, apesar de os autores informarem no texto que tal MTC é usada quando envolve “pesos” diferentes, mas de acordo com o que deve ser trabalhado para que o pensamento estatístico seja formado não está evidente para os alunos, além disso, também não comentam a respeito de valores extremos influenciarem o valor obtido. Não justificam que o valor obtido pode não fazer parte do conjunto de dados analisados e lançam adiante a fórmula para resolução do exercício e logo após abordam outra seção sem sequer colocar mais exemplos e/ou exercícios resolvidos para um melhor entendimento do leitor.

Figura 20 – Exemplo e definição: Média Aritmética Ponderada – Vol. 3, Coleção B

■ Média aritmética ponderada

No cálculo da média aritmética visto anteriormente, supomos que cada valor do conjunto de dados tenha a mesma “importância”. Contudo, há situações nas quais essa suposição não é verdadeira, ou seja, há valores com “importâncias” diferentes. Observe a situação a seguir.

No processo de seleção de certa instituição de Ensino Superior, a nota do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) obtida pelo candidato tem peso 4, e a obtida no vestibular, peso 6. Se um candidato obtiver nota 70 no Enem e 50 no vestibular, qual será sua nota média final?

Note que, nessa situação, temos de levar em consideração o peso (importância) de cada nota obtida (Enem e vestibular). Essa característica faz que seja necessária, para o cálculo da nota média final do candidato, a utilização da **média aritmética ponderada** (\bar{x}_p), que é dada pela soma dos produtos de cada nota pelo respectivo peso, dividida pela soma dos pesos.

Na situação apresentada, temos:

$$\bar{x}_p = \frac{4 \cdot 70 + 6 \cdot 50}{4 + 6} = \frac{280 + 300}{10} = \frac{580}{10} = 58$$

Portanto, a nota média final do candidato foi 58.

A média aritmética ponderada (\bar{x}_p) de um conjunto de n valores $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$, cujos pesos são respectivamente $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_{n-1}, p_n$, é dada por:

$$\bar{x}_p = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 + \dots + x_{n-1} \cdot p_{n-1} + x_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots + p_{n-1} + p_n}$$

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 123)

Em benefício da formação do pensamento estatístico, os autores, poderiam abordar mais especificamente sobre as médias aritméticas tanto em sua definição quanto nos exemplos e exercícios resolvidos, inclusive comentando e expondo suas propriedades e expondo atividades pertinentes à interpretação e análise crítica dos dados por parte dos alunos. Dessa forma estaria em acordo com a terceira e quartas categorias propostas por Wild e Pfannkuch (1999) relativos à segunda dimensão do pensamento estatístico. Em relação a transnumeração, notamos que acontece, visto que, aparece na forma textual para a análise de dados. No entanto, há um déficit quanto à representação gráfica ou tabular desses dados.

Na Figura 21 a Coleção B já comenta sobre outra medida de centralidade “a Moda”, em sua próxima seção desse exemplar. A explicação da MTC “moda” se faz

através de uma situação problema e depois expõem um exemplo para fixação do conceito da mesma.

Figura 21 – Exemplo e definição da Moda – Vol. 3, Coleção B

► Moda

Quando dizemos que algo está na moda, como uma peça de vestuário, por exemplo, estamos nos referindo a um modelo de roupa que está sendo aceito e usado por muitas pessoas. Em estatística, a **moda (Mo)** é uma medida de tendência central correspondente aos valores de maior frequência em um conjunto de dados.

► Exemplo

Veja a seguir o número de gols marcados nos 40 primeiros jogos do campeonato brasileiro de futebol de 2015.

4	3	1	3	1	3	5	0	6	2
2	2	1	4	1	5	0	1	1	0
3	2	1	0	3	1	1	1	2	1
4	3	3	2	0	3	2	4	5	3

Fonte de pesquisa: <www.cbf.com.br/competicoes/brasileiro-serie-a#.VqDCzporIdU>. Acesso em: 21 jan. 2016.



Partida entre Fluminense e São Paulo, válida pelo campeonato brasileiro de futebol de 2015, no Rio de Janeiro (RJ).

Para auxiliar na obtenção da moda do número de gols marcados por partida, podemos determinar a **frequência (f)** de cada valor, ou seja, quantas vezes esse valor se repete no conjunto de dados. A moda corresponde ao valor de maior frequência.

Portanto, como a maior frequência (11) foi 1 gol, temos $Mo = 1$, ou seja, a moda desse conjunto de dados é 1 gol.

Fonte: <www.cbf.com.br/competicoes/brasileiro-serie-a#.VyJuovK5cdV>. Acesso em: 21 jan. 2016.

Número de gols marcados nos 40 primeiros jogos do campeonato brasileiro de futebol de 2015

Número de gols marcados por jogos	Frequência (f)
0	5
1	11
2	7
3	9
4	4
5	3
6	1

Há conjuntos de dados que não possuem moda, denominados **amodais**. Contudo, existem também aqueles que possuem mais de uma moda. Denominamos **bi-modais** aqueles que possuem duas modas, **trimodais** os que possuem três modas, e assim por diante.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 124)

É importante para fomentar a formação do pensamento estatístico que os autores usassem gráficos estatísticos e mais situações-problemas com outras variáveis de pesquisa, a exemplo das qualitativas, que aguçasse no aluno o entendimento sobre o significado da moda, favorecendo um pensamento mais crítico e desafiador. Pois, segundo Triola (2008), a moda é pouco utilizada com dados

numéricos, por isso, entre as MTC, ela é a única que pode ser usada com dados no nível nominal de mensuração, ou seja, obtida quando as variáveis são utilizadas, simplesmente, para classificar os sujeitos (objetos).

A transnumeração é caracterizada também pela passagem dos dados organizados em uma tabela para registro numérico e textual. No entanto, tal atividade não proporciona ao estudante fazer uso simultâneo de várias representações para analisar os dados.

Após esse único exemplo sobre moda, a Coleção B muda o seu direcionamento e passa a falar na seção seguinte sobre a MTC “Mediana”.

Observamos que, para o conceito de mediana, a coleção B já iniciou com a sua definição formal expondo dois exemplos: um envolvendo um conjunto contendo um número ímpar de dados e outro com uma quantidade par de valores, conforme Figura 22. A Coleção B não deixa evidente para o estudante do porquê da necessidade de se utilizar nesses dois casos a mediana e não outra medida de posição. Entendemos, que para a formação do pensamento estatístico, seria importante que os autores abordassem de forma mais abrangente a definição de mediana e seus significados, ademais, eles também poderiam dar ênfase a explanação em gráficos estatísticos a fim de promover a compreensão do significado dessa medida (que é um pouco mais complexo do que as demais MTC estudadas) pelo aluno durante sua leitura. Com isso, estaria em acordo com a quarta categoria definida por Wild e Pfannkuch (1999), quando nos diz que usar diferentes tipos de modelos nos ajuda a pensar aspectos da investigação de maneira genérica, implicando no desenvolvimento do pensamento estatístico.

Nessa linha de pensamento concordamos com Cobo e Batanero (2000) onde

sustentam que a definição de mediana é excessivamente difícil para os alunos, por este conceito estar relacionado com o raciocínio proporcional e a compreensão das ideias de ordem e distribuição, que com frequência causam dificuldade aos alunos. Desse modo, não é simples dar uma definição clara e concisa de mediana que não leve à confusão. (p. 86)

Analisando tal exemplo (ver Figura 22), notamos que a coleção B exige, prioritariamente, do aluno a fazer o cálculo da mediana em cada caso e/ou a aplicação da regra. Dessa forma, não é exigido nenhuma interpretação mais significativa do conceito de mediana por parte dos estudantes a fim de aguçar-los a pensar de forma crítica e consciente a respeito do problema proposto.

Figura 22 – Exemplo e definição da Mediana – Vol. 3, Coleção B

► Mediana

Outra medida de tendência central muito utilizada é a **mediana** (Md).

Podemos considerar dois casos para a obtenção da mediana:

- 1ª caso: conjunto de dados com quantidade ímpar de valores.

Nesse caso, inicialmente dispomos esses valores em *rol*, ou seja, em ordem não decrescente ou não crescente. A mediana irá corresponder ao termo central do *rol*.

› Exemplo

A seguir, está indicado em ordem não decrescente o comprimento (em centímetros) de 11 peixes criados por um piscicultor.

13	15	15	16	17	18	19	19	21	22	22
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Portanto, a mediana dos comprimentos dos peixes é 18 cm.

Quando a quantidade n de valores de um conjunto de dados for ímpar, a posição do valor correspondente à mediana, com os valores dispostos em *rol*, é dada por $\frac{n+1}{2}$.

No exemplo acima, temos:

$$\frac{11+1}{2} = 6 \rightarrow 6^{\text{a}} \text{ posição}$$

- 2ª caso: conjunto de dados com quantidade par de valores.

Com os valores dispostos em *rol*, obtemos a mediana calculando a média aritmética entre os dois termos centrais do *rol*.

› Exemplo

A seguir, está indicado, em *rol*, o tamanho (em megabites) de 14 arquivos gravados em um *pen drive*.

52,8	76	82,4	103	142,5	167,2	173,1	181,5	207,4	248,2	262,3	281	313,3	358,4
------	----	------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-----	-------	-------

$$Md = \frac{173,1 + 181,5}{2} = \frac{354,6}{2} = 177,3$$

Portanto, a mediana do tamanho dos arquivos é 177,3 MB.

Quando a quantidade n de valores de um conjunto de dados for par, a posição dos valores cuja média aritmética corresponde à mediana, com os valores dispostos em *rol*, é dada por $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$.

No exemplo acima, temos:

$$\frac{14}{2} = 7 \rightarrow 7^{\text{a}} \text{ posição} \quad \frac{14}{2} + 1 = 8 \rightarrow 8^{\text{a}} \text{ posição}$$

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 125)

Continuando a seção, os autores trazem algumas atividades resolvidas, entre elas a atividade resolvida (R3) englobando as MTC: média, moda e mediana de acordo com a Figura 23. Como todas elas tratam de questões envolvendo apenas cálculos, escolhemos a atividade (R3) apenas para enfatizarmos o que estamos afirmando.

Figura 23 – Atividade Resolvida: Média, Moda e Mediana – Vol. 3, Coleção B

Atividades resolvidas

R3. (Enem-MEC) Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolução

Calculando a média para cada reagente:

- Reagente 1: $\frac{1+6+6+6+11}{5} = \frac{30}{5} = 6$
- Reagente 2: $\frac{0+6+7+6+5}{5} = \frac{24}{5} = 4,8$
- Reagente 3: $\frac{2+3+8+10+11}{5} = \frac{34}{5} = 6,8$
- Reagente 4: $\frac{2+4+7+8+12}{5} = \frac{33}{5} = 6,6$
- Reagente 5: $\frac{1+2+9+10+11}{5} = \frac{33}{5} = 6,6$

Comparando a média para cada reagente com os resultados do quadro, observamos que o reagente 2 é o que atende ao critério do pesquisador, pois é o que possui a maior quantidade de resultados acima da média (4 resultados).

Portanto, a alternativa correta é a b.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p.126)

Inicialmente, notamos que a atividade (R3) foi retirada dos cadernos de questões do ENEM. Achemos que esta questão em específico não é viável, visto que, apenas enfatiza a memorização e aplicação de fórmulas deixando uma lacuna quanto a significação da média para um melhor entendimento do aluno.

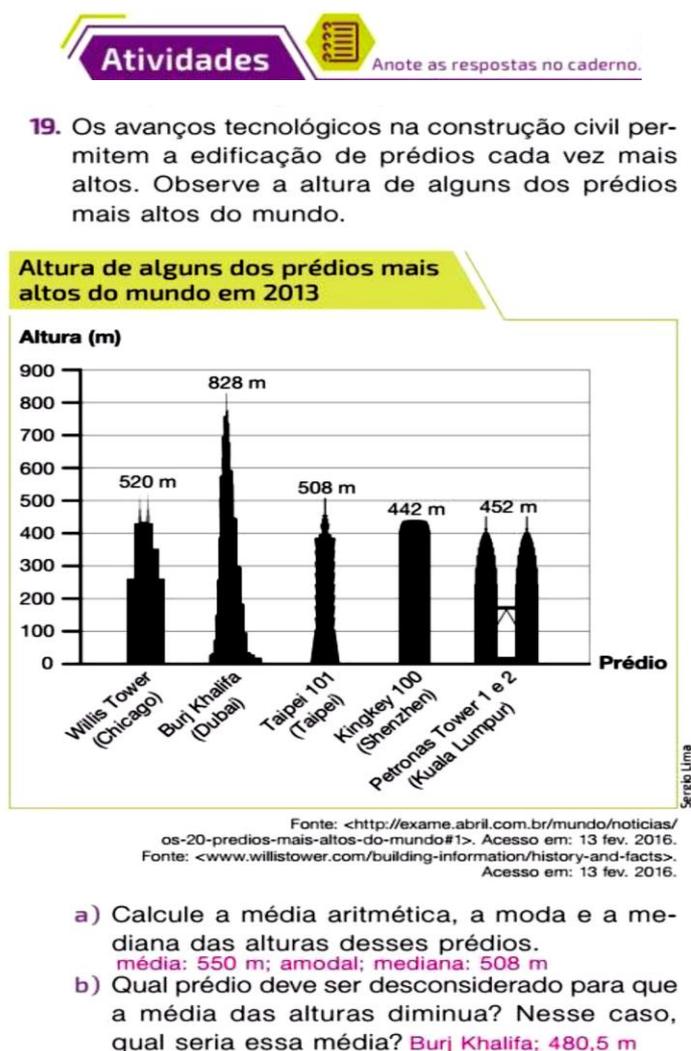
Discorremos que na atividade deveria constar que muitas vezes o valor encontrado não faz parte do conjunto de dados e nem tampouco retrata a realidade do cotidiano do aluno, conforme afirma Batanero (2001) em seu pensamento sobre médias aritméticas.

A transnumeração é caracterizada também pela passagem dos dados organizados em uma tabela para registro numérico e textual. No entanto, tal atividade

não proporciona ao estudante fazer uso simultâneo de várias representações para analisar os dados. Contrariando a quarta categoria dos tipos de pensamento proposto por Wild e Pfannkuch (1999) mais uma vez.

Prosseguindo, na próxima seção, Souza e Garcia (2016) sugere uma série de atividades para o aluno fixar suas ideias versando sobre as medidas de tendência central já estudadas (ver Figura 24). Porém, preferimos de novo escolher uma delas, a atividade 19, a fim de enfatizar o uso exacerbado de contas, sem nenhuma preocupação com que os estudantes pensem perante o problema.

Figura 24 – Atividade proposta: Média, Moda e Mediana – Vol. 3, Coleção B



Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 127)

Notamos que embora tal questão seja uma das pouquíssimas encontradas no Coleção B que dispõe de um gráfico estatístico para resolução, à mesma não exige a utilização de ferramentas tecnológicas, como sugerem os documentos oficiais a

exemplo dos PCN e da BNCC. Mantendo o padrão dessa coleção, a atividade privilegia apenas os cálculos numéricos e não incentivam o discente a pensar criticamente no problema sugerido. No entanto, deixa implícito no item (b) que a média é fortemente influenciada pelos extremos, visto que, pede o estudante que desconsidere um “certo valor” a fim da redução do valor da média.

Pensamos que os autores deveriam abordar nesses exercícios informações que correlacionasse o uso ou não de uma determinada MTC para aguçar no aluno uma tomada de decisão correta perante à situação apresentada conforme salientam Anjos e Gitirana (2008, p. 11) que “uma forma pouco comum nos livros é a comparação entre as medidas de tendência central, moda, média e mediana, através de situações em que é necessário decidir qual delas representa melhor certa amostra, sob diferentes pontos de vista”.

Dessa maneira, concordamos com Anjos e Gitirana (2008), pois todos os livros didáticos deveriam trazer situações que envolvessem sequências de atividades, evidenciando também gráficos estatísticos e o uso de ferramentas tecnológicas para que o aluno conjecturasse e interpretasse os dados estatísticos a fim de uma tomada de decisão mais consistente em cada situação proposta. O que estaria em acordo com os tipos de pensamento propostos por Wild e Pfannkuch (1999).

A transnumeração é caracterizada também pela passagem dos dados organizados em um gráfico estatístico para registro numérico e textual. Tal atividade proporciona ao estudante fazer uso simultâneo de várias representações para analisar os dados.

Encerrando o capítulo a respeito de Estatística a Coleção B (ver Figura 25) traz um exemplo com dados fictícios abordando as medidas de tendência central média, moda e mediana para dados agrupados, e, logo a seguir, uma seção de atividades propostas.

Averiguamos que tanto o exemplo apresentado quanto as atividades solicitadas, seguem o mesmo padrão dos exemplos e atividades sugeridas no texto durante as definições e conceitos das MTC, não contendo novidades quanto ao uso de ferramentas tecnológicas e/ou planilhas eletrônicas para facilitar os seus cálculos, não retratando o seu uso em gráficos estatísticos, além de não levar o aluno a uma interpretação crítica dos dados estatísticos a fim de proporcioná-lo uma tomada de decisão correta em cada situação-problema. Ou seja, satisfaz apenas a segunda e a quarta categoria dos tipos de pensamento propostos por Wild e Pfannkuch (1999).

Figura 25 – Média, Moda e Mediana para dados agrupados – Vol. 3, Coleção B

► Medidas de tendência central para dados agrupados em intervalos de classes

Estudamos anteriormente como calcular medidas de tendência central para dados discretos. Agora veremos como calcular a média aritmética, a moda e a mediana para dados agrupados em intervalos de classes. Para isso, considere a tabela de frequência a seguir, que apresenta as massas dos 30 alunos de uma turma do Ensino Médio.

Os dados apresentados nas tabelas são fictícios.

Massa dos alunos de uma turma do Ensino Médio em março de 2016	
Massa (kg)	Frequência (f)
40 –50	4
50 –60	10
60 –70	9
70 –80	5
80 –90	2
Total	30

Fonte: Turma do Ensino Médio.

Para calcularmos as medidas de tendência central para a variável “massa dos alunos”, inicialmente obtemos o valor médio (vm) de cada intervalo de classe.

Massa dos alunos de uma turma do Ensino Médio em março de 2016		
Massa (kg)	Frequência (f)	Valor médio (vm)
40 –50	4	45
50 –60	10	55
60 –70	9	65
70 –80	5	75
80 –90	2	85
Total	30	

Fonte: Turma do Ensino Médio.

- Para calcularmos a **média aritmética** (\bar{x}), adicionamos o produto de cada frequência pelo valor médio correspondente e dividimos o resultado obtido pela quantidade total de valores.

Em relação à massa dos alunos, temos que a média é dada por:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 45 + 10 \cdot 55 + 9 \cdot 65 + 5 \cdot 75 + 2 \cdot 85}{30} = \frac{1860}{30} = 62 \rightarrow 62 \text{ kg}$$

- A **moda** (M_o) corresponde ao valor médio do intervalo de classe de maior frequência.

Em relação à massa dos alunos, como o intervalo de classe de maior frequência é 50|–60 (10 valores), a moda equivale ao valor médio correspondente, que nesse caso é 55 kg, ou seja, $M_o = 55$.

- A **mediana** (M_d) corresponde ao valor médio do intervalo de classe que contém o termo central se a quantidade de termos for ímpar; se a quantidade de termos for par, a mediana corresponde à média aritmética dos valores médios correspondentes aos intervalos de classes que contêm os dois termos centrais.

Em relação às massas dos alunos, a quantidade de termos é par e igual a 30. Como o 15º e o 16º termos (termos centrais) pertencem ao intervalo 60|–70, a mediana é dada por:

$$M_d = \frac{65 + 65}{2} = 65 \rightarrow 65 \text{ kg}$$

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 140)

Além disso, os autores não auxiliam os discentes ao entendimento do cálculo das MTC em dados agrupados, pois quando os alunos precisam encontrava o valor da média para dados agrupados em intervalos de classe, geralmente eles ignoram a distribuição de frequência nesses intervalos e acabam sempre calculando a média da

mesma maneira que calculamos a média simples esquecendo dessa forma da utilização do ponto médio de cada intervalo de classe.

A transnumeração é contemplada também pela passagem dos dados organizados em um gráfico estatístico para registro numérico e textual. Tal atividade proporciona ao estudante fazer uso simultâneo de várias representações para analisar os dados, estando em acordo com a quarta categoria do pensamento estatístico.

Enfim, no terceiro volume da Coleção B, os significados em relação às medidas de centralidade, principalmente, sobre as médias aritméticas são expostas de forma insuficiente, no tocante às suas propriedades e à utilização de uma delas em detrimento a uma determinada atividade. Os autores poderiam aprimorar muito mais os exemplos e as atividades relacionados a significação das médias com uma MTC. Em relação à mediana, notamos a inexistência da correlação com a média, quando valores extremos não retratam bem o conjunto e para isso a mediana se faz necessária para uma tomada de decisão adequada, visto que ela não é influenciada por valores altos.

No que diz respeito à moda, consideramos que mais situações do cotidiano do discente poderiam ser propostas. As MTC abordadas nessa coleção deixaram lacunas tanto em relação ao uso de ferramentas tecnológicas quanto à utilização de gráficos estatísticos adequados a cada situação, principalmente, porque são encontrados facilmente no dia a dia proporcionando ao aluno uma visão mais próxima da sua realidade. No entanto, sobre esse tema, o manual do professor sugere, como forma de avaliação, “propor aos alunos que tragam recortes de jornais ou revistas que contenham gráficos ou tabelas interessantes para a faixa etária e elaborem questões sobre os assuntos tratados”. (SOUZA e GARCIA, 2016, p. 253)

Observamos que a Coleção B, nesse sentido, não implementa integralmente o que pregam documentos como as OCEM (BRASIL, 2006), PCNEM (BRASIL, 2000) e o que recomenda, recentemente, a BNCC (BRASIL, 2018), quanto às competências e as habilidades definidas no estudo da Estatística.

Porém, no Manual do Professor do volume 3, os autores recomendam e auxiliam realizar várias atividades orientadas, inclusive com a inserção de gráficos estatísticos adequados a fim de discutir situações-problemas que envolvem a utilização das medidas de posição, média, moda e mediana, orientando o docente para que seja capaz de perceber se o discente compreende a diferença entre as MTC e quando devem utilizar uma ou a outra medida para uma tomada de decisão

apropriada. Conforme mostra um trecho do MP dessa obra didática orientando o professor que

ao introduzir o conteúdo abordado nessas páginas, peça aos alunos que tragam para a sala de aula uma fatura de energia elétrica. Peça que calculem a média aritmética e, em seguida, construa um gráfico de linhas, traçando, em outra cor, a linha da média. (SOUZA e GARCIA, 2016, p. 254).

Vale salientar que a obra não sugere o uso das ferramentas tecnológicas em nenhuma das atividades propostas, apesar da calculadora já fazer parte do dia a dia de muitos alunos. Acreditamos que esse é um fator negativo, visto que a falta do uso de recursos tecnológicos poderá tornar ineficiente a abordagem das MTC no tangente aos cálculos mais complexos e desviar da atenção do aluno na sua resolução da interpretação da dados estatísticos apresentados.

4.2 Comparando as duas obras: Coleção A versus Coleção B.

No Quadro 5, fizemos uma comparação entre a Coleção A e Coleção B, a respeito dos tópicos analisados neste trabalho, considerando a coleção que melhor se adequa as categorias de pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

QUADRO 5: Quadro comparativo entre as duas coleções

TÓPICOS ANALISADOS	COLEÇÃO A	COLEÇÃO B
Definição das MTC: Média, Moda e Mediana	x	
Exemplos e/ou Exercícios Contextualizados		
Propostas de Atividades Investigativas/Experimentais		
Representação Gráfica ou Tabular das MC		
Uso de Tecnologias Digitais nos Cálculos das MC		
Abordagem das Categorias do Pensamento Estatístico		
Orientações ao Docente no Manual do Professor		x

FONTE: Elaborado pelo autor

Apesar de termos eleito uma como aquela que melhor se adequa em cada um dos tópicos analisados, percebemos que no geral ambas as coleções se aproximam quanto à falta de atividades significativas que despertem no aluno a necessidade de levantar e comprovar conjecturas e a pensar de forma mais crítica diante dos dados estatísticos apresentados em prol de um tomada de decisão mais precisa. Além disso,

essas obras se equivalem também em relação à pouca abordagem das MTC na forma de gráficos estatísticos e ao incentivo da utilização de ferramentas tecnológicas para realização dos cálculos mais complicados por partes dos alunos, deixando-os mais livres para interpretar os dados apresentados com maior atenção e eficácia.

No entanto, ressalta-se que no ensino básico, principalmente no Ensino Médio, o conteúdo de Estatística deve levar em consideração a discussão e a investigação dos dados pesquisados (BRASIL, 2016). Para isso, uma sugestão seria a inserção de ferramentas tecnológicas, a exemplo de calculadoras e planilhas eletrônicas, para a construção de gráficos e tabelas com intuito de aguçar e despertar no aluno uma interpretação mais adequada a respeito dos dados e tipos de variáveis analisadas na pesquisa.

Em relação à formação do pensamento estatístico, a coleção de lezzi et al. (2016) apresenta uma pequena vantagem na sua exposição no tocante a conceitualização de médias, visto que, mencionam algumas de suas propriedades, fato esse que não ocorre em Souza e Garcia (2016). No tangente a MTC “moda” ambas coleções ao nosso pensamento explanam de forma parecida e coerente para o entendimento do discente (poderia haver mais situações-problemas envolvendo o cotidiano do aluno e a sua representação em gráficos).

No que diz respeito à medida de centralidade “mediana”, notamos que a Coleção A, também, expõe um pouco melhor o seu significado em detrimento da Coleção B, visto que, em lezzi et al. (2016) ainda comenta-se sobre o uso da mediana em casos em que a média não retrata bem a situação sugerida, ou seja, quando os valores extremos alteram significativamente o seu valor.

Observamos que o manual do professor do exemplar da Coleção B possui indicações e/ou recomendações para o docente perante as atividades do livro e até mesmo outras atividades orientadas. Situação que não ocorre na Coleção A, mencionando apenas sugestões gerais sem direcionamento para a resolução dos exercícios da própria obra didática.

Em relação aos tipos de pensamentos propostos por Wild e Pfannkuch (1999), principalmente, nos que diz respeito a segunda, terceira e quarta categorias, respectivamente: transnumeração, onipresença de variação, conjuntos distintos de modelos, a Coleção A está mais próxima do que propoem Wild e Pfannkuch (1999) do que a Coleção B como vimos nos exemplos e atividades analisadas. No entanto, há lacunas em ambas as coleções quanto ao reconhecimento da necessidade de

dados e do conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e síntese entre eles, uma vez que não proporcionam, no livro do estudante, atividades que estimulem a realização de uma pesquisa estatística.

CONCLUSÕES

Neste estudo abordamos as propostas de ensino de duas coleções didáticas de Matemática, a saber, “Matemática: ciência e aplicações” dos autores Iezzi et al. (2016) denominada de Coleção A e “Matemática: #contato matemática” dos autores Souza e Garcia (2016) doravante chamada Coleção B, aprovadas no PNLD 2018, sobre as Medidas de Centralidade “média, moda e mediana”.

Procuramos responder às questões norteadoras:

- O manual do professor dessas coleções, justifica e complementa orientações para os docentes de maneira a sugerir uma prática que destaque as medidas de centralidade quanto ao seu uso em um contexto?
- O Livro Didático do estudante e o manual do professor dispõem de propostas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento estatístico dos estudantes?

No contexto geral, ambas coleções apresentam carências na abordagem da conceitualização de médias, moda e mediana dando pouca ênfase nos exemplos e exercícios de situações-problema inerentes ao cotidiano do aluno. Tais coleções também enfatizam de forma precária o uso das MTC em forma de gráficos estatísticos, assim como a utilização de novas tecnologias como calculadoras e planilhas eletrônicas para realização dos cálculos mais complicados, indo de encontro, neste quesito, ao que prega a segunda versão da BNCC mencionado no nosso trabalho anteriormente.

Consideramos muito importante que a Estatística seja trabalhada por meio de situações do cotidiano do aluno e que o levem a compreender conceitos e construir os seus significados. Acreditamos também que o ensino e a aprendizagem da estatística não se efetivam apenas por meio de repetição de fórmulas e atividades descontextualizadas e sem significado para o aluno. Além disso, convém ao docente o uso da criticidade e da criatividade para escolher os recursos com que irá ensinar o conteúdo, tentando evitar assim, fazer do livro didático seu único instrumento de ensino.

Na Coleção A, os autores não evidenciam adequadamente o uso de qual “média” o aluno deverá utilizar em um determinado problema. Poderiam explorar melhor os exercícios e as situações-problema pertinentes a cada conteúdo. Contudo, nesta coleção os autores enfatizam bastante a revisão do conteúdo através de

exercícios sobre leitura e análise de gráficos estatísticos, mas não são utilizados num contexto significativo seja quanto aos tipos de variáveis estatísticas ou na correlação com as MTC e o uso de um gráfico mais adequado. Estando dessa forma em débito com a categoria de pensamento, “conjuntos distintos de modelos”, conforme propõem Wild e Pfannkuch (1999).

Vale ressaltar que embora não tenha sido constatadas atividades que falassem explicitamente sobre os significados do uso de cada MTC os autores colocam uma observação no final da seção das MTC, onde salienta que

Média, mediana e moda são as três medidas de tendência central mais usuais que podem ser associadas a um conjunto de dados. Cada uma delas, possui, interpretação e significado próprios. Dependendo da natureza dos dados, uma ou outra dessas medidas pode ser mais adequada para representa-los quantitativamente. (IEZZI et al., 2016, vol. 3, p. 137).

O manual do professor da Coleção A não dá direcionamento em relação aos exercícios propostos, a fim de aprimorar o aprendizado dos alunos e propiciar uma interação maior entre eles e o seu cotidiano. Apenas enumeram as competências e habilidades propostas pelos documentos oficiais de educação vigente.

Verificamos que, na Coleção B, há um distanciamento significativo entre os conceitos e a apresentação das MTC, principalmente da média e mediana. Os autores não abordam claramente quanto ao uso de cada MTC num determinado problema tanto em seus exercícios resolvidos quanto nas suas atividades propostas. Acreditamos ser importante mencionar todas as propriedades das médias além de inter-relacionar “a presença de valores extremos” com o uso adequado da mediana. No entanto, nas atividades sugeridas/orientadas e nas situações-problema do Manual do Professor há uma alusão explícita em relação às medidas de tendência central e sua aplicabilidade no cotidiano do aluno.

O MP orienta o docente que “verifique se os alunos compreendem a diferença entre média, moda e mediana, apresentando a eles situações cotidianas em que é mais conveniente utilizar uma ou outra medida” (SOUZA e GARCIA, 2016, p. 254). Fato esse que vai ao encontro das orientações, indicadas nas OCEM (BRASIL, 2006) e nos PCNEM (BRASIL, 2000), para o trabalho a ser desenvolvido em Matemática no Ensino Médio.

É inegável a importância da Estatística, em especial das medidas de posição, relacionar-se a conceitos matemáticos em situações práticas da nossa vida. A

abordagem adequada torna-se indispensável para a apropriação desse conteúdo no Ensino Médio, necessitando a mobilização e a incorporação desses conceitos em situações-problema. E tais relações não estão sendo privilegiadas pelas propostas dos livros didáticos analisados (Coleções A e B).

No tangente a transnumeração, ela é observada nas atividades da Coleção A e em quase todas da Coleção B. Sendo caracterizada em algumas delas pela coleta e transformação dos dados, organizados em tabelas e/ou gráficos para registro numérico e textual; em outras, na forma textual para resolução do problema. Porém, a Coleção B proporciona insuficientemente ao estudante fazer uso simultâneo de várias representações para análises dos dados, estando em desacordo com a quarta categoria do pensamento estatístico segundo Wild e Pfannkuch (1999).

Após as análises realizadas, podemos afirmar que as discussões sugeridas assim como as atividades solicitadas aos alunos pelos livros didáticos das duas coleções não dão ênfase ao estudo das medidas de centralidade em sua forma mais significativa onde permita a análise de dados e uma tomada de decisão correta por parte do estudante; e que o manual do professor da Coleção B complementa suficientemente as orientações para os docentes de maneira a sugerir uma prática que melhore o entendimento e o aprendizado dos discentes diante de alguns exercícios orientados. Enquanto o MP da Coleção A há um déficit neste sentido.

Perante tais resultados, tendo em vista que o Livro Didático é o principal recurso utilizado pela maioria dos professores compreendemos que as coleções didáticas para o Ensino Médio, aqui analisadas, poderiam propor em suas revisões futuras atividades que enfatizem à coleta de dados estatísticos, sua análise e interpretação em prol de uma tomada de decisão mais adequada por parte dos estudantes.

Enfim, esses exemplares poderão se adequar para atender aos preceitos e às propostas tanto dos documentos oficiais de educação como os PCN+ (Brasil, 2002) e a OCEM (Brasil, 1996), quanto às competências e às habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no âmbito do Ensino Médio. Sugerimos que essas duas coleções passem por modificações em seus textos-base e em suas atividades propostas que acatem, primordialmente, as seguintes abordagens, conforme salienta SANTOS (2017):

- Priorizar o planejamento, coleta e realização de pesquisa, determinando se a mesma deve ser amostral ou censitária;

- Exigir a construção de relatórios descritivos dos resultados de pesquisa através de textos, gráficos e tabelas (*desde que tenhamos atividades experimentais*);
- Que ao trabalhar as pesquisas, entendam *as medidas de tendência central* e dispersão como importantes para interpretação sobre o comportamento dos dados e composição dos relatórios;
- Analisar criticamente gráficos de relatórios estatísticos (*pesquisas eleitorais, pesquisas com medicamentos*) que podem induzir a erro de interpretação do leitor, verificando as escalas utilizadas, a apresentação de frequências relativas na comparação de populações distintas. (SANTOS, 2017, p. 142) (grifo nosso)

Ressaltamos que, como quase todas as análises realizadas em livros didáticos, este trabalho não tem a pretensão de generalizar sobre as obras didáticas nacionais. Oferecemos apenas mais uma contribuição sobre o tema e a sugestão que mais trabalhos sejam produzidos e sua discussão aprofundada. Tal aprofundamento, por exemplo, pode ser conseguido através de atividades experimentais ou de sequências didáticas que englobem as MTC estudadas em sala de aula com o intuito que a formação do pensamento estatístico ocorra satisfatoriamente com os estudantes.

REFERÊNCIAS

ABREU, Nicole. **BNCC: Tudo o que você precisa saber sobre a Base Nacional Comum Curricular**. Educação Brasileira. 3 março de 2021. Disponível em: <http://somospar.com.br/bncc>. Acessado em 15 de maio de 2021.

ANJOS, D.; GITIRANA, V. **Exploração do conceito de média nos em livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental**. Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT, 2008, p. 1-9.

AQUINO, J. G. **Erro e fracasso na escola**. São Paulo: Summus, Ed.5 p.153, 1997. ISBN 9788532306098.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BEN-ZVI, D. **Research on Developing Statistical Reasoning: Reflections, Lessons Learned, and Challenges**. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION - ICME, 11th. 2008, Monterrey, Annals Monterrey, México. 2008, p. 481. Disponível em: Acesso em: 24 abril 2020.

BELLO, Samuel Edmundo Lopez; TRAVERSINI, Clarice Salete. **Saber Estatístico e sua curricularização para o governo de todos e de cada um**. Bolema. v. 24, n. 40, p. 855– 871, 2012.

BEZERRA, Holien Gonçalves; LUCA, Tânia Regina de. **Em busca da Qualidade PNLD – História, 1996- 2004**. In: SPOSITO, Maria Encarnação Beltrão (org). **Livros Didáticos de História e Geografia. Avaliação e Pesquisa**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 27- 53.

BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. **Ensino de História: fundamentos e métodos**. São Paulo: Cortez, 2004.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio**. Catálogo do Programa Nacional do Ensino Médio. Brasília: MEC/ SEB/ PNLEM, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Fundamental; Matemática**. Brasília, MEC/SEB, 1997.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Fundamental; Matemática**. Brasília, MEC/SEB, 1998.

_____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio; Matemática**. Brasília, DF, 2000.

_____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio, orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília-DF, 2002.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares Para o Ensino Médio**; Volume 2: Matemática e Suas Tecnologias. Brasília, MEC/SEB, 2006.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros. Sistema de avaliação da educação básica ensino fundamental**. Secretária de educação Fundamental: MEC/SEF, 2011.

_____. Ministério da Educação (MEC). **Programas do Livros**. Dados estatísticos, Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), 2020. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acessado em 18 de setembro de 2020.

_____. Ministério da Educação (MEC). Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Resolução CNE Nº 3. DF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb03_98.pdf. Acessado em 15 de setembro de 2020.

BRASIL. **Lei N. 9.394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, seção 1, ano CXXXIV, n. 248, Brasília, 1996.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular - 1ª Versão**. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. Conselho Nacional de Educação. Brasília, DF, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio. Versão final**. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. Conselho Nacional de Educação. Brasília, DF, 2018.

BATANERO, C., GODINO, J. D. y NAVAS, F., **Concepciones De Maestros De Primaria En Formación Sobre Los Promedios**. Versión ampliada del trabajo publicado en H. Salmerón (Ed.). VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa, p. 310-304, 1997.

BATANERO, Carmen. **Didáctica de la estadística**. Granada: Universidad de Granada, 2001, p. 219.

CAMPOS, C. R. et al. **Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica**. Bolema. v. 24, n. 39, p. 473-494, ago. 2011.

CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de. **Média Aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, CE. Recife, 2011.

CASTRO, Franciana Carneiro de; CAZORLA, Irene Mauricio. **O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico**. Publicado UEPG Ciências Humanas,

Ciências Sociais Aplicadas, Linguística, Letras e Artes, Ponta Grossa, v. 16, n.1, p. 45-53, jun. 2008.

CASTRO, J. B. de. FILHO, J. A. de C. Desenvolvimento do pensamento estatístico com suporte computacional. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.17, n.5, pp. 870 – 896, 2015.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R, S. **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2005.

CAZORLA, I.; UTSUMI, M. C. **Reflexões sobre o ensino da estatística na educação básica**. In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.) *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna (BA): Via Litterarum, 2010.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetória e perspectivas da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E; COUTINHO, C. Q. S. C. **Estudos e reflexões em educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2010, p. 19-42.

COBO, B.; BATANERO, C. **La mediana. Un concepto sencillo en la enseñanza secundaria**. *UNO*, 23, p. 85-96, 2000.

COUTINHO, C. Q. S. **Educação estatística e os livros didáticos para ensino médio**. *Educação Matemática em Foco (UEPB)*. v. 2, n 1, p. 68-86, Ano 2013. Disponível em: <<https://goo.gl/BJJnR2>>. Acesso em: 28 set. 2020.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. SPINA, Gabriela. **Artigo: A Estatística nos livros didáticos de ensino médio**. *Revista Ensino de Matemática em Debate (emd)*, v. 2, n. 2, Ano 2015. ISSN 2358-4122.

ECHEVESTE, S.; ÁVILA, M. G. de. Estatística no Ensino Fundamental e Médio. **Revista de Ensino e de Ciência e Matemática**, Canoas, RS, v. 4, n.1 p. 91-96, jan./jun. 2002.

FERREIRA, R. de C. C. **A comissão nacional do livro didático durante o estado novo (1937-1945)**. Assis, São Paulo, 2008, p. 38.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2012.

FRIOLANI, Luis Cesar. **O Pensamento Estocástico nos Livros Didáticos no Ensino Fundamental**. 150 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Matemática, PUC/SP, São Paulo, 2007.

GAL, Ildo. **Will our students be statistically literate? Connections**. National center on Adult Literacy. May, 14-15, 1995.

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicação – Vol. 3 – Ensino Médio**. 9ª ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

LOPES, Celi. E. **Literacia Estatística**. INAF 2002. In: FONSECA, Maria da Conceição. **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global, 2004. p. 187-197.

LOPES, Jairo de Araújo. **Livro didático de matemática: concepções, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática**. Tese. (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

LORENZONI, Ionice. **Livro didático: 75 anos de história**. Abrelivros/MEC. Disponível em: <http://www.abrelivros.org.br/home/index.php/pnld/5164-livro-didatico-75-anos-de-historia>. Acessado em 18 de setembro de 2020.

MARNICH, M. A. **A knowledge structure for the arithmetic mean: relationships between statistical conceptualizations and mathematical concepts**. 2008. 195 f. Tese (doctor of Education) – Graduate Faculty of the School of Education. University of Pittsburgh. Pittsburgh/Pennsylvania, 2008.

MELO, Karine Machado Fraga de. GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **O pensamento estatístico no ensino fundamental: uma experiência articulando a implementação de uma sequência didática eletrônica com a estratégia metodológica de projetos de pesquisa**. VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática – Ulbra, Canoas-RS, 2017.

MIRANDA, Sônia Regina; LUCA, Tânia Regina. **O livro didático de história hoje: um panorama a partir do PNLD**. Revista Brasileira de História, São Paulo, v.24, n.48, 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbh/v24n48/a06v24n48.pdf/>>. Acessado em 17 de setembro de 2020.

MORAIS, L. B. de. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, 2013, p. 50-55.

NETO, Fernando de Simone. **Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC. São Paulo, 2008.

NOVAES, Diva Valério; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Estatística para Educação Profissional**. São Paulo: RBB, 2008.

NOVAES, D. V. A Mobilização dos Conceitos Estatísticos: Estudo exploratório com alunos de um Curso de tecnologia em Turismo. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo, 2004.

OSORIO, Norma Cunha. **MATEMÁTICA**. In: **O livro didático, sua utilização em classe**. Rio de Janeiro: MEC-COLTED, 1969.

QUEIROZ, J. C. S. **A Estatística no Ensino Médio: uma análise dos livros didáticos**. XI Encontro Internacional de Formação de Professores: a formação ética,

estética e política do professor da educação básica. GT3- Educação e Ciências Matemáticas, Naturais e Biológicas. ISSN 2179-0663. Aracaju: Sergipe, 2018.

SANTOS, Laura Cristina dos. **Letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC. São Paulo, 2019.

SANTOS, Wagner Dias. **Letramento estatístico nos livros do Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ. Rio de Janeiro, 2017.

SERGIPE. **Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Sergipe**. Secretaria Estadual de Educação. Aracaju: Sergipe, 2018. Disponível em: https://www.seed.se.gov.br/arquivos/Referencial%20Curricular_final.pdf. Acesso em 01 de outubro de 2020.

SILVA, C. B. **Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática**. São Paulo, 2007. 354p. Doutorado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SOUZA, Joamir Souza de. GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **#Contato Matemática**. Vol. 3 – Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2016.

VARGAS, Glaucia Garcia Bandeira de. **A metodologia da resolução de problemas e o ensino de estatística no nono ano do ensino fundamental**. Santa Maria, RS, 2013.

TRIOLA, M. F. 2008. **Introdução à estatística**. 10ª ed. Rio de Janeiro: LTC. Cap.10.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. **Statistical thinking in empirical enquiry**. International Statistical Review, n. 67, p. 223-265, 1999.

ZENI, J. R. R.; FARIA, J. C. de. **Estatística e tratamento da informação**. PROJETO TEIA DO SABER. São Paulo, Secretaria de Educação, 2006.