

SBM  
PROFMAT  
UNIR



SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Blodow, Flamarion  
Gonçalves

Flamarion Gonçalves Blodow

TCC  
Mestrado  
Profissional

APLICAÇÃO DE INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL PELO MÉTODO DE  
LAGRANGE NO REGISTRO DA MÉDIA MÓVEL DE CASOS DE  
COVID-19 USANDO O SOFTWARE SCILAB

Aplicação de Interpolação Polinomial pelo Método De  
Lagrange no registro da Média Móvel de Casos de  
Covid-19 usando o Software Scilab

2021

Porto Velho  
2021



SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISIONALEM MATEMÁTICAEM REDE NACIONAL

Flamarion Gonçalves Blodow

APLICAÇÃO DE INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL PELO MÉTODO DE LAGRANGE NO  
REGISTRO DA MÉDIA MÓVEL DE CASOS DE COVID-19 USANDO O SOFTWARE SCILAB

PORTO VELHO  
2021

Flamarion Gonçalves Blodow

Aplicação de Interpolação Polinomial pelo Método De Lagrange no registro da Média Móvel de Casos de Covid-19 usando o Software Scilab

Trabalho de Conclusão apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT no Polo da Universidade Federal de Rondônia – UNIR, como requisito para obtenção de Mestre em Matemática Profissional.  
Orientador: Prof. Dr. Flávio Batista Simão.

PORTO VELHO  
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Fundação Universidade Federal de Rondônia  
Gerada automaticamente mediante informações fornecidas pelo(a) autor(a)

---

B652a Blodow, Flamarion.

Aplicação de interpolação polinomial pelo método de Lagrange no registro da média móvel de casos de Covid-19 usando o Software Scilab / Flamarion Blodow. -- Porto Velho, RO, 2021.

94 f. : il.

Orientador(a): Prof. Dr. Flávio Batista Simão

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Fundação Universidade Federal de Rondônia

1.Scilab. 2.Interpolação polinomial de Lagrange. 3.Covid-19.  
4.Modelagem Matemática. I. Simão, Flávio Batista. II. Título.

CDU 004.4:51:616-07

---



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ATA DE DISSERTAÇÃO

**ATA Nº 60**

**ATA DA SEXAGÉSIMA SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO – PROFMAT/UNIR,  
POLO PORTO VELHO.**

**MESTRANDO: FLAMARION GONÇALVES BLOWOW**

**INÍCIO DO CURSO: março/2019**

Aos dezesseis dias do mês de agosto de dois mil e vinte e um, às nove horas e trinta minutos, por videoconferência no Google Meet, foi realizada a sessão de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do mestrando **FLAMARION GONÇALVES BLOWOW** como requisito obrigatório estabelecido nos termos dos artigos 37, 41, 42 do Regimento Interno do PROFMAT/UNIR. A Comissão Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa, foi composta pelos membros: Prof. Dr. Flávio Batista Simão (Orientador), Prof. Dr. Jackson Itikawa (membro interno) e Prof. Dr. Eudes Barroso Junior (membro externo ao Programa), sob a presidência do primeiro, julgou o trabalho intitulado "**Aplicação de interpolação polinomial pelo método de Lagrange no registro da média móvel de casos de covid-19 usando o software scilab**". Após a defesa apresentada pelo mestrando e arguições pela Comissão, o trabalho foi considerado "APROVADO" e, em razão das recomendações dos membros da Comissão, o Senhor Presidente se comprometeu a orientar a sequência do processo da elaboração da versão final com a inclusão das recomendações realizadas. Nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão e, para constar, foi lavrada a presente ATA, que vai assinada digitalmente pelos membros da Comissão Examinadora e o Mestrando.



Documento assinado eletronicamente por **FLAVIO BATISTA SIMAO, Docente**, em 17/08/2021, às 12:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **EUDES BARROSO JUNIOR, Docente**, em 17/08/2021, às 12:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **JACKSON ITIKAWA, Docente**, em 17/08/2021, às 12:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flamarion Gonçalves Blowow, Usuário Externo**, em 17/08/2021, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).





A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.unir.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.unir.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0735769** e o código CRC **F689F3DC**.

---

“O segredo do sucesso é a constância no objetivo”.

(Benjamin Disraeli)

## DEDICATÓRIA

À toda a minha família e amigos.

A todos os meus professores do PROFMAT.

## AGRADECIMENTOS

---

A Deus por ter me concedido saúde, sabedoria e persistência para que eu conseguisse realizar esse sonho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Flávio Batista Simão pela urbanidade, cooperação e paciência no desenvolver desse trabalho.

A minha esposa Alderlene pelo companheirismo e paciência nessa árdua empreitada.

A minha mãe Neusa e meu pai Miquéias por terem me educado e oportunizado os estudos.

Aos professores Ronaldo Chaves, Tomás Daniel, Marinaldo Rodrigues e Adeilton Costa pelos ensinamentos prestados, os quais não teria acesso se não fosse por esse programa de capacitação.

Aos meus amigos de curso pela imensa colaboração e espírito de união.

## RESUMO

---

Este trabalho objetiva demonstrar uma aplicação prática da modelagem de funções por interpolação polinomial, através do método de Lagrange, na problemática do registro diário de casos de COVID-19 no município de Porto Velho – RO com o auxílio da ferramenta tecnológica Scilab. Para elaborá-lo foi necessário pesquisas bibliográficas dos conteúdos relacionados a conceitos epidemiológicos sobre os Coronavírus e da COVID-19. Também se realizou estudos acerca de funções polinomiais e polinômios; interpolação polinomial, fórmula de Lagrange. Nele é apresentado: exemplos, situação problema e seus gráficos - informações essas que ajudam ao leitor na compreensão acerca da temática e instigam-no a tecer análises gráficas e matemáticas. Contudo, o desfecho mais relevante desse trabalho é a busca pela apresentação da teoria de forma prática no âmbito escolar do ensino médio.

**Palavras-chave:** Scilab. Interpolação polinomial de Lagrange. Covid-19. Modelagem Matemática.

## ABSTRACT

---

This work aims to demonstrate a practical application of function modeling by polynomial interpolation, through the Lagrange method, in the problem of daily registration of COVID-19 cases in the city of Porto Velho - RO with the help of the technological tool Scilab. In order to elaborate it, bibliographic research of contents related to epidemiological concepts about Coronaviruses and COVID-19 was necessary. Studies were also carried out on polynomial functions and polynomials; polynomial interpolation, Lagrange formula. It presents: examples, problem situations and their graphics - information that helps the reader to understand the subject and encourages him to weave graphic and mathematical analyses. However, the most relevant outcome of this work is the search for the presentation of theory in a practical way in the secondary school environment.

**Keywords:** Scilab. Lagrange polynomial interpolation. Covid-19. Mathematical Modeling.

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1 – Coronaviridae .....	22
Figura 2 – Variantes da Covid-19.....	22
Figura 4 - Terminal do Scilab.....	52
Figura 5 - Interface gráfica do Scilab .....	52
Figura 6 - Scinotes - bloco de notas do Scilab.....	53
Figura 7 - Função importar.sce .....	56
Figura 8 - Função interpolLagrange.sce .....	56
Figura 9 - Script Principal.sci.....	57
Figura 10 - Script Principal.sci .....	57
Figura 11 - Script Principal.sci .....	58
Figura 12 - Script Principal.sci .....	58
Figura 13 - Gráfico 01 .....	59
Figura 14 - Gráfico 02 .....	59
Figura 15 - Gráfico 03 .....	60
Figura 16 - Gráfico 04 .....	60
Figura 17 - Gráfico 05 .....	61
Figura 18 - Gráfico 06 .....	61
Figura 19 - Gráfico 07a.....	62
Figura 20 - Gráfico 07b.....	62
Figura 21 - Gráfico 07c.....	63
Figura 22 – Tratamento dos dados (1).....	71
Figura 23 – Tratamento dos dados (2).....	71
Figura 24 – Tratamento dos dados (3).....	72
Figura 25 – Tratamento dos dados (4).....	72
Figura 26 – Tratamento dos dados (5).....	72
Figura 27 – Tratamento dos dados (6).....	73
Figura 28 – Tratamento dos dados (7).....	73
Figura 29 – Tratamento dos dados (8).....	73
Figura 30 – Tratamento dos dados (9).....	74
Figura 31 – Tratamento dos dados (10).....	74
Figura 32 – Arquivo final - resultado do tratamento dos dados .....	74

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1 - Quantidade de registros contendo a ferramenta especificada no título da tese.....	18
Tabela 2 - Quantidade de registros contendo o termo Scilab no título da tese.....	18
Tabela 3 - Esquema prático da Interpolação de Lagrange .....	49
Tabela 4 - Exemplo de aplicação do esquema prático.....	50
Tabela 5 - Dados e resultados.....	83

# SUMÁRIO

---

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
1.1	Objetivo Geral.....	17
1.2	Objetivos Específicos .....	17
1.3	Justificativa e Estrutura.....	17
<b>2</b>	<b>CONCEITOS EPIDEMIOLÓGICOS.....</b>	<b>20</b>
2.1	Definição de termos epidemiológicos.....	20
2.2	Coronavírus.....	21
2.3	Covid-19 .....	23
2.3.1	Sintomas.....	24
2.3.2	Contágio .....	25
2.3.3	Diagnóstico .....	26
2.3.3.1	Diagnóstico clínico e clínico-epidemiológico.....	26
2.3.3.2	Diagnóstico laboratorial.....	27
2.3.3.3	Diagnóstico clínico-imagem.....	27
2.3.4	Prevenção e Tratamento.....	28
<b>3</b>	<b>ÁLGEBRA DE POLINÔMIOS.....</b>	<b>30</b>
3.1	Função polinomial ou polinômio.....	30
3.2	Valor numérico.....	30
3.3	Polinômio nulo.....	31
3.4	Polinômios idênticos.....	31
3.4.1	Coefficientes de polinômios idênticos .....	31
3.5	Soma de polinômios .....	32
3.5.1	Propriedades da adição .....	33
3.6	Diferença de polinômios.....	34
3.7	Produto de polinômios .....	35
3.7.1	Propriedades da multiplicação .....	36
3.8	Grau de polinômios.....	36
3.8.1	Grau da soma .....	37
3.8.2	Grau do produto.....	37
3.9	Divisão de polinômios .....	38
3.9.1	Teorema do resto.....	39
3.9.2	Teorema de D'Alembert .....	39
3.9.3	Teorema 8.....	39

3.10	Teorema Fundamental da Álgebra (T.F.A.).....	40
3.11	Teorema da decomposição.....	40
3.12	Raízes Complexas.....	42
3.12.1	Raízes Conjugadas.....	42
4	INTERPOLAÇÃO DE LAGRANGE.....	43
4.1	Polinômio de Interpolação.....	43
4.2	Fórmula de Lagrange.....	46
4.3	Esquema Prático.....	49
5	SCILAB.....	51
5.1	Introdução ao Scilab.....	51
5.2	Origem do Scilab.....	53
6	APLICAÇÃO COM O SCILAB.....	55
6.1	Desenvolvimento do script.....	55
6.2	Resultados.....	58
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	64
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	66
	APÊNDICE A – TRATAMENTO DOS DADOS UTILIZANDO O EXCEL.....	71
	APÊNDICE B – SCRIPTS.....	76
	Script - “Principal.sci”.....	76
	Script - “importar.sce”.....	77
	Script - “Interpol_Lagrange.sce”.....	77
	Script - “grafico01.sci”.....	78
	Script - “grafico02.sci”.....	78
	Script - “grafico03.sci”.....	79
	Script - “grafico04.sci”.....	79
	Script - “grafico05.sci”.....	80
	Script - “grafico06.sci”.....	80
	Script - “grafico07a.sci”.....	81
	Script - “grafico07b.sci”.....	81
	Script - “grafico07c.sci”.....	82
	APÊNDICE C - TABELA DE DADOS E RESULTADOS.....	83

# 1 INTRODUÇÃO

---

A escolha do tema partiu do fato do tema abordado em sua vertente matemática ser componente curricular do ensino médio e do contexto atual em que vivemos, em um mundo assolado pela pandemia da COVID-19, onde temos diversas pesquisas simultâneas relativas à sua propagação. Faz-se, portanto, indispensável a atuação dos educadores como fonte propulsora do pensamento cognitivo, através da conexão dos conteúdos teóricos e suas aplicações nesse contexto da pandemia, para a construção do verdadeiro aprendizado nos educandos e neles próprios. “Pelo contrário, nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo.” (FREIRE, 1996, p. 13).

A esse respeito, Paulo Freire (1996) concorre ao destacar que o processo de ensino não se limita em mera transferência de conteúdo e sim se estende ao fornecimento de condições do aprendizado crítico. Podemos também, facilmente localizar, de maneira incisiva, o tema abordado nesse trabalho nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN-EM) conforme segue: “Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações e interpretações.” (PCN-EM, 1999, p.12)<sup>1</sup>.

Ainda, podemos encontrar referências às competências e habilidades na área de Matemática e suas tecnologias:

“Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados.” (PCN+, 2002, p. 113)<sup>2</sup>.

“Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos para situações-problema, fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos.” (PCN+, 2002, p. 114).

---

<sup>1</sup> **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN-EM)**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: jul. 2021.

<sup>2</sup> **PCN+**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, Ministério da Educação, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: jul. 2021.

Em complemento a essas habilidades, apresentamos em destaque: “Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios” (PCN+, 2002, p.124).

## **1.1 Objetivo Geral**

Este trabalho tem como objetivo geral descrever a modelagem de funções via interpolação polinomial pelo método de Lagrange aplicado ao registro de casos diários de Covid-19 no município de Porto Velho - RO, no período de 14/01/2020 a 28/05/2021, com auxílio do software Scilab.

## **1.2 Objetivos Específicos**

A fim de conduzir o leitor ao desenvolvimento do tema, listam-se como objetivos específicos:

- Apresentar fundamentos teóricos e conceituais epidemiológicos correlatos ao tema;
- Apresentar fundamentos teóricos e conceituais de polinômios;
- Abordar a interpolação polinomial de Lagrange e o esquema prático;
- Apresentar aplicação de modelagem de funções por meio de interpolação polinomial pelo método de Lagrange no registro da média móvel (14 dias) dos casos diários de Covid-19.

## **1.3 Justificativa e Estrutura**

O trabalho tem como finalidade ser mais um subsídio às pesquisas acadêmicas. Propiciando, para o público interessado na área, informações e conduzindo às reflexões da importância da matemática em diversas áreas bem como da sua aplicabilidade

A pesquisa, segundo (PCN, 1999) e (PCN+, 2002) visa fomentar o conhecimento acadêmico científico-profissional em docentes do ensino médio, agregando seu repertório e cooperando para uma atuação profissional mais diversificada e em um contexto mais próximo dos alunos do ensino médio gerando assim um maior engajamento.

Além da pertinência temática e do exposto acima, podemos destacar o fato de no Banco de dissertações do PROFMAT haver poucas dissertações contendo no título o termo “SCILAB” - software utilizado - em comparação com outros como “GEOGEBRA” e “MAXIMA”, podendo ser um indicativo de escassez de trabalhos utilizando essa ferramenta no âmbito do Mestrado Profissional em Rede.

Tabela 1 - Quantidade de registros contendo a ferramenta especificada no título da tese

Ferramenta	Registros localizados
GEOGEBRA	347
MAXIMA	013
SCILAB	004

**Fonte:** produzida pelo autor com base em pesquisa no banco de dissertações do PROFMAT<sup>3</sup>

Como são tão poucos os registros contendo a palavra “SCILAB” no título da dissertação, podemos até listá-las abaixo:

Tabela 2 - Quantidade de registros contendo o termo Scilab no título da tese

DATA DE DEFESA	ALUNO	TÍTULO DA DISSERTAÇÃO	INSTITUIÇÃO
22/03/2019	Jose Alexandre Fernandes Soares	Aplicação das matrizes no processamento de imagens usando o software <b>SCILAB</b>	UEMA/MA
04/07/2017	Messias Henrique Vieira Silva	Uma abordagem de sistemas lineares usando o MAXIMA e o <b>SCILAB</b>	UFG/GO
12/05/2017	Bruno Valério Everton Costa	A utilização do <b>SCILAB</b> em aplicações de matrizes e sistemas lineares	UFMA/MA
30/08/2013	Jeofton Meira Trindade	<b>SCILAB</b> , GEOGEBRA e WINPLOT como recurso pedagógico no ensino de matrizes, determinantes e geometria analítica.	UFMA/MA

**Fonte:** produzida pelo autor com base em pesquisa no banco de dissertações do PROFMAT.<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Disponível em: <<https://www.profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/?polo=&titulo=&aluno=>> Acessado em 08 jun. 2021.

<sup>4</sup> Disponível em: <<https://www.profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/?polo=&titulo=scilab&aluno=>> Acessado em 08 jun. 2021.

Desses registros (**Tabela 2** - Quantidade de registros contendo o termo Scilab no título da tese) podemos destacar que 03 teses foram produzidas no Estado do Maranhã e 01 em Goiás, ou seja, em somente dois estados da federação brasileira. E não foi localizado nenhum registro de tese produzida no âmbito da UNIR-RO. Sendo isso um fato controverso, visto que devido às suas características de fácil aprendizado e de codificação ágil, principalmente na solução de problemas numéricos, é indispensável para pesquisas na área da matemática. E por ser um software livre (Open Source), robusto e com uma comunidade muito ativa era esperado um número significativo de teses.

No **Capítulo 01**, é feito a introdução ao trabalho com apresentação dos objetivos, da justificativa e estrutura do trabalho. No **Capítulo 02**, apresentamos os conceitos de epidemia, endemia, pandemia e epidemiologia. Em seguida abordamos a família dos coronavírus para enfim apresentarmos a Covid-19 abordando os sintomas, forma de contágio, critérios de diagnóstico, prevenção e tratamento.

Em seguida no **Capítulo 03**, abordamos aspectos teóricos matemáticos correlatos ao trabalho, com estudo dos polinômios no corpo dos números complexos. Posteriormente no **Capítulo 04**, a modelagem de funções por meio de interpolação polinomial pelo método de Lagrange e o **esquema prático (4.3)** utilizado para elaboração do script.

No **Capítulo 05**, apresentamos o SCILAB descrevendo a sua origem e tecendo uma breve introdução a ferramenta. No **Capítulo 06**, demonstraremos a modelagem de funções por meio de interpolação polinomial pelo método de Lagrange no registro da média móvel dos casos diários. Finalizando com comentários acerca dos resultados obtidos.

**Capítulo 07**, realiza-se as considerações finais sobre o trabalho e conhecimento gerado, além de destacar a importância do PROFMAT.

Por fim, destacamos que as figuras de gráficos usadas nesse trabalho de autoria própria foram confeccionadas através do software de matemática Scilab, versão 6.1.0, para Windows, de distribuição livre, obtido por meio do site <<https://www.scilab.org/>>.

## 2 CONCEITOS EPIDEMIOLÓGICOS

---

Neste capítulo traremos alguns conceitos básicos relativos à epidemiologia, como: definição de termos, levantamento teórico acerca do Coronavírus e da COVID-19.

### 2.1 Definição de termos epidemiológicos

Com a atual pandemia do novo Coronavírus, diversos modelos matemáticos estão sendo utilizados como meio de compreensão e conscientização. Os modelos são relevantes para prevenção bem como para o planejamento estratégico da saúde pública. Durante esse percurso é utilizado diversos modelos de acordo com o objetivo e dinâmica. De tal forma que se busca identificar taxas de incidência, ocupação de leitos hospitalares, óbitos, grupos de risco, taxa de letalidade, taxa de transmissibilidade, estudo comparativo das variantes, eficácia das vacinas entre outros objetivos.

Primeiramente apresentaremos os conceitos de incidência e prevalência. Nos termos de Padilha, temos que a **Incidência** é a frequência do surgimento de novos casos de determinada doença em certo intervalo de tempo, sendo assim, uma medida dinâmica. Já a **Prevalência** representa a proporção de uma população acometida por doença ou agravo em determinado momento, abrange novos casos e casos antigos, classificando-se com uma medida estática. (PADILHA, 2019, pg.51-54)

Feito os esclarecimentos dos vocábulos citados acima, passamos a abordar os termos **Epidemia**, **Endemia**, **Pandemia** e **Epidemiologia**. Rezende (2007) sustenta que a distinção entre epidemia e endemia não pode ser feita tomando como base apenas o grau de incidência de determinada doença em uma população. Embora o elevado número de incidência e sua rápida difusão constituem a principal característica da **Epidemia**, para a conceituação de endemia não basta o critério quantitativo. A condição que define uma **Endemia** não é somente o registro de um menor número de casos por um período duradouro de tempo. E sim pelo fato dela ser típica a um povo, país ou região. Como a sua própria etimologia retrata isso: *Endemos*, em grego clássico, significa "originário de um país, indígena", "referente a um país". Essa compreensão é propagada em vocabulários de diversos idiomas.

Em relação ao vocábulo **Pandemia**, Rezende (2007) explica que a palavra tem origem grega, composta com os prefixos *pan* (todo, tudo) e *demos* (povo). Esse termo foi utilizado inicialmente por Platão e Aristóteles, em sentido genérico, retratando-se a qualquer acontecimento capaz de atingir toda a população. Porém, atualmente o conceito de pandemia representa uma epidemia de grandes proporções, que se espalha por inúmeros países e em mais de um continente.

Por fim, a **Epidemiologia** que originariamente constitui o estudo das epidemias. Todavia com o passar do tempo, ela adquiriu um segundo significado, de forma a ampliar o campo semântico abordado, fenômeno comum às línguas. Nesta segunda concepção, ela é a ciência que estuda o processo saúde-doença na comunidade, examinando a distribuição e as fontes determinantes das enfermidades e agravos à saúde pública, a fim de prevenir, controlar e erradicar. Logo esse novo conceito de epidemiologia abrange o estudo tanto as epidemias quanto as doenças e suas condições enfermigosas não epidêmicas. (REZENDE, 2007)

## 2.2 Coronavírus

Esse tópico abordará a família dos coronavírus, tendo como base em Garcia<sup>5</sup> (2020) e o Ministério Da Saúde<sup>6</sup> (2021).

Segundo essas fontes os coronavírus são vírus envelopados, identificados inicialmente nos anos 60, infectam humanos e animais. Seu envelope é composto por longas espículas dando, assim, um aspecto típico de coroa, derivando daí o nome da família desses vírus Coronaviridae. Os principais subgrupos dessa família de vírus são: Alpha, Beta, Gamma e Delta.

No início dessa pandemia eram identificados 07 (sete) tipos de coronavírus diferentes capazes de infectar humanos. Dentre os quais 04 (quatro) circulam globalmente causando infecções respiratórias leves, resfriado comum ou síndrome gripal, sendo dois do subgrupo Alpha coronavírus: HCov 229E e HCov NL63. E outros 02 (dois) do subgrupo Beta: HCov e HKU1. Contudo, alguns coronavírus podem desencadear doenças graves como o SARS-Cov-1, identificado em 2002 e responsável pela Síndrome Respiratória Aguda Grave, o MERS-Cov,

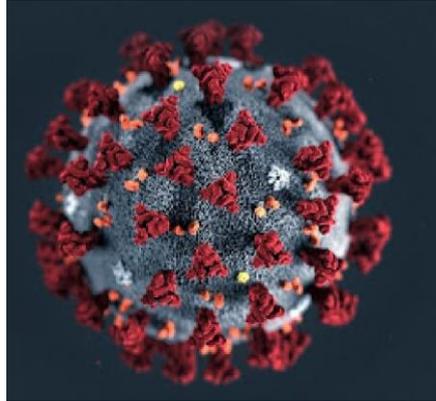
---

<sup>5</sup> **Coronavírus: Explicações detalhadas e medidas preventivas.** Vídeo (07 min). Postado em: 23 de março de 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=W0iTqzHUB3Y>>. Acesso em: 21 de julho de 2021.

<sup>6</sup> **Guia de Vigilância Epidemiológica.** Disponível em: <[https://coronavirus.saude.mg.gov.br/images/1\\_2021/17-03-Guia\\_de\\_vigilancia\\_da\\_covid\\_16marc2021.pdf](https://coronavirus.saude.mg.gov.br/images/1_2021/17-03-Guia_de_vigilancia_da_covid_16marc2021.pdf)>. Acesso em: 21 de julho de 2021.

detectado em 2012 e responsável pela Síndrome Respiratória do Oriente, por fim o SARS-Cov-2, descoberto em 2019 que causa a COVID-19.

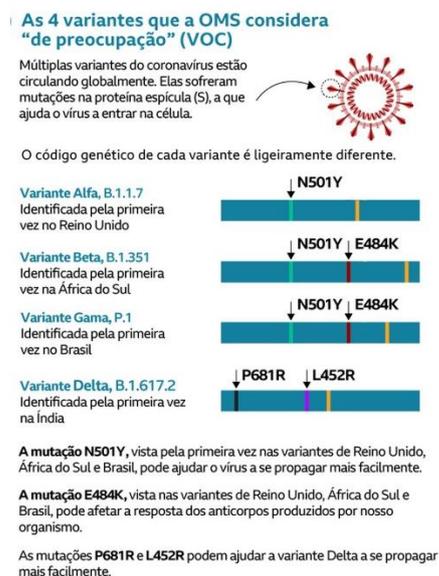
Figura 1 – Corona viridae



Fonte: Governo do Brasil<sup>7</sup>

E se acreditava que somente os coronavírus dos subgrupos Alpha e Beta que infectavam os seres humanos. Contudo, considerando a evolução das pesquisas acerca dessa epidemia e a metamorfose dos paradigmas, verificou-se o surgimento de variantes e atualmente sabemos que todos os subgrupos possuem representantes capazes de infectar humanos.

Figura 2 – Variantes da Covid-19.



Fonte: G1 - Globo.<sup>8</sup>

<sup>7</sup> **Imagem Coronaviridae.** Disponível em: <<https://www.gov.br/pt-br/noticias/saude-e-vigilancia-sanitaria/2020/03/entenda-a-diferenca-entre-coronavirus-covid-19-e-novo-coronavirus>>. Acesso em: 21 de julho de 2021.

<sup>8</sup> **Variante delta da Covid.** Por BBC: 04/08/2021 07h19. Disponível em: <<https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2021/08/04/variante-delta-da-covid-os-sinais-que-a-meacam-fim-da-pandemia-mesmo-apos-vacinacao.ghtml>>. Acesso em: 18 de agosto de 2021.

Apresentamos na figura acima as principais variantes nesse momento. Nesse contexto, destaca-se a variante Delta do coronavírus que se tornou um novo desafio ao enfrentamento da pandemia, mesmo em nações com grande cobertura vacinal. Assim, tornou-se responsável por novas ondas de infecções em Israel, Reino Unido, Estados Unidos e países asiáticos, como China e Indonésia.

A maioria dos coronavírus que infectam humanos tiveram origem nos morcegos. A partir de análises genética se pode constatar que alguns coronavírus tem os morcegos como reservatórios da doença, em constante evolução, e posteriormente são transmitidos a outros hospedeiros intermediários adquirindo nessa etapa a capacidade de infectar humanos. Como ocorreu com o SARS-Cov e MERS-Cov que tiveram como hospedeiros intermediários a civeta e o dromedário.

O SARS-Cov-2 em análise genética demonstra grande similaridade com outros dois coronavírus de morcegos, contudo ainda não se pode identificar o animal hospedeiro intermediário onde ele adquiriu a capacidade de infectar humanos e nem o seu reservatório silvestre. Além disso, há também a possibilidade desse vírus ter infectado diretamente o homem.

## 2.3 Covid-19

Segundo a Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS), “COVID-19 é a doença infecciosa causada pelo novo coronavírus, identificado pela primeira vez em dezembro de 2019, em Wuhan, na China”.

De acordo com o Ministério da Saúde do Brasil<sup>9</sup>, o SARS-CoV-2 é um betacoronavírus descoberto em amostras de pacientes com pneumonia de causa desconhecida na cidade de Wuhan, capital da província de Hubei, na China, pertencente ao subgênero Sarbecovírus da família Coronaviridae. Tornando-se o sétimo coronavírus conhecido a infectar humanos.

A seguir traremos esclarecimentos obtidos através do Ministério da Saúde do Brasil:

---

<sup>9</sup> MS - Guia de Vigilância Epidemiológica. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/o-que-e-o-coronavirus>>. Acessado em jul. 2021.

### 2.3.1 Sintomas

A infecção ocasionada pelo SARS-CoV-2 pode ocasionar desde casos assintomáticos e manifestações clínicas leves até quadros moderados, graves e críticos, necessitando nesses casos de monitoramento especial dos sinais vitais e sintomas

No geral, os casos podem ser graduados em<sup>10</sup>:

- **Casos assintomáticos:** são quando há resultado positivo de teste laboratorial para covid-19, porém sem manifestação dos sintomas.
- **Casos leves:** são quando há ocorrência de sintomas não específicos, como tosse, dor de garganta ou coriza, seguido ou não de hiposmia/anosmia<sup>11</sup> (diminuição ou perda de olfato), ageusia (perda do sentido do paladar sem obstrução nasal), diarreia, dor abdominal, febre, calafrios, mialgia, fadiga e/ou cefaleia (dor de cabeça).
- **Casos moderados:** apresentam sintomas desde sintomas leves da doença, como tosse persistente e febre persistente diária, incluindo outros sinais de agravamento relacionados à covid-19: grande fraqueza muscular, prostração, falta de apetite, diarreia, além de pneumonia sem sinais ou sintomas de gravidade.
- **Casos graves:** consideram-se como Síndrome Respiratória Aguda Grave, pois se trata de Síndromes Gripais com a presença de dispneia/desconforto respiratório ou pressão persistente no tórax ou saturação de oxigênio inferior a 95% em ar ambiente ou coloração azulada de lábios ou rosto. E em crianças apresentam: taquipneia (superior ou igual a 70 rpm para menores de 1 ano e superior ou igual a 50 rpm para crianças maiores que 1 ano), hipoxemia, desconforto respiratório, alteração da consciência, desidratação, dificuldade de ou recusa alimentar, lesão miocárdica, elevação de enzimas hepáticas, disfunção da coagulação, rabdomiólise, cianose central ou SpO<sub>2</sub> <90-92% em repouso e ar ambiente, letargia, convulsões.
- **Casos críticos:** Os sintomas principais são sepse (infecção generalizada) e choque séptico, síndrome do desconforto respiratório agudo, insuficiência respiratória grave, disfunção de múltiplos órgãos, pneumonia grave, imposição de suporte respiratório e internações em unidades de terapia intensiva (UTI).

Apesar de a maioria das pessoas com covid-19 desenvolvam sintomas leves (40%) ou moderados (40%), estima-se que 15% podem desenvolver sintomas graves necessitando do

<sup>10</sup> MS: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/corona-virus/sintomas>>

<sup>11</sup> SBCCP: <<http://sbccp.org.br/anosmia-hiposmia-e-ageusia-sintomas-na-infeccao-por-covid-19/>>

suporte de oxigênio e 05% a forma crítica da doença requisitando cuidados intensivos. E embora as manifestações clínicas da covid-19 serem geralmente mais leves em crianças do que em adultos, existe um alerta do Sistema Nacional de Saúde Inglês (NHS) relatando uma nova manifestação clínica em crianças, caracterizada como uma síndrome hiperinflamatória que pode ocasionar quadro de falência de múltiplos órgãos e choque, nomeou-se esta manifestação de Síndrome Inflamatória Multissistêmica Pediátrica (SIM-P) relativamente associada à covid-19.

### 2.3.2 Contágio

De acordo com evidências atuais, o SARS-CoV-2, e outros vírus causadores de problemas respiratórios, é transmitido principalmente de três formas<sup>12</sup>: contato, gotículas e aerossóis.

- **Transmissão por contato:** é a transmissão da infecção através do contato físico direto com uma pessoa infectada ou com objetos e superfícies contaminados.
- **Transmissão por gotículas:** ocorre através da exposição a gotículas respiratórias expelidas, contendo o vírus, por uma pessoa contaminada durante a tosse ou espirro, primordialmente se a distância entre as pessoas for inferior a 1 metro.
- **Transmissão por aerossóis:** contágio por meio de gotículas respiratórias menores que as citadas anteriormente (aerossóis) com o vírus e que podem ficar suspensas no ar, sendo transportadas a distâncias superiores a 1 metro e por períodos mais duradouros (horas).

O período de incubação desse vírus, lapso temporal entre os primeiros sintomas e o contágio, é presumido entre 01 a 14 dias, com mediana de 5 a 6 dias. Contudo o período de transmissibilidade está sendo atualizado continuamente. E apesar de evidências atuais indicarem maior transmissibilidade das pessoas sintomáticas. Também há registros de muitos casos de transmissão durante o período de incubação, no geral em 48 horas antes dos sintomas, fase pré-sintomática.

Atualmente a suscetibilidade, capacidade de contrair a doença, é geral, pois trata-se de um vírus novo. Acerca da imunidade adquirida, ainda não se sabe de quanto tempo será e se gerará uma imunidade de longa duração, para a vida toda. Evidências sugerem a chance de reinfecção

---

<sup>12</sup> MS: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/corona-virus/como-e-transmitido>>

pelo SARS-CoV-2. Porém, reinfecções são atípicas no período de 90 dias após a primo-infecção (primeira infecção do organismo sem que, necessariamente, existam manifestações clínicas).

### 2.3.3 Diagnóstico

Segundo as definições operacionais do Guia de Vigilância Epidemiológica (MS, 2021)<sup>13</sup> o diagnóstico da covid-19 parte da análise de casos suspeitos, conforme definidos abaixo<sup>14</sup>:

- **Síndrome Gripal (SG):** pessoa com quadro respiratório agudo, caracterizado por ao menos dois dos sinais e sintomas seguintes: febre, calafrios, dor de garganta, dor de cabeça, tosse, coriza, disfunções olfativos ou gustativos. Em crianças: considera-se também obstrução nasal, se não houver outro diagnóstico específico. Em idosos: considerar-se também critérios singulares de agravamento como desmaio, confusão mental, sonolência excessiva, irritabilidade e ausência de apetite. Para a suspeita de covid-19, podem apresentar sintomas gastrointestinais (diarreia) e ausência de febre.
- **Síndrome Respiratória Aguda Grave (SRAG):** pessoa com SG que manifeste: dispneia/desconforto respiratório ou pressão ou dor persistente no tórax ou saturação de O<sub>2</sub> menor que 95% em ar ambiente ou coloração azulada (cianose) dos lábios ou rosto. Em crianças: também se identifica pelos batimentos de asa da narina, tiragem intercostal, desidratação e ausência de apetite.

A partir desses casos tidos como suspeitos, tem-se os diagnósticos dos casos de Covid-19 no Brasil tendo por base os seguintes critérios:

#### 2.3.3.1 Diagnóstico clínico e clínico-epidemiológico

O diagnóstico clínico é conduzido pelo médico, através de anamnese (entrevista), abordando a análise de sintomas e sinais vitais anteriormente apresentados em tidos como casos suspeitos. Já no diagnóstico clínico-epidemiológico, além dos elementos citados se considerar o histórico de contato próximo ou domiciliar, no período de 14 dias anteriores ao surgimento dos primeiros sintomas, com indivíduo comprovadamente infectadas pela covid-19. Contudo,

---

<sup>13</sup> MS - Guia de Vigilância Epidemiológica. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/corona-virus/o-que-e-o-corona-virus>>. Acessado em jul. 2021.

<sup>14</sup> MS: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/corona-virus/diagnostico>>

não se deve descartar os casos clínicos típicos que não apresentem vínculo epidemiológico diretamente identificável.

Considerando os sintomas mais comuns da COVID-19, conclui-se que as características clínicas não são específicas e podem ser similares às causadas por outros vírus respiratórios como influenza, outros coronavírus, adenovírus entre outros.

### 2.3.3.2 Diagnóstico laboratorial

Esse tipo de diagnóstico é geralmente confirmado por testes de biologia molecular, sorologia ou testes rápidos. Nos testes de **Biologia Molecular** é confirmado ao se identificar a presença de material genético (RNA) do vírus SARS-CoV-2 em amostras de secreção respiratória, ou seja, identifica-se a presença do vírus. Através da **Sorologia**, quando se analisa a presença de anticorpos IgM, IgA e/ou IgG resultantes da resposta imunológica do indivíduo ao SARS-CoV-2, diagnosticando infecção ativa ou anterior.

Os **Testes rápidos** estão disponíveis em dois tipos: de antígeno e de anticorpo. O teste rápido de antígeno detecta a proteína do vírus em amostras coletadas de secreção respiratória, realizado durante o período de infecção ativa, e o teste rápido de anticorpos que detecta IgM e IgG em amostras de sangue total, soro ou plasma. Contudo os anticorpos só surgem cerca de 07 dias após o início dos sintomas.

### 2.3.3.3 Diagnóstico clínico-imagem

De acordo com o MS<sup>15</sup>, UFMG<sup>16</sup>, CRB<sup>17</sup> e VEJA SAÚDE<sup>18</sup>. Além desses, tem-se como uma espécie de complemento o Diagnóstico clínico-imagem.

Os exames de imagem mais utilizados nos casos de covid-19 são: a tomografia computadorizada do tórax (mais sensível a alterações); o raio-x do tórax e a ultrassonografia pulmonar (ondas sonoras). A tomografia tende a ser mais útil, pois consegue representar o tórax em todas as dimensões. O raio-x é mais limitado, porém mais barato.

<sup>15</sup> **MS - Guia de Vigilância Epidemiológica**: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/o-que-e-o-coronavirus>>. Acessado em jul. 2021.

<sup>16</sup> **UFMG**: <<https://www.medicina.ufmg.br/exames-de-imagem-tem-papel-estrategico-no-diagnostico-e-monitoramento-da-covid-19/>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

<sup>17</sup> **CRB**: <[https://cbr.org.br/wp-content/uploads/2020/03/Interpretac%CC%A7a%CC%83o-dos-achados-de-imagem\\_21\\_03\\_20.pdf](https://cbr.org.br/wp-content/uploads/2020/03/Interpretac%CC%A7a%CC%83o-dos-achados-de-imagem_21_03_20.pdf)>. Acesso em: 17 jul. 2021.

<sup>18</sup> **VEJA SAÚDE**: <<https://saude.abril.com.br/medicina/coronavirus-como-raio-x-e-tomografia-ajudam-no-diagnostico-e-no-controle/>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

Segundo esse critério tem-se a confirmação da covid-19, a partir da análise de casos de SG ou SRAG ou óbito por SRAG não confirmados por critério laboratorial e que apresentem ao menos uma das seguintes alterações:

- OPACIDADE EM VIDRO FOSCO periférico, bilateral, com ou sem consolidação ou linhas intralobulares visíveis (“pavimentação”);
- OPACIDADE EM VIDRO FOSCO multifocal de morfologia arredondada com ou sem consolidação ou linhas intralobulares visíveis;
- SINAL DE HALO REVERSO ou outros achados de pneumonia em organização (em decorrência da doença).

De acordo com Guia do Colégio Brasileiro de Radiologia e Diagnóstico por Imagem, achados radiográficos geralmente não aparecem na fase inicial da covid-19. Conforme a doença progride, é possível identificar as alterações (opacidade, lesões pulmonares e fibrose). Porém, ainda não há evidências científicas de que desempenham papel efetivo no diagnóstico ou na avaliação inicial da covid-19.

Contudo, embora esses tipos de exames não sejam suficientes para a conclusão do diagnóstico da covid-19, ajudam a diferenciar de outras enfermidades que têm os mesmos sintomas, não é o ideal, porém serve como suporte em situações de escassez de materiais, como ocorreu no início da pandemia. Além disso, a curto prazo esses exames servem para demonstrar a gravidade das infecções e a médio/longo prazo a recuperação do estado de saúde dos pacientes e sequelas deixadas pela infecção.

#### **2.3.4 Prevenção e Tratamento**

Embora seja indicado repouso, ingestão de líquidos e alimentação nutritiva para pacientes acometidos pela covid-19. Contudo ainda não existe medicamentos com eficácia comprovada para o tratamento específico dessa enfermidade. Diante disso, adota-se as medidas de prevenção indicadas pelo Ministério da Saúde<sup>19</sup>, não farmacológicas, tais como: distanciamento social; uso de máscaras em ambientes coletivos; etiqueta respiratória; higienização das mãos com água e sabão ou álcool em gel 70%; limpeza e desinfecção de ambientes; quarentena; rastreamento, isolamento e monitoramento de contatos de casos de covid-19 entre outras.

---

<sup>19</sup> MS: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/como-se-proteger>>

A prevenção farmacológica indicada para essa doença é realizada através da vacinação da população. Entretanto devido às limitações de desenvolvimento, produção e aquisição (compra/doação) o **MS** recomendou inicialmente a vacinação contra a covid-19 dos grupos prioritários conforme o Plano Nacional de Operacionalização da Vacinação. Por fim, destaca-se o surgimento de variantes do vírus SARS-CoV-2 fato este que pôs em alerta todas as nações, mesmo aqueles países em que a vacinação está em estágio avançado, e desencadeou novos estudos acerca da eficácia das vacinas já desenvolvidas frente às variantes.

### 3 ÁLGEBRA DE POLINÔMIOS

---

Neste tópico o estudo será feito no corpo dos números complexos, tendo como base, em sua maior parte, IEZZI (2013).

#### 3.1 Função polinomial ou polinômio

**DEFINIÇÃO 1** - Dada a sequência de números complexos  $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$  consideremos a função:  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  dada por  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ . A função  $f$  é denominada função polinomial ou polinômio associado à sequência dada.

Os números  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  são denominados **coeficientes** e as parcelas  $a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_nx^n$  são chamadas **termos** do polinômio  $f$ .

As seguintes aplicações são polinômios:

$$f(x) = 1 + 2x + 3x^2 - 5x^3 \text{ onde } a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = -5$$

$$f(x) = 1 + 7x^4 \text{ onde } a_0 = 1, a_1 = a_2 = a_3 = 0, a_4 = 7$$

#### 3.2 Valor numérico

**DEFINIÇÃO 2** - Dados o número complexo  $a$  e o polinômio  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  chama-se valor numérico de  $f$  em  $a$  a imagem de  $a$  pela função  $f$ , isto é:

$$f(a) = a_0 + a_1a + a_2a^2 + \dots + a_n a^n.$$

Assim, por exemplo, se  $f(x) = 2 + x + x^2 + 3x^3$ , temos:

$$f(2) = 2 + (2) + (2)^2 + 3(2)^3 = 32$$

$$f(-1) = 2 + (-1) + (-1)^2 + 3(-1)^3 = -1$$

Em particular, se  $a$  é um número complexo e  $f$  é um polinômio tal que  $f(a) = 0$ , dizemos que  $a$  é uma raiz ou um zero de  $f$ . Por exemplo, os números  $-2$  e  $-1$  são raízes de  $f(x) = 2x + 3x^2 + x^3$  pois:

$$f(-2) = 2(-2) + 3(-2)^2 + (-2)^3 = 0$$

$$f(-1) = 2(-1) + 3(-1)^2 + (-1)^3 = 0$$

Muitas vezes, para simplificar a notação, escrevemos apenas:

$$f = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

### 3.3 Polinômio nulo

**DEFINIÇÃO 3** - Dizemos que um polinômio  $f$  é nulo (ou identicamente nulo) quando  $f$  assume o valor numérico zero para todo  $x$  complexo. Em símbolos indicamos:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{C}$$

Logo para,

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Temos que todos os coeficientes  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$  são nulos.

Conclui-se então que a única função polinomial identicamente nula é do tipo (LIMA, WAGNER, CARVALHO e MORGADO, 2005):

$$0x^n + 0x^{n-1} + 0x^{n-2} + \dots + 0x^2 + 0x + 0$$

### 3.4 Polinômios idênticos

**DEFINIÇÃO 4** - Dizemos que dois polinômios  $f$  e  $g$  são iguais (ou idênticos) quando assumem valores numéricos iguais para todo  $x$  complexo. Em símbolos, indicamos:

$$f = g \Leftrightarrow f(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{C}$$

#### 3.4.1 Coeficientes de polinômios idênticos

**TEOREMA 1**- Dois polinômios  $f$  e  $g$  são iguais se, e somente se, os coeficientes de  $f$  e  $g$  forem ordenadamente iguais. Em símbolos, sendo:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

e

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n = \sum_{i=0}^n b_i x^i$$

temos:

$$f = g \Leftrightarrow a_i = b_i, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

**Demonstração:** Para todo  $x \in \mathbb{C}$ , temos:

$$\begin{aligned} a_i = b_i &\Leftrightarrow a_i - b_i = 0 \Leftrightarrow (a_i - b_i) \cdot x^i = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=0}^n (a_i - b_i)x^i = 0 \\ &\Leftrightarrow \sum_{i=0}^n (a_i)x^i - \sum_{i=0}^n (b_i)x^i = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=0}^n (a_i)x^i = \sum_{i=0}^n (b_i)x^i \Leftrightarrow f(x) = g(x) \end{aligned}$$

### 3.5 Soma de polinômios

**DEFINIÇÃO 5** - Dados dois polinômios:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n = \sum_{i=0}^n b_i x^i$$

Chama-se soma de  $f$  com  $g$  o polinômio

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

Isto é:

$$(f + g)(x) = \sum_{i=0}^n (a_i + b_i)x^i$$

**Exemplo:**

Somar  $f(x) = 4 + 3x + x^2$  e  $g(x) = 5 + 3x^2 + x^4$ .

Temos:

$$f(x) = 4 + 3x + x^2 + 0x^3 + 0x^4$$

$$g(x) = 5 + 0x + 3x^2 + 0x^3 + x^4$$

Então:

$$\begin{aligned}(f + g)(x) &= (4 + 5) + (3 + 0)x + (1 + 3)x^2 + (0 + 0)x^3 + (0 + 1)x^4 = \\ &= 9 + 3x + 4x^2 + x^4\end{aligned}$$

### 3.5.1 Propriedades da adição

**TEOREMA 2** - A operação de adição define em  $\mathbf{P}$ , conjunto dos polinômios de coeficientes complexos, uma estrutura de grupo comutativo, isto é, verifica-se as seguintes propriedades:

**A1**- propriedade associativa:  $f + (g + h) = (f + g) + h, \forall f, g, h \in P$

**Demonstração:** Fazendo

$$\begin{aligned}f = f(x) &= \sum_{i=0}^n a_i x^i & g = g(x) &= \sum_{i=0}^n b_i x^i & h = h(x) &= \sum_{i=0}^n c_i x^i \\ (f + (g + h))(x) &= \sum_{i=0}^n d_i x^i & ((f + g) + h)(x) &= \sum_{i=0}^n e_i x^i\end{aligned}$$

Temos que:

$$d_i = a_i + (b_i + c_i) = (a_i + b_i) + c_i = e_i, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

**A2**- propriedade comutativa:  $f + g = g + f, \forall f, g \in P$

**Demonstração:** Fazendo

$$\begin{aligned}f = f(x) &= \sum_{i=0}^n a_i x^i & g = g(x) &= \sum_{i=0}^n b_i x^i \\ (f + g)(x) &= \sum_{i=0}^n c_i x^i & (g + f)(x) &= \sum_{i=0}^n d_i x^i\end{aligned}$$

Temos que:

$$c_i = a_i + b_i = b_i + a_i = d_i, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

**A3-** existência de elemento neutro:  $\exists e_a \in P \mid f + e_a = f, \forall f \in P$

**Demonstração:** Fazendo

$$f = f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \qquad e_a = e_a(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i x^i$$

Temos que:

$$f + e_a \equiv f \Leftrightarrow a_i + \alpha_i = a_i, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

então,

$\alpha_i = 0, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , portanto,  $e_a$  (elemento neutro para a adição de polinômios) é o polinômio nulo.

**A4-** existência de inverso aditivo:  $\forall f \in P, \exists f' \in P \mid f + f' = e_a$ .

**Demonstração:** Fazendo

$$f = f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \qquad g = g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$$

$f + g \equiv e_a \Leftrightarrow f + g = 0, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , e então

$b_i = -a_i, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , portanto:

$$g(x) = \sum_{i=0}^n (-a_i) x^i = -a_0 - a_1 x - a_2 x^2 - \dots - a_n x^n$$

Ou seja, é o polinômio que somado com  $f$  resulta no polinômio nulo.

### 3.6 Diferença de polinômios

**DEFINIÇÃO 6** - Dados dois polinômios:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

$$g(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_n x^n = \sum_{i=0}^n b_i x^i$$

Chama-se diferença de  $f$  com  $g$  o polinômio

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + (a_2 - b_2)x^2 + \dots + (a_n - b_n)x^n$$

isto é:

$$(f - g)(x) = \sum_{i=0}^n (a_i - b_i)x^i$$

### 3.7 Produto de polinômios

**DEFINIÇÃO 7** - Dados dois polinômios:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m = \sum_{i=0}^m a_ix^i$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n = \sum_{i=0}^n b_ix^i$$

Chama-se produto  $f \cdot g$  o polinômio:

$$(fg)(x) = (a_0b_0) + (a_1b_1)x + (a_2b_2)x^2 + \dots + (a_mb_n)x^{m+n}$$

Notemos que o produto  $fg$  é o polinômio

$$h(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_{m+n}x^{m+n}$$

Cujo coeficiente  $c_k$  pode ser assim obtido:

$$c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + a_2b_{k-2} + \dots + a_kb_0 = \sum_{i=0}^k a_ib_{k-i}$$

**Exemplo:**

Multiplicar  $f(x) = x + 2x^2 + 3x^3$  por  $g(x) = 4 + 5x + 6x^2$

Temos:

$$\begin{aligned} (fg)(x) &= (x + 2x^2 + 3x^3)(4 + 5x + 6x^2) = \\ &= x(4 + 5x + 6x^2) + 2x^2(4 + 5x + 6x^2) + 3x^3(4 + 5x + 6x^2) = \\ &= (4x + 5x^2 + 6x^3) + (8x^2 + 10x^3 + 12x^4) + (12x^3 + 15x^4 + 18x^5) = \\ &= 4x + 13x^2 + 28x^3 + 27x^4 + 18x^5. \end{aligned}$$

### 3.7.1 Propriedades da multiplicação

**TEOREMA 3** - A operação de multiplicação em  $P$  (conjunto dos polinômios de coeficientes complexos) apresenta as seguintes propriedades:

**M1:** propriedade associativa

$$f.(g.h) = (f.g).h, \quad \forall f, g, h \in P$$

**M2:** propriedade comutativa

$$f.g = g.f, \quad \forall f, g \in P$$

**M3:** existência do elemento neutro

$$\exists e_m \in P \mid f.e_a = f, \quad \forall f \in P$$

**M4:** propriedade distributiva

$$f.(g+h) = (f.g) + (f.h), \quad \forall f, g, h \in P$$

Destacamos que nesse trabalho não faremos a demonstração dessas propriedades. Contudo, caso o leitor tenha interesse poderá recorrer à dissertação *Números Complexos e o Teorema Fundamental da Álgebra*<sup>20</sup> de ROCHA (2014), indicamos essa tese visto que apresenta uma compilação muito didática de várias demonstrações no conjunto dos números complexos.

## 3.8 Grau de polinômios

**DEFINIÇÃO 8** - Seja  $f = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  um polinômio não nulo. Chama-se grau de  $f$ , e representa-se por  $\partial f$  ou  $gr(f)$  o número natural  $p$  tal que  $a_p \neq 0$  e  $a_i = 0$  para todo  $i > p$ .

$$\partial f = p \Leftrightarrow \{ a_p \neq 0 \text{ e } a_i = 0, \forall i > p$$

Assim, grau de um polinômio  $f$  é o índice do “último” termo não nulo de  $f$ .

---

<sup>20</sup> Disponível em: <[https://sca.profmatt-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc4.php?cod=1290\\_750a908c5243a0ddcf1723505a29419210411b1e](https://sca.profmatt-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc4.php?cod=1290_750a908c5243a0ddcf1723505a29419210411b1e)>. Acessado em: 01/08/2021.

**Exemplos:**

$$f(x) = 4 + 7x + 2x^3 + 6x^4 \Rightarrow \partial f = 4$$

$$g(x) = -1 + 2x + 5x^2 \Rightarrow \partial g = 2$$

$$h(x) = 1 + 5x + 3x^2 + (a - 4)x^3 \Rightarrow \begin{cases} \partial h = 2 & , \text{se } a = 4 \\ \partial h = 3 & , \text{se } a \neq 4 \end{cases}$$

Se o grau do polinômio  $f$  é  $n$ , então  $a_n$  é chamado coeficiente dominante de  $f$ .

**3.8.1 Grau da soma**

**TEOREMA 4** - Se  $f, g$  e  $f + g$  são polinômios não nulos, então o grau de  $f + g$  é menor ou igual ao maior dos números  $\partial f$  e  $\partial g$ .

$$\partial(f + g) < \max\{\partial f, \partial g\}$$

**Exemplo:**

$$f(x) = 1 + x + x^2 \Rightarrow \partial f = 2$$

$$g(x) = 2 + 3x \Rightarrow \partial g = 1$$

$$(f + g)(x) = 3 + 4x + x^2 \Rightarrow \partial(f + g) = 2$$

**Exemplo:**

$$f(x) = 1 + x + x^2 \Rightarrow \partial f = 2$$

$$g(x) = 2 + 3x + 2x^2 \Rightarrow \partial g = 2$$

$$(f + g)(x) = 3 + 4x + 3x^2 \Rightarrow \partial(f + g) = 2$$

**3.8.2 Grau do produto**

**TEOREMA 5** - Se  $f$  e  $g$  são dois polinômios não nulos, então o grau de  $fg$  é igual à soma dos graus de  $f$  e  $g$ .

$$\partial(fg) = \partial f + \partial g$$

**Exemplo:**

$$f(x) = 4 + 3x^1 \Rightarrow \partial f = 1$$

$$g(x) = 1 + 2x + 5x^2 \Rightarrow \partial g = 2$$

$$(fg)(x) = 4 + 11x + 26x^2 + 15x^3 \Rightarrow \partial(fg) = 3$$

**Exemplo:**

$$f(x) = 1 + 2x + x^2 + 5x^3 \Rightarrow \partial f = 3$$

$$g(x) = 3 - 6x + 7x^2 + 8x^3 \Rightarrow \partial g = 3$$

$$(fg)(x) = 3 - 2x^2 + 31x^3 - 7x^4 + 43x^5 + 40x^6 \Rightarrow \partial(fg) = 6$$

### 3.9 Divisão de polinômios

**DEFINIÇÃO 9** - Dados dois polinômios  $f$  (dividendo) e  $g \neq 0$  (divisor), dividir  $f$  por  $g$  é determinar dois outros polinômios  $q$  (quociente) e  $r$  (resto) de modo que se verifiquem as duas condições seguintes:

I)  $q \cdot g + r = f$

II)  $\partial r < \partial g$  (ou  $r = 0$ , caso em que a divisão é chamada exata)

**Exemplo:** Quando dividimos  $f = 3x^4 - 2x^3 + 7x + 2$  por  $g = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ , obtemos  $q = x$  e  $r = -4x^2 + 8x + 2$ , que satisfazem as duas condições:

I)  $q \cdot g + r = x(3x^3 - 2x^2 + 4x - 1) + (-4x^2 + 8x + 2) = 3x^4 - 2x^3 + 7x + 2 = f$

II)  $\partial r = 2$  e  $\partial g = 3 \Rightarrow \partial r < \partial g$

**Exemplo:** Quando dividimos  $f = 5x^3 + x^2 - 10x - 24$  por  $g = x - 2$ , obtemos

$q = 5x^2 + 11x + 12$  e  $r = 0$ , que satisfazem as duas condições:

I)  $q \cdot g + r = (5x^2 + 11x + 12)(x - 2) + 0 = 5x^3 + x^2 - 10x - 24 = f$

II)  $r = 0$

Neste caso a divisão é exata; dizemos, então, que  $f$  é divisível por  $g$  ou  $g$  é divisor de  $f$ .

### 3.9.1 Teorema do resto

**TEOREMA 6** - O resto da divisão de um polinômio  $f$  por  $(x - a)$  é igual ao valor numérico de  $f$  em  $a$ .

**Demonstração:** De acordo com a definição de divisão  $q \cdot (x - a) + r = f$ , onde  $q$  e  $r$  são, respectivamente, o quociente e o resto. Como  $(x - a)$  tem grau **1**, o resto  $r$  ou é nulo ou tem grau zero, portanto,  $r$  é um polinômio constante.

Calculemos os valores dos polinômios da igualdade acima em  $a$ :

$$q(a) \cdot (a - a) + r(a) = f(a)$$

então

$$r = f(a).$$

### 3.9.2 Teorema de D'Alembert

**TEOREMA 7** - Um polinômio  $f$  é divisível por  $(x - a)$  se, e somente se,  $a$  é raiz de  $f$ .

**Demonstração** - De acordo com o teorema do resto, temos  $r = f(a)$ , então

$$r = 0 \Leftrightarrow f(a) = 0$$

### 3.9.3 Teorema 8

**TEOREMA 8** - Se um polinômio  $f$  é divisível separadamente por  $(x - a)$  e  $(x - b)$ , com  $a \neq b$ , então  $f$  é divisível pelo produto  $(x - a)(x - b)$ .

**Demonstração:** Sejam  $q$  o quociente e  $r = cx + d$  o resto da divisão de  $f$  por  $(x - a)(x - b)$ , então

$$q(x - a) \cdot (x - b) + (cx + d) = f$$

Calculando os valores numéricos desses polinômios em  $a$ , temos:

$$q[(a)](a - a)(a - b) + (ca + d) = f(a) = 0 \Leftrightarrow ca + d = 0$$

Calculando os valores numéricos desses polinômios em  $b$ , temos:

$$q[(b)](b - a)(b - b) + (cb + d) = f(b) = 0 \Leftrightarrow cb + d = 0$$

Logo  $c = 0$  e  $d = 0$ , portanto  $r = 0$

### 3.10 Teorema Fundamental da Álgebra (T.F.A.)

**TEOREMA 9** - Todo polinômio  $P$  de grau  $n \geq 1$  admite ao menos uma raiz complexa.

Apesar do nome, o Teorema citado acima é um teorema de Análise, sendo desconhecida alguma prova puramente algébrica. Diante disso, admitiremos a validade deste teorema sem demonstrá-lo nesse trabalho visto a sua complexidade não correlata ao objetivo desse trabalho. Entretanto, informamos que o leitor pode encontrar a demonstração no livro *Polinômios e Equações Algébricas* (HEFEZ; VILLELA, 2012) da Coleção do PROFMAT - Capítulo 05, pg. 142 a 145.

### 3.11 Teorema da decomposição.

**TEOREMA 10** - Todo polinômio  $P$  de grau  $n$  ( $n \geq 1$ )

$$P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (a_n \neq 0)$$

Pode ser decomposto em  $n$  fatores do primeiro grau, isto é:

$$P = a_n (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n)$$

Em que  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$  são as raízes de  $P$ .

Com exceção da ordem dos fatores tal decomposição é única.

**Demonstração:**

#### 1ª) parte: existência

a) Sendo  $P$  um polinômio de grau  $n > 1$ , podemos aplicar o **T.F.A.** e  $P$  tem ao menos uma raiz  $r_1$ . Assim,  $P(r_1) = 0$  e, de acordo com o **teorema de D'Alembert**,  $P$  é divisível por  $x - r_1$ :

$$P = (x - r_1) \cdot Q_1 \quad (3.11-1)$$

Em que  $Q_1$  é polinômio de grau  $n - 1$  e coeficiente dominante  $a_n$ . Se  $n = 1$ , então  $n - 1 = 0$  e  $Q_1$  é polinômio constante; portanto,  $Q_1 = a_n$  e  $P = a_n(x - r_1)$ , ficando demonstrado nosso teorema.

b) Se  $n > 2$ , então  $n - 1 > 1$  e o **T.F.A.** é aplicável ao polinômio  $Q_1$ , isto é,  $Q_1$  tem ao menos uma raiz  $r_2$ . Assim,  $Q_1(r_2) = 0$  e  $Q_1$  é divisível por  $x - r_2$ :

$$Q_1 = (x - r_2).Q_2 \quad (3.11-2)$$

Substituindo **(3.11-2)** em **(3.11-1)** resulta:  $P = (x - r_1)(x - r_2).Q_2$  em que  $Q_2$  é polinômio de grau  $n - 2$  e coeficiente dominante  $a_n$ . Se  $n = 2$ , isto é,  $n - 2 = 0$ , então  $Q_2 = a_n$  e  $P = a_n(x - r_1)(x - r_2)$ , ficando demonstrado nosso teorema.

c) Após  $n$  aplicações sucessivas do **T.F.A.** chegamos na igualdade:  $P = (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n).Q_n$  em que  $Q_n$  tem grau  $n - n = 0$  e coeficiente dominante  $a_n$ ; portanto,  $Q_n = a_n$  e  $P = a_n.(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n)$

## 2ª) parte: unicidade

Vamos supor que  $P$  admita duas decomposições:

$$P = a_n.(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n)$$

$$P = a'_n.(x - r'_1)(x - r'_2)(x - r'_3) \dots (x - r'_n)$$

Supondo reduzidos e ordenados os dois segundos membros, temos:

$$a_n x^n - a_n S_1 \cdot x^{n-1} + \dots a'_m x^m - a'_m S'_1 \cdot x^{m-1} + \dots$$

E, pela definição de igualdade de polinômios, temos necessariamente:

$$n = m \text{ e } a_n = a'_m$$

$$(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n) = (x - r'_1)(x - r'_2)(x - r'_3) \dots (x - r'_n) \quad (3.11-3)$$

Atribuindo a  $x$  o valor de  $r_1$ , temos:

$$0 = (r_1 - r'_1)(r_1 - r'_2)(r_1 - r'_3) \dots (r_1 - r'_n)$$

E, se o produto é nulo, um dos fatores  $r_1 - r'_j$  é nulo; com uma conveniente mudança na ordem dos fatores, podemos colocar  $r_1 = r'_1$

A igualdade (3.11-3) se transforma em:

$$(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n) = (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n)$$

$$(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n) = (x - r'_2)(x - r'_3) \dots (x - r'_n)$$

Atribuindo a  $x$  o valor  $r_2$ , temos:

$$0 = (r_2 - r'_2)(r_2 - r'_3) \dots (r_2 - r'_n)$$

E, analogamente, um dos fatores  $r_2 - r'_k$  é nulo; com uma conveniente mudança na ordem dos fatores, podemos colocar  $r_2 = r'_2$

Continuando,  $r_i = r'_i$  para todo  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ .

As igualdades  $m = n$ ,  $a'_m = a_n$ ,  $r'_1 = r_1$ ,  $r'_2 = r_2$ ,  $r'_3 = r_3$ , ...,  $r'_n = r_n$  são a prova da unicidade da decomposição.

## 3.12 Raízes Complexas

### 3.12.1 Raízes Conjugadas

**TEOREMA 11** - Se uma equação polinomial de coeficientes reais admite como raiz o número complexo  $z = a + bi$  ( $b \neq 0$ ), então essa equação também admite como raiz o número  $\bar{z} = a - bi$  ( $b \neq 0$ ), conjugado de  $z$ .

**Demonstração** - Seja a equação  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$  de coeficientes reais que admite a raiz  $z$ , isto é,  $P(z) = 0$ .

Provemos que  $\bar{z}$  também é raiz dessa equação, isto é,  $P(\bar{z}) = 0$ :

$$\begin{aligned} P(\bar{z}) &= a_n (\bar{z})^n + a_{n-1} (\bar{z})^{n-1} + a_{n-2} (\bar{z})^{n-2} + \dots + a_1 \bar{z} + a_0 = \\ &= a_n \bar{z}^n + a_{n-1} \overline{z^{n-1}} + a_{n-2} \overline{z^{n-2}} + \dots + a_1 \bar{z} + a_0 = \\ &= \overline{a_n z^n} + \overline{a_{n-1} z^{n-1}} + \overline{a_{n-2} z^{n-2}} + \dots + \overline{a_1 z} + \overline{a_0} = \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + \dots + a_1 z + a_0} = \overline{P(z)} = \overline{0} = 0 \end{aligned}$$

## 4 INTERPOLAÇÃO DE LAGRANGE

---

Este capítulo tem como base principal FRANCO (2006). Informamos ao leitor que optamos pelo método de Lagrange devido a sua facilidade de aplicação no âmbito escolar do ensino médio, mesmo tendo como desvantagem o custo computacional.

### 4.1 Polinômio de Interpolação

Segundo LIMA et al. (2005), temos que um polinômio de *grau*  $n$  é dado quando se conhecem seus  $n + 1$  coeficientes. Segundo a boa prática matemática, para determinar  $n + 1$  números é necessário (e muitas vezes suficiente) ter  $n + 1$  informações. No nosso, caso, vale o seguinte resultado:

Dados  $n + 1$  números reais distintos  $x_0, x_1, \dots, x_n$  e fixados arbitrariamente os valores de  $y_0, y_1, \dots, y_n$  existem um, e somente um, polinômio  $p$ , de *grau*  $\leq n$ , tal que  $P_n(x_0) = y_0; P_n(x_1) = y_1; \dots; P_n(x_n) = y_n$ .

A parte "somente um" decorre imediatamente do que foi visto em seção anterior (**Polinômios idênticos**), pois se  $p$  e  $q$  são polinômios de *grau*  $\leq n$  que assumem os mesmos valores em  $n + 1$  pontos distintos então a diferença  $p - q$  é um polinômio de *grau*  $\leq n$  com  $n + 1$  raízes, logo  $p - q = 0$  e  $p = q$ .

Nesse sentido FRANCO (2006) mostra que tal polinômio existe e é único, na hipótese de que os pontos  $x_0, x_1, \dots, x_n$  sejam distintos.

**TEOREMA 12** - Dados  $n + 1$  pontos distintos  $x_0, x_1, \dots, x_n$  (reais ou complexos) e  $n + 1$  valores  $y_0, y_1, \dots, y_n$  existe um e só um polinômio  $P_n(x)$ , de *grau* menor ou igual a  $n$ , tal que:

$$P_n(x_k) = y_k, k = 0, 1, \dots, n. \quad (4.1-1)$$

**Demonstração** - Seja:

$$P_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx_n,$$

Um polinômio de *grau no máximo*  $n$ , com  $n + 1$  coeficientes  $a_0, a_1, \dots, a_n$  a serem determinados.

Em vista de (4.1-1), temos:

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_nx_0^n = y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_nx_1^n = y_1 \\ \vdots + \vdots + \vdots = \vdots \\ a_0 + a_1x_n + a_nx_n^n = y_n \end{cases} \quad (4.1-2)$$

O qual pode ser interpretado como um sistema linear para os coeficientes  $a_0, a_1, \dots, a_n$  e cujo determinante, conhecido como determinante de Vandermonde, é dado por:

$$V = V(x_0, x_1, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & x_n^n \end{pmatrix} \quad (4.1-3)$$

Para se calcular  $V$ , procedemos da maneira seguinte: Consideremos a função  $V(x)$  definida por:

$$V(x) = V(x_0, x_1, \dots, x_n) = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & x_n^n \end{vmatrix} \quad (4.1-4)$$

$V(x)$  é, como facilmente se verifica, um polinômio de *grau menor ou igual a*  $n$ . Além disso,  $V(x)$  se anula em  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ . Podemos então, escrever:

$$V(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x) = A(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (4.1-5)$$

Onde  $A$  depende de  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ .

Para se calcular  $A$ , desenvolvemos (4.1-3) segundo os elementos da última linha e observamos que o coeficiente de  $x^n$  e  $V(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ . Logo,

$$V(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x) = V(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})(x - x_0) \dots (x - x_{n-1}) \quad (4.1-6)$$

Substituindo  $x$  por  $x_n$  em (4.1-6), obtemos a seguinte fórmula de recorrência:

$$V(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) = V(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})(x_n - x_0) \dots (x_n - x_{n-1}) \quad (4.1-7)$$

De (4.1-3), temos que:  $V(x_0, x_1) = x_1 - x_0$ . Em vista de (4.1-7) podemos escrever:

$$V(x_0, x_1, x_2) = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1).$$

Por aplicações sucessivas de (4.1-7), obtemos:

$$V(x_0, x_1, \dots, x_n) = \prod_{i>j} (x_i - x_j)$$

Por hipótese, os pontos  $x_0, x_1, \dots, x_n$  são distintos. Assim  $V \neq 0$  e o sistema (4.1-2) tem uma e uma só solução  $a_0, a_1, \dots, a_n$ .

Vimos, então, que dados  $n + 1$  pontos distintos  $x_0, x_1, \dots, x_n$  e  $n + 1$  valores  $f(x_0) = y_0, f(x_1) = y_1, \dots, f(x_n) = y_n$  de uma função  $y = f(x)$ , existe um e um só polinômio  $P_n(x)$  de grau no máximo  $n$  tal que

$$P_n(x_k) = f(x_k), k = 0, 1, \dots, n.$$

Em vista disso, temos a seguinte definição.

**DEFINIÇÃO 10** - Chama-se polinômio de interpolação de uma função  $y = f(x)$  sobre um conjunto de pontos distintos  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , ao polinômio de grau no máximo  $n$  que coincide com  $f(x)$  em  $x_0, x_1, \dots, x_n$ . Tal polinômio será designado por  $P_n(f; x)$  e, sempre que não causar confusão, simplesmente por  $P_n(x)$ .

**Exemplo** - Dados os pares de pontos:  $(-1, 15); (0, 8); (3, -1)$ , determinar o polinômio de interpolação para a função definida por este conjunto de pares de pontos.

**Solução:** Temos:

$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & y_0 &= 15 = f(x_0), \\ x_1 &= 0, & e \quad y_1 &= 8 = f(x_1), \\ x_2 &= 3, & y_2 &= -1 = f(x_2), \end{aligned}$$

Como  $n = 2$ , devemos determinar  $P_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ , tal que  $P_2(x_k) = y_k, k = 0, 1, 2$ , isto é:

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 = y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 = y_1 \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 = y_2 \end{cases}$$

Substituindo  $x_k$  e  $y_k, k = 0, 1, 2$ , obtemos:

$$\begin{cases} a_0 + -a_1 + a_2 = 15 \\ a_0 = 8 \\ a_0 + 3a_1 + 9a_2 = 9 \end{cases}$$

Cuja solução é:  $a_0 = 8, a_1 = -6$  e  $a_2 = 1$ .

Assim:

$$P_2(x) = 8 - 6x + x^2,$$

É o polinômio de interpolação para a função dada pelos pares de pontos:  $(-1,15)$ ;  $(0,8)$ ;  $(3,-1)$

**Observações:**

- A) Observe que nos pontos tabelados, o valor do polinômio encontrado e o valor da função, devem coincidir. Se os valores forem diferentes você terá cometido erros de cálculo.
- B) A determinação do polinômio de interpolação por meio de solução de sistemas é muito trabalhosa, além de poder ocorrer erros de arredondamento, fazendo com que a solução obtida seja irreal. Vamos, por isso, procurar outros métodos para determinação deste polinômio.

## 4.2 Fórmula de Lagrange

Sejam  $x_0, x_1, \dots, x_n$  e  $n + 1$  pontos distintos. Consideremos para  $k = 0, 1, \dots, n$ , os seguintes polinômios  $L_k(x)$  de grau  $n$ :

$$L_k(x) = \frac{(x - x_0) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)} \quad (4.2-1)$$

É fácil verificar que:

$$L_k(x_j) = \begin{cases} 0, & \text{se } k \neq j \\ 1, & \text{se } k = j \end{cases} \quad (4.2-2)$$

De fato: substituindo  $x$  por  $x_k$  em (4.1-1) vemos que se o numerador e o denominador são exatamente iguais  $\Rightarrow L_k(x_k) = 1$ . Agora se substituimos  $x$  por  $x_j$  com  $j \neq k$  vemos o numerador anula-se e assim  $L_k(x_k) = 0$ .

Para valores dados:  $f_0 = f(x_0), f_1 = f(x_1), \dots, f_n = f(x_n)$  de uma função  $y = f(x)$ , o polinômio:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n f_k L_k(x) \quad (4.2-3)$$

É de grau no máximo  $n$  e, em vista de (4.2.2), satisfaz :

$$P_n(x_k) = f_k, k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Logo  $P_n(x)$ , assim definido, é o polinômio de interpolação de  $f(x)$  sobre os pontos  $x_0, x_1, \dots, x_n$ .

A fórmula (4.2-3) é chamada **Fórmula de Lagrange do Polinômio de Interpolação**.

**Exemplo** - Conhecendo-se a seguinte tabela:

$x$	-1	0	3
$f(x)$	15	8	-1

a) Determine o polinômio de interpolação na forma de Lagrange.

b) Calcule uma aproximação para  $f(1)$ , usando o item a).

**Solução:** Temos:

$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & y_0 &= 15 = f(x_0), \\ x_1 &= 0, & e \quad y_1 &= 8 = f(x_1), \\ x_2 &= 3, & y_2 &= -1 = f(x_2), \end{aligned}$$

E, portanto,  $n = 2$ . Assim, o polinômio de interpolação na forma de Lagrange é dado por:

$$P_2(x) = \sum_{k=0}^2 f_k L_k$$

Determinemos os polinômios  $L_k(x), k = 0, 1, 2$ . Temos:

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-0)(x-3)}{(-1-0)(-1-3)} = \frac{x^2 - 3x}{4}$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x+1)(x-3)}{(0+1)(0-3)} = \frac{x^2 - 2x - 3}{-3}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x+1)(x-0)}{(3+1)(3-0)} = \frac{x^2 + x}{12}$$

Portanto:

$$P_2(x) = f_0 L_0(x) + f_1 L_1(x) + f_2 L_2(x) =$$

$$= 15. \left[ \frac{x^2 - 3x}{4} \right] + 8. \left[ \frac{x^2 - 2x - 3}{-3} \right] - 1. \left[ \frac{x^2 + x}{12} \right] =$$

Agrupando os termos semelhantes, segue que:

$$P_2(x) = x^2 - 6x + 8.$$

Uma aproximação de  $f(1)$  é dada por  $P_2(1)$ . Obtemos:

$$P_2(1) = (1)^2 - 6 \cdot (1) + 8 = 1 - 6 + 8 = 3$$

Vimos então que para obter o valor da função num ponto não tabelado, podemos aproximar a função por seu polinômio de interpolação e através deste ter uma aproximação do valor da função no ponto.

Veremos agora um esquema prático para calcular o valor do polinômio de interpolação num ponto (não tabelado) sem determinar a expressão do polinômio. Consideremos a fórmula de Lagrange, (4.2-3), e a fórmula dos  $L_k(x)$ , (4.2-1).

Fazendo:

$$\pi_{n+1}(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$$

Podemos escrever:

$$L_k(x) = \frac{\pi_{n+1}(x)}{(x - x_k)\pi'_{n+1}(x_k)} \quad (4.2-4)$$

Onde:  $\pi'_{n+1}(x_k)$  é a derivada de  $\pi_{n+1}(x)$  avaliada em  $x = x_k$ .

Primeiramente, calculamos as diferenças:

$$\begin{array}{cccccc} \underline{x - x_0} & x_0 - x_1 & x_0 - x_2 & \dots & x_0 - x_n \\ x_1 - x_0 & \underline{x - x_1} & x_1 - x_2 & \dots & x_1 - x_n \\ x_2 - x_0 & x_2 - x_1 & \underline{x - x_2} & \dots & x_2 - x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n - x_0 & x_n - x_1 & x_n - x_2 & \dots & \underline{x - x_n} \end{array}$$

Denotamos o produto dos elementos da primeira linha por  $D_0$ , o da segunda por  $D_1$  e assim por diante. Observe que o produto dos elementos da 1ª linha é exatamente o denominador de  $L_0(x)$  em (4.2-4), o produto dos elementos da 2ª linha, o denominador de  $L_1(x)$ , etc. O produto dos elementos da diagonal principal será, obviamente,  $\pi_{n+1}(x)$  e, então, segue que:

$$L_k(x) = \frac{\pi_{n+1}(x)}{D_k}, k = 0, 1, \dots, n.$$

Assim, a fórmula de Lagrange se reduz a:

$$P_n(x) = \pi_{n+1}(x) \sum_{k=0}^n \frac{f_k}{D_k}$$

$$= \pi_{n+1}(x) \times S,$$

onde:

$$S = \sum_{k=0}^n \frac{f_k}{D_k}$$

Portanto, podemos obter o valor do polinômio num ponto, não tabelado, através desse esquema prático.

### 4.3 Esquema Prático

Note que na Tabela 3 - Esquema prático, acrescentamos mais três colunas: uma com o resultado dos produtos das linhas, a próxima com o valor de  $f_k$  e finalmente a última coluna com o valor de  $f_k/D_k$ . A soma desta última coluna fornece o valor  $S$ .

Tabela 3 - Esquema prático da Interpolação de Lagrange

$k$	$(x - x_k)(k \neq i)$	$D_k$	$f_k$	$\frac{f_k}{D_k}$
0	$x - x_0 \quad x_0 - x_1 \quad x_0 - x_2 \quad \dots \quad x_0 - x_n$	$(x - x_0) \prod_{i=0; i \neq 0}^n (x_0 - x_i)$	$f_0$	$\frac{f_0}{D_0}$
1	$x_1 - x_0 \quad x - x_1 \quad x_1 - x_2 \quad \dots \quad x_1 - x_n$	$(x - x_1) \prod_{i=0; i \neq 1}^n (x_1 - x_i)$	$f_1$	$\frac{f_1}{D_1}$
2	$x_2 - x_0 \quad x_2 - x_1 \quad x - x_2 \quad \dots \quad x_2 - x_n$	$(x - x_2) \prod_{i=0; i \neq 2}^n (x_2 - x_i)$	$f_2$	$\frac{f_2}{D_2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$	$x_n - x_0 \quad x_n - x_1 \quad x_n - x_2 \quad \dots \quad x - x_n$	$(x - x_n) \prod_{i=0; i \neq n}^n (x_n - x_i)$	$f_n$	$\frac{f_n}{D_n}$
$\pi_{n+1}(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$				$S$

Fonte: (FRANCO, 2006)

**Exemplo** - Aplicar o esquema acima ao exemplo anterior, isto é, calcular  $f(1)$ , sabendo que:

$x$	-1	0	3
$f(x)$	15	8	-1

**Solução:** Montando o esquema temos:

Tabela 4 - Exemplo de aplicação do esquema prático

$k$	$(x - x_k)(k \neq i)$			$D_k$	$f_k$	$\frac{f_k}{D_k}$
0	2	-1	-4	8	15	15/8
1	1	1	-3	-3	8	-8/3
2	4	3	-2	-24	-1	1/24
$\pi_3(1) = -4$				$S = -3/4$		

**Fonte:** (FRANCO, 2006)

Assim, obtemos:

$$P_2(1) = \pi_3(1) \cdot S = (-4) \cdot (-3/4) = 3$$

E, portanto,  $f(1) \approx P_2(1) = 3$ .

## 5 SCILAB

---

Nesse capítulo apresentaremos o software Scilab, abordando brevemente o seu histórico e origem, e no capítulo seguinte os recursos necessários às aplicações expostas neste trabalho.

### 5.1 Introdução ao Scilab

Segundo FIGUEREDO et al. (2020), o Scilab é um software de código fonte aberto e de licença livre aplicado principalmente à computação numérica. Considerando-o como um dos mais poderosos ambientes de programação para solução de problemas científicos e de engenharia. Como é um ambiente científico de resolução numérica possui diversas funções matemáticas, sendo classificada como uma linhagem de programação de alto nível (sintaxe voltada para o entendimento humano), propiciando, assim, de maneira rápida e eficiente o desenvolvimento algoritmo se acesso a dados de maneira estruturada quando comparado a outras linguagens de programação de menor nível.

É possível realizar o download na página oficial<sup>21</sup> disponível em várias plataformas como o Windows, Mac OS e distribuições baseadas em GNU/Linux. Além de possuir uma estrutura de dados avançada (polinômios, matrizes, identificadores gráficos). O Scilab contempla uma gama de funcionalidades, sendo algumas:

- Scinotes – intuitivo editor de texto com as funcionalidades de preenchimento e recuo automático, além da possibilidade de execução de instruções e gerenciamento de várias instancias. que permite criação ágil
- Visualizadores 3D e 2D - permitem a representação gráfica de funções e dados processados;
- Análise numérica – ferramentas computacionais que permitem o estudo de técnicas de aproximação de solução de problemas matemáticos numericamente;
- Xcos (Hybrid dynamic systems modeler and simulator) - sistema de modelamento mecânico, hidráulico, elétrico e de sistema de controle.

---

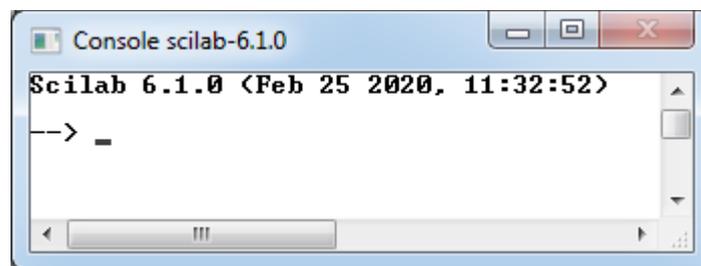
<sup>21</sup> Site Oficial do Scilab: <<http://www.scilab.org>>.

Adicionalmente a essas características, o ambiente Scilab proporciona uma poderosa plataforma, podendo ser integrada a tecnologias de terceiros, garantindo a possibilidade de reunir códigos escritos em diferentes linguagens de programação. Logo, todos os recursos do ambiente Scilab podem ser evocados pelas linguagens Java, C, C++ e Python.

Basicamente existem três formas de utilizarmos o Scilab:

1. Diretamente pelo console, terminal, ou prompt do sistema operacional, como mostra a Figura 3 - Terminal do Scilab;

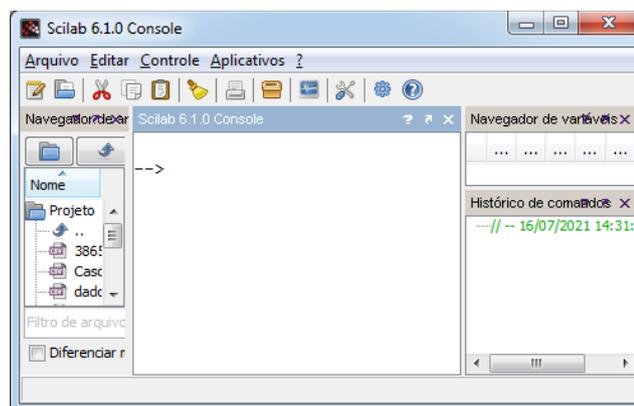
Figura 3 - Terminal do Scilab



**Fonte:** próprio autor

2. Por meio da interface gráfica que contém recursos mais acessíveis a usuários iniciantes, apresentada na Figura 4 - Interface gráfica do Scilab;

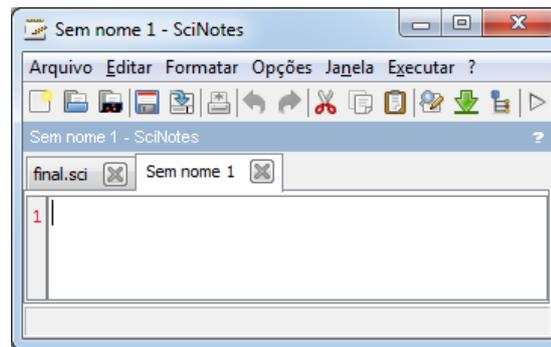
Figura 4 - Interface gráfica do Scilab



**Fonte:** próprio autor

3. Através de scripts (rotinas em texto) de códigos, conforme Figura 5 - Scinotes - bloco de notas do Scilab, definidos que são executados pelo Scilab, permitindo uma melhor organização, necessária em projetos mais complexos.

Figura 5 - Scinotes - bloco de notas do Scilab



Fonte: próprio autor

## 5.2 Origem do Scilab

De acordo com Lacerda (2011) e Figueredo et al. (2020), no final dos anos 70, Clever Moler, presidente do departamento de Ciência da Computação da Universidade do Novo México naquela época, desenvolveu um software, que a princípio era uma linguagem de programação voltada a realização de operações com matrizes, nomeando-o como **Matlab**. Em 1984 o Matlab foi reescrito em C e houve crescimento do seu uso comercial, tornou-se a linguagem predominante em programação voltada a problemas envolvendo matrizes e cálculos numéricos.

Em 1982, dentro do **INRIA** - Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) Francois deDelebecque houve o iniciou do desenvolvimento de um programa de computador, que ficaria conhecido como **Basile**, em parte, inspirado na versão existente do Matlab. Em 1984, o Basile foi lançado como produto comercial pela empresa Simulog (empresa incubada dentro do INRIA), permanecendo assim até 1990. Nesse ano o INRIA e o ENPC (École Nationale des Ponts et Chaussées), motivados pela tônica do software livre, iniciaram a elaboração da versão de código aberto livre do Basile. Nascendo assim, codificado por Delebecque, Serge Steer e J. Ph. Chancelier, em 1994, o Scilab em sua primeira versão, sendo gratuita desde o lançamento até os dias atuais.

“Inicialmente o Scilab foi escrito sendo uma alternativa gratuita as ferramentas de programação existentes na época como o Matlab.” (FIGUEREDO, 2020). Contudo cresceu e, devido ao fato de ser software de código aberto e do crescimento de sua comunidade, angariou novos recursos, mantendo sua premissa de software livre direcionado à solução de problemas de análise numérica. Possui comandos direcionados a criação de gráficos complexos, com a

facilidade de exportação e incorporação em diversos interpretadores de textos. E por ser voltado a análise numérica, dispõe de diversos comandos para manipulação de matrizes e vetores.

Os comandos para leitura de arquivos (em formato CSV e outros) permitem facilmente a leitura e utilização dos dados para preenchimento de matrizes que podem ser utilizadas para diversas análises. (FIGUEREDO, 2020)

O Scilab conta com uma comunidade muito ativa, com colaboradores em todo o mundo. Destacamos conferência do Scilab realizada em 2018, com participação da **Qualcomm, da Agência Espacial Francesa** e do **Centro Aeroespacial Alemão**, a fim de demonstrar a sua relevância para a pesquisa e o desenvolvimento de produtos e serviços.

Por fim, concluímos que “hoje, pode-se considerar o Scilab, como a ferramenta ideal para a solução de uma infinidade de problemas envolvendo análise numérica”. (FIGUEREDO, 2020, pg.23).

## 6 APLICAÇÃO COM O SCILAB

---

A atividade constituiu na interpolação da curva de média móvel (14 dias) do **registro**<sup>22</sup> diário de casos presente no site da prefeitura do município de Porto Velho-RO pelo método de Lagrange, através de script desenvolvido no Scilab tendo como base no item **Esquema Prático**. Utilizamos todos dos dados disponíveis no momento da confecção desse trabalho e adotamos como nós de interpolação os pontos igualmente espaçados em 56 dias e descartando frações menores sobressalentes a fim de simplificar o problema adequando-o ao contexto de ensino médio, embora pudéssemos ter utilizados pontos com espaçamentos distintos e com maior ou menor frequência (ex. poderíamos ter adicionado mais pontos na região inicial dos registros, contudo isso aumentaria o grau do nosso polinômio podendo ocasionar complicações na didática do tema). Considerando que após o cálculo da média móvel dos últimos 14 dias obtivemos 488 registros e com o uso do intervalo de 56 dias, chegamos ao total de 08 nós de interpolação.

### 6.1 Desenvolvimento do script

Primeiramente obtivemos o arquivo com os registros e realizamos a organização e estruturação dos dados, conforme descrito no **APÊNDICE A – TRATAMENTO DOS DADOS UTILIZANDO O EXCEL**. Após o tratamento de dados, adotamos o procedimento de divisão do projeto em funções (blocos) a fim de propiciar uma melhor estruturação do trabalho. Iniciamos o projeto a partir da construção da função no Scilab responsável por importar os dados do arquivo CSV (*importar.sce*).

---

<sup>22</sup> Base de dados utilizada. **Casos por Dia – PVH**. [Internet]. Jun. 2021. Disponível em: <<https://transparencia.portovelho.ro.gov.br/covid19>> (Inspect > Download CSV > Formatted CSV)

Figura 6 - Função importar.sce

```

importar.sce
1 ///////////////////////////////////////////////////
2 // Função importar(arq) : importa os dados do arquivo CSV.
3 // Autor: Flamarion Gonçalves Blodow.
4 // Entrada: (path)-Diretório(string) do arquivo CSV.
5 // Saídas: (d)-Quantidade dos dados. (MM)-Vetor com as Médias Móveis.
6
7 function [d,MM] = importar(arq,p)
8 .....
9 C=csvRead(arq, ",", ""); // Ler como matriz numérica o arquivo CSV, usando "," como marcador.
10 .....
11 C(1,:)=[]; // Remover cabeçalho dos dados da matriz C.
12 .....
13 C(:,1)=[]; // Remover a coluna 01 da matriz, transformando-a em um vetor numérico de casos por dia.
14 .....
15 //d=length(C)-13; // Atribuir a "d" a quantidade de linhas do vetor dos dados.
16 .....
17 //d=length(C)-6; // Atribuir a "d" a quantidade de linhas do vetor dos dados.
18 .....
19 d=length(C)-p+1; // Atribuir a "d" a quantidade de linhas do vetor dos dados.
20 .....
21 for k=1:d
22 .....
23 MM(k)=mean(C(k:k+p-1)); // Criar vetor MM com a Média Móvel dos 7 últimos dias.
24 .....
25 //MM(k)=mean(C(k:k+6)); // Criar vetor MM com a Média Móvel dos 7 últimos dias.
26 .....
27 //MM(k)=mean(C(k:k+13)); // Criar vetor MM com a Média Móvel dos 14 últimos dias.
28 .....
29 end
30 endfunction
31

```

Fonte: próprio autor.

Ela tem como argumentos de entrada *arq* (diretório do arquivo CSV) e *p* (período de dias para o cálculo da média móvel. Ex. 7/14 dias). Realiza a importação numérica dos dados na linha 02, remove o cabeçalho dos dados e a primeira coluna (linhas 02 e 03), que são as datas dos registros. Então se calcula as médias (linha 09). Em seguida, tendo como base o script do portal ECT/UFRN<sup>23</sup>, com poucos ajustes desenvolvemos a função (*Interpol\_Lagrange.sce*) destinada a realizar numericamente a interpolação pelo método de Lagrange. Possui como argumentos de entrada:  $x_0$  (ponto a ser buscado),  $x_i$  (vetor com os valores das abscissas - dias),  $y_i$  (vetor com os valores das ordenadas - médias). E como saída retorna a ordena do ponto  $x_0$  da interpolação.

Figura 7 - Função interpolLagrange.sce

```

*Interpol_Lagrange.sce
1 // Interpolação de Lagrange -- fonte: https://cn.ect.ufrn.br/index.php?r=conteudo%2Finterp-lagrange
2 function [S]=interpolLagrange(x0,xi,yi)
3 .....
4 if length(xi) <> length(yi) | length(x0) <> 1
5 .....
6 printf("A dimensão de xi deve ser igual a dimensão de yi.\nE x0 deve ser um escalar.");
7 .....
8 ndiões não satisfeitas a correta execução dessa função.
9 .....
10 return; // Aqui o comando return interrompe o programa.
11 .....
12 end
13 .....
14 nPontos=length(xi);
15 .....
16 S=0;
17 .....
18 //somatorio
19 .....
20 for i=1:nPontos
21 .....
22 produto=1;
23 .....
24 //produto
25 .....
26 for j=1:nPontos
27 .....
28 if i==j then
29 .....
30 produto=produto*(x0-xi(j))/(xi(i)-xi(j));
31 .....
32 end
33 .....
34 end
35 .....
36 S=S+produto*yi(i);
37 .....
38 end
39 endfunction
40

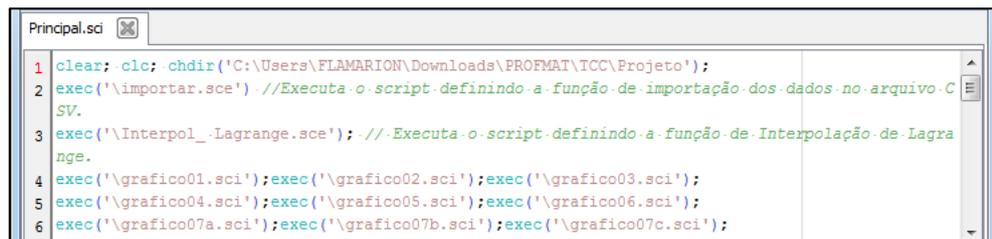
```

Fonte: próprio autor, gerado no Scilab.

<sup>23</sup> Exemplo Scilab: Disponível em: <https://cn.ect.ufrn.br/index.php?r=conteudo%2Finterp-lagrange#!>. Acessado em: 16 de julho de 2021.

Aparentemente a rotina estaria terminada. Contudo, a rotina acima visa localizar um  $y_0$ , associado ao  $x_0$  dado, da interpolação e como queremos todo o intervalo para observação, então teremos que utilizar um laço de repetição a fim de percorrer todo o intervalo. Diante disso, elaboramos o script principal. Apresentamos então a rotina *Principal.sci*. que possui na *linha 01* comandos destinados a limpeza de variáveis, da tela do Scilab e configuração do diretório ativo. E nas *linhas 02 a 05* executa as funções criadas a fim de defini-las.

Figura 8 - Script Principal.sci



```

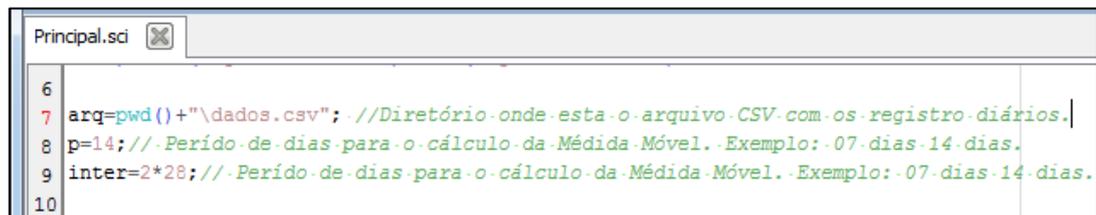
1 clear; clc; chdir('C:\Users\FLAMARION\Downloads\PROFMAT\TCC\Projeto');
2 exec('\importar.sce') //Executa o script definindo a função de importação dos dados no arquivo CSV.
3 exec('\Interpol_Lagrange.sce'); //Executa o script definindo a função de Interpolação de Lagrange.
4 exec('\grafico01.sci');exec('\grafico02.sci');exec('\grafico03.sci');
5 exec('\grafico04.sci');exec('\grafico05.sci');exec('\grafico06.sci');
6 exec('\grafico07a.sci');exec('\grafico07b.sci');exec('\grafico07c.sci');

```

Fonte: próprio autor.

Em seguida, apresentamos os parâmetros de entrada da rotina principal conforme abaixo.

Figura 9 - Script Principal.sci



```

6
7 arq=pwd()+"\dados.csv"; //Diretório onde está o arquivo CSV com os registros diários.
8 p=14; //Período de dias para o cálculo da Médida Móvel. Exemplo: 07 dias 14 dias.
9 inter=2*28; //Período de dias para o cálculo da Médida Móvel. Exemplo: 07 dias 14 dias.
10

```

Fonte: próprio autor.

Posteriormente, há o chamamento da função de importação dos dados (*linha 11*), a criação do vetor  $X$  (*linha 14*), a criação do vetor  $PF$  – nós da interpolação (*linhas 15 e 16*), obtenção dos pontos do polinômio interpolador (*linha 17 a 19*) e o cálculo do vetor do erro relativo da interpolação percentual em cada ponto (*linha 20*).

Figura 10 - Script Principal.sci

```

Principal.sci
10
11 [d, Y] = .importar (arg, p);
12 Y; // - Vetor contendo a quantidade de casos registrados por dia.
13 d; // - Quantidade de registros de médias móveis.
14 X = (1:d)'; // - Vetor contendo os dias representados de maneira ordinal.
15 s = floor(d/inter); // - parte inteira da divisão de 'd' por 28.
16 PF = inter:inter:(s*inter); // - Vetor contendo os Pontos Interpolados.
17 for x0 = 1:1:d
18     YL(x0) = interpolLagrange(x0, X(PF), Y(PF));
19 end
20 erroR = 100 * abs(YL - Y) ./ Y; // - Erro Relativo.
21

```

Fonte: próprio autor.

Na parte final, imagem abaixo, da rotina *Principal.sci* ocorre o chamamento das funções relativas as confecções dos gráficos para análise da interpolação e exportação em formatos de imagem (.png) e arquivo (.pdf).

Figura 11 - Script Principal.sci

```

Principal.sci
24 grafico01(X, Y, PF, p, inter); // - Gráfico registro de casos e Pontos Interpolados.
25 grafico02(X, Y, PF, p, inter); // - Gráfico registro de casos, Pontos Interpolados e retas.
26 grafico03(X, Y, YL, PF, p, inter); // - Gráfico Polinômio interpolador - Azul
27 grafico04(X, Y, YL, PF, p, inter); // - Gráfico Polinômio interpolador - Azul e Vermelho
28 grafico05(X, Y, YL, PF, p, inter); // - Gráfico Polinômio interpolador - Vermelho
29 grafico06(erroR, X, PF, erroR); // - Gráfico Erro do Polinômio Interpolador.
30 grafico07a(erroR, X, PF); // - Gráfico Erro absoluto do Polinômio Interpolador.
31 grafico07b(erroR, X, PF); // - Gráfico Erro absoluto do Polinômio Interpolador.
32 grafico07c(erroR, X, PF); // - Gráfico Erro absoluto do Polinômio Interpolador.

```

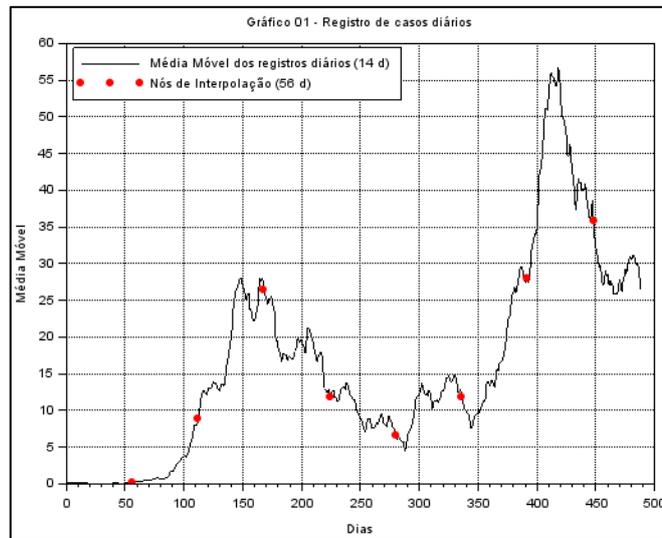
Fonte: próprio autor.

Definimos assim, o desenvolvimento desse script destinado a interpolação pelo método de Lagrange da curva de média móvel (14d) dos casos registrados no município de Porto Velho - RO, no período de 14/01/2020 a 28/05/2021.

## 6.2 Resultados

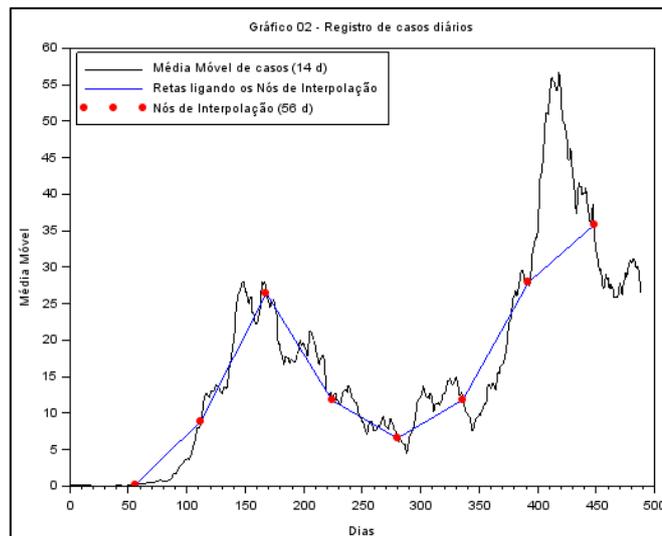
Como resultado a rotina gera um conjunto de gráficos que passaremos a discutir. Primeiramente temos o gráfico 01 e gráfico 02, onde são exibidos os nós de interpolação e retas que os ligam, ocasião em que podemos supor que a interpolação irá ter contornos similares à curva estudada.

Figura 12 - Gráfico 01



Fonte: próprio autor.

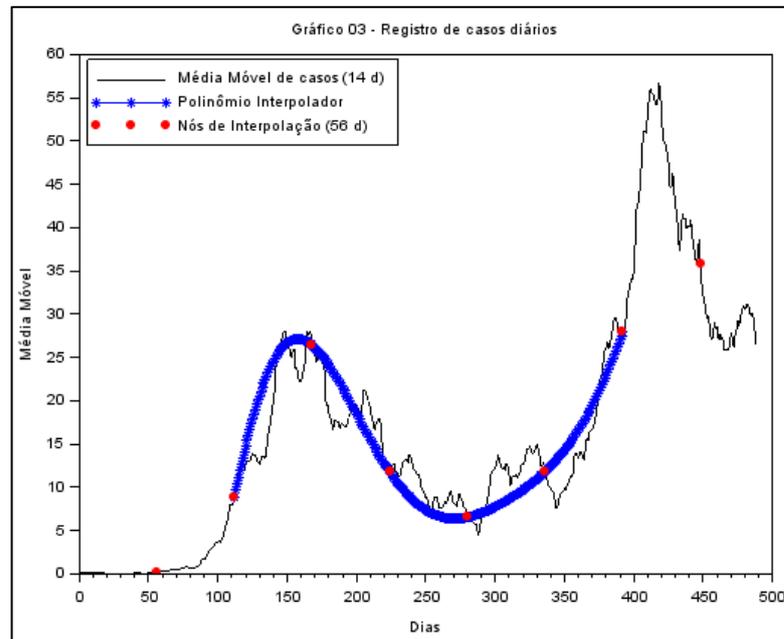
Figura 13 - Gráfico 02



Fonte: próprio autor.

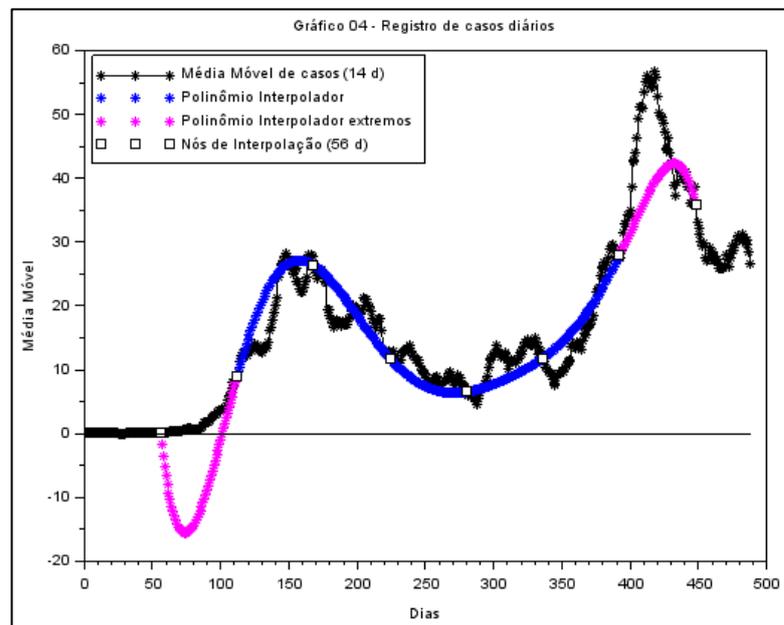
Nos gráficos 03 e 04, podemos perceber que na região mais interna (curva em azul - região entre o 2º e o 7º nó) a interpolação apresenta contornos similares à curva. Contudo, na parte mais extrema (curva em rosa - regiões entre o 1º e 2º nó e entre o 7º e 8º nó) da interpolação começa a apresentar comportamento divergente da curva em estudo.

Figura 14 - Gráfico 03



Fonte: próprio autor.

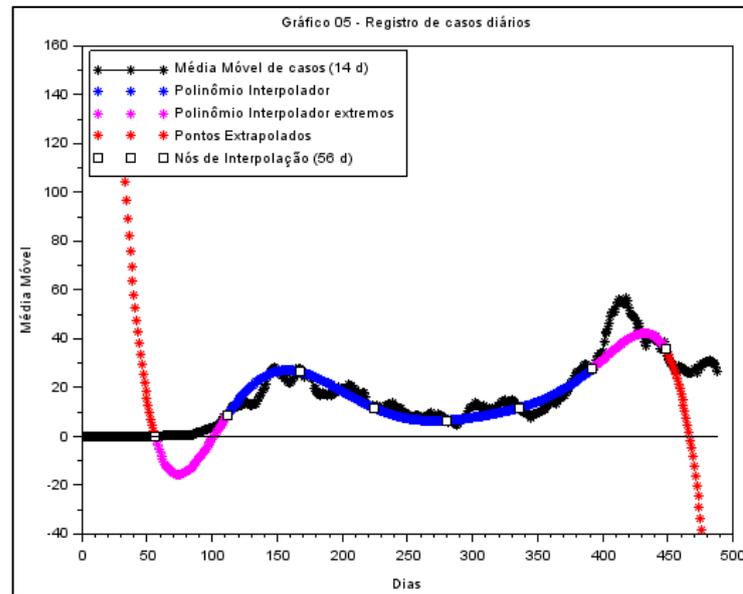
Figura 15 - Gráfico 04



Fonte: próprio autor.

O intervalo da interpolação é adstrito do 1º ao 8º nó. Ou seja, se observarmos a região anterior ao 1º nó e posterior ao 2º, estaremos na verdade diante de uma extrapolação. Partindo disso, temos que os dados obtidos nas regiões de extrapolação (curva em vermelho), nesse caso, tenderam a divergir de maneira significativa da curva dos dados registrados.

Figura 16 - Gráfico 05

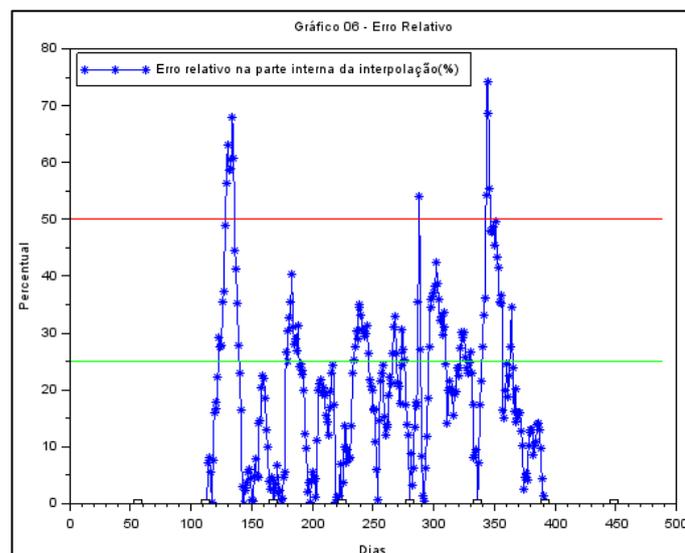


Fonte: próprio autor.

Pode-se concluir que nesse caso, a interpolação realizada se demonstrou satisfatório na parte interna do intervalo definido (entre o 2º e o 7º nó) – apresentando erro médio de 20,08%. Porém apresentou resultados não satisfatórios nas regiões extremas do intervalo (entre o 1º e 2º; entre o 7º e 8º) com erro médio de 216% e discrepante para os intervalos de extrapolação.

No gráfico 06, podemos observar a variação do erro relativo no intervalo interno da interpolação com muitos resultados inferiores a 25% e nenhum com erro superior a 100%.

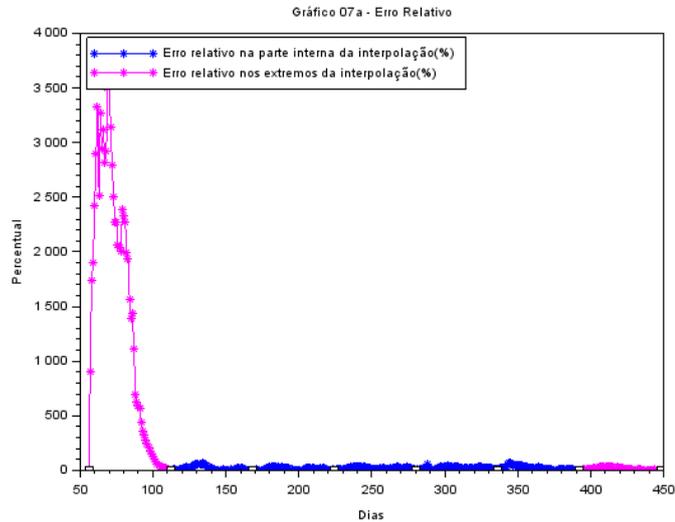
Figura 17 - Gráfico 06



Fonte: próprio autor.

No gráfico 07a, incluímos na visualização os intervalos mais extremos da interpolação. Logo temos todo o intervalo da interpolação (do 1º ao 8º nó). E podemos inferir que a parte responsável por elevar os erros é entre o 1º e 2º nó.

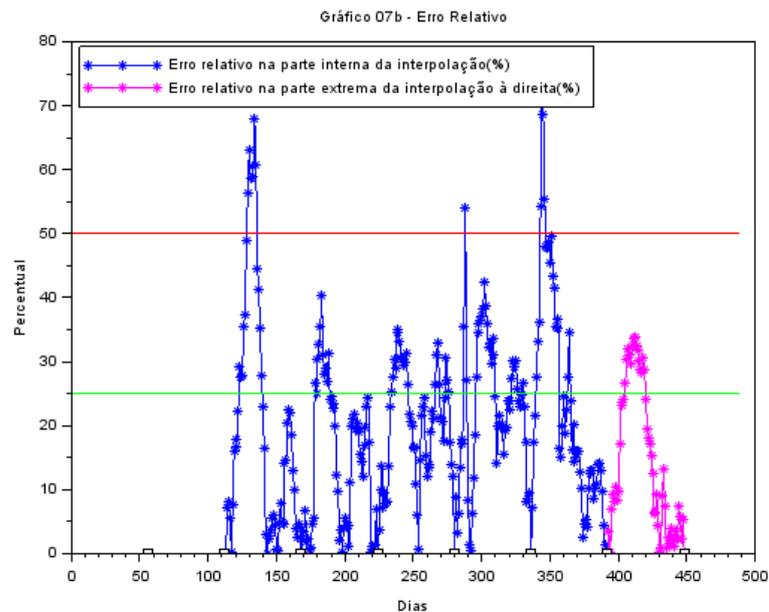
Figura 18 - Gráfico 07a



Fonte: próprio autor.

Analisando somente a parte interna da interpolação e a parte mais extrema à direita, podemos perceber que os resultados são satisfatórios com erro médio 19,15%, sendo melhores até mesmo que os identificados no gráfico 06.

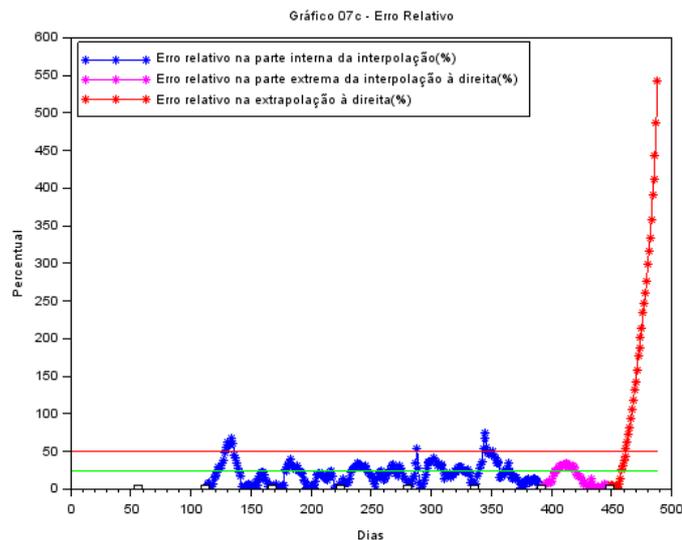
Figura 19 - Gráfico 07b



Fonte: próprio autor.

Como já descrito anteriormente, para os dados em estudo a interpolação não se demonstrou satisfatória para extrapolação tanto em regiões anteriores aos nós como em regiões posteriores. Sendo assim, o método apresentado nesse trabalho não se mostrou um meio efetivo, para de maneira isolada, de previsão do registro de novos casos de covid.

Figura 20 - Gráfico 07c



Fonte: próprio autor.

Resultado já esperado, visto a complexidade do problemas e as diversas variáveis envolvidas - como população total, população imunizada, população infectada, medidas de distanciamento social, desigualdades sociais diversidade etária entre outros elementos tratados no capítulo 02. Porém esse trabalho mantém a eficiência no caráter didático, apresentando-se como meio de motivação de discentes e docentes do ensino médio no estudo de polinômios e funções polinomiais, no uso de ferramentas tecnológicas aliadas ao ensino e na interpretação de gráficos e dados entre outras áreas.

Além disso, destacamos que poderíamos ter realizado a distribuição dos nós da interpolação de maneira não uniforme, preferivelmente, adicionando mais nós na parte inicial da curva onde o efeito exponencial, característica em curvas epidemiológicas, e reduzindo, assim, o intervalos entre ele nessa região. Contudo esta atuação poderia prejudicar o caráter educativo desse trabalho, devido a carga de complexidade adicional, e exigiria um custo computacional maior.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Apresentamos algumas considerações acerca do conteúdo teórico abordado e dos resultados obtidos. A proposta desse trabalho foi demonstrar o uso de ferramentas tecnológicas e matemáticas na modelagem feita com os dados relativos à pandemia causada pela Covid-19, por isso apresentamos brevemente conceitos epidemiológicos e polinomiais, tendo como intenção oferecer suporte teórico de uma aplicação prática do Scilab. Visto que é cada dia mais requisitado o conhecimento tecnológico, o docente como ser instigador do processo de aprendizagem deve também se apropriar desse conhecimento a fim de repassá-lo aos alunos de forma contextualizada e com mais propriedade. Não atuando, portanto, como mero repetidor de informações rasas.

Por esse motivo que no trabalho realizado apresentamos dados reais obtidos do *site* da prefeitura local, visando uma aproximação com o ficto aluno, a teoria e a prática. Além de demonstrar como podemos manusear os dados e transformá-los de acordo com a necessidade da aplicação. E exibi-los, tecendo discussões acerca dos resultados a fim de fomentar o pensamento crítico e o raciocínio analítico.

Ressaltamos a importância do PROFMAT na qualificação dos docentes atuantes no ensino básico nacional. Não obstante, também proporciona aos não docentes que possuem afinidade com a área de ciências exatas a oportunidade de qualificação de qualidade em nível de mestrado, algo extremamente dificultoso de se conseguir para aqueles não integrantes de instituições de ensino superior públicas e privadas. Isso não se mostra vantajoso somente ao mestrando não docente, mas impacta positivamente aumentando a diversidade de pessoas, ideias, histórias de vida e posicionamentos. Fomenta-se, assim, discussões e trocas de experiências entre os mestrandos.

Cito a turma que integrei como exemplo: nela tínhamos pessoas atuantes no setor público em diversas áreas - como jurídica, fiscal, de segurança pública e educação básica, técnica e superior - e no setor privado na área da educação básica. Havia membros que trabalhavam a anos em instituições públicas como docentes do ensino básico ou superior e outros que iniciaram agora a trajetória na docência. E embora a maioria tivesse formação superior em matemática, também tínhamos membros formados em engenharia e informática. Logo, mesmo que o foco do mestrado profissional em rede seja a capacitação dos docentes

atuantes na educação básica, ele acaba por fomentar o conhecimento em vários segmentos da sociedade brasileira.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

BARRETO, Luís Soares. **Iniciação ao Scilab**. 2ª Edição. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Volume 02. Brasília-DF, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Médio - Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN+: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Ministério da Educação, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Atendimento e fatores de risco [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 19h01. Atualizado em 08/04/2021, 19h06. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/diagnostico>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Como é transmitido? [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 20h10. Atualizado em 12/05/2021, 01h24. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/como-e-transmitido>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Como se proteger? [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 18h03. Atualizado em 12/05/2021, 01h04. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/como-se-proteger>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Como se proteger? [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 18h03. Atualizado em 12/05/2021, 01h04. Disponível em: MINISTÉRIO DA SAÚDE. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/como-se-proteger>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Diagnóstico - Saiba como é feito o diagnóstico dos casos de Covid-19 no Brasil [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 18h47. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/diagnostico>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Estou doente: o que fazer? [internet]**. Publicado em 18/04/2021, 11h51. Atualizado em 04/05/2021, 17h00. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/estou-doente-o-que-fazer>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Coronavírus - O que é a Covid-19? [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 19h21. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/o-que-e-o-coronavirus>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Coronavírus - Sintomas [internet]**. Publicado em 08/04/2021, 19h05. Atualizado em 12/05/2021, 01h11. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/sintoma>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Diretrizes para Diagnóstico e Tratamento da Covid-19**. Versão 03. Abril de 2020. Disponível em: <<https://portalarquivos.saude.gov.br/images/pdf/2020/Abril/18/Diretrizes-Covid19.pdf>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Guia de Vigilância Epidemiológica - Emergência de Saúde Pública de Importância Nacional pela Doença pelo Coronavírus 2019 (Covid-19)**. Versão 3. 15 de março de 2021. 1ª edição - 2021. Brasília DF 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Plano Nacional de Operacionalização da Vacinação Contra a Covid-19**. 7ª edição. Brasília/DF. Maio de 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Portaria nº 1.565, de 18 de junho de 2020**. Estabelece orientações gerais visando à prevenção, ao controle e à mitigação da transmissão da COVID-19, e à promoção da saúde física e mental da população brasileira, de forma a contribuir com as ações para a retomada segura das atividades e o convívio social seguro. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-1.565-de-18-de-junho-de-2020-262408151>>. Acessado em: 21 de julho de 2021.

BRASIL. MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Vacinas em Desenvolvimento Contra Covid-19**. Brasília/DF. maio, 2021. Disponível em: <[https://www.gov.br/saude/pt-br/media/pdf/2021/junho/02/20210514\\_cgpcclin\\_decit\\_sctie\\_ms\\_vacinas\\_em\\_desenvolvimento\\_contra\\_covid-19\\_v17-1.pdf](https://www.gov.br/saude/pt-br/media/pdf/2021/junho/02/20210514_cgpcclin_decit_sctie_ms_vacinas_em_desenvolvimento_contra_covid-19_v17-1.pdf)>. Acesso em: 17 jul. 2021.

CAMPOS FILHO, Frederico F. **Fundamentos de Scilab**. Edição 2010.08. UFMG - Departamento de Ciência da Computação do ICEX. 2010.

CARVALHO, Edna Mendes de. **Estudos Numéricos dos Métodos de Interpolação: Lagrange, Newton, Hermite e Spline Cúbico**. PROFMAT-UFSJ. São João del Rei – MG, 2016. (Dissertação de Mestrado).

COSTA, Bruno Valério Everton. **A utilização do SCILAB em aplicações de matrizes e sistemas lineares**. PROFMAT-UFMA. São Luís - MA, 2017. (Dissertação de Mestrado).

CRB - Colégio Brasileiro de Radiologia e Diagnóstico por Imagem. **Achados de imagem na COVID-19 - Indicação e interpretação [internet]**. Versão 02, de 21/03/2020. Disponível em: <[https://cbr.org.br/wp-content/uploads/2020/03/Interpretac%CC%A7a%CC%83o-dos-achados-de-imagem\\_21\\_03\\_20.pdf](https://cbr.org.br/wp-content/uploads/2020/03/Interpretac%CC%A7a%CC%83o-dos-achados-de-imagem_21_03_20.pdf)>. Acesso em: 17 jul. 2021.

FRANCO, Neide Bertoldi. **Cálculo Numérico**. Editora Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2007.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 25ª edição. Editora Paz e Terra. São Paulo – SP, 1996.

G1. Globo. **Entenda como é calculada a média móvel e a variação dos casos e mortes por Covid-19 [internet]**. 20 de jun. de 2018. Disponível em:

<<https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/07/27/entenda-como-e-calculada-a-media-movel-e-a-variacao-dos-casos-e-mortes-por-covid-19.ghtml>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

G1. Globo. **Variante delta da Covid: os sinais que ameaçam fim da pandemia mesmo após vacinação [internet]**. Por BBC: 04/08/2021 07h19. Disponível em:

<<https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2021/08/04/variante-delta-da-covid-os-sinais-que-ameacam-fim-da-pandemia-mesmo-apos-vacinacao.ghtml>>. Acesso em: 18 de agosto de 2021.

GADELHA FILHO, Danusio. Gadelha Filho. **SCILAB 5.X**. UFC.

GARCIA, Rita de Cássia Nasser Cubel. **Coronavírus: Explicações detalhadas e medidas preventivas**. 23 de Março de 2020. 1 Vídeo (07 min). Disponível em Publicação no canal da UFF: <<https://www.youtube.com/watch?v=W0iTqzHUB3Y>>. Acesso em: 21 de julho de 2021.

GEOGEBRA. **Sítio Oficial [internet]**. Disponível em:

<<https://www.geogebra.org/?lang=pt>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

HEFEZ, A.; VILLELA, M. L. T. **Polinômios e equações algébricas**. SBM, 2012 (Coleção PROFMAT).

IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar. Volume 06**. 08ª edição. Editora Atual, São Paulo, 2013.

IEZZI, Gelson. HAZZAN, Samuel. **Fundamentos da Matemática Elementar. Volume 04**. 08ª edição. Editora Atual, São Paulo, 2013.

LACERDA, Willian Soares. **Introdução ao Scilab**. UFLA, 2011.

LIMA, Elon Lages. WAGNER, Eduardo. CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. MORGADO, Augusto Cezar De Oliveira. **A Matemática do Ensino Médio**. Coleção do Professor de Matemática - Volume 01. 08ª Edição. SBM. Rio de Janeiro, 2005.

MARTINS, Flávio Inácio da Silveira. **Modelagem de funções via Interpolação Polinomial de Lagrange**. PROFMAT-UFG. Jataí - GO, 2017. (Dissertação de Mestrado).

MATLAB, **Página inicial [internet]**. Disponível em:

<[https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s\\_tid=hp\\_ff\\_p\\_matlab](https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_ff_p_matlab)>. Acesso em: 17 jul. 2021.

NEPOMUCENO, E. G. **Métodos numéricos: interpolação, extrapolação, aproximação e ajuste de funções**. Minas Gerais: UFSJ; CEFET-MG, 2016. Disponível em: <[https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/nepomuceno/mn/12MN\\_Interpola.pdf](https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/nepomuceno/mn/12MN_Interpola.pdf)>. Acesso em: jul. 2021.

OLIVEIRA, Alexandre Maniçoba. OLIVEIRA NETO, Antônio Mendes de. Carvalho Jr., Arnaldo de. FIGUEREDO Sobrinho, Raimundo Eider. **Scilab: Uma abordagem prática aplicada a problemas reais da engenharia**. Edição 2ª. ISBN. São Paulo, 2020.

Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS). **Folha informativa sobre COVID-19 [internet]**. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/covid19>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

PADILHA, Luana Lopes. **Fundamentos de Estatística e Epidemiologia**. 1ª edição, Editora SESES, Rio de Janeiro, 2019.

PORTO VELHO, Prefeitura Municipal de. **Portal da Transparência. Indicadores Covid 19 - Porto Velho [internet]**. Porto Velho - RO, 2021. Disponível em: <<https://transparencia.portovelho.ro.gov.br/covid19>> (Inspect > DownloadCSV > FormattedCSV). Acesso em: 17 jul. 2021.

PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. **Dissertações do PROFMAT**. Disponível em: <<https://www.profmtat-sbm.org.br/dissertacoes/?polo=&titulo=&aluno=>>> Acessado em 08 jun. 2021.

REZENDE, J. M. de. **EPIDEMIA, ENDEMIA, PANDEMIA, EPIDEMIOLOGIA**. Revista de Patologia Tropical / Journal of Tropical Pathology, [S. l.], v. 27, n. 1, 2007. DOI: 10.5216/rpt.v27i1.17199. Disponível em: <<https://www.revistas.ufg.br/iptsp/article/view/17199>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

ROCHA, Vitail José. **Números Complexos e o Teorema Fundamental da Álgebra**. PROFMAT- UFG. Goiânia - GO, 2014. (Dissertação de Mestrado).

SBCCP - Sociedade Brasileira de Cirurgia de Cabeça e Pescoço. **ANOSMIA, HIPOSMIA e AGEUSIA – Sintomas na infecção por COVID-19? [internet]**. Disponível em: <<http://sbccp.org.br/anosmia-hiposmia-e-ageusia-sintomas-na-infeccao-por-covid-19/>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

SCILAB. **Ajuda Scilab 5.3.2 [internet]**. Disponível em: <[https://help.scilab.org/docs/5.3.2/pt\\_BR/](https://help.scilab.org/docs/5.3.2/pt_BR/)>. Acesso em: 17 jul. 2021.

SCILAB. **Sítio Oficial [internet]**. Disponível em: <<https://www.scilab.org/>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

SILVA, Clicio Freire da. **Interpolação de Lagrange: Uma proposta ao Ensino Médio para Modelagem Matemática de Polinômios**. PROFMAT- UFAM. Manaus - AM, 2016. (Dissertação de Mestrado).

SILVA, Messias Henrique Vieira. **Uma abordagem de sistemas lineares usando o MAXIMA e o SCILAB**. PROFMAT-UFG. Goiânia-GO, 2017. (Dissertação de Mestrado).

SOARES, José Alexandre Fernandes. **Aplicação das matrizes no processamento de imagens usando o software SCILAB**. PROFMAT-UEMA. São Luís - MA, 2019. (Dissertação de Mestrado).

TRINDADE, Jeofton Meira. **SCILAB, GEOGEBRA E WINPLOT como recurso pedagógico no ensino de matrizes, determinantes e geometria analítica**. PROFMAT-UFMA. São Luís - MA, 2013. (Dissertação de Mestrado).

UFF - Universidade Federal Fluminense. **Plano de Contingência da Universidade Federal Fluminense frente à pandemia da doença pelo SARS-COV-2 (COVID-19)**. Versão 1.0, de 16 de março de 2020.

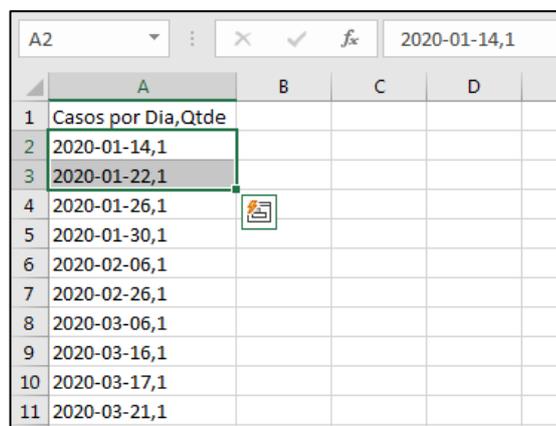
UFMG - Faculdade de Medicina da Universidade Federal de Minas Gerais. **Exames de imagem têm papel estratégico no diagnóstico e monitoramento da covid-19 [internet]**. NOV. 2020. Disponível em: <<https://www.medicina.ufmg.br/exames-de-imagem-tem-papel-estrategico-no-diagnostico-e-monitoramento-da-covid-19/>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

VEJA SAÚDE. **Coronavírus: como raio-x e tomografia ajudam no diagnóstico e no controle [internet]**. Atualizado em 24 ago 2020. Disponível em: <<https://saude.abril.com.br/medicina/coronavirus-como-raio-x-e-tomografia-ajudam-no-diagnostico-e-no-controle/>>. Acesso em: 17 jul. 2021.

## APÊNDICE A – TRATAMENTO DOS DADOS UTILIZANDO O EXCEL

Primeiramente ao abrirmos o arquivo<sup>24</sup> CSV com um editor de planilhas (Excel), vemos que os dados apresentam a data no formato (AAAA-MM-DD) seguida pelo registro de casos diários, tendo como separador a vírgula ( , ). Além disso, podemos identificar que não aparece os dias em que não houve casos. Diante disso, teremos que tratar os dados para podermos expressar todos os dias em sequência e os respectivos registro de casos.

Figura 21 – Tratamento dos dados (1)

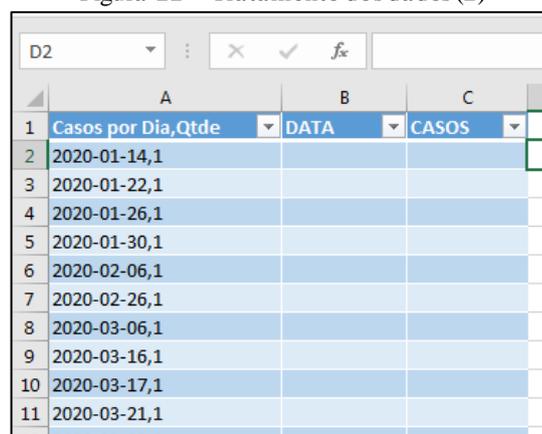


	A	B	C	D
1	Casos por Dia,Qtde			
2	2020-01-14,1			
3	2020-01-22,1			
4	2020-01-26,1			
5	2020-01-30,1			
6	2020-02-06,1			
7	2020-02-26,1			
8	2020-03-06,1			
9	2020-03-16,1			
10	2020-03-17,1			
11	2020-03-21,1			

Fonte: próprio autor.

Selecionamos a coluna com os dados e formatamos como tabela. Criamos duas colunas *DATA E CASOS*.

Figura 22 – Tratamento dos dados (2)



	A	B	C
1	Casos por Dia,Qtde	DATA	CASOS
2	2020-01-14,1		
3	2020-01-22,1		
4	2020-01-26,1		
5	2020-01-30,1		
6	2020-02-06,1		
7	2020-02-26,1		
8	2020-03-06,1		
9	2020-03-16,1		
10	2020-03-17,1		
11	2020-03-21,1		

Fonte: próprio autor.

<sup>24</sup> Disponível em: <<https://transparencia.portovelho.ro.gov.br/covid19>>(Inspect > Download CSV > Formatted CSV). Acesso, jul. 2021.

Na *coluna B*, inserimos a fórmula abaixo com o objetivo de extrair (da *coluna A*), a data no formato (DD/MM/AAAA)

Figura 23 – Tratamento dos dados (3)

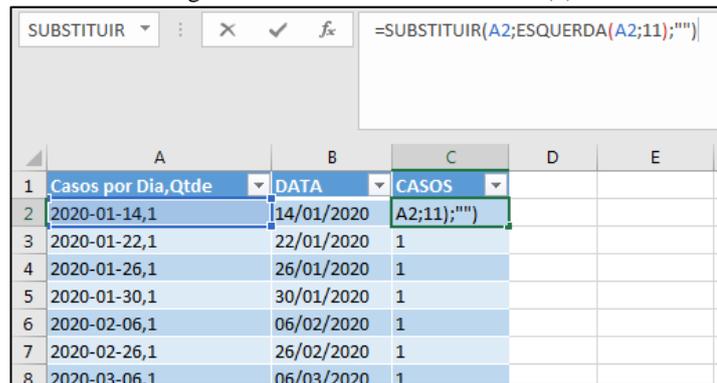
" data-bbox="302 163 729 326"/>

	A	B	C	D	E
1	Casos por Dia,Qtde	DATA	CASOS		
2	2020-01-14,1	A2;1;4)	1		
3	2020-01-22,1	22/01/2020	1		
4	2020-01-26,1	26/01/2020	1		
5	2020-01-30,1	30/01/2020	1		
6	2020-02-06,1	06/02/2020	1		
7	2020-02-26,1	26/02/2020	1		

Fonte: próprio autor.

Na *coluna C*, utilizamos a fórmula abaixo a fim de obter dos dados da *Coluna A* o registro dos casos.

Figura 24 – Tratamento dos dados (4)



	A	B	C	D	E
1	Casos por Dia,Qtde	DATA	CASOS		
2	2020-01-14,1	14/01/2020	A2;11);"")		
3	2020-01-22,1	22/01/2020	1		
4	2020-01-26,1	26/01/2020	1		
5	2020-01-30,1	30/01/2020	1		
6	2020-02-06,1	06/02/2020	1		
7	2020-02-26,1	26/02/2020	1		
8	2020-03-06,1	06/03/2020	1		

Fonte: próprio autor.

Após separarmos as informações de data e casos. Criamos uma planilha e adicionamos todas as datas utilizando a ferramenta de preenchimento automático.

Figura 25 – Tratamento dos dados (5)



	A	B	C
1	DATA	DATA	CASOS REGISTRADOS
2	14/01/2020	14/01/2020	1
3	15/01/2020		
4	16/01/2020		
5	17/01/2020		
6	18/01/2020		
7	19/01/2020		
8	20/01/2020		
9	21/01/2020		
10	22/01/2020		
11	23/01/2020		
12	24/01/2020		
13	25/01/2020		
14	26/01/2020		
15	27/01/2020		
16	28/01/2020		
17	29/01/2020		
18	30/01/2020		
19	31/01/2020		
20	01/02/2020		

Fonte: próprio autor.

Nessa nova *tabela (P)* na *Coluna B* utilizamos a fórmula abaixo, apenas para que os valores sejam interpretados como texto. Tal procedimento foi necessário para evitar erros ao utilizarmos o comando “*procv*” a seguir. Destaca-se que há diversas maneiras de evitar o erro no uso dessa função.

Figura 26 – Tratamento dos dados (6)

	A	B	C	D
1	DATA	DATA	CASOS REGISTRADOS	
2	14/01/2020	14/01/2020	1	
3	15/01/2020	15/01/2020		
4	16/01/2020	16/01/2020		
5	17/01/2020	17/01/2020		
6	18/01/2020	18/01/2020		
7	19/01/2020	19/01/2020		

Fonte: próprio autor.

Na *coluna C*, da *tabela P*, inserimos as fórmulas abaixo (*procv*) propiciando busca exata das datas e obtenção dos registros, em caso de erro, ou seja, se a data não é localizada, adota-se que o registro naquele dia é nulo.

Figura 27 – Tratamento dos dados (7)

	A	B	C	D	E	F
1	DATA	DATA	CASOS REGISTRADOS			
2	14/01/2020	14/01/2020	FALSO)			
3	15/01/2020	15/01/2020	#N/D			
4	16/01/2020	16/01/2020	#N/D			
5	17/01/2020	17/01/2020	#N/D			
6	18/01/2020	18/01/2020	#N/D			
7	19/01/2020	19/01/2020	#N/D			
8	20/01/2020	20/01/2020	#N/D			
9	21/01/2020	21/01/2020	#N/D			
10	22/01/2020	22/01/2020	1			

Fonte: próprio autor.

Figura 28 – Tratamento dos dados (8)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	DATA	DATA	CASOS REGISTRADOS									
2	14/01/2020	14/01/2020	FALSO))									
3	15/01/2020	15/01/2020	0									
4	16/01/2020	16/01/2020	0									
5	17/01/2020	17/01/2020	0									
6	18/01/2020	18/01/2020	0									
7	19/01/2020	19/01/2020	0									
8	20/01/2020	20/01/2020	0									
9	21/01/2020	21/01/2020	0									
10	22/01/2020	22/01/2020	1									
11	23/01/2020	23/01/2020	0									
12	24/01/2020	24/01/2020	0									

Fonte: próprio autor.

Para mantermos a estrutura original do arquivo da base de dados, inserimos vírgula separando os cabeçalhos *DATA2* e *CASOS*, concatenamos vírgula antes dos valores dos casos.

Figura 29 – Tratamento dos dados (9)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	DATA	DATA2,	CASOS								
2	14/01/2020	14/01/2020	,1								
3	15/01/2020	15/01/2020	,0								
4	16/01/2020	16/01/2020	,0								
5	17/01/2020	17/01/2020	,0								
6	18/01/2020	18/01/2020	,0								
7	19/01/2020	19/01/2020	,0								
8	20/01/2020	20/01/2020	,0								
9	21/01/2020	21/01/2020	,0								
10	22/01/2020	22/01/2020	,1								

Fonte: próprio autor.

Selecionamos e copiamos todos os elementos das *colunas B e C da tabela (P)*

Figura 30 – Tratamento dos dados (10)

	A	B	C
1	DATA	DATA2,	CASOS
2	14/01/2020	14/01/2020	,1
3	15/01/2020	15/01/2020	,0
4	16/01/2020	16/01/2020	,0
5	17/01/2020	17/01/2020	,0
6	18/01/2020	18/01/2020	,0
7	19/01/2020	19/01/2020	,0
8	20/01/2020	20/01/2020	,0
9	21/01/2020	21/01/2020	,0
10	22/01/2020	22/01/2020	,1

Fonte: próprio autor.

Criamos um documento (.txt) em branco, alteramos a sua extensão para (.csv). Abrimos esse arquivo e colamos os dados selecionados na imagem anterior. Por fim, salvamos esse arquivo com o nome (*dados.csv*) na pasta onde se localiza o projeto do SCILAB

Figura 31 – Arquivo final- resultado do tratamento dos dados

```

dados.csv - Bloco de...
Arquivo  Editar  Formatar  Exibir
Ajuda
DATA2,  CASOS
14/01/2020    ,1
15/01/2020    ,0
16/01/2020    ,0
17/01/2020    ,0
18/01/2020    ,0
19/01/2020    ,0
20/01/2020    ,0
21/01/2020    ,0
22/01/2020    ,1
23/01/2020    ,0
24/01/2020    ,0
25/01/2020    ,0
26/01/2020    ,1

```

Fonte: próprio autor.

Pronto está concluído o nosso arquivo com a base dos dados que serão utilizados. Nesse momento o leitor pode se perguntar se sempre terá que fazer esse tratamento dos dados a cada atualização do arquivo base ou se não teria como criar uma rotina no Scilab ou outra forma de automatizar esse processo com o intuito de evitar esse retrabalho. A resposta é sim, contudo nesse trabalho priorizamos a demonstração do tratamento dos dados utilizando um software de planilha texto devido a sua agilidade e com o propósito didático.

Isso demonstra que para um mesmo problema podemos resolvê-lo de diversas formas. No nosso caso poderíamos ter utilizado o *Power Query*, *Power BI*, *Scilab*, *Python* entre outras ferramentas.

## APÊNDICE B – SCRIPTS

---

### Script - “Principal.sci”

```

clear; clc; chdir('C:\Users\FLAMARION\Downloads\PROFMAT\TCC\Projeto');
exec('\importar.sce') //Executa o script definindo a função de importação dos dados no arquivo CSV.
exec('\Interpol_Lagrange.sce'); // Executa o script definindo a função de Interpolação de Lagrange.
exec('\grafico01.sci');exec('\grafico02.sci');exec('\grafico03.sci');
exec('\grafico04.sci');exec('\grafico05.sci');exec('\grafico06.sci');
exec('\grafico07a.sci');exec('\grafico07b.sci');exec('\grafico07c.sci');

arq=pwd()+"dados.csv"; //Diretório onde esta o arquivo CSV com os registro diários.
p=14; //Período de dias para o cálculo da Médida Móvel. Exemplo: 07 dias 14 dias.
inter=2*28; //Período de dias para o cálculo da Médida Móvel. Exemplo: 07 dias 14 dias.
[d,Y] = importar(arq,p);
X=(1:d); //Vetor contendo os dias representados de maneira ordinal.
s=floor(d/inter); // parte inteira da divisão de 'd' por 28.
PF=inter:inter:(s*inter); // Vetor contendo os Pontos interpolados.
for x0=1:1:d
    YL(x0)=interpolaLagrange(x0,X(PF),Y(PF));
end
erroR=100*abs(YL-Y)./Y; // Erro Relativo.
grafico01(X,Y,PF,p,inter); // Gráfico registro de casos e Pontos Interpolados.
grafico02(X,Y,PF,p,inter); // Gráfico registro de casos, Pontos Interpolados e retas.
grafico03(X,Y,YL,PF,p,inter); // Gráfico Polinômio interpolador - Azul
grafico04(X,Y,YL,PF,p,inter); // Gráfico Polinômio interpolador - Azul e Vermelho
grafico05(X,Y,YL,PF,p,inter); // Gráfico Polinômio interpolador - Vermelho
grafico06(erroR,X,PF,erroR); // Gráfico Erro do Polinômio Interpolador.
grafico07a(erroR,X,PF); // Gráfico Erro absoluto do Polinômio Interpolador.
grafico07b(erroR,X,PF); // Gráfico Erro absoluto do Polinômio Interpolador.
grafico07c(erroR,X,PF); // Gráfico Erro absoluto do Polinômio Interpolador.

```

**Fonte:** próprio autor.

## Script - “importar.sce”

```
function [d, MM]=importar(arq, p)
    C=csvRead(arq, ","); // Ler como matriz numérica o arquivo CSV, usando "," como marcador.
    C(1,:)=[]; // Remover cabeçalho dos dados da matriz C.
    C(:,1)=[]; // Remover a coluna 01 da matriz. Transformando-a em um vetor numérico de casos por dia.
    //d=length(C)-13; // Atribuir a "d" a quantidade de linhas do vetor dos dados.
    //d=length(C)-6; // Atribuir a "d" a quantidade de linhas do vetor dos dados.
    d=length(C)-p+1; // Atribuir a "d" a quantidade de linhas do vetor dos dados.
    for k=1:d
        MM(k)= mean(C(k:k+p-1)); // Criar vetor MM com a Média Móvel dos 7 últimos dias.
        //MM(k)= mean(C(k:k+6)); // Criar vetor MM com a Média Móvel dos 7 últimos dias.
        //MM(k)= mean(C(k:k+13)); // Criar vetor MM com a Média Móvel dos 14 últimos dias.
    end
endfunction
```

Fonte: próprio autor.

## Script - “Interpol\_Lagrange.sce”

```
// Interpolação de Lagrange - fonte: https://cn.ect.ufrn.br/index.php?r=conteudo%2Finterp-lagrange#!
function [S]=interpolLagrange(x0, xi, yi)
    if length(xi) <> length(yi) | length(x0) <> 1
        printf("A dimensão de xi deve ser igual a dimensão de yi.\nE x0 deve ser um escalar."); // Aviso ao
        usuário de condições não satisfeitas a correta execução dessa função.
        return; // Aqui o comando return interrompe o programa.
    end
    nPontos=length(xi);
    S=0;
    //somatorio
    for i=1:nPontos
        produto=1;
        //produto
        for j=1:nPontos
            if i~=j then
                produto=produto*(x0-xi(j))/(xi(i)-xi(j));
            end
        end
        S=S+produto*yi(i);
    end
endfunction
```

Fonte: <<https://cn.ect.ufrn.br/index.php?r=conteudo%2Finterp-lagrange#!>>

## Script - “grafico01.sci”

```
// Grafico-01
function grafico01(X, Y, PF, p, inter)
    plot(X,Y,'black');
    xtitle("Gráfico 01 - Registro de casos diários","Dias","Média Móvel");
    xgrid();
    plot(X(PF),Y(PF),'r. ');
    hl=legend(['Média Móvel dos registros diários (+string(p)+ d)';Nós de Interpolação (+string(inter)+
d)'],a=2);

    filename=pwd()+\grafico01'; // Sem extensão !
    xs2png(0,filename+'.png');//Exporta o gráfico em PNG.
    xs2pdf(0,filename,'p');// Exporta o gráfico com PDF
    close();
endfunction
```

**Fonte:** próprio autor.

## Script - “grafico02.sci”

```
// Grafico-02
function grafico02(X, Y, PF, p, inter)
    plot(X,Y,'black-');
    xtitle("Gráfico 02 - Registro de casos diários","Dias","Média Móvel");
    plot(X(PF),Y(PF),'b-');
    plot(X(PF),Y(PF),'r. ');
    plot(X,0,'black');
    hl=legend(['Média Móvel de casos (+string(p)+ d)';Retas ligando os Nós de Interpolação';Nós de
Interpolação (+string(inter)+ d)'],a=2);

    filename=pwd()+\grafico02'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0,filename,'p');// Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0,filename+'.png');//Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

**Fonte:** próprio autor.

## Script - “grafico03.sci”

```
// Grafico-03
function grafico03(X, Y, YL, PF, p, inter)
    plot(X,Y,'black-');
    xtitle("Gráfico 03 - Registro de casos diários","Dias","Média Móvel");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)),YL(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b-*');
    plot(X(PF),Y(PF),'r. ');
    hl=legend(['Média Móvel de casos ('+string(p)+' d)';'Polinômio Interpolador';'Nós de Interpolação
('+string(inter)+' d)'],a=2);

    filename=pwd()+'\grafico03'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0,filename,'p'); // Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0,filename+'.png'); // Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

**Fonte:** próprio autor.

## Script - “grafico04.sci”

```
// Grafico-04
function grafico04(X, Y, YL, PF, p, inter)
    plot(X,Y,'k-*');
    xtitle("Gráfico 04 - Registro de casos diários","Dias","Média Móvel");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)),YL(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b*');
    plot([X(PF(1):PF(2));X(PF(length(PF)-1):PF(length(PF)))],[YL(PF(1):PF(2));YL(PF(length(PF)-
1):PF(length(PF)))], 'm*');
    plot(X(PF),Y(PF),'ks');
    plot(X,0,'k');
    hl=legend(['Média Móvel de casos ('+string(p)+' d)';'Polinômio Interpolador';'Polinômio Interpolador
extremos';'Nós de Interpolação ('+string(inter)+' d)'],a=2);

    filename=pwd()+'\grafico04'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0,filename,'p'); // Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0,filename+'.png'); // Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

**Fonte:** próprio autor.

## Script - “grafico05.sci”

```
// Grafico-05
function grafico05(X, Y, YL, PF, p, inter)
    k=2*p;
    plot(X,Y,'k-*');
    xtitle("Gráfico 05 - Registro de casos diários","Dias","Média Móvel");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)),YL(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b*');
    plot([X(PF(1):PF(2));X(PF(length(PF)-1):PF(length(PF)))],[YL(PF(1):PF(2));YL(PF(length(PF)-1):PF(length(PF)))], 'm*');
    plot([X(PF(1)-k:PF(1));X(PF(length(PF)):PF(length(PF))+k)], [YL(PF(1)-k:PF(1));YL(PF(length(PF)):PF(length(PF))+k)], 'r*');
    plot(X(PF),Y(PF),'blacks');
    plot(X,0,'black');
    hl=legend(['Média Móvel de casos ('+string(p)+' d)';'Polinômio Interpolador';'Polinômio Interpolador extremos';
    'Pontos Extrapolados';'Nós de Interpolação ('+string(inter)+' d)'],a=2);

    filename=pwd()+'\grafico05'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0,filename,'p');// Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0,filename+'.png');//Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

Fonte: próprio autor.

## Script - “grafico06.sci”

```
// Grafico-06
function grafico06(erroR, X, PF, erroR)
    xtitle("Gráfico 06 - Erro Relativo","Dias","Percentual");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)),erroR(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b-*');
    plot(X(PF),erroR(PF),'ks');
    hl=legend(['Erro relativo na parte interna da interpolação(%)'],a=2);
    plot(X,25,'g');
    plot(X,50,'r');

    Merro1=mean(erroR(PF(2):PF(length(PF)-1))) // Média dos erros relativos no intervalos internos.

    filename=pwd()+'\grafico06'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0,filename,'p');// Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0,filename+'.png');//Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

Fonte: próprio autor.

## Script - “grafico07a.sci”

```
// Grafico-07-a
function grafico07a(erroR, X, PF)
    xtitle("Gráfico 07a - Erro Relativo", "Dias", "Percentual");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)), erroR(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b-*');
    plot([X(PF(1):PF(2)), X(PF(length(PF)-1):PF(length(PF)))], [erroR(PF(1):PF(2)), erroR(PF(length(PF)-1):PF(length(PF)))], 'm-*');
    plot(X(PF), erroR(PF), 'ks');
    hl=legend(['Erro relativo na parte interna da interpolação(%)'; 'Erro relativo nos extremos da interpolação(%)'], a=2);

    Merro2=mean(erroR(PF(1):PF(length(PF)))) // Média dos erros relativos no intervalos da interpolação.

    filename=pwd()+\grafico07-a'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0, filename, 'p'); // Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0, filename+'.png'); //Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

Fonte: próprio autor.

## Script - “grafico07b.sci”

```
// Grafico-07-b
function grafico07b(erroR, X, PF)
    xtitle("Gráfico 07b - Erro Relativo", "Dias", "Percentual");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)), erroR(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b-*');
    plot(X(PF(length(PF)-1):(PF(length(PF))), erroR(PF(length(PF)-1):PF(length(PF))), 'm-*');
    plot(X(PF), erroR(PF), 'ks');
    hl=legend(['Erro relativo na parte interna da interpolação(%)'; 'Erro relativo na parte extrema da interpolação à direita(%)'], a=2);
    plot(X, 25, 'g');
    plot(X, 50, 'r');

    Merro3=mean(erroR(PF(2):PF(length(PF)))) // Média dos erros relativos.

    filename=pwd()+\grafico07-b'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0, filename, 'p'); // Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0, filename+'.png'); //Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

Fonte: próprio autor.

## Script - “grafico07c.sci”

```
// Grafico-07-c
function grafico07c(erroR, X, PF)
    xtitle("Gráfico 07c - Erro Relativo", "Dias", "Percentual");
    plot(X(PF(2):PF(length(PF)-1)), erroR(PF(2):PF(length(PF)-1)), 'b-*');
    plot(X(PF(length(PF)-1):(PF(length(PF)))), erroR(PF(length(PF)-1):PF(length(PF))), 'm-*');
    plot(X(PF(length(PF)):(X(length(X))), erroR(PF(length(PF)):X(length(X))), 'r-*');
    plot(X(PF), erroR(PF), 'ks');
    hl=legend(['Erro relativo na parte interna da interpolação(%)'; 'Erro relativo na parte extrema da
interpolação à direita(%)';
'Erro relativo na extrapolação à direita(%)'], a=2);
    plot(X, 25, 'g');
    plot(X, 50, 'r');

    Merro4=mean(erroR(PF(2):X(length(X))))

    filename=pwd()+'\grafico07-c'; // Sem extensão !
    xs2pdf(0, filename, 'p'); // Exporta o gráfico com PDF
    xs2png(0, filename+'.png'); // Exporta o gráfico em PNG.
    close();
endfunction
```

**Fonte:** próprio autor.

## APÊNDICE C - TABELA DE DADOS E RESULTADOS

Tabela 5 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
1	14/01/2020	1	-	-	-	-
2	15/01/2020	0	-	-	-	-
3	16/01/2020	0	-	-	-	-
4	17/01/2020	0	-	-	-	-
5	18/01/2020	0	-	-	-	-
6	19/01/2020	0	-	-	-	-
7	20/01/2020	0	-	-	-	-
8	21/01/2020	0	-	-	-	-
9	22/01/2020	1	-	-	-	-
10	23/01/2020	0	-	-	-	-
11	24/01/2020	0	-	-	-	-
12	25/01/2020	0	-	-	-	-
13	26/01/2020	1	-	-	-	-
14	27/01/2020	0	0,214	1	603,929	281.733,42%
15	28/01/2020	0	0,143	2	578,334	404.733,99%
16	29/01/2020	0	0,143	3	553,554	387.387,81%
17	30/01/2020	1	0,214	4	529,569	247.032,04%
18	31/01/2020	0	0,214	5	506,359	236.200,97%
19	01/02/2020	0	0,214	6	483,907	225.723,28%
20	02/02/2020	0	0,214	7	462,194	215.590,43%
21	03/02/2020	0	0,214	8	441,201	205.794,01%
22	04/02/2020	0	0,214	9	420,912	196.325,77%
23	05/02/2020	0	0,143	10	401,309	280.816,43%
24	06/02/2020	1	0,214	11	382,375	178.341,60%
25	07/02/2020	0	0,214	12	364,093	169.809,90%
26	08/02/2020	0	0,214	13	346,446	161.574,87%
27	09/02/2020	0	0,143	14	329,419	230.493,44%
28	10/02/2020	0	0,143	15	312,996	218.997,20%
29	11/02/2020	0	0,143	16	297,161	207.912,71%
30	12/02/2020	0	0,143	17	281,899	197.229,31%
31	13/02/2020	0	0,071	18	267,195	373.973,03%
32	14/02/2020	0	0,071	19	253,034	354.148,15%
33	15/02/2020	0	0,071	20	239,403	335.063,82%
34	16/02/2020	0	0,071	21	226,286	316.700,28%
35	17/02/2020	0	0,071	22	213,670	299.038,14%
36	18/02/2020	0	0,071	23	201,542	282.058,42%
37	19/02/2020	0	0,071	24	189,887	265.742,47%
38	20/02/2020	0	0,000	25	178,694	Inf
39	21/02/2020	0	0,000	26	167,949	Inf
40	22/02/2020	0	0,000	27	157,640	Inf

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
41	23/02/2020	0	0,000	28	147,755	Inf
42	24/02/2020	0	0,000	29	138,280	Inf
43	25/02/2020	0	0,000	30	129,206	Inf
44	26/02/2020	1	0,071	31	120,519	168.626,99%
45	27/02/2020	0	0,071	32	112,210	156.993,33%
46	28/02/2020	0	0,071	33	104,265	145.871,61%
47	29/02/2020	0	0,071	34	96,676	135.246,64%
48	01/03/2020	0	0,071	35	89,431	125.103,55%
49	02/03/2020	0	0,071	36	82,520	115.427,76%
50	03/03/2020	0	0,071	37	75,932	106.205,02%
51	04/03/2020	0	0,071	38	69,658	97.421,38%
52	05/03/2020	0	0,071	39	63,688	89.063,19%
53	06/03/2020	1	0,143	40	58,012	40.508,54%
54	07/03/2020	0	0,143	41	52,621	36.734,99%
55	08/03/2020	0	0,143	42	47,507	33.154,57%
56	09/03/2020	0	0,143	43	42,659	29.761,01%
57	10/03/2020	0	0,143	44	38,069	26.548,21%
58	11/03/2020	0	0,071	45	33,729	47.120,38%
59	12/03/2020	0	0,071	46	29,630	41.382,23%
60	13/03/2020	0	0,071	47	25,765	35.970,56%
61	14/03/2020	0	0,071	48	22,124	30.874,22%
62	15/03/2020	0	0,071	49	18,702	26.082,31%
63	16/03/2020	1	0,143	50	15,489	10.742,09%
64	17/03/2020	1	0,214	51	12,478	5.723,15%
65	18/03/2020	0	0,214	52	9,663	4.409,33%
66	19/03/2020	0	0,214	53	7,036	3.183,28%
67	20/03/2020	0	0,143	54	4,590	3.112,69%
68	21/03/2020	1	0,214	55	2,318	981,73%
69	22/03/2020	0	0,214	56	0,214	0,00%
70	23/03/2020	0	0,214	57	-1,728	906,37%
71	24/03/2020	0	0,214	58	-3,515	1.740,31%
72	25/03/2020	1	0,286	59	-5,153	1.903,49%
73	26/03/2020	0	0,286	60	-6,648	2.426,64%
74	27/03/2020	0	0,286	61	-8,005	2.901,71%
75	28/03/2020	0	0,286	62	-9,230	3.330,66%
76	29/03/2020	2	0,429	63	-10,330	2.510,29%
77	30/03/2020	0	0,357	64	-11,308	3.266,32%
78	31/03/2020	2	0,429	65	-12,171	2.939,92%
79	01/04/2020	0	0,429	66	-12,923	3.115,43%
80	02/04/2020	1	0,500	67	-13,570	2.813,96%
81	03/04/2020	0	0,500	68	-14,115	2.923,10%
82	04/04/2020	0	0,429	69	-14,565	3.498,50%
83	05/04/2020	0	0,429	70	-14,923	3.582,00%
84	06/04/2020	1	0,500	71	-15,194	3.138,70%
85	07/04/2020	1	0,571	72	-15,381	2.791,72%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
86	08/04/2020	2	0,643	73	-15,490	2.509,59%
87	09/04/2020	1	0,714	74	-15,524	2.273,42%
88	10/04/2020	0	0,714	75	-15,488	2.268,31%
89	11/04/2020	1	0,786	76	-15,384	2.058,02%
90	12/04/2020	2	0,786	77	-15,218	2.036,80%
91	13/04/2020	0	0,786	78	-14,991	2.007,99%
92	14/04/2020	0	0,643	79	-14,709	2.388,03%
93	15/04/2020	0	0,643	80	-14,373	2.335,85%
94	16/04/2020	1	0,643	81	-13,988	2.275,98%
95	17/04/2020	1	0,714	82	-13,557	1.998,00%
96	18/04/2020	0	0,714	83	-13,083	1.931,55%
97	19/04/2020	2	0,857	84	-12,568	1.566,22%
98	20/04/2020	2	0,929	85	-12,015	1.393,94%
99	21/04/2020	0	0,857	86	-11,428	1.433,27%
100	22/04/2020	5	1,071	87	-10,809	1.108,83%
101	23/04/2020	10	1,714	88	-10,160	692,69%
102	24/04/2020	1	1,786	89	-9,485	631,15%
103	25/04/2020	1	1,786	90	-8,785	591,95%
104	26/04/2020	1	1,714	91	-8,063	570,32%
105	27/04/2020	6	2,143	92	-7,321	441,62%
106	28/04/2020	5	2,500	93	-6,561	362,42%
107	29/04/2020	2	2,643	94	-5,785	318,89%
108	30/04/2020	4	2,857	95	-4,996	274,85%
109	01/05/2020	3	3,000	96	-4,195	239,82%
110	02/05/2020	3	3,214	97	-3,383	205,26%
111	03/05/2020	6	3,500	98	-2,564	173,27%
112	04/05/2020	5	3,714	99	-1,739	146,81%
113	05/05/2020	0	3,714	100	-0,908	124,45%
114	06/05/2020	6	3,786	101	-0,074	101,97%
115	07/05/2020	9	3,714	102	0,761	79,51%
116	08/05/2020	5	4,000	103	1,597	60,08%
117	09/05/2020	6	4,357	104	2,432	44,19%
118	10/05/2020	14	5,286	105	3,264	38,25%
119	11/05/2020	14	5,857	106	4,093	30,12%
120	12/05/2020	11	6,286	107	4,917	21,77%
121	13/05/2020	15	7,214	108	5,735	20,50%
122	14/05/2020	15	8,000	109	6,547	18,17%
123	15/05/2020	4	8,071	110	7,350	8,94%
124	16/05/2020	2	8,000	111	8,144	1,80%
125	17/05/2020	19	8,929	112	8,929	0,00%
126	18/05/2020	16	9,714	113	9,702	0,12%
127	19/05/2020	22	11,286	114	10,465	7,28%
128	20/05/2020	19	12,214	115	11,215	8,19%
129	21/05/2020	15	12,643	116	11,951	5,47%
130	22/05/2020	6	12,714	117	12,675	0,31%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
131	23/05/2020	2	12,429	118	13,384	7,69%
132	24/05/2020	10	12,143	119	14,078	15,94%
133	25/05/2020	21	12,643	120	14,757	16,72%
134	26/05/2020	17	13,071	121	15,420	17,97%
135	27/05/2020	16	13,143	122	16,066	22,24%
136	28/05/2020	12	12,929	123	16,696	29,14%
137	29/05/2020	13	13,571	124	17,309	27,54%
138	30/05/2020	8	14,000	125	17,904	27,89%
139	31/05/2020	14	13,643	126	18,481	35,47%
140	01/06/2020	19	13,857	127	19,041	37,41%
141	02/06/2020	12	13,143	128	19,582	48,99%
142	03/06/2020	15	12,857	129	20,104	56,36%
143	04/06/2020	12	12,643	130	20,608	63,00%
144	05/06/2020	15	13,286	131	21,093	58,76%
145	06/06/2020	6	13,571	132	21,559	58,85%
146	07/06/2020	12	13,714	133	22,005	60,46%
147	08/06/2020	16	13,357	134	22,433	67,95%
148	09/06/2020	29	14,214	135	22,842	60,69%
149	10/06/2020	42	16,071	136	23,231	44,55%
150	11/06/2020	21	16,714	137	23,601	41,20%
151	12/06/2020	27	17,714	138	23,952	35,21%
152	13/06/2020	26	19,000	139	24,284	27,81%
153	14/06/2020	28	20,000	140	24,597	22,98%
154	15/06/2020	38	21,357	141	24,890	16,54%
155	16/06/2020	55	24,429	142	25,165	3,02%
156	17/06/2020	29	25,429	143	25,422	0,03%
157	18/06/2020	24	26,286	144	25,659	2,38%
158	19/06/2020	20	26,643	145	25,879	2,87%
159	20/06/2020	12	27,071	146	26,080	3,66%
160	21/06/2020	22	27,786	147	26,263	5,48%
161	22/06/2020	21	28,143	148	26,428	6,09%
162	23/06/2020	24	27,786	149	26,576	4,35%
163	24/06/2020	24	26,500	150	26,707	0,78%
164	25/06/2020	24	26,714	151	26,820	0,40%
165	26/06/2020	12	25,643	152	26,917	4,97%
166	27/06/2020	17	25,000	153	26,997	7,99%
167	28/06/2020	39	25,786	154	27,061	4,94%
168	29/06/2020	40	25,929	155	27,108	4,55%
169	30/06/2020	25	23,786	156	27,141	14,10%
170	01/07/2020	28	23,714	157	27,158	14,52%
171	02/07/2020	8	22,571	158	27,159	20,33%
172	03/07/2020	14	22,143	159	27,147	22,60%
173	04/07/2020	13	22,214	160	27,120	22,08%
174	05/07/2020	31	22,857	161	27,078	18,47%
175	06/07/2020	36	23,929	162	27,024	12,93%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
176	07/07/2020	32	24,500	163	26,956	10,02%
177	08/07/2020	73	28,000	164	26,875	4,02%
178	09/07/2020	17	27,500	165	26,781	2,61%
179	10/07/2020	19	28,000	166	26,675	4,73%
180	11/07/2020	13	27,714	167	26,558	4,17%
181	12/07/2020	21	26,429	168	26,429	0,00%
182	13/07/2020	30	25,714	169	26,288	2,23%
183	14/07/2020	19	25,286	170	26,138	3,37%
184	15/07/2020	15	24,357	171	25,976	6,65%
185	16/07/2020	22	25,357	172	25,805	1,77%
186	17/07/2020	10	25,071	173	25,625	2,21%
187	18/07/2020	21	25,643	174	25,435	0,81%
188	19/07/2020	22	25,000	175	25,236	0,94%
189	20/07/2020	21	23,929	176	25,029	4,60%
190	21/07/2020	26	23,500	177	24,814	5,59%
191	22/07/2020	16	19,429	178	24,591	26,57%
192	23/07/2020	18	19,500	179	24,361	24,93%
193	24/07/2020	5	18,500	180	24,124	30,40%
194	25/07/2020	6	18,000	181	23,880	32,67%
195	26/07/2020	13	17,429	182	23,631	35,59%
196	27/07/2020	19	16,643	183	23,375	40,45%
197	28/07/2020	33	17,643	184	23,114	31,01%
198	29/07/2020	18	17,857	185	22,848	27,95%
199	30/07/2020	17	17,500	186	22,577	29,01%
200	31/07/2020	11	17,571	187	22,302	26,92%
201	01/08/2020	10	16,786	188	22,023	31,20%
202	02/08/2020	32	17,500	189	21,740	24,23%
203	03/08/2020	17	17,214	190	21,454	24,63%
204	04/08/2020	25	17,143	191	21,165	23,46%
205	05/08/2020	14	17,000	192	20,873	22,78%
206	06/08/2020	20	17,143	193	20,579	20,04%
207	07/08/2020	18	18,071	194	20,282	12,23%
208	08/08/2020	8	18,214	195	19,984	9,72%
209	09/08/2020	28	19,286	196	19,685	2,07%
210	10/08/2020	31	20,143	197	19,385	3,76%
211	11/08/2020	19	19,143	198	19,083	0,31%
212	12/08/2020	24	19,571	199	18,782	4,04%
213	13/08/2020	17	19,571	200	18,480	5,58%
214	14/08/2020	3	19,000	201	18,178	4,33%
215	15/08/2020	6	18,714	202	17,876	4,48%
216	16/08/2020	19	17,786	203	17,575	1,18%
217	17/08/2020	40	19,429	204	17,275	11,09%
218	18/08/2020	50	21,214	205	16,976	19,98%
219	19/08/2020	13	21,143	206	16,678	21,12%
220	20/08/2020	17	20,929	207	16,382	21,73%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
221	21/08/2020	5	20,000	208	16,087	19,56%
222	22/08/2020	6	19,857	209	15,795	20,46%
223	23/08/2020	18	19,143	210	15,505	19,00%
224	24/08/2020	15	18,000	211	15,217	15,46%
225	25/08/2020	11	17,429	212	14,933	14,32%
226	26/08/2020	13	16,643	213	14,651	11,97%
227	27/08/2020	26	17,286	214	14,371	16,86%
228	28/08/2020	7	17,571	215	14,096	19,78%
229	29/08/2020	11	17,929	216	13,823	22,90%
230	30/08/2020	19	17,929	217	13,555	24,40%
231	31/08/2020	14	16,071	218	13,290	17,31%
232	01/09/2020	8	13,071	219	13,028	0,33%
233	02/09/2020	11	12,929	220	12,771	1,22%
234	03/09/2020	11	12,500	221	12,518	0,15%
235	04/09/2020	4	12,429	222	12,270	1,28%
236	05/09/2020	13	12,929	223	12,025	6,99%
237	06/09/2020	2	11,786	224	11,786	0,00%
238	07/09/2020	18	12,000	225	11,551	3,74%
239	08/09/2020	19	12,571	226	11,320	9,95%
240	09/09/2020	17	12,857	227	11,095	13,71%
241	10/09/2020	10	11,714	228	10,875	7,17%
242	11/09/2020	8	11,786	229	10,659	9,56%
243	12/09/2020	5	11,357	230	10,449	8,00%
244	13/09/2020	16	11,143	231	10,244	8,07%
245	14/09/2020	21	11,643	232	10,044	13,73%
246	15/09/2020	24	12,786	233	9,849	22,97%
247	16/09/2020	13	12,929	234	9,660	25,28%
248	17/09/2020	13	13,071	235	9,476	27,50%
249	18/09/2020	8	13,357	236	9,298	30,39%
250	19/09/2020	6	12,857	237	9,125	29,03%
251	20/09/2020	15	13,786	238	8,958	35,02%
252	21/09/2020	13	13,429	239	8,796	34,50%
253	22/09/2020	12	12,929	240	8,639	33,18%
254	23/09/2020	7	12,214	241	8,489	30,50%
255	24/09/2020	7	12,000	242	8,343	30,47%
256	25/09/2020	3	11,643	243	8,204	29,54%
257	26/09/2020	3	11,500	244	8,070	29,83%
258	27/09/2020	17	11,571	245	7,941	31,37%
259	28/09/2020	8	10,643	246	7,818	26,54%
260	29/09/2020	13	9,857	247	7,700	21,88%
261	30/09/2020	9	9,571	248	7,588	20,72%
262	01/10/2020	10	9,357	249	7,482	20,04%
263	02/10/2020	1	8,857	250	7,380	16,67%
264	03/10/2020	4	8,714	251	7,285	16,41%
265	04/10/2020	6	8,071	252	7,194	10,87%

Continua

Continuação - **Tabela 4** - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
266	05/10/2020	6	7,571	253	7,109	6,11%
267	06/10/2020	5	7,071	254	7,029	0,60%
268	07/10/2020	22	8,143	255	6,954	14,60%
269	08/10/2020	16	8,786	256	6,885	21,64%
270	09/10/2020	4	8,857	257	6,820	23,00%
271	10/10/2020	4	8,929	258	6,761	24,28%
272	11/10/2020	3	7,929	259	6,706	15,42%
273	12/10/2020	3	7,571	260	6,656	12,09%
274	13/10/2020	14	7,643	261	6,612	13,49%
275	14/10/2020	9	7,643	262	6,572	14,02%
276	15/10/2020	16	8,071	263	6,536	19,02%
277	16/10/2020	5	8,357	264	6,505	22,16%
278	17/10/2020	2	8,214	265	6,479	21,12%
279	18/10/2020	14	8,786	266	6,457	26,50%
280	19/10/2020	14	9,357	267	6,440	31,18%
281	20/10/2020	8	9,571	268	6,427	32,86%
282	21/10/2020	10	8,714	269	6,418	26,35%
283	22/10/2020	8	8,143	270	6,413	21,25%
284	23/10/2020	3	8,071	271	6,412	20,56%
285	24/10/2020	0	7,786	272	6,415	17,60%
286	25/10/2020	13	8,500	273	6,422	24,45%
287	26/10/2020	14	9,286	274	6,433	30,72%
288	27/10/2020	8	8,857	275	6,447	27,21%
289	28/10/2020	6	8,643	276	6,465	25,20%
290	29/10/2020	5	7,857	277	6,487	17,44%
291	30/10/2020	1	7,571	278	6,512	14,00%
292	31/10/2020	0	7,429	279	6,540	11,96%
293	01/11/2020	2	6,571	280	6,571	0,00%
294	02/11/2020	7	6,071	281	6,606	8,81%
295	03/11/2020	13	6,429	282	6,644	3,35%
296	04/11/2020	8	6,286	283	6,685	6,35%
297	05/11/2020	3	5,929	284	6,728	13,49%
298	06/11/2020	1	5,786	285	6,775	17,10%
299	07/11/2020	0	5,786	286	6,824	17,95%
300	08/11/2020	3	5,071	287	6,876	35,58%
301	09/11/2020	6	4,500	288	6,931	54,01%
302	10/11/2020	22	5,500	289	6,988	27,05%
303	11/11/2020	20	6,500	290	7,047	8,42%
304	12/11/2020	15	7,214	291	7,109	1,46%
305	13/11/2020	1	7,214	292	7,173	0,57%
306	14/11/2020	7	7,714	293	7,240	6,15%
307	15/11/2020	10	8,286	294	7,308	11,80%
308	16/11/2020	18	9,071	295	7,379	18,65%
309	17/11/2020	30	10,286	296	7,452	27,55%
310	18/11/2020	25	11,500	297	7,527	34,55%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
311	19/11/2020	8	11,857	298	7,604	35,87%
312	20/11/2020	4	12,071	299	7,683	36,36%
313	21/11/2020	4	12,357	300	7,763	37,18%
314	22/11/2020	8	12,714	301	7,846	38,29%
315	23/11/2020	21	13,786	302	7,930	42,48%
316	24/11/2020	12	13,071	303	8,016	38,67%
317	25/11/2020	14	12,643	304	8,104	35,90%
318	26/11/2020	7	12,071	305	8,194	32,12%
319	27/11/2020	5	12,357	306	8,285	32,95%
320	28/11/2020	1	11,929	307	8,378	29,77%
321	29/11/2020	22	12,786	308	8,472	33,74%
322	30/11/2020	13	12,429	309	8,569	31,06%
323	01/12/2020	17	11,500	310	8,666	24,64%
324	02/12/2020	7	10,214	311	8,766	14,18%
325	03/12/2020	20	11,071	312	8,867	19,91%
326	04/12/2020	9	11,429	313	8,970	21,52%
327	05/12/2020	2	11,286	314	9,074	19,60%
328	06/12/2020	11	11,500	315	9,180	20,17%
329	07/12/2020	14	11,000	316	9,288	15,57%
330	08/12/2020	21	11,643	317	9,397	19,29%
331	09/12/2020	17	11,857	318	9,508	19,81%
332	10/12/2020	18	12,643	319	9,621	23,90%
333	11/12/2020	4	12,571	320	9,736	22,56%
334	12/12/2020	6	12,929	321	9,852	23,79%
335	13/12/2020	33	13,714	322	9,971	27,30%
336	14/12/2020	23	14,429	323	10,091	30,06%
337	15/12/2020	17	14,429	324	10,213	29,21%
338	16/12/2020	12	14,786	325	10,338	30,08%
339	17/12/2020	10	14,071	326	10,464	25,64%
340	18/12/2020	7	13,929	327	10,592	23,95%
341	19/12/2020	2	13,929	328	10,723	23,01%
342	20/12/2020	18	14,429	329	10,856	24,76%
343	21/12/2020	22	15,000	330	10,991	26,72%
344	22/12/2020	13	14,429	331	11,129	22,87%
345	23/12/2020	6	13,643	332	11,269	17,40%
346	24/12/2020	1	12,429	333	11,412	8,18%
347	25/12/2020	7	12,643	334	11,558	8,58%
348	26/12/2020	10	12,929	335	11,706	9,46%
349	27/12/2020	18	11,857	336	11,857	0,00%
350	28/12/2020	14	11,214	337	12,011	7,11%
351	29/12/2020	5	10,357	338	12,168	17,49%
352	30/12/2020	9	10,143	339	12,329	21,55%
353	31/12/2020	5	9,786	340	12,492	27,66%
354	01/01/2021	3	9,500	341	12,659	33,26%
355	02/01/2021	1	9,429	342	12,830	36,07%

Continua

Continuação - **Tabela 4** - Dados e resultados

<b>SEQ.</b>	<b>DATA</b>	<b>CASOS</b>	<b>MM (14d) Y</b>	<b>X</b>	<b>YL</b>	<b>ERRO</b>
356	03/01/2021	4	8,429	343	13,004	54,28%
357	04/01/2021	10	7,571	344	13,182	74,10%
358	05/01/2021	18	7,929	345	13,363	68,55%
359	06/01/2021	17	8,714	346	13,549	55,48%
360	07/01/2021	9	9,286	347	13,739	47,95%
361	08/01/2021	9	9,429	348	13,932	47,77%
362	09/01/2021	11	9,500	349	14,130	48,74%
363	10/01/2021	23	9,857	350	14,333	45,41%
364	11/01/2021	12	9,714	351	14,540	49,68%
365	12/01/2021	13	10,286	352	14,752	43,42%
366	13/01/2021	13	10,571	353	14,968	41,59%
367	14/01/2021	14	11,214	354	15,189	35,45%
368	15/01/2021	4	11,286	355	15,416	36,59%
369	16/01/2021	5	11,571	356	15,647	35,22%
370	17/01/2021	33	13,643	357	15,884	16,42%
371	18/01/2021	15	14,000	358	16,125	15,18%
372	19/01/2021	13	13,643	359	16,373	20,01%
373	20/01/2021	13	13,357	360	16,626	24,47%
374	21/01/2021	21	14,214	361	16,884	18,78%
375	22/01/2021	6	14,000	362	17,148	22,49%
376	23/01/2021	6	13,643	363	17,419	27,68%
377	24/01/2021	16	13,143	364	17,695	34,63%
378	25/01/2021	31	14,500	365	17,976	23,98%
379	26/01/2021	30	15,714	366	18,265	16,23%
380	27/01/2021	9	15,429	367	18,559	20,29%
381	28/01/2021	29	16,500	368	18,859	14,30%
382	29/01/2021	6	16,643	369	19,166	15,16%
383	30/01/2021	7	16,786	370	19,479	16,04%
384	31/01/2021	37	17,071	371	19,798	15,97%
385	01/02/2021	26	17,857	372	20,124	12,69%
386	02/02/2021	23	18,571	373	20,456	10,15%
387	03/02/2021	37	20,286	374	20,794	2,51%
388	04/02/2021	47	22,143	375	21,139	4,53%
389	05/02/2021	14	22,714	376	21,491	5,39%
390	06/02/2021	7	22,786	377	21,848	4,11%
391	07/02/2021	43	24,714	378	22,212	10,12%
392	08/02/2021	48	25,929	379	22,583	12,90%
393	09/02/2021	34	26,214	380	22,960	12,42%
394	10/02/2021	18	26,857	381	23,343	13,09%
395	11/02/2021	16	25,929	382	23,732	8,47%
396	12/02/2021	19	26,857	383	24,127	10,17%
397	13/02/2021	16	27,500	384	24,528	10,81%
398	14/02/2021	57	28,929	385	24,934	13,81%
399	15/02/2021	34	29,500	386	25,347	14,08%
400	16/02/2021	24	29,571	387	25,765	12,87%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
401	17/02/2021	29	29,000	388	26,188	9,70%
402	18/02/2021	31	27,857	389	26,616	4,46%
403	19/02/2021	8	27,429	390	27,049	1,38%
404	20/02/2021	9	27,571	391	27,487	0,31%
405	21/02/2021	48	27,929	392	27,929	0,00%
406	22/02/2021	41	27,429	393	28,375	3,45%
407	23/02/2021	53	28,786	394	28,824	0,13%
408	24/02/2021	55	31,429	395	29,277	6,85%
409	25/02/2021	35	32,786	396	29,733	9,31%
410	26/02/2021	20	32,857	397	30,192	8,11%
411	27/02/2021	35	34,214	398	30,653	10,41%
412	28/02/2021	53	33,929	399	31,115	8,29%
413	01/03/2021	49	35,000	400	31,579	9,77%
414	02/03/2021	76	38,714	401	32,044	17,23%
415	03/03/2021	83	42,571	402	32,509	23,64%
416	04/03/2021	36	42,929	403	32,973	23,19%
417	05/03/2021	24	44,071	404	33,437	24,13%
418	06/03/2021	40	46,286	405	33,899	26,76%
419	07/03/2021	90	49,286	406	34,358	30,29%
420	08/03/2021	67	51,143	407	34,815	31,93%
421	09/03/2021	53	51,143	408	35,268	31,04%
422	10/03/2021	51	50,857	409	35,716	29,77%
423	11/03/2021	72	53,500	410	36,160	32,41%
424	12/03/2021	43	55,143	411	36,596	33,63%
425	13/03/2021	48	56,071	412	37,026	33,97%
426	14/03/2021	45	55,500	413	37,448	32,53%
427	15/03/2021	48	55,429	414	37,861	31,69%
428	16/03/2021	67	54,786	415	38,263	30,16%
429	17/03/2021	75	54,214	416	38,654	28,70%
430	18/03/2021	39	54,429	417	39,033	28,29%
431	19/03/2021	57	56,786	418	39,399	30,62%
432	20/03/2021	27	55,857	419	39,750	28,84%
433	21/03/2021	48	52,857	420	40,084	24,16%
434	22/03/2021	30	50,214	421	40,402	19,54%
435	23/03/2021	46	49,714	422	40,700	18,13%
436	24/03/2021	48	49,500	423	40,978	17,22%
437	25/03/2021	60	48,643	424	41,235	15,23%
438	26/03/2021	25	47,357	425	41,468	12,44%
439	27/03/2021	9	44,571	426	41,677	6,49%
440	28/03/2021	46	44,643	427	41,858	6,24%
441	29/03/2021	71	46,286	428	42,011	9,23%
442	30/03/2021	36	44,071	429	42,134	4,40%
443	31/03/2021	51	42,357	430	42,225	0,31%
444	01/04/2021	33	41,929	431	42,282	0,84%
445	02/04/2021	13	38,786	432	42,303	9,07%

Continua

Continuação - Tabela 4 - Dados e resultados

SEQ.	DATA	CASOS	MM (14d) Y	X	YL	ERRO
446	03/04/2021	7	37,357	433	42,286	13,19%
447	04/04/2021	75	39,286	434	42,228	7,49%
448	05/04/2021	64	41,714	435	42,128	0,99%
449	06/04/2021	35	40,929	436	41,983	2,58%
450	07/04/2021	51	41,143	437	41,790	1,57%
451	08/04/2021	43	39,929	438	41,548	4,06%
452	09/04/2021	29	40,214	439	41,254	2,58%
453	10/04/2021	6	40,000	440	40,904	2,26%
454	11/04/2021	60	41,000	441	40,497	1,23%
455	12/04/2021	39	38,714	442	40,030	3,40%
456	13/04/2021	34	38,571	443	39,499	2,40%
457	14/04/2021	18	36,214	444	38,901	7,42%
458	15/04/2021	32	36,143	445	38,235	5,79%
459	16/04/2021	20	36,643	446	37,495	2,33%
460	17/04/2021	36	38,714	447	36,680	5,25%
461	18/04/2021	34	35,786	448	35,786	0,00%
462	19/04/2021	27	33,143	449	34,809	5,03%
463	20/04/2021	21	32,143	450	33,745	4,99%
464	21/04/2021	40	31,357	451	32,592	3,94%
465	22/04/2021	25	30,071	452	31,345	4,24%
466	23/04/2021	21	29,500	453	30,001	1,70%
467	24/04/2021	10	29,786	454	28,555	4,13%
468	25/04/2021	30	27,643	455	27,003	2,31%
469	26/04/2021	30	27,000	456	25,342	6,14%
470	27/04/2021	38	27,286	457	23,566	13,63%
471	28/04/2021	43	29,071	458	21,672	25,45%
472	29/04/2021	21	28,286	459	19,654	30,52%
473	30/04/2021	24	28,571	460	17,509	38,72%
474	01/05/2021	15	27,071	461	15,231	43,74%
475	02/05/2021	43	27,714	462	12,815	53,76%
476	03/05/2021	18	27,071	463	10,257	62,11%
477	04/05/2021	25	27,357	464	7,550	72,40%
478	05/05/2021	19	25,857	465	4,691	81,86%
479	06/05/2021	26	25,929	466	1,673	93,55%
480	07/05/2021	20	25,857	467	-1,510	105,84%
481	08/05/2021	10	25,857	468	-4,862	118,80%
482	09/05/2021	38	26,429	469	-8,391	131,75%
483	10/05/2021	51	27,929	470	-12,101	143,33%
484	11/05/2021	29	27,286	471	-15,999	158,64%
485	12/05/2021	27	26,143	472	-20,092	176,86%
486	13/05/2021	42	27,643	473	-24,386	188,22%
487	14/05/2021	32	28,214	474	-28,888	202,39%
488	15/05/2021	31	29,357	475	-33,603	214,46%
489	16/05/2021	33	28,643	476	-38,541	234,56%

Continua

Continuação - **Tabela 4** - Dados e resultados

<b>SEQ.</b>	<b>DATA</b>	<b>CASOS</b>	<b>MM (14d) Y</b>	<b>X</b>	<b>YL</b>	<b>ERRO</b>
490	17/05/2021	33	29,714	477	-43,706	247,09%
491	18/05/2021	35	30,429	478	-49,108	261,39%
492	19/05/2021	27	31,000	479	-54,752	276,62%
493	20/05/2021	20	30,571	480	-60,647	298,38%
494	21/05/2021	23	30,786	481	-66,801	316,99%
495	22/05/2021	17	31,286	482	-73,222	334,04%
496	23/05/2021	32	30,857	483	-79,917	358,99%
497	24/05/2021	37	29,857	484	-86,896	391,04%
498	25/05/2021	34	30,214	485	-94,166	411,66%
499	26/05/2021	19	29,643	486	-101,736	443,21%
500	27/05/2021	24	28,357	487	-109,616	486,56%
501	28/05/2021	7	26,571	488	-117,814	543,39%

**Fonte:** próprio autor.