Téo Rios Cordeiro de Almeida

Ensino da Geometria Utilizando Modelagem Matemática no Ensino Médio

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

07 de julho de 2021

Téo Rios Cordeiro de Almeida

Ensino da Geometria Utilizando Modelagem Matemática no Ensino Médio

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Ausberto Silverio Castro Vera

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
07 de julho de 2021

FICHA CATALOGRÁFICA
UENF - Bibliotecas
Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

A447 Almeida, Téo Rios Cordeiro de.

Ensino da Geometria Utilizando Modelagem Matemática no Ensino Médio / Téo Rios Cordeiro de Almeida. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2021.

78 f. : il.
Bibliografia: 63 - 64.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2021.
Orientador: Ausberto Silverio Castro Vera.

1. Modelagem Matemática. 2. Ensino de Geometria. 3. Educação Matemática. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

Téo Rios Cordeiro de Almeida

Ensino da Geometria Utilizando Modelagem Matemática no Ensino Médio

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovado em 07 de julho de 2021.

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF

Prof^{a}. Daniele Pereira da Silva
D.Sc. - IFF

Prof. Ausberto Silverio Castro Vera
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedicatória

A Deus, que nos criou e foi criativo nesta tarefa. Seu fôlego de vida em mim, me foi sustento e me deu coragem para questionar realidades e propor sempre um novo mundo de possibilidades. Aos meus pais, irmãos, minha esposa Dayana, minha filha Maria Flor e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida. À Dayana, pessoa com quem amo partilhar a vida. Com você tenho me sentido mais vivo de verdade. Obrigado pelo carinho, a paciência e por sua capacidade de me trazer paz na correria de cada semestre. À minha filha, linda inspiração de Deus, que me trouxe mais alegria e coragem para ganhar mais esta batalha. Aos amigos e colegas, pelo incentivo e apoio constantes.

Agradecimentos

A Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo da minha vida, não somente nestes anos como mestrando, mas em todos os momentos, é o maior mestre que alguém pode conhecer.

À minha amada família, meu alicerce, minha esposa, que desde o início se mostrou confiante, me apoiando em todos os momentos e por ter me dado um dos presentes mais lindos durante esta caminhada, minha querida filha, Maria Flor.

Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração que oportunizaram a janela que hoje vislumbro um horizonte superior.

Ao meu orientador Ausberto Silverio Catro Vera, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"Só se deve alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos."
Friedrich Nietzsche

Resumo

Esta dissertação contém reflexões sobre a situação do ensino da matemática, o rendimento baixo dos alunos em avaliações externas e o não gostar da matemática devido ao método de ensino. A busca de uma forma mais atraente para o aluno, despertando o interesse neste, faz com que os professores tentem, de diversas formas, mostrar a matemática de uma forma mais atraente. Tendo isso em vista, foram apresentadas atividades sobre a temática modelagem, significando o ensino de Matemática, mais especificamente o ensino de geometria. Neste trabalho, busca-se mostrar que a modelagem vem a ser um recurso que torna o aprendizado de matemática mais significativo, apresentando o conteúdo de forma contextualizada, envolvendo assuntos que estão ao redor do discente, para que este tenha uma maior participação e interesse na aprendizagem. Além disso, a modelagem propicia o desenvolvimento de diversas habilidades nos discentes, como autonomia, raciocínios mais rápidos e tomada mais acertada de decisões. Desperta o seu interesse e curiosidade, e, com isso, a aversão costumeira aos conceitos matemáticos deixa de existir. Ademais, proporciona a construção dos conhecimentos pelo próprio aluno, através de situações cotidianas, de onde os modelos são retirados. Com a utilização do conteúdo voltado ao cotidiano, os educandos saberão como e onde utilizar o aprendido nas aulas para modificar a sua realidade, tornando-se cidadãos pensantes e agentes na sociedade em que vivem. Para este trabalho, foi utilizada a parte de áreas e volumes de sólidos, que foi vista através de vídeos selecionados para que o discente relembrasse conceitos já estudados anteriormente. A aplicação foi feita através de situações-problema que envolvem o cotidiano para a verificação do grau de raciocínio e aprendizagem de uma forma dinâmica e criativa, tendo como protagonista o aluno. A pesquisa foi feita no Colégio Estadual Professora Vanilde Natalino Mattos, em Macaé/RJ, em duas turmas de terceira série do ensino médio, às quais ministramos aulas de matemática, compostas ao todo por 76 alunos, dos quais apenas 24 alunos responderam a pesquisa. O retorno dos resultados foi pequeno, podendo ser explicado pelo momento que estamos vivendo, marcado por distanciamento social, ensino remoto e possível necessidade de reforço na renda familiar. As reflexões aqui contidas são de extrema importância para modificar a realidade das aulas de matemática e auxiliar o docente em sua árdua tarefa de mediar o aprendizado. Contudo, por si só, este trabalho não é completo, mas abre espaço para novos estudos sobre as potencialidades da modelagem para o ensino de matemática.

Palavras-chaves: Modelagem Matemática, Ensino de Geometria, Educação Matemática.

Abstract

This dissertation contains reflections on the situation of mathematics teaching, the low performance of students in external assessments and the dislike of mathematics due to the teaching method. The search for a more attractive way for the student, arousing their interest, makes teachers try, in different ways, to show mathematics in a more attractive way. With this in mind, activities on the modeling theme were presented, meaning the teaching of Mathematics, more specifically the teaching of geometry. In this work, we seek to show that modeling is a resource that makes the learning of mathematics more meaningful, presenting the content in a contextualized way, involving subjects that are around the student, so that they have a greater participation and interest in the learning. In addition, modeling provides the development of various skills in students, such as autonomy, faster reasoning and better decision-making. It awakens their interest and curiosity, and with it, the usual aversion to mathematical concepts ceases to exist. Furthermore, it provides for the construction of knowledge by the student himself, through everyday situations, from which the models are taken. With the use of content aimed at everyday life, students will know how and where to use what has been learned in classes to change their reality, becoming thinking citizens and agents in the society in which they live. For this work, the part of areas and volumes of solids was used, which was seen through selected videos so that the student could recall concepts previously studied. The application was made through problem-situations that involve daily life to verify the degree of reasoning and learning in a dynamic and creative way, with the student as the protagonist. The research was carried out at Colégio Estadual Professora Vanilde Natalino Mattos, in Macaé/RJ, in two third-grade high school classes, to which we teach math classes, comprising a total of 76 students, of which only 24 students answered the survey. The return of the results was small, which can be explained by the moment we are living in, marked by social distance, remote education and the possible need to reinforce the family income. The reflections contained here are extremely important to change the reality of mathematics classes and help teachers in their arduous task of mediating learning. However, by itself, this work is not complete, but it opens space for new studies on the potential of modeling for the teaching of mathematics.

Key-words: Mathematical Modeling, Geometry Teaching, Mathematics Education.

Lista de ilustrações

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Este trabalho reflete sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos em matemática e os altos índices de reprovação na disciplina, e considera que a mecanização dos conteúdos, como comumente vem acontecendo, é uma das causas desta realidade, ao lado da abstração descontextualizada e do distanciamento entre a teoria e a prática.

Essa dificuldade, gerada tanto pelo descrito anteriormente quanto pela eventual falta de interesse do aluno, acarretou um resultado muito abaixo do que pode ser considerado satisfatório, como mostra o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) na avaliação realizada em 2018. Diante deste cenário, como ressignificar o ensino de matemática, tornando-o mais interessante e útil para o discente?

Objetivou-se mostrar que a modelagem matemática propicia ao aluno um fazer matemático autônomo e reflexivo, de acordo com (OLIVEIRA VANESSA CASTRO; OLIVEIRA, 2014), voltado para o cotidiano, o que proporciona um aprendizado mais interessante e significativo. Também através da modelagem, os alunos participarão ativamente das aulas, pois construirão seus conhecimentos embasados no cotidiano. Além disso, os conceitos aprendidos com o concreto terão maior probabilidade de serem utilizados na vida das pessoas, já que se terá contato com as situações-problema do dia-a-dia. Assim, através da aplicabilidade do ensino, torna-se mais prazeroso e útil para o discente.

Um dos objetivos deste trabalho é descrever a modelagem matemática, a importância da formação docente para aplicação da modelagem como recurso de ensino, as consequências da utilização da modelagem matemática para o aluno e como avaliar uma atividade desenvolvida pelo discente.

Sendo assim, o professor, ao sugerir situações-problema envolvendo o cotidiano do discente em suas aulas, fugirá de uma abordagem tradicionalista dos conceitos matemáticos. Com a troca de experiências e o envolvimento da turma, o aluno sentirá prazer no aprender e constatará a importância dos números e dos recursos desenvolvidos pela humanidade, que estão ao seu dispor nas aulas de matemática. Portanto, se valorizará a detenção dos conteúdos matemáticos devido à sua importância na resolução de problemas cotidianos.

Através dos princípios fundamentais da educação, considerando a igualdade de condições para todos na escola, como contido na Lei de Diretrizes e bases da Educação – LDB, lei nº 9394 de 20 de dezembro de 1996, este trabalho busca analisar a falta de uma aprendizagem mais eficiente entre professores e alunos e pretende, através deste estudo, minimizar esta problemática na escola, com fins de promover a reversão e criar novas práticas pedagógicas para o ensino da Geometria.

A aplicação desta pesquisa foi feita no Colégio Estadual Professora Vanilde Natalino Mattos em Macaé/RJ, onde sou professor desde 2015, atualmente ministrando aulas em duas turmas de 3ª série. As turmas contém 38 alunos cada uma, sendo feita uma revisão de áreas e volumes de sólidos geométricos através de vídeos selecionados e, em parte, das aulas on-line, aproximadamente 20 minutos, para tirar possíveis dúvidas. A revisão foi composta por dois formulários com perguntas diretas relacionadas à Modelagem e conhecimentos gerais, e a situação-problema dividida em duas partes para melhor compreensão.

A pesquisa foi feita de forma remota, e o retorno dos alunos com as respostas foi pequeno se comparado ao número de alunos, o que pode ser explicado pela situação em que estamos vivendo, marcada pelo isolamento social e por um grande número de alunos que se voltaram ao mercado de trabalho, uma vez que durante a pandemia muitos tiveram que estudar e trabalhar para que tivessem uma melhor renda familiar.

1.1 O Problema da Investigação

O ensino da matemática apresenta uma infinidade de dificuldades de aprendizagem dos alunos, ocasionando altos índices de reprovação. Este tipo de situação pode ser explicada através da forma como o docente apresenta o conteúdo, fazendo com que o discente tente aprender de forma mecânica os conteúdos, sem um objetivo, de forma abstrata e descontextualizada, gerando um distanciamento entre a teoria e a prática, de acordo com (ALMEIDA LOURDES MARIA WERLE E BRITO, 2003). Neste cenário, o ensino não está voltado na construção de modelos, dificultando a aprendizagem por parte dos alunos.

Surge uma questão: como fazer com que o aluno tenha interesse no saber matemático? Uma resposta seria estreitar a distância entre o conteúdo da matemática e a realidade do aluno, utilizando questões que estão à sua volta.

É uma atribuição do professor de Matemática ter um compromisso com a sociedade, preparar as gerações que estão surgindo, para o mundo em que terão que viver, ou seja, proporcionar-lhes a aprendizagem para que os alunos adquiram as habilidades que serão indispensáveis para o próprio desempenho de acordo com o avanço da tecnologia. Vitti descreve que:

> É muito comum observarmos nos estudantes o desinteresse pela matemática, o medo da avaliação, pode ser contribuído, em alguns casos, por professores e pais para que esse preconceito se acentue. Os professores na maioria dos casos se preocupam muito mais em cumprir um determinado programa de ensino do que em levantar as ideias prévias dos alunos sobre um determinado assunto. Os pais revelam aos filhos a dificuldade que também tinham em aprender matemática, ou até mesmo escolheram uma área para sua formação profissional que não utilizasse matemática. (VITTI, 1999)

A aprendizagem da geometria é um desafio para o discente, pois para resolver os problemas propostos deverão ser utilizados métodos, fórmulas e equações algébricas que a álgebra apresenta de forma mecânica em relação à devida aplicação, que o aluno não mostra interesse em entender.

Através deste trabalho, será mostrado o processo da resolução de problemas com o uso da modelagem matemática como método facilitador que servirá de modelo para novas situações do cotidiano, em que o aluno tenha que exercer uma tomada de decisão.

1.2 Objetivos

- Objetivo Geral

  Utilizar a técnica de modelagem matemática para o ensino da Geometria no Ensino Médio.

- Objetivos Específicos

  1. Fazer uma pesquisa bibliográfica sobre modelagem matemática;
  2. Fazer uma pesquisa bibliográfica sobre o conteúdo de Geometria a ser aplicado a modelagem matemática;
  3. Elaborar uma sequência didática sobre o conteúdo a ser aplicado;
  4. Aplicar a sequência didática nas turmas de terceira série do ensino médio;
  5. Listar e selecionar problemas geométricos, que serão utilizados no ensino da Geometria;
  6. Contextualizar os conteúdos de geometria, exemplificando o conteúdo com situações da rotina de vida do aluno;

7. Elaborar uma metodologia de ensino da geometria na sala de aula, utilizando modelagem matemática;
8. Analisar os resultados da sequência didática.

1.3 Motivação e/ou Justificativa

A realização deste trabalho está baseada no que vivenciamos em sala de aula, em contato com alunos desmotivados, com resultados insatisfatórios em avaliações internas e externas, que não sabem o porquê de estudar a matemática e não conseguem identificar o problema, não sabem organizar os dados e utilizar as ferramentas necessária para chegar ao seu objetivo. Percebemos essas dificuldades, principalmente, quando há um envolvimento da geometria com a álgebra.

Portanto, este trabalho vem para tentar minimizar estes problemas e ajudar aqueles que têm dificuldades em resolver problemas matemáticos.

1.4 Metodologias

Foi utilizada para este trabalho uma pesquisa bibliográfica tratando da Modelagem Matemática, descrevendo os conceitos, características e os processos de aprendizagem no qual o ensino será desenvolvido, tendo como foco a aprendizagem e não mais o ensino, bem como, os conteúdos de geometria que foram utilizados nas situações-problema.

Atualmente, utiliza-se várias ferramentas para a aprendizagem, tais como sala de aula invertida, trabalho em grupo, rotação de trabalho, aprendizagem baseada em problemas. Foram utilizadas neste trabalho a sala de aula invertida e a aprendizagem baseada em problemas, através dos vídeos, os quais tiveram de ser vistos antes das aulas e aplicação de situações-problema.

No ano de realização deste trabalho, o mundo passou por um período de pandemia. Devido à COVID-19, a aplicação será feita de forma remota, com poucos encontros virtuais, para não comprometer o andamento do currículo escolar. Por conta disso, foram utilizados vídeos, cujos links estão no C, para que o discente veja, antecipadamente, o conteúdo de geometria que foi utilizado nos problemas.

A modelagem matemática em sala de aula foi utilizada através de um problema envolvendo a geometria, com situação do cotidiano do discente, para facilitar o entendimento.

1.5 Estrutura da Dissertação

Este trabalho está estruturado em seis capítulos:

No primeiro capítulo, temos a introdução do trabalho, em que foram expostas as motivações, objetivos, justificativa e o processo de construção desse trabalho.

No Capítulo 2, está descrita uma revisão bibliográfica referente à Modelagem Matemática, que será utilizada para o ensino da geometria em sala de aula, procurando e desenvolvendo meios para uma aprendizagem significativa.

Capítulo 3, referencial teórico sobre geometria, foi descrito o conteúdo que será utilizado na aplicação da situação problema.

No Capítulo 4, foi apresentada a metodologia, bem como as etapas da aplicação do trabalho e a situação-problema.

No Capítulo 5, mostrou-se a aplicação da situação-problema com o uso da Modelagem Matemática de forma remota, com o auxilio de aulas ao vivo e online, tendo como objetivo a aprendizagem significativa, como protagonista o aluno e o professor como mediador do processo.

Na parte final, das conclusões, capítulo 6, é apresentada a análise da dissertação, a modelagem matemática utilizando o ensino remoto e os devidos resultados sendo comparados com o objetivo proposto no início deste trabalho.

Capítulo 2

Referencial Teórico sobre Modelagem Matemática

Neste capítulo está descrito um breve referencial teórico sobre Modelagem Matemática, trabalhos relacionados, a importância desta para uma aprendizagem mais significativa e voltada para o cotidiano do aluno.

2.1 Trabalhos Relacionados

Fazendo uma pesquisa de trabalhos relacionados ao tema Modelagem Matemática no site oficial do Programa do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat, foram encontrados 9 trabalhos publicados em 2021, 14 trabalhos em 2020, 22 trabalhos em 2019 e 13 trabalhos em 2018. Trabalhos voltados para o ensino fundamental II e o ensino médio, grande parte destes envolvendo a geometria. Alguns estão descritos a seguir.

A Dissertação de Thiago Lopes Nascimento Santiago (SANTIAGO, 2018) tem como título "O Ensino dos Sólidos Geométricos: Um estudo utilizando a modelagem matemática", e mostra alternativas para o ensino de geometria espacial utilizando maquetes e a modelagem matemática. Apresentando, através destes recursos, aulas mais interessantes e favorecendo o processo ensino-aprendizagem.

O trabalho destaca a importância do ensino da geometria espacial de forma contextualizada, utilizando situações do cotidiano do aluno através de maquetes e modelagem matemática, fazendo com que o discente compreenda e deduza os conceitos geométricos.

A aplicação foi em uma turma de 2ª série do ensino médio, utilizando uma sequência didática de conteúdo de geometria espacial. A análise teve caráter qualitativo, através de questões preenchidas pelos estudantes e da observação das atividades desenvolvidas.

Concluiu, com a utilização das atividades propostas, que os alunos tiveram uma compreensão satisfatória do conteúdo e pôde afirmar que é possível conectar os conteúdos com a vivência do aluno, tornando o conteúdo mais interessante e significativo, acarretando o favorecimento do processo de ensino-aprendizagem.

A Dissertação de Angela Pereira Baraldi (BARALDI, 2018) tem como título "Modelagem Matemática: Um facilitador no processo ensino-aprendizagem". Este trabalho apresenta como objetivo a discussão sobre a modelagem matemática ser um facilitador no processo de ensino-aprendizagem em turmas de ensino fundamental II e médio, como introdução de um assunto, no resgate de conteúdo já estudado, de forma a proporcionar uma aprendizagem mais significativa para o aluno.

O trabalho apresenta uma relação entre a matemática e o cotidiano do aluno, através da modelagem. Destacando uma atividade feita em uma turma da 6ª série do ensino fundamental e a aplicação da mesma atividade em turmas do Ensino Médio, com diferentes objetivos.

Baseado nas atividades desenvolvidas no trabalho, foi percebido que a utilização da Modelagem como estratégia de ensino torna o conteúdo mais interessante em qualquer nível de ensino, pois incorpora os conceitos matemáticos a situações reais, tornando mais fácil a compreensão e mais significativa a aprendizagem, sendo um método ativo, transformando o aluno no protagonista no seu processo educacional.

Quando o discente participa ativamente de uma atividade, a troca de conhecimento e a interação surgem naturalmente, pois a busca da solução envolve diversas fases, exigindo que este participe individualmente, havendo também a colaboração de pessoas de diversas áreas.

Contudo, o professor não precisa utilizar a modelagem em todas as suas aulas. É essencial a ele, porém, que, ao tratar de um conteúdo em que possa utilizá-la, mostre que a matemática pode ser interessante e utilizável no dia a dia.

A dissertação de Luis Henrique Cabral Generoso (GENEROSO, 2019), que tem como título "Modelagem Matemática e Metodologia Ativa: Práticas pedagógica alternativas ao ensino tradicional", apresenta como objetivo mostrar quatro metologias que tornam o aluno o protagonista no processo de ensino, que são: Modelagem Matemática, Metodologia da Problematização, Aprendizagem Baseada em Problemas e Espiral Construtivista. O autor fez vasta revisão bibliográfica, a apresentação de uma sequência didática, comparando e mostrou os pontos comuns e os divergentes. Estas práticas dão ao aluno a oportunidade de desenvolver um pensamento crítico reflexivo e de ter autonomia no desenvolvimento do conteúdo.

Neste trabalho mostrou-se que a modelagem é um recurso em potencial para diversificar a aplicação do conteúdo que é apresentado no currículo de forma fixa e rígida. A escola é um ambiente de ensino-aprendizagem, é um local que apresenta convivência, muitas informações e pontos de vista, local que é propício de ser um ambiente colaborativo facilitando a criatividade dos alunos na aplicação e acompanhamento da Modelagem Matemática, tornando mais fácil a compreensão dos conteúdos.

A dissertação de Alex dos Santos Ferreira (FERREIRA, 2020), que tem como título, "A Modelagem Matemática Aplicada ao Estudo da Geometria Plana e Espacial: Área, Perímetro e Volume", apresenta como objetivo mostrar que a Modelagem Matemática é uma ferramenta que facilita o processo de ensino-aprendizagem, associando a matemática da sala de aula com o cotidiano do aluno, tendo como prioridade a busca do conhecimento por parte do discente. O trabalho procura responder à seguinte pergunta: "qual a importância e contribuição do uso da modelagem matemática no estudo de geometria plana e espacial no segundo ano do ensino médio?", buscando a interação professor-aluno, foi dada a liberdade aos alunos na escolha do conteúdo para que fosse trabalhado a partir da modelagem.

Procurou entender que a aplicação dessa ferramenta seria um meio facilitador no ensino da geometria e contribuiu para uma aprendizagem significativa dos alunos da turma em questão.

Concluiu-se que a modelagem, quando se trabalha de forma correta, se mostra uma ferramenta eficaz e de importância no ensino e aprendizagem da matemática. Isto mostra o interesse por parte dos alunos, como também a curiosidade na busca de novos conhecimentos dentro e fora da sala de aula.

A tese de Dirceu dos Santos Brito (BRITO, 2018), que tem como título "Aprender Geometria em Práticas de Modelagem Matemática: Uma Compreensão Fenomenológica", teve como questão principal: "como os estudantes aprendem geometria em práticas de Modelagem Matemática?". Descreve observações de três práticas de Modelagem Matemática que foram desenvolvidas com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, relatando como ocorreu sua aprendizagem e também a produção dos estudantes.

Com esse trabalho, destacaram 12 observações: Momentos Significativos, Percepções do Início da Aprendizagem, Aspectos Contextuais da Prática de Modelagem Matemática, Razões que Sustentam a Aprendizagem, Obstáculos e Dificuldades, Investigação e Aprendizagem, Percepções do Eu, Participação do Outro, O Professor e o Ensino, Modos de Expressar Compreensões, Percepções da Geometria na Prática de Modelagem Matemática, Percepções Acerca do Tema Investigado. Estas concluíram em 4 Núcleos de Ideias que respondem o questionamento do trabalho.

Estes núcleos mostram a influência da Modelagem Matemática na aprendizagem da geometria, que são: Temporalidade e Construção da Aprendizagem, Modos de Proceder e Abertura à Aprendizagem, Vivência da Relação Eu/Outro/Nós na Aprendizagem e Vivência da Relação Geometria/Tema na Aprendizagem.

O artigo científico de Helisângela Ramos da Costa (COSTA, 2009), apresenta uma proposta para a utilização da Modelagem Matemática com o objetivo de promover uma aprendizagem significativa dos conceitos de Limite e continuidade apoiado nos Parâmetros Curriculares Nacionais na teoria construtivista de Ausubel. A proposta permite ao estudante utilizar a Modelagem Matemática como ferramenta facilitadora dos conceitos matemáticos e para resolução de problemas em diversas áreas.

Conclui-se, por sua grande importância, que as pesquisas científicas têm o papel de investigar de que forma o estudante relaciona e compreende as teorias matemáticas trabalhadas com a utilização da modelagem na perspectiva construtivista. A próxima seção descreve uma breve pesquisa sobre Modelagem Matemática.

2.2 Modelagem Matemática

A base deste trabalho é compreender como ensinar matemática de forma que desperte nos alunos o interesse, por meio de um aprendizado que seja dinâmico e interativo. Para tanto, é preciso entender a evolução das metodologias de ensino na matemática ao longo dos anos, para se chegar à compreensão do caminho percorrido pela ciência dos números na história e, assim, analisar como se chegou à atualidade, ao modelo de ensino e aprendizagem aplicado nas escolas no dias de hoje. De acordo com Ferreira e Santos:

> "A disciplina Metodologia do Ensino de Matemática tem sua origem na relação entre as escolas normais (instituições formadoras de professores de primeiras letras) e a instituição dos primeiros cursos superiores de formação de professores no Brasil. A organização da Faculdade Nacional de Filosofia (Decreto-Lei n.º 1.190/39) impôs o ordenamento legal do processo pedagógico. Faria Filho (1998) destaca a legislação como uma prática ordenadora e instituidora, voltada às relações sociais. Entende-se a legislação escolar como lugar de expressão e construção de conflitos e lutas sociais."(FERREIRA; SANTOS, 2012)

O que motivou a escolha do tema para este trabalho foi a necessidade de apresentar aos alunos uma abordagem em que estes se sintam estimulados a estudar e aprender numa perspectiva mais atuante, em que a interação seja parte do processo de aprendizagem constante nas escolas, ao mesmo tempo em que desperta nos jovens o gosto pela matemática. Segundo Oliveira:

> "É importante perceber que quanto mais próxima da realidade do aluno a matemática for apresentada, menos resistência esse discente terá para o estudo dessa ciência. Essa mudança é que se faz necessária, pois em geral, a matemática é tida como uma ciência possível apenas para poucos e desvinculada com o progresso da sociedade da informação."(OLIVEIRA VANESSA CASTRO; OLIVEIRA, 2014)

A elaboração do referencial teórico se destina a desenvolver os objetivos traçados dentro do projeto de pesquisa, que pretendem, no decorrer do trabalho, descrever as metodologias de ensino, contextualizando-as numa linha do tempo do ensino da matemática e dos modelos matemáticos, bem como o processo de modelagem e os materiais de apoio que venham a enriquecer com exercícios práticos, contribuindo para o ambiente da sala de aula.

A modelagem matemática seria, de uma forma simples, a criação de um modelo, um padrão, uma fórmula, que ajude na compreensão de uma situação ocorrida naturalmente. Esta situação pode ser de qualquer área de conhecimento. Esta modelagem é uma tendência que proporciona uma relação entre os conceitos da matemática e a realidade, valorizando o pensamento crítico e reflexivo do discente. Sobre isso, Almeida diz que:

> "Neste sentido podemos argumentar que o ensino da matemática, numa perspectiva crítica, não está centrado em ensinar os alunos a desenvolver e criar modelos matemáticos, mas além disso, é importante que o aluno possa interpretar e agir em situações sociais estruturadas ou influenciadas por estes modelos."(ALMEIDA LOURDES MARIA WERLE E BRITO, 2003)

A caracterização de uma Modelagem Matemática, segundo Biembengut Maria Salett e Hein (2000), é que o problema é construído de uma situação real e que, depois de formular, interpretar e resolver um modelo que resolva o problema, este modelo possa ser aplicado, também, como apoio para diversas aplicações.

Os procedimentos que identificam os passos da modelagem, segundo Biembengut e Hein são:

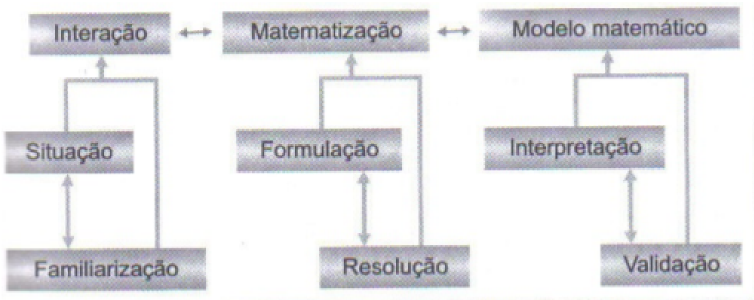
> "a) Interação: esta etapa é identificada pela pesquisa e o reconhecimento da situação-problema. Geralmente, o problema surge em outras áreas do conhecimento, a investigação é fundamental para a familiarização do tema e a seleção de dados para o processo de resolução do problema.
>
> b) Matematização: este período proporciona um desafio maior para quem vai desenvolver a pesquisa e subdivide-se em formulação e resolução do problema, traduzindo, através da linguagem matemática a situação real para um modelo matemático que poderá solucionar o problema inicial.
>
> c) Modelo matemático: esta etapa consiste em validar ou não a solução encontrada para o problema, verificando o grau de confiabilidade na sua utilização e a sua aplicação em outras situações análogas."(BIEMBENGUT MARIA SALETT E HEIN, 2000)

Desta forma, a escolha do tema que será estudado poderá ser de responsabilidade dos alunos, sofrendo a intermediação do professor, o qual, na Modelagem Matemática, exerce o papel de mediador entre o que o discente já conhece e o conhecimento que está sendo adquirido.

A Figura 1 mostra o fluxo do que foi citado anteriormente:

Conforme diz Burak:

Figura 1 – Dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: BIEMBENGUT e HEIN (2000, p.15)

> "Esta etapa é muito rica, pois cada grupo, conforme o tema, se insere no contexto. A coleta de dados, as questões levantadas previamente pelo grupo e a adição de novas situações levam a um comportamento mais atento, mais sensível, mais crítico, que são atributos desejáveis em um pesquisador."(BURAK, 1998)

Com o tema do problema a ser pesquisado, inicia-se a fase da interação, em que os discentes buscam informações sobre o assunto em livros, revistas, entrevistas, observações e outras fontes. Com maior conhecimento sobre o tema, maior será a facilidade em entendê-lo. Nesta etapa, o professor promove a investigação do assunto por parte dos alunos no sentido de entender cada vez mais sobre o que deve ser pesquisado.

Incentivados pela curiosidade inerente à idade e motivados pelo professor, os alunos iniciam a matematização, ou seja, surgem perguntas decorrentes da análise dos dados coletados e das observações feitas diretamente no ambiente pesquisado. Este momento é propício para o desenvolvimento, a formulação e a construção do pensar matemático utilizando um modelo matemático apropriado para a resolução dos problemas levantados.

A etapa da resolução dos problemas originados através de modelos matemáticos, ainda segundo Burak (1998), se torna rica no processo, e a forma usual deixa de ser utilizada para trabalhar matemática na escola. Nela pode ser observada pelos alunos a adequação de diversos modelos matemáticos, ou seja, eles verificam que pode não existir um único modo de resolver, mas várias formas que poderão levar à solução do problema.

Sendo assim, os conteúdos são trabalhados em função do problema, nem sempre sendo possível prever qual conteúdo matemático estará sendo utilizado no problema a ser estudado, podendo ocorrer um estudo de vários conteúdos para a resolução da situação-problema inicial.

A Modelagem Matemática permite que as soluções, que foram levantadas através de hipóteses, sejam analisadas de forma crítica. Nesta etapa, busca-se promover uma discussão, analisando as possíveis soluções encontradas, verificando se estas estão de forma coerente de acordo com a situação inicial.

A revisão bibliográfica tem o objetivo de trazer o embasamento necessário à pesquisa, usando-se de trabalhos publicados em fontes confiáveis de pesquisa, como o portal Scielo, que mostram a importância da modelagem matemática e da geometria, listando e selecionando problemas geométricos e elaborando uma metodologia de ensino em sala de aula, utilizando a modelagem matemática.

Utilizando a modelagem, os alunos perceberão que os números fazem parte de tudo que envolve a sociedade, e que, por isso, é importante ter uma boa relação com a matemática, o que não corresponde à atual realidade. Os números estão presentes no cotidiano das pessoas em horários a cumprir, no tempo dos transportes, no consumo, nos valores que se paga nos serviços e produtos, nos salários e nos esportes, seja por lazer ou profissionalmente.

Os alunos desde as séries de base começam a ter compreensão de tudo isso. Segundo Oliveira Vanessa Castro; Oliveira (2014): “O uso dos fatos históricos na sala de aula proporciona um melhor entendimento dos alunos no que diz respeito à dimensão histórica dos assuntos envolvidos, despertando assim o interesse dos alunos, motivando-os ainda mais a buscar o conhecimento”, especialmente quando esse processo se inicia desde cedo.

Torna-se assim a matemática como companheira constante das atividades que se faz corriqueiramente e são necessárias à vida. Mostrar como lidar com esta disciplina, mais odiada do que amada pela maioria, é o desafio dos professores, que precisam compor seus conteúdos programáticos a fim de que não seja maçante a aprendizagem. No decorrer do tempo, o ensino e a forma de transmitir o conhecimento passam por transformações e inovações, como afirmam Kaczmarek e Burak:

> "Construir conhecimentos, na perspectiva de Vygotsky, implica numa ação partilhada sugerindo assim, um redimensionamento do valor das interações sociais no contexto educacional. Essas passam a ser entendidas como condições necessárias para a produção de conhecimentos por parte dos alunos, particularmente aquelas que permitam o diálogo, a cooperação e troca de informações mútuas, o confronto de pontos de vista divergentes e que implicam na divisão de tarefas na qual cada um tem uma responsabilidade que, somadas, resultarão no alcance de um objetivo comum."(KACZMAREK DERLI E BURAK, 2016)

A ideia principal deste trabalho, foi a de incentivar nos alunos o interesse pela matemática envolvendo processos que estimulem de forma criativa e que partam do princípio de eventos cotidianos, o que traz a matemática para seu universo, voltado para sua faixa etária no ensino médio, que consiste na construção do conhecimento. Como Kaczmarek Derli e Burak (2016) descrevem, este processo, "ao mesmo tempo, favorece a construção do conhecimento matemático pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema".

O modelo matemático surge para inovar a maneira como a matemática é apresentada em sala de aula, como pontua Costa:

> "A fim de romper com essas barreiras epistemológicas, a modelagem matemática surge para desenvolver ambientes de investigação em sala de aula que privilegiem a construção e aplicação dos conceitos, respeitando os aspectos históricos, teóricos e de relacionamento com outras ciências."(COSTA, 2009)

A construção do conhecimento por meio do modelo matemático faz com que o aluno interaja com o conteúdo, com os cálculos e com o ensino da geometria dentro da matemática. Para Martini Rosane Coppini e Vicente (2016), “Por ser um produto social, a Matemática permite a interação entre as pessoas seja na resolução de problemas ou nas demonstrações que produzem em momentos de suas vidas”, o que denota a importância do uso e bom manuseio da matemática como ferramenta para os mais diversos segmentos da vida. E este despertar para a matemática, cabe destacar, é função do professor em sala de aula.

O professor deve estar atento à formação do aluno enquanto indivíduo crítico, capaz de refletir e dialogar com o ele sobre a realidade e utilizar a matemática na prática do ensino. Através do conhecimento, o ser humano se distingue de outros seres, sendo capaz, por meio de sua consciência, de analisar, calcular riscos, realizar prognósticos e desenvolver estratégias para solucionar questões que vão desde a sobrevivência, quando se pensa no inicio da jornada humana, até o resultado visto hoje, com a chegada de tecnologias cada vez mais atuantes na vida das pessoas.

Neste contexto, pode-se afirmar que desde os primórdios o homem busca compreender o mundo ao seu redor, utilizando modelos para tantfo. Na matemática, usa a modelagem para compreender os números, as fórmulas, os planos, entre outros instrumentos que facilitam o entendimento e aprendizagem.

De acordo com Magnus Maria Carolina Machado; Caldeira (2019), “(...) os modelos matemáticos possibilitariam minimizar o grau de neutralidade da Matemática, dando visibilidade a uma outra característica dela: seu papel para o desenvolvimento social e científico, a partir de suas aplicações”, o que, como já dito, coloca a matemática como parte integrante da história da humanidade em todos os segmentos cotidianos.

No próximo capítulo será apresentado um breve levantamento sobre o assunto de geometria que será aplicado com o uso da modelagem Matemática.

Capítulo 3

Referencial Teórico sobre Geometria

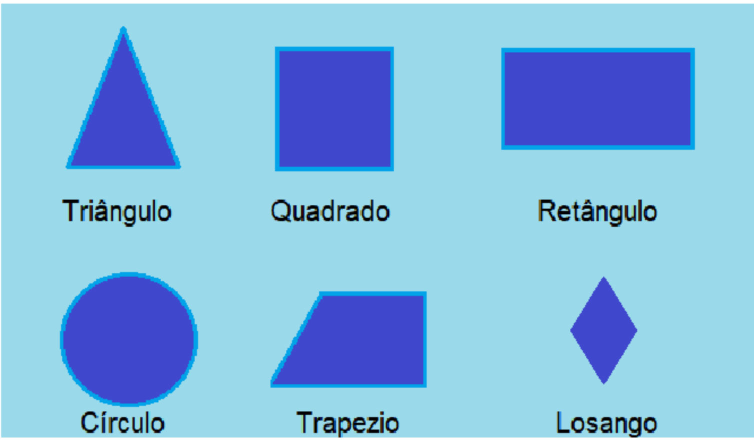
O capítulo descreve um breve referencial sobre o conteúdo de geometria que foi utilizado na aplicação da situação-problema, para demonstrar que o uso de Modelagem facilita a compreensão de vários assuntos que normalmente são aplicados de forma abstrata.

3.1 Perímetro e áreas das principais figuras planas

O conteúdo apresentado a seguir tem como referências (BONGIOVANNI VINCENZO; VISSOTO, 2001), (SILVEIRA ÊNIO E MARQUES, 2020)

Considerando o triângulo, o quadrado, o retângulo, o círculo, o trapézio e o losango a base de estudo, serão detalhados os processos de cálculo de área dessas figuras. Defina-se área como a região delimitada pelos segmentos de retas, que são chamados de lados. Algumas destas regiões estão apresentadas em Figura 2, para esclarecer sua definição.

Figura 2 – Figuras planas



Fonte: Próprio autor

Para o cálculo do perímetro, basta fazer o somatório das medidas dos lados que compõem a figura plana.

Antes de detalhar o processo de cálculo das áreas destas figuras, serão descritas as características de cada uma delas:

3.1.1 Triângulo

Polígono formado por três lados. São classificados quanto aos lados ou de acordo com seus ângulos.

Quanto aos lados:

1. Triângulos equiláteros: possuem os três lados de mesma medida;
2. Triângulos isósceles: possuem apenas dois lados de mesma medida;
3. Triângulos escalenos: possuem os três lados de medidas diferentes.

Quanto aos ângulos:

1. Triângulos retângulos: possuem um ângulo com medida de 90º;
2. Triângulos agudos: possuem os três ângulos com medidas menores que 90º (ângulos agudos);
3. Triângulos obtusângulos: possuem um dos três ângulos com medida entre 90º e 180º (ângulo obtuso).

O processo de cálculo de área do triângulo irá depender das informações que este possui.

Na maioria dos casos, o cálculo é obtido através da medida da base e da altura relativa a esta. A base é um dos lados do triângulo. Considere a Figura 3 para a identificação dos itens que são utilizados para o cálculo da área:

$$A = \frac{b.h}{2}$$

Sendo:

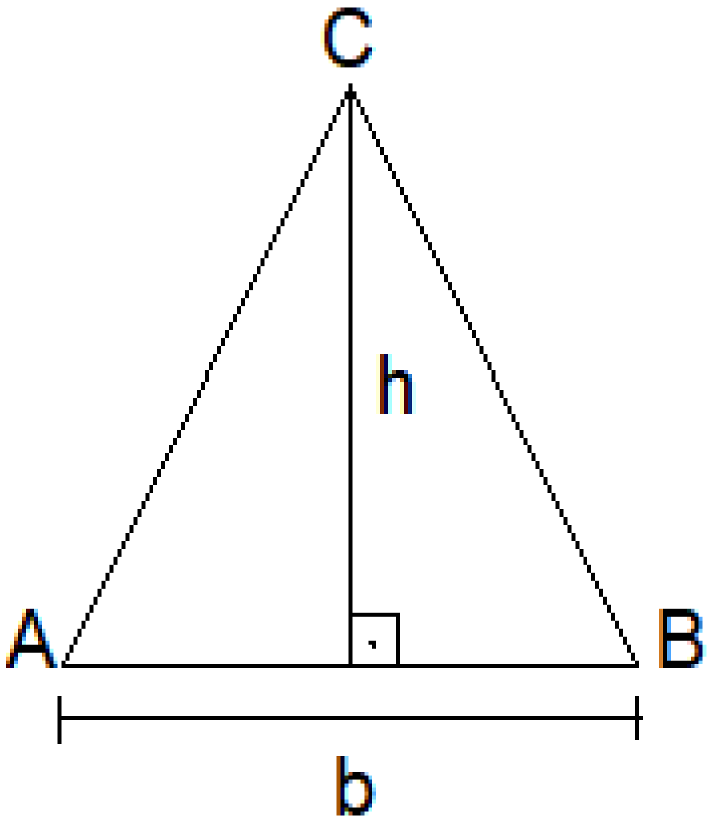
A: área do triângulo;

b: base;

h: altura.

Para calcular a área do triângulo retângulo que foi descrito anteriormente, deve-se considerar que este possui um ângulo de medida 90º, então, dois de seus lados são

Figura 3 – Triângulo



Fonte: Próprio autor

perpendiculares. Um destes lados poderá ser considerado a base e o outro a altura, e no processo para o cálculo da área poderá ser utilizado a fórmula de um triângulo qualquer.

O cálculo da área do triângulo equilátero e do triângulo isósceles poderá ser feito da mesma maneira, caso se obtenha a medida da altura e a medida do lado relativo à esta altura. Para o triângulo equilátero, porém, existe uma forma especial utilizando apenas a medida de seu lado. A Figura 4 ilustra as características deste triângulo, em que todos os três lados possuem a mesma medida:

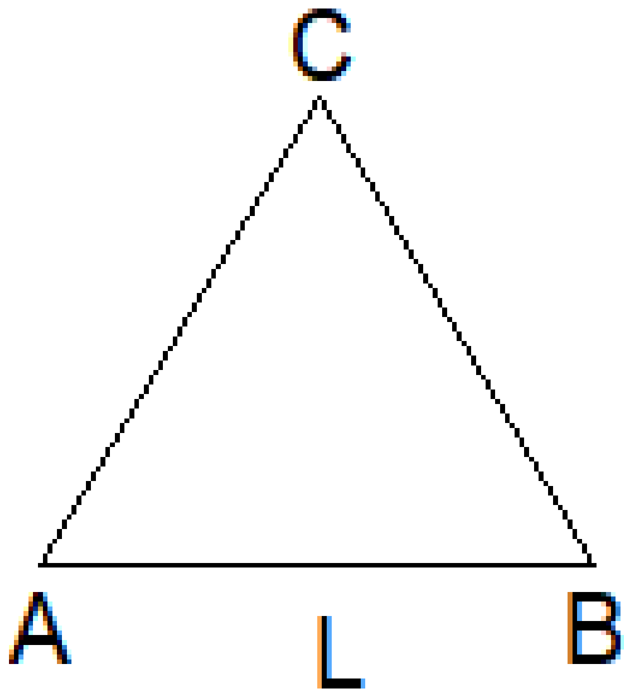
$$A = \frac{L^2.\sqrt{3}}{2}$$

Sendo:

A: área do triângulo;

L: medida do lado.

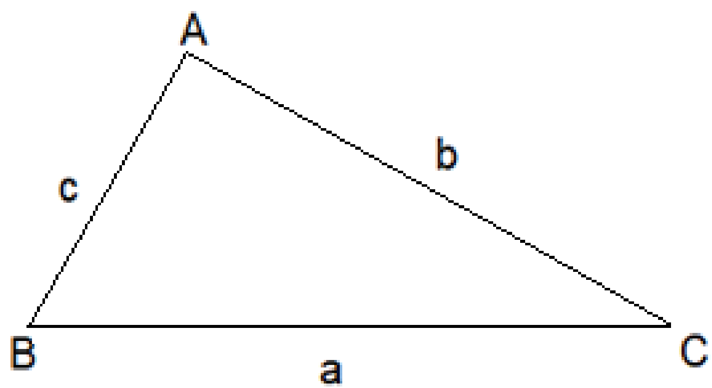
Figura 4 – Triângulo equilátero



Fonte: Próprio autor

Nos triângulos escalenos, cujas características estão ilustradas na Figura 5, sua área poderá ser calculada também utilizando-se a fórmula original, quando se conhece um de seus lados e a altura relativa a este. Caso não se tenha a altura, mas se conheça os seus lados e o ângulo formado entre eles, a área poderá ser feita da seguinte maneira:

Figura 5 – Triângulo escaleno



Fonte: Próprio autor

$$S = \frac{1}{2}.b.c.\sin(A)$$

$$S = \frac{1}{2}.a.b.\sin(C)$$

$$S = \frac{1}{2}.a.c.\sin(B)$$

Sendo:

S: superfície ou área do triângulo escaleno;

a, b, c: medidas dos lados;

A, B, C: medidas dos ângulos.

Outra fórmula para o cálculo da área do triângulo é conhecida como Fórmula de Heron, que utiliza o semiperímetro (metade do perímetro) e as medidas de seus lados: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, sendo S superfície ou área, p semiperímetro e a, b e c as medidas de seus lados.

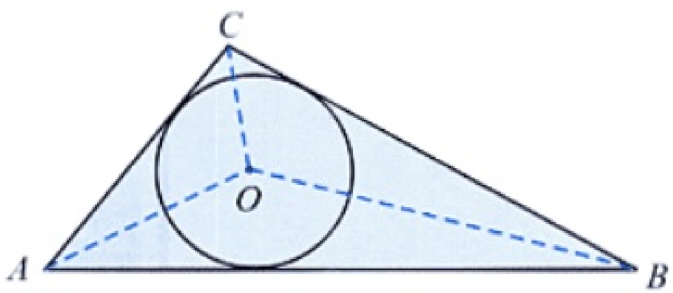
Demonstração da Fórmula de Heron

A demonstração baseia-se nos resultados seguintes.

1. As três bissetrizes internas de um triângulo encontram-se em um mesmo ponto, O, que é centro da circunferência inscrita nesse triângulo.

Justificativa: Se considerarmos dois lados de um triângulo, os pontos equidistantes desses dois lados estão na bissetriz do ângulo que eles formam. O centro O da circunferência inscrita no triângulo é equidistante dos três lados e, portanto, é a interseção das três bissetrizes. De acordo com Figura 6:

Figura 6 – Bissetrizes do triângulo

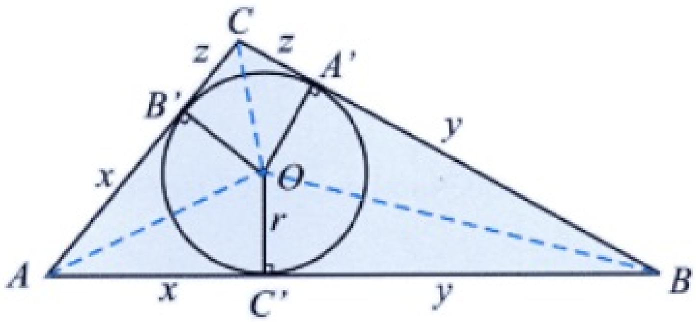


Fonte: Próprio autor

2. $AB' = AC', BA' = BC'eCA' = CB'$.

Justificativa: Os triângulos retângulos AOB' e AOC' são congruentes pois têm a mesma hipotenusa AO e catetos medindo r. Portanto, $AB' = AC'$. As outras igualdades são obtidas de modo análogo. De acordo com Figura 7

Figura 7 – Obtenção de triângulos retângulos congruentes



Fonte: Próprio autor

Segue que o semiperímetro, p, do triângulo ABC satisfaz as seguintes relações:

$p = x + y + z = x + a = y + b = z + c$

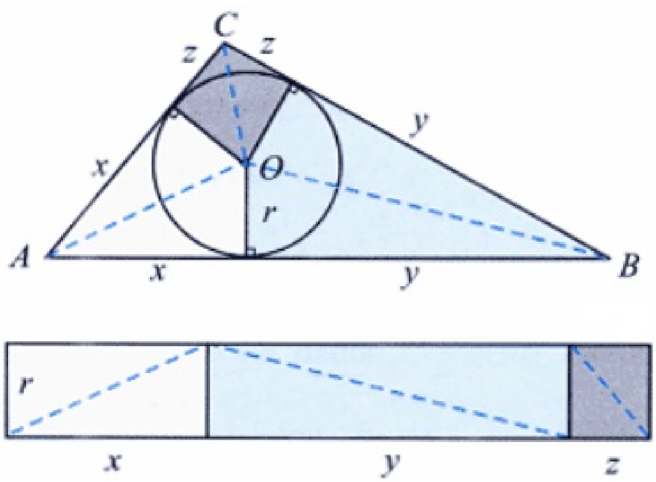
3. Se r é o raio da circunferência inscrita num triângulo de semiperímetro p, a área desse triângulo é $S = p.r$.

Justificativa: a figura anterior mostra que as áreas S dos triângulos indicados satisfazem a igualdade $S_ABC = S_OBC + S_OAB + S_OAC$.

Logo, $S_ABC = \frac{a.r}{2} + \frac{b.r}{2} + \frac{c.r}{2} = \frac{(a+b+c).r}{2} = p.r$.

Desse resultado, tem-se o exposto na Figura 8.

Figura 8 – Área do triângulo ABC



Fonte: Próprio autor

4. Se α, β e γ são medidas de ângulos e $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\Pi}{2}$, então

$(tg\alpha)(tg\beta) + (tg\beta)(tg\gamma) + (tg\gamma)(tg\alpha) = 1.$

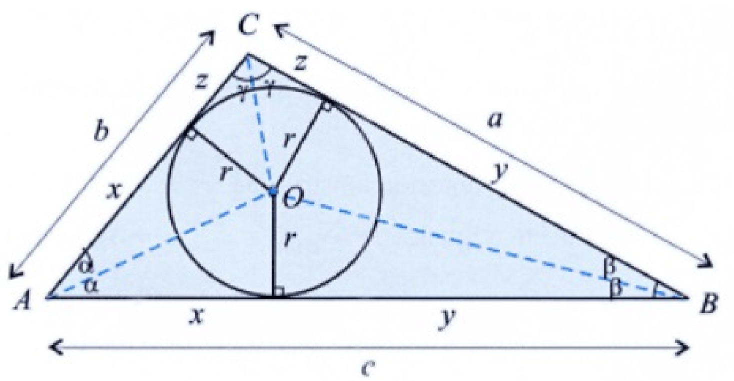
Justificativa: de $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\Pi}{2}$, tem-se $\alpha + \beta = \frac{\Pi}{2} - \gamma$ e, portanto,

$tg(\alpha + \beta) = tg(\frac{\Pi}{2} - \gamma) = cotg\gamma = \frac{1}{tg\gamma}$.

Lembrando a fórmula da tangente da soma de dois ângulos, obtemos $\frac{1}{tg\gamma} = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg(\alpha).tg(\beta)}$, que implica a igualdade desejada.

Com todas as informações incorporadas à Figura 9 abaixo, temos:

Figura 9 – Área do triângulo ABC utilizando o semi-perímetro



Fonte: Próprio autor

Verifica-se que:

$p = x + y + z = x + a = y + b = z + c$ e $tg\alpha = \frac{r}{x}$, $tg\beta = \frac{r}{y}$ e $tg\gamma = \frac{r}{z}$.

Finalmente, de $(tg\alpha)(tg\beta) + (tg\beta)(tg\gamma) + (tg\gamma)(tg\alpha) = 1$ obtém-se

$\frac{\gamma}{x}.\frac{\gamma}{y} + \frac{\gamma}{y}.\frac{\gamma}{z} + \frac{\gamma}{z}.\frac{\gamma}{x} = 1$

ou

$\frac{r^2.(x+y+z)}{xyz} = \frac{r^2.p}{xyz} = \frac{S^2}{pxyz} = 1$

ou, ainda, $S^2 = pxyz = p(p-a)(p-b)(p-c)$ e, portanto, $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Seguindo na próxima subseção com o quadrado.

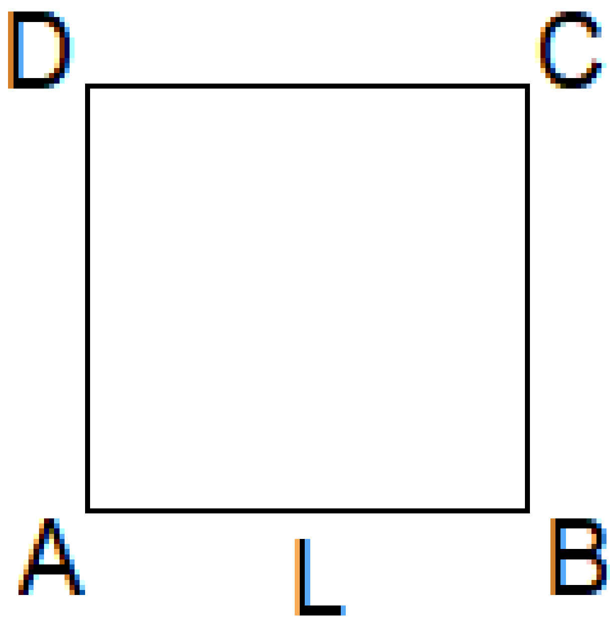
3.1.2 Quadrado

É o polígono que possui quatro lados congruentes (mesma medida) e perpendiculares (forma 90°) entre si.

Para o cálculo da área, basta realizar o produto de dois de seus lados. A Figura 10 mostra as características de um quadrado:

$$A = L^2$$

Figura 10 – Quadrado



Fonte: Próprio autor

ou

$$A = L.L$$

Sendo: A: área do quadrado;

L: medida do lado do quadrado.

A seguir, será descrito o retângulo.

3.1.3 Retângulo

É o polígono que possui quatro lados, paralelos e congruentes dois a dois, ou seja, perpendiculares entre si, possuindo ângulos internos medindo 90º.

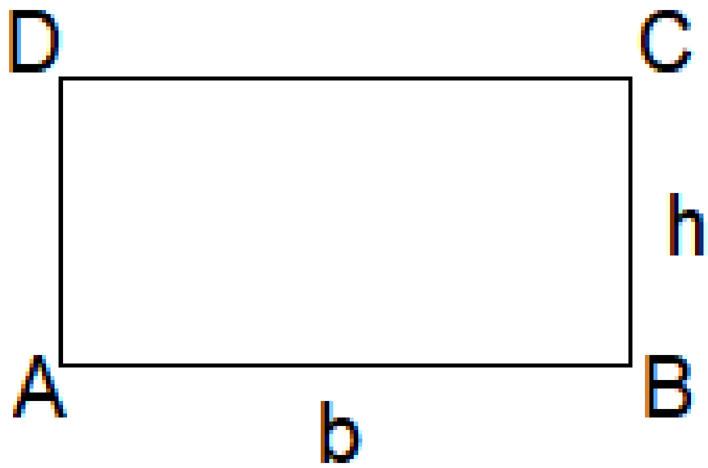
Para o cálculo da área do retângulo, basta efetuar o produto da base pela altura. Na Figura 11 estão identificados os itens necessários para o cálculo da área.

$$A = b.h$$

Sendo:

A: área;

Figura 11 – Retângulo



Fonte: Próprio autor

b: medida da base;

h: medida da altura.

A próxima subseção será descrito o círculo.

3.1.4 Círculo

Figura fechada que não possui lados, onde a distância do centro ao limite da figura é sempre a mesma, é chamada de raio. Diâmetro é a distância de um ponto que pertence ao limite do círculo a outro ponto que também possui ao limite, passando pelo centro, ou seja, o dobro do raio. Estas características estão apresentadas na Figura 12 para melhor entendimento:

$$A = \Pi.r^2$$

$$A = \Pi.(\frac{d}{2})^2$$

Sendo:

O: Centro do círculo;

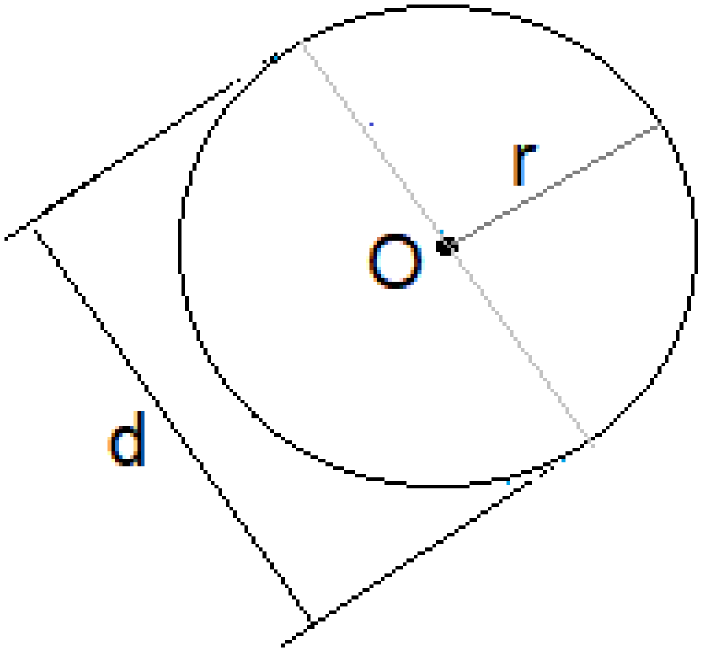
r: Raio;

d: Diâmetro.

π aproximadamente 3,14;

A: Área do círculo.

Figura 12 – Círculo



Fonte: Próprio autor

O perímetro do círculo (ou circunferência) é o comprimento da linha que delimita o círculo: $C = 2.\Pi.r$, sendo C o comprimento da circunferência.

A seguir, estará descrito o trapézio.

3.1.5 Trapézio

Polígono formado com 4 lados, sendo dois deles paralelos entre si e com medidas diferentes, sendo chamados de bases. Pode ser classificados em:

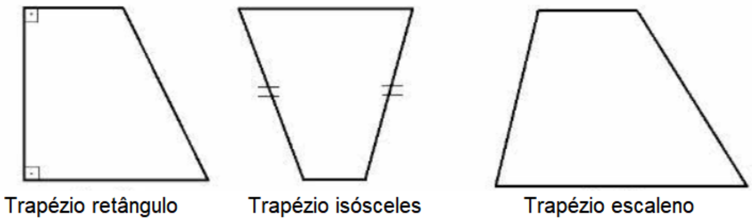
1. Trapézio Retângulo: apresenta dois ângulos de 90º (ângulos retos);
2. Trapézio Isósceles: também chamado de trapézio simétrico, cujos lados não paralelos possuem a mesma medida;
3. Trapézio Escaleno: todos os lados apresentam medidas diferentes.

Assim sendo, a Figura 13 mostra os tipos de trapézios:

Segue o cálculo da área, de acordo com as informações encontradas em Figura 14:

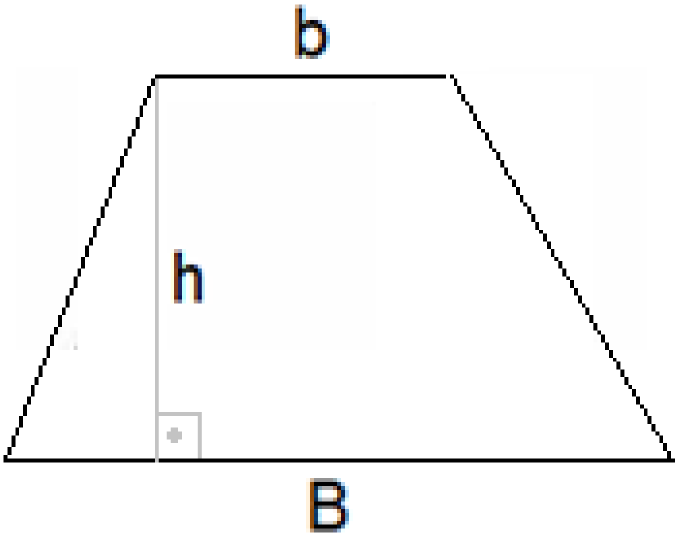
$$A = (\frac{B.b}{2}).h$$

Figura 13 – Trapézios



Fonte: Próprio autor

Figura 14 – Trapézio



Fonte: Próprio autor

Sendo:

B: medida da base maior;

b: medida da base menor;

h: altura;

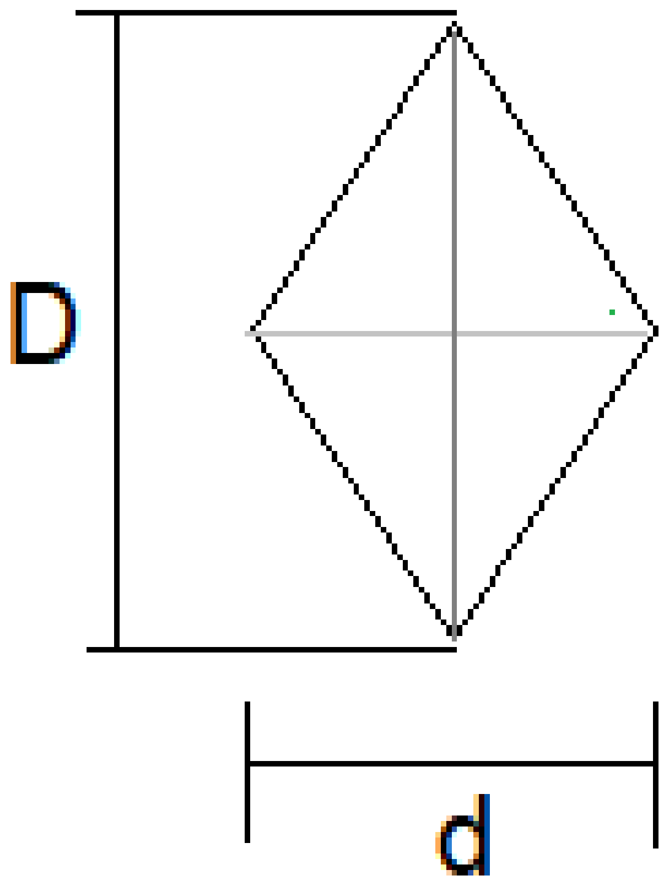
A: Área.

A seguir, será descrito o losango.

3.1.6 Losango

Polígono que possui quatro lados congruentes (mesma medida), sendo que suas diagonais são perpendiculares. Para o cálculo de sua área, devem ser conhecidas as medidas de suas diagonais. A Figura 15 mostra suas características:

Figura 15 – Losango



Fonte: Próprio autor

$$A = \frac{D.d}{2}$$

Sendo:

D: medida da diagonal maior;

b: medida da diagonal menor;

A: Área.

Na seção seguinte, serão descritas as figuras espaciais.

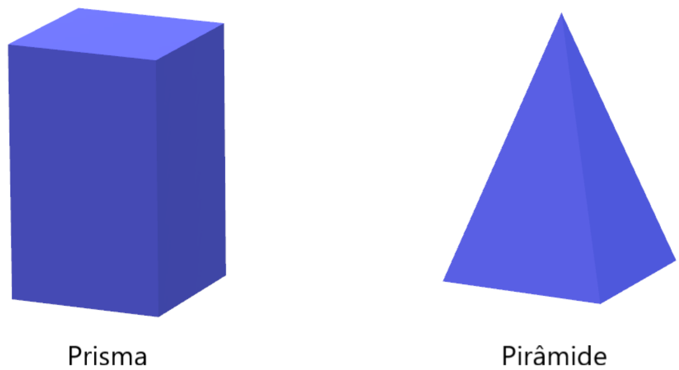
3.2 Áreas e Volumes de Poliedros e Corpos Redondos

Antes de apresentar as áreas e os volumes das principais figuras espaciais, serão descritas as diferenças entre poliedros e corpos redondos.

Poliedros são formas geométricas espaciais que possuem todas as faces planas e são constituídas de largura, comprimento e altura, ou seja, possuem três dimensões. Segundo (BONGIOVANNI VINCENZO; VISSOTO, 2001), os poliedros podem ser classificados em três grupos: prismas, pirâmides e outros.

Os prismas são constituídos de duas faces paralelas e congruentes, que são chamadas de bases, e suas faces laterais são formadas por paralelogramos, fechando o sólido. As pirâmides são formadas por apenas um polígono que é chamado de base e as faces laterais são formadas por triângulos, fechando o sólido. A Figura 16 mostra suas diferenças:

Figura 16 – Prisma e Pirâmide

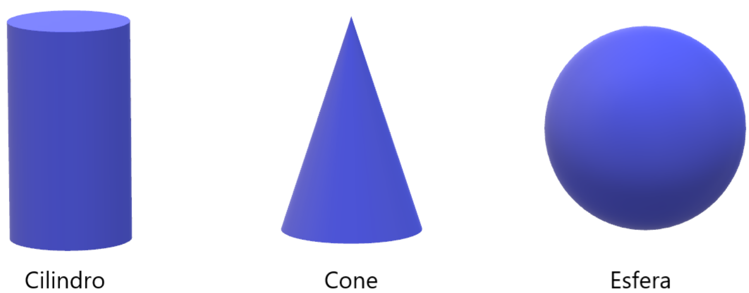


Fonte: Próprio autor

Corpos Redondos são sólidos que não possuem faces laterais planas, possuem superfícies curvas, como por exemplos, cilindro, cone e esfera. Os cilindros são constituídos por duas faces paralelas e congruentes, círculos. Os cones possuem apenas uma base, um círculo. As esferas são sólidos geométricos perfeitamente redondos, observadas de qualquer direção.

A Figura 17 mostra as características de cada corpo redondo:

Figura 17 – Cilindro, Cone e Esfera



Fonte: Próprio autor

Serão detalhados a seguir os processos para os cálculos das áreas e dos volumes dos principais sólidos geométricos.

3.2.1 Área e Volume de Poliedros

Os poliedros se dividem em primas e pirâmides.

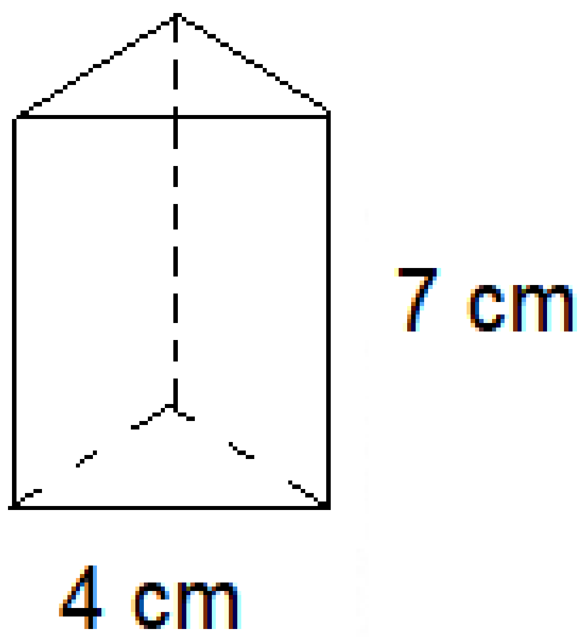
3.2.1.1 Prismas

Para a determinação da área e do volume dos prismas, terá que ser observado como são formados esses prismas. Para o cálculo de sua área, serão obedecidas as fórmulas de áreas de figuras planas. A área se divide em área da base, área da face, área lateral e área total. Todos os cálculos dependem diretamente do formato da base, conforme o exemplo abaixo:

Exemplo

Dado o sólido abaixo, determine a área da base, área de uma face, a área lateral e a área total, sabendo que trata-se de um prisma triangular regular, de acordo com as descrições em Figura 18:

Figura 18 – Figura exemplo sobre áreas Prisma



Fonte: Próprio autor

Solução

"Prisma triangular regular"significa que as bases são triângulos equiláteros.

$$A_b = l^2\frac{\sqrt{3}}{4} = 4^2\frac{\sqrt{3}}{4} = 16\frac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

Área da base, A_b, terá o valor de $4\sqrt{3}\ cm^2$

$$A_f = b.h = 4.7 = 28$$

Área de uma das faces, A_f, terá o valor de 28 cm^2

Como a base é um triângulo, o prisma possuirá 3 faces, portanto a área lateral será o triplo da área de uma face: $3.A_f = 3.28 = 84$

Área lateral, A_l, terá o valor 84 cm^2

Por fim, a área total é o somatório das áreas das bases e da área lateral: $2.A_b + A_l = 2.4\sqrt{3} + 84 = 8\sqrt{3} + 84$

Portanto a área total, A_T, será igual a $(8\sqrt{3} + 84)\ cm^2$

Observação: questão feita pelo próprio autor.

Existem vários tipos de prismas, por exemplo: os cubos, que possuem seis faces quadradas; os paralelepípedos, que são formados por faces que são quadriláteros e pelo menos uma dimensão diferente; como visto no exemplo prisma triangular, prisma pentagonal, dentre outros. A nomenclatura do prisma depende apenas do polígono da base.

O volume de um prisma é definido pelo Princípio de Cavalieri (DANTE LUIZ ROBERTO E VIANA, 2019) e é uma medida que se relaciona com a quantidade de espaço que esses sólidos geométricos ocupam. Para calcular o volume de prismas, é necessário conhecer a área de uma de suas bases (A_b) e sua altura (h). A fórmula para o volume é: $V = A_b.h$.

A seguir, pirâmides.

3.2.1.2 Pirâmides

Para o cálculo das áreas, seguir-se-á o mesmo padrão dos prismas, observando apenas que as pirâmides são formadas por apenas uma base e qual será o formato desta base, pois esta determina também o número de faces laterais, o que influenciará nos cálculos de área lateral e de área total. Como citado em prismas, o cálculo de área depende inteiramente das fórmulas estudadas em áreas de polígonos.

O volume de pirâmide foi determinado pela observação de um prisma de mesma base. Qualquer prisma pode ser dividido em três pirâmides de mesma base do prisma, portanto o volume de qualquer pirâmide será igual a um terço do volume de um prisma de mesma base. Logo, o volume da pirâmide depende inteiramente somente de sua base e de sua altura desta: $V = (\frac{1}{3}).A_b.h$.

Na próxima subseção serão descritos a área e volume dos corpos redondos.

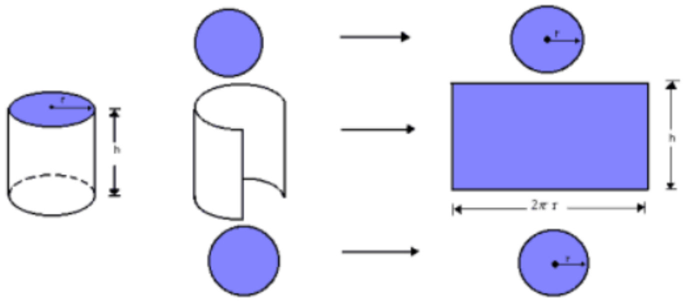
3.2.2 Área e Volume de Corpos Redondos

Os corpos redondos se dividem em cilindros, cones e esfera.

3.2.2.1 Cilindros

Para o cálculo de áreas dos cilindros, deverá ser feita uma planificação, com o objetivo da observação do polígono que será formado. A Figura 23 apresenta as partes do cilindro:

Figura 19 – Planificação do cilindro



Fonte: https://www.somatematica.com.br/

De acordo com a planificação, o cilindro é composto por dois círculos de raio r, chamados de bases, e um retângulo que possui uma das dimensões o comprimento do círculo, e a outra, a altura do cilindro. Portanto, usará as fórmulas observadas em áreas de figuras planas.

Para o cálculo de volume usaremos o mesmo princípio utilizado em prismas, o Princípio de Cavalieri, $V = A_b.h$, como a base é um círculo, o volume ficará $V = \pi.r^2.h$.

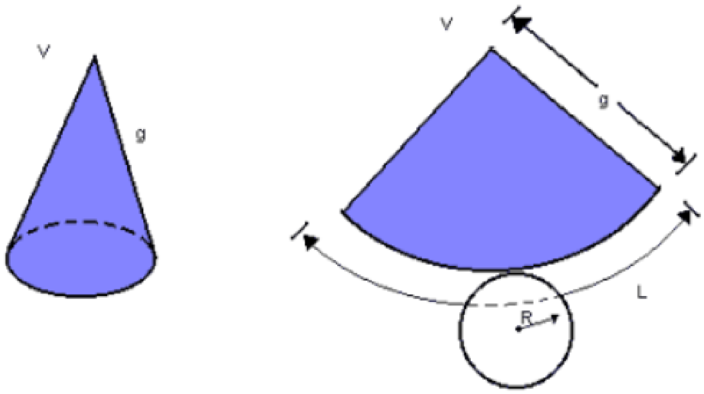
A seguir, trataremos dos cones.

3.2.2.2 Cones

Para o cálculo das áreas, seguiremos o mesmo padrão dos cilindros, observando apenas que os cones são formados por apenas uma base, que é um círculo, pois esta determina também o formato da figura que determinará a área lateral, e influenciará também no cálculo da área total. Observe a planificação do cone, na Figura 20, que mostra as figuras que o formam:

Como citado no item 3.2.2.1 - Cilindros, o cálculo de área depende inteiramente das figuras formadas. Observando a planificação, a área lateral será a área de um setor circular: $A_l = \frac{gL}{2} = \frac{g.2\pi.R}{2} = \pi R$. A área total será o somatório da área lateral com a área da base.

Figura 20 – Planificação do cone



Fonte: https://www.somatematica.com.br/

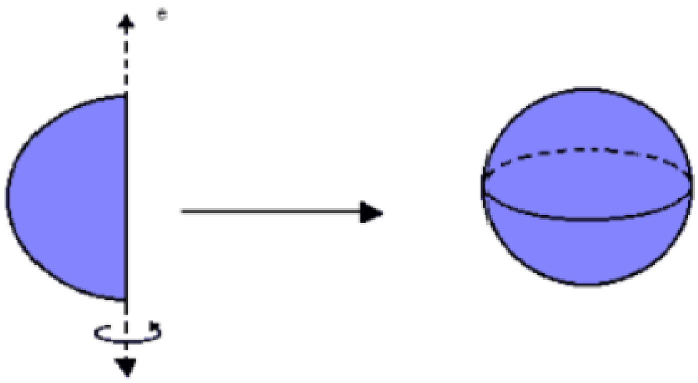
O volume de um cone é determinado através da observação de um cilindro. Qualquer cilindro pode ser dividido em três cones de mesma base que o cilindro, portanto o volume de um cone será igual a um terço do volume de um cilindro de mesma base. Logo o volume de um cone depende inteiramente somente da base e da altura desta: $V = (\frac{1}{3}).A_b.h$, como a base é um círculo, o volume ficará $V = (\frac{1}{3}).\pi.r^2.h$.

A seguir, versaremos sobre a Esfera.

3.2.2.3 Esfera

A esfera é uma figura tridimensional que é obtida através da rotação de um semicírculo de raio r, em torno de seu eixo. É uma superfície fechada em que os pontos desta estão equidistantes ao centro da esfera. A Figura 21 mostra como é formada:

Figura 21 – Esfera - Só matemática



Fonte: https://www.somatematica.com.br/

Para calcular a área da superfície esférica, utiliza-se a fórmula: $A_e = 4.\pi.r^2$.

Sendo:

A_e: área da esfera;

π: aproximadamente 3,14;

r: raio.

Para calcular o volume da esfera, utiliza-se a fórmula: $V_e = (\frac{4}{3}).\pi.r^3$

Sendo:

V_e: volume da esfera;

π: aproximadamente 3,14;

r: raio.

No próximo capítulo será descrita a metodologia deste trabalho.

Capítulo 4

Aspectos metodológicos

A aplicação da metodologia de Modelagem Matemática nesta pesquisa foi feita em forma remota, devido à pandemia de COVID-19, em duas turmas de 3ª série do Ensino Médio do turno da manhã, no Colégio Estadual Professora Vanilde Natalino Mattos, situado na Avenida Hildebrando Alves Barbosa, 160, Barra de Macaé, em Macaé/RJ. Autorizado através de documento em A. Sou professor regente das referidas turmas, ministro aulas neste colégio desde 2015, tenho boa relação com a diretoria, funcionários e alunos. Inicialmente, a aplicação seria feita em outros anos de escolaridade, mas não consegui autorização do professor regente para tanto.

A aplicação foi dividida da seguinte maneira: foi feito um formulário de reconhecimento, com perguntas objetivas, em B , logo após foi disponibilizado um arquivo de procedimentos, métodos, passo a passo na resolução de problema, links de vídeos públicos do YouTube para uma revisão do conteúdo que foi aplicado, em sequência, parte um do problema proposto, em D; e parte dois, em D; e, por fim, um formulário para coletar informações finais, com questões objetivas, em D.

A duração dessa aplicação foi de três semanas, do dia 18 de maio até dia 3 de junho do corrente ano. Tive dois encontros por semana, orientações feitas durante os minutos finais das aulas remotas já programadas nas turmas. Na primeira semana, fiz uma orientação geral de como seria a aplicação e logo no segundo encontro disponibilizei o formulário 1, em B. A situação-problema foi dividida em duas etapas: a primeira, foi disponibilizada na tarde do dia 20, e a segunda foi disponibilizada 2 dias depois, ambas com o prazo final para o dia 26 de maio, ficando três encontros para considerações finais, um na segunda semana e dois na última semana. Além do encontro remoto ao vivo, disponibilizei meu contato via $WhatsApp$, pelo qual o aluno teria liberdade de entrar em contato durante todo o dia até o final da noite. Finalizando com o formulário 2, em D, com o prazo até o dia 30 de maio.

Foram aplicadas situações-problema do cotidiano, o mais próximo da realidade do discente, de acordo com o currículo proposto no ano de escolaridade, em que foram realizados os processos de execução para resolução do problema.

A modelagem matemática em sala de aula foi aplicada através de uma problematização da teoria de geometria, inserindo o cotidiano do discente para a resolução dos problemas. Os problemas foram enviados de forma virtual, utilizado a plataforma de educação do colégio. Na proposta, estavam vinculados os vídeos de acordo com o conteúdo e um arquivo com o processo proposto.

Conteúdos matemáticos como área, volume e estatística, quando tratados na forma tradicional, são complicados e muitas vezes intangíveis para os alunos. Mas quando utiliza-se a modelagem matemática, estes conceitos tornam-se mais significativos e úteis para o mundo do conhecimento de forma mais prazerosa, ocasionando maior interesse.

Uma atividade que utiliza a modelagem matemática, proporcionando ao educando ser o protagonista do aprendizado e ainda em clima de intervalo, "hora do lanche", seria a que utiliza pacotes de biscoito recheado quadrados e redondos levantando questões como:

Questão proposta:

Considerando que ao ir ao supermercado comprar pacotes de biscoitos recheados, você, chegando lá, verificou que existem dois tipos de biscoitos, um prisma de base quadrada e outro de forma cilíndrica. Conferindo os valores dos biscoitos, estavam iguais.

Qual tipo de biscoito você compraria?

Neste questionamento, pode-se fazer um levantamento estatístico e trabalhar conteúdos como porcentagem, frequência, moda etc.

Será que economiza mais comprando o pacote redondo ou o quadrado?

Para responder a esta questão o discente precisará medir o pacote, saber quanto pesa cada biscoito, a quantidade de biscoito contido em cada pacote, precisará pesquisar os preços, calcular o volume, o material gasto na embalagem e a relação custo/benefício.

Para responder a estes questionamentos considere os pacotes da Figura 28, que mostra a característica de cada tipo de pacote: (Dados: utilize $\pi \approx 3\ cm$).

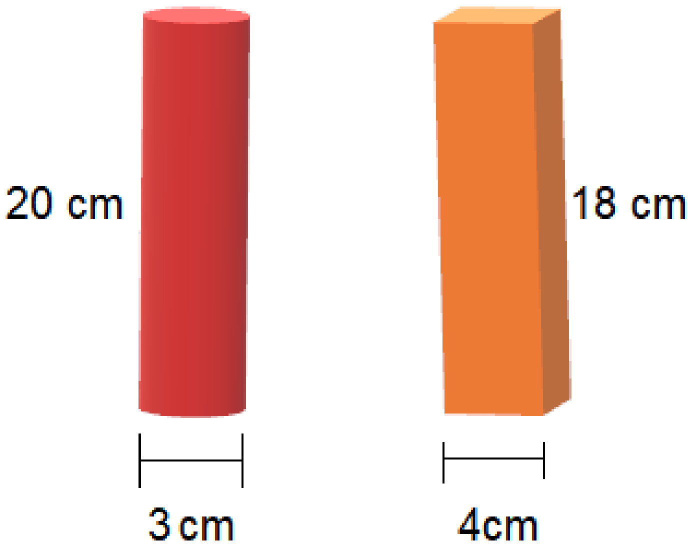
Agora considerem que uma mesma empresa fabrique esses dois tipos de biscoitos, querendo cortar custos com a embalagem, qual seria mais econômico para esta? (Dados: utilize $\pi \approx 3\ cm$ e que cada metro quadrado tenha um custo de R$ 10,00).

Agora pensando como o presidente da empresa querendo cortar custos: qual a embalagem que daria a possibilidade disto?

Para responder a esta questão, deverá calcular a área total da superfície de cada tipo de biscoito, o prisma de base quadrada e o cilindro.

Antes de resolver estes questionamentos, seguir alguns passos para facilitar suas observações:

Figura 22 – Tipos de Biscoitos



Fonte: Próprio autor

No arquivo C estão expostos passos e vídeos com o conteúdo de geometria a ser utilizado para facilitar o entendimento da situação-problema. Estes materiais ajudarão no raciocínio lógico, para chegar no objetivo de resolver o problema de forma coerente. São estes:

1. Passo 1:

   OBJETIVO: Fazer com que o aluno tenha a percepção de que uma figura é um cilindro e a outra um paralelepípedo.

   Diante dessas figuras, escreva a diferença que cada uma possui em seus formatos:

2. Passo 2:

   OBJETIVO: Examinar o grau de conhecimento dos alunos sobre as figuras planas.

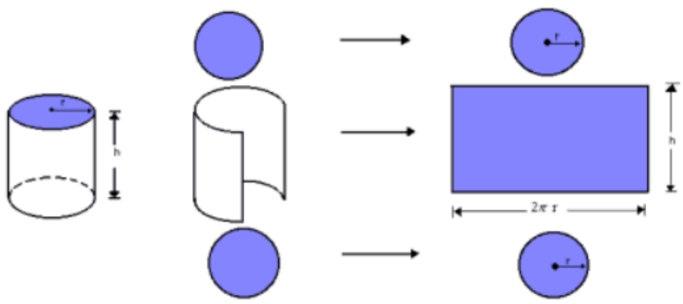
   Planifique as formas geométricas de cada embalagem, a Figura 23 e a Figura 24, mostrando como ficariam:

3. Passo 3:

   OBJETIVO: Perceber que os formatos possuem base, largura e altura (paralelepípedo), raio e altura (cilindro), para que tenham uma possível percepção de como calcular a área de cada uma delas.

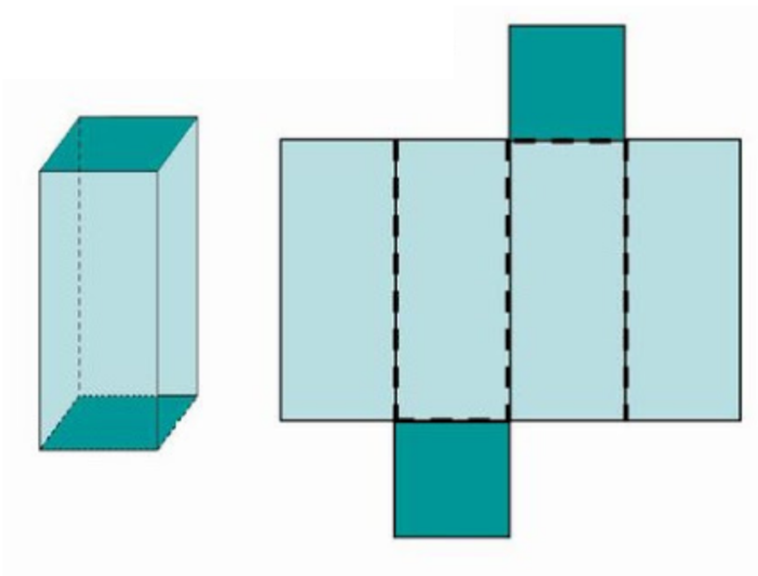
   Medir a superfície do espaço externo que elas possuem. Para isso, observe as embalagens dos biscoitos:

Figura 23 – Planificação do cilindro



Fonte: https://www.somatematica.com.br/

Figura 24 – Planificação do prisma quadrangular



Fonte: Próprio autor

4. Passo 4:

   OBJETIVO: Proporcionar aos alunos a noção da quantidade de algo comparado ao seu tamanho, com o intuito de que eles consigam fazer a diferença entre as fórmulas do volume do cilindro e do paralelepípedo.

   Continuando com a imagem das embalagens dos biscoitos, calcule o volume de biscoitos de cada embalagem.

5. Passo 5:

   OBJETIVO: Constatar se os alunos conseguem chegar na fórmula de área e volume.

   Diante dos passos anteriores, de que maneira calculamos a área e o volume do cilindro e do paralelepípedo?

Neste ponto o discente foi convidado a assistir alguns vídeos disponíveis na Internet sobre volumes de sólidos geométricos. A lista de vídeo-aulas sobre esta parte está no Apêndice C, como descrito também no 3, que auxiliarão no processo do cálculo matemático.

Logo, o discente deverá formular hipóteses para tais problemas, testá-las e analisar os resultados para saber se são satisfatórios. Nesse momento, foram respondidas as questões propostas no início da problematização, sendo comparadas as respostas antes e depois dos passos apresentados.

Com base nestas respostas discutimos sobre o formato das figuras, destacando a diferença entre os dois sólidos geométricos. Com isso, foi explicado que os objetos de corpo redondo possuem raio e altura, e objetos no formato retangular possuem base, altura e largura. Assim, transcrevemos da maneira correta a aplicação das fórmulas de área e volume, tendo como intuito fazê-los perceber que muitos dos objetos que possuímos em casa foram construídos com as noções dos sólidos geométricos espaciais. Então, para que a obtenção desse conhecimento se torne favorável, é preciso fazer uma análise construtiva dos objetos tendo como princípio comparações.

Esta atividade ocasiona discussão e troca de opiniões, o aluno trabalha um assunto do seu dia-a-dia e no concreto faz medições e tem que construir um modelo matemático para resolver um problema cotidiano. Dessa forma, o aluno aprende de forma prática e percebe o valor do conhecimento matemático, além de desenvolver sua autonomia, criatividade e de se respaldar de argumentos matemáticos para escolher entre uma e outra embalagem.

Portanto, através desta atividade de modelagem o educando não só aprende os conceitos e fórmulas matemáticas, mas principalmente os utiliza na prática e na construção de um modelo matemático, desenvolvendo também seu raciocínio, integração e dedução. Com isso, o docente contribui com a formação de cidadãos atuantes na sociedade.

Capítulo 5

Aplicação

A duração da aplicação da pesquisa foi de três semanas do dia 18 de maio até dia 3 de junho, com dois encontros semanais de aproximadamente 20 minutos, nos minutos finais dos encontros remotos já programados com as turmas. Na primeira semana, foram feitas orientações gerais de como seria a aplicação e, logo no segundo encontro, disponibilizei o formulário 1, (em B). A situação problema foi dividida em duas etapas: a primeira, foi disponibilizada na tarde do dia 20, e a segunda foi disponibilizada dois dias depois, ambas com o prazo final para o dia 26 de maio.

Ficaram agendados, assim, três encontros para considerações finais, um na segunda semana e dois na última semana. Além do encontro remoto ao vivo, disponibilizei meu contato via $WhatsApp$, pelo qual o aluno teria liberdade de entrar em contato durante todo o dia até final da noite. Finalizamos com o formulário 2, (em D), com o prazo até o dia 30 de maio.

Levando em consideração que as turmas têm 38 alunos cada uma, num total de 76 alunos, apenas 24 alunos responderam a este questionário, ou seja, aproximadamente 31,5%. A baixa participação pode ser explicada devido ao período conturbado que o mundo está passando, em que muitos tiveram que trabalhar para complementar a renda familiar e, com isso, não assistiram as aulas e algumas atividades ficaram sem responder.

O governo do estado disponibilizou um aplicativo, chamado Applique-se, cujo acesso não consumia os dados de internet do aluno, mas a internet que foi disponibilizada pelo aplicativo, dando acesso direto ao Google Sala de Aula, era limitada por turma, portanto restringindo o acesso. Este aplicativo, possibilitava as aulas ao vivo, mas, se os dados disponibilizados acabassem, seriam utilizados do próprio aluno, que, via de regra, não os possuía em grande quantidade.

Também foi ofertada uma $internet$ de alta velocidade, que foi instalada no colégio, mas de acordo com a situação descrita anteriormente, os alunos não estavam indo ao colégio para terem o acesso gratuito. As perguntas foram diretas, objetivas, de caráter geral.

Este formulário, em B, continha as perguntas, com o objetivo de conhecer o público alvo:

1) Em qual série de escolaridade você está matriculado?

A) 1^a série.

B) 2^a série.

C) 3^a série.

O gráfico não foi inserido, pois apenas alunos da 3^a série do Ensino Médio participaram da pesquisa, devido à disponibilidade das turmas.

2) Há quanto tempo você tem aulas relacionadas ao conteúdo de geometria?

A) 1 ano.

B) 2 anos.

C) 3 anos.

D) mais de 3 anos.

E) Nunca tive.

A Figura 25 mostra a resposta a esta pergunta. Fazendo uma análise em relação à resposta desta pergunta, mais de 50% dos alunos pesquisados não tiveram ou tiveram no máximo 3 anos de estudos sobre Geometria. Esta resposta pode ter sido dada pois muitos alunos não sabem diferenciar álgebra e geometria, então podem não ter respondido de forma correta, visto que, no currículo brasileiro, consta geometria a partir do 6^o ano de escolaridade, no ensino fundamental, ou seja, estariam no sétimo ano tendo aulas de geometria.

3) Como classificaria o seu nível de conhecimento sobre geometria?

A) nenhum.

B) pequeno.

C) médio.

D) grande.

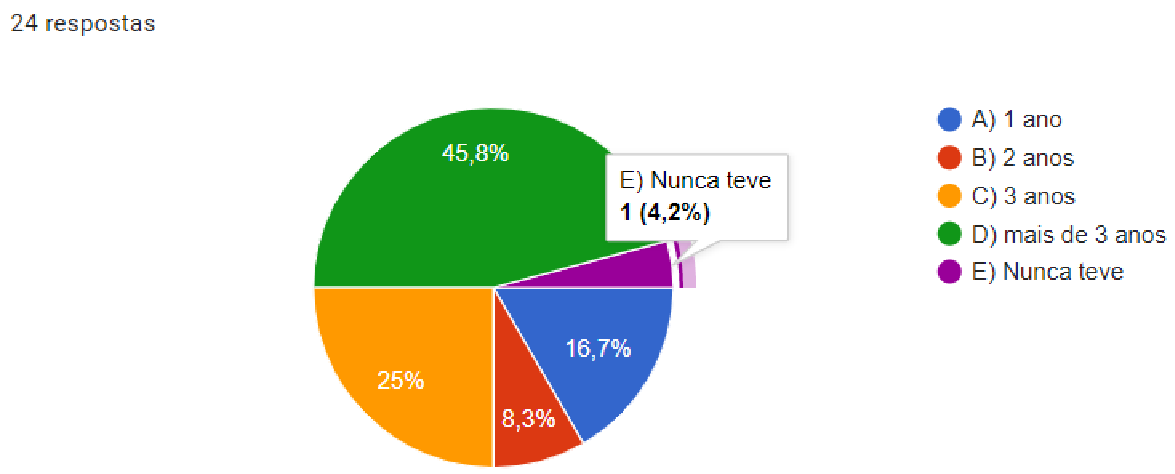
A resposta, apresentada na Figura 26, é observada neste gráfico, segundo o qual 62,5% dos alunos que participaram da pesquisa consideram que não têm conhecimento ou possuem pequeno conhecimento dos assuntos relacionados a geometria e que nenhum aluno considera-se um grande conhecedor de geometria.:

4) Sobre as aulas de matemática, principalmente de geometria:

A) são de fácil entendimento, pois são aplicações de fórmulas.

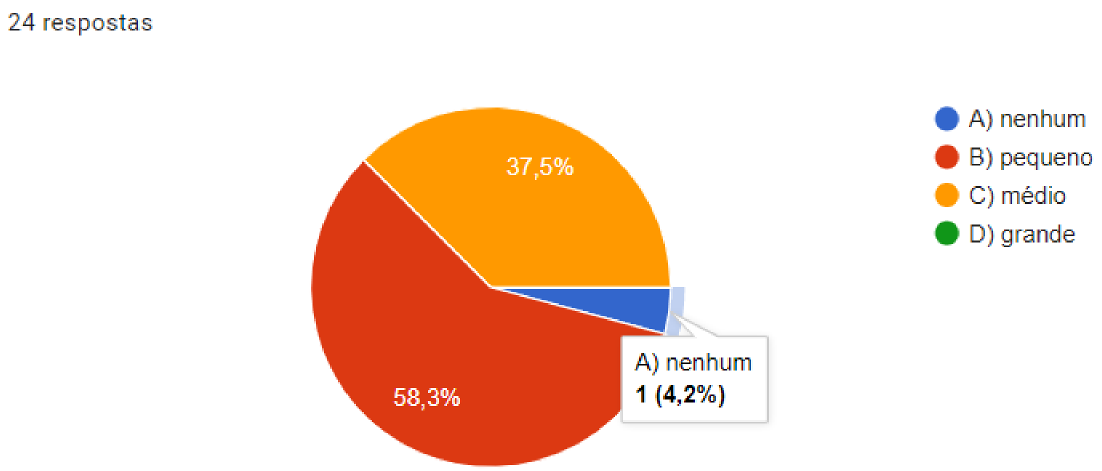
B) são de difícil entendimento, pois são aplicações de fórmulas.

Figura 25 – Gráfico sobre tempo de estudo de Geometria



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 26 – Gráfico sobre Conhecimento em Geometria



Fonte: Dados da pesquisa

C) são de fácil entendimento, pois utiliza o cotidiano das pessoas.

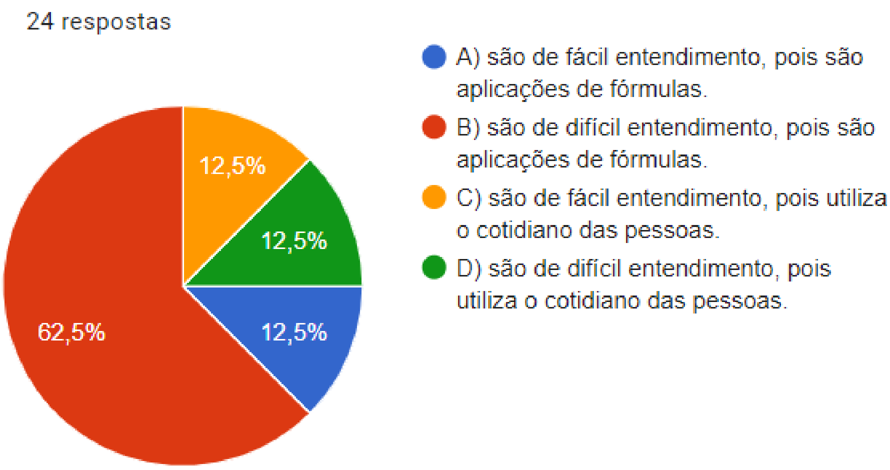
D) são de difícil entendimento, pois utiliza o cotidiano das pessoas.

Na Figura 27 mostra-se o resultado desta enquete. Neste retorno, 62,5% dos alunos responderam que é difícil o entendimento em geometria, devido ao método de ensino aplicado, que se usa apenas da aplicação de fórmulas. Isto evidencia, ainda, que não há uma relação entre os conhecimentos de geometria com o cotidiano.

Resultado coletado na sala de aula virtual das turmas, através de D:

Questão proposta:

Figura 27 – Classificação das aulas de Geometria



Fonte: Dados da pesquisa

Considerando que ao ir ao supermercado comprar pacotes de biscoitos recheados, chegando lá foi verificado que existem dois tipos, um prisma de base quadrada e outro de forma cilíndrica. Conferindo os valores, estavam iguais.

Qual tipo de biscoito você compraria?

Através dela, pode-se fazer um levantamento estatístico e se trabalhar conteúdos como porcentagem, frequência, moda etc.

Será que se economiza mais comprando o pacote redondo ou o quadrado?

Para responder a esta questão, o discente precisará medir o pacote, saber quanto pesa cada biscoito, a quantidade de biscoito contido em cada pacote, precisará pesquisar os preços, calcular o volume, o material gasto na embalagem e a relação custo/benefício.

Para responder a estes questionamentos considere os pacotes conforme as características da Figura 28: (Dados: utilize $\pi \approx 3cm$).

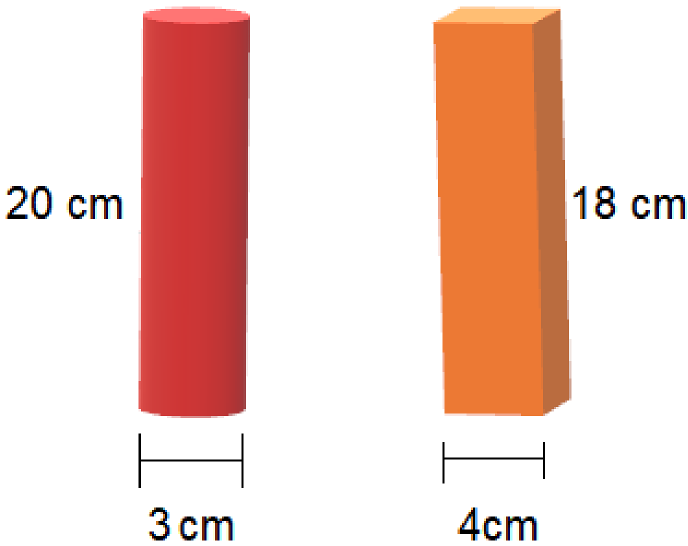
Aluno 1: respondeu conforme consta na Figura 29, que mostra que ele cometeu equívocos ao resolver o volume do cilindro. Um desses equívocos foi a utilização do diâmetro ao invés do raio e a não substituição do Π. Realizou corretamente o cálculo do volume do prisma, mesmo errando o cálculo do volume do cilindro, respondeu a primeira pergunta corretamente.

Aluno 2: entregou a resposta em branco.

Aluno 3: respondeu de acordo com a Figura 30, que mostra que o aluno respondeu o primeiro questionamento de forma correta, mas não fez a verificação no segundo questionamento para justificar o que respondeu na primeira pergunta.

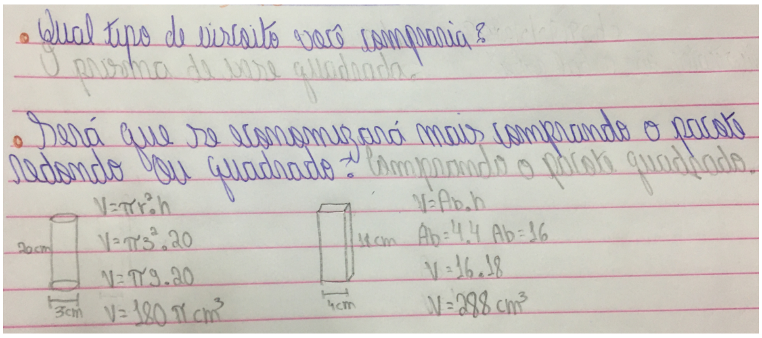
Aluno 4: respondeu conforme Figura 31, que mostra que este aluno respondeu o

Figura 28 – Tipos de Biscoitos



Fonte: Próprio autor

Figura 29 – Aluno 1 - Primeira parte



Fonte: Dados da pesquisa

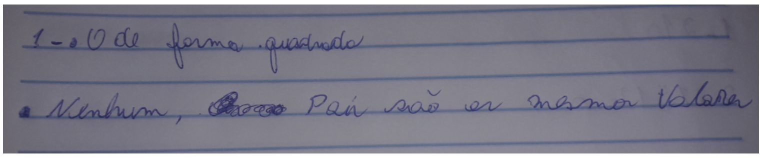
primeiro questionamento, mas, quanto ao segundo, não realizou a análise, fez apenas uma resposta direta aos questionamentos.

Aluno 5: respondeu conforme Figura 32, que indica que o aluno realizou a análise de forma completa, chegando ao resultado satisfatório, demonstrando através de cálculos o porquê da escolha do primeiro questionamento.

Aluno 6: respondeu conforme Figura 33, mostra que este aluno respondeu o primeiro questionamento, mas, no segundo, não demonstrou o porquê da escolha através da análise matemática, portanto não houve uma justificativa para a resposta.

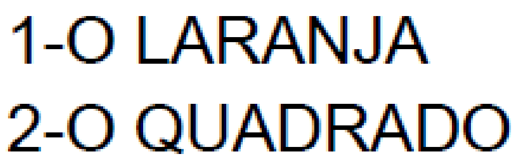
Aluno 7: respondeu conforme Figura 34, que indica que o aluno respondeu o primeiro questionamento, mas, o segundo, não demonstrou, não mostrando como obteve a resposta,

Figura 30 – Aluno 3 - Primeira parte



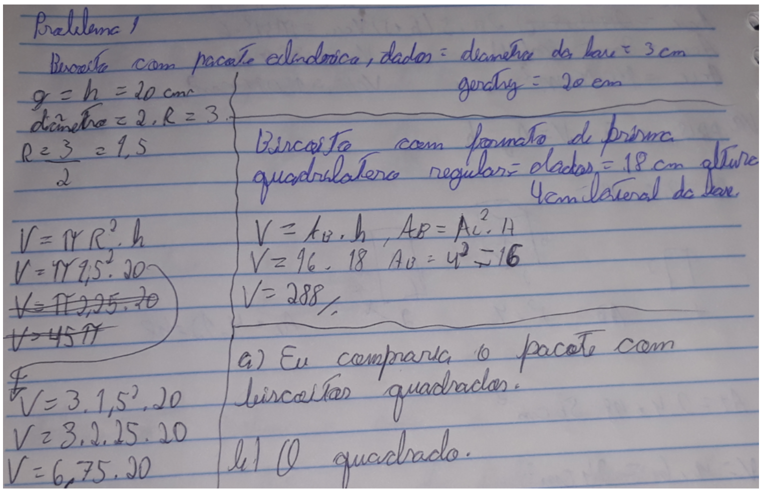
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 31 – Aluno 4 - Primeira parte


1-O LARANJA
2-O QUADRADO

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 32 – Aluno 5 - Primeira parte



Fonte: Dados da pesquisa

através da análise, de cálculos.

Aluno 8: respondeu conforme Figura 35, que mostra que o aluno não soube realizar os cálculos. Observando o que foi feito, percebe-se que não buscou informações sobre o processo de cálculo do volume de figuras sólidas, o que o levou a cometer vários erros.

Agora, considerem que uma mesma empresa fabrique esses dois tipos de biscoitos, querendo cortar custos com a embalagem, qual seria mais econômico para esta? (Dados: utilize $\pi \approx 3cm$ e que cada metro quadrado tem custo de R$ 10,00).

Agora, pensando como o presidente da empresa querendo cortar custos, qual a

Figura 33 – Aluno 6 - Primeira parte

Problema parte 1

Considerando que ao ir ao supermercado comprar pacotes de biscoitos recheados, chegando lá foi verificado que existem dois tipos, um prisma de base quadrada e outro de forma cilíndrica. Conferindo os valores, estavam iguais.

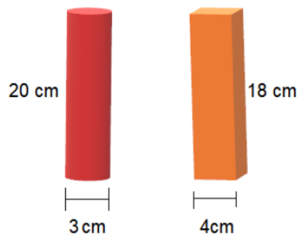
- Qual tipo de biscoito você compraria?

O biscoito quadrado

- Será que se economizará mais comprando o pacote redondo ou o quadrado?

quadrado

Para responder estes questionamentos considere os pacotes abaixo: (Dados: utilize $\pi \cong 3$).



Fonte: Próprio autor}

Fonte: Dados da pesquisa

embalagem que daria a possibilidade disto?

Para responder a esta questão, o discente deverá calcular a área total da superfície de cada tipo de biscoito, o prisma de base quadrada e o cilindro.

Aluno 1: Não respondeu à segunda parte do problema.

Aluno 2: Figura 36 mostra que o aluno respondeu à mesma pergunta duas vezes e com respostas diferentes. Não houve atenção, as duas perguntas têm o mesmo objetivo e o aluno teria que realizar os cálculos para obter um resultado satisfatório.

Aluno 3: Figura 37 mostra que o aluno também respondeu à mesma pergunta com respostas diferentes, não observou que era a mesma pergunta, não realizando os cálculos para que este chegasse ao objetivo.

Aluno 4: respondeu Figura 38, que evidencia que o aluno não fez uma análise do problema através dos cálculos que seriam necessários para obter uma resposta coerente.

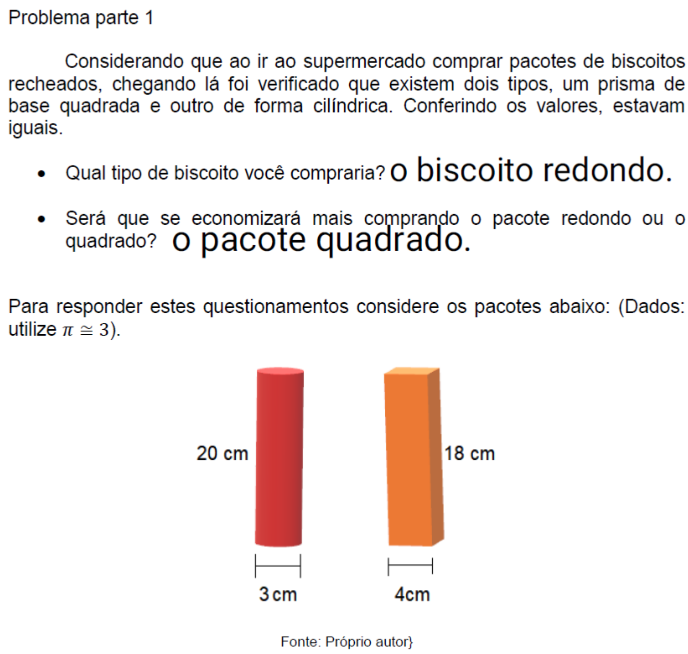
Aluno 5: respondeu Figura 39, que mostra que o aluno conseguiu entender o problema proposto, tentou realizar os cálculos, mas não utilizou a fórmula correta, e mesmo assim chegou a conclusão.

Aluno 6: Não retornou com uma resposta.

Aluno 7: Figura 40, que mostra que este respondeu à mesma pergunta com resposta diferente, não conseguindo entender o problema proposto.

Aluno 8: respondeu Figura 41, pela qual se percebe que o aluno chegou a uma con-

Figura 34 – Aluno 7 - Primeira parte


Problema parte 1

Considerando que ao ir ao supermercado comprar pacotes de biscoitos recheados, chegando lá foi verificado que existem dois tipos, um prisma de base quadrada e outro de forma cilíndrica. Conferindo os valores, estavam iguais.

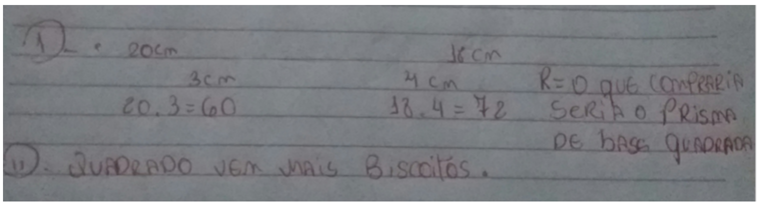
- Qual tipo de biscoito você compraria? o biscoito redondo.
- Será que se economizará mais comprando o pacote redondo ou o quadrado? o pacote quadrado.

Para responder estes questionamentos considere os pacotes abaixo: (Dados: utilize $\pi \cong 3$).

Fonte: Próprio autor}

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 35 – Aluno 8 - Primeira parte


I • 20cm 3cm 20.3=60 18cm 4cm 18.4=72 R= O que compraria seria o prisma de base quadrada

II. Quadrado vem mais biscoitos.

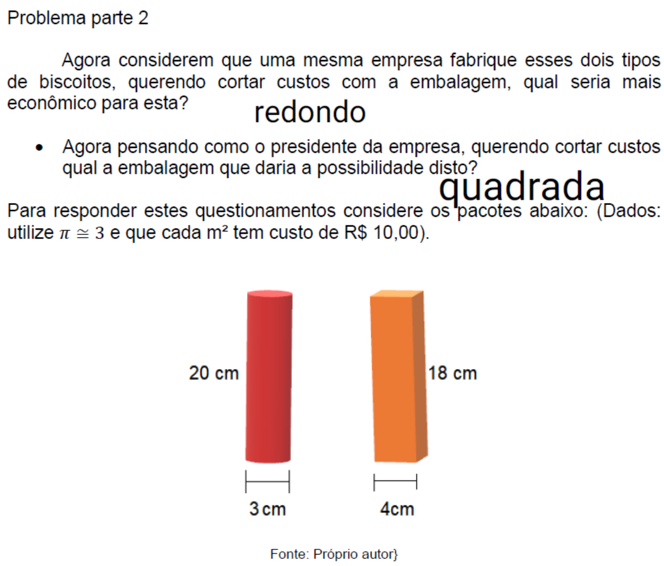
Fonte: Dados da pesquisa

clusão, mas cometeu diversos erros na resolução, sendo o primeiro a falta de conhecimento das fórmulas que estavam relacionadas ao problema.

Observando as respostas dos alunos que não fizeram o processo de resolução corretamente, verifica-se que não houve uma análise precisa do que era necessário para se chegar ao objetivo e os discentes não sabiam o que realmente deveria ser feito. Isso pode ter acontecido, por não terem aprofundado o conteúdo quanto este foi visto anteriormente, ou por não ter sido feita uma conferência na resolução. O resultado poderia ter sido melhor, caso estivéssemos em outra situação, como no caso presencial, em que se teria um tempo maior, no qual se poderia fazer uma explicação detalhada do conteúdo, tirando possíveis dúvidas.

Após a aplicação da proposta de questões, foi enviado um novo formulário, através do Google Sala de Aula, somente para verificar a opinião dos alunos sobre a situação-problema. Neste houve uma redução ainda maior no retorno: apenas 11 alunos responderam,

Figura 36 – Aluno 2 - Segunda parte


Problema parte 2

Agora considerem que uma mesma empresa fabrique esses dois tipos de biscoitos, querendo cortar custos com a embalagem, qual seria mais econômico para esta? redondo

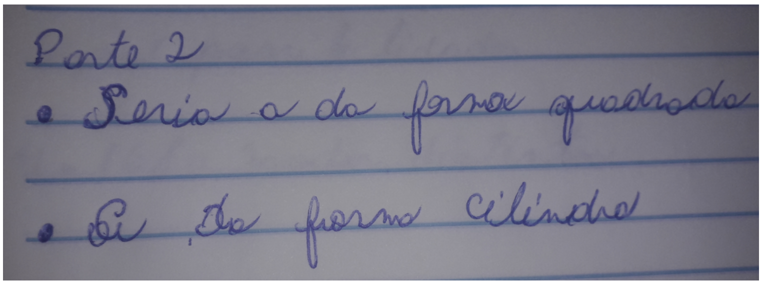
- Agora pensando como o presidente da empresa, querendo cortar custos qual a embalagem que daria a possibilidade disto? quadrada

Para responder estes questionamentos considere os pacotes abaixo: (Dados: utilize $\pi \cong 3$ e que cada m² tem custo de R$ 10,00).

Fonte: Próprio autor)

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 37 – Aluno 3 - Segunda parte



Fonte: Dados da pesquisa

aproximadamente 14,5% do total.

O formulário final, em (D) continha as seguintes questões:

1) Você entendeu os problemas propostos?

A) sim.

B) não.

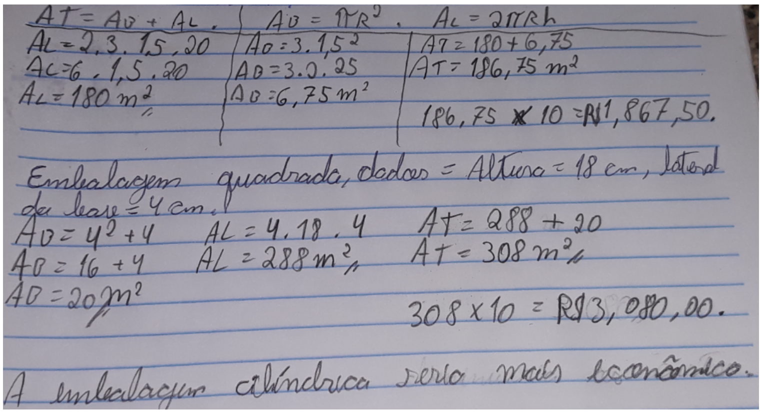
A Resposta está na Figura 42. Neste questionamento, mostrou-se que 54,5% dos que responderam a este formulário entenderam a situação-problema. Mesmo sendo mais da metade dos alunos, poucos têm o conhecimento adequado sobre o assunto, pode ser devido a poucos anos de estudo sobre a geometria, mesmo colocando uma sequência a ser seguida na resolução.

2) Você acha que conseguiu chegar a um resultado satisfatório?

Figura 38 – Aluno 4 - Segunda parte

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 39 – Aluno 5 - Segunda parte



Fonte: Dados da pesquisa

A) sim.

B) não.

A resposta consta na Figura 43. A mesma porcentagem, 54,5% considera que chegou a uma resposta adequada, ou seja, 6 alunos. Mas o resultado da maioria dos alunos não foi satisfatório.

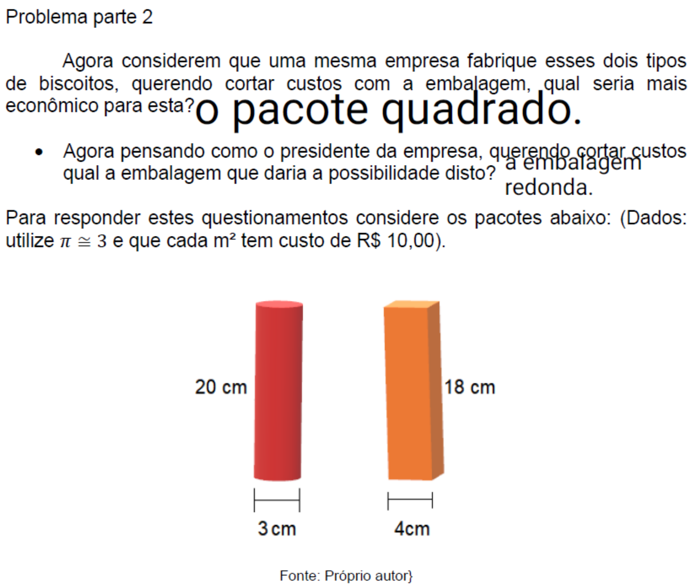
3) A proposta para a resolução de problemas, através da Modelagem Matemática, facilitou o processo?

A) sim.

B) não.

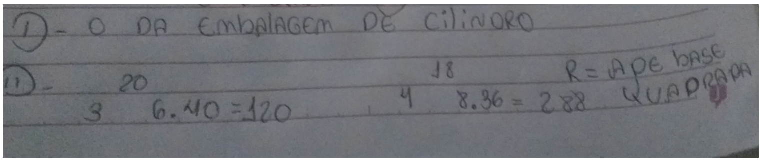
A resposta consta na Figura 44. No gráfico, 54,5% analisou que o processo de Modelagem Matemática facilita o processo de resolução. Os mesmos 6 alunos responderam afirmativamente as três questões, ou seja, entenderam o problema, julgaram como satisfatórias suas respostas e que a modelagem facilita o processo.

Figura 40 – Aluno 7 - Segunda parte



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 41 – Aluno 8 - Segunda parte



Fonte: Dados da pesquisa

4) Você já havia utilizado a Modelagem matemática alguma vez?

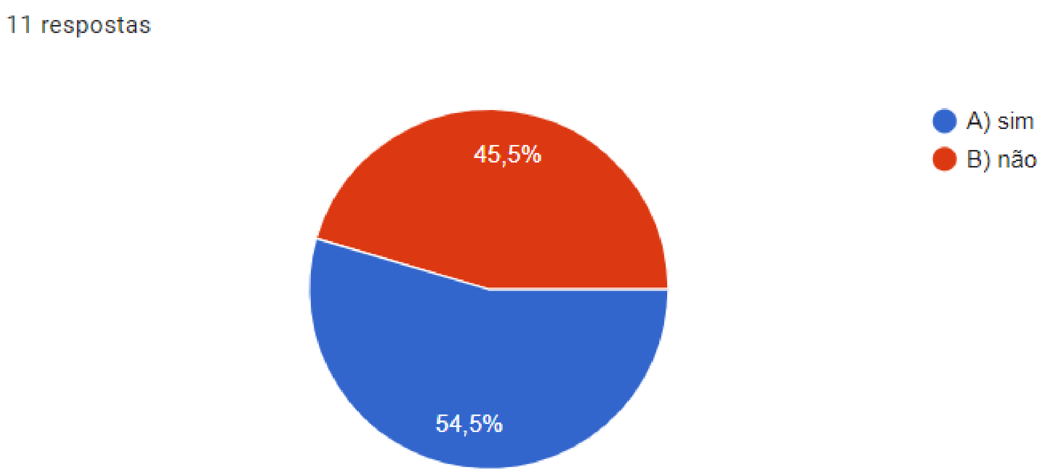
A) sim.

B) não.

A resposta consta na Figura 45. Neste questionamento, mostra-se que nas aulas de geometria a Modelagem não é utilizada. Isto traz uma grande oportunidade para uma transformação no ensino de geometria em nossas escolas, expondo o conteúdo com criatividade e colocando o aluno próximo dos conteúdos de matemática, utilizando o seu cotidiano.

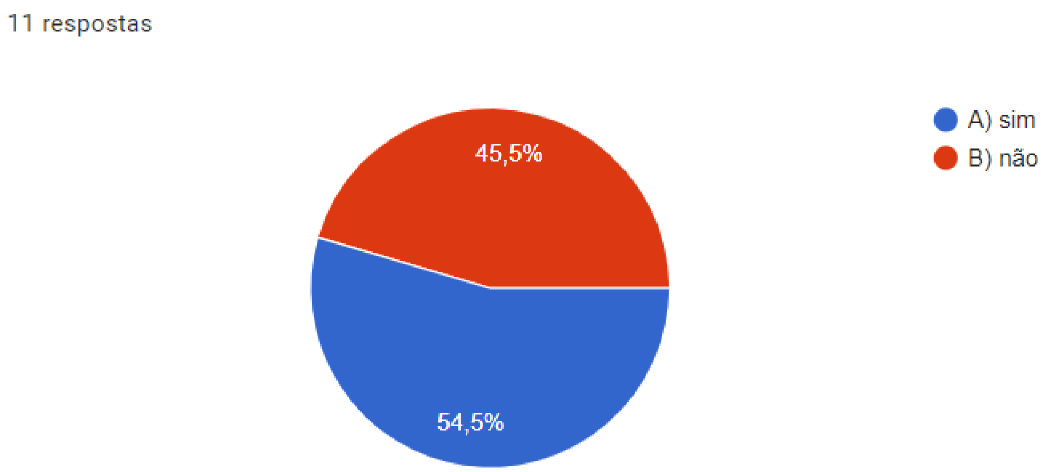
Após a aplicação desta atividade, apenas 6 alunos responderam todas as atividades. Alguns deles compreenderam o problema, tendo erros pontuais, os quais foram comunicados e que poderiam ser evitados, tendo uma maior atenção na manipulação das informações, bem como nas fórmulas utilizadas.

Figura 42 – Nível de Entendimento nos problemas



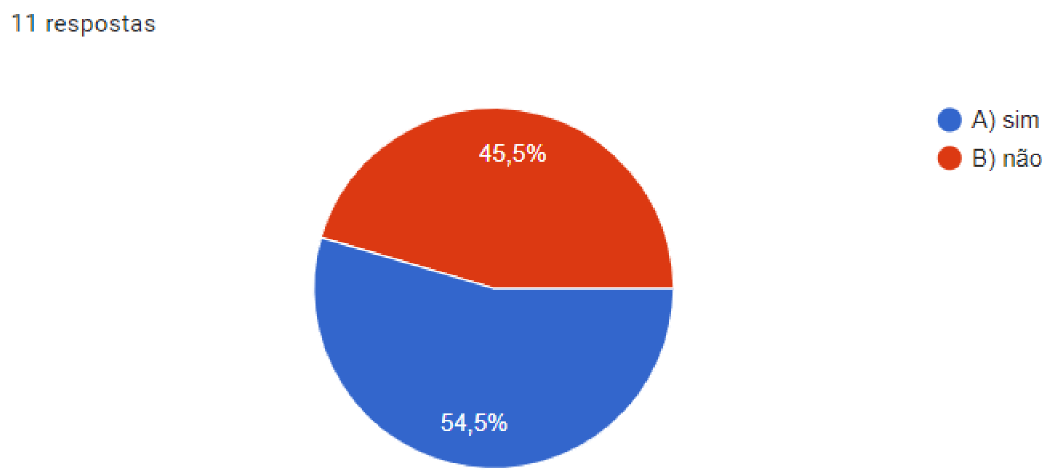
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 43 – Opinião sobre o resultado



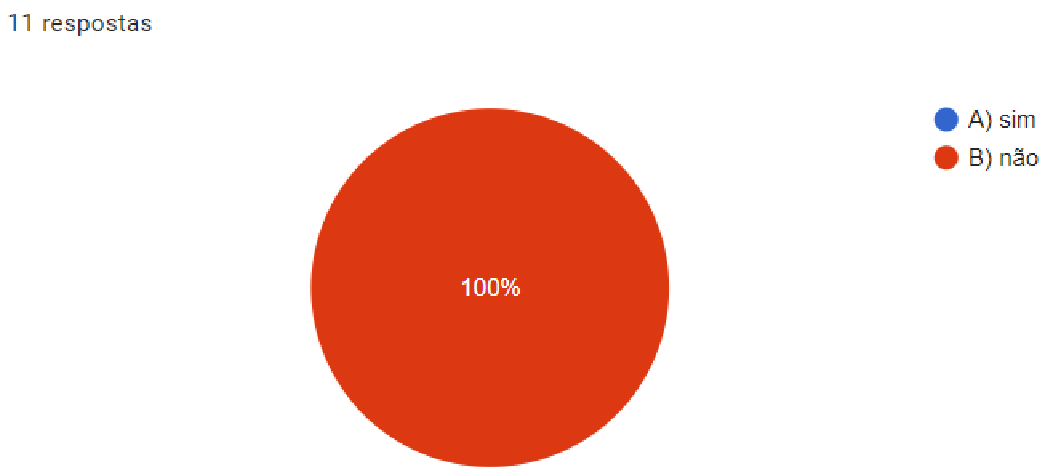
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 44 – Facilidade com o Modelagem Matemática



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 45 – Utilização da Modelagem Matemática



Fonte: Dados da pesquisa

Capítulo 6

Considerações Finais

Analisando o desenvolvimento desta dissertação, verifica-se que ainda existe um grande desafio no ensino da matemática. Tanto no cumprimento do currículo como também em utilizá-la de forma criativa e simples para melhor entendimento do discente, que ainda tem o papel principal no processo de ensino-aprendizagem. A aplicação foi feita de forma remota e os alunos encontraram muita dificuldade.

O discente encontra muita dificuldade não só em geometria, mas na matemática como um todo, pois não possui, na maioria das vezes, um comprometimento de grande parte dos discentes, docentes não mudam a forma de ensino, lecionando de acordo com a geração de que fazem parte, principalmente nas escolas públicas. Isso é observado durante a aplicação deste trabalho, pois diversos alunos não sabem interpretar o que o problema está propondo e, quando sabem o objetivo, não tem o conhecimento algébrico necessário para conseguir concluir de forma coerente.

De acordo com a população a que foi aplicado este trabalho, houve um número reduzido do retorno, mostrando que o aluno é influenciado por fatores como uma grande dificuldade na matemática, o pouco acesso às plataformas de ensino remoto e problemas financeiros, devido ao momento sensível que o mundo está vivendo, agravando-se, assim, a dificuldade em aprender os conteúdos de matemática e, consequentemente a geometria.

Observa-se, com tudo, através das reflexões contidas neste trabalho, que a modelagem matemática vem a ser um recurso viável para obtenção de melhores resultados na aprendizagem matemática, levando a um comprometimento maior de nossos docentes e discentes. Visto que nossos alunos são ainda muito dependentes, isso poderá envolver de forma melhor nossos discentes. Entretanto, será necessária coragem para introduzir a modelagem nas aulas tradicionais, bem como preparação e abertura para que os alunos possam por si próprios tirar conclusões.

Sendo que, este trabalho não finaliza as observações e novas aplicações da modelagem, visto que nas turmas em foi aplicada esta metodologia, os alunos não a conheciam, mostrando uma nova forma de ver como é importante dar a autonomia aos nossos alunos, uma vez que as aulas são feitas diretamente pela influência deles.

Enfim, utilizar as atividades de modelagem matemática trará benefícios para o educador e o aprendiz, pois, acima de qualquer outra coisa, estas atividades aguçam a curiosidade, despertam o interesse e principalmente promovem o diálogo e a troca de ideias, tornando o ambiente escolar mais produtivo e agradável. Com isso, as ferramentas matemáticas deixarão de ficar apenas nos livros didáticos ou somente entendidas e utilizadas por grandes estudiosos, mas serão apreciadas, compreendidas e manipuladas para resolver problemas corriqueiros do dia-a-dia e de situações oriundas do ambiente profissional de todas as pessoas que com elas tiveram contato nas aulas de matemática.

Referências

ALMEIDA LOURDES MARIA WERLE E BRITO, D. d. S. Modelagem matemática na sala de aula: algumas implicações para o ensino e aprendizagem da matemática. *Anais eletrônicos do CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau, 2003.*, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 22.

BARALDI, A. P. *Modelagem Matemática: Um recurso facilitador no processo ensino-aprendizagem*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Campus de Três Lagoas, 2018. Citado na página 19.

BIEMBENGUT MARIA SALETT E HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 5. ed. São Paulo, SP: Editora Contexto, 2000. Citado na página 22.

BONGIOVANNI VINCENZO; VISSOTO, O. R. e. L. J. L. T. *Matemática e Vida*. 16. ed. São Paulo, SP: Editora Ática, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 38.

BRITO, D. dos S. *Aprender Geometria em Práticas de Modelagem Matemática: Uma Comprensão Fenomenológica*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Londrina - UEL, 2018. Citado na página 20.

BURAK, D. Uma experiência com a modelagem matemática. *PRÓMAT - Curitiba, v.1, p. 32-37*, 1998. Citado na página 23.

COSTA, H. R. d. A modelagem matemática através de conceitos científicos. *Ciências & Cognição 2009 - Vol 14 (3): 114-133, Universidade do Estado do Amazonas (UEA), Manaus, Amazonas, Brasil*, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 25.

DANTE LUIZ ROBERTO E VIANA, F. *Matemática*: Contexto e aplicações. 4. ed. São Paulo, SP: Ática Didáticos, 2019. Citado na página 40.

FERREIRA, A. dos S. *A Modelagem Matemática Aplicada ao Estudo da Geometria Plana e Espacial: Área, Perímetro e Volume*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Amazonas, 2020. Citado na página 20.

FERREIRA, V. L.; SANTOS, V. d. M. O processo histórico de disciplinarização da metodologia do ensino de matemática. *FAPESP - São Paulo*, 2012. Citado na página 21.

GENEROSO, L. H. C. *Modelagem Matemática e Metodologia Ativa: Práticas pedagógicas alternativas ao ensino tradicional*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Mato Grosso, 2019. Citado na página 19.

KACZMAREK DERLI E BURAK, D. Modelagem no ensino da matemática e a teoria vygotskyana: um olhar sobre as ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. *Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa*, 2016. Citado na página 24.

MAGNUS MARIA CAROLINA MACHADO; CALDEIRA, A. D. e. D. C. G. Do modelo matemático: descontinuidades históricas. *Bolema, Rio Claro - SP, v. 33, n. 65, p. 1215-1232*, 2019. Citado na página 25.

MARTINI ROSANE COPPINI E VICENTE, A. d. Modelagem matemática: Uma metodologia para o ensino de geometria na construção de maquete. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE: Produções Didático-Pedagógicas, Paraná*, 2016. Citado na página 25.

OLIVEIRA VANESSA CASTRO; OLIVEIRA, C. P. e. V. F. A. A história da matemática e o processo de ensino aprendizagem. *Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil.*, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 13, 21 e 24.

SANTIAGO, T. L. N. *O Ensino dos Sólidos Geométricos: um estudo utilizando a modelagem matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Vale do São Francisco, 2018. Citado na página 18.

SILVEIRA ÊNIO E MARQUES, C. *Matemática*: Compreensão e prática. 6. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2020. Citado na página 26.

VITTI, C. M. *Matemática com prazer, a partir da história e da geometria*. 2. ed. São Paulo, SP: Editora UNIMEP, 1999. Citado na página 15.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização da diretora

Autorização da diretora do Colégio de aplicação do trabalho.

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT

SBM

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

CARTA DE ANUÊNCIA PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA

Prezada Diretora Maria Teresa Rosa Mendes

Colégio Estadual Professora Vanilde Natalino Mattos

Solicito autorização institucional para a realização da pesquisa intitulada ENSINO DA GEOMETRIA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO, pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, a ser realizada nas turmas 3001 e 3002, pelo pesquisador Téo Rios Cordeiro de Almeida, sob a orientação do professor orientador Prof. Dr. Ausberto S. Castro Vera.

A pesquisa será realizada no segundo bimestre, durante algumas aulas de Matemática ao longo do Ensino Remoto, com o seguinte tema: ENSINO DA GEOMETRIA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO, onde os alunos irão aprender Área e Volume de Figuras, utilizando exemplos do cotidiano. Para isso, eles terão acesso prévio ao conteúdo que será abordado, através de videoaulas gravadas e disponibilizadas pelo professor.

O objetivo principal dessa experimentação é a verificação se essa metodologia acarreta melhora no processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Dessa forma, gostaria de pedir sua autorização para que o Colégio e as referidas turmas possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Na certeza de contar com a colaboração e empenho desta, agradeço antecipadamente a atenção, ficando à disposição, para quaisquer esclarecimentos que se fizerem necessários.

(X) Concordo com a solicitação ( ) Não concordo com a solicitação

Macaé, 31 de março de 2021.

____

Diretora da Unidade Escolar

Maria Teresa Rosa Mendes
Diretora Adjunta
Matrícula: 30750475
ID: 50366840

APÊNDICE B

Formulário inicial

Pesquisa geral, para conhecer os alunos participantes.

Formulário Inicial

1) Em qual série de escolaridade você está matriculado(a)?
A) 1ª série.
B) 2ª série.
C) 3ª série.

2) Há quanto tempo você tem aulas relacionadas ao conteúdo de geometria?
A) 1 ano.
B) 2 anos.
C) 3 anos.
D) mais de 3 anos.
E) Nunca tive

3) Como classificaria o seu nível de conhecimento sobre geometria?
A) nenhum.
B) pequeno.
C) médio.
D) grande.

4) Sobre as aulas de matemática, principalmente de geometria:
A) são de fácil entendimento, pois são aplicações de fórmulas.
B) são de difícil entendimento, pois são aplicações de fórmulas.
C) são de fácil entendimento, pois utiliza o cotidiano das pessoas.
D) são de difícil entendimento, pois utiliza o cotidiano das pessoas.

APÊNDICE C

Arquivo de Orientação

Arquivo onde tem as orientações e os vídeos para auxiliar o discente na resolução dos problemas.

Leia antes de responder o problema:

Antes de resolver estes questionamentos, seguir alguns passos para facilitar observações:

Passo 1:

Diante dessas figuras, escreva a diferença que cada uma possui em seus formatos:

Passo 2:
Planifique as formas geométricas de cada embalagem.

Passo 3:
Medir a superfície do espaço externo que elas possuem. Para isso, observe das embalagens dos biscoitos.

Passo 4:
Continuando com a imagem das embalagens dos biscoitos, calcule o volume de biscoitos de cada embalagem.

Passo 5:
Diante dos passos anteriores, de que maneira calculamos a área e o volume do cilindro e do paralelepípedo?

Vídeos para facilitar a resolução do Problema:

PLANIFICAÇÃO DOS SÓLIDOS GEOMETRICOS: https://www.youtube.com/watch?v=mSL27huvhIQ

Sólidos Geométricos 04: Planificação de Sólidos Geométricos: https://www.youtube.com/watch?v=GC647tWpYmE

Volume e área do cilindro: https://www.youtube.com/watch?v=uib1ZRduXHE

Volume de bloco retangular e cubo: https://www.youtube.com/watch?v=bFBCFGfmZUE

Volume de prismas e cilindros: https://www.youtube.com/watch?v=as3hGTRRVqo&t=13s

PRISMAS: ÁREAS E VOLUMES (AULA 7/16):
https://www.youtube.com/watch?v=_sKcgx590J4

APÊNDICE D

Pesquisa da Dissertação

Problema parte 1

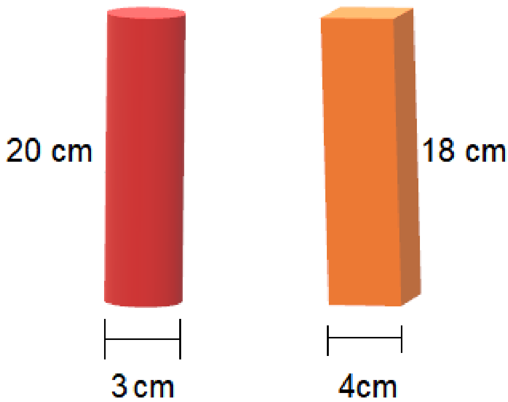
Problema parte 1

Considerando que ao ir ao supermercado comprar pacotes de biscoitos recheados, chegando lá foi verificado que existem dois tipos, um prisma de base quadrada e outro de forma cilíndrica. Conferindo os valores, estavam iguais.

- Qual tipo de biscoito você compraria?

- Será que se economizará mais comprando o pacote redondo ou o quadrado?

Para responder estes questionamentos considere os pacotes abaixo: (Dados: utilize $\pi \cong 3$).



Fonte: Próprio autor}

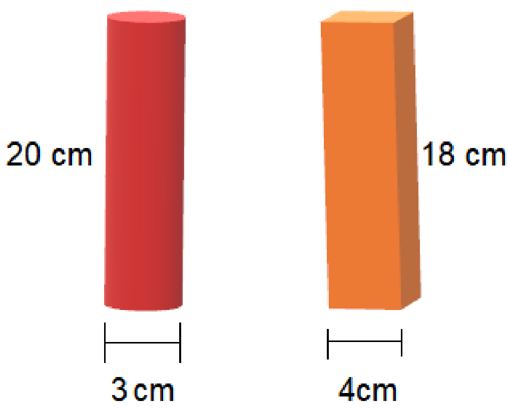
Problema parte 2

Problema parte 2

Agora considerem que uma mesma empresa fabrique esses dois tipos de biscoitos, querendo cortar custos com a embalagem, qual seria mais econômico para esta?

- Agora pensando como o presidente da empresa, querendo cortar custos qual a embalagem que daria a possibilidade disto?

Para responder estes questionamentos considere os pacotes abaixo: (Dados: utilize $\pi \cong 3$ e que cada m² tem custo de R$ 10,00).



Fonte: Próprio autor}

Pesquisa de conclusão, para finalização do trabalho.

Formulário de Conclusão:

1) Você entendeu os problemas propostos?
A) sim.
B) não.

2) Você acha que conseguiu chegar a um resultado satisfatório?
A) sim.
B) não.

3) A proposta para a resolução de problemas, através da Modelagem Matemática, facilitou o processo?
A) sim.
B) não.

4) Você já havia utilizado a Modelagem matemática alguma vez?
A) sim.
B) não.