

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO - UFES  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
PROFMAT

ALLAN DARLEY FIGUEIREDO DE SALES

MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA: A HISTÓRIA HUMANIZANDO  
O ENSINO DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU

VITÓRIA  
2013

ALLAN DARLEY FIGUEIREDO DE SALES

MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA: A HISTÓRIA HUMANIZANDO  
O ENSINO DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Monografia apresentada ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup> Doutor Florêncio Ferreira Guimarães Filho

VITÓRIA  
2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

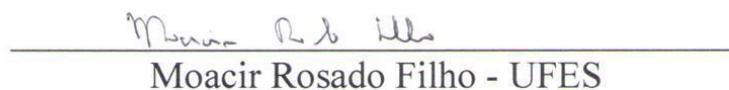
**“Matemática Contextualizada:  
A História Humanizando o Ensino da Equação do 1º Grau”**

**Allan Darley Figueiredo de Sales**

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 16/08/2013 por:

  
Florêncio Ferreira Guimarães Filho - UFES

  
Moacir Rosado Filho - UFES

  
Sérgio Luiz Silva - UERJ

A minha tia Faride Figueiredo Serafim  
A minha esposa Pollyanna Soares de Novaes,  
A meus filhos, Allan, Lohana, Larissa, Luiza e Mateus,  
E a todos os outros familiares.

Dedico este trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS, por me iluminar em todos os momentos de minha vida e permitir a realização deste sonho.

Ao professor doutor Florêncio Ferreira Guimarães Filho, pela sua orientação competente, sugestões, comentários, estímulos positivos.

Aos professores do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT de Vitória/ES por tudo que ensinaram e, em especial, ao professor Moacir pela grande paciência e dedicação.

A todos os colegas da turma de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, pela oportunidade de estudarmos juntos e acolhimento que recebi, e em especial, a Fabrício e Gabriel, que me deram forças para prosseguir e atingir este objetivo, pois sem os mesmos, eu não teria atingido este meu sonho.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a materialização do meu sonho.

## RESUMO

O presente estudo foi desenvolvido com o objetivo de enfatizar a importância da História da Matemática como recurso didático capaz de internalizar alguns conceitos referentes ao ensino e aprendizagem da matemática, em especial as equações de 1º grau. Propõe-se que, por meio do conhecimento histórico, o ensino se torne mais atrativo e eficaz, e assim, facilita-se a contextualização de conteúdos matemáticos. No presente estudo, foi desenvolvida uma pesquisa experimental de caráter comparativo. Esta pesquisa foi baseada em alguns teóricos que defendem a utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem. A partir dos resultados da pesquisa constatou-se que a História da Matemática enquanto recurso didático contribui para melhor compreensão do conceito desenvolvido, permitindo aos estudantes uma nova visão da matemática presente no seu cotidiano.

**Palavras-Chave:** História da Matemática, Recurso Didático, Equação de 1º Grau.

## **ABSTRACT**

This essay was developed with the aim of emphasizing the importance of the History of Mathematics as a teaching resource, or methodology able to focus and internalize some of the concepts related to the teaching and learning math as a subject particularly in the equations of first degree.

The purpose is that through historical knowledge, teaching math becomes more attractive and effective getting the interest of the students and helping them to get to mathematics abstracted concepts of the contents. This study comparing different ways of teaching with the one related on this essay.

This research was based on the ideas of some theorists who believe that the use of History of Mathematics in the process of teaching and learning is truly effective. As a result of the survey was realized that the History of Math as a teaching resource contributes to clearly and to understand the math concept allowing the students to get a new vision of math, the one presented in their daily routine.

**Key-Words:** History of Mathematics – Teaching Resource – First degree equation.

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1:</b> História da Matemática como recurso metodológico .....	39
<b>Gráfico 2:</b> A História da matemática como instrumento de motivação .....	39
<b>Gráfico 3:</b> História da Matemática como recurso metodológico .....	40
<b>Gráfico 4:</b> História da Matemática como recurso didático .....	41
<b>Gráfico 5:</b> Média da 1ª avaliação - 7º ano A.....	62
<b>Gráfico 6:</b> Média da 1ª avaliação - 7º ano B.....	62
<b>Gráfico 7:</b> Média da 2ª avaliação - 7º ano A.....	62
<b>Gráfico 8:</b> Média da 2ª avaliação - 7º ano B.....	62
<b>Gráfico 9:</b> Média da 3ª avaliação - 7º ano A.....	63
<b>Gráfico 10:</b> Média da 3ª avaliação - 7º ano B.....	63
<b>Gráfico 11:</b> Aproveitamento médio do 7º ano A nas três avaliações.....	63
<b>Gráfico 12:</b> Aproveitamento médio do 7º ano B nas três avaliações.....	63

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>12</b>
1.1. A História da Matemática como recurso didático .....	12
1.2. O Professor e a Utilização da História da Matemática em Sala de Aula .....	16
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>20</b>
2.1. O Desenvolvimento dos Conceitos Algébricos.....	20
2.2. Uma nova Abordagem no Ensino das Equações de 1º grau .....	29
2.3. A Aplicação da História da Matemática nas Aulas de Equação de 1º grau.....	32
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>36</b>
3.1. Procedimentos Metodológicos .....	36
3.2. Análise do questionário 1 .....	37
3.3. Análise do questionário 2.....	39
3.4. Breve Relato das Atividades Desenvolvidas .....	42
3.5. Análise Comparativa das Turmas .....	60
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>64</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>65</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>69</b>

## INTRODUÇÃO

A matemática faz parte do patrimônio cultural da humanidade, seu desenvolvimento e a evolução humana estão entrelaçados. Os primeiros passos da matemática foram dados com o intuito de solucionar problemas de caráter prático, e a partir desse ideal os conceitos matemáticos aprimoraram-se em comunhão com o desenvolvimento das civilizações. O papel desses conceitos matemáticos era o de cooperar com o desenvolvimento do ser humano.

Em meio a esses conceitos, estão às equações de 1º grau, que surgiram nas civilizações antigas como uma ferramenta eficaz na solução de questões diárias. O desenvolvimento histórico das equações de 1º grau contribuiu para uma formalização mais ampla da matemática, tornando-se importante para a sociedade antiga e atual. Este conteúdo matemático está unido ao cotidiano do ser humano desde as primícias, e, contribui de forma significativa na formação do estudante enquanto sujeito da sociedade.

O ensino dos conteúdos matemáticos acarreta estudos minuciosos a respeito da metodologia e recursos utilizados pelos professores, entre os quais, a História da Matemática se faz presente. Segundo alguns estudiosos, entre eles D'Ambrosio (1996), Baroni e Nobri (1999), Cavalcante (2002), Farago (2003), Miguel, Brito, Mendes e Carvalho (2009), a utilização da História da Matemática como recurso didático permite uma compreensão mais ampla do conteúdo abordado através do conhecimento de sua trajetória. No que diz respeito às equações de 1º grau, propõe-se que a História da Matemática pode auxiliar e muito na abordagem deste conceito, pois a mesma comporta os aspectos do desenvolvimento humano e permite o conhecimento da origem do conceito. Por meio dela é possível enxergar uma matemática humana, criada por pessoas, com o intuito de suprir as necessidades de cada época. Devido às contribuições oferecidas por este recurso, levantou-se a seguinte questão: a História da Matemática como recurso didático pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem das equações de 1º grau?

Segundo Cavalcante (2002) a História da Matemática traz grandes contribuições no desenvolvimento do conceito, devido as suas relações com diversas áreas do conhecimento e da atividade do ser humano.

O meu interesse referente à História da Matemática surgiu quando lecionei a disciplina Metodologia da Matemática, no curso de Pedagogia, da Universidade Estadual da Bahia/BA e, aumentou quando tive a disciplina História da Matemática no mestrado. No desenvolver da disciplina os fatos históricos eram prazerosos e atraentes. Desde então, pensei na possibilidade de mostrar aos estudantes de nível fundamental, essa matemática humana, cheia de curiosidades e acontecimentos fascinantes. Por isso decidi buscar maneiras de levar a História da Matemática aos alunos, com o intuito de contribuir para a compreensão dos conceitos. Como a álgebra é considerada um ramo matemático, onde os alunos apresentam maior dificuldade, decidi buscar um conceito algébrico e desenvolvê-lo com um aporte histórico. Optei pelas equações de 1º grau por ser um conceito matemático que perpassa a vida do estudante, tanto no âmbito escolar quanto fora dele. Com essa finalidade nortearam-se os objetivos de: mostrar a importância da História da Matemática como recurso na abordagem das equações de 1º grau. Além de: verificar as potencialidades da História da Matemática como recurso no ensino das equações de 1º grau; discutir o uso da História da Matemática que pode servir como instrumento de motivação, investigação, interdisciplinaridade e contextualização no estudo das equações de 1º grau; mostrar através da História da Matemática a importância das equações de 1º grau para o cotidiano do educando.

Abordar o estudo das equações de 1º grau com a utilização da História da Matemática nas aulas pode facilitar o ensino-aprendizagem através da apreciação do processo de articulação mental do ser humano. Esse recurso é um campo que permite ao professor relacionar conteúdos com a história da humanidade, e contribui para uma visão holística da matemática, desmistificando a matemática feita por gênios e para gênios. Pois, ao ser usada, como recurso, a História é capaz de contextualizar, motivar e ainda auxiliar na formalização de conceitos. Por meio dela é possível mostrar ao educando como a necessidade humana foi capaz de gerar teorias e práticas matemáticas.

Nesse sentido, o presente estudo dividiu-se em quatro capítulos, o primeiro capítulo mostra o uso da História como recurso didático nas aulas de matemática, onde esse aspecto é discorrido com base em estudiosos na área de educação matemática, e continua com a História da Matemática integrada à vivência do professor em sala de aula.

No segundo capítulo, apresenta-se o contexto histórico referente à evolução algébrica e a contribuição das antigas civilizações para o desenvolvimento deste conceito matemático, após, é discutida a abordagem das equações de 1º grau e sua importância na vida do educando, e por fim, são apresentados meios de utilizar a História da Matemática como recurso para enriquecer ainda mais as aulas de equação de 1º grau.

No terceiro capítulo são descritas as metodologias utilizadas no desenvolver da pesquisa, que ocorreu em Nanuque/MG, na Escola Estadual Joseph Stalim Romano, em duas turmas de 7º ano do turno vespertino, intituladas de 7º ano A e 7º ano B, onde se desenvolveu o conteúdo equações de 1º grau. No 7º ano A tal conceito teve como recurso a História da Matemática, e no 7º ano B o conceito foi desenvolvido sem o auxílio deste recurso. Os dados dos questionários aplicados aos alunos e aos professores também são apresentados, além de um relato breve das aulas desenvolvidas nas duas turmas selecionadas, e a análise comparativa realizada a partir dos dados fornecidos no decorrer desta pesquisa.

E o quarto capítulo reservado para as conclusões feitas a partir de todo estudo desenvolvido.

## **CAPÍTULO 1**

### **1.1. A História da Matemática como recurso didático**

O ensino realizado nas escolas ainda foca os conceitos matemáticos propriamente ditos, com uma abordagem tradicionalista, que força o aluno a decorar as fórmulas e teoremas dos conteúdos, sem apresentar nenhuma aplicação prática. A matemática torna-se uma disciplina rigorosamente abstrata, situação essa, que contribui para o desinteresse de muitos estudantes em relação à aprendizagem da disciplina. Essa abstração contribui para que os educandos não visualizem a importância da matemática e sua utilização no dia-a-dia.

Novas investigações referentes à educação matemática têm mostrado que a prática pedagógica, precisa tirar o foco dessa matemática fragmentada. Para que essa mudança ocorra, têm sido pesquisadas metodologias que propiciem melhoras na compreensão dos estudantes. Nestas pesquisas foram desenvolvidos vários suportes metodológicos para o aprimoramento das aulas de matemática, tais como, jogos, tecnologia, modelagem, História da Matemática, resolução de problemas entre outras.

Esses estudos abriram caminho à História da Matemática como recurso para enriquecer o ensino. Responsável por abordar o contexto histórico da disciplina é um recurso visado por estudiosos e pesquisadores na área de Educação Matemática, e muitos deles afirmam que a História da Matemática seria como um recurso que contribui no aprimoramento e na valorização do aprendizado. É um meio que possibilita ao professor relacionar conceitos matemáticos ao desenvolvimento da humanidade, e dessa forma, uma ferramenta que pode ser útil no processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

A História da Matemática contribui no processo de ensino e aprendizagem por mostrar a evolução de seus conceitos e, com isso favorecer a construção do conhecimento matemático, contribuindo como:

[...] instrumento de desmistificação e desalienação do ensino, de formalização de conceitos, de promoção do pensamento independente e crítico, como unificador dos vários campos da matemática, de promotor de atitudes e valores, de conscientização epistemológica, promotor de aprendizagem significativa e de resgate da identidade cultural. (MIGUEL apud SILVA, 2007, p.9).

O uso dessa ferramenta nas aulas de matemática traz contribuições valiosas para a formalização conceitual do aluno, e para o próprio educador. Deste modo, entende-se que a história dos conceitos matemáticos é de fundamental importância no processo de ensino e aprendizagem sendo ela mediadora de uma visão mais ampla dos fatos que tornaram essa ciência indispensável para a sociedade. D'Ambrósio (2007, p. 113) reforça essa constatação, quando diz:

Somente através de um conhecimento aprofundado e global de nosso passado é que poderemos entender nossa situação no presente e, a partir daí, ativar nossa criatividade com propostas que ofereçam ao mundo todo, um futuro melhor.

Nobre (1996) traz a História da Matemática como recurso no processo de ensino aprendizagem dos conceitos matemáticos. Este propõe que, todo conteúdo seja trabalhado partindo do seu desenvolvimento histórico. Segundo ele, assim, a educação segue um pensamento diferenciado. O ensino foca na fundamentação dos conteúdos ao invés da praticidade deles. Ao invés de se ensinar o para quê serve, ensina-se o porquê das coisas.

No cotidiano escolar é comum ouvir dos alunos, o seguinte questionamento: “esse conteúdo vai me servir em que?” Neste momento, uma abordagem histórica de determinado conceito levaria o estudante a viajar no tempo, e entender a necessidade da criação desse conceito e a aplicabilidade do mesmo, encontrando ele próprio respostas a seu questionamento.

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns ‘porquês’ e, desse modo contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 2001, p. 46).

Essas respostas, encontradas na História da Matemática são descobertas que surgem quando, o “lado humano” da matemática é apresentado ao educando. A matemática é uma ciência puramente humana que advém de diversas culturas em

diferentes períodos do tempo. Como nos traz os PCNs, a matemática revelada ao aluno através de sua história mostra toda cultura e necessidade humana por trás do conceito envolvido, oferecendo dessa forma contribuições favoráveis ao processo de ensino e aprendizagem.

A história humaniza a matemática e é capaz de desmistificar a idealização feita pela maioria dos alunos de que a matemática é “coisa de outro mundo”. Permitindo ao aluno conhecer os anseios dos matemáticos, observando que, cada civilização tinha várias linhas de pensamento para resolver questões matemáticas, aplicadas sempre em sua prática cotidiana. Para ratificar, conforme Farago (2003, p.17) a História da Matemática:

Permite compreender a origem das idéias que deram forma a nossa cultura e observar também os aspectos humanos de seu desenvolvimento: enxergar os homens que criaram essas idéias e estudar as circunstâncias em que elas se desenvolveram. Assim, essa história é um valioso instrumento para o ensino aprendido da própria matemática.

Apresentar a matemática como criação humana e proporcionar o conhecimento do seu contexto histórico, abre caminho para dois pontos cruciais no processo de aprendizagem do aluno, são eles: a contextualização e a interdisciplinaridade.

Segundo alguns estudiosos, um dos fatores que dificultam a aprendizagem matemática é a ausência da contextualização dos conteúdos abordados em classe. O conteúdo matemático é fruto de um processo evolutivo que deveria ser exposto ao aluno. “Mas ele é apresentado de forma descontextualizada, atemporal e geral [...]” (BRASIL 2001, p.28).

A contextualização é fundamental para a construção do conceito feita pelo aluno, mediante a apresentação do conteúdo em sala de aula. A História da Matemática colabora com esse aspecto ao permitir ao educando conhecer os motivos e as necessidades que os matemáticos do passado tinham em relação aos problemas.

A investigação do conteúdo através do seu contexto histórico desenvolve o conhecimento do estudante e leva-o a percepção de que a matemática nunca caminhou sozinha, ao contrário, sempre esteve ligada a outros ramos do conhecimento.

A interdisciplinaridade sempre acompanhou a matemática, e seu uso auxilia na construção do conceito matemático. “A Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. Também é um instrumental importante para diferentes áreas do conhecimento.” (BRASIL 2001, p. 29).

O rever da matemática constitui um elo entre a matemática e outras áreas de ensino, propicia uma formação mais ampla, torna as aulas mais interessantes e permite a compreensão da matemática como construção humana.

A História da Matemática constitui um dos capítulos mais interessantes do conhecimento. Podemos entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e porque, no fundo, ele sempre era algo natural no seu momento. (FARAGO 2003, p.17)

O aluno tem pouco interesse pelos conteúdos matemáticos, mas esse fato pode e deve ser alterado com a utilização de recursos metodológicos que motivem as aulas desenvolvidas, entre eles, a História da Matemática. Quando ela é apresentada em sala de aula, os envolvidos têm a oportunidade de realizar uma análise dos fatos marcantes, que serviram de subsídio para o nascimento e evolução do conceito matemático abordado.

A matemática tem uma vasta história cheia de mistérios, curiosidades e realizações. Estes são grandes auxiliares do professor, pois o aluno na maioria das vezes é curioso e adora desafios, sendo assim, os professores podem usar estes sentimentos em prol do desenvolvimento das aulas, oportunizando ao estudante o espaço para que ele se torne sujeito investigador, proporcionando-lhes o prazer de redescobrir o que já foi descoberto há séculos.

Com todas as contribuições fornecidas pela História da Matemática, a motivação não deve ser vista como a única finalidade para o qual este recurso deve ser empregado, Baroni e Nobre (1999) confirmam quando discorrem que a motivação no desenrolar do conteúdo não é a única contribuição dada pela História da Matemática no contexto didático, afinal sua intensidade perpassa o espaço motivacional.

Esse enfoque histórico permite uma inovação nos objetivos de ensinar matemática. O centro não é mais o conteúdo, e sim, a formalização do conhecimento do aluno, que influenciará diretamente no seu cotidiano. O ensino matemático passa a contribuir diretamente na formação de cidadãos críticos, formadores de opinião, e

responsáveis. E a História da Matemática, sendo capaz de criar discussões, investigações e a humanização dos conceitos matemáticos, deve estar presente nas aulas, pois sua contribuição na formação desses estudantes é única.

O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social, contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo. (BRASIL 2001, p. 20)

A História da Matemática consegue unir os conteúdos de sala de aula com o cotidiano dos alunos e dessa forma, cooperar para o processo evolutivo do aluno na condição de cidadão.

Todavia, as contribuições da História da Matemática não fluem naturalmente, cabe ao educador propiciar momentos oportunos para a utilização deste recurso, e abordá-lo adequadamente, no decorrer das aulas desenvolvidas. Miguel... et al. (2009, p. 109) enfatiza que as

[...] informações históricas devem certamente passar por adaptações pedagógicas que, conforme os objetivos almejados, devem configurar em atividades a serem desenvolvidas em sala de aula ou fora dela (extra-classe).

De acordo com Lutz (2006), a História da Matemática pode ser abordada de diferentes formas pelos educadores, no decorrer da aula, ou ao introduzir um novo conceito, fazendo o uso desse recurso no momento oportuno. Ao utilizar esse artifício, tem-se a possibilidade de dinamizar a aula, por meio de debates e discussões sobre fatos curiosos da história de determinado conceito. Cabe ao professor buscar um meio mais propício de usufruir desse recurso para a melhoria de suas aulas.

## **1.2. O Professor e a Utilização da História da Matemática em Sala de Aula**

Para que o uso da História da Matemática seja eficaz no processo de ensino e aprendizagem, é necessário, antes de tudo, que o professor conheça

historicamente, as origens, e a evolução do conceito abordado, para que depois, este estudo possa ser utilizado como recurso didático. D'Ambrosio (1996, p. 30) afirma que: “conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje”.

A Educação Matemática propõe que os professores busquem recursos capazes de tornar suas aulas mais dinâmicas, menos cansativas, mais interessantes e com isso despertar nos educandos o prazer de estudar matemática. No entanto, a maioria dos educadores desconhece a História da Matemática como uma ferramenta que dá suporte a prática docente.

Meios de utilizar esse recurso em sala de aula vêm sendo apresentados. E isso acarreta muita discussão acerca do assunto, pois há quem defenda que a História da Matemática não tem contribuição nenhuma no ensino da matemática, mas também há quem tenha mudado de opinião unindo-se aos que defendem o uso da história como recurso para as aulas de matemática em todos os níveis de ensino. Para os últimos, este é componente fundamental no conhecimento de todo mediador dos conteúdos matemáticos.

Mas, mesmo com tantos pesquisadores apontando a História da Matemática como algo que pode contribuir muito no processo de ensino e aprendizagem, trabalhar o conceito histórico da matemática na sala de aula não é tão simples. Existem vários fatores que dificultam a aplicação dessa metodologia, pois a mesma não pode ser apenas apresentada ao aluno.

Trabalhar com esse recurso requer um conhecimento da história, o que não é tão fácil de adquirir tendo em vista a negligência na formação do professor quanto à disciplina História da Matemática, pois as Universidades não a trabalham como deveriam, e por isso, o educador conclui sua licenciatura sem um embasamento histórico e pedagógico adequado para a aplicação desta ferramenta em sala de aula.

O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como

ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL, 2001, p. 38)

No caso do professor em sua formação acadêmica não ter tido ensinamentos suficientes na parte que se diz respeito à história dos conceitos matemáticos, essa concepção é confirmada por Nobre e Baroni (1999, p. 133).

Um fato constatado diz respeito à disciplina História da Matemática nos cursos de graduação em Matemática. São poucos os cursos de graduação que possuem em seu rol de disciplinas a disciplina de História da Matemática. Com isso, inicia-se um problema. Em sua formação o professor não teve oportunidade de conhecer os pressupostos básicos acerca da História do Conteúdo que ele irá usar em suas atividades didáticas.

Outro fator que dificulta a utilização deste recurso é o fato dos livros didáticos não trazerem a história de vários conteúdos, ou quando trazem é apenas uma tira sem fins de aprofundar o conhecimento histórico. Para a falta de conteúdo diretamente relacionado à história dos conteúdos matemáticos nos livros didáticos, tem-se a concepção de que os livros espalhados por todas as escolas do país pouco auxiliam o professor na utilização da História da Matemática no currículo escolar e sobre essa questão os PCNs apontam:

A recomendação do uso de recursos didáticos, incluindo alguns materiais específicos é feita em quase todas as propostas curriculares. No entanto, na prática, nem sempre há clareza do papel dos recursos didáticos no processo ensino aprendizagem, bem como da adequação do uso desses materiais, sobre os quais se projetam algumas expectativas indevidas. (BRASIL 1998, p.26).

Ainda sobre o livro didático e a História da Matemática, Mendes (2006, p. 18) diz:

A história se apresenta sob um caráter meramente ilustrativo e informativo, ou seja, aparece como um elemento descartável nas atividades de sala de aula, pois, do modo como é elaborada, não é indispensável à construção dos conceitos matemáticos.

Não sobram dúvidas de que o trabalhar com a História da Matemática em sala de aula contribui para que os estudantes compreendam com mais clareza os conteúdos matemáticos, e também a essência dessa ciência, que por muitos é chamada de “Rainha das Ciências”.

Tem-se então, que para a História da Matemática ser um recurso utilizado regularmente nas escolas e também gerador de bons resultados, é preciso que haja um empenho dos professores em estudar os conceitos e entendê-los, e que as faculdades e universidades dêem mais importância a História da Matemática transformando-a em disciplina obrigatória e com carga horária considerável, já que a mesma requer uma extensa jornada de tempo, além de edição de materiais mais específicos, contextualizados e voltados ao público alvo, que são os alunos do ensino fundamental e médio. Sanar essas deficiências colabora para que o professor trabalhe a História da Matemática em sala de aula adequadamente.

Quando se pretende abordar um conceito matemático com o auxílio da História da Matemática, o conhecimento histórico do mesmo deve ser buscado pelo educador, para que ele possa encontrar a forma mais adequada de utilizar este recurso. Como o conceito matemático frisado neste estudo são as equações de 1º grau, faz-se necessário um conhecimento histórico do mesmo, que será apresentado a seguir.

## CAPÍTULO 2

### 2.1. O Desenvolvimento dos Conceitos Algébricos

Todo o contexto por trás da utilização de letras e números ostenta que a álgebra não é tão abstrata como mostrada frequentemente no cotidiano escolar. Todo conceito matemático tem a dedicação e esforço de inúmeros amantes e estudiosos da matemática. Quando nos referimos à álgebra, isso não é diferente, pois, para chegarmos aos conceitos algébricos e à simbologia conhecida hoje, o empenho de intelectuais renomados na área de matemática foi fundamental.

A utilização da álgebra está no desenvolvimento da humanidade há muito tempo, em especial as equações algébricas, como nos garante Garbi (2007, p. 5):

[...] as formas mais simples de equações algébricas apresentaram-se quase que naturalmente aos antigos matemáticos, à medida que o homem começou a calcular, contando rebanhos, trocando produtos, contabilizando impostos ou construindo os primeiros monumentos.

Dentre as primeiras civilizações que apresentaram grandes contribuições à matemática, algumas serão mencionadas de acordo com a contribuição para o desenvolvimento da álgebra.

A matemática egípcia foi uma matemática prática, onde os conceitos geométricos se sobressaíam. Os egípcios escreviam em papiros. Dentre os papiros que temos hoje, relacionados à matemática encontramos o papiro de Rhind e o papiro de Moscou. O papiro de Rhind (também conhecido por papiro de Ahmes) datado em cerca de 1650 a.C. se encontra no Museu Britânico em Londres, apresenta soluções de 85 problemas relacionados à aritmética e geometria. O papiro de Moscou datado em mais ou menos 1850 a.C. contém 25 problemas também relacionados à aritmética e a geometria, entre os quais, problemas que solicitavam volume do tronco de uma pirâmide. Apesar dos problemas dos papiros não serem diretamente ligados à álgebra, alguns desses problemas buscam um valor desconhecido como resultado.

A incógnita é chamada de 'aha'. O problema 24, por exemplo, pede o valor de aha sabendo que aha mais um sétimo de aha dá 19. A

solução de Ahmes não é a dos livros modernos, mas a característica de um processo conhecido como ‘método da falsa posição’ ou ‘regra de falso’. (BOYER 1994, p. 12)

A solução para problemas como esse, era exclusiva, não havia a intenção de generalizar as soluções e estendê-las como padrão para outros problemas. Não havia entre os egípcios naquele período, um espaço para discussões relacionadas a métodos para essas resoluções, por isso a maioria das soluções relatava o procedimento, utilizando frases do tipo “faça isso”.

Antes de serem intituladas babilônicas, as povoações da Mesopotâmia, passaram por alguns conflitos com outros povos. Uma das primeiras civilizações existentes foi denominada de sumérios. Mas foram conquistados por outros povos, como conta Garbi (2007, p. 10):

[...] os sumérios foram conquistados pelos acádios no final do III milênio a. C., mas mantiveram sua identidade até cerca de 1900 a. C., quando os elamitas invadiram a região e destruíram a Suméria. Um século depois, entretanto, os elamitas foram derrotados pelos amoritas, que estabeleceram o chamado Império Babilônico, com capital em Babilônia.

Conhecidos por babilônicos, esse povos deram continuidade ao desenvolvimento que já havia sido iniciado. Essa evolução permitiu o crescimento da matemática. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010), a matemática desenvolvida pelos escribas da babilônia aparenta ter surgido com a finalidade de auxiliar o governo em suas necessidades, e a partir daí, alguns desses escribas se afeiçoaram e passaram a evoluir a matemática. Um tablete de barro cozido datado de 1700 a. C., considerado um livro de matemática, continha vários problemas e suas resoluções. O sistema de numeração utilizado pelos babilônicos era de base 60, e por ele vários problemas matemáticos foram resolvidos, esse sistema ainda é encontrado em alguns casos específicos dos dias atuais.

Tanto os egípcios, quanto os babilônicos resolviam equações lineares que surgiam frequentemente nas situações cotidianas dessas civilizações. Todavia, os babilônicos destacaram-se ao apresentarem resoluções de problemas parecidos com equações quadráticas, com a utilização de um método conhecido como “complemento do quadrado” (GARBI 2007, p. 13). Tais problemas eram pouco

relacionados a questões cotidianas, acredita-se que era um meio dos escribas mostrarem suas habilidades matemáticas.

Nesse período, ambos os povos, desenvolveram a álgebra a partir da resolução de equações lineares e equações quadráticas, mas ainda não haviam uniformizado essas soluções, a intenção dos estudiosos da época eram de chegar à solução do problema e não padronizar sua resolução às situações do tipo.

A Grécia é acentuada na evolução matemática, o período de auge do progresso grego consiste no tempo de auge da matemática. Conforme Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 14): “[...] os matemáticos gregos foram os únicos a inserirem o raciocínio lógico e a demonstração no âmago do tema. Ao fazê-lo, eles mudaram para todo o sempre o que significa fazer matemática.”.

Os gregos auferiram espaço entre as demais civilizações através do comércio, tiveram contato e enorme interesse pela matemática egípcia. O encanto pela arquitetura egípcia levou os gregos a aprenderem a matemática do Egito. O primeiro matemático grego de renome foi Tales de Mileto. Tales tinha a oportunidade de estudar matemática por mero prazer, por ser um rico comerciante, e com isso conseguiu vários feitos e descobertas que contribuíram para a evolução matemática. Tales deu uma grande abertura para o surgimento de outros matemáticos quando “[...] introduziu um conceito revolucionário: *as verdades matemáticas precisam ser demonstradas.*” (GARBI, 2007, p.15), o próprio Tales realizou uma das primeiras demonstrações matemáticas.

Logo surge Pitágoras de Samos demonstrando o teorema dos triângulos retângulos. Essa demonstração foi considerada a primeira equação do 2º grau produzida na Europa. (GARBI, 2007).

A aparição de muitos destaques matemáticos continuava ocorrendo e com eles as demonstrações de teoremas. Nessa mesma época Filipe II que comandava a Grécia foi assassinado, e os gregos passam a ser governados por Alexandre, filho de Filipe II. Em meio às conquistas realizadas por Alexandre estava o Egito, onde o mesmo funda a cidade chamada Alexandria. Após esse feito, sua morte acontece, e o Império grego é dividido entre seus três maiores generais.

Ptolomeu I torna-se comandante do Egito, e cria em Alexandria “a chamada Universidade de Alexandria, formada por um museu e uma gigantesca biblioteca, concebida para abrigar todas as obras científicas e filosóficas do mundo grego.” (GARBI 2007, p. 18). Este local não era uma universidade propriamente dita, essas surgiram por volta dos séculos XIII e XIV, todavia adotaremos a linguagem utilizada por Garbi.

Em meio aos estudiosos desta universidade aparece o matemático de nome Euclides da Cunha, que escreveu um livro chamado *Elementos*, uma obra de muito valor entre os matemáticos. Para Euclides o que Tales afirmara deveria sofrer uma alteração, pois segundo o mesmo, nem todas as verdades matemáticas seriam demonstradas, existiriam aquelas que deveriam ser admitidas sem serem provadas. Ele ainda provou teoremas, e apresentou conceitos fundamentais para a resolução de equações. Euclides apresentou em sua obra algumas verdades matemáticas que denominou de noções comuns. (GABI 2007, p. 19):

As noções comuns de Euclides foram:

- a) Coisas iguais a uma terceira coisa são iguais entre si.
- b) Se iguais forem somados a iguais, os resultados serão iguais.
- c) Se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados serão iguais.
- d) Coisas coincidentes são iguais entre si.
- e) O todo é maior do que a parte.

Embora não tenha sido diretamente enunciada por Euclides, é fácil aceitar outra verdade:

- f) Iguais multiplicados ou divididos por iguais continuam iguais.

Partindo dessas noções Garbi (2007) em *O Romance das Equações Algébricas*, traz a resolução de uma equação do 1º grau baseada nas noções **c** e **f**. E afirma ainda que, após a apresentação dessas noções os matemáticos estavam chegando a um meio de resolução de Equação de 1º grau, sem a utilização do método da falsa posição.

Os árabes ampliaram-se com a expansão do islamismo, após a queda do Império Romano. Nesse período o califa Osmar, exigiu que muitas obras fossem queimadas por pensar que elas contradiziam ou não contribuíam para seus ideais, e a tão

estimada Biblioteca de Alexandria perde a cultura acumulada por séculos através dos livros que lá se encontravam.

Mas apesar deste desastroso fato, os árabes abriram caminho para estudos, e um novo califa denominado al-Mansur, construiu o que seria caracterizado com uma nova Alexandria na cidade de Bagdá, denominada “*Casa da Sabedoria*” (BERLINGHOFF E GOUVÊA 2010, p. 27), onde estudiosos e intelectuais de vários lugares deixaram suas contribuições para o desenvolvimento matemático. Muitos manuscritos foram traduzidos para a língua árabe e armazenados nesse local.

Muito matemáticos tiveram realce, neste ambiente de estudos, entre eles *Abu-Abdullah Muham-medibn-Musa al-Khwarismi*, seu nome deu origem as palavras algarismo e algoritmo, um matemático que escreveu várias obras, entre elas um livro relacionado a equações, denominado *Al-Kitabal-jabrwa’lMuqabalah*, o título desta obra não possui uma tradução precisa, mas apesar de palavras diferentes o sentido dado é o mesmo, devido a esse fato apresentaremos duas traduções do título do livro, “título que pode ser aproximadamente traduzido por ‘O Livro da Restauração e do Balanceamento’ (GARBI 2007, p. 24), e para Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 29) o título do livro seria um pouco diferente “[...] significa algo do como ‘restauração e compensação.’”.

Na obra de Al-Kahwarismi são abordadas equações lineares, equações quadráticas, além da geometria, e meios de aplicar a matemática em cálculos cotidianos. Em sua linguagem, o autor procurava ser o mais simples possível, e para tanto apresenta a numeração dos hindus, um sistema de base decimal, que foi expandido entre as civilizações. Essa obra destacou-se em meio aos matemáticos da época, e foi considerada, o início formal da matemática algébrica. Alguns autores, entre eles Boyer (1994) consideram al-Khwarismi como o “pai” da álgebra. Lembrando que esse título também foi conferido a outro matemático de nome Diofanto.

Os hindus desenvolveram sua matemática muito antes das demais civilizações. Um dos povos dessa civilização antiga esvaneceu com a invasão da Índia feita por povos denominados arianos, o nível intelectual desses hindus foi constatado a partir das ruínas encontradas ao Norte da Índia. O sistema de numeração que deu origem ao nosso, começou a ser utilizado por volta de 250 a. C., por desejo do imperador Açoka, e foi sofrendo alterações, até que mais ou menos no século V d.C. esse

sistema se torna posicional e dez símbolos entre eles um símbolo para o zero foram apresentados, este último denominado de “sunya” que significa “vazio”.

Muitos astrônomos e matemáticos da Índia deram suas contribuições na evolução dos conceitos matemáticos, entre eles Bhaskara, que contribuiu diretamente para a fórmula geral na resolução de equação do 2º grau. Porém, o próprio Bhaskara afirmou que essa descoberta não foi dele, mas sim de Sridhara um matemático hindu que a publicou em sua obra perdida no decorrer dos anos, e Bhaskara trouxe a público, mais uma vez a descoberta em tempos bem mais recentes à Sridhara, e a fórmula ganhou seu nome.

Essa descoberta deu espaço a novas percepções e questionamentos relacionados à álgebra. Era a primeira vez que os números negativos estavam em uma raiz quadrada, quando as raízes negativas começavam a surgir. O primeiro passo foi deixá-las de lado, inicialmente uma equação do 2º grau com raiz negativa não tinha solução.

Começaram as tentativas de encontrar uma solução geral para as equações do 3º grau. A partir deste momento, as contribuições de destaque para a álgebra começam a aparecer na Europa Ocidental, esse desenvolvimento matemático ocorreu quando obras vindas da cultura árabe foram traduzidas para o latim e difundidas entre os matemáticos europeus.

Por volta dos séculos XIII e XIV, após a criação das primeiras universidades todo o conhecimento absorvido até o momento começa a interagir e a se desenvolver. Neste período Leonardo de Pisa também chamado de Leonardo de Fibonacci publica sua obra LiberAbaci (Livro sobre cálculos), neste livro o autor traz a numeração indo-arábico com explicações claras de sua utilização, além de apresentar vários problemas, que foram o foco de sua contribuição algébrica. E a linguagem que Leonardo utilizou nas equações de seu livro, contribuiu para a formalização da simbologia que temos hoje.

Leonardo introduziu as palavras ‘**res**’ (‘coisa’, em Latim) e ‘**radix**’ (raiz) para representar a incógnita, enquanto os termos ‘**cenus**’ e ‘**cubus**’ representavam respectivamente, seu quadrado e seu cubo. A falta de símbolo, ele utilizava a palavra **aequalis**, para representar a igualdade. (GARBI 2007, p. 30).

Outro matemático que colaborou para a evolução da álgebra foi Luca Paciolo, ou como foi mais conhecido Pacioli. Em 1494 com seu livro *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni ET Proportionalia*, nesta obra encontra-se contribuições para a simbologia algébrica, “a incógnita foi chamada de ‘**cosa**’ (‘coisa’ em italiano) e abreviada como **co**. Seu quadrado e seu cubo foram chamados de ‘**censo**’ e ‘**cubo**’, cujas abreviaturas eram **ce**. e **cu**., respectivamente.” (GARBI 2007, p. 31).

Em toda a Europa os intitulados algebristas desenvolviam abreviações, seguindo mesma linha de raciocínio de Fibonacci assim como Pacioli o fez. Só que além dessas abreviações, o auge do momento era determinar a solução para a equação do 3º grau. E quem conseguiu realizar essa façanha foram os matemáticos Scipione Del Ferro que encontrou solução para equações do tipo  $x^3 + px + q = 0$ , e Nicolò Fontana, mais conhecido com Tartaglia, um apelido que lhe foi conferido após um incidente que o tornou gago. Tartaglia encontrou a solução geral para equações do tipo  $x^3 + px^2 + q = 0$ . Além desses dois matemáticos, temos ainda Cardano que ao ter acesso à resolução de Tartaglia, entregou a ele pelo próprio, com promessa de mantê-la em segredo. Cardano conseguiu generalizar a fórmula matemática e utilizá-la para a resolução de qualquer equação cúbica, e sem cumprir a promessa que havia feito, Cardano publicou a descoberta de Tartaglia como sendo sua descoberta em seu livro *Ars Magna*.

Ludovico Ferrari foi discípulo de Cardano, e na tentativa de resolver uma questão que foi lançada como desafio a seu mestre, Ferrari encontra a fórmula geral para resolver equações de 4º grau. “O grande mérito de Ferrari foi haver demonstrado que a solução das equações do 4º grau era possível apenas com operações algébricas.” (GARBI 2007, p. 44)

Outra contribuição de destaque que temos para álgebra foi dada por François Viète, quando apresentou a utilização de letras para representar números em equações algébricas.

Foi o primeiro a escrever uma equação com  $ax^2 + bx = c$ , embora sua versão tivesse aspecto de algo como: **B em A quadrado + C plano em A ig. D sólido**. (Lembre-se de que a vogal A é uma incógnita, e as consoantes B, C e D representam parâmetros numéricos.). (BERLINGHOFF E GOUVÊA 2010, p. 40)

Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010) a maior contribuição de Viète foi destacar a álgebra como parte formidável da matemática, e torná-la oportuna a muitos matemáticos, dando a ela uma origem grega.

A partir daí, a álgebra foi foco em muitos estudos, abrindo caminho para os polinômios, e a união da álgebra e da geometria. Baseado em um matemático formidável de nome Diofanto, muitos algebristas se destacaram. Diofanto viveu por volta do século III d. C., e com seus estudos realizou descobertas matemáticas fundamentais para a evolução da mesma, entre elas a regra de sinais da multiplicação dos números inteiros. Outra contribuição de Diofanto refere-se à álgebra, em sua época a ausência da simbologia algébrica era total, todos os problemas eram solucionados em frases sem qualquer abreviação, Diofanto foi o responsável pelos primeiros símbolos algébricos, que eram abreviações de palavras que utilizava nas resoluções de seus problemas, neste período o sistema hindu de numeração não havia sido aprimorado, por isso Diofanto representava os números por letras gregas, e assim por ele se deu os primeiros passos da simbologia algébrica.

Apaixonado pelos estudos de Diofanto, Pierre de Fermat (1601-1665) que vivia na cidade de Toulouse (França), foi um matemático autônomo, “sem qualquer estudo formal em Ciências Exatas” (GARBI 2007, p. 63). Fermat escrevia observações que fazia do exemplar de Diofanto, e apresentava essas anotações através de correspondência que trocava com matemáticos destacáveis entre eles Descarte, essas anotações foram fundamentais, pois os feitos de Fermat foram divulgados após a sua morte, suas contribuições foram extraídas das correspondências que trocava e de trabalhos que seu filho divulgou. Entre as descobertas de Fermat, convenientemente mencionaremos os estudos relacionados à geometria e equações que deram origem a Geometria Analítica, e que não foram divulgados por ele, nesse estudo Fermat adentrou o campo das funções.

“René Descartes (1596-1650), co-inventor da Geometria Analítica e o primeiro a anunciá-la ao mundo” (GARBI 2007, p. 70), foi uma pessoa um tanto vaidosa e adorava fama, chegou a divulgar um trabalho sobre Geometria Analítica, chamado *La Géométrie*, sem mencionar as contribuições de Fermat. Nesta obra Descartes mostrou por meio da resolução de problemas geométricos, que a Álgebra poderia

ser dirigida ao estudo da Geometria, além de contribuir para a evolução da simbologia algébrica. René Descartes deu continuidade ao processo evolutivo da álgebra, e contribuiu diretamente no aprimoramento da simbologia utilizada na época. “Ele propôs o uso de minúsculas do final do alfabeto (como, x, y e z) para quantidades desconhecidas, e minúsculas do começo do alfabeto (como a, b, c) para quantidades conhecidas.” (BERLINGHOFF E GOUVÊA 2010, p. 41). Além disso, apresentou a potência com a utilização de um expoente sobre o valor desconhecido.

Mais tarde, Leonhard Euler (1707-1783), nascido em Brasiléia na Suíça, um homem gentil que através de seu trabalho com números complexos permitiu uma nova expansão das equações algébricas, afinal todas as equações consideradas sem soluções devido à existência da raiz quadrada de números negativos passam a ter uma solução no conjunto dos números complexos. Euler foi colaborador crucial na evolução da simbologia algébrica, aperfeiçoando os símbolos utilizados naquela época, tornando-os muito similares à simbologia atual.

Nascido em Brunswikc, Carl Friedrich Gauss, foi um matemático brilhante desde a infância, mencionado como o maior matemático de todos os tempos. Este renomado intelectual alicerçou a álgebra aos 21 anos, quando em sua tese de doutorado, demonstrou um teorema algébrico, hoje denominado de Teorema Fundamental da Álgebra, no qual afirma que *toda a equação polinomial de coeficientes reais ou complexos tem, no campo complexo, pelo menos uma raiz.*

Dois matemáticos que se dedicaram inteiramente à álgebra foram Niels Henrik Abel e Évaristes Galois, ambos em localidades díspares, tentavam chegar à resolução de equações do 5º grau, mas essa descoberta não ocorreu. Eles perceberam que haviam cometido falhas. Abel em um artigo relacionado a equações algébricas mostrou pela primeira vez que não havia como chegar a uma solução de uma equação do quinto grau através de radicais.

Galois também publicou um artigo relacionado à álgebra onde apresentou sua maior contribuição algébrica, a Teoria dos Grupos. Essa teoria apresentada por Galois mostra uma forma de determinar se as raízes de uma equação algébrica podem ser expressas por radicais ou não. Mas essa teoria não apresentou a resolubilidade de uma equação do quinto grau.

A álgebra, assim como todos os conceitos matemáticos, surgiu a partir de uma necessidade humana. As equações de 1º grau foram o ponto de partida inicial na trajetória algébrica da matemática, elas apareceram naturalmente com o intuito de solucionar questões cotidianas. Os primeiros passos para a equação de 2º grau se deram pela resolução de problemas não tão cotidianos, até que matemáticos como Sridhara e Bhaskara encontraram e divulgaram respectivamente uma fórmula generalizada para qualquer equação do tipo.

A partir da resolução desta equação aparece o interesse entre os matemáticos em encontrar resolução para equações de graus superiores e assim dá-se o desenvolvimento da álgebra. Com a intenção de chegar a um caminho para a solução dessas equações, muitos aperfeiçoamentos na simbologia foram feitos, além da criação e demonstração de teoremas fundamentais para a matemática.

Desde o início dos tempos, a equação do 1º grau está ligada diretamente com as ações cotidianas do ser humano. E apesar disso as pessoas desconhecem a utilização deste conceito na resolução de seus problemas. A formalização deste conteúdo matemático acontece para um estudante no 7º ano do ensino fundamental, e junto com essa formalização a interação mais aprofundada com a álgebra. Por isso, a abordagem deste conceito deve ser contextualizada e adequada à realidade do aluno. O seu contexto histórico é de suma importância para a construção conceitual desenvolvida pelo estudante no decorrer das aulas.

## **2.2. Uma nova Abordagem no Ensino das Equações de 1º grau**

A matemática é uma ferramenta indispensável para a formação do aluno enquanto membro de uma sociedade. Para desempenhar o papel de cidadão o homem precisa de habilidades que somente a matemática pode oferecer “para exercer cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc.” (BRASIL 2001, p. 30).

Os conteúdos matemáticos devem ser condizentes com o objetivo central da disciplina, a seleção dos conceitos deve ser feita com a finalidade de cooperar com a

constituição do estudante enquanto cidadão, priorizando sempre a aprendizagem do educando.

A seleção e organização de conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da Matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. (BRASIL 2001, p.20)

As equações de 1.<sup>o</sup> grau constituem um tópico importante dentre os conteúdos matemáticos do ensino fundamental. Este conceito é entrelaçado à vivência do ser humano, como defendem Berlinghoff e Gouvêa (2010, p.125) “Problemas que se reduzem a resolver uma equação do primeiro grau aparecem naturalmente sempre que aplicamos a matemática ao mundo real.” Concretizando essa afirmação, Garbi (2007, p. 2) expõe que “as equações estão por toda parte e, alguns mais, alguns menos, quase todos gastamos certo tempo de nossas vidas a resolvê-las.”

A utilização dessas equações como ferramenta para solucionar problemas diários é tão comum, que utilizar de expressões como “o x da questão”, e o verbo equacionar são sinônimos de resolver uma situação.

Equacionar um problema, mesmo entre os leigos é generalizadamente entendido como colocá-lo dentro de um mecanismo do qual ele sairá inapelavelmente resolvido. (GARBI 2007, p. 1)

Por estar diretamente ligado ao cotidiano escolar este conceito contribui para formação do aluno enquanto membro da sociedade, auxiliando o mesmo na resolução de diversas situações em sua vivencia. “Qualquer problema que possa ser solucionado através dos números certamente será tratado, direta ou indiretamente, por meio de equações.” (GARBI 2007, p. 1)

Todavia o contexto algébrico no qual as equações de 1<sup>o</sup> grau estão inseridas são concepções pouco familiares para os estudantes. Além do mais a construção dos conceitos algébricos é um processo complexo que envolve questões delicadas para muitos estudantes, tais como, as diferentes interpretações da simbologia algébrica, o seguimento das regras na resolução de algumas situações, a construção de generalizações e a resolução de problemas envolvendo variáveis.

As questões delicadas apresentadas por esse conteúdo serão compreendidas através de um processo de ensino adequado. Porém, a abordagem dos conteúdos

matemáticos na maioria das vezes não tem o objetivo de contribuir para a formação intelectual do aluno, mas, a intenção de expor o conceito.

No que diz respeito ao papel da Matemática como ciência formadora, constata-se que a abordagem dos seus conteúdos não leva em consideração a sua dimensão sócio-político-cultural. A preocupação é apenas o contexto escolar, o conteúdo, e não a relação deste com a realidade sentida e vivida. (GASPARETTO 2005, p. 2)

Com esse fator a abstração toma conta das aulas e a importância devida dos conteúdos passa despercebida no cotidiano escolar.

O primeiro passo, para inverter essa situação, é distorcer a visão do professor dominante do saber, que tem o intuito de transmitir os conceitos matemáticos da forma que aprendeu tendo o aluno como mero receptor. Esse processo de ensino é ultrapassado, hoje o professor é tão aluno quanto o próprio, “aprender a aprender” é a forma mais adequada de ensinar.

Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. (BRASIL 2001, p. 40)

Por isso, é papel do educador se colocar no lugar do aluno, conhecer seus anseios, curiosidades, dificuldades, e a partir daí, buscar novas ferramentas para inovar sua metodologia, levando em conta o conhecimento prévio do estudante. Permitindo-se, dessa maneira, uma nova visão dos conceitos e dos seus alunos. Através dessa visão inovadora, o educador pode inserir em sua metodologia ferramentas que conectem a matemática escolar e a matemática cotidiana.

Para tanto, é preciso que o educador busque recursos que internalizem a vivência do educando no desenvolvimento dos conceitos, que devem ser contextualizados, deixando a abstração de lado. Outro aspecto que deve ser modificado é o fato de muitos alunos não se afeiçoarem a matemática, situação que causa desinteresse nas aulas e compromete seu desenvolvimento. Por isso os recursos buscados devem cooperar para a motivação e participação dos envolvidos.

Existem várias direções que podem ser seguidas pelo educador, na tentativa de unir a sua metodologia, recursos que auxiliem no envolvimento de todos os aspectos necessários para melhoria de suas aulas.

É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. (BRASIL 2001, p. 42)

Em meio a essas possibilidades de trabalho, mencionamos o recurso à História da Matemática, uma forma interessante de inovar a metodologia utilizada, pois oferece muitas contribuições para o desenvolvimento do conteúdo. Os subsídios deste recurso foram abordados no capítulo anterior.

A utilização desse recurso na abordagem das equações de 1º grau pode englobar as contribuições necessárias para um desenvolvimento adequado deste conceito. Por isso veremos a seguir as contribuições deste recurso para o conteúdo mencionado.

### **2.3. A Aplicação da História da Matemática nas Aulas de Equação de 1º grau**

Na aprendizagem de equações do 1.º grau, e na resolução de problemas que as envolve, é necessário dar atenção às dificuldades dos alunos, associadas aos conceitos básicos referentes às equações. Sabemos que numa equação o valor desconhecido pode ser representado de muitas maneiras diferentes, mas quando aplicamos a simbologia algébrica, as letras são designadas para representar as incógnitas dessas equações.

É nesse momento que algo inédito ocorre na vivência do educando, até o instante, o contato com a álgebra é feito de forma indireta, e as equações de 1º grau exigem do estudante um encontro aprofundado com a simbologia algébrica, além de suas regras e fórmulas. Portanto, antes das equações formalizadas, os estudantes precisarão conhecer e desenvolver cálculos com os símbolos algébricos, ou seja, é necessária uma familiarização com a álgebra.

Para que o aluno compreenda o significado de equações acredita-se que primeiro deva construir significado para expressões algébricas, que compreenda o que é uma atividade algébrica. (MELARA 2009, p. 15)

Os conceitos algébricos propriamente ditos apresentam certa dose de abstração, e na maioria das vezes são expostos aos alunos de forma seca, que amplia ainda mais esse devaneio. Para aprimorar o desenvolvimento desses conceitos em especial de equações de 1º grau, faz-se necessária uma abordagem dinâmica que permita ao aluno descobrir e formalizar o conteúdo por si próprio. Melara (2009, p. 14) argumenta que: “O modo como se ensina deveria levar em conta os processos de pensamento dos alunos e da percepção que eles têm do que seja a atividade algébrica [...]”.

Os recursos que serão utilizados nessa abordagem devem ser buscados pelo educador, por isso, é importante que o mesmo conheça um pouco de cada caminho que possa ser percorrido na inovação das aulas, o uso de jogos, tecnologia, resolução de problemas e História da Matemática, são ferramentas importantíssimas no processo de ensino aprendizagem de matemática. Todos esses recursos possuem subsídios que colaboram para um ensino diferenciado e eficaz.

Em busca de um ensino abordando equações de 1º grau, é viável uma ferramenta, que mostre a matemática como criação humana, que contextualize o conceito, que motive as aulas desenvolvidas e que forneça informações para que o aluno internalize e formule sua própria visão relacionada ao conteúdo. E, a História da Matemática é uma das ferramentas que engloba todos esses aspectos.

[...] argumentos reforçadores e questionadores sobre as potencialidades pedagógicas da utilização da História da Matemática no ensino. Entre os que reforçam estão que a História é fonte de motivação, de objetivos, de métodos, de seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos [...]. (MIGUEL apud SILVA, 2007, p. 9)

A abordagem histórica no desenvolvimento das equações é de grande valia, por mostrar toda beleza por trás da simbologia algébrica encontrada nas equações. Assombrar aos alunos como outros povos usufruíam desse conhecimento e como ele conquistou espaço e evoluiu com o passar dos tempos, é a forma mais adequada de romper muitas barreiras e mitos que os estudantes idealizam em relação à matemática. Em consonância com essa idéia, Miguel... et al (2009, p. 9) trazem que:

[...] a importância do uso da história no ensino de matemática justifica-se pelos seguintes fatos: 1) a história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática; 2) humaniza a matemática; 3)

mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo; 4) os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram; 5) contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à matemática, e 6) suscita oportunidades para a investigação em Matemática.

Essa apresentação do contexto histórico deve ser adequada à realidade da classe. O professor precisa encaixar cada pedaço da história em um momento oportuno, e com a linguagem adequada, para que dessa forma, ela forneça suas contribuições para a formação intelectual do estudante, caso contrário, ela não passará de um texto de história sem finalidade alguma.

A História da Matemática, como recurso, pode ser utilizada com um caráter introdutório, apresentada antes da exposição do conceito, neste caso, o professor poderá apresentar a história através de uma leitura dinâmica com seus alunos, ou com a utilização de recursos tecnológicos que permitam a visualização do texto e de imagens que situem o aluno em relação ao período que ocorreram as descobertas matemáticas. Caso contrário pode solicitar que os alunos pesquisem a história do contexto em um laboratório de informática. É viável que o professor acompanhe essa pesquisa para que ele direcione seus estudantes.

Outra forma de usufruir dessa ferramenta seria intercalando-a no decorrer das aulas, apresentando e discutindo os fatos marcantes no desenrolar do conteúdo, fazendo com que os alunos percebam e que discutam sobre a evolução de cada aspecto algébrico e sua simbologia, além de abrir espaço para discussões referentes à aplicação das equações na resolução de problemas do passado e da atualidade.

Conhecer a vida dos matemáticos que foram responsáveis pela evolução do conceito também é uma forma de trabalhar a história. O interessante desse momento é permitir que os alunos busquem um modo propício de apresentar a vida desses matemáticos, que podem ser através peças teatrais, e narrações construídas pelos alunos a partir de sua pesquisa.

O uso de paradidáticos que apresentam fatos históricos internalizados em seu contexto é uma opção interessante para a aplicação da história. Além da utilização de jogos que sendo adaptados pelo professor podem apresentar fatos históricos.

Sabemos que todas as sugestões apresentadas acima ocupam tempo, e não é um processo tão rápido, porém como foi aludido, o objetivo da matemática é contribuir na formação do cidadão e os conteúdos desenvolvidos precisam cooperar com esse objetivo, sendo assim, como é para o estudante aprimorar seu conhecimento intelectual, não é inviável estender algumas aulas.

As formas de utilização da História da Matemática são variadas, a criatividade na aplicação desse recurso é fundamental, para que as aulas não se tornem repetitivas e cansativas, ao professor cabe a função de buscar a forma mais propícia de usufruir deste recurso.

As avaliações relacionadas às equações de 1º grau, também podem incorporar os aspectos históricos do conceito para que o aluno tenha a oportunidade de mostrar a concepção matemática que ele construiu a partir do conhecimento histórico adquirido.

Em muitos momentos de minha pesquisa, ficaram comprovadas contribuições da história enquanto recurso, entre elas a motivação e a contextualização do conteúdo abordado. Nota-se o quanto a curiosidade do aluno é instigada quando os fatos históricos são apresentados. Eles se atentam e conseguem formalizar idéias e até mesmo defendê-las em debates propiciados pela história do conceito. Outro fator interessante encontrado nesta pesquisa foi à interdisciplinaridade oferecida pelo uso da História da Matemática.

Existem várias outras contribuições dadas por esse recurso, e algumas serão apresentadas no próximo capítulo, através dos relatos da aplicação da História da Matemática como recurso para o conteúdo de equações de 1º grau, realizada na Escola Estadual Joseph Stalim Romano, na cidade de Nanuque/MG.

## CAPÍTULO 3

### 3.1. Procedimentos Metodológicos

Do ponto de vista de Gil (2002, p. 17) a pesquisa é “[...] como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos [...]”. Sendo assim, desenvolver uma pesquisa exige uma metodologia, criatividade e em fundamentações plausíveis em cada etapa da sua execução. É perceptível que o método utilizado em todo o processo é o alicerce da pesquisa.

Baseado em Gil (2002, p. 47) classificamos esta pesquisa com sendo *experimental*:

De modo geral, o experimento representa o melhor exemplo de pesquisa científica. Essencialmente, a pesquisa experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

Essa pesquisa experimental é de caráter comparativo, pois os objetos de estudo selecionados foram tratados de forma diferentes com o intuito de comparar os resultados obtidos.

Partindo da necessidade de diferenciar a abordagem dos conceitos matemáticos, em especial, as equações de 1º grau, decidi utilizar a História da Matemática como recurso para o desenvolvimento deste conceito em sala de aula, e através de uma comparação entre duas turmas de 7º ano, observar e investigar as contribuições da História da Matemática enquanto recurso didático.

Os procedimentos técnicos para o desenvolvimento desta pesquisa deram-se na cidade de Nanuque/MG, na Escola Estadual Joseph Stalim Romano, sendo realizada em algumas etapas. Optei por esta escola pelo fato de trabalhar na mesma, o que facilitaria o contato com todos os envolvidos.

O primeiro passo realizado foi à escolha das turmas. Leciono em turmas de 7º ano, por isso em reunião com os professores e a supervisora da escola apresentei o

projeto, e foi sugerido pela supervisora, as duas turmas selecionadas, pois segundo ela o nível de aprendizagem das turmas era parecido. As turmas intituladas de 7º ano A e 7º ano B possuíam 22 e 21 alunos respectivamente, dentre as quais se encontram alunos regulares e repetentes.

A segunda etapa foi à aplicação de dois questionários, um direcionado aos alunos das turmas selecionadas e o outro aos professores de matemática que atuavam em toda a escola. O primeiro questionário foi aplicado na intenção de saber dos alunos como estavam ocorrendo às aulas de matemática e se a História da Matemática já havia sido desenvolvida em alguma aula. Em relação aos professores, o intuito do questionário foi de saber como eles abordavam o conteúdo e qual a visão que tinham em relação à História da Matemática quanto recurso didático. Para melhor compreensão adotei o questionário dos alunos como *questionário 1*, e o dos professores como *questionário 2*.

Desenvolvi o conteúdo equações de 1º grau com as duas turmas selecionadas, no 7º ano A as aulas foram trabalhadas com uma abordagem histórica, e no 7º ano B o mesmo conteúdo foi abordado sem o auxílio deste recurso. No decorrer destas aulas foram realizadas atividades avaliativas para comparar o rendimento de ambas e verificar como o uso da história enquanto recurso didático pode enriquecer as aulas e assim contribuir para o ensino da matemática. E por fim, comparamos os resultados obtidos a partir das atividades desenvolvidas.

### **3.2. Análise do questionário 1**

O questionário 1 foi desenvolvido para conhecer a visão dos estudantes em relação ao aporte histórico utilizado na abordagem dos conceitos matemáticos, ocorridas em todo o período que se encontravam na escola em questão. Os alunos participantes totalizam 43, a maioria deles entre 11 e 12 anos. Quando questionados em relação à dificuldade da disciplina, 53% dos estudantes consideram a matemática como uma disciplina difícil e 47% não a consideram difícil. Referindo-se ao desenvolvimento das aulas de matemática, 44% dos educandos afirmaram que as aulas são descontextualizadas, 23% responderam que as aulas são desmotivadoras, e 30%

consideram as aulas dinâmicas. No que se refere à presença dos conceitos matemáticos no cotidiano do educando, é possível afirmar que muitos dos alunos entrevistados não associam situações cotidianas com a matemática de sala de aula, pois, 9% dos alunos responderam que os conteúdos matemáticos não estão envolvidos no seu dia-a-dia, 21% que todos estão e 70% disseram que apenas alguns. Quando questionados em relação aos métodos desenvolvidos pelos professores nas aulas de matemática, 32% dos educandos responderam que são desenvolvidas aulas diferenciadas e jogos, 37% responderam que o professor apenas explica e passa exercício sem a utilização do livro didático, 19% responderam que o educador explica e passa exercícios com a utilização do livro didático, 12% disseram que o educador aborda todos os itens anteriores.

A História da Matemática vem sendo utilizada em sala de aula como um valioso recurso didático, por levar o aluno a viajar no tempo entendendo a origem de cada conteúdo e com isso entender a necessidade deste em determinada época, conscientizando-se que a matemática é uma ciência e que todos esses cálculos e formas são obras humanas e não coisa do acaso. D, Ambrósio (1996) considera que a História da Matemática ajuda a entender a herança cultural e aumenta o interesse dos alunos pela matéria. Quando questionados em relação à presença da História da Matemática nas aulas, 63% dos alunos já tiveram aulas desenvolvidas a partir do recurso História da Matemática e 37% nunca tiveram aulas abordando tal conceito. Em relação à frequência com que a História da Matemática é abordada na sala de aula, 37% disseram que seus professores sempre abordam a história dos conteúdos, 33% responderam que raramente a história é abordada e 30% nunca tiveram a história dos conteúdos envolvidos nas aulas. A história dos conceitos, presente nos livros didáticos, quase em sua totalidade, é apenas pequenos tópicos. Quanto a essa questão, dos alunos questionados, poucos fazem a leitura de tópicos referentes aos conceitos históricos nos livros didáticos, cerca de 16% dos alunos entrevistados responderam que lêem, 63% às vezes e 21% não lêem. Percebe-se que mesmo tendo pouco contato com informações históricas referentes aos conteúdos de matemática os alunos reconhecem seu valor e sabem que é um recurso que facilita o entendimento dos conteúdos, pois, segundo o gráfico 01, 65% dos alunos dizem que as informações históricas facilitam a compreensão, 28% responderam que às vezes e apenas 7% disseram não.

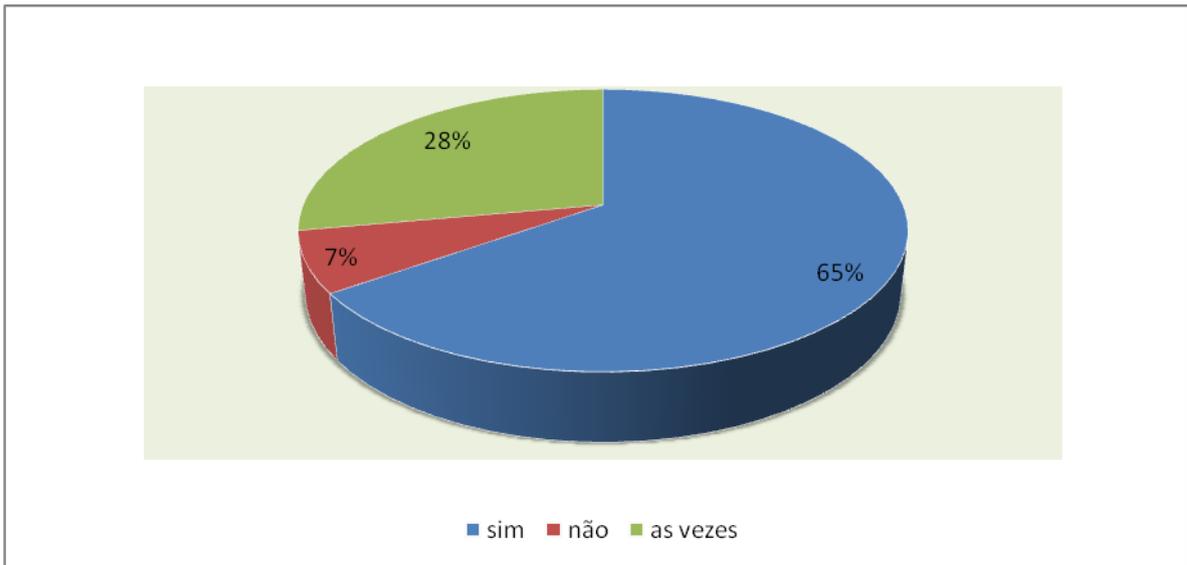


Gráfico 01 - Informações históricas facilitam na compreensão de conteúdos referentes à matemática?

Conhecer como determinado conteúdo matemático foi criado pode facilitar a compreensão do mesmo e, também tornar a aula mais dinâmica. Isso fica claro no gráfico 02, pois os alunos questionados quanto ao conhecer a origem dos conteúdos a aula seria mais interessante, 86% disseram que sim, 14% não sabiam responder e ninguém disse que não ficaria mais interessante.

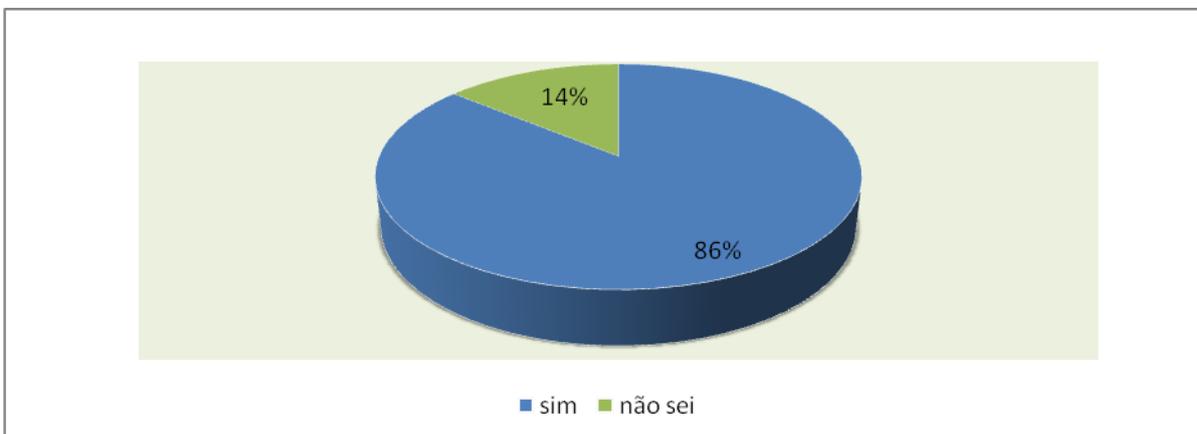


Gráfico 02 - Conhecer como os conteúdos se desenvolveram tornaria a aula mais interessante?

### 3.3. Análise do questionário 2

Este questionário teve o objetivo de saber a opinião dos professores em relação à História da Matemática enquanto recurso didático utilizada na abordagem do conceito equações de 1º grau. Nesta parte da pesquisa responderam o questionário

5 professores de matemática que atuam na Escola Estadual Joseph Stalim Romano. Todos só tiveram contato com a História da Matemática na faculdade sendo que 3 deles viram os conceitos históricos integrados em outras disciplinas e apenas 2 como disciplina específica.

Quando questionados se em sua formação foi apresentada à História da Matemática como recurso didático 40% responderam que frequentemente e 60% brevemente. Estes dados podem ser vistos no gráfico 03.

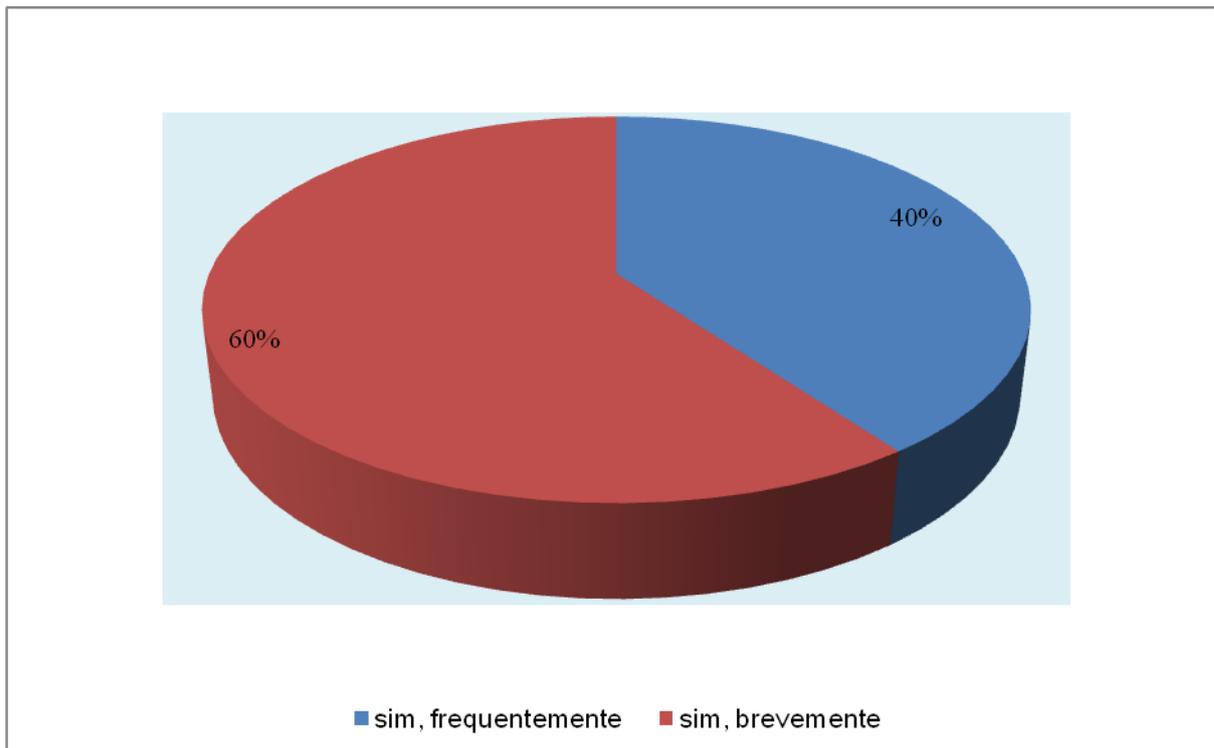


Gráfico 03 - Em sua Graduação, Especialização ou outra modalidade de formação, foi apresentada a História da Matemática como recurso metodológico?

O uso da história da matemática como recurso didático vem sendo cada vez mais discutido e apresentado como auxiliador no processo de ensino aprendizagem. Sendo assim, o gráfico 04 traz o posicionamento dos professores quanto à utilização deste recurso em suas aulas, destes professores 60% responderam que já utilizaram e 40% que nunca utilizaram.

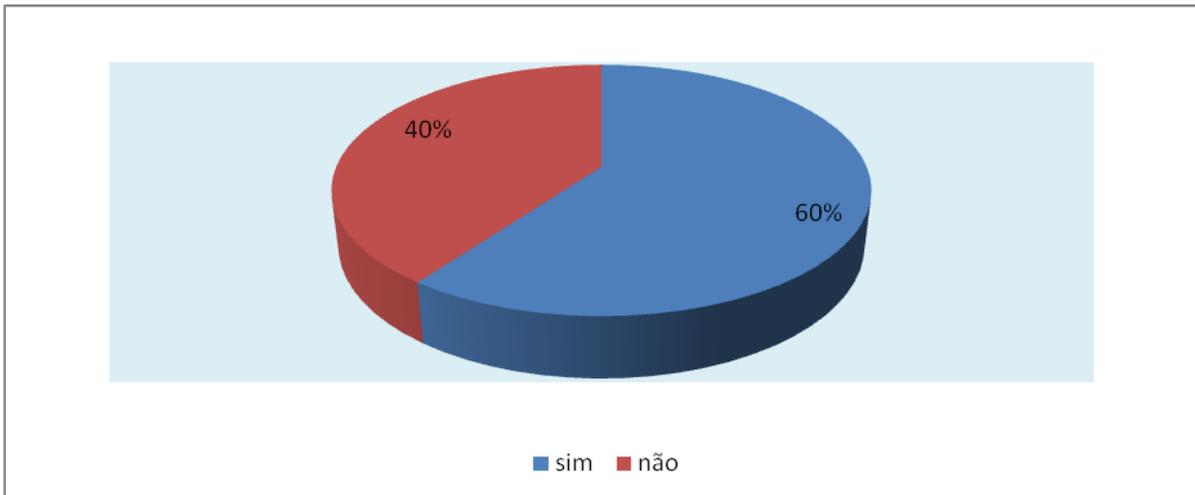


Gráfico 04 - Você já utilizou a História da Matemática como recurso didático para o ensino da Matemática?

Quando solicitados que relatassem brevemente a experiência vivida com a utilização deste recurso, apenas um professor afirmou ter sido falho em não utilizar este recurso, e dos que utilizaram um deles afirmou ter usado esta ferramenta ao trabalhar com unidades de medida. Todos os entrevistados consideraram a História da Matemática de grande importância para todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, um deles afirmou que “com o conhecimento da História da Matemática o educador pode abrir novos caminhos, podendo tornar o conteúdo muito mais interessante ao entendimento do aluno, melhorando a metodologia de ensino”. No que se refere ao objetivo de se utilizar um recurso didático nas aulas, todos responderam que os objetivos eram a interação e melhor compreensão do conceito. Todos os envolvidos afirmaram que a História da Matemática enquanto recurso didático promoveria a interação e melhor compreensão do conceito abordado, um deles afirmou que, “quando há união da história com os conteúdos trabalhados fica mais fácil à compreensão de ambos”.

Todos os professores entrevistados desenvolveram as equações de 1º grau, através do princípio de equilíbrio, apresentando a balança como recurso na compreensão do conteúdo. Todos afirmaram que a História da Matemática é um recurso que auxilia bastante na abordagem das equações de 1º grau, segundo eles:

P1. O assunto é meio complexo aplicado apenas com os conceitos formais.

P2. A História é importante uma vez que eles verão a utilidade prática da equação.

P3. Não só da equação do 1º grau, mas de todos os conteúdos, mostrando a sua origem, a tendência é que um grande número de alunos preste mais atenção nos conteúdos.

P4. É um método de abordagem diferente do convencional.

P5. Faríamos uso da forma em que os nossos ancestrais utilizavam alguns objetos para medida na compra e troca de produtos.

A partir destes dados foi possível observar, que os professores questionados têm consciência de que a utilização da História da Matemática pode contribuir para melhor compreensão dos conteúdos, entre eles as equações do 1º grau. Contudo estes não fazem da História da Matemática um recurso didático presente em suas aulas, pois os mesmos demonstraram conhecer e utilizar deste recurso superficialmente.

### **3.4. Breve Relato das Atividades Desenvolvidas**

As atividades aqui relatadas foram baseadas no livro *História da Matemática em Atividades Didática* obra de Miguel... et al. (2009) , com o objetivo de desenvolver uma nova abordagem das equações através do contexto histórico da matemática, para dessa forma enriquecer as aulas e internalizar ainda mais conceitos referentes ao conteúdo de equações do 1º grau.

Os primeiros passos no desenvolvimento das aulas se deram no planejamento das ações. Nesse momento procurei elaborar uma forma de abordar o conteúdo com o auxílio do contexto histórico da álgebra para o 7º ano A, e outra abordagem sem o aporte histórico do conteúdo para o 7º ano B.

Os primeiros relatos aqui apresentados referem-se às aulas desenvolvidas no 7º ano A. No primeiro momento conduzi um questionamento relacionado ao significado da álgebra, a discussão gerada por este questionamento foi sendo conduzida até a história da mesma. Nesse ponto os alunos foram convidados a buscar essa história através de uma pesquisa realizada no laboratório de informática da escola, com o meu acompanhamento e direcionamento, para que os resultados não fossem tão extensos ou fugissem do que pretendia desenvolver. Sobre esta pesquisa foi

realizado um interessante debate, os alunos estavam atentos e participativos. Após essa aula, dei continuidade na abordagem do conteúdo.

Desenvolvendo expressões algébricas, apliquei um jogo relacionado à contextualização das expressões, foi uma competição entre meninos e meninas, no decorrer da brincadeira uma aluna fez a seguinte pergunta: “Como era feito esse cálculo antigamente?”. Como já havia preparado alguns textos apresentando a história da álgebra e também o método da falsa posição, ao findar o jogo foi apresentado um pouco da simbologia antiga comparando-a com a atual e resolvemos alguns problemas do papiro de Rhind usando o método da falsa posição. Após algumas atividades desenvolvidas, foi realizada uma atividade avaliativa com a intenção de analisar o desempenho da turma em relação ao que já havia sido desenvolvido. Essa atividade avaliativa foi uma ferramenta utilizada na comparação das turmas, por isso não continha questões relacionadas à História da Matemática.

A explanação do contexto histórico referente à álgebra foi uma contribuição favorável para a compreensão dos estudantes, o interesse que a história despertou e a contextualização do conceito, cooperaram para a compreensão dos alunos no decorrer das aulas.

Para dar segmento realizou-se uma leitura dinâmica da história das equações de 1º grau, onde os fatos históricos foram postos em discussões, e os matemáticos que apareceram neste texto foram destacados e comentados no decorrer da aula. Enquanto isso, as equações foram sendo desenvolvidas a partir de problemas cotidianos, e situações antigas que também resultavam na resolução de uma equação, permitindo um comparativo entre os problemas atuais e antigos. E outra atividade avaliativa foi aplicada para avaliar os envolvidos, também com uma finalidade comparativa.

Partindo para uma formalização das equações, foi realizado o jogo chamado “o x da questão”, onde três equipes competiam entre si na resolução de problemas atuais e antigos relacionados à equação, além de responderem questões referentes à História da Matemática.

Em uma das aulas em discussão com os alunos, chegamos à formalização do conceito, e eles com certa facilidade conseguiram assimilar as questões soltas, e alguns deles chegaram a compará-las com problemas que haviam sido resolvidos e com situações vivenciadas por eles fora da escola.

Apresentei um texto com relato sobre a contribuição de alguns matemáticos envolvidos com a álgebra e os alunos demonstraram bastante interesse pelo assunto. Algumas aulas ainda foram utilizadas para a resolução de atividades em grupo e individual. E por fim, realizou-se outra atividade avaliativa, composta de problemas que poderiam ser resolvidos com equações do 1º grau. Para essa abordagem do conteúdo foram necessárias quinze aulas, em torno de três semanas.

A cada passo dado no desenrolar do conteúdo foi possível observar as contribuições que a História da Matemática oferecia aos estudantes, até na apropriação dos conceitos algébricos que são considerados os mais complexos. Os alunos conseguiram desenvolver as atividades propostas quase sem dificuldades, além de no decorrer das aulas conseguirem associar o contexto a atividades cotidianas básicas. Alguns que afirmavam não se afeiçoarem à matemática, começaram a mudar de idéia, pelo menos naquele momento.

Ao contrário do que ocorreu nesta turma, no 7º ano B, o mesmo conteúdo desenvolvido foi abordado sem a utilização do recurso, apenas aulas explicativas e exercícios, individuais e em grupo. Não há muito que relatar sobre essas aulas, o método tradicional de ensinar todos nós conhecemos, se fez presente durante grande parte do processo de ensino e aprendizagem. As aulas foram desenvolvidas com explicações, exercícios e correções, nessas correções alguns alunos dirigiam-se ao quadro para apresentar seu método de resolução, desde as primeiras atividades relacionadas à simbologia algébrica a maioria dos alunos apresentaram dificuldades, que tentamos sanar somente através de explicações. Após algumas aulas relacionadas ao conhecimento algébrico desenvolvido, foi aplicada a primeira atividade avaliativa, a mesma do 7º ano A com o intuito de comparar os resultados adquiridos. Nesta atividade os alunos apresentaram certa dificuldade em relação a operações algébricas.

Dando continuidade ao desenvolvimento do conceito, foram desenvolvidas aulas explicativas e atividades com problemas que poderiam ser solucionados por meio de

equações, sem introduzir formalmente o método de resolução dessa equação. A segunda atividade avaliativa foi aplicada para a comparação dos dados recolhidos.

Após a introdução das equações, foi realizado o jogo “o x da questão”, que continha somente equações soltas, e problemas atuais, e no desenrolar do jogo alguns alunos apresentaram dificuldades na associação do problema à equação de 1º grau. Algumas atividades foram desenvolvidas em grupo e individualmente, e após, a última atividade avaliativa foi realizada. Essas aulas ocorreram em um tempo um pouco menor, em doze aulas, aproximadamente duas semanas e meia.

No desenvolvimento dessas aulas as atividades realizadas de caráter avaliativo, como mencionado, tiveram o intuito de comparar o desempenho das turmas envolvidas. As atividades abordavam expressões algébricas e equações de 1º grau envolta em problemas atuais, não foi abordado nenhum fato histórico, devido ao caráter comparativo da pesquisa, ou seja, essas atividades foram realizadas nas duas turmas, e como uma delas não teve acesso ao contexto histórico, seria inviável cobrá-lo.

Será feita uma análise mais aprofundada e comparativa dessas atividades, mediante o auxílio de gráficos e observações.

### Prática desenvolvida em aula:

Após a investigação da história da álgebra foi apresentado o método da falsa posição que era utilizado para resolver os problemas na antiguidade.

Método da Falsa Posição:

Para os antigos matemáticos egípcios suas equações vinham expressas totalmente em palavras, a álgebra puramente simbólica estava muito distante de ser inventada. Encontravam a solução deste tipo de equação através da regra da falsa posição.

A regra foi apresentada aos alunos através de um problema tirado do Papiro de Rhind.

Problema: Um montão, seus dois terços, sua metade, todos ao juntar-se fazem treze. Qual é a quantidade?

O problema se reduz a essa equação:

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 13$$

Atribuía um valor falso a montão, por exemplo: de 12.

$$12 + \frac{2}{3}12 + \frac{1}{2}12 =$$

$$12 + 8 + 6 = 26$$

Onde se conclui que o valor falso 12 está para 26, assim como o valor verdadeiro = montão está para 13. Logo, montão = 6. Utilizou-se uma regra de três simples.

Problemas do Papiro de Rhind apresentados aos alunos para serem resolvidos pela regra da falsa posição:

- 1) Uma quantidade mais um sétimo dela dá 19. Qual é a quantidade?
- 2) Uma quantidade mais um meio dela dá 16. Qual é a quantidade?
- 3) Uma quantidade mais um quarto dela dá 15. Qual é a quantidade?

Após a utilização da regra da falsa posição para resolução de problemas do Papiro de Rhind foi apresentado aos alunos o método utilizado nos dias atuais.

O método atual foi apresentado através da resolução de um problema:

Problema: Daniel é filho único e por isso tem uma boa mesada. O seu sonho era comprar um skate e ser igual aos grandes skatistas brasileiros. Certo dia, ao entrar numa loja, ele encontrou uma ótima promoção. Compre um skate e leve grátis uma bola de futebol. Sabe-se que o triplo do preço do skate com o preço da bola (R\$ 50,00) dá um valor de R\$ 650,00. Ajude Daniel, encontre o valor unitário do skate.

Chamemos de  $x$  o preço do skate;  $3x$  é o triplo do preço do skate; R\$50,00 é o preço da bola; R\$650,00 é a soma de  $3x$  com R\$50,00.

Montando a equação:

$$3x + 50 = 650$$

$$3x + 50 - 50 = 650 - 50$$

$$3x = 600$$

$$3x \div 3 = 600 \div 3$$

$$x = 200$$

Portanto, R\$200,00 é o valor unitário do skate. Ainda mais, como foi informado na questão, a bola sairá gratuitamente gerando uma economia de R\$50,00 caso ela fosse comprada separadamente.

Após a explicação do problema acima foi pedido aos alunos que resolvessem alguns problemas utilizando o método apresentado.

**Problemas:**

- 1) Talita nasceu em 2001, quando sua mãe, Luana, tinha 26 anos de idade. Num certo ano, Luana terá o triplo da idade de Talita. Qual será a idade de Talita? Em que ano isso ocorrerá?
- 2) Subtrair 3 anos do triplo da idade de Rodrigo é igual a adicionar 5 anos ao dobro da idade dele. Que idade tem Rodrigo?
- 3) A professora disse ao Ricardinho: “Pegando a idade que eu tinha quando me casei, subtraindo 1, dividindo o resultado por 4 e somando com  $\frac{1}{3}$  daquela idade, vai dar os 12 anos que você tem”. Quantos anos a professora de Ricardinho tinha quando se casou?
- 4) Guilherme tem 15 anos e Gustavo tem 12. Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 61 anos?
- 5) Marco, Maurício e Marcelo compraram uma sorveteria em sociedade. Marco com 33% do dinheiro, Maurício com 35% e Marcelo com R\$ 8.192,00. Qual foi o preço total da sorveteria?
- 6) Sílvio, Marcelo e Carolina estavam jogando pingue-pongue. De repente, decidiram marcar quantos pontos cada um ganhava. Na disputa de 404 pontos, Sílvio fez 18 pontos a mais que Marcelo que por sua vez fez 47 pontos a menos que Carolina. Quantos pontos fez Marcelo?
- 7) Na sucessão de números ímpares positivos: 1, 3, 5, 7, ..., ache dois números vizinhos cuja soma seja 728.
- 8) Na eleição de Miss Primavera, concorreram três candidatas: Rosa, Hortência e Margarida. Rosa teve 50 pontos a menos que Hortência e Margarida teve 25% da votação de Hortência. Votaram 1085 pessoas. Qual a votação da eleita, se 28 votos foram anulados?
- 9) Gilda tem hoje 14 anos e Aluísio 4 anos. Daqui a quantos anos Gilda terá o dobro da idade de Aluísio?
- 10) A soma de três números inteiros e consecutivos é 408. Quais são os números?

11) Em um teste de 25 questões, cada acerto o candidato ganha 4 pontos e cada erro ele perde 1 ponto. Daniel respondeu a todas as questões e marcou 65 pontos. Quantas questões Daniel acertou?

12) Um bar vende suco e refresco de tangerina. Ambos são preparados misturando um concentrado com água, na razão de 1 para 3, no caso do suco, e de 1 para 6, no caso do refresco. Para preparar 7 litros de refresco, a que volume de suco devemos adicionar água?

13) Augusto, certo dia, fez compras em 5 lojas. Em cada loja, gastou metade do que possuía e, pagou na saída, R\$ 2,00 de estacionamento. Se após toda essa atividade ainda ficou com R\$ 20,00, que quantia ele tinha inicialmente?

14) Em algumas cidades, o leite era entregue nas portas das casas em garrafas de vidro. Certa vez, o leiteiro fez a seguinte promoção: ganhe uma garrafa cheia de leite trazendo quatro garrafas vazias. Então, uma pessoa desta cidade, fazendo três trocas (levou as garrafas vazias que possuía e trocou por cheias, após esvaziar as cheias fez novamente a troca e depois mais uma vez) conseguiu um total de 42 garrafas cheias. Quantas garrafas vazias possuía inicialmente esta pessoa, sabendo-se que na primeira troca não sobrou nenhuma garrafa vazia?

15) Uma loja tem sua frente e sua lateral de vidro. No interior da loja estão empilhadas várias fileiras de caixas. Uma pessoa na frente da loja consegue ver dois quintos do total das caixas e esta mesma pessoa olhando pela lateral da loja consegue ver um quarto do total de caixas. Sabendo-se que do total de caixas observado pela pessoa tanto de frente quanto de lado, 20 caixas coincidem e que a pessoa não consegue ver 90 caixas do total. Determine quantas caixas há no interior da loja?

16) Uma escola possui cinco turmas, tendo em média trinta e cinco alunos em cada turma. Sabe-se que o número de alunos de três das turmas são: 28 alunos, 34 alunos e 30 alunos e, que, das duas turmas restantes uma tem 3 alunos a mais do que a outra, determine o número de alunos destas duas turmas.

17) Uma bola é lançada verticalmente para cima e quando atinge dois quintos da altura máxima na subida ainda falta percorrer 40m até atingir a posição inicial de lançamento. Determine a altura máxima atingida pela bola.

18) Ao sair de uma festa, 3 amigos resolveram pegar um táxi. A distância da festa até a casa do primeiro amigo a descer do táxi é a mesma distância da casa do primeiro a descer até a casa do segundo e também, é a mesma distância da casa do segundo a descer até a casa do terceiro e último passageiro. Ficou combinado entre eles que cada um pagaria um valor proporcional à distância percorrida até sua casa. Sabendo-se que o preço total cobrado pelo taxista foi de 54 reais determine o valor que cada um pagou.

19) A mãe de Maria, teve quadrigêmeos e, Maria é 3 anos mais velha do que seus irmãos quadrigêmeos. A soma das idades de Maria e de seus irmãos é de 98 anos. Determine a idade de Maria.

20) Dois atletas estão correndo em uma pista circular de atletismo. Um dos atletas dá 3 voltas completas na pista e ainda corre mais 100 metros. O outro atleta dá 5 voltas completas na pista e corre mais 200 metros. Determine o comprimento da pista sabendo-se que um dos atletas andou 1100 metros a mais do que o outro.

21) Reuniram-se 20 alunos para resolver 100 questões de matemática. Doze alunos responderam uma média de 4 questões cada um e outros 5 alunos responderam uma média de 6 questões cada. Determine a média de questões respondidas pelos 3 alunos restantes sabendo-se que uma questão não foi respondida.

22) Um tijolo e meio quilo tem o mesmo peso que um quilo e meio tijolo. Determine o peso de um tijolo e meio.

23) Em uma árvore tem alguns pássaros. Sabe-se que se pousarem dois pássaros em cada galho da árvore sobra um galho e se pousar um pássaro em cada galho sobra um pássaro voando. Determine quantos pássaros tem na árvore.

Os problemas de 1 até 10 foram tirados do livro dos alunos: Matemática e Realidade: 7º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antônio Machado. – 6. ed. – São Paulo: Atual, 2009.

Os problemas 11 e 12 foram do livro Temas e Problemas Elementares, e o problema 13 foi tirado do livro A Matemática do Ensino Médio, ambos os livros do Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado.

Os problemas 14 até 21 foram criações minhas sendo que os problemas 14, 15 e 18, foram inspirados em conversas feita com o professor orientador Doutor Florêncio Ferreira Guimarães Filho.

Os problemas 22 e 23 são problemas que tive grandes dificuldades em resolver na minha fase de ensino fundamental e médio, não me recordo qual a autoria dos mesmos.

## RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS:

- 1) Idade de Luana =
- $x$
- , idade de Talita =
- $x - 26$

$$\begin{aligned}x &= 3 \times (x - 26) \\x &= 3x - 78 \\x - 3x &= 3x - 3x - 78 \\-2x &= -78 \\-2x \times (-1) &= -78 \times (-1) \\2x &= 78 \\2x \div 2 &= 78 \div 2 \\x &= 39\end{aligned}$$

Resposta: Idade de Talita:  $39 - 26 = 13$  anos. Luana terá o triplo da idade de Talita em 2014.

- 2) Idade de Rodrigo =
- $x$

$$\begin{aligned}3x - 3 &= 2x + 5 \\3x - 3 - 2x + 3 &= 2x + 5 - 2x + 3 \\x &= 8\end{aligned}$$

Resposta: A idade de Rodrigo é 8 anos.

- 3) A idade da professora quando casou:
- $x$

$$\begin{aligned}\frac{x-1}{4} + \frac{x}{3} &= 12 \\ \frac{x-1}{4} \times 12 + \frac{x}{3} \times 12 &= 12 \times 12 \\ 3x - 3 + 4x &= 144 \\ 7x - 3 + 3 &= 144 + 3 \\ 7x &= 147 \\ 7x \div 7 &= 147 \div 7 \\ x &= 21\end{aligned}$$

Resposta: A professora tinha 21 anos quando se casou.

- 4) Vamos somar uma quantidade de anos
- $x$
- à idade de Guilherme e de Gustavo.

Idade de Guilherme daqui alguns anos:  $15 + x$

Idade de Gustavo daqui alguns anos:  $12 + x$

$$15 + x + 12 + x = 61$$

$$2x + 15 + 12 - 15 - 12 = 61 - 15 - 12$$

$$2x = 34$$

$$2x \div 2 = 34 \div 2$$

$$x = 17$$

Resposta: Daqui a 17 anos a soma das idades será 61 anos.

Guilherme terá 32 anos e Gustavo 29 anos.

- 5) Descobrir primeiro o percentual comprado por Marcelo:

$$100\% - 33\% - 35\% = 32\%$$

O preço da sorveteria:  $x$ .

$$0,32x = 8192$$

$$0,32x \div 0,32 = 8192 \div 0,32$$

$$x = \frac{8192}{0,32}$$

$$x = 25.600$$

Resposta: O preço da empresa foi de R\$25.600,00.

- 6) Pontos de Marcelo:  $x$ .

Pontos de Sílvia:  $x + 18$

Pontos de Carolina:  $x + 47$

$$x + x + 18 + x + 47 = 404$$

$$3x + 18 + 47 - 18 - 47 = 404 - 18 - 47$$

$$3x = 339$$

$$3x \div 3 = 339 \div 3$$

$$x = \frac{339}{3}$$

$$x = 113$$

Resposta: Marcelo fez 113 pontos.

7) Dois números ímpares:  $x$  e  $x + 2$ .

$$x + x + 2 = 728$$

$$2x + 2 - 2 = 728 - 2$$

$$2x = 726$$

$$2x \div 2 = 726 \div 2$$

$$x = \frac{726}{2}$$

$$x = 363$$

Resposta: Um dos números é 363 e o outro é 365.

8) Votos de Hortência:  $x$ .

Votos de Rosa:  $x - 50$

Votos de Margarida:  $0,25x$

Votos válidos:  $1085 - 28 = 1057$

$$x + x - 50 + 0,25x = 1057$$

$$2,25x - 50 + 50 = 1057 + 50$$

$$2,25x = 1107$$

$$2,25x \div 2,25 = 1107 \div 2,25$$

$$x = \frac{1107}{2,25}$$

$$x = 492$$

Outra maneira de resolver esta questão:

$$x + x - 50 + 0,25x = 1057$$

$$2,25x - 50 + 50 = 1057 + 50$$

$$2,25x = 1107$$

$$2,25x(\times 4) = 1107(\times 4)$$

$$9x = 1107 \times 4$$

$$9x \div 9 = 1107 \times 4 \div 9$$

$$x = \frac{1107 \times 4}{9}$$

$$x = 123 \times 4$$

$$x = 492$$

Resposta: Hortência teve 492 votos e foi a eleita.

9) A idade de Gilda daqui alguns anos:  $14 + x$ .

A idade de Aluísio daqui alguns anos:  $4 + x$ .

$$\begin{aligned} 14 + x &= 2(4 + x) \\ 14 + x &= 8 + 2x \\ 14 + x - 2x - 14 &= 8 + 2x - 2x - 14 \\ -x &= -6 \\ -x \times (-1) &= -6 \times (-1) \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Outra maneira:

$$\begin{aligned} 14 + x &= 2 \times (4 + x) \\ 14 + x &= 8 + 2x \\ 14 - 8 + x - x &= 8 - 8 + 2x - x \\ 6 &= x \end{aligned}$$

Resposta: Daqui a 6 anos a idade de Gilda será o dobro da idade de Aluísio.

10) Três números inteiros consecutivos:  $x$ ,  $x+1$  e  $x+2$ .

$$\begin{aligned} x + x + 1 + x + 2 &= 408 \\ 3x + 1 + 2 - 1 - 2 &= 408 - 1 - 2 \\ 3x &= 405 \\ 3x \div 3 &= 405 \div 3 \\ x &= 135 \end{aligned}$$

Resposta: Os números são 135, 136 e 137.

11) Questões certas:  $x$

Questões erradas:  $25 - x$

$$\begin{aligned} 4x + (-1) \times (25 - x) &= 65 \\ 4x - 25 + x &= 65 \\ 5x - 25 + 25 &= 65 + 25 \\ 5x &= 90 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Resposta: Daniel acertou 18 questões.

12) Suco:  $x$  de concentrado para  $3x$  de água.

Refresco:  $y$  de concentrado para  $6y$  de água.

1º) Descobrir qual a quantidade de concentrado e de água em 7 litros de refresco.

$$y + 6y = 7$$

$$7y = 7$$

$$7y \div 7 = 7 \div 7$$

$$y = \frac{7}{7}$$

$$y = 1$$

Temos 1 litro de concentrado e 6 litros de água em 7 litros de refresco.

2º) Pelo que vimos acima os 7 litros de refresco contém 1 litro de concentrado. Como, no suco para cada litro de concentrado existem 3 litros de água, basta utilizar 4 litros de suco e acrescentarmos 3 litros de água.

13) Valor que Augusto possuía ao entrar na primeira loja:  $x$ .

Valor que Augusto possui ao sair da primeira loja:  $0,5x$

Valor que Augusto possui ao sair da segunda loja:  $0,5 \times 0,5x$

Seguindo a idéia apresentada acima temos que Augusto sairá da quinta loja com  $(0,5)^5 x$ .

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)x - 2 = 20$$

$$\frac{1}{32}x - 2 + 2 = 20 + 2$$

$$\frac{1}{32}x = 22$$

$$\frac{1}{32}x(\times 32) = 22(\times 32)$$

$$x = 704$$

Resposta: Augusto tinha ao entrar na primeira loja R\$704,00.

14) Quantidade de garrafas vazias inicialmente:  $x$

Quantidade de garrafas após a primeira troca:  $x \div 4$

Quantidade de garrafas após a segunda troca:  $x \div 16$

Quantidade de garrafas após a terceira troca:  $x \div 64$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{16} + \frac{x}{64} = 42$$

$$\frac{x}{4} \times 64 + \frac{x}{16} \times 64 + \frac{x}{64} \times 64 = 42 \times 64$$

$$16x + 4x + x = 2688$$

$$21x = 2688$$

$$21x \div 21 = 2688 \div 21$$

$$x = 128$$

Resposta: Inicialmente a pessoa tinha 128 garrafas vazias.

15) Total de caixas:  $x$

Visão da frente da loja:  $\frac{2}{5}x$ .

Visão lateral da loja:  $\frac{1}{4}x$

Caixas vistas nas duas posições: 20

Total de caixas que a pessoa consegue ver:  $\frac{2}{5}x + \frac{1}{4}x - 20$

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{4}x - 20 + 90 = x$$

$$\frac{2}{5}x(\times 20) + \frac{1}{4}x(\times 20) + 70 \times 20 = x(\times 20)$$

$$8x + 5x + 1400 = 20x$$

$$8x + 5x - 8x - 5x + 1400 = 20x - 8x - 5x$$

$$1400 = 7x$$

$$1400 \div 7 = 7x \div 7$$

$$200 = x$$

Resposta: Ao todo tem 200 caixas na loja.

- 16) Número de alunos das duas turmas restantes:  $x$  e  $x+3$

Número total de alunos:  $5 \cdot 35 = 175$  alunos.

$$x + x + 3 + 28 + 34 + 30 = 175$$

$$2x + 95 = 175$$

$$2x + 95 - 95 = 175 - 95$$

$$2x = 80$$

$$2x \div 2 = 80 \div 2$$

$$x = 40$$

Resposta: As turmas possuem 40 e 43 alunos.

- 17) Altura máxima:  $x$

Distância total percorrida:  $2x$

$$2x - \frac{2}{5}x = 40$$

$$2x(\times 5) - \frac{2}{5}x(\times 5) = 40(\times 5)$$

$$10x - 2x = 200$$

$$8x = 200$$

$$8x \div 8 = 200 \div 8$$

$$x = 25$$

Resposta: A altura máxima é 25 metros.

- 18) Valor cobrado por cada percurso:  $x$

Valor pago por cada passageiro:  $x$ ,  $2x$  e  $3x$ .

$$x + 2x + 3x = 54$$

$$6x = 54$$

$$6x \div 6 = 54 \div 6$$

$$x = 9$$

Resposta: Os valores pagos foram: 9, 18 e 27 reais.

- 19) Idade de um dos irmãos de Maria:  $x$

Idade de Maria:  $x + 3$

$$4x + x + 3 = 98$$

$$5x + 3 - 3 = 98 - 3$$

$$5x = 95$$

$$5x \div 5 = 95 \div 5$$

$$x = 19$$

Resposta: Maria tem 22 anos.

20) Medida de uma volta completa:  $x$

$$5x + 200 - (3x + 100) = 1100$$

$$5x + 200 - 3x - 100 = 1100$$

$$2x + 100 = 1100$$

$$2x + 100 - 100 = 1100 - 100$$

$$2x = 1000$$

$$2x \div 2 = 1000 \div 2$$

$$x = 500$$

Resposta: Uma volta completa mede 500 metros.

21) Número de questões respondidas pelos 12 alunos:  $4 \times 12 = 48$

Número de questões respondidas pelos 5 alunos:  $6 \times 5 = 30$

Média de questões respondidas pelos 3 alunos:  $x$

Número de questões respondidas pelos 3 alunos:  $3x$

$$48 + 30 + 3x = 100 - 1$$

$$3x + 78 = 99$$

$$3x + 78 - 78 = 99 - 78$$

$$3x = 21$$

$$3x \div 3 = 21 \div 3$$

$$x = 7$$

Resposta: Os três alunos responderam uma média de 7 questões.

22) Peso de um tijolo:  $x$  kg

$$x + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}x$$

$$x(\times 2) + \frac{1}{2}(\times 2) = 1(\times 2) + \frac{1}{2}x(\times 2)$$

$$2x + 1 = 2 + x$$

$$2x + 1 - 1 - x = 2 + x - 1 - x$$

$$x = 1$$

Resposta: Cada tijolo pesa 1kg, logo, um tijolo e meio pesa um quilo e meio.

23) Número de pássaros:  $x$

Número de galhos quando estão pousados dois pássaros por galho:  $\frac{x}{2} + 1$

Número de galhos quando está pousado um pássaro por galho:  $x - 1$

$$\frac{x}{2} + 1 = x - 1$$

$$\frac{x}{2} \times 2 + 1 \times 2 = x \times 2 - 1 \times 2$$

$$x + 2 = 2x - 2$$

$$x - x + 2 + 2 = 2x - x - 2 + 2$$

$$4 = x$$

Resposta: Nesta árvore tem 4 pássaros.

### 3.5. Análise Comparativa das Turmas

A História da Matemática forneceu contribuições que realmente interferiram na compreensão das equações de 1º grau. A contextualização, a interação com o cotidiano, a interdisciplinaridade, a motivação foram os fatores que mais transpareceram no decorrer das aulas desenvolvidas no 7º ano A. Claro que os subsídios que este recurso fornece são muitos, mas os mencionados em especial, foram os que mais colaboraram na compreensão do conteúdo abordado.

Os subsídios fornecidos pelo contexto histórico apareceram meio que entrelaçados, a cada etapa que desenvolvíamos, eles intervinham favoravelmente na aprendizagem dos alunos, aguçando sua curiosidade, abrindo espaço para a investigação, os debates, e desta forma, permitindo que o próprio estudante formulasse o conceito, através dos dados e informações que recebia e buscava.

Por meio desta ferramenta que é a História da Matemática, percebeu-se que todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem têm a oportunidade de enxergar uma matemática humana, e muito mais integrada a vivência fora do âmbito escolar, fato este que contribui para a formação do estudante enquanto membro integrante de uma sociedade repleta de diversidade e descobertas.

A interferência favorável da História da Matemática pode ser observada ao se comparar os dados obtidos através das avaliações realizadas nas duas turmas onde ocorreram à abordagem do conteúdo. Por meio destes dados, foi possível ver claramente o quanto este recurso foi favorável na abordagem das equações de 1º grau.

Nesta etapa trazem-se os dados das avaliações aplicadas aos alunos, a fim de comparar o desempenho de cada turma. Seguiram-se os critérios avaliativos da escola em questão a média de cada avaliação, que é de 60% do total de pontos. É válido ressaltar que as atividades avaliativas encontram-se nos anexos e sua consulta norteia o entendimento dos gráficos. Os gráficos da primeira avaliação mostram que no 7º ano A, onde o conteúdo de equações foi desenvolvido com o uso da História da Matemática como recurso didático, o desempenho dos alunos foi melhor, pois de 22 alunos apenas 27% tiraram nota abaixo de 3 pontos e 73% acima

de 3 pontos em uma avaliação de 5 pontos, enquanto no 7º ano B, dos 21 alunos apenas 38% ficaram acima de 3 pontos e 62% ficaram com notas abaixo dos 3 pontos na mesma avaliação.

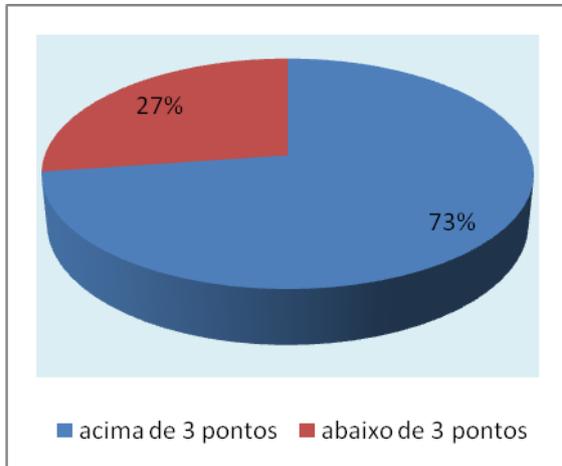


Gráfico 05 – Média da 1ª avaliação - 7º ano A.

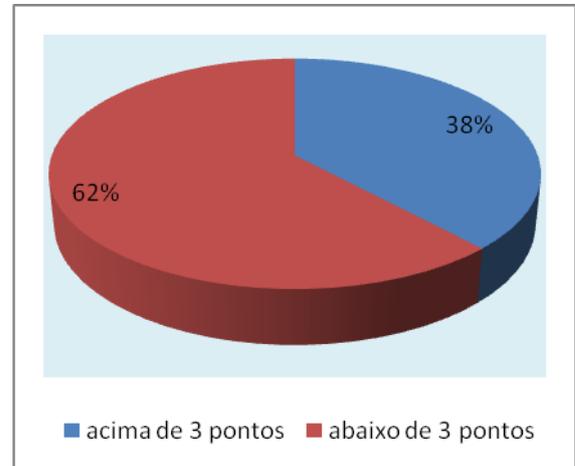


Gráfico 06 – Média da 1ª avaliação - 7º ano B.

Na segunda avaliação o resultado continuou surpreendendo sendo que no 7º ano A, apenas 23% alunos ficaram abaixo de 3 pontos e 77% acima de 3 pontos, enquanto o 7º ano B, apenas 52% ficaram acima de 3 pontos e 48% abaixo.

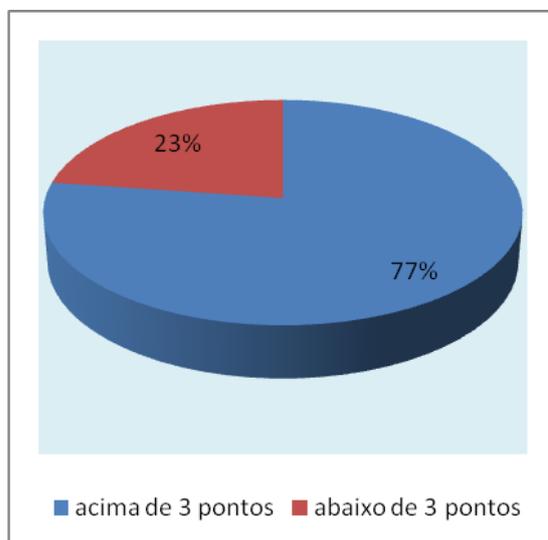


Gráfico 07 – Média da 2ª avaliação - 7º ano A.

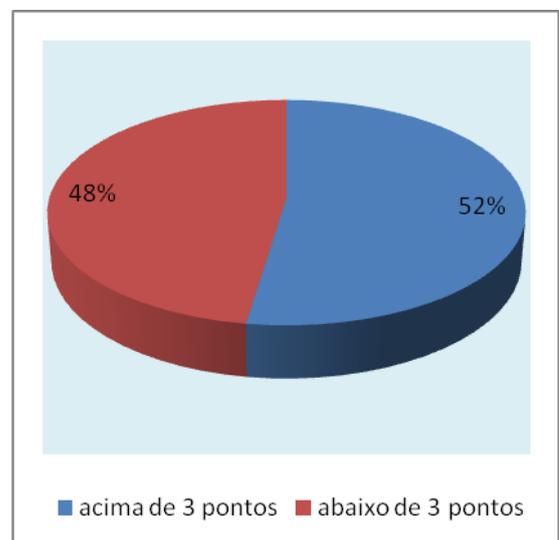


Gráfico 08 – Média da 2ª avaliação - 7º ano B.

A terceira avaliação teve peso 10 pontos e dos 22 alunos do 7º ano A, 77% ficaram acima de 6 pontos e 23% abaixo de 6 pontos, já no 7º ano B 48% ficaram acima de 6 pontos e 52% abaixo de 6 pontos.

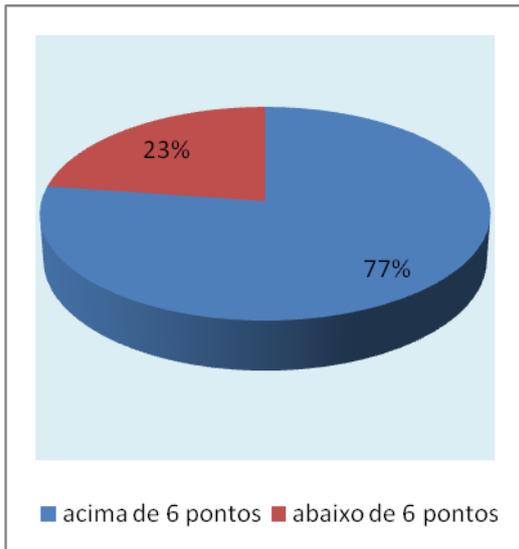


Gráfico 09 – Média da 3ª avaliação - 7º ano A.

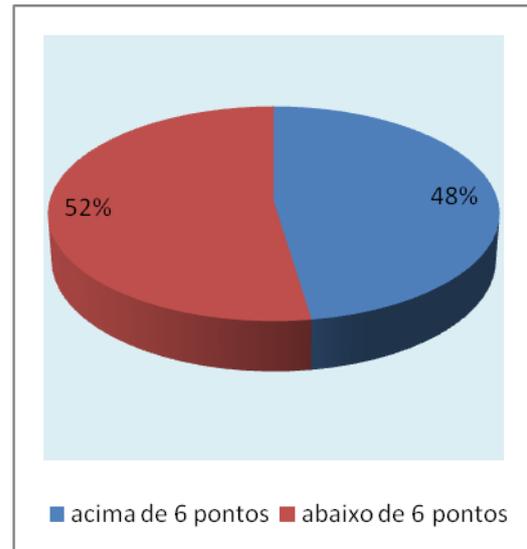


Gráfico 10 – Média da 3ª avaliação - 7º ano B.

Depois de aplicadas as três avaliações nas duas turmas, as notas de cada aluno foram somadas e divididas por dois, gerando como resultado dados para determinar uma média ao final das três avaliações. Portanto, apresenta-se no gráfico 11 a porcentagem de alunos do 7º ano A que ficaram acima e abaixo da média e no gráfico 12 a porcentagem de alunos do 7º ano B que ficaram acima e abaixo da média.

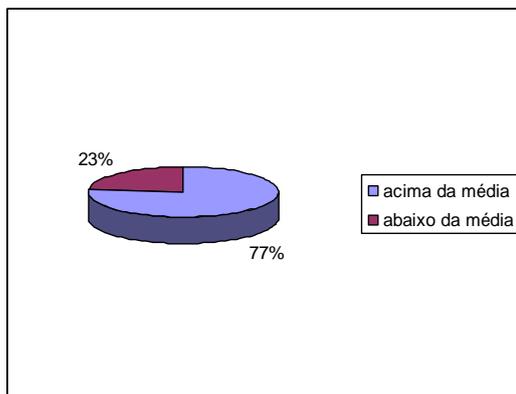


Gráfico 11 – Aproveitamento médio do 7º ano A nas três avaliações.

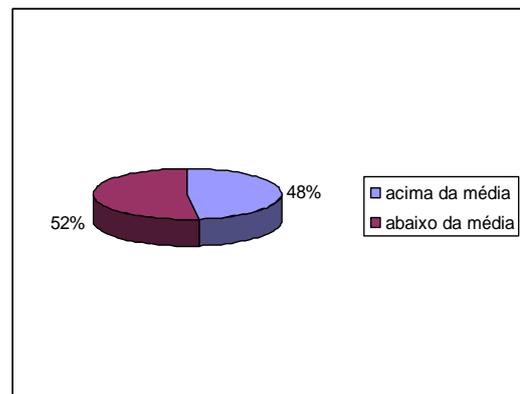


Gráfico 12 – Aproveitamento médio do 7º ano B nas três avaliações.

Como foi possível perceber, a História da Matemática modificou favoravelmente o resultado referente ao produto final produzido pelos alunos, o auxílio deste recurso permitiu a formalização do conceito feita pelo próprio estudante a partir dos fatos históricos que deram origem as equações de 1º grau, a contextualização das equações, a motivação das aulas, a interdisciplinaridade da matemática e uma

compreensão mais humana de um conceito algébrico. A abordagem deste conceito tendo como recurso seu contexto histórico contribuiu para o desenvolvimento intelectual do estudante e dessa maneira para sua formação enquanto cidadão.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso da História da Matemática na abordagem de seus conceitos promove os saberes matemáticos, como produtos da humanidade, construídos ao longo de toda a trajetória humana, por todos os povos, que contribuíram à sua maneira, com a sua cultura, gerando diversidade e conhecimento.

Dessa forma, acredita-se que a História da Matemática pode e deve ser abordada de diferentes maneiras pelo educador, que ao usufruir desse conhecimento contribui não só para o desenvolvimento do conceito, mas também para a formação do estudante enquanto cidadão, pois a História da Matemática revela novos modos de pensar que enriquecem o intelecto humano. E abordar as equações de 1º grau, de forma contextualizada por meio de sua história, produz efeito desmistificador, tornando-as mais humanas e interligadas ao cotidiano do estudante.

As atividades desenvolvidas com o aporte histórico permitiram aos estudantes do 7º ano A uma compreensão diferenciada das equações do 1º grau, as contribuições matemáticas fornecidas pelas antigas civilizações despertou a curiosidade dos alunos e permitiram que uma matemática humana fosse apresentada aos estudantes. Os fatores positivos, que confirmam as potencialidades mencionadas no corpo desse trabalho, nos permitiram concluir que a História da Matemática é um recurso didático que contribui para o ensino aprendizagem das equações de 1º grau. Por meio deste recurso é possível perceber, que o contexto algébrico, que envolve as equações de 1º grau estudadas hoje percorreu um longo caminho na história da humanidade.

Constatou-se que o aporte histórico da matemática nas aulas desenvolvidas, tornou a aprendizagem mais significativa e interessante. O resultado foi favorável, pois, os alunos aprenderam a resolver equações e desenvolver pensamento algébrico através da experiência e da reflexão. Logo, o uso da História da Matemática possibilitou uma compreensão adequada das equações de 1º grau, de forma significativa, valorizando mais a natureza cognitiva conceitual, do que a aplicação de regras, sendo de fundamental importância para a vida escolar e, portanto, profissional e pessoal dos alunos.

## REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. **A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática.** In: BICUDO, M. A.(org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.* São Paulo: UNESP. 1999. p. 129-136.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas.** 2. ed. São Paulo: Bhucher, 2010.

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo. Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 2001.

BYERS, V. **Porque estudar a História da Matemática.** International Journal Mathematics Education, Science and Technologie, 1992.

CAVALCANTE, Luiz G. **Para saber Matemática.** 2. ed. Saraiva, 2002.

D'AMBROSIO. Beatriz. **Reflexões sobre a História da Matemática na formação de professores.** *Revista Brasileira de História da Matemática*, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria a prática.** 14. ed. Campinas. São Paulo: Papyrus, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática.** Coleção: Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, São Paulo: Papyrus, 1996.

FARAGO, Jorge Luiz. **Do ensino da História da Matemática à sua contextualização para uma aprendizagem significativa**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Santa Catarina Florianópolis, 2003.

GARBI, Gilberto G. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática** São Paulo: Livraria da Física, 2007.

GARBI, Gilberto G. **O romance das equações algébricas**. 2.ed. São Paulo: Livraria da Física. 2007.

GASPARETTO, Maria M. **Uma Proposta didático-pedagógica comunicativa para o ensino de equações de 1º grau**. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. 12 p. 2005.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo : Atlas, 2002

GROENWALD, Claudia L.S. **Perspectivas em Educação Matemática**. Canoas: Ulbra, 2004.

LUTZ, Michele Mello. **A História da Matemática no contexto didático**. Universidade Católica de Brasília. 8 p. 2006.

MATOS, Veranice R. B. **Uma abordagem de equação do 1º grau no ensino fundamental**. Faculdade integradas de Jacarepaguá. Dissertação. 51 p. 2008.

MELARA, Rejane. **O ensino de Equações do 1º grau com significação: uma experiência prática no ensino fundamental**. 30 p. 2009.

MENDES, Iran A., **A investigação histórica como agente da cognição Matemática na sala de aula**. Iran A. In: MENDES, Iran A. (org.) *A História como um agente de cognição na educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 79-136.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores.** UNICAMP, 1997, p. 73-103.

MIGUEL...et al. **História da Matemática em Atividades Didáticas.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIORIM, Miguel A. **Introdução á História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

NOBRE, S. **Alguns “porquês” na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática.** *Cadernos CEDES* n.40. *História e Educação Matemática.* Campinas, SP: Papyrus, 1996. p.29-35.

SILVA,Célia M. **Concepções de professores de matemática sobre a utilização da história da matemática no processo e ensino aprendizagem.** Universidade Federal de Ouro Preto. 13 p. 2007.

SANTOS, Carlos Alexandre O.; BORGES, Marcos Francisco. **Evolução da simbologia algébrica: Um passeio pela história evolutiva do pensar matemático humano.** Universidade do Estado de Matogrosso. 12p. 2008.

**ANEXOS**

**Questionário 1**

1) Qual a sua idade? \_\_\_\_\_

2) A matemática é uma disciplina difícil?

sim  não

3) Como você classifica as aulas de Matemática?

aulas descontextualizadas (não existe relação do conteúdo ensinado com seu dia-a-dia)

aulas dinâmicas (prazerosas, com jogos, brincadeiras, histórias que enriquecem as aulas)

aulas desmotivadoras (cansativas, com o uso apenas do livro didático como recurso)

4) Na sua opinião, os conteúdos das aulas de matemática estão sendo utilizados em seu dia-a-dia?

sim, todos estão

somente alguns

não

5) Quais os métodos utilizados pelo seu professor na aprendizagem dos conteúdos?

explica matéria e passa exercícios sem a utilização do livro didático.

explica e passa exercícios com a utilização do livro didático.

desenvolve jogos e aulas diferenciadas quando possível.

aborda todos os itens anteriores.

6) O seu professor já desenvolveu aulas com a História da Matemática?

sim  não

7) Qual a frequência da abordagem da História da Matemática nas aulas?

sempre  raramente  nunca

8) Você lê os tópicos referentes à História da Matemática expressas nos livros didáticos?

Sim  Não  as vezes

**9) Informações históricas facilitam na compreensão de conteúdos referente à Matemática?**

Sim                       Não                       as vezes

**10) Conhecer como os conteúdos se desenvolvem tornaria a aula mais interessante?**

Sim                       Não                       não sei



**12) Você considera importante o conhecimento da História da Matemática? Justifique.**

---

---

---

---

---

**13) Na sua perspectiva, quais os principais objetivos buscados, ao se utilizar um recurso para inovar a metodologia de ensino?**

---

---

---

---

---

**14) Você considera que a História da Matemática na qualidade de recurso seja capaz de alcançar os objetivos por você acima citados? Justifique.**

---

---

---

---

---

**15) De forma você aborda ou já abordou as equações de 1º grau?**

---

---

---

---

---

**16) Do seu ponto de vista a História da Matemática seria um recurso favorável na abordagem das equações de 1º grau? Justifique.**

---

---

---

---

---

### Atividade Avaliativa 1

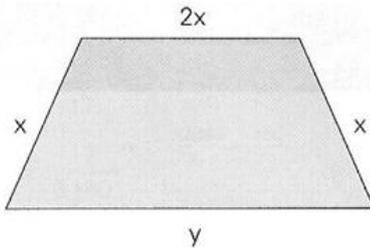
1. Escreva a expressão algébrica que representa cada situação seguinte, considerando cada valor desconhecido como sendo  $x$ . (1,5)\_\_\_\_\_
  - a) Uma pessoa tem sua massa aumentada em 6 kg. Qual é a sua nova massa? \_\_\_\_\_
  - b) Em doze horas o número de bactérias de uma colônia duplicou. Qual a quantidade de bactérias após 12 horas? \_\_\_\_\_
  - c) Carlos teve um prejuízo de R\$ 200,00 na venda de sua moto. Qual o valor de venda da moto? \_\_\_\_\_
  - d) Um retângulo tem seu comprimento igual ao dobro de sua largura. Quais as dimensões desse retângulo? \_\_\_\_\_
  
2. Um táxi cobra R\$ 5,00 a bandeira e mais R\$ 2,50 por quilômetro rodado. Denominando por  $y$  o quilômetro rodado, responda: (1,0)\_\_\_\_\_
  - a) Qual a expressão algébrica que representa essa situação? \_\_\_\_\_
  - b) Quanto pagará uma pessoa que necessita deslocar-se 12 Km? \_\_\_\_\_
  
3. Comparando a média dos animais citados a seguir constatou-se que: (1,5)\_\_\_\_\_
  - Um beija-flor tem a quinta parte da massa de um pardal.
  - Um hamster tem 20 g a mais que o dobro da massa de um pardal.
  - Um rato tem nove vezes a massa de um pardal.
  - Um hipopótamo tem o sêxtuplo da massa de um dromedário.
  - Uma vaca tem 200 kg a mais que a massa de um dromedário.

Representado por  $p$  gramas a massa do pardal e  $d$  quilogramas a massa de um dromedário, escreva a expressão algébrica que representa a massa de cada animal citado. Circule com lápis de mesma cor os termos semelhantes das expressões algébricas.

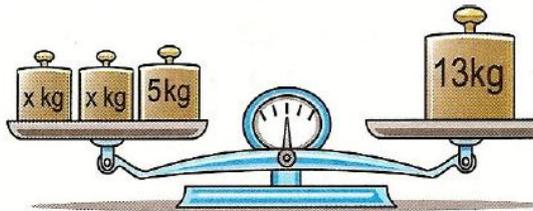
4. Simplifique as expressões algébricas a seguir: (1,0)\_\_\_\_\_
  - a)  $3x + 4 - 7x + 2a - 3 + 5a$
  - b)  $- 5xy + 3xy - 7 + 2x - 12 - 2x$
  - c)  $7n^2 - 2n + 11n - 2n^2 + 1$
  - d)  $\frac{1}{3}x^3y - xy^3 + \frac{4}{5}xy^3$

## Atividade Avaliativa 2

1. Observe o trapézio e considere  $x = 10$  cm e  $y = 28$  cm. (1,0)\_\_\_\_\_



- a) Escreva uma expressão algébrica que permita determinar seu perímetro.
- b) Quantos centímetros têm o perímetro desse trapézio?
2. Meus amigos vão passar o fim de semana em minha casa, por isso minha mãe fará uma salada de frutas deliciosa. Fomos à feira e compramos 6 kg de frutas, sabendo que cada quilograma custa R\$ 3,60, quanto pagamos pelos 6 kg de frutas? (1,0)\_\_\_\_\_
3. Fábria tem cinco anos a mais que Marcela. A soma da idade de ambas é igual a 39 anos. Qual é a idade de cada uma? (1,0)\_\_\_\_\_
4. Marcos e Plínio possuem juntos R\$ 350,00. Marcos tem a mais que Plínio R\$ 60,00. Quanto tem cada um? (1,0)\_\_\_\_\_
5. Considere a balança em equilíbrio na figura. (1,0)\_\_\_\_\_



O valor representado pela letra  $x$  é \_\_\_\_\_.

### Atividade Avaliativa 3

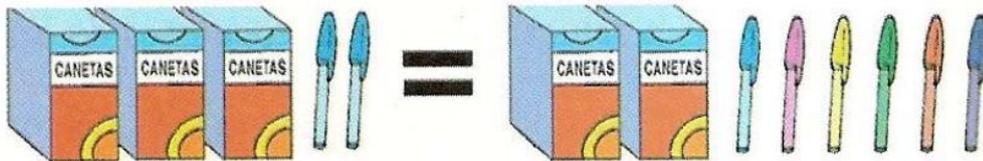
1. Complete a tabela corretamente, como no exemplo: (1,5)\_\_\_\_\_

EQUAÇÃO	INCÓGNITA(S)	1º MEMBRO	2º MEMBRO
$3x + 2 = 5y - 7$	x, y	$3x + 2$	$5y - 7$
$t^2 - 1 = 7t + 2$			
$m + 2n = 5 - 4m$			
$10a - 3 = 7a$			
$4p - 3 = q + 1$			

2. Verifique se o número  $-1$  é raiz das equações abaixo: (1,0)\_\_\_\_\_

A	$3x - 40 = x - 42$	B	$15 - 3x = x + 19$	C	$10x - 6x + 8 = x - 2x$
---	--------------------	---	--------------------	---	-------------------------

3. As caixas abaixo têm o mesmo número canetas coloridas: (1,0)\_\_\_\_\_

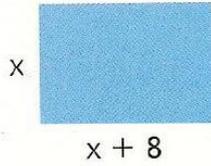


- a) Qual é a equação que determina o número de canetas em cada caixa?  
 b) Quantas canetas há em cada caixa?
4. Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada caixa pesa 2 kg. Quanto pesa cada garrafa? (1,5)\_\_\_\_\_



5. Três filhos recebem mesadas; o mais velho recebe o dobro do que o segundo recebe, e este o dobro do que o mais moço recebe. Sendo o total da mesada de R\$70,00, quanto recebe cada um? (1,5)\_\_\_\_\_

6. O perímetro de um retângulo mede 92 cm. Quais são as medidas, sabendo-se que o comprimento tem 8 cm a mais que a largura? (1,5)\_\_\_\_\_



7. Em uma fábrica, um terço dos empregados são estrangeiros e 72 empregados são brasileiros. Quantos são os empregados da fábrica? (1,0)\_\_\_
8. O dobro de um número, mais a sua terça parte, mais sua quarta parte somam 31. Determine o número. (1,0)\_\_\_\_\_