

**Universidade Federal de São Paulo**

Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas

**Campus Diadema**



**Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –  
PROFMAT**

**A Relevância das Equações Diofantinas Lineares  
para a Educação Básica**

Francisco Cleiton de Sousa Camelo

Orientadora: Profa. Dra. Paola Andrea Gaviria Kassama

Coorientadora: Profa. Dra. Maria Nizete de Azevedo

**DIADEMA**

**2021**

**FRANCISCO CLEITON DE SOUSA CAMELO**

**A RELEVÂNCIA DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES PARA A  
EDUCAÇÃO BÁSICA.**

Dissertação apresentada, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas da Universidade Federal de São Paulo - Campus Diadema.

DIADEMA

2021

### **Dados Internacionais da Catalogação na Publicação (CIP)**

Camelo, Francisco Cleiton de Sousa

A relevância das Equações Diofantinas Lineares para a Educação Básica / Francisco Cleiton de Sousa Camelo. -- Diadema, 2021.

109 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de São Paulo - Campus Diadema, 2021.

Orientadora: Paola Andrea Gaviria Kassama

Coorientadora: Maria Nizete de Azevedo

1. Equações Diofantinas Lineares. 2. Ensino de Matemática. 3. Estratégia de Ensino. 4. Formação Continuada do Professor. 5. Defasagem dos alunos. I. Título.

**Universidade Federal de São Paulo**

Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas

**Campus Diadema**



**Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –  
PROFMAT**

**Chefe de Departamento:**

Prof. Dr. Renato Marcone José de Souza

**Coordenador do Programa de Pós-Graduação:**

Prof. Dr. Renato de Sá Teles

Francisco Cleiton de Sousa Camelo

**A Relevância das Equações Diofantinas Lineares para a Educação Básica.**

**Presidente da Banca:**

---

Profa. Dra. Paola Andrea Gaviria Kassama

**Banca Examinadora:**

---

Profa. Dra. Cristina Cerri - USP

---

Profa. Dra. Patrícia Rosana Linardi – UNIFESP

---

Prof. Dr. Renato de Sá Teles – UNIFESP

**Discente do Mestrado:**

---

Francisco Cleiton de Sousa Camelo

Data da Defesa: 20/12/2021

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, que me permite respirar todos os dias, a quem devo meu eterno AMOR.

À minha sensacional orientadora, Prof Dra. Paola Andrea Gaviria Kassama, que semanalmente pôde compartilhar seu incrível conhecimento, me instigando a chegar mais longe, fazendo-me buscar com confiança o êxito, sempre. A ti meu imenso e carinhoso obrigado.

À minha ilustre coorientadora, Profa. Dra. Maria Nizete de Azevedo, que aceitou compartilhar sua sabedoria, me proporcionando sua agigantada contribuição para chegar até aqui.

Aos meus familiares, mãe, irmãos, companheiro, tias, primas e amigos... quero expressar muito mais que meu sentimento de gratidão, mas também, meus sinceros agradecimentos por acreditarem e me incentivarem a perseverar. Juntos nos fortalecemos!

Que meus agradecimentos cheguem também a todos os professores da Educação Básica e colegas de curso que de alguma forma contribuíram com essa pesquisa.

Por fim, agradeço a todos os meus professores do mestrado que se dedicaram a engrandecer meu patrimônio imaterial, chamado conhecimento. Admiro vocês!!!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES).

*“Que a tua vida não seja estéril.  
Sê útil. Deixa rasto.”*

*São Josemaria Escrivá.*

## RESUMO

Neste trabalho, pretendeu-se discutir a relevância das Equações Diofantinas Lineares e suas contribuições para a Educação Básica a partir de um levantamento bibliográfico, em pesquisas na área do ensino da Matemática. Para tanto, centrou-se atenção sobretudo no banco de dissertações do Programa de Mestrado Profissional (PROFMAT), que possibilitou destacar a relevância dessas equações para o ensino na perspectiva dos autores deste programa. As relevâncias destacadas foram: Interdisciplinaridade; Estratégia para a preparação de olimpíadas ou vestibulares; Resolução de problemas; entre outros. Para mais, buscou-se apresentar a perspectiva do professor dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, acerca do uso dessas equações em suas aulas de matemática. A pesquisa, de base qualitativa e de cunho exploratório, analisou de modo interpretativo depoimentos docentes acerca das Equações Diofantinas produzidos por meio de um formulário virtual e de uma entrevista realizada pelo viés metodológico do grupo focal com os professores selecionados a partir do formulário. Essa análise indicou que embora alguns professores tivessem conhecimento das equações, nenhum conseguiu aplicar diretamente o conteúdo em sala de aula com alunos da Educação Básica. Entre os professores foi unânime a necessidade de formação continuada aprofundada para aplicá-las, com comentários que enfatizem a dificuldade dos alunos da rede pública para aprender Matemática e a necessidade de proposições de atividades que despertem o interesse do aluno para garantir a sua aprendizagem. Esses resultados nos levam a reforçar a importância de se implementar políticas públicas que viabilizem processos de formação contínua dos professores em matemática com pautas que articulem o conteúdo matemático (o quê ensinar), orientação metodológica (como ensinar) com o objetivo pedagógico (para quê ensinar).

**Palavras chaves:** Equações Diofantinas Lineares. Ensino de Matemática. Estratégia de Ensino. Formação Continuada do Professor. Defasagem dos alunos.



## **ABSTRACT**

In this current work, we intended to discuss the relevance of Linear Diophantine Equations and their contributions to basic education from a bibliographical survey, in researches in the field of Mathematics teaching. For that, attention was focused mainly on the bank of dissertations of the Professional Masters Program (PROFMAT), which made it possible to highlight one of these equations for teaching from the perspective of the authors of this program. The highlighted relevance were: Interdisciplinarity; Strategy for preparing for olympics or entrance exams; Problem solving; between others. Furthermore, an attempt was made to present a perspective of teachers in the final years of elementary and high school, regarding the use of these equations in their mathematics classes. A qualitative and exploratory research, interpretively analyzed the testimonies of teachers about Diophantine Equations obtained through a virtual form and an interview carried out by the methodological focus of the focus group with the teachers selected from the form. This analysis indicated that although some teachers had knowledge of the equations, none were able to directly apply the content in the classroom with elementary education students. Among the teachers, the need for in-depth continuing education to apply them was unanimous, with comments that emphasize the difficulty of students in the network to learn Mathematics and the need to propose activities that arouse the student's interest to ensure their learning. These results lead us to reinforce the importance of implementing public policies that make viable processes of continuing education for mathematics teachers with guidelines that articulate the mathematical content (what to use), methodological guidance (how to use it) with the pedagogical objective (why to use it).

**Keywords:** Linear Diophantine Equations. Mathematics Teaching. Teaching Strategy. Teacher's Continuing Education. Students' Difficulty.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

### FIGURAS

Figura 1 - Soluções do problema .....	20
Figura 2: Soluções da Equação Diofantina Linear $2x + y = 3$ sobre o gráfico da função $f$ de mesma equação. ....	42
Figura 3: Fluxograma das questões aplicadas .....	55
Figura 4: Formação dos professores entrevistados.....	56
Figura 5: Formação complementar dos entrevistados.....	56
Figura 6: Conhecimento acerca das Equações Diofantinas Lineares.....	57
Figura 7: Motivos para trabalhar as Equações Diofantinas Lineares no Ensino Fundamental.....	58
Figura 8: Etapa da educação onde conheceu as Equações Diofantinas Lineares....	58
Figura 9: Conteúdos atingidos pelas Equações. ....	59
Figura 10: Resultados do IDEB - Ensino Fundamental . ....	86
Figura 11: Resultados do IDEB - Ensino Médio. ....	86

## LISTA DE TABELAS

### TABELAS

Tabela 1: Algoritmo de Euclides .....	26
Tabela 2: Tabelas de Soluções .....	27
Tabela 3: Dissertações do PROFMAT .....	30
Tabela 4: Artigos e Dissertações- Equações Diofantinas Lineares.....	32

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	12
2. AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES.....	17
2.1 Diofanto de Alexandria .....	17
2.2 A Equação Diofantina Linear .....	19
2.3 Diferentes métodos para resolver uma Equação Diofantina Linear .....	24
3. A RELEVÂNCIA DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA PERSPECTIVA DAS DISSERTAÇÕES DO PROFMAT .....	29
3.1 A Equação Diofantina Linear nas dissertações do PROFMAT .....	29
3.2 Resolução de problemas.....	34
3.3 Interdisciplinaridade .....	38
3.4 A relação com outros conteúdos matemáticos da BNCC e do Ensino Superior. ....	41
3.5 Estratégia para a preparação de olimpíadas ou vestibulares .....	44
3.6 Estratégia para ensinar cálculo e linguagem algébrica na Educação Básica.....	49
3.7 Despertar o raciocínio lógico .....	52
4. AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR DA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	54
4.1 Entrevista estruturada .....	54
4.2 Entrevista - Grupo Focal .....	60
4.2.1 Primeiro Encontro .....	62
4.1.2 Segundo Encontro .....	71
4.3 Discussão dos Resultados .....	75

4.3.1 Formação do professor de matemática .....	78
4.3.2 Estratégias que despertam interesse dos alunos .....	82
4.3.3 A dificuldade dos alunos na disciplina de matemática .....	84
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	90
REFERÊNCIAS .....	94
ANEXO .....	100

## 1. INTRODUÇÃO

Um currículo escolar tem o compromisso de apontar as competências e habilidades a serem desenvolvidas no educando para que sua atuação na sociedade seja justa, democrática e inclusiva. O Currículo do Estado de São Paulo foi homologado no segundo semestre de 2019 tendo seu foco na educação integral como base da formação dos alunos de todas as redes, de modo a atingir as dimensões: intelectual, física, socioemocional e cultural. O Currículo Paulista:

define e explicita, a todos os profissionais da educação que atuam no Estado, as competências e as habilidades essenciais para o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos estudantes paulistas e considera sempre sua formação integral na perspectiva do desenvolvimento humano (SÃO PAULO, 2019, p. 11).

A formulação, elaboração e execução do currículo é inspirada nas mesmas competências gerais apontadas pela Base Nacional Comum Curricular - BNCC, e nesse sentido, são definidas as competências e habilidades, sejam elas cognitivas ou socioemocionais que devem ser asseguradas ao longo da Educação Básica para o desenvolvimento dos estudantes. Mas o que seria então um currículo? Sacristán (1998) explica que oferecer uma definição válida do currículo não teria sentido mesmo que haja uma infinidade de definições, e para tanto são postos vários conceitos que englobam uma série de objetivos de aprendizagem, planos estes que articulam as aspirações da escola ou propósitos educativos. Diante da variedade de conceitos que um currículo pode ter, alguns pontos são importantes:

Primeiro: o estudo do currículo, deve servir para oferecer uma visão da cultura que se dá nas escolas, em sua dimensão oculta e manifesta, levando em conta as condições em que se desenvolve. Segundo: trata-se de um projeto que só pode ser entendido como um processo historicamente condicionado, pertencente a uma sociedade, selecionado de acordo com as forças dominantes nela, mas não apenas com capacidade de reproduzir, mas também de incidir nessa mesma sociedade. Terceiro: o currículo é um campo no qual interagem ideias e práticas reciprocamente. Quarto: como projeto cultural elaborado, condiciona a profissionalização do docente e é preciso vê-lo como uma pauta com diferente grau de flexibilidade para que os professores as intervenham nele. (SACRISTÁN, 1998, p. 148)

No Currículo Paulista, os conhecimentos matemáticos compreendem tanto estudos teóricos, a descrição dos objetos específicos da Matemática, como também as aplicações práticas desses conhecimentos, seja para o uso no cotidiano ou para demais áreas, São Paulo (2019). Este currículo divide a Matemática do Ensino Fundamental em cinco unidades temáticas, sendo elas: números, geometria, álgebra,

grandezas e medidas e a unidade de probabilidade e estatística. Cada unidade temática é subdividida em objetos de conhecimento, que por sua vez são subdivididos em habilidades que são diferentes de um ano para outro.

Na perspectiva do Currículo Paulista, a Matemática no Ensino Fundamental deve ter o compromisso com o letramento matemático dos alunos. O letramento matemático deve ser entendido como:

as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, BNCC, 2017, p. 264).

O Currículo Paulista (2019) ainda ressalta que para o letramento matemático é preciso apreciar a resolução de problemas, investigação, modelagem e criação de projetos.

Para a BNCC (2017, p. 271), “as técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problemas”. O Currículo Paulista em conformidade com a BNCC prevê o uso e desenvolvimento de situações problemas que favoreçam o ensino da Matemática, de modo a valorizar o desenvolvimento cognitivo e social dos educandos.

Ainda pelo Currículo Paulista (2019), propor problemas e desafios aos estudantes, os estimulam a compreender ou a vivenciar diversas situações problema, possibilitando a construção de um modelo mental da situação, levando-os ao entendimento do problema.

Para Pommer (2013, p. 7) é preciso propor aos alunos o uso das várias linguagens matemáticas, nesse sentido trabalhando com situações-problema, que possibilite “a seleção, organização e interpretação de informações, representando-as de diferentes formas e tomando decisões, em situações concretas, de modo a construir argumentação consistente”.

Espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, BNCC, 2017, p. 263).

As Equações Diofantinas Lineares é um conteúdo encontrado dentro da Teoria dos Números, ramo da matemática que estuda as propriedades dos números.

Estas equações relacionam vários assuntos agregados no Currículo Paulista, como: números primos e máximo divisor comum.

Toda equação da forma  $aX + bY = c$ , com  $a, b$  e  $c$  pertencentes ao conjunto dos números inteiros, recebe o nome de Equação Diofantina Linear em homenagem a Diofanto de Alexandria, que apresentou métodos para busca das possíveis soluções de números inteiros. O conjunto dos números inteiros será denotado por  $\mathbb{Z}$ . Neste conjunto, será considerado o subconjunto dos números naturais  $\mathbb{N}$ :

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

$$\mathbb{Z} = -\mathbb{N} \cup \{0\} \cup \mathbb{N}.$$

Usar as Equações Diofantinas Lineares, no Ensino Fundamental, é uma estratégia para despertar interesses dos educandos, de modo a possibilitar melhorias na aprendizagem, além de obter as habilidades destacadas anteriormente. Pommer (2013) e Campos (2015) afirmam que o trabalho com as Equações Diofantinas Lineares no Ensino Fundamental pode representar uma forma de se ampliar o trato algébrico/aritmético dos alunos por intermédio de problemas.

Campos (2015) ainda completa que as Equações Diofantinas Lineares são extremamente ricas em situações problemas que permitem o aprofundamento da linguagem aritmética e algébrica, levando os alunos a perceberem as otimizações de tais linguagens.

O interesse por essas equações surgiu durante as aulas da disciplina de Aritmética cursada no mestrado. A partir de minha experiência na Educação Básica, avistei nas equações Diofantinas Lineares, um tema que permite construir diversas situações problemas compreensíveis para a aprendizagem dos educandos, surgindo desta forma a questão: por que essas equações não aparecem enfaticamente e tampouco explicitamente em livros didáticos da Educação Básica? Os professores da Educação Básica têm conhecimento dessas equações?

Neste trabalho pretendeu-se discutir a relevância das Equações Diofantinas Lineares e suas contribuições para a Educação Básica a partir de um levantamento bibliográfico, em pesquisas na área do ensino da Matemática. Para mais, buscou-se apresentar uma perspectiva de um grupo de professores da Educação Básica acerca dessas equações.



Este trabalho se deu de forma qualitativa e de cunho exploratório. Como instrumento de produção de dados, buscou-se fazer além de um levantamento bibliográfico, a elaboração de um questionário e encontros de grupo focal de modo a proporcionar informações relevantes sobre o tema.

Entende-se como pesquisa de cunho exploratório a descrita por Gil (2002, p. 41), aquelas que “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito”. Complementado ainda por Gil algumas dessas “pesquisas envolvem: (a) levantamento bibliográfico; (b) entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado”.

Já em relação ao grupo focal, Powell e Single (1996 apud GATTI, 2005, p. 7) explica que se refere a “um conjunto de pessoas selecionadas e reunidas por pesquisadores para discutir e comentar um tema, que é objeto de pesquisa, a partir de sua experiência pessoal”. A reunião em questão para o desenvolvimento da pesquisa se deu de forma virtual, em razão da pandemia do COVID-19. Tendo como ferramenta para convidar os professores um aplicativo de mensagens. Foram realizados dois encontros: um com professores da Educação Básica que tiveram a qualidade de terem estudado as Equações Diofantinas Lineares em algum momento de sua formação, possibilitando discutir e refletir sobre o tema, e outro com professores que não tiveram ou não lembraram de terem aprendido.

As buscas bibliográficas para a constituição das fontes importantes para a fundamentação do trabalho, se deram na plataforma de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, por ser o programa de mestrado do autor, com filtro de data a partir de 2014, desde quando a plataforma começou a inserir trabalhos com padrões de dissertações. As buscas se deram ainda na plataforma do Google Scholar, que é uma plataforma de pesquisa que reúne um enorme acervo de publicações de conteúdo científico e na plataforma Scielo - Biblioteca Eletrônica Científica Online, ambas por serem bibliotecas digitais de pesquisa científicas com fácil acesso, possibilitando a busca com filtro de período a partir de 2017. Ainda se buscou dados na plataforma da Revista do Professor de Matemática por apresentar artigos que contribuam para o ensino, porém as publicações encontradas, no caso duas, foram anteriores ao filtro do ano 2017. Ambas as pesquisas se deram até o período de 2020.

As buscas nas diferentes plataformas, se deram no idioma da Língua Portuguesa, com as palavras “equação diofantina linear” como filtro de pesquisa e selecionados manualmente apenas as equações lineares, apresentadas no título ou filtrados a partir das leituras dos resumos dos trabalhos.

Na plataforma do PROFMAT, buscou-se pela palavra “diofantina”, para possibilitar encontrar mais trabalhos e a partir dela se fez a seleção dos trabalhos manualmente por meio das leituras dos resumos, de modo que os trabalhos fossem focados no tipo linear da equação, pois as equações Diofantinas podem ser também quadráticas.

Após a leitura dos resumos dos trabalhos encontrados no processo do levantamento bibliográfico, foram selecionados os documentos para a constituição do corpus, conforme a tabela 3 - Dissertações do PROFMAT e a tabela 4 - Artigos e Dissertações- Equações Diofantinas Lineares, apresentadas no capítulo 3.

Na etapa de seleção das publicações não foram selecionadas monografias como fonte de pesquisa para obtenção do corpus.

Para o desenvolvimento deste trabalho seguiram-se os procedimentos de pré-análise, exploração, tratamento e interpretação dos dados; fazendo categorias para a discussão conforme a frequência, expressividade ou intensidade da relevância apresentada nos materiais analisados. Utilizou-se essa análise tanto para o levantamento bibliográfico quanto para o grupo focal.

Os detalhes de como se deu o desenvolvimento e seleção do grupo focal pode ser acompanhado no capítulo 4 deste trabalho.

Mediante a leitura do resumo e das considerações finais ou conclusão dos trabalhos encontrados no levantamento bibliográfico e da transcrição dos áudios do grupo focal, foram escolhidos e tratados os indicadores de análise, realizando a exploração do material e análise destes conforme os capítulos 3 e 4.

## 2. AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES

Neste capítulo, apresentar-se-á os conceitos do que é compreendido e o que são as Equações Diofantinas Lineares, além de um pouco da história do homenageado Diofanto.

Uma equação da forma  $aX + bY = c$ , com os coeficientes  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$  é denominada de Equação Diofantina Linear, em homenagem ao matemático grego Diofanto (Santos, 2010).

Embora sejam consideradas equações diofantinas lineares, apenas aquelas que são relativas a  $\mathbb{Z}$ , não era apenas as soluções inteiras que Diofanto procurava, mas também as soluções racionais nos problemas semelhantes a esse tipo, que podem admitir infinitas soluções.

Para Milies e Coelho (2001, p. 97) esses tipos de problemas deveriam ser associados “ao nome de Fermat, que foi o primeiro a chamar atenção sobre as questões aritméticas estritamente no conjunto dos números inteiros, no preâmbulo de um problema que propôs em 1657”.

### 2.1 Diofanto de Alexandria

Pouco se sabe sobre a vida de Diofanto de Alexandria, seja quando nasceu ou quando morreu, mas alguns historiadores acreditam que ele deve ter morrido com 84 anos, durante o século III depois de Cristo. O poema escrito na sua sepultura, leva a uma equação, cuja solução permite concluir que ele viveu 84 anos. Segue um trecho da escrita da sepultura destacada por Eves (2005, p. 225):

“Aqui foram sepultados os restos de Diofanto; E os números podem mostrar. Oh milagre! Que longa foi sua vida; Cujas sexta parte constituiu a sua infância; Tinha decorrido uma duodécima parte da sua vida quando de pêlos se cobriu a sua barba; E a sétima parte da sua vida ocorreu um casamento; Ao que aos cinco anos se deu o nascimento do seu precioso primogênito. Que entregou seu corpo, sua maravilhosa existência durou somente a metade da de seu pai na terra; E com profunda pena desceu à sua sepultura, tendo vivido mais quatro anos após a descida de seu filho, mitigando a sua dor com investigações sobre a ciência dos números”.

Historicamente a álgebra, ramo da matemática que estuda as equações, foi dividida em três partes: a verbal, a sincopada e a simbólica. Dessas fases, Diofanto fez parte da sincopada, onde começa-se a abreviar as incógnitas ou as

operações. Seu principal feito para essa fase ser iniciada, foi introduzir a primeira letra grega como número, fazendo com que alguns historiadores o titulem de Pai da Álgebra, ainda que outros matemáticos também ganhem este título, como Al-Khowârizmî e François Viète.

O símbolo que Diofanto utilizou como incógnita para suas equações foi a letra sigma -  $\Sigma$  do alfabeto grego, a letra foi utilizada para melhor expressar as suas equações de forma abreviada e clara. Neste período da álgebra sincopada, “se adotaram abreviações para algumas das quantidades e operações que se repetiam mais frequentemente” (EVES, 1997, p. 206).

Dos 13 livros escritos por Diofanto, alguns se perderam pelo tempo. Sua obra mais famosa é a Arithmética, composta por uma coleção de 150 problemas sob forma de exemplos numéricos.

A partir dos trabalhos de Diofanto, surge um modo de pensar, bem mais próximo, do que hoje chamamos de álgebra, e com um grande avanço para a solução de equações ao introduzir o simbolismo, o que permitiu atribuir-lhe o título de pai da álgebra. Acerca da obra Arithmética de Diofanto, Gama (2013, p. 52) afirma-se que:

Os ensinamentos aí contidos influenciaram bastante as épocas posteriores, até a modernidade. Começa com uma introdução geral sobre os polinômios e as operações entre eles. Apresenta uma série de problemas em primeiro e segundo grau, bem como de análise indeterminada. Diofanto deu um grande avanço para a solução de equações ao introduzir o simbolismo. Note-se que os seus símbolos algébricos começam por corresponder a abreviaturas de conceitos numéricos.

Um dos problemas apresentados em seu livro III é o problema seis: “Encontre três números tais que a soma de todos é um quadrado e a soma de dois quaisquer deles também é um quadrado” (EVES, 2008, p. 207). Sendo respondido por Diofanto como: 80, 320, 41.

Ao Diofanto também é atribuído os primeiros registros implícitos do uso de números negativos. Para Fossa (2007, p. 163) “Diofanto, de fato, foi um dos últimos grandes matemáticos da cultura grega e é só na sua obra, Arithmética, que percebemos algumas evidências para o uso dos números negativos entre os gregos”.

## 2.2 A Equação Diofantina Linear

As equações da forma  $aX + bY = c$  com  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$  e  $a$  e  $b$  diferentes de zero, são chamadas de Equações Diofantinas Lineares quando admitem soluções inteiras.

Diversas situações do cotidiano podem ser resolvidas usando os conhecimentos acerca das Equações Diofantinas Lineares. Veja, por exemplo, o problema a seguir: De quantas maneiras é possível comprar passagens de ônibus, corredor e janela, que custam R\$ 5,00 e R\$ 6,00 respectivamente, gastando um total de R\$ 40,00?

Ou ainda, uma situação diferente que descreve a mesma equação: Uma família com 40 pessoas necessita alugar carros para viajar. A locadora possui apenas carros com 5 ou 6 lugares. Quais são as possibilidades de alugar os carros para atender as 40 pessoas sem sobrar lugar ou deixar alguém de fora?

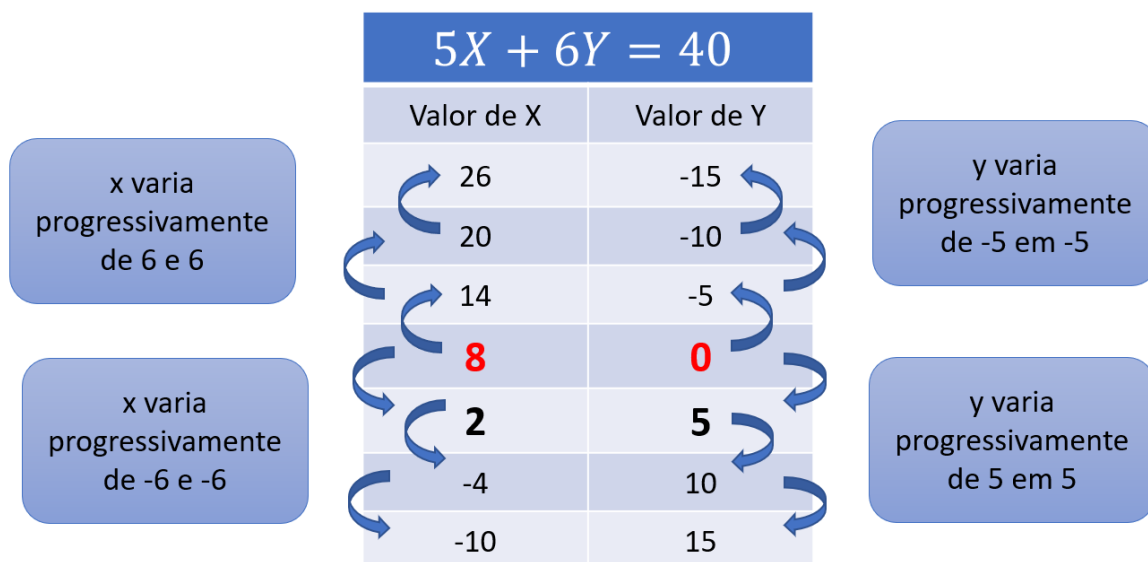
Estes dois problemas podem ser escritos algebricamente da forma:  $5X + 6Y = 40$  com solução em  $\mathbb{N} \cup \{0\}$  – Conjunto dos números naturais incluindo o zero.

Nota-se rapidamente que uma possível solução para esta equação, é o par de inteiros  $x_0 = 8$  e  $y_0 = 0$ , a partir dessa solução encontra-se infinitas soluções para a equação  $5X + 6Y = 40$ , mas não especificamente para o problema ( $5X + 6Y = 40$  com soluções em  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ ).

A partir da solução  $x_0 = 8$  e  $y_0 = 0$ , da equação  $5X + 6Y = 40$  pode-se encontrar todas as possíveis soluções  $(x, y)$  aumentando  $x_0$  de 6 em 6 e diminuindo  $y_0$  de 5 em 5, ou diminuindo  $x_0$  de 6 em 6 e aumentando  $y_0$  de 5 em 5.

Algumas das possíveis soluções da equação acima (desconsiderando a restrição da solução estar no conjunto  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ ) estão listadas a seguir:

Figura 1 - Soluções do problema



Fonte: Autor

Considerando a restrição imposta às soluções, isto é, de pertencer ao conjunto  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ , encontra-se a partir da solução  $x_0 = 8$  e  $y_0 = 0$ , apenas outra solução,  $x = x_0 - 6$  e  $y = y_0 + 5$ , satisfazendo as condições do problema. Neste ponto pode-se trazer um paralelo com a maneira de encontrar as soluções da equação geral  $aX + bY = c$ .

Sendo o par ordenado  $(x_0, y_0)$  uma solução da equação  $aX + bY = c$ , as outras soluções podem ser encontradas acrescentando progressivamente ao valor encontrado de  $x_0$  o valor do coeficiente  $b$  e subtraindo ao valor encontrado de  $y_0$  o valor do coeficiente  $a$  ou, subtraindo de  $x_0$  o valor do coeficiente  $b$  e, adicionando progressivamente a  $y_0$  o valor do coeficiente  $a$ . Será demonstrado mais adiante que se o par ordenado  $(x_0, y_0)$  é solução, então as outras soluções são da forma:  $x = x_0 + bt$ ,  $y = y_0 - at$  para todo  $t \in \mathbb{Z}$ .

Na equação anterior, foi possível encontrar com certa facilidade uma solução, porém, isto não é sempre possível, até porque, algumas Equações Diofantinas Lineares podem ou não ter solução. Se o problema anterior pudesse ser expresso pela equação  $4X + 6Y = 37$ , não teria solução, pois a expressão  $4X + 6Y$  sempre será um número par, enquanto verifica-se que o resultado 37 é ímpar. Então, como saber quando uma Equação Diofantina tem ou não solução? Para responder a esta pergunta, retomar-se-á ao exemplo inicial  $5X + 6Y = 40$ , com solução em  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ .

Considerando que o par ordenado  $(x, y)$  é uma solução da equação acima, então é possível escrever a equação na forma:  $5x + 6y = 40$

Além disso, verifica-se que:

**(1)**  $d = \text{máximo divisor comum} = \text{mdc}(5,6)$  é um divisor de 5, isto é,  $\exists c \in \mathbb{Z}$  tal que  $c \cdot d = 5$ , e,

**(2)**  $d$  é um divisor de 6, isto é,  $\exists c' \in \mathbb{Z}$  tal que  $c' \cdot d = 6$ .

Multiplicando por  $x$  a equação **(1)** e por  $y$  a equação **(2)** obtém-se:

$$x \cdot c \cdot d = 5x \text{ e } y \cdot c' \cdot d = 6y$$

logo,  $x \cdot c \cdot d + y \cdot c' \cdot d = 5x + 6y = 40$  segue que  $d \cdot (xc + yc') = 40$ . Portanto  $d$  é um divisor de 40.

Concluimos então que, se o par de inteiros positivos,  $(x, y)$ , for solução da equação  $5X + 6Y = 40$ , então  $d = \text{mdc}(5,6)$  é um divisor de 40.

Generalizando o raciocínio anterior, é possível mostrar que: se a Equação Diofantina  $aX + bY = c$ , com  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$ ,  $a$  e  $b$  diferentes de zero, tem solução, então  $d = \text{mdc}(a, b)$  é um divisor de  $c$ . Isto é:

**(3)** Se  $aX + bY = c$  tem o par ordenado  $(x, y)$  como solução então o  $\text{mdc}(a, b)$  é um divisor de  $c$ .

Essa informação equivale dizer que se o  $\text{mdc}(a, b)$  não é um divisor de  $c$ , então a equação diofantina não tem solução.

Tomando novamente a equação  $4X + 6Y = 37$ , como exemplo, tem-se que o  $\text{mdc}(4,6) = 2$  e 2 não é um divisor de 37, logo a equação diofantina  $4X + 6Y = 37$  não tem soluções inteiras.

Analogamente, a equação  $3X + 6Y = 40$  tem  $\text{mdc}(3,6) = 3$  e 3 não é um divisor de 40, logo a equação não tem soluções em  $\mathbb{Z}$ . Dado o exposto é possível afirmar que se  $\text{mdc}(a, b)$  não divide o coeficiente  $c$  então a equação não terá solução, porém, veja que nada pode-se afirmar até este ponto, sobre as soluções se  $\text{mdc}(a, b)$  divide  $c$ . Será que se  $\text{mdc}(a, b)$  divide  $c$  então a equação tem solução? Ou seja, vale a volta da equação **(3)**? A resposta para esta pergunta é "sim" e será dada no teorema a seguir.

**Teorema:** Sejam  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$  e  $d = \text{mdc}(a, b)$ . Existe solução para a Equação Diofantina Linear  $aX + bY = c$  se e somente se o  $\text{mdc}(a, b)$  é um divisor de  $c$ .

**Demonstração:** Mostrar-se-á a primeira implicação, brevemente discutida anteriormente.

Se a Equação Diofantina Linear  $aX + bY = c$  tem solução, então  $\text{mdc}(a, b)$  é um divisor de  $c$ .

Seja o par ordenado  $(x, y)$  uma solução da Equação Diofantina Linear e  $d = \text{mdc}(a, b)$ . Dado que  $d$  é um divisor de  $a$  segue que  $d$  é um divisor de  $ax$ . De fato, se  $d$  é um divisor de  $a$ ,  $\exists c \in \mathbb{Z}$  tal que  $c \cdot d = a$ , logo  $c \cdot d = ax$ , ou seja,  $d$  é um divisor de  $ax$  **(1)**.

Analogamente, se  $d$  é um divisor de  $b$  segue que  $d$  é um divisor de  $by$ .

Se  $d$  é um divisor de  $ax$  e  $d$  é um divisor de  $by$  então  $d$  é um divisor de  $ax + by$ , isto é,  $d$  é um divisor de  $c$ .

Agora mostrar-se-á a volta dessa implicação, isto é, se  $d = \text{mdc}(a, b)$  é um divisor de  $c$  então a equação  $aX + bY = c$  tem solução.

Se  $d$  é um divisor de  $c$ , existe um inteiro  $k$  tal que  $kd = c$ , além disso, pelo teorema de Bézout, existem inteiros  $m$  e  $n$ , tais que  $d = ma + nb$ . Multiplicando esta equação por  $k$  obtém-se:  $kd = kma + knb$  isto é,  $c = kd = kma + knb$ .

Portanto, a Equação Diofantina Linear  $aX + bY = c$  tem solução  $x_0 = km, y_0 = kn$ .

**Teorema:** Sejam  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$ , com  $a$  e  $b$  não ambos nulos, tais que  $d = \text{mdc}(a, b)$  divide  $c$ . Escrevendo  $d$  na forma  $d = ra + sb$ , com  $s$  e  $r \in \mathbb{Z}$ , tem-se que  $x_0 = r \cdot \frac{c}{d}$  e  $y_0 = s \cdot \frac{c}{d}$  é uma solução da equação  $aX + bY = c$ . E toda outra solução é da forma:  $x = r \cdot \frac{c}{d} + \frac{b}{d}t = x_0 + \frac{b}{d}t$  e  $y = s \cdot \frac{c}{d} - \frac{a}{d}t = y_0 - \frac{a}{d}t$  com  $t \in \mathbb{Z}$ . Reciprocamente, para todo  $t \in \mathbb{Z}$  os valores  $x$  e  $y$  dados pelas fórmulas de soluções acima são soluções da equação.

**Demonstração:** Dado que  $d = ra + sb$ , multiplicando ambos os membros por  $\frac{c}{d}$  tem-se que:  $r \frac{c}{d}a + s \frac{c}{d}b = d \frac{c}{d} = c$ .



Logo,  $x_0 = r \cdot \frac{c}{d}$  e  $y_0 = s \cdot \frac{c}{d}$  é uma solução.

Deve-se provar agora que todo par de inteiros da forma dada ao enunciado é solução e, reciprocamente, que toda solução é dessa forma.

De fato, dado  $x = x_0 + \frac{b}{d}t$ ,  $y = y_0 - \frac{a}{d}t$ , substituindo na equação  $aX + bY = c$ , tem-se que:

$$a(x_0 + \frac{b}{d}t) + b(y_0 - \frac{a}{d}t) = c$$

$$ax_0 + \frac{ab}{d}t + by_0 - \frac{ba}{d}t = c$$

$$ax_0 + by_0 = c$$

Seja agora  $(x', y')$  uma solução, mostrar-se-á que existe um  $t \in \mathbb{Z}$  tal que

$$x' = x_0 + \frac{b}{d}t \text{ e } y' = y_0 - \frac{a}{d}t.$$

Como  $(x', y')$  é solução, tem-se que  $ax' + by' = ax_0 + by_0$ , donde

$$a(x' - x_0) + b(y' - y_0)$$

Como existem  $a_1$  e  $b_1$  não nulos tais que  $a = a_1d$  e  $b = b_1d$ , tem-se que  $\text{mdc}(a_1, b_1) = \text{mdc}(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = \frac{d}{d} = 1$

Dividindo a expressão acima por  $d$ , vem que:  $a_1(x' - x_0) = b_1(y_0 - y')$

Em particular,  $b_1$  divide  $a_1(x' - x_0)$ , pois  $b_1$  divide o segundo membro. Como  $\text{mdc}(a_1, b_1) = 1$ , tem-se que  $b_1$  divide  $(x' - x_0)$  pelo teorema de Euclides e existe  $t \in \mathbb{Z}$  tal que  $(x' - x_0) = b_1t$ , isto é,  $x' = x_0 + \frac{b}{d}t$

Ainda substituindo  $(x' - x_0)$  por  $b_1t$  na expressão  $a_1(x' - x_0) = b_1(y_0 - y')$ , tem-se  $a_1b_1t = b_1(y_0 - y')$ , donde  $\frac{a_1b_1t}{b_1} = (y_0 - y') = a_1t = (y_0 - y')$ , logo,  $y' = y_0 - a_1t$ , e como  $a = a_1d$ , tem-se que  $y' = y_0 - \frac{a}{d}t$ .

O que se prova que toda solução de uma Equação Diofantina Linear é da forma:  $x = x_0 + \frac{b}{d}t$  e  $y = y_0 - \frac{a}{d}t$ .

### 2.3 Diferentes métodos para resolver uma Equação Diofantina Linear

Quando a abordagem for resolução de problemas, nem sempre se terá uma única forma de solucionar o determinado problema. Uma Equação Diofantina Linear tem diferentes formas de resolução. Um dos métodos para encontrarmos as possíveis respostas da Equação Diofantina  $aX + bY = c$  é o método por tentativa e erro. A partir de uma solução encontrada basta aplicar essa solução obtida por tentativa na fórmula geral  $x = x_0 + \frac{b}{d}t$  e  $y = y_0 - \frac{a}{d}t$  com  $t \in \mathbb{Z}$  para obter as outras soluções. Embora seja uma estratégia que possa levar muito tempo de resolução, é uma forma a ser considerada, pois essa estratégia é essencial para muitos problemas algébricos nos quais o solucionador não lembre de fórmulas, mas precise construir as suas soluções através de conceitos matemáticos simples.

A seguir serão apresentadas outras formas possíveis para solucionar uma Equação Diofantina Linear. Para as formas será considerado a equação:  $5X + 6Y = 40$ , do problema citado anteriormente: A locadora possui apenas carros com 5 ou 6 lugares. Quais são as possibilidades de alugar os carros para atender as 40 pessoas sem sobrar lugar ou deixar alguém de fora? Neste caso será considerado apenas o conjunto  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ .

Outra forma de resolver a Equação Diofantina  $5X + 6Y = 40$  é utilizando o método de Euler, que analisa primeiramente se o problema tem solução, no caso como o  $mdc(5,6) = 1$  e 40 é divisível por 1, então o problema tem solução. A partir daí tem-se:  $5x + 6y = 40$  então  $6y = 40 - 5x$  logo  $y = \frac{40-5x}{6}$ , isto é,  $y = 6 + \frac{4-5x}{6}$ , considerando que a fração  $\frac{4-5x}{6}$  deve ser um inteiro  $u$ , então  $u = \frac{4-5x}{6}$  logo  $x = \frac{-6u+4}{5}$  isto é  $x = -u + \frac{-u+4}{5}$  considerando que a fração  $\frac{-u+4}{5}$  deve ser um inteiro  $t$ , então  $6u + 5x = 4$ . Como  $t = \frac{-u+4}{5}$  então  $5t + u = 4$ .

Encontrando uma solução particular ( $t = 1$  e  $u = -1$ ) para este caso, basta retornar nas equações anteriores e substituir os valores, onde se  $x = \frac{-6u+4}{5}$  então  $x = \frac{-6 \cdot (-1) + 4}{5} = 2$  e se  $y = 6 + \frac{4-5x}{6}$  então  $y = 6 + \frac{4-5 \cdot 2}{6} = 5$ . Permitindo encontrar uma possível solução, o par ordenado  $(2,5)$ , para o problema.

A equação  $5x + 6y = 40$  ainda pode ser resolvida também utilizando o método de reagrupamento. Veja:

$$5x + 5y + 1y = 40 \text{ então } 5(x + y) + 1y = 40 \text{ logo } 5(x + y) = 40 - 1y.$$

Nota-se que 5 divide  $40 - 1y$ , logo pode-se pegar com uma solução particular o  $y = 0$  ou  $y = 5$ . E ao substituirmos os valores na equação, e resolvendo a equação do primeiro grau denotado pela substituição, encontra-se  $x = 8$  ou  $x = 2$  respectivamente. E a partir da fórmula geral de soluções, encontra-se todas as outras possíveis conforme as restrições do problema, ou seja, apenas soluções do  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ .

E ainda, caso seja de conhecimento do resolutor, será possível resolver a equação  $5x + 6y = 40$  por congruência. Vale ressaltar que é recomendável conferir sempre se a equação tem solução ou não. Como nas resoluções anteriores já foi verificado, seguir-se-á à próxima etapa.

$$5x + 6y = 40 \text{ então } 5x - 40 = 6 \cdot (-y) \text{ logo } 5x \equiv 40 \pmod{6} \text{ isto é:}$$

$$5x \equiv 5 \cdot 8 \pmod{6}$$

$$x \equiv 8 \pmod{6}$$

$$x \equiv 2 \pmod{6}$$

Desta forma  $x = 8$  é uma solução particular, e substituindo este valor na equação encontra-se  $y = 0$ . Sendo possível obter a solução geral por:

$$x = 8 + 6k \text{ e } y = 0 - 5k \text{ com } k \in \mathbb{Z}$$

A resolução por classes residuais é um outro método a ser considerado como uma estratégia de resolução. Resolvendo a equação  $5x + 6y = 40$ , tem-se que o  $\text{mdc}(5,6) = 1$  e como 1 divide 40, tem-se que a equação tem solução.

Ao escolher um dos coeficientes, 5, 6 ou 40 como referência para as classes residuais é preferível escolher o menor. Tomando o 5, tem-se as classes residuais módulo 5 dos inteiros 5, 6, 40 sendo respectivamente  $[0]$ ,  $[1]$  e  $[0]$ .

Aplicando a equação  $[0]x + [1]y = [0] \pmod{5}$ , tem-se que  $1y \equiv 0 \pmod{5}$ , logo, como de imediato verifica-se que  $1 \cdot 0 \equiv 0 \pmod{5}$ , tem-se que  $y=0$  sendo possível escrever a equação geral como  $y = 0 - 5k$  e aplicando na equação  $5X +$

$6Y = 40$ , obtem-se o valor de  $5x + 6 \cdot (0 - 5k) = 40$ , resultando em  $x = 8 + 6k$ , que são as equações gerais para encontrar todas as soluções da Equação Diofantina Linear.

As estratégias para resolver uma Equação Diofantina Linear são diversas. Cada resolutor tem a sua maneira e cada um tem preferência por um procedimento conforme suas vivências e aprendizagens. Há ainda quem não conheça nenhuma das estratégias acima citadas e opte por resolver usando o método de tentativa e erro. Ou ainda utilizar a estratégia de isolar uma variável. Por exemplo, isolando  $x$  na equação  $5X + 6Y = 40$ , tem-se  $x = \frac{40-6y}{5}$ , bastando testar valores inteiros na variável  $y$  de modo a resolver o cálculo e  $x$  resultar em um número inteiro.

Para resolver essas equações, pode-se ainda, resolver usando o método do Algoritmo de Euclides. Para exemplificar usar-se-á a equação  $5x + 6y = 40$  dos problemas citados. Já se sabe que o  $mdc(5,6) = 1$ , logo, aplicando o algoritmo tem-se:

**Tabela 1:** Algoritmo de Euclides

	1	5
6	5	1
1	0	

*Fonte:* Autor

A partir do algoritmo tem-se que:  $1 = 6 - 5 \cdot 1$ , multiplicando ambos os lados por 40 tem-se,  $40 = 6 \cdot 40 - 5 \cdot 40$  ou ainda,  $40 = 5 \cdot (-40) + 6 \cdot 40$ .

Note que uma opção de solução para o problema é  $x = -40$  e  $y = 40$ . Aplicando na fórmula padrão  $x = x_0 + \frac{b}{d}t$  e  $y = y_0 - \frac{a}{d}t$ , tem-se:  $x = -40 + 6t$  e  $y = 40 - 5t$  com  $t \in \mathbb{Z}$ .

Como ambos os valores das variáveis devem ser positivos, nesse exemplo, tem-se que:

$$-40 + 6t \geq 0 \text{ logo } t \geq \frac{40}{6} \text{ então } t \geq 6,66... \text{ e,}$$

$$40 - 5t \geq 0 \text{ logo } t \geq \frac{40}{5} \text{ então } t \geq 8$$

Para solucionar o problema apenas com valores inteiros positivos os valores de  $t$  ou são 7 ou 8.

**Tabela 2:** Tabelas de Soluções

$x = -40 + 6t$	Soluções	$y = 40 - 5t$	Soluções
$x = -40 + 6.7$	$x = 2$	$y = 40 - 5.7$	$y = 5$
$x = -40 + 6.8$	$x = 8$	$y = 40 - 5.8$	$y = 0$

*Fonte:* Autor

Ainda que o educando não conheça uma estratégia imediata para a resolução dessas equações, o uso delas em sala de aula pode favorecer o desenvolvimento dos cálculos mentais e despertar muitas vezes o levantamento de hipóteses a partir de seus conhecimentos prévios, contribuindo para o seu letramento matemático que tem grande importância para o ensino da matemática.

As habilidades necessárias para resolução das Equações Diofantinas Lineares são apresentadas a partir do Ensino Fundamental - anos finais, compreendidos do sexto ao nono ano. A partir do sexto ano o aluno já começa ter aprendizagens para desenvolver habilidades relacionadas ao máximo divisor comum, tema este, que permite verificar se há solução ou não. A BNCC (2018, p. 306), aponta que os alunos devam ter acesso às habilidades como a “(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor” e a “(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos”, habilidades essas que podem facilitar as estratégias para resolver as Equações Diofantinas.

De acordo com a BNCC:

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade -, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para

resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p. 35).

O ensino das Equações Diofantinas Lineares pode possibilitar o desenvolvimento das habilidades de forma heurística em situações problemas acessíveis à sua compreensão, como os exemplos citados anteriormente, da locação de carros: Uma família com 40 pessoas necessita alugar carros para viajar. A locadora possui apenas carros com 5 ou 6 lugares. Quais são as possibilidades de alugar os carros para atender as 40 pessoas sem sobrar lugar ou deixar alguém de fora?

Destaca-se ainda, diversas contribuições dessas equações para o ensino, o que apresentar-se-á a seguir.

### **3. A RELEVÂNCIA DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA PERSPECTIVA DAS DISSERTAÇÕES DO PROFMAT**

Apresentar-se-á neste capítulo a relevância que as Equações Diofantinas Lineares têm para o ensino da matemática, segundo a visão de outros autores de dissertações do programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, complementando ainda, com a visão de outros pensadores da área da educação matemática, de modo a justificar tal relevância para educação e o que se espera atingir na aplicação deste conteúdo para os educandos da Educação Básica.

#### **3.1 A Equação Diofantina Linear nas dissertações do PROFMAT**

Certamente as Equações Diofantinas Lineares não farão parte das lembranças de muitos educandos por não fazer parte dos objetos de conhecimentos obrigatórios da BNCC. Outro aspecto a considerar, é que alguns conteúdos da Educação Básica são mais lembrados que outros, por isso, em determinados momentos alguns conteúdos são mais destacados, enquanto outros podem até ser esquecidos. E pensando na importância que determinados conteúdos matemáticos têm por serem recorrentes em várias séries da Educação Básica, ou nos vestibulares ou ainda por ter grande relevância por utilidade de nosso cotidiano, realizou-se um levantamento de como os autores das dissertações do programa PROFMAT consideram importante o tema: Equações Diofantinas Lineares.

Consultou-se o site do programa PROFMAT, seção dissertações, usando como filtro trabalhos a partir de 2014, fez-se uma busca com a palavra “diofantina”, no campo título. Foram encontrados um total de trinta e seis trabalhos relacionados com as Equações Diofantinas. Desse levantamento foi elaborada uma tabela com todas as dissertações obtidas, realizadas em diversas universidades e diferentes regiões do Brasil vinculadas ao PROFMAT.

Após a elaboração da tabela, com objetivo de compreender como os autores dos trabalhos relacionados expuseram a importância dessas equações para o ensino da matemática, se deu início à leitura e análise de cada um dos trabalhos a seguir:

Tabela 3: Dissertações do PROFMAT

ANO	UNIVERSIDADE	AUTOR	TÍTULO
2014	UFRG	JOSIAS NEUBERT SAVÓIS	MÉTODO PARA RESOLVER EQUAÇÕES DIOFANTINAS COM COEFICIENTES NO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS
2014	UEM	ALEXANDRE HUNGARO VANSAN	EQUAÇÕES DIOFANTINAS: UM PROJETO PARA A SALA DE AULA E O USO DO GEOGEBRA
2014	UECE	MOÉSIO MORAIS DE SALES	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2014	UFC	NATÁLIA MEDEIROS DO NASCIMENTO	EQUAÇÕES DIOFANTINAS E O MÉTODO DAS SECANTES E TANGENTES DE FERMAT
2014	UFPI	FÁBIO PINHEIRO LUZ	O USO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PREPARAÇÃO OLÍMPICA
2014	UNB	RILDO RIBEIRO	EQUAÇÕES DIOFANTINAS: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO
2014	UFPR	JULIO CEZAR CORDEIRO DE PAULA	TÓPICOS DE ARITMÉTICA: EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2014	UNIFAP	KALAMA GUIMARAES LEITE	EQUAÇÃO DIOFANTINA LINEAR: APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO
2015	UFSM	ADILSON DE CAMPOS	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: POSSIBILIDADES DIDÁTICAS USANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
2015	UECE	ANTONIEL ABREU DOS ANJOS	EQUAÇÕES DIOFANTINAS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA E O MÉTODO DA DESCIDA INFINITA DE FERMAT
2015	UFMT	JACKSON PEREIRA JÚNIOR	FRAÇÕES CONTÍNUAS E EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES E NÃO-LINEARES
2015	UFC	CARLOS WAGNER ALMEIDA FREITAS	EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2016	UFRR	ALTINO DA SILVA NETO	CONVITE ÀS EQUAÇÕES DIOFANTINAS: UMA ABORDAGEM PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA
2016	UFSJ	BRUNO ALVES MARQUES	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES E EQUAÇÃO DE PELL: UMA ABORDAGEM VIA FRAÇÕES CONTÍNUAS
2017	UFG	LUCINDA FREESE ALVES	APLICAÇÕES DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS E UM PASSEIO PELO ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT
2017	UFBA	NADJARA SILVA PAIXÃO DE DEUS	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES E O GPS: NOVA CONEXÃO CURRICULAR



2017	UFAL	EDUARDA FERREIRA BARROS	EQUAÇÕES DIOFANTINAS NÃO LINEARES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
2018	UFT	BÁRBARA MEDEIROS VIEIRA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
2018	UEPB	RIVANILDO GARCIA DA SILVA	CONGRUÊNCIAS E EQUAÇÕES DIOFANTINAS: ALGUMAS APLICAÇÕES
2018	UFRRJ	ANDRE FELIPE FRANCO PEREIRA DE OLIVEIRA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: UMA PROPOSTA PARA AS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
2018	UFPA	LEANDRO FARIAS MAIA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2018	IMPA	LEONARDO BARBOZA DE SOUZA	APROXIMAÇÕES DIOFANTINAS E A TEORIA DAS FRAÇÕES CONTÍNUAS
2018	UTFPR	MARCIA ENI VOELZ	UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS VIETA JUMPING E DESCIDA INFINITA NA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS E PROBLEMAS ENVOLVENDO DIVISIBILIDADE
2019	UEPG	ALINE CATARINA DA SILVA	AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NO CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
2019	UEFS	ADNA LEILE ARAUJO DAMASCENO SILVA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES COM N VARIÁVEIS E APLICAÇÃO EM SALA DE AULA UTILIZANDO O GEOGÉBRA
2019	USP	YURI FALEIROS DA SILVA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2019	UFAM	FELIPE ARANTE MATOS	UMA ABORDAGEM PARA A DIFUSÃO DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES E QUADRÁTICAS
2019	UECE	ANTONIO AECIO LOPES FERREIRA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES
2019	UDESC	DÉBORA ELOÍSA NASS KIECKHOEFEL	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: ENTRE O FORMALISMO DO ENSINO SUPERIOR E A SALA DE AULA DA ESCOLA BÁSICA
2019	UESPI	DIEGO ADRIANO SILVA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: UM ESTUDO COM ALUNOS DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO
2019	UFERSA	ELVIS MAIKON REGES SOUSA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO UTILIZANDO JOGO MATEMÁTICO
2019	IFSP	PAULO VÍTOR DE SOUZA PERRI	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NO ENSINO MÉDIO POR MEIO DE TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAGEM

2020	UFTM	ERIKA BRINCK GONCALVES	UM BREVE ESTUDO SOBRE EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2020	UEM	VINÍCIUS BOMFIM CARDOSO	SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS COM COEFICIENTES NOS INTEIROS GAUSSIANOS
2020	UNESP	JOSÉ ROBERTO DUARTE	EQUAÇÕES DIOFANTINAS ASSOCIADAS A FUNÇÕES ARITMÉTICAS
2020	UFERSA	PATRÍCIO JÚNIOR DE SOUZA	UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES PARA O ENSINO MÉDIO

Fonte: Autor, adaptado do site PROFMAT.

Disponível em: <<https://www.proformat-sbm.org.br/dissertacoes/?polo=&titulo=diofantina&aluno=>>. Acesso em: 16 Mar. 2021.

Na plataforma, ainda é possível encontrar seis trabalhos do ano de 2013. Estes não foram analisados pois não seguiram um padrão de dissertações com aprovação de uma banca.

Nas dissertações citadas na tabela 3, foram abordadas as seguintes relevâncias para o ensino das Equações Diofantinas: resolução de problemas, cálculo e linguagem algébrica, interdisciplinaridade, preparação para olimpíadas ou vestibulares, relação com outros conteúdos matemáticos: função e progressão aritmética, extensão de alguns conteúdos do ensino superior e o despertar do raciocínio lógico e algébrico.

Embora no banco de dissertações do programa PROFMAT tenha se encontrado diversas relevâncias para o ensino das Equações Diofantinas, não foi encontrado de forma explícita as vantagens do ensino por meio dessas equações para os educandos.

Foram consultados artigos e dissertações externos ao programa PROFMAT, que permitiu ratificar as relevâncias levantadas anteriormente. Os artigos e dissertações selecionados para análise nas outras plataformas, consta na tabela a seguir:

**Tabela 4:** Artigos e Dissertações- Equações Diofantinas Lineares

ANO	UNIVERSIDADE / REVISTA	AUTOR	TÍTULO
2017	UNESP	ROMÁRIO SIDRONE SOUZA	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES, QUADRÁTICAS E APLICAÇÕES

2017	REVISTA ACTA KARIRI - PESQUISA E DESENVOLVIMENTO	MOÉSIO MORAIS DE SALES, LUCAS EDUARDO DA SILVA, CLÉCIO LUÊNIO LIMA FREIRE DE SOUZA	ANÁLISE COMPARATIVA DE SOFTWARES ALGÉBRICOS PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS
2020	MATEMÁTICA & CIÊNCIA – PUCMINAS	RUBENS VILHENA FONSECA, TEODORA PINHEIRO FIGUEROA E ANDREZA THALIA MENEZES MONTEIRO	A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA DISCRETA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
2020	TANGRAM - REVISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	CHEICK OUMAR DOUMBIA, GECIARA DA SILVA CARVALHO, SADDO AG ALMOULOU	ALGUMAS TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS DO PRIMEIRO GRAU A DUAS INCÓGNITAS EM Z
2020	VIDYA - REVISTA ELETRÔNICA	WAGNER MARCELO POMMER	MANIFESTAÇÕES DE ALUNOS INICIANTE DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM CIÊNCIAS FRENTE AO PAPEL ORGANIZADOR DA ESCRITA ALGÉBRICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS
2020	REMAT: REVISTA ELETRÔNICA DA MATEMÁTICA	DIEGO ADRIANO SILVA, ARNALDO SILVA BRITO, VALDIRENE GOMES DE SOUSA.	EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: UM ESTUDO COM ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO
2020	REMAT: REVISTA ELETRÔNICA DA MATEMÁTICA	LAERTE BEMM, VINICIUS BOMFIM CARDOSO E PRISCILA COSTA FERREIRA DE JESUS BEMM	SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS COM COEFICIENTES NOS INTEIROS GAUSSIANOS POR MEIO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS
2020	REVISTA ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATI	MARIA AUXILIADORA VILELA PAIVA, NELSON VICTOR LOUSADA CADE, VICTOR GIRALDO	UMA MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Fonte: Autor

O número de trabalhos encontrados nas plataformas Google Scholar e Scielo foi baixo, oito *versus* as trinta e seis do programa PROFMAT.

A seguir são discutidas cada uma dessas relevâncias, apresentando apontamentos oriundos dessas dissertações, com justificativas referentes à importância de tais equações. Complementarmente serão expostas as ideias de outros pesquisadores da área, a fim de oferecer um maior suporte a cada relevância destacada e em alguns momentos apresentar-se-á a fundamentação da BNCC ou Currículo Paulista acerca dos apontamentos.

### 3.2 Resolução de problemas

O ensino das Equações Diofantinas Lineares pode favorecer o desenvolvimento de habilidades de diferentes formas, uma delas e também a mais comentada nas dissertações com a abordagem das Equações Diofantinas Lineares é a relacionada à resolução de problemas. Autores de dissertações do programa PROFMAT como Adilson de Campos, Aline Catarina da Silva, André Fellipe Franco Pereira de Oliveira, Antoniel Abreu dos Anjos, Bárbara Medeiros Vieira, Eduarda Ferreira Barros, Elvis Maikon Reges Sousa, Fábio Pinheiro Luz, Kalama Guimaraes Leite, Moésio Moraes de Sales e Natália Medeiros do Nascimento compreendem e afirmam esse destaque como uma relevância do ensino, onde preconizam esta estratégia de modo a dar importância aos conteúdos dados em sala de aula.

Uma pergunta a se fazer é: Por que se deve ensinar a resolver problemas, ou por que a resolução de problemas é tão comentada e discutida no ensino de matemática? Primeiramente compreender-se-á, pela ótica de alguns autores, o que é um problema.

Para Polya (1978 apud ROMANATTO, 2012) “ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível” (p. 301).

Thompson (1989 apud ROMANATTO, 2012) afirma que:

Um problema inclui quebra-cabeças, labirintos e atividades envolvendo ilusões com imagens e considera que problemas devem possibilitar uma variedade de abordagens para a sua solução, não devem depender só de elementos conhecidos, mas conduzir à busca e descoberta de novas ideias... e, em geral, envolvem desafios, diversões e também frustrações. (p. 301).

Em termos filosóficos, para Saviani (2000 apud ROMANATTO, 2012) “Problema é uma questão cuja resposta desconhecemos e necessitamos conhecer, implica tanto a conscientização de uma situação de necessidade, como uma situação conscientizadora da necessidade” (p. 301).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações

ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” (BRASIL, 1997, p. 33).

Nessa perspectiva, Romanatto (2012, p. 301) afirma que “solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos”. O que condiz com as ideias de Ole Skovsmose (2000). Para este autor, problemas que não caem no paradigma do exercício, tornam o educando um cidadão competente, protagonista de suas decisões. Tratar atividades que não sejam consideradas práticas pedagógicas tradicionais, como repetições de exercícios sem contextualizações, pode favorecer a aprendizagem dos alunos, na prática de uma educação que desperte autonomia e protagonismo.

Documentos legais que organizam o que se deve ensinar e desenvolver na educação, como por exemplo, o Currículo Paulista, apontam a necessidade de despertar nos educandos, habilidades relacionadas à resolução de problemas de modo a favorecer a comunicação matemática. O Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2019, p. 313) define e promove a resolução de problemas como:

Uma atividade central no ensino e na aprendizagem de Matemática porque favorece não apenas que os estudantes articulem e refinam seu pensamento, mas também que percebam diferentes perspectivas para enfrentar uma dada situação. A possibilidade de enfrentar um desafio promove a reflexão e a valorização de formas pessoais de resolução, o uso da criatividade na busca de uma estratégia que modele e resolva a situação enfrentada, a convivência com diferentes pontos de vista, bem como o ajuste consciente, por cada um, de suas próprias estratégias.

A perspectiva do ensino por resolução de problemas, dada pelo Currículo Paulista, busca a efetividade nas ações e propostas escolares, a fim de formar cidadãos mais ativos, interessados em questionar, investigar e refletir sobre as decisões tomadas, alcançando ou conseguindo autonomia, o que para Skovsmose (2000) é algo fundamental, pois para o autor é preciso promover a autonomia intelectual dos educandos para que se tornem críticos, considerando que um cidadão crítico é um cidadão que age.

O ensino da matemática que tenha a prática na resolução de problemas, pode despertar também habilidades de investigação assim afirma Skovsmose (2000), e o Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2019, p. 366) complementa que nesse “exercício

investigativo podem ser desenvolvidos o pensamento crítico, a criatividade, a responsabilidade e a autonomia, bem como aprofundar as relações interpessoais”.

Através dessa prática, busca-se fazer com que os educandos se interessem mais pela matemática e que a vejam como uma disciplina lúdica e dinâmica, despertando novas perspectivas de resoluções e interações nos mais diversos cenários do cotidiano, de modo a promover o que se pede no Currículo Paulista (2009, p. 368), nas quais os estudantes possam: “observar o mundo a sua volta e fazer perguntas, analisar demandas, delinear problemas, planejar investigações e propor hipóteses”.

O ensino das Equações Diofantinas, estimula a autonomia do educando através da prática de resolução de problemas voltados para situações de cunho social, na qual o estudante se sinta identificado. Skovsmose (2001, p. 24) considera que os “problemas não devem pertencer a uma realidade de faz de contas sem nenhuma significação, exceto como uma ilustração da matemática como ciência das situações hipotéticas”.

A resolução de problemas, uma das relevâncias do ensino das Equações Diofantinas Lineares, é uma habilidade avaliada pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA (Program for International Student Assessment) coordenada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). As avaliações aplicadas buscam aferir se os estudantes atingiram ou não determinadas habilidades, e possibilita a partir dos resultados, criar estratégias para melhorar a qualidade da aprendizagem. Segundo Villani e Oliveira (2018, p. 1358 Apud GRENET, 2008):

O PISA avalia as competências em literacia (letramento). Em matemática, o objetivo do PISA é analisar a atitude do indivíduo para identificar e compreender os diferentes papéis desempenhados pela matemática no mundo, produzir julgamentos baseados nela, e se comprometer em função das exigências da vida presente e futura como cidadão construtivo, aplicado e reflexivo.

O PISA busca avaliar como os alunos aplicam seus conhecimentos. Segundo Ortigão, Santos e Lima, (2018, p. 378), o PISA busca também “analisar, raciocinar e se comunicar com eficiência, à medida que expõe, resolvem e interpretam problemas em diversas situações” que envolvem resoluções matemáticas presentes em seu cotidiano enquanto cidadão consciente, construtivo e reflexivo. Aspectos esses que

tornam importante a relevância da resolução de problemas que pode ser desenvolvida no ensino das Equações Diofantinas Lineares.

No trabalho de dissertação do programa PROFMAT com autoria do André Oliveira (2018) é possível verificar uma sequência de atividades, com foco na resolução de problemas, que podem ser resolvidas usando as estratégias das Equações Diofantinas Lineares. Destaco a seguinte atividade problema para exemplificar:

Uma pessoa resolve sacar uma quantia em espécie. Chegando no caixa eletrônico em uma agência bancária, essa pessoa percebeu que só havia duas opções de notas disponíveis: R\$ 5,00 e R\$ 20,00. Se essa pessoa deseja sacar R\$ 150,00, qual é o número de opções que ela dispõe para fazer o saque? (p. 36)

Nota-se que, embora a tendência futura seja fazer movimentações financeiras de modo virtual, ainda é possível atualmente passar por situações do cotidiano que nos possibilitam analisar tal problemática. Ou ainda, nos fazer deparar com a situação abaixo também citada por André Oliveira (2018):

Uma pessoa resolve comprar refrigerantes para o almoço em família de domingo. Chegando ao mercado, essa pessoa percebe que só havia duas opções de refrigerantes disponíveis: marca A, cujo preço é R\$4,00, e marca B, cujo preço é R\$5,00. Se essa pessoa deseja gastar R\$100,00 qual é o número de opções que ela dispõe para fazer a compra dos refrigerantes? (p. 41)

Além do exposto, também pode se encontrar na dissertação de Bárbara Vieira (2018) uma sequência didática, que dentre diversos assuntos referente às Equações Diofantinas Lineares, há uma proposta que possibilita aos alunos investigarem e construir conceitos matemáticos. A proposta consiste em aplicar problemas que estivessem no cotidiano dos alunos, de uma turma de 9º ano. A turma precisava arrecadar dinheiro para sua festa de formatura e, para que fosse bem-sucedida, decidiram fazer diversos eventos, dentre eles, festival de sorvetes, rifas e bazar, a fim de conseguir dinheiro para os gastos. A professora da turma decidiu usar o bazar como estratégia para a aprendizagem de situações problemas envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. No bazar havia apenas peças de R\$2,00 e R\$5,00. No dia do evento foi arrecadado uma quantia de R\$297,00 só com o bazar. Então, a professora propôs o desafio para os alunos adivinharem quantas peças de cada valor foram vendidas, sabendo que a diferença entre essas quantidades é a menor possível.

A atividade apresentada, que permite o uso das Equações Diofantinas Lineares no Ensino Fundamental, possibilita trabalhar situações problemas que estão na realidade dos educandos, motivando-os e tornando o conteúdo proposto interessante.

### **3.3 Interdisciplinaridade**

O ensino das Equações Diofantinas Lineares pode ainda favorecer a prática da interdisciplinaridade, autores de dissertações do programa PROFMAT como José Roberto Duarte, Josias Neubert Savóis e Nadjara Silva Paixão de Deus comentam essa relevância em suas dissertações.

Esses autores compreendem interdisciplinaridade como a interação de duas ou mais disciplinas que almejam um objetivo, possibilitando a integração dos conhecimentos.

Fazenda (1994, p. 43) afirma que “a interdisciplinaridade constitui o processo que deve levar do múltiplo ao uno”.

O conceito de interdisciplinaridade tem seu sentido em um contexto disciplinar: a interdisciplinaridade pressupõe a existência de ao menos duas disciplinas como referência e a presença de uma ação recíproca. O termo em si mesmo "interdisciplinaridade" significa a exigência dessa relação. (FAZENDA, 1994, p. 46 Apud GERMAIN 1991, p. 143)

A interdisciplinaridade busca atender e resolver problemas que estejam no cotidiano de quem a estuda. Devendo ter interação e organização de grupos, com a finalidade de “difusão do conhecimento e a formação de atores, colocando-se em prática as condições mais apropriadas para suscitar e sustentar o desenvolvimento dos processos e a apropriação dos conhecimentos como produtos cognitivos” afirma Fazenda (1994, p. 52).

O ensino das Equações Diofantinas Lineares condiz com a afirmação de Skovsmose (2001, p. 22) acerca da matemática ser o "estudo do que é verdadeiro em estados hipotéticos das coisas". Equações Diofantinas permitem trabalhar e despertar habilidades de um modo hipotético por intermédio de algumas situações contextualizadas. Pode-se usar ainda os problemas de forma interdisciplinar, relacionando aspectos e vivências sociais, no uso da experimentação do que é hipotético, onde os educandos podem investigar situações que poderiam ser possíveis



em seu meio. E permitir que os alunos desenvolvam papéis e atitudes ativas na resolução e análise de problemas em uma sociedade que está em constante evolução, ao integrar o conhecimento ao seu exercício prático de seu cotidiano.

O Currículo Paulista (2019) destaca essa relevância ao apontar que:

O trabalho interdisciplinar pode criar nos estudantes a motivação para aprender algo a partir de questões e problemas complexos, o que propicia que realizem conexões entre as áreas do conhecimento e seus respectivos componentes curriculares, bem como demonstrem criatividade, ampliem a atenção a problemas do entorno e outros, despertando a atenção e levando a uma maior compreensão dos objetos de conhecimento (p. 314-315).

A proposta de atividades interdisciplinares possibilita ao aluno praticar o processo de investigação ao se deparar com problemas do seu mundo real que instigam essa prática investigativa.

Cabe destacar, que a interdisciplinaridade requer um planejamento para as disciplinas, de modo a assegurar a troca entre as mesmas e a complementação que enriquece o conhecimento, a fim de que não seja somente um slogan para a atividade. Fazenda (1994, p. 119) afirma que “não existe uma pedagogia interdisciplinar única, ainda que o registro das práticas revele que os professores tendem a se valer de pedagogias inovadoras que promovam o diálogo e a capacidade de resolver problemas”. É preciso que haja integração entre as áreas para se obter de tal relevância, onde exista constantemente a troca de saberes entre as áreas, corroborando com esse enriquecimento.

Também no trabalho de dissertação do programa PROFMAT, Nadjara de Deus (2017) comenta que muitos conteúdos apresentados em sala de aula têm sido desenvolvidos de forma desinteressante, fazendo com que seja um desafio para os currículos propor tarefas que relacionam a matemática com conhecimentos prévios do educando. Para atender esse desafio, ela propõe o uso das Equações Diofantinas Lineares na aplicação da Geometria, na utilização do GPS (Sistema de Posição Global - Global Positioning System) como recurso para relacionar habilidades matemáticas e geográficas para a aquisição do conhecimento estudado.

Em sua dissertação, Deus (2017, p. 2) comenta que a interdisciplinaridade possibilita “garantir benefícios para o desenvolvimento integral do aluno, na construção do conhecimento, respeitando o tempo e espaço de cada um, tornando a

Matemática mais prazerosa, desafiante, útil e interessante”. Ao usar a trajetória que liga a aeronave ao ponto de toque da pista de pouso (representada por  $aX+bY = c$ ) o aluno relaciona o conteúdo das Equações Diofantinas Lineares com os conhecimentos de coordenadas geográficas de latitude, longitude e altitude. Além dos conceitos geográficos, será necessário também destacar no ensino os conceitos do espaço aéreo.

A atividade acima proposta por Deus (2017), embora não seja de fácil visualização a todos os alunos, em particular por aqueles que nunca visualizaram um GPS ou andaram de avião, pode trazer um repertório de conhecimentos que mobilize e cristalize habilidades relacionadas às Equações Diofantinas Lineares e conforme afirmado por Nadjara de Deus (2017) amplie habilidades cognitivas dos discentes.

Continuando com essa ideia, Savóis (2014) afirma que as Equações Diofantinas Lineares são um conteúdo que propicia não somente a contextualização de assuntos trabalhados em sala de aula, mas também a interdisciplinaridade. Ainda que não seja dado um exemplo pelo autor, é de muito valor que se possa aprofundar os conteúdos escolares e motivar os alunos a aprender.

Duarte (2020) aponta duas aplicações da resolução das Equações Diofantinas Lineares: balanceamento de uma equação química e determinação da fórmula molecular. Além dessas aplicações é apresentada resolução de Equações Diofantinas Lineares com mais de duas variáveis para resolver fluxo de tráfego. Duarte (2020) comenta a certa das relevâncias dessas aplicações:

No balanceamento de equações químicas, a abordagem diofantina, além de seu interesse intrínseco, tem as vantagens da aplicação mecânica e de ilustrar a variedade de métodos possíveis. (p. 107)

A ideia básica da determinação da fórmula molecular é que o número de átomos (de um elemento) e o número de moléculas (de uma substância) deve ser um inteiro positivo, e assim ocorre um problema diofantino. (p. 109)

O ensino das Equações Diofantinas Lineares é enriquecedor para o ensino da matemática quando se vê nela uma importância ou um alto potencial para a prática de atividades interdisciplinares, o que faz Campos (2015, p. 15) afirmar que problemas relacionados às Equações Diofantinas Lineares são interessantes pois, “permite se realizar um trabalho interdisciplinar, usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática”. E Perri (2019, p. 17) complementa que é “mais do que

isto, permite reforçar a concepção do conteúdo matemático como conteúdo interdisciplinar importante para a compreensão do mundo em que vivemos”.

Propor problemas relacionados às Equações Diofantinas Lineares, viabiliza propostas interdisciplinares partindo de vivências do aluno onde ele possa desenvolver a autonomia e se torne o protagonista do processo de investigação. É possível ainda que a relação de disciplinas possa quebrar estigmas daquelas que são consideradas mais difíceis, como é comum encontrar educandos que desenvolveram medo de aprender matemática.

### **3.4 A relação com outros conteúdos matemáticos da BNCC e do Ensino Superior.**

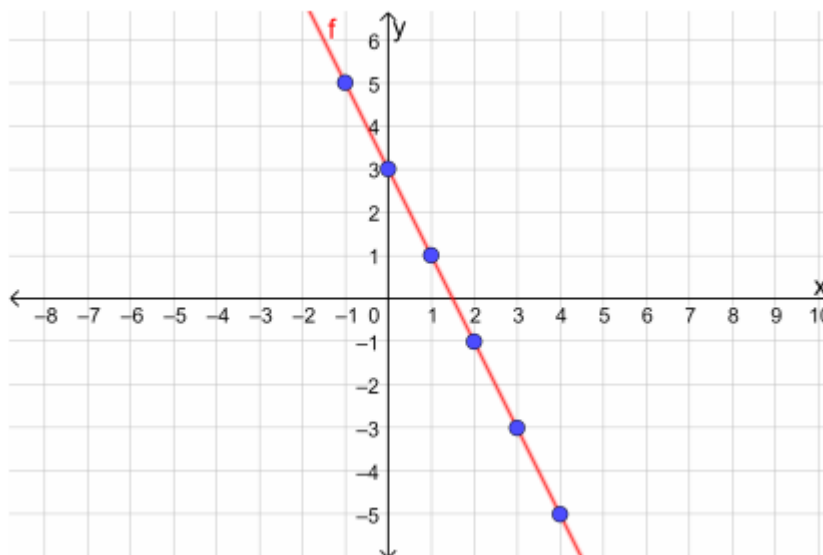
A partir da aprendizagem das Equações Diofantinas Lineares é possível aprimorar outros conteúdos matemáticos, como as funções afim e as progressões aritméticas. Os autores Adna Leile Araújo Damasceno Silva, Antônio Aécio Lopes Ferreira e Josias Neubert Savóis comentam acerca disso em suas dissertações do PROFMAT.

Savóis (2014) menciona que é muito comum para alguns alunos, ao aprenderem as Equações Diofantinas Lineares, posteriormente relacionar com as funções afim, uma vez que é possível relacionar ou reescrever uma função afim para a forma padrão de  $ax + by = c$  com  $a, b, c, x, y \in \mathbb{R}$  e  $a$  e  $b$  não nulos. Ele ainda ressalta a necessidade do professor alertar para as restrições dos conjuntos numéricos, para que de fato a função seja compreendida como uma Equação Diofantina Linear.

Silva (2019) observa que os estudantes vêm aprendendo conteúdos relacionados às Equações Diofantinas Lineares desde o sexto ano do Ensino Fundamental, pois de acordo com a BNCC, ele deve aprender conteúdos relacionados ao Máximo Divisor Comum no sexto ano Ensino Fundamental. E equações do primeiro grau no sétimo ano, e que é possível aprimorar o ensino com a introdução das Equações Diofantinas Lineares, incluindo em suas estratégias o uso de ferramentas como o Geogebra, onde é possível trabalhar o conteúdo de funções com os alunos do nono ano.

Ferreira (2018) afirma que toda Equação Diofantina Linear pode representar uma função afim se os valores das variáveis  $x$  e  $y$  assumirem valores reais. O autor destaca o uso da representação geométrica para compreender a diferença entre a Equação Diofantina Linear e a Função Afim. Apresento a seguir o gráfico destacado pelo autor:

**Figura 2:** Soluções da Equação Diofantina Linear  $2x + y = 3$  sobre o gráfico da função  $f$  de mesma equação.



Fonte: Ferreira (2018, p. 65)

Os pontos na figura são as soluções da Equação Diofantina Linear, que assume apenas pares ordenados inteiros, enquanto a reta  $f$  representa a função afim, dada por soluções no conjunto dos números reais.

Ferreira (2018, p. 66) ainda destaca que é possível relacionar a Equação Diofantina Linear com uma progressão aritmética, dado que é possível “depararmos com situações envolvendo grandezas que sofrem variações iguais em intervalos de tempos também iguais”. Ferreira (2018, p. 66) cita um exemplo para área de gestão que seria possível relacionar uma progressão aritmética com uma Equação Diofantina Linear, veja a seguir: “Uma empresa produziu, em 2014, 1000 unidades de um certo produto. Quantas unidades produzirá, anualmente, de 2014 a 2019, se o aumento anual for de 200 unidades?” Por esse exemplo de problema é possível ilustrar uma das maneiras como alguns autores veem a relação entre a Progressão Aritmética e a Equação Diofantina Linear, pois os pares ordenados, a solução do problema, vão se alterando no padrão de uma progressão de aritmética.

Segundo Skovsmose (2001), é preciso oferecer aos alunos condições para atingirmos uma educação matemática em busca da pedagogia emancipadora, onde ambos, aluno e professor façam parte dessa conexão de ensinar e aprender, tornando todos os envolvidos responsáveis por este processo. Através do ensino das Equações Diofantinas Lineares, consegue-se aumentar a gama de habilidades relacionadas a conteúdos matemáticos, como a progressão aritmética ou função afim, e trabalhar os processos de investigação por meio de hipóteses, onde o aluno consegue ver suas resoluções e verificar as possíveis respostas para um determinado problema, incentivando o engajamento reflexivo.

Dado o exposto, vê-se as Equações Diofantinas Lineares como um recurso para contornar o paradigma do exercício, isto é, segundo Skovsmose (2000) o ensino tradicional de matemática em que o professor enxerta técnicas matemáticas e depois as reproduz com a prática de exercícios selecionados. Continuando com as ideias de Skovsmose (2000), o professor pode propor exercícios se não com a realidade do aluno, no mínimo próximos, fazendo com o que o aluno seja convidado a investigar suas soluções e analisar as diversas estratégias relacionadas à forma como que ele interpreta o problema, colaborando com o despertar da materacia. "Materacia não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática" (SKOVSMOSE, 2000, p. 68).

A partir do estudo das Equações Diofantinas Lineares pode se adentrar em outros conteúdos do nível superior. Gonçalves (2020) expressa em sua dissertação do programa PROFMAT que esse tema, além de ter despertado o interesse em matemáticos aos longos dos anos, proporciona o aprofundamento em temas do ensino superior como a equação de Markov ( $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ ) e ainda, que tais equações possibilitam "mediar discussões, aguçar a curiosidade e desafiar os alunos a criar suas próprias estratégias e argumentações", proporcionando "ao aluno melhor compreensão sobre o papel da escrita algébrica como uma ferramenta facilitadora" Gonçalves( 2020, p. 72).

Além disso, o professor interessado nas Equações Diofantinas, pode explorar temas relacionados a elas. A equação de Pell-Fermat, por exemplo, é um caso especial da equação diofantina quadrática.

Souza (2018, p. 51) afirma em sua dissertação do programa PROFMAT que:

Muitas definições e teoremas discutidos enriquecem o conhecimento na área da teoria dos números. Alguns assuntos mais avançados, como as equações de Pell-Fermat e as suas soluções, utilizando as frações contínuas, preparam bastante para que tenham contato com a matemática olímpica. Em alguns momentos, o professor do ensino básico não dispõe de muito tempo para trabalhar conteúdos que preparam seus alunos para as olimpíadas de matemática, e a leitura deste trabalho abre portas para que o conteúdo seja aprimorado e expandido, com o intuito de preparar melhor o estudante que tem prazer em estudar matemática.

Maia (2018) apresenta um acervo de problemas que necessitam de conhecimentos dessas equações para facilitar a resolução de outros problemas mais complexos, desta forma sendo necessário o conhecimento das Equações Diofantinas Lineares para aprofundar outros temas matemáticos, como por exemplo o The Frobenius Coin Problem (Problema do troco de Frobenius), problema este que pode ser resolvido com o suporte das Equações Diofantinas Lineares. A partir deste problema, Maia (2018) apresenta uma série de situações semelhantes para posteriormente comentar casos envolvendo equações não lineares, tal como as equações de Pell e as Ternas Pitagóricas.

Por essa facilidade de relacionar as Equações Diofantinas Lineares a outros conteúdos seja da BNCC ou não, é que a torna de grande valor para aplicação em sala de aula, pois é possível com um único tema, atingir várias habilidades matemáticas.

### **3.5 Estratégia para a preparação de olimpíadas ou vestibulares**

A estratégia de abordar as Equações Diofantinas Lineares na Educação Básica pode ter como um dos seus objetivos, o treino ou a preparação para as olimpíadas e ou vestibulares. Os autores Diego Adriano Silva, Fábio Pinheiro Luz, Kalama Guimarães Leite, Leandro Farias Maia e Marcia Eni Voelz comentam acerca disso em suas dissertações do PROFMAT.

Luz (2014) qualifica positivamente o ensino das Equações Diofantinas Lineares para o treinamento de quem pretende participar de olimpíadas matemáticas, pois ao analisar os resultados de um teste feito com alunos recém ingressados na licenciatura de matemática, percebeu em seus depoimentos que estes poderiam melhorar seus

desempenhos, desde que haja um planejamento dessas atividades com o uso de metodologias apropriadas para atingir os objetivos da aprendizagem propostos. “Um ponto positivo a ser destacado, e que foi unanimidade entre os alunos é que o conteúdo estudado tem várias aplicações pois permite resolver não só questões relacionadas com Equações Diofantinas Lineares” (LUZ, 2014, p. 42).

Nesta perspectiva percebe-se que o ensino destas equações pode contribuir positivamente no desempenho de alunos que desejam se preparar para olimpíadas, uma vez que proporciona novas estratégias de resolução de problemas.

Leite (2014) propõe o ensino das Equações Diofantinas Lineares para os discentes como uma ferramenta auxiliadora para quem deseja prestar vestibulares e olimpíadas como a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), pois em anos anteriores já foi verificado problemas que podem ser resolvidos pelos procedimentos de resolução destas equações. Leite (2014, p. 45 e p. 47) apresenta o exercício de vestibular de 2004: “(UFC - CE) Um poliedro convexo só tem faces triangulares e quadrangulares. Se ele tem 20 arestas e 10 vértices; então, o número de faces triangulares é:”, e, em seguida o exercício da OBMEP “(OBMEP – 2012) Para fazer várias blusas iguais, uma costureira gastou R\$ 2,99 para comprar botões de 4 centavos e laços de 7 centavos. Ela usou todos os botões e laços que comprou. Quantas blusas ela fez?” apresentando ambas as resoluções com os métodos das Equações Diofantinas Lineares.

O aprimoramento do ensino algébrico e aritmético, por meio dessas equações, aumenta o leque de conhecimentos e habilidades dos alunos favorecendo seu desempenho em provas externas. Dado que o tema Equações Diofantinas não está presente na BNCC, espera-se que os alunos com acesso a este conhecimento, possam potencializar o aumento de sua pontuação em tais provas.

Maia (2018) propõe as Equações Diofantinas Lineares como um tema matemático motivador para quem deseja prestar olimpíadas. Temas relacionados ao convívio do aluno podem aumentar seu interesse, principalmente porque estas equações são significantes para o mundo acadêmico e são ensinadas em alguns cursos superiores, principalmente aqueles que têm em sua grade a teoria dos números.

Voelz (2018) aborda, em sua dissertação, a possibilidade de adaptar as Equações Diofantinas Lineares em outros conteúdos, como funções de 1º grau, de modo a fortalecer a aprendizagem. Embora a autora tenha deixado claro que muitos alunos do Ensino Médio teriam dificuldades em aprender esse conteúdo, devido ao baixo índice de desenvolvimento da Educação Básica. Entretanto, as mudanças na microsociedade da sala de aula, também devem provir do professor. É preciso sair da zona de conforto para instigar e despertar o interesse dos alunos. Quando o professor encontra desafios, "a solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente" (SKOVMOSE, 2000, p. 87).

Neste sentido, problemas pautados fora do paradigma do exercício, podem incentivar aqueles alunos mais interessados em desafios matemáticos, para participar de olimpíadas. Voelz (2018) comenta que no século XIX as olimpíadas de matemática foram organizadas e,

...em 1959 foi realizada a primeira Olimpíada Internacional, com a finalidade de descobrir, encorajar e desafiar jovens matemáticos (alunos do Ensino Médio) em todos os países, promover relações amigáveis entre os competidores internacionais, criar oportunidades para a troca de informações e práticas entre escolas do mundo, além de popularizar a matemática (p. 26).

Na perspectiva do ensino destas equações para a preparação de olimpíadas destaca-se os objetivos da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP, que é uma olimpíada de extensão nacional e tem uma grande importância para a área e para as escolas. É um projeto realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA com o suporte da Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, e é promovido com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações. Os objetivos que se encontram na apresentação do seu site são:

Estimular e promover o estudo da Matemática; Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (OBMEP, 2021, <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>).

Olimpíadas como a OBMEP são propostas que colaboram com o desenvolvimento intelectual dos educandos interessados pela área de matemática.



Propostas de ensino planejadas para essas competições reforçam a compreensão de conceitos básicos de matemática e encorajam os alunos a se prepararem para ingressar numa universidade. Um objetivo distante para muitos alunos da rede pública.

Embora a OBMEP seja um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas, os conceitos nelas avaliados, não estão diretamente ligados aos planos de estudos dos sistemas de ensino público, e por vezes, os problemas possuem um nível de dificuldade mais desafiador do que os exercícios trabalhados em sala de aula. Em contrapartida, existe o Programa Polo de treinamento intensivo de Matemática - POTI, que oferece cursos gratuitos de matemática para alunos da Educação Básica, a partir do oitavo ano. Apesar do POTI ter como propósito principal melhorar o desempenho dos alunos na OBMEP, os participantes têm a oportunidade de se reunirem uma vez por semana, em torno de 4 horas, para aprender novos conceitos de matemática, compartilhar suas dúvidas e estratégias de resolução de exercícios. Segundo Liell e Bayer (2020), o preparo para as olimpíadas pode motivar e estimular alguns alunos a desenvolverem rotinas e práticas de estudos para melhorar o seu desempenho, além de despertar o gosto pela matemática.

Silva (2019) comenta que em diversas olimpíadas matemáticas são cobrados temas algébricos, dentre esses temas, as Equações Diofantinas Lineares, o que é estranho observar que esse tema não faz parte da base de conteúdos da Educação Básica, conteúdos da BNCC. Do seu ponto de vista, poucos problemas relacionados a álgebra elementar com enfoque no raciocínio, são usados em sala de aula, ressaltando que essas equações têm grande importância para a contextualização de problemas e para despertar estratégias de resoluções em diversas aplicações de exercícios.

Conforme o artigo 22 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação, cabe à Educação Básica, “desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”. Nessa perspectiva, o ensino das Equações Diofantinas Lineares para a Educação Básica é relevante, fornecendo instrumentos que podem ser usados pelos educandos nos níveis de ensino educacionais mais elevados. Conforme destacado por Leite (2014), questões que usam as estratégias de resolução dessas

equações já foram abordadas em vestibulares e para o educando ser admitido em níveis superiores de ensino necessitará prestar determinados vestibulares ou exames seletivos exigidos por universidades, sejam elas públicas ou privadas, ou ainda, realizar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que atualmente permita a admissão em universidades públicas por meio de um sistema único, ou, bolsas de estudos integrais ou parciais em universidade privadas pelo Programa Universidade para Todos (PROUNI).

Apesar de se ter as diversas abordagens citadas anteriormente em relação à importância do ensino das Equações Diofantinas Lineares para formar, incentivar e aprimorar o conhecimento dos educandos para competições ou olimpíadas, vale ressaltar que determinados conteúdos quando não formulados ou destinados à alunos que não estejam com o objetivo de participar de tais competições, pode desmotivá-los, pois ao aprofundarmos algumas teorias matemáticas, estas podem se tornar abstratas e longe do interesse de alguns estudantes. Mesmo havendo essas adversidades sobre determinadas competições, a importância que o ensino das Equações Diofantinas Lineares tem, não é desqualificada.

É imprescindível que o professor esteja atento que o ensino dessas equações não esteja voltado apenas para o uso em competições para turmas de heterogêneos interesses, de modo a evitar o exposto por Rezende e Ostermann (2012) que em determinadas competições escolares os alunos mais favorecidos, com mais recursos teriam mais vantagens.

Nessas olimpíadas as diferenças se aprofundam rapidamente quando o resultado é ruim ao esperado pelo aluno, e ainda que “dado o fracasso da maioria dos estudantes, a avaliação escolar cria enormes desigualdades entre alunos bons e os menos bons, o que é próprio de todas as competições escolares, tais como as olimpíadas” afirmam Rezende e Ostermann (2012, p. 252). Sendo sugerido ainda que tais competições fossem voltadas à promoção da democracia e da cooperação.

### 3.6 Estratégia para ensinar cálculo e linguagem algébrica na Educação Básica

A abordagem das Equações Diofantinas Lineares no ensino básico, principalmente nos anos finais do Ensino Fundamental, permite desenvolver habilidades algébricas nos alunos. Os autores como Adilson De Campos, Aline Catarina da Silva, Andre Fellipe Franco Pereira de Oliveira, Bárbara Medeiros Vieira, Débora Eloisa Nass Kieckhoefel, Diego Adriano Silva, Erika Brinck Gonçalves e Paulo Vítor de Souza Perri comentam acerca disso em suas dissertações do PROFMAT.

Campos (2015) aborda em sua dissertação uma sequência didática para o ensino das Equações Diofantinas Lineares para turmas do nono ano do Ensino Fundamental. Comenta ainda, que ao propor para os educandos tal conhecimento sobre essas equações, permite desenvolver neles habilidades dos campos algébricos e aritméticos e a apreciação pelo cálculo mental, afirmando ser habilidades importantes para o domínio do cálculo numérico e que permita promover estratégias cognitivas para as generalizações de problemas de contextos algébricos, além de favorecer exploração, criação e memória nas resoluções, gerando visões flexíveis nas situações matemáticas.

O ensino das Equações Diofantinas Lineares não precisa exigir do aluno, necessariamente, a resolução por algoritmos, é preciso deixar o aluno escolher as diversas estratégias de resolução que ele tem à sua disposição, de modo a não engessar as formas de resoluções. Campos (2015, p. 77) comenta que o “o método da tentativa e erro não pode ser simplesmente abandonado, pois em muitas situações o mesmo pode ser útil e até representar uma economia de tempo e energia”. E mesmo com a prática do cálculo mental em situações problemas, o aluno deve desenvolver habilidade de escrever algebricamente a equação, para que possa desenvolver assertividade nas resoluções. Nessa abordagem, os problemas relacionados às Equações Diofantinas Lineares facilitam o ensino da matemática e o despertar de habilidades, como, as de resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações; habilidades expressas na BNCC.

Campos (2015) enfatiza que elucidar as Equações Diofantinas Lineares nas aulas possibilita, não somente, trabalhar situações problemas, mas também

aprofundar no ensino da linguagem aritmética e algébrica na tentativa de destacar essas percepções de recursos otimizadores dessas linguagens para os alunos.

O trabalho com Equações Diofantinas Lineares no ensino fundamental pode representar uma forma de se ampliar o trato algébrico/aritmético dos alunos, representando problemas por meio de equações e também o fato de se exprimir a solução geral de uma Equação Diofantina Linear a partir de um parâmetro inteiro (CAMPOS, 2015, p. 30)

Na perspectiva de Vieira (2018), tem-se que o ensino das Equações Diofantinas Lineares pode ser uma ferramenta para auxiliar os alunos a expressarem e argumentarem resoluções de diferentes formas e no processo de desenvolver raciocínios algébricos e aritméticos. Vieira (2018, p. 45) ao realizar testes com alunos do Ensino Fundamental, constatou que o ensino das equações, “ainda que superficial, de conceitos relacionados a Equações Diofantinas Lineares influenciam positivamente na forma como os alunos interpretam e solucionam problemas algébricos”.

Oliveira (2018) menciona que embora as Equações Diofantinas Lineares não estejam na BNCC, esse tema tem grande contribuição para exploração de problemas, de modo a formar o aluno nos campos da aritmética e da álgebra, trabalhando com situações do cotidiano com a contextualização das Equações Diofantinas Lineares, propiciando desenvolver competências desses campos. Oliveira (2018) faz a afirmação com base na elaboração e aplicação de uma sequência didática à alunos do Ensino Fundamental que:

A inserção do tema Equação Diofantina Linear nas séries finais do ensino fundamental mostra-se adequado, pois desenvolve o raciocínio lógico, possibilita um processo de ensino-aprendizagem significativo e um maior aperfeiçoamento nos campos da álgebra e aritmética (2018, p. 82)

Aline Catarina da Silva comenta em sua dissertação de 2019, que hoje os professores buscam sempre que possível desmistificar o ensino da matemática para diminuir as dificuldades da disciplina e a retórica de ser chata ou difícil. Essa possibilidade destacada pela autora, faz com que o tema das Equações Diofantinas Lineares seja de grande valia, pois os problemas que o relacionam, possibilitam a utilização em diversas aplicações acessíveis à compreensão de alunos da educação básica. O ensino desse tema além de contribuir com a aprendizagem de temas algébricos e aritméticos contribui para o letramento matemático do aluno, afirma Silva (2019). Nesse sentido o Currículo Paulista ratifica que a Matemática no Ensino Fundamental deve ter o compromisso com o letramento matemático dos alunos.

O Currículo Paulista dispõe que na efetivação do letramento matemático os estudantes desenvolvem estratégias para formular problemas e não somente resolver problemas. Além disso, é necessário compreender o uso de linguagem simbólica, bem como fazer uso de instrumentos e tecnologias pertinentes a este letramento. O Currículo Paulista ainda ressalta que para o letramento matemático é preciso apreciar a resolução de problemas, investigação, modelagem e criação de projetos.

Kieckhoefel (2019), ao analisar alunos do primeiro ano de um curso de Licenciatura em Matemática, evidenciou algumas dificuldades sobre as habilidades algébricas que estes chegam no ensino superior. Dentre esses pontos, elucida-se a “dificuldade dos alunos em expressar matematicamente um comportamento que eles conseguiam compreender” (p. 70). O ensino das Equações Diofantinas Lineares pode ser um tema auxiliar para a compreensão e aprendizagem das habilidades relacionadas a generalizações e a linguagem matemática. Kieckhoefel (2019, p. 109) relata que o desenvolvimento da sequência didática sobre as Equações Diofantinas Lineares, a fez perceber que os alunos “puderam ter contato com a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova”, além de poderem “criar hipóteses, validá-las e, por fim, formalizar e escrever matematicamente essas hipóteses.

Diego Adriano Silva (2019) destaca em sua pesquisa realizada com alunos do Ensino Médio, que muitos têm dificuldade de converter situações problemas relacionados a Equações Diofantinas Lineares em linguagem algébrica, e sugere que é de grande importância trabalhar essa temática no Ensino Fundamental para permitir os alunos chegarem com mais conhecimento algébrico no Ensino Médio e focar em temas mais avançados dessa temática.

...é preciso uma consolidação maior desse conteúdo para a resolução das equações diofantinas, tema não abordado nas escolas, entretanto, bastante rico em problemas do cotidiano, podendo ser trabalhado mesmo que de forma básica podendo ajudar os alunos a manifestar maior interesse em matemática e, assim, poder diminuir as dificuldades dos alunos. (SILVA, 2019, p. 60)

Perri (2019, p. 18) recorda que “habilidades referentes ao pensamento algébrico e numérico por meio da resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais” devem ser desenvolvidas no Ensino Fundamental conforme a BNCC e que as Equações Diofantinas Lineares podem ser usadas para o desenvolvimento dessas habilidades. Mesmo sendo um tema que não esteja na base,

o autor afirma que é possível trabalhar esse tema sem nenhum prejuízo ao currículo e a formação dos alunos só teria ganhos favoráveis no despertar dessas habilidades.

Gonçalves (2020) posta em sua dissertação que o ensino das Equações Diofantinas Lineares atrelado a um pouco de história de como a matemática se desenvolveu ao longo dos tempos, pode valorizar os conteúdos matemáticos, sendo de grande importância iniciar e deixar notório o conceito de variável e incógnita para as equações matemáticas. Propõe também que “as estratégias através da resolução de problemas tematizados nas Equações Diofantinas podem proporcionar ao aluno melhor compreensão sobre o papel da escrita algébrica como uma ferramenta facilitadora” e que esse conteúdo não deva ser foco apenas de cursos do ensino superior, pois é um tema que permite “aguçar e desafiar os alunos a criar suas próprias estratégias e argumentações” (GONÇALVES, 2020, p. 70).

A abordagem de problemas indeterminados do tipo linear envolvendo equações diofantinas (ED) permite mobilizar uma diversidade de estratégias de resolução. Além, de propicia ao estudante compreender o papel da escrita algébrica como agente otimizador, além de criar condições para superar o desafio da articulação aritmética e álgebra visando facilitar a passagem de uma para outra (DOUMBIA, CARVALHO & ALMOULOU, 2020, p. 105).

A prática da escrita algébrica, isto é, do uso da linguagem matemática para fazer cálculos numéricos é essencial para resolução de problemas e para desenvolver a capacidade de abstração e generalização. A apropriação da escrita algébrica soma na formação de novas estratégias para a resolução de problemas.

### **3.7 Despertar o raciocínio lógico**

O ensino das Equações Diofantinas Lineares favorece ainda o despertar do raciocínio lógico, os autores André Fellipe Franco Pereira de Oliveira, Bárbara Medeiros Vieira, Elvis Maikon Reges Sousa, Natália Medeiros do Nascimento e Rildo Ribeiro comentam essa relevância em suas dissertações do PROFMAT.

Nascimento (2014) afirma que o ensino das Equações Diofantinas Lineares associadas à abordagem de problemas, possibilita incentivar os alunos a desenvolver habilidades como o raciocínio lógico, a atenção e a concentração, necessárias para a resolução de problemas. O desenvolvimento da habilidade de raciocínio a partir da

introdução de problemas relacionados às Equações Diofantinas Lineares é ratificada por Ribeiro (2014).

A Matemática é uma ciência presente em tudo que nos cerca, sendo essencial despertar habilidades que desenvolvam o raciocínio matemático nos alunos, comenta Vieira (2018). Ela ressalta ainda que a problematização das Equações Diofantinas Lineares é uma importante ferramenta para o desenvolvimento dessa habilidade de raciocínio para o aproveitamento escolar. “O ensino de Equações Diofantinas Lineares surge como um instrumento auxiliar visando o aprimoramento do raciocínio matemático em geral, pois pode ser abordado de várias formas: geométrica, aritmética e algébrica” (VIEIRA, 2018, p. 48).

Com base na experimentação realizada com alunos, por meio de uma sequência didática, André Fellipe Franco Pereira De Oliveira (2018, p. 82) afirma que:

A inserção do tema Equação Diofantina Linear nas séries finais do ensino fundamental mostra-se adequado, pois desenvolve o raciocínio lógico, possibilita um processo de ensino-aprendizagem significativo e um maior aperfeiçoamento nos campos da álgebra e aritmética.

A resolução de situações problemas relacionados ao tema das Equações Diofantinas Lineares permite ao aluno desenvolver um raciocínio próprio para a matemática e instigar habilidades cognitivas necessárias para o ensino aprendizagem (OLIVEIRA, 2018).

Sousa (2019) também menciona que o ensino das Equações Diofantinas Lineares promove o desenvolvimento do raciocínio lógico. E quando trabalhado com jogos oportuniza ainda a construção do conhecimento por envolver ainda mais os alunos com a tarefas, destacando assim “a apropriação de elementos cognitivos, imperceptíveis para a maioria deles, como o desenvolvimento do pensar matemático e do raciocínio lógico” (SOUSA, 2019, p. 62).

A utilização das Equações Diofantinas Lineares é uma estratégia para despertar além de todos as relevâncias citadas acima, despertar o interesse, o gosto pela matemática e chegar a uma aprendizagem de excelência, que segundo D’Ambrósio (1998, p. 117) “é a capacidade de explicar, de apreender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas. Aprender não é o mero domínio de técnicas, habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias”.

## **4. AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Com o objetivo de compreender a relevância das Equações Diofantinas Lineares na visão do professor da educação básica, foi realizada uma coleta de dados que se deu em duas etapas: na primeira delas foi realizado um questionário e na segunda um grupo focal. Apresentar-se-á a seguir estas etapas metodológicas.

### **4.1 Entrevista estruturada**

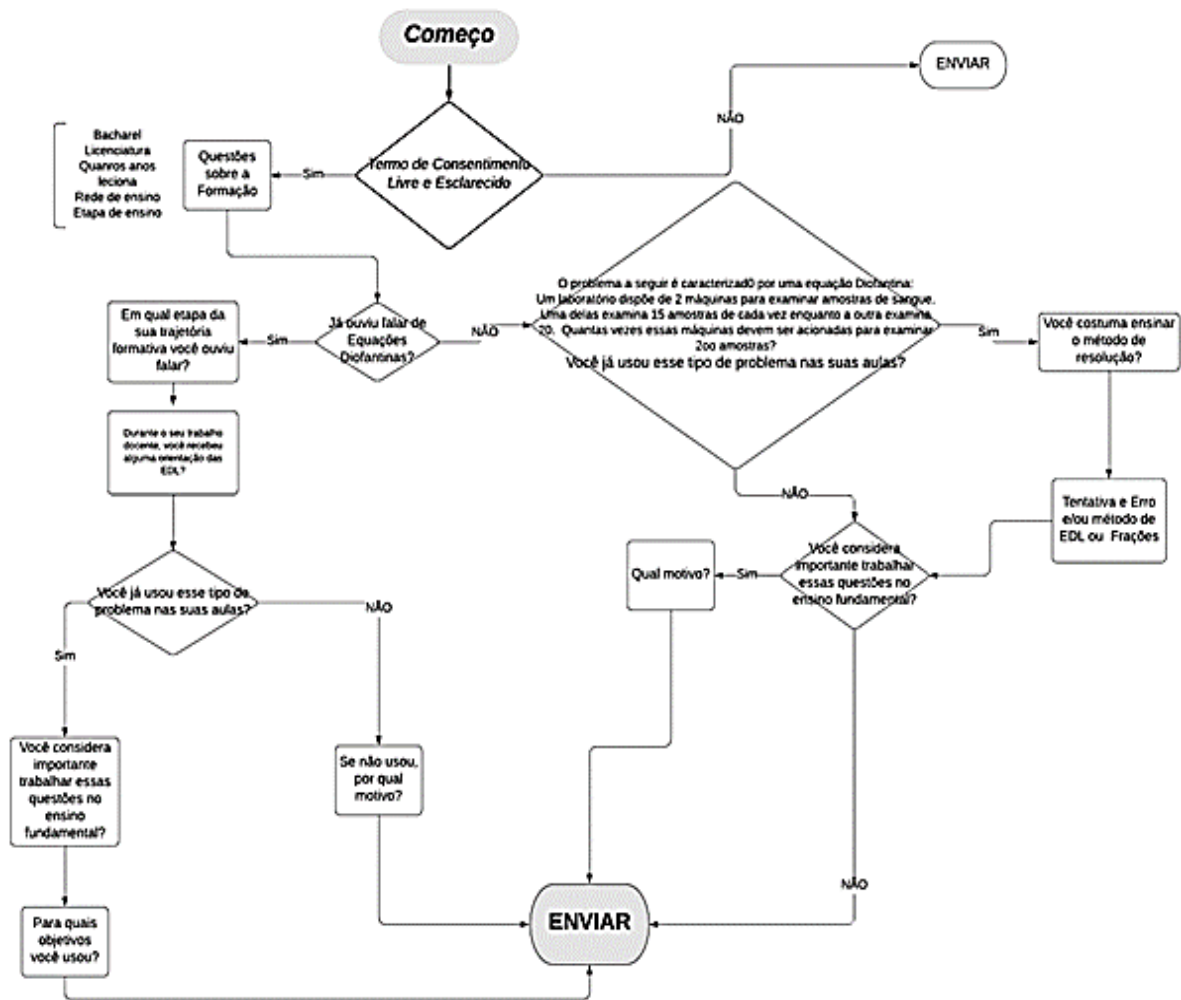
O objetivo desta etapa da pesquisa de cunho exploratório foi identificar os professores da educação básica que têm conhecimentos acerca das Equações Diofantinas Lineares com o propósito de se ter um panorama da relevância dessas equações. Através de um questionário, no formato online com a ferramenta Formulário da Google (*Forms*), indagou se os professores conheciam as Equações Diofantinas Lineares. A escolha do formato online se deu, devido às exigências de distanciamento promovido pelas autoridades locais, na busca de conter a pandemia causada pelo coronavírus, SARS-CoV2.

Enviou-se um convite para os professores que lecionam na educação básica, conhecidos do mestrando, via mensagem de texto, em forma de um convite para responder um questionário, com o propósito de convidar posteriormente os professores que conhecem ou não as Equações Diofantinas Lineares para uma entrevista de grupo focal. Separando em dois grupos, um grupo para os que conheciam as Equações Diofantinas Lineares e outro para quem não conheciam. O convite para responder o questionário teve o seguinte enunciado: Caro colega, como é de conhecimento de alguns, estou fazendo mestrado profissional - PROFMAT – UNIFESP e gostaria de convidá-lo para participar voluntariamente e sem remuneração, da realização de um rápido questionário de interesse para minha pesquisa. Agradeço muito se puder contribuir para meu trabalho que poderá trazer melhorias para área de educação matemática.

As questões aplicadas nesta, seguiram o fluxograma a seguir:

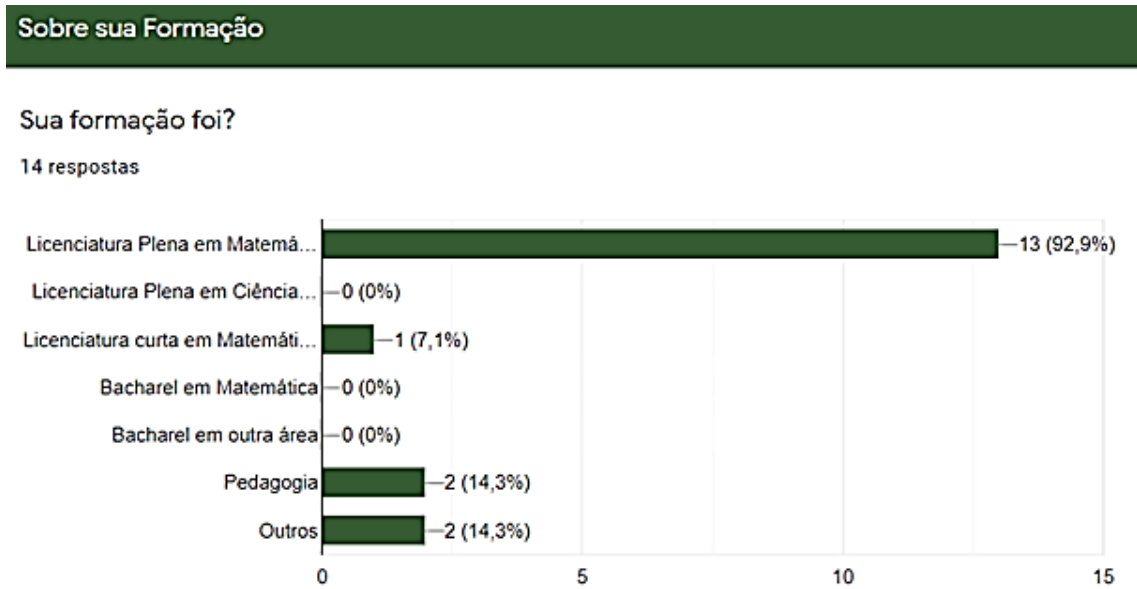


Figura 3: Fluxograma das questões aplicadas



Fonte: Autor

Dos convites enviados aos professores, obteve-se 14 respostas. A seguir é possível verificar as respostas referentes à formação dos professores:

**Figura 4:** Formação dos professores entrevistados.

Fonte: Formulário elaborado pelo autor.

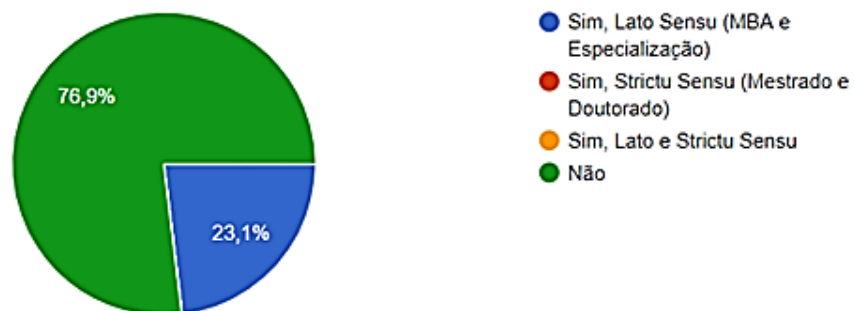
Dos quatorze professores entrevistados, treze têm formação em licenciatura plena em matemática e apenas um tem licenciatura curta em matemática com formação inicial em mecânica de precisão. Dentre os treze professores, três têm uma formação complementar, sendo dois em pedagogia e um em física e química.

Dos quatorze professores, apenas treze responderam a questão referente a complementação das graduações e somente três professores têm pós-graduação Lato Sensu, conforme figura a seguir:

**Figura 5:** Formação complementar dos entrevistados.

Possui Pós-Graduação?

13 respostas



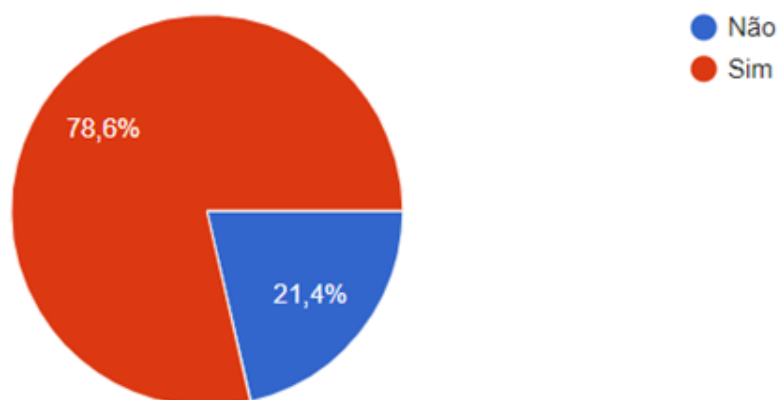
Fonte: Formulário elaborado pelo autor.

Na busca de identificar quantos dos professores responderam conhecer as Equações Diofantinas Lineares, obteve-se os seguintes resultados:

**Figura 6:** Conhecimento acerca das Equações Diofantinas Lineares.

Já ouviu falar de Equações Diofantinas Lineares?

14 respostas



*Fonte:* Formulário elaborado pelo autor.

Dos quatorze professores, apenas três professores não conhecem as equações da pesquisa. A rota das perguntas, Figura 3, para quem conhece essas equações, foi diferente da seguida por aqueles que não conhecem as equações. Esses professores foram direcionados pelo fluxograma à seguinte situação problema: Uma pessoa deseja retirar dinheiro da sua conta bancária em um caixa eletrônico, que possui naquele instante apenas cédulas de R\$ 2,00 e R\$ 5,00. Ela deseja retirar exatamente R\$ 30,00 da sua conta. Quais são as possibilidades de retirada das cédulas que satisfaçam o valor desejado? Seguidamente, foi perguntado se eles já usaram problemas semelhantes a esse, na sala de aula, e os três responderam que sim.

Em seguida, para esses professores, foi perguntado por qual motivo consideram importante trabalhar com esses problemas no Ensino Fundamental, pois os mesmos responderam que já haviam trabalhado em sala de aula com esse tipo de situação problema e obteve-se as seguintes respostas:

**Figura 7:** Motivos para trabalhar as Equações Diofantinas Lineares no Ensino Fundamental.

Por qual motivo?

3 respostas

Considero importante pelo fato dessas questões envolverem tomadas de decisões que contextualizam com o cotidiano, possibilitam formas diferentes de resoluções, são atividades de piso baixo e teto alto, todos conseguem fazer com a Matemática que já sabem, possibilitando abrir novos caminhos de conteúdos Matemáticos que muitas vezes culturalmente são considerados difíceis.

Para que os educandos tenha a compreensão da equivalência

São conhecimentos essenciais e podem ser aplicados desde o ensino fundamental, pois está presente em várias situações do dia a dia. Além de contribuir com o pensamento matemático, são relevantes em outras áreas do conhecimento.

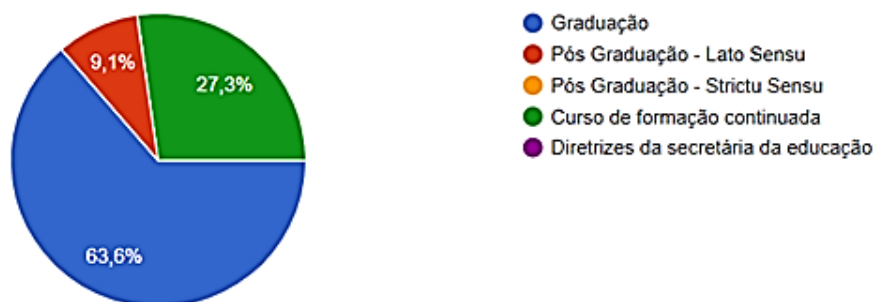
*Fonte:* Formulário elaborado pelo autor.

Aos onze professores que responderam conhecer as Equações Diofantinas Lineares, perguntou-se em que momento da sua formação obtiveram conhecimento dessas equações, obtendo-se as seguintes respostas:

**Figura 8:** Etapa da educação onde conheceu as Equações Diofantinas Lineares.

Em qual etapa da sua trajetória formativa você ouviu falar essas equações?

11 respostas



*Fonte:* Formulário elaborado pelo autor.

A maior parte dos professores, sete, tiveram conhecimento das equações na graduação, enquanto um teve contato na pós-graduação e três em formação continuada. Em seguida, foi perguntado para os professores se eles consideram importante trabalhar essas equações no Ensino Fundamental, apresentando o mesmo problema do dinheiro, citado anteriormente, obtendo sim para a resposta.

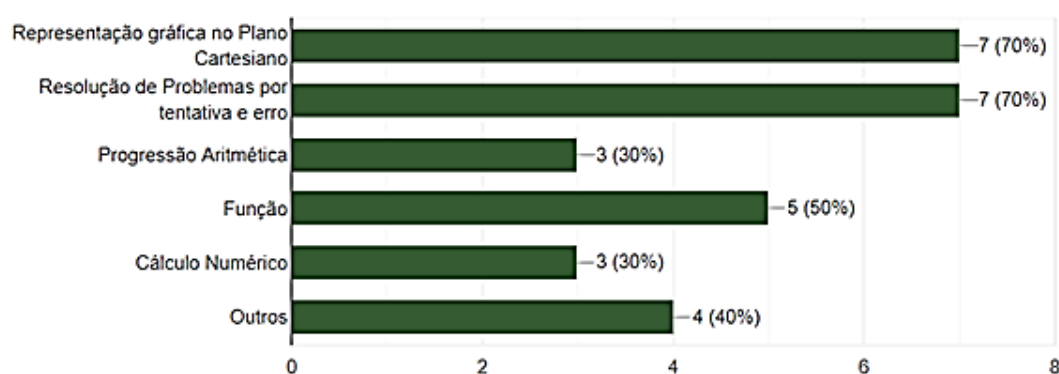
Em seguida foi questionado para garantir quais conteúdo do ensino usou as Equações Diofantinas Lineares como estratégia de ensino. A abordagem das

Equações Diofantinas Lineares no ensino básico, principalmente no Ensino Fundamental, permite desenvolver habilidades algébricas nos alunos, nesta perspectiva, foram listados alguns conteúdos, com o intuito do professor responder, qual delas poderia ser atingida com o uso das equações. A seguir as respostas obtidas de apenas dez professores que responderam esta questão:

**Figura 9:** Conteúdos atingidos pelas Equações.

Para quais objetivos a seguir você usou?

10 respostas



*Fonte:* Formulário elaborado pelo autor.

Os principais objetivos indicados pelos professores ao aplicar essas equações na educação básica estão na ordem decrescente conforme o número de citações: representar graficamente no plano cartesiano, resolução de problemas por tentativa e erro, função, progressão aritmética e cálculo numérico. Quatro professores ainda colocaram outros objetivos, porém não especificaram qual ou quais poderiam sê-los.

Vale notar que a pergunta foi configurada para que o professor pudesse selecionar mais de um conteúdo como objetivo, fazendo o gráfico aparentar mais de 100%, entretanto é preciso analisar cada conteúdo em sua individualidade. Por exemplo, nos 70% dos professores que veem a representação gráfica no plano cartesiano como uma possibilidade para usar as equações, têm se alguns que também veem a resolução de problemas por tentativa e erro com esse objetivo, havendo desta forma, um mesmo professor nas intersecções das respostas.

Com os professores que conhecem essas equações, buscou-se realizar um encontro de modo a discutir e compreender a visão deles acerca do tema, para compreender as relevâncias das equações para a educação básica.

## 4.2 Entrevista - Grupo Focal

Na busca de averiguar a importância das Equações Diofantinas Lineares para a educação básica na perspectiva dos professores entrevistados, com uma abordagem qualitativa, escolheu-se a estratégia de discussão em um grupo focal. Este tipo de entrevista é uma estratégia que tem grande flexibilidade e potencialidade na coleta das práticas e reflexões dos professores em relação à temática.

Grupo focal é uma técnica de pesquisa formulada especialmente numa abordagem qualitativa, não diretiva, que coleta e analisa dados por meio das interações pessoais em forma de grupos que, ao discutirem sobre um determinado tema em comum, sugerido pelo pesquisador, permite aos entrevistados exporem suas ideias e estabelecerem opiniões sobre o tema pesquisado, possibilitando o aprofundamento do tema, ou a descoberta de algo que esteja sendo objeto de investigação; dependerá apenas do objetivo principal da pesquisa (SANTOS, SILVA e JESUS, 2016, p. 1).

O grupo focal como uma estratégia de pesquisa, pode permitir obter informações ou questões aprofundadas de um assunto, de acordo com o engajamento do grupo, podendo ser usado questionários como recurso auxiliar de análise. Barbour (2009, p. 38) aponta que “muitos pesquisadores têm utilizado os grupos focais para avaliar o desenvolvimento de instrumentos de pesquisas, já que eles permitem ao pesquisador explorar os insights dos participantes”.

As discussões ocorridas em um grupo focal podem oferecer percepções que em outros tipos de pesquisas poderiam permanecer muitas vezes ocultas, pois nelas, permeiam informações que não seriam acessadas em uma entrevista comum.

A abordagem do grupo focal tem a potencialidade de não somente obter as percepções dos participantes, mas permitir que eles construam e reconstruam suas interpretações de um determinado tema ao ouvirem outros participantes, assim, o grupo focal possibilita uma troca de conhecimento ou narrativas no momento do encontro. Outro benefício desse tipo de pesquisa, é encorajar os participantes mais inibidos que participam timidamente em entrevistas individuais.

Barbour (2009) aponta a importância dos grupos focais para a pesquisa mesmo em situações em que o grupo focal é realizado sem todas suas particularidades, pois é possível obter no mínimo um exercício de *brainstorming*,

técnica para geração instintiva de ideias, pois os participantes certamente darão algumas ideias sobre o tema, favorecendo a geração de dados para análise.

Para maximizar a participação dos candidatos no encontro e obter um número considerável para a amostragem qualitativa buscou-se flexibilizar os horários da reunião. Como a pesquisa se deu no período da pandemia, o encontro do grupo focal ocorreu de forma remota por meio da ferramenta da Google, *Meet*, tanto por medidas de distanciamento e segurança, como, para poder atingir um número considerável de professores participando da entrevista. Sendo permitido por essa ferramenta a gravação para baixar o vídeo posteriormente e analisar as informações.

Barbour (2009) aponta que alguns pesquisadores que fizeram análises de grupos on-line e grupos presenciais obtiveram resultados semelhantes, nas pesquisas on-line as respostas obtidas se deram de forma mais curtas, enquanto nas presenciais as respostas se deram de forma mais detalhadas.

A necessidade de se ter uma característica homogênea nos grupos focais é algo essencial, pois a partir dessa característica, é possível envolver os participantes e facilitar as discussões referente a um assunto que se deseja instigar um assunto que se deseja pesquisar. À vista disso, o grupo focal foi escolhido a partir das respostas do questionário enviado via mensagem, o qual, permitiu filtrar quem conhecia ou não as Equações Diofantinas Lineares. Para esta pesquisa foram selecionados dois grupos, sendo um formado por professores que responderam conhecer as equações e outro com os professores que responderam não conhecer.

Os professores que responderam conhecer as equações foram convidados por mensagem, para participar de um grupo focal com a seguinte mensagem: Caro colega, agradeço por ter respondido o questionário sobre Equações Diofantinas Lineares. Para a realização da última fase do meu trabalho de mestrado, estou interessado em discutir o tema Equações Diofantinas Lineares com professores da educação básica, que já tiveram contato com as equações. Desta forma, gostaria de convidá-lo para participar de uma conversa em torno deste assunto. Encontro remoto previsto para o sábado 19/06/2021 às 10h00min. Ficarei muito feliz com sua participação que trará muitas contribuições para futuras pesquisas. Alguns minutos antes, eu enviarei o link da reunião.

Da mesma forma, os professores que responderam não conhecer as equações foram convidados por mensagem, para participar de um outro grupo focal com a seguinte mensagem: Agradeço por ter respondido o questionário sobre Equações Diofantinas Lineares. Para realização da última fase do meu trabalho de mestrado, estou interessado em discutir o tema Equações Diofantinas Lineares com professores da educação básica. Desta forma, gostaria de convidá-lo para participar de uma conversa em torno deste assunto. Datas para o encontro: Segunda 21/06/2021 às 19h30 min. Ficarei muito feliz com sua participação que trará muitas contribuições para futuras pesquisas. Alguns minutos antes, eu enviarei o link da reunião.

Apresentar-se-á a seguir as descrições dos encontros realizados com os professores.

#### **4.2.1 Primeiro Encontro**

O primeiro encontro foi escolhido para ocorrer em um sábado, tentando conciliar o máximo de professores, já que durante a semana muitos poderiam estar lecionando no período que fosse programado o encontro. É comum que nas pesquisas com grupos focais se tenha um moderador e um observador, porém como o encontro ocorreu de forma remota, e a reunião seria gravada, optou-se apenas por ter um moderador e determinadas observações poderiam ser notadas posteriormente.

A reunião iniciou com o pedido de autorização para gravar, informando que os dados ali coletados seriam parte de uma pesquisa acadêmica e seguiriam os protocolos estabelecidos pelo comitê de ética da Universidade Federal de São Paulo, que garantem o sigilo das informações. Os participantes concederam a autorização de forma verbal, o que permitiu continuar o trabalho.

Inicialmente a reunião contou com a participação de três professores e durante o encontro chegaram mais dois, totalizando cinco professores nesta etapa da pesquisa. Um grupo focal formado por muitos participantes, principalmente no modo remoto, poderia gerar cansaço, dado que muitos participantes ficariam ouvindo os outros e aguardando, para depois seguir com sua opinião. Desta forma, foi



considerado satisfatório o número de participantes que permitiu a todos uma participação ativa.

Para Barbour (2009) oito participantes como máximo é um número muito desafiador para o moderador, que necessitaria captar e explorar as percepções ou comentários dos diversos pensamentos dos participantes do grupo.

Após o pedido e a concessão da autorização para gravar a reunião, fez-se o agradecimento aos professores que compareceram no encontro e em outro momento haviam respondido o questionário sobre as Equações Diofantinas Lineares, que serviu de base para selecionar este grupo. Em seguida explicou-se o motivo do encontro, no interesse de discutir sobre a utilização das Equações Diofantinas Lineares como estratégia de ensino na visão dos professores da educação básica e ouvir sobre as possíveis contribuições e dificuldades para o ensino.

O primeiro encontro durou aproximadamente quarenta e oito minutos e as respostas das experiências dos professores seguem de forma descritiva em tabelas. Para manter o anonimato dos professores, criou-se nomes fictícios. Nas tabelas de respostas dos professores, o número que está acima de cada nome indica a ordem das falas durante o diálogo que segue ordenadamente, pelas perguntas durante o encontro.

Para aproximar e descontrair os professores, solicitou-lhes para comentarem um pouco da sua experiência na área da educação ou algo que marcara a sua vida durante a experiência como professor. Com essa tarefa, objetivou-se quebrar as resistências e apreensões nas falas, ocasionadas por possíveis silêncios entre os professores que talvez não se conhecessem até o encontro e ficassem envergonhados, fazendo-os não comentarem ativamente sobre o assunto. Com essa atividade de descontração buscou-se também a espontaneidade nas falas, pois conforme elucidado por Barbour (2009) ao desenvolver grupos focais se deve ter o objetivo de conquistar a interação dos participantes.

No encontro, mesmo com a atividade de descontração, poucos professores abriram as câmeras, ficando apenas com os microfones abertos. Talvez com receio de mostrarem parte da sua casa, ou ainda por estarem em um ambiente considerado

não apropriado para uma reunião, tendo essa atitude como uma forma de garantir a anonimidade.

Os encontros remotos, mesmo com as câmeras ligadas, dificultam a análise do moderador para perceber certos comportamentos de inquietudes, pois tais ações ou gestos podem mostrar a real interação, atenção e interesse de participação, permitindo ao moderador observar a comunicação não verbal de determinados comportamentos, como distração. Embora se possa enxergar isso como uma desvantagem, Barbour (2009, p. 41) afirma que seria um erro montar um grupo para ver apenas atitudes, pois as atitudes “são os resultados finais de séries de decisões analíticas, o que sugere que deveríamos ser cautelosos ao pensar que existe alguma coisa como uma atitude”.

A seguir a descrição das falas dos professores, na questão das suas trajetórias profissionais:

<p>1 Professor A</p>	<p>- <i>“Eu escolhi assim, na verdade eu queria fazer Engenharia Mecânica né?! Eu sempre atuei na área da mecânica, e aí o dinheiro era curto, eu falei assim. Bom, aí meu irmão falou: faz matemática. Eu falei: Matemática, meu? Vou fazer vai. Aí eu peguei e fui na São Judas (faculdade), passei em sétimo lugar, e comecei a fazer. Nesta ocasião eu trabalhava numa empresa... O intuito não era ser professor, era ser promovido na empresa, e acontece que eu terminei o curso e fui promovido mesmo. Passei de mecânico para chefe, e depois fui ser gerente. Só que o dinheiro não dava, o dinheiro estava apertado. Aí estava almoçando com um colega meu que era professor, e ele disse: Ô Professor A vai dar aula... Eu falei: dar aula? Não sei e tal. Aí eu fui dar aula, ganhando mais... Então eu estava passando em frente a uma escola e vi um cara em pé lá, eu falei: pô você não tá procurando professor não? Ele disse: “Pô” você chegou na hora certa, vamos entrar vamos... Ele era o dono da escola, no colégio Santo Amaro. Ele disse: Você está com tempo hoje? Eu falei: tô. Ele disse: Então pega aquela sala lá... Eu pensei: Pronto, danou-se tudo. Fomos pra sala... Ai chegando na sala, era aula de física. A primeira aula que eu dei era aula de física, estava lotada, era um EJA, tinha duzentos alunos. Ai a grana foi aparecendo, eu fui, fui continuando estudando. Por exemplo, eu tenho vinte e três cursos profissionalizantes, eu sou formado em técnico em mecânica, ajustagem mecânica, desenho mecânico, tenho lubrificação mecânica, tudo que você pensar de mecânica eu tenho. E fui, comecei a dar aula, fui gostando, terminei meu curso, depois eu fiz física numa parceria de alguns cursos que a USP tinha em 1994, né?! Resumindo, eu dou aula desde 1989,</i></p>
--------------------------	---

	<p><i>tá. Tenho uma carga aí enorme, e fiz meu inglês, fiz 6 anos de inglês, fiz dois anos de espanhol, tenho curso completo de inglês, tenho curso completo de espanhol, e sou formado em pedagogia também. Então eu tenho, matemática, física, pedagogia. Sempre dei aula de física, matemática, dei química, biologia, dei aula de ciência, tudo isso aí eu já belisquei um pouquinho. Então eu tenho uma certa carga que às vezes eu não corro atrás, eu gosto de ler, eu leio muito. Eu tenho um livro que estou escrevendo já, tem 157 páginas, eu parei um pouquinho. Que conta assim (o livro) A vida... Eu não mencionei o nome, e sim menciono atos que ocorreram nessa parceria minha no estado. Então eu tô no Estado (rede) desde 2001, eu não sou efetivo por questões minhas, mesmo, entendeu?! Eu tô aí firme, nessa briga aí tá bom?! E hoje eu ajudo o Francisco (com essa entrevista) que ele vai se sair muito bem.”</i></p>
<p>2 Professora B</p>	<p><i>- “Então, é... Eu, assim de nova, não imaginava que eu ia ser professora, meu pai era professor de matemática, química, física, ele era fera. Mas assim, eu falava não vou ser professora não, mas eu sempre trabalhei na área administrativa, sempre gostei desde nova, eu dava aula né?! Particular de graça, lógico, dava aula para meus irmãos, para amiguinhos dos meus irmãos, mas assim, eles falavam: você dá aula bem. Eu falava: imagina. Aí quando o meu pai, na verdade, faleceu, eu falei: eu vou ser professora de matemática. Eu fui, fiz né?! Já de idade estava com 40 anos, e me formei. Já tô na área há doze anos, e assim, pra mim realmente era a profissão que eu gostaria e não sabia. Nos testes vocacionais, dava a área de exatas, só que eu falava que não gostava, não queria ser isso. E o que assim, eu acho que é gratificante pro professor, é que a nossa profissão é um desafio, você ver o aluno né?! Falar que não compreende, não gosta as vezes né?! A maioria fala que não gosta, e depois que você começa a explicar, o aluno pega e fala: tô compreendendo, tô conseguindo fazer. Daí é muito gratificante você ver o crescimento do aluno, a construção dele, eu acho que é um prêmio.”</i></p>
<p>3 Professor C</p>	<p><i>- “Eu desde moleque, desde moleque que eu queria ser professor, né?! E eu conto isso, as pessoas acham engraçado. eu roubei um giz colorido da lousa, sabe aquele que fica no aparador, os restos de giz? E eu roubei um colorido, né?! e nessa época mesmo que descobri carbono, então eu brincava na porta do meu guarda-roupa, e ficava passando as aulas que eu tinha durante o dia, e eu passava, estraguei a porta do guarda-roupa, porque ficar escrevendo com giz, estraga, né?! Então estraguei a porta, minha mãe brigou e tudo. Aí eu pensava que queria ser pediatra, olha que louco, né?! Mas não era pediatra que eu queria ser, eu queria me envolver com o universo das crianças. E foi aí que posteriormente eu fui estudar né?! Eu fiz na OSEC ainda na época, que era uma faculdade que era da região, era uma faculdade nova, mas era muito difícil pra entrar, porque o foco da OSEC era medicina, é ainda, né?! E eu passei em terceiro lugar. Eu optei por matemática na manhã e à</i></p>

	<p><i>noite. E a noite eu passei em terceiro lugar, eu achei que foi uma classificação boa. E aí eu fui, fui fazer matemática, sem eira nem beira, nem sabia o que era praticamente, né?! Gostei muito, me dou muito bem com a profissão, tenho trinta anos de magistério, né?! E é assim, porradas e porradas, o ano que vem vai ter porrada de novo, né?! Eu já tô pensando se vai existir professor de matemática, porque com essa nova lei que eles estão fazendo aí, de colocar ciências da natureza com ciências humanas, não sei se alguém vai querer optar por matemática, né?! Porque todo mundo acha muito difícil, né?! Mas assim eu gosto muito de dar aula de matemática”.</i></p>
<p>4 Professora D</p>	<p><i>- “Então, a minha história é bem normal, é mais comum do que parece. Meu pai tinha cinco filhas, e ele não conseguia dar uma educação melhor pra gente, então eu prestei ENEM, tive uma boa nota, e aí eu consegui uma bolsa. Eu não queria fazer matemática, queria fazer direito, mas na minha época era um pouquinho difícil, era muito disputado, então eu fui pra uma área que o meu pai gostava, ele gostava muito de matemática, então eu acabei me tornando professora de matemática, foi assim que aconteceu comigo. E o que marca a nossa história é quando um aluno consegue fazer uma atividade e te fala, a gente se sente realizado mesmo. Atualmente eu estou dando aula numa escola de tempo integral, do estado mesmo, não achei que ia gostar tanto quanto estou gostando, mas estou gostando bastante de trabalhar em tempo integral e é isso. Agora eu não consigo me ver na área do direito, não é minha cara, eu achava que era, mas não é. Eu sou mais pra ensinar mesmo, eu acho que nasci mesmo pra ser professora. Eu não tenho esse, esse, como eu posso dizer... um advogado é um pouquinho bravo, um pouquinho sei lá, sabe, discutir, brigar, eu não sou dessas, eu sou muito calma, não é bem o que seria pra mim não. Tô feliz com minha escolha”.</i></p>
<p>Professor E</p>	<p>O professor não havia chegado ainda nessa etapa.</p>

Com objetivo de não desviar do foco, seguiu-se um planejamento de questões, guia de tópicos, previamente organizado para a discussão, almejando ao mesmo tempo, não ser tão meticuloso para evitar o enrijecimento do grupo e manter uma possível reflexividade no encontro.

Após as apresentações dos professores, foi lembrado aos professores, por meio de uma apresentação, os conceitos e as características das Equações Diofantinas Lineares, para possibilitar a fluidez do diálogo para a hipótese de algum professor que não lembrasse dos conceitos. Abordou-se, um pouco do poema conhecido em homenagem a Diofanto por meio da leitura deste poema, que foi apresentado no contexto histórico do primeiro capítulo e também o problema usado

neste trabalho, acerca da locação de carros, para elucidar uma situação que se refere a resolução destas equações e mostrou-se a fórmula para encontrar todas as soluções possíveis dos problemas. E alertou-se que esse tema não é um conteúdo obrigatório, específico da BNCC, porém pode ser um complemento para as aulas.

Em seguida deu-se continuidade à entrevista de grupo, perguntando: alguém já trabalhou com essas equações em sala de aula e gostaria de compartilhar sua experiência?

<p>1 Professor A</p>	<p>- “Eu numa ocasião, no colégio Albert Eisten em 2011 por aí, eu dei aula lá um ano e pouco, e lá usava apostila Positivo. Então apareceu um exercício desse aí e na ocasião eu enfrentei ele como se fosse aquele do Bufalini lá né?! Divisão de polinômio, que ele fala do quociente, e aí só tinha um exercício e eu não me aprofundei, aí depois eu pesquisei o que era, e achei meio confuso, meio trabalhoso, porque eu fiquei vinte e cinco minutos fazendo esse negócio, então eu achei muito tempo e ia me enrolar muito nisso aí com os alunos. A sala era cheia, a lousa era digital, e acabou que ficou gravado e eu não dei muita importância. Mas eu sempre encarei isso aí como se fosse divisão de polinômios. Enfim, foi só isso mesmo, foi passageiro. Depois eu não vi mais este tema, foi bem passageiro”.</p>
<p>2 Professora B</p>	<p>- “Eu vi na verdade a abordagem desse tema, mais assim na pós-graduação, e na sala de aula eu não fiz assim. Mas quando a gente por exemplo vai dar, introduzir ali, né?! A parte de equações, né?! Eu coloco um probleminha parecido assim, pro aluno, eu falo que é fácil quando é número pequeno ele descobrir o valor de x e y, né?! Aí eu vou falando me dá aqui as opções, e o aluno vai fazendo, eu fiz na verdade isso, mas não realmente trabalhar assim o tema como é mesmo, não. Eu só fiz assim de equações, e o aluno ir descobrindo de uma outra maneira”.</p>
<p>3 Professor C</p>	<p>- “Eu nunca trabalhei não, Francisco, nunca nem cogitei, eu vi isso na faculdade, mas passou, entendeu? Nunca trabalhei”.</p>
<p>4 Professora D</p>	<p>- “Então, como eu só trabalhei no Estado (escola), no Estado (rede) não está na grade, como você mesmo falou, não está na grade, então, não. E assim é bem parecido com sistema, né?! Você olha assim é parece sistema, mas sistema é mais no Ensino Fundamental e agora estou no médio, né?! Mais no primeiro ano, então eu não vi muito, na verdade eu não vi nunca, só na faculdade mesmo”.</p>

5 Professor E	<p>- “Na realidade é igual o outro professor falou, né?! Na aula não. Primeiro que no Estado (rede) o aluno a gente que tem uma dificuldade tremenda em matemática, né?! Já vem do início, na escola particular até ainda dá, mas igual ele falou, é um assunto que eu acho assim... um pouco trabalhoso, complicado pro aluno. Porque eu ouvi falar de equações diofantinas na faculdade, e particularmente eu senti muita dificuldade quando o professor foi ensinar isso aí, procurei pesquisar e até eu entender, demorou bastante. Agora você imagina a gente trabalhar isso no Estado, né?! Com o ensino que a gente tem hoje, tudo é limitado, né?! A gente sabe disso. Então eu acho super complicado, apesar que igual a outra professora falou aí, a gente trabalha querendo ou não, mas de uma forma diferente, com o que? Jogando valores aleatórios, né?! Em cada uma das incógnitas ali, né?! Vamos dizer assim, a gente não sabe o valor, vamos jogando até ir chegando. Tipo função, um exemplo mais claro disso que a gente usa, a gente vai jogando valores até chegar a descobrir o valor da outra, né?! Da outra letrinha que tá lá do X ou Y. Então queira ou não a gente trabalha, mas de uma forma diferente, mas se a gente for fazer como deve ser feito mesmo com o método da equação diofantina, pelo amor de Deus, o aluno vai desistir da escola na hora, já não gostam de matemática, aí vai ficar difícil, essa é minha opinião”.</p>
------------------	--

Diante das falas dos professores, foi questionado como eles usariam, ou como seriam as estratégias para eles usarem essas equações na sala de aula.

1 Professor C	<p>- “Se usasse o Geogebra por exemplo não daria?! Acho uma estratégia boa, porque aí vai jogando os números, né?! Até que vai ter uma hora que ele vai descobrir o que está acontecendo, né?! Talvez. Sei não, eu trabalharia com Geogebra”.</p>
2 Professora B	<p>- “É... colocar probleminhas que atraem eles, por exemplo, menino adora, falar de quantas figurinhas de quatro ou cinco reais podem ser compradas com cem reais, entendeu? Seria assim, pra eles, as figurinhas, quantas eu vou conseguir, não sei o que. Acho que atrairia também”.</p>
3 Professor E	<p>- “Concordo com a fala da professora B em usar problemas, coisas voltadas para o dia a dia, coisas do interesse deles (alunos) porque infelizmente tem que ser assim, porque se você não colocar nada que chame a atenção deles, complica”.</p>
4 Professor A	<p>-“Eu vejo assim, misturando um pouquinho do Bhaskara com Bufalini (acredito que o professor quis se referir a Briot-Ruffini) eu acredito que dá um pouco pra introduzir, né?! Mas esse Diofantino aí é muito complicado. Se envolver os dois, eu acho que chega lá, começando com sistemas lineares também. né?!”.</p>
Professora D	<p>Não fez sugestões.</p>

Após o diálogo e escuta, fez-se um resumo das contribuições dadas por eles, para que os professores notassem o interesse nas falas deles. Em seguida foi perguntado: se alguém fosse trabalhar esse tema em sala de aula, quais seriam os conteúdos que conseguiriam atingir?

1 Professor C	- <i>“Não sei se estou errado, mas não seria desenvolver um raciocínio mais rápido, mais lógico, né?! Não ia ficar tipo uma Alice, ué, ué (risos). Mas eu acho que o aluno desenvolveria um raciocínio mais lógico. Eu tenho ideia do Geogebra porque é no computador, que é uma coisa que o aluno domina, a informática, né?! Então ele jogando ali, ele iria trabalhar com essa habilidade do raciocínio lógico, do desenvolvimento, ele ia ver uma certa lógica ao jogar um determinado número. Eu penso assim”.</i>
2 Professora B	- <i>“Eu acho que é o raciocínio lógico mesmo, né?! Que aí o aluno vai estar treinando as possibilidades, e também a conta, né?! Ele vai estar usando a multiplicação, adição também, as operações matemáticas”.</i>
3 Professor A	- <i>“Concordo com o que disse os professores B e C”.</i>
Professora D	Não relatou.
Professor E	Não relatou.

Após os professores encerrarem as abordagens sugestivas, foi questionado de quais seriam as possíveis dificuldades, caso algum professor desejasse trabalhar essa temática em sala de aula.

1 Professor D	- <i>“Dificuldade número um, a maioria dos professores não conhecem, então a primeira dificuldade é o professor não conhecer as Equações Diofantinas entendeu. A gente pode fazer de outra maneira, agora conhecer as equações, é como o outro professor falou aí, ele vai olhar e vai sentir uma dificuldade, ah eu não vou conseguir fazer, imagine o aluno, entendeu. E a segunda já foi falado aqui, é que pro aluno precisa ser atrativo, se não for atrativo, não segue, não continua”.</i>
------------------	---

<p>2 Professora B</p>	<p>- “Eu concordo com a professora D, a gente não tem o aprofundamento do conceito aí, e como você vai passar pro aluno? Você tem que realmente tá ali dominando tudo, pra você passar e o aluno conseguir ali realmente se interessar e compreender. A dificuldade, primeira, é essa, e a segunda é que no estado (escola) que a gente trabalha, o tempo ali é todo bem limitado, né?! Que você tem que passar o básico, né?! Aí pra você trabalhar esse conceito, demoraria mais, eu acho que seria outra dificuldade”.</p>
<p>3 Professor A</p>	<p>- “Quando você faz o início da equação diofantina, você trabalha com multiplicação, subtração e soma, né?! Aí depois que você chegou nesse mínimo divisor comum ele entra num pedaço ali daquele Bezout, aí enrola tudo e entra a confusão. Como vou mostrar pro pequeno lá que vai entrar isso aí. Ele diz: Você falou que ia ser só até aqui, da onde saiu esse A e B?. Se eu voltar lá do início eu posso até mostrar, esse é o A e esse é o B, mas de onde saiu T, T do quê? Então cria confusão, é onde aperta. Pode até trabalhar isso aí numa ocasião, se tiver fases, porque tem jeitos de fazer, dois ou três jeitos de você resolver. Então, até você achar o jeito mais prático, que se faça entender, e tempo, né?! Porque você vai demorar um tempinho pra ele poder entender. No Estado (rede) é complicado, entendeu, talvez no superior é tranquilo, mas no Estado (rede) é complicado, eu vejo assim”.</p>
<p>4 Professor C</p>	<p>- “Eu concordo com o que vocês falaram aí, professores A, B e D, sobre todas as dificuldades. Primeiro a gente tem que dominar, porque o aluno é esperto, se ele ver que o professor não domina o conteúdo, já era, ele já não tem o interesse, se ele ver que o professor não tem o domínio, ele vai ter interesse menos ainda, né?! E outra coisa também que eu acho, é, não sei se vocês sentem o que eu sinto assim, com relação a nossa disciplina, o textual tá cada vez mais reduzido em matemática, tirando tudo. Quando eu comecei a dar aula, a ensinar teorema da bissetriz interna, hoje, nem eu mais sei fazer, porque deixaram de lado, falaram que não serve pra nada. Pode ser que não sirva pra nada, que não sirva pra alguns, pra outros, mas pra alguém deve servir. Igual logaritmo, pra que vou aprender logaritmo? Talvez pra alguns não vai, mas pra outros sim. Sempre tem alguma coisa por trás que a gente vai usar, né?! Como tá todo mundo deixando a gente acuado, tá tirando, deixando a gente dar o básico do básico, acho que a gente nunca teria oportunidade de ensinar isso, né?! Só se a gente fizesse como a gente costuma fazer, um quiz sabe, alguma coisa assim, uma brincadeira, mais ou menos isso”.</p>



<p>5 Professor E</p>	<p>- “Então, o outro professor (Professor A) resumiu tudo. Primeiro no Estado (rede), vamos falar do Estado (rede). A gente tá agora recebendo esse material aí (se referiu ao material criado pela Secretaria da Educação), é um material pobre, né?! Cada vez mais resumido, a gente não tem um conteúdo legal pra trabalhar e cada vez mais a gente vai ficando assim sem nada, né?! Aí você vai tentar aplicar um assunto desse pro aluno, ele vai confundir tudo, não sabe, você vai tentar voltar à estaca zero, já não dar, você já estará a uma certa distância no ensino, então pra mim a maior dificuldade é essa. Sem falar assim, o professor tem que dominar muito bem isso aí, pois se o aluno perceber que você não sabe nada, pronto, não vai sair mais nada mesmo disso. Esta é minha opinião”.</p>
--------------------------	--

Encerraram os questionamentos com os professores, seguindo para os agradecimentos por terem disponibilizado seu precioso tempo e os comentários para contribuir com esse trabalho.

#### 4.1.2 Segundo Encontro

O segundo encontro, com os professores que não conheciam as Equações Diofantinas Lineares, foi marcado em uma segunda-feira. A reunião teve a participação de duas professoras e iniciou com o pedido de autorização para gravar suas imagens e falas e depois usar como parte deste trabalho acadêmico, o que foi concedido. O encontro durou aproximadamente trinta e sete minutos e as respostas das experiências dos professores seguem a seguir.

Da mesma forma que o encontro anterior, foi iniciado a reunião com o agradecimento por terem respondido o questionário de sondagem e para poder aproximar e descontrair os professores, foi solicitado aos professores para comentarem um pouco da sua experiência na área da educação.

<p>1 Professora X</p>	<p>- “Eu leciono há dez anos para o Ensino Fundamental II, sexto e sétimo ano, atualmente somente para o sexto ano. Bom, eu escolhi essa profissão porque eu sempre gostei muito de matemática, e assim, o fato de eu gostar bastante de matemática, na sala, sempre alguns colegas, né?! Tinham dúvidas e eu gostava de ensinar, e eles falavam assim: Nossa eu entendo melhor com você explicando, do que com o professor. Então eu pensava assim, ah eu acho que eu seria uma boa professora de matemática, como eu gosto, né?! E aí eu acabei seguindo esse caminho”.</p>
---------------------------	---

2 Professora Y	- <i>“O meu caminho foi assim, eu estava insatisfeita na verdade, né?! Eu trabalhava uns dez anos já na área financeira, bancária, e aí eu queria partir pra área da educação, e aí a matemática tinha mais a ver até então com o que eu tinha feito na minha vida, até aquele momento. E aí eu me apaixonei, eu estou em sala de aula há cinco anos. E é isso, nem sempre é fácil, mas estamos aí”.</i>
-------------------	--

Neste encontro, as duas professoras participantes permaneceram com as câmeras abertas. Sendo mais espontânea as suas falas.

Após a atividade para tentar a aproximação, apresentou-se o poema da vida de Diofanto de Alexandria, poema encontrado em alguns livros, e elucidou que as equações Diofantinas são em homenagem a este matemático, mesmo não sendo ele quem desenvolveu grandes estudos acerca delas. Posteriormente foi mostrado as características das Equações Diofantinas Lineares por intermédio de um problema, o da locação de carros, com um pouco mais de detalhes que o primeiro encontro, porém foi solicitado que as professoras indicassem as soluções para o problema, com objetivo delas participassem da interação. Elas foram muito assertivas e rápidas ao falar as possíveis soluções, encontrando-as por tentativa.

Como eram professoras que não conheciam as equações, foi proposto um problema sem solução no conjunto dos inteiros, e após alguns testes, uma professora perguntou se seria um problema sem solução, pois já havia feito vários testes e todos sem êxito. Foi ratificado que sim, que se trata de um problema sem solução e foi apresentado a característica de quando há ou não solução e a fórmula geral para encontrar todas as soluções.

Seguida da elucidação do tema para conhecimento das professoras, iniciou-se às questões de reflexão sobre o tema, sendo a primeira questão: Quais seriam as dificuldades para o aluno aprender esse conteúdo, com base no exemplo demonstrado na apresentação?

1 Professora X	- <i>“Eu achei bacana o seu caminho, né?! Primeiro a gente resolveu sem uso de nenhuma estratégia, nenhuma fórmula, né?! Eu acho que esse seria o caminho também para trabalhar com os alunos, acredito que não teria nenhuma dificuldade. Eles apresentariam também algumas soluções possíveis, e aí depois eu acho que vem a parte do conceito, da generalização, da fórmula. Eu acredito, eu</i>
-------------------	---

	<i>de verdade não vejo dificuldade, talvez mais o fato de retomar por exemplo, o que que é o MDC, é ... acho que é basicamente isso”.</i>
2 Professora Y	<i>- “Eu acho que tem muito a questão da interpretação do problema, porque tem essa dificuldade de transformar a linguagem ali em matemática. E eu acho que o fato de ser um problema aberto, sabe de caber várias resoluções. Às vezes eles ficam ali fechados em uma fórmula, e você não tem uma fórmula, precisa achar uma resolução, e a partir daí você consegue montar todas as resoluções possíveis. Mas acho que sair do zero para achar essa solução, acho que é a parte mais difícil. Não para todos, né?! mas para alguns ali que ficam muito “amarrados” em fórmula... enfim”.</i>

Após a escuta dos comentários, foi questionado se alguém fosse trabalhar esse tema em sala de aula, quais conteúdos o aluno precisaria saber para conseguir desenvolver a aprendizagem do tema.

1 Professora X	<i>- “A princípio eu acho que ter noção de múltiplos, a princípio. Depois no caso se for para comprovar se realmente tem solução ou não, pra ele não ficar um “tempão” procurando, no caso o MDC que você falou, que é encontrar o MDC entre os coeficientes”.</i>
2 Professora Y	<i>- “É legal ter uma noção de linguagem algébrica. Conhecer números negativos e inteiros. Eu acho que dá pra modelar com esses conhecimentos assim”.</i>

Foi então perguntado a partir de qual ano seria possível abordar o assunto com os alunos.

1 Professora Y	<i>- “Eu acho que a partir do sétimo ano, eles já viram os negativos (números), já vão ver álgebra. Acho que no final do sétimo ano, né?! Mas o legal mesmo é no oitavo ano, pra ter compreensão”.</i>
2 Professora X	<i>- “Concordo com a professora Y”.</i>

É informado às professoras que esse tema não contempla os conteúdos da BNCC, embora alguns materiais didáticos possam ou já colocaram problemas no que concerne essas equações.

Em seguida, foi feita a seguinte indagação: como há professores que nunca viram esse tema na graduação ou viram rapidamente, quais seriam as possíveis

dificuldades para o professor que não conhece esse tema conseguir aprendê-lo para ensinar os alunos, caso queiram incluir isso nas suas aulas?

1 Professora Y	- <i>“Acho que primeiro é na formação, tem que correr bastante atrás dessa questão do conteúdo, né?! Por mais que seja um conteúdo “aberto”, tem que ter a noção na hora de explicar. A preparação do professor, talvez algum material ele vai ter que produzir, já que isso não tem em livro didático, não tá na base, acho que é isso”.</i>
2 Professora X	- <i>“Eu concordo com a professora Y, ter um material de apoio, né?! Porque a gente, eu mesmo na minha formação, tanto na formação regular, Ensino Médio, quanto na formação, na graduação, eu nunca tive contato. Então realmente precisaria de um material, né?! Precisaria de umas aulas, uma introdução, né?! Alguma coisa do tipo”.</i>

Em seguida, indagou se para elas seria muito difícil desenvolver esse tema em sala de aula?

1 Professora X	- <i>“É um nível de dificuldade razoável, né?! Acho que onde pega mais é aquela última demonstração. Eu considero razoável”.</i>
2 Professora Y	- <i>“Concordo com a professora X”</i>

Após o comentário, foram expostas algumas sugestões de relacionar o tema com outros conteúdos, como trabalhar o plano cartesiano com os pares ordenados, ou complementar algebricamente o trabalho com função afim. Seguindo com quais as sugestões para um plano de aula? E o que poderiam acrescentar nas aulas para despertar o interesse?

1 Professora X	- <i>“Observar as regularidades antes de partir pra fórmula de repente”.</i>
2 Professora Y	- <i>“Eu procuraria algum vídeo, alguma mídia ali pra trabalhar sobre Diofanto, pra dar uma ideia a mais pra eles, dessa questão... Talvez um painel de solução. Trabalharia em dupla e cada dupla colocaria o que acha”.</i>

Após as contribuições das professoras. Encerrou-se os questionamentos, seguindo para os agradecimentos.

### 4.3 Discussão dos Resultados

Nesta etapa, a partir dos dados obtidos no questionário e no grupo focal, buscou-se nas falas transcritas dos professores, evidências do porquê esse tema é relevante para a educação matemática no Ensino Fundamental, de forma que seja possível considerar a visão de quem pretende aplicar essas equações em sala de aula.

Os dois encontros, com professores que disseram conhecer as Equações Diofantinas Lineares e com professores que disseram não as conhecer, não tiveram interferência por falta de conectividade, o que permitiu a eficiência da forma virtual. Sabe-se que em encontros presenciais é possível ver a linguagem corporal dos participantes, e ainda, alguns acabam falando simultaneamente com os outros, permitindo perceber a interação e o desejo de contribuir com a fala do outro. Em encontros virtuais, seja em reunião ou debates, é comum que um participante aguarde a fala do outro para prosseguir, e nos dois grupos focais realizados não foi diferente, cada participante sempre aguardou o outro terminar de falar para prosseguir nas suas observações. Uma característica negativa notada no primeiro encontro, foram as câmaras fechadas dos professores, que inviabilizou notar a linguagem corporal, pois os pequenos silêncios entre as falas durante o encontro, dificultou a análise dos gestos para observar o interesse no assunto ou o desejo em querer falar, que é perceptível em encontros presenciais. No segundo encontro, a dinâmica se deu de forma mais contributiva entre as professoras, provavelmente pelas câmaras estarem abertas ou por elas já se conhecerem e talvez diminuísse a timidez.

Seguindo a teoria de Bardin (1997), buscou-se, a partir das entrevistas e por meio de uma leitura minuciosa da descrição relatada do encontro, elaborada a partir das visualizações e escutas dos encontros gravados, evidenciar os argumentos ou percepções principais dos professores acerca da temática. As reações ou comportamentos dos professores no primeiro encontro não foram observadas, pois como mencionado anteriormente, os professores não se sentiram confortáveis em abrir as câmaras.

Bardin (1997) descreve a análise de conteúdo como uma técnica de investigação para descrever um conteúdo e que possa permitir fazer inferências posteriores acerca desses dados brutos.

A análise de conteúdo é uma dentre as diferentes formas de interpretar o conteúdo de um texto, adotando normas sistemáticas de extrair significados temáticos ou os significantes lexicais, por meio dos elementos mais simples do texto. Consiste em relacionar a frequência da citação de alguns temas, palavras ou ideias em um texto para medir o peso relativo atribuído a um determinado assunto pelo seu autor. Pressupõe, assim, que um texto contém sentidos e significados, patentes ou ocultos, que podem ser apreendidos por um leitor que interpreta a mensagem contida nele por meio de técnicas sistemáticas apropriadas (SÁ-SILVA et al., 2009, p. 11).

A partir dos dois encontros fez-se a exploração e interpretação das falas para apurar os destaques feitos pelos professores em relação às equações, delimitando em três categorias.

Posto isto, a partir das respostas dadas pelo primeiro grupo de professores que responderam conhecer as Equações Diofantinas Lineares, foram apurados três temas. Tomou-se como base para a apuração, as falas enfáticas dos professores ou repetição dos comentários. Sá Silva et al (2009) afirma que em relação à criação das categorias, não há um procedimento único nem estabelecido.

As categorias ou temas selecionados foram: formação do professor, estratégias que despertem interesse e a defasagem dos alunos da rede pública. As falas em destaque se deram em:

“Sem falar assim, o professor tem que dominar muito bem isso aí (Equações Diofantinas Lineares), pois se o aluno perceber que você não sabe nada, pronto, não vai sair mais nada mesmo disso.”

“E a segunda já foi falado aqui, é que pro aluno precisa ser atrativo, se não for atrativo, não segue, não continua.”

“Aí você vai tentar aplicar um assunto desse pro aluno, ele vai confundir tudo, não sabe, você vai tentar voltar à estaca zero, já não dar, você já estará a uma certa distância no ensino, então pra mim a maior dificuldade é essa”.

No entanto, o segundo grupo realçou dois assuntos: a formação do professor e as estratégias diferenciadas para atrair o interesse dos educandos. Como pode notar com as falas dos professores:

- “Acho que primeiro (refere-se a dificuldade) é na formação, tem que correr bastante atrás dessa questão do conteúdo, né?! Por mais que seja um conteúdo “aberto”, tem que ter a noção na hora de explicar. A preparação do professor, talvez algum material ele vai ter que produzir, já que isso não tem em livro didático, não tá na base, acho que é isso.”

- “Eu concordo com a professora Y, ter um material de apoio, né?! Porque a gente, eu mesmo na minha formação, tanto na formação regular, Ensino Médio, quanto na formação, na graduação, eu nunca tive contato”.

- “Eu procuraria algum vídeo, alguma mídia ali pra trabalhar sobre Diofanto, pra dar uma ideia a mais pra eles, dessa questão... Talvez um painel de solução. Trabalharia em dupla e cada dupla colocaria o que acha.”

Além do exposto, referente ao primeiro encontro, notou-se que embora os professores tivessem conhecimento do tema, apenas um professor já havia trabalhado o tema em sala de aula. Alguns dos motivos para os professores não desenvolver atividades com as equações em sala de aula, foram:

- O tema: Equações Diofantinas Lineares não é um conteúdo obrigatório da BNCC, conforme a fala da professora: *“então, como eu só trabalhei no Estado, no Estado não está na grade, como você mesmo falou, não está na grade, então, não”*.

- Os professores consideraram as Equações Diofantinas Lineares um tema difícil quando o aprenderam na graduação, como se observa na fala do professor: *“eu ouvi falar de equações diofantinas na faculdade, e particularmente eu senti muita dificuldade quando o professor foi ensinar isso aí”*.

Caso as equações fossem um tema obrigatório da BNCC, poderiam gerar um conhecimento tácito por meio de sua aplicação na prática pedagógica dos professores.

Ainda no primeiro encontro, notou-se a abordagem dos professores para usar essas equações como uma estratégia de resolução de problemas: *“É... colocar probleminhas que atraem eles, por exemplo”*. Este tema foi muito abordado em outras dissertações acerca do tema.

É abordado ainda a possibilidade de se usar recursos digitais para atrair a atenção dos alunos, como o Geogebra, que é um aplicativo de matemática dinâmica que conecta geometria à álgebra. Tal abordagem é notada no comentário do professor: *“Se usasse o Geogebra por exemplo não daria?! Acho uma estratégia boa, porque aí vai jogando os números, né?!”*. Ou ainda na abordagem: *“Eu tenho ideia do Geogebra porque é no computador, que é uma coisa que o aluno domina, a informática, né?!”*. Sendo este tema apontado para se expandir posteriormente, como um complemento para abordar após o ensino de sistemas lineares. Como é visto na fala: *“...eu acho que chega lá, começando com sistemas lineares também, né?!”*.

Na perspectiva dos professores dos dois grupos, usar esta temática permite trabalhar situações problema que despertam o raciocínio. Além disso, pode possibilitar ao aluno compreender que em diversas situações, pode se ter uma variedade de soluções. Sendo apontado ainda, o que será apresentado mais adiante, a contribuição

de fazer o aluno vivenciar situações que ele possa investigar comportamentos algébricos, despertando a materacia, que pode ser compreendido como ler e escrever o que se entende, bem como interpretar e agir em uma situação.

Propor aos alunos situações de aprendizagem que possam despertar essa capacidade de investigar é promover uma atividade de intencionalidade pedagógica, onde o professor deseja conduzir o aluno a aprendizagem.

Proporcionar tarefas de cenário de investigação em sala de aula, é promover um ambiente de aprendizagem mais significativo para garantir a efetividade dessa aprendizagem, o que é um grande desafio devido aos vários fatores envolvidos, tais como: os alunos gostarem ou não, não se sentirem encantados com o tema ou não despertarem curiosidade sobre o tema, afirma Skovsmose (2014).

Aprendizagem significativa ocorre quando se valoriza os conhecimentos prévios do aluno ao mesmo tempo que se permite desenvolver novos conhecimentos. Além disso, “ela só ocorre quando temos como base uma disposição ou motivação do aluno para aprender, além da existência de um material potencialmente significativo para o aluno” (SILVA JR, 2017, p. 330).

Será discutido a seguir os temas levantados pelos professores dos dois encontros: formação do professor, estratégias que despertem interesse e a defasagem dos alunos da rede pública. Destacando que os professores do primeiro encontro comentaram os três temas, entretanto os professores do segundo encontro abordaram apenas os dois primeiros.

#### **4.3.1 Formação do professor de matemática**

Nas discussões entre os participantes do primeiro encontro, ficou evidente a preocupação com sua formação, para eles, é necessária a formação pedagógica a fim de possibilitar a efetiva aprendizagem dos conteúdos.

Esta perspectiva entra em consonância com a pesquisa de Ball (1998) que conclui que os professores de matemática precisam saber muito mais do que atualmente já sabem ao ensinar. Aponta ainda que o professor deve buscar sempre aumentar seus conhecimentos para compreender e ensinar os conteúdos.



Skovsmose (2014, p 13) destaca que “a matemática possui um corpo de conhecimento estabelecido e consolidado” e ainda, que “a matemática pode, contudo, se ocupar de conhecimentos e compreensões que não se encaixam nas estruturas institucionalizadas”. Nesta perspectiva de se construir conhecimentos que ainda não se encontram na lista dos conteúdos dos sistemas educacionais, é que se ratifica a necessidade de os professores estejam sempre em formação, pois uma educação de qualidade ocorre também quando os educandos são preparados para estudos superiores. Este é também um dever, conforme a Lei de Diretrizes e Bases da Educação:

Art. 22º. A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. (BRASIL, 1996)

Da mesma forma que no primeiro encontro, o segundo encontro de professores também houve o relato acerca da formação do professor como um ponto crítico que merece destaque.

Ao ensinar algo que não se tem domínio, seja do ponto de vista do conhecimento ou da estratégia de como ensinar, pode-se ofertar sequências de informação erradas e desmotivar o aluno. A insegurança no comportamento apresentado pelo professor afeta tanto ele quanto seu aluno, o que permite compreender a fala dos professores em relação a insegurança de sua formação ou como planejar determinadas atividades que possam garantir as aprendizagens dos educandos. Como se vê na fala da professora durante o segundo encontro: *“Acho que primeiro é na formação, tem que correr bastante atrás dessa questão do conteúdo, né?! Por mais que seja um conteúdo aberto, tem que ter a noção na hora de explicar”*.

A formação do professor é um tema muito importante para sua carreira, não somente em relação a estas equações, mas como um todo. Nesta perspectiva o Plano Nacional de Educação possui metas relacionadas a formação do professor, das quais se destaca:

META 14 - Elevar gradualmente o número de matrículas na pós-graduação de modo a atingir a titulação anual de 60.000 (sessenta mil) mestres e 25.000 (vinte e cinco mil) doutores.

META 16 - Formar, em nível de pós-graduação, 50% (cinquenta por cento) dos professores da educação básica, até o último ano de vigência deste PNE, e garantir a todos (as) os (as) profissionais da educação básica formação

continuada em sua área de atuação, considerando as necessidades, demandas e contextualizações dos sistemas de ensino. (BRASIL, 2014)

O que se nota ao analisar o questionário que serviu de filtro para o encontro de grupo focal, é que dos treze professores que responderam ao questionário apenas três conseguiram cursar uma pós-graduação, isso equivale a 23% aproximadamente, dos entrevistados. E destes, três professores, responderam conhecer as Equações Diofantinas Lineares.

Embora não seja tão imediato o acesso a um curso de pós-graduação, e para alguns não tão acessível por diversos motivos, como falta de recursos, dificuldade de locomoção, entre outros, é essencial que se tenha políticas públicas efetivas para que os professores tivessem a oportunidade de se ter uma formação continuada em cursos de nível superior: lato sensu ou stricto sensu.

Quando um professor propõe algo novo para seus alunos, é esperado que ele realize um planejamento do que é proposto para efetivar com sucesso o que se almeja. Ao propor uma temática que não se tem domínio ou é considerada difícil, o professor buscará estratégias tanto para ele aprender como para conseguir aplicar, buscando o interesse dos alunos para garantir determinadas habilidades matemáticas relacionadas ao tema. Nesse sentido o professor que não for preparado adequadamente, pode se frustrar e desmotivar na sua proposta. Tal situação é comentada pelo professor B durante o primeiro encontro.

“Eu concordo com a professora D, a gente não tem o aprofundamento do conceito aí, e como você vai passar pro aluno? Você tem que realmente tá ali dominando tudo, pra você passar e o aluno conseguir ali realmente se interessar e compreender.”

Embora nas diversas dissertações do programa PROFMAT acerca da temática, são evidenciadas notórias contribuições das Equações Diofantinas Lineares, como apresentado nos capítulos anteriores o uso dessas equações como aprofundamento em conteúdos algébricos, conteúdos de treinamento para olimpíadas e para despertar raciocínio. De que vale ter todos os benefícios se os professores não estão preparados para usufruir? As potencialidades dessas equações são muitas, conforme se evidenciou no capítulo 2, porém poucos professores conseguiram trabalhar com essa temática, como se observou na entrevista de professores que disseram conhecer.

Não foi perguntado durante o grupo focal em qual momento na graduação eles aprenderam, se foi em uma disciplina específica como a teoria dos números, ou em tópicos de aritmética, disciplina do mestrado PROFMAT que possui as Equações Diofantinas Lineares como um tópico. Mas se observou que dos dados coletados, dos quatorze professores entrevistados, treze fizeram o curso de licenciatura em Matemática, e destes apenas trinta e sete por cento aproximadamente conheceram essas equações em um curso de formação posterior à licenciatura, formação continuada ou pós-graduação. Sendo estes cursos de grande importância para a formação do professor de um modo geral.

Espera-se que quanto mais formações o professor esteja em contato, independentemente do tipo de ensino, mais ele pode construir ou elaborar repertórios didáticos, que possibilitem o aluno desenvolver habilidades essenciais determinadas pelos documentos oficiais, como a BNCC.

Considerando que o professor tem seu papel essencial na educação, é preciso de investimento em seu desenvolvimento, por serem o capital humano da escola, afirma Moreto (2020).

Nesse período pandêmico, o mundo tecnológico tem tido transformações muito rápidas e a escola tem seu papel fundamental em formar os estudantes para exercerem seu papel em estudos posteriores e no mundo do trabalho. “O desenvolvimento profissional dos professores pode se dar pelas seguintes estratégias: abordagens orientadas, domínio do conteúdo, gestão da sala de aula e colaboração de colegas, todos oferecidos pelos treinamentos eficazes” Burns e Luque (2014, Apud MORETO, 2020, p. 19).

De fato, o desenvolvimento do professor é essencial para garantir a excelência na garantia da aprendizagem. Porém, mesmo sendo tão importante, tem-se poucos professores com formação continuada, como mostrado nos gráficos desta pesquisa acerca da formação dos professores. Vale lembrar que “a formação inicial docente não supre todas as necessidades e especificidades relacionadas à teoria e à prática que será construída com a experiência de sala de aula” (VILELA, LOUSADA & GIRALDO, 2020, p. 598). Por isso é imprescindível a necessidade de formação contínua.

Burns e Luque (2014, Apud MORETO, 2020, p. 18) declara que:

“um dos “desafios” dos programas de formação de professores na América Latina e no Caribe, inicial ou continuada, é a manutenção dos estudantes no processo de aprendizagem, ou seja, equipar os professores com as estratégias de ensino na consecução da manutenção dos estudantes, assim como que se preparem para usar as estratégias com eficiência a todo momento. Porque treinados, professores excelentes estariam equipados, para darem conta da aprendizagem.... Em todos os momentos os professores necessitam ser excelentes”.

Professores excelentes são aqueles que conseguem não somente o seu sucesso, mas garantem a aprendizagem dos alunos, tornando-os competentes. Nesse viés é essencial que propostas efetivas sejam lançadas com urgência para atingir as metas dos Plano Nacional da Educação, a fim de possibilitar os professores terem sucesso na garantia das aprendizagens e desenvolverem alunos autônomos e protagonistas.

#### **4.3.2 Estratégias que despertam interesse dos alunos**

Durante a entrevista com os professores, foi abordado outro ponto com muito destaque dos professores, a importância de usar essas equações para desenvolver o processo de investigação, buscando soluções e interpretando-as e possibilitando despertar nos educandos a motivação. “Um cenário de investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo: O que acontece se...?” (SKOVSMOSE, 2000, p. 73).

As Equações Diofantinas Lineares, possibilita investigar cenários que permitam a construção de conhecimentos algébricos. É compreendido esse fator quando os professores trabalham essas equações para compreender conceitos de funções afim, mesmo com restrições dos conjuntos dos inteiros. Permitindo os alunos notarem o crescimento ou decréscimo das variáveis da equação conforme os coeficientes  $a$  e  $b$ . Conforme mostrado na figura 1.

É notado a abordagem das professoras que responderam não conhecer as Equações Diofantinas Lineares, de se trabalhar propostas diferenciadas, como o painel de soluções, ou problemas voltados aos interesses e vivências dos alunos. Estas professoras, ratificam a necessidade de se desenvolver estratégias que permitam despertar o interesse dos alunos.

É importante que alunos despertem a iniciativa em agir, para tornar-se protagonistas e responsáveis por seu processo de investigação. A esse respeito, Skovsmose (2014, p 73) afirma que: “Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem”.

As Equações Diofantinas Lineares têm uma determinada versatilidade nas possibilidades de poder resolvê-las de diferentes formas, seja por meio de tentativa erro, por equação modular, pelo método de Euler entre outros. Fazendo dessas equações uma estratégia para ensinar diferentes conteúdos matemáticos usando o mesmo problema como estratégia. As equações podem ser usadas seja para ensinar cálculos numéricos, seja para mostrar a diferença de variável ou incógnita. É possível ainda por elas, usar como uma forma de mostrar a diferença de funções numa reta contínua ou com restrições de inteiros, aproveitando para exemplificar a progressão aritmética seguindo a variação dos coeficientes.

As ideias dos professores durante o primeiro grupo focal, para trabalhar problemas com situações que os estudantes gostem é uma forma de conseguir desenvolver e ensinar a Equações Diofantinas Lineares, que tem conexão com as ideias de Olé acerca da realidade e semi realidade.

“É... colocar probleminhas que atraem eles, por exemplo, menino adora, falar de quantas figurinhas de quatro ou cinco reais podem ser compradas com cem reais, entendeu? Seria assim, pra eles, as figurinhas, quantas eu vou conseguir, não sei o que acho que atrairia também.”

“Concordo com a fala da professora B em usar problemas, coisas voltadas para o dia a dia, coisas do interesse deles (alunos) porque infelizmente tem que ser assim, porque se você não colocar nada que chame a atenção deles, complica.”

Compreende-se a problemas de semi realidade, como aqueles que embora não estejam diretamente no dia a dia dos alunos, a partir deles é possível os alunos desenvolverem habilidades de determinados conteúdos. Vale destacar que a matemática deve possibilitar o desenvolvimento de estudantes críticos, que ela sirva não apenas para calcular ou resolver problemas, mas a partir da resolução desenvolva análise e reflexões para cada tipo de problema.

O professor ao desenvolver diferentes estratégias para atingir a aprendizagem, possibilita aos alunos compreenderem que a matemática não é

engessada com fórmulas. O uso de situações problemas para contextualizar conteúdos matemáticos são muito importantes pois são por elas que surgem as investigações matemáticas que proporcionam o desenvolvimento de estudantes protagonistas e críticos.

Ao abordar o ensino aprendizagem, Skovsmose (2014) alerta que não se pode esquecer, que as diferenças culturais apresentadas pelos aspectos políticos e socioeconômicos diferentes apresentados nas diferentes regiões do mundo vão afetar a forma de pensar dos educandos. Em diferentes contextos vividos pelos alunos, estes aprendem de formas diferentes e as propostas devem sim ser repensadas e planejadas de forma a tentar garantir a aprendizagem dos mesmos e alcançar o desenvolvimento de cidadãos protagonistas, que não somente saibam refletir, mas também agir.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que tem em um dos seus objetivos prover indicadores acerca da educação básica, avalia os alunos por meio de situações que estão em seu dia a dia, o que o aluno consiga compreender mesmo que distante da sua realidade.

O trabalho em situações contextualizadas na realidade é fundamental para o desenvolvimento dos conceitos e das ideias matemáticas por parte dos alunos, bem como para o desenvolvimento da sua capacidade de usar a Matemática na resolução de problemas dos mais diversos domínios. (PONTE & QUARESMA, 2012, p. 207)

Problemas relacionados a Equações Diofantinas Lineares permite o desenvolvimento de conceitos matemáticos, seguindo a perspectiva do PISA e servindo-se como auxílio para aprendizagem . Além disso, segue o proposto pelos professores que estes problemas despertam interesse dos alunos, pois viabiliza os alunos compreenderem a situação trabalhada.

#### **4.3.3 A dificuldade dos alunos na disciplina de matemática**

Os dois temas anteriores foram abordados nos dois grupos focais, tanto dos professores que conheciam, como os professores que não conheciam as Equações Diofantinas Lineares, porém a abordagem da defasagem dos alunos de escola pública se deu apenas no grupo de professores que responderam conhecer as equações. Este grupo teve uma característica comum, que além de conhecer as equações, todos

lecionam em escolas públicas, entretanto, os professores do segundo grupo lecionam apenas na rede privada.

A defasagem dos alunos de escolas públicas é vista por estes professores como uma limitação para aprimorar e introduzir novos conceitos. A abordagem pode ser compreendida nas falas descritas a seguir:

“A dificuldade, primeira, é essa, e a segunda é que no estado (escola) que a gente trabalha, o tempo ali é todo bem limitado, né?! Que você tem que passar o básico, né?! Aí pra você trabalhar esse conceito, demoraria mais, eu acho que seria outra dificuldade.” (Professora B)

“No Estado (rede) é complicado, entendeu, talvez no superior é tranquilo, mas no Estado (rede) é complicado, eu vejo assim.” (Professor A)

Para este grupo de professores a defasagem dos alunos das escolas públicas, é um empecilho para incluir outros temas extras durante as aulas. Compreende-se que as retomadas de diversos conteúdos básicos são necessárias para auxiliar os alunos com dificuldades, mesmo que possam tomar um tempo do planejamento anual dos conteúdos. Compreendendo como uma justificativa, mas não um impedimento para aplicação de diferentes temáticas que promovam aprendizagens significativas.

A defasagem é um problema que permeia todo o sistema educacional brasileiro, sendo uma das grandes vilãs para o cumprimento dos currículos em sala de aula. Embora as mazelas mostraram que com mudanças sérias e foco em resultados de excelência, estes problemas puderam ser contornados. Em geral, isto ocorre através de planejamento e estabelecimento de metas (AMARAL, 2017, p 41).

Nas imagens seguintes pode-se observar os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB, apenas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio da rede pública estadual de São Paulo.

**Figura 10: Resultados do IDEB - Ensino Fundamental .**



Atualizado em 15/09/2020

Copyright MEC - INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

**Fonte:** MEC/INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira  
Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=14406859>. Acesso em 28 de set. 2021.

**Figura 11: Resultados do IDEB - Ensino Médio.**



Atualizado em 15/09/2020

Copyright MEC - INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

**Fonte:** MEC/INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira  
Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=14406434>.  
Acesso em 28 de set. 2021.

A partir dos índices observa-se que mesmo as duas etapas do ensino da educação básica, Ensino Fundamental anos finais e o Ensino Médio, tendo evoluções em seus resultados, esses não foram suficientes para atingir as metas projetadas.

De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP (2021), o Ideb é um indicador que visa acompanhar a qualidade da educação no âmbito nacional, acerca dos rendimentos escolares. Esse índice é



gerado com base nos resultados do exame denominado Prova Brasil. Por sua vez, esses índices possibilitam monitoramento da educação e por meio de análise gerar estratégias através de políticas públicas para melhorar o ensino.

“Indicadores educacionais como o Ideb são desejáveis por permitirem o monitoramento do sistema de ensino do País. Sua importância, em termos de diagnóstico e norteamo de ações políticas focalizadas na melhoria do sistema educacional, está em:

- a) detectar escolas e/ou redes de ensino cujos alunos apresentem baixa performance em termos de rendimento e proficiência;
- b) monitorar a evolução temporal do desempenho dos alunos dessas escolas e/ou redes de ensino”. (INEP, 2021, p. 2)

De fato, a abordagem dos professores do primeiro grupo, acerca das defasagens dos alunos, é notória nos índices abordados, porém essa questão não pode ser um motivo para não querer melhorar a educação, pelo contrário, deve ser um motivo para os professores buscarem cada vez mais estratégias para garantir um ensino de qualidade.

A Educação tem sua importância em um mundo desenvolvido e sustentável. Logo, é de suma necessidade buscar meios para melhorá-la, quando se aborda que as práticas no ensino e aprendizagem não ocorra de forma eficaz, com êxito, satisfatória. Um dos dezessete objetivos de desenvolvimento sustentável - ODS que o Brasil tem como meta, é prover uma educação de qualidade.

Os resultados abaixo do esperado não estão somente na fala dos professores, ou nos resultados nacionais, eles estão também nos resultados internacionais, conforme os últimos resultados do Brasil no PISA, que o colocou na quinquagésima sétima posição no ranking mundial.

A comparação dos resultados do Pisa obtidos por estudantes brasileiros deixou claro que a defasagem idade-série continua a constituir uma das dimensões mais importantes das desigualdades educacionais, apesar de ser um dos problemas mais visados pelas políticas públicas federais, estaduais e municipais. (LEITE e DE BONAMINO, 2020, p. 416)

Posto isso, é esperado os baixos resultados atingidos pelos alunos, pois seriam inconsistentes os resultados bons em um país que apresenta altos índices de defasagens nas habilidades avaliadas.

Muitas metas para melhoria da educação são propostas, porém poucas ações são efetivas para que sejam garantidas. Voorwald (2017, p. 14) aponta que acerca disso:

As reflexões também deixam claro que esses objetivos não serão cumpridos se mantidas as condições hoje existentes. Tampouco será possível oferecer, como se pretende, uma das melhores escolas públicas do mundo caso o foco não seja o aluno, ou se a administração da Secretaria for centralizada e seus gestores continuarem distantes da realidade dos professores e diretores de escolas.

Na busca de melhorar a educação, de modo a refletir nos indicadores, é preciso não esquecer dos personagens que estão na frente desse processo: os professores. É preciso valorizá-los não somente da formação, mas também na carreira e no salário, para que essa profissão se torne atraente, aos futuros ingressantes. Assim como estipulado pela Meta 17 do Plano Nacional da Educação, que é preciso valorizar os (as) profissionais do magistério das redes públicas de educação básica de forma a equiparar seu rendimento médio ao dos (as) demais profissionais com escolaridade equivalente.

A rede estadual criou a plataforma Escola de Formação e Aperfeiçoamento de Professores Paulo Renato Costa Souza- EFAPE e de “2011 a 2014 foram oferecidos 236 cursos nas diversas áreas” aponta Voorwald (2017). Estratégias como essa, é uma forma de valorizar o profissional em relação a sua formação continuada. É esperado que professores que estejam em constante formação, estarão mais preparados para abordar conteúdos, almejando por assim dizer mais qualidade em suas aulas e melhorando os resultados da educação, evitando a defasagem dos educandos.

Para o professor ter acesso a uma formação contínua de qualidade é preciso de tempo para se dedicar aos estudos, e muitos professores se sobrecarregam com muitas aulas para terem uma salários suficiente para suas necessidades.

Por conta do baixo rendimento financeiro, o professor assume muitas aulas priorizando a quantidade e não a qualidade. Desse modo, a carga exaustiva de trabalho dificulta o planejamento de aulas baseadas em concepções pedagógicas mais progressistas (MEZARI; FREITAS; BITTENCOURR, 2015, p. 66)

A defasagem dos alunos mencionados pelos professores no primeiro encontro, pode ter vários fatores, sendo um deles a falta de incentivo e de estratégias que favoreçam seu interesse pelas aulas. Analisando por esse viés, a Secretaria da Educação Paulista, a partir de 2022 lança uma proposta de promover itinerários formativos, conforme a linha de interesse do aluno para o Ensino Médio.

Herman Voorwald (2017, p. 154) comenta que:

“espera-se que a nova proposta para o Ensino Médio leve ao cumprimento efetivo dos fins e finalidades educacionais previstas na LDB e forneça uma educação com qualidade social, formando tanto para cidadania quanto para o mundo do trabalho. Isso significa desenvolver a autonomia intelectual e pessoal do aluno, trabalhando por sua permanência na escola ao oferecer uma aprendizagem que agregue valor a sua vida.”

Há ainda a questão de alguns profissionais entrarem na área da educação apenas para se ter uma renda complementar, faltando-lhe muitas vezes a experiência e qualificação para poder contribuir com a diminuição das defasagens dos educandos. Como se pode ver na fala do professor A:

“Só que o dinheiro não dava, o dinheiro estava apertado. Aí estava almoçando com um colega meu que era professor, e ele disse: Ô (Professor A) vai dar aula... Eu falei: dar aula? Não sei e tal. Aí eu fui dar aula, ganhando mais...”

Embora os alunos de escolas públicas possam apresentar dificuldades, é possível por meio de um planejamento propor atividades ou mesmo temas que instiguem suas habilidades e promovam uma melhora na aprendizagem. O que vem a ser um grande desafio para os próximos anos, pois a ausência dos alunos nas escolas durante a pandemia do COVID 19, poderá trazer resultados ainda mais rasteiros.

A pesquisa realizada com os professores se deu de forma qualitativa com auxílio de um formulário quantitativo, para filtrar os professores que conheciam as Equações Diofantinas Lineares. Os professores que responderam conhecer as equações foram convidados a partir do questionário para um encontro de grupo de discussão para ouvi-los em relação a possibilidade de uso das equações em sala de aula e qual sua relevância. De forma similar foi feito o encontro com os professores que responderam não conhecer essas equações, com possibilidade de expor a temática, e a partir da exposição, ouvir a opinião dos professores em relação ao uso dessas equações na educação básica.

O encontro proporcionou a visão de dois grupos distintos acerca das equações. Doravante teve dois assuntos em comum: a necessidade da formação do professor e o uso de estratégias para motivar o aluno a aprender o que se propõe em assuntos escolares. Que de fato são assuntos que merecem destaque quando se deseja ter uma educação de qualidade. Outro tema que recebeu destaque foi a defasagem dos alunos da rede pública, assunto levantado apenas a partir do grupo que respondeu conhecer as equações.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na busca pela compreensão sobre as relevâncias das Equações Diofantinas Lineares, realizou-se um levantamento bibliográfico das dissertações do programa de mestrado PROFMAT. A partir das leituras, surgiram apontamentos relacionando essas equações com as estratégias de ensino da matemática para educação básica, tais como: resolução de problemas, desenvolvimento de atividades interdisciplinares, aprimoramento de habilidades de cálculo algébrico, treinamento de exercícios para olimpíadas, estimulação do raciocínio e a ligação das equações em questão com outros conteúdos, como por exemplo, a progressão aritmética e a função afim.

São muitas as contribuições das Equações Diofantinas Lineares abordadas nas dissertações do programa PROFMAT. Entretanto, o professor enquanto mediador de aprendizagem deve conhecer e se apropriar de qualquer conteúdo que estiver ensinando. Nesta perspectiva decidiu-se compreender por meio de uma entrevista de grupo focal, de que forma os professores da educação básica, conhecedores das Equações Diofantinas Lineares, as usavam em sala de aula e quais objetivos que eles almejavam alcançar, uma vez que as equações não fazem parte da BNCC. Da mesma forma fez-se um encontro com professores que não tinham conhecimento explícito dessas equações para compreender como eles observam a importância desse conhecimento para a educação.

Segundo a perspectiva dos professores, durante os encontros, as Equações Diofantinas viabilizam estratégias para projetar situações-problemas próximas à cotidianidade do aluno, de modo a favorecer a aprendizagem e o desenvolvimento de diversas habilidades, como a escrita e o cálculo algébrico, e possibilitando a inserção de meios tecnológicos atraentes que contribuam para o processo de aprendizagem dos alunos.

O diálogo com os professores, possibilitou evidenciar que além das dificuldades para a compreensão do tema durante a formação superior, o conhecimento acerca das Equações Diofantinas Lineares, não implicaram no domínio do assunto.

Os professores manifestaram a necessidade de formação em relação a essas equações, caso tivessem o interesse de levar esse conteúdo para suas aulas na

educação básica. O que se pode presumir que a formação continuada proporciona conhecimentos que permitam desenvolver estratégias diferenciadas para as aulas. Desta forma, se faz necessário a efetiva implementação de políticas públicas que garantam o acesso e a permanência dos professores na formação continuada.

Encontrou-se nas dissertações do PROFMAT a possibilidade de usar tais Equações Diofantinas Lineares como uma forma de melhorar as habilidades dos alunos, pela facilidade de propor situações problemas próximos a sua realidade e ampliar o conhecimento de outros conteúdos. Entretanto os professores participantes do grupo focal, que responderam conhecer essas equações, apontaram a dificuldade para inserir novos conteúdos fora da BNCC devido à defasagem, em Matemática, dos alunos da rede pública. Nota-se que desses professores entrevistados, somente um tinha formação continuada, o que corrobora a necessidade dos docentes dar continuidade a sua formação, desta forma, conteúdos como as equações Diofantinas poderiam ser usados como estratégias para combater a desigualdade de conhecimentos entre os alunos ao invés de ver esta dificuldade como um problema para inserir novos conteúdos.

Por outro lado, vê-se que não basta os governos, federal, estadual e municipal, terem diversas metas para aprimorar a formação do professor, é também necessário pensar numa melhor remuneração, permitindo que o professor reduza a carga de trabalho semanal e tenha tempo para acessar cursos de pós-graduação. Nesta pesquisa, de treze professores da educação básica, apenas três fizeram uma pós-graduação em nível lato sensu.

Nota-se que a dificuldade apresentada pelos professores em relação a implementar essas equações em aulas da Educação Básica, como uma ferramenta ou estratégia de ensino para diminuir a desigualdade de conhecimentos entre os alunos, se dá pela falta de conhecimento aprofundado dessas equações. Destaco que durante minha formação básica, licenciatura em Matemática, não tive as percepções de tantas habilidades que poderiam ser aproveitadas com essas equações, pois o tema de fato foi visto rapidamente. Ao mesmo tempo que naquele momento eu não tinha experiência efetiva em sala de aula. Foi somente durante as aulas do programa de mestrado que consegui fazer questionamentos e análises de como essas equações poderiam ser úteis em sala de aula na educação básica. É possível associar

que é a partir da formação, aprofundamento e retomada de conteúdos que podem surgir novas propostas que contribuam para erradicar a defasagem dos educandos.

A partir dos resultados do levantamento bibliográfico das dissertações do PROFMAT, são destacados inúmeros benefícios do ensino das Equações Diofantinas Lineares para a educação básica, tais como despertar o raciocínio lógico dos alunos, relacionar diversos temas desde o Ensino Fundamental, como máximo divisor comum, cálculo numérico, plano cartesiano, função afim, entre outros. Entretanto a partir do encontro do grupo focal, notou-se que na prática, as características que tornam as Equações Diofantinas Lineares relevantes, não são implementadas como estratégias para o ensino, pois como já mencionado, o grupo de professores entrevistados manifestou a necessidade de formação continuada para lhe proporcionar conhecimentos sobre essas equações e metodologias em prol do ensino da Matemática. Mesmo assim, os professores conseguem ver a possibilidade de usar as equações para trabalhar aplicativos de construção de gráficos, resolução e interpretação de problemas próximos a realidade dos alunos e propor atividades por meio de metodologia ativas como o caso do painel de soluções.

O desejo de pesquisar as contribuições das Equações Diofantinas Lineares para a educação básica, me fez descobrir diversas possibilidades de ensiná-las, como relacioná-las a outras áreas do conhecimento, seja associando ao balanceamento de uma função química ou mesmo na localização de um GPS. Almejando nesse ensino, o sucesso na aprendizagem dos educandos, de modo a torná-los protagonistas.

Apesar das equações Diofantinas não estarem presentes na BNCC, pode-se destacar a sua importância para os professores que almejam novas estratégias para aprimorar diversos conteúdos de matemática. A partir de tais equações é possível relacionar conteúdos que envolvem funções, resolução de problemas e escrita algébrica.

A necessidade de continuar estudando é uma etapa que deve estar sempre na carreira do professor. Uma frase do escritor Guimarães Rosa que está diretamente ligada a esse cerne é: “Mestre não é quem sempre ensina, mas quem de repente aprende”. E deixo o pensamento corroborativo de Paulo Freire (2002, p. 24) a respeito do professor reconhecer a sua inconclusão de formação e o dever de buscar o processo contínuo e permanente do saber: “A consciência de sua inconclusão é que

gerou sua educabilidade. É também na inconclusão de que nos tornamos conscientes e que nos insere no movimento permanente de procura que alicerça a esperança”.

## REFERÊNCIAS

AMARAL, Danilo Antônio. **Defasagem e letramento** - uma experiência. 2017. 63 f. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

BALL, Deborah Loewenberg. **The subject matter preparation of prospective mathematics teachers**: Challenging the myths. National Center for Research on Teacher Education, Michigan State University, 1988. Disponível em: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED301468.pdf>. Acesso em: 17 jul. 2021.

BARBOUR, Rosaline. **Grupos focais**. Porto Alegre: Bookman Editora, 2009.

BARDIN, Laurence. **L'Analyse de contenu**. Editora: Presses Universitaires de France, 1977.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm). Acesso: 15 set. 2021.

BRASIL. **Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014**. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. Presidência da República. Brasília. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>. Acesso em: 20 jul. 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

BURNS, Bárbara; LUQUE, Javier. **Professores excelentes**: como melhorar a aprendizagem dos estudantes na América Latina e no Caribe. Washington, D.C.: Banco Mundial, 2014. Disponível em: <https://www.worldbank.org/content/dam/Worldbank/Highlights%20&%20Features/lac/LC5/Portuguese-excellent-teachers-report.pdf>. Acesso em: 12 out. 2021 apud MORETO (2020).

CAMPOS, Adilson de. **Equações Diofantinas Lineares**: Possibilidades Didáticas Usando a Resolução de Problemas. 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

DA PONTE, João Pedro; QUARESMA, Marisa. **O papel do contexto nas tarefas matemáticas**. Interacções, v. 8, n. 22, 2012.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educ. Pesqui., São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, mar. 2005. Disponível em



<[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1517-97022005000100008&lng=pt&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022005000100008&lng=pt&nrm=iso)>. Acesso em: 12 Abr. 2021.

DEUS, Nadjara Silva Paixão de. **Equações Diofantinas Lineares e o GPS: Nova Conexão Curricular**. 2016. 153 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.

DOUMBIA, Cheick Oumar; CARVALHO, Geciara da Silva; ALMOULOU, Saddo Ag. Algumas técnicas de resolução das equações diofantinas do primeiro grau a duas incógnitas em Z. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S.l.], v. 3, n. 2, p. 102-126, jun. 2020. ISSN 2595-0967. Disponível em: <<https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/11882>>. Acesso em: 21 set. 2021.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. Campinas: Papyrus, 1994.

FERREIRA, Antônio Aécio Lopes. **Equações diofantinas lineares**. 2019. 79 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Estadual do Ceará, Quixadá, 2019.

FOSSA, John Andrew; ANJOS, Marta Figueredo dos. **Sobre a incompatibilidade dos números negativos com o conceito grego de áríthmós**. UFRN-Brasil. 2007. Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 7 n. 14.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25ª ed – Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

GAMAS, Carlos Alberto Duarte. **A Matemática em Alexandria: Convergência e Irradiação**. Coimbra. Archai. n. 11, 2013.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GONÇALVES, Erika Brinck. **Um breve estudo sobre equações diofantinas**. 2020. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2020.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Nota Técnica 1: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica –Ideb**. Brasília-DF, Setembro de 2021. INEP. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/porta\\_l\\_ideb/o\\_que\\_e\\_o\\_ideb/Nota\\_Tecnica\\_n1\\_concepcaoIDEB.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/porta_l_ideb/o_que_e_o_ideb/Nota_Tecnica_n1_concepcaoIDEB.pdf)>. Acesso em: 28 set. 2021.

KIECKHOEFEL, Débora Eloísa Nass. **Equações Diofantinas Lineares: Entre o formalismo do ensino superior e a sala de aula da escola básica**. 2019. 128 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade do estado de Santa Catarina, Joiville, 2019.

LEITE, Andriele Ferreira Muri; DE BONAMINO, Alicia Maria Catalano. **Defasagem idade-série e letramento científico no Pisa**. Estudos em Avaliação Educacional, v. 31, n. 77, p. 393-420, 2020.

LEITE, Kalama Guimarães. **Equação Diofantina Linear**: Aplicações do Ensino Médio. 2014. 64 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2014.

LIELL, Cláudio Cristiano; BAYER, Arno. **Primeira olimpíada brasileira de matemática dos anos iniciais-OBMEP**: uma análise dos resultados obtidos pelos alunos e das percepções dos professores sobre o instrumento aplicado. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 15, n. 2, p. 1-17, 2020.

LUZ, Fábio Pinheiro. **O uso de Equações Diofantinas Lineares na resolução de problemas de preparação Olímpica**. 2014. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Piauí, 2014.

MEZARI, Daiane Cândido; DE FREITAS, Suzemar Fenilli; DE BITTENCOURT, Ricardo Luiz. **Formação de professores no Pibid Unesc-subprojeto interdisciplinar e as contribuições de Nóvoa**. Criar Educação, v. 4, n. 1, 2015.

MILIES, Francisco César Polcino; COELHO, Sônia Pitta. **Números**: uma introdução à matemática. 3. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001.

MORETO, Julio Antonio. **Formação continuada de professores - professores excelentes: proposições do Banco Mundial - Revista Brasileira de Educação**; 2020. Vol. 25. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1413-24782020250047>. Acesso em: 18 set. 2021.

NASCIMENTO, Natália Medeiros do. **Equações diofantinas e o método das secantes e tangentes de Fermat**. 2014. 45 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

OBMEP – **Olimpíada Brasileira de Matemática**. Apresentação. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>>. Acesso em: 16 Mar. 2021.

OLIVEIRA, André Fellipe Franco Pereira de. **Equações Diofantinas Lineares**: uma proposta para as séries finais do ensino fundamental. 2018. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho; SANTOS, Maria José Costa; LIMA, Rafael de Lima. **Letramento em Matemática no PISA**: o que sabem e podem fazer os estudantes? Zetetike, Campinas, SP, v. 26, n. 2, p. 375-389, 2018. DOI: 10.20396/zet.v26i2.8650093. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650093>. Acesso em: 21 jan. 2021.

PERRI, Paulo Vitor de Souza. **Equações diofantinas lineares no ensino médio por meio de trajetórias hipotéticas de aprendizagem**. 2019. 70 f. Dissertação

(Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2019.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978 apud ROMANATTO (2012).

POMMER, Wagner Marcelo. **Manifestações de alunos iniciantes de um curso de licenciatura em Ciências frente ao papel organizador da escrita algébrica na resolução de problemas matemáticos**. VIDYA, v. 40, n. 1, p. 355-376, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3118>. Acesso em: 21 set. 2021.

REZENDE, Flávia; OSTERMANN, Fernanda. **Olimpíadas de ciências: uma prática em questão**. Ciênc. educ. (Bauru), Bauru, v. 18, n. 1, p. 245-256, 2012. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1516-73132012000100015&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132012000100015&lng=en&nrm=iso). Acesso em: 16 Mar. 2021.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413/178>. Acesso em: 15 dez. 2020.

SANTOS, José Plínio de Oliveira. **Introdução à Teoria dos Números**. 3ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2010.

SANTOS, Rafaela Cristina da Silva; SILVA, Adjane da Costa Tourinho; JESUS, Maísa Pereira de. O grupo focal como técnica de coletas de dados na pesquisa em educação: aspectos éticos e epistemológicos. In: **ENCONTRO INTERNACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES**, 9., 2016. Anais. Aracaju, 2016.

SÃO PAULO. **Currículo Paulista**. São Paulo: SEDUC, 2019. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/sites/7/2019/09/curriculo-paulista-26-07.pdf>. Acesso em: 03 jan. 2021.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História e Ciências Sociais**, São Leopoldo, v. 1, n. 1, p. 1-15, 2009.

SAVIANI, Demerval. **Educação: do senso comum à consciência filosófica**. Campinas - SP: Autores Associados, 2000 apud ROMANATTO (2012)

SAVÓIS, Josias Neubert. **Método para resolver equações Diofantinas com coeficientes no conjunto dos números racionais**. 2014. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014

SILVA JR., Romualdo Santos. Indicadores acerca da importância do papel do professor no processo de formação continuada do aluno: um ensaio a partir da Teoria

da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. **Revista Thema**, v. 14, n. 2, p. 329-335, 2017.

SILVA, Adna Leile Araújo Damasceno. **Equações diofantinas lineares com N variáveis e aplicações em sala de aula utilizando o Geogebra**. 2019. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2019.

SILVA, Diego Adriano. **Equações diofantinas lineares**: um estudo com alunos da 1ª série do ensino médio. 2019. 69f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Estadual do Piauí, Teresina, 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v.13, n. 14., p. 66-91, 2000. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/7022>>. Acesso em: 15 dez. 2020.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2014.

SOUSA, Elvis Maikon Reges. **Equações diofantinas lineares: uma abordagem para o Ensino Médio utilizando jogo matemático**. 2019. 80 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Mossoró, 2019.

SOUZA, Leonardo Barboza de. **Aproximações Diofantinas e a Teoria das Frações Contínuas**. 2018. 52 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2018.

THOMPSON, Alba Gonzalez. **Learning to Teach Mathematical Problem Solving: Changes in Teachers' Conceptions and Beliefs**. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989 apud ROMANATTO (2012).

VIEIRA, Bárbara Medeiros. **Equações Diofantinas: Uma proposta didática para o 9º ano do Ensino Fundamental**. 2018. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2018.

VILELA, Maria Auxiliadora; LOUSADA, Victor; GIRALDO, Victor. Uma matemática problematizada para o ensino de equações diofantinas lineares na formação inicial de professores. 2020. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, [S.l.], v. 33, n. 1, p. 591-599, 2020. Comité Latino-americano de Matemática Educativa. Disponível em: < <http://funes.uniandes.edu.co/22441/1/Vilela2020Uma.pdf>>. Acesso em: 21 set. 2021.

VILLANI, Marialuisa; OLIVEIRA, Dalila Andrade. **Avaliação Nacional e Internacional no Brasil: os vínculos entre o PISA e o IDEB**. *Educ. Real*, Porto Alegre, v. 43, n. 4,

p.1343-1362, 2018 . Disponível em:  
<[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2175-62362018000401343&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362018000401343&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 20 Jan. 2021.

VOELZ, Marcia Eni. **Utilização dos métodos Vieta jumping e descida infinita na solução de equações diofantinas e problemas envolvendo divisibilidade.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

VOORWALD, Herman Jacobus Cornelis. **A educação básica pública tem solução?** Editora UNESP. São Paulo: UNESP, 2017.

**ANEXO****QUESTIONÁRIO – PESQUISA SOBRE AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES**

## Pesquisa sobre as Equações Diofantinas Lineares

\*Obrigatório

1. Endereço de e-mail \*

---

2. Nome Completo

---

3. Endereço

---

---

---

---

---

4. RG (apenas números):

---

5. CPF (apenas números)

---

## 6. TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO \*

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto de Pesquisa: A Relevância das Equações Diofantinas Lineares no Ensino Fundamental

Pesquisador Responsável: Profa. Dra. Paola Andrea Gaviria Kassama

Local onde será realizada a pesquisa: Pesquisa realizada de forma remota (virtual).

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa acima especificada. O convite está sendo feito a você porque você professor da educação básica. Sua contribuição é importante, porém, você não deve participar contra a sua vontade.

Antes de decidir se você quer participar, é importante que você entenda porque esta pesquisa está sendo realizada, todos os procedimentos envolvidos, os possíveis benefícios, riscos e desconfortos que serão descritos e explicados abaixo.

A qualquer momento, antes, durante e depois da pesquisa, você poderá solicitar maiores esclarecimentos, recusar-se a participar ou desistir de participar. Em todos esses casos você não será prejudicado, penalizado ou responsabilizado de nenhuma forma.

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável: Profa. Dra. Paola Andrea Gaviria Kassama nos telefones +55 (11) 4044-0500, celular +55 11 99822-8482 (e e-mail andrea.gaviria@unifesp.br. Pesquisador Assistente: Francisco Cleiton de Sousa Camelo, celular: +55 11 97144-3260 e e-mail: goodcamelo@gmail.com. Este estudo foi analisado por um Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) que é um órgão que protege o bem-estar dos participantes de pesquisas. O CEP é responsável pela avaliação e acompanhamento dos aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos, visando garantir a dignidade, os direitos, a segurança e o bem-estar dos participantes de pesquisas. Caso você tenha dúvidas e/ou perguntas sobre seus direitos como participante deste estudo ou se estiver insatisfeito com a maneira como o estudo está sendo realizado, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal de São Paulo, situado na Rua Botucatu, 740, CEP 04023-900 – Vila Clementino, São Paulo/SP, telefones (11) 5571-1062 ou (11) 5539-7162, às segundas, terças, quintas e sextas, das 09:00 às 12:00hs ou pelo e-mail cep@unifesp.br.

Todas as informações coletadas neste estudo serão confidenciais (seu nome jamais será divulgado). Somente o pesquisador e/ou equipe de pesquisa terão conhecimento de sua identidade e nos comprometemos a mantê-la em sigilo. Os dados coletados serão utilizados apenas para esta pesquisa.

Após ser apresentado(a) e esclarecido(a) sobre as informações da pesquisa, no caso de aceitar fazer parte como voluntário(a), você deverá rubricar todas as páginas e assinar ao final deste documento elaborado em duas vias. Cada via também será rubricada em todas as páginas e assinada pelo pesquisador responsável, devendo uma via ficar com você, para que possa consultá-la sempre que necessário.

## INFORMAÇÕES IMPORTANTES QUE VOCÊ PRECISA SABER SOBRE A PESQUISA

- ✓ **Justificativa para realização da pesquisa:** Fortalecer a compreensão da importância das Equações Diofantinas Lineares e a relação que há entre o conhecimento do professor sobre o assunto e sua formação;
- ✓ **Objetivos da pesquisa:** Tentar apontar possíveis indícios ou motivos pelos quais o tema não aparece explicitamente na Base Nacional Comum Curricular;
- ✓ **População da pesquisa:** Professores da educação básica da cidade de São Paulo;
- ✓ **Procedimentos aos quais será submetido(a):** Uma entrevista semi estruturada com perguntas abertas e fechadas por meio do formulário da Google, com duração aproximada de 10 minutos; informo ainda que se houver alguma pergunta que o incomode, você tem a liberdade para não responder;
- ✓ **Riscos em participar da pesquisa:** constrangimento e cansaço;
- ✓ **Benefícios em participar da pesquisa:** desenvolvimento do tema para ensino aprendizagem;
- ✓ **Privacidade e confidencialidade:** os pesquisadores se comprometem a tratar seus dados de forma anonimizada, com privacidade e confidencialidade;
- ✓ **Acesso a resultados parciais ou finais da pesquisa:** caso queira ter acesso ao resultado da pesquisa, autorize o envio das respostas para o seu e-mail;
- ✓ **Custos envolvidos pela participação da pesquisa:** a participação na pesquisa não envolve custos, tampouco compensações financeiras. Se houver gastos, como de transporte e alimentação, eles serão ressarcidos;
- ✓ **Danos e indenizações:** Havendo algum dano decorrente da pesquisa, o participante terá direito a solicitar indenização através das vias judiciais e/ou extrajudiciais, conforme a legislação brasileira (código civil, lei 10.406/2002, artigos 927 a 954; entre outras; e resolução CNS nº 510 de 2016, artigo 19).

Ao assinalar a opção "CONCORDO", a seguir, atesto que concordo com a participação como voluntário(a) da pesquisa. Que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) sobre o objetivo desta pesquisa, que li os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de sua participação e esclareceu todas as suas dúvidas. Foi garantida a sua possibilidade de recusar a participar e retirar seu consentimento a qualquer momento, sem que isso te cause qualquer prejuízo, penalidade ou responsabilidade. Consideramos que você autorizou a divulgação dos dados obtidos neste estudo mantendo em sigilo sua identidade. Enviaremos uma via deste Termo de Consentimento Livre e esclarecido para o seu e-mail.

*Marcar apenas uma oval.*

CONCORDO

DISCORDO

### Declaração do Pesquisador

Ao ir para a próxima seção declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Consentimentos Livre e Esclarecido deste participante (ou representante legal) para a participação neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Nome do Pesquisador: Profa. Dra. Paola Andrea Gaviria Kassama

Nome do assistente de pesquisa/testemunha: Francisco Cleiton de Sousa Camelo

### Sobre sua Formação

#### 7. Sua formação foi?

*Marque todas que se aplicam.*

- Licenciatura Plena em Matemática
- Licenciatura Plena em Ciências exatas
- Licenciatura curta em Matemática
- Bacharel em Matemática
- Bacharel em outra área
- Pedagogia
- Outros

#### 8. Se foi outra formação, qual?

---



9. Em que ano concluiu sua licenciatura em matemática, ou graduação correlata?

*Marcar apenas uma oval.*

- Antes de 1996
- 1996
- 1997
- 1998
- 1999
- 2000
- 2001
- 2002
- 2003
- 2004
- 2005
- 2006
- 2007
- 2008
- 2009
- 2010
- 2011
- 2012
- 2013
- 2014
- 2015
- 2016
- 2017
- 2018
- 2019
- 2020
- Ainda não sou formado.

10. Possui Pós-Graduação?

*Marcar apenas uma oval.*

- Sim, Lato Sensu (MBA e Especialização)
- Sim, Strictu Sensu (Mestrado e Doutorado)
- Sim, Lato e Strictu Sensu
- Não

## 11. Leciona em quais setores?

Marque todas que se aplicam.

- Pública - Municipal
- Pública - Estadual
- Pública - Federal
- Privada
- Não leciono atualmente

## 12. Há quanto tempo leciona?

Marcar apenas uma oval.

- A menos de 2 anos
- Entre 2 e 5 anos
- Entre 5 e 10 anos
- Mais de 10 anos

## 13. Atua em quais etapas de ensino?

Marque todas que se aplicam.

- Educação Infantil
- Ensino Fundamental - Anos Iniciais
- Ensino Fundamental - Anos Finais
- Ensino Médio
- Ensino Superior

## 14. Já ouviu falar de Equações Diofantinas Lineares?

Marcar apenas uma oval.

- Não *Pular para a pergunta 15*
- Sim *Pular para a pergunta 19*

Equações Diofantinas Lineares são equações do tipo  $ax+by=c$ , com coeficientes e soluções inteiras.

É uma equação polinomial com duas ou mais variáveis assumindo valores inteiros.

15. O problema a seguir é caracterizado por uma equação Diofantina:

Uma pessoa deseja retirar dinheiro da sua conta bancária em um caixa eletrônico, que possui naquele instante apenas cédulas (notas) de R\$ 2,00 e R\$ 5,00. Ela deseja retirar R\$ 30,00 de sua conta. Quais são as possibilidades de retirada das cédulas?

Você já usou problemas semelhantes a esses nas suas aulas?

Marcar apenas uma oval.

- Sim  
 Não

16. Se você usa esse tipo de problema, como você costuma ensinar o método de resolução?

Marque todas que se aplicam.

- Não trabalho com estas questões  
 Sistemas Lineares  
 Regra de 3  
 Tentativa e erro  
 Máximo divisor comum  
 Algoritmo de Euclides  
 Congruência linear  
 Frações contínuas e Determinantes

17. Analisando o tipo de problema, você considera importante trabalhar essas questões no ensino fundamental?

Marcar apenas uma oval.

- Sim  
 Não

18. Por qual motivo?

---



---



---



---

Equações Diofantinas são equações do tipo  $ax+by=c$ , com coeficientes e soluções inteiras.

Em homenagem a Diofanto de Alexandria, matemático do sec. III.

19. Em qual etapa da sua trajetória formativa você ouviu falar essas equações?

Marcar apenas uma oval.

- Graduação
- Pós Graduação - Lato Sensu
- Pós Graduação - Strictu Sensu
- Curso de formação continuada
- Diretrizes da secretaria da educação

20. Durante o seu trabalho docente, você recebeu orientação das Equações Diofantinas Lineares de algum desses seguimentos? \*

Marcar apenas uma oval.

- Orientação pedagógica
- Colegas de Trabalho
- Não recebi orientação

21. O problema a seguir é caracterizado por uma Equação Diofantina Linear: \*

Uma pessoa deseja retirar dinheiro da sua conta bancária em um caixa eletrônico, que possui naquele instante apenas cédulas (notas) de R\$ 2,00 e R\$ 5,00. Ela deseja retirar R\$ 30,00 de sua conta. Quais são as possibilidades de retirada das cédulas?

Você já usou problemas semelhantes a esses nas suas aulas?

Marcar apenas uma oval.

- Sim *Pular para a pergunta 23*
- Não *Pular para a pergunta 22*

Se você não trabalhou esse tipo de questão

22. Por qual motivo não usou?

---

---

---

---

---

Se você já trabalhou esse tipo de questão,

23. Você considera importante trabalhar essas questões no ensino fundamental?

*Marcar apenas uma oval.*

Sim

Não

24. Para quais objetivos a seguir você usou?

*Marque todas que se aplicam.*

Representação gráfica no Plano Cartesiano

Resolução de Problemas por tentativa e erro

Progressão Aritmética

Função

Cálculo Numérico

Outros

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários