Universidade Federal de Viçosa

Dissertação de Mestrado

Cláudio Rangel Diniz

Construções Geométricas na Formação dos Profissionais para a Indústria Metalmecânica

FLORESTAL – MINAS GERAIS
2021

CLÁUDIO RANGEL DINIZ

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NA FORMAÇÃO DOS PROFISSIONAIS PARA A INDÚSTRIA METALMECÂNICA

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Mehran Sabeti

FLORESTAL – MINAS GERAIS
2021

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal

T

D585c
2021

Diniz, Cláudio Rangel, 1973-

Construções geométricas na formação dos profissionais para a indústria metalmecânica / Cláudio Rangel Diniz. – Florestal, MG, 2021.

103 f.: il. (algumas color.).

Orientador: Mehran Sabeti.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, 2021.

Referências bibliográficas: f.103.

1. Construções geométricas. 2. Ensino profissionalizante. 3. Indústria metalmecânica. I. Sabeti, Mehran. II. Universidade Federal de Viçosa. Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

516

Bibliotecário(a) responsável: Maria Aparecida Alves de Oliveira 1174

CLÁUDIO RANGEL DINIZ

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NA FORMAÇÃO DOS PROFISSIONAIS PARA A INDÚSTRIA METALMECÂNICA

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 01 de outubro de 2021.

Assentimento:

Cláudio Rangel Diniz
Autor

Mehran Sabeti
Orientador

Dedicatória

Aos meus pais, Geraldo Magela Diniz e Izabel Fonseca Diniz pelo exemplo de vida e apoio incondicional durante todos os momentos difícies de minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus e a Nossa Senhora Aparecida por me dar força e me guiar durante toda essa caminhada.

À minha esposa Fernanda pelo apoio incondicional durante todo tempo.

Aos meus filhos Luiza, Sofia e João Vitor por me incentivarem quando precisei, esta vitória também é de vocês.

Aos amigos do PROFMAT pelo apoio durante a caminhada, em especial aos amigos Rômulo, Marcone, Marcelo, Paulo, Eliane, Carla, Ednéia e Fernanda pelas horas de estudo nos finais de semana.

Aos professores da UFV-Florestal pela dedicação e em especial ao meu orientador Mehran.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

DINIZ, Cláudio Rangel, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, outubro de 2021. **Construções Geométricas na Formação dos Profissionais para a Indústria Metalmecânica**. Orientador: Mehran Sabeti.

Este trabalho tem como objetivo evidenciar a aplicação das construções geométricas na formação dos Profissionais que atuam na área de mecânica. Apresentamos as construções elementares com régua e compasso e as construções de polígonos regulares inscritos no círculo que contribuem com a formação e a atuação desses profissionais. Fizemos uma análise do currículo do ensino básico e do ensino profissionalizante e na sequência apresentamos um material com situações problemas, envolvendo aplicações práticas, que podem contribuir de forma significativa para o trabalho de professores do ensino profissional e do ensino básico em sala de aula.

Palavras-chave: Construções Geométricas. Ensino profissionalizante. Indústria Metalmecânica.

Abstract

DINIZ, Cláudio Rangel, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, October, 2021. **Geometric Constructions in Professional Training for the Metal Mechanic Industry**. Adviser: Mehran Sabeti.

This work aims to highlight the application of geometric constructions in the training of professionals working in the field of mechanics. We present the elementary constructions with ruler and compass and the constructions of regular polygons inscribed in the circle that contribute to the Training and performance of these professionals. We analyzed the curriculum of basic education and vocational education and then presented material with problem situations, involving practical applications, which can significantly contribute to the work of teachers of vocational education and basic education in the classroom.

Keywords: Geometric constructions. Vocational education. Metalworking Industry.

Lista de Símbolos

Símbolos e notações utilizadas neste trabalho:

α: Letra grega Alfa

θ: Letra grega Teta

λ: Letra grega Lambda

ϕ: Letra grega Fi

$\overline{AB}$: Segmento de reta com extremidades nos pontos A e B

$\overrightarrow{PX}$: Semirreta de orígem no ponto P passando pelo ponto X

$\overleftrightarrow{CD}$: Reta que passa pelos pontos C e D

$\widehat{ABC}$: Ângulo com vértice no ponto B cujos lados são as semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$

$\overline{PC} \parallel \overline{AB}$: O segmento de reta $\overline{PC}$ é paralelo ao segmento de reta $\overline{AB}$

$\overline{OD} \equiv \overline{JE}$: Segmento de reta $\overline{OD}$ é congruente ao segmento de reta $\overline{JE}$

$\widehat{AC}$: Arco de circunferência com extremidades nos pontos A e C

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

BNCC: Base Nacional Comum Curricular

LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação

CBO: Classificação Brasileira de Ocupações

CNCT: Catálogo Nacional de Cursos Técnicos

CAD: Computer Aided Design

Lista de Figuras

Sumário

1 Introdução

As mudanças impostas ao longo dos séculos pelas forças produtivas provocaram muitas alterações nas formas de produção, definindo novas formas de organização do trabalho e novos padrões de comportamento humano. Essas alterações impactaram diretamente na escola e determinaram novas exigências à qualificação dos trabalhadores uma vez que para o sucesso profissional competências contemporâneas como capacidade de solucionar problemas e pensamento crítico são exigidas dos profissionais.

A necessidade de se qualificar, para manter o emprego e a renda, torna-se uma prática quase obrigatória entre os trabalhadores e entre aqueles que desejam ingressar no mercado, por isso a necessidade de que cada vez mais a escola se aproxime do mundo do trabalho. A indústria Metalmecânica é composta por várias empresas do setor produtivo e os profissionais que atuam nesta área necessitam, além de conhecimentos específicos de mecânica, dos conhecimentos matemáticos para exercerem suas profissões.

Dentre os conhecimentos matemáticos necessários ao exercício das atividades da área de mecânica, trabalharemos com as construções geométricas empregadas de uma forma em geral na formação desses profissionais, nos cursos de aprendizagem industrial. A elaboração de desenhos geométricos exige do aluno conhecimentos elementares de Geometria, que o levará a desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo e a sua criatividade. Neste sentido, propomos responder a seguinte questão: **Como podemos solucionar problemas práticos dentro da área de mecânica aplicando às construções geométricas?**

Explorar situações problemas de modo a aproximar a escola do mundo do trabalho, durante o processo de ensino-aprendizagem, nos cursos de formação profissional, é muito importante para despertar o interesse e dar sentido prático para os conhecimentos estudados em sala. Neste trabalho, apresentamos, além das construções elementares, a elaboração de situações problemas na área de mecânica, envolvendo construções geométricas que podem ser exploradas por docentes e estudantes durante o processo de ensino-aprendizagem.

Esta dissertação estrutura-se em sete capítulos, no capítulo 2, será apresentado um contexto histórico da geometria, as construções geométricas elementares e suas justificativas. Essas construções servirão de base para as atividades práticas e suas aplicações em sala de aula.

No capítulo 3, serão apresentadas as construções de polígonos regulares inscritos na circunferência bem como suas justificativas.

No capítulo 4, será apresentado o histórico dos metais e os principais processos de fabricação utilizados pela indústria metalmecânica, que são responsáveis por transformar uma matéria prima em um produto acabado.

No capítulo 5, desenvolveremos uma análise da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) referente às habilidades de construções geométricas ministradas no ensino fundamental, à fundamentação da educação profissional e tecnológica no Brasil de acordo com a LDB e os fundamentos técnicos e científicos que justificam o emprego das construções geométricas no ensino profissional.

No capítulo 6, apresentaremos o material utilizado nas aulas sobre construções geométricas aplicadas em uma turma do ensino profissionalizante, elaboradas a partir dos estudos desenvolvidos nos capítulos 2, 3 e 5.

Finalmente no capítulo 7, se encontram as considerações finais desse trabalho.

2

Construções geométricas elementares

Neste capítulo, serão apresentadas as construções geométricas e suas justificativas que serviram de base para a elaboração do material ministrado em sala de aula.

As justificativas das construções geométricas tem como base os teoremas da geometria plana que não serão demonstrados neste trabalho, mas podem ser encontradas em [12] e [13].

As imagens das construções geométricas que serão apresentadas nesse trabalho, foram construídas no programa GeoGebra [9]. Para que as mesmas ficasssem mais limpas e de fácil entendimento, realizamos em alguns casos um traçado de apenas uma parte da circunferência (arco), mantendo as intersecções no lugar correto.

Durante o trabalho, usamos a notação $\overline{AB}$ para denotar tanto o segmento de reta quanto a medida de um segmento, o contexto deixará claro e não causará confusão para o leitor.

2.1 Um pouco da história da Geometria

O termo "geometria" deriva do grego *geometrein* , que significa medição da terra (geo=terra, metrein=medição) em grego antigo: $\gamma\ \varepsilon\ \omega\ \mu\ \varepsilon\ \tau\ \rho\ \iota\ \alpha$. De acordo com Roque (2019) [14], os escritos do historiador grego Heródoto (Século V a.E.C), a geometria surgiu às bordas do rio Nilo, devido às enchentes e a necessidade de medir a área das terras a serem redistribuídas entre aqueles que haviam sofrido prejuízos. Segundo Heródoto, o imposto pago no Egito era diretamente proporcional à área do terreno e, como as cheias do rio Nilo muitas vezes faziam desaparecer parte das terras dos agricultores, então os cobradores de impostos tinham que recalcular a área dos terrenos para ajustar o valor dos impostos.

A geometria é um assunto milenar e era praticada pelos babilônios e egípcios através do cálculo de áreas e volumes, entretanto para estes povos precursores, a geometria não era estruturada e organizada com padrões lógicos como temos hoje. Era baseada em cálculos e medidas através de regras sob formas de receitas para que os problemas fossem resolvidos. De acordo com Roque [14] " A geometria dos babilônios e egípcios era essencialmente uma geometria métrica, isto é, preocupada em calcular comprimentos, áreas e volumes" (Roque,2012, p.45).

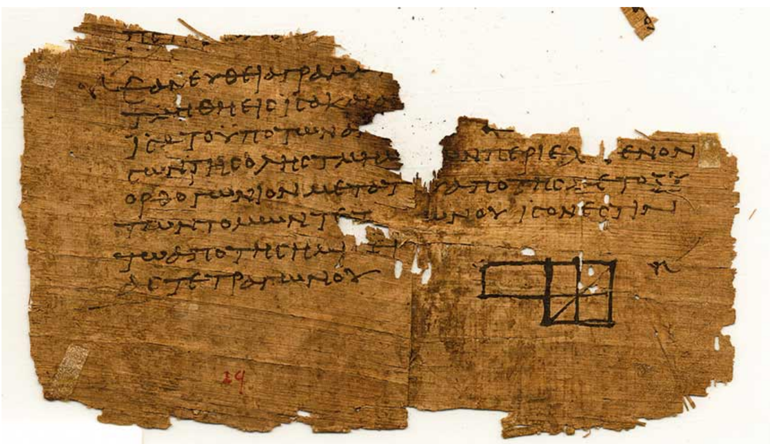
Segundo historiadores da época, Tales de Mileto (624-548 a.E.C aproximadamente) foi saudado como o primeiro matemático verdadeiro da época, a ele é atribuído as primeiras demonstrações da geometria, contudo não há documentos antigos que comprovem tal feito.

Por volta de 375 a.E.C, Platão começa a questionar os métodos utilizados pelos matemáticos da época, uma de suas indignações é o uso de aparatos mecânicos dentro da geometria. Platão pode ser o responsável pela restrição de se utilizar régua e compasso nas construções geométricas, a razão provavelmente não foi pela simplicidade destes instrumentos, mas pela filosofia platônica que considerava a reta e o círculo figuras com papel privilegiadas em relação às demais figuras geométricas.

A necessidade de demonstração surge com os gregos a partir do momento mais importante da história da geometria, foram os gregos que deram um molde dedutivo a Matemática. Todas as teorias matemáticas que se prezam tem esta estrutura, ou seja, a partir de conceitos primitivos chamados de axiomas ou postulados, são demonstradas todas as outras proposições que chamamos de teoremas.

No Século III a.E.C, Euclides, um mestre matemático da escola platônica, considerado como o pai da geometria, adota o método axiomático dedutivo em sua obra "Os Elementos" (Figura 2.1), uma das mais conhecidas no mundo. Ela representa uma síntese dos conhecimentos matemáticos imprescindíveis de quase dois mil anos elaborados por muitos cérebros de uma forma empírica.

Figura 2.1: Fragmento dos Elementos de Euclides



Fonte:<https://nationalgeographic.sapo.pt/historia/grandes-reportagens/1191-ed-especial-euclides-mar2017>

O livro "Os Elementos" é composto por treze livros onde os seis primeiros tratam da geometria plana. Nota-se que nestes livros as construções geométricas com régua (sem graduação) e compasso estão presentes nas demonstrações. É importante ressaltar que as construções geométricas devem obedecer alguns critérios estabelecidos por Euclides nos três primeiros postulados: (i) traçar uma reta entre dois pontos; (ii) prolongar uma reta dada em qualquer direção até onde seja necessário; (iii) traçar um círculo com qualquer centro e qualquer distância.

A importância desta obra foi tão expressiva que novas contribuições marcantes na geometria só surgiram no ano de 1600 com Rene Descartes que introduziu uma verdadeira inovação na geometria e levou a geometria analítica ao conhecimento de seus contemporâneos. Descobriu que havia uma relação estreita entre as figuras geométricas e certos cálculos numéricos. No livro *La géométrie* contém informações detalhadas de como resolver equações quadráticas de forma geométrica, utilizando régua e compasso.

Em se tratando da relação da matemática com a mecânica, Arquimedes (287-212 a.E.C), um dos principais matemáticos de todos os tempos, foi o pioneiro no estudo da mecânica teórica, um dos grandes inventores no mundo grego. Criou varias máquinas de guerra utilizadas para defender Siracusa dos ataques dos inimigos como as catapultas, o raio de calor e a garra de Arquimedes. Desenvolveu o conceito da alavanca e do sistema de roldanas, teve outras criações como o parafuso de Arquimedes utilizado para transportar líquidos ou grãos de pontos mais baixos para pontos mais altos. O trabalho de Arquimedes determinou uma intensa relação entre a matemática e a mecânica influenciando na evolução da Matemática e da Física.

2.2 Instrumentos utilizados

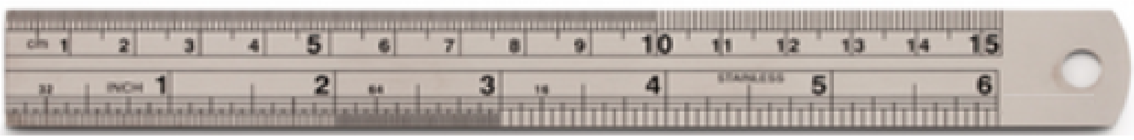
Os instrumentos permitidos nas construções geométricas são apenas a régua e o compasso. O grande responsável pela restrição nas construções geométricas gregas pode ter sido Platão, de acordo com Boyer [1],

> A razão desta limitação provavelmente não foi pela simplicidade dos instrumentos usados na construção de retas e círculos, mas antes a simetria das configurações. Qualquer dos infinitos diâmetros de um círculo é um eixo de simetria da figura; Qualquer ponto de uma reta pode ser considerado um centro de simetria, assim como qualquer reta perpendicular a uma reta dada é uma reta em relação à qual a reta dada é simétrica. (Boyer, 1906, p.64)

A seguir veremos alguns instrumentos utilizados nas construções geométricas no ensino profissional e no fundamental.

Régua: A régua é um instrumento utilizado para traçar linhas e retas, não é um instrumento de medida como muitas pessoas pensam, nas construções geométricas, ela será utilizada somente com esta finalidade. Nas atividades práticas de mecânica são utilizadas as escalas de aço inox (Figura 2.2) com graduação em milímetro e polegada fracionária para executar a traçagem das peças.

Figura 2.2: Escala



Fonte:https://www.digimess.com.br/escalas-de-aco-inoxidavel-graduadas

Compasso: O compasso é um instrumento utilizado para traçar circunferências e arcos de circunferência, ele pode ser utilizado também para transportar segmentos de uma posição a outra. (Figura 2.3)

Figura 2.3: Compasso

Fonte:https://www.papelariaartnova.com.br

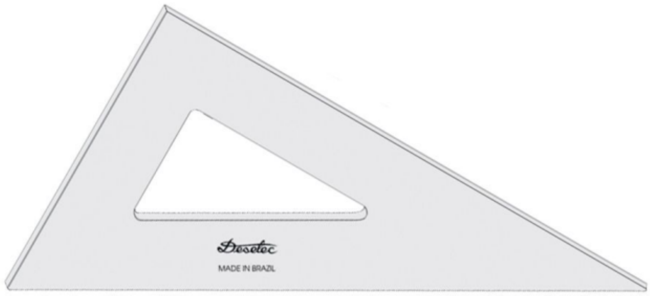
Os compassos utilizados na área de mecânica são feitos em aço especial para que possam executar a traçagem em peças metálicas. (Figura 2.4)

Figura 2.4: Compasso industrial

Fonte:https://catalogo.gedore.com.br/produtos

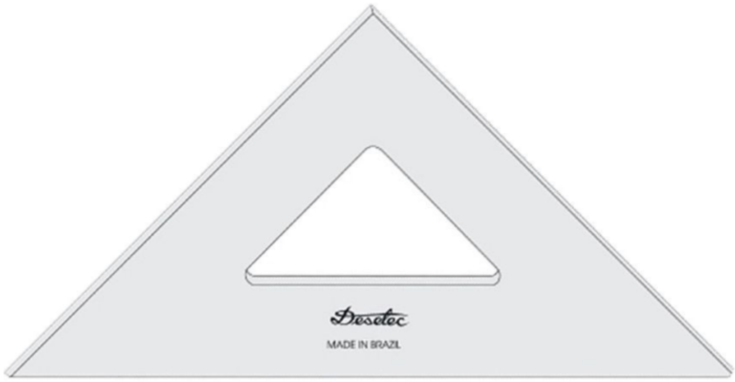
Esquadro: Os esquadros são utilizados para traçar retas perpendiculares ou paralelas. Temos dois tipos de esquadros que são utilizados, o de 60° (Figura 2.5) e o de 45° (Figura 2.6)

Figura 2.5: Esquadro 60°



Fonte: https://www.papelero.com.br/

Figura 2.6: esquadro 45°



Fonte: https://www.papelero.com.br/

Os esquadros utilizados na mecânica (Figura 2.7) são fabricados em aço e tem uma base de apoio para facilitar o posicionamento do mesmo e a traçagem.

Figura 2.7: Esquadro Industrial

Fonte: https://www.starrett.com.br/

2.3 Construções Geométricas

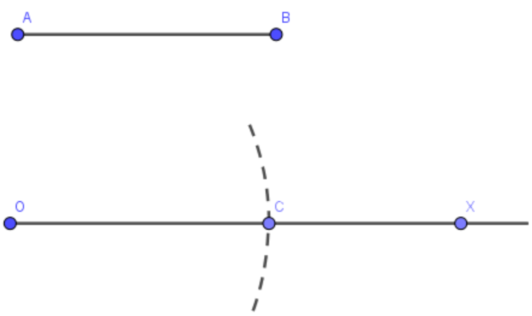
O objetivo das construções geométricas eram resolver problemas práticos e teóricos com o uso de régua e compasso, apresentaremos algumas construções geométricas e suas justificativas que contribuem para a formação dos profissionais que atuam na área de mecânica, pois as mesmas auxiliam na elaboração de desenhos técnicos e contribuem para solucionar problemas práticos no dia a dia das profissões.

2.3.1 Transporte de segmento de reta

Transportar um segmento de reta significa construir um segmento congruente a um segmento dado.

Exemplo: Transportar o segmento de reta $\overline{AB}$ a partir da semirreta $\overrightarrow{OX}$. (Figura 2.8)

Figura 2.8: Transporte de segmento



Fonte: Elaborada pelo autor.

Descrição dos passos:

1. Centre o compasso no ponto A e fixe a outra extremidade no ponto B;
2. Com essa abertura, centre o compasso no ponto O e trace uma circunferência de modo que esta intercepte a semirreta $\overrightarrow{OX}$ no ponto C;
3. O segmento $\overline{OC}$ é congruente a $\overline{AB}$;

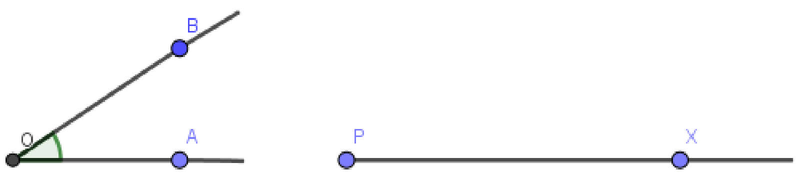
Justificativa: O procedimento é meramente intuitivo.

2.3.2 Transporte de ângulos

Transportar um ângulo consiste em construir a partir de uma semirreta um ângulo congruente ao ângulo dado.

Exemplo: Transportar o ângulo $\widehat{AOB}$ sobre a semirreta $\overrightarrow{PX}$ dada. (Figura 2.9)

Figura 2.9: Ângulo e semirreta

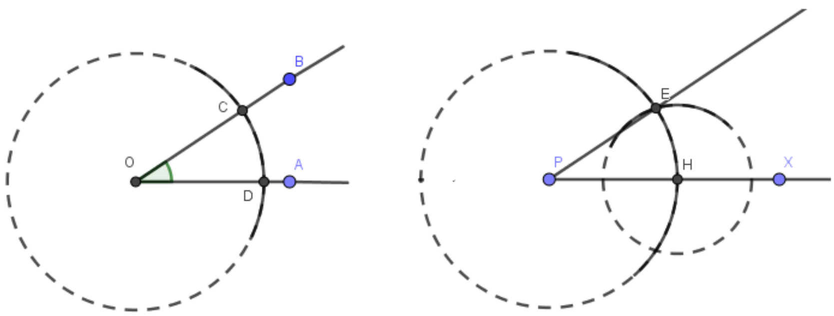


Fonte: Elaborada pelo autor.

Descrição dos passos:

1. Com o compasso centrado no ponto O e raio R arbitrário, trace uma circunferência determinando os pontos C e D sobre as semirretas do ângulo $\widehat{AOB}$(Figura 2.10);
2. Com o mesmo raio R e o compasso centrado em P, trace uma circunferência determinado o ponto H, intersecção da circunferência com a semirreta $\overrightarrow{OX}$;
3. Centre o compasso no ponto D e fixe a outra extremidade no ponto C, determinando o raio $\overline{CD}$;
4. Com o raio $\overline{CD}$, centre o compasso no ponto H e trace uma circunferência marcando o o ponto E, intersecção das circunferências de centro P com a de centro H;
5. O ângulo $\widehat{EPH}$ é o ângulo transportado.

Figura 2.10: Transporte de ângulo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Obs: Podemos construir dois ângulos congruentes nestas condições. No exemplo dado, transportamos apenas o ângulo no semiplano superior da semirreta $\overrightarrow{PX}$.

Justificativa: A construção acima pode ser justificada pela congruência dos triângulos OCD e PEH, pelo caso LLL.

2.3.3 Mediatriz de um segmento de reta

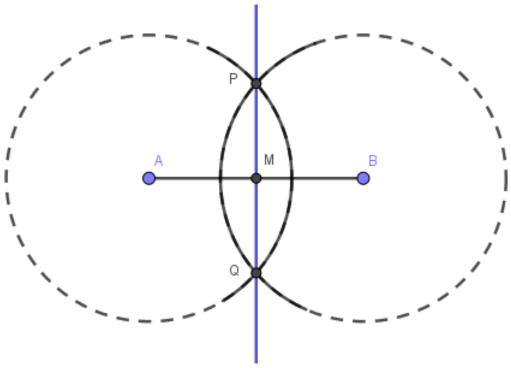
A mediatriz de um segmento $\overline{AB}$ é a reta perpendicular a $\overline{AB}$ que contém o seu ponto médio.

Exemplo: Dado o segmento $\overline{AB}$ traçar a mediatriz.

Descrição dos passos:

1. Com o compasso centrado no ponto A, trace uma circunferência com raio maior que a metade do segmento $\overline{AB}$ (Figura 2.11);
2. Com o compasso centrado no ponto B, trace outra circunferência de mesmo raio da anterior. A intersecção das duas circunferências definem os pontos P e Q;
3. A reta $\overleftrightarrow{PQ}$ é a mediatriz do segmento $\overline{AB}$;

Figura 2.11: Mediatriz de um segmento de reta



Fonte: Elaborada pelo autor.

A mediatriz de um segmento é o conjunto de todos os pontos que equidistam dos estremos do segmento.

Observações:

- A intersecção da reta $\overleftrightarrow{PQ}$ com o segmento $\overline{AB}$ determina o ponto M, médio de $\overline{AB}$;
- A reta $\overleftrightarrow{PQ}$ é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$.

Justificativa: Por construção, o quadrilátero $PAQB$ é um losango, e suas diagonais AB e PQ são perpendiculares e encontram-se nos seus pontos médios.

2.3.4 Retas perpendiculares

Duas retas são perpendiculares quando se interceptam formando um ângulo de 90° (ângulo reto).

1º **caso:**

Traçar uma reta perpendicular a uma reta r dada, por um ponto $P \in r$. (Figura 2.12)

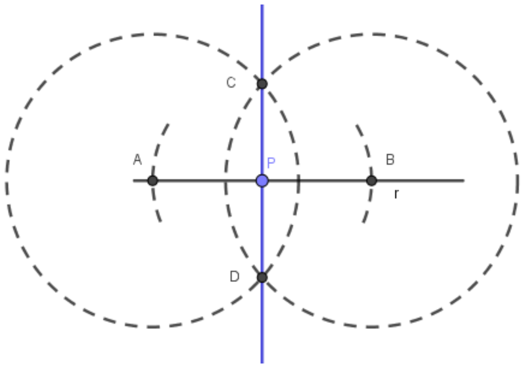
Figura 2.12: Reta r e ponto $P \in r$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Descrição dos passos:

1. Com o compasso centrado em P, trace uma circunferência de raio r arbitrário determinando os pontos A e B, intersecção da circunferência com a reta r. logo P e ponto médio do segmento $\overline{AB}$(Figura 2.13);
2. Com o compasso centrado em A e depois em B, trace duas circunferências com raio maior que o anterior. As interseções das circunferências definem os pontos C e D;
3. Trace a reta $\overleftrightarrow{CD}$ que é perpendicular a r.

Figura 2.13: Reta perpendicular



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: P é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$. A reta $\overleftrightarrow{CD}$ é a mediatriz do segmento $\overline{AB}$, portanto é perpendicular a $\overline{AB}$.

2º **caso:**

Reta perpendicular a uma reta r dada, por um ponto $P \notin r$. (Figura 2.14)

Figura 2.14: Reta r e ponto $P \notin r$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Descrição dos passos:

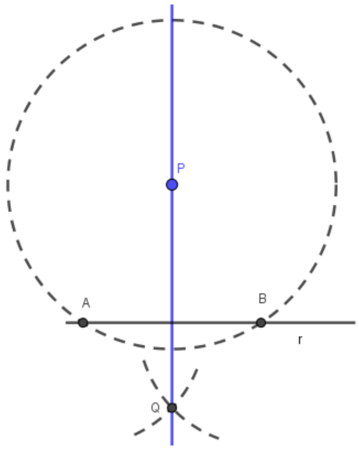
1. Com o compasso centrado no ponto P, trace uma circunferência qualquer interceptando a reta r nos pontos A e B (figura 2.15);

2. Trace duas circunferências, uma centrada no ponto A e outra no ponto B, com raio maior que a metade de $\overline{AB}$, determinando o ponto Q, intersecção das duas circunferências;

3. Trace a reta $\overleftrightarrow{PQ}$ que é perpendicular a reta r.

Justificativa: Na construção temos que $\overline{PA} = \overline{PB}$ (raio da primeira circunferência) e $\overline{QA} = \overline{QB}$ (raio dos arcos). Assim os pontos P e Q são equidistantes de A e B e pertencem a mediatriz do segmento $\overline{AB}$.

Figura 2.15: Reta perpendicular por um ponto $P \notin r$



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3.5 Retas Paralelas

Duas retas são paralelas se pertencerem ao mesmo plano e não possuem ponto de intersecção. Duas retas paralelas se equidistam em toda a sua extensão.

1º **caso:**

Traçar uma reta s paralela a uma reta r dada, conhecendo a distância d entre as duas retas.

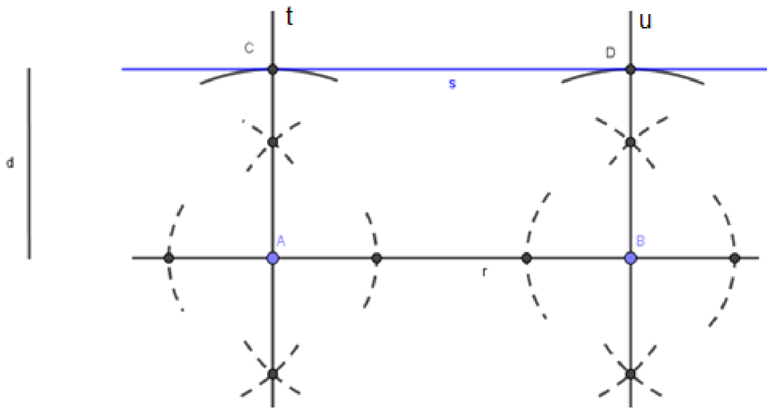
Descrição dos passos:

1. Marque na reta r dois pontos distintos A e B e trace por estes pontos as retas t e u perpendiculares a r (Figura 2.16);

2. A partir dos pontos A e B, transporte o comprimento d para as retas t e u, obtendo respectivamente os pontos C e D;

3. A reta $\overleftrightarrow{CD}$ é paralela a reta r.

Figura 2.16: Retas paralelas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: O quadrilátero ABDC é um paralelogramo, pois, tem os lados opostos paralelos e congruentes, logo a reta r e s são paralelas.

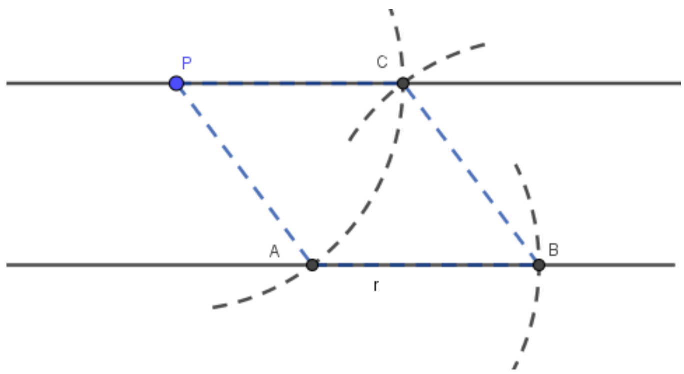
2º **caso:**

Traçar uma reta paralela a uma reta r dada, por um ponto $P \notin r$ (Figura 2.14).

Descrição dos passos:

1. Com o compasso centrado no ponto P, trace uma circunferência de raio r arbitrário de forma que intercepte a reta r em um ponto A; (Figura 2.17)
2. Com o centro no ponto A e mesmo raio r, trace outra circunferência de forma que intercepte a reta r em um ponto B;
3. Com centro em B e mesmo raio r, trace outra circunferência de forma que intercepte a primeira em um ponto C;
4. A reta $\overleftrightarrow{PC}$ é paralela a reta r dada.

Figura 2.17: Retas paralelas por um ponto $P \notin r$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: O quadrilátero $PABC$ tem os quatro lados congruentes, sendo portanto um paralelogramo, logo $\overline{PC} \parallel \overline{AB}$

2.3.6 Bissetriz de um ângulo

A bissetriz é uma semirreta interna a um ângulo, traçada a partir do seu vértice, e que o divide em dois ângulos congruentes.

1º **caso:**

Traçar a bissetriz do ângulo $\widehat{AOB}$, conhecendo o vértice.

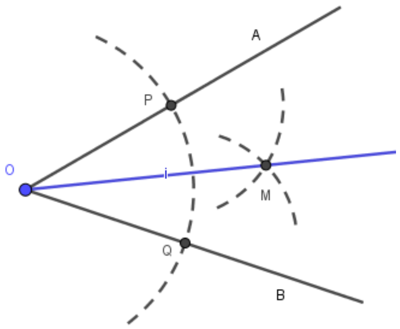
Descrição dos passos:

1. Com o compasso centrado no ponto O, trace uma circunferência de raio r_1 arbitrário de forma que intercepte a semirreta $\overrightarrow{OA}$ em um ponto P e a semirreta $\overrightarrow{OB}$ em um ponto Q.(Figura 2.18);

2. Com um raio r_2 suficientemente grande para que as duas circunferências se encontrem, trace duas circunferências, uma com centro no ponto P e outra com centro em Q e tomemos o ponto M, um dos pontos de intersecção dessas duas circunferências;

3. A semirreta OM é a bissetriz do ângulo $\widehat{AOB}$.

Figura 2.18: Bissetriz



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Os triângulos OPM e OQM são congruentes pelo caso LLL, logo $\widehat{AOM} \equiv \widehat{BOM}$.

2º **caso:**

Traçar a bissetriz do ângulo $\widehat{AOB}$, desconhecendo o vértice O.

Descrição dos passos:

1. Sejam $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ as semirretas que formam o ângulo (Figura 2.19);

2. Marque na semirreta $\overrightarrow{OA}$ um ponto C aleatório;

3. Trace por C uma reta s, paralela a semirreta $\overrightarrow{OB}$;

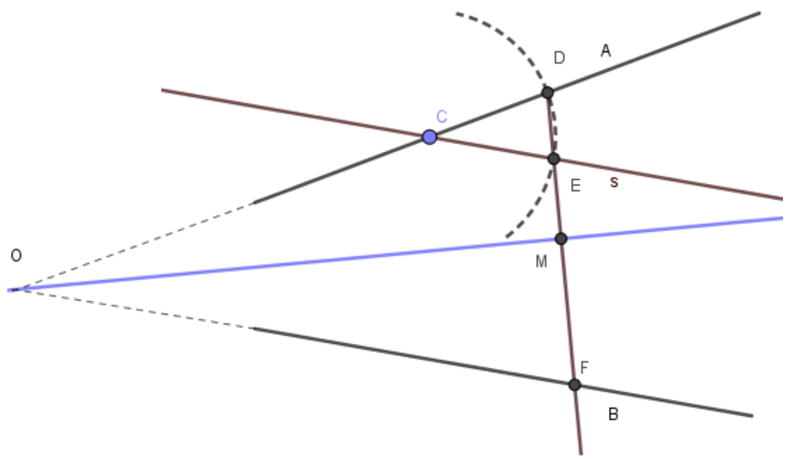
4. Com compasso centrado em C, trace uma circunferência de raio r arbitrário e marque os pontos D e E, pontos de interseção da circunferência com a semirreta $\overrightarrow{OA}$ e a reta s, respectivamente;

5. Marque o ponto F, intersecção da semirreta $\overrightarrow{DE}$ com $\overrightarrow{OB}$;

6. Trace a Mediatriz do segmento $\overline{DF}$ que representa a bissetriz do ângulo $\widehat{AOB}$;

Justificativa: O triângulo ODF é semelhante ao triangulo isósceles CDE pelo caso AA. Em um triângulo isósceles a mediatriz em relação à base e a bissetriz em relação ao ângulo oposto a base coincidem.

Figura 2.19: Bissetriz desconhecendo o vértice



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3.7 Triângulo equilátero

Triângulo equilátero é um tipo de triângulo que possui os três lados congruentes.

Construir um triângulo equilátero conhecendo a medida de seu lado L .

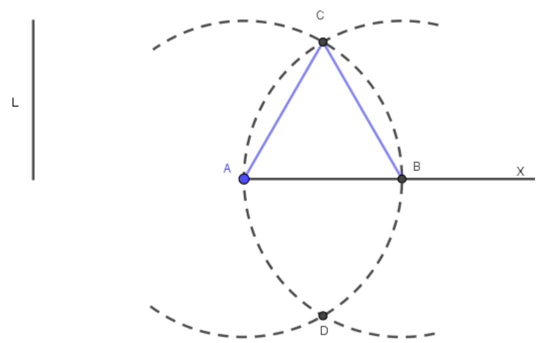
Descrição dos passos:

1. Trace uma semirreta $\overrightarrow{AX}$ qualquer e transporte a partir de A, a medida L, obtendo o ponto B. (Figura 2.20);

2. Trace duas circunferências de raio L, uma com centro no ponto A e outra em B. A intersecção dos dois arcos determinam os pontos C e D;

3. O triângulo ABC é equilátero de lado L.

Figura 2.20: Triângulo equilátero



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Os três lados do triângulo possuem medida L que é o raio das circunferências traçadas.

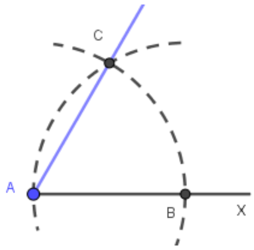
2.3.8 Construção de ângulos

Utilizando as construções vistas acima podemos construir ângulos notáveis muito utilizados no dia a dia utilizando apenas régua e compasso.

Ângulo de $60°$

Basta construir um triângulo equilátero de lado L arbitrário, assim teremos o ângulo $\widehat{CAB} = 60°$. (Figura 2.21)

Figura 2.21: Ângulo de 60°

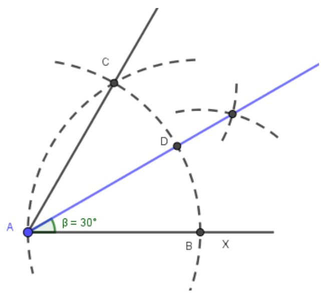


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ângulo de $30°$

Basta traçar a bissetriz do ângulo $\widehat{CAB} = 60°$, assim teremos o ângulo $\widehat{DAB} = 30°$. (Figura 2.22).

Figura 2.22: Ângulo de 30°

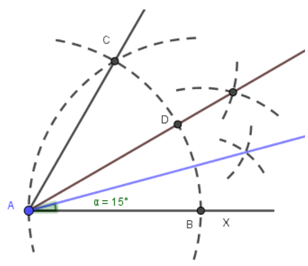


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ângulo de $15°$

A bissetriz do ângulo $\widehat{DAB}$ é um ângulo de $15°$ (Figura 2.23).

Figura 2.23: Ângulo de 15°

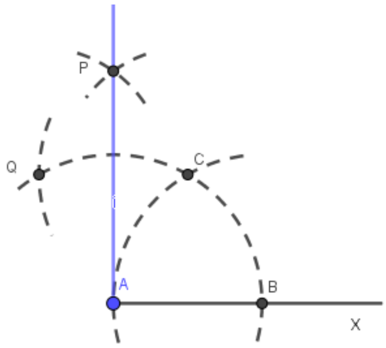


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ângulo de $90°$

A partir de uma semirreta $\overrightarrow{AX}$, trace um arco qualquer e construa um ângulo $\widehat{CAB}$ de $60°$ (Figura 2.24). Com mesma abertura e centro em C, trace outro arco determinando o ponto Q, intersecção dos dois arcos, obtendo dessa forma o ângulo $\widehat{CAQ}$ de $60°$.Trace a bissetriz de $\widehat{CAQ}$. Logo o ângulo $\widehat{BAP} = \widehat{BAC} + \widehat{CAP} = 60° + 30° = 90°$

Figura 2.24: Ângulo de $90°$

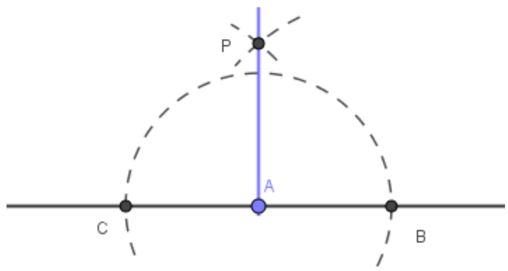


Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma outra forma de construir um ângulo de $90°$ é determinando a bissetriz de um ângulo raso ($180°$) , conforme descrição: (Figura 2.25).

1. Em uma reta s qualquer marque um ponto A.
2. Com um raio r qualquer, trace uma circunferência determinando os pontos B e C, intersecção da circunferência com a reta s.
3. Com a abertura de um raio R maior que o anterior e o compasso centrado em B e depois em C, trace duas circunferências determinando em uma de suas intersecções o ponto P.
4. O ângulo $\widehat{PAC} = \widehat{PAB} = 90°$.

Figura 2.25: Ângulo de $90°$ através do ângulo raso

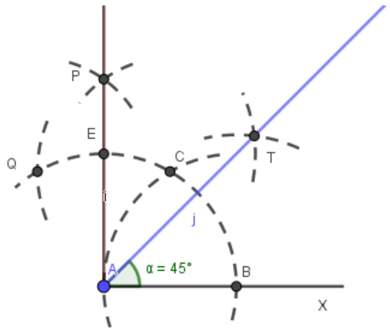


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ângulo de $45°$

É dado pela bissetriz do ângulo $\widehat{PAB}$. (Figura 2.26).

Figura 2.26: Ângulo de $45°$



Fonte: Elaborada pelo autor.

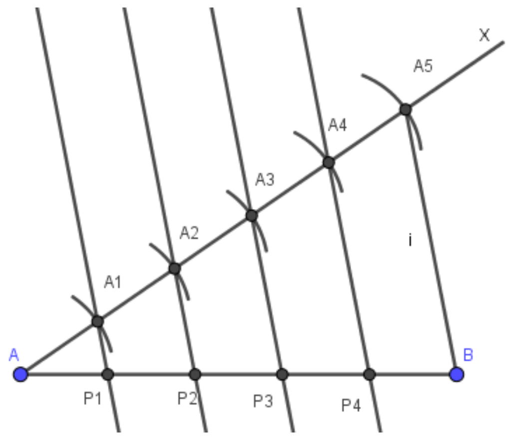
2.3.9 Divisão de um segmento de reta em partes iguais

Dividir um segmento $\overline{AB}$ em, por exemplo, 5 partes iguais.

Descrição dos passos:

1. Trace uma semirreta qualquer $\overrightarrow{AX}$ não colinear com o segmento $\overline{AB}$ (Figura 2.27) ;
2. A partir do ponto A na semirreta $\overrightarrow{AX}$, marque cinco segmentos congruentes $\overline{AA_1}$, $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3A_4}$, $\overline{A_4A_5}$;
3. Trace o segmento $\overline{A_5B}$;
4. Trace as paralelas ao segmento $\overline{A_5B}$ passando pelos pontos A_4,A_3,A_2,A_1. Essas determinam respectivamente sobre o segmento $\overline{AB}$ os pontos P_4,P_3,P_2 e P_1 que dividem o segmento $\overline{AB}$ em 5 partes iguais.

Figura 2.27: Divisão de um segmento em partes iguais



Fonte: Elaborada pelo autor.

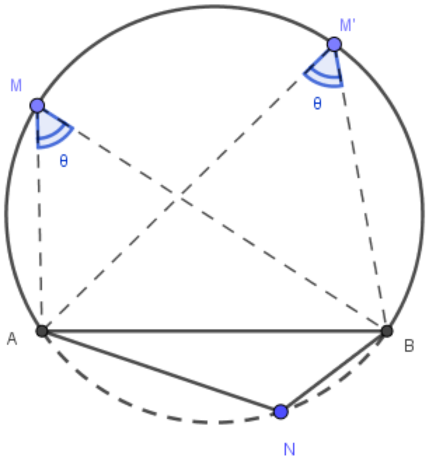
Justificativa: O resultado é uma aplicação direta do teorema de Tales.

"Se duas retas são transversais a um conjunto de três ou mais retas paralelas, então a razão entre os comprimentos de dois segmentos quaisquer determinados sobre uma delas é igual à razão entre os comprimentos dos segmentos correspondentes determinados sobre a outra"

2.3.10 Arco Capaz

Usaremos a definição de Wagner disponível em [16] "Consideremos dois pontos A e B sobre um círculo. Para todo ponto M sobre um dos arcos, o ângulo $\widehat{AMB} = \theta$ é constante. Este arco se chama arco capaz do ângulo θ sobre o segmento $\overline{AB}$" (WAGNER, 2007, p.6) (Figura 2.28).

Figura 2.28: Arco capaz



Fonte: Elaborada pelo autor.

Um observador, portanto, que se mova sobre este arco, consegue ver o segmento $\overline{AB}$ sempre sob o mesmo ângulo. Naturalmente que se um ponto N pertence ao outro arco, o ângulo $\widehat{ANB}$ é também constante e igual a $180° - \theta$.

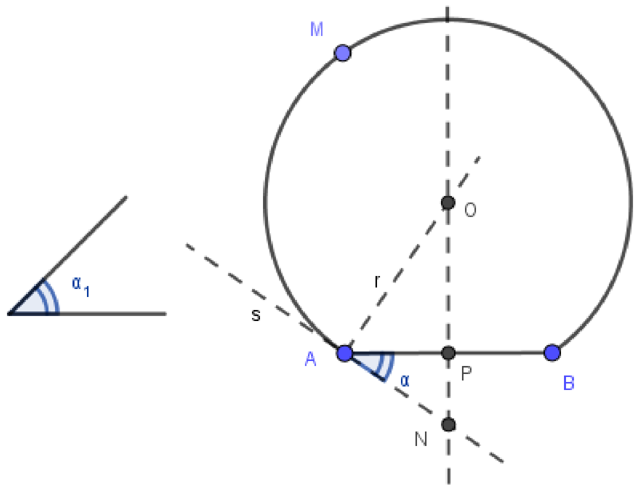
Neste momento, construiremos um arco capaz por meio de régua e compasso.

Construir um arco capaz do ângulo α sobre o segmento $\overline{AB}$ dado (Figura 2.29).

Descrição dos passos:

1. Trace pelo ponto A, uma reta s, que forma um ângulo α com o segmento $\overline{AB}$;
2. Trace a mediatriz do segmento $\overline{AB}$;
3. Traça-se pelo ponto A uma reta r perpendicular a reta s que intercepta a mediatriz em um ponto O;
4. Com centro em O e raio $\overline{OA}$, traça-se o arco capaz.

Figura 2.29: Construção arco capaz



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Temos que P é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ e N a intersecção da reta s com a mediatriz de $\overline{AB}$. Os triângulos retângulos APN e APO são semelhantes pelo caso AA com $\widehat{ANP} = \widehat{PAO} = 90° - \alpha$ e $\widehat{PAN} = \widehat{POA} = \alpha$

O triângulo AOB é isósceles de base $\overline{AB}$, como $\overline{OP}$ é mediatriz de $\overline{AB}$, temos que, $\widehat{AOP} = \widehat{POB} = \alpha$ dai o ângulo central $\widehat{AOB} = 2 \cdot \alpha$. Como a medida de um ângulo inscrito é a metade da medida de um ângulo central correspondente teremos para qualquer ponto M do arco construído, $\widehat{AMB} = \alpha$

2.3.11 Traçado de Tangentes

Uma reta e uma circunferência são tangentes quando a intersecção da reta com a circunferência é um único ponto. Este ponto é chamado ponto de tangência e dizemos que a reta e a circunferência são tangentes.

Traçar uma reta tangente a uma circunferência passando por um ponto P.

1º caso: o ponto P pertence a circunferência de centro O.

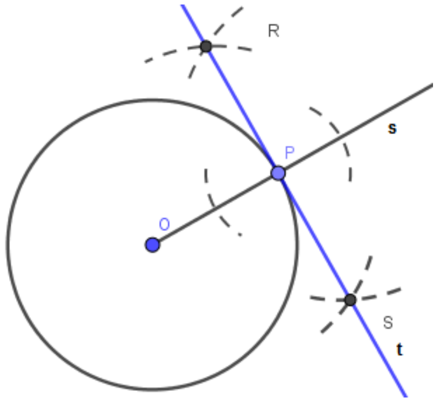
Descrição dos passos:

1. Trace a semirreta $\overrightarrow{OP}$. Neste caso temos que o segmento $\overline{OP}$ é o raio da circunferência;(Figura 2.30).

2. Traçe uma reta perpendicular ao raio $\overline{OP}$ passando pelo ponto P, que é a reta tangente a circunferência

Justificativa: A construção é baseada no teorema fundamental das circunferências em que a condição necessária e suficiente para que uma reta seja tangente a uma circunferência é que ela seja perpendicular ao raio que une o centro a um ponto de intersecção da reta com a circunferência.

Figura 2.30: Reta tangente por um ponto P pertencente a circunferência



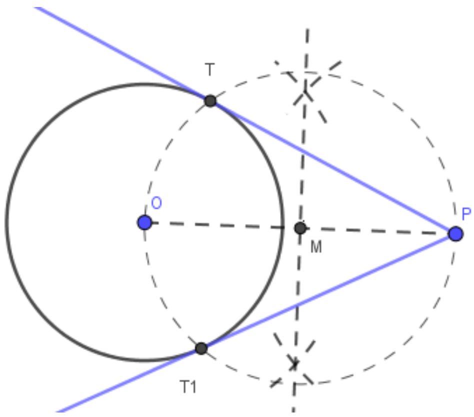
Fonte: Elaborada pelo autor.

2º caso: O ponto P é exterior a circunferência de centro O.

Descrição dos passos:

1. Trace o segmento $\overline{OP}$ (Figura 2.31);
2. Trace a mediatriz de $\overline{OP}$ determinando M, ponto médio de $\overline{OP}$;
3. Trace a circunferência de centro M e raio $\overline{MO}$ e determine os pontos T e T_1, intersecção das duas circunferências;
4. As semirretas $\overrightarrow{PT}$ e $\overrightarrow{PT_1}$ são tangentes à circunferência no pontos T e T_1.

Figura 2.31: Reta tangente por um ponto P não pertencente circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

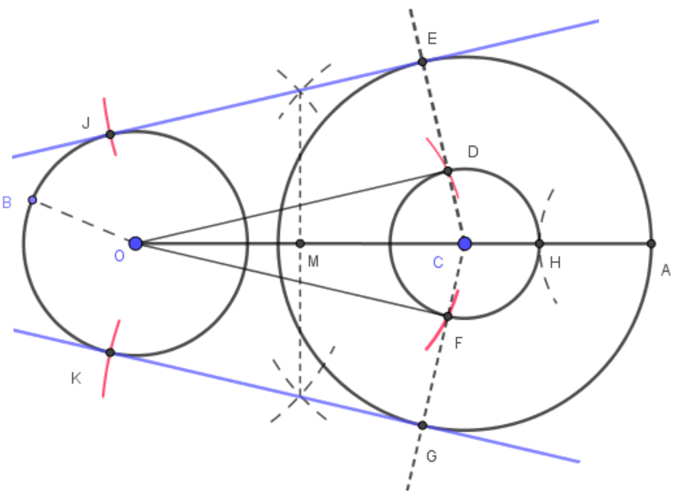
Justificativa: Uma reta tangente a uma circunferência forma um ângulo de 90º em relação ao raio que une o centro a um ponto de intersecção da reta com a circunferência. Os ângulo $\widehat{OTP}$ e $\widehat{OT_1P}$ estão inscritos, cada um deles, em uma semicircunferência de diâmetro $\overline{OP}$, logo medem 90°. Dai, as semirretas $\overrightarrow{PT}$ e $\overrightarrow{PT_1}$ são perpendiculares aos raios $\overline{OT}$ e $\overline{OT_1}$ nos pontos T e T1 respectivamente.

2.3.12 Tangentes comuns externas a duas circunferências de raios r e R e centros em O e C respectivamente, com r < R

Descrição dos passos:

1. Construa a semirreta $\overrightarrow{OC}$, obtendo o ponto A na circunferência de raio R (Figura 2.32);
2. Construa o raio $\overline{OB}$ (raio da circunferência menor) e o transporte sobre o raio $\overline{CA}$, tomando o ponto A como origem e rebatendo para o interior da circunferência de centro c , obtendo o ponto H;
3. Trace outra circunferência de centro C e raio $\overline{CH}$;
4. Trace as tangentes a essa circunferência que passam pelo ponto O, obtendo os pontos D e F;
5. Trace as semirretas $\overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{CF}$ obtendo os pontos E e G, interseção das semirretas com a circunferência de raio R;
6. Com centro em E e depois em G, trace dois arcos de circunferência de raio $\overline{OD}$, obtendo os pontos J e K, interseção dos arcos com a circunferência de raio r e centro O;
7. 7) As retas $\overleftrightarrow{EJ}$ e $\overleftrightarrow{GK}$ formam as tangentes comuns externas entre as duas circunferências.

Figura 2.32: Reta tangente por um ponto P não pertencente circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

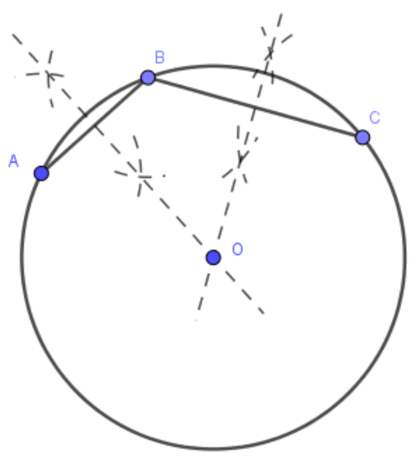
Justificativa: O quadrilátero $ODEJ$ é um retângulo, pois, $\overline{OJ} \equiv \overline{DE} = r$, $\overline{OD} \equiv \overline{JE}$ e os segmentos $\overline{OD}$ e $\overline{JE}$ são perpendiculares às retas suportes dos raios $\overline{CD}$ e $\overline{CE}$. Logo a reta $\overleftrightarrow{EJ}$ é tangente comum às circunferências de raios $\overline{OJ} = r$ e $\overline{CE} = R$

2.3.13 Recuperar o centro de uma circunferência

Descrição dos passos:

1. Marque três pontos A, B e C sobre a circunferência e determine as cordas $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ (Figura 2.33);
2. Trace as mediatrizes dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. A intersecção das mediatrizes, determina o ponto O, centro da circunferência.

Figura 2.33: Recuperar centro de circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: O ponto O é a intersecção das mediatrizes das cordas $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, logo O é equidistante dos pontos A, B e C e é o centro da circunferência.

Observação: Podemos recuperar o centro de um arco de circunferência utilizando o processo descrito acima.

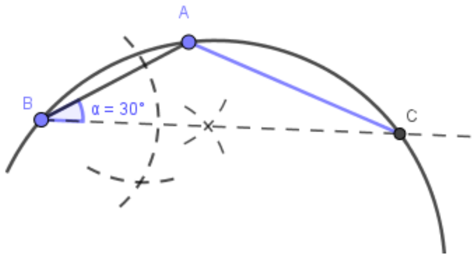
2.3.14 Recuperar o raio de um arco de centro inacessível

Descrição dos passos:

1. Marcar dois pontos A e B sobre o arco e determinar o segmento $\overline{AB}$ (Figura 2.34);
2. A partir de B, traçar um ângulo de 30°, voltado para o interior do arco, determinado o ponto C, intersecção desse lado do ângulo com o arco;
3. O raio do arco mede $\overline{AC}$.

Justificativa: O ângulo $\widehat{ABC}$ está inscrito na circunferência, logo a medida do seu arco correspondente $\widehat{AC}$ é 60°. A medida da corda correspondente a um ângulo central de 60° equivale ao raio da circunferência.

Figura 2.34: Arco de circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3.15 O segmento áureo

De acordo com Wagner em [16] "Tomemos um segmento $\overline{AB}$ e um ponto C no seu interior, dividindo-o em duas partes com a seguinte propriedade: a razão entre a menor parte e a maior parte é igual a razão entre a maior parte e o segmento total" (WAGNER, 2007, p.43) , ou seja:

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

Figura 2.35: Segmento $\overline{AB}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

O segmento $\overline{AC}$ com essa propriedade é chamado de segmento áureo interno de $\overline{AB}$ (Figura 2.35) . Fazendo $\overline{AB} = a$ e $\overline{AC}$ = x obtemos:

$$\frac{a-x}{x} = \frac{x}{a} \Rightarrow x^2 = a^2 - ax \Rightarrow x^2 + ax - a^2 = 0 \tag{2.1}$$

Resolvendo a equação 2.1 com $a > 0$ temos:

$$\overline{AC} = a \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Podemos também considerar um ponto C' alinhado e exterior ao segmento $\overline{AB}$ (Figura 2.36) tal que a razão entre as partes tenha propriedade análoga, ou seja:

Figura 2.36: Segmento $\overline{AC'}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

$$\frac{\overline{BC'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC'}}$$

Fazendo $\overline{AB} = a$ e $\overline{AC'} =$ x obtemos:

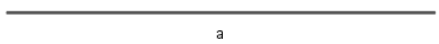
$$\frac{x-a}{a} = \frac{a}{x} \Rightarrow x^2 - ax = a^2 \Rightarrow x^2 - ax - a^2 = 0 \tag{2.2}$$

Resolvendo a equação 2.2 com $a > 0$ temos:

$$\overline{AC'} = a \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Descrição dos passos para a construção do segmento áureo $\overline{AC}$ de medida x de um segmento $\overline{AB}$ de medida a (Figura 2.37).

Figura 2.37: Segmento a



Fonte: Elaborada pelo autor.

1. Transporte o segmento a para uma semirreta, determinando os pontos A e B; (Figura 2.38)
2. Trace a mediatriz de $\overline{AB}$, determinando o ponto M, médio de $\overline{AB}$;
3. Trace uma perpendicular a $\overline{AB}$ passando pelo ponto B;
4. Com o compasso centrado em B e raio $\overline{BM}$, trace um arco determinando sobre a perpendicular o ponto D;
5. Com o compasso centrado em D e raio $\overline{BD}$, trace sobre semirreta $\overrightarrow{AD}$ uma circunferência determinando os pontos F e C';
6. Com o compasso centrado em A e raio $\overline{AF}$, trace uma circunferência determinando sobre o segmento $\overline{AB}$ o ponto C.
7. $\overline{AC}$ é o segmento áureo interno de $\overline{AB}$.

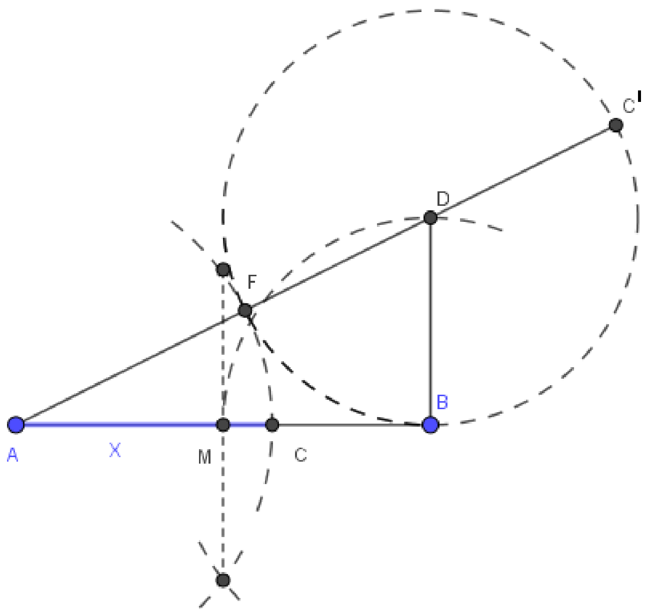
Justificativa:

Aplicando o teorema de pitágoras no triângulo retângulo ABD temos que:

$$\begin{aligned} \overline{AD}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 \\ (\overline{AF} + \overline{FD})^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 \\ \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 &= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ x^2 + ax - a^2 = 0 & \end{aligned} \tag{2.3}$$

Observe que a equação 2.3 é equivalente a equação 2.1, logo o segmento $\overline{AC} = x$, representa o segmento áureo do segmento $\overline{AB} = a$.

Figura 2.38: Segmento áureo



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3.16 O retângulo áureo

Um retângulo áureo é um retângulo cujo comprimento do seu lado maior dividido pelo comprimento do seu lado menor é igual ao número irracional positivo $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ *denominado número de ouro.*

Podemos construir um retângulo áureo dado o seu lado menor l (Figura 2.39).

Figura 2.39: Segmento de reta l

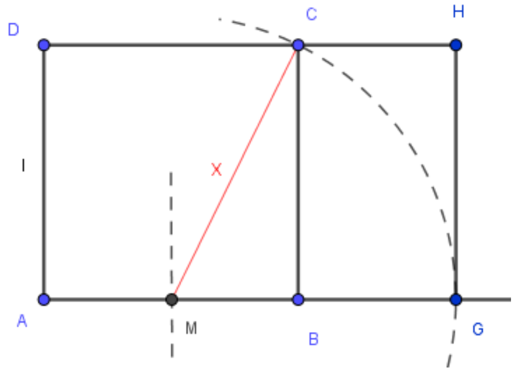
Fonte: Elaborada pelo autor.

Descrição dos passos:

1. Construa um quadrado $ABCD$ de lado l; (Figura 2.40)
2. Trace a mediatriz do lado AB determinando o ponto M, médio de $\overline{AB}$;
3. Com o compasso centrado em em M e raio $\overline{MC}$ de medida x, trace um arco determinando o ponto G sobre a semirreta $\overrightarrow{AB}$;
4. Construa o retângulo áureo $AGHD$.

Justificativa: Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo MBC temos: $x^2 = l^2 + \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 = \dfrac{5 \cdot l^2}{4}$ e, dai, temos que $x = \dfrac{l \cdot \sqrt{5}}{2}$.

Figura 2.40: Retângulo áureo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Logo $\overline{AG} = \dfrac{l}{2} + x = \dfrac{l}{2} + \dfrac{l \cdot \sqrt{5}}{2} = l \cdot \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ é o segmento áureo do lado l

Esse método será útil para as construções do pentágono e do decágono.

No próximo capítulo veremos, um pouco sobre os polígonos regulares construtíveis.

3

Polígonos regulares construtíveis

Neste capítulo apresentaremos uma discussão sobre quais polígonos regulares podem ser construídos utilizando régua e compasso e realizaremos a construção de polígonos regulares inscritos na circunferência bem como suas justificativas.

3.1 Construtibilidade dos polígonos regulares

Um polígono é chamado regular quando possui todos os seus lados e ângulos internos congruentes. Quando falamos em construções geométricas planas ou polígonos construtíves, nos referimos às construções que podem ser feitas com régua não graduada e compasso. Euclides, em sua obra "Os Elementos", demonstrou como construir polígonos regulares de $3, 4, 5, 6$ e 15 lados e polígonos regulares com o dobro do número de lados de um dado polígono regular. Isto levou a uma indagação: Será que é possível construir todos os polígonos com régua e compasso? Durante as várias tentativas de construção e caracterização de quais polígonos regulares poderiam ser construídos ou não, Gauss revelou na sua primeira descoberta importante para a matemática, a construção de um polígono regular de 17 lados e mostrou quais polígonos regulares poderiam ser construídos e quais não poderiam. De acordo com Boyer [1], Gauss, em seu livro texto *Disquisitiones Arithmeticae* sobre teoria dos números, respondeu à questão afirmativamente, mostrando que nem todo polígono regular pode ser construído com régua e compasso. O teorema de Gauss mostra quais polígonos regulares podem ser construídos utilizando apenas régua e compasso.

Teorema 3.1: (Teorema de Gauss) Um polígono de n lados é construtível se, e somente se, n é da forma 2^q ou $2^r \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 ...... \cdot P_k$, onde q, r, k são números naturais, $q > 1$, e $P_1, ..., P_k$ são números primos distintos da forma $P_i = 2^{2^{s_i}} + 1$, $1 \leq i \leq k$, s_i natural. Os números da forma $2^{2^s} + 1$ são chamados de primos de Fermat.

Fermat acreditava que todos os números da forma $2^{2^s} + 1$ com $s =$ 0,1,2,3,.. eram primos, mas, em 1932, Euler mostrou que $2^{2^5} + 1 = 4.294.967.297 = 641 \times 6700417$ ou seja, era composto. Nestas condições, temos apenas cinco números primos de Fermat. Para valores de s igual a $0, 1, 2, 3$ e 4 encontramos os números primos $3, 5, 17, 257, 65537$ respectivamente. Diante disso, podemos afirmar que existem somente cinco polígonos regulares construtíveis com número primo de lados.

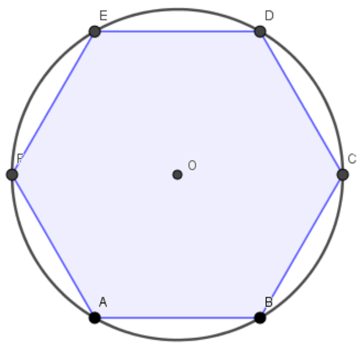
Observe abaixo, os polígonos regulares com até 20 lados que não podem ser construídos com régua e compasso:

- heptágono, pois, 7 não é primo de Fermat
- eneágono, pois, 9 pode ser escrito como produto de dois primos de Fermat $3 \cdot 3$, mas eles não são distintos.
- undecágono, pois, 11 não é Primo de Fermat.
- tridecágono, pois, 13 não é Primo de Fermat.
- tetradecágono, pois, 14 pode ser escrito como produto de $2 \cdot 7$, mas, 7 não é primo de Fermat.
- octodecágono, pois, 18 pode ser escrito como produto de $2 \cdot 3 \cdot 3$, porém 3 é primo de Fermat, mas não são distintos.
- eneadecágono, pois, 19 não é primo de Fermat

3.2 Polígonos regulares

Um polígono está inscrito em um círculo se todos os seus vértices pertencem ao círculo.(Figura 3.1)

Figura 3.1: Polígono inscrito



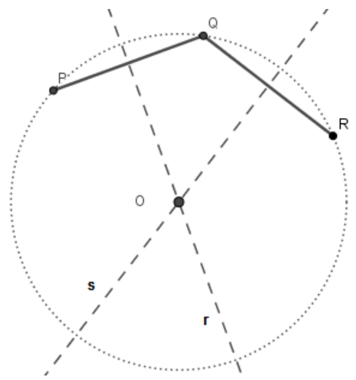
Fonte: Elaborada pelo autor.

Teorema 3.2: Três pontos não colineares determinam uma circunferência.

Demonstração. Sejam três pontos P, Q e R distintos e não colineares (Figura 3.2), Sejam r e s as mediatrizes dos segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{QR}$ respectivamente. Seja O o ponto de de intersecção das retas r e s. Como r é mediatriz de $\overline{PQ}$, segue que todo ponto de r é equidistante de P e Q e como s é mediatriz de $\overline{QR}$, segue que todo ponto de s é equidistante de Q e R, assim $\overline{OP} = \overline{OQ}$ e $\overline{OQ} = \overline{OR}$ dai, $\overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR}$. Logo O é centro da circunferência que contém P, Q e R.

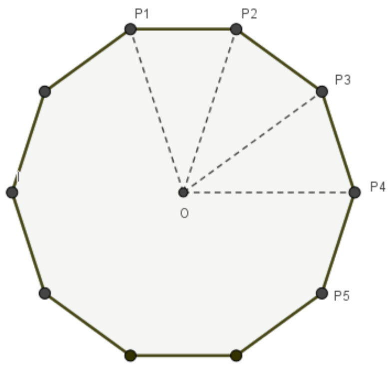
$\square$

Figura 3.2: Três pontos não colineares



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 3.3: Polígono inscrito em um círculo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Teorema 3.3: Todo polígono regular está inscrito em um círculo.

Demonstração. Sejam $P_1P_2P_3....P_n$ um polígono regular (Figura 3.3). Pelo teorema (3.2), podemos traçar uma circunferência contendo os pontos P_1, P_2 e P_3. Seja O centro da circunferência. Queremos mostrar que os vértices $P_4, P_5, P_6, ..., P_n$ pertencem a esta circunferência.

Observe que o triângulo OP_2P_3 é isósceles, pois, $\overline{OP_2}$ e $\overline{OP_3}$ são raios de uma mesma circunferência, assim os ângulos $\widehat{OP_2P_3} = \widehat{OP_3P_2}$. Por outro lado, os ângulos $\widehat{P_1P_2P_3}$ $= \widehat{P_2P_3P_4}$, pois o polígono é regular e todos os seus ângulos são congruentes.

Além disso, temos que: $\widehat{P_1P_2P_3} = \widehat{P_1P_2O} + \widehat{OP_2P_3}$ e $\widehat{P_2P_3P_4} = \widehat{P_2P_3O} + \widehat{OP_3P_4}$ implicando que $\widehat{P_1P_2O} = \widehat{OP_3P_4}$.

Como $\overline{P_1P_2} = \overline{P_3P_4}$ e $\widehat{P_1P_2O} = \widehat{OP_3P_4}$ e $\overline{OP_2} = \overline{OP_3}$ temos que os triângulos OP_1P_2 e OP_4P_3 são congruentes pelo caso LAL. Portanto $\overline{OP_4} = \overline{OP_1}$ e com isso provamos que o ponto $P4$ pertence a circunferência.

De maneira análoga prova-se que os outros vértices do polígono estão sobre a circunferência.

□

3.2.1 Divisões exatas de uma circunferência e polígonos regulares

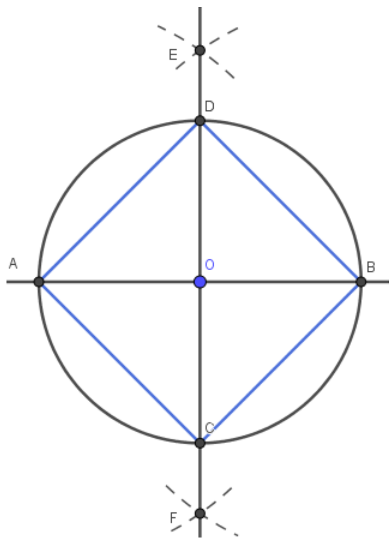
A divisão de uma circunferência em partes exatamente iguais é uma condição básica para inscrevermos polígonos regulares em uma circunferência. Se dividirmos uma circunferência em n partes, $n > 2$ e construirmos segmentos de reta unindo o primeiro com o segundo ponto, o segundo com o terceiro e assim sucessivamente, construiremos um polígono regular de n lados. Vamos mostrar processos exatos de divisão de uma circunferência em partes iguais e a inscrição de polígonos regulares.

3.2.2 Divisão de uma circunferência em 4 partes e inscrever o quadrado

Descrição dos passos:

1. Trace um diâmetro $\overline{AB}$ qualquer; (Figura 3.4)
2. Trace a mediatriz de $\overline{AB}$, determinando os pontos C e D na circunferência, intersecção da mediatriz com a circunferência;
3. Trace o quadrado $ABCD$.

Figura 3.4: Quadrado inscrito na circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Como $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, temos que $\widehat{AOC} = \widehat{COB} = \widehat{BOD} = \widehat{DOA} = 90°$. Em uma circunferência ângulos centrais de mesma medida, correspondem a cordas de mesma medida, logo $\overline{AC} = \overline{CB} = \overline{BD} = \overline{DA}$.

Agora basta provar que os ângulos $\widehat{ACB} = \widehat{CBD} = \widehat{BDA} = \widehat{DAC} = 90°$.

Observe que o triângulo AOD é retângulo em O e isosceles de catetos $\overline{OA}$ e $\overline{OD}$, raios da circunferência, como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180^0, temos que $\widehat{OAD} = \widehat{ODA} = 45°$. De forma análoga temos que os ângulos $\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = \widehat{OCB} = \widehat{OBC} = \widehat{OBD} = \widehat{ODB} = 45°$.

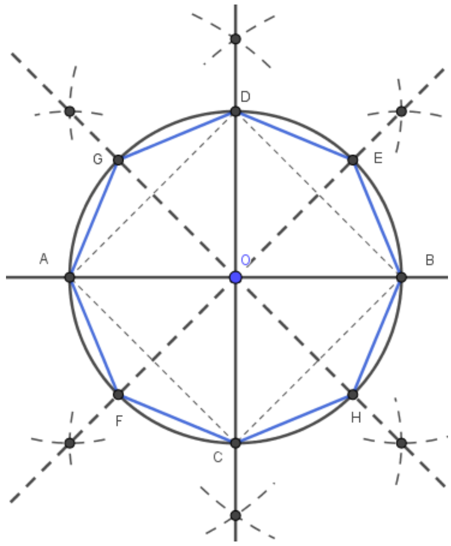
Logo podemos afirmar que $\widehat{DAC} = \widehat{OAD} + \widehat{OAC} = 45° + 45° = 90°$.

De forma análoga temos que $\widehat{ACB} = \widehat{CBD} = \widehat{BDA} = 90°$ e o quadrilátero $ACBD$ é um quadrado.

3.2.3 Divisão de uma circunferência em 8 partes e inscrever o octógono

Para dividir uma circunferência em 2^n , $n > 2$ partes, basta fazer sucessivas bissecção dos lados do quadrado.(Figura 3.5)

Figura 3.5: Octógono inscrito em uma circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

O polígono $AFCHBEDG$ é um Octógono regular.

Justificativa: Temos que $ACBD$ é um quadrado. O segmento $\overline{OE}$ é mediatriz de $\overline{BD}$. Temos que o triângulo BOD é isósceles de base $\overline{BD}$, como em um triângulo isósceles a mediatriz e a bissetriz coincidem, então, $\widehat{BOE} = \widehat{EOD} = 45°$.

Como ângulos centrais de mesma medida em uma circunferência determinam cordas de mesma medida, temos que $\overline{BE} = \overline{ED}$. Analogamente, nos outros quadrantes concluímos que $\overline{DG} = \overline{GA} = \overline{AF} = \overline{FC} = \overline{CH} = \overline{HB} = \overline{BE} = \overline{ED}$ e o polígono têm oito lados iguais.

Agora basta mostrar que os ângulos internos do octógono são todos congruentes.

O triângulo BOE é isósceles de base $\overline{BE}$, como $\widehat{BOE} = 45°$ e a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° temos que $\widehat{OBE} = \widehat{OEB} = 67{,}5°$ analogamente, temos para os demais triângulos que $\widehat{OED} = \widehat{ODE} = \widehat{ODG} = \widehat{OGD} = ... = \widehat{OBH} = 67{,}5°$

Logo cada ângulo interno do octógono equivale a 135° que é a soma de dois ângulos adjacentes de 67,5°

3.2.4 Divisão de uma circunferência em 3 partes e inscrever o triângulo equilátero

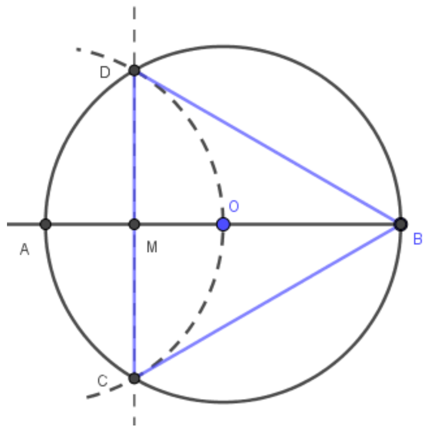
Descrição dos passos:

1. Trace o diâmetro $\overline{AB}$; (Figura 3.6)

2. Trace a mediatriz de $\overline{AO}$, determinando os pontos C e D, intersecção da mediatriz com a circunferência e o ponto M, médio de $\overline{AO}$;

3. Os pontos B, C e D dividem a circunferência em 3 partes iguais;

Figura 3.6: Triângulo inscrito na circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Temos que $\overline{DC}$ é mediatriz de $\overline{OA}$, logo $\overline{OM} = \overline{AM}$ e $\widehat{OMD} = 90°$. Os triângulos OMD e OMC são congruentes pelo caso LLA_O, logo $\overline{DM} = \overline{CM}$.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo OMD temos: $(\overline{OD})^2 = (\overline{OM})^2 + (\overline{MD})^2$, Substituindo temos: $r^2 = (r/2)^2 + (\overline{MD})^2$, logo $\overline{MD} = r \cdot \sqrt{3}/2$. Como $\overline{CD} = 2 \cdot \overline{MD}$ temos que $\overline{CD} = r \cdot \sqrt{3}$

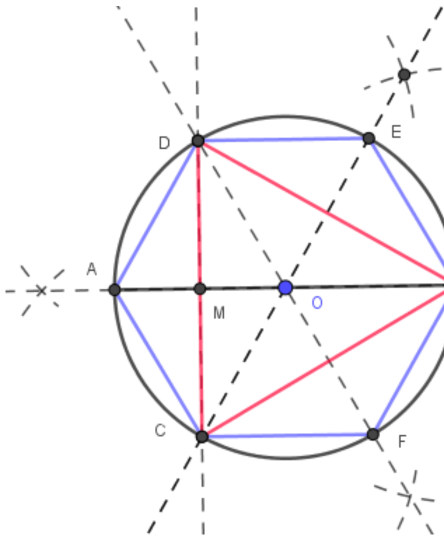
Os triângulos BMC e BMD são congruentes pelo caso LAL, logo $\overline{DB} = \overline{CB}$. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo BMD temos $(\overline{BD})^2 = (\overline{BM})^2 + (\overline{MD})^2$, substituindo temos: $(\overline{BD})^2 = \left(r + \frac{r}{2}\right)^2 + \left(r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$, resolvendo temos que $\overline{BD} = r \cdot \sqrt{3}$.

Logo $\overline{BD} = \overline{BC} = \overline{CD}$ e o triângulo BCD é equilátero.

3.2.5 Divisão de uma circunferência em 6 partes e inscrever o hexagono

Para dividir uma circunferência em 6 partes iguais e inscrever um hexágono, podemos utilizar o mesmo método utilizado no exemplo do octógono, ou seja, fazer as bissecções dos lados do triângulo, determinando sobre a circunferência seis pontos equidistantes e inscrevendo o hexágono.(Figura 3.7)

Figura 3.7: Hexágono inscrito na circunferência



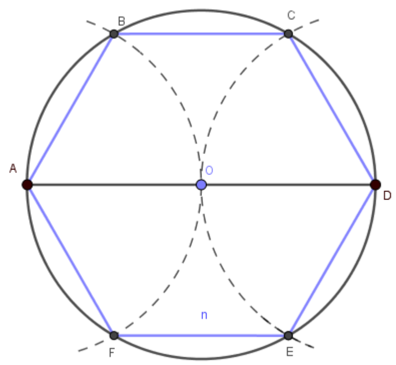
Fonte: Elaborada pelo autor.

Vamos mostrar o método mais utilizado, principalmente dentro da área de mecânica, de como construir um hexágono regular em uma circunferência de diâmetro $\overline{AD}$ (Figura 3.8).

Descrição dos passos:

1. Traçar uma reta passando pelo centro O da circunferência determinando os pontos A e D, com $\overline{AD}$ igual ao diâmetro da circunferência.
2. Com o compasso centrado em A e raio $\overline{OA}$, traçar um arco determinando os pontos B e F sobre a circunferência.
3. Com o compasso centrado em D e raio OA, traçar um arco determinando os pontos C e E sobre a circunferência.
4. O polígono $ABCDEF$ é um hexágono regular.

Figura 3.8: Hexágono inscrito na circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Vamos mostrar que os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{EF}$ equivalem ao raio $\overline{AO}$ da circunferência.

Temos que $\overline{AD}$ é diâmetro da circunferência, logo $\widehat{AOD} = 180°$, os triângulos AOB e DOC por construção são equiláteros de lados iguais ao raio $\overline{AO}$ e seus ângulos $\widehat{AOB}$ e $\widehat{DOC}$ medem $60°$, logo o ângulo $\widehat{BOC}$ mede $60°$.

Observe que o triângulo BOC é isósceles de base $\overline{BC}$, como o ângulo $\widehat{BOC} = 60°$ e a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a $180°$ temos que $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 60°$, dai o triângulo OBC é equilátero e o lado $\overline{BC}$ é igual ao raio $\overline{OA}$. De forma análoga mostramos que $\overline{EF}$ é igual ao raio da circunferência. Dessa forma, podemos decompor o hexágono em seis triângulos equiláteros e cada ângulo interno é igual a $60° + 60° = 120°$

3.2.6 Divisão de uma circunferência em 10 partes e inscrever o decágono regular

Divisão de uma circunferência em 10 partes iguais e inscrever um decágono.

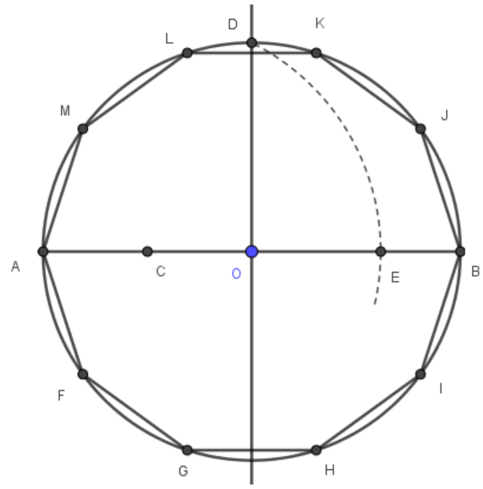
Descrição dos passos:

1. Seja O o centro de uma circunferência e $\overline{AB}$ o seu diâmetro; (Figura 3.9)
2. Trace uma reta perpendicular a $\overline{AB}$ passando pelo ponto O. Essa reta intercepta a circunferência no ponto D;
3. Trace a mediatriz de $\overline{OA}$, obtendo o ponto C, médio de $\overline{OA}$;
4. Com o compasso centrado em C e raio $\overline{CD}$, Trace um arco determinando o ponto E sobre o segmento $\overline{OB}$;
5. Com o compasso centrado em A e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto F sobre a circunferência;
6. Com o compasso centrado em F e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto G sobre a circunferência;
7. Com o compasso centrado em G e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto H sobre a circunferência.
8. Com o compasso centrado em H e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto I sobre a circunferência;
9. Com o compasso centrado em I e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto B' sobre a circunferência. Afirmação: $B' = B$;
10. Com o compasso centrado em B e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto J sobre a circunferência;
11. Com o compasso centrado em J e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto K sobre a circunferência;
12. Com o compasso centrado em K e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto L sobre a circunferência;

13. Com o compasso centrado em L e raio $\overline{OE}$, trace um arco determinando o ponto M sobre a circunferência;

14. O Polígono $AFGHIBJKLM$ é um decágono regular;

Figura 3.9: Decágono inscrito na circunferência

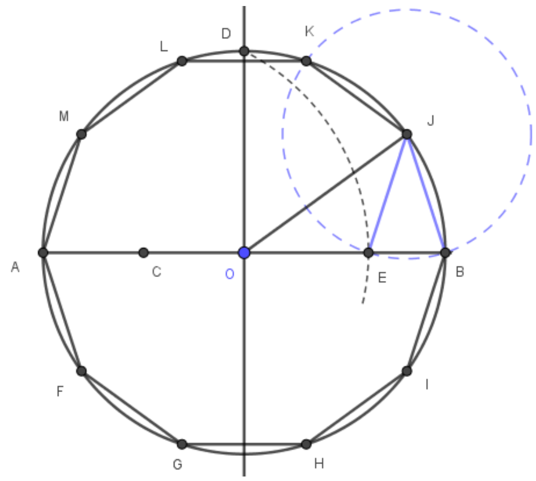


Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: A construção do decágono regular equivale a construir um arco de 36° de uma circunferência dada. Considere uma circunferência de centro O, raio $\overline{OB} = R$ e um ângulo central $\widehat{BOJ} = 360^0/10 = 36^0$ (Figura 3.10). No triângulo BOJ, temos $\overline{BJ}$ de medida x é o lado do decágono regular inscrito na círcunferência de raio R.

Note que o triângulo BOJ é isósceles de base BJ, os ângulos da base $\widehat{OJB}$ e $\widehat{OBJ}$ medem 72^0. Considere o ponto E pertencente ao segmento $\overline{OB}$, tal que $\overline{EJ}$ seja congruente a $\overline{BJ}$. Então o triângulo EBJ é isósceles de base $\overline{BE}$ e os ângulos $\widehat{EBJ}$ e $\widehat{BEJ}$ medem 72^0, logo o ângulo $\widehat{EJB} = 36^0$ e o triângulo OEJ é isósceles de base $\overline{OJ}$.

Figura 3.10: Figura suporte para demonstação do lado do decágono



Fonte: Elaborada pelo autor.

Decorre disso que $\overline{OE} = \overline{EJ} = \overline{BJ} = x$, segue que os triângulos OJB e BEJ são semelhantes pelo caso AAA e temos a relação:

$$\frac{R}{x} = \frac{x}{R-x} \Rightarrow x^2 = R\,(R-x) \tag{3.1}$$

$$x^2 + Rx - R^2 = 0$$

$$x = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4\,(-R^2)}}{2}$$

$$x = \frac{-R \pm \sqrt{5R^2}}{2}$$

$$x = R\frac{\sqrt{5}-1}{2} \tag{3.2}$$

é a única raiz positiva da equação.

Isso mosstra que o lado do decágono (L_{10}), equivale ao segmento áureo do raio da circunferência.

Observe na figura 3.9 que o triangulo COD é retângulo, portanto temos:
$$(\overline{CD})^2 = (\overline{OC})^2 + (\overline{OD})^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2 \Rightarrow \overline{CD} = \frac{R\sqrt{5}}{2}$$

como $\overline{CD} = \overline{CE}$ temos que:

$$\overline{OE} = \overline{CE} - \overline{OC} = \frac{R\sqrt{5}}{2} - \frac{R}{2} \Rightarrow \overline{OE} = R\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Portanto $\overline{OE}$ tem a mesma medida que o lado do decágono, o que justifica os passos de 5 à 13 da construção por régua e compasso desenvolvida acima.

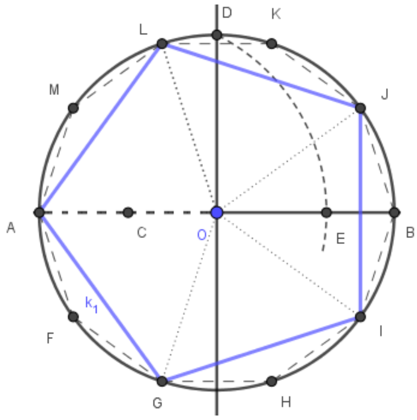
Substituindo na equação 3.1 temos que:

$$L_{10}^2 = R \cdot (R - L_{10}) \tag{3.3}$$

3.2.7 Divisão de uma circunferência em 5 partes e inscrever o pentágono

Para construir o pentágono, basta unir os vértices do decágono de dois a dois conforme figura 3.11.

Figura 3.11: Pentágono regular



Fonte: Elaborada pelo autor.

Justificativa: Temos que $AFGHIBJKLM$ é um decágono regular. O ângulo $\widehat{JOB} = \widehat{IOB} = 36°$, logo no triângulo isósceles OIJ de base IJ temos que o ângulo $\widehat{JOI} = 36° + 36° = 72°$ e consequentemente cada ângulo da base $\widehat{OJI}$ e $\widehat{OIJ} = 54°$. Analogamente vale para os demais triângulos JOL, LOA, AOG e GOI. Como em uma circunferência, ângulos centrais de mesma medida, correspondem a cordas de mesma medida, podemos afirmar que $\overline{IJ} = \overline{JL} = \overline{LA} = \overline{AG} = \overline{GI}$. Cada ângulo interno do pentágono é igual a soma de dois ângulos adjacentes de 54° ou seja 108°. Logo o polígono $AGIJL$ é um pentágono regular.

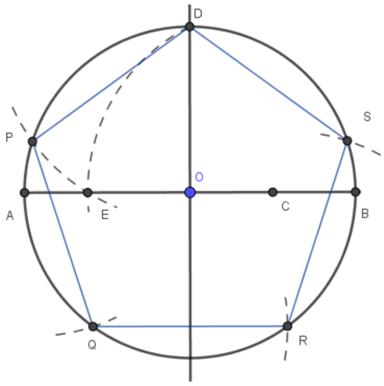
Vamos mostrar o método apresentado por Cláudio Ptolomeu para a construção do pentágono regular:

Descrição dos passos dada por Ptolomeu para o Pentágono regular:

1. Seja O o centro de uma circunferência e $\overline{AB}$ o seu diâmetro.(Figura 3.12)
2. Trace a mediatriz de $\overline{OB}$, obtendo o ponto C, médio de $\overline{OB}$.
3. Trace uma reta perpendicular a $\overline{AB}$ passando pelo ponto O. Essa reta intercepta a circunferência no ponto D.
4. Com o compasso centrado em C e raio $\overline{CD}$, trace um arco determinando o ponto E sobre o segmento $\overline{AO}$.
5. Com o compasso centrado em D e raio $\overline{DE}$, trace um arco determinando o ponto P sobre a circunferência.
6. Com o compasso centrado em P e raio $\overline{DE}$, trace um arco determinando o ponto Q sobre a circunferência.
7. Com o compasso centrado em Q e raio $\overline{DE}$, trace um arco determinando o ponto R sobre a circunferência.
8. Com o compasso centrado em R e raio $\overline{DE}$, trace um arco determinando o ponto S sobre a circunferência.

9. O Polígono $DPQRS$ é um pentágono regular.

Figura 3.12: Pentágono inscrito na circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

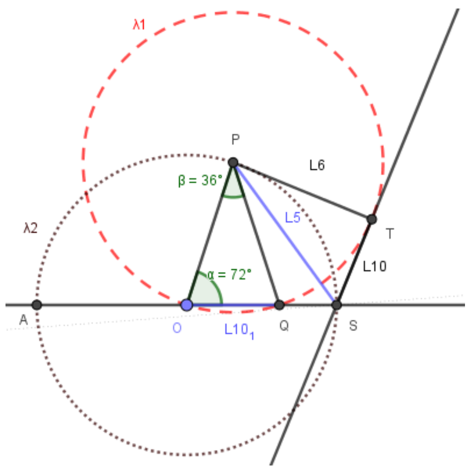
de acordo com Boyer disponível em [1].

> Cláudio Ptolomeu usou um teorema de Os Elementos $XIII.9$ que mostra que o lado de um pentágono regular, um lado de um hexágono regular, e um lado de um decágono regular, todos inscritos em um mesmo círculo, constituem os lados de um triângulo retângulo. Incidentalmente, esse mesmo teorema de Euclides fornece a justificativa para a elegante construção dada por Ptolomeu de um Pentágono regular inscrito em um círculo.(Boyer, 1906, p.121)

Vamos provar esse fato, utilizando as construções já realizadas anteriormente do hexágono e pentágono.

Em uma circunferência λ_1 de centro P, determine uma corda de comprimento $\overline{OQ} = L_{10}$ (lado do decágono) que corresponde a um ângulo central de 36°, logo o triângulo POQ é isósceles e o ângulo $\widehat{POQ} = 72°$ (Figura 3.13).

Figura 3.13: Figura suporte para demonstração dos lados L_5, L_6 e L_{10} na circunferência



Fonte: Elaborada pelo autor.

Construa uma circunferência λ_2 de mesmo raio da anterior com centro no ponto O. Note que, na subseção 3.2.6, em 3.2, foi provado que $\overline{OQ} < r$. Dessa forma, o ponto Q é interno à λ_2 . Sendo assim, prolongando o segmento $\overline{OQ}$, este intercepta a circunferência λ_2 no ponto S, como o ângulo $\widehat{SOP} = 72°$, a corda $\overline{PS}$ na circunferência λ_2 equivale ao lado do pentágono L_5. Trace uma tangente a circunferência λ_1, passando pelo ponto S, assim o triângulo PST é retângulo em T e o lado $\overline{PT} = R$ equivale ao lado do hexágono L_6. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo PST temos: $L_5^2 = \overline{ST}^2 + L_6^2$

Agora, basta mostrar que o cateto $\overline{ST}$ tem a mesma medida de L_{10} (lado do decágono). Pela potência do ponto S em relação à circunferência λ_1 temos $\overline{ST}^2 = \overline{SO} \cdot \overline{SQ}$, substituindo temos:

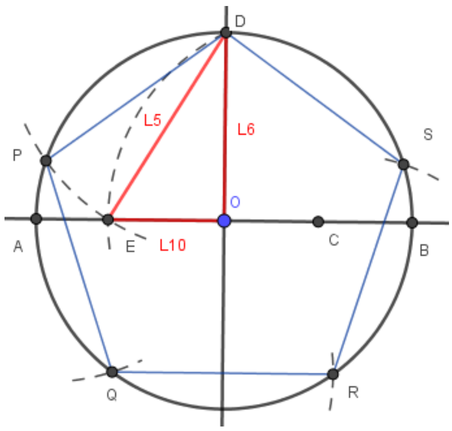
$$\overline{ST}^2 = R \cdot (R - L_{10}) \tag{3.4}$$

Das equações 3.3 e 3.4 temos:

$L_{10}^2 = \overline{ST}^2 \Rightarrow L_{10} = \overline{ST}$

A figura 3.14 mostra os lados do pentágono, hexágono e do decágono que podem ser inscritos nessa circunferência de raio $\overline{OA}$.

Figura 3.14: Exibição dos lados L_5, L_6 e L_{10} inscritos em um mesmo círculo



Fonte: Elaborada pelo autor.

4

A indústria metalmecânica

Neste capítulo apresentaremos um breve histórico dos metais e os principais processos de fabricação utilizados pela indústria metalmecânica para transformar uma matéria prima em produtos acabados.

4.1 Histórico dos metais

Os metais sempre fascinaram o homem, foi a descoberta e utilização dos metais que proporcionaram grandes avanços e desenvolvimento da humanidade. Esse período que se deu depois da idade da pedra, foi marcante para a história e ficou chamado de idade dos metais [17]. Foi neste período que iniciou-se a fabricação de ferramentas e armas de metal. A população teve um crescimento em algumas regiões do planeta, surgindo as primeiras cidades.

Por aparecerem em pepitas de metal ativo, o cobre, o ouro e a prata são os metais mais antigos utilizados pelo homem. O cobre foi o primeiro metal utilizado como matéria prima para fabricação de ferramentas e adornos, o objeto mais antigo fabricado com o cobre é um pingente oval datado por volta do décimo milênio a.E.C.

Três mil anos mais tarde, o homem já fazia experiências com esse metal, os primeiros artesões descobriram que quando martelado a frio (forjamento) o cobre ficava mais duro permitindo a construção de ferramentas. Vários séculos mais tarde, viram que o cobre poderia ser moldado através do processo de fundição, o que facilitaria a construção de alguns objetos. Para criar objetos mais resistentes e solucionar problemas do dia a dia, os homens começaram a misturar os metais encontrados e perceberam que poderiam encontrar metais mais resistentes. Ao misturar cobre e estanho deram origem a um novo metal denominado bronze, que era mais resistente que o cobre e foi muito utilizado na confecção de objetos para o uso diário e armas.

Apesar de ocupar o quarto elemento mais abundante na crosta terrestre, o ferro só começou a ser usado por volta de 3500 a.E.C, bem depois do cobre e do bronze devido às dificuldades de processar materiais ferrosos. O ferro era considerado o metal mais valioso que qualquer outro e os povos daquela época o conheciam como "metal do céu" ou ferro meteórico que era procedente dos meteoritos. Como não tinham fornos apropriados para fundir os metais ferrosos, por volta de 3000 a.E.C o homem trabalhava o ferro por forjamento, que consiste em aquecer o material até ficar incandecente e através do martelamento dar forma desejada a peça. Os primeiros fornos de redução do minério de ferro foram construidos na China por volta de 1000 a.E.C eles atingiam temperaturas suficientes para fundir o minério e produzir o aço e o ferro fundido. Essa tecnologia só foi desenvolvida na Europa bem mais tarde no século XIV. Com o desenvolvimento do alto forno e processos capazes de diminuir a porcentagem de carbono do ferro de primeira fusão (ferro gusa) foi possível aumentar a produção de ferro fundido e aço. Com esses processos dominados, o caminho estava aberto para o desenvolvimento da sociedade e nenhum outro material foi tão importante como os metais. Ele possibilitou os avanços em várias áreas como a agricultura, indústria, transporte, a guerra, etc. A indústria responsável por transformar os metais em produtos finais acabados utilizados no nosso dia a dia é a Metalmecânica.

A indústria Metalmecânica ocupa um lugar de destaque no cenário nacional e é vista como estratégica, pois, é requisitada por quase todas as áreas do setor produtivo. As empresas deste ramo transformam metais nos mais diversos tipos de produtos, entre eles podemos citar: Automóveis, eletrodomésticos, máquinas, estruturas metálicas, tubulações, etc.

De acordo com o Portal da Indústria [7], o segmento da Metalmecânica apresenta a segunda maior demanda por educação profissional no período $2019 - 2023$, com 1,6 milhão de vagas, isso demonstra a relevância do setor para a economia do país.

Para que os produtos acabados possam chegar aos consumidores finais é preciso que passem por processos de fabricação presentes na indústria metalmecânica, dentre os vários existentes podemos destacar os processos sem remoção de cavacos como: laminação, trefilação, forjamento, estampagem e a soldagem e os com remoção de cavacos que configuram os processos de usinagem como o torneamento, furação, fresagem, a retificação, etc. Cavacos em usinagem significa a parte do material que é removida da peça através de uma ferramenta de corte nos processos de usinagem que saem de forma não definida geralmente em forma de aparas.

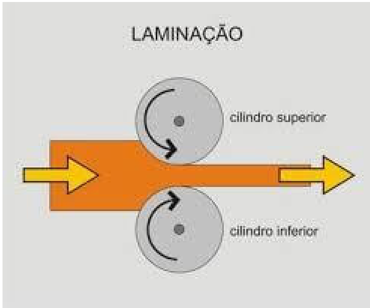
4.2 Processos sem remoção de cavacos

Vamos descrever o funcionamento de alguns processos sem remoção de cavacos utilizados pela indústria metalmecânica.

4.2.1 Laminação

Laminação [8] é um processo de conformação mecânica que consiste na passagem de uma peça entre dois cilindros que giram em sentidos opostos, figura 4.1, cujo objetivo é a redução da espessura do material entre os vários passes da laminação. A laminação pode ser feita a frio ou a quente e é responsável pela produção de chapas que serão utilizadas por vários segmentos da indústria como, por exemplo, a indústria automobilística e a eletrodoméstica conhecida como linha branca.

Figura 4.1: Processo de laminação

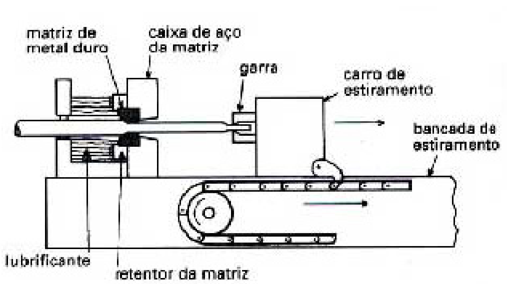


Fonte: <https://metalthaga.com.br/artigos/como-funciona-o-processo-de-laminacao-de-aluminio/>

4.2.2 Trefilação

Trefilação [8] é um processo de conformação mecânica que consiste em forçar a passagem de uma barra através de uma matriz cilíndrica chamada de fieira, mediante a aplicação de uma força de tração na saída da fieira, ou seja o material é puxado. (Figura 4.2)

Figura 4.2: Processo de trefilação



Fonte:<http://trinoxtrefilacao.ind.br/trefilacao.php>

A trefilação é empregada na produção de barras cilíndricas de aço, figura 4.3, cabos, fios e arames de comprimentos contínuos e proporciona um excelente controle dimensional e de acabamento. Geralmente as fieiras são construídas de carboneto de tungstênio por oferecerem elevada resistência e durabilidade e a barra a ser trefilada, que é chamada de fio máquina, devem ser apontadas para facilitar a passagem na fieira que em seguida são presas nas garras de tração. Existem bancos de tração que são capazes de desenvolver até 100t e velocidades que podem chegar a 100m/min.

Figura 4.3: Aço trefilado

Fonte:<https://www.acosglobo.com.br/aco-trefilado>

4.2.3 Forjamento

O forjamento [8] é um processo de conformação que consiste em deformar (moldar) o material através de martelamento ou prensagem. É o processo mais antigo de conformação mecânica, sendo muito usado na pré-história pelos ferreiros para fabricação de armas. Neste processo se utiliza matrizes construídas de aço especial que entram em contado com o material a ser forjado dando a geometria ao produto. (Figura 4.4)

Figura 4.4: Processo de forjamento

Fonte:<http://rovemar.com.br/servico-detalhe/32/forjaria-forjaria/>

O forjamento é empregado para produzir peças de diferentes tamanhos e geometrias variadas, empregando materiais ferrosos e não ferrosos. Atualmente peças como eixo virabrequim, engrenagens, chaves de boca, cabeças de parafusos são produzidos utilizando o processo.

4.2.4 Extrusão

A Extrusão [8] é processo de conformação mecânica que consiste em forçar a passagem de um bloco de metal através do orifício de uma matriz com geometria definida, obtendo assim componentes de forma contínuas. (Figura 4.5)

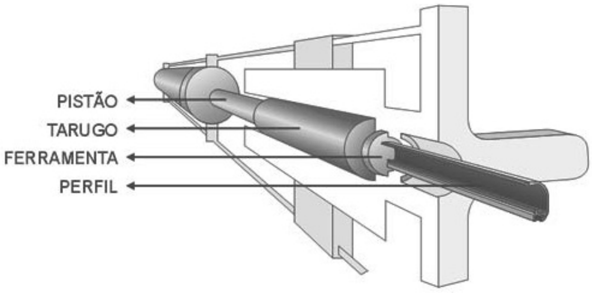
Figura 4.5: Matriz para o processo de extrusão

Fonte:<https://www.uddeholm.com/brazil/pt-br/applications/extrusao-de-metal/>

A extrusão é utilizada na obtenção de tubos sem costura, barras e também em produtos de geometria complexa, principalmente em materiais dúcteis de fácil processamento como o alumínio.

A figura 4.6 representa um processo de extrusão onde um pistão aplica uma alta força em em um bloco metálico de geometria definida chamado de tarugo, forçando-o a fluir através de uma matriz gerando um perfil desejado.

Figura 4.6: Processo de extrusão



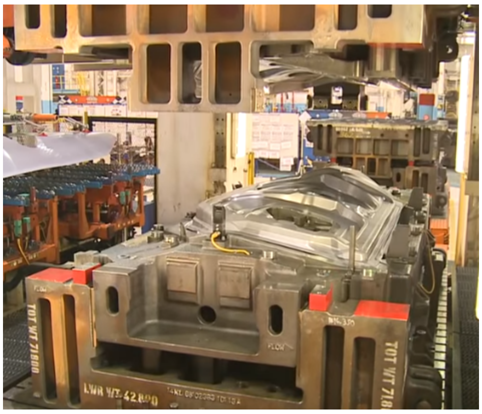
Fonte:<https://www.l2assessoria.com/2018/05/05/processo-de-extrusao-do-aluminio/>

4.2.5 Estampagem

Estampagem [6] é um processo de deformação plástica do metal, realizado geralmente a frio, que engloba várias operações. Essas operações que podem ser o corte, a dobra e o repuxo, tem a finalidade de transformar as chapas em produtos acabados sejam eles planos ou ocos.

Para que o processo de estampagem aconteça, é necessário que uma prensa hidráulica ou mecânica, acione os dispositivos especiais que chamamos de estampos, estes dispositivos, através de punções e matrizes, dão forma a peça (Figura 4.7). Os punções e matrizes são peças fabricados de aços especiais, responsáveis por operações de corte, dobra ou repuxo e quando acionados dão forma desejada ao produto. Geralmente recebem tratamento térmico de têmpera e revenimento para aumentar a resistência mecânica

Figura 4.7: Estampo de repuxo



Fonte:<https://www.youtube.com/watch?v=8m-hh7zmNjU&t=46s>

O emprego do processo de estampagem é muito amplo nas indústrias, em especial nas automobilísticas, pois toda a estrutura de chassi, carroceria e painéis externos de um automóvel são obtidos pelo processo de estampagem. (Figura 4.8)

Figura 4.8: Carroceria de automóvel

Fonte:<http://pt.nextews.com/8a78116a/>

4.3 Processos com remoção de cavacos

A usinagem [11] é um processo de fabricação com remoção de cavacos que confere à peça novas formas, dimensões e acabamentos. É realizada em máquinas operatrizes que possuem um conjunto de peças responsáveis por realizarem os movimentos mecânicos nas ferramentas ou nas peças. Esses movimentos variam de acordo com cada processo utilizado. A seguir apresentaremos os principais processos de usinagem convencional utilizados e as máquinas operatrizes relacionadas a cada processo.

4.3.1 Torneamento

O torneamento [6] é uma operação executada em uma máquina operatriz chamada torno, onde a peça a ser usinada gira em torno do eixo da máquina e uma ferramenta de corte realiza a retirada do material que sai em forma de cavacos. (Figura 4.9)

Figura 4.9: Processo de torneamento

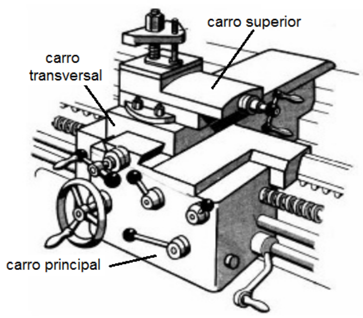
Fonte:<https://www.sandvik.coromant.com/pt-pt/knowledge/general-turning/pages/external-turning.aspx>

O torno mecânico, figura 4.10, é uma máquina em que a peça, fixada em uma placa, recebe o movimento de rotação de um eixo que gira transmitindo potência, chamado de eixo árvore e a ferramenta fixada em uma parte da máquina chamada de castelo (porta ferramenta), realiza o movimento de avanço de corte. Os movimentos da ferramenta são controlados por três carros: o carro principal faz o movimento longitudinal de avanço da ferramenta, o carro transversal faz o movimento de penetração da ferramenta e o carro superior que está em cima do carro transversal, possui uma base giratória graduada que permite a usinagem angular. (Figura 4.11)

Figura 4.10: Torno mecânico

Fonte:<https://www.romi.com/produtos/linha-romi-t/>

Figura 4.11: Carros de um torno mecânico



Fonte:<SENAI São Paulo, Mecânico de Usinagem-Operações em Máquinas Convencionais>

O torneamento é um processo utilizado geralmente para usinagem de peças cilíndricas externas ou internas, mas, também é possível realizar outras operações que são feitas por outras máquina operatrizes utilizando adaptações e acessórios para estes fins.

4.3.2 Fresagem

Fresagem [6] é uma operação de usinagem em que o material é removido por uma ferramenta giratória, chamada fresa, de múltiplas arestas cortantes. Cada aresta cortante remove uma quantidade de material em uma rotação da ferramenta. (Figura 4.12)

Figura 4.12: Processo de fresagem

Fonte:<https://compraco.com.br/blogs/aco-na-industria-brasileira/fresagem-em-chapas-de-aco-o-que-voce-deve-saber>

A máquina utilizada no processo é a fresadora, figura 4.13 , que consiste em uma máquina ferramenta de movimento contínuo, destinada a trabalhar materiais por meio de uma ferramenta de movimento rotativo chamada fresa. Através da fresadora é possível realizar usinagens em superfícies das mais variadas formas como: planas, côncovas, convexas e combinadas. Esta máquina é muito utilizada também para confecção de rodas dentadas chamadas de engrenagem.

Figura 4.13: Fresadora

Fonte:<https://www.clarkmachine.com.br/produto/fresadora-universal-clark-modelo-fu3x1500/>

Nesse processo, a remoção de material é feito por dois movimentos efetuados simultaneamente, um movimento rotativo da ferramenta que é denominada de fresa e o outro movimento é realizado pela mesa da máquina onde a peça está fixada.

As fresadoras são classificadas de acordo com a posição do seu eixo principal, chamado de eixo árvore, em relação à mesa da máquina. Quando o eixo árvore da máquina é paralelo à mesa, é classificada como fresadora horizontal. Quando o eixo árvore é perpendicular à mesa da máquina, é classificada como vertical e quando a máquina permite que a disposição do eixo árvore fique paralelo e através da adaptação de um cabeçote fique perpendicular à mesa da máquina, é classificada como fresadora universal. (Figura 4.13)

A fresa [6] é uma ferramenta de corte constituída por um sólido de revolução cuja superfície apresenta um determinado número de arestas de corte; iguais entre si; dispostas simetricamente em relação ao eixo de revolução. Os fabricantes de ferramentas de corte disponibilizam uma variedade de ferramentas com geometrias diversificadas e materiais especiais para atender a demanda das indústrias. A figura 4.14 apresenta alguns modelos de ferramentas de corte para o processo de fresagem.

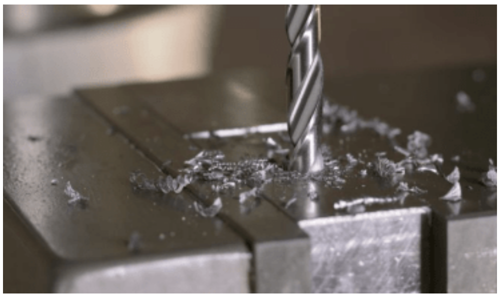
Figura 4.14: Fresas

Fonte:<http://projeferferramentas.com.br/>

4.3.3 Furação

Furação é um processo de usinagem cujo objetivo é abrir furos em peças através de uma ferramenta chamada broca. Na execução de um furo, figura 4.15, a broca recebe o movimento de rotação oriunda do eixo árvore e um movimento de avanço responsável pela penetração da broca. O movimento de avanço pode ser manual ou automático.

Figura 4.15: Processo de furação



Fonte:<https://www.acosmetalcon.ind.br/servicos/furacao>

Existem vários tipos de brocas utilizados nos processos de furação, a mais comum é a broca helicoidal, ela é caracterizada pelos canais helicoidais que têm a função de permitir a saída dos cavacos, a passagem do fluido para refrigeração e formar a parte da geometria de corte da broca. Ela pode ser fixada diretamente no eixo árvore da máquina ou através de um mandril, que é um acessório de fixação.

Existem vários tipos de furadeiras, construídas em função da forma e dimensões da peça a ser furada, da capacidade do diâmetro, da precisão dos furos etc. Nas indústrias, as mais comuns são as furadeiras de coluna (Figura 4.16) e as furadeiras radiais (Figura 4.17).

Figura 4.16: Furadeira de coluna

Fonte:<http://promillmaquinas.com.br/produto/furadeira-de-coluna-modelo-md-450/>

As furadeiras radiais são destinadas a executar furos em peças de grandes dimensões e difíceis de serem movimentadas.

Figura 4.17: Furadeira radial

Fonte:<https://www.directindustry.com/pt/prod/kao-ming/product-33390-305194.html>

Para que os furos fiquem localizados em posições corretas de acordo com os projetos, é necessário executar a traçagem das peças através de instrumentos destinados para este fim como: riscador, compasso, traçador de altura, mesa de desempeno, esquadros, tinta de traçagem, etc.

4.3.4 Retificação

Retificação [6] é um processo de usinagem por abrasão, seu o objetivo é corrigir irregularidades geométricas produzidas pelos processos de usinagens convencionais como as fresadoras, tornos, plainas, etc. No processo de retificação se consegue uma baixa rugosidade e um excelente controle dimensional das peças. Neste processo, a remoção de cavacos acontece quando uma ferramenta abrasiva denominada rebolo, que gira a alta rotação, entra em contato com a peça. (Figura 4.18)

Figura 4.18: Processo de retificação

Fonte:<http://www.geomaqmec.com.br/maquinarios.html>

As máquinas empregadas no processo são as retificadoras, elas são compostas basicamente de quatro partes: base, mesa de trabalho, cabeçote porta rebolo e os sistemas de movimento que podem ser mecânicos ou hidráulicos. As retificadoras, figura 4.19, utilizam como ferramenta de corte os rebolos que são constituídos por grãos abrasivos e aglutinantes. A função do aglutinante é unir os grão abrasivos.

Figura 4.19: Retífica plana

Fonte:<http://www.geomaqmec.com.br/maquinarios.html>

Existem vários tipos de retificadoras no mercado. Elas são classificadas de acordo com os sistemas de movimento e de acordo com as operações realizadas por elas. Quanto às operações realizadas, elas são classificadas como: retificadoras planas, cilíndricas e sem centros ou centerless. Em relação ao sistema de movimentos as retificadoras planas podem ser tangencial, quando o eixo árvore é paralelo a mesa, e de topo de eixo vertical, quando o eixo árvore é perpendicular a mesa.

As retificadoras planas, figura 4.19, permitem retificar qualquer superfície plana de uma peça, seja ela paralela, oblíqua ou perpendicular, para isso ela dispõe de uma base magnética para fixar as peças e de morsas que são dispositivos de fixação. As retificadoras planas permitem, além de acabamento e precisão nas peças, um excelente controle de paralelismo entre as faces de uma placa, um dos motivos que ela é muito requisitada nas indústrias.

As retificadoras cilíndricas, figura 4.20, permitem a retificação de superfícies cilíndricas, sejam elas internas ou externas e também as superfícies cônicas internas e externas. Na fabricação de peças de extrema precisão como rolamentos, por exemplo, o processo de retificação é utilizado para obter as superfícies externas e internas, sejam elas paralelas ou cônicas. Neste tipo de retífica a peça é presa em um cabeçote de fixação e quando é de grande comprimento, é apoiada em um cabeçote contraponta. Neste processo o rebolo gira a alta rotação e a peça gira com rotação menor.

Figura 4.20: Retífica cilíndrica

Fonte:<https://www.cimhsa.com.br/por/p/product/product/produtos/4/retifica-cilindrica-rcu32-1000.htm>

5

Aplicação das construções geométricas no ensino profissional

Neste capítulo será realizado uma análise do currículo do Ensino Fundamental destacando as habilidades de construções geométricas a serem trabalhadas por ano, segundo a Base Nacional Comum Curricular. Será apresentado também a fundamentação da educação profissional e tecnológica no Brasil e uma análise do emprego das construções geométricas no ensino profissional.

5.1 Construções geométricas no ensino básico conforme a BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [2] é um documento que estabelece diretrizes e sinaliza o que se espera que os estudantes desenvolvam na educação básica. Ela estimula a essencialidade do desenvolvimento de conhecimento, das habilidades, das atitudes e valores para que o estudante seja capaz de resolver quaisquer demandas complexas ou não, no meio social de sua convivência.

Das dez competências gerais apresentadas pela BNCC propostas para as três etapas da educação básica, listamos duas que vem de encontro ao trabalho apresentado, uma vez que as construções geométricas levam os alunos a resolverem problemas e criar soluções e podem aplicar em diferentes áreas relacionando com o mundo do trabalho, são elas:

> 1. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

> 2. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. (BRASIL, 2017, p.9) [2]

Na BNCC, o Ensino Fundamental está estruturado em cinco áreas do conhecimento (Linguagens, Matemática, Ciências da natureza, Ciências humanas e Ensino religioso), elas enriquecem a comunicação entre os conhecimentos e saberes dos diferentes componentes curriculares.

O desenvolvimento das competências deve ser promovido ao longo dos nove anos, de acordo com cada área de conhecimento. Vários desafios de maior complexidade são apresentados aos estudantes nos anos finais do ensino fundamental com a finalidade de contribuir para o planejamento do projeto de vida dos mesmos, estimulando questões de independência, responsabilidade e protagonismo juvenil.

Para a área de Matemática, o Ensino Fundamental deve ter o compromisso com o letramento matemático que, de acordo com a BNCC é definido como:

> Competências e habilidades de raciocinar, representar e argumentar matematicamente contribuindo com o estabelecimento de conjecturas, formulação e resolução de problemas em vários contextos utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. (BRASIL, 2017, p.264) [2]

Realizando uma análise da BNCC relacionados aos conhecimentos e habilidades, verificamos que o estudo de construções geométricas devem ser desenvolvidos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental na unidade temática de Geometria.

Para o 6º ano do Ensino Fundamental este documento normativo orienta que os estudantes devem utilizar instrumentos como régua e compasso com a finalidade de desenvolver a seguinte habilidade:

> (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (BRASIL, 2017, p.301) [2]

No 7º ano percebemos uma enfase maior em relação às construções geométricas. Nesta etapa, a BNCC recomenda a construção de circunferências e polígonos desenvolvendo as habilidades:

> (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
> (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°

> (EF07MA25) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
> (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. (BRASIL, 2017, p.307) [2]

No 8º ano a BNCC orienta que os conhecimentos de construção geométrica sejam empregados na construção de de ângulos, polígonos regulares e resolução de problemas empregando mediatriz e bissetriz, para isso, espera-se que seja desenvolvido as seguintes habilidades:

> (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
> (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
> (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.(BRASIL, 2017, p.313) [2]

No 9º ano a BNCC orienta que os estudantes sejam estimulados a empregar os conhecimentos na construção de polígonos e desenhar vistas em perspectiva. O conhecimento de desenhar objetos em perspectiva é muito empregado na área de mecânica na elaboração de desenhos técnicos, para isso espera-se que os alunos desenvolvam as seguintes habilidades:

> (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
> (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.(BRASIL, 2017, p.317) [2]

5.2 Educação profissional e tecnológica

A educação profissional e tecnológica (EPT) é um modelo de educação prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) [5] com a principal finalidade de preparar para o exercício das profissões, contribuindo para que o cidadão consiga se inserir e atuar no mercado de trabalho e na vida em sociedade. A educação profissional é desenvolvida articulada com o ensino regular em instituições destinadas para este fim ou no próprio ambiente de trabalho. Ela abrangen cursos de formação inicial e continuada ou qualificação profissional, educação profissional técnica de nível médio e educação profissional tecnológica de graduação e pós-graduação.

Formação inicial e continuada é a educação profissional destinada a qualificar jovens e adultos, independente de escolaridade prévia e de regulamentação curricular, inclui cursos de capacitação profissional, aperfeiçoamento e atualização profissional. Abrange os cursos de livre oferta, abertos a comunidade, cursos especiais e também cursos regulamentados de qualificação profissional integrados aos itinerários formativos do sistema educacional.

Os cursos de livre oferta previstos na LDB não possuem carga horária definida e podem apresentar características variadas em relação à preparação para o exercício da profissão de algumas ocupações básicas. Além disso, incluem cursos de capacitação, aperfeiçoamento e atualização profissional, muito utilizados pelas indústrias para treinamento de seus funcionários.

Com regulamentação quanto a carga horária que é de no mínimo 160 horas e com a finalidade de possibilitar a continuidade dos estudos, os cursos regulamentados de qualificação profissional são estruturados pelo sistema educacional dentro de um itinerário formativo.

Os cursos regulamentados de aprendizagem industrial básica onde foram empregados às aplicações deste estudo, são cursos gratuitos, destinados a jovens de 14 a 24 anos de idade, caracterizado por atividades práticas e teóricas organizadas em tarefas de complexidade progressiva, de acordo com um perfil profissional definido. Na conclusão dos cursos de Aprendizagem Industrial os alunos recebem um certificado de qualificação profissional.

O aluno matriculado em um curso de aprendizagem industrial passa por um processo seletivo, cujo pré-requisito em termos de escolaridade é que esteja matriculado no 9° ano ou concluído o Ensino Fundamental. Tenha também idade mínima de 14 anos e idade compatível que permita concluir o curso antes de completar 24 anos durante a realização do mesmo.

A educação profissional técnica de nível médio é destinada a pessoas que concluíram o Ensino Fundamental, estão matriculados ou concluíram o Ensino Médio. Tem o objetivo de proporcionar habilitação ou qualificação profissional técnica de nível médio, segundo perfil profissional de conclusão. Realiza-se sob as formas articuladas (integrada ou concomitante) e subsequente ao Ensino Médio. Para que o aluno consiga o diploma de técnico é necessário a conclusão do Ensino Médio.

Cursos de educação profissional e tecnológica de nível médio são organizados por eixos tecnológicos. Inclui as qualificações profissionais técnicas de nível médio que são as saídas intermediárias dos cursos técnicos e a habilitação profissional técnica de nível médio correspondente ao curso técnico realizado. Para complementar profissionalmente o itinerário planejado, a educação profissional técnica inclui também a especialização técnica de nível médio.

As qualificações profissionais devem ter carga horária mínima de 20% do respectivo curso técnico e devem desenvolver competências básicas para o exercício de uma ou mais ocupações reconhecidas pelo mercado de trabalho que podem ser verificadas através da CBO (classificação Brasileira de Ocupações) [4].

Os cursos técnicos têm carga horária que variam de acordo com a habilitação técnica, podendo ser de 800, 1000 e 1200 horas. A carga horária de cada curso técnico pode ser verificada no CNCT (Catálogo Nacional de Cursos Técnicos) [3] onde estão organizados por eixos tecnológicos.

Os cursos de especialização técnica de nível médio são destinados a pessoas que concluíram o ensino técnico e querem se especializar em um determinado segmento profissional. Estes cursos devem ter carga horária mínima de 25% do respectivo curso técnico que corresponde o itinerário formativo da habilitação.

5.3 Construções geométricas no ensino profissional

A área de mecânica é muito ampla e composta por vários processos de fabricação. Profissionais que atuam na área são responsáveis por transformar uma matéria prima em produtos acabados utilizando um ou mais processos de fabricação conforme pode ser visto no capítulo 4.

Para que todo o processo produtivo ocorra de forma eficiente, é necessária uma comunicação que faça que uma peça de um automóvel produzida em uma empresa X possa ser montada em outra peça produzida na empresa Y e os automóveis sejam finalmente fabricados pelas montadoras. Esta comunicação é feita através dos desenhos técnicos mecânicos que são representações gráficas de um projeto no papel. Em todos os projetos mecânicos nas áreas de fabricação, montagem e manutenção, é imprescindível a utilização de desenhos técnicos, ele é o meio de comunicação entre quem projeta e quem fabrica.

Segundo Jota [10] "os que pretendem orientar seus estudos para as áreas de engenharia ou arquitetura terão no desenho geométrico o instrumental necessário ao desenho projetivo, que, por sua vez, será muito utilizado nessas profissões" (JOTA, 1996, p.9).

O desenho técnico faz parte das grades curriculares dos cursos que formam profissionais para a área de mecânica. Sua elaboração é feita seguindo normas técnicas da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), utilizando instrumentos de desenho como régua, compasso, esquadros, etc.

Na tabela 5.1, temos o detalhamento da unidade curricular de desenho técnico em mecânica do curso de Aprendizagem Industrial em ferramentaria em estampos de corte, dobra e repuxo. Os conhecimentos a serem trabalhados estão relacionados aos fundamentos técnicos e científicos para alcançar o objetivo geral que é ler, interpretar e elaborar desenho técnico mecânico aplicando normas técnicas.

Durante a execução dos desenhos, o manuseio correto dos instrumentos é de fundamental importância para obter uma boa qualidade dos mesmos, os conhecimentos das construções geométricas auxiliam e facilitam na execução dos desenhos, pois, é comum durante a sua elaboração, o traçado de retas paralelas, retas perpendiculares, bissetrizes, mediatrizes, a construção de polígonos regulares, a tangência entre retas e circunferências, etc..

Atualmente, com a inserção das novas tecnologias nos meios de produção, temos vários softwares gráficos específicos de CAD (Computer Aided Design) que têm o objetivo de desenvolver projetos nos computadores. No entanto, é importante ressaltar que, embora os softwares de desenho tenham evoluído e permitam a criação e edição de desenhos em uma alta complexidade, não isentam os conhecimentos de geometria descritiva, desenho técnico e desenho geométrico, pois estes apresentam em seus conteúdos os fundamentos básicos necessários para a utilização desses softwares. Na elaboração de desenhos utilizando softwares CAD em duas dimensões (2D) ou modelos tridimensionais (3D), os conhecimentos básicos de geometria como paralelismo, perpendicularidade, tangência, etc. são imprescindíveis para que o profissional possa compreender e utilizar de forma eficiente todas as ferramentas disponíveis nos softwares.

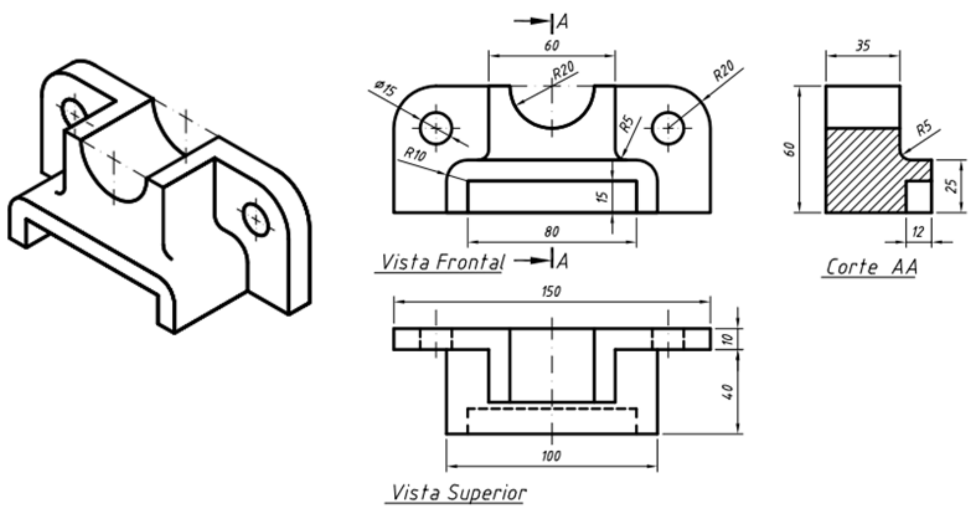
Tabela 5.1: Detalhamento da unidade curricular de leitura e interpretação de desenho técnico mecânico

Curso: Ferramentaria em estampos de corte, dobra e repuxo	
Unidade curricular: Leitura e interpretação de desenho técnico em mecânica	
Obetivo geral: Ler, interpretar e elaborar desenho técnico mecânico aplicando normas técnicas.	
Conteúdos formativos	
Fundamentos técnicos e científicos	conhecimentos
Ler e interpretar desenhos técnicos; Utilizar normas para elaboração de desenho técnico; Manusear instrumentos de desenho; Empregar cortes na execução de desenho técnico; Interpretar desenhos de conjuntos mecânicos; Empregar tipos de escalas; Empregar dimensionamento e simbologia em desenhos técnicos; Empregar representação de elementos de máquinas em desenhos técnicos;	Introdução ao desenho Materiais e instrumentos Caligrafia técnica Linhas convencionais Projeções ortogonais 1° e 3° diedro Dimensionamento e simbologia Escalas Cortes e Seções Projeções ortogonais (casos especiais) Representação dos elementos de máquinas Perspectivas Conjuntos mecânicos

Fonte: Senai, 2015.

Na elaboração de um desenho projetivo, o aluno recebe o desenho da peça em perspectiva ou um modelo físico da mesma e executa a projeção em um ou mais planos gerando as vistas ortográficas conforme, podemos ver na figura 5.1.

Figura 5.1: Desenho técnico - Perspectiva e projeção ortogonal



Fonte: Senai.SC, 2004, p.81.

No desenho técnico (Figura 5.1), temos à esquerda o desenho da peça em perspectiva e à sua direita, três vistas ortográficas, são elas: frontal, superior e lateral esquerda.

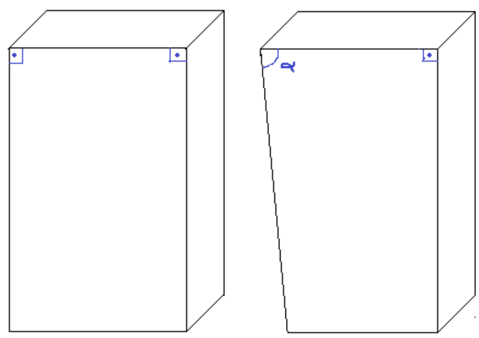
Como a área de mecânica é de cunho prático e exige habilidade manual com instrumentos e criatividade para resolver situações práticas do dia a dia, as construções geométricas contribuem com a formação desses profissionais.

Durante a fabricação de peças nas máquinas operatrizes como torno, fresadora, retificadora etc, é de suma importância que os operadores apliquem os conceitos básicos de geometria para que as peças por eles fabricadas atendam os requisitos do projeto. A teoria de geometria vem atrelada à construção geométrica, através das construções, podemos trabalhar conceitos importantíssimos como paralelismo, perpendicularidade, concentricidade, mediatriz, bissetriz, concordâncias de raios, dividir uma circunferência em n partes iguais, construção de ângulos, polígonos, etc.

Na fabricação de uma peça na fresadora, por exemplo, em que o profissional necessita controlar a perpendicularidade (esquadro) entre duas faces opostas com um dos seus topo, ele precisa entender que se as duas faces opostas não ficarem paralelas não irá conseguir a perpendicularidade nos dois lados.

A figura 5.2 ilustra a situação exposta acima e foi uma das atividades aplicadas em sala de aula para que os alunos pudessem aplicar as construções geométricas para solucionar uma situação problema.

Figura 5.2: Peça com faces opostas paralelas e peça com faces oblíquas

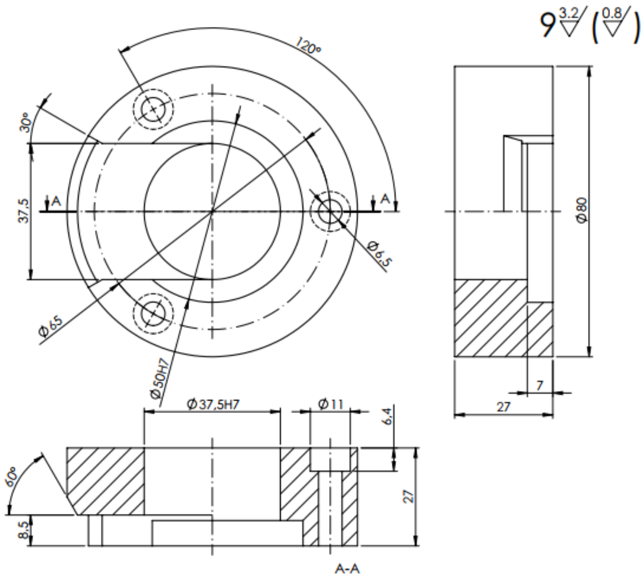


Fonte: Elaborada pelo autor.

Durante a fabricação das peças em uma oficina mecânica a traçagem é muito empregada, ela é uma operação realizada antes de se executar as operações de usinagem e consiste em marcar nas peças a correta localização de furos, rasgos, rebaixos, etc. Ela serve também para indicar através de linhas e pontos as formas finais das peças. Na traçagem das peças utiliza-se vários instrumentos como mesa de traçagem, escala, riscador, compasso, esquadros, punção, etc.

A peça denominada guia dos punções, figura 5.3, após ser fabricada pelo processo de torneamento, deverá ser traçada para que se possa realizar a furação dos três furos rebaixados de diâmetros de 6,5mm. Neste caso, o aluno poderá utilizar os conhecimentos de construções geométricas para executar a traçagem da peça.

Figura 5.3: Guia dos punções



Fonte: Elaborada pelo autor.

A tabela 5.2 mostra o detalhamento da unidade curricular da prática profissional do curso de aprendizagem industrial em ferramentaria em estampos de corte, dobra e repuxo [15]. Observa-se que a capacidade técnica de traçagem está presente e é muito importante na formação desses profissionais.

Tabela 5.2: Detalhamento da unidade curricular de prática profissional

Curso: Ferramentaria em estampos de corte, dobra e repuxo	
Unidade curricular: Prática de ferramentaria	
Obetivo geral: Empregar técnicas de fabricação de peças por processos convencionais de usinagem, seguindo normas técnicas, de saúde e segurança.	
Conteúdos formativos	
Fundamentos técnicos e científicos	conhecimentos
Empregar corretamente os instrumentos de controle e traçagem nas diversas situações da metal mecânica;	Traçagem

Fonte: Senai, 2015.

Os conhecimentos de construções geométricas auxiliam os profissionais da área de mecânica que executam a traçagem de peças, uma vez que fornece para estes os conhecimentos básicos de geometria que podem ser utilizados para localizar furos em uma peça, dividir uma peça em partes iguais, localizar centros de circunferências dentre outras traçagens que podem ser realizadas por estes profissionais.

6
Aplicação em sala de aula

Neste capítulo apresentaremos o perfil dos estudantes que participaram da aplicação das atividades e o material utilizado em sala. No desenvolvimento das atividades diárias dos estudantes de mecânica podemos empregar as construções geométricas para facilitar a compreensão de situações habituais e resolver problemas práticos, por isso, foram aplicadas situações problemas relacionadas à área com o objetivo dos alunos demonstrarem seus conhecimentos de construções geométricas e solucionar tais situações.

Para que as peças possam ser furadas e posteriormente montadas em outras é necessário executar a traçagem para localizar esses furos, por isso, propomos a traçagem de um disco e de uma chapa retangular onde devem ser aplicadas construções geométricas elementares para solucionar o problema. No processo de usinagem de peças retangulares pelo processo de fresamento é necessário controlar o esquadro (perpendicularidade) entre duas faces opostas e o topo da peça, nesse sentido, propomos uma atividade de construção geométrica para que os estudantes compreendam e verifiquem que, se duas retas distintas são perpendiculares a uma mesma reta, então elas são paralelas. Na elaboração de desenhos técnicos e traçagem de peças nas oficinas é fundamental que os estudantes apliquem as construções envolvendo tangências entre figuras geométricas como retas, circunferências e arcos, para isso, propomos situações problemas para que os alunos desenvolvam essas habilidades.

Na seção 6.2 será apresentado o material utilizado para realização das atividades.

6.1 Conhecendo o público e o local de aplicação das atividades

As atividades propostas neste trabalho foram desenvolvidas em uma escola profissionalizante localizada no município de Contagem - MG e foi aplicada para uma turma de estudantes do curso de Manutenção Mecânica de Máquinas Industriais. Os alunos dessa turma são aprendizes de uma empresa do ramo de tubulações da região de Belo Horizonte e todos eles têm contrato de aprendizagem.

Para que os alunos tenham acesso aos cursos de aprendizagem industrial, eles passam por um processo seletivo com provas de Língua Portuguesa e Matemática, cujo pré-requisito em termos de escolaridade é que tenham concluido o ensino fundamental.

Com o objetivo de conhecer um pouco sobre a trajetória, a realidade e o perfil dos estudantes que participaram desse trabalho, realizamos uma pesquisa na turma de Manutenção Mecânica de Máquinas Industriais, com a participação de quatorze dos vinte alunos, e os resultados serão apresentados a seguir:

Pergunta 1: Qual a sua formação?

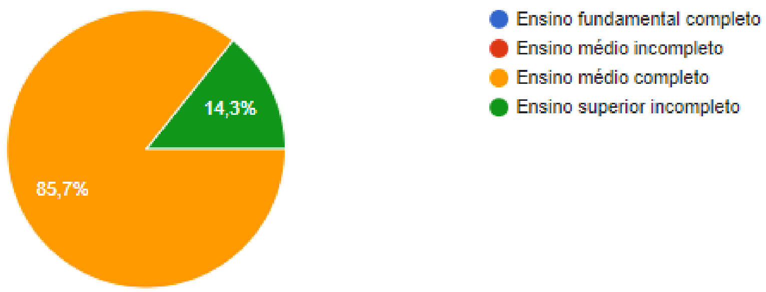


Figura 6.1: Gráfico 1 - Formação dos estudantes

Pergunta 2: Onde cursou o Ensino Fundamental

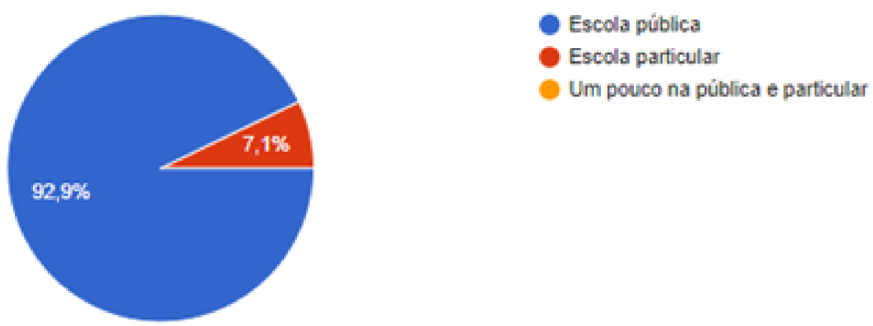


Figura 6.2: Gráfico 2 - Sobre o tipo de ensino frequentado

Pergunta 3: Durante a sua formação no Ensino Fundamental, você aprendeu sobre construções geométricas utilizando régua e compasso?

Analisando os resultados obtidos na pesquisa percebemos que a grande maioria é oriunda de escolas públicas (Figura 6.2) e apesar de já terem concluido o Ensino Médio (Figura 6.1), 71,4% dos alunos não estudaram construções geométricas no Ensino Fundamental (Figura 6.3). Diante disso, percebe-se apesar dos objetos de conhecimento de construções geométricas estarem presentes na BNCC, muitas escolas não trabalham essas habilidades com seus alunos.

A escola profissionalizante onde foram empregadas as atividades desse trabalho oferece vários cursos de aprendizagem e cursos técnicos com o objetivo de formar mão de obra para a indústria metalmecânica, dentre eles podemos destacar: Aprendizagem Industrial em Manutenção de Máquinas Industriais, Aprendizagem Industrial em Ferramentaria de Estampos de Corte, Dobra e Repuxo, Aprendizagem Industrial em Operação de Máquinas Ferramentas Convencionais, Aprendizagem Industrial em Controle da Qualidade

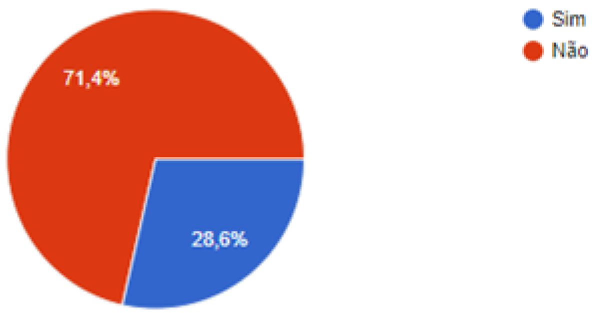


Figura 6.3: Gráfico 3 - Sobre os conhecimentos geométricos no ensino fundamental

e Aprendizagem Industrial em Soldagem e os cursos técnicos em Mecânica, Automação Industrial e Eletromecânica.

Fizemos também um levantamento com 11 docentes do ensino profissional da instituição que atuam na área de mecânica, para ver a percepção deles em relação aos alunos que são admitidos nos cursos de aprendizagem industrial. Primeramente, perguntou-se como eles avaliam os conhecimentos de Geometria que os alunos apresentam ao iniciar um curso na area de mecânica. Das opções que eram: (a) Não demonstram conhecimento algum, (b) Demonstram pouco conhecimento, (c) Demonstram conhecimento adequado e (d) Demonstram conhecimento avançado, 9,1% dos entrevistados marcaram que não demonstram conhecimento algum e 90,9% afirmaram que os alunos apresentam baixo conhecimento de Geometria.

Perguntados qual a importância da Geometria e das construções geométricas para a formação desses profissionais, das opções que eram: (a) Não tem importância alguma, (b) De pouca importância e (c) Muito importante, 100% dos docentes afirmaram que esses conhecimentos são muito importantes para a suas formações.

Solicitamos aos docentes para descreverem como os conhecimentos de construções geométricas podem contribuir na formação dos profissionais da área de mecânica, recebemos respostas interessantes do tipo:

> *"contribui na interpretação de conjuntos mecânicos do ponto de vista construtivo, montagem e funcionamento. Um bom domínio do conhecimento relacionado a Geometria auxilia na interpretação de projetos, na construção e na avaliação do mesmo, auxiliar na tomada de decisão de diversas situações intrínsecas da profissão"*

> *"manuseio de instrumentos, conhecimento de formas geométricas, estimular a utilização de estratégias inovadoras, estimular o desenvolvimento da criatividade"*

> *"podem contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico, na habilidade manual com instrumentos principalmente na elaboração de desenhos técnicos e na resolução de situações práticas do dia a dia da profissão"*

Como podemos perceber nas respostas acima, as construções geométricas representam um importante conhecimento na formação destes profissionais, pois, estimulam estratégias inovadoras e a criatividade principalmente no desenvolvimento da prática profissional.

Devido às medidas sanitárias de enfretamento ao Covid-19 impostas pela Prefeitura Municipal de Contagem - MG, as aulas presenciais estavam suspensas e o trabalho de aplicação se deu de forma remota utilizando as plataformas *Google Classroon*[1] e *Google Meet*[2].

A aplicação do trabalho foi realizado junto a unidade curricular de Desenho Técnico Mecânico. As construções geométricas foram realizadas durante 8 aulas ao vivo com a participação dos alunos, figura 6.4, e foram aplicados também 4 situações problemas que tinham o objetivo de avaliar se os alunos eram capazes de utilizar as construções geométricas para solucionar problemas relacionados com a área de mecânica.

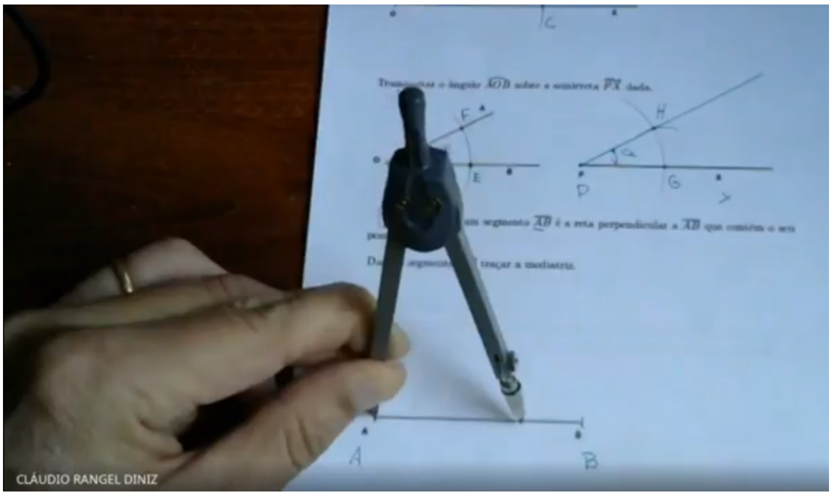


Figura 6.4: Construção geométrica ao vivo

6.2 Sequência didática

Uma sequência didática é um conjunto de atividades elaboradas e desenvolvidas utilizando uma lógica sequencial com um objetivo específico.

A seguir será apresentado o material utilizado em sala de aula e as atividades propostas como situação problema que tinham o objetivo de verificar se os alunos eram capazes de aplicar as construções na solução de problemas. A divisão dos tópicos trabalhados se deu da seguinte forma:

1. Transporte de segmento, transporte de ângulo, mediatriz e retas perpendiculares.

2. Retas paralelas e aplicação da situação problema 1.

[1] O Google Classroom é a sala de aula online do Google em que alunos e professores podem realizar encontros virtuais para a realização de aulas à distância. Ajuda os professores no gerenciamento de atividades e criação de aulas interativas, ajudando o aluno a aumentar o aprendizado por meio de ferramentas disponíveis na Internet.

[2] O Google Meet é uma solução do Google que permite aos profissionais fazerem reuniões on-line, tanto pelo computador quanto por dispositivos móveis.

3. Bissetriz.

4. Construção de ângulos.

5. Divisão de segmentos em partes iguais e aplicação da situação problema 2

6. Traçado de tangentes

7. Recuperar centro de circunferência e de arco, traçar circunferência por três pontos não colineares e aplicação da situação problema 3.

8. Construção de polígonos regulares e aplicação da situação problema 4

A seguir será apresentado o material utilizado em sala para realização das atividades:

Aula 01	Curso de aprendizagem industrial	Data: / /
		Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	Nota:
Professor:	Curso:	Turno:
Aluno (a):		

Construções geométricas

Transportar o segmento $\overline{AB}$ a partir da semirreta $\overrightarrow{OX}$.

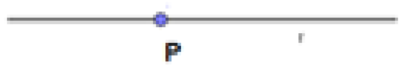
Transportar o ângulo $A\hat{O}B$ sobre a semirreta $\overrightarrow{PX}$ dada.

Traçar a mediatriz do segmento $\overline{AB}$

Retas perpendiculares

1º Caso

Traçar uma reta perpendicular a uma reta r dada, por um ponto $P \in r$



2º Caso

Traçar uma reta perpendicular a uma reta r dada, por um ponto P não pertencente a r

Reta r e ponto $P \notin r$

Aula 2	**Curso de aprendizagem Industrial**		**Data: / /**
			Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA		**Nota:**
Professor:		**Curso:**	**Turno:**
Aluno (a):			

Objetivo da aula: Realizar construções geométricas com régua e compasso no traçado de retas paralelas. Traçar retas paralelas utilizando um par de esquadros.

1º Caso

Traçar uma reta paralela a uma reta r dada, conhecendo a distancia d entre as duas retas.

2º Caso

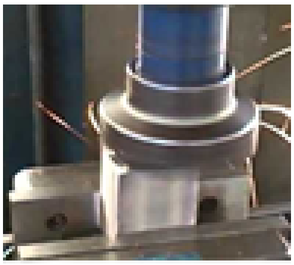
Traçar uma reta paralela a uma reta r dada, por um ponto P não pertencente a r

3º Caso

Traçar uma reta paralela a uma reta r dada, por um ponto P não pertencente a r , utilizando um par de esquadros.

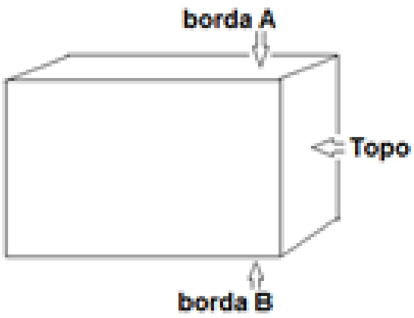
Situação problema 1	Curso de aprendizagem Industrial		Data: / /
			Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA		Nota:
Professor:		Curso:	Turno:
Aluno (a):			

Verificação do esquadro (perpendicularidade) de uma peça usinada.

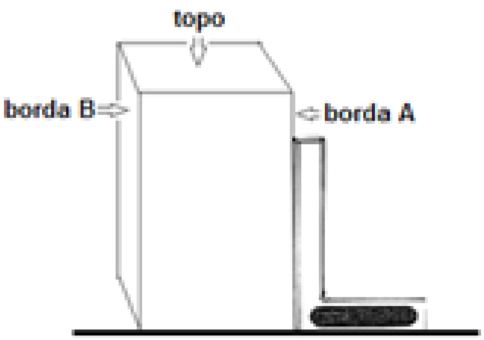


A sequencia de usinagem de uma peça retangular se da da seguinte forma:

O aluno recebe a peça em bruto (irregular) e primeiro se usina a **borda A**, a peça é virada e usina a **borda B** controlando uma medida entre as duas bordas.



Na sequência a peça é presa com o topo voltado para cima, e com um esquadro (instrumento) controla a perpendicularidade entre a borda A e o plano da base e, em seguida, executa a usinagem do topo.



Quando a peça é retirada verifica-se que o esquadro (perpendicularidade) entre a borda A e o topo esta correto (Figura 1), mas, o esquadro entre a borda B e o topo nao estao bons (Figura 2).

Figura 1

Figura 2

O aluno pretendia que os dois lados ficassem no esquadro.

Indagações a serem realizadas com os alunos.

a) O que aconteceu de errado durante o processo?

b) O que pode ser feito para corrigir o problema do esquadro entre a borda B e o topo?

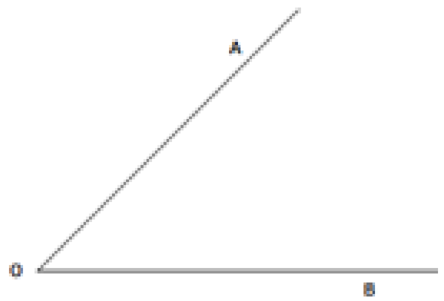
c) Faça uma construção geométrica que represente a situação exposta.

Aula 03	Curso de aprendizagem Industrial	Data: / / Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	Nota:
Professor:	Curso:	Turno:
Aluno (a):		

Objetivo da aula: Realizar construções geométricas com régua e compasso aplicando o conceito de bissetriz como lugar geométrico na solução de problemas.

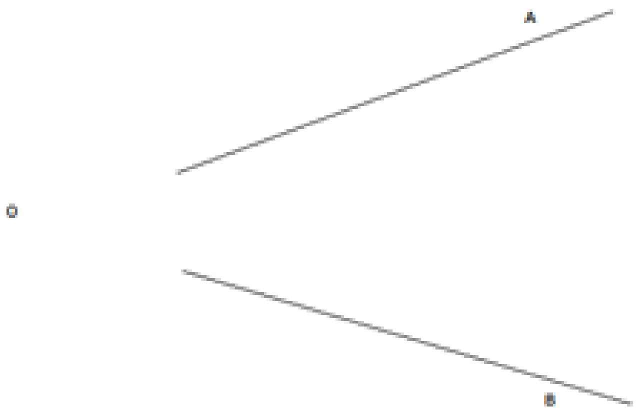
1° Caso:

Traçar a bissetriz do ângulo $\bar{A}O\bar{B}$ conhecendo o vértice O.



2° Caso:

Traçar a bissetriz do ângulo $\widehat{AOB}$ desconhecendo o vértice O.

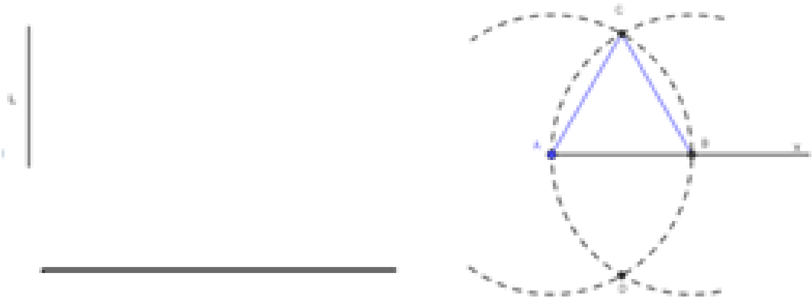


Aula 04	Curso de aprendizagem Industrial	Data: / / Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	Nota:
Professor:	Curso:	Turno:
Aluno (a):		

Objetivo da aula: Realizar construções geométricas com régua e compasso na construção de ângulos.

Triângulo equilátero

Construir um triângulo equilátero conhecendo o seu lado L.

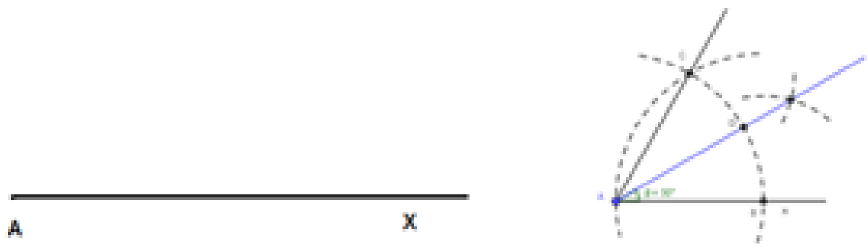


Construção de ângulos

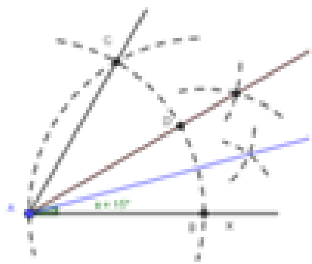
Utilizando as construções vistas acima podemos construir ângulos notáveis muito utilizados no dia a dia utilizando apenas régua e compasso.

Construir um ângulo de 60°

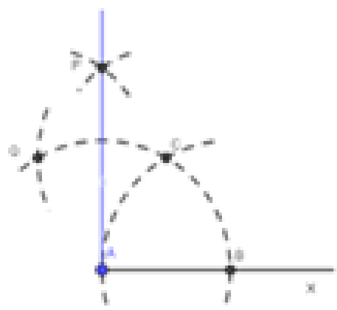
Construir um ângulo de 30°



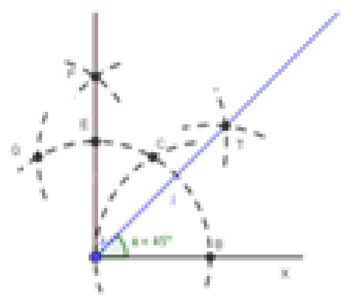
Construir um ângulo de 15°



Construir um ângulo de 90°



Construir um ângulo de 45°



<table>
<tr><td rowspan="3">Aula 05</td><td colspan="2" rowspan="2">Curso de aprendizagem Industrial</td><td>Data: / /</td></tr>
<tr><td>Valor:</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA</td><td>Nota:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Professor:</td><td>Curso:</td><td>Turno:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Aluno (a):</td></tr>
</table>

Objetivo da aula: Realizar construções geométricas com régua e compasso dividindo um segmento em *n* partes iguais.

Divisão de um segmento de retas em partes iguais.

Dividir um segmento $\overline{AB}$ **em duas** partes iguais.

Dividir um segmento $\overline{AB}$ em quatro partes iguais.

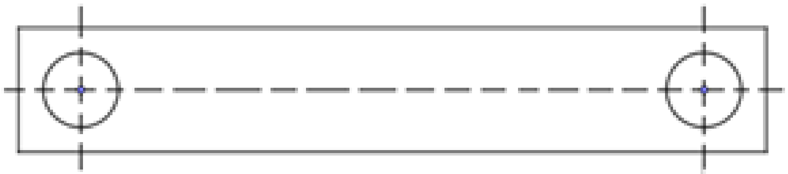
Dividir um segmento $\overline{AB}$ em cinco partes iguais.

Situação problema 2	Curso de aprendizagem Industrial	Data: / /
		Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	Nota:
Professor:	Curso:	Turno:
Aluno (a):		

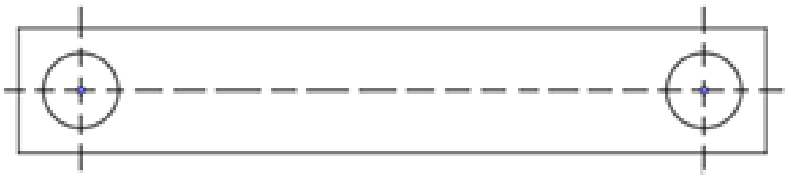
Traçagem de localização de furos.

O aluno receberá duas peças impressas em cartolina e será desafiado a inserir primeiramente mais três furos equidistantes entre os dois já existentes e depois na segunda peça inserir mais dois furos.

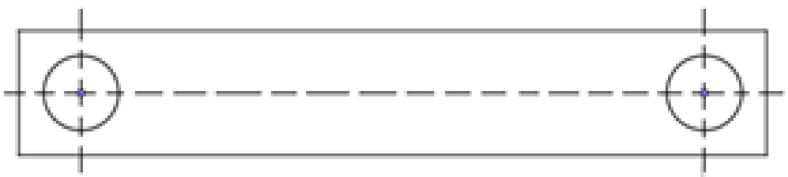
Modelo de peça recebida.



Primeira atividade: Insira mais **três furos** entre os furos A e B de modo que todos fiquem equidistantes entre si.



Segunda atividade: Insira mais **dois furos** entre os furos A e B de modo que todos fiquem equidistantes entre si.

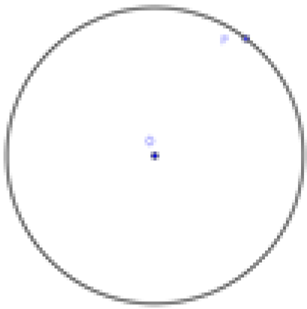


Aula 06	**Curso de aprendizagem Industrial**	**Data: / /**
		Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	**Nota:**
Professor:	**Curso:**	**Turno:**
Aluno (a):		

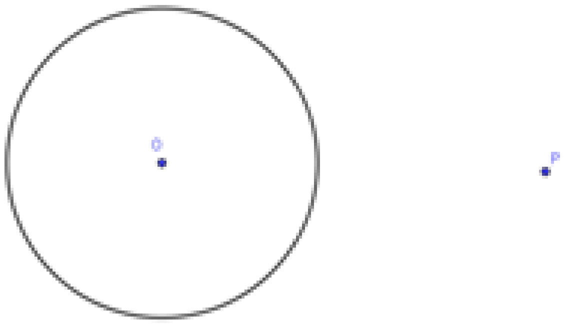
Objetivo da aula: Realizar construcoes geométricas com régua e compasso no traçado de tangentes.

Traçado de tangentes

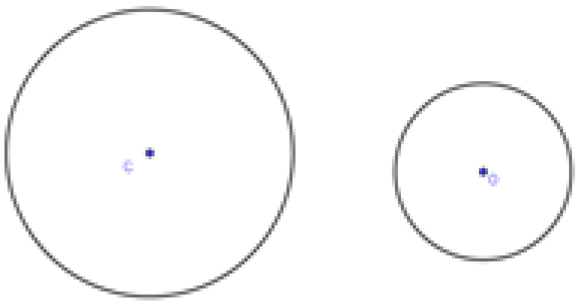
1. Traçar uma reta tangente a uma circunferência passando por um ponto P pertencente a circunferência de centro O.



2. Traçar uma reta tangente a uma circunferência passando por um ponto P exterior a circunferência de centro O.

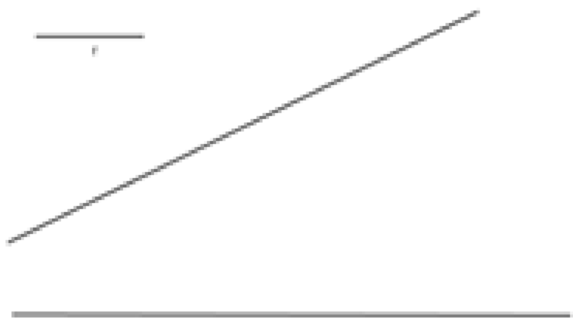


3. Traçar as tangentes comuns externas a duas circunferências de raios r e R de centros em O e C respectivamente, com r < R.

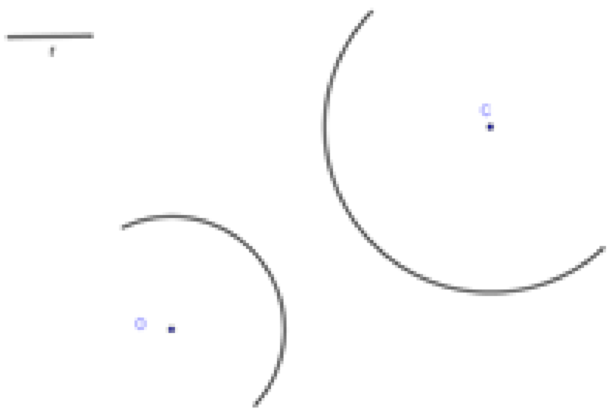


4. Traçar um arco de circunferência de raios r conhecido, de forma que o arco tangencia duas retas perpendiculares dadas.

5. Traçar um arco de circunferência de raios r conhecido, de forma que o arco tangencia duas retas concorrentes dadas.



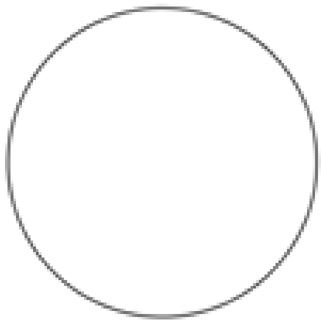
6. Traçar um arco de circunferência de raios r dado, de forma que o arco tangencia outros dois arcos conhecidos de centro O e C.



<table>
<tr><td rowspan="2">Aula 07</td><td>Curso de aprendizagem Industrial</td><td>Data: / /
Valor:</td></tr>
<tr><td>CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA</td><td>Nota:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Professor: Curso:</td><td>Turno:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aluno (a):</td></tr>
</table>

Objetivo da aula: Realizar construções geométricas com régua e compasso para determinar centro de circunferências e arcos.

1. Através de uma construção geométrica, localize o centro de uma circunferência.



2. Através de uma construção geométrica, determine o raio de um arco de centro inacessível.

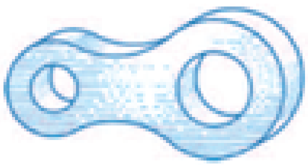
3. Trace uma circunferência que passe pelos três pontos **A**, **B** e **C** não colineares.

Situação problema 3	Curso de aprendizagem Industrial	Data: / /
		Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	Nota:
Professor:	Curso:	Turno:
Aluno (a):		

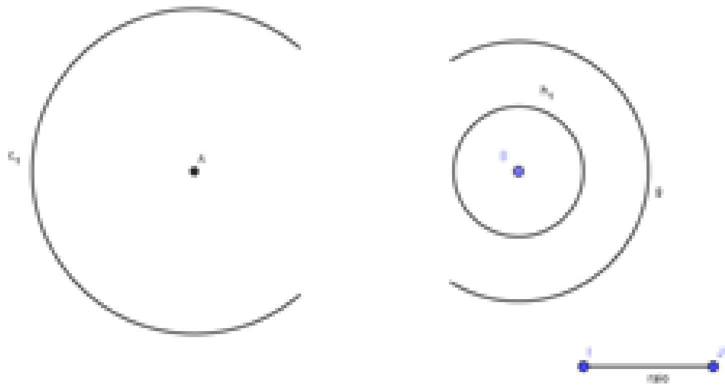
A tangência entre retas e circunferências e entre circunferências é muito utilizada na área de mecânica, por isso, vamos propor a resolução de alguns exercícios que utilizam estas construções geométricas.

O aluno deverá fazer a tangência entre os elementos conforme pedido nos exercícios abaixo:

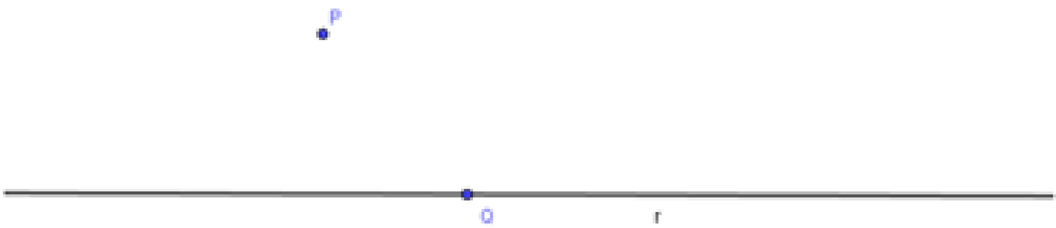
1. Traçar um arco de circunferência de raio r conhecido, de forma que tangencie outros dois arcos, conforme modelo apresentado abaixo:



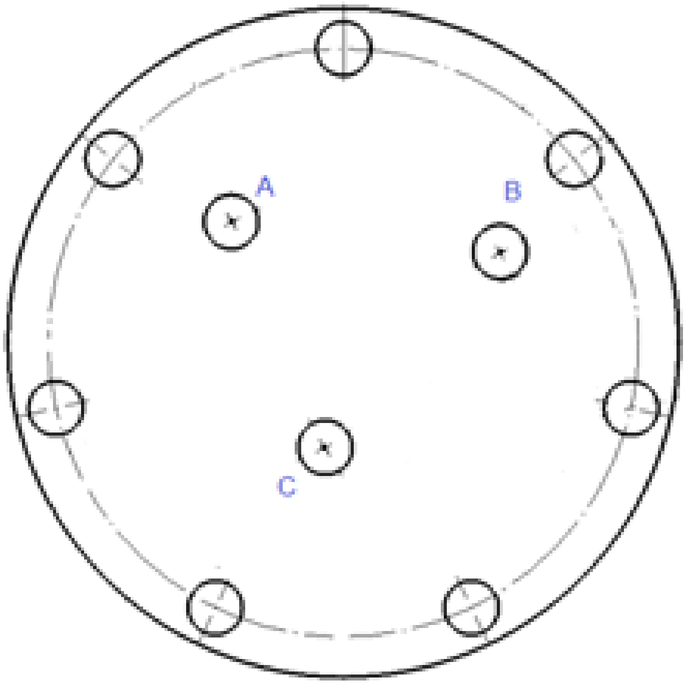
Modelo



2. Traçar um arco de circunferência que tangencia a reta r no ponto Q pertencente a r, e passe pelo ponto P não pertencente a r.



3. Traçar a circunferência que passa pelo centro dos furos A, B e C do flange abaixo:

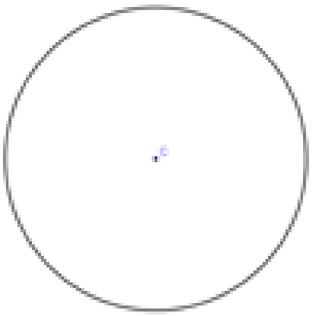


Aula 08	Curso de aprendizagem Industrial		Data: / /
			Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA		Nota:
Professor:		Curso:	Turno:
Aluno (a):			

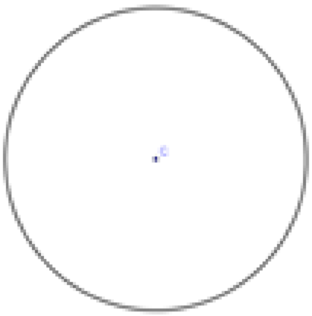
Objetivo da aula: Realizar construções geométricas com régua e compasso para dividir uma circunferência em *n* partes iguais e inscrever polígonos regulares.

Dividir uma circunferência em n partes iguais

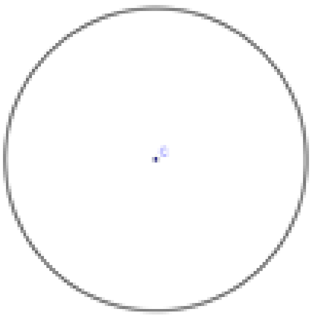
1. Dividir uma circunferência em 6 partes iguais e inscrever um hexágono



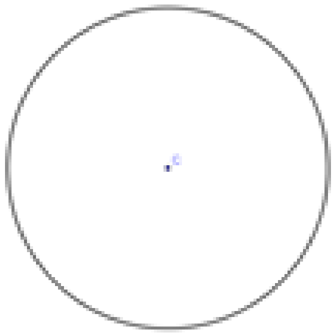
2. Dividir uma circunferência em 3 partes iguais e inscrever um triângulo.



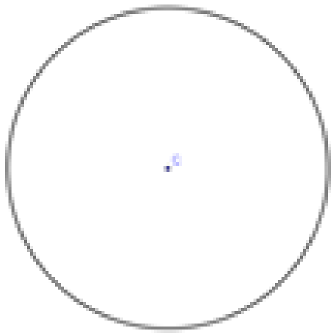
3. Dividir uma circunferência em 12 partes iguais e inscrever um dodecágono.



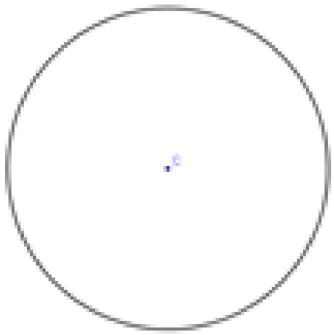
4. Dividir uma circunferência em 4 partes iguais e inscrever um Quadrado.



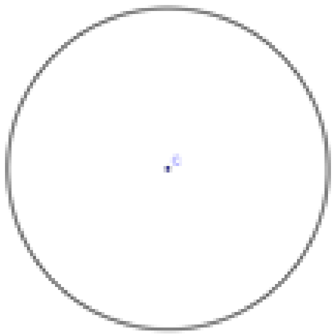
5. Dividir uma circunferência em 8 partes iguais e inscrever um octógono.



6. Dividir uma circunferência em 5 partes iguais e inscrever um Pentágono.



7. Dividir uma circunferência em 10 partes iguais e inscrever um decágono.



Situação problema 4	Curso de aprendizagem Industrial		Data: / /
			Valor:
	CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA		Nota:
Professor:		Curso:	Turno:
Aluno (a):			

Traçagem de flange para furação conforme modelo

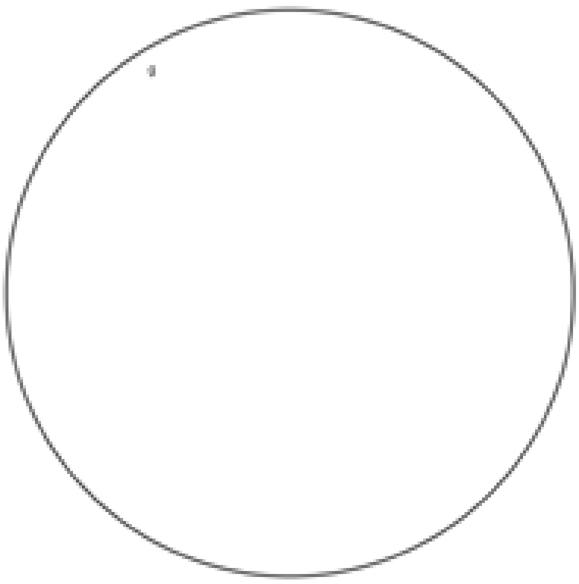
Realizar a traçagem do flange usando construções geométricas conforme orientação:

As medidas estão indicadas por segmentos de reta indicados no descritivo do trabalho.

1. Localizar o centro do Flange.
2. Traçar o furo maior com diâmetro D. ____________D
3. Traçar a circunferência de raio R que passa pelo centro dos 6 furos. __________R______
4. Dividir a circunferência de raio R em 6 partes iguais e traçar os furos menores de raio r.

   ___r

Atividade: Executar a traçagem do flange abaixo de acordo com o desenho recebido.



6.3 Análise dos resultados

O desenvolvimento do trabalho ocorreu de forma remota, os materiais para o acompanhamento das aulas eram enviados antecipadamente para os alunos se organizarem e durante as aulas ao vivo, as construções eram realizadas pelo professor com a participação dos alunos.

Como a turma era formada por estudantes oriundos de vários bairros da região metropolitana de Belo Horizonte, provenientes de escolas diferentes, percebemos que os conhecimentos básicos de Geometria não estavam bem consolidados entre todos eles, por isso, sempre que necessário era preciso rever alguns conceitos da Geometria plana para que os mesmos pudessem compreender as construções que eram realizadas.

O interesse pelas atividades por parte dos alunos foi muito bom, isso possibilitou que o trabalho fluisse de forma satisfatória. As atividades de construção geométrica possibilitou que os alunos trabalhassem também a questão da habilidade manual com os instrumentos e mais tarde, isso facilitou a produção dos desenhos técnicos em duas dimensões das projeções ortogonais.

Analisando as entregas das atividades propostas como situação problema, podemos verificar que a aprendizagem foi efetiva, os alunos aplicaram as construções aprendidas em sala para resolverem algumas situações práticas. Tivemos casos em que alguns alunos não conseguiram realizar as atividades, em situações como essa, abríamos uma discussão para que os alunos que conseguiram, pudessem expor e comentar sobre suas resoluções.

Apresentaremos na sequência, as soluções das atividades propostas como situação problema, entregues por alguns alunos.

Situação problema 1

A idealização da situação problema 1, surgiu diante da dificuldade que muitos alunos apresentam em utilizar conceitos da geometria plana quando estão na realização da prática profissional de usinagem em máquinas operatrizes como fresadora e retífica.

Nesta atividade, o aluno consegue visualizar através das construções geométricas que, se duas retas distintas são perpendiculares a uma mesma reta, então, elas são paralelas.

Na entrega realizada pelo aluno 1, figura 6.5, ele cria duas retas concorrentes r e s e, a partir de um ponto A na reta r, ele constrói uma reta perpendicular a r que intercepta a reta s no ponto B. Daí, a partir de B, ele constrói outra perpendicular à reta s passando pelo ponto B. Claramente, as duas perpendiculares traçadas não coincidiram e o aluno concluiu que, a condição ideal para conseguir a perpendicularidade (esquadro) nos dois lados da peça é que as duas primeiras faces usinadas têm que estar paralelas. Na prática de oficina, o aluno pode confirmar esse paralelismo utilizando um instrumento de medição com precisão de milésimo de milímetro (0,001mm), que chamamos de Micrômetro[3].

[3]O micrômetro é um instrumento de medição capaz de aferir as dimensões lineares de um objeto (tais como espessura, altura, largura, profundidade, diâmetro etc.) com precisão da ordem de milésimos de milímetros (0,001mm).

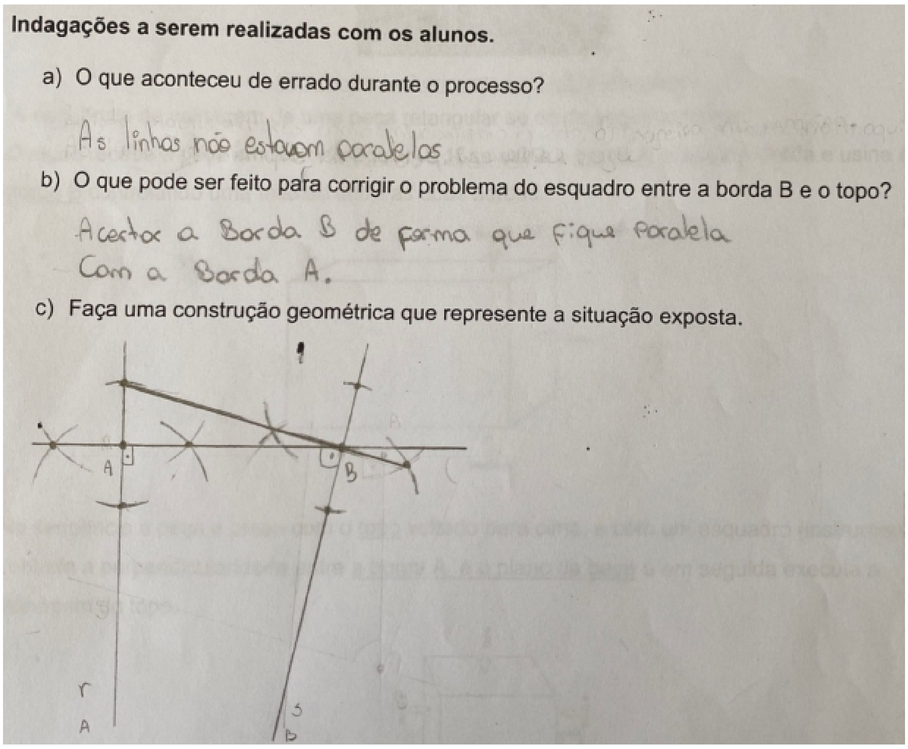


Figura 6.5: Resolução da situação problema 1

Situação problema 2

A situação problema 2, consiste em introduzir mais furos, entre dois furos já existentes, de forma que fiquem equidistantes entre si. No exercício 1, figura 6.6, a maioria dos alunos utilizou a construção tradicional de dividir um segmento e n partes iguais. O aluno 2, utilizou os conhecimentos de mediatriz de um segmento para determinar a localização de mais três furos entre os dois já existenstes, porém, no exercício 2, figura 6.7, ele percebeu que não seria possível utilizar esse recurso, pois o número de furos a serem introduzidos era par, houve a necessidade de utilizar outro método para solucionar o problema.

Alguns alunos comentaram que no início da atividade perceberam que para introduzir mais três furos entre os dois já existentes, deveriam dividir o segmento total, que representa a distância entre o centro dos dois furos, em quatro partes, e não em três partes como imaginavam no início. A maioria dos alunos disseram que tiveram que refazer a atividade após perceberam o ocorrido.

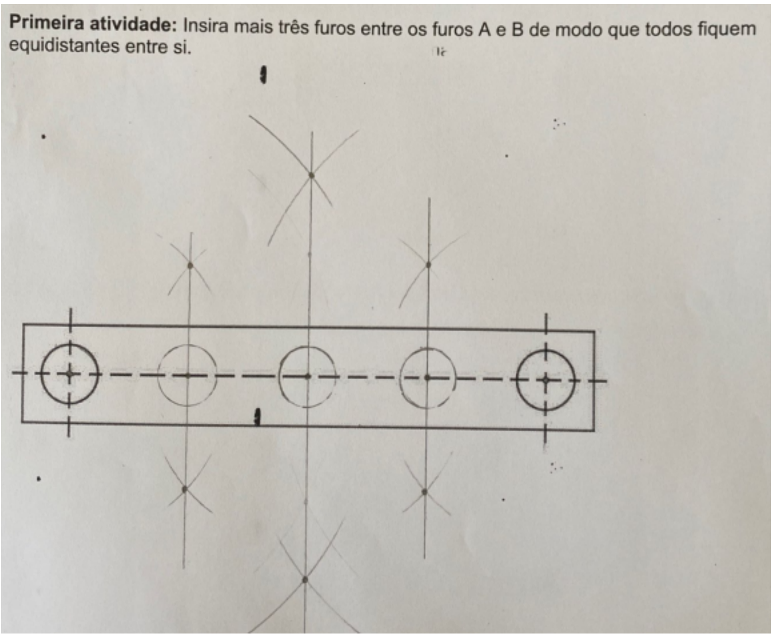


Figura 6.6: Resolução da situação problema 2 - exercício 1

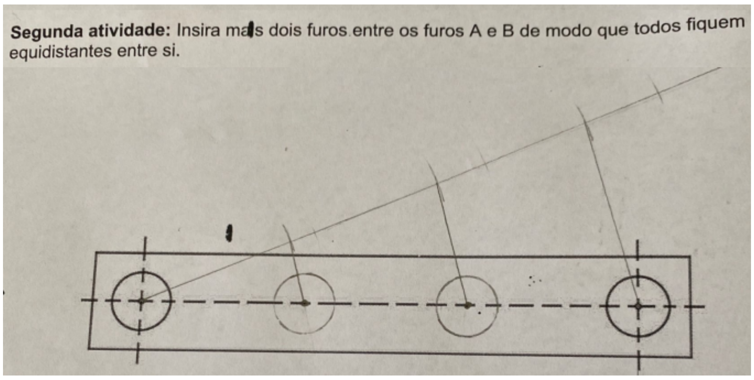


Figura 6.7: Resolução da situação problema 2 - exercício 2

Situação problema 3

A situação problema 3, tinha o objetivo de trabalhar a construção de tangentes, que é muito utilizado na traçagem de peças nas oficinas mecânicas. Na entrega do exercício 1, figura 6.8, realizada pelo aluno 3, percebemos que o mesmo utilizou a condição que, se duas circunferências são tangentes externas possuem um ponto em comum e para que isso ocorra, a distância entre os centros das duas circunferências tem que ser igual à soma das medidas de seus raios. A questão foi realizada pela maioria dos estudantes sem muita dificuldade.

O exercício 2 dessa atividade, figura 6.9, tinha o objetivo de levar o aluno a empregar os conceitos de geometria plana e de construções trabalhadas em sala para solucionar um problema.

Na entrega realizada pelo aluno 4, percebemos que ele utilizou bem esses conceitos na solução do exercício. Sabendo que qualquer ponto da mediatriz de um segmento equidista dos seus extremos e que uma reta tangente a uma circunferência forma um ângulo de 90° em relação ao raio da circunferência, ele executou a construção pedida.

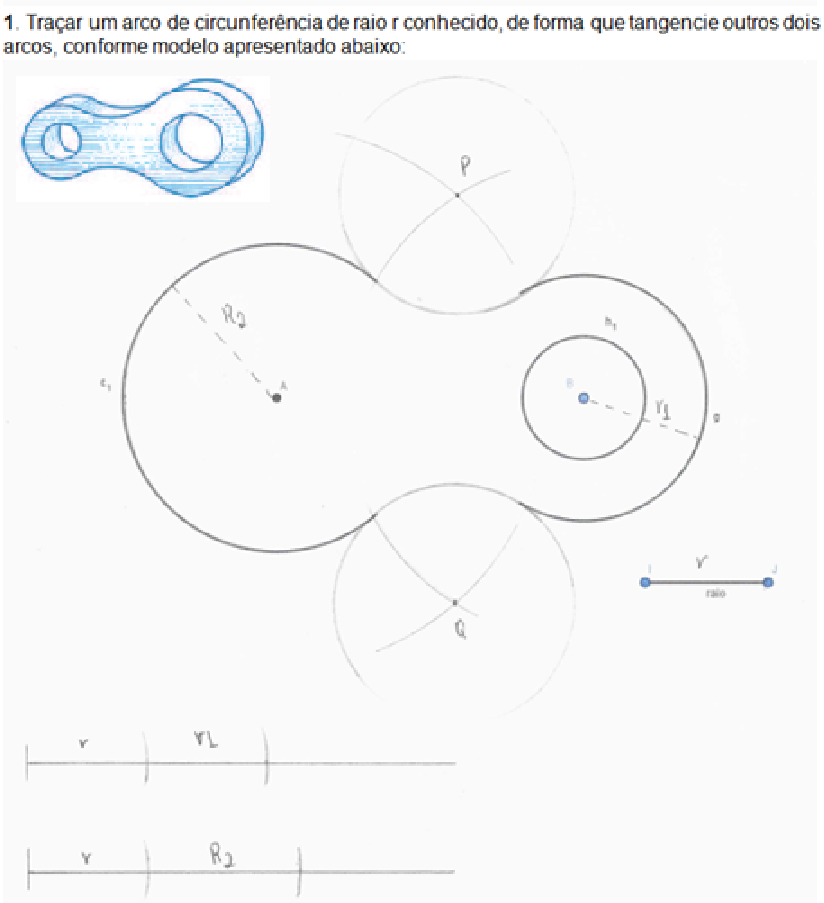


Figura 6.8: Resolução da situação problema 3 - exercício 1

Primeiro ele construiu a mediatriz do segmento $\overline{PQ}$ e logo em seguida a partir do ponto $Q \in r$, ele construiu uma reta perpendicular. A instersecção da mediatriz com a reta perpendicular determinou o ponto O, centro do arco pedido.

Alguns alunos não conseguiram realizar a atividade proposta, segundo eles, não lembraram dos conceitos trabalhados anteriorme para executar a construção do exercicio.

No exercício 3, figura 6.10, os estudantes não tiveram dificuldades para solucionarem o que foi proposto. Na atividade resolvida pelo aluno 4, ele construiu as mediatrizes dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ determinando na intersecção das mediatrizes o ponto O, centro da circunferência que passa pelos pontos A, B e C.

Situação problema 4

Na situação problema 4, os alunos receberam um disco sem localização do seu centro e eram desafiados a traçarem o mesmo, seguindo os comandos do exercício. Esta situação se aproxima muito do mundo do trabalho dos profissionais da área, por ser uma atividade muito comum durante o exercício das profissões.

Assim como nas atividades anteriores, o aluno emprega vários conceitos da geometria plana para construir o que foi pedido. Na solução da atividade, figura 6.11, o aluno 5 primeiro determina três pontos aleatórios A, B e C sobre a circunferência e constrói as mediatrizes dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, determinando na intersecção das mediatrizes o centro

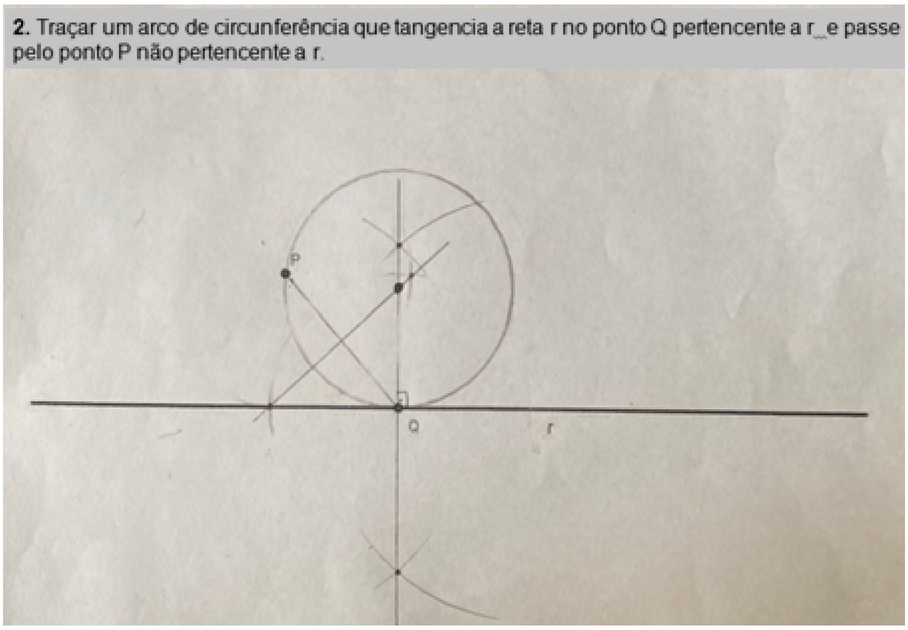


Figura 6.9: Resolução da situação problema 3 - exercício 2

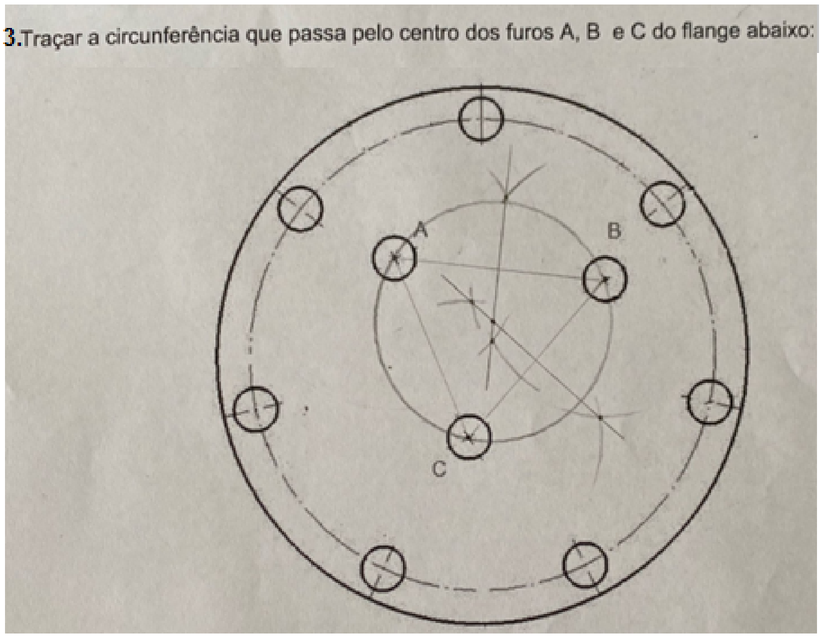


Figura 6.10: Resolução da situação problema 3 - exercício 3

do disco. Com o centro definido, ele precisa traçar o furo maior de diâmetro D, para isso, ele determina, por meio da mediatriz do segmento de medida D, dado no enunciado, o ponto médio de tal segmento e assim uma maneira de encontrar a abertura do compasso que permita transferir o raio $\frac{D}{2}$ do referido furo e traçar o furo de diâmetro D.

Utilizando o centro do disco, ele executa a traçagem da cincunferência de raio R, que passa pelo centro dos seis furos menores e com a mesma abertura R do compasso, o aluno divide tal circunferência em seis partes iguais. Agora, com o centro dos seis furos definidos e o compasso aberto com a medida r, ele finalmente traça os furos menores e finaliza a atividade.

Como os alunos já tinham resolvidos vários exercícios, percebemos um desenvolvimento melhor nessa atividade e após análise das entregas feitas por eles e da interação durante as aulas ao vivo, concluímos que os objetivos propostos com as construções geométricas foram alcançados.

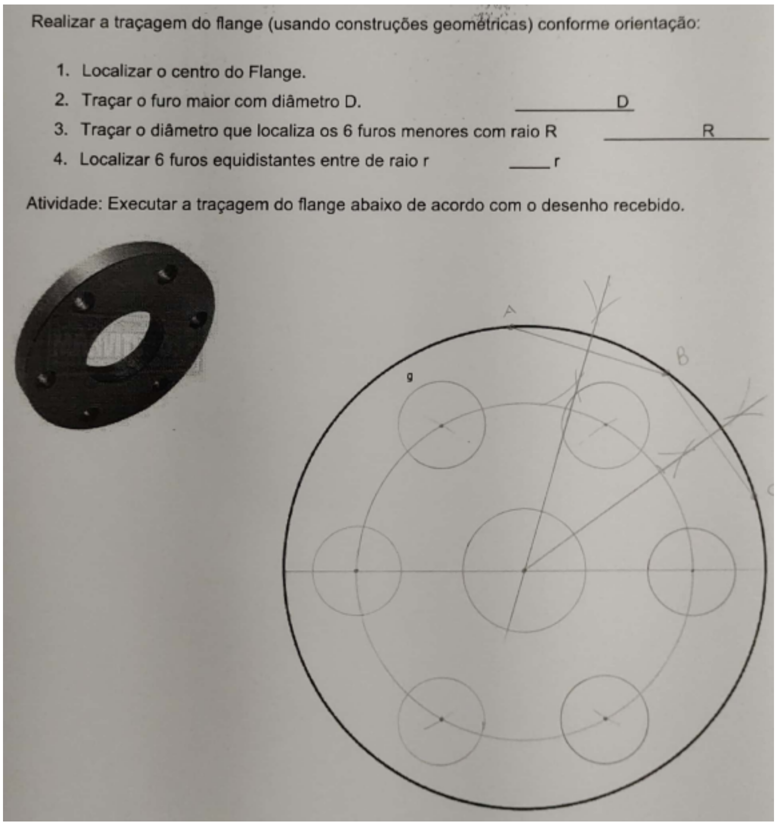


Figura 6.11: Resolução da situação problema 4

7 Considerações finais

A indústria metalmecânica exige profissionais capacitados para atuarem nos mais diversos tipos de processos de fabricação que transformam matérias primas em produtos acabados para uso em geral da sociedade. Os conhecimentos básicos de geometria, dentre eles as construções geométricas, são importantes, pois, auxiliam esses profissionais durante a sua formação e principalmente para a produção das peças, objeto final do trabalho.

Dentro do contexto de uma sala de aula de formação profissional na área de mecânica é de grande relevância evidenciar a aplicação da matemática nas atividades cotidianas da indústria metalmecânica, pois dá sentido à matemática e aprimora as habilidades profissionais dos estudantes envolvidos. Muitos alunos pensam que a Matemática é difícil e abstrata, porque não conseguem, na maioria das vezes, relacioná-la com a vida cotidiana, muito menos com a possibilidade de aplicá-la em um trabalho futuro.

Um dos objetivos deste trabalho era explorar situações problemas de modo a aproximar a escola ao mundo do trabalho, com foco nos cursos de formação profissional. E o desejo é despertar nos sujeitos envolvidos, estudantes, professores, ou profissionais de áreas afins, o interesse em dar sentido prático aos conhecimentos de Geometria trabalhados em sala de aula.

Ao trabalharmos com as construções geométricas elementares nas situações problemas dentro da área de mecânica, verificamos que estes conceitos podem e devem ser ainda mais explorados no ensino básico para que os alunos da educação profissional tenham mais domínio dos conteúdos e possam avançar rapidamente para conceitos mais específicos dentro da mecânica.

Analisados os documentos oficiais, verificamos que os conceitos envolvendo as construções geométricas aparecem na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) com bastante frequência e de maneira abrangente, no entanto, de acordo com o relato dos estudantes durante os questionários aplicados em sala de aula, verificamos que são pouco explorados no ensino básico.

Isso nos faz refletir sobre o que pode estar errado e porque mesmo estando relacionados no currículo, a maioria dos alunos saem do ensino básico sem ter aprendido ou mesmo visto estes conteúdos. Por meio deste trabalho, podemos conscientizar os profissionais da educação sobre a importância do ensino da Geometria na educação básica.

Após a realização da pesquisa e das aulas ao vivo, verificamos que mesmo se tratando de conteúdos básicos de Geometria e de construções geométricas, muitos alunos não possuem domínio do assunto e o mais preocupante é que alguns nunca manusearam um instrumento de traçagem como um compasso.

Esperamos que este trabalho sirva de material de consulta, pesquisa e de ensino-aprendizagem para quem se interessar pelo tema, tanto no que tange à aplicação, aos resultados e a fundamentação teórica, bem como para aprofundamento dos conceitos abordados, principalmente envolvendo as construções geométricas tão relevantes para os profissionais da área de mecânica.

Referências Bibliográficas

[1] BOYER, C. B. *História da matemática; tradução: Elza F.* 1974.

[2] BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC).* Brasília: MEC, 2017.

[3] BRASIL. *Catálogo Nacional de Cursos técnicos.* 2008. URL: http://cnct.mec.gov.br/ (acesso em 25 de mai. de 2021).

[4] BRASIL. *Classificação Brasileira de Ocupações: CBO.* 2007. URL: http://www.mtecbo.gov.br/cbosite/pages/home.jsf (acesso em 25 de mai. de 2021).

[5] BRASIL. *lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.* URL: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm (acesso em 21 de mai. de 2021).

[6] CHIAVERINI, V. *Tecnologia Mecânica. Processos de Fabricação e Tratamento. 2ª edição. Volume II. São Paulo, 1986.*

[7] *ENTENDA o que é a educação profissional a sua importância.* 2020. URL: http://www.portaldaindustria.com.br/industria-de-a-z/educacao-profissional/ (acesso em 21 de mai. de 2021).

[8] HELMAN, H. e CETLIN, P. R. "Fundamentos da conformação: mecânica dos materiais". *Rio de Janeiro: Guanabara* (1983).

[9] HOHENWARTER, M. et al. *GeoGebra.* 2017. URL: http://www.geogebra.org (acesso em 18 de out. de 2020).

[10] JOTA, J. C. P. *Elementos de Geometria e Desenho Geométrico V1.* Editora Scipione, 1996.

[11] MACHADO, Á. R. et al. *Teoria da usinagem dos materiais.* Editora Blucher, 2015.

[12] NETO, A. C. M. *Geometria.* 1ª Ed. Coleção Profmat. SBM, 2013, p. 502.

[13] REZENDE, E. Q. F. e Queiroz, M. L. B. de. *Geometria euclidiana plana e construções geométricas.* Editora da Unicamp, 2008.

[14] ROQUE, T. e PITOMBEIRA.J.B. *Tópicos de História da Matemática.* 1ª Ed. Coleção Profmat. SBM, 2012, p. 467.

[15] SENAI. *Plano de curso: Ferramentaria em Estampos de Corte, Dobra e Repuxo.* 2015.

[16] WAGNER, E. e Carneiro, J. P. Q. *Construções geométricas.* Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.

[17] Wikipédia, C. da. *Idade dos Metais.* 2 de abr. de 2021. URL: https://pt.wikipedia.org/wiki/Idade_dos_Metais (acesso em 29 de mai. de 2021).