

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JATAÍ (UFJ)  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE CIÊNCIAS EXATAS E  
TECNOLÓGICAS (CIEXA)  
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL

ELIENE CASTRO DE SOUZA

**Aprendizagem baseada em projetos:** uma  
proposta para a Educação Financeira

Jataí-GO

2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE CIÊNCIAS EXATAS

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

### E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFJ

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Jataí (UFJ) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFJ), regulamentada pela Resolução CEPEC no 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data. O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFJ é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### 1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação [ ] Tese

#### 2. Nome completo do autor:

ELIENE CASTRO DE SOUZA

#### 3. Título do trabalho:

APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

#### 4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento  SIM [ ] NÃO

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(a) autor(a) e ao(a) orientador(a);
  - b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
- O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;

- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

**a)** consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

**b)** novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Flavio Gomes De Moraes, Professora do Magistério Superior**, em 09/11/2021, às 14:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ELIENE CASTRO DE SOUZA, Discente**, em 09/11/2021, às 21:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2475947** e o código CRC **D8A0E80F**.

ELIENE CASTRO DE SOUZA

## **Aprendizagem baseada em projetos: uma proposta para a Educação Financeira**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Unidade Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas, da Universidade Federal de Jataí (UFJ), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Linha de pesquisa: Educação Financeira.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Gomes de Moraes

Jataí-GO

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do  
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFJ.

Souza, Eliene Castro de  
Aprendizagem baseada em projetos : uma proposta para a  
Educação Financeira / Eliene Castro de Souza. - 2021.  
67, f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Gomes de Moraes.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Jataí, Unidade  
Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas, Jataí,  
PROFMAT- Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede  
Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RJ), Jataí, 2021.  
Bibliografia. Anexos.

Inclui siglas, abreviaturas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Matemática financeira. 2. Transversalidade. 3. Ensino Médio. I.  
Moraes, Flávio Gomes de, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO - REGIONAL JATAÍ

**ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO**

Ata nº **24** da sessão de Defesa de Dissertação de ELIENE CASTRO DE SOUZA, que confere o título de Mestra em **Matemática**, na área de concentração em **Matemática do Ensino Básico**.

No dia dez de setembro de 2021, a partir das **10h00 horas**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação integralmente por meio de tecnologias de comunicação à distância, intitulada "EDUCAÇÃO FINANCEIRA" nas dependências da Universidade Federal de Jataí, cujos programas de pós-graduação stricto sensu, ora em funcionamento, estão provisoriamente vinculados à Universidade Federal de Goiás, em virtude de procedimentos técnicos relacionados à CAPES e a transferência da Biblioteca Digital de Dissertações e Tese (BDTD), justificando assim o aparecimento do nome das duas instituições nesse documento, uma no corpo do texto (UFJ), outra no cabeçalho (UFG). Os trabalhos foram instalados pela Orientador, Professor Doutor Flávio Gomes de Moraes (UAE de Ciências Exatas / UFJ) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora Luciana Aparecida Elias (UAE de Ciências Exatas / UFJ), membro titular interno; Professora Doutora Viviane Barros Maciel (UAE de Educação / UFJ), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **( X ) fizeram ( ) não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, sendo a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Flávio Gomes de Moraes, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, no dia dez de setembro de 2021.

## TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

Aprendizagem Baseada em Projetos: Uma Proposta para a Educação Financeira.



Documento assinado eletronicamente por **Flavio Gomes De Moraes, Professor do Magistério Superior**, em 10/09/2021, às 12:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luciana Aparecida Elias, Professor do Magistério Superior**, em 10/09/2021, às 12:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Viviane Barros Maciel, Professora do Magistério Superior**, em 10/09/2021, às 15:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2308878** e o código CRC **BF800D5A**.

## FOLHA DE MENÇÃO

Os Programas de Pós-Graduação stricto sensu, ora em funcionamento na Universidade Federal de Jataí (UFJ), em virtude de procedimentos técnicos relacionados à CAPES, continuam provisoriamente vinculados à Universidade Federal de Goiás (UFG), no entanto, todos os elementos pré-textuais do trabalho apresentado estão identificados como Universidade Federal de Jataí, em função da migração da BDTD ter ocorrido a partir de 16 de agosto de 2021, e pelo fato das pesquisas e produções estarem sendo realizadas na UFJ.

*Dedico este trabalho à minha família.*

# Agradecimentos

Agradeço a Deus, por me dar força e determinação para cursar este Mestrado.

Agradeço a todos os professores que tive a oportunidade de conhecer nestes anos de PROFMAT. Em especial ao meu orientador Prof. Dr. Flávio Gomes de Moraes por me ajudar neste trabalho.

Aos meus colegas de mestrado pelo companherismo e apoio nos momentos difíceis e pelos momentos de descontração.

*"O investimento em conhecimento sempre paga os melhores juros".  
(Benjamin Franklin).*

# Resumo

O objetivo principal deste trabalho foi estudar a relevância da Educação Financeira no atual cenário econômico e social, discutir sobre a necessidade de inclusão de forma efetiva no currículo escolar. Outro objetivo é dialogar sobre o método de ensino Aprendizagem Baseada em Projetos. Ao final procura-se apresentar estratégias para o desenvolvimento da Educação Financeira no Ensino Médio, utilizando o modelo de ensino Aprendizagem Baseada em Projetos. O trabalho tem uma abordagem qualitativa e a metodologia utilizada foi a revisão bibliográfica, com ele apresenta-se o método de ensino que propõe a possibilidade de relacionar a formação da cultura de prevenção, o hábito de poupar, com a incorporação de conceitos matemáticos apresentados no aspecto da Educação Financeira. Buscou-se com ele responder as questões: “É importante para a sociedade brasileira a inclusão efetiva de Educação Financeira no currículo escolar?”, “Por que?”, “Como incluir a Educação Financeira transversalmente na disciplina de Matemática?” para informação do nível de Educação Financeira no Brasil levantou-se o desempenho no último resultado da avaliação Pisa, em especial o desempenho em letramento financeiro, mostrando a necessidade de acesso a Educação Financeira nas escolas. O projeto ABP proposto foi elaborado a partir de uma revisão bibliográfica de artigos e livros. Ele teve por objetivo abordar a Educação Financeira como tema transversal, apresentando um roteiro com sugestões de atividades para a introdução, o desenvolvimento e a avaliação do tema.

**Palavras-chave:** Matemática financeira. Transversalidade. Ensino Médio.

# Abstract

The main objective of this work was to study the exemption of Financial Education in the current economic and social scenario, to discuss the need for effective inclusion in the school curriculum. Another objective is to discuss the teaching method of Project-Based Learning. At the end, an objective presentation is sought for the development of Financial Education in High School, using the Project-Based Learning teaching model. The work has a qualitative approach and the application applied to the literature review, with it is presented the teaching method that proposes a possibility of relating the formation of the culture of prevention, the habit of saving, with an incorporation of mathematical concepts that are not aspects of Financial education. We sought to answer the questions with him: " Is the effective inclusion of Financial Education in the school curriculum important for Brazilian society? ", 'Why?', " How to include Financial Education across the subject of Mathematics? "The proposed ABP project was prepared from a bibliographic review of articles and books. It aimed to address Financial Education as a cross-cutting theme, changing a script with suggested activities for the introduction, development and evaluation of the theme.

**Keywords:** Financial math. Transversality. High school.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Ranking mundial - Pisa 2018 . . . . .	26
Figura 2 – Resultados Pisa 2018 . . . . .	27
Figura 3 – Programa Educação Financeira . . . . .	30
Figura 4 – EAD-Finanças sem segredo . . . . .	31
Figura 5 – TáOsso . . . . .	32
Figura 6 – ABP em 7 passos . . . . .	40
Figura 7 – ABP em 7 passos . . . . .	40
Figura 8 – Montante em Função do tempo - Juros Simples e Compostos . . . . .	47
Figura 9 – Esquemas de pagamento. . . . .	53
Figura 10 – Esquemas de pagamento. . . . .	54
Figura 11 – Série uniforme. . . . .	54
Figura 12 – Pagamento em 8 parcelas. . . . .	55

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Desempenho dos alunos brasileiros. . . . .	28
Tabela 2 – Ranking de Desempenho Financeiro - Pisa 2018 . . . . .	29
Tabela 3 – Exemplos de representações de porcentagem . . . . .	41
Tabela 4 – Tabela de preços . . . . .	50
Tabela 5 – Exemplo (obmep) . . . . .	51
Tabela 6 – Amortização no sistema SAC . . . . .	57
Tabela 7 – Amortização no sistema PRICE . . . . .	59
Tabela 8 – Roteiro para avaliação do projeto Plano financeiro . . . . .	63

# Lista de abreviaturas e siglas

ABP	Aprendizagem Baseada em Projetos
AEF-Brasil	Associação de Educação Financeira do Brasil
BCB	Banco Central do Brasil
BIE	Buck Institute for Education
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNDL	Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas
CNE/CP	Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno
CONEF	Comitê Nacional de Educação Financeira
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
FGV	Fundação Getulio Vargas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGP-M	Índice Geral de Preços - Mercado
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Anísio Teixeira
INCC	Índice Nacional de Custo da Construção
IPA	Índice de Preços ao Produtor Amplo
IPC	Índice de Preços ao Consumidor
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC	Ministério da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SAC	Sistema de Amortização Constante
SPC Brasil	Serviço de Proteção ao Crédito

# Sumário

	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>1</b>	<b>EDUCAÇÃO FINANCEIRA</b> . . . . .	<b>22</b>
1.1	Pisa . . . . .	24
1.2	Panorama Mundial da Educação . . . . .	25
1.3	O desempenho do Brasil no Pisa 2018 . . . . .	27
1.4	Desempenho em Educação Financeira . . . . .	28
1.5	Recursos/sites disponíveis na Web sobre Educação Financeira . . . . .	30
<b>2</b>	<b>APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS (ABP)</b> . . . . .	<b>35</b>
2.1	Criação e planejamento de projetos . . . . .	38
2.1.1	Questão Orientadora . . . . .	38
2.1.2	Tarefas de ABP . . . . .	39
2.1.3	Avaliação para ABP . . . . .	39
2.1.4	A Aprendizagem Baseada em Projetos em 7 passos . . . . .	39
<b>3</b>	<b>CONCEITOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA</b> . . . . .	<b>41</b>
3.1	Porcentagem . . . . .	41
3.2	Taxa de Juros . . . . .	42
3.3	Juros Simples . . . . .	43
3.4	Juros Compostos . . . . .	44
3.5	Taxas Equivalentes . . . . .	47
3.6	Inflação . . . . .	49
3.7	Equivalência de Capitais . . . . .	52
3.8	Séries Uniformes . . . . .	54
3.9	Sistemas de Amortização . . . . .	56
3.9.1	Amortizações . . . . .	56
3.9.2	Sistema de Amortização Constante (SAC) . . . . .	57
3.9.3	Sistema PRICE . . . . .	57
<b>4</b>	<b>PROPOSTA DE PROJETO</b> . . . . .	<b>60</b>
4.1	Projeto de ABP: Planejamento Familiar Financeiro . . . . .	60
4.2	Webquest sobre consumismo . . . . .	61
4.3	Roteiro para avaliação . . . . .	62
	<b>Considerações finais</b> . . . . .	<b>64</b>

**REFERÊNCIAS** ..... **66**

# Introdução

Relatos de professores de ensino básico há sempre um dilema: tentar cumprir todo o programa curricular, mesmo que de forma superficial e apressadamente, ou, privilegiar certos conteúdos e trabalhar os conceitos e definições no tempo necessário, que variam de acordo com o perfil da turma. Devido à estrutura do sistema educacional, frequentemente prevalece a primeira opção. No que tange à Matemática Financeira a situação se repete, e os conceitos são passados rapidamente, sem sequer considerar a possibilidade de aprofundar o tema com a abordagem da Educação Financeira.

Foi determinado pelo Ministério da Educação (MEC), que a partir do ano 2020, todas as escolas brasileiras deveriam incluir Educação Financeira como tema transversal na grade curricular, conforme estabelece as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre esses temas, destacam-se:[...] educação para o consumo, educação financeira e fiscal, [...](BRASIL, 2017, p.19)

Além dessa determinação, apresenta-se a Lei nº 13.415 (BRASIL, 2017) que alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), estabelecendo, no art.36, que

O currículo do ensino médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino, a saber:

- I - linguagens e suas tecnologias;
- II - matemática e suas tecnologias;
- III - ciências da natureza e suas tecnologias;
- IV - ciências humanas e sociais aplicadas;
- V - formação técnica e profissional.

Assim, o currículo do Novo Ensino Médio será composto pela BNCC que define os conhecimentos essenciais, as competências, habilidades e as aprendizagens pretendidas nessa etapa da educação básica, que formam a parte geral do currículo e comum a todos os estudantes. E por itinerários formativos "que são o conjunto de disciplinas, projetos, oficinas, núcleos de estudos, entre outras situações de trabalho, que os estudantes poderão escolher", (BRASIL, 2020) que compõem a parte flexível do currículo.

Cada vez mais tem-se discutido sobre Educação Financeira. A busca por esse título, realizada na primeira semana do mês de junho do ano 2021, no banco de dados de dissertações de mestrado do PROFMAT, mostra 59 registros, isso significa que foram encontrados 59 dissertações cujos títulos menciona Educação Financeira. Desse total cerca de 80% dos trabalhos abordam a Educação Financeira no Ensino Médio, com variadas metodologias, tais como; resolução de problemas, sala de aula invertida, proposta de atividades com o uso da calculadora financeira. No entanto, nessa busca não foi encontrado nenhum trabalho propondo incluir transversalmente a Educação Financeira no Ensino Médio utilizando a metodologia Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP). Pela data de defesa dessas dissertações percebe-se que a partir do ano 2016 os estudos e pesquisas sobre Educação Financeira nas escolas se intensificaram, enquanto nos anos anteriores de 2013 até 2015 foram defendidas apenas 8 dissertações, de 2016 até maio de 2021 foram defendidas 51 dissertações que abordam o tema. A resolução CNE/CP nº 2 publicada em 22 de dezembro de 2017 que aprova a BNCC referente à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental, e a resolução CNE/CP nº 4, de 17 de dezembro de 2018 que institui a BNCC para o Ensino Médio, podem ser um dos fatores que contribuíram para despertar o interesse sobre Educação Financeira. Outro fator seria a preocupação dos governos, com o fato do acesso ao crédito ser cada vez maior, mas o acesso a informação sobre os produtos financeiros não aumentou, o que contribui para o aumento da inadimplência e isso pode ter um impacto negativo sobre a economia.

Segundo a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), um número crescente de governos estão engajados em desenvolver estratégias nacionais de Educação Financeira. Formulando suas políticas e programas educacionais com base nos resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) realizado pela OCDE a cada três anos e na recomendação sobre os princípios e as boas práticas de educação e conscientização financeira proposta pelo Conselho da OCDE.

No que se refere ao Brasil, a Educação Financeira vem sendo pensada e discutida com a criação da AEF – Brasil (Associação de Educação Financeira do Brasil); do CONEF (Comitê Nacional de Educação Financeira); da ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira), que resultou no Programa Educação Financeira nas Escolas.

Apesar da existência de uma Estratégia Nacional de Educação Financeira favorecer a promoção do tema e apontar para diretrizes e caminhos, colocá-los em prática pode não ser algo tão simples, pois ainda existe uma grande distância entre a criação do Programa e a aplicação dele nas escolas.

Em 2014 a ENEF realizou o primeiro mapeamento nacional das iniciativas de Educação Financeira, no qual foram identificadas 803 ações. Em 2018 o segundo mapeamento nacional mostrou mais de 1300 iniciativas em diferentes regiões do país. Sendo que em 2014 o número de ações em escolas públicas era pouco mais de 30%. Já em 2018 as

iniciativas em escolas públicas aumentaram para 50%. (ENEf, 2017)

Essas iniciativas representam um bom começo, mas, ainda assim, estão longe da condição considerada ideal, que seria o acesso à Educação Financeira nas escolas brasileiras.

Portanto, em busca desse ideal, o objetivo deste trabalho é incentivar a Educação Financeira na escola, com sugestões de atividades para o Ensino Médio usando o modelo de ensino Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), seguindo assim o que orienta o Conselho da OCDE na recomendação de boas práticas para Educação Financeira, "a Educação Financeira deve começar na escola. As pessoas devem ser educadas sobre questões financeiras o mais cedo possível em suas vidas".(OECD, 2005).

A metodologia ABP relaciona a construção do conhecimento com o trabalho de investigação, para responder uma questão orientadora, uma pergunta complexa ou um problema, até chegar a um produto final com proposta de soluções para situações reais. De acordo com as orientações da BNCC, que afirma que "a realização de projetos potencializa atividades de investigação não apenas para aplicar conhecimentos matemáticos, mas também para responder a questões de urgência social".(BRASIL, 2017, p.100)

Seguindo também o que orienta a BNCC, na competência específica para Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio.

Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.(BRASIL, 2017, p.100)

Sendo assim, ao propor incluir a Educação Financeira de forma transversal no Ensino Médio utilizando a metodologia ABP, busca-se ao mesmo tempo, contextualizar os conceitos da Matemática Financeira e relacionar esses conhecimentos matemáticos com a Educação Financeira.

Além das atividades será elaborado uma lista de recursos/*sites* disponibilizados na Web com material sobre Educação Financeira, para facilitar o acesso dos professores da rede básica ao tema, e com isso, contribuir com o aprimoramento dos professores da educação básica, conforme estabelece os objetivos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Diante do objetivo apresentado, surgem as seguintes questões: "É importante para a sociedade brasileira a inclusão de Educação Financeira no currículo escolar?" "Por que?" "Como incluir a Educação Financeira transversalmente na disciplina de Matemática?"

Para responder essas questões nos orientamos em autores que defendem o ensino da Educação Financeira em sala de aula e nas instituições públicas e privadas que visam

promover a Educação Financeira. Será apresentado o desempenho do Brasil no último resultado da avaliação Pisa, que sugere a necessidade de criação de estratégias de ensino de Educação Financeira nas escolas.

Percebe-se que a Educação Financeira envolve ter domínio de conceitos matemáticos e financeiros, e saber quando e como utilizá-los. Envolve também desenvolver a habilidade de pesquisa, de buscar o conhecimento e as informações, na medida em que as situações vão acontecendo, e, assim os exigirem. Além disso, a Educação Financeira envolve trocar péssimos hábitos assimilados culturalmente, tal como, consumismo, por boas práticas financeiras, tais como: planejar e controlar o orçamento, adquirir o hábito de poupar. Enfim, precisa-se desenvolver o pensamento para a criação da cultura financeira.

De acordo com o que ressalta a BNCC

no Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área". (BRASIL, 2017, p.44).

A BNCC ainda destaca que

a competência deve favorecer a interação dos estudantes com seus pares, de forma cooperativa, para aprender e ensinar Matemática. Ela deve também fornecer condições para o planejamento e execução de pesquisas, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de projetos, com base em princípios solidários, éticos e sustentáveis, valorizando a diversidade de opiniões de grupos sociais e de indivíduos e sem quaisquer preconceitos.(BRASIL, 2017, p.100)

Considerando esse contexto, e levando-se em conta que o modelo de ensino ABP se baseia no protagonismo do aluno, além disso, incentiva o trabalho em equipe, a comunicação, e contribui para desenvolver as habilidades de resolução de problemas, permitindo ao aluno monitorar seu próprio desempenho e sua contribuição ao grupo, sendo assim, propomos trabalhar a Educação Financeira através da ABP.

a Aprendizagem Baseada em Projetos é um modelo de ensino que consiste em permitir que os alunos confrontem as questões e os problemas do mundo real que consideram significativos, determinando como abordá-los e, então, agindo de forma cooperativa em busca de soluções.(BENDER, 2015, p.9)

Sendo perceptível que apenas o ensino dos conceitos da Matemática Financeira não é suficiente para educar os alunos financeiramente, isto é, prepará-los para que tenham conhecimento básico a respeito do sistema financeiro brasileiro e capacitá-los para tomar melhores decisões nas questões financeiras.

a opção pelo ensino de Matemática Financeira focado nos conceitos de Juros Simples e Compostos e nas aplicações de suas fórmulas de cálculo,

é insuficiente para o desenvolvimento de habilidades nos alunos que os permitam interagir de forma autônoma e crítica com as situações apresentadas pelo mercado financeiro e que têm forte presença no dia a dia da maioria das pessoas.(AMORIM, 2016, p.9)

Como a economia de um país não é algo estático, pelo contrário, está em constante movimento, sendo influenciada por vários fatores (que no momento foge do escopo do trabalho) e com a atual complexidade do sistema financeiro, o aluno precisa desenvolver a capacidade de continuar aprendendo, buscando manter-se sempre atualizado. "Se pretendemos que os alunos continuem sendo eternos aprendizes, precisamos instrumentalizá-los com procedimentos que coloquem à prova e desenvolvam sua capacidade de autonomia, e os projetos parecem também ser meios para isso". (NOGUEIRA, 2005, p.47)

Percebe-se então a importância de trabalhar Educação Financeira com ABP, pois esta estratégia de ensino pode ser usada para desenvolver no aluno a habilidade de "aprender a aprender" e assim, conseguir formar cidadãos educados financeiramente.

Este trabalho é voltado para os professores em geral, mas principalmente para os professores de Matemática do Ensino Médio e está organizado em 4 capítulos.

O primeiro capítulo traz a definição de Educação Financeira, fazendo um breve levantamento do panorama mundial da educação, com base nos resultados da avaliação Pisa 2018, em seguida reúne alguns recursos/sites disponíveis na Web sobre Educação Financeira, para ajudar na divulgação desses recursos e possibilitar maior acesso a Educação Financeira..

O segundo capítulo apresenta o modelo de ensino ABP e as razões pela qual se optou em utilizá-lo.

O terceiro capítulo aborda os conceitos básicos da Matemática Financeira, conceitos que são pré requisitos nas atividades sugeridas no projeto ABP proposto no próximo capítulo.

O quarto e último capítulo descreve sugestões para um projeto ABP com o tema Educação Financeira.

Em seguida são apresentadas as considerações finais a respeito da importância da inclusão da Educação Financeira na escola.

# 1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA

O tema Educação Financeira tem ganhado destaque ultimamente, principalmente depois que o MEC divulgou que a partir do ano 2020, as redes de ensino deveriam incluir a Educação Financeira como tema transversal no currículo escolar.

Mas o que é Educação Financeira? O que significa dizer que o indivíduo é educado financeiramente? Quais as habilidades e competências que precisam ser desenvolvidas na Educação Financeira? Estes são alguns questionamentos que serão abordados no decorrer desse capítulo.

A definição de Educação Financeira segundo a OCDE.

A educação financeira pode ser definida como "o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem estar financeiro"(OECD, 2005)

Portanto, a Educação Financeira assim definida, vai além de um guia para investimentos. Mesmo porque, uma parcela significativa da população não tem renda suficiente nem para as despesas de sobrevivência, e nesses casos aprender sobre investimentos é menos relevante do que aprender sobre orçamento familiar, poupança básica, consumo consciente, desperdício, finança pessoal e como ter uma boa gestão financeira.

Segundo [Aleixo, Santos & Toschi \(2016, p.4\)](#) "o perfil socioeconômico dos estudantes é um indicador importante e que deve ser considerado como subsídio para a escola traçar sua proposta pedagógica, visando atender à diversidade cultural e a realidade social dos alunos."No trabalho *Perfil Socioeconômico de Estudantes de Ensino Médio de uma Escola Pública de Goiânia* , apresentado no III Congresso de Ensino, Pesquisa e Extensão da UEG,

procurou-se verificar o sexo, a idade, quantidade de irmãos, o tipo de moradia, com quem estes estudantes moram, a escolaridade dos pais, o meio de transporte utilizado para chegar a escola, a renda da família, se o estudante esta inserido no mercado de trabalho e qual a origem da família. ([ALEIXO; SANTOS; TOSCHI, 2016, p.1](#))

Nesse estudo mais de 50% dos estudantes afirmaram ter renda familiar entre um a três salários mínimos, e moram em casa própria já quitada. O estudo também mostra que 45% dos estudantes trabalha.

Certamente, para os estudantes de Ensino Médio da escola pública, ter conhecimentos sobre Matemática Financeira, sobre planejamento financeiro, saber controlar e

organizar suas finanças, são alguns requisitos necessários para o estudante ser considerado educado financeiramente.

A mais abrangente pesquisa sobre educação financeira, a S&P Global Financial Literacy Survey apurou que dois em cada três adultos no mundo são analfabetos financeiros. Nessa pesquisa os entrevistados respondiam perguntas sobre quatro conceitos financeiros: conhecimentos de taxas de juros, composição de juros, inflação e diversificação de risco. A pesquisa foi realizada em 2014 com mais de 150 mil adultos em 148 países e apresentou um resultado preocupante pois apenas um em cada três adultos mostrou conhecer pelo menos três dos quatro conceitos pesquisados. Isto significa que no mundo todo, apenas 33% dos adultos podem ser considerados indivíduos educados financeiramente. (KLAPPER LEORA E LUSARDI, 2020)

A pesquisa realizada pela Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL) e pelo Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil) em parceria com o Banco Central do Brasil (BCB) em 2019 revela que

creceu o número de brasileiros que acompanham e analisam seus ganhos e gastos por meio de um orçamento, passando de 55% em 2017 para 63% ao final de 2018. Ainda assim, mais de um terço (36%) dos brasileiros não administra as próprias finanças,(SPC, 2019)

Outro dado da mesma pesquisa mostrou que, "73% dos consumidores viram gastos superar os ganhos em seu orçamento"(SPC, 2019)

Ainda segundo essa pesquisa 90% dos consumidores entrevistados consideram que evitar compras por impulso ou desnecessárias através do planejamento das compras, e controlar as despesas da casa, são práticas importantes no dia a dia. Dessa forma, "O levantamento demonstra que não é somente a falta de conhecimento que impede o brasileiro de colocar a vida financeira em ordem, mas principalmente o consumo não planejado".(SPC, 2019)

Portanto, se faz necessário desenvolver a cultura de planejamento financeiro que envolve, desde a simples atitude de se dispor a fazer registros completos de todos os gastos e receitas, tomar consciência dos facilitadores de consumo e assim evitar o consumismo, até criar o hábito de poupar.

Pois conforme Neto *et al.* (2014, p.21) "o jovem não percebe a importância de poupar e construir conhecimento sobre o dinheiro". Ainda ressalta que "é necessário mudar-se a mentalidade dos jovens e fazer com que eles se envolvam mais com a economia".

Neto *et al.* (2014, p.21) também destaca duas atividades que são vitais para os jovens. A primeira é controlar as despesas através de um orçamento doméstico, gastando menos do que se ganha e a segunda é fazer poupança para se preparar melhor para os desafios futuros.

Ainda segundo Neto *et al.* (2014) o Programa de Educação Financeira do Banco Central busca atingir as dimensões cognitiva, atitudinal e comportamental.

Nas esferas atitudinal e comportamental, os objetivos são incentivar o hábito de poupança, estimular a responsabilidade no uso do crédito e promover mudanças de comportamentos com base nas boas práticas de finanças pessoais.(NETO *et al.*, 2014, p.53)

O BCB lançou o caderno de Educação Financeira - Gestão de Finanças Pessoais, pois acredita que as pessoas precisam saber usar adequadamente o sistema financeiro.

Para isso, alguns conhecimentos e comportamentos básicos são necessários:

- (i) entender o funcionamento do mercado e o modo como os juros influenciam a vida financeira do cidadão (a favor e contra);
- (ii) consumir de forma consciente, evitando o consumismo compulsivo;
- (iii) saber se comportar diante das oportunidades de financiamentos disponíveis, utilizando o crédito com sabedoria e evitando o superendividamento;
- (iv) entender a importância e as vantagens de planejar e acompanhar o orçamento pessoal e familiar;
- (v) compreender que a poupança é um bom caminho, tanto para concretizar sonhos, realizando projetos, como para reduzir os riscos em eventos inesperados; e, por fim,
- (vi) manter uma boa gestão financeira pessoal.(FINANCEIRA, 2013)

Agora com o conceito de Educação Financeira bem definido, percebe-se que Educação Financeira está ligada a formação de comportamentos do indivíduo em relação as finanças, diferentemente da Matemática Financeira que é uma das áreas da matemática que estuda a variação do dinheiro ao longo do tempo. Apesar da diferença, fica claro que os conceitos da Matemática Financeira são conhecimentos que estão associados com a Educação Financeira.

## 1.1 Pisa

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), coordenado pela OCDE, é uma avaliação internacional que mede a capacidade de jovens na faixa etária dos 15 anos de usar seus conhecimentos e habilidades de leitura, matemática e ciências para resolver situações reais.

A última avaliação Pisa ocorreu em 2018, como os testes são aplicados a cada três anos, então a próxima avaliação estava prevista para o ano 2021, mas devido as dificuldades por conta da pandemia de COVID-19<sup>1</sup> a aplicação foi adiada para o ano 2022.

Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Anísio Teixeira (Inep), órgão responsável pela aplicação do teste no Brasil.

<sup>1</sup> É uma doença infecciosa causada pelo coronavírus da síndrome respiratória aguda grave 2 (SARS-CoV-2).

O Pisa 2022 se concentrará em matemática, com um teste adicional de Letramento Financeiro, realizado desde 2015, e um teste inédito de Pensamento Criativo.(INEP, 2020)

O Relatório Brasil no Pisa 2018 elaborado pelo INEP apresenta como o Letramento Financeiro foi definido no Pisa.

Letramento matemático é a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.(INEP, 2019, p.102)

Conforme mencionado na introdução, o fato da BNCC ter incluído a Educação Financeira entre os temas transversais que deverão constar nos currículos escolares, e a facilidade de acesso ao crédito, são provavelmente dois fatores que contribuíram para despertar o interesse sobre o tema Educação Financeira. O teste adicional de Letramento Financeiro incluído no Pisa desde o ano 2015, pode ser o terceiro fator que também vem contribuindo para colocar esse tema em evidência, chamando a atenção devido o baixo rendimento, sobre a necessidade de se elevar o nível da Educação Financeira.

De acordo com Ramos (2019) que cita em seu trabalho de dissertação de mestrado do PROFMAT, "*A Estatística na Educação Financeira do Ensino Básico com Enfoque Integrado*"

A inclusão das áreas de Competência Financeira e Resolução Colaborativa de Problemas pelo Pisa a partir de 2015 demonstra uma sensível preocupação em melhorar a qualidade da educação financeira e da tomada de decisões dos alunos,[...](RAMOS, 2019, p.12)

Seguindo a mesma linha de raciocínio de Ramos (2019) que fez um levantamento do panorama mundial com o resultado do Pisa em 2015, e constatou que nessa avaliação o Brasil estava abaixo da média nas três áreas avaliadas: ciências, matemática e leitura, enquanto, os países Japão e Austrália ficaram acima da média. Será realizado o levantamento do panorama mundial, agora considerando os resultados do Pisa em 2018. Com o propósito de comparar o desempenho do Brasil nos dois últimos resultados do Pisa.

## 1.2 Panorama Mundial da Educação

De acordo com o (INEP, 2018), na avaliação do Pisa 2018, com foco em leitura, 79 países e 600 mil estudantes participaram da prova. No Brasil, 10961 alunos de 597 escolas públicas e privadas realizaram o teste.

A figura abaixo apresenta o panorama mundial do Pisa 2018.

Figura 1 – Ranking mundial - Pisa 2018



Fonte: issuu.com

Segundo o resultado do Pisa 2018, a China obteve o melhor desempenho, com o grupo formado por Pequim, Xangai, Jiangsu e Zhejiang (B-S-J-Z, na sigla em inglês) ocupando a 1ª posição nas três áreas, com destaque em matemática (591 pontos) e ciências (590 pontos) ambas, muito acima da média. Dos cinco países do BRICS - Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul, a pontuação do Brasil é menor que a pontuação da Rússia e da China, os outros dois países do BRICS participantes do Pisa. Em relação aos países sul-americanos que participaram do Pisa, o desempenho do Brasil foi inferior ao desempenho do Chile e do Uruguai nas três áreas, supera Colômbia, Argentina e Peru em leitura, obteve pontuação melhor que a Argentina em matemática e empata com Argentina e Peru em ciências. O Brasil ocupa a 57ª posição em leitura, a 70ª posição em matemática e a 64ª posição em ciências, conforme pode-se constatar na figura 2 abaixo.

Figura 2 – Resultados Pisa 2018

	READING	MATHEMATICS	SCIENCE
B-S-J-Z* (CHINA)	555	591	590
SINGAPORE	549	569	551
MACAO (CHINA)	525	558	544
HONG KONG (CHINA)	524	551	517
ESTONIA	523	523	530
CANADA	520	512	518
FINLAND	520	507	522
IRELAND	518	500	496
KOREA	514	526	519
POLAND	512	516	511
SWEDEN	506	502	499
NEW ZEALAND	506	494	508
UNITED STATES	505	478	502
UNITED KINGDOM	504	502	505
JAPAN	504	527	529
AUSTRALIA	503	491	503
CHINESE TAIPEI	503	531	516
DENMARK	501	509	493
NORWAY	499	501	490
GERMANY	498	500	503
SLOVENIA	495	509	507
BELGIUM	493	508	499
FRANCE	493	495	493
PORTUGAL	492	492	492
CZECH REPUBLIC	490	499	497
NETHERLANDS	485	519	503
AUSTRIA	484	499	490
SWITZERLAND	484	515	495
CROATIA	479	464	472
LATVIA	479	496	487
RUSSIA	479	488	478
ITALY	476	487	468
HUNGARY	476	481	481
LITHUANIA	476	481	482
ICELAND	474	495	475
BELARUS	474	472	471
ISRAEL	470	463	462
LUXEMBOURG	470	483	477
UKRAINE	466	453	469
TURKEY	466	454	468
SLOVAK REPUBLIC	458	486	464
GREECE	457	451	452
CHILE	452	417	444
MALTA	448	472	457
SERBIA	439	448	440
UNITED ARAB EMIRATES	432	435	434
ROMANIA	428	430	426
URUGUAY	427	418	426
COSTA RICA	426	402	416
CYPRUS	424	451	439
MOLDOVA	424	421	428
MONTENEGRO	421	430	415
MEXICO	420	409	419
BULGARIA	420	436	424
JORDAN	419	400	429
MALAYSIA	415	440	438
BRAZIL	413	384	404

Fonte: OCDE, base de dados PISA 2018.

### 1.3 O desempenho do Brasil no Pisa 2018

Apesar do resultado do Pisa de 2018 no site da OCDE, mostrar que houve um pequeno crescimento na pontuação do Brasil nas três áreas de conhecimento, ainda assim, o país continua abaixo da média. Conforme mostra a tabela abaixo.

Área	Brasil 2015	Brasil 2018	Média OCDE 2018
Leitura	407	413	487
Matemática	377	384	489
Ciências	401	404	489

Tabela 1 – Desempenho dos alunos brasileiros.

Em matemática, o país subiu 7 pontos a mais que o resultado anterior, mas ficou 105 pontos abaixo da média OCDE.

Segundo o (INEP, 2018), apenas 0,1% dos 10961 alunos participantes do Pisa apresentou nível máximo de proficiência em matemática. Enquanto na área de Leitura no Brasil,

As escolas particulares e federais estão acima da média da OCDE, sendo a pontuação de 510 e 503, respectivamente, contra 487 pontos. Já as escolas públicas estaduais (404) e municipais (330) estão aquém da média nacional (413).(INEP, 2018)

De acordo com (INEP, 2018), os estudantes brasileiros estão dois anos e meio abaixo dos países da OCDE em relação ao nível de escolarização de proficiência em leitura. Na área de matemática o resultado é ainda pior, pois os estudantes brasileiros estão três anos e meio atrás dos países da OCDE, quando o assunto é proficiência em matemática.

O resultado mostra que apesar das escolas particulares e federais apresentarem um desempenho em matemática superior à média nacional, ainda assim ficaram abaixo da média OCDE.

As escolas particulares (473) e federais (469) têm rendimentos bem superiores à média nacional (384), diferentemente das instituições de ensino públicas estaduais (374) e municipais (314), que estão abaixo da média do Brasil.(INEP, 2018)

O resultado do Pisa 2018 confirma o que outras avaliações nacionais já mostraram, que o rendimento do ensino nas escolas públicas estaduais e municipais é pior do que no ensino particular e federal.

## 1.4 Desempenho em Educação Financeira

Segundo dados divulgados pela OCDE na série **Pisa em foco**, com a nota intitulada, **Resultados do Pisa 2018: os alunos são inteligentes em relação ao dinheiro?** Esse relatório mostra que dos 20 países, sendo 13 membros da OCDE e 7 países parceiros, que participaram da terceira avaliação de alfabetização financeira, o Brasil é o 4º pior país em letramento financeiro.

O Brasil atingiu (420) pontos, porém ficou 85 pontos abaixo da média OCDE (505) pontos, portanto, ocupando o 17º lugar entre os 20 participantes. Conforme mostra tabela abaixo.

<b>Posição</b>	<b>Países</b>	<b>Pontuação</b>
1º	Estônia	547
2º	Finlândia	537
3º	Canadá(províncias)	532
4º	Polônia	520
5º	Austrália	511
6º	EUA	506
7º	Portugal	505
8º	Letônia	501
9º	Lituânia	498
10º	Rússia	495
11º	Espanha	492
12º	Eslováquia	481
13º	Itália	476
14º	Chile	451
15º	Sérvia	444
16º	Bulgária	432
17º	<b>Brasil</b>	<b>420</b>
18º	Peru	411
19º	Geórgia	403
20º	Indonésia	388
	<b>MÉDIA OECD</b>	<b>505</b>

Tabela 2 – Ranking de Desempenho Financeiro - Pisa 2018

De acordo com esses dados, mais de um em cada três alunos tiveram baixo desempenho no Brasil. Esses alunos poderiam, na melhor das hipóteses, reconhecer a diferença entre necessidades e desejos, tomar decisões simples sobre os gastos diários e reconhecer o propósito de documentos financeiros diários, como faturas.

Com esse resultado, fica claro, que o nível de Educação Financeira no Brasil ainda é muito baixo, levando-nos a concordar com Ramos (2019, p.16) quando afirma que "[...] o Brasil apresenta dados alarmantes quando o assunto é Educação Financeira. É notória a necessidade de criar práticas educativas financeiras cada vez mais cedo nas escolas, [...]"

No entanto, conforme Liao, Motta & Fernandes (2021) ressalta, as avaliações em larga escala, realizadas por alunos de várias redes educacionais e com realidades distanciadas, tendem a desconsiderar elementos específicos de uma cultura, descartando conhecimentos historicamente e culturalmente instituídos.

Ressaltamos ainda a falibilidade do PISA, quanto a simultaneidade de aplicação das testagens em um mesmo período, desconsiderando o fato de que os calendários escolares de países participantes divergem quanto aos

inícios de seus anos letivos, o que naturalmente aumentaria as chances de acertos nas testagens por aqueles alunos que já tiveram contato com outros conteúdos matemáticos e, que no momento da avaliação, apresentam idades diferenciadas. (LIAO; MOTTA; FERNANDES, 2021, p.17)

Nesse sentido, independentemente do desempenho nas avaliações em larga escala, é preciso dar a devida atenção que o tema requer, é preciso que os estudantes, principalmente os da escola pública tenha acesso a Educação Financeira nas escolas.

## 1.5 Recursos/sites disponíveis na Web sobre Educação Financeira

É essencial que o docente busque formação continuada, para incluir a Educação Financeira nas escolas é necessário capacitar os professores. Para auxiliar na localização de informações sobre o tema, será apresentado uma lista que reúne alguns recursos/sites disponíveis na Web sobre Educação Financeira, para ajudar na divulgação desses recursos e possibilitar maior acesso a Educação Financeira. Inicia-se citando os programas e recursos disponibilizadas pelas organizações nacionais de Educação Financeira, em seguida será listado alguns projetos oferecidos pelas instituições financeiras.

### 1. Programa de Educação Financeira nas Escolas

O Programa de Educação Financeira nas Escolas, formado por dois projetos – Ensino Médio e Fundamental- possui um projeto pedagógico e um conjunto de livros por níveis de ensino que oferecem ao aluno e ao professor, atividades educativas que permitem a inserção do tema na vida escolar. Os livros dos professores e dos alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, estão disponíveis na plataforma <[www.vidaedinheiro.gov.br](http://www.vidaedinheiro.gov.br)>.

Figura 3 – Programa Educação Financeira



Fonte: AEF-Brasil

## 2. Educação Financeira de Adultos

Programa desenvolvido para atender aposentados com renda de até 2 salários mínimos. "O projeto da AEF-Brasil para essa população é desenvolver uma tecnologia social que contribua com a redução do superendividamento, ajudando-os na gestão de sua renda e em formas de proteção, principalmente, quanto aos riscos do crédito consignado". Disponível em: <<https://www.aefbrasil.org.br/index.php/educacao-financeira/>>

Programa desenvolvido para atender mulheres beneficiárias do Programa Bolsa Família. "O projeto da AEF-Brasil contribui para construção de uma tecnologia que permita a essa população gerir o orçamento familiar e o planejamento de seu projeto de vida, permitindo que adquiram as competências e visão necessárias para se planejarem financeiramente no longo prazo". Disponível em: <<https://www.aefbrasil.org.br/index.php/educacao-financeira/>>

3. **EAD - Finanças sem segredo** O Programa de Educação Financeira nas Escolas (PARA NOVOS ALUNOS – MOODLE) tem como proposta inserir a temática educação financeira no contexto cotidiano tanto da família brasileira quanto da comunidade escolar. Disponível em: <<https://www.aefbrasil.org.br/index.php/educacao-financeira/>>

Figura 4 – EAD-Finanças sem segredo



Fonte: AEF-Brasil

4. **Jogo O TÁ O\$\$O!** é uma experiência educativa e divertida, reúne temas e conteúdos que discutem comportamentos importantes, como a administração consciente do dinheiro e o consumo excessivo. Disponível em: <<https://www.aefbrasil.org.br/index.php/educacao-financeira/>> Está disponível para baixar nos aplicativos App Store, Google Play. Pode jogar também pela Web.

Figura 5 – TáOsso



Fonte: AEF-Brasil

## 5. Vídeos

A Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF disponibiliza diversos vídeos, entrevistas e participações em eventos onde o tema educação financeira foi destaque. Disponível em: <[https://www.vidaedinheiro.gov.br/?doing\\_wp\\_cron=1625167930.8654448986053466796875](https://www.vidaedinheiro.gov.br/?doing_wp_cron=1625167930.8654448986053466796875)>

## 6. Temas

A ENEF oferece no site vários temas, tais como: planejamento, investimento, previdência, seguros, poupança, consumo, crédito, direito e deveres. Cada tema direciona para uma plataforma que reúne diversos materiais sobre o tema, por exemplo, artigos, vídeos, radio, canal no youtube etc. Disponível em: <[https://www.vidaedinheiro.gov.br/?doing\\_wp\\_cron=1625167930.8654448986053466796875](https://www.vidaedinheiro.gov.br/?doing_wp_cron=1625167930.8654448986053466796875)>

## 7. Simulador de sonhos

A Federação Brasileira de Bancos-FEBRABAN criou o simulador de sonhos, onde o usuário pode preencher os dados e ver em quanto tempo vai acumular o dinheiro necessário para fazer uma compra.

No mesmo portal encontramos as ferramentas, calculadora combustivel e planilhas para o controle de orçamento. É possível acessar podcasts, lives, artigos que tratam de economia. Também é possível acessar o canal de TV Meu Bolso em Dia Febraban. Disponível em: <<https://portal.febraban.org.br/>>

## 8. Calculadora do Cidadão

Aplicativo que simula operações do cotidiano financeiro a partir de informações fornecidas pelo usuário. O cálculo deve ser considerado apenas como referência para as situações reais e não como valores oficiais. A ferramenta está disponível online na internet: <<https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/calculadoradocidadao>>, e também está disponível para download gratuito pela App Store, pelo Google Play e pela Windows Phone Store.

## 9. Banco do Brasil

"tratar sobre o uso consciente do dinheiro também é responsabilidade dos bancos,". No site do Banco do Brasil é possível encontrar dicas sobre: como usar jogo de tabuleiro para ensinar educação financeira para crianças; também disponibiliza o aplicativo Minhas Finanças que é um gestor de orçamento pessoal que cadastra automaticamente os rendimento e os gastos em categorias conforme interesse do cliente; conta também com vários vídeos abordando temas da educação financeira; o site também oferece livretos digitais e lista com sugestões de alguns cursos e links externos sobre o tema.

## 10. Caixa Econômica Federal

Oferece bastante material sobre Educação Financeira. No site é possível acessar aulas sobre finanças pessoais, cada aula é um módulo com assuntos específicos sobre planejamento de orçamento; conta também com vários vídeos com dicas de Educação

Financeira, Bancária e Digital; disponibiliza também cursos e jogos para Educação Financeira; o site também oferece material de apoio, planilhas e cartilhas que podem ser baixadas para auxiliar na administração das finanças.

## 2 APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS (ABP)

O mundo mudou com a evolução tecnológica, e vai continuar mudando. Pois, a tendência da evolução tecnológica é facilitar e até mesmo acelerar o processo evolutivo. Na medida em que o próprio fato da tecnologia evoluir vem contribuir para o surgimento de novas tecnologias cada vez mais avançadas. Que vão proporcionar outras tantas inovações, tanto na vida profissional quanto pessoal.

Por isso o caminho da evolução é um caminho sem volta, ou seja, a sociedade tecnológica atual possui características que não possuía nem no passado mais recente.

Portanto, uma conscientização das transformações provocadas pelo avanço tecnológico e aprender a conviver com essas mudanças, se faz cada vez mais necessário.

Nessa perspectiva, o setor educacional precisa tentar acompanhar a evolução da sociedade. E isso já vem acontecendo, bem lentamente ainda, mas a mudança já está ocorrendo, e agora, com a necessidade de se pensar formas de ensino não presencial, devido ao distanciamento social imposto pela pandemia da COVID-19<sup>1</sup>, talvez esse desafio acabe contribuindo para acelerar a implementação das mudanças necessárias para melhorar a qualidade da educação.

Essa fase de educação remota pode ajudar na ruptura definitiva com o modelo tradicional de ensino, que segundo [Camargo & Daros \(2018, p.11\)](#) é um modelo baseado unicamente no ensino do conteúdo do livro didático e em exercícios de fixação.

Além disso, de acordo com [Araujo \(2020, p.240\)](#) estamos inseridos na sociedade do conhecimento.

A possibilidade de trocar informações, armazenar conhecimento, bem como colaborar para o aprendizado do outro, são algumas características que definem essa sociedade que aprende, pensa, questiona, critica e dialoga. ([ARAUJO, 2020, p.240](#))

Nesse novo contexto, a educação precisa inovar e oferecer mais do que apenas sala de aula tradicional, com aulas expositivas. Segundo [Camargo & Daros \(2018, p.16\)](#) "O modelo tradicional nem sempre proporciona a retenção de conhecimento necessária à prática profissional".

Com essa perspectiva, e objetivando alcançar uma aprendizagem significativa em Educação Financeira, e que esta aprendizagem contribua para a criação da cultura fi-

---

<sup>1</sup> É uma doença infecciosa causada pelo coronavírus da síndrome respiratória aguda grave 2 (SARS-CoV-2).

nanceira, haja visto que a criação dessa cultura é imprescindível, para o aluno conseguir aplicar os conhecimentos adquiridos nas decisões financeira do dia a dia. Para tornar isso possível, é necessário melhorar o aprendizado e a capacidade de retenção do conhecimento.

Segundo [Camargo & Daros \(2018, p.16\)](#) "o uso de metodologias ativas de aprendizagem desenvolve competências pessoais e profissionais, além daquelas desenvolvidas na aula tradicional". Segundo Dale (1969), citado por [Camargo & Daros \(2018, p.16\)](#), "a utilização de atividades de aprendizagem mais ativas, por meio de práticas colaborativas, melhoram o aprendizado e a capacidade de retenção do conhecimento".

Nesse sentido, será adotado o modelo de ensino ABP como estratégia de ensino e aprendizagem de Educação Financeira, e também, como forma de envolver e motivar o aluno. De acordo com o guia para professores de Ensino Fundamental e Médio elaborado por [Education \(2008, p.23\)](#) "a ABP oferece a todos os alunos a oportunidade de investigar assuntos autênticos de seu interesse, envolvendo-os, assim, no processo de aprendizagem de uma forma que o ensino tradicional não permite".

Conforme [Bender \(2015, p.16\)](#) ressalta "Visto que ABP aumenta a motivação para aprender, trabalhar em equipe e desenvolver habilidade colaborativas, hoje ela é recomendada como uma técnica de ensino do século XXI".

Ainda de acordo com [Bender \(2015, p.13\)](#) "a ABP já é vista por muitos como a melhor abordagem para enfatizar as habilidades de resolução de problemas em um mundo onde o conhecimento se torna obsoleto no momento em que é impresso".

O mesmo entendimento é compartilhado por [Education \(2008, p.17\)](#) quando expressa: "Em certo sentido, a necessidade de que a educação se adapte a um mundo em transformação é a razão básica do crescimento da popularidade da ABP".

O professor precisa acompanhar o progresso que está acontecendo na educação. Mas, nem todo mundo está aberto à mudanças, e que para esse grupo de pessoas, a primeira reação é sempre de resistência a qualquer proposta de mudanças. Conforme [Nogueira \(2005\)](#) salienta:

É importante levar em conta que pela própria formação que nós, professores, tivemos, podemos ainda tentar perpetuar o modelo pedagógico, que recebemos em nossa trajetória de alunos, porém este pode ser um dos motivos pelo qual nossos alunos apresentam-se desinteressados, desatentos, desmotivados, indisciplinados, com problemas de aprendizagem etc. ([NOGUEIRA, 2005, p.44](#))

O Buck Institute for Education (BIE) é uma organização de pesquisa e desenvolvimento sem fins lucrativos norte-americana que publicou um guia para professores de Ensino Fundamental e Médio, sobre Aprendizagem Baseada em Projetos, no qual, o prefácio à edição brasileira, traz a seguinte apresentação:

A Aprendizagem Baseada em Projetos fornece um treinamento para sobrevivência no século XXI. Ela oferece aos alunos a oportunidade de

aprender a trabalhar em grupo e realizar tarefas comuns. Exige que os alunos monitorem seu próprio desempenho e suas contribuições ao grupo. Ela força os alunos a confrontar problemas inesperados e descobrir como resolvê-los, além de oferecer aos alunos tempo para se aprofundar em um assunto e ensinar aos outros o que aprenderam. (EDUCATION, 2008)

Camargo & Daros (2018) comentando sobre o guia Aprendizagem Baseada em Projetos, cita que a Associação BIE defende, que essa forma de ensino deve ocorrer com base nos principais elementos:

ter conteúdo relevante, ser capaz de desenvolver habilidades para o século XXI, possibilitar o exercício de exploração, organizar-se em torno de questões orientadoras, criar a necessidade nos alunos em aprofundarem os estudos, oportunizar a voz e a escolha exercitando o protagonismo estudantil e, ainda, gerar apresentações públicas, pois ao mostrar o produto de seu esforço para outras pessoas, aumenta-se a motivação dos alunos para fazerem trabalhos de melhor qualidade. (CAMARGO; DAROS, 2018, p.6)

Essa perspectiva, sugere que a ABP seja uma estratégia de ensino-aprendizagem capaz de alcançar o que o Conselho da OCDE no documento sobre os princípios e as boas práticas de educação e conscientização financeira recomenda:

A educação financeira deve ser vista como um processo contínuo, permanente e vitalício, especialmente a fim de capturar a maior sofisticação dos mercados, as necessidades variáveis em diferentes fases da vida e informações cada vez mais complexas. (OECD, 2005, p.6)

Da mesma forma, o Manual de Comunicação Social do Banco Central, assinala que:

Profundas transformações de natureza estrutural e conjuntural estão a modificar o quadro das relações sociais do mundo contemporâneo(...) Novos parâmetros passam a regular a postura dos cidadãos e das instituições, destacando-se, sobretudo, requisitos como autonomia individual, interdependência, transparência e cobrança social. (BCB, 2020)

Diante disso, fica claro a necessidade de se desenvolver determinadas competências. "Dentre essas competências, destaca-se um aprendizado que lhe possibilite melhorar as decisões relativas a gastos, poupança e utilização de créditos". (BCB, 2020)

Levando-se em conta que ABP é um modelo de ensino que exige mais dos alunos e professores para que possa funcionar. O BIE relata que:

Para os professores, isso exige refletir sobre a atividade docente e mudar sua postura tradicional de especialista em conteúdo para treinador de aprendizagem. Para os estudantes, significa assumir maior responsabilidade por sua própria aprendizagem, com a compreensão de que o conhecimento que obtiverem com seu esforço pessoal será muito mais duradouro do que as informações transmitidas por outras pessoas. (EDUCATION, 2008)

Por essa razão, acredita-se que a ABP é a estratégia capaz de promover o desenvolvimento das habilidades e competências necessárias na Educação Financeira.

## 2.1 Criação e planejamento de projetos

De acordo com a literatura a ABP é um método de ensino flexível, que pode variar de pequenos projetos de curta duração, de uma ou duas semanas, até projetos com explorações mais abertas, com duração mais prolongada. "ABP ainda está em fase de desenvolvimento".(EDUCATION, 2008, p.19)

Um projeto ABP não é definido exclusivamente pelo professor, em vez disso, deve ser pensado conjuntamente pelo professor e pelos alunos. Levar em conta a opinião do aluno, dar autonomia para fazer algumas escolhas, enfim, envolver o aluno na elaboração do projeto, desde o começo, pode ajudar a despertar seu interesse em realizar o projeto. Além disso, o envolvimento do aluno, contribui para gerar várias ideias para o projeto, pois cada grupo irá executar o projeto de maneira diferente e, conseqüentemente, não existe um modelo único de projeto, mas existem alguns aspectos característicos do projeto ABP. Bender (2015) explica que:

Os projetos de ABP incluem vários elementos que compõem a tarefa de projeto e, apesar de alguns proponentes da ABP divergirem sobre quais são esses elementos, a maior parte concorda sobre sua estrutura geral básica. (BENDER, 2015, p.12)

Para o Education (2008, p.29) "A autonomia do aluno é uma das marcas características da ABP". Essa posição parece ser de consenso entre os proponentes da ABP, no entendimento de que a colaboração do aluno na elaboração do projeto, poder escolher muitos aspectos em relação a sua tarefa e como desenvolvê-la, contribui para motivá-lo.

### 2.1.1 Questão Orientadora

Questões orientadoras podem ser sugeridas pelo professor, ou formuladas com a colaboração do aluno. Lembrando que a questão orientadora precisa ser significativa para que possa despertar o interesse do aluno, motivando-o durante todo o tempo de realização do projeto. Não pode ser uma questão de solução simples, que possa ser respondida com apenas uma pesquisa na internet. "Questões orientadoras devem permitir várias respostas sem deixar de ser viáveis". (EDUCATION, 2008, p.51). Depois de definida a questão orientadora, que às vezes, é referida como sendo a "questão motriz", Bender (2015) sugere que:

A seguir, pode-se fornecer aos estudantes uma "âncora", que pode ser uma narrativa, apresentação ou vídeo introdutório que indica a importância da questão motriz e sugere como e por que o problema pode ser abordado. (BENDER, 2015, p.24)

### 2.1.2 Tarefas de ABP

Existem muitos modelos de ABP. Mas, geralmente é possível identificar tipos específicos de tarefas, que os alunos podem usar para planejar e organizar suas atividades durante a realização do projeto. Segundo [Bender \(2015\)](#) "Essas tarefas variam de um proponente da ABP para outro, mas elas geralmente incluem o seguinte":

- Fazer *brainstorming*<sup>2</sup> sobre as possíveis soluções.
- Identificar uma série específica de tópicos para ajudar a coletar informações.
- Dividir responsabilidades sobre o recolhimento de informações.
- Desenvolver uma linha do tempo para o recolhimento de informações.
- Pesquisar por informações sobre o problema ou a questão.
- Sintetizar os dados coletados.
- Tomar decisões cooperativamente sobre como prosseguir a partir desse ponto.
- Determinar quais informações adicionais podem ser essenciais.
- desenvolver um produto, ou múltiplos produtos ou artefatos, que permitam que os estudantes comuniquem os resultados de seu trabalho. ([BENDER, 2015](#), p.24)

### 2.1.3 Avaliação para ABP

Um projeto ABP pode incluir várias tarefas que são necessárias para produzir o produto final do projeto, que será avaliado. Além do produto final, essas tarefas também precisam ser avaliadas. "Todo resultado deve ser avaliado e dar aos alunos a oportunidade de, por meio de seus produtos, demonstrar o que eles precisam saber e fazer". ([EDUCATION, 2008](#), p.60)

Para uma avaliação ampla, e portanto, mais justa, é preciso estabelecer os critérios de desempenho e usar para montar roteiros de avaliação para cada tarefa e produto. Segundo a definição do [Education \(2008, p.64\)](#) "Um roteiro de avaliação é um guia de pontuação que diferencia claramente os níveis de desempenho dos alunos".

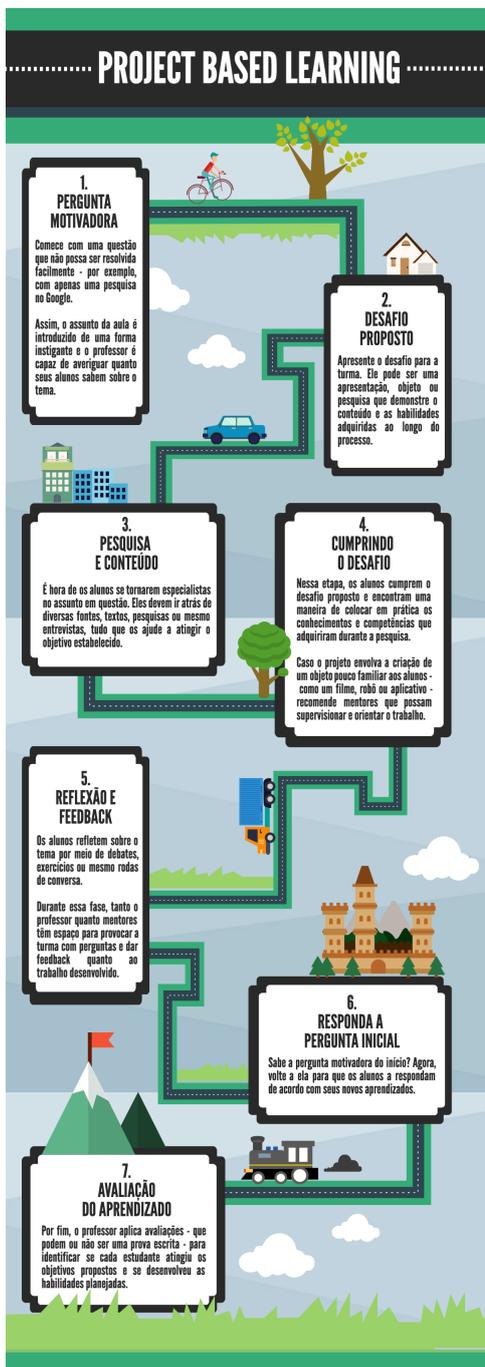
### 2.1.4 A Aprendizagem Baseada em Projetos em 7 passos

Como já citado anteriormente, existem muitos modelos de ABP. Para ajudar na visão geral dessa metodologia, o quadro abaixo apresenta a descrição da ABP em 7 passos, destacando as principais características e os aspectos essenciais, organizado pela plataforma digital de ensino e aprendizagem geekie.

---

<sup>2</sup> Brainstorming é uma palavra da língua inglesa que pode ser traduzida como: debate, geração de ideias, discussão criativa para produzir o máximo possível de ideias sem descartar, inicialmente, nenhuma delas.

Figura 6 – ABP em 7 passos



Fonte: Geekie,

Figura 7 – ABP em 7 passos



Fonte: Geekie,

## 3 CONCEITOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste capítulo será revisado porcentagem, conceito que é extremamente utilizado nas operações financeiras. Será apresentado também, o tipo de problema mais básico de aumentos e descontos, no qual, aproveita-se para introduzir a ideia de fator multiplicativo.

Em seguida será abordado alguns conceitos e nomenclaturas básicas da Matemática Financeira que são amplamente aplicados na Educação Financeira.

A proposta é trabalhar Educação Financeira nas turmas da 1ª série do Ensino Médio usando o método ABP, com o projeto "Plano Financeiro", que será apresentado detalhadamente no próximo capítulo.

### 3.1 Porcentagem

**Definição:** A porcentagem (ou percentagem) se refere a uma razão onde o denominador é 100 (cem). É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre dois valores através de uma fração proporcional cujo denominador é 100. E tem como símbolo %.

Percentual %	Decimal
35 %	0,35
1,5 %	0,015
2 %	0,02

Tabela 3 – Exemplos de representações de porcentagem

**Exemplo:** Considere uma mercadoria que custa P reais. A mercadoria tem um aumento de 20%. Qual será seu valor final?

**Resposta:**

$$P + 20\% \text{ de } P = P + 0,2 \cdot P = P \cdot (1 + 0,2) = 1,2 \cdot P$$

E se fosse um desconto de 20%? Qual será seu valor final?

**Resposta:**

$$P - 20\% \text{ de } P = P - 0,2 \cdot P = P \cdot (1 - 0,2) = 0,8 \cdot P$$

**Exemplo:** Um produto aumentou 20%. Qual o **fator de multiplicação** que representa esse acréscimo?

**Resposta:**

$$\text{Taxa de aumento } 20\% = \frac{20}{100} = 0,20 = 0,2$$

$$\text{Fator de multiplicação} = 1 + \text{taxa de aumento} = 1 + 0,2 = 1,2$$

**Exemplo:** Um produto sofreu um desconto 20%. Qual o **fator de multiplicação** que representa esse decréscimo?

**Resposta:**

$$\text{Taxa de desconto } 20\% = \frac{20}{100} = 0,20 = 0,2$$

$$\text{Fator de multiplicação} = 1 - \text{taxa de aumento} = 1 - 0,2 = 0,8$$

**Exemplo:** Um produto sofre em janeiro um aumento de 15% e em fevereiro, 20%. Qual o aumento total nesses dois meses?

**Resposta:**

Considere que no início de janeiro o produto custava x reais.

No início de fevereiro custava x reais mais 15% de x.

Aplicando o **fator multiplicativo para acréscimo**, temos 1,15x.

No início de março, teremos 1,15 x reais mais 20% de 1,15x.

Aplicando o **fator multiplicativo para acréscimo** novamente, teremos o aumento total nesses dois meses,  $1,2 \cdot 1,15x = 1,38x$ .

Temos que 1,38 é o fator de multiplicação para o aumento. Assim,

$$1,38 = 1 + 0,38 = 1 + \text{taxa de aumento.}$$

Portanto, o aumento total nesses dois meses foi de 38%.

## 3.2 Taxa de Juros

O conceito de taxa de juros pode ser entendido como o valor do dinheiro no tempo, é o preço para usar um dinheiro que não é seu por um determinado tempo. Basicamente, é uma compensação pelo tempo que o dinheiro ficou emprestado. Nas operações financeiras do dia a dia é comum situações envolvendo taxas de juros.

Normalmente, quando se realiza alguma dessas operações fica estabelecida uma taxa de juros (x por cento) por período (dia, mês, ano,...) que incide sobre o valor da transação.

Veja a seguir, alguns termos de uso frequente em Matemática Financeira.

**UM** - Unidade monetária: real, dólar, euro ou qualquer outra moeda.

**C** - Capital. O valor inicial de um empréstimo, dívida ou investimento.

**i** - Taxa de juros. A letra  $i$  vem do inglês *interest* ("juros"), e é expressa na forma percentual por período por exemplo, 5% ao mês; 0,2% ao dia; 10% ao ano etc.

**J** - Juros. Os juros correspondem ao valor obtido quando aplicamos a taxa sobre o capital ou sobre algum outro valor da transação. Os juros são expressos em UM.

**M** - Montante. Corresponde ao capital acrescido dos juros auferidos na transação; isto é,

$$M = C + J.$$

Os termos listados acima foram retirados do livro Matemática: Ciência e Aplicações - Vol.1: ensino médio (IEZZI *et al.*, 2010)

### 3.3 Juros Simples

No regime de juros simples, a taxa de juros incide somente no capital inicial, ou seja, essa taxa não incidirá nos juros dos próximos períodos. Em cada período, o juro é obtido pelo produto do capital inicial pela taxa unitária. "Desta forma os juros são iguais em cada período".(VIANNA, 2018, p.18).

Vale ressaltar que o regime de juros simples raramente é utilizado em situações reais. Sendo utilizado nas relações comerciais, somente para calcular juros de mora, que são juros cobrados em espaço curto de tempo no atraso de pagamentos.

Considerando: capital ( $C$ ), taxa de juros ( $i$ ), período ( $n$ ) e juros ( $J$ ).

Cálculo de juros para o 1º período:

$$J_1 = C.i$$

Cálculo de juros para o 2º período:

$$J_2 = C.i + C.i = C.i.2$$

Cálculo de juros para o 3º período:

$$J_3 = C.i + C.i + C.i = C.i.3$$

⋮

Cálculo de juros para  $n$  períodos:

$$J_n = C.i + C.i + \dots + C.i = C.i.n$$

Como os juros são constantes por período, ao final de  $n$  período, o total será:

$$J = C.i.n$$

Como o montante é soma do capital com os juros, então:

$$M = C + J = C + C.i.n = C(1 + in).$$

**Exemplo:** Fábio precisa pagar um boleto no valor de R\$ 300,00, com data de vencimento para o dia 20 de abril de 2020, como ele ficou 14 dias de quarentena devido contato com casos de COVID-19, o pagamento foi feito somente no dia 05 de maio; ou seja, com quinze dias de atraso. A instituição que emitiu o boleto estabelece as seguintes cobranças: multa de mora de 2% sobre o valor da cobrança e Juros de mora de 1% ao mês. Sendo assim, qual a quantia a ser paga?

**Resposta:** Como a multa possui um valor fixo, independente dos dias de atraso. Então,

$$\text{Multa} = 2\% \times 300,00$$

$$\text{Multa} = 0,02.300$$

$$\text{Multa} = \text{R\$ } 6,00$$

Taxa de juros de 1% ao mês

$$1\% \text{ a cada } 30 \text{ dias: } 1 \div 30 = 0,0333\% \text{ ao dia}$$

$$15 \text{ dias de atraso} \times 0,0333\% = 0,4995\%$$

$$\text{Juros} = 0,4995\% \times 300,00$$

$$\text{Juros} = 0,004995.300 = \text{R\$ } 1,4985$$

Valor do boleto atrasado = R\$ 300,00 (valor inicial do boleto) + R\$ 6,00 (multa) + R\$ 1,50 (juros)

Portanto, o valor a ser pago é R\$ 307,50.

### 3.4 Juros Compostos

No regime de juros compostos, a taxa de juros incide diretamente sobre o valor do montante do período anterior, ou seja, os juros gerado em um determinado período serão incorporados ao capital inicial, e passarão a gerar juros.

Atualmente, juros compostos é o regime de capitalização mais utilizado nas transações comerciais e financeiras, e se baseia no seguinte princípio:

De maneira geral, considerando: montante ( $M$ ), capital ( $C$ ), taxa de juros ( $i$ ) e período ( $n$ ).

- Ao final do primeiro período, a taxa de juros incide sobre o capital e os juros obtidos são incorporados ao capital, produzindo o primeiro montante.

$$M_1 = C + C.i = C(1 + i)$$

- Ao final do segundo período, a taxa de juros incide sobre o primeiro montante e os juros obtidos são incorporados a ele, gerando o segundo montante.

$$M_2 = M_1 + M_1.i = M_1.(1 + i) = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2$$

- Ao final do terceiro período, a taxa de juros incide sobre o segundo montante e os juros obtidos são novamente incorporados a ele, gerando o terceiro montante, e assim por diante...

$$M_3 = M_2 + M_2.i = M_2.(1 + i) = C(1 + i)^2(1 + i) = C(1 + i)^3$$

⋮

- Ao final do n-ésimo período, o n-ésimo montante será igual a :

$$\boxed{M_n = C(1 + i)^n}$$

Assim, a fórmula de juros compostos que é representada pela equação  $M_n = C(1 + i)^n$ , pode ser demonstrada usando o Princípio da Indução Matemática sobre  $n$ :

- Se  $n = 1$ , temos  $M_1 = C(1 + i)$ , ou seja, a fórmula é válida.
- Vamos admitir que a fórmula seja verdadeira para  $n = k$ , ou seja,  $M_k = C(1 + i)^k$ , será nossa hipótese de indução. Devemos mostrar que ela é válida para  $n = k + 1$ , ou seja,  $M_{k+1} = C(1 + i)^{k+1}$ . Dessa forma, se  $n = k + 1$ , segue que  $M_{k+1} = M_k(1 + i)$ , (pois, um montante é determinado pelo produto do montante anterior pelo fator  $(1 + i)$ ). Daí, pela hipótese de indução,  $M_{k+1} = M_k.(1 + i) = C(1 + i)^k.(1 + i) = C(1 + i)^{k+1}$ .  
Portanto, conclui-se pelo Princípio da Indução Matemática que, a fórmula é válida para todo número natural.

**Exemplo:** Rose é cozinheira e ficou desempregada, pois o restaurante no qual trabalhava está fechado devido as medidas de isolamento social adotadas durante a pandemia de COVID-19. Rose precisou usar R\$ 500,00 do limite da sua conta corrente. Se no banco no qual ela é cliente, a taxa de juros do cheque especial é 12,49% ao mês, sabendo que a

Rose será contradada após 3 meses. Desconsiderando as outras tarifas bancárias, qual o saldo devedor no momento da sua recontratação?

**Resposta:** Considerando

$$C = 500$$

$$i = 12,49\% = \frac{12,49}{100} = 0,1249$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

Aplicando a fórmula dos juros compostos. Logo,

$$M_n = C.(1 + i)^n$$

$$M_3 = 500.(1 + 0,1249)^3$$

$$M_3 = 500.1,1249^3$$

$$M_3 \cong 711,72$$

Portanto, o saldo devedor será de R\$ 711,72.

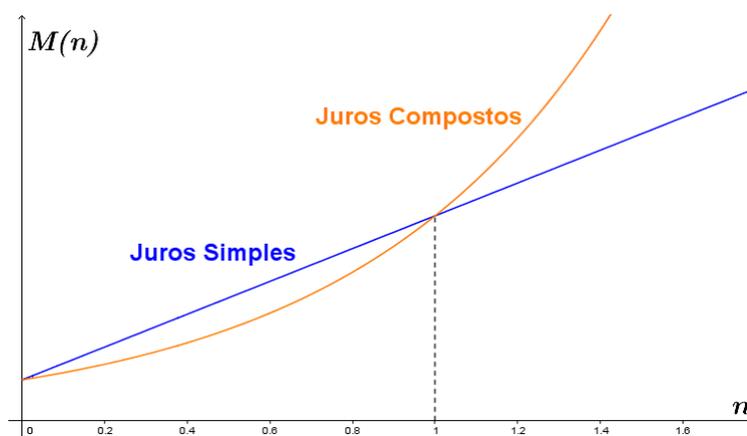
De acordo com as definições dadas, o montante gerado por um capital  $C$  aplicado à taxa de juros  $i$  pode ser dado em função do prazo de aplicação  $n$ , nos dois regimes de juros apresentados, pelas seguintes fórmulas:

- Juros Simples:  $M(n) = C + C.i.n$  (Função Afim)
- Juros Compostos:  $M(n) = C.(1 + i)^n$  (Função Exponencial)

Assim, fixados um capital  $C$  e uma taxa  $i$ , a variação do montante em função do tempo no regime de juros compostos ocorre de forma exponencial, enquanto que no caso dos juros simples se dá segundo uma função afim. Conforme [AMORIM \(2016\)](#).

podemos observar os gráficos da evolução dos montantes nos dois regimes e verificar que, para prazos menores que a unidade de tempo da taxa de juros, os juros simples geram o maior montante. Por outro lado, para qualquer prazo maior que a unidade de tempo, os juros compostos são mais vantajosos para o credor ou investidor. ([AMORIM, 2016](#), p.22 e 23).

Figura 8 – Montante em Função do tempo - Juros Simples e Compostos



Fonte:(AMORIM, 2016)

A análise desse gráfico mostra que:

- Para  $n > 1$ : Juros Compostos  $>$  Juros Simples.
- Para  $0 < n < 1$ : Juros Compostos  $<$  Juros Simples.
- Para  $n = 1$ : Juros Compostos = Juros Simples.

A partir dessa análise, entende-se porque os juros simples são usados de maneira rara, ou seja, somente para o cálculo de juros de mora, que são cobrados em espaços curtos de tempo, pois dão um valor maior ao montante comparado aos juros compostos como mostra o gráfico.

### 3.5 Taxas Equivalentes

Taxas equivalentes são taxas que são dadas referentes a períodos diferentes, mas produzem o mesmo montante se aplicadas ao mesmo capital, em um mesmo período.

No sistema de juros simples, duas taxas equivalentes são também proporcionais. Porém, isso não acontece quando se trata de juros compostos.

Segundo MORGADO & CARVALHO (2013, p.99), "um erro muito comum é achar que juros de 4% ao mês equivalem a juros anuais de  $12 \times 4\% = 48\%$ . ao ano". Taxas como 4% ao mês e 48% ao ano são chamadas de taxas proporcionais, pois a razão entre elas é igual à razão dos períodos aos quais elas se referem.

Para encontrar uma equivalência entre as taxas  $i$ (nominal) e  $I$ (equivalente) de modo a obter montantes iguais, pode-se utilizar as equações:

$$M = C(1 + I) \quad (3.1)$$

e

$$M = C(1 + i)^n \quad (3.2)$$

De (3.1) e (3.2), segue que  $C(1 + I) = C(1 + i)^n$ . Simplificando a equação, para determinar taxas equivalentes, basta utilizar a relação:

$$1 + I = (1 + i)^n,$$

onde,  $n$  é igual ao número de períodos proporcionais à unidade de tempo da taxa  $I$ .

**Exemplo:** Qual a taxa anual de juros equivalente a 4% ao mês?

**Resposta:**

$$1 + I = (1 + i)^n$$

$$1 + I = (1 + 0,04)^{12}$$

$$1 + I = 1,04^{12}$$

$$1 + I = 1,6010$$

$$I \cong 0,60 = 60\% \text{ ao ano.}$$

Assim, a taxa de 48% ao ano é chamada de taxa nominal, e a taxa de 60% ao ano é chamada de taxa efetiva.

**Exemplo:** Uma taxa de juros de 10% ao mês equivale a uma taxa de juros bimestral de:

- a) 20%
- b) menos de 20%
- c) mais de 20%

**Resposta:**

$$1 + I = (1 + i)^n$$

$$1 + I = (1 + 0,1)^2$$

$$1 + I = 1,1^2$$

$$1 + I = 1,21$$

$$I = 0,21 = 21\%$$

Logo, a alternativa correta é a opção c).

**Exemplo:** Um investimento rende 1% ao mês. Qual a taxa anual equivalente?

**Resposta:**

$$1 + I = (1 + i)^n$$

$$1 + I = (1 + 0,01)^{12}$$

$$1 + I = 1,01^{12}$$

$$1 + I \cong 1,1268$$

$$I \cong 0,1268 = 12,68\% \text{ ao ano.}$$

**Exemplo:** Uma taxa de 10% ao bimestre equivale a uma taxa trimestral de?

**Resposta:**

$$(1 + I)^2 = (1 + i)^3$$

$$\sqrt{(1 + I)^2} = \sqrt{(1 + i)^2 \cdot (1 + i)}$$

$$1 + I = (1 + i) \cdot \sqrt{1 + i}$$

$$1 + I = (1 + 0,1) \cdot \sqrt{1 + 0,1}$$

$$1 + I = 1,1\sqrt{1,1}$$

$$1 + I \cong 1,11,0488$$

$$1 + I \cong 1,1537$$

$$I \cong 0,1537 = 15,37\%$$

### 3.6 Inflação

O Banco Central define que: "inflação é o aumento dos preços de bens e serviços. A inflação implica na diminuição do poder de compra da moeda". (BCB, 2021). Por exemplo, se a inflação de um certo país, foi de 5%, isto significa, que os preços dos produtos e serviços, nesse país aumentaram em média 5%. Basicamente, se a inflação aumenta muito de um mês para o outro, o dinheiro passa a ter menos valor do que antes. Então com o mesmo dinheiro do mês anterior, não é possível comprar a mesma quantidade de serviços e produtos no mês vigente.

Considerando o país hipotético do exemplo, suponha que a inflação mensal foi de 5%.

Suponha que no início do mês, seja possível comprar com o capital  $C$ ,  $x$  produtos de preço unitário  $p$ . E que no final do mesmo mês quisesse comprar a mesma quantidade desses produtos. Assim,

$$C = x \cdot p \Rightarrow \frac{C}{p} = x \quad \text{início do mês} \quad (3.3)$$

Como a inflação mensal foi de 5%, que acarretará na diminuição do poder de compra, devido ao aumento de 5% no preço  $p$  dos produtos, passando a custar  $1,05p$  no final do

mês. Assim, fazendo a substituição na equação (3.3), obtém-se:

$$\frac{1}{1,05} \cdot \frac{C}{p} = \frac{1}{1,05} \cdot x \cong 0,952x \quad \text{final do mês}$$

Portanto, com o capital  $C$  no final do mês, seria possível comprar apenas 95,2% dos produtos em relação ao que poderia comprar no início do mês. Nesse exemplo houve perda do poder de compra de aproximadamente 4,8%.

**Exemplo:** Tendo por base os preços do feijão e do arroz no início da pandemia de COVID-19, conforme mostra a tabela abaixo, calcule a inflação dos dois alimentos mais consumidos no país.

Produto	Março 2020	Março 2021	Inflação
Feijão (1kg)	4,79	8,99	$\frac{4,20}{4,79} = 0,876$
Arroz (5kg)	15,99	26,99	$\frac{11,00}{15,99} = 0,687$
Total			

Tabela 4 – Tabela de preços

**Resposta:** Calculando o preço total em dois momentos:

Março 2020:  $4,79 + 15,99 = 20,78$ .

Março 2021:  $8,99 + 26,99 = 35,98$ .

Como,

$$\frac{35,98}{20,78} = 1,73147$$

Conclui-se que a inflação no preço desses produtos foi de aproximadamente 73,15%.

Um índice de inflação é calculado sobre uma cesta de bens e serviços padrão, determinada por órgãos governamentais ou privados. Os principais índices de inflação utilizados no Brasil são:

- **IPCA** (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo): é elaborado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), que tem por objetivo medir a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo, referentes ao consumo pessoal das famílias, com rendimentos de 1 a 40 salários mínimos, residentes nas áreas urbanas das regiões: Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Belo Horizonte, Vitória, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba, Porto Alegre, Distrito Federal, Goiânia, Campo Grande, Rio Branco, São Luís e Aracaju.
- **IGP-M** (Índice Geral de Preços – Mercado): é elaborado pela FGV (Fundação Getúlio Vargas), que tem em conta a variação de preços de bens e serviços, bem

como de matérias-primas utilizadas na produção agrícola, industrial e construção civil. Dessa forma, o resultado do IGP-M é a média aritmética ponderada da inflação ao produtor (IPA), consumidor (IPC) e construção civil (INCC). Amplamente utilizado como referência para o setor imobiliário, para o reajuste de contratos de aluguel.

- **INCC** (Índice Nacional de Custo da Construção): também elaborado pela FGV, foi concebido com a finalidade de aferir a evolução dos custos de construções habitacionais, utilizado pelas construtoras no financiamento de imóveis.

**Exemplo (Obmep):** Os salários de uma empresa foram reajustados em 6%. A inflação oficial no período foi de 11%. Qual foi a perda do poder de compra? Qual é o novo reajuste que deve ser dado ao salário para compensar essa perda?

**Resposta:** Considerando a seguinte tabela, para efeito de cálculos:

Reajuste	Salário	Produtos
Antes	100	100
Depois	106	111

Tabela 5 – Exemplo (obmep)

Suponha que com o salário de 100 reais antes do reajuste de 6%, era possível comprar  $x$  produtos no valor total de 100 reais. Após o reajuste o salário passa a ser 106 reais e o valor total dos  $x$  produtos com a inflação de 11% aumenta para 111 reais. Assim,

$$\begin{aligned} \frac{100\%}{x} &= \frac{111}{106} \Rightarrow 111x = 10600\% \\ &\Rightarrow x = \frac{10600\%}{111} \\ &\Rightarrow x = 95,49\% \\ &\Rightarrow x \cong 95,5\% \end{aligned}$$

Logo, perdeu 4,5% no poder de compra.

Para determinar o novo reajuste que deve ser dado ao salário para compensar essa perda, considere o fator multiplicativo para acréscimo ( $1 + i$ ),

$$\begin{aligned} 106(1 + i) &= 111 \\ 1 + i &= \frac{111}{106} \\ 1 + i &= 1,047 \\ i &= 0,047 = 4,7\% \end{aligned}$$

O aumento no salário precisa ser de 4,7%, para compensar a perda.

### 3.7 Equivalência de Capitais

Dois ou mais capitais, com datas de vencimento diferentes, são ditos capitais equivalentes quando, transportados para uma mesma data, a mesma taxa, produzirem nessa data, valores iguais.

Para AMORIM (2016, p.24), "na Matemática Financeira, é comum o entendimento de que o valor de um capital varia em função do tempo", levando-se em conta fatores como: a desvalorização da moeda, inflação e consequente perda do poder de compra e também a rentabilidade de um possível investimento.

Dessa forma, dois capitais distintos em épocas diferentes podem ter o mesmo valor quando analisados na mesma data. Por exemplo, para um investidor que dispõe de uma taxa de rendimento de 1% ao mês, a quantia de R\$ 100,00 hoje tem o mesmo valor que R\$ 102,01 dois meses depois, pois  $100 \cdot (1,01)^2 = 102,01$ . (AMORIM, 2016, p.25).

Ainda segundo AMORIM (2016),

As habilidades de analisar e comparar capitais em diferentes épocas, transportando seus valores para a mesma data, são essenciais na Matemática Financeira para a resolução de problemas envolvendo parcelamentos, amortizações e tomada de decisões. (AMORIM, 2016, p.25).

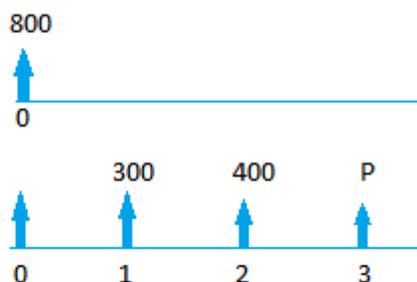
No regime de juros compostos, dada uma taxa  $i$ , um capital  $C$  transforma-se, depois de  $n$  períodos de tempo, em um montante  $C_n = C(1+i)^n$ . "Isto é, uma quantia, cujo valor atual é  $A$ , equivalerá no futuro, depois de  $n$  períodos de tempo, a  $F = A(1+i)^n$ ". MORGADO & CARVALHO (2013, p.95).

De acordo com explicação dada por MORGADO & CARVALHO (2013, p.95), "Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais: *Para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por  $(1+i)^n$ . Para obter o valor atual, basta dividir o futuro por  $(1+i)^n$ .*

**Exemplo:** A conta de um cliente de um banco ficou negativa em R\$ 800,00. Para amortizar a dívida, o cliente depositou R\$ 300,00 após um mês e R\$ 400,00 após dois meses. Sabendo que o juros do cheque especial nesse banco é de 15% ao mês, determine o valor necessário para o cliente quitar a dívida ao final do terceiro mês.

**Resposta:** Os esquemas de pagamento abaixo são equivalentes. Logo, 800 reais, na data 0, tem o mesmo valor de 300 reais após um mês (data 1), mais 400 reais após dois meses (data 2), mais um pagamento igual a  $P$ , na data 3.

Figura 9 – Esquemas de pagamento.



Fonte: Elaborada pela autora.

Igualando os valores, na mesma época (0, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtém-se:

$$800 = \frac{300}{(1 + 0,15)} + \frac{400}{(1 + 0,15)^2} + \frac{P}{(1 + 0,15)^3}$$

$$800 = \frac{300}{1,15} + \frac{400}{1,15^2} + \frac{P}{1,15^3}$$

$$800 = 260,87 + 302,46 + \frac{P}{1,52}$$

$$800 - 563,33 = \frac{P}{1,52}$$

$$236,67 = \frac{P}{1,52}$$

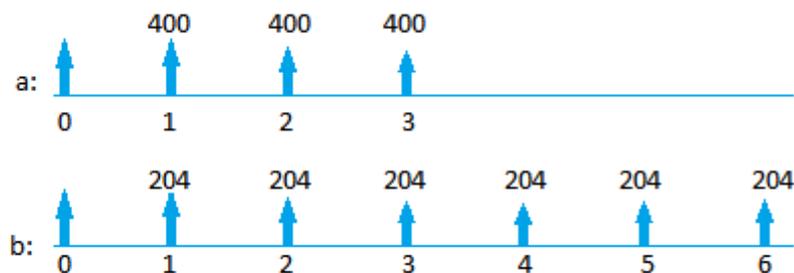
$$P = 359,74$$

Logo, o depósito necessário para quitar a dívida é R\$ 359,74.

**Exemplo:** Há duas opções de pagamento na compra de um telefone celular: três prestações mensais de R\$ 400,00 cada ou seis prestações mensais de R\$ 204,00 cada. Supondo que o dinheiro vale 1% ao mês, determine a opção financeiramente mais vantajosa.

**Resposta:** Para comparar, é preciso determinar o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo na época 3. Os esquemas de pagamento são:

Figura 10 – Esquemas de pagamento.



Fonte: Elaborada pela autora.

$$a = 400(1,01)^2 + 400(1,01) + 400 = 408,04 + 404,00 + 400,00 = 1212,04$$

$$b = 204(1,01)^2 + 204(1,01) + 204 + \frac{204}{(1,01)} + \frac{204}{(1,01)^2} + \frac{204}{(1,01)^3} = 1218,10$$

Logo, a primeira opção é mais vantajosa.

### 3.8 Séries Uniformes

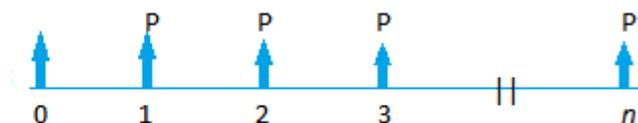
Nas séries uniformes, os pagamentos são iguais e igualmente espaçados no tempo.

MORGADO & CARVALHO (2013, p.100) traz um teorema no qual apresenta o resultado que é usado para determinar o valor de uma série uniforme.

**Teorema 5.2** *O valor de uma série uniforme de n pagamentos iguais a P, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, igual a  $A = P \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$ .*

**Demonstração:**

Figura 11 – Série uniforme.



Fonte: Elaborada pela autora.

O valor da série na época 0 é:

$$A = \frac{P}{(1 + i)} + \frac{P}{(1 + i)^2} + \frac{P}{(1 + i)^3} + \dots + \frac{P}{(1 + i)^n}$$

que é a soma de  $n$  termos de uma progressão geométrica de razão  $\frac{1}{1 + i}$ . Como a soma de  $n$  termos de uma progressão geométrica é dada por:

$$S_n = a_1 \left( \frac{1 - q^n}{1 - q} \right),$$

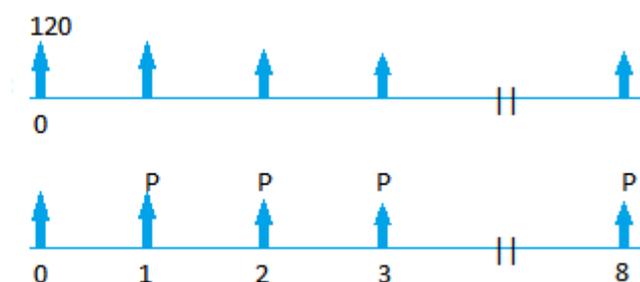
sendo  $a_1 = \frac{P}{1+i}$  o primeiro termo e  $q = \frac{1}{1+i}$  a razão. Assim,

$$A = \frac{P}{1+i} \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+i}} \right) = \frac{P}{1+i} \left( \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{1+i-1}{1+i}} \right) = \frac{P}{1+i} \left( \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}} \right) = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

**Exemplo:** Um bem, cujo preço é R\$ 120,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

**Resposta:** Os esquemas de pagamento abaixo são equivalentes.

Figura 12 – Pagamento em 8 parcelas.



Fonte: Elaborada pela autora.

Igualando os valores na época 0 (um tempo antes do primeiro termo da série), obtém-se:

$$120 = P \frac{1 - (1 + 0,08)^{-8}}{0,08}$$

$$120 = P \frac{1 - (1,08)^{-8}}{0,08}$$

$$120 = P \cdot 5,74$$

$$P = \frac{120}{5,74}$$

$$P \cong 20,90$$

As prestações são de R\$ 20,90.

**Exemplo:** Um banco concedeu um empréstimo para uma pessoa adquirir um carro. O pagamento deveria ser feito em 12 prestações mensais de R\$ 2000,00 cada uma, sem entrada. Qual o valor do empréstimo sabendo que a taxa de juros cobrada pelo banco foi de 2% ao mês?

**Resposta:** Dados:  $P = 2000$ ,  $n = 12$  meses,  $i = 2\% = 0,02$  a.m. Assim,

$$A = 2000 \frac{1 - (1 + 0,02)^{-12}}{0,02}$$

$$A = 2000 \frac{1 - 0,7885}{0,02}$$

$$A = 2000.10,575$$

$$A \cong 21150,00$$

O valor do empréstimo é R\$ 21150,00.

**Exemplo:** Uma pessoa depositou R\$ 1000,00 abrindo uma conta em uma instituição que paga 1,5% ao mês sobre o saldo credor. Em seguida, efetuou uma série de 24 depósitos mensais de R\$ 300,00, sendo que o primeiro foi feito 4 meses após a abertura da conta. Supondo que não seja efetuada nenhuma retirada, quanto terá 3 anos após a abertura da conta?

**Resposta:** Primeiro precisa-se encontrar o valor atual dos 24 depósitos mensais de R\$ 300,00, na data  $n = 3$ .

$$A = 300 \frac{1 - (1 + 0,015)^{-24}}{0,015} = 300 \frac{0,3005}{0,015} = 300.20,03 \cong 6009,12.$$

Agora, basta encontrar o valor  $V$  equivalente a este valor e o do depósito de R\$ 1000,00, lembrando que 3 anos = 36 meses. Segue que,

$$V = 6009,12(1 + 0,015)^{33} + 1000(1 + 0,015)^{36} = 9821,78 + 1709,14 = 11530,92.$$

### 3.9 Sistemas de Amortização

Segundo AMORIM (2016, p.31), "As compras parceladas e os empréstimos oferecidos pelo mercado financeiro estão entre as operações financeiras mais realizadas pela população".

Independente da profissão ou das condições financeiras, a maioria das pessoas precisa lidar em algum momento da vida com um pagamento parcelado, seja pela contratação de um empréstimo em um instituição financeira, ou pelo financiamento de um imóvel, automóvel, eletrodoméstico, móvel ou outros bens. (AMORIM, 2016, p.31)

#### 3.9.1 Amortizações

Amortização é o mesmo que redução da dívida, acontece quando o pagamento de uma dívida é feito através de parcelas. Conforme as parcelas são pagas, o saldo devedor vai sendo amortizado, isto é, a dívida vai diminuindo até ser totalmente quitada.

Quando se paga por um bem financiado ou um empréstimo de forma parcelada, cada parcela tem, em geral, duas funções: amortizar parte da dívida contraída e pagar juros referentes ao período anterior. (AMORIM, 2016, p.31).

Ainda segundo AMORIM (2016, p.31), "os sistemas de amortização SAC e PRICE são os sistemas mais utilizados no mercado financeiro.

### 3.9.2 Sistema de Amortização Constante (SAC)

No Sistema de Amortização Constante, as parcelas de amortização da dívida são constantes. Conforme descreve AMORIM (2016, p.32), "sendo  $A$  o valor da amortização, o parcelamento de uma quantia  $D_0$  em  $n$  prestações no sistema SAC, deve satisfazer:

$$n \cdot A = D_0 \Rightarrow A = \frac{D_0}{n}.$$

Além disso, sendo  $i$  a taxa de juros do financiamento, se  $J_k$ ,  $P_k$  e  $D_k$  representam, respectivamente, os juros, a prestação e o saldo devedor no período  $k$ , então,

$J_k = i \cdot D_{K-1}$  (pois os juros são calculados, multiplicando-se a taxa de juros pelo saldo devedor existente no período anterior),

$P_k = A + J_k$  (a prestação é igual à soma da amortização e dos juros),

$D_K = D_0 - k \cdot A$  (saldo devedor, após  $k$  amortizações).

**Exemplo:** Construir uma tabela de amortização no sistema SAC para um financiamento de R\$ 15000,00 em 12 prestações mensais a uma taxa de juros de 7,8% ao mês.

**Resposta:** Dados:  $D_0=15000$ ,  $n=12$ ,  $i = 7,8\%=0,078$ . Assim, o valor da amortização será dado por:  $A = \frac{15000}{12} = 1250,00$ .

Período	Amortização	Juros	Prestação	Saldo devedor
0				15000,00
1	1250,00	1170,00	2420,00	13750,00
2	1250,00	1072,50	2322,50	12500,00
3	1250,00	975,00	2225,00	11250,00
4	1250,00	877,50	2127,50	10000,00
5	1250,00	780,00	2030,00	8750,00
6	1250,00	682,50	1932,50	7500,00
7	1250,00	585,00	1835,00	6250,00
8	1250,00	487,50	1737,50	5000,00
9	1250,00	390,00	1640,00	3750,00
10	1250,00	292,50	1542,50	2500,00
11	1250,00	195,00	1445,00	1250,00
12	1250,00	97,50	1347,50	0,00
<b>Total</b>	<b>15000,00</b>	<b>7605,00</b>	<b>22605,00</b>	

Tabela 6 – Amortização no sistema SAC

### 3.9.3 Sistema PRICE

O Sistema PRICE de amortização, também chamado de Tabela PRICE é caracterizado por prestações constantes. Como os juros são calculados sempre sobre o saldo

devedor do mês anterior, então, para determinar o valor mensal de amortização, basta saber o valor constante das prestações. Segundo AMORIM (2016, p.33), "o problema se resume a determinar o valor das prestações, que será dado pelo Teorema abaixo".

**Teorema 1.** *No sistema PRICE de amortização, o financiamento do capital  $C$  à taxa de juros  $i$  pelo prazo de  $n$  períodos, com pagamento postecipado, tem prestação constante  $P$  dada por*

$$P = C \cdot \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

**Demonstração:** Observação: com pagamento postecipado, significa que os pagamentos são efetuados no fim de cada intervalo de tempo a que se refere a taxa de juros considerada. Assim, comparando as prestações no período 0, obtém-se:

$$C = P \cdot (1 + i)^{-1} + P \cdot (1 + i)^{-2} + \dots + P \cdot (1 + i)^{-n}$$

Como o segundo membro é dado pela soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão geométrica de razão  $(1 + i)^{-1}$ , segue que, o capital  $C$ , considerado no período 0 (um tempo antes do primeiro pagamento), trata-se do valor de uma série uniforme de  $n$  pagamentos iguais a  $P$ , que é dado por:

$$C = P \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \Rightarrow P = \frac{C \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \cdot \frac{(1 + i)^n}{(1 + i)^n} = C \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}.$$

**Exemplo:** Construir uma tabela de amortização no sistema PRICE com os mesmos dados do exemplo anterior, ou seja,  $C = R\$15000,00$ ,  $n = 12$ , e  $i = 7,8\% = 0,078$  ao mês.

**Resposta:** Do Teorema 1, segue que:

$$P = 15000 \cdot \frac{0,078 \cdot (1,078)^{12}}{(1,078)^{12} - 1} = 15000 \cdot \frac{0,1921}{1,4628} \cong R\$1969,85$$

Período	Amortização	Juros	Prestação	Saldo devedor
0				15000,00
1	799,85	1170,00	1969,85	14200,15
2	862,24	1107,61	1969,85	13337,92
3	929,49	1040,36	1969,85	12408,42
4	1001,99	967,86	1969,85	11406,43
5	1080,15	889,70	1969,85	10326,29
6	1164,40	805,45	1969,85	9161,89
7	1255,22	714,63	1969,85	7906,67
8	1353,13	616,72	1969,85	6553,54
9	1458,67	511,18	1969,85	5094,87
10	1572,45	397,40	1969,85	3522,42
11	1695,10	274,75	1969,85	1827,32
12	1827,32	142,53	1969,85	0,00
<b>Total</b>	<b>15000,00</b>	<b>8638,18</b>	<b>23638,18</b>	

Tabela 7 – Amortização no sistema PRICE

## 4 PROPOSTA DE PROJETO

Para a construção desse projeto baseou-se em autores que defendem a aplicação de estratégias de metodologias ativas de aprendizagem. Autores como [Nogueira \(2005\)](#), [Education \(2008\)](#), [Bender \(2015\)](#), [Camargo & Daros \(2018\)](#).

O projeto proposto é uma combinação do modelo apresentado pelo autor William N. Bender no livro *Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI*, com o material do guia para professores de Ensino Fundamental e Médio "*Aprendizagem Baseada em Projetos*", criado pela organização BIE.

O projeto que será proposto visa abordar a Educação Financeira como tema transversal, aproveitando a relação existente entre os conceitos da Matemática Financeira que são pré requisitos para a Educação Financeira.

### 4.1 Projeto de ABP: Planejamento Familiar Financeiro

(Roteiro com sugestões para elaboração de um projeto com o tema Educação Financeira).

**Âncora:** Como podemos criar um planejamento financeiro para uma família?

Criar uma narrativa preparando o cenário para propor o projeto, mostrar um levantamento do baixo nível atualmente de Educação Financeira, e mostrar a possibilidade de melhorar esses resultados através do acesso a Educação Financeira nas escolas.

**vídeo introdutório:** Planejamento financeiro: conceitos essenciais (Episódio 3). ([ITAU, 2018](#)). Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=zLLZ05o4EoI>>

**Questão orientadora:** Como você e sua família podem economizar?

**Tarefas a serem cumpridas:** organizar os alunos em grupos para cumprir as tarefas.

- 1 Fazer um levantamento individual de como você e sua família podem economizar.
- 2 Organizar uma Webquest<sup>3</sup> para orientar a pesquisa sobre o consumismo.
- 3 Cada aluno entrevista sua família para determinar suas metas financeiras (que pode ser: quitar uma dívida, comprar um objeto, dar entrada num financiamento, planejar orçamento etc.) em seguida, o grupo reúne-se e decide qual o planejamento familiar financeiro que será montado.

<sup>3</sup> webquest: é uma atividade orientada para a pesquisa na internet.

- 4 Fazer levantamento de dados e os cálculos necessários para montar o planejamento familiar financeiro e preparar o relatório.

**Produtos previstos:**

- 1 Um relatório individual com estimativa para 30 dias, de como você e sua família podem economizar.
- 2 Notas de pesquisa individual da Webquest.
- 3 Resumo da Webquest, organizado pelo grupo.
- 4 Um relatório descrevendo o planejamento familiar financeiro, feito pelo grupo.
- 5 Apresentação de PowerPoint ou em vídeo, com duração de 15 a 20 minutos que resuma as informações sobre: como economizar, consumismo, metas financeira e planejamento familiar financeiro.

## 4.2 Webquest sobre consumismo

**Perguntas da Webquest:** A mídia influencia o consumismo? Quais são as consequências desse hábito? Quais são os aspectos negativos do consumismo entre jovens?

**Atividades:**

- 1 Assistir os vídeos da TV Educação Financeira - 1ª Temporada - Parceiros do Futuro. (ITAU, 2018). Disponível em <<https://parceirosdofuturo.com.br/video/tv.educacao.financeira.1a.temporada/>>

Playlist de vídeos:

- Episódio 1: A História do Dinheiro.
- Episódio 2: Os Bancos.
- Episódio 3: Planejamento financeiro: conceitos essenciais.
- Episódio 4: Planejamento financeiro: orçamento pessoal e familiar.
- Episódio 5: Planejamento financeiro: como fazer para sobrar dinheiro.
- Episódio 6: Por que fazemos dívida?
- Episódio 7: Saindo do poço.
- Episódio 8: Pagamento à vista.
- Episódio 9: Pagamento à prazo.
- Episódio 10: Poupar para o futuro: por que investir?

- Episódio 11: Poupar para o futuro: educação e aposentadoria.
- 2 Ler o artigo "Consumismo" por Ana Lucia Santana, disponível em <<https://www.infoescola.com/psicologia/consumismo/>>
  - 3 Assistir o vídeo "Sociedade de Consumo e Consumismo" disponível em <<https://youtu.be/Uv3KGDYihCk>>

Nesses vídeos e artigo, procure informações que possa ajudar a responder as perguntas da Webquest.

#### **Questões para reflexão a serem abordadas em seu resumo:**

- 1 Qual a importância do planejamento financeiro na vida pessoal?
- 2 É importante fazer uma reserva de emergência?
- 3 O que é a felicidade numa sociedade de consumo?
- 4 Qual diferença entre consumo e consumismo?

### **4.3 Roteiro para avaliação**

Visto que a principal característica da ABP é o protagonismo do estudante, além disso, enfatiza as habilidades de pesquisa, comunicação e trabalho em equipe. Sendo assim, é necessário um modelo de avaliação mais reflexiva, com ênfase nos relatórios, onde o uso de notas individuais e coletivas deve ser considerado. É preciso avaliar cada tarefa executada e todos os produtos gerados ao longo do projeto, além do produto final. Considerando-se todas as tarefas e produtos sugeridos para a criação do Planejamento Familiar Financeiro, segue um quadro com sugestão de roteiro para avaliação.

<b>Indicadores</b>	<b>Ruim</b>	<b>Bom</b>	<b>Muito Bom</b>	<b>Excelente</b>
<b>Fazer levantamento de como você e sua família podem economizar.</b>	O aluno fez o levantamento, mas o relatório ficou incompleto sem estimativa para 30 dias.	O aluno fez o levantamento, apresentou relatório com estimativa para 30 dias.	O aluno fez o levantamento, apresentou relatório com estimativa para 30 dias incluindo os cálculos.	O aluno fez levantamento, escreveu relatório bem detalhado com estimativa para 30 dias.
<b>Notas de pesquisa individual da Webquest.</b>	O aluno não apresentou notas de todos os itens listados, ou as notas não eram satisfatórias.	O aluno pesquisou e fez anotações de cada item listado.	O aluno pesquisou, fez anotações comentadas de cada item listado.	O aluno pesquisou e fez anotações bem detalhadas de cada item listado.
<b>Resumo completo da Webquest.</b>	O grupo não respondeu as três perguntas.	O grupo respondeu as três perguntas, mas não foi suficientemente detalhada.	O grupo respondeu as três perguntas adequadamente, mas não abordou todas as questões sugeridas para reflexão.	O grupo respondeu as três perguntas adequadamente e abordou todas as questões sugeridas para reflexão.
<b>Elaborar planejamento familiar financeiro.</b>	O grupo não usou um procedimento adequado para os cálculos do planejamento familiar financeiro.	O grupo usou um procedimento apropriado para calcular o planejamento familiar financeiro, mas apresentou algumas respostas incorretas.	O grupo usou um procedimento adequado para calcular o planejamento familiar financeiro e apresentou respostas corretas.	O grupo usou um procedimento apropriado para calcular o planejamento familiar financeiro, apresentou respostas corretas bem organizadas.
<b>Apresentação de PowerPoint ou em vídeo, com duração de 15 a 20 minutos.</b>	A apresentação não aborda todos os tópicos.	A apresentação inclui todos os tópicos, mas não foi bem organizada.	A apresentação inclui todos os tópicos, com informações completas e organizadas.	A apresentação aborda todos os tópicos de forma clara, bem organizada e objetiva.

Tabela 8 – Roteiro para avaliação do projeto Plano financeiro

## Considerações finais

O propósito principal deste trabalho além de discutir a importância da Educação Financeira no ensino básico, foi apresentar como sugestão aos professores, um projeto de ABP que aborda o tema Educação Financeira de forma transversal na disciplina de Matemática. Neste projeto buscou aproveitar a relação entre os conceitos de Matemática Financeira, que são pré requisitos no ensino de Educação Financeira, favorecendo dessa maneira, a contextualização tão desejada para o ensino desses conceitos, ao mesmo tempo, que possibilita incluir a Educação Financeira nas escolas.

Apesar da determinação do MEC para que Educação Financeira seja adotada como tema transversal nas escolas, nem sempre é tarefa fácil cumprir, principalmente devido a falta de tempo no decorrer do ano letivo, consequência da extensa lista de conteúdos nas disciplinas que compõem a grade curricular da educação básica.

Nos levantamentos realizados sobre o desempenho em Educação Financeira, pode-se observar que o nível de letramento financeiro no Brasil ainda é muito baixo. Essa situação é preocupante não só pelo baixo desempenho mostrado em avaliações, mas sobretudo porque esses resultados apontam a falta de conhecimentos financeiros que podem interferir na qualidade de vida das pessoas, na medida que, quanto mais informados, mais estaremos preparados para tomar melhores decisões financeiras no cotidiano. Diante disso, torna-se essencial criar estratégias para que o acesso a Educação Financeira seja possível nas escolas.

Por meio das leituras realizadas, pode-se concluir que o método de ensino ABP, está sendo cada vez mais adotado pelos professores, e se encontra em grande expansão na educação básica. A metodologia de ABP é caracterizada pela pesquisa, trabalho colaborativo e elaboração de um produto final, portanto, pode ser aplicada em todas as áreas de conhecimento.

A ABP foi o modelo de ensino escolhido, para o desenvolvimento do projeto, cujo tema "planejamento familiar financeiro" oferece condições na criação de situações para incluir Educação Financeira nas salas de aula. Além disso, durante a pesquisa, não foi encontrado trabalhos que abordam a Educação Financeira por meio de projetos ABP. Assim, a possibilidade de apresentar um trabalho com uma nova perspectiva para o ensino de Educação Financeira, foi outro fator que contribuiu para a escolha dessa metodologia.

Acreditamos que o professor depois da experiência do ensino remoto, esteja mais aberto a mudanças, com disposição para tentar outras estratégias de ensino diferentes do ensino tradicional. Do mesmo modo, pensamos que o aluno também em virtude da experiência com aulas remotas, se tornou mais independente do professor, e agora, o

mesmo se encontra com maior maturidade para aprender por meio de projetos ABP.

Todo projeto ABP tem como objetivo encontrar a solução para problemas do mundo real, que envolve investigação coletiva, elaboração e execução de um plano, e por fim, a apresentação do produto final.

Vale ressaltar que, na ABP, o professor não deve expor todo o conteúdo de ensino planejado primeiro, para só então o aluno começar a pesquisar. Pelo contrário, são os próprios alunos que têm de buscar as informações e conhecimentos para atingir os objetivos de aprendizagem desejado. Isso quer dizer que eles precisam desenvolver autonomia.

Acreditamos que a oportunidade de realizar um projeto que coloca o aluno como protagonista da sua própria aprendizagem, desenvolve várias competências e habilidades no aluno, além da autonomia, como a criatividade, a persistência, a tolerância a frustrações, entre outras habilidades, que os alunos necessitarão aprender durante o desenvolvimento do projeto que terão consequências no mundo real. Isto é, desenvolve habilidades que serão úteis ao longo da vida, tais como, habilidade em investigar, isto é, buscar as informações necessárias para a solução de um problema.

Esperamos que as competências e habilidades desenvolvidas durante a execução do projeto sirva para despertar a curiosidade do aluno e a vontade de aprender mais sobre Educação Financeira, e assim, contribua para a criação da cultura financeira e, conseqüentemente, para a formação de cidadãos financeiramente educados.

Em trabalhos futuros, pretende-se aplicar as atividades elaboradas, para confirmar os resultados previstos neste estudo, e ainda aprofundar o estudo em metodologias ativas de ensino para aplicação na Educação Financeira.

## Referências

- ALEIXO, D. C. V.; SANTOS, S. X. d.; TOSCHI, S. S. Perfil socioeconômico de estudantes de ensino médio de uma escola pública de goiânia. **III Congresso de Ensino, Pesquisa e Extensão da UEG**, Cepe, p. 1–5, 2016. Citado na página 22.
- AMORIM, V. O ensino de matemática financeira: do livro didático ao mundo real. **2º Simpósio de formação do professor de matemática da região Nordeste. Rio de Janeiro: SBM**, 2016. Citado 7 vezes nas páginas 21, 46, 47, 52, 56, 57 e 58.
- ARAÚJO, P. D. A evolução da sociedade e a educação: perfil de alunos, professores e as tecnologias dentro e fora da sala de aula do século xxi. **Pedagogia em Ação**, v. 13, n. 1, p. 237–253, 2020. Citado na página 35.
- BCB. **O Programa de Educação Financeira**. Brasília - DF: <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/pefpublicoexterno.asp?frame=1>, 2020. Citado na página 37.
- \_\_\_\_\_. **O que é inflação**. Brasília - DF: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/oqueinflacao>, 2021. Citado na página 49.
- BENDER, W. N. **Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI**. [S.l.]: Penso Editora, 2015. Citado 5 vezes nas páginas 20, 36, 38, 39 e 60.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base - Ensino Médio**. Brasília-DF: MEC, 2017. 576 p. Citado 3 vezes nas páginas 17, 19 e 20.
- BRASIL. **Lei Nº 13.415**. DOU, 2017. Disponível em: <<https://pesquisa.in.gov.br/imprensa/jsp/visualiza/index.jsp?jornal=1&pagina=1&data=17/02/2017>>. Citado na página 17.
- BRASIL. **Novo Ensino Médio-perguntas e respostas**. MEC, 2020. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/publicacoes-para-professores/30000-uncategorised/40361-novo-ensino-medio-duvidas#:~:text=Os>>. Citado na página 17.
- CAMARGO, F.; DAROS, T. **A sala de aula inovadora-estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo**. [S.l.]: Penso Editora, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 35, 36, 37 e 60.
- EDUCATION, B. I. for. **Aprendizagem baseada em projetos: guia para professores de ensino fundamental e médio**. [S.l.]: Artmed, 2008. Citado 5 vezes nas páginas 36, 37, 38, 39 e 60.
- ENEF. **Mapeamento Nacional**. 2017. Disponível em: <[https://www.vidaedinheiro.gov.br/2-mapeamento/?doing\\_wp\\_cron=1618166590.9696040153503417968750](https://www.vidaedinheiro.gov.br/2-mapeamento/?doing_wp_cron=1618166590.9696040153503417968750)>. Citado na página 19.
- FINANCEIRA, B. C. de E. **Gestão de finanças pessoais**. Brasília: BCB, 2013. Citado na página 24.

- IEZZI, G. *et al.* Matemática: Ciência e aplicações, 3v, 6aed. **São Paulo: Editora Atual**, 2010. Citado na página 43.
- INEP. **Relatório Brasil no Pisa 2018**. Brasília - DF: Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_exames\\_da\\_educacao\\_basica/relatorio\\_brasil\\_no\\_pisa\\_2018.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf)>, 2019. 102 p. Citado na página 25.
- \_\_\_\_\_. **OCDE define aplicação do Pisa para 2022**. Brasília - DF: B4AQV9zFY7Bv/content/ocde-define-aplicacao-do-pisa-para-2022/21206, 2020. Citado na página 25.
- INEP, P. revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no brasil. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.
- ITAU, F. **TV Educação Financeira 1a Temporada**. youtube.com: Disponível em: <<https://parceirosdofuturo.com.br/video/tv-educacao-financeira-1a-temporada/>>, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 61.
- KLAPPER LEORA E LUSARDI, A. Literacia financeira e resiliência financeira: evidências de todo o mundo. Wiley Online Library, v. 49, n. 3, p. 589–614, 2020. Citado na página 23.
- LIAO, T.; MOTTA, M. S.; FERNANDES, C. de O. Avaliando o "pisa" matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, p. 1–20, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. Matemática discreta.. 1ª edição. **SBM, Rio de Janeiro**, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 47, 52 e 54.
- NETO, A. M. *et al.* **Educação financeira**. [S.l.]: EDIPUCRS, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- NOGUEIRA, N. R. Pedagogia dos projetos: etapas, papéis e atores. **São Paulo: Érica**, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 21, 36 e 60.
- OECD. **Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness**. [S.l.]: OECD Publishing Directorate for Financial and Enterprise Affairs, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 19, 22 e 37.
- RAMOS, C. A. A estatística na educação financeira do ensino básico com enfoque integrado integration between statistic and financial literacy in elementary school. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 29.
- SPC, B. CndI. **Cresce para 63% o número de consumidores que controlam suas finanças, revelam CNDL/SPC Brasil e Banco Central**, v. 9, 2019. Citado na página 23.
- VIANNA, R. d. M. I. Matemática financeira. UFBA, Faculdade de Ciências Contábeis; Superintendência de Educação a Distância, 2018. Citado na página 43.