Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciência

Instituto de Matemática e Estatística

José Mário dos Santos Trindade

Uma experiência de resolução de problemas com a utilização do aplicativo *Photomath* em um viés colaborativo

Rio de Janeiro

2021

José Mário dos Santos Trindade

Uma experiência de resolução de problemas com a utilização do aplicativo *Photomath* em um viés colaborativo

.

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa

Coorientadora: Prof. Dr.ª Claudia Ferreira Reis Concordido

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

T833

Trindade, José Mário dos Santos.
Uma experiência de resolução de problemas com a utilização do aplicativo *Photomath* em um viés colaborativo / José Mário dos Santos Trindade. – 2021.
74 f. : il.

Orientador: Augusto César de Castro Barbosa.
Coorientador: Claudia Ferreira Reis Concordido.
Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática-PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Matemática – Estudo e ensino - Teses. 2. Novas tecnologias – Teses. I. Barbosa, Augusto César de Castro (orient). II. Concordido, Cláudia Ferreira Reis, 1968- (coorient.). III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 517.9

Márcia França Ribeiro – CRB7- 3664 - Bibliotecária responsável pela elaboração da ficha catalográfica

José Mário dos Santos Trindade

Uma experiência de resolução de problemas com a utilização do aplicativo *Photomath* em um viés colaborativo

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovado em 25 de março de 2021.

Banca Examinadora

Augusto César de Castro Barbosa

Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa (Orientador)
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Cláudia Ferreira Reis Concordido

Prof. Dr.ª Claudia Ferreira Reis Concordido (Coorientadora)
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

CKRodrigues

Prof. Dr.ª Chang Kuo Rodrigues
Universidade Federal de Juiz de Fora

Gladson O. Antunes

Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro

2021

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, que esteve ao meu lado e acreditou em mim durante todo processo e também a Deus que me dá forças diariamente para aproveitar as oportunidades que aparecem ao longo do meu caminho. Em todo o tempo Deus é bom!

AGRADECIMENTOS

A meus pais por me darem toda base que necessito para meu desenvolvimento como homem.

À minha esposa que sempre ficou ao meu lado mesmo quando minha única preocupação era o trabalho e o mestrado.

A Deus por todas as vezes que me proporcionou momentos inesquecíveis em minha vida.

Aos meus orientadores, Professor Augusto e Professora Claudia pela orientação e ajuda ao longo do processo de construção da dissertação.

Aos meus alunos do Instituto de Educação Sarah Kubitschek por terem aceitado o desafio de pôr em prática uma nova proposta pedagógica.

À direção do Instituto de Educação Sarah Kubitschek, que ao longo dos dois anos do curso de Mestrado entenderam e me ajudaram quando mais precisava.

Aos meus colegas professores que me deram força para completar essa nova etapa da minha vida.

A todos os amigos e familiares que, junto comigo, acreditaram nesse desafio.

Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes.

Marthin Luther King

RESUMO

TRINDADE, José Mário dos Santos. **Uma experiência de resolução de problemas com a utilização do aplicativo *Photomath* em um viés colaborativo**. 2021. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

Foi realizado um estudo investigativo sobre a inserção do aplicativo *Photomath*, com o uso da metodologia de resolução de problemas, em um esquema colaborativo, para o ensino de funções polinomiais do segundo grau. Com esta proposta metodológica procurou-se viabilizar uma aprendizagem mais efetiva, gerando uma melhor apropriação dos conteúdos por parte dos alunos. Os problemas abordados são apresentados de forma contextualizada e interdisciplinar, de maneira a motivar os alunos. A abordagem adotada é empírico-analítica, seguindo uma modalidade de pesquisa com estudos teóricos sobre o referido tema. Foram utilizados instrumentos de mensuração sobre a presente proposta, apresentando dados qualitativos e quantitativos. Neste sentido, essa experiência envolveu duas turmas do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública, em uma das quais foi mantido o modo convencional de ensino e na outra optou-se por uma abordagem contemporânea com o uso de recurso tecnológico e por meio de ensino colaborativo. As avaliações finais foram as mesmas. O objetivo geral deste trabalho é desenvolver atividades colaborativas por meio de problemas contextualizados que englobem uma tendência pedagógica contemporânea, através de um recurso tecnológico. O conteúdo matemático abordado foi a função polinomial do segundo grau em problemas de otimização. Os cálculos foram feitos manualmente, mas a interpretação gráfica se deu por meio do aplicativo *Photomath*.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Função Polinomial do Segundo Grau. Ensino colaborativo. Novas tecnologias. *Photomath*.

ABSTRACT

TRINDADE, José Mário dos Santos. **A problem-solving experience using the *Photomath* application in a collaborative way**. 2021. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

An investigative study was carried out on the insertion of the *Photomath* application, using the methodology of problem solving, in a collaborative scheme, for teaching second egree polynomial functions. From this methodological proposal, it was sought to enable more effective learning, generating a better appropriation of the contents by the students. The problems addressed are presented in a contextualized and interdisciplinary way, in order to motivate students. The adopted approach is empirical-analytical, following a research modality with theoretical studies on there ferred topic. Measurement instruments were used on the present proposal, presenting qualitative and quantitative data. This experience involved two third year classes of high school in a public school, in one of them, the conventional teaching method was maintained and in the other, a contemporary approach was chosen with the use of technological resources and collaborative teaching. The final evaluations were the same. The general objective of this work is to develop collaborative activities through contextualized problems that encompass a contemporary pedagogical tendency, through a technological resource. The mathematical content addressed was second degree polynomial function in optimization problems. The calculations were made manually, but the graphical interpretation took place through the *Photomath* application.

Keywords: Problem solving. Second degree polynomial function. Collaborative teaching. New technologies. *Photomath*.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CONPASS	Concursos Públicos e Assessorias
EC	Ensino Colaborativo
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INAF	Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa de Avaliação Internacional de Estudantes
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEEDUC	Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro
TICs	Tecnologias da Informação e Comunicação
TIMS	Tecnologias da Informação e Comunicação Móveis e sem Fio
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A escola é o local onde há a necessidade de uma construção ativa do conhecimento matemático. Isto se reflete no fato de vivermos em uma época em que a matemática escolar é, em sua maioria, abordada de maneira formal e abstrata e que, no Brasil, assume a posição de a pior disciplina, quando analisada por indicadores educacionais nacionais e internacionais. Sendo assim, é de suma importância que o educador passe a refletir sobre quais metodologias podem ser mais adequadas a determinados conteúdos, levando-se em consideração que o ensino deve ser algo significativo para os alunos. Ou seja, que o educador não se preocupe em passar os conteúdos, mas sim em fazê-los serem compreendidos.

A metodologia de ensino tem sido repensada continuamente, principalmente, com o advento das novas tecnologias. E isto, segundo Onuchic (2013), tem levado professores de todos os níveis de ensino a intensos debates, visando buscar o ensino mais eficiente possível. Isto se baseia no fato de que também é papel da educação propiciar que os alunos se tornem seres ativos e participativos nesta sociedade em constante evolução, seguindo assim uma concepção pedagógica libertadora e crítico-social dos conteúdos que são apresentados no dia a dia.

Dessa forma, visando oferecer uma opção viável ao ensino tradicional, onde o professor é o único detentor de todo o conhecimento, foi elaborado esse trabalho, buscando trazer a metodologia de resolução de problemas para a sala de aula, de forma a abordar contextos do dia a dia em um esquema colaborativo, de tal modo que o aluno não seja apenas um ouvinte, mas sim um participante em todo o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, como o mundo vem se desenvolvendo cada vez mais rápido devido aos avanços tecnológicos, o presente trabalho se utiliza de um aplicativo de *smartphone* conhecido como *Photomath*. Com isso, as resoluções de problemas tornam-se mais dinamizadas e interessantes para os alunos trabalharem colaborativamente.

Não é possível a vivência em sociedade sem a presença de problemas matemáticos. Deste modo, compreender e resolver problemas é uma questão de cidadania, que deve ser praticada individualmente ou em parcerias colaborativas. A matemática também tem um papel importante para o exercício da cidadania, no sentido que ela possibilita ao indivíduo resolver problemas do seu cotidiano. No entanto, cabe ressaltar que somos seres pertencentes a uma sociedade e, sendo assim, precisamos viver e conviver colaborativamente com as pessoas. Assim, existem inúmeras situações do dia a dia em que a resolução de um problema se constrói com a ajuda mútua entre dois ou mais participantes. Discutir a matemática através de diferentes ideias e opiniões enriquece ainda mais a aquisição do conhecimento desta disciplina.

Além disso, segundo Dante (1988), a resolução de problemas matemáticos cotidianos traz os seguintes benefícios para os alunos em relação à sociedade:

- pensamento produtivo;
- desenvolvimento do raciocínio;
- capacidade de enfrentar situações novas;
- estratégias e procedimentos que auxiliam na análise e na solução de situações onde se procura um ou mais elementos desconhecidos;
- aquisição de uma boa alfabetização matemática.

No geral, o foco do trabalho é contribuir para o ensino da matemática, buscando dar aos professores mecanismos que ajudem os alunos a entenderem melhor esta ciência, muitas vezes tão criticada como a pior de todas, no sentido de ensino-aprendizado. Além disso, com o auxílio da resolução de problemas de forma colaborativa, juntamente com as novas tecnologias, pode-se potencializar a capacidade do aluno em se tornar um ser autônomo e, certamente, um futuro cidadão ativo e participativo perante a sociedade.

Sendo assim, pretende-se incentivar que os educadores criem dinâmicas de resoluções de problemas que façam os alunos pensarem, de maneira reflexiva, em algumas situações práticas do dia a dia de forma colaborativa com o uso de um recurso tecnológico acessível à realidade dos alunos.

O presente trabalho está organizado em sete capítulos. No primeiro capítulo abordamos o ensino colaborativo, explicando com devido cuidado esse conceito e trazendo algumas referências básicas. No segundo capítulo temos uma revisão sobre a tecnologia da informação e comunicação, principalmente dentro do contexto escolar.

O terceiro capítulo apresenta o aplicativo *Photomath* para *smartphones***,** explicando sua origem, funcionalidades e aplicabilidade dentro de uma sala de aula. No quarto capítulo, abordamos a metodologia de resolução de problemas.

O quinto capítulo traz uma aplicação prática do ensino colaborativo através da resolução de problemas, envolvendo funções polinomiais do segundo grau. O diferencial é que foi realizada uma dinâmica em duas turmas diferentes. Em uma foi estabelecido um método tradicional de ensino, com atividades individualizadas e sem o uso de recursos tecnológicos. Já na segunda turma, a atividade foi aplicada em grupos de alunos heterogêneos, tendo o uso da aplicação *Photomath*. O capítulo seguinte, traz uma análise qualitativa e quantitativa do resultado final do estudo realizado com as turmas. Por fim, apresentamos as considerações finais refletindo sobre o presente trabalho frente aos desafios educacionais deste tempo presente.

1 ENSINO COLABORATIVO

A aprendizagem colaborativa pode ser definida como o uso instrucional de pequenos grupos, de forma que estudantes trabalham juntos para maximizar o próprio aprendizado e o aprendizado de todos. Segundo Barbosa e Concordido (2009, p. 73), a

> [...] aprendizagem colaborativa é um termo abrangente que designa uma variedade de abordagens educacionais que envolvem esforço intelectual conjunto por parte dos estudantes ou de estudantes e professores. Normalmente, estudantes trabalham em grupos de dois ou mais, procurando entendimento sobre um determinado assunto, buscando soluções de problemas ou criando produtos.

Além disso, Del Rio, Barbosa e Costa (2018, p. 16) afirmam que a prática docente deve

> [...] buscar uma prática pedagógica que torne a sala de aula um espaço democrático e colaborativo, de maneira que todos os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem sejam capazes de se tornar protagonistas no processo de desenvolvimento de sua própria formação.

O Ensino Colaborativo (EC) é composto por práticas que têm como objetivo proporcionar a troca de saberes entre os indivíduos de um mesmo grupo e a maior participação deles no processo de aprendizagem, de maneira que o conhecimento possa ser construído de forma coletiva. Tal modalidade de ensino visa criar um ambiente educacional favorável para o desenvolvimento cultural, intelectual, social e psicológico, alicerçado na interação entre os indivíduos e, sendo assim, assumindo um papel mais abrangente na formação dos alunos. Essa abordagem tem também influência no pensamento crítico do professor na forma de entender e usufruir do meio em que todos os envolvidos estão inseridos. Além disso, é possível entender o EC como

> [...] um conjunto de atividades construtivistas que tem por objetivo proporcionar o desenvolvimento cognitivo por meio do intercâmbio de experiências entre os indivíduos envolvidos em um dado processo [...]. O cerne do EC é possibilitar o desenvolvimento nos indivíduos que participam desse processo da capacidade de aprender trabalhando em grupo, sem, no entanto, colocar de lado o caráter adjutor oriundo da interação e da convivência entre os indivíduos. (DEL RIO, BARBOSA, COSTA. 2018, p. 2)

A história mostra que os primeiros relatos bibliográficos da utilização de técnicas de aprendizagem colaborativa ocorreram por volta de 1774, quando o professor de lógica e filosofia da Universidade de Glasgow (Reino Unido), George Jardine, trabalhou com seus alunos a elaboração de textos coletivos. Jardine avaliava seus alunos em pares e adaptava, quando necessário, sua metodologia às peculiaridades dos alunos durante o processo de aprendizagem (GAILLET, 1994).

Pesquisas realizadas em 1994 pelos irmãos Roger Johnson e David Johnson (GALVÃO, 2012) apontam que no início do século XIX surgiram as primeiras experiências em escolas tradicionais, como Lancaster School e Common School Movement, da aplicação dos esquemas colaborativos em salas de aula. Nos Estados Unidos, no final do século XIX, as práticas colaborativas vieram através de uma política pública em que se promovia nas escolas a aprendizagem em grupo (GILLIAM, 2002 apud DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018).

John Dewey, um dos educadores cuja teoria embasou o movimento da Escola Nova, utilizava grupos colaborativos como parte de seu método de ensino, pois acreditava que a construção da educação se dava pela constante reflexão e reorganização das experiências vividas (TEIXEIRA, 1978 apud DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018).

Nos anos de 1960, na Inglaterra, diversas iniciativas contribuíram para o desenvolvimento de práticas colaborativas. Segundo Bruffe (1984, apud DEL RIO, BARBOSA e COSTA, 2018), nos anos 1970 os alunos da Universidade de Londres obtinham um aprendizado melhor dos diagnósticos quando trabalhavam em grupos do que trabalhando individualmente.

Além disso, nesta mesma década alguns professores de universidades americanas perceberam a enorme dificuldade que os calouros possuíam para adaptar-se à nova realidade universitária. Sendo assim, muitos iniciaram pesquisas e desenvolveram trabalhos acerca do Ensino Colaborativo. Na mesma década ocorreu em Tel Aviv, Israel, a primeira conferência com o objetivo de discutir sobre o ensino cooperativo (DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018).

No Brasil o EC ocorre pela difusão e implantação das Comunidades de Aprendizagem em algumas escolas públicas. Podemos entender a Comunidades de Aprendizagem como uma atividade que é desenvolvida unindo todos os sujeitos da comunidade escolar aos princípios interacionistas e colaborativos do Ensino Colaborativo no processo de ensino-aprendizagem. A Comunidade de Aprendizagem utiliza também o trabalho em grupo como um instrumento facilitador do Aprendizado (DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018). Tal concepção das Comunidades de Aprendizagem surgiu na Espanha como uma tentativa de solucionar o fracasso escolar e melhorar a boa harmonia na escola. Desde 1990 ela vem sendo desenvolvida pelo Centro Especial de Pesquisa em Teorias e Práticas Superadoras da Desigualdade (CREA), na Universidade de Barcelona. Já no Brasil, seu desenvolvimento é realizado desde o início dos anos 2000 através do Núcleo de Investigação e Ação Social e

Educativa (NIASE) da Universidade de São Carlos (GABASSA, MELLO, BRAGA, 2012 apud DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018).

No modelo de Comunidades de Aprendizagem o coordenador orienta os alunos, de um determinado grupo, que tenham concluído suas tarefas antes do prazo estabelecido, a ajudarem os demais componentes do grupo e, em um segundo momento, os demais grupos. Com isso, consegue-se uma aceleração do aprendizado do discente de forma homogênea. Com isso,

> um ganho importante com a prática colaborativa é a criação de um ambiente propício para o que conhecemos como autonomia cognitiva, que se trata da capacidade que o aluno possui de reunir ferramentas para resolver um problema ou exercício, sem que haja dependência de informações externas (DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018, p.5).

No EC, o docente assume um papel diferente do que assumiria em uma aula tradicional, pois ele se afasta da característica principal do ensino tradicional de ser o único detentor do conhecimento e passa a ser o condutor de todo processo de construção do conhecimento. Além disso, é necessário destacar a importância de que o professor deva ter um bom conhecimento sobre o perfil dos grupos de alunos com os quais pretende desenvolver a prática colaborativa.

De acordo com a literatura, para atingir êxito neste modelo de ensino, devemos dividir a turma em grupos de 3 a 5 alunos, buscando o maior grau de heterogeneidade possível. Isto significa mesclar alunos com características distintas no que diz respeito ao desempenho escolar e às suas vivências, possibilitando a construção de um ambiente mais rico em termos de trocas de experiências e de aprimoramento de seus conhecimentos. Os grupos devem realizar as atividades, de forma interativa, em que as dúvidas são sanadas pelos próprios colegas no grupo e, em caso de necessidade pelo professor. Deste modo,

> os objetivos do Ensino Colaborativo podem ser caracterizados por toda e qualquer transformação que o aluno obtenha e que beneficiará seu desenvolvimento como cidadão atuante na sociedade, ciente de seus atos e sua importância no mundo que vive em constante mudança, de forma que os ganhos alcançados em termos de socialização sejam tão relevantes quanto aqueles relacionados às habilidades intelectuais.(BARBOSA, CONCORDIDO, 2009, p.6).

Apesar dos esquemas colaborativos serem bastante conhecidos em diversas partes do mundo, sua utilização no Brasil é bem recente, o que leva muitos educadores a acreditar que este é um método de difícil aplicação. De fato, a preparação do professor frente a esse novo desafio requer um grande estudo do tema e um profundo conhecimento da turma que, por sua vez, precisa também ser preparada para a utilização dessa metodologia (DEL RIO, BARBOSA, COSTA, 2018).

Em uma dinâmica de aulas que visem ao ensino colaborativo, Del Rio (2014) afirma que é importante que o professor siga algumas linhas de raciocínio. A primeira diz respeito a atividades que permitam a discussão dos estudantes. Ou seja, é preciso que o professor se atente em elaborar aulas que possam acender o desejo de debater positivamente um referido tema e que os alunos sintam a necessidade de trocas de ideias para chegarem a um denominador comum. Tal comportamento do professor deve nortear toda a aula, podendo este usar perguntas simples, mas que leve à reflexão.

Uma outra linha de raciocínio leva em consideração que a aula deve visar à busca pela autonomia dos alunos. Ou seja, fazer com que os alunos sejam capazes de usar as ferramentas possíveis ao seu redor, para alcançarem um determinado objetivo final com seu próprio esforço. Del Rio (2014, p.28) afirma que a

> [...] prática colaborativa cria um ambiente propício para esse estímulo, pois mesmo focando a construção coletiva de um conhecimento essa prática permite ao aluno (individualmente) reunir e apresentar maneiras de posicionar-se diante das diversas opiniões dadas a um mesmo questionamento, além de levá-lo também a desenvolver formas de se colocar e, consequentemente, de ser ouvido dentro de seu grupo.

A terceira linha de raciocínio é entender que durante o EC é preciso que se estimule a comunicação e a socialização entre os alunos. Nesse sentido, este tipo de metodologia tem a função de ajudar os alunos a comunicarem-se de maneira organizada e a criarem um ambiente social aceitável, de tal forma que os diálogos e as interações que tenham sido propostas pelo professor sirvam de fato para a construção do conhecimento pleno. Com isso, os alunos envolvidos cultivam um ganho para a sua vida social, que vai além do ambiente escolar.

Por fim, uma figura de destaque já não será somente o professor. Neste momento**,** ele será uma peça de auxílio na construção do conhecimento dos alunos. Caberá a ele se despir de toda a tendência pedagógica tradicional, onde ele, e somente ele, é o detentor de todo o conhecimento e passar a agir como um elemento capaz de interagir sem atrapalhar os atores principais da educação, que são os alunos.

2 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Desde o século passado é possível perceber como o ensino de matemática vem recebendo cada vez mais atenção. Muitas tem sido as ferramentas empregadas para auxiliar o professor de matemática. Há uma procura por estratégias de ensino,que possam contribuir com a transmissão de conhecimentos matemáticos de forma mais clara. Uma dessas estratégias é o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). As TIC podem ser entendidas como toda a sorte de recursos tecnológicos usados para facilitar o repasse de informação e comunicação entre os seres humanos. Destacam-se, dentro do ensino de matemática, os computadores, as calculadoras, *softwares* e *smartphones*. O uso de *softwares* é um recurso facilitador na compreensão do estudo de muitas áreas do conhecimento.

É notável que o discente atual, tão inserido neste contexto tecnológico, possua acesso e facilidade aos mais variados aplicativos para *smartphones*. O uso de tais aplicativos é uma realidade que vem conseguindo destaque ao facilitar a compreensão das mais variadas disciplinas, dentre elas a matemática. Além dos aplicativos, o livre acesso a portais interativos na *web* com conteúdo matemático, agrega mais recursos no aprendizado significativo do aluno.

Tais ferramentas, como já foi mencionado anteriormente, maximizam o processo de socialização entre os alunos. Com isso, tal realidade cria um ambiente propício para implementar um ensino colaborativo libertador e construtivo.

No presente ano, por exemplo, muitas secretarias de educação brasileiras propuseram modalidades de ensino remoto, devido ao isolamento social ocasionado pela pandemia do COVID-19, que é uma doença causada pelo vírus SARS-CoV-2. Tal doença apresenta um quadro clínico que varia de infecções assintomáticas a quadros respiratórios graves. No estado do Rio de Janeiro, em parte das escolas, alunos e professores foram cadastrados em alguma plataforma virtual onde toda a dinâmica ficou à mercê de toda sorte de meios digitais.

Esta situação mostrou, de forma nítida, a presença de um universo de tecnologias, que surgiram como meios de potencializar a prática ensino-aprendizagem e de manter a proximidade entre os membros do meio escolar. Este tal universo agora influencia em maior grau diretamente na dinâmica das instituições escolares. Logo, repensar novas dinâmicas de ensino é algo necessário e constante. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as experiências de alunos

> [...] em seu contexto familiar, social e cultural, suas memórias, seu pertencimento a um grupo e sua interação com as mais diversas tecnologias de informação e comunicação são fontes que estimulam sua curiosidade e a formulação de perguntas. O estímulo ao pensamento criativo, lógico e crítico, por meio da construção e do fortalecimento da capacidade de fazer perguntas e de avaliar respostas, de argumentar, de interagir com diversas produções culturais, de fazer uso de tecnologias de informação e comunicação, possibilita aos alunos ampliar sua compreensão de si mesmos, do mundo natural e social, das relações dos seres humanos entre si e com a natureza. (BRASIL, 2017, p. 56)

Tendo em vista que o acesso à internet é uma realidade presente em quase todo território nacional, repensar a dinâmica utilizada nas aulas já é uma necessidade e deve ser colocada em prática constantemente. Com isso, o uso de meios tecnológicos, como *smartphones*, precisa estar presente no plano de aula como uma ferramenta de ensino. A BNCC afirma que

> Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, tablets e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. (BRASIL, 2017, p. 59)

Assim, podemos dizer que a tecnologia levada para as escolas deve ter o objetivo de melhorar a qualidade do ensino, aproximando as aulas à realidade dos educandos, deixando assim o ensino bem mais tangível aos olhos de quem ensina e de quem aprende. Pereira e Fernandes (2015, p. 32), expõem que:

> As novas tecnologias contribuem para aproximar as aulas de Matemática a aulas laboratoriais, permitindo que o aluno experimente bastante, trabalhando de maneira semelhante às aulas de laboratório de biologia e física. Essa experimentação é alcançada, devido à tecnologia computacional que traz uma maior agilidade na manipulação de dados, dando oportunidade para o professor e alunos criar e explorar uma grande variedade de situações/ problemas, até então muito complexa para serem trabalhadas manualmente.

Embora as novas tecnologias possam mudar o ambiente da sala de aula, é o professor que deve dar o incentivo e criar laços de afinidade, de colaboração, para um ambiente propenso e saudável para a aprendizagem. Pois, é papel da escola educar os alunos para um uso mais democrático das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital (BRASIL, 2017). Além disso, é preciso ressaltar que a tecnologia computacional aplicada no estudo de matemática não visa substituir o pensamento lógico e crítico do aluno, mas sim ser usada como uma ferramenta, que amplia as possibilidades de observação dos estudantes, contribuindo assim, para uma superação dos parâmetros impostos pela abordagem de ensino tradicional. Como resultado, ela ajuda a mudar o foco da matemática analítica, que pode ser fria, calculista e conteudista, para a matemática experimental, que tem como ênfase a compreensão dos conceitos e suas aplicabilidades no dia a dia (PEREIRA, FERNANDES, 2015).

Ora, por este fato o presente trabalho busca também apresentar mais uma dessas ferramentas que estão no mercado, de forma gratuita, ao alcance de alunos e mestres, que éo aplicativo para celulares *Photomath.* Mas, como toda ferramenta, é preciso saber manuseá-la para uma melhor apropriação do saber matemático. Os PCN nos orientam que,

> Quanto aos softwares educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento (BRASIL, 1997, p. 35).

Com o *Photomath* entendemos como visualizar e aprimorar o conhecimento acerca de função polinomial do segundo grau, que é um conteúdo de comum aplicação em problemas práticos do cotidiano e que é bastante usado, por exemplo, em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que é a prova mais visada e que assume o maior número de inscritos anualmente, no território brasileiro. Tal prova criada em 1998, que tinha como objetivo avaliar o desempenho do estudante no final da escolaridade básica nas escolas públicas e particulares do país, hoje é a principal porta de entrada para as universidades públicas brasileiras. Ou seja, a continuidade nos estudos, a um nível superior, passa pelo bom desempenho dos estudantes neste exame. Por isso, a necessidade de se pensar em práticas educacionais modernas que possibilitem os alunos a terem um conhecimento de qualidade, que os impulsione a um bom desempenho nesta avaliação.

Além disso, o recurso tecnológico é uma ferramenta, que, quando usada da forma correta, pode aproximar as pessoas para um objetivo comum. A tecnologia auxilia na construção de conhecimentos no processo de evolução social em que vivemos. Além disso, no que tange às nossas vivências, a internet está presente em todos os lugares e contextos sociais, onde é impossível negar o uso desta ferramenta nas ações diárias. Ela atravessa culturas, gerações e distâncias, até mesmo dentro de uma sala de aula, onde algumas proximidades, dentro e fora de sala, só são possíveis depois de uma interação através do meio virtual. E nesta perspectiva, o ensino colaborativo precisa estar alinhado com as tecnologias disponíveis no universo escolar. No momento em que um grupo é convidado a trabalhar como equipe, não podemos resumi-los a um único momento de dois tempos de aula. Esse tempo precisa ser estendido através da rede. Isto porque, de forma instantânea, turmas ou grupos de alunos já formam uma teia de redes sociais com as mais variadas interações. Com isso, cabe ao professor abraçar tal comportamento contemporâneo a seu favor, oportunizando dinâmicas de aulas que não sejam frias e estáticas, mas interativas entre as partes que compõem este processo de ensino-aprendizagem.

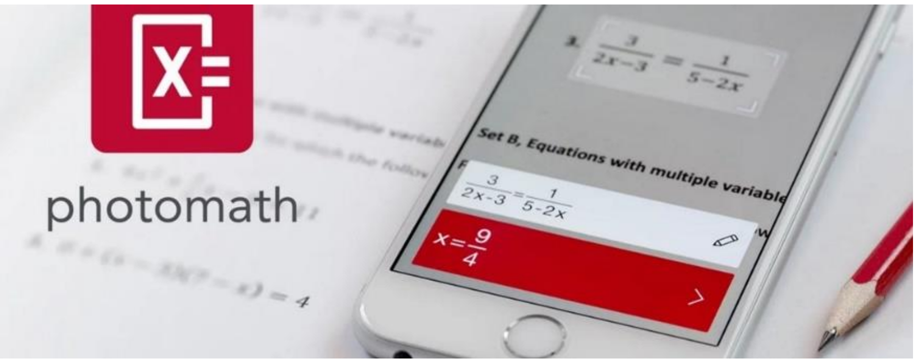
3 ***PHOTOMATH***

O aplicativo *Photomath* foi desenvolvido pela Microblink, uma empresa sediada em Zagreb, Croácia, com filial em Londres, Reino Unido. A empresa é especializada em *software* de reconhecimento de texto. Seu lançamento ocorreu no ano de 2014 e atualmente está entre os aplicativos de ensino e aprendizagem da *App Store* e da *Google Play Store*, mais baixados nos *smartphones*, segundo aponta a empresa.

Em resumo, se trata de um aplicativo de câmera que resolve equações matemáticas. Para isto, basta apontar a câmera e esperar o aplicativo resolver a expressão matemática. Além disso, esta ferramenta é capaz de representar gráficos de funções instantaneamente.

Por seu potencial educativo, o *Photomath* (Figura 1) foi vencedor do concurso *4YFN* em Barcelona (2018), que é o maior concurso de *startups* em tecnologias móveis e modelos de negócio. Além disso, também recebeu um Prémio do Fórum *NetExplo* pelo seu trabalho em tecnologia educativa em 2015.

Figura 1– Photomath



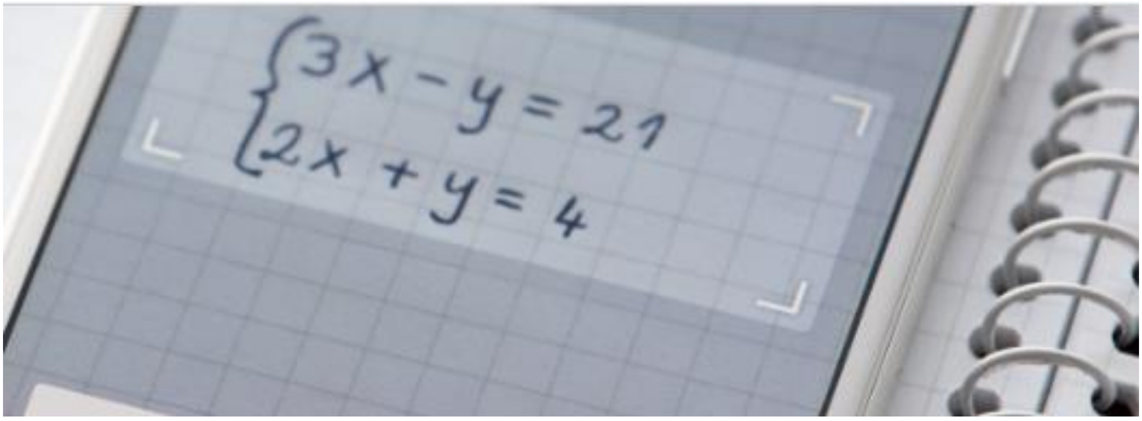
Fonte:tecmundo.com.br

Atualmente, segundo a empresa que comanda o *Photomath*, mais de 150 milhões de *downloads* já foram feitos do *app* e cerca de 1,5 bilhão de problemas por mês são resolvidos neste aplicativo. Sendo assim, é natural que os alunos de hoje já tenham conhecimentos desta ferramenta e, por isto, cabe ao professor se aperfeiçoar e procurar meios de utilizar este aplicativo de forma positiva no processo de ensino e aprendizagem. Mas para isto é importante compreender melhor as funcionalidades desta ferramenta. Bento e Cavalcante (2013) dizem que os aparelhos celulares são considerados Tecnologias da Informação e

Comunicação Móveis e sem Fio (TIMS), ou seja, o celular ou *smartfone* é um aparelho popular, com aplicativos que podem ser utilizados em sala de aula como um recurso pedagógico.

Por ser uma aplicação recente, não é possível ver muitos trabalhos acadêmicos que ressaltem a importância do *Photomath* na educação. No entanto, alguns sites como Gazeta do Povo (2014) apresentam tal aplicação como a "câmera-calculadora inteligente" (Figura 2), onde uma das funcionalidades, que torna esta aplicação digna de atenção, é o fato de que, após calcular o resultado final de uma equação matemática, a aplicação mostra todos os passos realizados para atingir o resultado final.

Figura 2– Uso da câmera com o *app*



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Por enquanto, o *Photomath* suporta um nível grande, porém limitado de operações. No entanto, suas atualizações vêm aumentando seu leque de possibilidade e já não é uma realidade apenas no ensino básico, mas já alcança o nível superior no auxílio das tradicionais disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, nos cursos da área de exatas.

Um ponto positivo da aplicação é o fato de ele guardar as equações mais recentes que foram escaneadas pelo usuário, para uma possível consulta posterior. E isso inclui os passos citados anteriormente. Além disso, apresenta uma usabilidade intuitiva. Seus pontos negativos se remetem ao fato de nem sempre compreender, com clareza, operações escritas de forma manuscrita e, também, o tempo que leva para dar a resposta após digitalizar a imagem da operação, que não é instantâneo. Ou seja, possui uma leve demora entre o momento que aciona a câmera do celular, até dar as possíveis respostas algébricas e gráficas.

3.1 **Funcionalidades**

O aplicativo é de fácil instalação, seja através da *App Store* ou da *Google PlayStore*. E também é fácil a sua utilização, uma vez que é possível digitar as expressões matemáticas ou simplesmente digitalizar as mesmas. Para isto, basta posicionar a câmera sobre a operação escrita manualmente ou sobre a operação impressa no papel. Ao findar a resolução, será dada uma explicação passo a passo e, também, será feita uma representação gráfica, caso se trate de uma operação algébrica. Além disso, em sua atual versão gratuita, atende um grande leque de conteúdos matemáticos como:

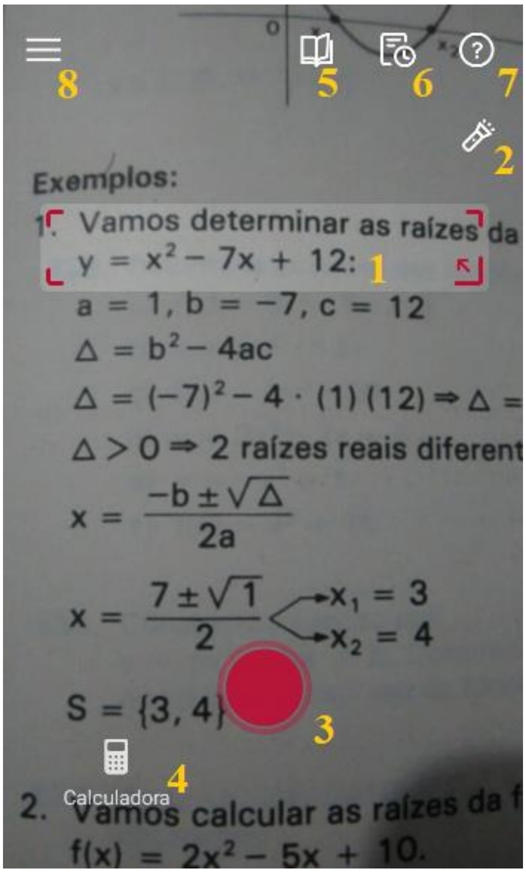
- Números naturais: adição, subtração, multiplicação, divisão e comparação.
- Números racionais escritos em forma fracionada: adição, subtração, multiplicação, divisão, comparação, números mistos, conversão.
- Números racionais na forma decimal: adição, subtração, multiplicação, divisão, comparação, conversão.
- Potências e raízes: adição, subtração, multiplicação, divisão, comparação, notação cientifica.
- Números complexos: operações, conjugado, raízes reais e imaginárias, forma polar.
- Função linear: equações lineares, desigualdades lineares, sistemas, gráficos.
- Função quadrática: equações quadráticas, desigualdades quadráticas, sistemas, gráficos.
- Função exponencial e logarítmica: equações exponenciais e logarítmicas, desigualdades exponenciais e logarítmicas, sistemas, gráficos.
- Função racional: equações racionais, desigualdades racionais, sistema, gráficos.
- Função trigonométrica: identidades, equações trigonométricas, sistemas, gráficos.
- Função modular: equações modulares, desigualdades modulares, sistemas, gráficos.
- Simplificação e fatoração de expressões algébricas.
- Teorema binomial: coeficientes binomiais, fatoriais, equações com fatoriais.

- Pré-cálculo: secções cônicas, vetores, matrizes, sequências e séries.
- Cálculo: limites, derivadas, integrais, representações de curvas (Fonte: *https://Photomath.net/pt/*).

Tal aplicação utiliza gráficos para visualizar problemas matemáticos. Pode explorar detalhes do gráfico, como a raiz, o domínio, imagem, máximo e mínimo. E os gráficos podem ser utilizados também para interpretar as soluções de equações e sistemas de equações.

Segundo a empresa, o *Photomath* pode ajudar a rever conceitos matemáticos e a afastar a ansiedade que pode ter um grande impacto no desempenho de um estudante. Podendo, também, acelerar e maximizar o aprendizado durante as aulas de matemática. O aplicativo é de fácil manuseio e,ao ser acionado, abre instantaneamente a câmera do celular, indicando uma janela de localização das informações conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3–Tela Inicial do Aplicativo



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Vejamos os dados e ferramentas presentes na área de ação da câmera do dispositivo:

1. Janela de captura de dados – que devem ficar inteiramente inseridos no espaço indicado. É possível aumentar ou diminuir distância entre a câmera e a imagem que será capturada. E também é possível ampliar ou reduzir a janela usando a seta que fica no seu canto inferior à esquerda.

2. Aciona a lanterna do dispositivo móvel, em casos de pouca luz, para se ter uma capitação mais adequada da imagem.

3. Botão que aciona a captura da imagem inserida na janela, que deve ser acionado sem tremer a câmera.

4. Opção calculadora, que disponibiliza a edição manual de dados, caso o usuário não queira ou não consiga capturar os dados com foto.Serve, também, para editar uma expressão após a captura de sua imagem.

5. Acervo de soluções para consulta, onde nem todas estão disponíveis gratuitamente. Além disso, pode-se solicitar um aprimoramento da aplicação com o *Photomath Plus*, que atente uma linguagem geométrica.

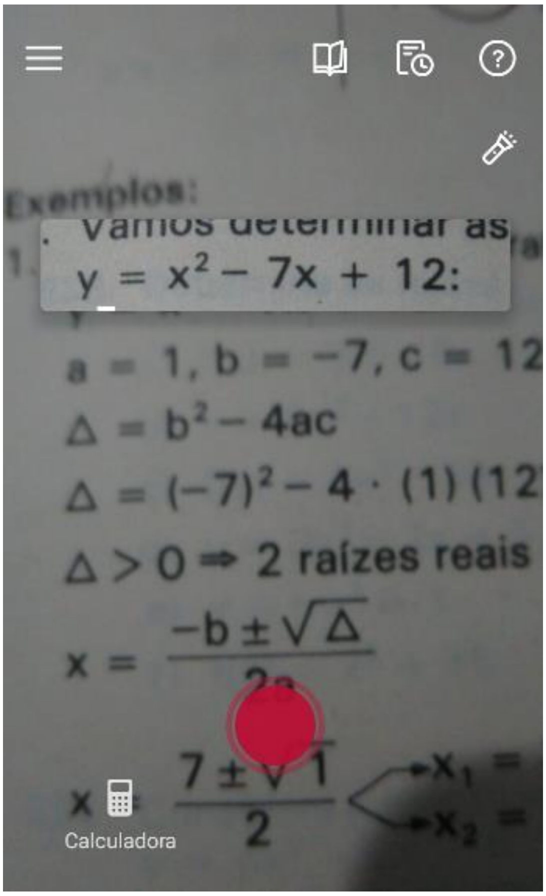
6. Histórico dos itens resolvidos anteriormente, que podem ser acionados a qualquer momento, mesmo após se fechar a aplicação.

7. Instruções de como usar a câmera, calculadora e o histórico, com pequenos vídeos demonstrativos e ilustrativos.

8. Aba que abre algumas opções para o perfil do usuário, que também contém a opção do idioma, acesso ao centro de ajuda, para tirar as dúvidas e informar os usuários. Também possui a opção “sobre nós” que fornece o site do aplicativo, e-mail para contato, termos de utilização e política de privacidade. E, por fim, a opção de o usuário baixar o aprimoramento *Photomath Plus,* que é gratuito apenas por alguns dias.

Focando no uso do *Photomath* na resolução de uma equação polinomial do segundo grau, vamos utilizar o exemplo da Figura 3. Notemos que após tirar a foto, a imagem selecionada fica em destaque e as demais informações presentes na imagem ficam com uma aparência embaçada, conforme podemos observar na Figura 4.

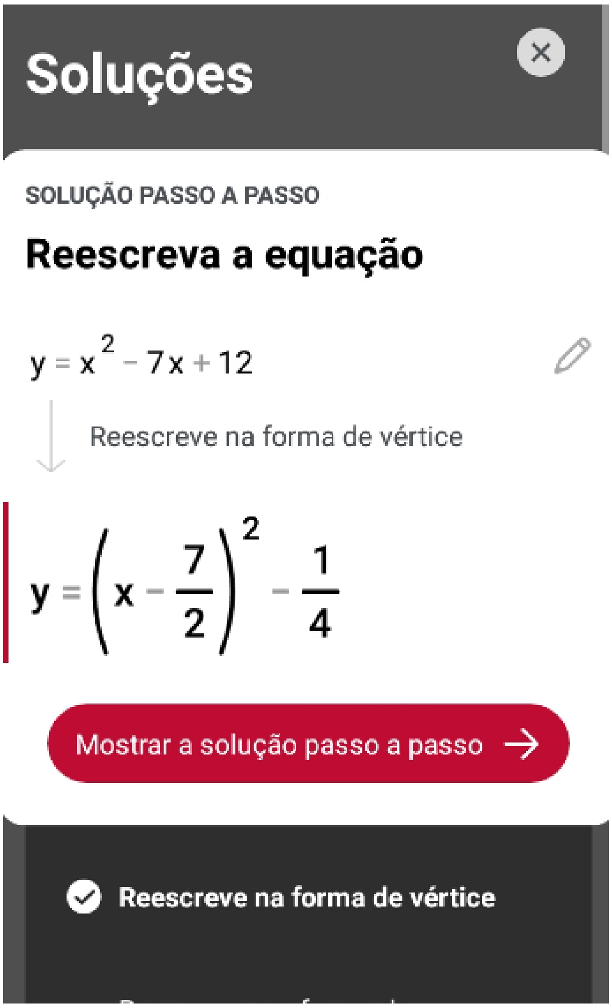
Figura 4– Resolução do Exemplo Parte 1



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Na sequência, o aplicativo apresentará uma das soluções disponíveis para o problema. Neste caso, em particular, apresentou uma possibilidade de reescrever a função na sua forma de vértice, conforme ilustra a Figura 5. É possível perceber também uma espécie de “lápis” ao lado da função. Tal objeto, quando acionado, serve para o usuário alterar, manualmente com o uso da calculadora, a expressão apresentada. Isto é útil, para momentos em que a foto não conseguir captar, com exatidão, todos os símbolos presentes na imagem ou quando ocorre uma troca destes. Por exemplo, ao trocar o número 2 pela letra Z ou o número 1 pela letra L. Tal situação ocorre, principalmente, quando a foto é tirada de expressões manuscritas, ainda porque a caligrafia varia de pessoa para pessoa e o aplicativo pode não compreender os símbolos descritos.

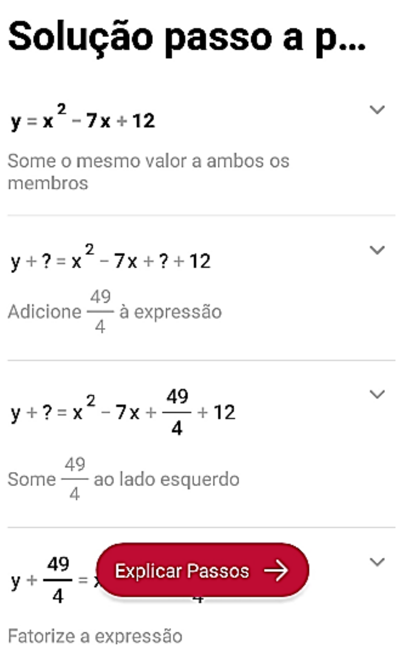
Figura 5– Resolução do Exemplo Parte 2



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

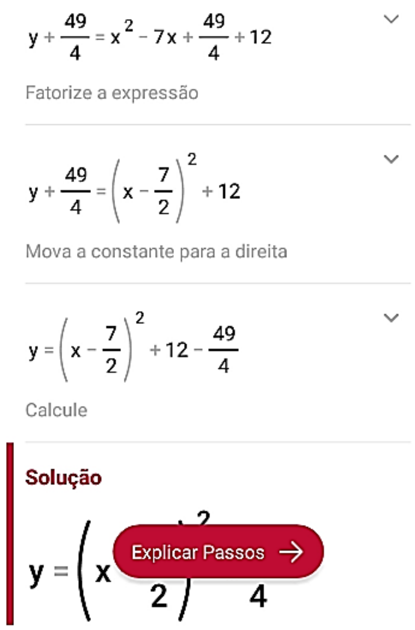
Além disso, o usuário pode acionar a opção “mostrar a solução passo a passo” (Figuras 6 e 7), que apresentará como o aplicativo desenvolveu o problema até encontrar a solução final. Em cada etapa da solução, é possível desmembrar mais e mais a operação, acionando a seta (voltada para baixo), que fica ao lado de cada expressão. Isto garantirá uma melhor compreensão das etapas da resolução.

Figura 6 – Resolução do Exemplo Parte 3



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 7 – Resolução do Exemplo Parte 4

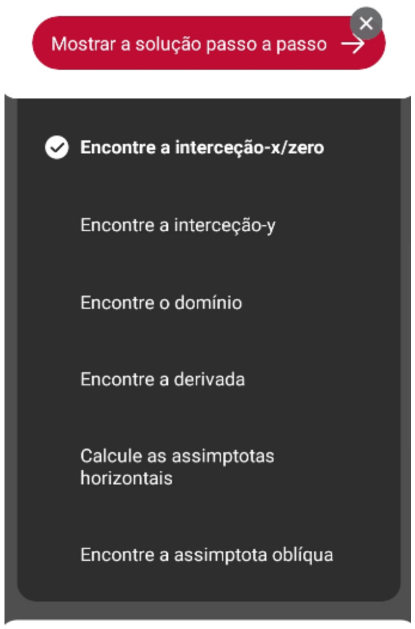


Fonte: Acervo do Autor, 2020.

.

Ou então é possível descer a barra de rolagem e acionar o leque de opções de soluções para o problema, conforme a Figura 8.

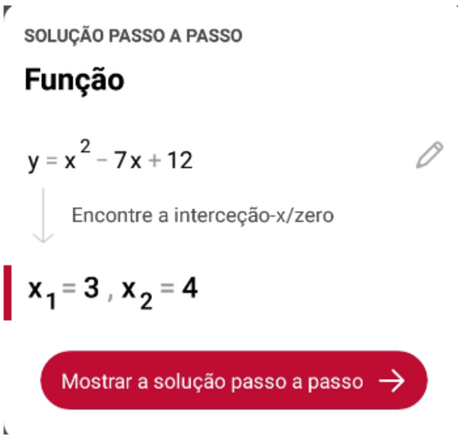
Figura 8 – Resolução do Exemplo Parte 5



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

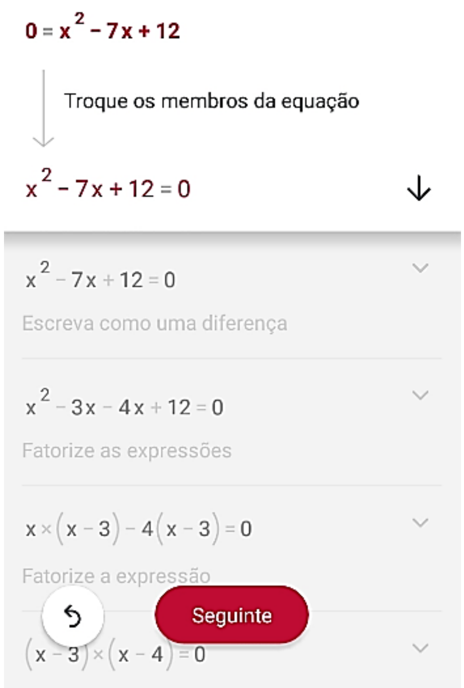
Através desta figura anterior é possível notar que a função polinomial do segundo grau nos apresentou mais seis cálculos possíveis. O primeiro resultado é o cálculo do valor da interseção entre o gráfico e o eixo x. Ou seja, os zeros da função, conforme as Figuras 9, 10 e 11.

Figura 9 – Resolução do Exemplo Parte 6



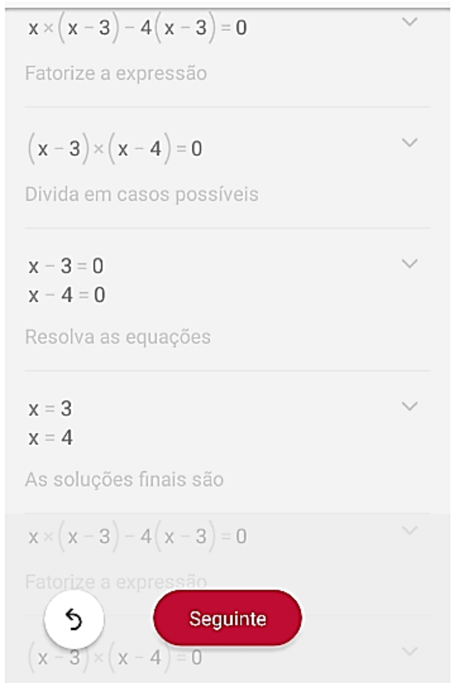
Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 10– Resolução do Exemplo Parte 7



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

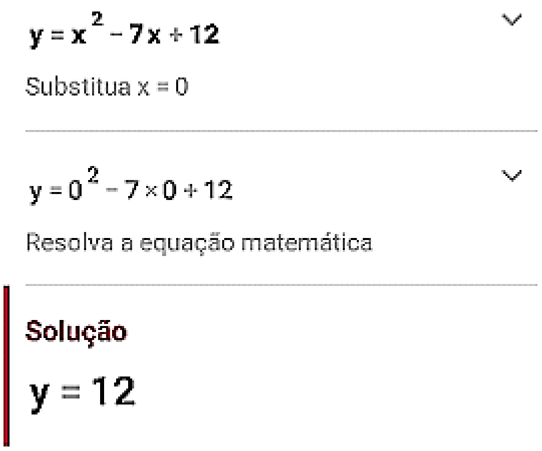
Figura 11– Resolução do Exemplo Parte 8



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

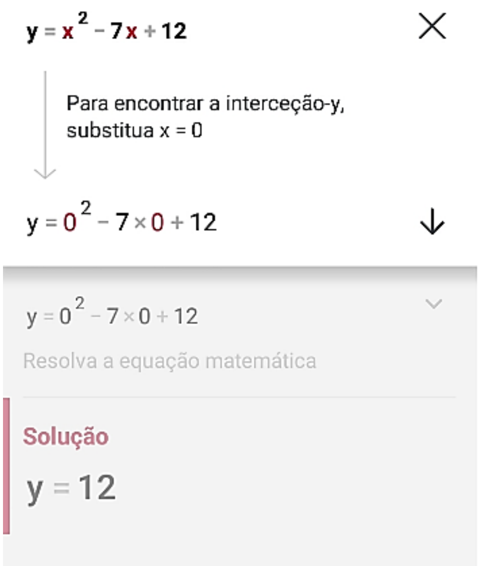
Em seguida, a outra solução é o valor da interseção entre o gráfico e o eixo y. Ou seja, o valor $y = f(x)$ para $x = 0$. Vejamos as Figuras 12 e 13:

Figura 12– Resolução do Exemplo Parte 9



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

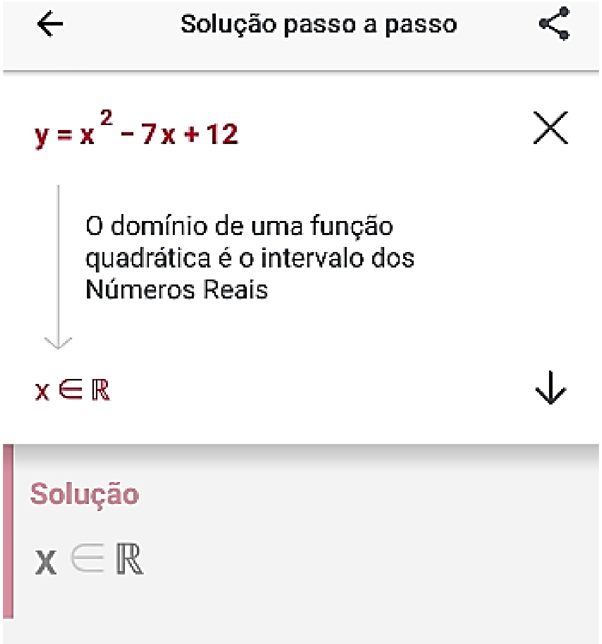
Figura 13– Resolução do Exemplo Parte 10



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

O cálculo do domínio da função quadrática, que é o conjunto dos números reais, conforme podemos perceber pela figura 14.

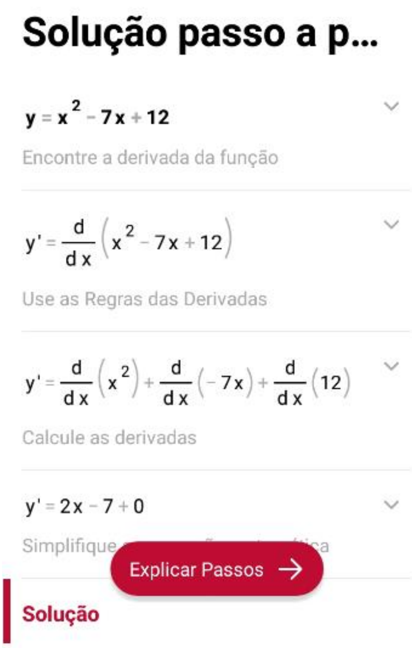
Figura 14– Resolução do Exemplo Parte 11



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

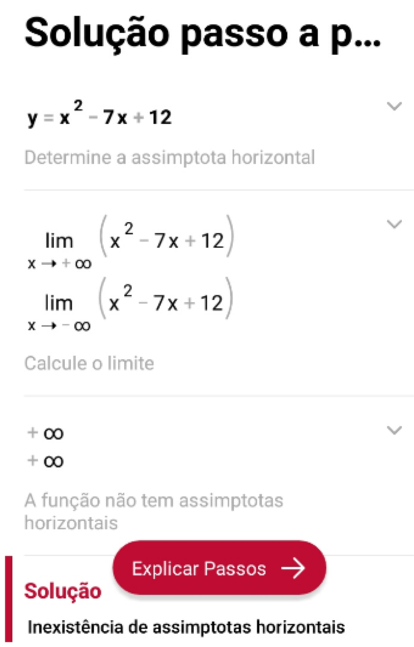
Na sequência temos o resultado pertinente a um conteúdo de Cálculo, que é a determinação da derivada (Figura 15) e as assíntotas horizontal (Figura 16) e com inclinação (Figura 17).

Figura 15– Resolução do Exemplo Parte 12



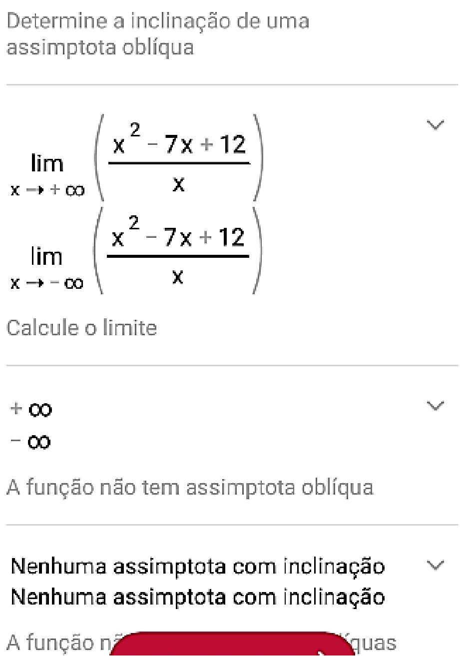
Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 16– Resolução do Exemplo Parte 13



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

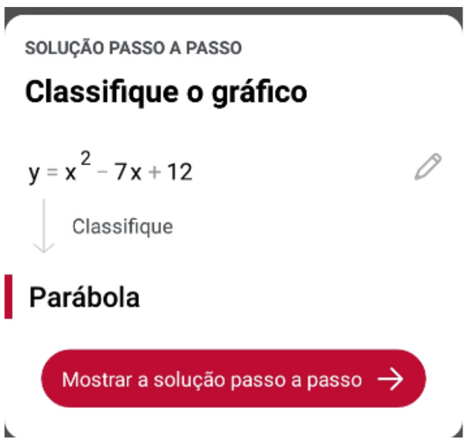
Figura 17– Resolução do Exemplo Parte 14



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Outra sugestão de solução sobre a função apresentada é descobrir que tipo de gráfico está sendo representado. No nosso caso, uma das cônicas[1] é a parábola, conforme ilustram as Figuras 18, 19 e 20.

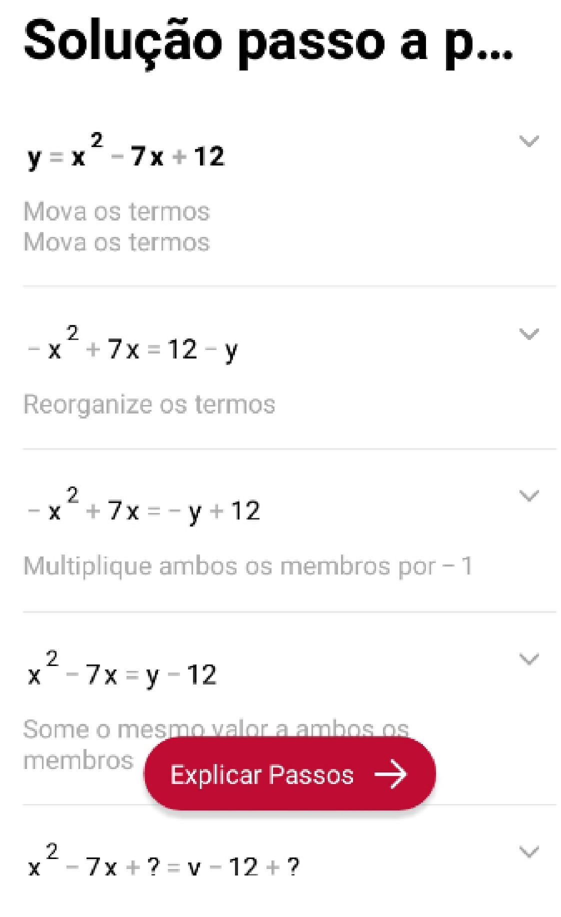
Figura 18– Resolução do Exemplo Parte 15



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

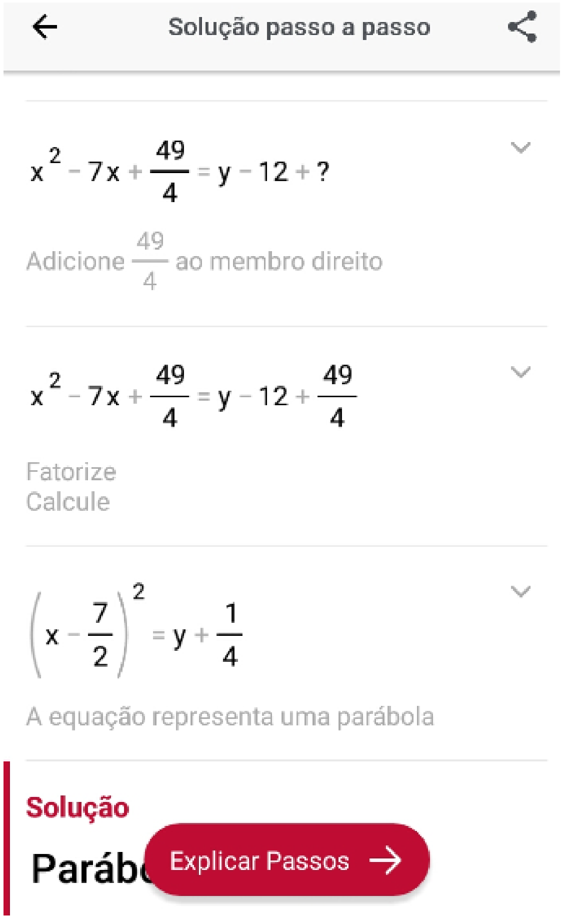
[1]São figuras geométricas planas definidas a partir da intersecção de um cone duplo de revolução com um plano.

Figura 19– Resolução do Exemplo Parte 16



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 20– Resolução do Exemplo Parte 17



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Por fim, temos a representação gráfica da função quadrática na Figura 21, onde são apresentados alguns detalhes importantes, como domínio, imagem, as interseções verticais e horizontais e o valor do vértice (Figura 22). É possível também mover o gráfico a fim de posicioná-lo da maneira que formais conveniente. Além disso, possui a opção de centralizar novamente o gráfico para sua posição inicial, caso seja necessário.

Figura 21 – Resolução do Exemplo
Parte 18

Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 22 – Resolução do Exemplo
Parte 19

Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Todas as soluções podem ainda ser compartilhadas de um usuário para o outro. Basta que o receptor também tenha o *Photomath* instalado em seu aparelho, do contrário entrará na página da empresa dando a opção para instalar.

O que acabamos de ver aqui é apenas um exemplo, mas que já é capaz de mostrar as virtudes deste aplicativo de fácil manuseio. Com uma única expressão algébrica, $y = x^2 - 7x + 12$, deu luz a muitas possibilidades de se trabalhar com ela. Deste modo, o professor tem a oportunidade de explicar e analisar um bom número de informações junto com os alunos com uma única foto. No entanto, é de suma importância perceber que as dinâmicas de resolução de tal aplicação são computadorizadas e nem sempre condizem com a maneira com que, normalmente, os alunos e professores desenvolvem as operações. Um exemplo é o método usado para encontrar os zeros de função, em que geralmente usa-se o cálculo do discriminante seguido pelo uso da fórmula de Bhaskara.

Porém, nada disso apaga todas as potencialidades que tal aplicação possui. Ainda que tenhamos visto apenas a construção de uma função polinomial do segundo grau, nada impede do professor se aventurar em avaliar seus benefícios em outros conteúdos da matemática.

3.2 **Desafios do professor frente à nova realidade**

Não é de hoje que**,** para muitos professores, o uso de um aparelho celular em sala de aula é terminantemente proibido com possíveis punições aos alunos. Isto ocorre porque é comum os professores relatarem, em suas práticas docentes, que os aparelhos celulares dispersam a atenção dos alunos em sala de aula. Alguns estados e munícipios, bem como países mundo afora, possuem leis que combatem veementemente o uso de celular dentro da unidade escolar. Aqui, o uso é terminantemente proibido pela gestão escolar ou até por meios legais, como no estado do Rio de Janeiro, onde a Lei nº5.222, de 11 de abril de 2008 assinada, pelo então ex-governador Sérgio Cabral, diz que “(...) a Assembléia Legislativa do Estado do Rio de Janeiro decreta e eu sanciono a seguinte Lei: Art.1º Fica proibido o uso do telefone celular nas salas de aula das escolas públicas estaduais”.

No entanto, tais leis podem possuir flexibilidade quando tal aparelho é visto como uma ferramenta de cunho pedagógico. Em São Paulo, por exemplo, o artigo 1º da lei nº 16.567, de 06 de novembro de 2017, diz que “ficam os alunos proibidos de utilizar telefone celular nos estabelecimentos de ensino do Estado, durante o horário das aulas, ressalvado o uso para finalidades pedagógicas".

No que tange à aplicação do *Photomath*, alguns professores ficam horrorizados quando descobrem que seus alunos "trapaceiam" ao realizar as operações matemáticas com o uso da câmera do celular de forma rápida e simples. Cria-se, no professor, um sentimento de aversão a ponto de conotar a aplicação como algo infernal e sem sentido educacional.

Hoje já é uma realidade que, nas grandes cidades, uma parcela significativa dos alunos possui um *smartphone*, muitos deles com acesso à internet nas mais variadas velocidades. Além disso, somado ao cotidiano o fato de alguns afazeres poderem ser feitos através de um *smartphone* (como assistir TV, pagar boletos, fazer videoconferência e outros), fica difícil tentar convencer o aluno, "nativo digital", que o uso do celular faz "mal ao ensino". Por isso, é importante que os nossos alunos de hoje sejam submetidos a aulas que envolvam uma aprendizagem móvel. Tal aprendizagem envolve o uso de tecnologias móveis (como tablets, telefones celulares ou até *smartwatch*, uma espécie de celular de pulso similar a um relógio), que auxiliam a aprendizagem em qualquer hora e lugar. Além disso, podem também fornecer aos estudantes uma flexibilidade para avançar em seu próprio ritmo, seguir seus próprios interesses e ter uma autoavaliação de forma instantânea possibilitando, assim, que o tempo em sala de aula seja mais proveitoso e usado para aplicações de conceitos, discutir ideias e compartilhar interpretações distintas.

Neste sentido, ao invés de combater o uso do celular em sala de aula, podemos dar a esse objeto uma utilização correta nesse espaço, transformando-o numa ferramenta que auxilie o processo de ensino e aprendizagem. Isto implica em tornar a sala de aula um lugar de ensino transformador e necessário, visto que a realidade atual é inserida em um contexto com muitas tecnologias sem as quais já não é possível vivermos. E isto, como citado anteriormente, é perceptível nas mais variadas situações práticas do dia a dia. Ou seja, é sem sentido privar os alunos do acesso ao meio tecnológico em sala de aula e vai contra uma proposta educacional libertadora e contextual. Assim, conforme complementam os autores Saccol, Schlemmer e Barbosa (2011), cabe ao professor selecionar atividades que, através da utilização do celular e outros meios móveis em sala de aula, permitam uma interação intensiva entre os alunos, criando um ambiente virtual, onde possam compartilhar informações e trocar experiências.

É preciso ressaltar que, neste processo de troca de experiências, é necessário que haja uma unidade entre os alunos. Ou seja, nada de alunos atuarem sozinhos, mas sim em um único grupo ou dividido em pequenos grupos, onde possam trocar todo tipo de informação pertinente a uma aula de matemática com interação digital.

Para isto é preciso que o professor tenha o conhecimento das novas ferramentas digitais, que já tem sido realidade no meio dos alunos, de modo que, ele possa planejar uma aula dinâmica que utilize tais ferramentas em benefício do ensino da matemática.

4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas (RP) deve instigar os envolvidos, para que, assim, os alunos desenvolvam o gosto pela matemática. Por isto, é necessário que os problemas desafiem a curiosidade, estimulem a pesquisa e motivem a busca por novas estratégias que serão utilizadas durante a resolução. A BNCC (BRASIL, 2017) orienta sobre os alunos atingirem algumas competências ao longo de sua caminhada estudantil. Para a BNCC, as competências são definidas como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. Uma de suas competências gerais é dado por:

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2017, p. 9)

Ainda, segundo este documento,

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino [...]. (BRASIL, 2017, p.264)

Sendo assim, buscar atividades das quais o aluno participe ativamente no processo de aprendizagem é primordial para a educação. Além disso, avaliar de forma ordenada o desempenho do aluno durante as atividades matemáticas, não focando apenas na resposta (certa ou errada), mas também no caminho percorrido para construção do resultado, ajudará o professor no desenvolvimento do comportamento crítico e reflexivo do aluno. E isto estimulará o aluno a ter a autonomia necessária para mudar o que não concorda.

Segundo Souza (2005, p.1)

> a resolução de problemas é uma estratégia didática/metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da matemática. Porém, em sala de aula, constata-se um uso exagerado de regras, resoluções por meio de procedimentos padronizados, desinteressantes para professores e alunos, empregando-se problemas rotineiros e que não desenvolvem a criatividade e autonomia em matemática.

Geralmente, os problemas trabalhados nas salas de aula são exercícios repetitivos para fixar os conteúdos que acabaram de ser estudados, motivando o uso de artifícios padronizados para serem utilizados na resolução de problemas semelhantes. No entanto, a RP tem como objetivo**,** criar no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. A importância da resolução está no fato de possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance dentro e fora da sala de aula. "Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos de procedimentos matemáticos bem como do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança" (SOUZA, 2005, p.3).

Além disso, a RP sempre esteve presente na natureza humana e na formação da sociedade complexa em que vivemos, pois, para o homem evoluir intelectualmente, foi necessário que criasse métodos de resolução para os mais variados problemas cotidianos. Tais circunstâncias aprimoraram a mente humana e criaram meios para vivermos hoje em dia.

De acordo com Dante (1991, p.25),

> é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola o fora dela.

Neste contexto é preciso entender o problema matemático como uma situação que demande a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não pode estar disponível de início. O ideal é que o aluno tenha a possibilidade de construí-la. Para Romanatto (2012, p. 302-3), é possível concluir que

> A resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente. Para encontrar uma solução, os estudantes devem aplicar seus conhecimentos matemáticos. Solucionar problemas não é apenas buscar aprender Matemática e, sim, fazê-la. Os estudantes deveriam ter oportunidades frequentes para formular, tentar e solucionar problemas desafiadores que requerem uma quantidade significativa de esforço e deveriam, então, ser encorajados a refletir sobre seus conhecimentos. Assim, solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos.

Além disso, ao longo dos anos alguns educadores e pensadores criaram ideias ou métodos de ensino através de RP, que pudessem tornar a aula mais dinâmica.Dentre eles, destacam-se os seguintes:

- Polya (1978 apud SOUZA, 2005) elaborou um roteiro com os seguintes passos:

- compreensão do problema;
- construção de uma estratégia de resolução;
- execução de uma estratégia escolhida;
- revisão da solução.

- Dante (1991) instrui que a dinâmica de aula, elaborada pelo professor, deve:

- facilitar a discussão;
- procurar certificar-se de que o problema está totalmente entendido por todos;
- concederum bom tempo para os alunos trabalharem no problema;
- procurar criar entre os alunos um clima de busca, exploração e descobertas.

- Schoenfeld (1985apud SOUZA, 2005) pressupõe que uma aula pautada em RP exige dos alunos:

- recursos intelectuais na matemática;
- heurísticas (estratégias e técnicas de resoluções de problemas);
- controle sobre os conteúdos;
- convicções sobre a matemática e sua ligação com o mundo.

- Furlanetto, Dulliuse Althaus (2012) descrevem alguns procedimentos que os alunos podem ter na tentativa de solucionar os problemas:

- tentativa e erro;
- usar padrões;
- resolver um problema mais simples;
- trabalhar em sentido inverso;
- por **s**imulação.

- Allevato e Onuchic (2014) desenvolveram um roteiro composto por uma sequência de dez atividades, sendo as principais:

- proposição do problema;
-leitura individual;
-leitura em conjunto;
-resolução do problema;
-observar e incentivar.

- Echeverría e Pozo (1998) orientam a:

- utilizar um problema semelhante para encontrar a solução de um dado problema.

Também alguns indicadores de desempenho dos estudantes das escolas públicas do Brasil são constituídos, em sua maioria, de problemas matemáticos. Os principais indicadores possuem os seguintes registros recentes:

I. Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF

A ONG Ação Educativa e o Instituto Paulo Montenegro desenvolveram e vêm realizando desde o ano 2001, em parceria, o Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF), um estudo para medir os níveis de Alfabetismo da população brasileira de 15 a 64 anos.

A cada edição do INAF são entrevistadas 2.002 pessoas entre 15 e 64 anos de idade, residentes em zonas urbanas e rurais de todas as regiões do país. O intervalo de confiança estimado é de 95% e a margem de erro máxima estimada é de 2,2 pontos percentuais, para mais ou para menos.

A cada 10 brasileiros, três não conseguem resolver operações básicas que envolvam, por exemplo, o total de uma compra, o cálculo do troco ou do valor de prestações sem juros quando vão ao supermercado. Para essas pessoas, muitas tarefas do cotidiano são grandes desafios, dificultando a cidadania crítica e uma vida com autonomia. Observando a tabela 1 abaixo, pela quarta vez consecutiva, o INAF (2001-2018, p.8) mostrou que cerca de 30% dos brasileiros entre 15 e 64 anos são analfabetos funcionais.

Tabela 1– Níveis de alfabetismo no Brasil conforme o INAF (2001-2018)

Nível	2001 2002	2002 2003	2003 2004	2004 2005	2007	2009	2011	2015	2018
BASE	***2000***	***2000***	***2001***	***2002***	***2002***	***2002***	***2002***	***2002***	***2002***
Analfabeto	12%	13%	12%	11%	9%	7%	6%	4%	8%
Rudimentar	27%	26%	26%	26%	25%	20%	21%	23%	22%
Elementar	28%	29%	30%	31%	32%	35%	37%	42%	34%
Intermediário	20%	21%	21%	21%	21%	27%	25%	23%	25%
Proficiente	12%	12%	12%	12%	13%	11%	11%	8%	12%
Total[2]	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Analfabeto Funcional*	39%	39%	37%	37%	34%	27%	27%	27%	29%
Funcionalmente Alfabetizados*	61%	61%	63%	63%	66%	73%	73%	73%	71%

Fonte: INAF 2001-2018.

II. Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

Este sistema, que vem sendo aplicado desde 1990, através de testes e questionários, avalia os estudantes brasileiros do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Recentemente, o levantamento de dados por este indicador tem sido preocupante.

Segundo dados do SAEB, divulgado pelo portal G1 do grupo Globo (23 Dez 2014), no ano de 2009 apenas 11% dos alunos tinham apresentado aprendizado adequado. Já em 2011, esse índice caiu para 10,3%. E, dois anos depois, caiu para 9,3%. Em 2017, 7 em cada 10 estudantes possuíam conhecimento insuficiente em português e matemática. Segundo os dados registrados, somente 4,52% dos estudantes do Ensino Médio avaliados pelo Saeb 2017, cerca de 60 mil, superaram o nível 7 da Escala de Proficiência da maior avaliação já realizada na Educação Básica brasileira. A finalidade do Todos pela Educação é que todo aluno tenha o aprendizado adequado em matemática até 2022. Entretanto, a realidade é que o aprendizado dos jovens, incluindo nas escolas particulares, anda patinando.

III. Programa de Avaliação Internacional de Estudantes – PISA

Esse programa é o maior estudo sobre educação do mundo, que tem a finalidade de avaliar o desempenho de alunos de 15 anos de idade, produzindo indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais em diferentes países. De acordo com o PISA, ficou constatado que uma parcela significativa dos alunos não consegue entender o que é pedido ou tem dificuldade de entender os enunciados dos problemas apresentados. Na edição de 2015, aplicada em 70 nações, ficamos na 63ª posição em Ciências, na 59ª em Leitura e na 66ª colocação em matemática. A amostra brasileira contou com 23.141 estudantes de 841 escolas, que representam uma cobertura de 73% dos estudantes de 15 anos.

A edição mais recente de 2018, divulgada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) em dezembro de 2019, apontou que o Brasil tem baixa proficiência em leitura, matemática e ciências, se comparado com outros 78 países que participaram da avaliação. Esta edição revelou que 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de matemática, o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Em ciências, o número chega a 55% e, em leitura, 50%. Tais índices estão estagnados desde 2009.

É notório que o desempenho dos alunos em matemática tem ficado longe do ideal. Em reportagem feita ao portal G1 do grupo Globo (23 Dez. 2014), a diretora executiva da ONG Todos pela Educação, Priscila Cruz, afirmou que "É fundamental repensar o Ensino Médio que ficou, por anos, estagnado e agora apresenta retrocesso de seus indicadores, e também ter políticas focadas nos anos finais do Ensino Fundamental, que já demonstra estagnação em patamares muito baixos de proficiência."

Precisamos sempre buscar meios para melhorar a qualidade do ensino. E uma eficaz ferramenta é buscar problemas dentro de um contexto no qual o aluno se sinta familiarizado. Tais avaliações citadas anteriormente são de âmbito nacional ou internacional e suas questões matemáticas apresentadas nem sempre levam em conta as múltiplas realidades que há em cada localidade deste país. A avaliação deve ser um instrumento que preferencialmente se adéqüe à realidade do aluno, o mais próximo possível. Além disso, precisa ser um instrumento para que o professor possa trabalhar, em seus alunos, quais fraquezas precisam ser sanadas. Não basta dizer que um certo percentual dos alunos, em geral, não possui o mínimo necessário de habilidades matemáticas. É preciso detalhar, com criticidade, qual o perfil de cada aluno ou da escola como um todo. Tais detalhes precisam estar claros para que, cada escola, juntamente com os professores, possa criar estratégias para melhorar o ensino.

O Conselho Nacional de Secretários de Educação (CONSED) noticiou em agosto de 2019, a realização de uma avaliação diagnóstica dos alunos da Secretaria de Estado de Educação (Seeduc). Este instrumento de avaliação externa foi composto com questões das disciplinas matemática e língua portuguesa. Tal avaliação, batizada de "Conhecer" pela Seeduc, foi aplicado a mais de 100 mil alunos que estavam no 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. O objetivo foi identificar as necessidades de cada escola e assim melhorar seu desempenho educacional. Por isto, a avaliação foi constituída de 26 questões de língua portuguesa e 26 questões envolvendo problemas matemáticos, que visam trabalhar com habilidades necessárias para a vida do aluno.

Neste contexto podemos pensar a resolução de problemas de algumas maneiras:

> ▪ Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
> ▪ Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
> ▪ Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.

> ▪ Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a Matemática.
> ▪ Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
> ▪ A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.(ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82)

Sendo assim, é razoável entender que, em geral, o mais indicado é desenvolver o ensino da matemática com a presença de problemas matemáticos contextualizados. Por este motivo, o presente trabalho apresenta algumas ideias que podem ser aplicadas em sala de aula de forma moderna e acessível com o tema função polinomial do 2º grau. Até por que uma das competências definidas para a área de matemática no Ensino Médio, sobre o referido tema é, “investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros” (BRASIL., 2017, p.533).

Porém, é importante que o professor seja um simpatizante de aulas com problemas contextuais e que esteja capacitado para os possíveis questionamentos que possam surgir por parte dos alunos. Nesta dinâmica será comum que os alunos digam que não sabem o que fazer e questionem ao professor como: “Qual fórmula usar?”; “Que conta eu devo fazer?”. Neste momento cabe ao professor não responder estes tipos de perguntas de forma direta, mas sim incentivar a busca pela solução dizendo: “Vamos pensar um pouco mais!”; “Eu te ajudo a raciocinar.”; “Vamos discutir sobre o problema.”. Ou seja, o professor tem o papel de motivador ao mediar o processo ensino-aprendizagem.

Não é uma tarefa fácil, mas sendo o professor um ser de forte impacto na escolha da metodologia que será implementada em sua aula, é importante que ele faça o uso das mais diversas tecnologias educacionais disponíveis como facilitadores da aprendizagem. Alguns recursos disponíveis são livros didáticos (ou paradidáticos), calculadoras, jogos, computadores, programas, vídeos e aplicativos de *smartphones*, como o que será apresentado neste trabalho.

5 APLICAÇÃO DO ENSINO COLABORATIVO EM PROBLEMAS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS, USANDO *PHOTOMATH*

Se fosse realizada uma pesquisa de opinião pública, com adultos acima de 25 anos, sobre qual conteúdo matemático ainda se lembram, mesmo que só pelo nome, muitos provavelmente responderiam “Teorema de Pitágoras” e uma outra parcela teria dito “Fórmula de Bhaskara”. Ambos os conteúdos possuem grande importância no ramo da geometria e da álgebra. No caso da fórmula de Bhaskara, que nos remete à função polinomial do segundo grau, ou simplesmente função quadrática, sua presença é notória em todos os anos de ensino do nível médio. O fato de ter uma fórmula para encontrar a solução, bem como outras técnicas, torna seu ensino uma das prioridades na elaboração do plano anual de estudos. Tal situação pode ser confirmada com o fato de que tal conteúdo é visto no 9º ano do Ensino Fundamental e logo, em seguida, é revisto no 1º ano do Ensino Médio. Segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 314), um dos objetos de conhecimento da álgebra é a resolução de equações polinomiais do segundo grau por meio de fatorações. Ainda segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 315) uma habilidade necessária é “Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau”.

No que tange ao conteúdo transmitido para o Ensino Médio, a BNCC (BRASIL, 2017, p. 528) traz a seguinte habilidade: “Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais”.

Sendo assim, neste tópico abordaremos o percurso metodológico realizado neste estudo. Será mostrado o porquê do referido tema e como foi feito o estudo do aplicativo para o ensino de função quadrática, especificando as fases do trabalho e a construção das análises.

5.1 **Por que função quadrática?**

Embora tal conteúdo esteja presente na BNCC é preciso entender qual a sua importância para o ensino. A Função Quadrática ou Função Polinomial do Segundo Grau é importante porque tem várias aplicações no cotidiano, visto que suas aplicações se estendem por diversas áreas de ensino. Ela serve, por exemplo, para calcular o lançamento e o movimento de projéteis, para presumir o ângulo de reflexão de faróis de carros, conjecturar o ângulo da antena parabólica, determinar o lucro máximo de um empreendimento, minimizar despesas, entre outros.

5.2 **Estágios do estudo**

O primeiro estágio da pesquisa se deu pela busca de problemas matemáticos essenciais para a pesquisa. Neste estudo, foram escolhidas questões com contextos do dia a dia que envolvessem otimização. Nesta mesma etapa, tais questões foram ao encontro do que é exposto em textos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a BNCC.

O segundo componente do trabalho que também foi estudado, refere-se ao *Photomath*. Dentro desse estudo, perceberam-se muitas potencialidades do aplicativo, como, por exemplo, a vasta quantidade de conteúdo que o mesmo pode atingir dentro da Matemática. Como o foco era usar todas essas possibilidades para o ensino de função quadrática, se fez necessário pesquisar em sites e realizar alguns testes prévios antes de implementar com os alunos.Em seguida, um terceiro componente do trabalho é discorrer, especificamente, de como aplicar o *Photomath* em problemas contextuais com função polinomial do segundo grau.

Por fim, trabalhar com alunos separados em grupos heterogêneos que pudessem estar juntos durante todas as aulas que envolvessem o referido tema. Ou seja, cada componente do grupo se torna integrante de uma espécie de família, que unida faz as atividades em todo o processo do estudo. No entanto, em paralelo, uma turma trabalhará os mesmos conteúdos, mas sem a necessidade do trabalho grupal e sem o uso do aplicativo no celular, visando assim ter uma comparação entre o método tradicional de estudo e o método a ser implementado.

5.3 **Metodologia implementada**

A metodologia de pesquisa usada neste estudo foi a empírico-analítica seguindo uma modalidade de pesquisa com estudos teóricos com o referido tema. Também foi realizada uma exploração em materiais que propusessem questões sobre função polinomial do 2º grau com resolução via otimização.

Além disso, no presente trabalho foram utilizados cálculos estatísticos de mensuração sobre a presente proposta, apresentando dados qualitativos e quantitativos sobre a potencialidade de um ensino com o uso de um recurso tecnológico em um viés colaborativo.

Dessa forma, o estudo aqui desenvolvido perpassou por algumas fases. Na primeira foi realizado um estudo da aplicação *Photomath* e suas potencialidades, em particular, envolvendo o conteúdo de função quadrática. Foram apresentadas imagens ilustrativas de um exemplo prático mostrando os recursos disponíveis na aplicação. Em seguida, foi feito um levantamento de questões candidatas para a abordagem do presente estudo. Para isso, foi feita uma pesquisa envolvendo questões das provas de concursos como ENEM, PUC (Pontifícia Universidade Católica), UERJ (Universidade do Estado do Rio de Janeiro), bancas examinadoras ou através de materiais didáticos como apostilas e livros, cabendo ressaltar que foram escolhidas questões que envolviam resolução com otimização.

Após encontrar as questões, na terceira fase foi realizado um tratamento didático das resoluções, divididas em resolução algébrica e tratamento gráfico, através do uso da aplicação. Além disso, foi elaborada uma discussão com os alunos, do percurso algébrico utilizado pela aplicação em comparação com as formas tradicionais feitas no caderno.

Na quarta e última fase, foram debatidos os pontos positivos do uso da aplicação dentro dos grupos. No entanto, é importante frisar que o processo de resolução algébrica e geométrico, através do dispositivo móvel, se deu de forma colaborativa entre os alunos de uma turma, que foi denominada Turma 2. Os alunos desta turma não trabalharam sozinhos, mas sim em grupos heterogêneos de cinco ouseis alunos. Porém, numa mesma série e com o mesmo nível educacional, outros alunos de uma outra turma fizeram as mesmas atividades, mas sem a necessidade do trabalho colaborativo e sem o uso do recurso tecnológico. Esta outra turma foi batizada de Turma 1 e visou seguir o modelo convencional de ensino.

Na Turma 2, cada grupo de alunos tinha pelo menos um aluno com um histórico de bom desempenho em avaliações matemáticas. Nesta perspectiva, para garantir a heterogeneidade dos grupos, os demais componentes de cada grupo foram selecionados via sorteio, sempre com a influência do professor, para garantir a maior diversificação possível. Levando em conta também alunos introspectivos ou alunos bem comunicativos. Além disso, tendo em vista que cada grupo podia usar o *smartphone* com a aplicação *Photomath*, o critério de separação dos grupos levou em conta que pelo menos um aluno de cada grupo tivesse um celular com a ferramenta instalada.

O procedimento para a realização do estudo numa escola pública do Rio de Janeiro - RJ iniciou-se com uma carta de apresentação para o Ensino Médio. A escolha do estabelecimento do ensino se deu por proximidade geográfica e afinidade do pesquisador, visto que o mesmo já é um professor docente atuante na unidade. O instrumento foi aplicado no horário de aula dos alunos em dois tempos de 50 minutos cada.

Ambas as turmas foram testadas no mesmo dia, mas em tempos de aulas diferentes. Porém, um ponto que cabe destaque neste processo é que a presente pesquisa só pôde ser aplicada após o governo do estado do Rio de Janeiro, juntamente com os órgãos de saúde, terem liberado as escolas do Ensino Médio a abrirem para alunos do terceiro ano letivo. Isto se deu a partir do dia 19 de outubro de 2020, conforme noticiado no portal G1 do grupo Globo (09 Out. 2020). Segundo o noticiário, a prioridade seriam os alunos que pretendiam fazer a avaliação do ENEM, que é a principal porta de entrada nas universidades púbicas do país. Tal abertura das escolas levou em conta um rigoroso protocolo de segurança para garantir o distanciamento e constante higienização dos alunos e professores. Por este motivo as aulas foram aplicadas em salas de grande tamanho ou em auditórios.

Até então, uma parte dos alunos estava participando de aulas remotas através de uma plataforma, oferecida pela *Google*, em parceria com a Seeduc; enquanto uma outra parte dos alunos estava utilizando apostilas e livros distribuídos pelas escolas. No entanto, cabe também ressaltar que o conteúdo aplicado na pesquisa não sofreu grandes influências com esta atual realidade, visto que tal conteúdo já havia sido presenciado por estes alunos, quando os mesmos, pertenceram ao primeiro ano do Ensino Médio, anos atrás.

5.4 **Análise de resultados nas questões apresentadas**

Nesta seção apresentamos algumas questões sobre função quadrática das provas de vestibulares ou de materiais didáticos, as quais foram resolvidas de duas formas distintas. Na Turma 1 os alunos foram orientados a fazerem a atividade individualmente e na Turma 2,foram separados em grupos.A primeira forma de resolução foi por meio algébrico, que é tradicionalmente a forma de resolução das questões; e a segunda forma teve o auxílio da interpretação gráfica, com o uso do *Photomath*, onde são visualizadas de forma concreta e debatidas as soluções das questões. Nesta etapa, ambas as turmas aplicaram a primeira forma de resolução e alguns questionamentos foram levantados. A expectativa no início da atividade eraque os alunos que utilizariam a segunda forma de resolução, via aplicação com o *smartphone*,teriam mais condições de darem as respostas com mais riqueza de detalhes. Cabendo ressaltar que apenas a Turma 2 teve a possibilidade de usar o recurso tecnológico.

Visando trazer dados quantitativos à pesquisa, a Turma 1 teve 41 alunos e a outra turma, 38 alunos que participaram da atividade.

5.4.1 Questão da prefeitura de Morro do Chapéu – BA – 2018.

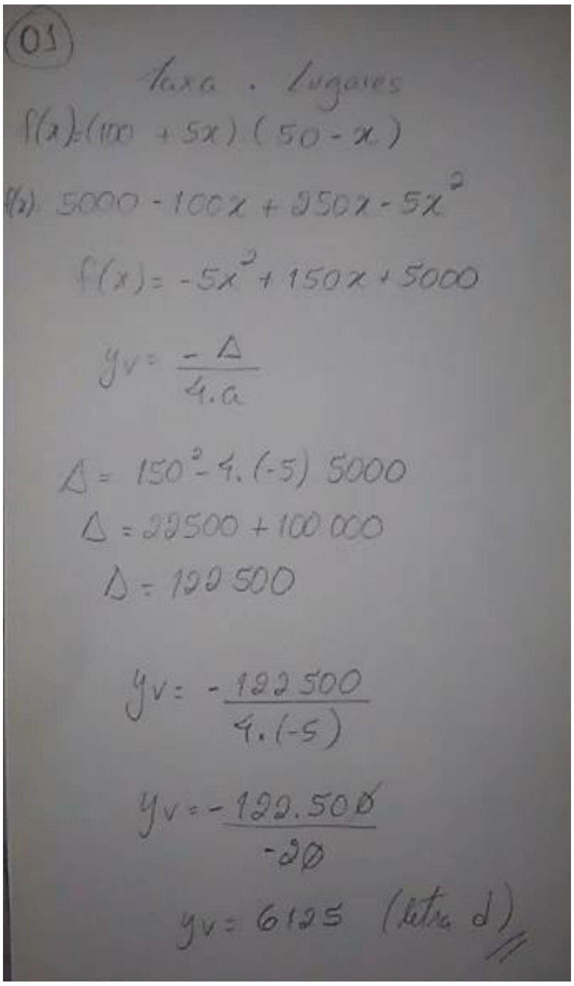
Vamos observar a questão 17 do processo seletivo para professor de matemática, feita pela banca CONPASS (Concursos Públicos e Assessorias), na prefeitura de Morro de Chapéu – BA em 2018. Problema 1:

> Os alunos de uma sala de aula alugaram um ônibus com 50 lugares. Ficou estabelecido com o dono do ônibus que cada aluno pagaria R$ 100,00 pelo seu lugar e mais uma taxa de R$ 5,00 para cada lugar não ocupado. O dono do ônibus poderá receber no máximo quanto?
> A) R$ 5.000,00
> B) R$ 5.625,00
> C) R$ 6.000,00
> D) R$ 6.125,00
> E) R$ 6.225,00

5.4.1.1 Solução algébrica e discussão de ideias

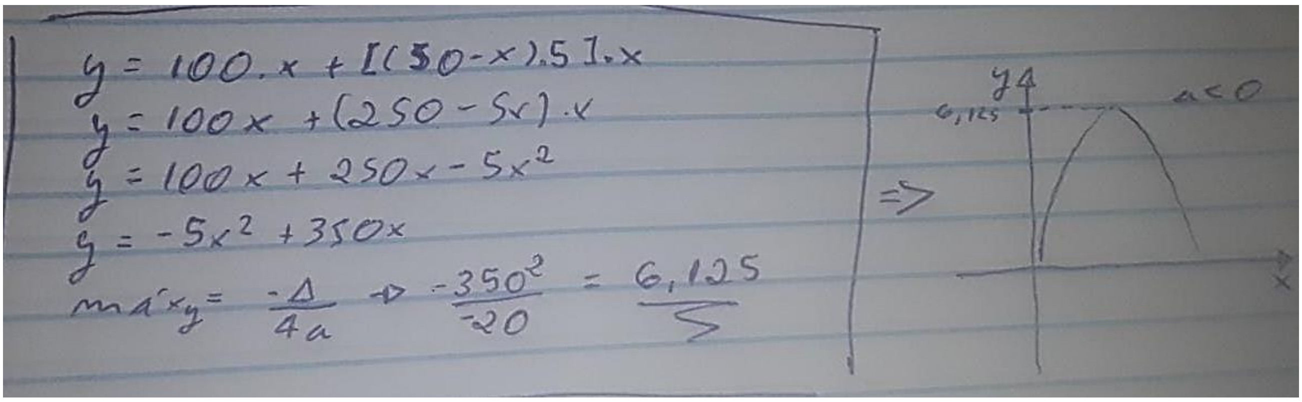
As Figuras 23 e 24 a seguir ilustram a metodologia aplicada por boa parte dos grupos de alunos de ambas as turmas. É possível notar que foi utilizada uma dinâmica de resolução com o uso de fórmulas que expressam os valores das coordenadas do vértice de uma função polinomial do segundo grau. A solução apresentada na Figura 23 mostra com clareza a ideia do produto entre número de passageiros pelo valor pago por cada passageiro. Algo que não ficou claro na solução apresentada na Figura 24. No caso desta solução em particular, que foi elaborada de forma grupal, foi possível perceber que os demais alunos do grupo também apoiaram esta solução. Isto se deu porque o autor desta resposta é o aluno mais respeitado pelos colegas da turma no que diz a esta disciplina.

Figura 23 – Resolução Algébrica do
Problema 1 – Turma 1.



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 24 – Resolução Algébrica do Problema 1 – Turma 2.



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

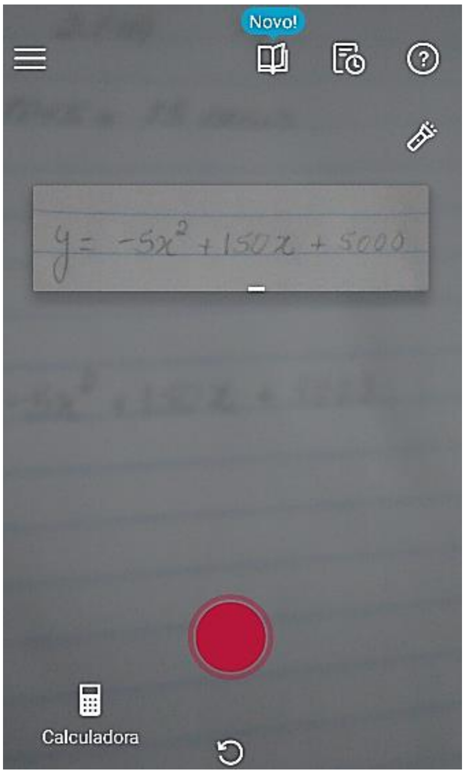
Já era esperado que na Turma 1 alguns alunos tivessem certos níveis de dificuldades para resolver este problema. Isto ocorreu devido à ausência de companheirismo, ou simplesmente um momentâneo desinteresse em fazer a atividade. Mostrando, assim, uma diferença pontual quando alunos formam um grupo para fazerem uma atividade ou quando são orientados a fazerem sozinhos.

Quando os alunos foram questionados sobre a quantidade de alunos necessários para o dono alcançar a meta de lucro máximo, os alunos da Turma 1 refizeram a questão utilizando uma metodologia similar à da primeira resolução e encontraram 15. Já a Turma 2, depois de diálogos grupais e tendo em mãos a aplicação do celular, não só conferiram a resposta inicial como também puderam mencionar as seguintes observações:

a) O valor máximo ocorre quando $x = 15$ alunos e $y = 6125$ reais.
b) O valor que o dono do ônibus pode arrecadar varia entre 5000 a 6125 reais.
c) O valor que pode ser arrecado pelo dono do ônibus é o mesmo para 14 e 16 alunos; para 13 e 17 alunos;para 12 e 18 alunos. E assim por diante, até chegar em 0 ou 30 alunos.

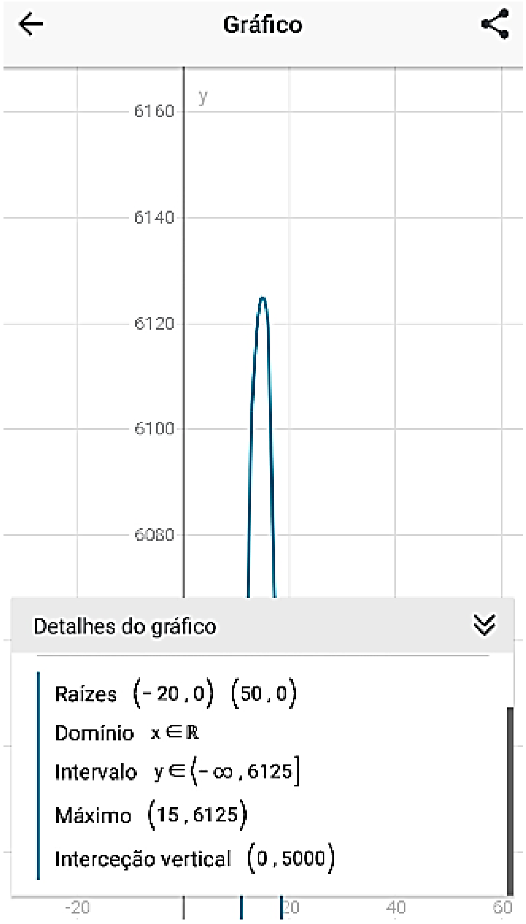
Tais percepções surgiram por conta da visualização gráfica do uso da aplicação *Photomath* (Figuras 25 e 26). Além disso, os alunos da Turma 2 puderam analisar a resolução das coordenadas do vértice através da forma canônica, conforme ilustra a Figura 27.

Figura 25 – Resolução do Problema 1



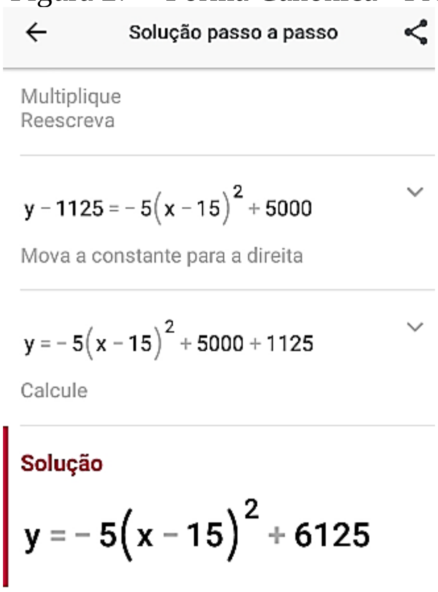
Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 26 – Resolução Gráfica do Problema 1



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 27 – Forma Canônica - Problema 1



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Também observaram as raízes da função através da forma de interseção, conforme a Figura 28. Ou seja, os recursos tecnológicos da aplicação *Photomath* fazem com que o aluno, não só confira a resolução que fora feita anteriormente, como também o oportuniza a observar outras maneiras de resolução para o mesmo problema.

Figura 28 – Forma de Interseção – Problema 1

Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Na Turma 1, cerca de 13 alunos (32% da turma) conseguiram fazer a atividade com êxito, demonstrando total domínio do assunto. Os demais alunos tiveram um desempenho insuficiente e alguns sequer tentaram fazer. Já na Turma 2, embora todos os grupos tenham tido resoluções satisfatórias quanto ao problema, apenas um destes grupos não conseguiu analisar com mais clareza os dados apresentados na aplicação do *smartphone*. Mas ficou claro que a atividade realizada em grupos trouxe uma diferença considerável numa avaliação geral da turma. Com isso, após o questionamento adicional em cima do problema, a Turma 1 continuou com os mesmos 13 alunos conseguindo responder satisfatoriamente. Já na Turma 2 o desempenho foi de 87%, visto que apenas um grupo de 5 alunos não obteve êxito na resolução.

Cabendo ressaltar também que as observações apontadas pelos grupos foram debatidas entre os grupos durante pouco mais de cinco minutos, antes de serem apresentadas ao professor. Ou seja, houve interação constante entre os integrantes de cada grupo, mostrando, assim, que atividades que necessitem de cooperação uns com os outros visam trazer benefícios para o ensino e aprendizagem. Cabendo lembrar também que em cada grupo havia alunos com diferentes níveis de conhecimentos matemáticos e personalidades. Com isso, foi comum o diálogo e a busca por uma solução que fosse conveniente a todos os integrantes de cada grupo da Turma 2. Na Turma 1, fazer a atividade sozinho gerou desestímulos por parte dos alunos que se autodeclaram não amantes da matemática, o que infelizmente é uma realidade constante nas escolas, especialmente nas públicas. Não à toa os indicadores apontados no presente trabalho já ilustram como o desinteresse ou a falta de paixão pelos estudos tem afetado o desempenho dos alunos em todas as faixas etárias. Por isso, é preciso repensar a educação matemática, buscando ferramentas que sejam eficazes para a construção do saber.

5.4.2 Questão do vestibular da PUC-SP de 2003

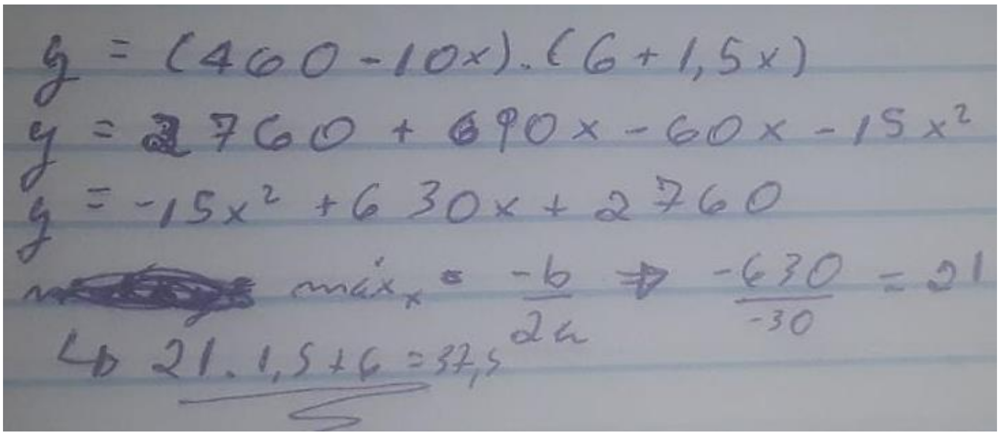
Vamos observar a questão de número 25 do vestibular da PUC de São Paulo, realizado no ano de 2003. Problema 2:

> Ao levantar dados para a realização de um evento, a comissão organizadora observou que, se cada pessoa pagasse R$6,00 por sua inscrição, poderia contar com 460 participantes, arrecadando um total de R$2760,00. Entretanto, também estimou que, a cada aumento de R$1,50 no preço de inscrição, receberia 10 participantes a menos. Considerando tais estimativas, para que a arrecadação seja a maior possível, o preço unitário, em reais, da inscrição em tal evento deve ser:
> A) 15,00
> B) 24,50
> C) 32,75
> D) 37,50
> E) 42,50

5.4.2.1 Solução algébrica e discussão de ideias

Na Figura 29 a seguir, vemos mais uma resolução similar à questão anterior. E mais uma vez as resoluções apresentadas pelos alunos se assemelharam muito em relação ao método e ferramentas apresentados, culminando com a fórmula de máximo e mínimo para funções polinomiais do segundo grau.

Figura 29 – Resolução Algébrica do Problema 2



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Tendo em vista a resolução da questão 1 apresentada pelo professor, o quantitativo de soluções satisfatórias aumentou para 61% da Turma 1 (25 alunos de 41). Um aumento considerável, porém, um pouco distante de alcançar a totalidade. Já na Turma 2 o desempenho foi de 100%, mais uma vez.As duas turmas foram capazes de apresentar os seguintes itens, com reação ao referido problema:

a) O valor máximo ocorre quando $x = 21$ aumentos de R$1,50 no preço unitário e$y = 9375$ reais.
b) O preço unitário máximo é de R$ 37,50 gerando um total de 250 participantes no evento.

Em relação a esta questão em particular, foi perguntado aos alunos: Qual é o mínimo de participantes para os donos do evento não terem o valor arrecadado inferior a 2760 reais?

Na Turma 1 apenas seis alunos chegaram à solução no tempo de 10 minutos, que foi estipulado para ambas as turmas. Isto equivaleu a 15% dos alunos presentes. Na Turma 2, que possuía sete grupos com cinco ou seis alunos, apenas dois grupos não conseguiram encontrar a resposta final. Com isso, cerca de 74% dos alunos presentes nesta turma foram felizes com suas respostas. Deste modo, o conjunto de respostas da Turma 1 e 2, somadas as conclusões realizadas colaborativamente e retiradas do *Photomath* (Figura 30),geraram mais estes itens de conclusões:

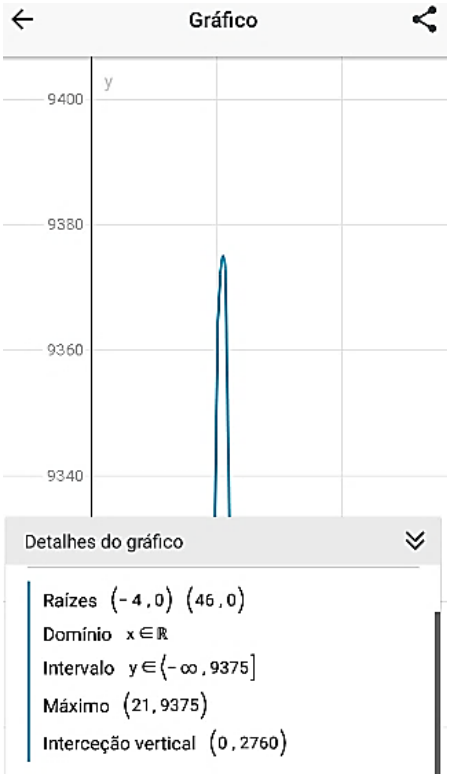
c) Após $x = 42$, que equivale a 40 participantes, começa a gerar prejuízo aos donos do evento. Ou seja, de 39 participantes para baixo, não vale apena o aumento.

d) O valor da inscrição para $x = 42$ seria de 69 reais. No entanto a arrecadação seria equivalente ao preço inicial de 6 reais.

e) O valor que o evento pode gerar varia entre 0 a 9375 reais.

f) O valor que pode ser arrecado pelo evento se equivalem para $x = 20$ (260 participantes) ou $x = 22$ (240 participantes); para $x = 19$ (270 participantes) ou $x = 23$ (230 participantes); para $x = 18$ (280 participantes) ou $x = 24$ (220 participantes). E assim por diante, até chegar em $x = 0$ (460 participantes) ou $x = 42$ (40 participantes).

Figura 30 – Resolução Gráfica do Problema 2



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

5.4.3 Questão do vestibular ENEM 2017

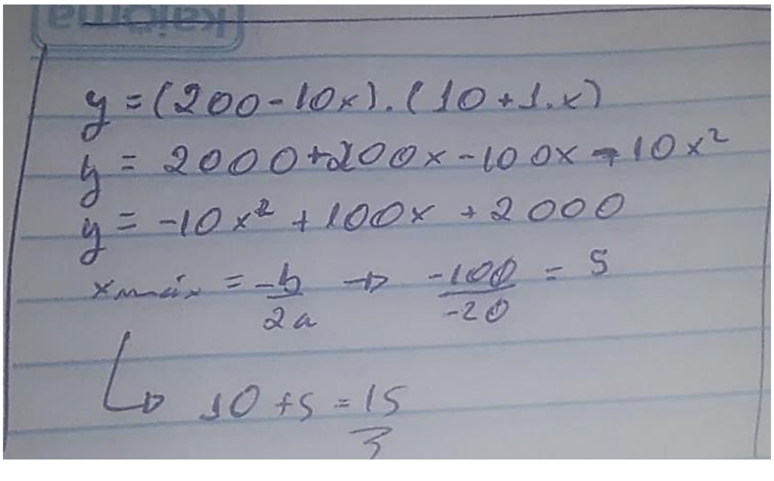
Vamos observar a questão de número 146 do ENEM, caderno verde, página 20, realizado no ano de 2017, especificamente para candidatos com deficiência auditiva. Problema 3:

> A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês. Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de
> A) R$ 10,00.
> B) R$ 10,50.
> C) R$ 11,00.
> D) R$ 15,00.
> E) R$ 20,00.

5.4.3.1 Solução algébrica e discussão de ideias

Tal questão muito se assemelha com a questão anterior. Com isso, já se esperava que houvesse um aumento considerável em resoluções favoráveis, principalmente na Turma 1, que até então deixava um pouco a desejar em seu desempenho.A Figura 31 ilustra um formato de solução comum entre as duas turmas. Na Turma 1 cerca de 76% dos alunos tiveram um desempenho satisfatório da resolução, enquanto que na Turma 2, o desempenho foi de 100%.

Figura 31 – Resolução Algébrica do Problema 3



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Como já mencionado anteriormente, o aumento do desempenho das turmas se deu pelo fato de a questão ter uma dinâmica de resolução similar ao problema 2. E além disso, os alunos presenciaram a resolução do problema anterior feita pelo professor no quadro. Ou seja, criou-se mais uma ferramenta de consulta para que os alunos pudessem resolver os próximos problemas. Além disso, uma das técnicas de resolução de problema, citada por Furlanetto, Dullius e Althaus (2012) é que os alunos devem buscar padrões de resolução de um problema já resolvido anteriormente.

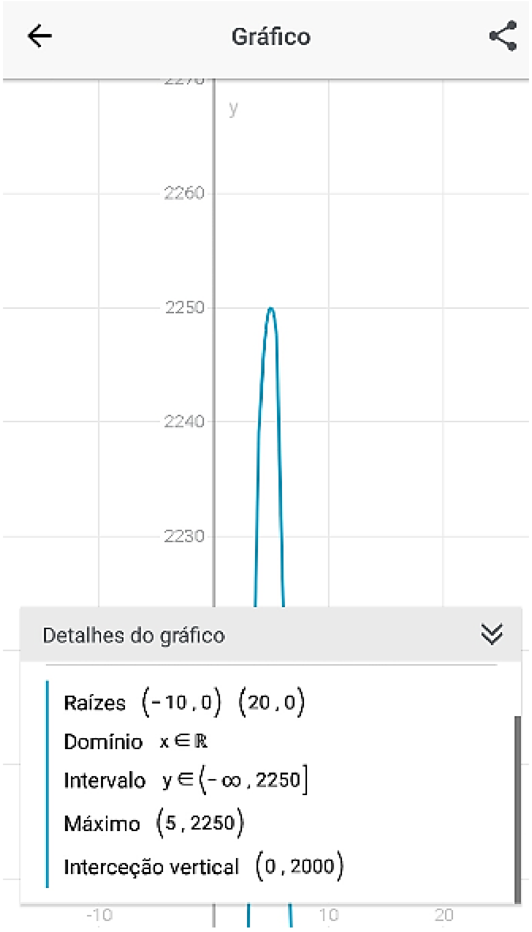
Após a resolução da questão, foi perguntado aos alunos: Qual é o mínimo de clientes para que o cabeleireiro não tenha o valor arrecadado inferior a 2000 reais?

A Turma 1, mais uma vez teve um desempenho baixo. Apenas 24% dos alunos foram felizes em encontrar a resposta. Já na Turma 2, apenas um grupo, dentre os sete, teve dificuldades de solucionar o problema. Com isso, o desempenho de respostas favoráveis nesta turma foi de 87%. Sendo assim, percebe-se que houve um aumento de desempenho em ambas as turmas, nesta etapa da resolução da questão, quando comparado com o problema anterior.

As descobertas dos alunos sobre o referido problema geraram as seguintes observações gerais:

a) O valor máximo ocorre quando $x = 5$ reais a mais no preço e $y = 2250$ reais de valor máximo, que pode ser arrecadado.
b) O preço máximo é de R$ 15,00 gerando um total de 150 clientes mensais.

Figura 32 – Resolução Gráfica do Problema 3



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

E após o acréscimo da pergunta sobre o mínimo de clientes, somado ao trabalho colaborativo e ao uso do recurso tecnológico (Figura 32, acima) usado pela Turma 2, foi possível adicionar as seguintes conclusões:

c) Após $x = 10$, que equivale a 100 clientes, começa a gerar prejuízo ao dono do salão. Ou seja, de 99 clientes para baixo, não vale a pena este aumento.

d) Com $x = 10$o valor cobrado passaria a ser de 20 reais e não afetaria, nem para mais e nem para menos, a arrecadação do cabeleireiro.

e) O valor que o cabeleireiro pode arrecadar varia entre 0 a 2250 reais.

f) O valor que pode ser arrecado pelo cabeleireiro se equivalem para $x = 4$ (160clientes) ou $x = 6$ (140clientes); para $x = 3$ (170clientes) ou $x = 7$ (130 clientes); para $x = 2$ (180 clientes) ou $x = 8$ (120

> participantes); para $x = 1$ (190 clientes) ou $x = 9$ (110 clientes); para$x = 0$ (200 clientes) ou $x = 10$ (200 clientes).

Cabe destacar que este problema trouxe mais animação aos alunos, visto que a dinâmica do problema se aproxima em grande grau da realidade deles. Com este problema perceberam a aplicação em empreendimentos, da função polinomial do segundo grau, bem como sua interpretação gráfica na busca por valores máximo e mínimo. Isto vai ao encontro do que Schoenfeld (1985 apud Souza, 2005) entende sobre resolução de problemas, ao dizer que tais situações devem gerar convicções sobre a matemática e sua ligação com o mundo. Em particular com a Turma 2, Del Rio (2014) menciona que a prática de um ensino colaborativo é um diferencial devido a sua capacidade de gerar estímulos aos alunos em querer aprender. Ou seja, toda esta atmosfera envolvendo um ensino colaborativo, com problemas contextualizados e uso de recursos tecnológicos ao alcance dos alunos, muda o astral da aula de forma bem positiva.

5.4.4 Questão do 2º exame de qualificação do vestibular UERJ 2015

Vamos observar a questão de número 25 do segundo exame de qualificação, do vestibular UERJ de 2015:

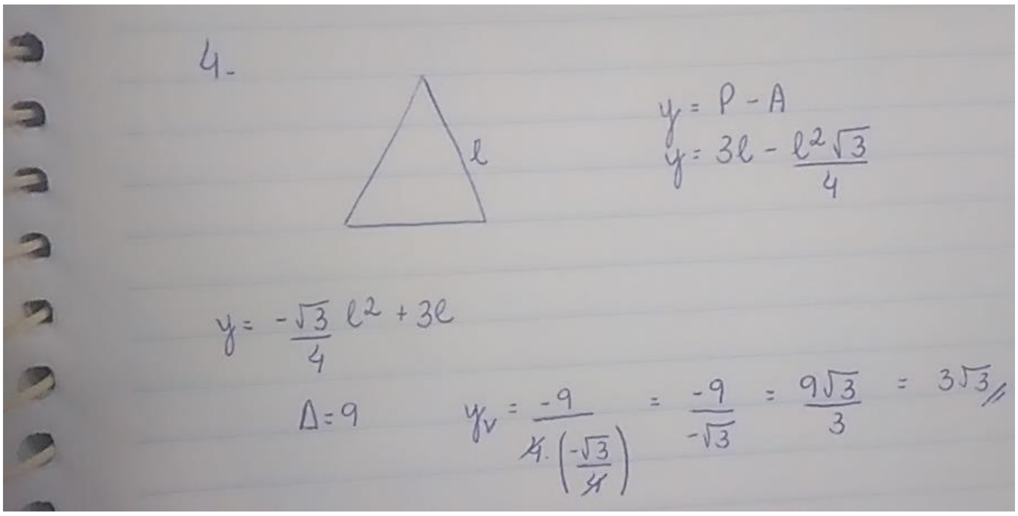
> Um triângulo equilátero possui perímetro P, em metros, e área A, em metros quadrados. Os valores de P e A variam de acordo com a medida do lado do triângulo. Desconsiderando as unidades de medida, a expressão Y = P -A indica o valor da diferença entre os números P e A. O maior valor de Y é igual a:
> A) $2\sqrt{3}$
> B) $3\sqrt{3}$
> C) $4\sqrt{3}$
> D) $6\sqrt{3}$

5.4.4.1 Solução algébrica e discussão de ideias

A solução do presente problema teve um auxílio do professor ao explicar uma forma rápida e prática de como calcular a área de um triângulo equilátero. Foi apresentado aos alunos o que é um triângulo equilátero e foi explicado que uma das formas mais básicas de se definir a área de um triângulo é quando temos as medidas da base e da altura. Posto isto, foi definido que a fórmula que podemos utilizar para mensurar a área de um triângulo equilátero é dada por $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, onde A é o valor da área, dependendo apenas de l, que é a medida do lado.

Logo em seguida, os alunos resolveram o problema e, em sua maioria, tiveram a seguinte resolução apresentada na figura a seguir:

Figura 33 – Resolução Algébrica do Problema 4



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Não houve dificuldades na construção da solução do problema. No entanto nem todos foram felizes em encontrar a solução final devido a deslizes algébricos durante a resolução. Com isso, foram consideradas respostas favoráveis na Turma 1, cerca de 31% dos alunos. E na Turma 2, cerca de 57% dos alunos. Neste último problema, foi notável que o desempenho foi baixo em virtude das dificuldades em trabalhar algebricamente, operações matemáticas. Além disso, cabe alertar que o tempo de aula já estava quase no fim quando o problema foi proposto, gerando assim, uma maior rapidez na solução do problema. Tal situação, infelizmente, foi na contramão do que orienta Dante (1991) sobre as resoluções de problemas, quando diz que é necessário conceder um bom tempo para os alunos trabalharem no problema.

Mas, conforme já foi mostrado nos três problemas anteriores, o desempenho da Turma 2, onde as atividades foram realizadas em grupo,mostrou mais aproveitamentos satisfatórios em suas respostas.

Na sequência os alunos foram questionados com a seguinte pergunta: Em qual intervalo real é possível variar o valor do lado do triângulo para construir o triângulo, considerando $Y = P - A$?

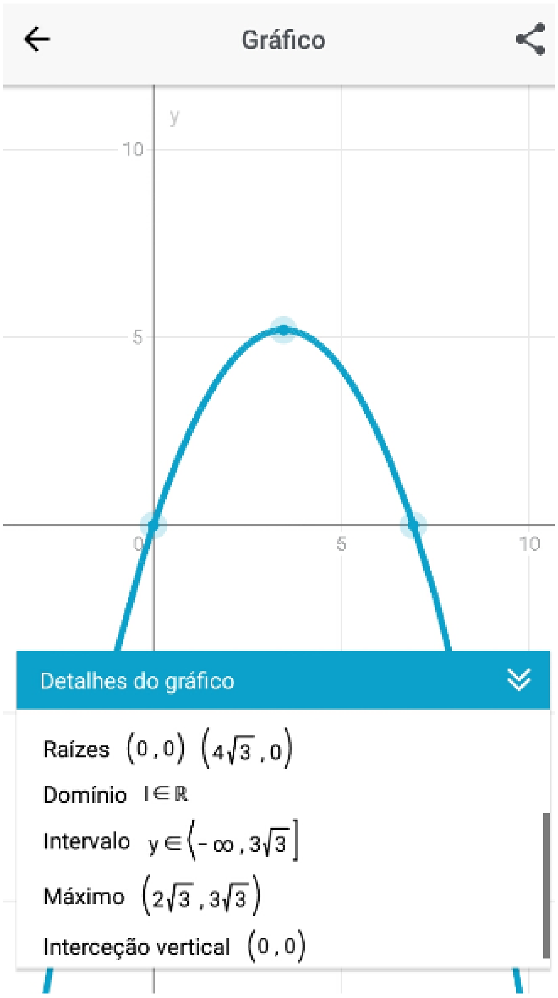
Na Turma 1, apenas 6 alunos (15%) solucionaram o problema. Já na Turma 2, o desempenho foi de 84% de respostas favoráveis. As conclusões que os alunos chegaram foram as seguintes:

a) O triângulo só existirá quando o lado $l \in \left]0; 4\sqrt{3}\right[$.

b) Para $l = 2\sqrt{3}$ temos $Y = 3\sqrt{3}$, que é o valor máximo da função $Y = P - A$.

A solução gráfica encontrada, com o uso do *Photomath* se encontra na figura 34, a seguir:

Figura 34 – Resolução Gráfica do Problema 4



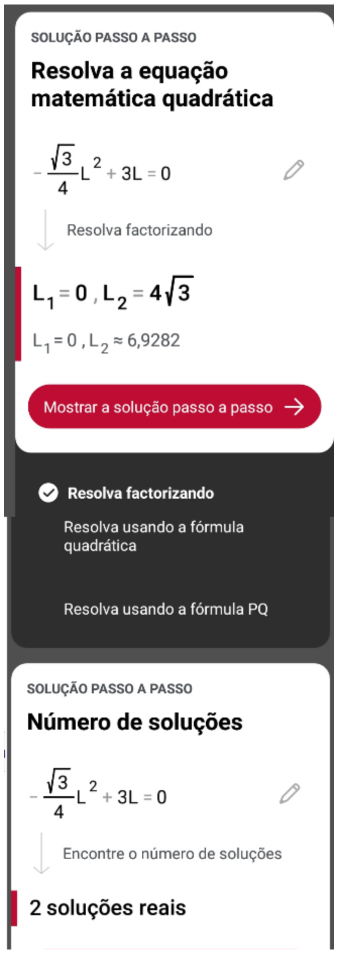
Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Por ser uma função polinomial do segundo grau incompleta, com o formato $f(x) = ax^2 + bx$, sendo $a \neq 0$, a aplicação *Photomath* apresentou apenas a solução gráfica. O mesmo apresentou os seguintes itens, já listado na figura 34, sem as devidas resoluções:

- Raízes;
- Domínio da Função;
- Imagem da Função;
- Ponto Máximo;
- Interseção com o eixo das ordenadas.

No entanto, ao transformar a função $f(x) = ax^2 + bx$ em uma equação do tipo $ax^2 + bx = 0$, a ferramenta apresenta com mais clareza algumas operações, mostrando o passo a passo, conforme podemos observar na Figura 35, a seguir.

Figura 35 – Discutindo o Problema 4.



Fonte: Acervo do Autor, 2020.

6 **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Após a aplicação dos quatro problemas na Turma 1 e na Turma 2, foi possível constatar que a média de aproveitamento de soluções consideradas satisfatórias foram mais evidentes na Turma 2. Os três problemas iniciais tiveram um viés totalmente contextualizado. Enquanto que o quarto, e último problema, tinha uma ideia mais geométrica.

Quando os três primeiros problemas foram propostos, o desempenho médio foi de 100% de aproveitamento, ou seja, todos os grupos acertaram a pergunta inicial dos três problemas, apresentando resoluções consideradas satisfatórias. No entanto, a média desceu para 89% de aproveitamento, após a realização do problema de número 4. Tal situação ocorreu devido ao fato de este último problema exigir um pouco mais de recursos algébricos, bem como a presença de números irracionais. Esta situação causou desconforto em alguns grupos que não conseguiram resolver a questão em um tempo hábil. Cabendo comentar, também, que o tempo de aula já estava próximo do fim. Isto também se tornou mais um agravante para que o desempenho médio desta turma, separada em sete grupos, tivesse diminuído.

No tocante a Turma 1, o desempenho médio nas três primeiras atividades, foi de 56%, aproximadamente. Sendo a primeira atividade, a pior de todas. Nesta turma, foi preciso que o professor os estimulasse apresentando a resolução, passo a passo do primeiro problema, para que o desempenho inicial de apenas 32%, pudesse adquirir uma evolução. Conforme Echeverría e Pozo (1998) orientam, alguns alunos tiveram a capacidade de utilizar a estrutura da resolução do problema já estudado anteriormente. Com isso, o desempenho no problema 2 foi de 61% e no problema 3 foi de 76%.Isto significa que houve uma crescida gradual de desempenho, problema a problema, que só ocorreu devido à apresentação detalhada da resolução do problema primário,onde foram apresentados fórmulas e conceitos acerca do valor máximo e mínimo de uma função polinomial do segundo grau. No entanto, tendo em vista a complexidade do problema 4, cuja solução diferenciava, em parte, dos demais problemas, o desempenho caiu para 50%.

Seguindo Del Rio (2014), que fala sobre a importância de uma atividade colaborativa gerar discussões, todos os quatro problemas tiveram o acréscimo de uma pergunta suplementar, as quais levaram os alunos a refletirem sobre caminhos, gráficos ou tentativas de encontrarem esta segunda solução. Os desempenhos de ambas as turmas foram bem diferentes. Tendo, mais uma vez, a Turma 2 com maior destaque, quando comparada com a Turma 1.

A média de aproveitamento satisfatório na resolução dos quatros problemas foi de 83% para a Turma 2. Já a Turma 1 teve um desempenho de apenas 22%, aproximadamente. Ou seja, uma diferença discrepante de desempenhos. As perguntas adicionais exigiam uma interpretação mais detalhada dos problemas. Não adiantavam apenas fórmulas prontas, mas sim a capacidade de olhar a função polinomial com um todo. Inclusive a construção gráfica. Daí, surgiu a dificuldade da Turma 1, cuja atividade foi feita de forma individual e sem a consulta de uma ferramenta virtual. Já na Turma 2, a constante interação entre os membros dos grupos trocando ideias, somada à visualização de gráficos e informação adicionas que o *Photomath* oferece, os fez alcançarem mais êxito na formulação de hipóteses, discussões e conceitos considerados satisfatórios. Conceitos estes, que foram, um a um, listados em cada problema anteriormente.

No final o desempenho satisfatório total da Turma 1 foi de 36% e da Turma 2 foi de 86%, analisando tanto as perguntas iniciais, como as perguntas adicionais em cada problema. Estes dados podemos ver na tabela 2**.**

Tabela 2 - Desempenho das Turmas 1 e 2.

Atividades	Turma 1	Turma 2
Problema 1	32%	100%
Pergunta Adicional 1	32%	87%
Problema 2	61%	100%
Pergunta Adicional 2	15%	74%
Problema 3	76%	100%
Pergunta Adicional 3	24%	87%
Problema 4	31%	57%
Pergunta Adicional 4	15%	84%
Média dos Quatro Problemas	**50%**	**89%**
Média das Perguntas Adicionais	**22%**	**83%**
Média Total	**36%**	**86%**

Fonte: Acervo do Autor, 2020

Cabe ponderar aqui que o resultado final diferenciando as duas turmas não foi a maior vitória, mas sim perceber que tal dinâmica de ensino pode maximizar a compreensão do que se está sendo ensinando e cobrado pelos alunos. Perceber que houve interação entre os estudantes, com constantes diálogos e o uso do *smartphone* como ferramenta educacional, foi o melhor resultado do presente trabalho. A educação deve desempenhar um papel transformador na vida dos alunos, sendo capaz de criar seres ativos e participativos perante a sociedade. Nesta perspectiva, uma dinâmica de ensino em um viés colaborativo utilizando ferramentas digitais surge como uma boa prática para que tais propósitos aconteçam. As figuras a seguir, mostram as interações que ocorreram entre os alunos da Turma 2, e como isto foi determinante para o sucesso no desempenho geral.

Figura 36 – Atividade Colaborativa - Foto 1

Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 37 – Atividade Colaborativa - Foto 2

Fonte: Acervo do Autor, 2020.

Figura 38 – Atividade Colaborativa - Foto 3

Fonte: Acervo do Autor, 2020.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de problemas contextualizados são uma importante ferramenta de estimulo para os alunos se sentirem interessados em estudar a matemática. Outra ferramenta importante também, é o uso da tecnologia, visto que a maioria dos alunos das áreas urbanas são considerados nativos digitais,ou seja, nasceram e convivem com toda a sorte de tecnologias, começando pela posse de um *smartphone* com acesso à internet. E é exatamente esta ferramenta que foi o ponto de partida para a elaboração deste presente trabalho.

O *smartphone* com acesso à internet abre uma janela de possibilidades para o aprendizado. Com ele é possível instalar aplicações matemáticas famosas como o Geogebra, que é um importante instrumentos para a construção geométrica de forma dinâmica. O recurso *Photomath* surgiu como uma nova ferramenta capaz de auxiliar os alunos tanto quanto o Geogebra já ajuda, devido a sua praticidade de uso,bastando apontar a câmera do celular para a equação que se deseje resolver ou função cujo gráfico se deseje construir.

Com a aplicação de quatro problemas a alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública do Rio de Janeiro-RJ, foi possível constatar que atividades feitas em grupos de alunos heterogêneos, mais o uso de um recurso tecnológico, como o *Photomath*, potencializa o desempenho de uma turma como um todo. Os dados quantitativos mostraram como a Turma 2 foi muito superior à Turma 1. Enquanto a média de desempenho da Turma 1, na qual foi aplicado o método tradicional de ensino, foi de apenas 36%, na outra turma o desempenho foi de 86% de aproveitamento nas resoluções consideradas satisfatórias.

Foi evidenciado que, quando uma turma é separada em grupos orientados pelo professor, cria-se a possibilidade de melhorar a qualidade do ensino. No entanto, a formação dos grupos deve ser feita de tal modo, que preze a mistura de saberes dentro de cada grupo. Deve-se procurar montar grupos com alunos com diferentes características que, quando unidos, fazem do grupo uma equipe completa. Neste sentido, é importante se colocar alunos com um bom desempenho matemático em grupos separados, assim como, os alunos introvertidos ou extrovertidos em demasia.

Outra característica é que, quando um professor conhece bem seus alunos, é possível perceber também, quem são aqueles que possuem um espirito de liderança e quem são aqueles que são mais administradores. A separação dos grupos deve levar em conta todas estas características. Sendo assim, uma boa organização dos grupos, deve passar pelas mãos do professor a fim de criar uma atmosfera colaborativa efetiva em sala de aula.

Além disso, os indicadores de desempenhos nacionais e internacionais vêm mostrando ao longo dos últimos anos que o desempenho em matemática está estagnado. Frente a este fato o presente trabalho visou mostrar uma experiência exitosa de resolução de problemas, com a utilização de *Photomath*e com viés colaborativo. Ou seja, uma sugestão de um ensino mais moderno com o uso de recursos tecnológicos, em turmas separadas em grupos de alunos heterogêneos, visando o senso colaborativo.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? *In*: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. et al. (Orgs.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial. p. 35 - 52. 2014.

BARBOSA, A**.** C**.** C**.**; CONCORDIDO, C**.** F**.** R**.** Ensino Colaborativo em Ciência Exatas. **Revista Eletrônica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e do Ambiente**. v. 2, n.3, p. 60-86. dez. 2009.

BARBOSA, A. C. L. S. **Abordagens educacionais baseadas em dinâmicas colaborativas online**. 2008; 316 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

BENTO, M. C. M., CAVALCANTE, R.S. **Tecnologias Móveis em Educação**: o uso do celular na sala de aula. ECCOM, v.4, n.7, p.113-120, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Educação é a Base. Brasília: MEC/SEF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio.** Libras – Caderno Verde. 2017. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_12_prova_verde_12112017.pdf>. Acesso em: 13 Jun. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 12 Jun. 2020.

CONPASS - Concursos Públicos e Assessorias. **Processor Seletivo Para o Cargo de Professor de Matemática**. Prefeitura de Morro de Chapéu – BA. 2018. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/files-s3.iesde.com.br/resolucaoq/prova/prova/43732.pdf>. Acesso em: 13 Jun. 2020.

CONSELHO NACIONAL DE SECRETÁRIOS DE EDUCAÇÃO - CONSED. **Secretaria de Educação realiza segunda fase da avaliação conhecer.** 29/08/2019 13h09. Disponível em: < www.consed.org.br/central-de-conteudos/secretaria-de-educacao-realiza-segunda-fase-da-avaliacao-conhecer#:~:text=Estudantes%20aprovaram%20a%20iniciativa,20%20e%2022%20deste%20mês. >. Acesso em: 25 Out 2020.

DANTE, L**.** R**. Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DEL RIO, V**.** L**.** C; BARBOSA, A**.** C**.** C**.**; COSTA, M**.** V**.** T**.**Uma Experiência Com um Esquema Colaborativo no Ensino de Funções no PEJA.**E-Mosaicos - Revista**

Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ). Rio de Janeiro – RJ. v. 7, n. 16, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.12957/e-mosaicos.2018.32359>. Acesso em: 19 Fev. 2021.

DEL RIO, V**.** L**.** C. **Práticas colaborativas no ensino de funções**: uma aplicação no Programa de Educação de Jovens e Adultos. 2014. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de janeiro- RJ, 2014.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: *Artes Médicas,* 1998.

FURLANETTO, V.; DULLIUS, M. M.; ALTHAUS, N. Estratégias de resolução de problemas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de matemática. *In*: IX ANPED SUL. Caxias do Sul: UCS, 2012.v. único.

G1. **Só 9,3% dos alunos do ensino médio sabem o esperado em matemática**. 23/12/2014 00h00. São Paulo. Disponível em: <http://g1.globo.com/educacao/noticia/2014/12/so-93-dos-alunos-do-ensino-medio-sabem-o-esperado-em-matematica.html >. Acesso em: 04 Abr. 2020.

G1. **Aulas na rede estadual voltam dia 19 só para o 3º ano do ensino médio, diz governo.** 09/10/2020 10h41. Rio de Janeiro. Disponível em: <https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/noticia/2020/10/09/aulas-na-rede-estadual-do-rj-voltam-dia-19-de-outubro-diz-governo.ghtml>. Acesso em: 25 Nov. 2020.

GAILLET, L. L. A historical perspective oncollaborativelearning. **Journal of Advanced Composition**, v. 14, n. 1, p. 93-110, 1994.

GALVÃO, E. C. B. **Aprendizagem cooperativa e comunidade de práticas:** possibilidades para a educação sociocomunitária. 2012. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro Universitário Salesiano – UNISAL, São Paulo, 2012.

GAZETA DO POVO. **Aplicativo PhotoMath Usa Câmera do Celular Para Resolver Equações Matemáticas**. 2014. Disponível em: <https://www.gazetadopovo.com.br/economia/aplicativo-photomath-usa-camera-do-celular-para-resolver-equacoes-matematicas-ef8yr19741adzl0l0lts7alou/>. Acesso em: 12 Jun. 2020.

GILLIAM, J. H. **The impact of cooperative elearning and course learning environment factors on learning out comes and over all excellence in the community college classroom**. 234 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Pós-Graduação, Universidade Estadual da Carolina do Norte, E.U.A., 2002.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)**. Brasília-DF. 2020. Disponível em: < http://inep.gov.br/pisa >. Acesso em: 24 Out 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências**

no Brasil. 03/12/2019. Brasília-DF. Disponível em: <portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206 >. Acesso em: 09/02/2021.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Resultados do Saeb 1995-2019. Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) – Resultados**. Brasília-DF. Disponível em: <http://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>. Acesso em: 09Fev2021.

INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. **Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF) – Resultados Preliminares**. São Paulo-SP. 2018. Disponível em: <http://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2018/08/Inaf2018_Relat%C3%B3rio-Resultados-Preliminares_v08Ago2018.pdf>. Acesso em: 25 Out 2020.

ONUCHIC, L.R. A Resolução de Problemas na educação matemática:Onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**. Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jan. /jun. 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>. Acesso em: 13 Jun. 2020.

PEREIRA, A. C. C.; FERNANDES, M. C. **Prática de Ensino em Matemática I**. Fortaleza: UECE, 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PUC – SP – Pontifica Universidade Católica de São Paula. **Vestibular de 2003**. Disponível em: <https://docplayer.com.br/7923604-O-anglo-resolve-a-prova-da-puc-sp.html>. Acesso em: 13 Jun. 2020.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012.

SÃO PAULO. **LEI Nº 16.567, DE 06 DE NOVEMBRO DE 2017**. Disponível em: <https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/lei/2017/lei-16567-06.11.2017.html>. Acesso em: 04 Abr. 2020.

SACCOL, A; SCHLEMMER, E; BARBOSA, J. **M-learning e U-learning**: novas perspectivas da aprendizagem móvel e ubíqua. São Paulo, Pearson. 2011.

SCHOENFELD, A. **Mathematical problem solving**. New York, Academic Press, 1985.

SOUZA, A. B**. A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.** Universidade Católica de Brasília. 2005; 12 f. Monografia (Graduação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

TORRES, P. L.; ALCANTARA, P. R.; IRALA, E. A. F. Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 4, n.13, p.129-145, set./dez. 2004.

UERJ. **Vestibular Estadual**: 2º exame de qualificação. 2015. Disponível em: <https://www.vestibular.uerj.br/wp-content/uploads/2019/04/2015_2eq_prova.pdf>. Acesso em 14 Jun. 2020.