



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT**

HIJAOEKES SILVA SOUZA

**A GEOMETRIA COMO UMA PROPOSTA DISCIPLINAR PARA O
ENSINO FUNDAMENTAL: um estudo de campo na escola Centro
Educativo Anchieta, no município de Itaituba-Pa.**

**SANTARÉM-PA
2021**

HIJAOEKES SILVA SOUZA

**A GEOMETRIA COMO UMA PROPOSTA DISCIPLINAR PARA O
ENSINO FUNDAMENTAL: um estudo de campo na escola Centro
Educativa Anchieta, no município de Itaituba-Pa.**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat/Ufopa) do Instituto de Ciências da Educação, Programa de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Oeste do Pará como componente curricular obrigatório para a obtenção do título de mestre.

Orientador: Prof. D. Sc. José Antônio Oliveira Aquino.

**SANTARÉM-PA
2021**

Souza, Hijaoekes Silva.

A geometria como uma proposta disciplinar para o ensino fundamental: um estudo de campo na escola Centro Educacional Anchieta, no município de Itaituba / Hijaoekes Silva Souza. - Santarém, 2021.

93f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Ciências Exatas.

Orientador: José Antônio Oliveira Aquino.

1. Geometria. PCN`s. 2. Matemática. 3. Ensino Fundamental. Saeb. Ideb. Enem. I. Aquino, José Antônio Oliveira. II. Título.

UFOPA/Sistema Integrado de Bibliotecas CDD 23 ed. 516.3

HIJAOEKES SILVA SOUZA

HJAOEKES SILVA SOUZA

**A GEOMETRIA COMO UMA PROPOSTA DISCIPLINAR PARA O ENSINO
FUNDAMENTAL: UM ESTUDO DE CAMPO NA ESCOLA CENTRO EDUCACIONAL
ANCHIETA, NO MUNICÍPIO DE ITAITUBA-PA**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat/Ufopa) do Instituto de Ciências da Educação, Programa de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Oeste do Pará como componente curricular obrigatório para a obtenção do título de mestre.

Aprovado em 12 de fevereiro de 2020

Banca Examinadora:



Prof. Dr. José Antônio Oliveira Aquino
Universidade Federal do Oeste do Pará



Prof. Dr. Mário Tanaka Filho
Universidade Federal do Oeste do Pará



Prof. Dr. Damião Pedro Meira Filho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

A Deus e minha família que sempre foram os meus alicerces.

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus por ter me dado força para chegar.

A minha diretora Eva Ferreira Bonfim, a minha coordenadora Rosilda Ferreira Dutra, as minhas Diretoras Beatriz e Elby Keila da escola Raimundo Pereira Brasil, pela compreensão.

Aos meus pares da minha unidade Bombeiro Militar, aos meus colegas de trabalho professores e principalmente aos meus professores que sempre me incentivaram na busca pelos conhecimentos.

A minha esposa Patrícia dos Santos Souza, a minha filha Penélope dos Santos Souza e a minha mãe Flora Silva Souza, ao meu Irmão Beniks e sobrinho Yuri, pelo carinho, amor e dedicação que tiveram durante esse tempo de ausência para estudar.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), indutora do PROFMAT, no contexto da Universidade Aberta do Brasil, que possibilitou a criação de uma rede nacional para a qualificação do professor da Educação Básica, e que hoje atinge grande parte do território nacional, possibilitando a titulação, de qualidade, a nível de mestrado em nossa região.

A Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa), responsáveis pela Coordenação Nacional do PROFMAT, assegurando a sua qualidade e efetividade como instrumento para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica brasileira.

A Ufopa, que se filiou a rede nacional do PROFMAT, possibilitando a oferta do curso em nossa região propiciando a formação de qualidade, em nível de mestrado, a professores da rede pública de educação básica no oeste do Pará.

Aos professores do PROFMAT/Ufopa, que contribuíram na minha formação, e que conferem a qualidade do curso local.

A todas as pessoas que tiveram uma grande contribuição direta ou indiretamente na conclusão deste projeto, meu muito obrigado.

... e conhecereis a verdade, e a verdade vos
libertará.

(Jesus Cristo. Evangelho segundo João 8:32)

RESUMO

A Geometria está em todos os lugares em que o ser humano se estabeleça lhe dando oportunidade de investigar através de seus diferentes saberes, a Matemática e sua diversidade. Por volta de 1.500 d. C. a Álgebra simbólica moderna dava os seus primeiros passos, constituindo com a Aritmética e a Geometria, o tripé disciplinar no processo de ensino e aprendizagem, do conhecimento matemático, nas escolas europeias. Embora a Geometria euclidiana e a aritmética já estivessem consolidadas como disciplinas da formação escolar europeia, esse tripé disciplinar perdurou até o século XX, quando a partir 1950, o currículo escolar no mundo passou por uma modernização e reformulação, que deu ênfase à álgebra, com a Geometria abordada de forma intuitiva, em detrimento ao processo lógico dedutível até então consolidado. Tais mudanças foram estabelecidas com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), de âmbito global, que fez da Geometria, Aritmética e Álgebra, conteúdos da disciplina Matemática. Este trabalho traz para a discussão, utilizando-se da Pesquisa de Campo, um projeto piloto implantado a partir de 2014 na escola Centro Educacional Anchieta, no município de Itaituba-PA, no qual o planejamento pedagógico da escola tornou a Geometria uma disciplina, com carga horária de 20 h mensais, disponibilizando ao seu quadro de docentes uma grade programática que desenvolvesse uma base sólida dos conceitos geométricos mais importantes do ensino fundamental e médio, com o objetivo de melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e conseqüentemente diminuir a repetência e obter melhores resultados nas avaliações nacionais, e em especial o ENEM. Para tanto, foi criado um cronograma de todos os conteúdos geométricos a serem trabalhos bimestralmente, do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, de forma conjunta com a álgebra e a aritmética, buscando habilidades e competências dispostas nos PCN e na BNCC. A pesquisa mostra que a ênfase no estudo da Geometria, com aulas específicas deste tema, aliada às novas metodologias e tecnologias educacionais, logrou êxito na diminuição da repetência e melhorou significativamente a média das notas dos discentes no exame do ENEM. O trabalho ainda apresenta a opinião de professores de Matemática, do município de Itaituba, acerca da adoção da Geometria como uma disciplina.

Palavras-chave: Geometria. PCN's. Matemática. Ensino Fundamental. Saeb. Ideb. Enem.

ABSTRACT

Geometry is everywhere where the human being is established, giving him the opportunity to investigate through his different knowledge, Mathematics and its diversity. Around 1500 d. C. modern symbolic algebra was taking its first steps, constituting with Arithmetic and Geometry, the disciplinary tripod in the process of teaching and learning, of mathematical knowledge, in European schools. Although Euclidean geometry and arithmetic were already consolidated as disciplines of European school education, this disciplinary tripod lasted until the 20th century, when from 1950 onwards, the school curriculum in the world underwent a modernization and reformulation, which emphasized algebra, with Geometry approached in an intuitive way, to the detriment of the deductible logical process hitherto consolidated. Such changes were established with the Movement of Modern Mathematics (MMM), of global scope, that made of Geometry, Arithmetic and Algebra, contents of the discipline Mathematics. This work brings to the discussion, using Field Research, a pilot project implemented since 2014 at the Centro Educacional Anchieta school, in the municipality of Itaituba-PA, in which the school's pedagogical planning made Geometry a discipline, with workload of 20 hours per month, providing its faculty with a programmatic grid that develops a solid base of the most important geometric concepts of elementary and high school, with the objective of improving the teaching and learning process of Mathematics, and consequently reducing the repetition and obtain better results in national evaluations, and in particular ENEM. To this end, a schedule of all geometric content to be worked on every two months, from the 6th to the 9th grade of elementary school, in conjunction with algebra and arithmetic, was created, looking for skills and competences available in the PCN and BNCC. The research shows that the emphasis on the study of Geometry, with specific classes on this theme, combined with new educational methodologies and technologies, succeeded in reducing repetition and significantly improved the average of the students' grades in the ENEM exam. The work also presents the opinion of Mathematics teachers, from the municipality of Itaituba, about the adoption of Geometry as a discipline.

Key-words: Geometry. PCN. Mathematics. Elementary school. Saeb. Ideb. Enem.

LISTA DE FIGURAS E ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Evolução da perspectiva nas pinturas	38
Figura 2 - Presença de Elementos Geométrico em Obras de Tarsila do Amaral	42
Figura 3 - Arte Concreta (duas obras de representação espacial).....	43
Figura 4 - Janela Principal do Software GeoGebra	48
Figura 5 - Parte do Mapa Mental do Trabalho "O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências" (PAVANELLO, 1993).....	50
Gráfico 1 - Comparação das Taxas de Aprovação no Ideb 2017: EEBCEA versus as Médias das Redes Públicas	68
Gráfico 2 - Comparação dos Índices do Ideb 2017: EEBCEA versus as Médias das Redes Públicas.....	69
Gráfico 3 - Comparação dos Índices do Ideb 2017: EEBCEA versus as Escolas mais bem Ranqueadas do Pará.....	70
Gráfico 4 - Percentual do Corpo Docente com Formação Superior: EEBCEA versus Médias em escolas (2017).....	71
Gráfico 5 - Nota Média da EEBCEA no Enem MT versus Nota Média Nacional no Enem MT (2014 a 2019).....	73
Gráfico 6 - Notas médias no Enem da EEBCEA nas Cinco Áreas de Avaliadas pelo Enem, Realizadas no Período de 2014 a 2019.....	75
Gráfico 7 - Tempo de Serviço como Professor de Matemática.....	78
Gráfico 8 - Frequência em que Aplica Conteúdos de Geometria Semanalmente	79
Gráfico 9 - Utilização dos Conteúdos Geométricos Semanalmente.	80
Gráfico 10 - Você adotaria a Geometria como uma Disciplina?.....	80
Gráfico 11 - Qual o Número de Aulas Necessárias para se Trabalhar a Geometria como Disciplina?.....	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma de Submissão das Turmas ao Exame do Enem	56
Tabela 2 - Plano Programático para o 6º ano	61
Tabela 3 - Plano Programático para o 7º ano	62
Tabela 4 - Plano Programático para o 8º ano	62
Tabela 5 - Plano Programático para o 9º. ano	62
Tabela 6 - Exemplo de Composição do Índice do Ideb.....	65
Tabela 7 - Reestruturação do Novo Saeb – 2109	66
Tabela 8 – Comparação entre as Notas Limites e Médias Nacional com a Média da EEBCEA, no Enem de Matemática e suas Tecnologias, no Período de 2014 a 2019	72
Tabela 9 - Comparação entre as Notas médias no Enem MT da EEBCEA e as Maiores Notas Médias no Enem MT Obtidas por Escolas das Redes de Ensino, no Período de 2014 a 2019	74
Tabela 10 - Comparação entre as Notas Médias no Enem MT da EEBCEA e as Maiores Notas Médias no Enem MT Obtidas por Escolas da Região Oeste do Pará, no Período de 2014 a 2019	77

LISTA DE SÍMBOLOS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

EAD – Educação a Distância

Enem – Exame Nacional do Ensino Médio

FGV – Fundação Getúlio Vargas

Ideb – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IES – Instituições de Ensino Superior

Inep – Instituto Nacional de Pesquisas e Estudos Anísio Teixeira

ISBN – International Standard Book Number

ISSN – International Standard Serial Number

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério da Educação

MMM – Movimento da Matemática Moderna

PCN – Parâmetros Curriculares Nacional

PNE – Plano Nacional de Educação

Saeb - Sistema de Avaliação da Educação Básica

Ufopa – Universidade Federal do Oeste do Pará

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA EM UM CONTEXTO HISTÓRICO, ATUAL E DE IMPORTÂNCIA	19
2.1 Um Breve Relato Histórico sobre a Geometria e seu Ensino.....	20
2.1.1 <i>O Ensino da Geometria em Países da Europa e Brasil a partir da Idade Média.</i>	23
2.2 A Importância da Geometria no Desenvolvimento Intelectual da Criança e nas Formações Humanas (Uma Abordagem do Aspecto Interdisciplinar da Geometria)	32
2.3 Do Concreto ao Abstrato, a Geometria como Ferramenta para a Significação da Abstração em uma Abordagem a partir da Arte	36
2.4 A Importância das TIC's no Ensino da Geometria	44
3 DESCRIÇÃO DO PROJETO PILOTO E METODOLOGIA	51
3.1 A Finalidade da Pesquisa: justificativa, apresentação e relevância do problema	51
3.2 Os Objetivos da Pesquisa	53
3.2.1 <i>Objetivo específico</i>	53
3.3 Caracterização do Locus da Pesquisa	54
3.4 O Período e a Delimitação	55
3.5 O Problema e a Metodologia	56
3.6 Caracterização do Projeto Piloto Aplicado na Escola Centro Educacional Anchieta (em relação a geometria)	60
3.6.1 <i>Uma Proposta Metodológica para o Conteúdo Programático da Disciplina de Geometria do 6º ao 9º Ano do Ensino Fundamental</i>	61
3.6.2 <i>Propostas programáticas do 6º ao 9º. Ano do ensino fundamental:</i>	61
4 RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
4.1 Indicadores da Educação Brasileira	63
4.1.1 <i>O Sistema de Avaliação da Educação Básica no Brasil</i>	64
4.2 Resultados do Ideb e Enem no período de 2014 a 2019	67
4.2.1 <i>Resultado do Ideb 2017</i>	68
4.2.2 <i>Resultados no Enem de Matemática e suas Tecnologias</i>	72
4.3 Pesquisa de Opinião feita por Amostragem com Docentes da Rede de Ensino do Município de Itaituba	78
4.4 Perspectivas	82
4.5 Considerações Finais	84
APÊNDICE A – MAPA MENTAL, EM TEXTO	1
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIOS DA PESQUISA COM DOCENTES	4

1. INTRODUÇÃO

Todos os aspectos objetivos geral e específicos, ajustar

Objetivo: Apresentar um projeto de ensino.

A aprendizagem de Matemática, dentre as disciplinas da Educação Básica, é a que está mais ligada, e mais dependente da formação escolar. A Matemática já estava presente na formação escolar dos gregos do século VI a. C., em uma forma muito próxima da apresentada nas escolas atuais. Ao longo do tempo conteúdos, metodologias, tecnologias e um maior rigor foram sendo incorporados ao conhecimento matemático desenvolvidos na escola, visando melhor compreensão desses conhecimentos por parte dos alunos, entretanto na idade média, de V a XV d. C., a Matemática já era tratada como conhecimento mais elevado, e de não aprendizagem por todos. É importante ter em mente que para a escola grega antiga, somente Geometria e Aritmética eram conhecimentos puramente matemáticos. Tal pensamento foi ampliado na Europa Medieval com a introdução da Álgebra.

Para a escola brasileira atual, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (APCN) de Matemática, a seleção dos conteúdos matemáticos para o Ensino Fundamental deve contemplar (BRASIL, 1997, p. 38):

Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria).

[...]

Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.

Ou seja, a Geometria continua a ser conteúdo fundamental, na escolarização brasileira do Ensino Fundamental, sendo ferramenta de grande potencial para o processo de ensino aprendizagem de várias áreas, pois é de fácil contextualização, de forma interdisciplinar, no cotidiano dos discentes. Vale ainda ressaltar, no contexto do PCN de Matemática, que a Matemática com as suas ferramentas, é essencial na formação da cidadania. Para Miguel e Miorin (2004, p. 71) uma das habilidades da Educação Matemática é fazer o estudante construir, “[...] por intermédio do conhecimento matemático, valores e atitudes de natureza diversa, visando à formação integral do ser humano e, particularmente, do cidadão.”.

No PCN/1997, no Capítulo de Caracterização da Área de Matemática, é feita uma breve análise das reformas e do perfil do ensino de Matemática, na época, destacando o Movimento da Matemática Moderna (MMM), de âmbito global, que propôs reformulações no ensino de Matemática, a partir dos anos 1950, e fortemente no Brasil nas décadas de 60 e 70. A reforma tinha como um dos objetivos diminuir os problemas de retenção e reprovação em Matemática, em especial na Educação Básica. As propostas implementadas tinham problemas a longo prazo, e não conseguiram resultados significados quanto a reprovação em Matemática (BRASIL, 1997, p. 20, grifo noso):

Ao aproximar a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do ensino fundamental.

O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria Matemática, mais voltadas à teoria do que à prática. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, foi introduzida com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável comprometia o ensino do cálculo, da geometria e das medidas.

No Brasil, a Matemática Moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos e teve grande influência. O movimento Matemática Moderna teve seu refluxo a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação.

Nessa reforma do ensino da Matemática, o ensino de Álgebra passou a ser enfatizado em detrimento ao ensino de Geometria, que se distanciou da prática, ficando no campo da abstração. Além disso, Geometria, Álgebra e Aritmética perdem o status de disciplinas (componentes curriculares), e passam a ser conteúdo da disciplina Matemática. No bojo dessas reformas a LDB 5692/71 retirou a disciplina Desenho Geométrico do cronograma obrigatório do currículo, o ensino das construções geométricas no ensino fundamental passou a ter pouco uso. O Desenho Geométrico passou a ser matéria optativa, motivo pelo qual muitas escolas deixaram de optar por esta importante disciplina. O ensino da Geometria plana passou a ser proposto a partir da exploração de conceitos, propriedades, postulados e teoremas, tendo uma abordagem que pouco explorava a construção do desenho a partir de suas propriedades com uso da régua e do compasso.

Para Pavanello (1993), ensino da Geometria foi gradatamente retirado do currículo das escolas, causando muitos problemas, ou pela minimização ou ausência da aprendizagem dos conteúdos geométrico, transformando-se é um problema global, resultado da ausência do tema nos programas escolares.

Apesar de que nos anos 80 os professores de Matemática norte-americanos chamassem a atenção aos problemas da Reforma da Matemática Moderna, somente em 1995 um consenso mundial foi estabelecido, lançando os fundamentos para uma nova reforma no ensino de Matemática. Contudo o ensino de Matemática, no Brasil, ainda concentra resquícios da Reforma da Matemática. No Brasil, tardiamente os profissionais da educação passaram a discutir os problemas ocasionados pela Reforma da Matemática Moderna, e somente com as propostas para a formação do PCN/1997 da Matemática o tema passou a ser amplamente debatido (BRASIL, 1997, p. 21, grifo nosso):

Também no Brasil essas ideias vêm sendo discutidas e algumas aparecem incorporadas pelas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação, havendo experiências bem-sucedidas que comprovam a fecundidade delas. No entanto, é importante salientar que ainda hoje nota-se, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática às suas aplicações práticas.

Tais problemas foram logo evidencializados por pesquisas, pelos baixos índices nas avaliações externas, pelo aumento das reprovações e abandono, e baixo rendimento escolar, causados por um excesso de algebrismo e abstração, em detrimento das aplicações práticas e do que se observa no cotidiano contribuindo para o distanciamento dos discente em relação a Matemática, e conseqüentemente levando a um aumento dos índices de reprovação (BRASIL., 1997, p. 21, grifo nosso):

Resultados obtidos nos testes de rendimento em Matemática, aplicados em 1993 pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB), indicavam que, na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série, e subia para 5,9% na sétima série.

Em 1995, numa avaliação que abrangeu alunos de quartas e oitavas séries do primeiro grau, os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas.

Além dos índices que indicam o baixo desempenho dos alunos na área de Matemática em 22 testes de rendimento, também são muitas as evidências que mostram que ela funciona como filtro para selecionar alunos que concluem, ou não, o ensino fundamental. Freqüentemente, a Matemática tem sido apontada como disciplina que contribui significativamente para elevação das taxas de retenção.

Mas o que mudou a partir dos PCN/1997 de Matemática, em relação ao ensino aprendizagem desta disciplina? No PCN/1997, item Blocos de Conteúdos, subitem Espaço e Forma, se discute como deve ser tratada a abordagem do conteúdo da Geometria (BRASIL., 1997, p. 39, grifo nosso):

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Destarte, para os autores dos PCN/1997 de Matemática, a Geometria, e os processos de construções geométricas, têm papel relevantes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Por outro lado, a Geometria, como ramo da Matemática é enquadrada como matéria escolar com altas taxas de reprovação e retenção. Segundo Santos e Nacarato (2014), diversas são as causas que corroboram para desencadear um ensino da Geometria muito insatisfatório, de forma que em várias escolas o abdicasse. Em muitas escolas da Educação Básica, nos planos de estudos, os conteúdos geométricos são, muitas vezes, deixados sempre para o fim do ano letivo. Tal verificação é acompanhada por Fonseca *et al.* (2007, p. 4) “Mais do que a dificuldade do ensino de Geometria é a omissão desse ensino que flagramos nas experiências que acompanhamos ou nos depoimentos dos professores”.

Diante desses desafios, e da importância do ensino e aprendizagem de Geometria, não somente no contexto da Matemática, mas principalmente para favorecer o desenvolvimento do raciocínio, a capacidade expressiva, a sensibilidade estética e a imaginação do discente, para a formação de competência e habilidades básicas indispensáveis a cidadania, fez-se como escolha de para esta pesquisa, o processo de ensino e aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental, à luz do que, segundo os PCN/1998 da Matemática, considera de fundamental importância ao professor de Matemática.

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância ao professor:

[...]

ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (BRASIL, 1998, p. 35-36)

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta, de acordo com a normas estabelecidas pelo Guia de Apresentação de Publicações 2019 da Ufopa (UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ, 2019), um Estudo de Campo a partir de um projeto piloto, estabelecido na

Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta, localizada no município de Itaituba, estado do Pará. Tal projeto piloto, iniciado em 2014, foi proposto pelo autor deste trabalho, tendo como base das hipóteses e propostas apresentadas, os PCN da Matemática. O objetivo principal do projeto piloto é o de propor um caminho para melhorar os índices educacionais do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no Ensino fundamental do 6º ao 9º ano da escola, a partir da reestruturação desse processo, tornando disciplinas, e não mais apenas conteúdos, a Geometria, a Aritmética e Álgebra, com foco multidisciplinar, ou seja, as três disciplinas sempre se correlacionando, num contexto onde a prática é acentuada.

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (BRASIL, 1998, p. 42).

A Pesquisa de Campo foi utilizada para se verificar o embasamento teórico da proposta e aferir os resultados obtidos, tomando os índices do Ideb e Enem como mecanismos de avaliação, uma vez que esses instrumentos já possuem todo um aparato teórico/científico na sua determinação. Além disso, esses índices possuem relevância nacional e internacional, garantindo uma maior assertiva em relação aos resultados. A relevância desta pesquisa está diretamente ligada a importância do sucesso no ensino e aprendizagem da Geometria, como uma das áreas do conhecimento Matemático, fortemente presente no nosso cotidiano, e portando em várias outras áreas do conhecimento, como a Física, a Geografia e as Engenharias. E não somente isto, uma vez que o sucesso no processo de ensino e aprendizagem de um componente curricular educacional não consiste somente das avaliações do conhecimento, mas também se relaciona à diminuição da evasão e retenção escolar, que como mencionado anteriormente a Matemática é tida como forte contribuinte das taxas de retenção escolar.

Com a intenção de propiciar uma melhor compreensão da pesquisa, este trabalho está estruturado da seguinte forma: no próximo capítulo, O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA EM UM CONTEXTO HISTÓRICO, ATUAL E DE IMPORTÂNCIA, que trata: de uma breve relato histórico da Geometria e seu Ensino; da importância da Geometria no desenvolvimento intelectual da criança, e nas formações humanas, dentro de uma abordagem interdisciplinar da Geometria; da importância da generalização do conhecimento matemático a partir do concreto para uma significação da abstração; da incorporação de novas tecnologias no ensino e aprendizagem da Geometria. No capítulo 3, DESCRIÇÃO DO PROJETO PILOTO E METODOLOGIA, no qual se discute a finalidade desta pesquisa, os elementos teóricos,

metodológicos, complementares (SIQUEIRA, 2005), (GIL, 2010), (CERVO, BERVIAN e DA SILVA, 2007) e (UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ, 2019); no capítulo 4, CONSIDERAÇÕES FINAIS, onde são apresentados os resultados e considerações sobre a pesquisa, e finalmente as REFERÊNCIAS, onde são listadas as referências bibliográficas do trabalho.

2. O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA EM UM CONTEXTO HISTÓRICO, ATUAL E DE IMPORTÂNCIA

Este trabalho aborda a proposta e avaliação de uma metodologia de ensino e a aprendizagem da Matemática, apresentada como um projeto piloto, em que Geometria, Aritmética e Álgebra são tratadas como componentes curriculares (disciplinas), e não como conteúdos, da Educação Matemática no ensino fundamental e médio. Nessa perspectiva o conhecimento histórico, sobre a Matemática e seu ensino e em especial a Geometria é essencial para conhecer a origem e os problemas da Educação Matemática; entender tais problemas, os desafios, as propostas de intervenção, e o estado da arte desse processo, no intuito de se apropriar de instrumentos capazes de fornecer parâmetros para propostas inovadoras, ou de adaptações. Ressaltando que o estado da arte é o referencial para discussões, propostas e conhecimentos atuais relacionados aos objetivos desta pesquisa. Desse modo, neste capítulo se abordará uma breve história do ensino de Matemática, com ênfase no ensino ocidental, o contexto atual, com destaque para a Geometria. Se abordará também as TIC's agregadas ao ensino da Matemática de forma geral, e Geometria de forma especial, para subsidiar uma proposta metodológica de ensino, que agregue essas ferramentas na tentativa de ultrapassar os desafios atuais do ensino e aprendizagem de Geometria.

O ensino de Geometria é hoje um dos conteúdos do ensino da Matemática. A palavra Matemática advém do latim *mathematīca*, com referência no grego a *mathēmatiká*, que em grego arcaico é “μάθημα”, cujo significado é estudo, ou ciência, ou conhecimento. A etimologia da palavra Geometria advém do latim *geometrīa*, que deriva do grego *geōmetría*, e no grego arcaico “Γηωμετρία”, que é a junção dos vocábulos “Γῆ” (prefixo geo – terra), e “μέτρον” (no latim *metrīca* – medir ou medida), conforme ETIMOLOGIA BRASIL (1998) e GEOMETRIA (2019). Assim, a palavra Geometria é etimologicamente relacionada a atividade de se medir a terra, ou seja, está ligada a atividade de agrimensura desenvolvida no Egito Antigo.

1.1 Um Breve Relato Histórico sobre a Geometria e seu Ensino

De acordo com Eves (1997), o desenvolvimento dos primeiros conceitos geométricos é bem antigo, e estava relacionado a observação, a habilidade de distinguir figuras, comparar formas e tamanhos, e determinar distâncias, estando presente em várias civilizações da antiguidade. Para Heródoto¹ a Geometria, igualmente a outros ramos da Matemática, foi concebida a partir de necessidades práticas do dia a dia, com a adição do raciocínio abstrato e da argumentação dedutiva pelos gregos, com sua origem no Egito Antigo, onde os agrimensores já detinham conceitos geométricos simples, e utilizavam ferramentas para marcarem ângulos retos, triângulos e retângulos. Tais conhecimentos eram necessários para a distribuição das terras as margens do rio Nilo, e foram usados, de forma mais sofisticada, em várias edificações, inclusive das três grandes pirâmides que datam de cerca de 2.500 a. C.

Embora já se tivesse conhecimento de Geometria no Egito Antigo, Babilônia e China Antiga, tais conhecimentos eram na sua grande parte de natureza prática e aplicados no cotidiano. Somente a partir do século VI a. C., com os gregos, a Geometria é apresentada a partir de um método axiomático-dedutivo, que até hoje, com maior ou menor rigor matemático, mantém tal característica no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Assim, a Geometria passou de conhecimentos experimental, ou empírico, a um conhecimento estabelecido sobre teoria dedutiva, utilizando-se do raciocínio dedutivo para verificar a veracidade de proposições, a partir de hipóteses. Para os gregos, contemporâneos ao século VI a. C., a Geometria, a Aritmética, a Astronomia, a Música, a Mecânica, Filosofia, Ética, dentre outras, eram conhecimentos da grande área denominada de Matemática, em que a Geometria se utilizava do método axiomático-dedutivo, como exposto por Euclides² em sua obra, Os Elementos³. Para Aristóteles⁴ somente a Geometria e a Aritmética eram ciências puramente matemáticas, tendo essas duas destaque entre as demais (MATEMÁTICA DA GRÉCIA ANTIGA, 2020).

¹ Historiador e geógrafo grego, nascido em Halicarnasso no século V a.C.

² Grego, professor, matemático platônico e escritor. Tem como obra principal “Os Elementos”, e é referenciado como “Pai da Geometria”. Nasceu em Alexandria, em cerca de 300 a. C.

³ Também conhecido como Os Elementos de Euclides, é uma compilação do conhecimento matemático e geométrico das escolas gregas, abordados de forma axiomática-dedutiva em 13 livros, escrito por volta de 300 a. C.

⁴ Filósofo grego do período clássico, aluno de Platão e professor de Alexandre, o Grande. Seus escritos abrangem a física, a ética, a metafísica, entre outras. Nasceu em Estagira, em 384 a. C.

A ideia de se ter áreas do conhecimento mais e menos avançadas, foi fortemente difundida na idade média, quando os educadores agrupavam o conhecimento, ou artes liberais, em dois grupos que totalizavam sete artes. Três formavam o conhecimento elementar ou comum, o *trivium*⁵ (do latim: *tri* – três; *vium* – vias, caminhos), compostos por: Lógica, Gramática e Retórica. As outras quatro: Geometria, Aritmética, Astronomia e Música; formavam o *quadrivium*, conhecimento mais elevado e avançado. Neste período, o método escolástico de pensamento crítico e de aprendizagem tem origem nas escolas monásticas cristãs, e posteriormente tornam-se o método dominante nas universidades medievais. A igreja Católica era a grande detentora da formação, onde os professores eram clérigos de ordens menores.

Com a expansão das cidades e do comércio, fazendo surgir de novas classes sociais, que detinham recursos financeiros e almejavam para seus filhos ascensão social e política, houve uma ampliação da formação escolar, dessas novas classes sociais, que se utilizava de mestres contratados para a formação humanística, contrapondo-se a formação dos filhos dos nobres, denominada cavaleiresca, caracterizada pela prática no embate, etiqueta e o conhecimento tradicional dos livros. A ideia de conhecimento elementar, e elevado, é ainda mais consolidado, e as famílias com mais recursos financeiros passam a disputar, entre si, os mestres de maior prestígio.

A Reforma protestante tem um importante papel no próximo estágio dessa expansão. Martinho Lutero⁶, expoente da Reforma protestante, defendeu a educação pública, que deveria ser de responsabilidade das autoridades, opondo-se aos castigos físicos e ao verbalismo, defendeu também a formação universal a partir da Matemática, História, Literatura, Exercícios Físicos e Jogos (ARANHA, 1994).

Durante o renascimento a Geometria teve significativo desenvolvimento, tanto na Geometria Euclidiana, tendo referência o trabalho de Euclides, quanto a Geometria Algébrica, com referência no trabalho de Khayyám⁷, Além da abundância de novos conceitos e teoremas, nesta época se destaca a perspectiva geométrica, que muito influenciou as obras dos grandes

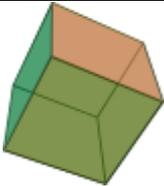
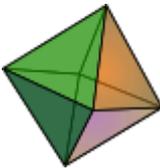
⁵ De onde se deriva a palavra trivial, com sentido de ordinário ou comum.

⁶ Alemão de Eisleben, (✠10/11/1483 - † 18/02/1546), monge agostiniano e professor de teologia, personagem central da Reforma Protestante.

⁷ Hakim Omar Khayyám, (✠18/05/1048 - † 04/12/1131), nasceu em Nishapur-Pérsia. Poeta, matemático e astrônomo. Entre seus trabalhos destaca-se o tratamento algébrico nas relações e razões entre raios na Geometria de Euclides. Determinou o ano com 365,24211958156 dias (para os matemáticos do séc. XIX 365,242196 dias), hoje determinado como 365, 242190 dias.

mestres do renascimento, séc. XIV – XV, que superou, em muito, o conhecimento sobre perspectivas na antiguidade, demonstrado pelas pinturas, em perspectivas, da época. Em torno de 1470 Piero della Francesca⁸ inicia a prática de explicar conceitos matemáticos com o uso de figuras ilustradas, sendo o primeiro a esboçar os Poliedros Regulares de Platão em perspectiva (Quadro 1).

Quadro 1 - Poliedros Regulares de Platão ou Sólidos Platônicos

Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Dodecaedro
Quatro faces	Seis faces	Oito faces	Doze faces	Doze faces
				

Fonte: Wikipédia (2019)

O século XVII viu florescer dois novos estudos: a Geometria Analítica e a Geometria Projetiva. A Geometria Analítica, chamada também de Geometria Cartesiana, em alusão a René Descarte⁹, teve também em Pierre de Fermat¹⁰, outro grande expoente. É interessante lembrar que embora os dois tenham trabalhado a mesma área, eles também travaram várias discussões, principalmente de cunho filosófico. Por sua vez a Geometria Projetiva teve como expoentes

⁸ Pintor italiano do Quatrocento, (✠1415 - † 12/10/1492), nasceu em Borgo Santo Sepolcro (Toscana) e batizado com o nome de Pietro Franceschi. De família aristocrática italiana, com muitas personalidades na história.

⁹ Também conhecido como Renatus Cartesius, de onde vem eixos cartesianos, (✠31/03/1596 - † 11/02/1650), nasceu em Haye em Touraine – França. Filósofo, físico e matemático. Foi o primeiro matemático a sugerir a fusão da Álgebra com a Geometria, gerando a Geometria Analítica com Fermat, sendo considerado o pai da Matemática Moderna e fundador da Filosofia Moderna.

¹⁰ Nasceu em Beaumont-de-Lomagne - França (✠17/08/1601 - † 12/01/1665). Estudou no mosteiro de Grandselve e posteriormente na Universidade de Toulouse. Em 1629 no manuscrito Introdução aos lugares geométricos planos e sólidos, onde determinou a equação geral da reta, e circunferência, entre outras. Cunhou o nome Geometria Analítica.

Girard Desargues¹¹ e Jean-Victor Poncelet¹². Ainda no século XVII, o cálculo possibilitou encontrar retas tangentes a curvas não usuais e determinação da área dessas curvas.

Os séculos XVIII e XIX é marcado por um grande esforço em demonstrar o Postulado das Paralelas, também conhecido como o quinto postulado de Euclides, a partir dos primeiros quatro postulados. No início do século XVIII, muitos matemáticos já haviam demonstrados o que se podia provar, tendo como premissa os primeiros quatro postulados, e passaram a suspeitar que não era possível provar o quinto postulado a partir dos quatro anteriores, levando a intuição de outras Geometrias não usual. Bernhard Riemann¹³ propôs uma Geometria não euclidiana, posteriormente denominada de Geometria de Riemann, em 1854, que se tornou, posteriormente, fundamental à teoria da relatividade. As tentativas de demonstrações do Postulado das Paralelas, mostraram a necessidade de um maior rigor matemático na Geometria

Na geometria, houve uma clara necessidade de um novo conjunto de axiomas, que seria completo, e que de forma alguma se baseou em cenários que captamos ou desenhamos ou em nossa intuição do espaço. Tais axiomas, agora conhecidos como axiomas de Hilbert, foram dados por David Hilbert em 1894 em sua dissertação *Grundlagen der Geometrie* (Fundações de Geometria). Alguns outros conjuntos completos de axiomas haviam sido dados alguns anos antes, mas não se encontraram a economia, elegância de Hilbert em semelhança com os axiomas de Euclides. (História da Geometria, 2019)

Tal rigor na forma de expressar o conhecimento geométrico é levado para a sala de aula, causando forte retenção e reprovação. Finalmente o século XX é caracterizado pela Geometria Algébrica, que altera a metodologia e o processo de ensino e aprendizagem da Geometria, dando ênfase a abstração e relevando a prática, tão comum até então, distanciando o ensino da realidade.

1.1.1 O Ensino da Geometria em Países da Europa e Brasil a partir da Idade Média

¹¹ (✧21/02/1591 - † 10/1661). Matemático, arquiteto engenheiro militar, e professor, nasceu em Lyon – França, e ensinou a técnica da perspectiva linear, com o uso do Ponto de Fuga, que conceituou. É dele o Teorema de Desargues.

¹² Nasceu em Metz – França (✧01/07/1788 - † 22/12/1867). Professor de Matemática, militar e engenheiro, escreveu o Tratado das Propriedade Projetivas das Figuras (1822). Deu nome ao Prêmio Poncelet concedido pela Academia de Ciências da França. David Hilbert foi o laureado em 1903.

¹³ Georg Friedrich Bernhard Riemann, nasceu em Breselenz – Reino de Hanôver (✧17/09/1826 - † 20/07/1866), aluno de Gauss, matemático alemão que contribuiu para os fundamentos da Análise e da Geometria Diferencial.

O uso da Geometria tornou-se importante na Europa, a partir do século XIV, devido ao desenvolvimento de armamentos bélicos. Os vários conflitos no continente europeu estabeleceram a necessidade de novas tecnologias e desenvolvimento no campo militar, principalmente no campo da artilharia e fortificação. A Matemática ganhou destaque nesse novo campo, fazendo surgir um novo campo profissional, a Engenharia Militar, e a Geometria se tornou o principal objeto de estudo desses engenheiros (MENESES, 2007).

No Brasil, em 1792, D. Maria I de Portugal¹⁴ inaugura no Rio de Janeiro, a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, dois anos após a criação de sua congênere em Lisboa, considerada a precursora do ensino militar superior no continente. A formação era para o quadro de oficiais do Exército Português, nas armas de Infantaria, Cavalaria, Artilharia e Engenharia Militar, com duração de 3 anos para as duas primeiras, e de 5 e 6 anos para as duas últimas, respectivamente. O curso era composto de 6 cadeiras, e a cadeira de Desenho era ofertada nos 3 primeiros anos. É importante ressaltar que em 1759 a Companhia de Jesus ordem religiosa fundada por Inácio de Loyola¹⁵ em 1534, no contexto da Contra Reforma, ou Reforma Católica, em oposição a Reforma Protestante, e reconhecida em 1540 por bula papal. Mais conhecida como ordem dos jesuítas, ficou reconhecida pelo seu trabalho missionário e educacional. Inicialmente a Companhia cuidava de pregar o evangelho e realizar obras de caridade. Posteriormente passaram a incluir a educação, fundando o primeiro colégio na Europa que admitia alunos externos em 1546, na Espanha. Em 1548 passaram a lecionar gratuitamente na cidade italiana de Messina, financiados pelas autoridades políticas do local. Em 1549 os jesuítas chegaram ao Brasil e fundaram o Colégio de Salvador da Bahia, a primeira escola em território nacional. Em 1554 fundam a segunda escola, O Colégio de São Paulo que deu origem a cidade de São Paulo. Nas escolas da Companhia se ensinava a ler e escrever, doutrina católica e Matemática (Geometria, Álgebra e Aritmética) (SÁ, 2018).

A Europa do século XVII experimentou muitas contradições como: os valores burgueses versus feudal, guerras pelos mais variados motivos, como a Guerra dos Trinta Anos, perseguições, o trabalho grupal versus artesanal, conforme relatou Cambi (1999, p. 279 apud SÁ, 2018, p. 9), “Um século trágico, contraditório, confuso e problemático”. Entretanto, é nesse

¹⁴ Maria Francisca Isabel Josefa Antônia Gertrudes Rita Joana de Bragança (✠17/12/1734 - † 20/03/1816), nasceu em Lisboa - Portugal. Rainha do Reino Unido de Portugal, Brasil e Algarves

¹⁵ Iñigo López de Onãz y Loyola (✠31/05/1491 - † 31/07/1556), nasceu em Azpeitia – País Basco, conhecido como O Peregrino.

momento que há a construção do modelo da escola moderna de formação religiosa, destacando-se dentre outros, os modelos pedagógicos de Comenius¹⁶ e La Salle¹⁷.

Para Comenius a educação, focada fundamentalmente nas artes liberais, deveria ser universal, transformadora, partir do simples para o complexo, do concreto para o abstrato, sem distinção de classe social ou de sexo, com metodologia capaz de fazer o ensino atrativo e significativo, com separação quanto a faixa etária, diferenciando o ensinar do aprender; sendo o primeiro educador a ter interesse na relação ensino e aprendizagem. Em sua obra *Didactia Magna* (1657) com 33 capítulos, introduzida pelo *Tratado da Arte Universal de Ensinar Tudo a Todos*, Comenius destaca:

Processo seguro e excelente de instituir, em todas as comunidades de qualquer Reino cristão, cidades e aldeias, escolas tais que a juventude de um e de outro sexo, sem exceptuar ninguém em parte alguma, possa ser formada nos estudos [...].
A proa e a popa da nossa *Ditactica* será investigar e descobrir o método, segundo o qual os professores ensinem menos e os estudantes aprendam mais; nas escolas, haja menos trabalho inútil, e, ao contrário, haja mais recolhimento, mais atractivo e mais sólido progresso [...] (COMÊNIO, 1966, p. 43-45 apud SÁ, 2018, p. 10).

Segundo (SÁ, 2018, p. 10) o modelo de La Salle correspondia a:

[...] ensino elementar e popular, gratuito e obrigatório com professores formados para exercer o ensino. Visava ensinar a criança a viver numa sociedade urbana, independentemente de sua origem familiar por meio da ordem, disciplina, pontualidade, autodomínio, obediência e silêncio.
O curso oferecido era organizado em seis classes. [...].
As escolas lassalistas introduziram o ensino simultâneo no ensino elementar, isto é, ensinavam a um grupo de alunos o mesmo conteúdo. Além disso, não ensinavam um conhecimento de cada vez, mas sim utilizando livros de leitura e a prática do exercício escolar. Por outro lado, o controle dos corpos era feito por meio da palmatória e do feixe de varas. Nos fins do século XVIII, esse modelo de La Salle já se fazia presente em toda Europa.

Ao final do século XVII a pedagogia de Comenius estava presente não só nos países protestantes europeus, mas produziu com as ideias de La Salle a renovação das escolas que já se organizavam em elementar, média ou secundária e superior, e que iriam gerar a escola moderna.

A vida escolar vai ganhando novos contornos: divide o tempo das lições; a avaliação sob a forma de exames ganha carácter público ou semipúblico; a metodologia difundida pretende garantir a aprendizagem partindo do concreto para o abstrato; a organização

¹⁶ João Amos Comenius (✠28/03/1592 - † 15/09/1670), nasceu na Morávia. É considerado o Pai da Educação Moderna. Pastor, educador e reformador social, autor da obra pedagógica *Didactica Magna*, 1638.

¹⁷ Jean-Baptiste de La Salle (✠30/04/1651 - † 07/04/1719), nasceu em Champagne (Reims) – Reino da França. Padre francês reformador educacional e fundador do Instituto dos Irmãos das Escolas Cristãs.

da classe por idades; introdução de sistemas de controle, rituais e instrumentos que permanecerão na escola moderna (CAMBI, 1999 apud SÁ, 2018, p. 12).

O Método de Comenius foi aplicado com sucesso em vários países, com destaque na Suécia, onde a partir de 1686 a alfabetização passou a ser obrigatória a todos os residentes, levando a quase erradicação do analfabetismo, já no início do século XIX.

Em 1759, Sebastião José de Carvalho e Melo, primeiro ministro português conhecido como o Marquês de Pombal, decretou a expulsão dos jesuítas do reino e das colônias portuguesas, culpando-os da crise na região Sete Povos das Missões¹⁸ que gerou a Guerra Guaranítica. O grande poder da Companhia, que havia se estendido em quase todo o mundo conhecido, passou a ser perseguida na Espanha, França, Itália e Malta, originado pressões sobre a Igreja Católica, que em 1773 extinguiu a Companhia de Jesus.

O vazio criado com a expulsão dos jesuítas das terras portuguesas faz com que Marquês de Pombal, em 1759, institui-se o ensino laico e público por intermédio das Aulas Régias, as normas iniciais para o ensino, estabelecidas no bojo das grandes reformas do marquês, com o objetivo de sanar os problemas educacionais, e visando melhorar o ensino elementar de letras e humanidades, inserindo Gramática Latina, Grego e Retórica, para aproximar o sistema de ensino português dos sistemas adotados pelas nações europeias mais desenvolvidas, levando a incluir em 1770 a Filosofia Moral e Racional, Desenho e Figura, Língua Inglesa, Língua Francesa e Economia Política. Com a chegada da corte portuguesa no Rio de Janeiro, transferindo a capital do império português para o Brasil, em 1808, Dom João VI cria os primeiros cursos superiores não militar no Brasil, implantando realmente um sistema educacional no Brasil. Em 1834, após a abdicação de Dom Pedro I, através de alteração constitucional as Assembleias Legislativas assumiram a responsabilidade do ensino de formação de professores, secundário e elementar nas províncias, enquanto o ensino superior ficou a cargo do governo central.

Essa nova etapa teve como principal marco a criação do Imperial Colégio de Pedro II, em decreto de 20 de dezembro de 1837, com as aulas iniciadas em março de 1838, e com previsão de vagas para alunos destituídos de recursos financeiros. Era a única escola que realizava exames para a obtenção do bacharelado, que dava acesso aos cursos superiores. Até a década de 1950 foi considerado como o colégio padrão do Brasil, influenciando o currículo e a

¹⁸ Sete aldeamentos fundados pelos jesuítas na região hoje correspondente ao Rio Grande do Sul.

metodologia em todas as escolas. Ainda em 1837 são criados os primeiros liceus provinciais, iniciando um período de reformas de influência europeia. É importante ressaltar que algumas províncias, por falta de uma sistematização, já possuíam educandários, como o Colégio Caraça em Minas Gerais (1820) e o Liceu Pernambuco (1825).

Entre 1889 e 1930, período conhecido como Primeira República, a educação brasileira teve cinco reformas na perspectiva de unificar o currículo do ensino secundário e aproximar o sistema educacional brasileiro ao europeu. Em 1891 foi constituída a primeira comissão oficial de professores, financiada pela República Federativa do Brasil, para estabelecerem intercâmbio de natureza pedagógica com a Europa e os Estados Unidos da América. Tais missões ficaram conhecidas como viagens de estudo ao estrangeiro, ou missões científicas, e buscavam se apropriar das experiências, principalmente europeia, para compreender a internacionalização do processo pedagógico, a sistematização do processo de ensino, os objetivos e os currículos escolares, nos países mais avançados em sistema escolar. Segundo GONDRA (1997), apud (CONCEIÇÃO, 2018, p. 2), “O envio de professores em missões pedagógicas internacionais e os relatórios produzidos por eles, tratavam de atividades comuns no final do século XIX, pois era a maneira que o país tomava contato com as atualizações em Educação”, e neste contexto, o ensino dos saberes geométricos nos primeiros anos das escolas europeias, ao final do século XIX, passaram a circular no Brasil a partir do relatório do professor Luiz Augusto dos Reis¹⁹, publicados nas revistas pedagógicas mais importantes do Brasil. Após sua visita à Europa, onde centrou suas observações nos sistemas, estruturas, modelos, metodologias e currículos educacionais, programas, livros e autores, e propostas para o ensino da Geometria; Reis produziu um relatório meticuloso onde detalhou até o mobiliário escolar. A Comissão de 1891 visitou os Estados Unidos da América, Portugal, França, Bélgica, Espanha, Itália, Suíça, Suécia, entre outros países. Na Europa a visita de especial destaque para Portugal com base nas ligações que tivemos como colônia, Bélgica, pois apresentava um sistema educacional eficiente, e a França, pois nesse período possuía grandes expoentes da Matemática (Geometria, Álgebra e Aritmética).

¹⁹ Em 1870, na escola pública da Gávea – RJ, iniciou sua carreira docente, exerceu o magistério de 1870 a 1895, e foi um dos representantes do Brasil na Europa, na Comissão de 1891.

De modo geral, a Geometria estava bem inserida na educação europeia do século XIX. O artigo publicado sobre a missão pedagógica na Europa, do professor Luiz Augusto dos Reis, expressa de que forma o conteúdo de Geometria estava inserido.

[...] o ensino das mathematicas terá por base a geometria e o cálculo mental. A geometria é ensinada pelo estudo dos corpos geométricos; os alumnos os observam, e o professor lhes faz compreender os termos; ensina-lhes as noções de grandezas, da sua comparação, da proporção, da symetria, da equivalência. Os teoremas mais importantes são demonstrados por exercícios intuitivos. O systema métrico é ensinado pela experiência real das medidas. Os alumnos calculam as superfícies e os volumes medindo por si mesmos as dimensões e não operando sobre dados imaginários (REIS, 1892, p. 382 apud CONCEIÇÃO e SILVA, 2018).

O relato acima revela o contexto europeu do final do século XIX, após a Programação da República Brasileira, no qual o contato com as atualizações no campo educacional era feito por viagens pedagógicas internacionais. Reis relata que a Bélgica era reconhecida internacionalmente como o país com as escolas de “mais alta reputação em todo o mundo civilizado”, ou seja, com o ensino de alta qualidade.

Essas viagens pedagógicas internacionais influenciaram o ensino da Geometria no Brasil, bem como, identificou os modelos pedagógicos internacionais que poderiam ser aplicados no Brasil. No Quadro 2, estão caracterizados os modelos pedagógicos para os saberes de geometria, em alguns países europeus e a cidade de Bruxelas:

Quadro 2 - Modelos pedagógicos para o ensino dos saberes geométricos em países europeus

PORTUGAL	Saberes geométricos inseridos nos princípios de desenho, de medidas e de trabalhos manuais, não havia a matéria/disciplina para a Geometria
BRUXELAS	Saberes geométricos articulam-se com elementos de desenho, elementos de geometria e de trabalhos manuais, com destaque para a perfeição nas construções à mão livre.
ITÁLIA	Saberes geométricos inserem-se na valorização dos trabalhos manuais (começando pelos mais simples, e com a repetição das atividades, construía modelos manuais mais complexos) e o desenho é ensinado somente em classes mais avançadas; - Saberes geométricos relacionam-se aos Trabalhos manuais, a exemplo da

	escola modelo de Naas, em caráter prático, onde o aluno deve realizar as construções a modelo do professor
BÉLGICA	[...] o ensino das mathematicas terá por base a geometria e o calculo mental. A geometria é ensinada pelo estudo dos corpos geométricos; os alumnos os observam, e o professor lhes faz compreender os termos; ensina-lhes as noções de grandezas, da sua comparação, da proporção, da symetria, da equivalência. Os teoremas mais importantes são demonstrados por exercícios intuitivos. O sistema métrico é ensinado pela experiência real das medidas. Os alunos calculam as superfícies e os volumes medindo por si mesmos as dimensões e não operando sobre dados imaginários.

Fonte: REIS (1892) apud (CONCEIÇÃO e SILVA, 2018)

No Quadro 2 é apresentada uma síntese dos modelos pedagógicos dos saberes geométricos com o desenho, trabalhos manuais e as medidas, mostrando uma proposta internacional do ensino da Geometria para os anos iniciais, com estreita conexão a outros saberes, com conteúdo muito próximos. É importante destacar o uso do concreto e os exercícios manuais. O trabalho realizado por Reis e colaboradores (1892) expressa que os trabalhos manuais são destaque na Europa, em especial em Portugal, Bruxelas e Itália, visto que os modelos referenciados são propostos de serem elaborados por meio de confecções e recortes de figuras geométricas, como por exemplo, a determinação de áreas e volumes.

Na visita à França, Reis destaca o modelo pedagógico francês, e relatou os tipos de escolas em Paris, que compreendiam (CONCEIÇÃO, 2018, p. 11):

escolas maternas e classes infantis, escolas primárias elementares e superiores, escolas profissionais, escolas noturnas para adultos e escolas normais. As escolas primárias elementares eram frequentadas por alunos de 6 a 14 anos e dividido em três cursos: elementar, médio e superior. Havia escolas para meninos e para meninas, com completa separação entre os sexos. Já as escolas superiores eram destinadas a revisão e desenvolvimento das matérias aprendidas nas elementares e ao estudo de uma língua estrangeira.

Reis destaca que além dos cursos regulares, havia em Paris cursos de “desenho, modelação, canto, especiais de desenho para meninas, etc.” (REIS, 1892, p. 155 apud CONCEIÇÃO, 2018, p. 11), mas o que mais chamou a atenção de Reis foi o modelo ensino francês:

O professor destaca que o que acontecia em Paris era o “modelo” do ensino francês, em suas palavras, “o que se dava em Paris, dava-se em toda França”. (REIS, 1892, p. 156). E, reforçando a circulação do modelo pedagógico francês, assinala que “é preciso que o Brasil imite a França” (REIS, 1892, p. 157), pois, “todas as escolas que visitei têm magníficas salas de desenho com todo o necessário, desde mesas e carteiras exigidas para um tal ensino até a boa coleção de modelos [...] em todas ha também oficinas de trabalhos manuais” (REIS, 1892, p. 156, 157 e 161 apud CONCEIÇÃO, 2018, p. 11, grifo nosso).

No período de 1889 a 1930, conhecido como Primeira República, o Ministério da Instrução Correios e Telégrafos e o Ministério da Justiça e dos Negócios Interiores realizaram cinco reformas na estrutura educacional brasileira: as reformas de Benjamin Constant²⁰ (1890 e 1891), que regulamentaram a instrução primária e secundária no Distrito Federal, a época o Rio de Janeiro; a reforma de Epitácio Pessoa²¹ (1901), que aprovou os regimentos dos Institutos Oficiais de Ensino Secundário e Superior, e do Ginásio Nacional; a reforma de Rivadávia da Cunha Correia²², que vigorou de 1911 a 1915, através da lei orgânica do ensino fundamental e superior da república, e em 1911, surgindo neste período o ensino seriado a partir dos grupos escolares, e como ministro da justiça estabeleceu o primeiro vestibular para ingresso nas universidades públicas brasileiras; a reforma Carlos Maximiliano²³, que a partir do decreto 11.530, de 18/03/1915, reorganizou o ensino secundário e superior na república; e a reforma de João Luís Alves²⁴, (Lei Rocha Vaz de 1925) que estabeleceu a difusão do ensino primário, a organização do Departamento Nacional de Ensino e reformou o ensino secundário e superior.

Na década de 1930 ganhou notoriedade o movimento da Escola Nova, após a divulgação do Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova (1932), que defendia a universalização da escola pública, gratuita e laica. O movimento da Escola Nova foi iniciado na Europa e na América do Norte, tendo como expoente Adolphe Ferrière que propôs a renovação do processo de aprendizagem, opondo-se aos métodos tradicionais estabelecidos nas escolas.

Adolphe Ferrière, que nasceu e viveu em Genebra, Suíça, entre 1879-1960, foi um dos nomes expressivos do movimento da Educação Nova, movimento que tomou forma em praticamente todo mundo, no final do século XIX e início do século XX e que pretendia, entre outras coisas, estabelecer uma nova ordem social via escola,

²⁰ Benjamin Constant Botelho de Magalhães (✠18/10/1836 - † 22/01/1891), nasceu em Niterói-RJ, professor, engenheiro, militar e estadista brasileiro.

²¹ Epitácio Lindolfo da Silva Pessoa (✠23/05/1865 - † 13/02/1942), nasceu em Umbuzeiro-PB, professor de direito, diplomata, magistrado, jurista, político e presidente da república de 1919 a 1922.

²² Político, nasceu em Santana do Livramento-RS, (✠09/07/1866 - † 09/02/1920).

²³ Carlos Maximiliano Pereira dos Santos (✠24/04/1873 - † 02/01/1960), político, ministro da Justiça, ministro do Supremo Tribunal Federal e procurador geral da república, nasceu em São Jerônimo-RS.

²⁴ Promotor público, jurista, escritor, político, ministro da justiça e ministro do Supremo Tribunal Federal, (✠23/05/1870 - † 15/11/1925), nasceu em Juiz de Fora-RJ.

reformatar a sociedade pela educação, em outras palavras, renovar a escola para renovar a sociedade. Em razão disso, temas como educação e democracia; escola para todos; educação e vida; caráter científico da educação; formação das elites; aptidões e capacidades individuais; formação integral; interesse e necessidades das crianças; desenvolvimento infantil; liberdade, individualidade, espontaneidade e autonomia dos educando; autogoverno; valorização da experiência; educação moral, intelectual e física; métodos ativos de ensino, entre tantos outros, tiveram centralidade nas discussões e nas produções dos pensadores ligados à Escola Nova. Essas questões também mereceram de Ferrière especial atenção (MIGNOT, GALVÃO, *et al.*, 2005).

Embora tenha enfrentado várias críticas, em relação a ênfase dada a espontaneidade do discente, com o conseqüente afrouxamento das exigências impostas aos alunos da época, e de dispensar alguns conteúdos tradicionais, as ideias da Escola Nova passaram a ser defendidas por muitos intelectuais da época, sendo fácil de perceber sua influência na atualidade, como por exemplo, nos PCN da Matemática e na formação de professores de todas as áreas.

É nesse contexto, e dentro da Era Vargas (1930 a 1945) que duas reformas têm impacto direto no processo de ensino e aprendizagem da Geometria nas escolas brasileiras: a reforma de Francisco Campos²⁵ (1931), e a reforma Gustavo Capanema (1942).

Na reforma Francisco Campos destaca a proposta, por Euclides Roxo²⁶, da **unificação dos campos matemáticos Álgebra, Geometria e Aritmética em uma única disciplina, a Matemática**, com o objetivo de uma abordagem articulada das mesmas, considerando que até então cada uma delas era estudada como disciplina independente.

Posteriormente, de acordo com a autora, Euclides Roxo defendeu a ideia de que o ensino da geometria dedutiva deveria ser antecedido de uma abordagem prática da mesma destacando, ainda, que a concepção de currículo foi ampliada para além de uma listagem de conteúdos, o que incluía uma discussão sobre orientações didáticas. Porém pondera que os avanços e inovações ocorridos com a reforma de 1931 não se mantiveram na reforma de Gustavo Capanema, em 1942, e considera que as decisões curriculares, no Brasil, foram “historicamente marcadas por procedimentos bastante questionáveis, influenciados por questões políticas ou influências de poder de alguns grupos ou mesmo de pessoas (PIRES, 2008, 15 apud HECK e KAIBER, 2020, p. 2, grifo nosso).

Apesar de que outras reformas foram introduzidas no sistema educacional brasileiro, somente em 1965 o currículo da Matemática foi novamente impactado, pois nas décadas de 60 e 70, o movimento Matemática Moderna passou a influenciar o ensino de Matemática em escala global. Para Pires (2008, p. 15-16) apud (HECK e KAIBER, 2020) a segunda metade do século XX teve três período que marcaram alterações no currículo de Matemática no Brasil.

²⁵ Francisco Luís da Silva Campos (✳18/11/1891 - † 01/11/1968), nasceu em Dores do Indaiá-MG. Político, jurista, professor. Foi Ministro da Educação e Saúde (1930-1931), e Ministro da Justiça (1937-1941).

²⁶ Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (✳10/12/1890 - † 21/09/1950), nasceu em Aracaju-SE, foi professor de Matemática e diretor do Colégio Pedro II.

[...] o primeiro, caracterizado pela influência do Movimento Matemática Moderna (de 1965 a 1980); o segundo, caracterizado por reformas que buscavam se contrapor ao ideário do Movimento Matemática Moderna (de 1980 a 1994) e lideradas por Secretarias Estaduais e Municipais de Ensino; o terceiro, em nível nacional e consubstanciado num documento divulgado ao conjunto das escolas brasileiras, denominado Parâmetros Curriculares Nacionais (a partir de 1995).

Finalmente, na entrada do século XXI, com a homologação da Base Nacional Comum Curricular BNCC, em 2018, de caráter normativo, cujo objetivo é o de estabelecer conteúdos essenciais, desenvolvidos de forma harmônica e progressiva, para a Educação Básica brasileira, temos a mais recente reformulação do ensino de Matemática (HECK e KAIBER, 2020).

É conveniente tratar aqui, da importância desses fatos históricos que construíram as ideias dos sistemas, modelos pedagógicos, metodologias e currículos educacionais atuais para o ensino da Geometria, principalmente no Brasil, tanto para a educação escolar de forma geral, quanto os específicos do processo de ensino e aprendizagem dos diversos componentes curriculares, ou disciplinas, pois cada componente possui características distintas, e tais fatores são fundamentais para subsidiarem, hoje, qualquer proposta para a melhor qualificação do discente da educação básica, em especial quanto a diminuição das taxas de reprovação, evasão e qualidade do ensino. Dentro desta abordagem, este trabalho, lança um olhar sobre o componente educacional Matemática, que historicamente no Brasil e em vários países, tem apresentando altos índices de reprovação escolar, dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, e baixas taxas de apropriação do conhecimento por parte dos discentes.

A história da evolução dos procedimentos escolares para o ensino da Matemática, mostram a consolidação de algumas das dificuldades a serem vencidas, tais como: a ideia que a Matemática é para poucos, que retorna a ideia primitiva do *quadrivium*, a falta de maturidade em relação ao conhecimento matemático, a abordagem com rigor matemático ou não, a abordagem axiomática ou não, a ênfase da teoria versus a ênfase da prática, a ênfase na abordagem algébrica ou tradicional, a aproximação da Matemática escolar da Matemática Pura, o uso de recursos didáticos, a apresentação do conhecimento matemático como historicamente concebido, e metodologias inovadoras.

1.2 A Importância da Geometria no Desenvolvimento Intelectual da Criança e nas Formações Humanas (Uma Abordagem do Aspecto Interdisciplinar da Geometria)

O ensino da Geometria tem um papel fundamental no desenvolvimento da criança, pois desenvolve um vocabulário específico para o reconhecimento de habilidades deste ramo da Matemática. Atualmente, a Geometria é um elemento essencial para a construção da cidadania, uma vez que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e tecnológicos. Além disso, nunca antes, o design de objetos, ferramentas, construções, arte e comunicação visual, esteve tão presente no cotidiano, o que mostra uma das facetas interdisciplinar da Geometria, incentivada nos PCN.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

[...]

Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Para Fainguelernt (2012), pode-se usar a Geometria como ferramenta para entender, falar e mudar o espaço ao nosso redor; é a inserção da Matemática de modo intuitivo, que tem conexão com a realidade; ciência que permite ao aluno se habituar com os ambientes reais compreendendo o pensamento da Geometria, pois ela tem papel fundamental para o desenvolvimento do raciocínio e permite desenvolver no aluno uma forma de múltiplos saberes com o mundo em que vive, essencial para a sociedade atual.

A relevância de se ampliar nos alunos o pensamento geométrico, segundo Brasil (1997), é a oportunidade de estimular a compreensão, a descrição e a representação do mundo em que as crianças vivem. Além disso, os PCN asseguram que os conhecimentos geométricos ao mesmo tempo colaboram para a aprendizagem de diferentes conceitos matemáticos.

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidade etc (BRASIL, 1998, p. 51).

Destarte, para que se consiga desenvolver esse pensamento geométrico em alunos do Ensino Fundamental, espera-se que seja preciso estimulá-los, tornando-os agentes ativos no método de aprendizagem. Nesse contexto, o professor age como mediador, facilitador, de modo a questioná-los sobre os objetos apresentados, tendo em vista o que impõe os PCN da Matemática, estabelecidos no ano de 1997 (1ª a 4ª série) e 1998 (5ª a 8ª série), “é importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode

favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação" (BRASIL, 1997). Os PCN, também, destacam a interdisciplinaridade como proposta, de forma a extrapolar os conhecimentos entre áreas, e romper com os limites das disciplinas, integrando conteúdos de várias disciplinas, para construir um conhecimento globalizador.

A interdisciplinaridade é também entendida como um diálogo que possibilite o enriquecimento das disciplinas sem nível de método e perspectiva; é uma proposta de religar e entre o conhecimento científico e a complexidade do mundo vivido, para a medida do humano na produção da ciência, visando a superação da dicotomia entre teoria e prática. É uma das chaves para a compreensão do mundo, uma vez que esse não é feito de coisas isoladas, mas consiste em várias dimensões complementares (VILELA e MENDES, 2003, p. 528 apud SANTOS, PEREIRA, *et al.*, 2016, p. 5).

Uma vez que a Geometria já está presente em várias disciplinas do Ensino Fundamental e Médio, tais como, a Física, a Ecologia, a Geografia, a Química, e a Biologia, além do cotidiano discente, pela arte, Arquitetura, nas formas e medidas, isto facilita a construção de atividades interdisciplinares, sendo importante notar que o desenvolvimento da aprendizagem Matemática da criança pode ser concretizado com os conhecimentos geométricos na educação básica, de modo que as vivências adquiridas, a partir desses conhecimentos, se solidifiquem para uma ciência, na evolução da aprendizagem. De modo semelhante os PCN asseveram que os recursos didáticos exercem uma ação importante no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Dentre eles, os jogos de manipulação, que induzem os alunos a desempenhar a análise e a reflexão. Assim, a categorização das figuras geométricas, por exemplo, pode ser associada pelos alunos a um “jogo”, em que a regra é integrar, decompor, compor e qualificar, segundo suas características comuns.

Atividades que exploram a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrams, poliminós, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos, hexágonos regulares. Assim como a descoberta de que toda figura poligonal pode ser composta/decomposta por outra e em particular por triângulos, o que facilita o cálculo de áreas e a determinação da soma das medidas dos seus ângulos internos (BRASIL, 1998, p. 123).

Ou seja, levar a criança a perceber a presença de elementos matemáticos ao seu redor torna-se essencial a compreensão de problemas e suas soluções, e até mesmo o a um maior envolvimento do aluno com as atividades matemáticas, uma vez que quando há um entendimento sobre o porquê das coisas, torna-se mais claro e até estimulante a realização do processo.

Para Fonseca *et al.* (2007) o resgate ao ensino da Geometria é um fator que dever ser trabalhado pelos professores do ensino fundamental, pois este tema é de suma importância para o aluno desenvolver sua capacidade intelectual no dia a dia, interagindo com as formas que se depara constantemente ao seu redor. Assim, torna-se de extrema importância que essa área da Matemática seja exibida aos alunos e inserida num contexto de relações com outros conteúdos, o que colabora para as definições abstratas na Matemática, impedindo seu estudo fragmentado, e diminuindo dificuldades individuais que se apresentam no ensino da Geometria em geral.

A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino (FONSECA *et al.*, 2007, p. 91)

Outra consideração fundamental no processo de ensino e aprendizagem é a relação do conhecimento com a sua utilidade no cotidiano, e não somente a sua observação ou correlação, pois as necessidades cotidianas fazem com que os seres humanos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões, desenvolver capacidades para lidar com as situações do dia-a-dia, e dessa forma não somente apropriar-se do conhecimento, mas transformá-lo e ampliá-lo, de acordo com as necessidades. Assim, é preciso que as pessoas desenvolvam experiências matemáticas e incorporem estes instrumentos no cotidiano, interagindo e construindo seu conhecimento tornando a Matemática indispensável nas relações práticas da vida, e nisto a Geometria é uma ferramenta poderosa.

A Geometria oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de absorção e generalização. A Geometria também ativa a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. Ela desempenha papel primordial no ensino, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência (FAINGUELERNT e NUNES, 2012, p. 45).

Pelo exposto, é razoável considerar que o ensino da Geometria tem ampla relevância, uma vez que permite uma explanação mais clara de definições Matemáticas, uma visão mais ampla da localização e trajetória de objetos, a medida que o indivíduo passa a ter mais controle sobre as operações básicas de Geometria, o que o leva a se apropriar, em muitos problemas, da solução geométrica, algo essencial a apropriação do conhecimento matemático. A introdução de metodologias que associem a Geometria com o cotidiano do aluno propicia ao mesmo, uma

maneira de enxergar a Matemática como um todo, trazendo consigo, práticas que liguem as formas geométricas a tudo que ele tem contato diariamente, retas, ângulos, polígonos e noções de espaço e forma, que desenvolvam um raciocínio lógico de desenvolvimento do seu conhecimento matemático. Na próxima subseção é apresentada uma proposta de tratar a abstração matemática dentro da Geometria, a partir do concreto, e se utilizando de uma abordagem a partir das Artes Visuais, cujo caminho histórico é de muita interseção com a Geometria, e de fácil perspectiva interdisciplinar.

1.3 Do Concreto ao Abstrato, a Geometria como Ferramenta para a Significação da Abstração em uma Abordagem a partir da Arte

A generalização do conhecimento é uma das principais buscas do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que a generalização torna o conhecimento aplicável, em outras situações de similaridade, extrapolando sua aplicação e levando a propostas de soluções de problemas mais complexos. A generalização está fortemente ligada a capacidade de abstração, que deve ser proposta a partir de um contexto concreto e de fácil generalização, como se observa nos PCN de matemática.

Por outro lado, um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem novamente contextualizados em outras situações. Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos (BRASIL, 1998, p. 36, grifo nosso).

Pode-se dizer que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática está centrado na aplicabilidade do conhecimento matemático de forma interdisciplinar, além é claro do exercício mental, que exigem as capacidades de abstração e generalização, sem as quais esse processo passa a ser apenas de interesse dos matemáticos, e isso muitas vezes ocorre na escola. É fundamental notar, tomando como base as discussões presentes em relação aos mecanismos de avaliação do ensino e aprendizagem de Matemática, que sem significação, a abstração²⁷ matemática; que é essencial para a descoberta de padrões, regularidades e propriedades dos

²⁷ Abstração é uma operação do intelecto, em que um objeto de reflexão é isolado de fatores que comumente lhe estão relacionados na realidade; Processo mental de isolar um aspecto determinado de um estado de coisas relativamente complexo, a fim de simplificar a sua avaliação, classificação ou para permitir a comunicação do mesmo. (Dicionário On-line). Abstrato é tudo que não é concreto ou resulta de abstração. É o que só existe na ideia, no conceito. É o que possui alto grau de generalização, que opera unicamente com noções.

vários entes matemáticos, e que cria o espírito de investigação e a habilidade de resolver problemas (BRASIL, 1998, p. 63), passa a ser um fator de desestímulo e de retenção escolar. Entretanto, como abordado anteriormente, 1 1. INTRODUÇÃO (p. 2), um ensino de Matemática cada vez mais centrado nas abstrações internas da Matemática, e cada vez mais distante da prática, a partir do século XV, construiu uma crise no ensino de Matemática, ainda presente, e que fez da Matemática uma disciplina que contribui para o aumento significativo das taxas de reprovação. Por tanto, por ser um problema histórico da Educação Matemática, presente e aberto à solução, muito discutido em nossos dias, em que a visão histórica e a interdisciplinaridade podem contribuir para uma resposta, é que se discute aqui este tema. Nesta subseção, tendo como pressuposto que a construção do conhecimento matemático se inicia no concreto, e a medida que tal conhecimento evoluiu para a aplicação em outros contextos e áreas do conhecimento humano, se passa à abstração, como mecanismo facilitador da generalização, e que é fundamental o relacionamento de conhecimento entre áreas distintas, se faz uso das artes, mais especificamente das Artes Visuais, para abordar a abstração matemática tendo como ferramenta a Geometria. Esta abordagem pode, também, ser vista como um indicativo ou proposta metodológica para a introdução a Geometria em uma abordagem, no mínimo, multidisciplinar que subsidie a abstração matemática.

Uma introdução à discussão deste tema é o momento histórico em que a perspectiva geométrica passou a ter grande influência nas pinturas, desenhos e esquemas arquitetônicos no Renascimento, visto anteriormente na seção 1.1 Um Breve Relato Histórico sobre a Geometria e seu Ensino (p. 9); lembrando que outros conceitos geométricos foram incorporados fortemente nas várias Artes Visuais, como a proporção áurea, a simetria, formas e volumes geométricos, e etc.. Ou seja, tanto conhecimentos anteriores, como as proporções e simetria, foram incorporados à arte, mas também o conhecimento da perspectiva e da projeção, a partir da arquitetura e engenharia, foram incorporados à Geometria.

Como parte do no nosso cotidiano, a arte é um exemplo do foco interdisciplinar da Geometria que é uma ferramenta importante para a caracterização do que seja visualmente belo, por exemplo. A história mostra que a Matemática, através da Geometria, tem desempenhado um papel fundamental no desenvolvimento das Artes Visuais, estando presente desde a antiguidade, especialmente na escultura, pintura, desenho, gravura, arquitetura e design, como se pode observar na Figura 1, que apresenta três pinturas de diferentes épocas, onde além de estarem presente elementos geométricos clássicos como retângulos, triângulo e arcos, passaram

a serem incorporados propriedades como a simetria, a proporção, a centralidade, e a perspectiva. É importante observar a rápida evolução, em cerca de 220 anos, entre a pintura do centro e a da direita, a partir da incorporação de vários conceitos geométricos na arte de pintar.

Figura 1 - Evolução da perspectiva nas pinturas



Fontes: Pintura a esquerda – “Jardim com Piscina” – Fragmento da Tumba de Nebamun (cerca de 1350 a. C. - Egito) – Museu Britânico, Londres-Inglaterra (Virtual);
 Pintura no centro – “Virgem entronada com santos (1290-95 d. C.)”, Cimabue – Galleria degli Uffizi, Florência-Itália - Web Gallery of Art <<https://www.wga.hu/index1.html>>;
 Pintura a direita – “São João no Deserto (1510-15 d. C.)”, Leonardo da Vinci – Museu do Luvre, Paris-França - Web Gallery of Art <<https://www.wga.hu/index1.html>>.

Na Figura 1, a pintura a esquerda é um fragmento de um afresco retirado da tumba de Nebamun, escriba oficial e contador de grãos da 18ª. dinastia egípcia. A obra foi realizada segundo a Lei da Frontalidade, ou seja, representada simultaneamente sob duas características: a que favorece maior dignidade ao que se retrata e a que favorece a maior informação, sem haver preocupação com proporcionalidade ou perspectiva. A pintura ao centro é um exemplo das obras da Idade Média cuja concepção era bidimensional, embora nessa obra já se tenha uma tentativa de criar profundidade ao sobrepôr a estrutura côncava da base do trono, e colocando atrás as figuras dos profetas. Na figura a direita são aplicadas técnicas de proporcionalidade, proporções áureas, sombreamento, centralidade, simetria e perspectiva. Novamente é importante ressaltar a importância de Piero della Francesca, na integração da Arte e Geometria, tendo aberto novos estudos e trabalhos posteriores, como a Geometria Projetiva. Piero della Francesca é um marco da integração das artes visuais com a Geometria.

Esse pintor altamente intelectual tinha uma paixão por geometria, era um entusiasta da perspectiva e planejava todos seus trabalhos matematicamente até o último detalhe. Quando não havia arquitetura, a figura humana era geometrizada. A disposição de cada figura era calculada para que fosse correta a relação com outras figuras e a organização da pintura como todo. O quadro inteiro é tão cuidadosamente planejado que o movimento é sacrificado para a unidade do design. Diz-se que o amor intenso de Piero pela perspectiva tornou seus quadros muito frios e impessoais (KLINE, 1953 apud OLIVEIRA e MOREIRA, 2014, p. 176)

Partir do concreto, utilizando conceitos geométricos, é algo natural para as crianças, pois os elementos geométricos fazem parte de suas experiências desde os primeiros anos, através da arte, dos jogos, do entretenimento, da paisagem urbana e natural, e dos objetos domésticos, sendo estes partes integrantes do seu desenvolvimento.

As primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objeto de outro, [...]. Aprendendo a movimentar-se de um lugar para outro, estão a usar idéias espaciais e geométricas para resolver problemas. Esta relação com a geometria prossegue ao longo da vida. (ABRANTES *et. al.*, 1999 p. 71 apud FONSECA, LOPES, *et al.*, 2007, p. 73).

Isso é corroborado por Toledo e Toledo (1997, p. 221) apud Santos, Pereira, *et al.* (2016, p. 3), que indicam a importância do ensino de Geometria no desenvolvimento de competências, pois este conhecimento faz parte da criança, antes mesmo do domínio da linguagem oral.

A importância da Geometria no desenvolvimento dessas competências é também ressaltada por Toledo e Toledo (1997, p.221), ao afirmarem que, antes mesmo do domínio da linguagem usual, a criança deve explorar e construir interpretações pessoais do espaço que a rodeia e das formas nele presentes. Isso porque as primeiras propriedades observadas e compreendidas são aquelas de natureza topológica, isto é, ligadas à sua localização e aos objetos em geral, no espaço. A Geometria é um campo de conhecimento reconhecido e de inquestionável importância para a formação dos alunos, pois, contribui para o desenvolvimento de um raciocínio geométrico e de habilidades, em especial, a capacidade de discriminação de formas e a manipulação destas.

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais de 5^a a 8^a série indica que é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas, associando o estudo da geometria a arte, desenvolvendo-se assim habilidade de percepção e visualização dos conceitos geométricos, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Entes geométrico permeiam o nosso cotidiano, as passagens urbanas e naturais. Em sua grande maioria tudo o que se constrói possui um pouco de formas geométricas, pode-se ver isto nas construções, nos utensílios domésticos, nos carros, nas casas, e também nas formas da

natureza, ou seja, estamos cercados de retas, ângulos e curvas, que muitas das vezes passam despercebidos, por falta de conhecimentos dos conceitos geométricos básicos. O desenho livre, as histórias em quadrinhos, as produções em informática; o contato com formas bi e tridimensionais, para o desenvolvimento de uma linguagem visual são alguns exemplos de composições que se utilizam de elementos geométricos, e que podem ser utilizadas na sala de aula. Assim, um modo de realizar atividades que propiciem o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, partindo-se do concreto para o abstrato, é a partir da contemplação da paisagem, aqui em sentido amplo, e que é característica das Artes Visuais, para perceber e classificar objetos geométricos, no intuito compreender suas características, representá-los no todo ou em partes, para ressignificá-los e representá-los de outra forma, possibilitando sua generalização, e o seu uso em outros contextos.

Por outro lado, a experiência de ensinar Matemática, nos revela o quanto é importante a maturidade matemática dos discentes. A maturidade matemática é associada à capacidade de entender, abstrair e generalizar o conhecimento matemático, de modo a aplicar o que foi aprendido, em situações e áreas diferentes, ao se encontrar similaridades, com contextos já estudados. Tal maturidade matemática não é alcançada de imediato, e cada discente terá tempo distinto para adquiri-la. Desse modo, todo e qualquer novo conhecimento matemático abordado em um intervalo de tempo insuficiente, para o desenvolvimento de um grau mínimo de maturidade matemática, terá um nível de comprometimento da aprendizagem, acentuando dificuldades de abstração e generalização. A Matemática deve ser vista como um conhecimento que ajuda, também, na compreensão do mundo real, sendo a maturidade matemática um meio para a criança indicar seu nível de compreensão e de raciocínio, em relação a capacidade de aplicar o conhecimento matemático, na solução de problemas em que ela encontre padrões.

Dentro desses aspectos, muito deve ser mudado em todo o processo de ensino, avaliação e aprendizagem. Entender que a abstração precoce, como as apresentadas nas teorias dos conjuntos, ou uma matemática completamente abstrata, como a centrada na Álgebra, historicamente mostrou-se ineficiente, como se pode ver hoje em sala de aula, e nas avaliações do ensino de Matemática. O que a história nos mostra é que as várias reformas educacionais nacionais, aqui discutidas no contexto do ensino e aprendizagem de Matemática, têm se mostrado pouco eficientes, e em alguns casos um retrocesso, ao focar enfaticamente a capacidade de abstração, sem antes consolidar o conhecimento matemático no concreto e no cotidiano. Isso tem levantado a uma pergunta embaraçosa, muitas vezes não respondida, ou

respondida de forma insatisfatória: por que eu devo estudar Matemática? E quando essa pergunta é respondida sem a aplicabilidade do conhecimento matemático no cotidiano real, no que é necessário para o discente, promove um desinteresse natural pela Matemática, pois tal conhecimento passa a ser indiferente no dia a dia do discente, exceto, é claro nas provas.

Segundo Zago e Flores (2010), a arte e a Educação Matemática podem ser unidas na inserção de um olhar que possibilite a pesquisa de diferentes saberes matemáticos, historicamente desenvolvidos nas diversas obras culturais feitas pela humanidade, e possibilitando uma aproximação do conhecimento matemático ao contexto do discente. De acordo com os PCN:

[...] é fundamental que os estudos de espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita que o aluno estabeleça conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento (ERENILDA, 1995 *apud* BRASIL., 1997, p. 51).

De tal modo, (BRASIL, 1997) frisam ainda que uma das metas gerais da Matemática para o Ensino Fundamental é induzir o estudante a resolver situações problemas, que possibilitem desenvolver maneiras de raciocínios e procedimentos, que empreguem métodos e conceitos matemáticos. Para isso, o aluno poderá usar como ferramentas a intuição, a indução, a dedução, a analogia e a estimativa, além de recursos tecnológicos. Outro objetivo geral da Matemática para o Ensino Fundamental, segundo os PCN, é a interação dos alunos com seus colegas, de forma cooperativa, buscando soluções para os problemas propostos de modo coletivo, de forma a valorizar o trabalho em equipe, e propiciar o compartilhamento de diferentes níveis de maturidade e formas de pensar a solução de problemas.

Assim, todo planejamento pedagógico para o ensino e aprendizagem de Matemática deveria, ao menos, explorar a relação cotidiano do discente e Matemática, assumir o concreto como conhecimento inicial, possibilitar o relacionamento da Matemática com as outras áreas do conhecimento humano, conduzir o aluno à abstração e generalização do conhecimento matemático, respeitar o tempo necessário à maturidade matemática, propiciar a interação com outras formas de pensar a solução de problemas de contexto matemático, corroborar para que o discente aprenda por si, e não apenas por constarem como metas e objetivos dos PCN, mas por considerar um contexto mais amplo do discente, a experiência histórica da Educação Matemática, e o estágio atual do conhecimento do processo de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva é plausível um planejamento pedagógico para os conteúdos de Geometria que possibilite o trabalho conjunto da arte e da Geometria, em uma abordagem, se possível, interdisciplinar. Esta abordagem é apenas um exemplo, um exercício, uma sugestão, pois é importante não apenas dizer que é possível, mas também apontar caminhos. Por exemplo, o professor pode propor sua metodologia do ensino da Geometria, se utilizando da contemplação da paisagem cotidiana dos discentes, para a percepção da presença de elementos geométricos nessa paisagem. Na sequência pode-se utilizar das Artes Visuais para ressignificar esses entes num contexto de arte, assim como se pode rescrever a reta, o círculo pela Álgebra, possibilitando e ampliando o uso desses entes em outros contexto e realidades, abstraindo.

Figura 2 - Presença de Elementos Geométrico em Obras de Tarsila do Amaral



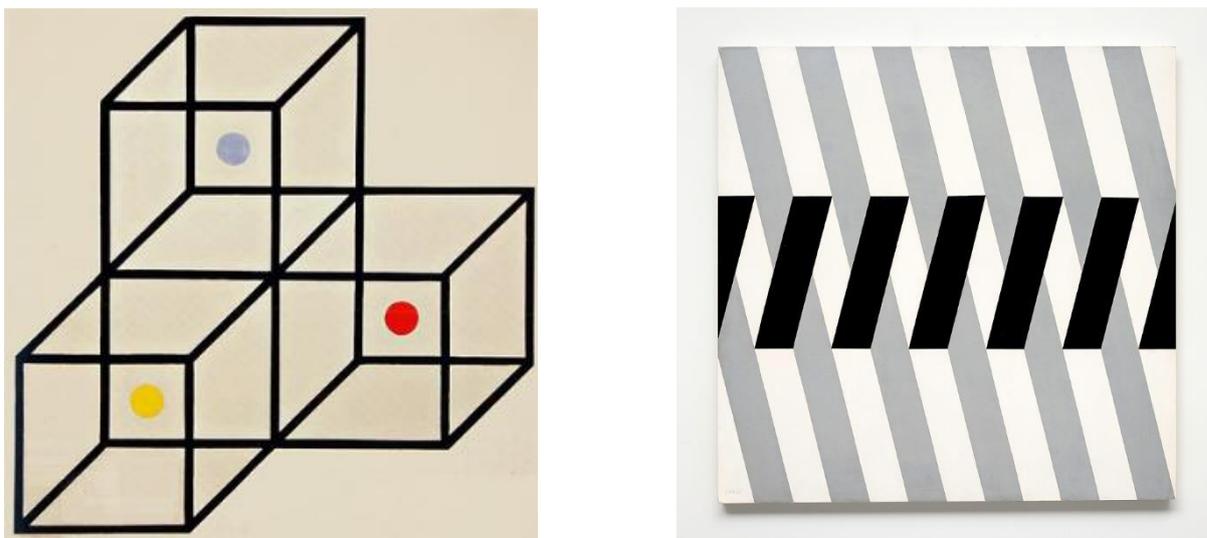
Fontes: Pintura a esquerda – “Estrada de Ferro Central do Brasil” (1924).
<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1617/estrada-de-ferro-central-do-brasil;>
 Pintura a direita – “Calmaria II [Marinha]” (1925).
<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra2476/calmaria-ii.>

A Figura 2 apresenta duas obras de Tarsila do Amaral²⁸, em sua fase cubista. As obras fazem uso de elementos geométricos. Na obra da esquerda a representação de entes geométricos planos, fazem a composição da obra. Na obra à direita elementos geométricos com volume e propriedades da Geometria, compõem a ideia de frio, congelado, parado, sereno, tranquilo,

²⁸ Pintora vanguardista, filiada ao Modernismo brasileiro (✧01/09/1886 - † 17/01/1973), nasceu em Capivari-SP. Integrou o Grupo os Cinco. Entre suas obras se destacam o “Abaporu” (1928), “Urutu” (1928), “Carnaval em Madureira” (1924), “O Mamoeiro” (1925), “Operários” (1933), etc.

calmo. O Cubismo, surgiu em 1907, sendo o primeiro movimento de vanguarda surgido na Europa, é caracterizado pela fragmentação das formas, por se opor ao academicismo, e pela representação da realidade por meio de figuras geométricas (geometrismo). “O Cubismo pode ser considerado uma das principais fontes de arte abstrata [...]” (CUBISMO, 2020), além de ser o precursor do Arte Concreta “que nasce também como oposição à arte abstrata, que pode trazer vestígios simbólicos por causa de sua origem na abstração da representação do mundo” (ARTE CONCRETA, 2020). Para o artista concreto, o conhecimento da realidade objetiva, é obtido de forma mais eficiente pela Matemática, e a obra plástica deve ser ordenada pela Geometria (ARTE CONCRETA, 2020). Tais ideias são importantes para que o discente se aproprie da valorização da Matemática, e que a mesma é importante até mesmo em áreas que muitas vezes não se percebe a presença de seus entes, por falta de conhecimento matemático.

Figura 3 - Arte Concreta (duas obras de representação espacial)



Fontes: Pintura a esquerda – “Sem Título” – Geraldo de Barros;
<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra65319/sem-titulo>.
 Pintura a direita – “Contradição Espacial” (1958) – Waldemar Cordeiro;
<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra4195/contradicao-espacial>.

A Figura 3 apresenta duas obras concretas, em ambas a Geometria é o cerne das obras. Na obra da direita uma “brincadeira” com as cores, linhas, paralelogramos e trapézios fornecem uma percepção espacial, ou tridimensional. As obras apresentadas nas Figura 1, 2 e 3, são exemplos do potencial de se trabalhar de forma integrada a arte e a Matemática. É importante considerar que os exemplos aqui tratados são localizados e não retratam as múltiplas possibilidades da parceria da Arte com a Geometria no processo de ensino e aprendizagem de

Matemática, pois historicamente caminham juntas e conceitos e ideias geométrica são rapidamente incorporadas à arte, o mesmo ocorrendo em via oposta, como já mostrado neste trabalho.

Então, é importante ter em mente que uso de metodologias que simplifiquem o entendimento dos conteúdos geométricos é uma abordagem que cabe ao docente ser o intermediador, sendo necessário que o professor desenvolva suas atividades voltadas para uma evolução do conhecimento matemático, no âmbito do simples para o geral, do simples para o complexo, o mais próximo possível da realidade do discente, respeitando o tempo de maturação para possibilitar ao aluno a habilidade, de observar, pesquisar, propor e resolver problemas se utilizando da matemática como ferramenta para tal. No caso proposto da integração Arte e Geometria, para a abordagem abstrata da Geometria, que em geral se faz a partir das propriedades geométricas desses entes, descritas por teoremas, lemas e corolários, e escritas através com o uso da Álgebra, que facilita a aplicação em outros contextos, além do interno a Matemática. Assim, por exemplo, em uma composição artística em que se deseja apresentar um retângulo, em que os lados estão em proporção áurea, pode-se mostrar a construção com régua e compasso, para depois mostrar a mesma construção fazendo uso da relação áurea.

Ainda, dentro do contexto histórico contemporâneo, será discutido na próxima subseção a utilização das TICs no processo de ensino e aprendizagem da Geometria dada a importância que aplicativos e dispositivos desempenham hoje dentro e fora das salas de aulas, não podendo serem menosprezadas nas metodologias e planejamentos das atividades de ensino.

1.4 A Importância das TIC's no Ensino da Geometria

O processo de ensino e aprendizagem, de qualquer área do conhecimento, passou a ser fortemente impactado, desde os anos 1980, pelo uso de novas tecnologias, e em especial as tecnologias digitais. Nunca antes, a sala de aula, alunos e profissionais da educação tiveram a sua disposição uma tão grande quantidade e diversidade de equipamentos, aplicativos e mecanismos de comunicação, adaptados ou desenvolvidos para a finalidade educacional. Por causa da magnitude dessa inserção em nosso cotidiano, pode-se afirmar que a utilização dessas novas tecnologias na educação é um incremento sem volta, uma vez que dispositivos digitais como calculadoras, smartphones, desktops, notebooks, e tablets fazem parte da cultura

tecnológica atual. Segundo pesquisa²⁹ anual, realizada pela Fundação Getúlio Vargas, o Brasil tinha em junho de 2020, 234 milhões de smartphones e 118 milhões de notebooks e tablets, ou seja, 342 milhões de dispositivos portáteis em uso, uma relação de 1,6 dispositivo portátil por habitante. Vale ainda ressaltar, que os smartphones vão muito além de aparelhos de comunicação telefônica, são como canivetes suíços, que já veem incorporados com múltiplos dispositivos, como calculadora, máquina fotográfica, gravadores e reprodutores de som e vídeo, gps, giroscópio, leitores biométricos, CPU com vários núcleos, internet, wifi, bluetooth entre outros.

Tal disseminação de dispositivos e aplicativos levou para a escola, a partir de uma política nacional de difusão da TICs, computadores de mesa (desktops), projetores, lousas digitais, notebooks, tablets e smartphones, sendo que esses três últimos dispositivos foram incorporados ao ambiente escolar, principalmente, pelas mãos de discentes e professores, como indicado pela pesquisa da FGV. Computadores de mesas, estão presente em laboratórios de informática, e nos setores administrativos das escolas. Entretanto, mesmo com os avanços e massificação das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), algumas dificuldades para o uso dessas novas tecnologias, amplamente discutidas, ficaram mais evidentes neste momento da pandemia do novo Coronavírus (Covid-19).

No Brasil, a partir do mês de abril de 2020, as aulas presenciais, de toda a rede de ensino, foram suspensas, como medida de saúde pública para o controle do contágio pelo Covid-19. Ao mesmo tempo regulou-se a permissão de aulas remotas em substituição as aulas presenciais. Naturalmente buscou-se nas tecnologias da Educação a Distância (EAD) ferramentas para a realização das aulas remotas. As tentativas de realização de aulas remotas, mesmo nas Instituições de Ensino Superior (IES), esbarraram em problemas, já amplamente abordados, que as escolas vivenciam em relação ao uso das TICs, no processo de ensino e aprendizagem.

As aulas remotas enfatizaram problemas como: a falta de uma estrutura nacional de capacidade, velocidade e estabilidade de tráfego na internet; a falta de preparo dos professores em relação ao uso de dispositivos, aplicativos, metodologias, planejamento, preparo e execução de aulas baseadas em tecnologias digitais; a falta de acesso pessoal, de grande parte dos discentes, a rede mundial de computadores (internet); a falta de equipamentos e aplicativos institucionais para a execução de aulas virtuais, tais como, lousas e mesas digitais, e bons

²⁹ 31ª Pesquisa Anual do FGVcia, disponível em <https://portal.fgv.br/noticias/brasil-tem-424-milhoes-dispositivos-digitais-uso-revela-31a-pesquisa-anual-fgvcia>, acessada em 20 de novembro de 2019.

softwares para a avaliação da aprendizagem remotamente; e a maturidade dos discentes para complementarem as atividades extraclasse de forma mais independente em relação aos professores.

Embora, essas dificuldades juntas reduziram, e até mesmo, inviabilizaram a realização de aulas remotas, causando a suspensão do calendário escolar, ficou caracterizado que a principal dificuldade, em relação as aulas remotas, está relacionada a formação do professor para o uso das TICs, e isto já havia sido previsto nos PCN da Matemática (BRASIL, 1997).

Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala a curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar softwares educacionais.

O que é corroborado também por Soares-Leite e Nascimento-Ribeiro (2012, p. 177):

Um dos principais entraves para a utilização das TICs na educação brasileira é a falta de conhecimento e domínio dessas tecnologias por grande parte dos professores (como citado anteriormente, essa é uma faceta tecnológica). De acordo com alguns autores, ainda temos uma formação acadêmica deficiente na inclusão das novas tecnologias e, na maioria dos cursos superiores, as novas tecnologias não estão atreladas aos currículos acadêmicos (Pimentel, 2007; Silva & Garíglío, 2008; Calixto, Calixto & Santos, 2011). Antônio F. Cachapuz (citado por Silva & Garíglío, 2008) afirma que uma análise cuidadosa da formação de professores, inclusive em outros países, demonstra o caráter acadêmico da formação, que visa exclusivamente à aquisição de saberes. Ou seja, os alunos (que serão futuros professores) até podem utilizar essas tecnologias na universidade, mas, na maioria das vezes, não aprendem práticas pedagógicas utilizando-as.

E apoiado por Ferreira (2013, p. 89) que relata:

Sabe-se que a presença dos recursos tecnológicos é relativamente nova para a sociedade e, à vista disso, a falta de conhecimento e a sua subutilização algumas vezes se evidenciam. A não utilização de tais recursos também se evidencia revelando o pouco preparo ou a falta de habilidade para o manuseio de tais instrumentos. Atualmente, muitas são as circunstâncias encontradas que demandam um conhecimento tecnológico e, conseqüentemente, a falta de habilidade no uso de tais recursos pode ser fator de um sentimento de exclusão social.

Essa dificuldade também é evidenciada na formação dos docentes do ensino superior, conforme Rosa (2013, p. 216) apud Vidal (2002, p. 55):

[...] é sabido que muitos professores universitários tiveram pouca ou nenhuma preparação didático-pedagógica. Nem parece ser um item tão importante assim, pois, ao se contratarem professores para o ensino superior, exigem-se títulos, certificados de experiência, mas nenhuma comprovação de bom desempenho didático em sala de aula

Como repetido várias vezes ao longo de 2020, a pandemia do Covid-19 impôs mudanças que irão pendurar por muito tempo, ou até mesmo acelerar processos sociais, como o trabalho em casa (Home office), maior demanda do comércio virtual (E-commerce), Telemedicina, inteligência artificial, aulas remotas, EAD, entre outros. O certo é que teremos maior interação com os dispositivos digitais, e a necessidade de se utilizar tais ferramentas digitais, tanto no trabalho, quanto na Educação, como indicado por (BRASIL, 1997)

Novas competências demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer pessoas preparadas para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe.

Assim, o uso das novas tecnologias deve estar presente na sala de aulas, com professores que sabiam usá-las, aproximando os discentes desse novo contexto. Por outro lado, o avanço tecnológico de dispositivos e aplicativos propiciaram ferramentas para o ensino e aprendizagem da Matemática que possibilitam a extrapolação das aulas tradicionais, ampliando as possibilidades metodológicas para o ensino, e propiciando experiências para a sala de aula que a poucos anos atrás eram impensáveis. Nesta categoria estão os softwares de Matemática Simbólica, tais como Maxima (WxMaxima), Mathematica e Maple; os Softwares de Matemática Numérica como MatLab e o SciLab; e os Softwares de Matemática Dinâmica, como por exemplo o GeoGebra. Esses tipos de softwares permitem o exercício virtual da Matemática de forma não imperativa, ou tradicional, abrindo oportunidades de construção e do fazer o conhecimento. Softwares de Matemática Simbólica têm na Álgebra o seu foco principal.

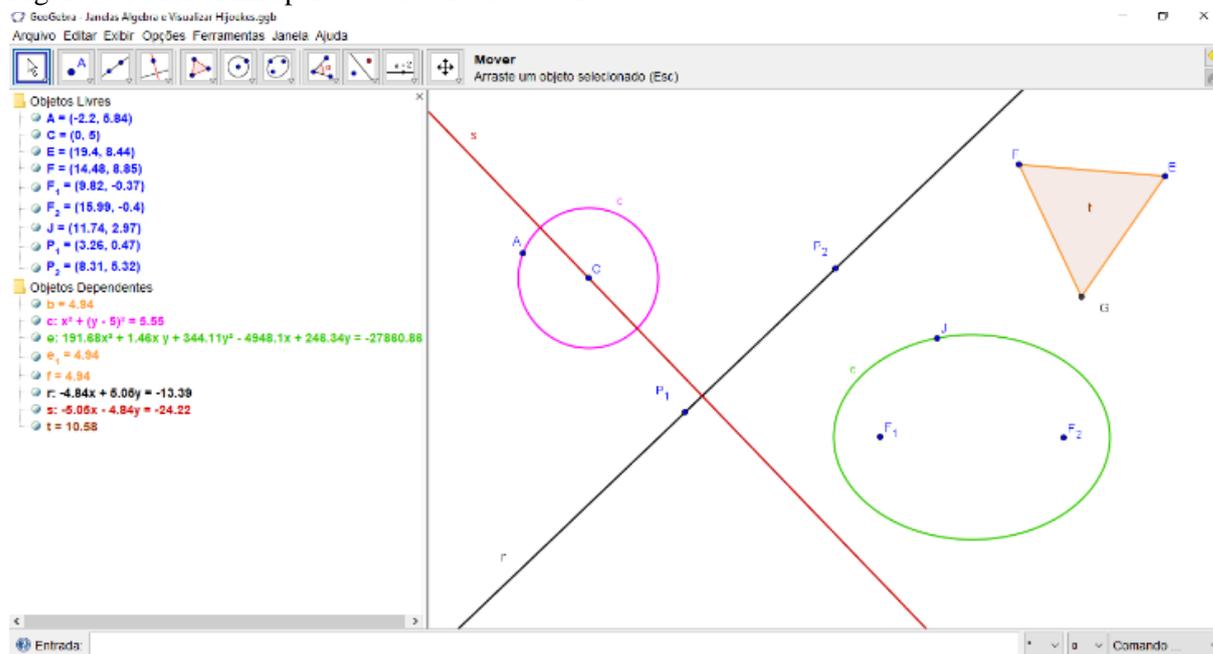
Já os softwares de Matemática Numérica têm na representação vetorial o seu foco principal. Os softwares de Matemática Dinâmica, como o GeoGebra, possibilitam a representação da construção de entes geométricos, e têm como filosofia de abordagem, a representação de um objeto geométrico de forma concreta e de forma abstrata fazendo sua representação como uso da Álgebra, oferecendo um ambiente virtual, onde se pode trabalhar a Geometria Construtiva, a representação visual de um problema e sua solução, de propriedades e teoremas, facilitando a compreensão dos discentes.

O GeoGebra é hoje um dos softwares mais presente em todos os níveis do ensino e aprendizagem da Matemática, por causa de características como: multiplataforma³⁰, gratuidade, interface intuitiva, facilidade de salvar e compartilhar arquivos com construções e resoluções de problemas na rede mundial de computadores, visualização gráfica de soluções algébricas,

³⁰ Pode ser executado em sistemas operacionais como Windows, Linux e remotamente pela Web.

possibilitar a animação das construções e resoluções de problemas, entre outras. Na realidade o ambiente do GeoGebra, proposto inicialmente como um ambiente de ensino e aprendizagem virtual para a Geometria, evoluiu para uma poderosa ferramenta, em que facilmente o professor de Matemática pode trabalhar conceitos a Geometria concomitantemente com a Álgebra, possibilitando uma interação do concreto com o abstrato. A Figura 4 apresenta a Janela Principal de um arquivo digital do GeoGebra. Na subjanela de visualização, a esquerda, estão representados 5 entes geométricos: o círculo c (na cor magenta), construído a partir do centro C e do ponto A ; a elipse e (na cor verde), construída a partir dos focos F_1 e F_2 ; o triângulo equilátero t (na cor laranja), delimitado pelos vértices E , F e G ; a reta r (na cor preta), determinada pelos pontos P_1 e P_2 ; e a reta s (na cor vermelha), que é perpendicular a reta r e passa por C (centro do círculo c). Na subjanela Álgebra, a esquerda, são apresentados à medida que foram construídos os entes geométricos a representação algébrica correspondente, indicados pelas letras que os entes geométricos, construídos, recebem, e neste exemplo também pela cor. Por exemplo, a elipse, é identificada pela letra e (e pela cor verde), tanto na subjanela de visualização, quanto de Álgebra.

Figura 4 - Janela Principal do Software GeoGebra



Fontes: O autor.

Nota: Janela Principal do GeoGebra que apresenta, entre a Barra de Ferramentas e a Barra de Entrada, as subjanelas de Álgebra, a esquerda, e de Visualização (a direita).

Esta representação, Figura 4, da janela do GeoGebra, mostra quão poderosa e útil é essa ferramenta no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e em especial da Geometria, podendo ter importante contribuição na construção de metodologias para o ensino e aprendizagem da Geometria.

A inclusão de ferramental tecnológico para ensino e aprendizagem da Geometria, quando planejada, pode enriquecer as aulas, que na maior parte do processo é trabalhada apenas com o livro, o quadro, a fala do professor, e o pincel, não se fazendo mais presente, a régua, esquadros e compasso. Tal fato valoriza, ainda mais, os softwares de Matemática Dinâmica, pois incluem, de forma virtual e gratuita, estes equipamentos que estão ausentes da sala. Além disso, aplicativos voltados para o ensino da Geometria, podem contribuir para o amadurecimento matemático dos alunos, pois possibilitam a modelagem virtual de problemas, como, por exemplo, cortes de sólidos por planos, ajudando ao discente na abstração das formas causadas pelos cortes.

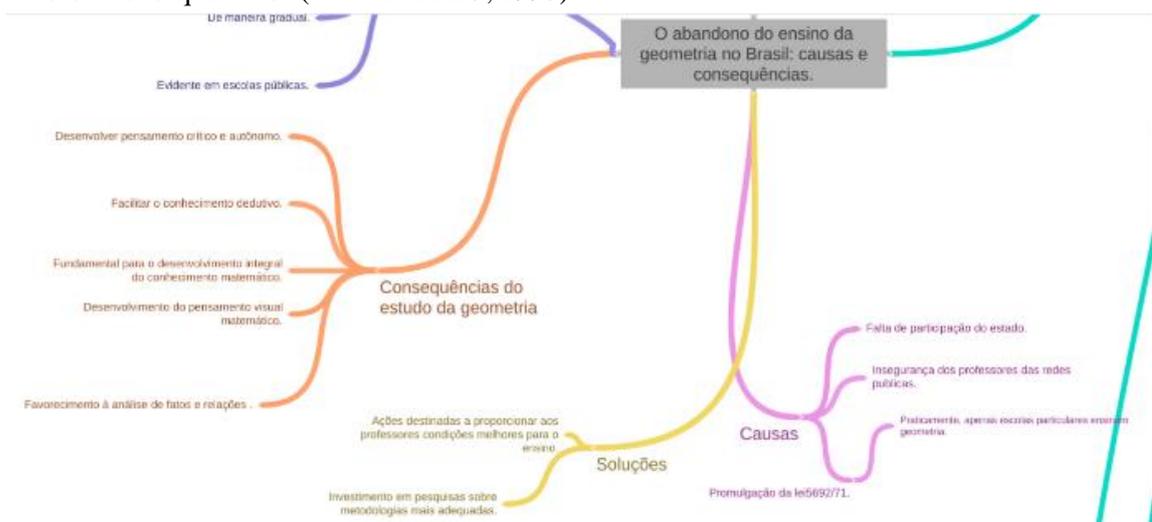
Para um curso de formação de professor de Matemática o conhecimento básico de tais tecnologias são fundamentais, na perspectiva de agregar à metodologia do ensino e aprendizagem da Geometria elementos que possam facilitar o aprender a aprender, a revisar problemas da Educação Matemática com outras ferramentas. Lembrando que para isto é necessário que o professor busque meios de aprimorar seus conhecimentos para desenvolver as práticas da informação tecnológica na sala de aula, todavia, não há necessidade de se tornar um especialista na área, basta apenas aprender a colocar em prática, na sala de aula, os recursos computacionais essenciais para as inovações das práticas educacionais atuais para:

[...] criar condições para o desenvolvimento da capacidade de buscar, interpretar e inter-relacionar informações advindas de distintas fontes, em especial das redes digitais, e transformá-las em conhecimentos, que podem ser representados por meio das múltiplas linguagens digitais para uso em situações da vida cotidiana e do trabalho. Assim, os projetos de inclusão e emancipação digital trazem embutidos três focos – cidadania, educação e profissionalização (MATOS; MORAES; *apud* ALMEIDA; ASSIS, 2013, p.87).

Neste capítulo foi apresentado um breve panorama histórico sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, e em especial da Geometria, sua importância para o desenvolvimento intelectual, e como conhecimento presente em várias outras áreas, capaz de ser articulada de forma interdisciplinar, auxiliando na solução de problemas de outras áreas. O breve relato histórico apresentado, teve como foco os problemas e suas origens, e as várias tentativas de soluções, para um ensinar e aprender Matemática, mais eficiente, que possam ao

menos minimizar os problemas da Educação Matemática no Brasil. No próximo capítulo é apresentada uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem da Geometria, com impacto na Educação Matemática, e intenção de enfrentar, os problemas atuais do ensinar e aprender a aprender Matemática. Tal proposta tem, em parte, como pano de fundo o item Soluções, apresentado no Mapa Mental representado na Figura 5.

Figura 5 - Parte do Mapa Mental do Trabalho "O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências" (PAVANELLO, 1993)



Fontes: https://coggle.it/diagram/X6wVRhIMvQ3_GyMP/t/o-abandono-do-ensino-da-geometria-no-brasil-consequências. Acesso: 02/12/2020.

Nota: O Mapa completo é apresentado em forma de texto no Apêndice A.

A Figura 5, apresenta parte do Mapa Mental do trabalho de Pavanello (1993) “O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências”. Embora Pavanello trate diretamente do ensino da Geometria, ou seu abandono, seu trabalho destaca a importância da Geometria, no processo de aprender e compreender, matemática, e apresenta como uma das soluções: “[...] investimento em pesquisas sobre metodologias mais adequadas”. Uma proposta

metodológica para o ensino e aprendizagem da Matemática, com o intuito de ultrapassar alguns dos problemas históricos da Educação Matemática, é apresentada no próximo capítulo.

2 DESCRIÇÃO DO PROJETO PILOTO E METODOLOGIA

Como visto na seção anterior, **2.1 Um Breve Relato Histórico sobre a Geometria e seu Ensino**, os registros históricos apontam que os problemas atuais, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, vivenciados nas escolas brasileiras, estão fortemente ligados a forma como esse processo é realizado pela escola, ou seja, a metodologia de ensino da Matemática aplicada nas salas de aulas, onde o abandono, ou negligência do ensino e aprendizagem da Geometria contribui de forma aguda, para a ampliação desse problema. Assim, a Educação Matemática, hoje se apresenta, para a sala de aula, de forma ambígua, conforme a apresentação dos PCN (BRASIL, 1997, p. 15).

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem.

Com base na vasta bibliografia apresentada na seção anterior, e tomando como exemplo o trabalho de Pavanello (1993), em que a autora destaca a pesquisa de novas metodologias de ensino da Geometria, como parte da solução do problema em relação ao ensino da Geometria nas escolas, este trabalho apresenta uma avaliação sobre uma ação metodológica para a Educação Matemática, com um em foque no ensino e aprendizagem da Geometria, que conforme a literatura é um dos agentes catalizadores para o problema da insatisfação vivenciada na Educação Matemática. Busca-se, então, neste trabalho responder a pergunta: “É possível melhorar a aprendizagem da Matemática, pelos discentes do ensino fundamental e médio, a partir de uma metodologia de ensino onde a Geometria, a Aritmética e Álgebra são componentes curriculares (e não conteúdo)?”.

2.1 A Finalidade da Pesquisa: justificativa, apresentação e relevância do problema

Em sua apresentação e considerações preliminares, os PCN da Matemática (BRASIL, 1997) tratam da importância da aprendizagem da Matemática, destacando o papel da Matemática no cotidiano do ser humano e na construção da cidadania:

A constatação da sua importância apóia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno (BRASIL, 1997, p. 15).

[...]

— A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.

— A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente (BRASIL, 1997, p. 19).

Tal posicionamento, sobre a importância da Educação Matemática, é varias vezes ratificado no texto dos PCN da Matemática, como já apresentado anteriormente, e consagrados pelos autores que tratam do tema educacional. O impacto da Educação Matemática sobre o Ensino Fundamental e Médio tem sido tema de pesquisas, debates e discussões, que propuseram ou efetivaram alterações e reformas estruturantes de âmbito geral, nos objetivos, na metodologia de ensino e em seus conteúdos. Porém, a história da Educação Matemática, no Brasil, mostra que poucas decisões, sobre o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica brasileira, tiveram impacto positivo (HECK e KAIBER, 2020). Entre as alterações que impactaram negativamente a aprendizagem da Matemática destacamos: a concentração de procedimentos mecânicos acarretando pouca significação do conhecimento matemático; o abandono gradual do ensino da Geometria; a ênfase da Álgebra para facilitar a abstração e o diálogo com outras áreas; o ensino baseado na abstração em detrimento do concreto; o ensino da Matemática distante do cotidiano do discente e voltado para a própria Matemática; e a formação do professor de Matemática, adaptada a partir dos cursos de bacharelados, que realimenta esses problemas, adicionada de uma formação inadequada, distante da realidade, com pouca inovação e uso das novas tecnologias, centrada na Matemática pela Matemática, e incapaz de diálogo com outras áreas, como apontado por vários autores citados na seção anterior, e comprovados nos baixos índices da avaliação da aprendizagem de Matemática, dos alunos da Educação Básica, a nível nacional e internacional (BRASIL, 1997), (BRASIL, 1998), (CUNHA, 2017), (FAINGUELERNT e NUNES, 2012), (EVES, 1997), (FERREIRA e FERNANDES, 2015), (PAVANELLO, 1993), (MIGUEL e MIORIM, 2004), entre outros.

Por ser componente essencial ao desenvolvimento, mental e tecnológico, a Educação Matemática inadequada, não somente cria os problemas de retenção e de baixa aprendizagem, mais, também, acarreta prejuízos irrecuperáveis à nação, tais como: atraso no desenvolvimento tecnológico, impacto negativo na industrialização e postos de trabalhos em tecnologia, além da forte dependência externa da nação em relação as novas tecnologias, o que incide sobre a economia.

Na perspectiva de apresentar uma metodologia de ensino para a o enfrentamento das dificuldades do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no ensino fundamental e médio, o autor propôs um projeto piloto de reestruturação metodológica para o ensino da Matemática na escola de educação básica Centro Educacional Anchieta, intitulado *Tornando a Geometria, a Aritmética e a Álgebra componentes curriculares do ensino fundamental e médio*. Assim, no planejamento pedagógico de 2014, a escola passou a considerar a Geometria, a Aritmética e a Álgebra como conteúdos (ou disciplinas) curriculares com o objetivo de obter melhoria nos índices de avaliação, e em especial na avaliação do Enem.

2.2 Os Objetivos da Pesquisa

O objetivo geral deste trabalho é o de propor, elaborar, aplicar e avaliar uma metodologia de ensino para o ensino da Matemática do 6^a ao 9^o ano do ensino fundamental e do 1^o ao 3^o ano do ensino médio, na escola de educação básica Centro Educacional Anchieta, onde a Geometria, a Aritmética e a Álgebra são abordadas como componentes curriculares, para uma Educação Matemática compatível com os anseios sociais da atualidade.

2.2.1 Objetivo específico

Efetivar o ensino da Matemática do 6^a ao 9^o ano do ensino fundamental e do 1^o ao 3^o ano do ensino médio, no Centro Educacional Anchieta, que torne a Geometria, a Aritmética e Álgebra os componentes curriculares a serem estudados, estruturado a partir de um projeto piloto de metodologia de ensino;

Elaborar metodologia de ensino para o componente curricular Geometria, de modo a atender o que preconiza o PNE, os PCN e a BNCC, além de envidar mecanismo que propicie uma Educação Matemática mais próximo da realidade do discente, do simples ao complexo, do concreto ao abstrato, e a partir de um contexto interdisciplinar;

Avaliar o projeto proposto a luz da avaliação do Enem e dos índices do Ideb da escola Centro Educacional Anchieta;

Melhorar a eficácia do fluxo escolar, reduzindo o desinteresse pela Matemática, a reprovação e retenção;

Buscar melhorar os índices em avaliações do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), como o Enem e o Ideb, tendo como referência a média regional desses índices;

Levantar a opinião dos docentes de Matemáticas da Educação Básica, do município de Itaituba-PA, quanto ao emprego de metodologia de ensino da Matemática que estabeleça a Geometria, a Aritmética e a Álgebra como componentes curriculares.

2.3 Caracterização do Lócus da Pesquisa

A presente pesquisa está sendo conduzida na escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta, com domicílio na 8ª rua do bairro Jardim das Araras, no município de Itaituba, região oeste paraense. O município foi fundado pelo português Joaquim Caetano Correa em 15 de dezembro de 1856, e o nome da cidade é originário da língua Tupy Guarani, significando algo como “ajuntamento de pedrinhas”, devido à beira do rio ter muitos pedregulhos. Segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas (IBGE), o município ocupa uma área total de 62.040.947 Km², com uma população estimada, em 2020, de 101.395 habitantes, PIB per capita, em 2017, de R\$17.971,96, e IDH, EM 2010, de 0,640.

O Centro Educacional Anchieta é uma escola da rede particular de ensino, da Educação Básica, inaugurada no dia 05 de fevereiro de 1988, tendo como proprietária, e diretora a professora Eva Ferreira Bonfim, a época também professora da rede pública estadual. A escola foi inaugurada contando com 3 (três) salas de aulas em estrutura de madeira, uma sala para a diretoria, 2 (dois) banheiros e uma cozinha. O corpo docente inicial contava com professoras qualificadas com curso técnico em Magistério para atender turmas de Alfabetização. A visão da escola estava focada na integração com as famílias do bairro, na época considero distante do

centro da cidade. De 1993 a 2005 a escola funcionou em convênio com a prefeitura municipal de Itaituba. Hoje a escola é estruturada em alvenaria, e conta com 22 (vinte e duas) salas de aula, 1 (um) laboratório multidisciplinar, 4 (quatro) banheiros, 1 (uma) biblioteca, 1 (um) ginásio poliesportivo coberto, 1 (uma) sala administrativa, 1 (uma) sala de dança, 1 (uma) sala de música. O corpo docente constituído de 72 (setenta e dois) professores licenciados, dos quais 46 (quarenta e seis) possuem especialização e 2 (dois) possuem o título de mestre e 1 (um) de doutor. O corpo administrativo da escola é formado 6 (seis) profissionais da educação, sendo 1 (uma) diretora, 1 (um) coordenador pedagógico do ensino médio, 1 (um) coordenador pedagógico do ensino fundamental, e 3 (três) técnicos administrativos em educação. A escola possui 549 (quinhentos e quarenta e nove) alunos matriculados, distribuídos em 24 (vinte e quatro) turmas. No Fundamental I: 2 (duas) turmas do maternal I, 2 (duas) turmas do maternal II, 2 (duas) turmas de 1º ano, 2 (duas) turmas de 2º ano, 2 (duas) turmas de 3º ano, 02 (duas) turmas de 4º ano, 02 (duas) turmas de 5º ano. No fundamental II: 2 (duas) turmas de 6º ano, 2 (duas) turmas de 7º ano, 2 (duas) turmas de 8º ano, 2 (duas) turmas de 9º ano, além de 2 turmas de Balé e 1 (uma) turma de música. O ensino médio é constituído por 4 (quatro) turmas do ensino médio, sendo 1 (uma) do 3º. Ano. A escola oferta ensino fundamental e médio nos turnos matutino e vespertino. No período noturno a escola é cedida a Secretária Estadual de Educação para o funcionamento como escola de ensino médio com 4 (quatro) turmas, sendo 2 (duas) de 1º ano, 1 (uma) de 2º ano e 1 (uma) de 3º ano.

2.4 O Período e a Delimitação

O projeto de pesquisa iniciou em fevereiro de 2014, com a implantação do projeto piloto em todas as turmas, do 6º ao 9º ano do ensino fundamental e do 1º ao 3º ano do ensino médio, dos turnos matutino e vespertino da escola Centro Educacional Anchieta; que passaram a ter o ensino da Matemática a partir dos componentes curriculares Geometria, Aritmética e Álgebra. O projeto piloto tem como marco final dezembro de 2021, pois neste período as turmas do 6º Ano, de 2014, completarão o 3º ano do ensino médio, sendo essas turmas as primeiras a completarem toda a formação, do 6º Ano do Ensino Fundamental ao 3º Ano do Ensino Médio, em conformidade com a metodologia de ensino da Matemática proposta no projeto piloto, veja Tabela 1.

Tabela 1 – Cronograma de Submissão das Turmas ao Exame do Enem

(continua)

Turmas de 2014	Período das turmas no projeto piloto e Ano de submissão a avaliação do Enem						
	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
3º AEM	P, Exame						
2º AEM	P	P, Exame					
1º AEM	P	P	P, Exame				
9º AEF	P	P	P	P, Exame			
8º AEF	P	P	P	P	P, Exame		
7º AEF	P	P	P	P	P	P, Exame	
6º AEF	P	P	P	P	P	P	P, Exame

Fonte: O autor.

Nota: AEM – Ano do Ensino Médio; AEF – Ano do Ensino Fundamental.

Exame – Turma realizou o exame do Enem.

P – Turma participou do projeto piloto.

De acordo com o cronograma do projeto piloto as turmas que realizaram o exame do Enem em 2019, foram as turmas que em 2014 cursavam o 7º Ano do Ensino Médio, ou seja, essa turma quando cursaram o 6º. Ano, o fizeram ainda dentro da metodologia de ensino tradicional, em que a Geometria, a Aritmética e a Álgebra são disciplinas do componente curricular Matemática. Dessa forma, a presente dissertação não apresentará resultados das avaliações do Enem em que as turmas do 3º Ano do Ensino Médio tenham obtido formação completamente dentro do Projeto Piloto, mas é relevante ressaltar que os resultados na avaliação do Enem 2019 foram obtidos por turmas cuja formação esteve com cerca de 85,7%, de seu tempo de formação, dentro do projeto piloto, propiciando uma boa perspectiva para a análise das avaliações. Destaca-se também que a Pandemia do Covid-19 deverá impactar nos resultados dos exames do Enem 2020, principalmente pelo grande número de aulas remotas.

2.5 O Problema e a Metodologia

Este trabalho apresenta, como ponto central, uma análise sobre a proposta de metodologia para o ensino e aprendizagem da Matemática na escola Centro Educacional Anchieta, que visa melhorar a avaliação dos discentes no Enem, e o Ideb da escola, a partir do enfrentamento de algumas dificuldades, que historicamente se fazem presente na Educação Matemática do ensino fundamental e médio, conforme (BRASIL, 1997), (FONSECA, LOPES,

et al., 2007), (PAVANELLO, 1993), a seção primária **1 INTRODUÇÃO** (p. 2 – 5), a seção secundária **2.1 Um Breve Relato Histórico sobre a Geometria e seu Ensino** (p. 7), a seção terciária **2.1.1 O Ensino da Geometria em Países da Europa e Brasil a partir da Idade Média** (p. 11 – 20) neste trabalho as problemáticas podem ser vistas com os seguintes tópicos:

- I. Notas baixas nas provas de avaliação no Saeb.
- II. Dificuldades na aprendizagem matemática, tendo como referencias nas provas de avaliação do Saeb.
- III. Metodologias de ensino pouco voltadas para o ensino da geometria, sem complementação teórica da grade curricular no ensino da matemática, capaz de estimular o ensino aprendizagem dos discentes.

Para isto o projeto de pesquisa foi estruturado em três partes principais:

- I. Propor, elaborar e aplicar um projeto piloto para as turmas, do 6º ao 9º ano do ensino fundamental e do 1º ao 3º ano do ensino médio, dos turnos matutino e vespertino da escola Centro Educacional Anchieta para estabelecer uma metodologia de ensino da Matemática, tendo a Geometria, Aritmética e Álgebra como componente curricular.
- II. Instituir o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) como parâmetro para o estabelecimento de conteúdo, formulações de problemas e reestruturação da metodologia de ensino da Matemática aplicada às turmas da escola Centro Educacional Anchieta, e o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) como parâmetro da qualidade da infraestrutura do Centro Educacional Anchieta e reestruturação da metodologia de ensino da Matemática em relação a retenção e reprovação.
- III. Realizar um diagnóstico quanto a opinião e o posicionamento dos professores de Matemática, da rede da educação básica em Itaituba, acerca da possibilidade de implantar, como metodologia de ensino da Matemática, a Geometria, a Álgebra e a Aritmética como componente curricular.

Considerando os itens acima, o problema em estudo pode ser formulado como: “A metodologia de ensino da Matemática, para os discentes do 6º ao 9º ano do ensino fundamental e do 1º ao 3º ano do ensino médio da escola Centro Educacional Anchieta, tendo a Geometria,

Aritmética e Álgebra como componente curricular, melhora os índices de avaliação no Enem, e conseqüentemente o Ideb da escola?”.

Vale ressaltar que o estabelecimento da Geometria, Álgebra e Aritmética como componentes curriculares da Educação (item I.), não é algo novo nos sistemas educacionais. Mesmo no Brasil até bem pouco tempo, assim como em outras, utilizavam essa metodologia de ensino da Matemática.

Na reforma Francisco Campos destaca a proposta, por Euclides Roxo, da **unificação dos campos matemáticos Álgebra, Geometria e Aritmética em uma única disciplina, a Matemática**, com o objetivo de uma abordagem articulada das mesmas, considerando que até então cada uma delas era estudada como disciplina independente.

Posteriormente, de acordo com a autora, Euclides Roxo defendeu a ideia de que o ensino da geometria dedutiva deveria ser antecedido de uma abordagem prática da mesma destacando, ainda, que a concepção de currículo foi ampliada para além de uma listagem de conteúdos, o que incluía uma discussão sobre orientações didáticas. Porém pondera que os avanços e inovações ocorridos com a reforma de 1931 não se mantiveram na reforma de Gustavo Capanema, em 1942, e considera que as decisões curriculares, no Brasil, foram “historicamente marcadas por procedimentos bastante questionáveis, influenciados por questões políticas ou influências de poder de alguns grupos ou mesmo de pessoas (PIRES, 2008, 15 apud HECK e KAIBER, 2020, p. 2, grifo do autor).

Esta pesquisa, segundo a sua natureza é do tipo aplicada, uma vez que o objetivo deste trabalho é produzir conhecimento de aplicação prática em uma situação específica, neste caso melhorar a avaliação de discentes no Enem da Matemática. Quanto ao objetivo é exploratória e descritiva, em relação a 3ª parte da pesquisa (item III.), pois busca levantar conhecimento, estando esta pesquisa em fase preliminar, de apropriação das várias variáveis presente no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e descritiva (item III.), pois segundo Gil (2010, p. 42) “as pesquisas descritivas têm como objetivo a descrição das características de determinada população ou fenômeno”. Podem ser elaboradas também com a finalidade de identificar possíveis relações entre variáveis. De acordo com esta exposição a pesquisa descritiva deriva de analisar os perfis dos entrevistados, distinguindo como um todo, conhecendo suas opiniões e interpretando os dados da análise.

Em relação a abordagem, trata-se de uma pesquisa quali-quantitativa, pois parte da análise das avaliações, indicadores e resposta aos questionários, no caso do Item III, levam posteriormente, a uma análise mais subjetiva, para maior entendimento do fenômeno estudado, através de gráficos e depois analisados e interpretados os números traduzindo-os em informações, que podem implicar em alterações, ou adaptações à metodologia do ensino, por exemplo.

Inicialmente, para a fundamentação teórica deste trabalho, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, ou seja, um estudo através do conhecimento contido em obras: livros, artigos, relatórios, sites e demais trabalhos científicos sobre assuntos de uma área do saber, subsidiando o autor de estudos e informações. Ou seja, utiliza-se de dados, ou de material teórico já trabalhados por outros pesquisadores, devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos (CERVO, BERVIAN e DA SILVA, 2007) e (GIL, 2010).

No presente estudo foi realizada uma busca das referências nas bases de dados Portal de Periódicos Capes/MEC, Google Acadêmico, Scielo, WikiPédia, e Itaú Cultural, entre outras. Foram inclusas publicações da literatura já publicadas: artigos, livros, publicações avulsas e eletronicamente disponibilizada na Internet. As produções científicas foram analisadas previamente, considerando: ano de publicação, autor reconhecido sobre o tema, coerência com o tema e textos completos que contemplem o tema proposto.

O procedimento técnico utilizado na pesquisa é o de pesquisa de campo. Tal procedimento é realizado sobre um grupo ou atividade humana. Por exemplo: um grupo de estudantes, uma comunidade de lazer. O objeto da pesquisa é abordado no seu meio e de forma direta, os dados são colhidos no meio natural do grupo, sendo assim diretamente observados, sem intervenção e manuseio por parte do pesquisador.

Para a primeira parte da pesquisa (item I.) os dados foram obtidos a partir dos canais de divulgação das avaliações do Enem, e dos microdados do Ideb, produzidos pelo Inep/MEC. A população participante da primeira parte da pesquisa (item 1) foram os discentes do 6º ao 9º ano, do ensino fundamental, e os discentes do 1º ao 3º ano, do ensino médio, da escola da educação básica Centro Educacional Anchieta. A coleta de dados, dos resultados da avaliação anual do Enem de Matemática tem como população os discentes, do Centro Educacional Anchieta, que no ano de avaliação do Enem cursam o 3º ano do ensino médio, conforme Tabela 1.

Na coleta de dados, para a terceira parte da pesquisa (item III.), foram utilizados questionários que buscaram identificar o ensino da Geometria como um componente curricular (disciplina) para o ensino fundamental. O questionário, segundo Gil (2010, p. 116), consiste em: “traduzir os objetivos específicos da pesquisa em itens bem redigidos, não existe normas

rígidas a respeito da elaboração de questionário”. Caracterizando um instrumento muito interessante de ser utilizado e que dá a possibilidade de coleta de dados mais significativa para o estudo. A população base para a coleta de dados foram 25 (vinte e cinco) professores da rede pública de ensino do município de Itaituba-Pará. A pesquisa foi realizada de setembro a novembro de 2019.

2.6 Caracterização do Projeto Piloto Aplicado na Escola Centro Educacional Anchieta (em relação a geometria)

A importância da Geometria no ensino fundamental, como componente curricular (disciplina), sempre esteve presente nas políticas públicas até a década de 1930, quando a disciplina de Desenho Geométrico fez parte do currículo escolar de 1931 a 1970. A implantação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional em 1961 tornou a disciplina de Desenho Geométrico não obrigatória na Educação Básica, assinalando, fortemente, o crescimento da Álgebra no ensino da Matemática que construiu vários problemas

O projeto piloto Tornando a Geometria, a Aritmética e a Álgebra componentes curriculares do ensino fundamental e médio tem como características:

Tornar a Geometria, a Álgebra e a Aritmética componentes curriculares, ou seja, esses conhecimentos passam a ser, na concepção do ensino tradicional, deixam de ser conteúdo da Matemática, e passam a ser disciplinas com carga horária, com conteúdo e proposta programática. Isso possibilita o enfrentamento de alguns problemas persistentes na Educação Matemática, uma vez que: a Geometria deixa de ser “abandonada”; oportuniza maior maturidade do discente em relação aos conteúdos da Geometria, pois os conteúdos são tratados ao longo de um tempo maior; oportuniza maior tempo para trabalho extraclasse, visto que o tempo de relacionamento discente professor é maior, possibilitando as construções geométricas; propicia ao docente maior facilidade de generalizar, percorrendo do concreto ao abstrato;

Construir o conhecimento geométrico e algébrico de forma multidisciplinar ou interdisciplinar. Novamente o tempo é uma variável importante para que isto ocorra. O período de tempo maior fornece ao docente condições de trabalhar, por exemplo, a arte e a geometria, como indicado no Capítulo 2; ou compartilhar as novas tecnologias com a Geometria.

Diminuir o algebrismo na Geometria, permitindo o retorno do Desenho Geométrico e/ou a Geometria Construtiva, com o auxílio de aplicativos de Matemática Dinâmica, e os trabalhos manuais.

2.6.1 Uma Proposta Metodológica para o Conteúdo Programático da Disciplina de Geometria do 6º ao 9º Ano do Ensino Fundamental

Aqui é apresentada uma proposta de conteúdo programático voltado à abranger a geometria como um todo, proporcionando ao aluno desenvolver um olhar geométrico capaz de se alto desenvolver e construir habilidades e competências necessárias na solidificação do conhecimento. É importante ressaltar que a carga horária semanal para o componente Geometria, na escola Centro Educacional Anchieta, são de 20 (vinte) horas.

2.6.2 Propostas programáticas do 6º ao 9º. Ano do ensino fundamental:

Os planos de ensino programático apresentados a seguir são aplicados na escola Centro Educacional Anchieta para o 6º (sexto) ano.

Tabela 2 - Plano Programático para o 6º ano

1º BIMESTRE Período: 10 Semanas	2º BIMESTRE Período: 11 Semanas	3º BIMESTRE Período: 10 Semanas	4º BIMESTRE Período: 11 Semanas
Linhas	Ponto, Reta e Plano	Grandezas e Medidas	Medidas de Capacidade
O espaço	Ângulos	Estimativas e aproximações	Volume do Cubo e Paralelepípedo Retângulo
Sólidos Geométricos	Retas concorrente e Paralelas e reversas	Perímetros e Semi-perímetros de polígonos	
Representação dos sólidos Geométricos	Localização e Deslocamento no plano	Área das Principais Figuras Planas	
Simetria			

Fonte: O autor

Tabela 3 - Plano Programático para o 7º ano

1º BIMESTRE Período: 10 Semanas	2º BIMESTRE Período: 11 Semanas	3º BIMESTRE Período: 10 Semanas	4º BIMESTRE Período: 11 Semanas
Ângulos	Polígonos	Volume do paralelepípedo retângulo e do cubo	Revisando volume do paralelepípedo e do cubo
Circunferências: Propriedades	Construções geométricas	Capacidade	Revisando circunferência
Círculo e gráfico de setores	Áreas de figuras planas	Massa	Revisando Construções geométricas
Simetria central	volume	Outras grandezas e unidades de medida	

Fonte: O autor

Tabela 4 - Plano Programático para o 8º ano

1º BIMESTRE Período: 10 Semanas	2º BIMESTRE Período: 11 Semanas	3º BIMESTRE Período: 10 Semanas	4º BIMESTRE Período: 11 Semanas
Intersecção espacial	Geometria dedutiva	Triângulos	Transformação por rotação
Secção de sólidos	Ângulos (Operações)	Quadriláteros	Transformação por translação
Representação de sólidos sobre malhas	Distâncias e lugar geométrico	Transformação por reflexão em relação a uma reta	Composição de transformações
	Circunferências		Ladrilhagem ou tesselação

Fonte: O autor

Tabela 5 - Plano Programático para o 9º. ano

1º BIMESTRE Período: 10 Semanas	2º BIMESTRE Período: 11 Semanas	3º BIMESTRE Período: 10 Semanas	4º BIMESTRE Período: 11 Semanas
Razão e proporção	Triângulo retângulo	Razões trigonométricas no triângulo retângulo	Áreas de figuras planas
Teorema de Tales	Relações métricas no triângulo retângulo	Relações entre razões trigonométricas	Área total da superfície de um sólido
Semelhança de figuras	Teorema de Pitágoras	Polígonos Circunferência	Volume de um sólido

Fonte: O autor

3 RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados em relação ao projeto piloto com os índices do Ideb da escola Centro Educacional Anchieta, e as médias das notas dos discentes nas avaliações do Enem no período de 2014 a 2019. Faz-se também a apresentação, resultados e análises de uma pesquisa de opinião feita com 27 professores de Matemática da rede pública de ensino de Itaituba, cuja principal análise é sobre o posicionamento desses professores em relação, discutir, apreciar, aceitar, aplicar e propor novas propostas metodológicas de ensino que busquem favorecerem a relação do discente com a Matemática.

Antes de apresentar e analisar os resultados obtidos neste trabalho, é importante trazer uma pequena discussão sobre o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) do Brasil. Tal discussão é fundamental para a compreensão do que é avaliado, como é avaliado, qual o significado da avaliação, ou seja, a concepção da avaliação e dos índices utilizados.

3.1 Indicadores da Educação Brasileira

Neste trabalho a principal referência são os PCN da Matemática. É interessante notar que a palavra “parâmetro” é fortemente ligada a Matemática, e relacionadas a variáveis e constantes. Assim, a ideia central contidas nos PCN é a de estabelecer um padrão nacional, para o ensino e aprendizagem, nesse caso da Matemática, a partir de características comuns presente no sistema educacional.

A avaliação, por ser uma etapa de todo planejamento, é discutida em várias partes dos PCN da Matemática:

A avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação (BRASIL, 1997, p. 19).

Os PCN também estabelecem que o professor, como o agente que planeja o processo educacional, tem forte relação com os mecanismos de avaliação, influenciando e sendo influenciado pela avaliação.

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância ao professor:

[...]

- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (BRASIL, 1997, p. 29).

A partir desta reflexão foi feita a escolha do Saeb, e em especial o Idep e o Enem, como processo de avaliação do projeto piloto considerado os seguintes aspectos:

- A avaliação é independente dos professores, do projeto piloto, e da escola;
- A avaliação é planejada com base nos PCN, e mais recentemente, também, na BNCC;
- A avaliação do Enem adota a metodologia da Teoria da Resposta ao Item (TRI)³¹;
- A avaliação é de âmbito nacional, permitindo a análise comparativa com outras escolas, com as médias local, regional e nacional;
- A avaliação é contextualizada com perfil interdisciplinar;
- A avaliação do Enem, por dar acesso ao ensino superior, é muito relevante para os discentes;
- A avaliação propiciar o estudo de séries de dados.

3.1.1 O Sistema de Avaliação da Educação Básica no Brasil

Planejamento e avaliação são instrumentos imprescindíveis à gestão. A avaliação é fundamental a todo processo em que há planejamento, pois fornece subsídios à tomada de decisões. No caso do processo de ensino e aprendizagem, planejar e avaliar são elementos da didática docente, entretanto os sistemas de avaliação da educação, de uma nação, entregam duas importantes dimensões: a primeira é a avaliação pedagógica de todo o sistema, que subsidia a tomada de decisões, afere o cumprimento, ou não, de metas, e fornecem um panorama geral do processo e nesses aspectos similares a avaliação escolar; a segundo é relacionada ao direito de educação, quanto a qualidade, a universalidade e isonomia, como direito de todos.

³¹ Ramo da Teoria da Medida com ênfase no estudo de questionários e listas de itens, que permite identificar se a resposta vem do conhecimento, ou simples acaso.

No Brasil, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) é a instituição responsável pelo sistema de avaliação da educação básica. O processo histórico de constituição do Inep está associado a criação, em 1937 dentro da Reforma Capanema, da Bibliografia Brasileira de Educação (BBE), um indexador de informações produzidas, no Brasil e no exterior, sobre a qualidade da educação brasileira. Para a orientação de políticas públicas em educação e elaboração do BBE, foi instituído pela Lei nº 378, de 13 de janeiro de 1937, Art. 39, o Instituto Nacional de Pedagogia. A Lei nº 580, de 30 de julho de 1938 alterou o nome do Instituto Nacional de Pedagogia para Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos. Em 1964 foi realizado o primeiro Censo escolar, conforme os princípios da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), aprovada em 1961. O Inep, em 1972, passa a ser denominado de Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais e em 1982 assumiu as estatísticas educacionais. Em 1987 o Inep é reestruturado deixando as funções de fomento à pesquisa, e retoma o suporte e o assessoramento do MEC. O Saeb é elaborado, em 1990, com o objetivo de identificar fatores que possam interferir no desempenho dos estudantes e dar um indicativo da qualidade do ensino. Em 1998 é criado o Enem para realizar a avaliação individual de jovens e adultos do final da educação básica. O Ideb foi lançado em 2007, para reunir em um único indicador os resultados do fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações, e foi idealizado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino na educação básica (Institucional - Inep, 2020). A Tabela 6 exemplifica a composição do índice do Ideb. A coluna Saeb representa a média das notas discentes obtidas no Saeb, e a coluna Aprovação Média retrata as taxas de aprovação escolar.

Tabela 6 - Exemplo de Composição do Índice do Ideb

Escola	Saeb (N)	Aprovação Média (P)	Ideb = (N)×(P)
A	6,0	90%	5,4
B	6,0	80%	4,8
C	4,0	80%	3,2
D	5,0	100%	5,0

Fonte: Inep (2020)

https://download.inep.gov.br/educacao_basica/portal_ideb/presskit/2019/; Acesso: 13/12/20.

O Saeb é constituído por avaliações obrigatórias em larga escala em escolas públicas municipais e estaduais, e facultativa para escolas privadas, em conhecimento em Língua

Portuguesa (com foco em leitura), Matemática (com foco em resolução de problemas), Ciências da Natureza (9º ano), e Ciências Humanas (9º. ano), essas duas últimas áreas foram incluídas a partir de 2019, tendo como referência as competências previstas na BNCC. O Saeb possibilita ao Inep realizar diagnósticos da educação básica, o que possibilita as escolas, e as redes da educação básica, aferirem a qualidade da aprendizagem dos discentes. As médias dos exames de proficiências dos discentes no Saeb (N), combinado com a taxa de aprovação, considerando a eficácia fluxo escolar (P), do Censo Escolar, compõem o Ideb (Institucional - Inep, 2020). As taxas do Censo Escolar são obtidas a partir das coletas de dados declaradas pelas escolas, em relação a aprovação, repetência, e abandono entre outras. A Tabela 7 apresenta a nova reestruturação do Saeb, a partir de 2019, que se adequou a BNCC e incluiu creches e pré-escolas da Educação Infantil, entre outras mudanças conforme o site do Inep (2020, <<http://inep.gov.br/educacao-basica/saeb/historico>>):

As siglas ANA, Aneb e Anresc deixam de existir e todas as avaliações passam a ser identificadas pelo nome Saeb, acompanhado das etapas, áreas de conhecimento e tipos de instrumentos envolvidos.

A avaliação da alfabetização passa a ser realizada no 2º ano do ensino fundamental, primeiramente de forma amostral. Começa a avaliação da educação infantil, em caráter de estudo-piloto, com aplicação de questionários eletrônicos exclusivamente para professores e diretores. Secretários municipais e estaduais também passam a responder questionários eletrônicos.

Tabela 7 - Reestruturação do Novo Saeb – 2109

(continua)			
Público-alvo	Abrangência	Formulação dos Itens	Áreas do Conhecimento / Disciplinas Avaliadas
Creche e pré-escolas da Educação Infantil	Escolas públicas (Amostral) Estudo piloto	BNCC	
2º ano do Ensino Fundamental	Escolas públicas (Amostral) Escolas privadas (Amostral)	BNCC	Língua Portuguesa e Matemática
5º e 9º ano do Ensino Fundamental	Escolas públicas (Censitário) Escolas privadas (Amostral)	Matriz de Referência	Língua Portuguesa e Matemática

Tabela 7 - Reestruturação do Novo Saeb – 2109

(continuação)

Público-alvo	Abrangência	Formulação dos Itens	Áreas do Conhecimento / Disciplinas Avaliadas
9º ano do Ensino Fundamental	Escolas públicas (Amostral) Escolas privadas (Amostral)	BNCC	Ciências da Natureza e Ciências Humanas
3ª e 4ª série do Ensino Médio	Escolas públicas (Censitário) Escolas privadas (Amostral)	Matriz de Referência	Língua Portuguesa e Matemática

Fonte: Inep (2020)

<http://inep.gov.br/educacao-basica/saeb/historico>; Acesso: 13/12/20.

O Enem foi instituído em 1998 para avaliar, no 3º ano do ensino médio, a educação escolar ao término da educação básica, e é hoje o maior exame brasileiro. Em 2009, o Enem passou a ser usado para acesso à educação superior, por meio do Sistema de Seleção Unificada (Sisu), e os seus resultados possibilitam o desenvolvimento de pesquisas e indicadores educacionais. As provas do Enem são realizadas ao longo de 2 (dois) domingos, e constituída por uma redação e 45 (quarenta e cinco) questões para cada uma das 4 (quatro) áreas de conhecimento: linguagens, códigos e suas tecnologias; ciências humanas e suas tecnologias; ciências da natureza e suas tecnologias; matemática e suas tecnologias. Por ser uma avaliação que possibilita o acesso ao ensino superior, o Enem possui duas características consideradas como fundamentais na sua escolha, neste trabalho, como principais mecanismos de avaliação e análise, em relação aos objetivos propostos: presença massiva dos concluintes do ensino médio; e a dedicação e a seriedade dos discentes em sua realização. É importante registrar que a Ufopa foi a primeira instituição de ensino superior que utilizou o Enem, a partir de 2010, como mecanismo de ingresso para a totalidade das vagas ofertadas, sem aderir ao Sisu.

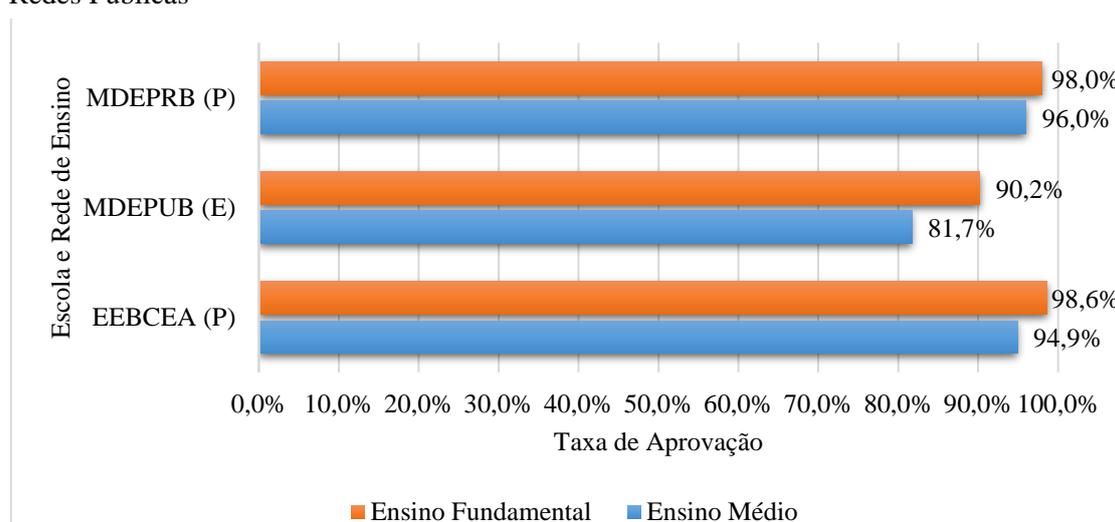
3.2 Resultados do Ideb e Enem no período de 2014 a 2019

Nesta seção são apresentados os indicadores do Ideb da escola Centro Educacional Anchieta, e as médias dos discentes da escola Centro Educacional Anchieta, obtidas nas avaliações do Enem, na área de Matemática e suas tecnologias, no período de 2014 a 2019, e para uma melhor compreensão da delimitação da pesquisa é fundamental a leitura da seção secundária 2.4 O Período e a Delimitação, p. 55.

3.2.1 Resultado do Ideb 2017

O Saeb é obrigatório apenas para a rede pública, portanto facultado a rede de ensino privada. Além disso passou a ser realizado nos anos ímpares, e no caso da rede privada é amostral, portanto, sem a garantia de realização no biênio. A escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta participou da avaliação do Saeb/Ideb no ano de 2017, não sendo indicada para 2019. A seguir é apresentado, comparado e analisado esse resultado a fim de identificar, apenas, o estado atual da Educação Matemática na escola, por meio de comparação com as médias a nível nacional e estadual. É importante ressaltar que o índice do Ideb, é obtido por $N \times P$, onde N é a avaliação do Saeb e P é a Aprovação Média, ou seja, a taxa do fluxo escolar obtida a partir do censo escolar. Os índices do Saeb/Ideb, aqui apresentados, foram obtidos no site do Inep, na página <http://ideb.inep.gov.br/resultado/home.seam?cid=4080496>, após o preenchimento do formulário eletrônico “IDEB – Resultados e Metas”. Nos gráficos baixo as siglas entre parênteses significam: (P) – Privada; (F) – Federal; (E) – Estadual; e EEBCEA – Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta.

Gráfico 1 - Comparação das Taxas de Aprovação no Ideb 2017: EEBCEA versus as Médias das Redes Públicas



Fontes: MEC-Inep/Ideb – Resultados e Metas (Formulário Eletrônico) / Pesquisa do autor.

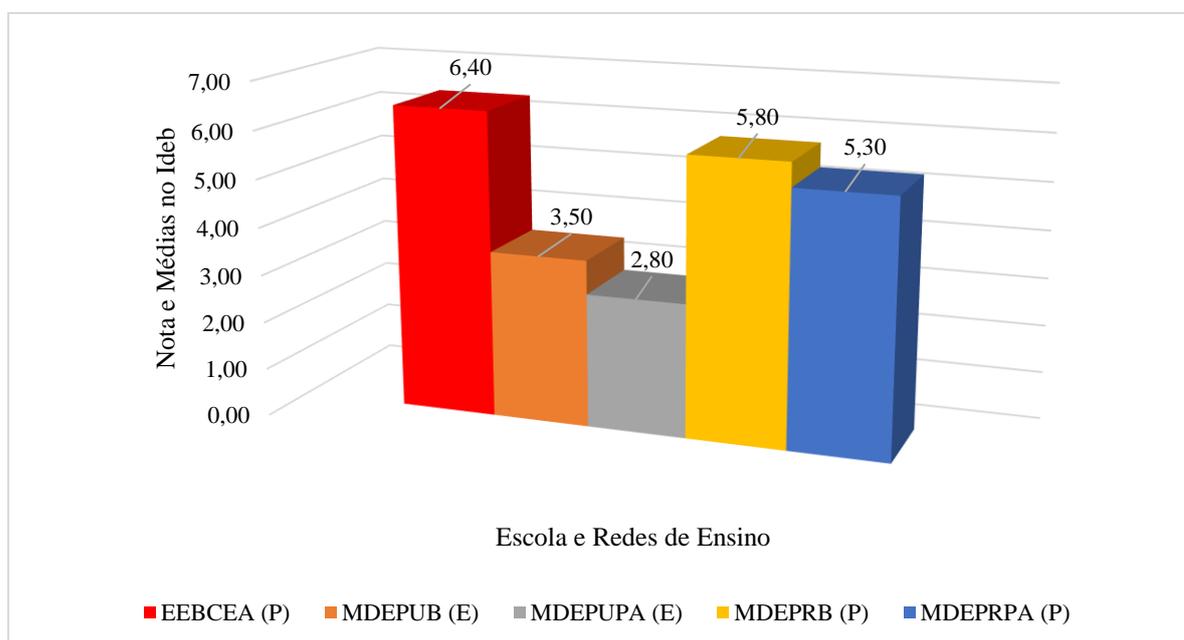
Nota: MDEPRB – Média das Escolas Privadas do Brasil;

MDEPUB – Média da Escolas Públicas do Brasil;

EEBCEA (P) – Esc. de Educ. Básica Centro Educacional Anchieta (Privada)

O Gráfico 1 mostra que a Taxa de Aprovação, ou mais precisamente, a Taxa de Fluxo Escolar, que é uma composição em forma de percentual relacionada a aprovação, repetência, retenção e abandono escolar, levantada no Censo Escolar. A Taxa de Aprovação da Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta (EEBCEA), é mais alta do que a Média das Escolas Públicas do Brasil (MDEPUB), 8,4 pontos percentuais a mais no Ensino Fundamental e 13,2 pontos percentuais a mais no Ensino Médio. Quando a comparação é feita com a Média das Escolas Privadas do Brasil vemos que a relação é bem próxima entre as taxas, no caso 0,6 ponto percentual a mais no Ensino Fundamental, e 1,1 ponto percentual a menos no Ensino Médio. Tais comparações indicam que em relação a Taxa de Aprovação a escola está bem próximo da média nacional em relação a rede privada, entretanto há de se buscar melhorias para o Ensino Médio. Como a escola atingiu taxas próximas a média nacional, um novo patamar deve ser buscado para motivação, talvez a maior taxa estadual.

Gráfico 2 - Comparação dos Índices do Ideb 2017: EEBCEA versus as Médias das Redes Públicas

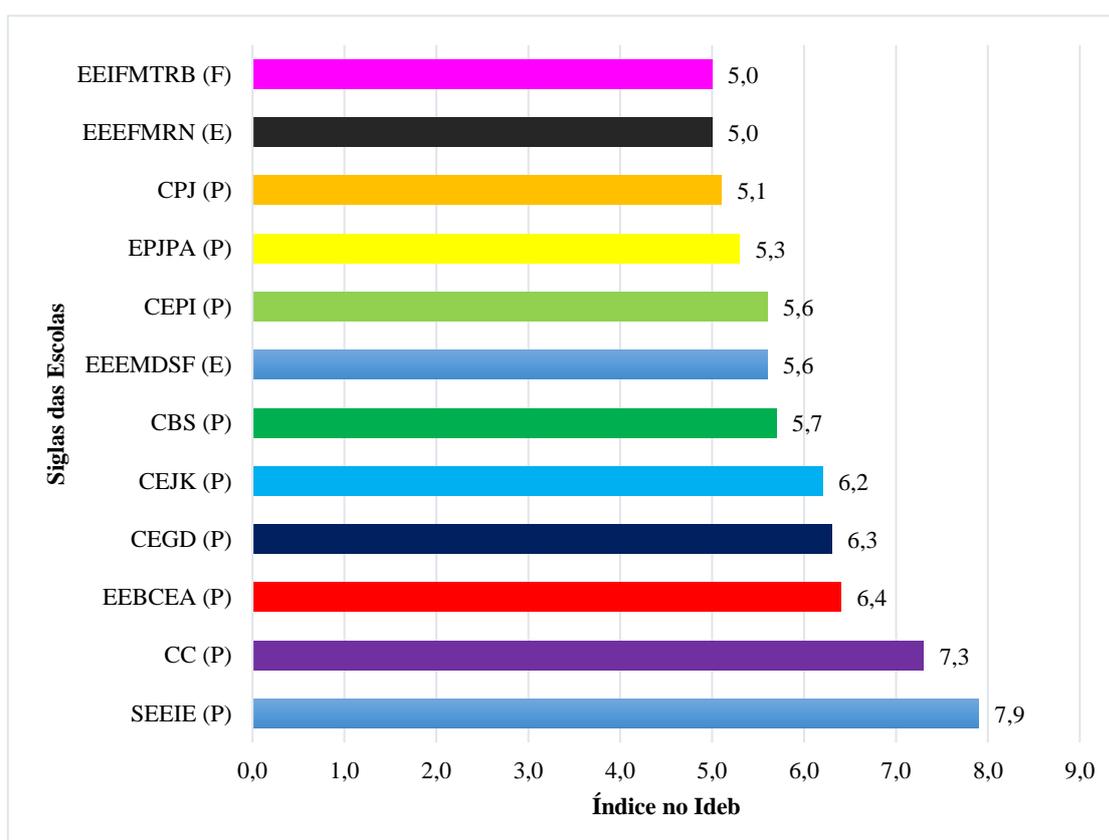


Fontes: MEC-Inep/Ideb – Resultados e Metas (Formulário Eletrônico) / Pesquisa do autor.

Nota: MDEPUB (E) – Média das Escola Públicas (Estadual);
MDEPUBA (E) – Média das escolas Públicas do Pará (Estadual);
MDEPRB (P) – Média das Escolas Privadas do Brasil (Privada);
MDEPRPA (P) – Média da Escolas Privadas do Pará (Privada).

No Gráfico 2 são apresentados os Índices do Ideb. É importante destacar a grande diferença entre os índices das escolas públicas estaduais e das escolas privadas. A Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta (EEBCEA) obteve um rendimento de cerca de 20,7% maior que a Média das Escolas Privadas do Pará (MDEPRPA), e 10,3% maior que a Média das Escolas Privadas do Brasil.

Gráfico 3 - Comparação dos Índices do Ideb 2017: EEBCEA versus as Escolas mais bem Ranqueadas do Pará.

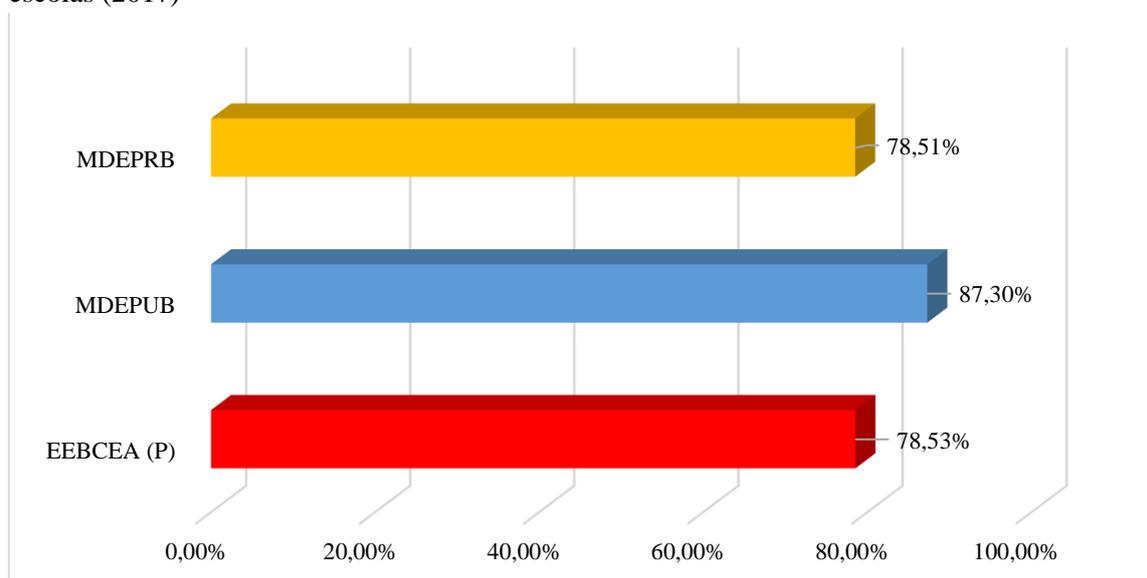


Fontes: MEC-Inep/Ideb – Resultados e Metas (Formulário Eletrônico) / Pesquisa do autor.

Nota: SEEIE (P) – Sist. de Ens. Equipe Integrado Eireli-EPP (Privado) [Belém]; CC (P) - Colégio CEI (Privado) [Belém]; EEBCEA – Esc. de Educ. Básica Centro Educacional Anchieta (Privado) [Itaituba]; CEGD – Centro Educacional Gildete Dutra (Privado) [Altamira]; CEJK – Centro de Estudos John Knox (Privado) [Belém]; CBS – Colégio Batista de Santarém (Privado) [Santarém]; EEEMDSF – Esc. Estadual de Ens. Médio Diocesana São Francisco (Estadual) [Santarém]; CEPI – Centro de Ens. Pleno Ideal (Privado) [Ananindeua]; EPJPA – Esc. Prof. Jonathas Pontes Athias (P) [Oriximiná]; CPJ – Colégio Pitágoras de Juruti (P) [Juruti]; EEEFMRN – Esc. Estadual de Ens. Fund. E Médio São Raimundo Nonato (E) [Santarém]; EEIFM – Esc. de Ens. Infantil F. M e T. Rêgo Barros (F) [Belém].

O Gráfico 3 apresenta as escolas com maiores índices no Ideb 2017 da região oeste paraense e da capital, Belém. São apresentadas as escolas com índice no Ideb igual ou maior que 5,0. É importante ressaltar que o Ideb é realizado nos anos ímpares, e que escolas participantes em um biênio podem não participarem no seguinte. No caso das escolas privadas a frequência ainda é menor, pois a participação é voluntária e amostral. Os dados na base do Inep/Ideb mostram que a Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta (EEBCEA) obteve o terceiro melhor índice do estado do Pará, ficando atrás apenas de duas escolas da capital, tendo índice maior que a terceira mais bem classificada da capital. Nenhuma escola das demais regiões registrou índice mais elevado. É importante destacar que das 12 (doze) escolas, apresentadas no gráfico, 9 (nove) são privadas, 2 (duas) estaduais e 1 (uma) federal, e que as duas estaduais são de Santarém. O Resultado mostra ainda que a EEBCEA necessita ampliar seu índice em 0,9 pontos para atingir a segunda posição.

Gráfico 4 - Percentual do Corpo Docente com Formação Superior: EEBCEA versus Médias em escolas (2017)



Fontes: MEC-Inep/Ideb – Resultados e Metas (Formulário Eletrônico) / Pesquisa do autor.

Nota: MDEPRB – Média das Escolas Privadas do Brasil;

MDEPUB – Média das Escolas Públicas do Brasil;

EEBCEA (P) – Esc. de Educ. Básica Centro Educacional Anchieta (Privada)

A qualificação do corpo docente é fundamental para a melhoria dos indicadores escolares. Em 2017 o corpo docente, com licenciatura, da EEBCEA correspondia a 78,53% do total, hoje todos os docentes da EEBCEA têm formação superior. No Gráfico 4, embora a média do corpo docente da EEBCEA seja 0,02 pontos percentuais superior à média do corpo docente, com formação superior, nas escolas privadas brasileiras (MDEPRB), ou seja dentro da média, esses percentuais estão distantes da média do corpo docente, com formação superior, presente nas escolas públicas do Brasil em 2017. Assim, é importante ressaltar que na próxima avaliação do Saeb/Ideb este item estará plenamente contemplado na EEBCEA.

3.2.2 Resultados no Enem de Matemática e suas Tecnologias

Novamente é aconselhável, para uma melhor compreensão dos resultados, abordados nesta seção terciária, a leitura prévia da seção secundária **2.4 O Período e a Delimitação** (p. 55), pois é relevante compreender duas situações: a turma que cursava o 3º ano do ensino médio em 2014, foi a primeira turma da Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta a realizar o exame do Enem, dentro do projeto piloto; a primeira turma a cumprir todos os períodos letivos dentro do projeto piloto, será a turma que cursava o 6º ano do ensino fundamental em 2014. Assim, a partir dessa turma todas as demais concluirão o ensino médio dentro do projeto piloto. De acordo com a Tabela 1 a turma do 6º ano, em 2014, realizaria o Enem em 2020, entre os meses de outubro e dezembro com previsão da divulgação dos resultados em fevereiro de 2021, por esta razão a turma que cursava o 7º ano do ensino médio, em 2014, e que concluiu o 3º ano do ensino médio em 2019 é a principal turma em estudo, pois essa turma cumpriu 6 (seis), de 7 (sete), períodos na metodologia do projeto piloto. Lembrando que o 6º ano dessa turma foi realizado da forma tradicional. As médias das notas no Enem, aqui apresentadas são relativas as notas médias no Enem de Matemáticas e suas Tecnologias, abreviado como Enem MT, exceto no Gráfico 6 quando se faz um comparativo com as notas média das outras 4 (quatro) áreas.

Tabela 8 – Comparação entre as Notas Limites e Médias Nacional com a Média da EEBCEA, no Enem de Matemática e suas Tecnologias, no Período de 2014 a 2019

Limites / Escolas / Estado / Brasil	Notas Médias do Enem de Matemática e suas Tecnologias nos Anos					
	2014	2015	2016	2017	2018	2019

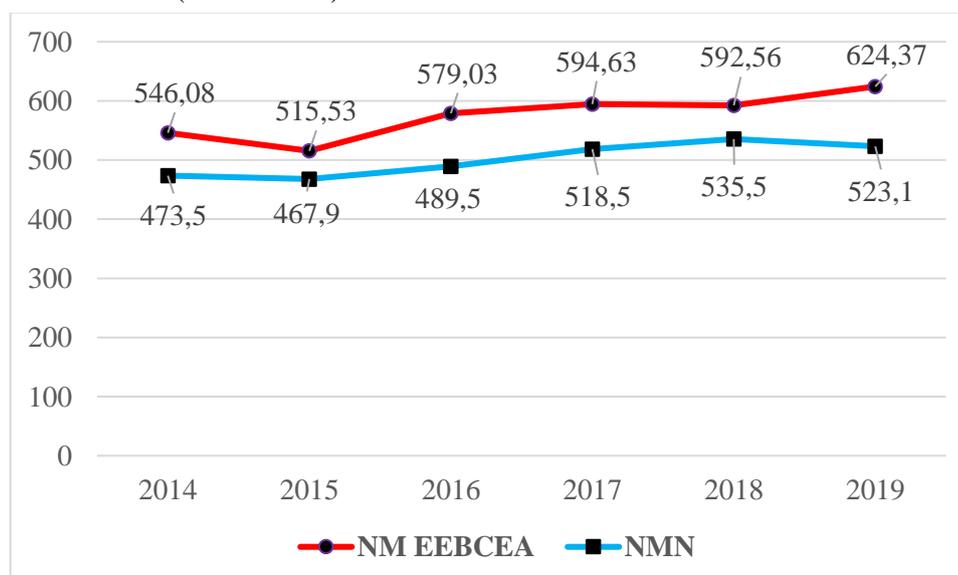
Nota Mínima Nacional	318,5	280,2	309,7	310,4	360	359
Nota Máxima Nacional	973,6	1008,3	991,5	993,9	996,1	985,5
Nota Média Nacional	473,5	467,9	489,5	518,5	535,5	523,1
Nota Média EEBCEA	546,08	515,53	579	594	592	624
% em relação a NMN	15,43%	10,07%	18,28%	14,56%	10,55%	19,29%

Fonte: Inep/Enem (2020) Microdados – Pesquisado pelo autor.

Nota: NMN - Nota Média Nacional

A Tabela 8 apresenta a média das notas do Enem de Matemática e suas Tecnologias (Enem-MT) da Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta (EEBCEA), as notas mínimas e máximas nacionais, e a nota média nacional obtidas no Enem -MT nos anos de 2014 a 2019. Pode-se notar que nos anos de 2015, segundo ano de implantação do projeto piloto, e 2018 a nota média da escola aproximou-se da nota média nacional, mas manteve-se superior, veja o Gráfico 5. Em especial nos anos de 2016 e 2019 a média da escola distanciou-se, em percentuais mais elevados da nota média nacional. A linha que apresenta os dados da diferença percentual entre as notas médias no Enem MT da EEBCEA e a nota média nacional no Enem MT, indicado na tabela como NMN. O percentual varia entre 10,07% e 19,29%, ambas as variações positivas, ou seja, a escola apresenta média maior que a média nacional e com tendência a aumentar tal diferença, contribuindo assim para a elevação, nesse parâmetro, da qualidade do ensino a nível nacional. Como meta para o próximo ciclo de avaliação, ainda a ser determinado, é estabelecer tal diferença entre 20% e 25%.

Gráfico 5 - Nota Média da EEBCEA no Enem MT versus Nota Média Nacional no Enem MT (2014 a 2019)



Fonte: Inep/Enem (2020) Microdados – Pesquisado pelo autor.

O Gráfico 5 complementa e detalha as informações da Tabela 8, quando confronta a Nota Média da Escola de Educação Básica Centro Educacional Anchieta (NMEEBCEA), em vermelho, com a Nota Média Nacional, em azul, nas avaliações do Enem de 2014 a 2019. Todas as 6 (seis) notas médias, obtidas pelos discentes da Escola Centro Educacional Anchieta, são maiores que as Notas Médias Nacionais, mantendo uma diferença média de 74,033 pontos, a mais. É ainda importante observar que a partir de 2015 a série das notas médias da escola é crescente, com destaque a nota média de 2019. Outra nota média, da escola, em destaque é a do ano de 2015, sendo esta a menor média da série, com um decaimento em torno de 5,68% em relação ao ano de 2014 e provavelmente associada à adaptação dos discentes a nova metodologia empregada.

A Tabela 9 a seguir, apresenta as notas médias de duas escolas privadas, uma escola federal, uma escola estadual e da EEBCEA, obtidas no Enem MT no período de 2014 a 2019. Essas notas médias estão entre as maiores médias obtidas por escolas de cada uma das redes de ensino do Pará. Essas escolas tiveram como critério de escolha terem as maiores notas médias estadual, nos anos de 2014 e 2015, em suas respectivas redes. As escolas escolhidas em relação a esse critério foram: Centro de Estudos John Knox (CEJK), Sistema de Ensino Equipe (SEE), Esc. de Ens. Infantil, Fundamental e Médio Tenente Rêgo Barros (EEIFMRB) e Escola Técnica Estadual Magalhães Barata (ETEMB). Foram escolhidas duas escolas privadas CEJKA e SEE, pois essas escolas atingiram as notas médias máximas estadual nos anos 2014 e 2015, respectivamente.

Tabela 9 - Comparação entre as Notas médias no Enem MT da EEBCEA e as Maiores Notas Médias no Enem MT Obtidas por Escolas das Redes de Ensino, no Período de 2014 a 2019

Escola	Rede	Munic.	2014	2015	2016	2017	2018	2019
CEJK	P	Belém	634,65	627,96	662,5	670,01	685	726,21
SEE	P	Belém	620,88	663,96	585,1	687,2	664,9	666,72

EEIFMTRB ⁽¹⁾	F	Belém	624,74	617,12	628,1	657,8	660,1	672,81
ETEMB	E	Belém	522,6	489,4	446,3	460,9	502,0	513,55
EEBCEA ⁽²⁾	P	Itaituba	546,08	515,53	579,03	594,63	592,56	624,37
Diferença % entre (2) e (1)			14,40%	19,71%	8,47%	10,62%	11,40%	7,76%

Fonte: Inep/Enem (2020) Microdados – Pesquisado pelo autor.

A Tabela 8 mostra que a EEBCEA possui notas médias no Enem MT superiores as obtidas pela ETEMB, entretanto em relação a EEIFMTRB, a escola federal com a maior nota média no Enem MT, entre as escolas federais, há de se aprimorar nas metodologias e tratamento do ensino e aprendizagem da Matemática na EEBCEA. A última linha da tabela apresenta os percentuais de diferença entre as notas médias das duas escolas, que se encontra na faixa de 7% a 15%. É importante ressaltar que os dados obtidos a partir dos microdados do Saeb/Inep, retratam a ampla predominância da rede particular de ensino em obter as maiores notas média no Enem MT no Pará. Essa predominância não está associada apenas ao valor dessas notas médias, mais principalmente em relação ao número de escolas com maiores notas médias. Talvez a falta de acesso aos dados completos do Enem dificulta uma análise mais apurada da avaliação, e em decorrência disso a impossibilidade de estabelecer um planejamento e metas pedagógicas para que tais diferenças sejam minimizadas. É importante ainda lembrar que o Enem possibilita o acesso às universidades e esse problema indica que as escolas privadas teriam amplo acesso aos cursos superiores caso não houvesse as cotas sociais nas instituições públicas, mas também deixa em aberto o problema de como diminuir tais diferenças.

No Gráfico 6 são mostradas as notas médias da EEBCEA no Enem, nas 5 (cinco) áreas avaliadas no exame: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (Linguagens); Matemática e suas Tecnologias (Matemática) em vermelho; Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Natureza), Ciências Humanas e suas Tecnologias (Humanas) e Redação. O período das notas médias vai de 2014 a 2019. Na avaliação do Enem a redação tem um peso maior, pois a partir da redação se avalia a capacidade de comunicação, interpretação, conhecimento de gramatical verbal e geral. Portanto a redação tem um peso maior na média geral da escola.

Gráfico 6 - Notas médias no Enem da EEBCEA nas Cinco Áreas de Avaliadas pelo Enem, Realizadas no Período de 2014 a 2019.



Fonte: Inep/Enem (2020) Microdados – Pesquisado pelo autor.

O Gráfico 6 apresenta as informações mais relevantes para a EEBCEA, uma vez que a série de dados fornecem parâmetros importantes para o planejamento pedagógico da escola. Os dados coletados mostram que, em relação a avaliação do Enem, a escola tem trabalho com sucesso a Redação (curva verde), e que a aplicação do projeto piloto, levou a Matemática e suas Tecnologias (curva vermelha) a contribuir de forma mais efetiva com a média geral da EEBCEA no Enem. Inicialmente, em 2014, as notas médias no Enem MT foram inferiores às notas médias no Enem de Humanas, Linguagens e Redação. Em 2015 as notas médias no Enem MT foram inferiores a dos demais exames, entretanto após esse período as nota médias no Enem MT passaram a ter comportamento crescente, com uma pequena inflexão em 2018, mas voltando a crescer em 2019 mantendo-se inferior apenas a nota média da Redação. O gráfico indica que a escola deve realizar investimento pedagógico em relação as áreas de Humanas, Linguagens e em especial a área das Naturezas.

A apresentação do gráfico acima ressalta a importância de as escolas terem acesso aos microdados do Inep para realizarem avaliações mais profundas, no intuito de estabelecerem projetos pedagógicos para a melhoria dos indicadores e da educação, baseados em informações. Infelizmente as dificuldades em se obter informações mais detalhadas, dos microdados, levam

a inutilidade dessas informações que já foram levantadas e disponibilizadas, porém com muitas dificuldades para acessá-las.

Em 2019 a nota média no Enem MT da EEBCEA foi superada apenas pela nota média da escola do Colégio Pitágoras de Juruti, escola mantida pela Mineradora Alcoa. A Tabela 10 apresenta as maiores notas médias no Enem MT alcançados por escola da Região Oeste do Pará, para estabelecimento de relacionamento com as notas médias da EEBCEA.

Tabela 10 - Comparação entre as Notas Médias no Enem MT da EEBCEA e as Maiores Notas Médias no Enem MT Obtidas por Escolas da Região Oeste do Pará, no Período de 2014 a 2019

Escola	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Maiores Notas Médias Regional ⁽¹⁾	581,04	567,99	586	613	650,9	650,23
EEBCEA ⁽²⁾	546,08	515,53	579,03	594,63	592,56	624,37
Diferença % entre (2) e (1)	6,40%	10,18%	1,20%	3,09%	9,85%	4,14%

Fonte: Inep/Enem (2020) Microdados – Pesquisado pelo autor.

Nota: As maiores notas médias das escolas da Região Oeste do Pará são no Enem MT são:

2014 – Centro Educacional Cristo Salvador (Santarém);

2015 – Colégio Dom Amando (Santarém);

2016 – Soc. De Educ. Integ. Humana do Brasil – SEIHB (Santarém);

2017 – Soc. De Educ. Integ. Humana do Brasil – SEIHB (Santarém);

2018 – Colégio Dom Amando (Santarém);

2019 – Colégio Pitágoras de Juruti

A Tabela 10 traz importantes informações regionais. A primeira é que as escolas particulares têm ampla vantagem no aspecto de estabelecerem as maiores notas médias. Existe uma predominância, neste aspecto, de escolas de Santarém, similar ao que ocorre com a predominância das escolas de Belém, quando ampliamos a pesquisa para âmbito estadual. Embora haja a frequência de escolas tradicionais da região nesse ranque, não existe predominância como ocorre em Belém. Quando os dados são analisados em relação aos municípios, então se vê predominância de escola, na grande maioria privadas e tradicionais. Os dados da tabela apontam para uma proximidade da EEBCEA em relação as notas médias do Enem MT. Novamente como avaliação para a escola é importante para a nova fase do projeto piloto o estabelecimento de metas que apontem para uma maior proximidade em relação a qualidade dessas escolas tradicionais nesta região.

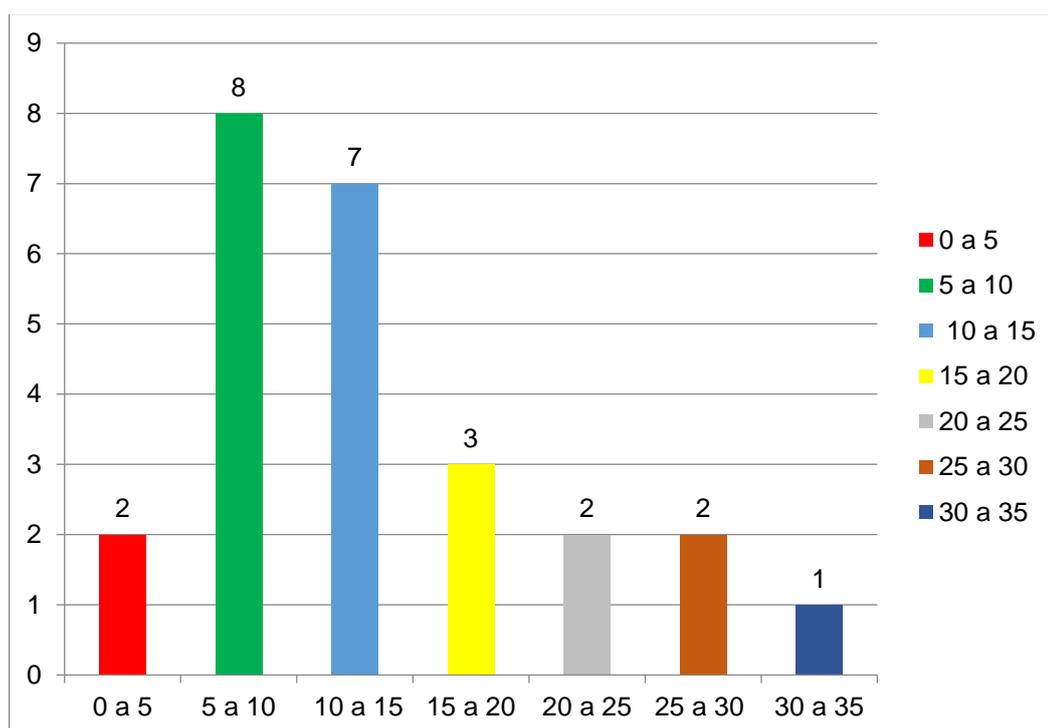
Esta subseção fará parte de um relatório compartilhado com a comunidade da EEBCEA e como subsídio as alterações no projeto, se fazendo, portanto, um produto pedagógico, ou educacional.

3.3 Pesquisa de Opinião feita por Amostragem com Docentes da Rede de Ensino do Município de Itaituba

Não haverá implantação de novas metodologias de ensino da Matemática, em uma escola ou sala de aula, se o professor não estiver motivado para tal. Pavanello (1993) afirma que uma das causas para o abandono do ensino da Geometria, na rede pública de ensino, é a insegurança dos professores em trabalharem os conteúdos dessa área. Por outro lado, também fornece duas possíveis soluções para este problema: ações destinadas a proporcionar aos professores condições melhores para o ensino e investimento em pesquisas sobre metodologias mais adequadas. Em frente a essas condições foi realizada uma pesquisa de opinião com docentes da rede de ensino no sentido de verificar sua posição em relação a proposta metodológica apresentada neste trabalho, e sua posição com professor de Matemática em relação ao ensino de Geometria. A pesquisa levantou a opinião de 25 professores que atuam no ensino fundamental, como docentes de Matemática, no ensino fundamental, no município de Itaituba.

Um dos fatores fundamentais para a compreensão das atitudes dos docentes, em relação ao trabalho em sala de aula, está relacionado ao seu tempo de atuação no magistério, pois isso implica diretamente na maturidade, na consolidação de metodologias utilizadas, e as vezes também na resistência ao novo. Assim, a primeira pergunta foi: há quantos anos atuam como professor de matemática?

Gráfico 7 - Tempo de Serviço como Professor de Matemática.



Fontes: Elaborado pelo autor (2020)

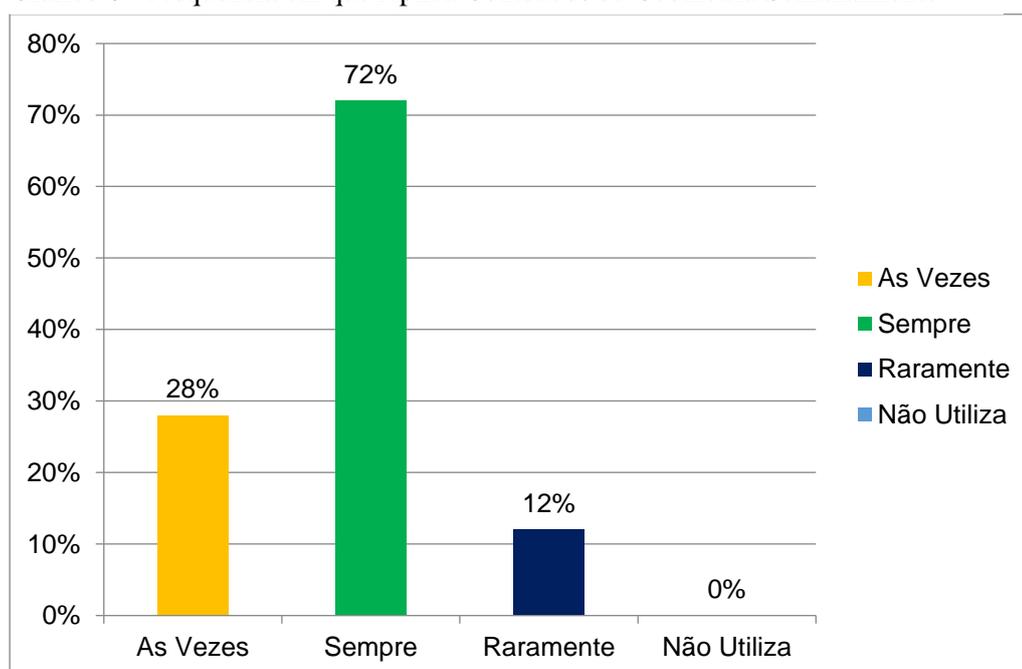
O Gráfico 7 apresenta a distribuição do tempo de serviço dos 25 professores pesquisados na atividade de docência de Matemática. A maioria dos entrevistados, 92%, estão em sala de aula, atuando como professor de Matemática no ensino fundamental, com no mínimo 5 anos, e 20% dos pesquisados têm 20 anos, ou mais, de sala de aula. Apenas 8% do total têm menos de 5 anos como professor do ensino fundamenta em Matemática.

Fonseca, Lopes, *et al.*, (2007) frisam que a inquietação em resgatar o ensino da Geometria como uma das áreas essenciais da Matemática tem instigado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à ponderação e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que procurem ultrapassar as dificuldades, não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino.

Para sondar o problema do abandono do ensino Geometria, foi perguntado: Com que frequência você aplica os conteúdos geométricos bimestralmente?

No Gráfico 8, a distribuição mostra que dos 25 (vinte e cinco) professores pesquisados 72%, ou seja, 18 (dezoito) professores, aplicam frequentemente os conteúdos geométricos durante suas aulas semanalmente, e apenas 3 (12%) deles raramente conseguem trabalhar os conteúdos obrigatórios que dever ser abordados no ensino fundamental.

Gráfico 8 - Frequência em que Aplica Conteúdos de Geometria Semanalmente

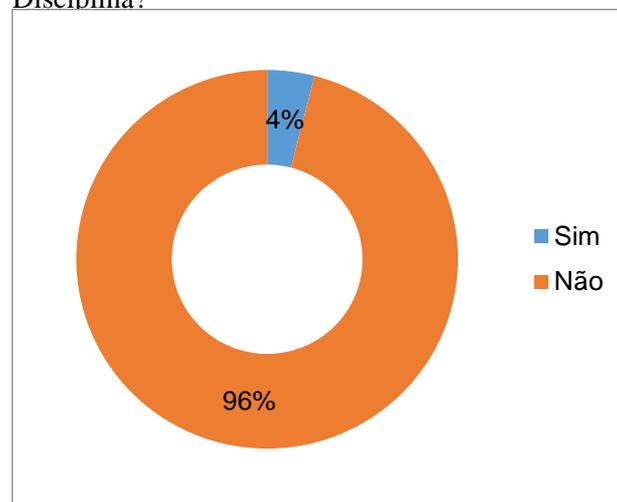


Fontes: Elaborado pelo autor (2020)

Gráfico 9 - Utilização dos Conteúdos Geométricos Semanalmente.
 Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho (2019).

A busca para se apropriar de novas metodologias de ensino faz parte da formação contínua do professor. Experimentar outras formas de fazer o ensinar e o aprender, devem constar da organização e do planejamento da aula, pois é necessário que o professor seja pesquisador da forma de ensinar. Não pode o professor permanecer décadas com o mesmo planejamento, com a mesma maneira de atuação em sala de aula. Para isto o professor deve estar aberto a experimentação, de forma organizada, planejada, metodológica. Num mundo em rápida mudança o docente não pode ficar estancado quanto a aplicação de novas técnicas. Neste contexto é que surge o principal questionamento, em relação a pesquisa de opinião: você adotaria a Geometria como componente curricular (disciplina)?

Gráfico 10 - Você adotaria a Geometria como uma Disciplina?



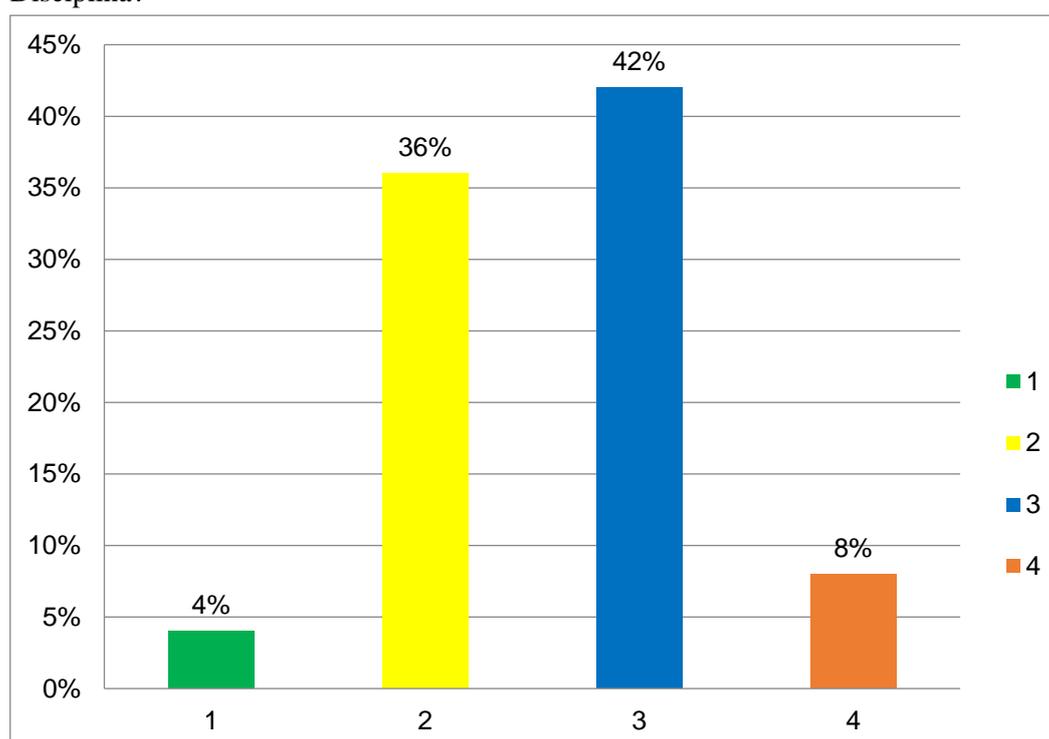
Fontes: Elaborado pelo autor (2020)

O Gráfico 10 mostra que a quase totalidade dos professores pesquisados está aberto a experimentação de aplicar a Geometria com componente curricular. É importante ressaltar que esta concepção, de experimentação do novo, é frontalmente contrária ao que se vê no cotidiano das escolas, conforme indicado por farta literatura sobre o tema. O comum é um docente

apegado a metodologias e técnicas construídas e aplicadas durante décadas, pois testar o novo implica em esforço e percorrer o desconhecido. Considerando esse contexto e a resposta dos docentes mostra que o investimento feito pelas instituições de ensino superior, na formação dos licenciandos, em relação a uma mudança de postura em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Na opinião dos entrevistados sobre o maior entrave ao se adotar a Geometria como um componente curricular, uma disciplina, está conectado com a divisão dos conteúdos matemáticos estudados no ensino fundamental, que é muito relacionado com o que se discute abaixo e com a próxima prospecção.

Além do problema exposto acima, é importante destacar que, muitas vezes, “o professor, em geral, toma como referência para suas aulas um único livro didático, sem ter oportunidade de conhecer e analisar a proposta do autor, suas concepções de Matemática e de ensino” (FONSECA *et al.*, 2007, p.19). Esse fato se faz presente em todas as pesquisas que se faz sobre a Educação Matemática, e ricamente discutido nos APCN da Matemática como já apresentado ao longo desta pesquisa, pois ao longo do planejamento, muitos professores evidenciam o ensino da Álgebra e, por conseguinte, a Geometria é muitas vezes abordada no final do período letivo, de forma fragmentada, simplificada e sem relações com a realidade dos alunos. Esse problema abre a última consulta: Qual o número de aulas (hora) necessária para se trabalhar a Geometria como disciplina?

Gráfico 11 - Qual o Número de Aulas Necessárias para se Trabalhar a Geometria como Disciplina?



Fontes: Elaborado pelo autor (2019)

A resposta da maioria dos professores pesquisados 78% aproximou-se da quantidade de aulas (horas) semanal efetivamente aplicada no projeto, entretanto o parâmetro utilizado para essa mensuração é o livro de didático, sendo esse o fato mais relevante dentre a resposta dos entrevistados. Como discutido anteriormente há um engano na concepção dos projetos pedagógicos de Matemática, pois eles nascem do conteúdo do livro didático, e não dos PCN, da BNCC, do PNE, e da LDB instrumentos fundamentais, que devem de antemão serem observados, na construção de qualquer projeto de Educação Matemática. Tais instrumentos são subsidiados e realimentados pelos processos de avaliação a nível nacional, por isso uma política de atenção ao Saeb deve ser incentivada nas propostas metodológicas para o ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Hasche (2008), a utilização de novas metodologias de ensino pode ser efetiva por ter respaldo na motivação dos aprendizes em lidar com novas situações para a construção de seu conhecimento, e isso está presente como proposta nesses instrumentos. Vale lembrar que em relação à organização sequencial dos conteúdos, a Geometria ainda é abordada no final dos livros didáticos, desenvolvida intuitivamente e sem qualquer preocupação com a construção de uma sistematização, existe apenas a necessidade de acentuar as noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjunto de pontos no plano (PAVANELLO, 1993).

Para que haja a aplicabilidade de abordagens interdisciplinares na Educação Matemática, uma possibilidade é fazer com que o ensinar Geometria seja efetivado por uma formação continuada que vá além do discurso teórico, ou seja, que pondere a vivência por parte dos professores e de casos reais, possibilitando ao docente desenvolver táticas para criar a partir do que foi trabalhado e discutido. Ou seja, permitir que o professor recrie o lecionar Geometria por meio da conversa constante entre os alunos e o docente, definindo a conexão de configurações visuais com conceitos e propriedades do cotidiano. Quanto mais próximo um problema, um exercício, for de um cotidiano, mais associado estará de uma natureza interdisciplinar, e mais significativa será para os discentes.

3.4 Perspectivas

Este trabalho não está concluído, pelo contrário muitas dúvidas, perguntas e propostas surgiram, e ainda surgirão, ao longo de sua execução e avaliação. Dentre as várias ações de continuidade deste trabalho destaco:

- A composição a análise final dos resultados do projeto piloto com a inclusão da avaliação do Enem de 2020;
- Executar o projeto piloto em mais 4 anos com o objetivo de obter média no exame do Enem entre as 10 maiores médias do estado do Pará.
- Manter média no Enem de Matemática e suas Tecnologias da EEBCEA entre as 5 maiores médias da Região Oeste do Pará.
- Levantamento nas escolas de Itaituba sobre a participação, acesso e uso das avaliações do Saeb, como mecanismo de acompanhamento das metas e objetivos das escolas;
- Pesquisa junto aos docentes da rede de ensino de Itaituba sobre propostas de metodologias de ensino da Matemática, previstas e executadas, para publicação entre a comunidade;
- Publicação deste trabalho em anais e/ou revistas especializadas;
- Proposta para a continuidade de nova etapa do projeto piloto, na escola Centro Educacional Anchieta, com a inclusão de novas ações educacionais, com base nos resultados alcançados e das novas diretrizes, como o BNCC, maior inclusão das novas tecnologias e bibliografia recentes sobre o ensino e aprendizagem da Matemática;
- Elaboração de outras abordagens interdisciplinares, além da Arte, para o ensino e aprendizagem da Geometria;
- Estabelecer mecanismos de integração para a Álgebra, Aritmética e Geometria;
- Buscar novas formas de avaliação para o projeto piloto.

Vale ressaltar aqui, a importância do desenvolvimento de uma ferramenta digital que facilite a “garimpagem” de informações na base de dados do Inep. A disponibilidade dos microdados não significa o imediato acesso as informações, pelo contrário, a dificuldade aumenta, pois em alguns casos incompatibilidades com sistemas de gerenciamento de dados, muitas vezes impossibilitam a leitura dos mesmos. Além disso, poderia haver um tratamento prévio dos mesmos, como por exemplo, as médias relativas as escolas já poderiam estar disponibilizadas previamente, separando essas informações, do volume de dados relativo as informações das avaliações de cada aluno participante do Enem. Considero que a Ufopa, em especial o Programa de Ciências Exatas do Iced, poderiam investir na produção de tal tecnologia, que propiciaria as escolas o uso mais efetivo dessas informações. Assim, temos dois lados significativos de uma mesma moeda; se por um lado o Enem fornece um parâmetro para

uma avaliação nacional permitindo uma visão geral da qualidade do ensino, não somente da Matemática, possibilitando diagnosticar as diferenças locais, regionais, estaduais, e municipais, do processo educacional brasileiro; por outro lado, o aspecto avaliativo em grande parte é perdido, uma vez que não há facilidade na obtenção dos dados que permitiriam a escola, o município e o estado, encontrarem os problemas que os impendem de alcançarem a qualidade estabelecida nas metas educacionais. Talvez, esses seja um dos problemas que têm dificultado o cumprimento das metas educacionais, estabelecido como políticas públicas para a melhoria da qualidade da educação brasileira. Tal problema abre uma perspectiva de ação ao Profmat/Ufopa de contribuir com pesquisas neste segmento.

3.5 Considerações Finais

A Geometria como proposta disciplinar pode ser uma solução para aumentar os níveis de desempenho dos alunos do ensino fundamental, haja vista, sua abordagem Matemática dispor de um grande número de preposições que usadas separadamente, podendo ser um fator relevante na complementação de suma importância no ensino da disciplina de Matemática.

Podemos observar neste trabalho que a geometria a partir do movimento da matemática moderna, desestimulou o ensino da geometria, com mudanças significativas na grade curricular de matemática.

Segundo Pavanello (1993), a Geometria tem sofrido com essas mudanças ocorridas com o MMM e sendo em grande parte trabalhada nos anos finais de cada turma. A Geometria tem um poder de fazer com que os alunos possam compreender e enxergar o espaço em que vivem, sendo um pilar fundamental na construção do desenvolvimento cognitivo e do raciocínio lógico.

O ensino-aprendizagem da Geometria pode desenvolver as habilidades e competências na compreensão do espaço e as diversas situações do cotidiano em que o indivíduo estão inseridas, desde que ações voltadas para uma melhor atenção a este campo sejam elaboradas e executadas com o objetivo de integrar a geometria aos diversos aspectos interdisciplinares do ramo da matemática e suas tecnologias.

O papel do professor é de intermediar os conteúdos necessários ao conhecimento geométrico pelos alunos, no entanto, o professor para cumprir sua meta de ensino, pode adequar o livro didático com a realidade dos discentes auxiliando os alunos no processo de

aprendizagem, dinamizando de forma interdisciplinar, sempre visando o melhor aproveitamento dos conteúdos Geométricos abordados em sala de aula. Em seu Planejamento de ensino deverá observar a contextualidade e a interdisciplinaridade dos temas propostos para o uso da Geometria no cotidiano de cada um, podendo assim, usar as novas tecnologias como ferramenta de ensino aprendizagem e suas infinitas possibilidades de aplicação.

No anseio de um material didático e um plano de ensino baseado na BNCC, capaz de se introduzir gradativamente e de forma contextualizada e interdisciplinar os conteúdos geométricos é que se faz necessário um acervo de livros específicos de geometria voltados para o ensino fundamental, divididos por anos de estudo, devido este, gradativamente aumentar o nível de conhecimento dos alunos que utilizam este importante material, solidificando a base geométrica do discente e desenvolvendo toda a Matemática com uma visão contextualizada da realidade ao qual está inserido que o levará a evolução de seus conhecimentos nesta importante disciplina para a sociedade.

REFERÊNCIAS

ARANHA, M. L. A. HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO. SÃO PAULO: EDITORA MODERNA, 1994.

ARTE CONCRETA. **In:** ENCICLOPÉDIA Itaú Cultural de Arte e Cultura Brasileiras. São Paulo: Itaú Cultural, 2020. ISSN 978-85-7979-060-7. Disponível em: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/termo3777/arte-concreta>>. Acesso em: 01 dez. 2020.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 1ª a 4ª Série. **In:** Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Fundamental (SEF), Brasília, DF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 06 set. 2019.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 5ª a 8ª Série. **In:** Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Fundamental (SEF), Brasília, DF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 06 set. 2019.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; DA SILVA, R. **Metodologia Científica**. 6ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CONCEIÇÃO, G. L. **Modelos Pedagógicos Internacionais sobre o Ensino dos Saberes Geométricos:** os relatórios de Luiz dos Reis. Anais do XIV Seminário Temático: Provas e Exames e a escrita da história da educação matemática. Boa Vista - RR: UFR. 2018.

CONCEIÇÃO, G. L.; SILVA, M. C. L. Circulação de propostas internacionais sobre o ensino dos saberes geométricos: Rio de Janeiro e São Paulo, final do século XIX. **Revista Educação Matemática em Foco**, São Paulo, 2018.

CUBISMO. In: ENCICLOPÉDIA Itaú Cultural de Arte e Cultura Brasileiras. São Paulo: Itaú Cultural, 2020. ISSN 978-85-7979-060-7. Disponível em: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/termo3781/cubismo>>. Acesso em: 01 dez. 2020.

CUNHA, C. P. A Importância da Matemática no Cotidiano. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, São Paulo, v. 01, n. 04, p. 641-650, jul. 2017. ISSN 2448-0959.

EVES, H. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Tradução de Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997: Atual Editora, 1997.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio**. Porto Alegre: Penso Editora, 2012. ISBN 978-85-63899-97-2.

FERREIRA, T. C.; FERNANDES, L. M. Ensino de Geometria Apoiado por TIC: Uma Abordagem Metodológica Baseada Na Coletividade e Significação dos Conceitos Utilizando Geogebra. **Anais da Semana de Licenciatura**, Jataí, GO, p. 264-270, dez. 2015. ISSN 2179-6076. Disponível em: <<http://revistas.ifg.edu.br/semlic/article/view/515>>. Acesso em: 12 dez. 2019. Anais da XII Semana.

FONSECA, M. D. C. F. R. et al. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 1ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2007. ISBN 978-8-58-658393-3.

GEOMETRIA. in: WIKIPÉDIA, a Enciclopédia Livre. Wikimedia Foundation, Flórida, 2019. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Geometria&oldid=58980933>>. Acesso em: 14 jan. 2019.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5ª. ed. São Paulo: Ed. Atlas S.A., 2010.

HECK, M. F.; KAIBER, C. T. A Geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental: Uma Análise de Referenciais Curriculares sob a Perspectiva do Enfoque Ontossemiótico. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 15, p. 1-22, fev. 2020. ISSN 19811322. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e70404>>. Acesso em: 23 ago. 2020.

HISTÓRIA da Geometria. In: **Wikipédia, a Enciclopédia Livre**, Florida, 2019. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Hist%C3%B3ria_da_geometria&oldid=59013302>. Acesso em: 14 set. 2019.

INSTITUCIONAL - Inep. In: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br>>. Acesso em: 13 dez. 2020.

MATEMÁTICA DA GRÉCIA ANTIGA. in: Wikipédia, a Enciclopédia Livre, Wikimedia Foundation, Florida, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Matem%C3%A1tica_da_Gr%C3%A9cia_Antiga&oldid=58626331>. Acesso em: 4 fev. 2020.

MIGNOT, A. C. V. et al. **Histórias e Memórias da Educação no Brasil**. Petrópolis: Editora Vozes Ltda, v. III, 2005. ISBN 9788532643124.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação matemática: Propostas e Desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

OLIVEIRA, R. M.; MOREIRA, D. C. A Perspectiva na Arte do Renascimento. **Educação Gráfica**, 2014. ISSN 21797374. Disponível em: <http://www.educacaografica.inf.br/wp-content/uploads/2014/05/14_A-PERSPECTIVA-NA-ARTE_169_182.pdf>. Acesso em: 10 set. 2020.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1^a, p. 7-17, 1993.

ROSA, R. Trabalho Docente: Dificuldades Apontadas pelos Professores no Uso das Tecnologias. **Revista Encontro de Pesquisa em Educação**, Uberaba, v. I, n. 1, p. 214-227, out. 2013. ISSN 2237-8022.

SÁ, E. F. História da Educação e Tecnologia. **eduCAPES**: portal de objetos da Capes, 2018. Disponível em: <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/430108>>. Acesso em: 11 mar. 2020.

SANTOS, A. E. et al. Os Conceitos de Geometria em Atividades Interdisciplinares. **In**: Instituto Federal Catarinense - Campus Avançado Sombrio - Pibid, Sombrio, p. 12, 2016. Disponível em: <http://pibid.sombrio.ifc.edu.br/?page_id=1041>. Acesso em: 14 ago. 2020. http://pibid.sombrio.ifc.edu.br/?page_id=1041.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. **Aprendizagem em Geometria na educação básica: A fotografia e a escrita na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

SIQUEIRA, M. A. S. **Monografias e teses: das normas técnicas ao projeto de pesquisa: teoria e prática**. Brasília: Consulex, 2005.

SOARES-LEITE, W. S.; NASCIMENTO-RIBEIRO, A. A inclusão das TICs na educação brasileira: problemas e desafios. **magis, Revista Internacional de Investigación en Educación**, Bogotá, p. 173-187., 5 out. 2012. ISSN 2027-1174. Disponível em: <<https://magisinvestigacioneducacion.javeriana.edu.co>>.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ. **Guia para a elaboração e apresentação da produção acadêmica da Ufopa**. 2^a. ed. Santarém: Organizadores: Creuza Andréa Trindade dos Santos ; Mayco Ferreira Chaves, 2019. ISBN 978-85-65791-39-7. Disponível em: <<http://ufopa.edu.br/sibi/servicos-e-produtos/guia-de-normalizacao/>>.

APÊNDICE A – MAPA MENTAL, EM TEXTO.

O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.

Questionamentos

Privar os indivíduos deste estudo não acarretaria prejuízos a sua formação?

A ausência de um trabalho com a geometria não prejudicaria uma visão integrada da matemática?

Divergência sobre o uso da geometria na educação.

Fundamental no processo de construção do conhecimento matemático e no processo de escolarização.

Tema de destaque em congressos entre educadores matemáticos ao redor do mundo.

Deve ceder espaço para outros ramos de ensino da matemática.

Ensino da matemática e da geometria no Brasil no séc. XX.

Início do século

educação apenas para a minoria, a matemática é essencialmente utilitária no primário.

Ensino secundário pago, voltado às elites para preparação ao ensino superior.

Ensino da geometria é puramente abstrato

O desenvolvimento da matemática se dá principalmente pela escola militar e na politécnica do Rio de Janeiro

1º Guerra Mundial

Surgem debates e reivindicações no âmbito da educação.

Prioriza-se o combate ao analfabetismo, pois a constituição não permitia direito ao voto a analfabetos.

Educação puramente metodológica

Crise de 29 até 1937

Em 1930 são criados os ministérios da educação e saúde.

Reestruturação do ensino superior.

Reorganização do ensino comercial (médio e superior) e secundário.

Em 1932 é elaborado o documento *Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova*.

Criação da universidade de São Paulo em 1934.

Por consequência do manifesto, na constituição 1934 é fixado a política nacional de educação.

Criação da universidade do Rio de Janeiro em 1935.

Procura pela unificação dos ramos da matemática, cabendo a apenas um professor a organização da disciplina.

A geometria passa a ser ensinada a partir de explorações intuitivas levando assim a sua sistematização.

Em 1937 a constituição deixa de considerar a educação como um dever do estado.

2° Guerra Mundial

Reforma do ensino profissional, entre outras, em 1942, ministradas por Gustavo Capanema

Educação secundária é vista como um instrumento de ascensão social, pois permite acesso ao ensino superior.

Lei orgânica do ensino secundário, abril de 1942.

Reestrutura o ensino em dois ciclos: ginásial 4 anos e *clássico e científico* 3 anos.

Geometria é ensinada de maneira intuitiva nos primeiros dois anos e dedutiva nos últimos dois no curso ginásial.

As reformas de Capanema, no âmbito da matemática principalmente, são criticadas por deixarem o ensino longo e por consequência meramente formal.

Em 1946 são estabelecidas as diretrizes para a estruturação do ensino primário e do ensino normal.

Em 1951 é incumbido pelo ministro da educação, Simões Filho, a congregação do colégio Pedro II a elaboração de novos programas para o ensino secundário.

Final da década de 50 e começo de 60.

O desenvolvimento econômico influencia nas diretrizes de ensino.

Movimento da matemática moderna.

A geometria passa a acentuar as noções de figuras geométricas e pontos no plano e é ensinada de maneira intuitiva com base em livros didáticos.

Ditadura militar 1964-1985

Reformulação do ensino superior, fixada pela lei 5540/68.

Reorganização dos ensinos primários e médios determinada pela lei 5692/71

Reforma universitária, Decreto Lei 477/69

Aumento das redes públicas de ensino de 1° e 2° acentuada a partir de 1968.

Professores passam a trabalhar em piores condições e com salários reduzidos.

É criada uma nova escola de 2° grau, cujo objetivo é a qualificação para o mercado de trabalho.

O ensino da geometria é ensinado em escolas particulares e academias militares.

Abandono

Tem destaque no Brasil.

Fenômeno mundial.

De maneira gradual.

Evidente em escolas públicas.

Consequências do estudo da geometria

Desenvolver pensamento crítico e autônomo.

Facilitar o conhecimento dedutivo.

Fundamental para o desenvolvimento integral do conhecimento matemático.

Desenvolvimento do pensamento visual matemático.

Favorecimento à análise de fatos e relações.

Causas

Falta de participação do estado.

Insegurança dos professores das redes públicas.

Promulgação da lei 5692/71.

Praticamente, apenas escolas particulares ensinam geometria.

Soluções

Ações destinadas a proporcionar aos professores condições melhores para o ensino.

Investimento em pesquisas sobre metodologias mais adequadas.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIOS DA PESQUISA COM DOCENTES.

TÍTULO: A GEOMETRIA COMO UMA PROPOSTA DISCIPLINAR PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.

1- Há quantos anos atua como professor de matemática? _____;

2- Com que frequência você utiliza dos conteúdos geométricos bimestralmente?

As vezes Sempre Raramente Não utiliza

3- Você adotaria a Geometria como uma Disciplina?

4- Em sua opinião, qual seria o maior entrave ao se adotar a Disciplina de Geometria como divisão dos conteúdos matemáticos estudados no ensino fundamental.

5- Quantas aulas semanais, em sua opinião seriam necessárias para se trabalhar a Disciplina de Geometria semanalmente?

1 aula 2 aulas 3 aulas 4 aulas

6- Você acredita que o estudo exclusivo da geometria, poderia aumentar os níveis de desempenho e aprendizagem matemática dos alunos do ensino fundamental?

Sim Não Depende de Outros fatores

Assinatura