



PROFMAT
Mestrado Profissional
em Matemática



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO

Educação Financeira:

Proposta de um curso para Docentes de Matemática do Ensino Médio

Viviane da Silva Olivares

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pelo Prof. Dr. Amari Goulart.

IFSP
São Paulo
2021



PROFMAT
Mestrado Profissional
em Matemática



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO
IFSP**

VIVIANE DA SILVA OLIVARES

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA:
PROPOSTA DE UM CURSO PARA DOCENTES DE
MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**

Orientador: Prof. Dr. AMARI GOULART

**Dissertação de mestrado apresentada
como parte dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Matemática, junto ao Programa
de Pós-Graduação Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional, Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo,
Campus São Paulo.**

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO
DEFENDIDA PELA ALUNA VIVIANE DA SILVA OLIVARES,
E ORIENTADA PELO PROF. DR. AMARI GOULART

SÃO PAULO, 2021

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO CÂMPUS SÃO PAULO APÓS A DEFESA E DURANTE A PREPARAÇÃO DA VERSÃO FINAL.

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

o48e	<p>Olivares, Viviane da Silva</p> <p>Educação financeira: proposta de um curso para docentes de matemática do ensino médio / Viviane da Silva Olivares. São Paulo: [s.n.], 2021. 255 f.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Amari Goulart</p> <p>Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2021.</p> <p>1. Educação Financeira. 2. Formação de Professores. 3. Matemática Financeira. 4. Letramento Financeiro. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.</p>
------	---

CDD 510

VIVIANE DA SILVA OLIVARES

EDUCAÇÃO FINANCEIRA:
PROPOSTA DE UM CURSO PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada e aprovada em 22 de novembro de 2021 como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao programa de Pós-graduação- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus São Paulo.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Amari Goulart

IFSP – Campus São Paulo

Orientador e Presidente da Banca

Prof. Dr. Emiliano Augusto Chagas

IFSP – Campus São Paulo

Membro da Banca

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistermann Júnior

UFJF – Universidade Federal de Juiz de Fora

Membro da Banca

Na vida as coisas, às vezes, andam muito devagar.
Mas o importante é não parar.
Mesmo um pequeno avanço na direção certa já é um progresso,
Se não conseguir fazer uma coisa grandiosa hoje,
Faça alguma coisa pequena e
Continue caminhando com objetivo, rumo e foco.
E então o que parecia fora de alcance esta manhã
Vai parecer um pouco mais próximo na manhã seguinte
A cada momento intenso e apaixonado
Dedicado a seus objetivos,
Mais próximo estará dele.
E então siga
Jamais desperdice a base construída.
Vá rápido quando puder.
Vá devagar quando for necessário.
Mas, seja lá o que for, continue.
O importante é não parar.
Siga em frente.
Acredite.
Não desista.
No final.
Você irá conseguir.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela realização deste trabalho, sem ele eu não conseguiria concluí-lo.

Agradeço a todos que contribuíram para a realização destes afazeres, principalmente a minha mãe por ter sido meu maior apoio em todos os meus momentos de estudo e por ter me ajudado quando eu mais precisei, principalmente, cuidando de meu maior presente, minha filha Lívia. Filha, mesmo tão pequena agradeço por ter sido tão compreensiva, por estar comigo enquanto eu estudava e até mesmo por ter me acompanhado durante todo esse percurso. Renato, obrigada por sua parceria nessa jornada.

A minha família por sempre estarem comigo colaborando, incentivando e compreendendo alguns momentos de ausência. Em especial aos meus sobrinhos Valentina e Lorenzo que fizeram das férias da Lívia sempre momentos mais felizes.

Agradeço a todos os meus amigos que participaram direta e indiretamente para a conclusão desta obra e por sempre terem me apoiado ou motivado. Agradeço aos amigos que o mestrado me trouxe, principalmente a Paty e a Rita vocês foram especiais e essenciais em todo esse curso.

Aos professores do Profmat, Leandro Albino, Emiliano Chagas, Luciano Magrini, Henrique Carvalho, Valéria Luchetta e Lucas Casanova, pelas discussões e aprendizagens durante as aulas e principalmente ao professor Amari Goulart pela valorosa orientação, dedicação e pelo incentivo para a conclusão do presente trabalho.

Por fim minha gratidão, por não ter desistido por ter tido apoio e estar aqui nesse momento concluindo esse grande desafio.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é oferecer uma base de conhecimentos em Educação Financeira, para docentes do ensino médio, pois um dos maiores desafios do desenvolvimento da Educação Financeira nas escolas passa pela necessidade de capacitação dos professores das redes de ensino. Neste trabalho será apresentado o desenvolvimento do conceito de Educação Financeira, as estratégias nacionais para a inserção de tal tema nas escolas brasileiras, desde a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) até a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Serão realizados esclarecimentos em relações aos conceitos de Educação Financeira, a necessidade de uma educação crítica, com foco na cidadania e o uso da matemática financeira como ferramenta de aprendizagem para a Educação Financeira. A apresentação de temas, tais como Planejamento Financeiro, juros simples e composto, rendas uniformes, Taxa básica de Juros (SELIC), inflação, Imposto de Renda, Crédito e Investimentos, será complementada pela abordagem de situações problemas reais, do cotidiano, atreladas a estes tópicos apresentando a matemática relacionada com tema como meio de desenvolvimento da habilidade financeira. Nota-se que o objetivo deste trabalho é desenvolver nos docentes um modo de pensar financeiramente mais crítico, contribuindo para sua conscientização em Educação Financeira de modo a contribuir com os elementos essenciais na formação dos docentes, colaborando assim para o desenvolvimento de alunos alfabetizados financeiramente, críticos e capazes de fazerem escolhas financeiras saudáveis.

Palavras-chaves: Formação de Professores, Educação Financeira, Matemática Financeira, Letramento Financeiro, Cidadania Financeira.

ABSTRAT

The objective of this work is to offer a knowledge base in Financial Education for high school teachers, as one of the biggest challenges in the development of Financial Education in schools is the need to train teachers from the different education systems. This work presents development of the concept of Financial Education, the national strategies for the insertion of this topic in Brazilian schools, from the Law of Guidelines and Bases (from Portuguese: Leis de Diretrizes e Bases - LDB) to the Common National Curriculum Base (from Portuguese: base Nacional Comum Curricular - BNCC). Clarifications will be made regarding the concepts of financial education, the need for critical education with a focus on citizenship and the use of financial mathematics as a learning tool for Financial Education. The presentation of topics such as Financial Planning, simple and compound interest, uniform income, Basic Interest Rate (also known as SELIC – a Brazilian federal funds rate), inflation, Income Tax, Credit and Investments, will be complemented by addressing real, everyday problem situations linked to these topics, presenting subject-related math as a means of financial skill development. It should be noted that the objective of this work is to develop in teachers a more financially critical way of thinking, adding to their awareness of financial education in order to contribute with the essential elements in the training of teachers, thus contributing to the development of financially literate students, Who are critical thinkers able to make healthy financial choices.

Keywords: Teacher Training, Financial Education, Financial Mathematics, Financial Literacy, Financial Citizenship.

LISTA DE ABREVIÇÕES E SIGLAS

AEF – Brasil	Associação de Educação Financeira do Brasil
ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
ASI	Análise Estatística Implicativa
B3	Bolsa do Brasil
BCB	Banco Central do Brasil
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CDB	Certificado Depósito Bancário
CEF	Caixa Econômica Federal
CET	Custo Efetivo Total
CLT	Consolidação das Leis do Trabalho
CMN	Conselho Monetário Nacional
CNC	Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo
CNDL	Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas
CNSeg	Confederação Nacional das Seguradoras
CONEF	Comitê Nacional de Educação Financeira
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
EM	Ensino de Matemática
ENEF	Estratégia Nacional para Educação Financeira
FEBRABAN	Federação Brasileira de Bancos
FGC	Fundo Garantidor de Créditos
FGTS	Fundo de Garantia do Tempo de Serviço
HTC	Horários de Trabalho Coletivo
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social
IPVA	Imposto sobre Propriedades de Veículos Automotores
IPTU	Imposto Predial e Territorial Urbano
IRPF	Imposto de Renda Pessoa Física
LCA	Letras de Crédito do Agronegócio
LCI	Letra de Crédito Imobiliário
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC	Ministério da Educação
OBEP	Olimpíadas Brasileira de Educação Financeira
OCDE	Organização para a Cooperação do Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PEIC	Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor
PEF	Programa de Educação Financeira
PGBL	Plano Gerador de Benefícios Livres
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
RPPS	Regime Próprio de Previdência Social
SAC	Sistema de Amortização Constante
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SFN	Sistema Financeiro Nacional
SPC Brasil	Serviço de Proteção ao Crédito
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
TR	Taxa Referencial
VGBL	Vida Gerador de Benefícios Livres

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Média de Proficiência por gênero em Educação Financeira – PISA 2018	32
Figura 2: Eixos norteadores para Educação Financeira segundo Silva e Powell	67
Figura 3: Cidadania Financeira	69
Figura 4: Dimensões espacial e temporal da Educação Financeira.....	85
Figura 5: Âmbito Individual da Educação Financeira	86
Figura 6: Sete Objetivos para a Educação Financeira	87
Figura 7: Decágono de Competências.....	88
Figura 8: A corrida dos ratos financeira	92
Figura 9: Relação dos juros com as linhas de créditos e com investimento	94
Figura 10: Processo de escolha de um financiamento veicular com uso consciente da linha de crédito	97
Figura 11: Consumismo social.....	98
Figura 12: Escolhas são as engrenagens da filosofia de vida financeira	101
Figura 13: Resultado da pesquisa do SPC sobre como são compostas as reservas financeiras.	103
Figura 14: Resultado da pesquisa citada do SPC sobre como são guardadas as reservas financeiras.	104
Figura 15: Diferença entre Endividamento e Inadimplência.....	105
Figura 16: Endividamento Excessivo	105
Figura 17: Tétrade da Gestão Financeira	108
Figura 18: A relação entre sonhos e projetos	111
Figura 19: Composição do Objetivo Financeiro para a realização de um projeto	113
Figura 20: Quatro etapas para a elaboração do orçamento financeiro segundo BCB.....	117
Figura 21: Orçamento Familiar.....	118
Figura 22: Quatro Pilares da administração do dinheiro	122
Figura 23: Mídia e meios de comunicação – O poder da mídia na influência do consumo.....	124
Figura 24: Como consumidores podem avaliar a tomada decisões.....	126
Figura 25: Consumismo X Consumo Consciente.....	127
Figura 26: Uso consciente das linhas de crédito	129
Figura 27: Fluxo da necessidade de compra de produtos e o processo de avaliação	131
Figura 28: Fluxo da necessidade de compra de produtos, processo de avaliação e a melhor forma de pagamento.....	132
Figura 29: Passos para o controle do endividamento financeiro.....	134
Figura 30: Avaliação de despesas para auxiliar na eliminação de dívidas.	135
Figura 31: Ato de poupar associado a simbologia do cofrinho	136
Figura 32: Tríade dos Investimentos	138
Figura 33: Investimentos e o nível de risco atrelado.	140
Figura 34: Missão do FGC.....	141
Figura 35: Simbologia de Proteção ao seu dinheiro associado ao FGC.....	142
Figura 36: Planejamento para a aposentadoria	144
Figura 37: Os quatro estágios da independência financeira	145
Figura 38: Cupom de Desconto de 20% em compras de livros no site Submarino	152
Figura 39: Dicas para aproveitar uma liquidação de forma consciente.....	158

Figura 40: Contribuição do INSS por faixa salarial	164
Figura 41: Análise de Caso: Diferenças entre Juros Simples e Juros Compostos.....	181
Figura 42: Capitalizações a Juros Simples e Compostos no intervalo $[0, 1]$	182
Figura 43: Comparação entre as linhas de crédito: Cheque Especial, Cartão de Crédito e Crédito Pessoal.....	185
Figura 44: Acordo Coletivo para reajustes salariais dos bancários em 2021	188
Figura 45: Representação gráfica de um Fluxo de Caixa.....	197
Figura 46: Representação gráfica para o exercício proposto de fluxo de Caixa	198
Figura 47: Representação gráfica da equivalência de capitais a Juros Simples	199
Figura 48: Representação gráfica da equivalência de capitais a Juros Compostos	200
Figura 49: Informações das aplicações disponíveis para planejar o pagamento o IPVA 2022 .	213
Figura 50: Informações do Veículo referente ao pagamento do IPVA 2021	213
Figura 51: Informações do modelo do Veículo.	213
Figura 52: Valor Atual do Veículo - tabela FIPE.....	214
Figura 53: Comparação entre os investimentos avaliados	216
Figura 54: IPTU 2021	219
Figura 55: Parcelas considerando o sistema SAC de amortização	232
Figura 56: Parcelas considerando o sistema PRICE de amortização	234
Figura 57: Comparação entre as duas propostas de compra	239

LISTA DE TABELA

Tabela 1: Conclusões apontadas por Teixeira (2015) em cada dimensão.	54
Tabela 2: Objetos de conhecimentos de Educação Financeira na área de matemática no Ensino Fundamental - BNCC	80
Tabela 3: Objetos de conhecimentos de Educação Financeira na área de matemática no EM - BNCC.....	82
Tabela 4: Síntese da Pesquisa PEIC sobre o endividamento das famílias	106
Tabela 5: Principais linhas de crédito que compõem o endividamento familiar	106
Tabela 6: Gestão Orçamentária	118
Tabela 7: 12 princípios do consumo consciente da Akatu	128
Tabela 8: Perfis de Risco.....	139
Tabela 9: Alíquota de contribuição do INSS por faixa salarial.....	161
Tabela 10: Exemplo de cálculo de contribuição de INSS por faixa salarial	162
Tabela 11: Alíquota de contribuição do INSS por faixa salarial com parcela a deduzir	162
Tabela 12: Alíquota de imposto de renda de acordo com a base de cálculo	165
Tabela 13: Terminologias e Representações – conceitos básicos para cálculo de juros	166
Tabela 14: Regime de Capitalização Simples	170
Tabela 15: Regime de Capitalização Composto	175
Tabela 16: Diferenças entre Juros Simples e Juros Compostos	180
Tabela 17: Análise de Caso: Diferenças entre Juros Simples e Juros Compostos	181
Tabela 18: Taxas Médias para as linhas de Crédito	183
Tabela 19: Propostas de Empréstimos Cheque Especial, Cartão de Crédito e Crédito Pessoal e o montante devido.....	184
Tabela 20: Valores mensais no INPC disponíveis	189
Tabela 21: Peso de cada setor sobre o cálculo do IPCA.....	191
Tabela 22: IPCA mensal	194
Tabela 23: Histórico das taxas de juros fixadas pelo Copom e evolução da taxa Selic no período	195
Tabela 24: Selic para o período de 12 meses considerando a premissa de primeiro dia útil ...	195
Tabela 25: Rendimentos resultantes dos quatro investimentos avaliados	196
Tabela 26: Datas de pagamentos do IPVA 2021.	211
Tabela 27: Valor do licenciamento 2021 para veículos.....	212
Tabela 28: Calendário de pagamento do licenciamento 2021 em São Paulo.....	212
Tabela 29: Parcelas considerando o sistema PRICE de amortização	232
Tabela 30: Parcelas considerando o sistema PRICE de amortização	233
Tabela 31: Avaliação das possibilidades de alguns planos de aposentadorias complementares.	244

Sumário

1.	Introdução	26
1.1.	Trajectoria Pessoal	26
1.2.	A Pesquisa	28
2.	Revisão Bibliográfica	39
2.1.	Livro “Aprenda a Administrar o Próprio Dinheiro”	39
2.2.	Artigo “Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica”	40
2.3.	Dissertação de Mestrado “Educação Financeira no Ensino Fundamental: conhecimentos identificados em um grupo de professores do quinto ano”	43
2.4.	Dissertação de Mestrado: “Uma proposta de atividades de Educação Financeira no Ensino Médio”	46
2.5.	Tese de Doutorado: “Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre a Educação Financeira e matemática financeira”	51
2.6.	Tese de Doutorado: “A Educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na Formação de Professores”	58
3.	Referencial teórico	64
4.	Educação Financeira.....	71
4.1.	História da Educação Financeira na Educação Básica	72
4.2.	Objetivos do ensino de Educação Financeira.....	84
5.	Formação para Docentes: Reflexões práticas sobre a Educação Financeira	89
5.1.	Os grandes vilões da falta de Educação Financeira.....	91
5.2.	Planejamento Financeiro	107
5.2.1.	Como determinar os objetivos financeiros?	110
5.2.2.	Orçamento Doméstico	114
5.2.3.	Benefícios de ter planejamento financeiro	121
5.3.	As Recompensas da Disciplina Financeira e seus desafios.....	121
5.4.	A Matemática Financeira para a Educação Financeira	146
5.4.1.	Porcentagem	149
	Fatores de Correção	150
	Acréscimos e Descontos sucessivos	153
	Liquidação em lojas	158
	Salário Bruto x Salário Líquido	160
	Instituto Nacional do Seguro Social (INSS).....	161
	Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF)	164

5.4.2.	Juros	166
	Taxas equivalentes	167
	Regime de capitalização à Juros Simples	170
	Regime de capitalização à Juros Compostos.....	174
	Comparação entre juros simples e compostos	180
	Impactos dos Juros Compostos ao longo do tempo	182
	Uso consciente das linhas de crédito	185
5.4.3.	Valor do dinheiro no tempo	186
	Inflação.....	187
	Reajuste Salarial Real	188
	IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo).....	190
	Inflação sentida pelo consumidor	196
5.4.4.	Fluxo de Caixa de uma operação.....	197
	Equivalência de Capitais a Juros Simples	198
	Equivalência de Capitais – Regime de Capitalização Composta	200
	Troca Intertemporal uma questão de escolha	206
	Vantagens da Compra à Vista e a Prazo.....	207
	IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores).....	209
	IPTU (Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana).....	217
	Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS)	221
5.4.5.	Séries Uniformes	225
	Perpetuidade.....	229
5.4.6.	Sistemas de Amortização	230
	Sistema de Amortização Constante (SAC).....	231
	Sistema Francês de Amortização (PRICE).....	233
	Tabela SAC ou PRICE: qual é a melhor?	234
	O sonho da Casa Própria	235
	Financiamento de um veículo	235
	Custo Efetivo Total	239
5.4.7.	Plano de Aposentadoria	240
	Previdência Social – INSS.....	240
	Previdência Privada (ou Previdência Complementar).....	241
6.	Considerações Finais	245
7.	Bibliografia	248

8.	Anexos.....	253
8.1.	Questão com baixa assertividade da pesquisa Teixeira (2015)	253
8.2.	Ferramentas eletrônicas para auxílio na elaboração do orçamento familiar.....	253
8.3.	Indicações de filmes e séries.....	254
8.4.	Informações Adicionais referentes ao FGTS	255

1. Introdução

"É impossível separar o eu profissional do eu pessoal"
Nóvoa (2000, p.17)

Esse trabalho será iniciado com uma breve trajetória pessoal, uma vez que a inspiração por esse tema de pesquisa veio da observação do ambiente escolar, da importância de inspirar discentes e da necessidade de repensar a formação de professores, dado que a docência não é simplesmente constituída de conhecimentos teóricos, mas sim de uma perspectiva de integralidade do cidadão professor, que faz parte de uma coletividade rompendo, de certo modo, a tricotomia presente entre as dimensões pessoais, profissionais e sociais.

1.1. Trajetória Pessoal

Realizei toda a minha história educacional em instituições públicas de ensino, sendo que, em 2001, ingressei na USP no curso de Licenciatura em Matemática formação escolhida simplesmente pela paixão pelos números, sem conhecer a imensidão de possibilidades profissionais que teria no futuro por ter tal formação. Desde o início necessitava de planejamento financeiro familiar para poder cursar a faculdade e posso afirmar, com muito orgulho, que me dediquei bastante ao curso, participei de um programa de Iniciação Científica, fui monitora de algumas disciplinas, fui plantonista de um cursinho dedicado a estudantes que gostariam de cursar medicina, o que me trouxe muito conhecimento na matemática do ensino básico e notei que muitos conteúdos não haviam sido contemplados em meu ensino e nem ao menos em meu curso superior, tal como a matemática financeira.

A Educação Financeira presente em minha vida até então era graças a minha educação materna e partia de três princípios básicos: sempre poupe, nunca gaste mais do que você ganha e sempre pense no amanhã. Concluí meu curso superior recebendo "Menção Honrosa" por ter me destacado durante todo o período de formação, contudo finalizei com um sentimento que faltava algo e cheguei à conclusão que não via aplicabilidade de tudo aquilo que havia aprendido, sendo assim reingressei no ensino superior, na mesma instituição, para cursar Matemática Aplicada Computacional – Habilitação em Saúde Pública, e ao mesmo tempo fui aprovada em um concurso público para integrar o quadro de magistério da rede pública de ensino. Não obstante, a paixão

pela modelagem matemática e, por conta de um salário bem mais atrativo, ingressei em uma instituição financeira e, desde então, divido minha jornada de trabalho entre duas paixões: o amor pela matemática aplicada e o amor pela docência.

Ser professora, para mim, vai muito além do que simplesmente passar conceitos teóricos aos alunos, ser professora está relacionado com a mediação de conhecimentos para vida, é relacionar a matemática com o cotidiano do aluno, independentemente de qual carreira ele queira seguir, é levar esperança, apresentar programas que ajudem a superar a atual situação social, é apoiar os alunos em suas conquistas, e finalmente é chegar em casa com um sentimento de dever cumprido por ter feito a diferença na vida de alguém. E em meio a tantos sonhos e esperança, também me questionava onde eu gostaria de chegar, quais meus objetivos e perspectivas de vida, chegando à conclusão de que não era possível levar esperança se isso não fizesse parte de minha vida, assim como não era possível levar a Educação Financeira a meus alunos se eu não tivesse a preocupação com o meu letramento financeiro.

Todavia em minha formação inicial não estudara Matemática Financeira e meus conhecimentos sobre a Educação Financeira eram ingênuos o que limitara minha prosperidade pessoal e profissional, entretanto, passei a buscar informações, ler livros e estudar sobre as melhores formas de atingir minha liberdade financeira, por exemplo, e notei que vivenciar a educação financeira me traria novos princípios de vida, e que a partir dessa escolha eu estaria transformando a minha vida assumindo uma nova filosofia de vida regida pelo letramento financeiro. Contudo, a preocupação com o meu letramento financeiro vinculado com as trocas de experiências que vivenciara com meus colegas do magistério, me trouxe grandes preocupações, dúvidas e questões relacionadas à formação docente, ao currículo e aos métodos de avaliação.

Assim, optei por ingressar nesse programa de mestrado e então tive a oportunidade, junto aos meus professores, colegas de turma e orientador de repensar a formação docente. E embora muito se tenha falado em Matemática Financeira, mais especificamente sobre a Educação Financeira, algumas dúvidas pairaram em nossas reflexões: o quanto esses conceitos fizeram parte da formação docente, dos cursos de extensão ou até mesmo estão presente na vida dos docentes, ou como seria possível preparar os professores para a transformação proposta pela educação financeira.

1.2. A Pesquisa

Essa dissertação tem por objetivo apresentar algumas situações problemas que envolvem a discussão dos conceitos de Educação Financeira a fim de conferir e auxiliar professores de Matemática que atuam no Ensino Médio a refletirem sobre o seu próprio Letramento Financeiro. Parte-se do pressuposto que a compreensão histórica e a inserção no universo financeiro corroboram com a alfabetização financeira, ou seja, a compreensão de tais conceitos contribui para o desenvolvimento do Letramento Financeiro dos docentes que serão um dos maiores colaboradores na edificação desse letramento nos alunos.

Primeiramente é essencial compreender a distinção entre Educação Financeira e o letramento financeiro.

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA; POWELL, 2013, p.13)

Já o Letramento Financeiro é o nível de domínio das competências e habilidades financeiras para resolver questões relacionadas ao universo do dinheiro, ou seja, é a capacidade, motivação e segurança para aplicar os conhecimentos adquiridos, para tomar decisões em diferentes contextos financeiros, para melhorar a qualidade de vida dos indivíduos e da sociedade e permitir a participação ativa na vida econômica.

Assim sendo, será oferecida, através dessa pesquisa, uma base de conhecimentos em Educação Financeira, para docentes do Ensino Médio, pois um dos maiores desafios do desenvolvimento da Educação Financeira nas escolas passa, primeiramente, pela necessidade de capacitação dos professores das redes de ensino. Portanto, será abordado o desenvolvimento do conceito e das estratégias nacionais de Educação Financeira para a inserção de tal tema nas escolas brasileiras, desde a sua presença na Constituição Brasileira até a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sendo de suma relevância a necessidade de esclarecimentos em relação aos conceitos de Educação Financeira, Letramento Financeiro e o uso da Matemática Financeira como ferramenta para a sua aprendizagem.

Ao tratar dos fundamentos da Educação Financeira serão apresentadas algumas discussões de situações decorrentes da falta desse letramento, assim como possíveis benefícios. Posteriormente a importância do planejamento financeiro, torna-se tema, passando pela parte orçamentaria das famílias uma vez que diagnosticar, organizar, apresentar uma estratégia de controle de gastos e delimitar vantagens e desvantagens que a família terá ao utilizar o planejamento familiar é o primeiro passo para uma boa organização financeira e o princípio para o planejamento futuro. Será abordada a Matemática Financeira como um meio para o desenvolvimento da habilidade financeira, ou seja, a apresentação de temas como juros simples e composto, rendas uniformes, taxa básica de Juros, inflação, Imposto de Renda, Crédito e Investimentos será complementada pela abordagem de situações problemas reais e do cotidiano.

É importante salientar que o objetivo deste trabalho é desenvolver nos docentes um modo de pensar financeiramente mais crítico, contribuindo para a sua conscientização em Educação Financeira de modo a contribuir com os elementos essenciais em sua formação, colaborando assim para o desenvolvimento de alunos alfabetizados financeiramente, críticos e capazes de fazerem escolhas financeiras saudáveis.

Talvez mais do que qualquer outra manifestação do conhecimento humano, a matemática seja universal. Assim sendo, permite uma análise crítica sobre seu papel na melhoria da qualidade de vida, com inúmeras interpretações sobre o que representa a ciência para o bem-estar do homem (D'AMBROSIO, 1986, p. 16).

No século XIX, com o desenvolvimento do capitalismo¹, já era vista a concentração de grandes fortunas nas mãos de uma minoria da população, surgindo assim a necessidade de aprender a lidar com outras duas questões, de grande relevância, o querer e o necessitar². Atualmente, com o capitalismo globalizado, vê-se a necessidade de que as pessoas aprendam a lidar com tudo que o dinheiro pode proporcionar, ao aprender a utilizá-lo, independentemente do lugar, tempo e espaço. No Brasil, há pouco mais de três décadas atrás, o país sofria uma grande volatilidade

¹ O Capitalismo é um sistema em que predomina a propriedade privada e a busca constante pelo lucro e pela acumulação de capital, que se manifesta na forma de bens e dinheiro. Apesar de ser considerado um sistema econômico, o capitalismo estende-se aos campos políticos, sociais, culturais, éticos e muitos outros, compondo quase que a totalidade do espaço geográfico. (PENA, [200-])

² Um dos grandes dilemas de uma sociedade consumista: Como separar o que eu quero do que realmente preciso?

financeira com altos índices de inflação e altas taxas de juros, tal situação levara consumidores, poupadores ou investidores à beira da alienação tornando, praticamente, impossível o planejamento de um futuro financeiro sendo possível apenas a idealização de uma vida momentânea, ou seja, apenas era plausível o pensamento no hoje sem uma perspectiva do amanhã.

Em primeiro lugar, o fato de que vários de nós, adultos sobreviventes desse período, de alguma maneira continuamos assombrados pelo fantasma da instabilidade. São marcas de desconfiança em relação ao dinheiro – cicatrizes - que perduram. É como se lá no fundo, bem escondido, a gente desconfiasse que uma hora dessas o “barco do real vai virar” [...] a segunda consequência herdada do período da inflação foi à ausência de uma Educação Financeira sólida em nossa formação. E, como não aprendemos, precisamos agora esforçar-nos em dobro para ensiná-los a nossos filhos. Em uma economia sufocada pela inflação, qualquer tentativa de planejamento financeiro, por sério e bem-intencionado que fosse, tinha resultados frágeis e um bocado desanimadores (D'AQUINO, 2017, p. 13).

Embora, atualmente, ainda se tenha taxas de juros consideradas altas, em relação a outros países do mundo, o Brasil passou a ter uma moeda um pouco mais forte³, com o início do plano real em 1994, contribuindo para o desenvolvimento econômico e para a possibilidade de se criar um planejamento financeiro familiar. Contudo, como colher os frutos dessa evolução? Como iniciar-se na vida com Educação Financeira se não fomos preparados a lidar com o dinheiro? Como saber utilizar as formas de crédito e ter um consumo consciente? Como transmitir tais conhecimentos aos nossos alunos? Como ensinar uma geração a lidar com algo que muitos de nós ainda não sabemos? Como ensinar o uso consciente do dinheiro, se nem ao menos estamos preparados para isso e muito pouco o fazemos?

Tais questões não apresentam uma resposta simples, porém tem-se uma possível consequência de tal despreparo, gerando um grande problema para a sociedade atual, conhecido como o alto endividamento⁴ das famílias brasileiras, segundo os dados da pesquisa de endividamento e Inadimplência do Consumidor feita pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC) o percentual de famílias com dívidas⁵ atingiu em fevereiro de 2020, 65,1%, uma redução

³ Segundo Kounrouzan (2020) moeda forte significa aquela que mantém um valor estável ao longo do tempo, sem os reflexos de uma instabilidade econômica ou da desvalorização influenciada pela inflação.

⁴ Considera-se endividamento familiar a parcela do orçamento destinada a pagamento de dívidas.

⁵ Entende-se como dívidas as contas a pagar no cartão de crédito, cheque especial e pré-datado, crédito consignado e pessoal, financiamento de carro, casa e no carnê de loja.

em relação aos 65,3% do primeiro mês deste ano, no entanto, houve um aumento em relação a fevereiro de 2019, quando o indicador chegou a 61,5% do total de famílias com dívidas. Contudo, em março de 2020, esse indicador saltou para 66,2%, sendo, até então, o maior patamar da série histórica da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (PEIC)⁶. Infelizmente, com o início da pandemia de coronavírus no Brasil, época em que esse trabalho começou a ser desenvolvido, uma nova pesquisa foi feita pela CNC⁷, e demonstrou o agravamento de tal quadro, batendo novo recorde em abril de 2020, alcançando 66,6%.

Sendo assim, à escola torna-se uma ferramenta fundamental no processo do desenvolvimento do Letramento Financeiro, entretanto, a maioria dos professores da educação básica também não tiveram, em sua vivência escolar, formação em Educação Financeira e apresentam grandes dificuldades em lidar com o tema, inclusive em sua vida pessoal, portanto torna-se extremamente importante a temática da Educação Financeira na formação docente.

Embora o tema Educação Financeira seja abordado há algum tempo nos ambientes escolares, isso não significa que venha sendo praticado e assimilado, o que fica evidente quando se avaliam as estatísticas referentes a muitos países, inclusive o Brasil. Filho (2018) apresenta em seu trabalho o resultado da pesquisa da *S&P Global Financial Literacy Survey* que mostra que duas em cada três pessoas avaliadas foram consideradas analfabetas financeiramente⁸.

Outro resultado relevante é proveniente do PISA⁹ (2018) e está apresentado na Figura 1. Essa avaliação mostra que o desenvolvimento desta competência¹⁰ também apresenta desfecho não satisfatório uma vez que ao avaliar os resultados do Brasil,

⁶ Pesquisa iniciada em janeiro de 2010.

⁷ Coleta dos dados ocorreu de 20 de março a 5 de abril de 2020.

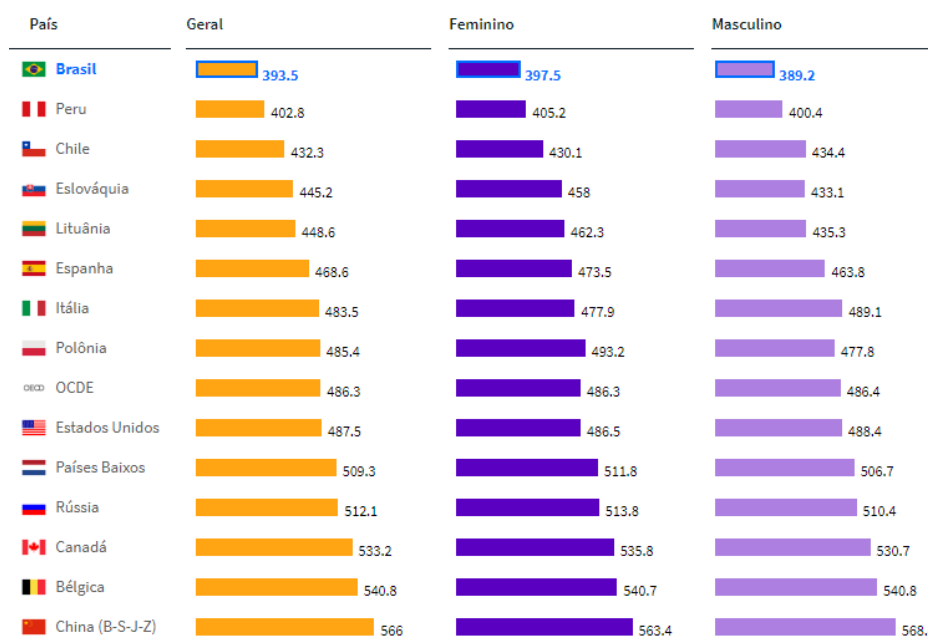
⁸ Segundo Filho (2018) o conceito alfabetizado financeiramente, utilizado por este estudo, foi definido a partir de um questionamento sobre quatro conceitos básicos de Educação Financeira: diversificação de risco, inflação, habilidade numérica (porcentagem) e juros compostos, sendo considerado alfabetizado financeiramente todo indivíduo que respondeu corretamente perguntas referentes a pelo menos três desses conceitos.

⁹ Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), ou *Programme for International Student Assessment*, iniciativa de avaliação comparada, aplicada de forma amostral a estudantes matriculados a partir do 7º ano do ensino fundamental na faixa etária dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. Organizada pela OCDE.

¹⁰ Uma competência é um conjunto de habilidades harmonicamente desenvolvidas e que caracterizam, por exemplo, uma função.

estamos em último lugar em média de proficiência¹¹, obteve-se uma média de 393,5 pontos, enquanto a média OCDE¹² é de 486,3 uma diferença de quase 100 pontos em escala de proficiência, note que ao considerar o gênero dos alunos avaliados obtém-se um resultado análogo.

Figura 1: Média de Proficiência por gênero em Educação Financeira – PISA 2018



Fonte: (OCDE, 2018)

Não é de hoje que o Brasil não apresenta bons resultados nas avaliações internacionais tanto que no Plano Nacional de Educação¹³ (PNE) foi estabelecida uma meta de melhoria do desempenho dos alunos da Educação Básica nas avaliações da aprendizagem do PISA, tomado como instrumento externo de referência e internacionalmente reconhecido. Tais resultados deveriam ser analisados pelos gestores da educação brasileira, sendo importante que os atores do contexto escolar, especialistas e a sociedade em geral entendam a avaliação, a defasagem escolar, de modo a pensar como poderão fazer a diferença na aprendizagem nacional e, por conseguinte nos resultados dos estudantes brasileiros nas avaliações mundiais,

¹¹ A escala de proficiência pode ser visualizada como uma régua construída com base nos parâmetros estabelecidos para os itens aplicados na edição da avaliação, obtido pela Teoria de Resposta ao Item (TRI), que mede a proficiência (habilidade) em uma determinada área de conhecimento.

¹² Média dos países participantes que optaram por fazer a avaliação em letramento financeiro uma vez que é optativo.

¹³ Brasil, Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014

tornando-se novamente importante a atenção para a formação de professores uma vez que esses são os mediadores da aprendizagem no espaço escolar.

Singularmente, a Educação Financeira deve estar presente na vida do cidadão desde a infância, por exemplo, quando crianças, deve-se ter orientação quanto à diferença entre o que é preciso e o que é apenas desejo separando o que é supérfluo do que é realmente necessário. Ao contrário do que pensam muitos responsáveis, ao lidar com o dinheiro, a criança passa a ter a possibilidade de treinar como gastar e como poupar, e repassar orientações, tais como, administrar sua mesada e até mesmo cuidar de seus brinquedos, faz com que o pensamento da criança, de forma lúdica, adquira os primeiros conceitos de Letramento Financeiro. Além disso, nota-se que os brinquedos bem cuidados nessa fase são o patrimônio da infância sendo consequência do esforço realizado e da economia aprendida, assim a criança passa a entender o que foi preciso fazer para adquiri-los e para mantê-los.

Na adolescência, mais tarde, seu patrimônio e suas atitudes perante o dinheiro, passam a ser consequência da Educação Financeira que vem sendo desenvolvida desde a primeira infância e das economias realizadas. Entretanto, nesse momento começam as facilidades em adquirir, por exemplo, cartões de crédito e com tais acessos, se não houver um controle, um uso consciente e o conhecimento sobre as linhas de crédito, apresenta-se então um dos primeiros gatilhos para desencadear o consumo irresponsável e, por conseguinte o processo de endividamento financeiro excessivo. Ao avaliar os hábitos, é de suma importância entender como a Educação Financeira ocorre no âmbito familiar e o posicionamento social de cada indivíduo.

O ensino do uso consciente do dinheiro torna-se imprescindível quando a parceria entre escola e família seja algo eficaz na educação dos alunos, por isso, ressaltamos que pais e professores precisam estar preparados para abordarem o tema de modo aprazível, em que as crianças aprendam por curiosidade ou por interesse e não apenas por compromisso escolar ou métodos de escolarização. (TEIXEIRA, 2017, p. 29)

Tem-se na família um modelo, principalmente no que diz respeito ao padrão de relacionamento com o mundo, tal exemplo estende-se à relação com o dinheiro, o que torna essencial a coparticipação dos responsáveis na Educação Financeira, embora estes também possam estar em seu processo de aprendizagem financeira, levando, novamente, a importância da Educação Financeira para o processo de aprendizagem

escolar. Além de que, recebe-se, em seus domicílios, uma educação informal, baseada na vivência social, sendo na educação formal escolar, que parte dos valores profissionais, e o direcionamento para crescimento e sucesso no futuro são aprofundados.

Para que se possa dar um início sólido e consistente à introdução da Educação Financeira nas escolas, é preciso conhecer como os brasileiros se relacionam com esse universo. Um dado importante é verificar como o dinheiro é alocado entre consumo e poupança no orçamento familiar. (ENEF, 2010, p.6)

Caso aconteça de uma criança ter responsáveis inábeis em lidar com as questões financeiras, essa falha na transmissão de conhecimento tornar-se menos severa se a escola contribuir com o desenvolvimento dessas habilidades, garantindo um aprendizado que não deve ser ignorado e que pode ser transmitido para muito além dos muros escolares.

São poucos os trabalhos que relacionam a Educação Financeira aos saberes docentes, ou seja, há um déficit de trabalhos que tenham a intenção de investigar e criar propostas para a temática aqui discutida. Portanto, de modo geral, a pretensão deste trabalho é apoiar e auxiliar professores em exercício no aprimoramento de seus conhecimentos sobre Educação Financeira, e ao mesmo tempo espera-se que estes desenvolvam conhecimentos didáticos, instigando à argumentação, o pensamento crítico financeiro, as tomadas de decisões conscientes em sala de aula, o planejamento de momentos de reflexão e discussões de temas atuais da sociedade consumista, ou seja, a finalidade deste trabalho é colaborar com os professores no desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para a Educação Financeira, com o objetivo de que estes profissionais possam contribuir para o desenvolvimento do Letramento Financeiro de seus alunos, afinal trata-se de uma competência mundialmente reconhecida, sendo imprescindível, para a inserção crítica e consciente no mundo atual, e cabe aos professores abordarem este conhecimento¹⁴.

O conteúdo programático da Educação Básica manteve-se, por muito tempo, em torno de áreas específicas do conhecimento de maneira descontextualizada, ou seja, sem estabelecer relações com o cotidiano ou com o impacto que estes conhecimentos

¹⁴ Vale ressaltar que, a partir de 2020, todas as escolas brasileiras deveriam estar adaptadas para inserir a Educação Financeira em sua base de ensino de acordo com a BNCC.

causam na economia individual, local ou global. Sabe-se que os modelos educacionais, anteriores a BNCC, pouco contemplavam as questões da Educação Financeira como diretriz de ensino, mas simplesmente como coadjuvantes uma vez que apenas eram considerados como contextualização de temas da matemática financeira ou como temas transversais pouco contemplados na vivência escolar, e então acabavam não preparando os estudantes para o mundo da Educação Financeira, independentemente de faixa etária, para interpretar e manusearem questões econômicas de forma proprietária e proveitosa para o seu futuro. Considere, por exemplo, um estudo contextualizado de juros na disciplina de Matemática tem um efeito no desenvolvimento do aluno, entretanto entender o funcionamento do mercado financeiro e os juros compostos como prática de termos uma operação de investimento ou de crédito poderia evitar que inúmeras pessoas entrassem em descontrole financeiro.

A Educação Financeira nas escolas é considerada fundamental, tanto para alunos quanto para professores, para tanto, na apresentação dos livros Educação Financeira nas Escolas¹⁵, temos:

Discentes e docentes financeiramente educados são mais autônomos em relação a suas finanças e menos suscetíveis a dívidas descontroladas, fraudes e situações comprometedoras que prejudiquem não só a própria qualidade de vida como a de outras pessoas. (CONEF, 2013, p.1)

Sendo a Educação Financeira um projeto integrador e estando presente em diversas áreas do conhecimento já existentes no currículo escolar, um dos maiores desafios para os professores é o de mediar um debate coerente, reflexivo e ético de modo a abordar as preocupações e questões presentes da vida cotidiana relacionadas à Educação Financeira colocando o educando como agente de seu próprio conhecimento e do seu crescimento como cidadão consciente.

Buscaremos argumentar sobre a importância dos conhecimentos dos professores [...] no que tange à área financeira, por seu aspecto social e

¹⁵ Com o objetivo de apoiar o ensino da Educação Financeira foi organizado pelo ministério da Educação (MEC) em parceria com o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF) e o Banco Central do Brasil (BCB), três livros intitulados de “Educação Financeira nas escolas”, nesse material é possível encontrar subsídios, tanto para professores quanto para os estudantes, que possibilitam a construção de conceitos e comportamentos financeiros a fim de sistematizar e apoiar para o planejamento da vida financeira com o objetivo de realizarem seus sonhos com consciência e tomada de decisões coerentes. Livros: Bloco 1: Vida familiar – Vida social – Bens pessoais; Bloco 2: Trabalho – Empreendedorismo – Grandes projetos; Bloco 3: Bens públicos – Economia do país – Economia do mundo.

relevante, visto que o professor precisa dominar conhecimentos específicos e didáticos sobre Educação Financeira de modo que possa intervir e gerir situações de aprendizagem que potencializem a construção do letramento financeiro nos alunos. (TEIXEIRA, 2017, p. 26)

Em seguida, devido à Educação Financeira ter seus temas mais aprofundados relacionados ao funcionamento do sistema nacional financeiro, será abordado os conceitos de taxa de juros, inflação, Imposto de renda, entre outros, ponderada a notável relação com o conteúdo apresentado durante o ensino médio da educação básica, será dado um maior enfoque a matemática financeira dessas séries.

Ao abordar os temas relacionados à Educação Financeira, utilizando a matemática financeira como ferramenta, este trabalho introduzirá os conhecimentos específicos e didáticos sobre Educação Financeira tendo por objetivo auxiliar os professores em busca de formação para que possam intervir e gerir situações problemas para a construção do Letramento Financeiro dos alunos. É de suma importância entender o uso consciente do crédito, as possibilidades de investimentos e os impactos das decisões no planejamento futuro, sendo que os tópicos necessários de Matemática Financeira serão apresentados e discutidos, para assim serem utilizados como ferramentas no processo de decisão e aprimoramento do Letramento Financeiro, através da análise de situações - problemas reais e/ou cotidianas.

O professor deve compreender a disciplina que vai lecionar bem como sua natureza e organização, e relacionar vários tópicos com outras áreas do conhecimento; considerar o conhecimento pedagógico do conteúdo como uma visão da disciplina a ser ensinada de forma a ser compreendida pelos alunos, e para isso, o professor precisa ter conhecimento do currículo, selecionar e organizar conteúdo e ainda fazer articulações entre os conteúdos selecionados. (TEIXEIRA, 2017, p. 52)

Portanto, essa dissertação propõe uma capacitação para docentes em Educação Financeira, introduzindo conceitos para que esses possam adquirir e transmitir os conhecimentos necessários para o Letramento Financeiro, estando aptos a corroborar com a aprendizagem e a formação de alunos críticos que entenderão a importância de se planejar, orçar, gerir, poupar, consumir conscientemente, investir, conhecer seus direitos e se proteger de possíveis fraudes, compreendendo, essencialmente, as noções financeiras e mantendo o patrimônio obtido para garantir a estabilidade financeira familiar, realizar sonhos e proporcionar conforto e segurança para sua vida a longo prazo.

Assim, este trabalho tem por objetivo apresentar conceitos e técnicas que visam à formação dos docentes em exercício, uma vez que o desafio em desenvolver a Educação Financeira Escolar passa, primeiramente, pela necessidade de capacitação dos professores para este fim. É evidente que a inserção no mundo financeiro independe de série, classe social e idade. Sendo seus conhecimentos fundamentais para a vida de todos os cidadãos, em especial aos professores, que não devem ser apenas transmissores de informação mais sim mentores, detentores e mediadores para o processo de aprendizagem, e inclusive, para o Letramento Financeiro.

Em relação à Educação Financeira, serão objetivos específicos: compreender que a Educação Financeira é mais do que conhecer a matemática financeira, é um processo de aprender a fazer escolhas com embasamento teórico e prático garantindo uma melhor qualidade de vida e compreendendo práticas que podem prejudicar o planejamento financeiro.

Em relação ao Planejamento Financeiro, serão objetivos específicos: ter ciência e conhecimento dos objetivos de um planejamento financeiro, visualizando os componentes e práticas de controle para organizar e administrar o orçamento doméstico tendo como meta, iniciar-se no processo de Letramento Financeiro, em busca da realização sonhos e metas.

Em relação ao uso da matemática financeira como ferramenta para a Educação Financeira, os objetivos específicos são: compreender a influência dos juros ao realizar operações de crédito assim como calcular o valor real das rentabilidades dos investimentos, entender o que é a inflação e como esta interfere na vida das pessoas e no poder de compra; avaliar formas de financiar um sonho, verificar se os aumentos cobrados podem ser abusivos, utilizar a porcentagem para avaliar descontos e avaliar as possibilidades de realizar uma compra. Basicamente esses temas serão apresentados a partir das resoluções de problemas que envolvam tais conceitos no aspecto das finanças pessoais e planejamento financeiro ressalta-se que o objetivo é trazer a Educação Financeira para a vida das pessoas, ou seja, para o uso breve e consciente.

Portanto, esse material pretende oferecer meios necessários e esclarecimentos para que os professores se sintam confortáveis em serem agentes de reflexão, tendo

tranquilidade, clareza e condições para ensinar temas relacionados à Educação Financeira no ambiente escolar e principalmente na disciplina de matemática.

2. Revisão Bibliográfica

Este capítulo será dedicado à revisão de literatura, em que será apresentado alguns artigos, livros, dissertações e teses, que foram essenciais no processo de produção desta dissertação, além dos documentos oficiais. Diante disso, explicita-se que o tópico de Educação Financeira tem sido objeto de diversas pesquisas na área de Educação, para todas as etapas da Educação Básica, contudo, quando o assunto é a formação ou o desenvolvimento do conhecimento de docentes, a quantidade de trabalhos disponíveis é escassa, todavia a produção de materiais científicos para essa área vem crescendo nos últimos anos o que pode ser uma consequência da promulgação da BNCC.

2.1. Livro “Aprenda a Administrar o Próprio Dinheiro”

O trabalho de Torralvo e Souza (2008) tem por objetivo orientar e colocar em prática o planejamento financeiro pessoal motivado no viver com mais liberdade. Trabalha-se com a ideia de orçamento e fluxo de caixa demonstrando que a falta de administração financeira, é sem dúvida nenhuma, uma das maiores aliadas das dificuldades das famílias brasileiras.

Por diversos momentos são trazidos dados históricos, que ilustram a importância do tema, sobre o momento do país como, por exemplo, o endividamento das famílias brasileiras, além de trazerem alguns conceitos básicos essenciais para a Educação Financeira como: o valor do dinheiro no tempo, poupar ou consumir, diferença entre poupança e caderneta de poupança entre outros. Além de exemplos do efeito dos juros no tempo, da diferença de utilização de diferentes linhas de crédito, mesmo utilizando taxas de juros hipotéticas.

Os autores propõem um planejamento financeiro familiar, indicando a construção de uma planilha de coleta de dados para que seja feita a classificação das despesas e receitas familiares e assim comecem as análises sobre o orçamento familiar.

Essa bibliografia vai ao encontro com o tópico deste trabalho em que é mostrada a importância do planejamento familiar e como alguns pontos comuns evidenciam a falta de Educação Financeira, além de inserir o contexto financeiro na vida do professor

de modo que ele já inicie sua vivência no mundo financeiro realizando reflexões cotidianas sobre a necessidade do Letramento Financeiro.

2.2. Artigo “Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica”

O Artigo elaborado por Campos, Teixeira e Coutinho (2015), tem por objetivo discorrer sobre a educação para a cidadania e a forte relação entre a Educação Matemática e a Educação Financeira.

Inicialmente, os autores abordam o conceito de educação para a cidadania, sendo assim vinculam a Educação Financeira como “um campo para desenvolver conhecimentos e informações sobre finanças pessoais que podem contribuir para melhorar a qualidade de vida das pessoas e de suas comunidades” (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 556). Diante disso, a discussão do artigo, tem por intenção discorrer sobre os vínculos entre Educação Matemática, Educação Crítica e a Educação Financeira e tem-se por “objetivo discutir a relevância do desenvolvimento da Educação Financeira desde a Escola Básica” abrange-se a questão da formação do corpo docente para que tal conceito seja disseminado o que guarda grande relação com esse trabalho.

Segundo Campos, Teixeira e Coutinho (2015) desde a LDB é recomendado que a educação fosse voltada para o exercício da cidadania, ou seja, a base da educação deveria ser a preparação do aluno para uma vida ativa, reflexiva e crítica, na qual ele possa exercer seu papel de cidadão consciente dos problemas sociais, políticos, econômicos e ambientais. A ideia de educação para o exercício da cidadania vem se fortalecendo e passou a ser abordado por diversos órgãos reguladores entre eles a OCDE e até mesmo o Banco Central do Brasil (BCB).

Nesse contexto, os autores elencam “uma série de objetivos importantes à efetivação da Educação Financeira”:

- (i) Entender o funcionamento do mercado financeiro e o modo como os juros influenciam a vida financeira do cidadão, para o bem ou para o mal;
- (ii) Praticar o consumo consciente, conhecendo e evitando o consumismo compulsivo;
- (iii) Saber aproveitar convenientemente as oportunidades de financiamentos disponíveis;
- (iv) Utilizar o crédito de forma consciente e com sabedoria, buscando evitar o superendividamento;

- (v) Entender a importância e as vantagens de planejar e acompanhar o orçamento pessoal e familiar;
- (vi) Conhecer o papel da poupança como meio para realizar projetos e concretizar sonhos;
- (vii) Organizar e manter uma boa gestão financeira pessoal;
- (viii) Ajudar a disseminar boas práticas financeiras junto a seus familiares e amigos.
- (ix) Desenvolver a cultura da prevenção, ou seja, planejar o futuro pensando nas intempéries da vida;
- (x) Planejar a aposentadoria, tendo em vista que a expectativa de vida aumentou e as pessoas passam muito mais tempo na condição de aposentado. (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 558)

Para enfatizar a importância da Educação Financeira utilizaram dados de uma pesquisa do instituto Data Popular (2008) que revela o alto índice de inadimplência entre as pessoas de classe de renda mais baixa, por exemplo, o que mostra o despreparo para lidar com as finanças pessoais e enfatiza a falta de Educação Financeira da população.

Sendo notória a importância da Educação Financeira para o exercício da cidadania, que tem como ferramenta o ensino de matemática na educação básica, mais especificamente da matemática financeira, tais conteúdos estão diretamente relacionados com o cotidiano dos alunos, tornando-se um forte elo no desenvolvimento da prática da educação para a cidadania.

Dessa forma, nos cumpre discutir e analisar como os conteúdos de Matemática Financeira se inserem no contexto escolar e, de maneira complementar, nos toca abordar esse tema no âmbito da Educação Matemática, buscando aproximar as ideias didáticas pertinentes ao ensino e aprendizagem desses conteúdos. (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 565)

Para pontuar a abordagem atual do tema na educação os autores apresentam um breve mapeamento das pesquisas acadêmicas publicadas no Brasil. Dando ênfase de que não basta “o ensino de conteúdos de Matemática Financeira dentro da disciplina de Matemática em si para cumprir o papel de formar cidadãos e promover a Educação Financeira se ele não for contextualizado em situações reais ou realísticas, próximas ao cotidiano do educando” (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 564).

Para a inserção da Educação Financeira na educação básica os autores propõem três metodologias de ensino: ensino por meio da resolução de problemas, da modelagem matemática e apoiados pelo uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

a) Resolução de problemas

Os estudantes são participantes ativos, os problemas tornam-se instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas abrange diversos níveis de dificuldades.

Os alunos podem ser convidados a pensarem sobre suas próprias estratégias de resolução, a compartilharem com os colegas suas ideias e perceberem outras possibilidades de resolução da mesma situação-problema. Por isso atitudes naturais dos alunos que não encontram espaço no modelo tradicional de ensino, como é o caso da curiosidade e da confiança em suas próprias ideias, passam a ser valorizadas nesse processo investigativo. (ROMERO, 2007, *apud* CAMPOS, TEIXEIRA, COUTINHO, 2015, p. 566).

b) Modelagem Matemática

Nas palavras de Bassanezi, segundo os autores, “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (Bassanezi, 2004, p.566).

Um modelo matemático pode ser considerado uma simplificação da realidade ou uma abstração de um problema complexo do mundo real. Após a conversão do problema real em um problema matemático, este pode ser resolvido por meio de técnicas e conceitos conhecidos ou desenvolvidos para tal, com o objetivo de gerar uma solução matemática. Essa solução deve ser então interpretada e/ou traduzida em termos concretos para ser validada.

O processo de modelagem matemática é realizado em muitas atividades presentes em nosso cotidiano e pode ser um caminho para despertar nos estudantes o interesse pelos conteúdos matemáticos, na medida em que eles têm a oportunidade de estudar, por meio de investigações diversas, situações que têm aplicação prática e que valorizam o seu senso crítico. (CAMPOS *et al.*, 2011, p. 47)

c) Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)

Trata-se de um conjunto de recursos tecnológicos usados de forma integrada, com o objetivo de comunicar e informar, que pode ser utilizado em diversas formas, inclusive na educação, mediando um processo de ensino e aprendizagem.

Ao abordar sobre a formação do professor, para os autores, é evidente que a Educação Financeira não fazia parte da educação básica como também não fez parte da formação de muitos professores, para que a Educação Financeira seja viabilizada no

trabalho com a Matemática Financeira, é necessário que o professor esteja minimamente preparado para essa tarefa nos diversos níveis de escolaridade.

Nessa linha, acreditamos ser importante, em um curso de licenciatura, propiciar experiências no sentido de buscar novas formas de atuação pedagógica engajadas com os princípios da Educação Crítica e com as estratégias apresentadas pela Educação Matemática. Assim, os futuros professores podem ser capacitados a superar os modelos prontos nos livros didáticos e evitar a transmissão pura e simples de conteúdo sem significado para os alunos. (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 572)

O desafio de desenvolver a Educação Financeira nas escolas passa pelo enfrentamento da necessidade de capacitação dos professores para esse fim, sendo novamente abordada a necessidade de trabalhos voltados para a formação dos professores o que embasa a inserção da Educação Financeira na educação básica através construção dos conhecimentos matemáticos como propõe essa dissertação, uma vez que, tem-se por objetivo propor um curso de complementação voltado para professores em exercício colaborando com o desenvolvimento do seu Letramento Financeiro.

2.3. Dissertação de Mestrado “Educação Financeira no Ensino Fundamental: conhecimentos identificados em um grupo de professores do quinto ano”

A dissertação de Teixeira (2017) teve como objetivo identificar em um grupo de professores do Ensino Fundamental I, o tipo de mobilização dos conhecimentos pedagógicos e matemáticos sobre Educação Financeira, por meio de uma entrevista semiestruturada adaptada dos questionários utilizados por Corrêa (2010) e por Teixeira (2015). O intuito era responder a seguinte questão: “Que tipos de conhecimentos são identificados em professores de 5º ano quanto à Educação Financeira quando estes descrevem suas práticas em aula e resolvem problemas relativos ao tema?”

A pesquisa foi feita como um estudo de caso, em três etapas: levantamento do perfil das docentes, identificação dos conhecimentos de professores e a resolução de situações sobre Educação Financeira. Além do estudo de caso houve pesquisas bibliográficas e análise de documentos.

Teixeira (2017) ressalta que no Brasil muitas funções são atribuídas à escola sendo que na verdade a escola deveria reforçar a aprendizagem recebida em casa, tanto nos aspectos éticos quanto nos financeiros, tornando-se assim mais significativo o papel da escola e do professor na vida do aluno.

[...] a escola precisa ser mais participativa, complementando a educação que as crianças recebem no seio familiar. Porém, em muitas unidades escolares, nem sempre existe uma clara definição das responsabilidades e dos objetivos por parte de professores, auxiliares e responsáveis escolares. Além de ajudar no aspecto da Educação Financeira, é papel da escola ensinar outros valores, como autonomia, convivência, diálogo, igualdade, justiça, participação, respeito, solidariedade, tolerância, entre outros. (SECCO, 2014, p. 6 *apud* TEIXEIRA, 2017, p. 34)

Outro ponto considerado são as pesquisas em Educação Matemática reconhecendo o potencial didático da resolução de problemas para o ensino da matemática apoiada em Hofmann e Moro:

A emergência e a consolidação da resolução de problemas enquanto trajetória e tendência de investigação em EM fazem-se acompanhar de discussões acerca de importantes dicotomias, grande parte delas pautada pela cisão entre o universo escolar e o não escolar; o “dentro” e o “fora” da escola; a “matemática escolar” e a “matemática do cotidiano”, o que se debate no âmbito da tão recorrentemente evocada “crise da escola”. Passa-se, então, à investigação das peculiaridades dos conceitos e dos procedimentos empregados na resolução de problemas nos distintos contextos, nas diferentes situações com as quais se confronta o sujeito. Vincular – ou mesmo harmonizar – os dois polos passam a ser o desafio; e a resolução de problemas, um dos meios possíveis de proporcionar as bases para atribuição de significado, tão necessária para o sucesso e a efetividade da EM. (HOFMANN e MORO, 2012, p. 43 *apud* TEIXEIRA, 2017, p. 35)

Para a realização da pesquisa foi feito o convite para os 36 professores da rede de ensino Municipal de Caçapava (2012), entretanto, apenas quatro professores aceitaram responder sendo duas de uma escola e as outras duas de outra, ficando essas escolas em comunidades totalmente divergentes, a quinta professora já participava desde o projeto piloto, foram, então, no total cinco professoras efetivas participantes. Reuniram-se em quatro encontros, estes realizados em horários de trabalho coletivo (HTC), sendo as entrevistas realizadas individualmente.

Teixeira (2017) afirma que a coleta de dados foi organizada da seguinte maneira: primeiramente foi feito o levantamento do perfil dos participantes, depois sobre o conhecimento do tema e finalmente sobre o conhecimento específico na resolução de situações envolvendo a Educação Financeira, sobre o tipo de entrevista utilizada ressalta-se:

[...] as questões, nesse caso, deverão ser formuladas de forma a permitir que o sujeito discorra e verbalize seus pensamentos, tendências e reflexões sobre os temas apresentados. O questionamento é mais profundo e, também, mais subjetivo, levando ambos a um relacionamento recíproco, muitas vezes de confiabilidade. Frequentemente, elas dizem respeito a uma avaliação de crenças, sentimentos, valores, atitudes, razões e motivos acompanhados de

fatos e comportamentos. (ROSA e ARNOLDI, 2006, p.30-31 *apud* TEIXEIRA, 2017, p.50)

A entrevista foi organizada da seguinte forma: primeira parte, que se refere ao perfil dos professores; segunda parte referente à formação docente e terceira parte à formação específica quanto ao tema Educação Financeira a qual não houve tempo para a realização. A fim de evitar ou minimizar problemas referentes a interpretações foi entregue um roteiro da entrevista aos entrevistados.

Como resultado da pesquisa ficou evidente que as professoras passam alguns conceitos de Educação Financeira para os alunos nos momentos que são dedicados para os “ensinamentos para vida”, ou seja, de forma inconsciente e informal, sem de fato terem a intenção de estarem abordando um conhecimento sobre Educação Financeira e sem terem uma definição clara do que seja. Quando contestadas se há diferenças entre Educação e Matemática Financeira, uma das entrevistadas considera Educação Financeira “como um todo, para a vida como ser humano” e a Matemática Financeira “apenas o cálculo” as outras entrevistadas seguiram análises muito similares, ou seja, embora não soubessem exatamente o que seja a Educação Financeira compreende-se que não é o mesmo que a Matemática Financeira.

Teixeira (2017) afirma que as docentes compreendem a realidade em que estão inseridas, que procuram trabalhar de maneira reflexiva e planejada, que mostram aos alunos conexões com o mundo real e a matemática escolar, orientando sobre os cuidados com o consumo excessivo e o reaproveitamento, bem como consideram que esses ensinamentos devem estar presentes em todos os anos de escolaridade. Portanto, elas, indiretamente, sabem o lugar da Educação Financeira na sequência de abordagem dos conteúdos em aula e reconhecem habilidades que permitirão construir as aprendizagens relativas à Educação Financeira Escolar.

Na terceira parte em que se passou para a resolução de problemas as cinco professoras resolveram a questão “de cabeça”, porém havia uma problematização em aberto sobre: *Quais outras abordagens você faria com seus alunos?* E aqui nos deparamos com as limitações entre conteúdo e problematização:

P2, P3 e P4 limitaram-se ao trabalho com os conteúdos matemáticos, mencionando as estratégias utilizadas por elas na introdução dos mesmos. Isso nos leva a pensar na importância de formações que abarquem a

Educação Financeira para esses profissionais, para que a temática seja introduzida nas aulas.

PP e P1, incitaram, em suas abordagens, aguçar nos alunos a reflexão, tomadas de decisão conscientes e a utilização da matemática como ferramentas para verificar vantagens e desvantagens, podemos inferir a presença de princípios de Educação Financeira. (TEIXEIRA, 2017, p.102)

Por fim, Teixeira (2017) concluiu que a Matemática é uma das formas de inserir a Educação Financeira no Ensino Fundamental, uma vez que constrói argumentos desde que seja vista com um olhar contextualizado sendo abordada por professores, entretanto, devido a carência de pesquisas na área da Educação Financeira para docentes e por considerar que os conhecimentos transmitidos são ainda insuficientes considerando os aspectos relevantes para a orientação de alunos, há necessidade de criar formações continuadas que abordem o tema Educação Financeira e que de fato auxiliem os professores em suas práticas pedagógicas.

A Educação Financeira não fez parte, historicamente, da formação docente como mostra Sá (2012) e muito embora a pesquisa apresentada tenha sido feita com professores do Ensino Fundamental I tem-se por premissa que as conclusões seriam muito similares com professores do Ensino Fundamental II ou do Ensino Médio, ou seja, novamente há a identificação da necessidade de programas que visam a formação para docentes, objeto dessa dissertação, entende-se, nesse estudo de caso, apenas a presença de um conhecimento ingênuo de Educação Financeira e, segundo as autoras, a matemática é uma das principais ferramentas para inserir a Educação Financeira no ensino o que confirma a defesa do ensino de matemática financeira como ferramenta para o Letramento Financeiro.

2.4. Dissertação de Mestrado: “Uma proposta de atividades de Educação Financeira no Ensino Médio”

A dissertação de Filho (2018) teve como objetivo oferecer uma proposta de atividades de Educação Financeira com foco no terceiro ano do Ensino Médio. O autor utilizou, como motivação, pesquisas que evidenciaram a necessidade de esclarecimentos sobre o assunto a população sendo pertinente o ensino de tais conceitos nos ambientes escolares. Os temas de Educação Financeira foram apresentados a partir da abordagem de situações-problemas reais vinculados ao

paradigma da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, além do estudo de pesquisas bibliográficas e análise de documentos.

Filho (2018) enfatiza o uso dos conceitos da matemática financeira na educação básica apenas para distinguir diferenças entre juros simples e compostos; identificação entre lucro e prejuízo; relacionar conceitos de juros simples e compostos para conceituar os tipos de progressões assim como funções lineares e exponenciais estando estes objetivos longe do que se compreende ser a Educação Financeira, entretanto acredita que se os futuros jovens souberem como lidar com o dinheiro ao longo do tempo e se tiverem conhecimento, por exemplo, das taxas de juros que são cobradas em determinadas dívidas, eles se tornarão alfabetizados financeiramente podendo assim sair das estatísticas negativas relativas ao endividamento e a inadimplência.

Geralmente os professores têm de material base os livros didáticos sendo que:

[...]o tópico Matemática Financeira é subaproveitado nos livros, pois a abordagem se dá por meio de uma mecanização, de memorização e aplicação de fórmulas, sem relação com situações reais do cotidiano atual ou futuro dos alunos, o que acaba gerando desinteresse e não sendo efetivo na formação do cidadão[...]. (FILHO, 2018, p.24)

Sendo necessário complementar com a Educação Financeira para que a escola forme cidadãos críticos como proposto na LDB.

Formar cidadãos críticos, [...] reflexivos e atuantes é a proposta de Ole Skovsmose (2008) com a Educação Matemática Crítica e este será o referencial teórico desta dissertação. (FILHO, 2018, p.25)

O público-alvo da dissertação de Filho (2018) foram os professores de matemática que lecionam para alunos do terceiro ano do Ensino Médio e sua intenção é abolir a forma como são abordados os conceitos no curso regular de matemática financeira e refazê-los utilizando problematizações que possam contribuir com a Educação Financeira, trazendo situações reais para a análise com a finalidade de formar cidadãos críticos e reflexivos. Note que esta reflexão está de acordo com a desta dissertação, uma vez que, tem por finalidade orientar professores para além da Matemática Financeira, para aprender e entender a Educação Financeira e assim poderem transmitir tais conhecimentos aos seus alunos.

Entende-se que inserir os problemas contextualizados de Educação Financeira nas aulas de Matemática Financeira pode contribuir para a formação de um indivíduo crítico, pensante, questionador e apto a analisar as situações e tomar decisões financeiras de forma consciente e responsável,

contribuindo para uma melhor qualidade de vida das pessoas e de suas comunidades. (FILHO, 2018, p.25)

No trabalho citado são apresentados conceitos da Matemática Financeira, entretanto não houve uma preocupação com as demonstrações teóricas, afinal a proposta era apenas levar elementos para a resolução de problemas de situações reais de Educação Financeira e não se aprofundar em demonstrações ficando a cargo do leitor buscar pela informação, caso houvesse interesse.

As situações problemas apresentadas são compostas algumas de recortes de outros trabalhos; entretanto, a maioria tende a ser de situações criadas por Filho (2018) que poderiam acontecer com qualquer cidadão, com isso esperou-se que seu material pudesse auxiliar os docentes para que conseguissem tornar seus discentes alfabetizados financeiramente.

Espera-se que sejam capazes de compreender conceitos básicos de finanças, como: diversificação de risco; conexão da inflação com seu cotidiano; saber avaliar se um aumento foi abusivo; compreender a importância e a interferência que a taxa básica de juros Selic tem nas outras taxas de juros, assimilar a relação da Selic com a inflação, com os investimentos, com os empréstimos, em suma com o cotidiano; absorver o princípio de funcionamento dos juros compostos para ter consciência dos custos de um possível endividamento e possibilidade dos juros compostos em benefício dos investimentos; [...] (FILHO, 2018, p.26)

O trabalho de Filho (2018) foi dividido em quatro objetivos específicos sendo: conceito de diversificação de risco, conceito de inflação, conceito de habilidade numérica e conceito de juros compostos, ressalta que foram utilizadas situações problemas reais e que podem aparecer em um futuro próximo aos alunos, sendo que assim estes estarão mais bem preparados para lidar com estas situações, podendo refletir, analisar e fazer escolhas mais conscientes e financeiramente convenientes.

Filho (2018) adota como referencial teórico a Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose (2008) que denomina que existem dois paradigmas para as práticas em sala de aula:

a) Educação Matemática Tradicional – que está sedimentada com práticas de exercícios, os quais apresentam somente uma resposta correta.

[...] o livro didático representa as condições tradicionais da prática de sala de aula. Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula. Isso significa que a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma. Além disso, a premissa central do

paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma, resposta correta. (SKOVSMOSE, 2000, p.1 *apud* FILHO, 2018, p.46).

b) Educação Matemática Crítica – que é construída com abordagens de investigação.

O meu interesse numa abordagem de investigação tem relação com a educação matemática crítica, a qual pode ser caracterizada em termos de diferentes preocupações. Uma delas é o desenvolvimento da *materacia* [...] *Materacia* não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática. A educação matemática crítica inclui o interesse pelo desenvolvimento da educação matemática como suporte da democracia [...]. A educação matemática crítica enfatiza que a matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido [...] a Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. (SKOVSMOSE, 2000, p.2 *apud* FILHO, 2018, p.46).

Filho (2018) utiliza a definição de Educação Financeira da OCDE como diretriz, essa consta no relatório *Recomendações sobre os princípios e boas práticas para a Educação Financeira e consciência*, e é utilizada como referência do Banco Central do Brasil e na Estratégia Nacional para Educação Financeira (ENEF).

Educação Financeira sempre foi importante aos consumidores, para auxiliá-los a orçar e gerir a sua renda, a poupar, a investir, e a evitar que se tornem vítimas de fraudes. No entanto, sua crescente relevância nos últimos anos vem ocorrendo em decorrência do desenvolvimento dos mercados financeiros, e das mudanças demográficas, econômicas e políticas. (OCDE, 2004, p.223 *apud* FILHO, 2018, p.51).

Filho (2018) assume que cabem as escolas grande parte da responsabilidade de educar financeiramente os alunos, desde o ensino infantil até o ensino médio, capacitando-os para a tomada de decisões sobre o tema em situações reais.

Baseado em uma pesquisa realizada pela *S&P Global Financial Literacy Survey* (2014) em que a população foi questionada sobre os seguintes conceitos básicos de Educação Financeira: diversificação de risco, inflação, habilidade numérica (porcentagens) e juros compostos¹⁶ os resultados obtidos foram que duas em cada três pessoas no mundo são analfabetas financeiramente, ou seja, isso demonstra que não é só no Brasil¹⁷ que há problemas com essa aprendizagem. Com o estudo realizado pela área de *Decision Analytics da Serasa Experian* em maio de 2017, Filho (2018) mostra que

¹⁶ Note que são os mesmos objetivos específicos adotados por Filho (2018)

¹⁷ Como título de curiosidade o Brasil ocupou a 67ª posição com apenas 35% da sua população considerada alfabetizada financeira, mais uma vez justificando a necessidade de se tratar desses conceitos na educação básica.

19,4% dos inadimplentes tem idade entre 41 e 50 anos e 14,9% entre 18 e 25 anos, o que poderia ser amenizado caso os jovens tivessem tido a oportunidade de estudar a Educação Financeira na escola, ressalta que a dívida mais comum é com o cartão de crédito independentemente da faixa de renda.

As duas pesquisas apresentadas em seu trabalho apontam para a necessidade de se tratar de temas relacionados à Educação Financeira desde a educação básica, apoiando e ilustrando aos discentes para que possam analisar as opções existentes e serem críticos em relação às suas escolhas. Inclusive atenta-se ao ponto de que as políticas de Estado também podem ser capazes de contribuir para mudar esse cenário, citando a ENEF como uma dessas políticas e a contemplação da Educação Financeira na BNCC.

No sexto capítulo do trabalho de Filho (2018) são feitas revisões de tópicos de matemática financeira comumente trabalhada no ano final do ensino médio com a finalidade de fornecer as informações necessárias para resolver as situações problemas propostas e auxiliar os professores, o autor buscou exemplos que tendem a estar mais relacionados ao paradigma da Educação matemática tradicional sob as referências de Matemática pura e Semi-realidade segundo a classificação de Skovmose (2000) e em algumas situações foram apresentadas propostas de práticas investigativas para sala de aula, estiveram indicados os seguintes temas: porcentagem, acréscimos, descontos, acréscimos e descontos sucessivos, juros e taxa de juros, e taxas equivalentes.

Para finalizar Filho (2018) oferece aos professores de matemática do ensino médio propostas de trabalho para serem realizadas em sala de aula, que em sua opinião, são tópicos essenciais para tornar os discentes financeiramente alfabetizados capacitando-os a serem cidadãos esclarecidos, instruídos financeiramente e críticos. Alguns temas são apresentados a partir de sugestões de investigações para serem realizadas pelos alunos, e, posteriormente, são oferecidas explanações sobre o assunto, entretanto Filho (2018) deixa claro que não há uma proposta única adequada, e sim se recomenda que esta seja construída em conjunto com os alunos após as suas pesquisas. Em vários casos poderão ser apresentadas mais de uma proposta de resolução, inclusive

com a utilização da calculadora cidadã¹⁸, deixando claro que as resoluções presentes em sua dissertação também não esgotam as possibilidades.

Este capítulo não estará no formato tradicional dos livros didáticos, com a apresentação teórica, com exemplos e exercícios. A proposta de apresentação que foi escolhida visa tornar a leitura mais corrente e os exercícios apresentados fazem parte de um contexto geral. Em alguns momentos, para resolver as situações propostas, simplificaremos o problema para algo mais acessível e, então, o resolveremos (modelagem). Em outros casos, a teoria para resolver os problemas surgirá do próprio problema (resolução de problemas) e, em muitos casos, utilizaremos a calculadora do cidadão, disponível no site do BCB, para chegar à solução (TIC). (FILHO,2018, p.98)

Filho (2018) enfatiza também que os discentes participem das sugestões de problematizações trazendo situações cotidianas para dentro da sala de aula, entretanto na impossibilidade de fazer isso para a dissertação, suas escolhas de problemas tentaram ser as mais ecléticas possíveis servindo de referência para os docentes que queiram utilizar em sala de aula. Enfatizando que os livros didáticos não incluem materiais que abordem os tópicos de Educação Financeira como serão apresentados.

Essa dissertação apoia a ideia de matemática a partir da resolução de problemas em situações cotidianas e ao desenvolver os tópicos referentes a Formação para docentes além de apresentar o tema Educação Financeira e sua relação com a matemática financeira será fornecido aos docentes materiais para a prática em sala de aula colaborando com a formação docente em Educação Financeira.

2.5. Tese de Doutorado: “Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre a Educação Financeira e matemática financeira”

A tese de doutorado de Teixeira (2015) teve por objetivo averiguar o Letramento Financeiro dos professores que ministram aulas de matemática financeira no Ensino Médio sob a hipótese de que a Educação Financeira deve ser lecionada por um corpo docente devidamente letrado financeiramente, para isso realizou uma pesquisa de campo, com um grupo de 161 professores da rede estadual, através da aplicação de um questionário de 30 questões tendo por finalidade responder a seguinte questão:

Será que os professores, bacharéis ou licenciados em matemática, que ministram a disciplina de matemática financeira no Ensino Médio, estão

¹⁸ Ferramenta disponibilizada pelo Banco Central do Brasil que pode ser utilizada por qualquer cidadão como apoio para analisar situações de abordagem financeira;

devidamente letrados financeiramente ao nível necessário para os propósitos da Estratégia Nacional de Educação Financeira? (TEIXEIRA, 2015, p. 15).

O autor partiu da hipótese de que os professores que ministram os conteúdos de matemática financeira não estão devidamente letrados para tal tarefa uma vez que essa disciplina é uma ferramenta essencial para o ensino da Educação Financeira. Posto isto Teixeira (2015) teve por objetivo principal discutir o papel da educação matemática no processo de fortalecimento da Educação Financeira uma vez que esse ensino é obrigatório nas escolas nacionais.

Inicialmente o autor aborda a relação entre a matemática financeira e o Letramento Financeiro tendo por princípio que esse letramento é fundamental para os professores que lecionam matemática financeira no ensino médio. Na sequência apresenta-se, segundo o autor, os principais tópicos de matemática financeira fundamentais para o ensino de Educação Financeira, sendo eles: o conceito de fluxo de caixa, juros e taxas de juros, regimes de capitalização, séries uniformes de prestações periódicas, custo de oportunidade¹⁹, igualdade entre a taxa de juros e a taxa de retorno, métodos de análise de investimentos e a educação matemática crítica.

Teixeira (2015) destaca a importância da Educação Financeira enfatizando a estreita relação entre matemática financeira, a matemática crítica e a Letramento Financeiro.

A tarefa aqui é argumentar que sem um razoável domínio dos conteúdos de matemática financeira, por parte do professor que leciona no Ensino Médio, torna-se potencialmente difícil ensinar Educação Financeira ao nível necessário e satisfatório para o pleno exercício da cidadania, no que tange à esfera financeira. (TEIXEIRA, 2015, p. 43)

Por conseguinte mostra que há uma maior defasagem em relação a outros países no desenvolvimento da Educação Financeira no Brasil, reconhecendo que em partes devido as questões históricas, entretanto, após o plano real, o mercado financeiro mudou o que demandou um maior conhecimento e informação para que decisões financeiras sejam tomadas com fundamentos e com menos risco, afinal é crescente a oferta de produtos financeiros (empréstimos, poupanças, investimentos, seguros e planos de pensão) disponíveis aos consumidores. Apesar dessas mudanças o autor baseia-se no trabalho de Coutinho e Teixeira (2013) para evidenciar que a temática de

¹⁹ Constitui-se em uma comparação entre alternativas que busca o maior retorno econômico.

matemática financeira ainda parece ser insuficiente nos livros didáticos a partir do estudo do Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012.

Afirma que a Educação Financeira é um processo de formação continuada, que deve ser divulgada por meio de mídias, ter o apoio das instituições financeiras e dos órgãos governamentais.

O processo de Educação Financeira deve ser considerado pelos órgãos administrativos e legais de um país como um instrumento para o crescimento e estabilidade econômica. É necessário que se busque complementar o papel que é exercido pela regulamentação do sistema financeiro e pelas leis de proteção ao consumidor. O envolvimento das instituições financeiras no processo de Educação Financeira deve ser estimulado de tal forma que a adotem como parte integrante de suas práticas de relacionamento com seus clientes, provendo informações financeiras que estimulem a compreensão de suas decisões, principalmente nos compromissos de longo prazo, e naqueles que comprometem expressivamente a renda atual e futura de seus consumidores. (TEIXEIRA, 2015, p. 50)

Destacando a necessária inserção das pessoas em relação a Educação Financeira o quanto antes, contudo afirma que a Educação Financeira deve começar na escola.

Em seguida, Teixeira (2015) apresenta uma de suas pesquisas em que procurou diagnosticar a importância da matemática financeira como instrumento de trabalho para o pleno exercício da Educação Financeira avaliando alguns trabalhos²⁰ disponíveis que envolviam a matemática financeira e a sua relação com a Educação Financeira, segmentou em três dimensões: formação do aluno, formação de professores e currículos e materiais didáticos. Na tabela 1 será apresentado um quadro com as principais conclusões de Teixeira (2015).

No que tange a matemática envolvida nas operações financeiras apresentada aos alunos, pontua que não basta apenas apresentar conteúdos, mas sim adotar uma postura de reflexão e criticidade frente aos resultados o que exige do professor um planejamento de situações-problema que demandem muito mais do que resoluções apenas procedimentais.

²⁰ Foram considerados 32 trabalhos, sendo: duas teses, doze dissertações de mestrado acadêmico, cinco dissertações de mestrado profissional e treze artigos científicos.

Tabela 1: Conclusões apontadas por Teixeira (2015) em cada dimensão.

Dimensão	Quantidade de Trabalhos	Conclusões
Formação do Aluno	14	<ul style="list-style-type: none"> • Os conteúdos são transmitidos de forma descontextualizada; • Excessiva preocupação em ensinar por meio de fórmulas e tabelas e • Necessidade em unir teoria e prática
Formação de Professores	8	<ul style="list-style-type: none"> • Necessidade de contextualizar as atividades propostas; • A falta de uma formação específica em matemática financeira; • Melhorar a formação dos professores objetivando conexão com a Educação Financeira e • Necessidade de desenvolver teorias didáticas que estreitem a relação entre educação matemática e Educação Financeira
Currículos e materiais didáticos	9	<ul style="list-style-type: none"> • Defasagem dos livros didáticos as mudanças econômicas-financeiras; • Excessiva preocupação com a utilização e memorização de tabelas e fórmulas e • Alguns defendem o uso da tecnologia no ensino de matemática financeira.

Fonte: Elaborado pelo Autor

Finaliza afirmando ser oportuna a discussão sobre a formação dos professores, sendo necessário aprofundar conhecimentos sobre crenças, práticas e contribuições didáticas para os docentes que lecionam matemática financeira.

Teixeira (2015) faz uma apresentação da análise estatística implicativa (ASI) utilizada para avaliar a pesquisa de campo realizada com os professores da rede estadual, estando os resultados apresentados em seu capítulo VIII.

O banco de dados desta pesquisa foi organizado segundo dois critérios, de forma a viabilizar a análise: respostas referentes à investigação do nível de letramento dos professores, e respostas correspondentes à percepção sobre a presença de conteúdos de matemática financeira nos livros didáticos utilizados pelos docentes pesquisados. (TEIXEIRA, 2015, p.100)

Quanto aos resultados sobre o nível de Letramento Financeiro dos professores pesquisados, Teixeira (2015) considera preocupante:

- o fato de que 47,82% dos professores pesquisados não tiveram contato com conteúdo de matemática financeira em sua graduação.
- Não há conhecimento, pelo grupo de professores, em relação as pesquisas nacionais desenvolvidas na área de Educação Financeira.
- Embora 73,91% dos professores afirmarem que sabiam que a Educação Financeira é ensinada em outros países, apenas 25,47% disseram saber das iniciativas no Brasil e conhecem a ENEF.
- Apenas 51,55% declararam saber que há diferença considerável entre Educação Financeira e Matemática Financeira.
- Cerca de 38% dos professores alegam que algumas vezes ou menos explicam as noções que envolvem Matemática Financeira para depois proporem situações problemas.
- “Apesar de quase a metade dos professores (47,83%) terem dito que frequentemente propõe situações-problema a partir de diálogos com os alunos, o fato de 41,61% declararem que o fazem apenas algumas vezes não é bom.” (TEIXEIRA, 2015, p. 106.)
- Apenas 36,02% afirmam frequentemente apresentarem situações em que há necessidade de comparação entre juros simples e juros compostos.
- o fato de 24,84% dos docentes responderem que nunca solicitam aos alunos que procurem exemplos de situações nas quais se confrontem juros simples e compostos.
- Praticamente um quarto dos professores participantes não responderam ou erraram à questão proposta (Anexo 9.1).

Alguns pontos positivos também foram apontados:

- apenas 6 professores afirmaram não se preocupar com contextos referentes a esse tema.
- 67,7% dos professores atestam que frequentemente complementam os livros didáticos com outras situações-problema.

Considerando a análise coesitiva²¹ e a análise implicativa²² que procurou mapear elementos compatíveis com as definições de letramento e Educação Financeira dos professores, Teixeira (2015) aponta que o conhecimento de que a Educação Financeira é objeto de estudo para jovens e adolescentes nas escolas em outras partes do mundo eleva o nível das aulas no Brasil mostrando que esse professor parece ser mais capaz e eficiente, além de que um melhor letramento do corpo docente é evidenciado entre aqueles que apresentaram preocupação em relação a contextualização das situações que lecionam em Matemática Financeira.

Avaliando o uso de conteúdos de Matemática Financeira presente nos livros didáticos Teixeira (2015) chegou as seguintes conclusões:

- Apenas 48,45% dos docentes utilizaram, algumas vezes, os conteúdos de Matemática Financeira sugeridos nos livros.
- Apenas 41% dos entrevistados utilizam as fórmulas fornecidas pelos livros didáticos. O fato preocupante é: qual seria a fonte utilizada pelos demais professores? Teixeira (2015) aponta uma contradição a essa questão uma vez que 51% dos docentes afirmaram que utilizam fórmulas, todavia conduzem os alunos as deduções.
- Outro resultado preocupante é que apenas 12,42% dos professores disseram partir dos estudos de funções lineares e exponenciais para chegar as fórmulas de juros e compostos.
- Praticamente 55% dos entrevistados concordam que os livros didáticos orientam adequadamente o uso das tecnologias para as aulas de matemática financeira.
- Dois terços dos professores dizem utilizar algumas vezes o proposto nos livros didáticos o que remeteu o autor ao seguinte questionamento: “será tão difícil ao professor contextualizar e trazer para a sala de aula situações do dia a dia dos alunos? Qual a razão de ele não fazer isso?” (TEIXEIRA, 2015, p. 130)

Considerando a análise coesitiva no que se refere aos conteúdos de Matemática Financeira nos livros didáticos, foram apresentados os seguintes resultados:

²¹ permite evidenciar as metarregras do tipo “se a então b” utilizando setas que indicam o sentido da associação.

²² estabelece a ligação entre uma premissa e uma conclusão, o que o caracteriza por um método, por essência, não simétrico.

Professores mais jovens são mais contrários a utilização de tópicos de matemática para chegar em fórmulas de juros simples e composto enquanto dentre os mais velhos isso é mais frequente, o que pode ser consequência do uso das tecnologias pelos docentes mais jovens na cidade de Osasco. Já para os professores da cidade de São Paulo temos uma maior frequência do uso de tópicos de matemática para esse ensino e por consequência uma maior frequência na utilização dos conteúdos presentes nos livros didáticos. Os professores da classe mais jovens afirmam não utilizar apenas o proposto nos livros didáticos e aqueles com carga entre 27 e 35 horas semanais raramente utilizam os fundamentos da matemática para apresentar aos alunos os juros simples e compostos.

Avaliando os resultados na análise implicativa também no que se refere aos conteúdos de Matemática Financeira nos livros didáticos temos: aqueles professores que partem dos estudos de funções agregam outros tópicos para chegarem as expressões de juros simples e compostos, além de utilizar os conteúdos do livro didático e se preocuparem com as deduções. Outra implicação interessante é que os professores que nunca comparam situações que envolvem juros simples e compostos também nunca fazem uso de outros tópicos de matemática para tratar dos regimes de capitalização.

Teixeira (2015) em suas considerações finais reforça que a Matemática Financeira é essencial para o processo de ensino e aprendizagem da Educação Financeira e a partir de todas as análises apresentadas considera validada a sua hipótese.

A hipótese levantada em relação a esta questão central é a de que a Educação Financeira, tão importante para o cidadão, só pode ser ensinada nas escolas por meio de um corpo docente devidamente letrado financeiramente. Isso implica em que o professor conheça e domine os conceitos de matemática financeira, disciplina fundamental para o ensino e a aprendizagem da Educação Financeira. (TEIXEIRA, 2015, p.139)

Ou seja, a tese de Teixeira (2015) apresenta inúmeros pontos que serão defendidos e apresentados nessa dissertação sendo um dos mais significativos o fato de que os professores que lecionam os conteúdos de Matemática Financeira não estão devidamente letrados para tal tarefa o que apoia o objetivo dessa dissertação em trabalhar com a formação docentes para seu próprio Letramento Financeiro.

2.6. Tese de Doutorado: “A Educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na Formação de Professores”

A tese de doutorado de Sá (2012) teve por objetivo averiguar a presença da Matemática Financeira no contexto dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Sá (2012) inicia sua tese contando um pouco sobre sua trajetória pessoal como professor de matemática e seu interesse pelo processo de formação de professores de Matemática, constatou que em sua formação Inicial não estudara Matemática Financeira o que notou trazer consequências em sua vida pessoal, apresentou como exemplo não saber a melhor opção no momento de realizar uma compra, e profissional, uma vez que sentia-se inseguro diante de alguns conteúdos a serem ministrados em suas aulas, observando a necessidade em complementar a sua formação.

Entretanto, a preocupação com a Matemática Financeira acarretou-me dúvidas e questões relacionadas à formação de professores, currículos e avaliação. (SÁ, 2012, p. 17)

Durante a realização do mestrado, em 1989, Sá (2012) identificou problemas na formação de professores além de questões relacionadas a Matemática Financeira no Ensino Fundamental, então entrevistou diversos professores da Educação Básica e do Ensino Superior e verificou que nenhum deles tiveram a presença da disciplina de Matemática Financeira em suas formações.

Será que a formação de professores modificou alguma coisa nesse sentido? Será que já encontramos essa disciplina em uma parcela significativa dos cursos? Como será que são focadas as questões sociais relacionadas ao tema? Será que essa disciplina, na formação inicial, ajuda para uma formação profissional na linha da Educação Matemática Crítica? (SÁ, 2012, p. 18)

Essas questões foram as grandes norteadoras de seu trabalho de doutorado em que realizou uma pesquisa com o objetivo de verificar a Matemática Financeira nas matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática em todo Brasil. Naquelas em que havia a disciplina de Matemática Financeira sua preocupação era entender como isso era feito, quais eram os princípios e o foco dessa aprendizagem, qual a preocupação com a contextualização dos conteúdos e o vínculo feito com os diversos assuntos da Matemática escolar.

[...] “os modos de ensinar”: metodologias, conteúdos, processo de avaliação. Pretendia-se, dessa forma, refletir sobre como professores de Matemática

estão sendo formados para ensinar Matemática Financeira. Estariam esses “modos de ensinar” adequados a cursos de graduação que pretendem formar professores para atuar na Escola Básica? A disciplina está realmente focada na questão da formação de professores? Objetivando identificar uma interface com a questão das tecnologias, verificou-se se recursos como calculadora e computador estão inseridos no cotidiano das aulas dessa disciplina, na formação de professores. (SÁ, 2012, p. 19)

Com toda sua experiência como professor da educação básica e superior, da participação em congressos, debates com outros professores, encontros, palestras e avaliação de livros didáticos Sá (2012) chegou à conclusão de que a raiz desse problema estava na “formação de professores”, sendo, portanto, necessária uma investigação mais detalhada sobre esse tema.

Seu trabalho a priori considerou 90 instituições de ensino superior que apresentavam o curso de licenciatura em matemática dentre os cursos ofertados e a posteriori avaliou dentre estes quais ofereciam a disciplina de Matemática Financeira em sua matriz curricular, chegando à conclusão de que apenas 26 instituições apresentavam essa disciplina em suas matrizes o equivalente a 28,8% dos cursos analisados. Dentre essas 26 foram selecionadas 6 instituições de ensino de estados brasileiros diferentes que aceitaram participar da pesquisa e, portanto, disponibilizam toda documentação necessária para o estudo, além disso, responderam aos questionários elaboradas pelo autor para a coleta de dados.

Sá (2012) faz um levantamento das diretrizes curriculares nacionais para os cursos de graduação e afirma que o tema “Formação de Professores que Ensinam Matemática” é muito amplo, sendo assim assumi a vertente de análise crítica e reflexiva sobre a prática, ou seja, utiliza-se como referencial teórico a Educação Matemática Crítica defendendo que uma atitude crítica em comparação as formas como a matemática é aplicada e usada na sociedade tem de ser construída, observando-se os fenômenos de um ponto de vista social e política, sendo assim defende os seguintes perspectivas para a avaliação de sua tese sobre a formação de professores:

- Ela não se constrói por acumulação, pelo domínio de técnicas, mas por meio de reflexão sobre as práticas.
- A questão da formação se articula com a reflexão sobre a prática, sobre a ação docente.
- Nenhum professor conseguirá desenvolver “práticas pedagógicas” eficazes para a aprendizagem e para o desenvolvimento dos alunos se não compreender os conteúdos, os contextos e as temáticas transversais ao currículo escolar. (SÁ, 2012, p. 25)

Deve-se ter na edificação e no amadurecimento do processo de aprendizagem e na formação de docentes a influência do contexto em que estamos inseridos. Dando continuidade à sua tese faz uma breve análise histórica da matemática financeira, mostrando que as “questões financeiras sempre estiveram no centro das preocupações humanas e um dos aspectos mais comuns da natureza humana sempre foi o de acumular riqueza e conquistar independência financeira” (SÁ, 2012, p. 43).

Diante da dinâmica atual de mudança globalizadas e reconhecendo a importância do professor Sá (2012) atribui ao professor o papel de mediador do processo de ampliação do conhecimento tornando os alunos protagonistas de suas próprias escolhas e histórias, o que exige do educador muito mais do que os conteúdos específicos e teóricos, mas sim uma mobilização a um contexto muito mais amplo relacionado com o aprender a aprender, aprender a ser, aprender a fazer e aprender a conhecer.

[...] a maioria dos cursos de Licenciatura não inclui a Matemática Financeira em sua grade curricular. Como consequência, os professores não estão plenamente preparados para ensinar esse conteúdo, que não tem sido explorado nas salas de aula de modo adequado, evitando discutir situações financeiras reais e desafiadoras. (NASSER, 2010 *apud* SÁ, 2012, p. 53)

Nessa perspectiva o autor pauta a sua proposta de ensino de Matemática Financeira nos cursos de graduação em Licenciatura de Matemática e defende a inclusão na matriz curricular de modo que contribua para:

- Formar docentes que preparem seus alunos para que sejam cidadãos matematicamente críticos, ativos e reflexivos.
- Formar docentes para um ensino de Matemática da Educação Básica que esteja, na medida do possível, relacionado ao cotidiano das pessoas e que forneça aos educandos a possibilidade de estarem em permanente estado de investigação crítica.
- Formar docentes para um ensino de Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica e com o aporte da Teoria da Atividade²³. (SÁ, 2012, p. 55)

A formação de professores para o ensino de Matemática precisa reconhecer e conhecer a Matemática existente no cotidiano do aluno é necessário ter empatia entender sua forma de pensar e valorizar seu conhecimento e tem-se na inserção da disciplina Matemática Financeira na formação de professores, “por seu caráter de

²³ A Teoria da Atividade tem por premissa “que o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores no ser humano tem suas origens nas relações sociais do indivíduo em seus contextos social e cultural”. (SÁ, 2012, p. 55)

aplicação na resolução de problemas cotidianos e por relacionar importantes conteúdos da Matemática da Escola Básica, poderá contribuir positivamente para uma formação que discuta criticamente, na busca de soluções, os problemas da estrutura social em que nossos alunos se inserem” (SÁ, 2012, p. 60). Baseando-se no Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) tanto do Ensino Fundamental como do Ensino Médio o autor busca justificar toda a sua preocupação com os cursos de formação docente acerca da prática visando a Escola Cidadã, segundo Paulo Freire, ou seja, aquela que prepara os estudantes para a tomada de decisões.

Na análise documental feita de certa forma chegou-se à conclusão de que nos 28,8% de presença da disciplina nas matrizes investigadas²⁴ geralmente encontra-se um enfoque superficial ou meramente técnico, inclusive, constatou-se que essa disciplina geralmente não é ministrada de forma exclusiva²⁵ para a formação de docentes de Matemática o que foi confirmado também a partir das entrevistas. Sá (2012) aponta que nem sempre os professores que ministram as aulas de Matemática Financeira são professores licenciados em matemática, que não há preocupação em relacionar os conhecimentos com a matemática cotidiana e que inclusive os conteúdos não se relacionam com a Matemática básica, ou seja, esses conhecimentos não preparam o futuro professor para o exercício de sua formação.

Em seu quarto capítulo o autor aborda sobre os reflexos da ausência da Matemática Financeira nas licenciaturas e nos livros didáticos apoia-se nas análises de atividades propostas nesses livros como também em uma avaliação de admissão em um curso de pós-graduação *Stricto Sensu* para mostrar o despreparo dos professores em Matemática Financeira e os reflexos indesejáveis na formação docente para com a Educação Básica. Quando se trata dos livros didáticos geralmente temos poucas páginas dedicadas aos assuntos e uma presença superficial dos conteúdos baseadas em fórmulas e com situações não aplicáveis no cotidiano²⁶. Considerando o processo de

²⁴ Vale ressaltar que em apenas cinco instituições a disciplina é obrigatória.

²⁵ Em algumas instituições as aulas são compartilhadas com outros cursos e inclusive os livros adotados são os mesmos utilizados em outras áreas do ensino.

²⁶ Essa tese analisou sete livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.

seleção²⁷ para o Mestrado Profissional em Educação Matemática inclui-se na avaliação uma questão com a temática:

Vamos supor que uma pessoa tivesse conseguido descobrir um investimento que remunerasse o saldo credor com uma taxa fixa de 2% ao mês, com capitalização mensal. Essa pessoa se comprometeu com o banco de fazer 24 depósitos, também fixos, de R\$500,00 por mês. Determinar o quanto essa pessoa terá acumulado imediatamente após o 24º depósito é uma questão comumente encontrada no cotidiano das pessoas (capitalização) e que nem sempre é abordada pelas Escolas.

a) Qual o principal conteúdo de Matemática do Ensino Médio que está envolvido na resolução dessa questão?

b) Usando essa temática da resposta anterior, determine o quanto essa pessoa terá acumulado ao final dos 24 meses de aplicação. (SÁ, 2012, p. 86)

Sendo o desempenho observado dos candidatos:

- Apenas três dos nove candidatos conseguiram relacionar o problema proposto ao conteúdo das progressões geométricas.
- Dois dos candidatos aplicaram a fórmula dos juros simples para resolver a questão.
- Três dos candidatos aplicaram a fórmula dos juros compostos para resolver a questão. A solução que deram estaria correta, caso se tratasse de um único depósito de R\$500,00 e ele ficasse rendendo por 24 meses. O problema proposto envolve depósitos periódicos mensais de R\$500,00, o que constitui um plano de capitalização.
- Quatro dos candidatos tentaram resolver acompanhando o saldo credor ao longo dos 24 meses (exaustivamente) ou iniciando a questão e abandonando-a no meio do caminho. Ou seja, nenhum dos candidatos resolveu corretamente os dois itens presentes na questão.

Baseando-se em seus vários anos de pesquisa e em suas práticas de ensino em classes no ensino fundamental, médio e superior como também em curso de atualização para grupos docentes, Sá (2012), apresenta uma proposta para a disciplina de Matemática Financeira considerando a Educação Matemática Crítica e a Teoria da Atividade. “Afirma que toda a Matemática Financeira está fundamentada em dois conceitos fundamentais: fatores de correção e valor de dinheiro no tempo.” (SÁ, 2012,

²⁷ Participaram desse processo nove candidatos, nenhum recém-formado possuíam uma experiência média de 17 anos de atuação no ensino básico e três anos de docência no Ensino Superior, inclusive, dentre eles, 80% já possuíam pós-graduação lato sensu em Matemática ou áreas afins

p. 88) dentre os conteúdos abordados em seu planejamento, temos: fatores de correção, aumento ou reduções sucessivas, taxa nominal e taxa de ganho real, inflação, deflação e desinflação: Cálculo de índices, valor do dinheiro no tempo, fluxo de caixa de uma operação, Juros Simples e Juros Compostos: Trabalhando com Progressões, Funções e Logaritmos.

Sá (2012), contudo, acredita que a revisão legal junto aos projetos políticos-pedagógicos das matrizes dos cursos de licenciatura em Matemática em algum momento alcançará as salas de aulas do ensino superior e por consequência da Educação Básica, cita que existem diversos trabalhos acadêmicos voltados para a Educação Financeira ou para a Matemática Financeira da escola básica, sendo a maioria sobre a importância dessa disciplina na formação de uma cidadania crítica.

A disciplina Matemática Financeira, para alcançar todos os objetivos apontados neste estudo, precisa ter um enfoque específico para formação de professores, na perspectiva da Educação Matemática Crítica, e ministrada por docentes com vivência da Escola Básica e com preparo específico para tal função. (SÁ, 2012, p. 135)

Note que a Matemática Financeira traz subsídios para o desenvolvimento das habilidades financeiras e que professores bem-preparados e conscientes de suas ações serão formados para ensinar voltados para o exercício da cidadania, entretanto, muitos cursos de ensino superior não prepararam ou não preparam para essa prática docente, baseado nas análises de Sá (2012), sendo de extrema importância voltarmos nossos olhares para esse público enfatizando uma formação para docentes em Educação Financeira.

A tese de Sá (2012) mostra a falta de formação, considerando alguns cursos superiores ofertados no país, para que os professores possam lecionar com propriedade sobre os temas de matemática financeira relacionados com a Educação Financeira, esse fato corrobora com o objetivo dessa dissertação em formatar um curso para docentes da educação básica em Educação Financeira com a intenção de apoiar os professores já formados para seu próprio Letramento Financeiro e assim sentirem que seus conhecimentos foram aperfeiçoados e/ ou desenvolvidos para ensinar a matemática financeira voltados para educação crítica e o para o exercício da cidadania.

3. Referencial teórico

Como referencial teórico, utilizaremos a abordagem de Educação Financeira segundo Silva e Powell (2013).

O que seria a Educação Financeira?

Com o propósito de criar uma proposta para a inserção da Educação Financeira nas escolas públicas, Silva e Powell (2013), realizaram uma investigação, considerando inicialmente os trabalhos produzidos pela OCDE, a partir da fase inicial do *Projeto Educação Financeira*²⁸, foram elencados três pontos importantes que os países membros deveriam considerar:

[...] o primeiro ponto foi à existência de um número crescente de trabalhadores que teriam que contar com suas pensões e suas economias pessoais para financiar sua aposentadoria; o segundo ponto era a constatação de que muitos consumidores, em particular jovens, se endividavam pela maneira como estavam lidando, por exemplo, com os cartões de crédito e as contas com telefonia móvel; e por último, o estudo indicava uma situação contraditória: se, por um lado havia um crescimento no número de operações financeiras realizadas eletronicamente que sugeria a necessidade de que as pessoas tivessem pelo menos uma conta bancária, por outro lado o que foi constatado em vários países foi que uma porcentagem significativa de consumidores não participa do sistema financeiro. (OCDE, 2005a *apud* SILVA E POWELL, 2013, p. 2)

O resultado dessa fase inicial gerou um documento intitulado *Recomendações sobre os princípios e boas práticas para a Educação Financeira e consciência* (OCDE, 2005b) que continha, segundo os pesquisadores, uma ampla definição, o mais abrangente possível, de Educação Financeira:

Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem-informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, podem contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005b, p.26).

²⁸ Segundo Silva e Powell (2013) a fase inicial do projeto intitulado *Projeto Educação Financeira* teve por objetivo identificar e analisar as pesquisas sobre Educação Financeira de todos os países membros da OCDE, descrevendo os diferentes tipos de programas existentes ofertados e avaliando a sua eficácia, sendo esperado que tal estudo fornecesse as informações necessárias para direcionar ações de políticas públicas voltadas para a melhoria da Educação Financeira e a conscientização dos cidadãos dos países participantes.

Em suma, para OCDE, a Educação Financeira enfatiza a compreensão de produtos e conceitos financeiros para promover informação, formação e orientação, ou seja, deve ser entendida como facilitadora no processo de compreensão do universo financeiro contribuindo assim para formar indivíduos responsáveis com o seu futuro, estando evidenciado seu foco em finanças pessoais e que esta formação deve influenciar os estudantes em seus hábitos e atitudes financeiras.

Tal abrangência trouxe diversas definições de Educação Financeira, segundo Teixeira (2015) a Educação Financeira é muito mais do que saber economizar, cortar gastos e acumular dinheiro, ela é um processo de aprender a fazer escolhas conscientes e bem-informadas, promovendo qualidade de vida tanto para hoje como para o amanhã garantindo segurança para eventuais imprevistos. Já Campos, Teixeira, Coutinho (2015, p.1), afirmam que a Educação Financeira pode ser definida como “um campo para desenvolver conhecimentos e informações sobre finanças pessoais que podem contribuir para melhorar a qualidade de vida das pessoas e de suas comunidades”.

Ainda nesse documento está citado, segundo Silva e Powell (2013, p. 3), que “A Educação Financeira deve começar na escola. As pessoas devem ser educadas sobre questões financeiras o mais cedo possível em suas vidas.”, nele constava, também, uma sugestão para a formação de educadores, expressa nos seguintes termos:

Para os programas que favoreçam o uso de sala de aula, uma educação adequada e a competência dos educadores devem ser promovidas. A este respeito, o desenvolvimento de programas de “formar os formadores” e o fornecimento de material de informação e ferramentas específicas para estes formadores devem ser incentivadas. (OECD, 2005b *apud* SILVA; POWELL, 2013, p.3)

Silva e Powell (2013) tiveram por objetivo “promover a inserção do tema na escola através da investigação sobre a formação de estudantes e professores em Educação Financeira”, ambos consideram que a Educação Financeira escolar tem por propósito ajudar os alunos a gerirem suas vidas e que, para tanto, os estudantes precisam imergir na compreensão de finanças e economia para que possam analisar e fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras em três dimensões, tanto na vida pessoal, familiar e na sociedade.

Pessoal: que foca as finanças pessoais; familiar: com ênfase no núcleo familiar. Ao mesmo tempo em que discute as problemáticas financeiras de uma família, também pretende estimular o estudante a participar da vida

financeira de sua família, veiculando informações e ajudando na tomada de decisões; e social: o foco estará em temas e questões financeiras presentes na sociedade atual. (SILVA; POWELL, 2013, p.13)

Logo, ao querer desenvolver um material focado na formação de docentes deve-se proporcionar aos professores propostas que envolvam a formação de cidadãos através da Educação Financeira, com o oferecimento de situações problemas que instiguem a análise, reflexão e a construção de um pensamento financeiro e de comportamentos autônomos, focadas em situações cotidianas que devem ser abordadas e vivenciadas na escola, ou seja, tratar de questões relacionadas ao mercado financeiro, tais como conhecer documentos, entender o funcionamento dos produtos financeiros, simular situações de compra e venda, entre outros.

Sendo assim, o proposto é indicar uma Educação Financeira que, a partir de situações problemas, fará com que os estudantes tomem decisões com fundamentações matemáticas. *Entretanto, qual deve ser o currículo proposto para que se possam educar financeiramente os alunos?* Para responder a essa pergunta Silva e Powell (2013) a reformulam da seguinte forma:

Qual deveria ser o perfil, idealizado, de um estudante educado financeiramente, ao final da Educação Básica, através do processo de ensino orientado para este fim? (SILVA; POWELL, 2013, p.12)

Diante dessa questão, Silva e Powell (2013) definem que um estudante é educado financeiramente se:

[...] frente a uma demanda de consumo ou de alguma questão financeira a ser resolvida, o estudante analisa e avalia a situação de maneira fundamentada, orientando sua tomada de decisão valendo-se de conhecimentos de finanças, economia e matemática; opera segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão financeira para orientar suas ações (de consumo, de investimento,...) e a tomada de decisões financeiras a curto, médio e longo prazo; desenvolveu uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade. (SILVA; POWELL, 2013, p.12)

Sendo assim, assumiremos nessa dissertação, a definição de Educação Financeira escolar de Silva e Powell (2013):

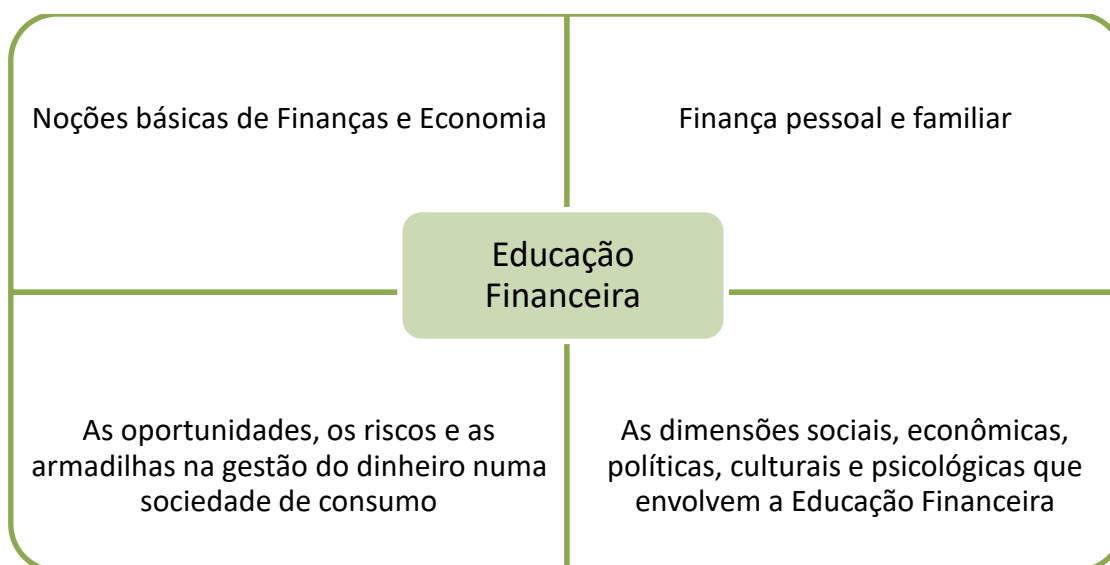
A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA; POWELL, 2013, p.13)

Portanto, Silva e Powell (2013) afirmam que, a partir da concepção de Educação Financeira Escolar, os objetivos esperados na formação de estudantes ao completar seus estudos básicos, sua formação em Educação Financeira, são:

[...] compreender as noções básicas de finanças e economia para que desenvolvam uma leitura crítica das informações financeiras presentes na sociedade; - aprender a utilizar os conhecimentos de matemática (escolar e financeira) para fundamentar a tomada de decisões em questões financeiras; desenvolver um pensamento analítico sobre questões financeiras, isto é, um pensamento que permita avaliar oportunidades, riscos e as armadilhas em questões financeiras; - desenvolver uma metodologia de planejamento, administração e investimento de suas finanças através da tomada de decisões fundamentadas matematicamente em sua vida pessoal e no auxílio ao seu núcleo familiar; analisar criticamente os temas atuais da sociedade de consumo; (SILVA; POWELL, 2013, p.13)

Ao abordar os temas relacionados à Educação Financeira, utiliza-se a Matemática Financeira como ferramenta fundamental, e como este trabalho tem por objetivo introduzir os conhecimentos específicos e didáticos sobre Educação Financeira pode-se utilizar os quatro eixos norteadores propostos por Silva e Powell (2013) apresentados na Figura 2.

Figura 2: Eixos norteadores para Educação Financeira segundo Silva e Powell



Fonte: Adaptado pelo autor (SILVA; POWELL, 2013, p.14)

I - Noções básicas de Finanças e Economia: Nesse eixo os temas de discussão são, por exemplo, o dinheiro e sua função na sociedade; a relação entre dinheiro e tempo - um conceito fundamental em Finanças; as noções de juros, poupança, inflação, rentabilidade e liquidez de um investimento; as instituições financeiras; a noção de ativos e passivos e aplicações financeiras.

II - Finança pessoal e familiar: Nesse eixo, serão discutidos temas como, por exemplo: planejamento financeiro; administração das finanças pessoais e familiares; estratégias para a gestão do dinheiro; poupança e investimento das finanças; orçamento doméstico; impostos.

III - As oportunidades, os riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro numa sociedade de consumo: Nesse eixo, serão discutidos temas como, por exemplo: oportunidades de investimento; os riscos no investimento do dinheiro; as armadilhas do consumo por trás das estratégias de marketing e como a mídia incentiva o consumo das pessoas.

IV - As dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a Educação Financeira: Nesse eixo, serão discutidos temas como: consumismo e consumo; as relações entre consumismo, produção de lixo e impacto ambiental; salários, classes sociais e desigualdade social; necessidade versus desejo; ética e dinheiro. (SILVA; POWELL, 2013, p.14)

Tais eixos irão direcionar essa dissertação e finalmente a capacitação dos professores em busca de uma formação para que possam intervir e gerir situações de problemas para a construção do Letramento Financeiro dos alunos.

Segundo Oliveira (2020) o Letramento Financeiro é o grau de domínio das competências financeiras, isto é, o conhecimento e o entendimento de conceitos de finanças e riscos e a capacidade, motivação e segurança para aplicar esse conhecimento para tomar decisões em diferentes contextos financeiros, para melhorar a qualidade de vida dos indivíduos e da sociedade e para permitir a participação na vida econômica.

Nota-se que a Educação Financeira é o processo de transmissão de conhecimentos financeiros, já o Letramento Financeiro é o principal resultado da Educação Financeira, uma vez que indica o grau de instrução financeira de cada indivíduo, ou seja, saber não é suficiente é preciso aplicar o conhecimento.

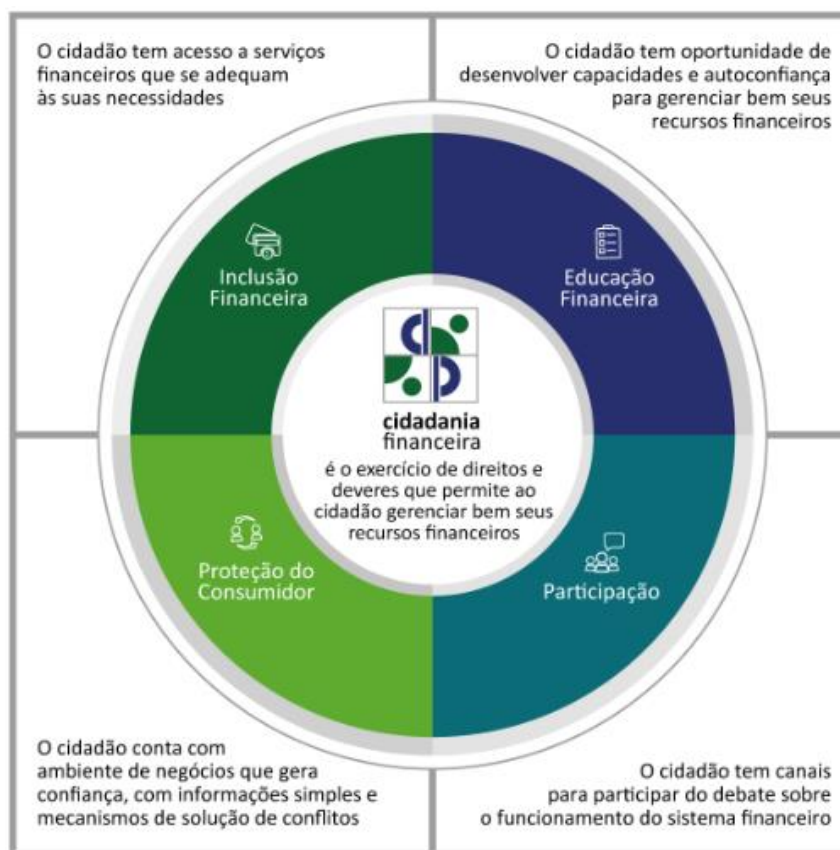
A Cidadania Financeira é o exercício de direitos e deveres que permite ao cidadão gerenciar bem seus recursos financeiros (BCB, 2018, p.7). O desenvolvimento da Cidadania Financeira se dá por meio de um contexto de inclusão financeira, de Educação Financeira, de proteção ao consumidor de serviços financeiros e de participação no diálogo sobre o sistema financeiro, Figura 3.

Ser cidadão, portanto, é ter direito de usufruir várias possibilidades que a vida oferece, tais como liberdade, igualdade, propriedade, participação política, educação, saúde, moradia, trabalho, dentre outras. Ser cidadão é ser responsabilmente ativo na sociedade, protagonizando a construção da democracia. (ENEF, 2010b, p. 10)

O exercício da cidadania é essencial para a construção de uma sociedade democrática e justa, sendo a Educação Financeira um dos principais componentes para a formação da cidadania empregada exatamente para enfatizar a importância dos cidadãos, nas vertentes da inclusão, proteção e Educação Financeira. Cidadania Financeira remete a protagonismo e participação ao recordar de que, como cidadãos,

também se tem a responsabilidade de garantir condições necessárias para que essa cidadania seja plena a todos os brasileiros.

Figura 3: Cidadania Financeira



Fonte: Relatório de Cidadania Financeira (BCB, 2018a)

O BCB, em 2009, iniciou o cumprimento do Projeto de Inclusão Financeira²⁹ Nacional, tendo por objetivo repensar um modelo de inclusão financeira para o país capaz de prover o acesso a serviços financeiros adequados às necessidades da população, entretanto a falta de Educação Financeira tornou-se uma barreira para a inclusão da população no sistema financeiro e para o acesso a serviços bancários tais como conta corrente, poupança ou crédito, ou seja, para a inclusão financeira.

É um estado em que todos os adultos têm acesso efetivo aos seguintes serviços financeiros providos por instituições formais: crédito, poupança (entendida em termos amplos, incluindo contas transacionais), pagamentos, seguros, previdência e investimentos. (Relatório Cidadania Financeira, 2018, p. 50)

²⁹ Projeto que tem por objetivo garantir o efetivo acesso e uso pela população de serviços financeiros adequados às suas necessidades, contribuindo para a sua qualidade de vida.

A falta de conhecimento sobre finanças e produtos financeiros faz com que muitas pessoas sejam impossibilitadas de acessar serviços bancários e financeiros. Educação Financeira é, portanto, muito importante para o bem-estar financeiro das pessoas e para a saúde geral da economia de um país.

4. Educação Financeira

A Educação Financeira não se resume, a saber economizar, controlar, reduzir gastos e acumular dinheiro, ela é um processo de aprender a fazer escolhas conscientes e bem-informadas, garantindo qualidade de vida, segurança material, uma vida de satisfações com sustentabilidade, priorizando conquistas e sonhos frente às despesas cotidianas. Note que a Educação Financeira envolve muito mais do que fatores financeiros e emocionais, ela faz parte da **filosofia de vida do indivíduo**.

Infelizmente, pouco se aprende a lidar com o dinheiro e muito menos a buscar informações que auxiliem na gestão de suas próprias finanças, embora todos lidem diariamente com dinheiro, poucos entendem e se dedicam a gerir melhor seus recursos e, principalmente, a compartilhar seus conhecimentos sobre o tema.

Considere, por exemplo, os ambientes sociais em que se convive a maior parte do tempo:

- Ambiente Escolar: embora presente nas teorias que embasam a educação seja como tema transversal ou como componente da formação do cidadão, pouco é falado sobre o assunto pelos professores ou até mesmo entre os alunos.
- Local de trabalho: muitas empresas não compreendem a importância de ter seus funcionários alfabetizados financeiramente, não investindo nessa área e não auxiliando os seus colaboradores com as suas finanças pessoais.
- Ambiente Familiar: algumas famílias não têm o hábito de se reunir para discutir sobre seus planejamentos financeiros individuais e familiares e muito menos pensam em elaborar um orçamento familiar.
- Roda de Amigos: dificilmente assuntos ligados à gestão financeira pessoal faz parte das rodas de conversas entre amigos e quando algum integrante tenta abordar tal assunto muitas vezes sofre repreensão, pois tal tema pode ser considerado por muitos como uma invasão de privacidade.

Note que falar sobre dinheiro ainda é um paradigma na sociedade brasileira e defende-se que isso deve ser mudado, pensar no planejamento financeiro passou a fazer mais sentido na sociedade a partir do século XXI, após o plano real, e embora já fosse compreendida sua importância é fácil notar sua ausência dentro dos ambientes

sociais e inclusive na instância individual basta analisar os resultados das pesquisas que falam sobre comprometimento de renda das famílias, números de endividados ou até mesmo dos esforços para as pessoas adquirirem uma poupança.

[...] a Educação Financeira é baixa: as pessoas não planejam seus gastos no longo prazo, demoram para se preparar financeiramente para a aposentadoria, não estão completamente cientes dos riscos e dos instrumentos para a sua proteção, têm dificuldades em tomar decisões a respeito de empréstimos e investimentos, e são vulneráveis a fraudes. (ENEF, 2010b, p. 2).

Para se ter um início sólido e consistente à introdução da Educação Financeira nas escolas, é preciso conhecer a história, entender a evolução do conceito do dinheiro ao longo do tempo, a evolução da economia brasileira desde a colonização até os dias atuais, compreender como os brasileiros se relacionaram com esse universo, além de compreender como legalmente esse tema passou a fazer parte da sociedade brasileira e do universo escolar.

4.1. História da Educação Financeira na Educação Básica

Desde a constituição da República Federativa do Brasil de 1988, conhecida como Constituição Cidadã, nota-se a determinação no desenvolvimento do cidadão pleno, vivendo em uma sociedade livre, sem preconceitos e igual perante a lei em direitos e obrigações. Sendo a educação garantida a todos, contribuindo para o desenvolvimento do cidadão consciente, ressaltando que a formação para a cidadania é um objetivo claro de todo o processo da educação formal.

Art. 205. A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Nesta mesma Constituição Cidadã dois elementos importantes para a Cidadania Financeira foram consagrados: o primeiro refere-se à função social do Sistema Financeiro Nacional (SFN) tendo por objetivo o desenvolvimento equilibrado do país e servir os interesses da coletividade e o segundo trata da proteção ao consumidor como direito fundamental e princípio da ordem econômica.

Por ser responsável pelo estabelecimento de políticas e por regular o funcionamento dos mercados financeiros, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização, o Sistema Financeiro Nacional constitui peça fundamental no que tange à vida financeira do cidadão. (ENEF, 2010, p. 25)

Com a estabilização financeira³⁰, a partir da década de 90, mais especificamente após a implantação do plano Real, nasce a demanda de conhecimento e informações para que as tomadas de decisões financeiras sejam fundamentadas e seguras, visando um planejamento para a estabilidade financeira em longo prazo.

Nesse cenário de aumento da oferta de crédito e da diversidade e complexidade dos serviços financeiros, era necessário preparar a população para entender melhor as características e os riscos dos produtos financeiros e tomar decisões autônomas e conscientes. Surgia, então, um caminho complementar ao da inclusão financeira e proteção ao consumidor de serviços financeiros: o da Educação Financeira. (BCB, 2018b p. 8)

Com a criação da Lei nº 9.394, de 1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) houve uma reestruturação do ensino, destacando-se no art. 2º com o objetivo da educação nacional o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. Na mesma lei, especificamente no art. 26, está definido que deve existir uma base norteadora do currículo de todo o sistema de ensino educacional básico nacional, essa base deve estabelecer conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam durante a sua escolaridade básica estando no art. 22, assegurado ao educando a formação comum para o exercício pleno da cidadania.

No ano de 1997, a Organização para a cooperação do Desenvolvimento Econômico (OCDE) criou o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), uma avaliação internacional³¹, cujo objetivo é avaliar os sistemas educacionais dos países-membros e parceiros, a fim de auxiliar nas discussões no que diz respeito à qualidade educacional.

A partir de 1998, por meio do programa de Comunicação Educativa, o Banco Central passou a informar, sistematicamente, a população sobre as suas atividades e as funcionalidades do Sistema Financeiro Nacional (SFN).

Entre 1997 e 2000 foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), partindo de princípios definidos na LDB, chegou-se a um novo perfil de currículo,

³⁰ A estabilização econômica aumentou-se o poder de compra da população, provocando expansão do crédito e do consumo.

³¹ Avalia principalmente os domínios nas áreas da ciência, leitura e matemática, contudo também considera outros domínios, chamados inovadores, como o Letramento Financeiro e a Competência Global.

apoiado em competências e habilidades para a inserção dos jovens na vida adulta, incentivo ao raciocínio e a capacidade de aprender, sendo as escolas responsáveis pela integração do aluno ao mundo contemporâneo nas dimensões fundamentais da cidadania e do trabalho.

Para tratar dos fatores que impactam diariamente a vida do aluno e com os quais são confrontados diariamente, utilizando por base o art. 27 da LDB, que trata da difusão de valores fundamentais ao interesse social, aos direitos e deveres dos cidadãos, de respeito ao bem comum e a ordem democrática foi integrada na proposta educacional dos PCNs os temas Transversais.

Segundo o Ministério da Educação (MEC), “são temas que estão voltados para a compreensão e para a construção da realidade social e dos direitos e responsabilidades relacionados com a vida pessoal e coletiva e com a afirmação do princípio da participação política. Isso significa que devem ser trabalhadas, de forma transversal, nas áreas e/ou disciplinas já existentes”. Os temas transversais, nesse sentido, correspondem a questões importantes, urgentes e presentes sob várias formas na vida cotidiana. (MENEZES, 2002)

São assuntos que devem ser levados à realidade dos alunos, assim como a ética, saúde, meio ambiente, pluralidade cultural, orientação sexual, e trabalho e consumo por envolverem problemáticas atuais e urgentes. Dentro do tema de trabalho e consumo espera-se que os alunos desenvolvam capacidades necessárias para atuar como cidadão consciente, portanto, a Educação Financeira encontra-se presente e tem por objetivo que os alunos se tornem mais críticos, sendo estimulados a planejar, a raciocinar e a analisar situações práticas do dia a dia.

Fortalecer a escola como unidade do sistema escolar, conferir-lhe autonomia financeira e, principalmente, credenciá-la para a elaboração e execução de um projeto educacional, é condição essencial para a efetivação dos princípios expressos nos Parâmetros Curriculares Nacionais e constitui, sem dúvida, o mais importante nível de sua concretização. (PCN, 1998, p. 85)

No PCN Ensino Médio fica evidente que nesse momento de reflexão sobre o currículo houve uma ruptura com a escolarização de formação específica sendo introduzido um novo currículo para a formação geral e ampla.

Propõe-se, no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização. (PCN, 2000, p. 5)

As mudanças econômicas e estruturais decorrentes da chamada “revolução do conhecimento” alteraram a sociedade no mundo do trabalho e das relações sociais,

sendo necessário que o ambiente escolar acompanhe toda essa evolução para manter-se atrativo e volte o ensino para a vida, sendo o Ensino Médio a fase final da educação básica, este deve assegurar a todos os cidadãos a oportunidade de consolidar e aprofundar os seus conhecimentos, aprimorando-o como ser humano, garantindo a preparação para o trabalho e a cidadania, possibilitando a continuidade dos estudos ao dotar o educando de competências e habilidades que o permitam continuar aprendendo. Vale ressaltar aqui, as considerações oriundas da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI, incorporadas nas determinações da Lei nº 9.394/96:

- a) a educação deve cumprir um triplo papel: econômico, científico e cultural;
- b) a educação deve ser estruturada em quatro alicerces: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver e aprender a ser.

No artigo de Campos, Teixeira e Coutinho (2015) é enfatizado que tanto a LDB quanto os PCNs:

[...]preconizam a educação para a cidadania, ou seja, a preparação do aluno para uma vida ativa, reflexiva e crítica na qual ele possa exercer seu papel de cidadão consciente dos problemas sociais, políticos, econômicos, ambientais [...] (CAMPOS, TEIXEIRA, COUTINHO, 2015, p. 556)

Embora, desde 1994 já se abordava o tema Educação Financeira foi apenas em 2003, quase 10 anos depois, que o programa de Educação Financeira (PEF-BC) foi institucionalizado com o objetivo de criar meios para que a sociedade brasileira pudesse administrar seus recursos financeiros conscientemente assegurando a estabilidade de um sistema financeiro sólido e eficiente.

Em 2003, a Organização para a Cooperação de Desenvolvimento Econômico (OCDE), formada por países-membros que se dedicam a promover o desenvolvimento econômico e o bem-estar social mundial passou a orientar e a produzir diretrizes para a Educação Financeira mundial tendo o objetivo de educar financeiramente seus cidadãos.

O mundo e, de forma particular, nosso país tem passado por grandes transformações. As pessoas utilizam cada vez mais o sistema bancário. O mercado financeiro apresenta-se de forma cada vez mais complexa com o crescente número de produtos ofertados ao público. A oferta de crédito, no Brasil, aumentou muito nos últimos anos e os prazos também foram ampliados. (CAMPOS, 2012, p.39)

Notoriamente, a Educação Financeira tornou-se muito importante para toda a sociedade mundial por esse motivo, o Governo Federal, em parceria com o Banco

Central do Brasil, instituiu por meio do Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010, a Estratégia Nacional para Educação Financeira (ENEF) com o objetivo de promover a Educação Financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do SFN e a tomada de decisões consciente por parte dos consumidores. Nesse mesmo decreto, cria-se o Comitê Nacional de Educação Financeira³² (CONEF), responsável por gerir e coordenar os programas da ENEF, promovendo e elaborando programas e ações e estabelecendo metas para o planejamento, execução, financiamento, avaliação e revisão da ENEF. Alinhado a essa estratégia, o BCB reestruturou seu programa Cidadania Financeira, com o objetivo de capacitar o cidadão brasileiro a administrar seus recursos financeiros de maneira consciente.

De acordo com a ENEF levar o conhecimento financeiro para dentro das escolas contribui significativamente com seus objetivos uma vez que ao educar os alunos financeiramente teríamos um efeito multiplicador dado que eles compartilhariam os seus conhecimentos com a sua família.

[...] a Educação Financeira nas escolas se apresenta como uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a realizar seus sonhos individuais e coletivos. Discentes e docentes financeiramente educados podem constituir-se em indivíduos crescentemente autônomos em relação a suas finanças e menos suscetíveis a dívidas descontroladas, fraudes e situações comprometedoras que prejudiquem não só sua própria qualidade de vida como a de outras pessoas (ENEF, 2010, p. 8).

Em 2011, por meio de uma parceria com o CONEF, foi criada a Associação de Educação Financeira do Brasil (AEF – Brasil)³³, que é uma organização da sociedade civil de interesse público, mantida pelas organizações ANBIMA, B3, CNSeg e FEBRABAN, que tem por objetivo promover a Educação Financeira no Brasil. A AEF-Brasil colabora com a ENEF coordenando e executando seus projetos.

³² Integram o CONEF: Banco Central do Brasil (BACEN), Comissão de Valores Mobiliários (CVM), Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), Superintendência de Seguros Privados (SUSEP) e os Ministérios da: Educação, Fazenda, Justiça, além de quatro organizações da sociedade civil: Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA), Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização (CNSeg), Federação Brasileira dos Bancos (Febraban) e B3 que é a bolsa de valores oficial do Brasil.

³³ AEF-Brasil é uma instituição sem fins lucrativos que tem como missão promover o desenvolvimento social e econômico por meio do fomento da Educação Financeira no Brasil.

Na ENEF acredita-se que a mudança de postura proposta a partir de competências a serem desenvolvidas pela Educação Financeira possa ajudar as pessoas a resolver seus desafios cotidianos e seus objetivos estão apresentados em dois grupos: o primeiro que se relaciona com a dimensão espacial e o segundo com a dimensão temporal. Na dimensão espacial considera-se o impacto das ações do indivíduo sobre o contexto social. Na dimensão temporal, trabalha-se a noção de que as decisões tomadas no presente podem afetar o futuro.

Campos, Teixeira e Coutinho (2015) afirmam que a Educação Financeira é capaz de influenciar toda a economia, pois “a qualidade das decisões financeiras dos indivíduos influencia toda a economia” (CAMPOS, et al., 2015, p.557) amparando a dimensão espacial. Contudo, um dos maiores desafios enfrentados por educadores é proporcionar uma aprendizagem escolar correlacionada com o cotidiano do aluno, envolvendo situações práticas e significativas para a vida discente.

A Educação Financeira, através da resolução de problemas, tornou-se uma grande aliada em termos de contexto e de significado no processo de aprendizagem uma vez que está totalmente correlacionada com o cotidiano, professores, uma vez letrados financeiramente, podem explorar temas e utilizar diversos recursos, TICs por exemplo, para ensinar a matemática para a vida a partir da Educação Financeira.

Com o intuito de apoiar o ensino da Educação Financeira no Ensino Médio foi organizado pelo MEC em parceria com o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF) e o Banco Central do Brasil, três livros³⁴ intitulados de “Educação Financeira nas escolas”, nesse material é possível encontrar subsídios, tanto para professores quanto para os estudantes, que possibilitam a construção de conceitos e comportamentos financeiros a fim de sistematizar e apoiar para o planejamento da vida financeira com o objetivo de realizarem os seus sonhos com consciência e tomada de decisões coerentes.

O modelo pedagógico foi concebido para oferecer ao aluno informações e orientações que favoreçam a construção de um pensamento financeiro consistente e o desenvolvimento de comportamentos autônomos e saudáveis, para que ele possa, como protagonista de sua história, planejar e fazer acontecer à vida que deseja para si próprio, em conexão com o grupo familiar e social a que pertence. Nesse sentido, o foco do trabalho recai sobre

³⁴ Conteúdo: Bloco 1. Vida familiar – Vida social – Bens pessoais – Bloco 2. Trabalho – Empreendedorismo – Grandes projetos – Bloco 3. Bens públicos – Economia do país – Economia do mundo.

as situações cotidianas da vida do aluno, porque é nelas que se encontram os dilemas financeiros que ele precisará para resolver (CONEF, 2013, p.1).

Em 2013, com ampliação dos debates sobre promoção da inclusão financeira, da Educação Financeira e da proteção ao consumidor de serviços financeiros o BCB uniu esses três pilares em torno do conceito de Cidadania Financeira, visando expandir os direitos e os deveres do cidadão com relação à sua vida financeira e com isso contribuir com o exercício da cidadania plena. O Departamento de Educação Financeira do Banco Central desenvolveu materiais e um site informativo como o objetivo de levar a Educação Financeira a quem interessar, inclusive disponibiliza cursos online e uma “calculadora do cidadão” para auxiliar na aprendizagem e estimular o cidadão a tomar decisões autônomas, referentes a consumo, poupança e investimento, prevenção e proteção, considerando seus desejos e necessidades atuais e futuras, com o intuito de desenvolver habilidades para melhorar sua qualidade de vida e a de seus familiares, a partir de atitudes comportamentais e de conhecimentos básicos sobre gestão de finanças pessoais aplicados no seu dia a dia.

Ainda em 2013 foram aprovadas as novas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN)³⁵ essa publicação estabelecia uma base nacional comum, responsável por orientar a organização, articulação, desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas de todas as redes de ensino nacionais, tendo como principais objetivos:

I – Sistematizar os princípios e diretrizes gerais da Educação Básica contidos na Constituição, na LDB e demais dispositivos legais, traduzindo-os em orientações que contribuam para assegurar a formação básica comum nacional, tendo como foco os sujeitos que dão vida ao currículo e à escola;

II – Estimular a reflexão crítica e propositiva que deve subsidiar a formulação, execução e avaliação do projeto político-pedagógico da escola de Educação Básica;

III – orientar os cursos de formação inicial e continuada de profissionais – docentes, técnicos, funcionários – da Educação Básica, os sistemas educativos dos diferentes entes federados e as escolas que os integram, indistintamente da rede a que pertençam. (DCN, 2013, p.7)

Note que temos na DCN uma atenção especial dada ao trabalho docente uma vez que os desafios dessa função são muitos e dinâmicos. Tendo o professor, a partir da

³⁵ A necessidade da atualização das Diretrizes Nacionais Curriculares surgiu da constatação da necessidade de mudanças devido as várias modificações que foram ocorrendo com o passar do tempo, como o Ensino Fundamental de nove anos e a obrigatoriedade do ensino gratuito dos quatro aos 17 anos de idade, na tentativa que suprir as defasagens existentes.

formação continuada, que se colocar na posição de aprendiz contínuo, o documento ainda coloca, como parte de seus objetivos, que cabe aos sistemas e redes de ensino prover a formação continuada dos professores.

Sabe-se, no entanto, que a formação inicial e continuada do professor tem de ser assumida como compromisso integrante do projeto social, político e ético, local e nacional, que contribui para a consolidação de uma nação soberana, democrática, justa, inclusiva e capaz de promover a emancipação dos indivíduos e grupos sociais. (DCN, 2013, p. 58)

Em dezembro de 2018, o então Ministro da Educação, Rossieli Soares, homologou o documento da BNCC com foco no Ensino Médio, sendo considerado que a partir de então o Brasil teria uma base comum com as aprendizagens previstas para toda a educação básica nacional. Nesse documento a Educação Financeira foi mantida como um tema transversal³⁶ e está contemplada dentro dos projetos integradores que deve ser implantado desde a educação infantil até o ensino médio, é importante salientar que as habilidades e competências que envolvem seu contexto tornaram-se mais evidentes em seu texto base como mostra as Tabela 2 e Tabela 3.

Considerando o ensino Fundamental, na BNCC de Matemática, por exemplo, são propostas cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) correlacionadas que orientam no desenvolvimento de competências e habilidades.

É na unidade temática de *Números* que os estudos dos conceitos básicos financeiros passam a compor a base nacional.

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à Educação Financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. (BNCC, 2018, p. 269).

A seguir são apresentados alguns objetos de conhecimento dentro da temática de *Números* para o ensino fundamental presentes na BNCC e as habilidades que estão relacionadas com a Educação Financeira.

³⁶ Ser trabalhada como um tema transversal significa que não há necessidade de ter uma disciplina específica na grade chamada “Educação Financeira”, mas que o assunto pode ser discutido em todas as matérias, ou seja, todo professor pode e deveria abordar temas relacionados ao dinheiro em sala de aula.

Tabela 2: Objetos de conhecimentos de Educação Financeira na área de matemática no Ensino Fundamental - BNCC

	Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
5 Ano	Números	Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
6 Ano		Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
7 Ano		Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
8 Ano		Porcentagens	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
9 Ano		Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, referencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Fonte: Adaptada pelo Autor

Portanto, espera-se que, a partir do Ensino Fundamental dê-se início a formação de cidadãos conscientes do valor do dinheiro, que saibam analisar o melhor investimento, calcular a menor taxa de juros, e principalmente, visa os conceitos relacionados a consumo.

Para a área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio a proposta é a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental, todavia, nesta fase de escolaridade, o foco é a construção de uma visão integrada, aplicada a realidade em diferentes contextos, considerando a vivência cotidiana dos estudantes, as exigências do mercado de trabalho

e desenvolvendo a resolução de problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos, inclusive matemáticos.

No caso da resolução e formulação de problemas, é importante contemplar contextos diversos (relativos tanto à própria Matemática, incluindo os oriundos do desenvolvimento tecnológico, como às outras áreas do conhecimento). Não é demais destacar que, também no Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida – por isso, as situações propostas devem ter significado real para eles. (BNCC, 2018, p. 535)

Passa-se por um período em que as transformações na sociedade são constantes e rápidas, especialmente em razão do uso de novas tecnologias. É notória as grandes transformações nas formas de trabalho, nos diversos setores de produção, há uma maior diversificação das relações de trabalho, novas atividades profissionais, oscilação nas taxas de ocupação, emprego e desemprego, aumento dos trabalhos informais, novas políticas trabalhistas e sociais, a desconcentração dos locais de trabalho, e o aumento global da riqueza, suas diferentes formas de concentração e distribuição, e seus efeitos sobre as desigualdades sociais, sendo de grande relevância o desenvolvimento das habilidades dos estudantes em resolver situações.

Na sociedade atual há uma crescente valorização da Educação Financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual. Diante desse cenário a compreensão dos impactos das inovações tecnológicas nas relações de produção, trabalho e consumo são essenciais. Ainda, considerando o Ensino Médio, dentre as cinco competências específicas de matemática e suas tecnologias podem ser listada, Tabela 3, as habilidades relacionadas diretamente com à Educação Financeira e o desenvolvimento do cidadão consciente.

Embora a BNCC defina a inclusão de tópicos de Educação Financeira no ensino regular a partir das habilidades e competências da componente curricular Matemática e suas tecnologias, defende-se a ideia de esse tema possa estar inserido em outras componentes ou através da interdisciplinaridade (projetos Integradores). Note que o professor de outra área do conhecimento não precisa lecionar sobre os conceitos matemáticos, mas pode abranger outros aspectos da Educação Financeira, tais como, por exemplo, consumismo, responsabilidade social, endividamento, sustentabilidade e valores. Inclusive dentro do projeto “Inova Educação” há a possibilidade de oferecer

temas da Educação Financeira como componente eletivo uma vez que um dos propósitos da oferta de Eletivas³⁷ é trazer oportunidades para que os estudantes encontrem caminhos para realizar atividades ligadas a seus sonhos, vocação e suas necessidades.

Tabela 3: Objetos de conhecimentos de Educação Financeira na área de matemática no EM - BNCC

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA		HABILIDADES
1	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
		(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
		(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
2	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
3	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver	(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

³⁷ Desde que atenda ao Currículo Paulista, BNCC, às metas da escola e aos interesses dos estudantes, levantados no Acolhimento, em seus respectivos projetos de vida.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA		HABILIDADES
	problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
		(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
		(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
4	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
5	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
		(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
		(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
		(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Fonte: Adaptada pelo Autor

4.2. Objetivos do ensino de Educação Financeira

“Saber e não fazer, ainda não é saber.”

Lao-Tsé

O ensino da Educação Financeira tem por objetivo contribuir para a formação de cidadãos mais cientes dos riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas baseadas em informação, saber onde buscar ajuda e realizar outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar financeiro. Portanto, é necessário aprender a adiar desejos, pois o ser humano tem em sua própria natureza o desejo de satisfazer suas necessidades imediatamente. A Educação Financeira nos fornece instrumentos para controlar o imediatismo, para a formação do caráter e nos dá maturidade para bons resultados futuros.

De fato, administrar os próprios recursos não é tarefa fácil. Primeiramente, porque poucas pessoas são treinadas para isso, já que dificilmente se ensina como lidar com o próprio dinheiro nas escolas. Segundo, porque muitos não têm conhecimento de alguns termos e produtos financeiros básicos que fazem parte do dia a dia da população e são, inclusive, frequentemente veiculados em diversos meios de comunicação. (SOUZA; TORRALVO, 2008, p.73).

A Educação Financeira é um assunto para toda a vida, independente da classe social, e com toda a evolução tecnológica e dos sistemas globais e financeiros, seu aprendizado não pode ter fim, pois vive-se em um mundo globalizado com uma sociedade dinâmica e, portanto, com a Educação Financeira não poderia ser diferente. Ela é o meio de prover informações sobre os comportamentos básicos que contribuem para melhorar a qualidade de vida das pessoas e de suas comunidades. É, portanto, um instrumento para promover o desenvolvimento econômico.

Por sua abrangência e importância, a Educação Financeira na escola deve ser direcionada a todos os perfis de educadores e de educandos, independentemente de sua condição socioeconômica, pelos benefícios que os conhecimentos da área oferecem. (ENEF, 2010a, p. 7).

Afinal, a qualidade das decisões financeiras dos indivíduos influencia toda a economia, consumidores bem-educados financeiramente demandam serviços e produtos adequados às suas necessidades, incentivando a competição e desempenhando papel relevante no funcionamento do sistema econômico.

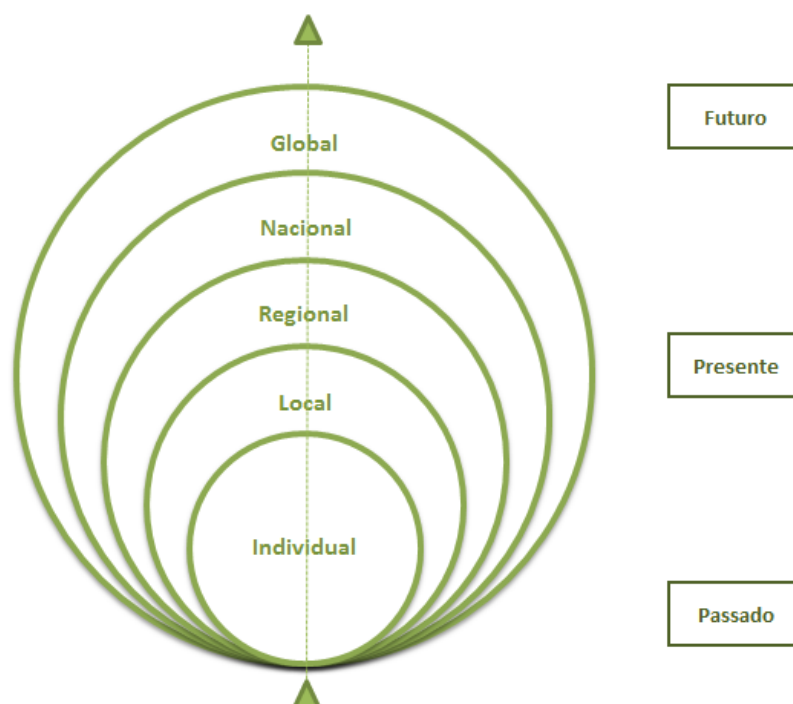
A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos

fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA e POWELL, 2013, p. 12).

A Educação Financeira deve estar presente e fazer parte do cotidiano estudantil, não basta apenas informar, é necessário utilizar esse conhecimento, o saber ser e fazer, de forma que essas aprendizagens orientem os indivíduos que consomem, poupem e investem de forma responsável e consciente, propiciando uma base mais segura não apenas individualmente, mas também pensando no desenvolvimento econômico do país.

De acordo com a ENEF os objetivos da inserção da Educação Financeira são apresentados em duas dimensões espacial e temporal, Figura 4.

Figura 4: Dimensões espacial e temporal da Educação Financeira.



Fonte: (ENEF, 2010, p. 4).

Dimensão Espacial: organiza-se de acordo com os níveis de abrangência social, partindo do individual chegando até a instância global, apontam para dois movimentos, a circunscrição e mobilidade, estes se complementam para permitir a atenção devida para os assuntos de natureza individual assim como para as necessárias conexões entre o indivíduo e a sociedade. Os seguintes temas compõem a dimensão espacial: formar para a cidadania; ensinar a consumir e a poupar de modo ético, consciente e

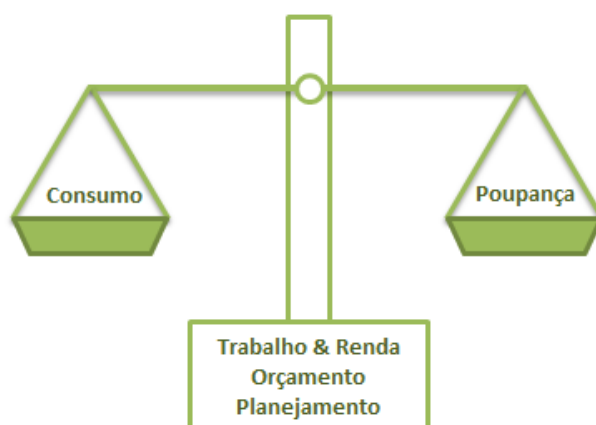
responsável; oferecer conceitos e ferramentas para a tomada de decisão autônoma baseada em mudanças de atitude; e formar disseminadores.

Dimensão Temporal: organiza-se a partir das relações intertemporais entre passado, presente e futuro. Muitas ações do passado podem ter consequências no presente e no futuro. Os seguintes temas compõem a dimensão temporal: Ensinar a planejar a curto, médio e longo prazo; desenvolver a cultura da prevenção; e proporcionar possibilidade de mudança da condição atual.

Para abordar os temas das dimensões espaciais e temporais os conteúdos da Educação Financeira devem ser agrupados em dois âmbitos individual e social.

Em cada âmbito, os conteúdos foram organizados de modo a aproximar conceitos principais daqueles que os complementam em determinados contextos ou situações cotidianas. (ENEF, 2010, p. 14).

Figura 5: Âmbito Individual da Educação Financeira



Fonte: Adaptado pelo autor (ENEF, 2010, p. 15).

Âmbito Individual: o indivíduo é responsável pelas suas decisões e escolhas tendo por objetivo o equilíbrio entre suas práticas de consumo e poupança. Comumente encontramos na balança o símbolo do equilíbrio, Figura 5, no âmbito individual, temos na base a incidência de renda, orçamento e as ações de planejamento pessoal, os pratos representam o consumo e a poupança elementos fundamentais para o equilíbrio financeiro sendo estes os destinos das receitas recebidas.

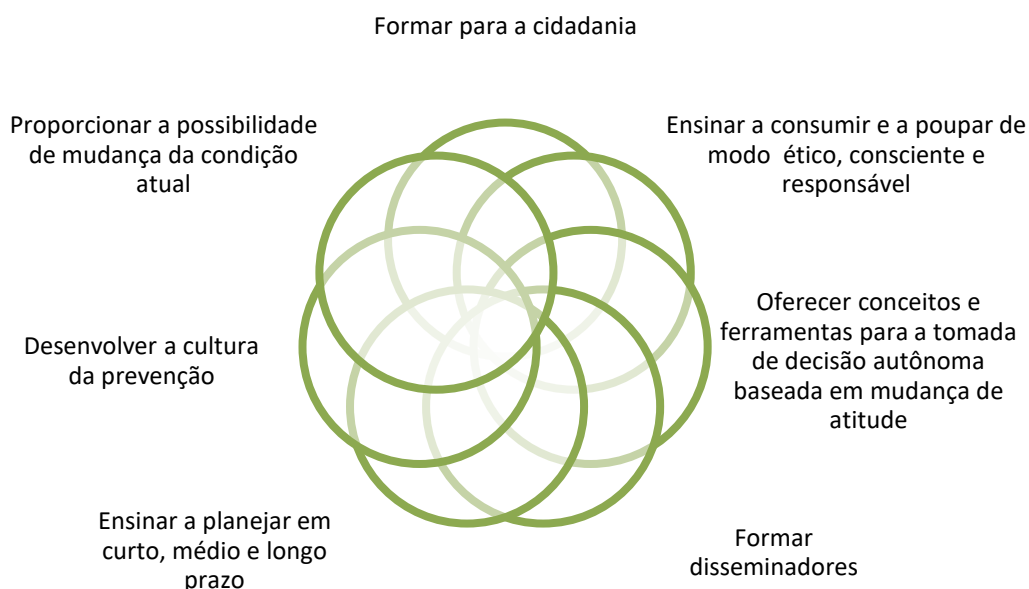
De um lado, há o fato de que em certas circunstâncias é preciso ater-se a determinado espaço. Por exemplo, é desejável que cada indivíduo cuide da própria vida financeira de modo adequado para que suas obrigações não atinjam outras pessoas, ou seja, é necessário ficar circunscrito ao espaço individual. (CONEF, 2013, p.3).

O equilíbrio da vida financeira, consumo e a poupança são os componentes principais do âmbito individual.

Âmbito Social: vai além do plano individual, suas variáveis impactam tanto a vida financeira do indivíduo como da sociedade em que ele está inserido. O âmbito social apresenta como componentes as variáveis da vida financeira (crescimento econômico, encargos e moeda) e instituições que compõe o SFN.

Da mesma forma, um país não deveria causar danos ambientais e apresentar a conta ao restante do planeta, isto é, um problema desse tipo deveria ser solucionado no próprio âmbito nacional, e não no global. (CONEF, 2013, p.3).

Figura 6: Sete Objetivos para a Educação Financeira

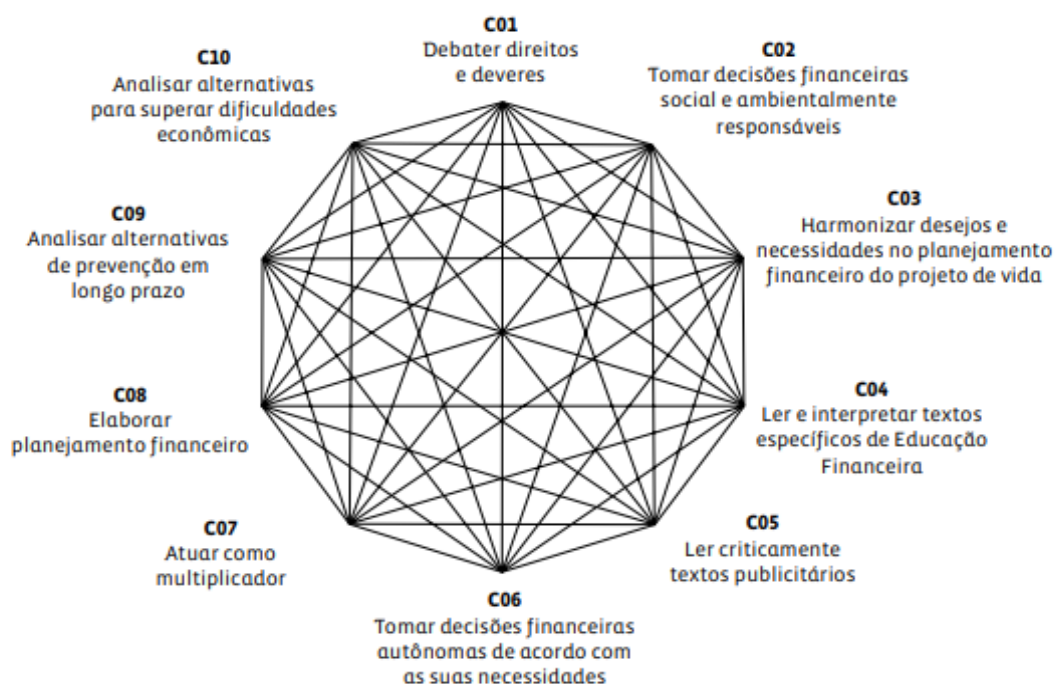


Fonte: Adaptado pelo autor (CONEF, 2013, p.3).

Perceba que essas dimensões, individual e social, apresentam uma forte inter-relação, afinal se ficarmos restrito as necessidades individuais não faremos parte da sociedade o que seria um grande problema, logo compreender todas essas relações são essenciais para o exercício da cidadania e da responsabilidade social e conseqüentemente oferece segurança para a democracia, tais âmbitos são complementares e permitem a integração dos assuntos de natureza individual e social. Baseado nessas dimensões a CONEF apoia-se em sete objetivos para a Educação Financeira nas escolas, Figura 6.

A partir desses sete objetivos foi pensado no modelo pedagógico a ser planejado sendo então levantadas, Figura 7, as seguintes competências para a realização da ação educativa.

Figura 7: Decágono de Competências



Fonte: (CONEF, 2013, p.7).

Concluindo, a Educação Financeira entra no mundo escolar para ajudar o aluno a desvendar as chaves da organização social em torno do mundo financeiro, com vistas a prepará-lo para usufruir dos benefícios de tal organização, ao mesmo tempo em que procura ajudá-lo a se defender das armadilhas ao longo desse caminho. (ENEF, 2010, p 30)

Sendo assim, os conceitos básicos de economia que extrapolam o conteúdo escolar de matemática financeira, tais como planejamento financeiro, orçamento, inflação, taxa SELIC, juros dos cartões de créditos, tipos de investimentos, previdência privada, aposentadoria pública, dentre outros, são assuntos que devem ser abordados no ensino médio com a finalidade de preparar os alunos para serem cidadãos críticos.

5. Formação para Docentes: Reflexões práticas sobre a Educação Financeira

Não são raros os momentos em que se tem situações cotidianas conflitantes, nas quais depara-se com dificuldades em realizar uma análise ou ainda com o sentimento de que não há preparação para avaliar ou realizar uma escolha. Ao pensar em adquirir um carro, por exemplo, deve-se avaliar as possibilidades, necessidades e consequências para realizar a escolha, sem o Letramento Financeiro, essa decisão pode levar à opção desnecessária de muitas prestações, um acréscimo considerável no valor do mesmo em consequência de juros, além de não dimensionar novas despesas tais como: IPVA, seguro, combustível e manutenção do bem.

Um professor letrado financeiramente poderá debater e analisar com os seus alunos diversas situações cotidianas que envolvem a Educação Financeira, tais como: realizar de modo mais apropriado uma compra financiada uma vez que existem diversas formas de crédito, além de verificar a necessidade momentânea da compra do bem, e com isso, optar por investir por um determinado tempo e, futuramente, realizar a compra à vista. Entretanto, para que esse trabalho docente seja possível é imprescindível investir na formação adequada dos professores. Por isso, pretende-se discutir sobre as possibilidades que a Educação Financeira, atreladas com a Matemática Financeira, pode oferecer para auxiliar na solução de problemas com o objetivo de construir uma cidadania crítica e democrática, procurando trazer para a formação de professores e, por consequência, para as suas futuras salas de aulas, discussões sobre os problemas cotidianos diretamente relacionados com a Cidadania Financeira.

[..] como os professores, na maioria, sem formação sobre as questões que envolvem a temática da Educação Financeira, estarão preparados para a função de educar e preparar os estudantes para as eventuais armadilhas do consumo e para uma futura vida financeira equilibrada e responsável? Não se pode ignorar a identidade de professor educador, mas ter claramente as limitações do ofício. Antes de se fazer professor, faz-se ser humano, o que implica uma ação permanente com a própria vida, tornando-se, então, capaz de agir reflexivamente sobre a vida de outros. (OLIVEIRA; STEIN, 2015, p. 18)

Oliveira e Stein (2015), na citação acima, elucidam a importância da Educação Financeira na Educação Básica como um desafio para a formação de professores e afirmam a necessidade de condições mínimas para que os professores possam iniciar uma alfabetização financeira e que estes adotem a tarefa de agregar em sua formação

conhecimentos e aplicações que proporcionem o desenvolvimento de práticas financeiras conscientes, sendo importante estabelecer entrelaçamentos entre o discurso e a prática, internalizando os conceitos acerca de toda temática que envolve a Educação Financeira para mediar práticas ativas de ensino.

Assim acredita-se que a Educação Financeira em parceria com a Matemática Financeira, na perspectiva de uma educação escolar que se apoia nos quatro eixos norteadores de Silva e Powell (2013) são um forte elo para que os atuais e os futuros docentes encontrem o caminho de relacionar o saber curricular, a experiência social vivenciada por eles e por seus alunos como cidadãos e as constantes transformações do mundo em que vivemos em um universo de aprendizagem para a vida.

[...] Por exemplo, em relação ao tema 'consumo', um professor pode discutir e analisar com seus alunos sobre propagandas enganosas, compras financiadas, cartões de crédito, endividamento, cheques especiais, procurando apontar vantagens e desvantagens para os consumidores sob a luz da Matemática subjacente a todas essas temáticas. Entretanto, para esse tipo de trabalho docente, é necessário haver uma formação de professores adequada e que a Matemática Financeira, com características especiais, seja uma das disciplinas da matriz curricular. (SÁ, 2012, p. 27)

Antes de iniciar os temas que tem na Matemática Financeira um forte instrumento de compreensão, será feita uma breve discussão sobre o que a falta de Educação Financeira pode acarretar a vida do cidadão, assim como os benefícios levantados por aqueles que utilizam a Educação Financeira em sua filosofia de vida. O objetivo inicial é começar a inserir, o leitor dessa dissertação, no universo da Educação Financeira e em seguida passar a refletir sobre planejamento financeiro, suas perspectivas de vida e por decorrência utilizar a matemática financeira nos estudos de situações cotidianas na resolução de problemas possibilitando conexões entre os conteúdos matemáticos presentes no currículo e questões da vida pessoal, profissional e social permitindo ao docente identificar assuntos relevantes para o exercício da docência.

É importante ressaltar que essa dissertação está preocupada com o desenvolvimento de conteúdos matemáticos contextualizados, que respeita a diversidade, as escolhas, estimula a investigação e o espírito crítico do cidadão e considera que a gestão da vida financeira é uma competência que precisa ser

desenvolvida, portanto não nos ateremos em realizar demonstrações matemáticas das teorias utilizadas.

5.1. Os grandes vilões da falta de Educação Financeira

"Eduquem as crianças e não será necessário castigar os homens."

Pitágoras

Administrar seus recursos, tomar decisões financeiras adequadas e manter o patrimônio tende a ser uma grande dificuldade para as pessoas pouco instruídas financeiramente, seja por falta de instruções familiares ou escolares sobre a Educação Financeira. Infelizmente, é natural que essas pessoas desconheçam os conceitos de juros, taxa de juros, inflação, investimentos, entre muitos outros relacionados ao mundo das finanças, dificultando, por exemplo, a avaliação ideal de como realizar uma compra assim como a melhor forma de investir seus recursos.

A administração ineficiente do dinheiro deixa os consumidores vulneráveis a crises financeiras mais graves. Sob a perspectiva de bem-estar pessoal, jovens e adultos podem tomar decisões que comprometerão seu futuro; as consequências vão desde desorganização das contas domésticas até a inclusão do nome em Serviços de Proteção ao Crédito, que prejudicam não só o consumo como também a carreira profissional. Consequências mais graves, à luz do bem-estar da sociedade, devem ser consideradas. (TEIXEIRA, 2015, p. 13)

Nesse subcapítulo detalha-se algumas situações em que a falta de Educação Financeira pode acarretar, de forma negativa, na vida do cidadão, apresentando alguns conceitos ou expressões comumente utilizadas para mostrar como esses vilões podem acometer cidadãos não educados financeiramente, são eles: a corrida dos ratos; as armadilhas do dinheiro invisível; o uso inadequado e sem conhecimentos das linhas de crédito; a realização, exclusivamente, de desejos momentâneos; consumir apenas e não poupar; não incluir a troca intertemporal nas decisões; não ter reserva financeira e o endividamento excessivo.

A corrida dos ratos

"Primeiro, o medo de não ter dinheiro as leva a trabalhar arduamente e, quando recebem o contracheque, a ambição ou o desejo as levam a pensar nas coisas maravilhosas que podem ser compradas.

Então se define o padrão.

– Que padrão? – perguntei.

– Acordar, ir para o trabalho, pagar contas, acordar, ir para o trabalho, pagar contas...

Suas vidas então são conduzidas sempre por duas emoções: medo e ambição.

Ofereça-lhes mais dinheiro e elas continuarão o ciclo, aumentando também as despesas. É isso que chamo de “Corrida dos Ratos”.

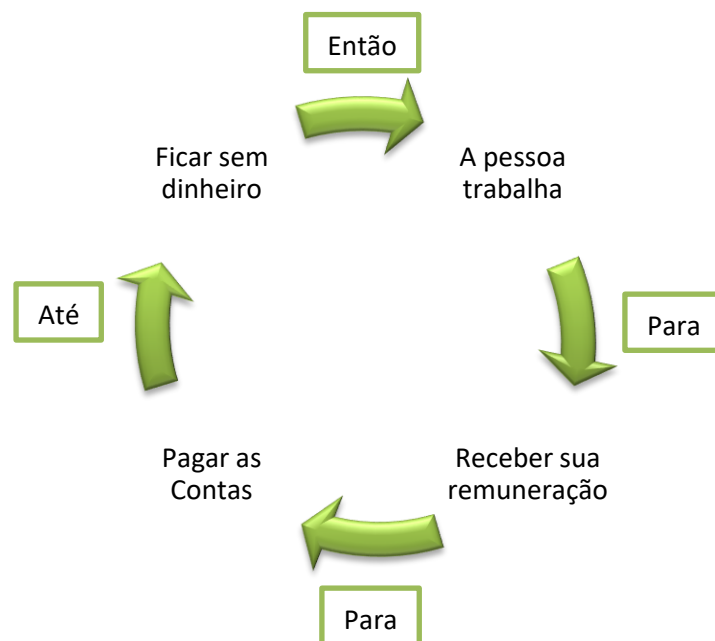
“Pai Rico Pai Pobre”

Robert Kiyosaki

Termo popularizado com o livro Pai Rico, Pai Pobre de Robert Kiyosaki a corrida dos ratos é usada para indicar um exercício sem fim, autodestrutivo ou inútil. Remete a imagem dos esforços inúteis de um rato de laboratório tentando escapar correndo em uma roda ou em volta de um labirinto.

Em finanças, a corrida dos ratos, Figura 8, remete a um ciclo vicioso de consumo e dependência de um salário que vai se aprofundando, ao longo dos anos de uma pessoa, à medida que vai assumindo mais e mais obrigações financeiras sem realizar um planejamento adequado, de repente, a pessoa se encontra presa num ciclo de vida, sufocada por boletos e contas, ou seja, as pessoas trabalham pelo dinheiro do mês, por isso tornam-se eternos pagadores de contas e sempre terão que trabalhar mais para manter a sua aparência de pessoa bem-sucedida sem foco algum no futuro. Logo, o uso do termo significa realizar um esforço intenso para ao final não atingir objetivo algum.

Figura 8: A corrida dos ratos financeira



Fonte: Elaborada pelo autor

As Armadilhas do Dinheiro Invisível

A terceira geração do dinheiro está associada ao surgimento do chamado dinheiro de plástico, ou seja, dos cartões de crédito, de débito e pré-pago. Esse “dinheiro invisível” traz muitas facilidades nas transações financeiras, tanto para consumidores como para vendedores, no entanto, essas mesmas facilidades podem trazer grandes problemas na gestão financeira pessoal.

Se, por um lado, a era do dinheiro eletrônico trouxe grandes vantagens, por outro, é possível que as facilidades representem armadilhas e resultados em descontrole das finanças pessoais (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.39).

Temos, por exemplo, o cartão de débito, que retira o dinheiro automaticamente da conta corrente, e caso esse saldo não seja suficiente para cobrir aquele gasto contasse com mais uma facilidade, o limite no cheque especial³⁸.

Grandes vantagens foram trazidas pela era do dinheiro eletrônico, o que não é ruim, pelo contrário, traz muitos benefícios, porém é preciso ter muita cautela para que essas não se tornem armadilhas da falta de controle de gastos e prejudique o orçamento doméstico e por consequência o planejamento financeiro.

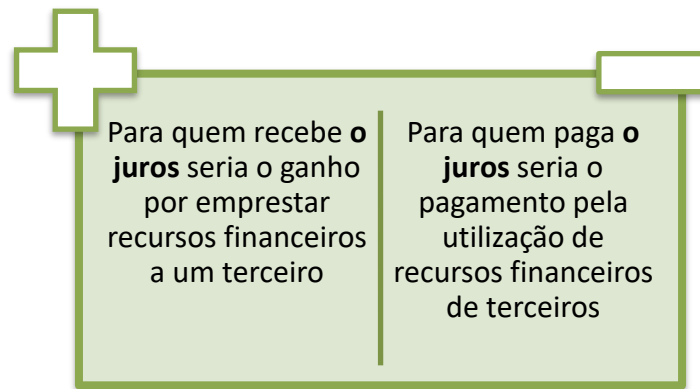
Uso inadequado e sem conhecimento das Linhas de Crédito

Crédito é o nome dado pelas instituições financeiras para as operações em que elas emprestam dinheiro a seus clientes, ou seja, o cliente assume o compromisso de devolver o que tomou emprestado, chamado de principal, mais os juros cobrados pelo empréstimo em um algum prazo acordado. Quando falamos de linhas de crédito automaticamente falamos de juros que é o valor que se paga por pegar o dinheiro emprestado e quando falamos de investimentos também falamos de juros, porém sob a ótica de quanto recebemos por deixar o dinheiro investido, Figura 9.

Dê atenção aos juros. Eles não são o mocinho e também não são o vilão. São um fenômeno natural, que existe nas relações de troca intertemporal. Lembre-se de que eles podem estar contra ou a favor de suas finanças, a depender de como você lida com eles. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 34)

³⁸ O cheque especial é um limite de crédito disponibilizado que será utilizado sempre que não houver saldo suficiente em conta corrente para cobrir um débito, sejam eles: um débito automático, o pagamento de contas, compensação de cheques, saques em dinheiro, entre outros.

Figura 9: Relação dos juros com as linhas de créditos e com investimento.



Fonte: Elaborado pelo autor

Ainda que muito se fale do tomador de crédito, pouco se fala do concesso do crédito, sendo que este também pode apresentar problemas caso os tomadores deixem de cumprir a suas obrigações contratuais. Na visão da instituição que concede o crédito e tem por premissa receber os juros como remuneração do capital emprestado, há a possibilidade de o tomador não honrar com suas obrigações, gerando assim o risco de crédito, e então o tomador torna-se inadimplente e a instituição corre o risco de não receber o montante emprestado.

A instituição que concede crédito recebe juros como remuneração pelo capital emprestado, porém deve atentar para a capacidade de pagamento do tomador, do contrário corre um risco muito alto de não receber o montante emprestado de volta e assim ter graves problemas financeiros. (BCB, Caderno de Educação Financeira, 2013, p. 27)

Antes do avanço tecnológico e o desenvolvimento do sistema financeiro pouco se imaginava as facilidades para compras, formas de pagamentos e acesso facilitado para a obtenção de crédito, entretanto o conhecimento financeiro não acompanhou tanta evolução de forma tão rápida, e muitas vezes deparamos com o uso “inadequado” das linhas de crédito.

O dinheiro que se tem, não necessariamente, é suficiente para pagar tudo que se quer, e, são nesses momentos, em que as pessoas recorrem a empréstimos, financiamentos, entre outros, e nem sempre dão a devida atenção que os juros cobrados nessas operações são altos e podem impactar o orçamento familiar.

Um exemplo muito comum é o uso de cartões de crédito que é uma forma de empréstimo disponibilizado pelas instituições financeiras. Muitos consumidores compreendem que o cartão de crédito permite o pagamento de uma compra dentro de

30 ou 40 dias, dependendo do vencimento da fatura. Além disso, é possível centralizar os gastos e não precisar transportar grandes montantes de papel moeda, o que promove mais segurança ao utilizar grandes quantias de modo simples e rápido. Contudo, ter um limite considerável no cartão de crédito pode ser um impulsionador de consumo, e o fato de poder parcelar e não pagar o valor total das compras à vista impacta nas obrigações financeiras futuras não ficando evidente o quão comprometida sua renda pode estar e então quando se nota a impossibilidade de pagar o montante total devido, na fatura mensal, entrasse no rotativo do cartão³⁹ ou passasse a utilizar outras possibilidades de crédito, todavia, todas as linhas de crédito envolvem incidência de juros, e a dívida adquirida compromete a renda e então devesse torná-la presente, como parte das despesas, no orçamento.

Outra questão que envolve o uso do cartão de crédito é o momento do pagamento da fatura mensal, caso necessário ou por opção utiliza-se o pagamento do valor mínimo⁴⁰ da fatura o restante do saldo devedor entra no rotativo do cartão de crédito incidindo juros e podendo ser pago no tempo subsequente⁴¹.

[...] pagar a parcela mínima da fatura de cartão de crédito também é um péssimo negócio, já que as taxas de juros do chamado crédito rotativo, aquelas incorridas quando não se paga o valor total da fatura, estão entre os mais elevados do mercado. (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.17).

Outro produto que merece atenção especial é o uso do cheque especial, possuir crédito pré-aprovado e automático disponível em conta corrente parece muito vantajoso, mas pode revelar grandes problemas. Esse crédito é indicado para usos inesperados⁴² e com baixíssima frequência, entretanto, não costuma ser utilizado em situações inevitáveis, mesmo sabendo-se que a taxa de juros cobrada pelas instituições financeiras é altíssima, muitos consumidores pensam que esse uso será por pouco tempo e então, inconscientemente, não percebem o quanto seu uso está custando no

³⁹ Quando se paga somente uma parte do valor da fatura (pagamento inferior ao valor total, mas superior ou igual ao pagamento mínimo exigido), o saldo devedor restante é deixado para ser pago. Dessa forma, esse saldo se torna um empréstimo pessoal de curto prazo, chamado de crédito rotativo.

⁴⁰ Atualmente o valor mínimo de pagamento compreende 20% do valor total da fatura do mês.

⁴¹ Desde 2017, o uso do crédito rotativo foi limitado em 30 dias, pelo Banco Central, essa medida visou diminuir o endividamento das famílias brasileiras, com isso os bancos são obrigados a oferecer, no segundo mês de rotativo, o parcelamento dessa dívida de cartão de crédito. Esse parcelamento de fatura oferece juros mais baixos e a oportunidade de negociar, sendo possível pagar a dívida em até 24 meses dependendo do banco.

⁴² O mais indicado para despesas inesperadas é utilizar a reserva financeira, entretanto quando isso não é possível, muitas vezes, faz-se uso do cheque especial.

final e como “ [...] o mau uso dessa linha de crédito pode comprometer a administração das finanças pessoais “ (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.39).

Por meio da Resolução 4.765, de 27 de novembro de 2019, o Conselho Monetário Nacional (CMN), redesenhou o produto “cheque especial” para torná-lo menos agressivo e mais eficiente. A resolução estabeleceu limite para taxa de juros cobrada (8% a.m. ou 151,8% a.a.) e facultou as instituições financeiras a cobrança de tarifa de até 0,25% sobre o valor disponibilizado para crédito que ultrapasse R\$500,00⁴³.

A título de curiosidade, segundo dados do Banco Central do Brasil, divulgados em 26 de junho de 2020 referentes às taxas das operações de crédito em maio do mesmo ano, as taxas médias anuais, destes produtos são: Cheque Especial: 117,06% ao ano; Cartão de Crédito Rotativo: 303,43% ao ano e Parcelado do Cartão de Crédito: 137,85% ao ano. Ao mesmo tempo, tínhamos a taxa SELIC em 2,75% ao ano o que significava que o rendimento da poupança anual estava em 1,92% ao ano, ou seja, depara-se com outra situação frequente, por falta de conhecimentos financeiros, os cidadãos preferem, por exemplo, pagar a parcela mínima da fatura do cartão de crédito ao invés de sacar recursos investidos em caderneta de poupança, sendo assim investem seus recursos em uma aplicação com baixíssima remuneração e pagam juros altíssimos sobre gastos, muitas vezes desnecessários, que ficaram, por exemplo, no rotativo do cartão.

Outro ponto relevante apontado por Kistemann Jr (2011) é que a falta de conhecimento tanto de Educação Financeira como dos produtos financeiros, faz com que os indivíduos-consumidores no processo que se refere à decisão de compra optam pelo valor das parcelas em detrimento da análise dos juros cobrados e do período do empréstimo, ou seja, levasse em consideração “se a parcela cabe no orçamento”. As linhas de crédito possibilitam usufruir de algo imediatamente, ou seja, mesmo que não se tenha dinheiro para o pagamento à vista.

Evite pagar juros mais altos do que aqueles que você recebe de seus investimentos. Ou se aceitar pagar faça-o consciente dos custos, e de que está assumindo esses custos em função da falta de planejamento, ou por estar

⁴³ Permitida a cobrança apenas uma vez por mês, pela instituição financeira, independentemente do número de operações na modalidade feitas no período.

dando ao dinheiro tomado maior utilidade do que daria se poupasse (CERBASI, 2016, p 58).

Vale ressaltar que as taxas de juros são elevadas, sendo necessário avaliar a necessidade e refletir sobre o uso das linhas de crédito, não é errado utilizar os produtos financeiros para realizar sonhos ou atender a necessidades, contudo faça esse uso de forma consciente e é por isso que se defende a Educação Financeira, Figura 10. Para quem está devendo dinheiro, replaneje-se, e para quem está precisando emergencialmente de uma linha crédito, use seu processo de aprendizagem financeira a seu favor e se for necessário fazer um empréstimo faça uso dos seus conhecimentos sobre as linhas de crédito veja qual a mais adequada para te atender nesse momento e se possível com uma taxa de juros mais baixa.

Figura 10: Processo de escolha de um financiamento veicular com uso consciente da linha de crédito

Um carro de R\$ 120 mil parcelado com juros de 0,99% ao mês por 48 meses é um bom negócio?	
Sim	Não
Não há resposta correta, depende da necessidade ou da escolha do consumidor, entretanto o importante é conhecer a linha de crédito e saber, através de uma conta de juros compostos, que esse carro custará R\$ 192 mil ao final, ou seja, em 4 anos a financiadora irá lucrar R\$ 72 mil com essa opção de compra e o comprador terá menos R\$ 72 mil em conta.	

Fonte: Elaborado pelo Autor

Note que o problema não é fazer o uso de linhas de crédito, em muitos momentos esse uso se faz necessário, como exemplo hipotético suponha a queima de uma geladeira, considerado um item necessário e essencial, em um momento em que não se tem poupança suficiente para repor o bem, a urgência fala mais alto sendo necessário recorrer as linhas de crédito, porém com orientação e senso crítico não só será feito o levantamento de preços como também quais as vantagens de recorrer a um ou outro tipo de crédito.

A realização, exclusivamente, de desejos momentâneos

Infelizmente, a característica consumista está relacionada com uma visão de curto prazo, um tanto quanto cultural e baseia-se, geralmente, na realização dos desejos

momentâneos e na falsa ascensão social, ilustrada da Figura 11, é comum ouvir, que a partir do momento que se tem um aumento da renda, seja ela devido a uma promoção ou a mudança de emprego, o consumo acompanha tal crescimento, pois assim que há uma maior renda, aumentam-se os padrões de vida, começando por um celular melhor, um carro novo, uma casa maior, passa-se a usar roupas de grife, frequentar restaurantes mais caros, com maior frequência e assim por diante, centrando em realizações de desejos momentâneos e deixando de planejar e pensar a longo prazo, não planejando formar uma poupança ou pensar na estabilidade financeira futura.

Figura 11: Consumismo social



Fonte: BECK, Armandinho.⁴⁴

[...], os tempos mudaram: a inflação já está sob controle [...] o Brasil vive um regime democrático há mais de duas décadas. Porém, apesar de parecer muito tempo, dez ou 20 anos ainda não se mostraram capazes de mudar essa dinâmica relacionada a cultura financeira no país, algo provável de ocorrer com mais tempo e com maior Educação Financeira para que a população possa tirar maior proveito da estabilidade político-econômica e, ao administrar melhor as finanças pessoais, obter maior satisfação pessoal e melhor qualidade de vida. (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.23).

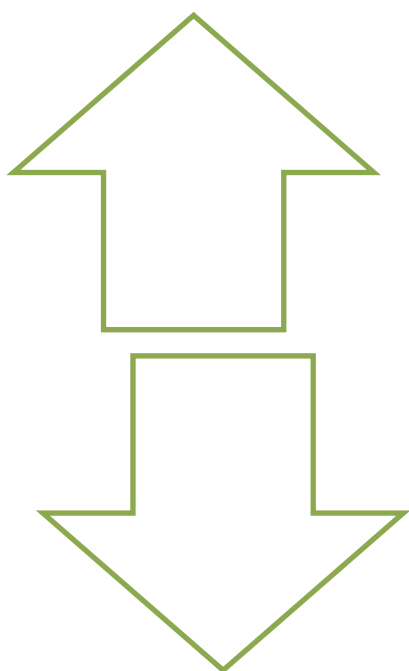
Note-se que o aumento do conforto e a realização de desejos momentâneos, pode trazer um grande aumento das despesas, por exemplo, aumento do IPVA, do IPTU, do seguro do carro entre outros gastos relacionados ao aumento do padrão de vida, e caso essas novas despesas não estejam bem compreendidas e orçadas dentro do planejamento financeiro tem-se o começo de um descasamento entre as receitas e despesas, mostrando novamente, a ausência de conhecimento financeiro e as suas consequências.

⁴⁴ <https://tirasarmandinho.tumblr.com/post/159500166909/tirinha-original>. Acesso em 14 de jul. de 2021.

É claro que não se está defendendo a ideia de que o indivíduo deve-se privar de tudo, ao contrário, defende-se a realização de desejos e sonhos, mas com planejamento e visão futura, esse novo aumento de renda, também deve proporcionar um aumento de poupança, isto é, devesse fazer investimentos⁴⁵. Ao planejar e tomar decisões com mais cuidado é possível atingir todos os objetivos no curto, médio e longo prazo, sem deixar que o aumento de renda se perca nos ralos do desperdício, e não traga apenas consequências negativas para o futuro financeiro prejudicando o alcance de grandes objetivos e da estabilidade financeira.

Consumir apenas e não poupar

Segundo o Dicionário Michaelis, esses verbos apresentam os seguintes significados:



Poupar

- Gastar sem desperdício
- Juntar dinheiro, fazendo economia, com o objetivo de investir em um bem futuramente
- Reduzir ou evitar trabalho, despesas etc.; diminuir, reduzir

Consumir

- Destruir(-se), gastar(-se) até a total destruição; aniquilar(-se)
- Gastar dinheiro na compra de produtos e serviços; comprar, despender, gastar:
- Comprar em excesso, geralmente produtos (ou serviços) supérfluos e desnecessários

Normalmente ao relacionar o verbo consumir apenas com a realização de desejos momentâneos, com o consumo compulsivo ou com o esgotamento de todas as receitas ou reservas financeiras está-se considerando apenas o lado negativo da palavra sem pensar no consumo consciente e no planejamento não havendo qualquer referência a poupar ou ao uso positivo de consumir.

⁴⁵ Investir não é comprar um bem, como roupas, objetos eletrodomésticos e eletroeletrônicos, ou um serviço, na verdade, investir significa aplicar excedentes financeiros em bens e direitos que gerarão renda ou valorização futuras.

No universo financeiro o consumo é tratado como um direito, e todos, indistintamente, são estimulados a consumir, independentemente de sua condição financeira para tal e o ato de poupar é o acúmulo de capital para uso posterior, com ou sem rendimento.

Segundo a pesquisa “58% dos brasileiros não gostam de dedicar tempo para cuidar das próprias finanças” realizado pelo Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil) e pela Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL), realizada em 2018, nas 26 capitais brasileiras e no Distrito Federal, tem-se que a organização financeira não é uma tarefa que atrai os consumidores, além disso, grande parte dos entrevistados afirmam ceder às compras por impulso e tomar atitudes de consumo desregradadas e quando estão realizando compras, um terço (33%) dos entrevistados disseram que nunca ou apenas às vezes avaliam se realmente precisam do produto para não se arrepender depois. Também, 45% dos entrevistados nunca ou somente às vezes conseguem resistir às promoções e comprar apenas aquilo que está planejado. Direcionar o dinheiro que se recebe não é uma tarefa fácil, qual é a decisão correta a se tomar: poupar ou consumir? Qual a melhor maneira de utilizar os recursos financeiros sem comprometer a renda e recair em endividamentos?

[...]passou a ficar mais clara para nós, enquanto pesquisador e educador matemático que um considerável contingente de pessoas não possui, orientações financeiras para consumir, uma cultura de poupar o que ganham, de planejar financeiramente sua vida futura, de fazer estudos simulados para verificarem a viabilidade de adquirir ou não adquirir um bem e como farão para quita-lo. Em geral, a vontade de ter, muitas vezes alimentada por todo um sistema especializado de marketing de empresas e de instituições financeiras, que revelam somente o que lhes convém, para que o indivíduo possa consumir, sem, entretanto, fornecer-lhe embasamento para sua tomada de decisão. (KISTEMANN, 2011, p. 24)

É importante reconhecer que quanto maior o tempo entre a escolha e o usufruto de um benefício, maiores serão os ganhos no futuro. Porém, quanto menor o tempo de espera e o usufruto de um benefício, antecipando a realização de desejos, mais caro poderá custar. Esse mesmo raciocínio é muito valioso quando se pensa em planos de aposentadoria, quando antes se começa a economizar, menos se tem que poupar, entretanto pensar em poupar mensalmente determinado valor com foco na aposentadoria parece ser fácil, todavia quando o saldo mensal é positivo pode ser difícil manter a decisão de economizar ao invés de realizar um consumo imediato.

O consumo em níveis adequados é imprescindível para o bom funcionamento da economia, a questão é torná-lo uma prática ética, consciente e responsável, equilibrada com a poupança. Consumo e poupança configuram-se como ação responsável ao levar em conta os impactos sociais e ambientais. (ENEF, 2010, p. 11).

Não é sempre que as pessoas devem postergar suas compras. Há casos em que sua antecipação, embora tenha um custo maior, pode trazer melhores benefícios. O importante é a sustentação da saúde financeira junto com a satisfação pessoal. Lembre-se que a Educação Financeira se relaciona com a filosofia de vida do cidadão.

Não incluir a Troca Intertemporal nas decisões

Essa troca está relacionada com os reflexos do tempo em que as escolhas são feitas, ou seja, reflete diretamente o impacto de uma escolha de hoje sobre o amanhã, pode-se pensar nisso como as escolhas que se faz no presente e que pode afetar positivamente ou negativamente o futuro. Em termos do uso do crédito ⁴⁶, por exemplo, pode-se fazer uma troca no tempo quando se opta pelo pagamento da compra no presente (à vista) ou por seu pagamento em um momento do futuro (a prazo), Figura 12. Quando se poupa ou se investe recebe-se juros sobre o valor investido e quando se toma um crédito paga-se juros pelo empréstimo tomado.

Figura 12: Escolhas são as engrenagens da filosofia de vida financeira



Fonte: Elaborado pelo Autor

Leve em consideração o fenômeno da troca intertemporal quando fizer suas escolhas, avaliando o que é mais vantajoso para você: pagar antes (poupar) para consumir depois ou consumir antes e pagar mais caro depois. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 17)

⁴⁶ Raciocínio similar pode ser feito quando pensamos em investimentos de curto ou longo prazo.

Na gestão financeira, ao lidar com o consumo no tempo, caso não se tenha o dinheiro para pagamento à vista possuísse duas opções: usufruir agora e pagar depois, utilizando alguma linha de crédito assumindo uma posição devedora, ou seja, pagasse juros; ou pode-se optar por investir, pagar e usufruir depois, assumindo uma posição credora, recebendo juros antes de adquirir o bem.

Novamente compreenda que não há certo ou errado, depende de cada situação e de sua necessidade, o importante aqui é entender a troca intertemporal, para que ela seja levada em consideração no momento da tomada de decisão, dado que a antecipação ou a postergação do consumo pode ser mais ou menos vantajoso, tendo por consequência direta o pagamento ou o recebimento de juros dependendo das escolhas que são feitas. O poder de escolha é a chave para saber fazer uma boa troca intertemporal.

Não ter reserva financeira

O que é reserva financeira ou reserva de emergência? Essencialmente, é um valor que deve estar guardado e disponível para atender a qualquer imprevisto que necessite de um desembolso imediato. Segue alguns exemplos de situações inesperadas que podem exigir um desembolso imediato:

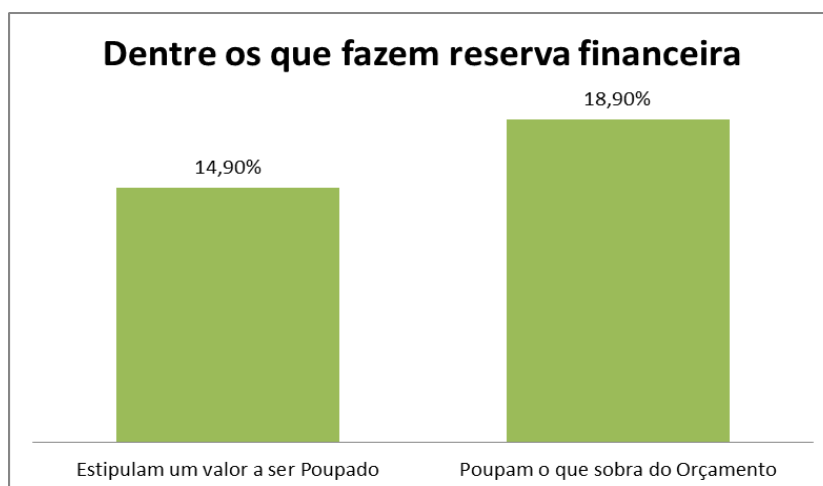
- Quebra de algum aparelho eletrônico ou eletrodoméstico considerado essencial, tais como: celular, computador, geladeira, entre outros;
- Perda de emprego ou qualquer fonte de renda;
- Reformas residenciais emergenciais, tais como vazamentos de água e gás ou problemas estruturais;
- Danos inesperados veicular.

Não ter uma reserva financeira fará com que seja necessário recorrer a empréstimos que não eram planejados. A dificuldade em realizar ou manter uma reserva financeira ainda é uma das principais consequências da falta de Educação Financeira. De acordo com a pesquisa do Serviço de Proteção ao Crédito (SPC) e da Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL), sobre o Indicador⁴⁷ de Reserva

⁴⁷ “O indicador abrange 12 capitais das cinco regiões brasileiras: São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Porto Alegre, Curitiba, Recife, Salvador, Fortaleza, Brasília, Goiânia, Manaus e Belém. Juntas, essas cidades

Financeira, publicado em 24/03/2020, apenas 33,8% dos entrevistados costumam fazer reserva financeira, Figura 13, sendo que apenas 14,90% das pessoas têm planejamento sobre a sua reserva financeira.

Figura 13: Resultado da pesquisa do SPC sobre como são compostas as reservas financeiras.



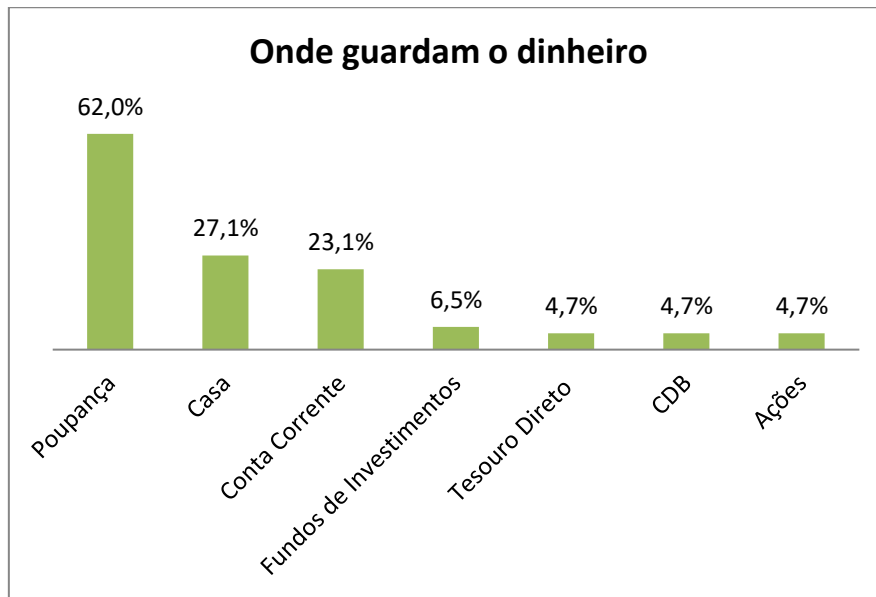
Fonte: Elaborado pelo autor

Outra questão relevante é forma como é guardada essa reserva, de acordo com a mesma pesquisa, dentre aqueles que fazem a reserva tem-se as seguintes formas de aplicação. Vale ressaltar que os entrevistados poderiam selecionar mais de uma opção sobre a forma como guardam a sua reserva financeira.

A falta de conhecimento do brasileiro fica ainda mais clara quando se observa, Figura 14, que ainda existem pessoas que guardam o dinheiro em casa (27,1%) e os que mantêm na conta corrente (23,1%), ou seja, são pessoas que estão perdendo o valor do dinheiro no tempo. Muito embora ter 62% da população com dinheiro na poupança não é sinônimo de uma boa Educação Financeira dado que a poupança é o investimento com menor remuneração, e em um momento econômico de baixa taxa de juros pode também estar perdendo para a inflação, ou seja, se tem o efeito de perda do valor do dinheiro no tempo devido a inflação.

somam aproximadamente 80% da população residente nas capitais. A amostra, de 800 casos, foi composta por pessoas com idade superior ou igual a 18 anos, de ambos os sexos e de todas as classes sociais. A margem de erro é de 3,5 pontos percentuais a uma margem de confiança de 95%." Fonte: SPC Brasil. Disponível em: < <https://www.spcbrasil.org.br/pesquisas/indice/7272>>. Acesso em: 30 jul. 2020.

Figura 14: Resultado da pesquisa citada do SPC sobre como são guardadas as reservas financeiras.



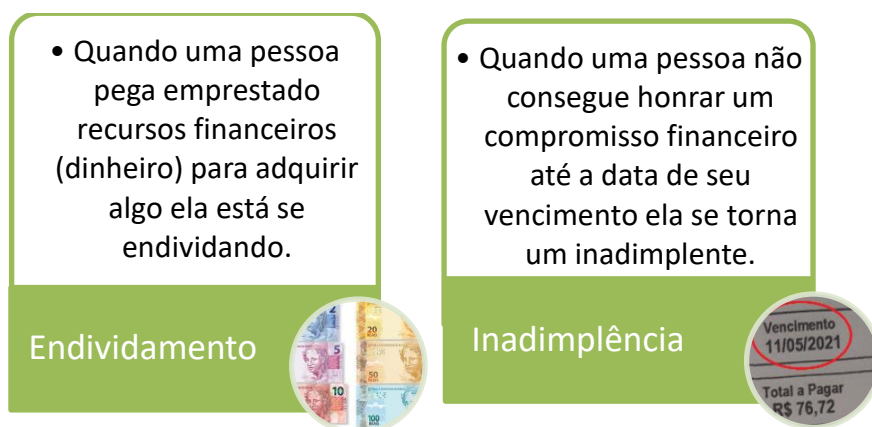
Fonte: Elaborado pelo autor

Dentre aqueles que fazem a reserva financeira 49,8% veem necessidade em se proteger contra imprevistos e 40,2% querem garantir um futuro melhor para a família isso é um sinal de que algumas famílias já começaram a se planejar financeiramente e veem necessidade de ter a sua reserva financeira.

Endividamento Excessivo

O simples fato de consumir algo e não pagar de imediato representa uma dívida, infelizmente, o endividamento costuma ser notado apenas quando não é mais possível honrar os compromissos na data prevista, ou seja, tornam-se uma das grandes armadilhas da falta de Educação Financeira ao não reconhecer que ao optar por um pagamento futuro adquirisse uma dívida que compromete o orçamento financeiro e é justamente nesse momento que muitas pessoas acabam trilhando para o caminho do desequilíbrio financeiro. É relevante entender a diferença entre endividamento e inadimplência, Figura 15.

Figura 15: Diferença entre Endividamento e Inadimplência.



Fonte: Elaborado pelo autor

O descontrole do endividamento, representado na Figura 16, pode causar a inadimplência e o endividamento excessivo pode acarretar perda de patrimônio, no pagamento de altos juros, na negativação do nome⁴⁸, em multas punitivas entre outros. O processo de endividamento é extremamente sério sendo responsável por graves problemas nos núcleos familiares.

Figura 16: Endividamento Excessivo



Fonte: BECK, Armandinho⁴⁹.

Segundo a Pesquisa “Forte alta no endividamento: 7 em cada 10 famílias encerraram o semestre com dívidas”, divulgada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC), em junho de 2021, foi registrado o percentual de 69,7% de famílias brasileiras endividadas⁵⁰ maior do histórico, Tabela 4. O

⁴⁸ Nome registrado no cadastro do Serasa ou Serviço Central de Proteção ao Crédito (SCPC)

⁴⁹ <https://tirasarmandinho.tumblr.com/post/159500166909/tirinha-original>. Acesso em 14 de jul. de 2021.

⁵⁰ <https://www.portaldocomercio.org.br/publicacoes/pesquisa-de-endividamento-e-inadimplencia-do-consumidor-peic-junho-de-2021/363192>. Acesso em 11 de julho de 2021

percentual de famílias que está com contas ou dívidas em atraso alcançou 25,1%, sendo que 10,8% do percentual das famílias declarou que permanecerão inadimplentes.

Tabela 4: Síntese da Pesquisa PEIC sobre o endividamento das famílias

Síntese dos resultados (% em relação ao total de famílias)			
	Total de endividados	Dívidas ou contas em atraso	Não terão condições de pagar
Junho de 2020	67,1%	25,4%	11,6%
Maio de 2021	68,0%	24,3%	10,5%
Junho de 2021	69,7%	25,1%	10,8%

Fonte: Pesquisa “Forte alta no endividamento: 7 em cada 10 famílias encerraram o semestre com dívidas”

O endividamento algumas vezes está atrelado ao uso das linhas de crédito tais como: cartões de crédito, limite do cheque especial, empréstimo pessoal, carnê de loja (crediário), financiamento de carros e imóveis. Na mesma pesquisa listou-se as principais linhas de crédito que compõe o endividamento familiar sendo o principal tipo de dívida, que alcançou a proporção máxima do indicador, 81,8% do total de famílias, o cartão de crédito.

Note, Tabela 5, que o cartão de crédito é o maior independentemente da renda familiar mensal.

Tabela 5: Principais linhas de crédito que compõem o endividamento familiar

Tipo de dívida (% de famílias)			
Junho de 2021			
Tipo	Total	Renda familiar mensal	
		Até 10 SM	+ de 10 SM
Cartão de Crédito	81,8%	81,8%	82,6%
Cheque Especial	6,3%	6,2%	6,8%
Cheque Pré-Datado	1,3%	1,4%	0,8%
Crédito Consignado	6,8%	6,9%	6,1%
Crédito Pessoal	10,0%	10,4%	7,5%
Carnês	17,5%	19,0%	10,2%
Financiamento de Carro	11,9%	10,5%	19,3%
Financiamento de Casa	9,1%	7,7%	15,8%
Outras dívidas	2,1%	2,3%	1,2%
Não sabe	0,0%	0,0%	0,0%
Não respondeu	0,1%	0,1%	0,2%

Fonte: Pesquisa “Forte alta no endividamento: 7 em cada 10 famílias encerraram o semestre com dívidas”.

A grande questão não é ter dívidas porque essas podem ser naturais, afinal dificilmente consegue-se pagar todas as contas adiantadas, fazer sempre compras à vista para realizar sonhos ainda mais aqueles que exigem um grande montante. O problema surge, por exemplo, quando essas dívidas crescem muito e o cidadão se vê obrigado a fazer novas dívidas para quitar dívidas antigas (renegociações). Assim o endividamento excessivo acaba sendo uma realidade para aqueles que perdem o controle da situação e que no final não conseguem manter as contas em dia.

Manter um equilíbrio entre estilo de vida e endividamento é algo necessário para que não se crie problemas com dívidas em excesso e por consequência inadimplência. Organizar o orçamento para manter seus hábitos de consumo e o padrão de vida que se almeja requer compromisso e muito planejamento.

5.2. Planejamento Financeiro

Por favor, poderia me dizer que caminho deve tomar aqui? – Perguntou Alice.

Depende muito do lugar onde você quer chegar – disse o Gato.

Pode ser qualquer um – respondeu Alice.

Então não importa que caminho vá tomar – observou o Gato.

Desde que eu chegue a algum lugar – acrescentou Alice à guisa de explicação.

Ah, se andar bastante, disse o Gato, com certeza vai chegar.

Lewis Carrol - *Alice no País das Maravilhas*

Muitas pessoas reclamam da “falta” de dinheiro, mas será que em algum momento pensaram em gerir o seu dinheiro, verificando quais são os seus ralos financeiros e mudando seus hábitos de consumo?

Falar sobre gestão financeira não é algo fácil, uma vez que envolve uma téttrade entre organização, planejamento, estudos e disciplina, representada na Figura 17. Uma boa gestão financeira proporciona muitos benefícios e prepara o cidadão para enfrentar imprevistos financeiros, equilibrar as suas receitas e despesas, além de fazer um bom uso dos produtos financeiros disponíveis e preparar-se para a aposentadoria inibindo a realização de escolhas inadequadas no mundo financeiro.

A Educação Financeira apresenta-se como um suporte para auxiliar as famílias em busca do controle financeiro e conseqüentemente uma melhor qualidade de vida, essa aprendizagem pode levar a reconhecer falhas e potencializar a economia familiar. Tal conhecimento é importante, independentemente da classe social, pois ele mostra

todas as possibilidades dentro de um orçamento bem controlado, não importando quão grande ele possa ser.

Figura 17: Tétrade da Gestão Financeira



Fonte: Elaborado pelo autor

Sabe-se que economizar pode não ser uma tarefa muito fácil, mas viver sem dinheiro atualmente é praticamente impossível. Então, se as contas chegam e o dinheiro torna-se escasso, passou do momento de aprender e se reeducar financeiramente, antes de se tornar mais um endividado. Caso esteja endividado excessivamente é hora de reaprender para poder planejar e recuperar o controle financeiro. Lembre-se, sempre faça o seu dinheiro trabalhar por você e não o contrário.

Torna-se necessário saber planejar a vida para se ter um futuro garantido para a família, planejando assim para viver bem hoje, amanhã e sempre. Quem é alfabetizado financeiramente tem claro aonde quer chegar, lidando com situações adversas no seu dia a dia e, principalmente, sabe como lidar com dinheiro. Quem começa a poupar cedo, necessita de muito menos esforço para atingir um valor que traga conforto do que quem deixa isso para a última hora. Para a realização de um planejamento financeiro eficiente é indispensável que sejamos objetivos, considerando metas específicas, relevantes, mensuráveis, alcançáveis e que tenhamos um tempo limite para elas serem atingidas. (KRÜGER, 2014, p. 10).

É importante salientar que o tamanho das receitas, pode se tornar insignificante caso não se saiba para onde está indo o dinheiro que se ganha. Quando não se faz nenhum acompanhamento dos gastos, não se sabe, onde o dinheiro está sendo utilizado. Todavia, anotando tudo, pode-se surpreender com os benefícios do planejamento e então perceber o quão valioso um orçamento pode ser. Vale ressaltar

que ter um bom planejamento financeiro também pode ser um instrumento de mobilidade social.

[...] famílias que vivem com recursos escassos conseguem, com bom planejamento, atingir objetivos financeiros supostamente irreais para seu nível econômico. Em outras palavras não é a quantidade de dinheiro que possibilita a realização de sonhos e metas, muitas vezes tal realização se torna acessível com o uso de iniciativas que aproveitam os meios de que a sociedade dispõe para obter melhor rentabilidade na aplicação de seu dinheiro. Ao longo do tempo, um bom ou um mau planejamento financeiro pode se constituir em um meio de mobilidade social, seja melhorando as condições de vida, por meio de boas iniciativas financeiras, como previdência complementar, seja deslocando-as para patamares inferiores, resultado de decisões financeiras errôneas, como é o caso de repetidos pagamentos do valor mínimo do cartão de crédito, que se transformam em crescente endividamento (BRASIL, 2011b, p. 63).

Um orçamento bem-feito dá o suporte necessário para manter os gastos controlados e planejar para que os sonhos possam ser tangíveis. Note que uma boa saúde financeira pode ter alta correlação com a qualidade de vida, afinal ter estabilidade financeira é o primeiro passo para o sucesso pessoal, por conseguinte, profissional, com um melhor aproveitamento da vida, aumentando sua satisfação atualmente e nos anos que virão garantindo uma velhice estabilizada e com condições para ser bem vivida.

O trecho “Se você não sabe aonde ir qualquer caminho serve” presente no filme “Alice no País das Maravilhas”, é comumente utilizado como frase de inspiração, uma vez que a mensagem presente em suas entrelinhas é de grande valor, veja, se não se sabe onde quer chegar, a vida simplesmente acontece, estase entregue ao acaso, sendo assim corresse o risco de obter resultados diferentes do “desejado” e os sonhos ficarem para sempre na idealização jamais sendo realizados.

Diretamente isso pode ser traduzido para a conscientização financeira, ou seja, se não há um objetivo financeiro, pode se andar muito tempo e ser que não chegue a lugar algum. Para tanto o planejamento financeiro é essencial para quem almeja um grande futuro, com foco e metas na direção certa para alcançar objetivos que estão bem definidos. Para alcançar o sucesso financeiro precisasse ter em mente duas questões fundamentais: diminuir os custos e aumentar as receitas.

Com um planejamento pessoal persistente e bem-feito, a árdua tarefa de manter a disciplina financeira é muito facilitada, permitindo a realização dos desejos de consumo, uma maior segurança para enfrentar situações inesperadas, e a formação de reservas para garantir a necessária segurança

peçoal e a indispensável tranquilidade e o desfrute de uma boa renda na velhice. (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.73).

A necessidade de preservar o dinheiro que se ganha é evidente e está presente no discurso de inúmeras celebridades que defendem a Educação Financeira, destacam-se: Gustavo Cerbasi (talvez a principal referência de educação financeira no Brasil), Rafael Seabra (canal Quero ficar rico), Nathalia Arcuri (canal Me Poupe!), Thiago Nigro (canal O Primo Rico), Bruno Perini (canal Você MAIS Rico), Lucas Pit Money (canal Pit Money), Mirna Borges (canal Economirna), Breno Perrucho (canal Jovens de Negócios), Murilo Duarte (canal Favelado Investidor), entre outros. Todavia, o mais importante não é o quanto se ganha, mais o quanto se consegue manter e não gastar. Vale citar que dependendo do autor em que se busque inspiração ou apoio para a orientação no desenvolvimento do planejamento financeiro poderão ser encontrados diferentes metodologias para a sua elaboração, contudo saiba que o planejamento é pessoal e o mais importante é buscar uma diretriz que mais se adeque a você e segui-la.

É importante salientar que um planejamento financeiro é composto por metas factíveis que transformam o dinheiro em um aliado e que sim, podem envolver diversas operações financeiras, tais como financiamentos, aplicações, empréstimos, resgates, porém com finalidades específicas e bem direcionadas.

5.2.1. Como determinar os objetivos financeiros?

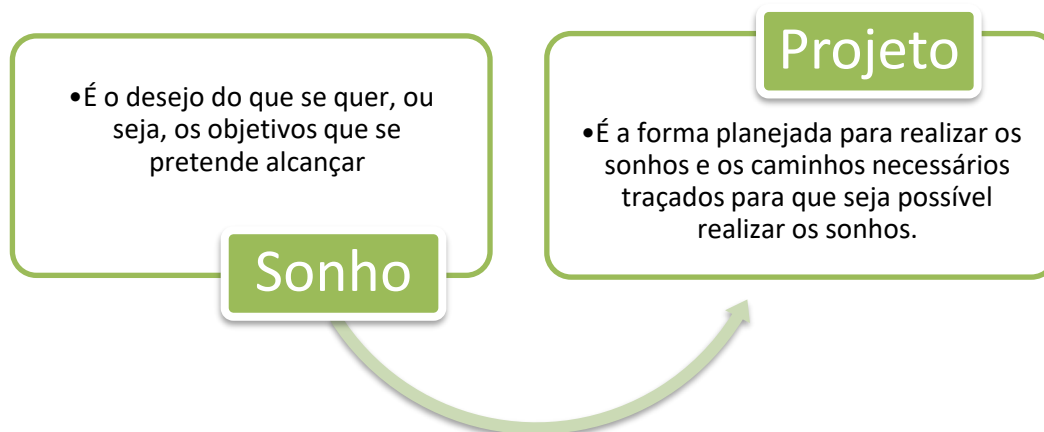
“Se você pode sonhar, você pode realizar”
Walt Disney

A citação de Walt Disney “Se você pode sonhar, você pode realizar” está diretamente relacionada com o projeto de vida, afinal quem tem um sonho tem um objetivo, e com determinação e planejamento as diversas situações são enfrentadas, motivada pela vontade de realizar. Sonhar é ter projetos, que enchem a vida de significado, propósito e satisfação. Ter objetivos financeiros podem trazer diversos benefícios tanto em curto quanto em longo prazo, entre os quais, permitem o equilíbrio das finanças pessoais, prepara para o enfrentamento de imprevistos, para a aposentadoria e para a realização de sonhos.

Ser educado financeiramente e ter objetivos financeiros fazem parte da qualificação para fazer um bom uso do sistema financeiro, reduzindo a possibilidade de

cometer erros, preparando o caminho para a realização de sonhos, e por fim, tornando a vida do cidadão melhor. Para iniciar o processo de determinação dos objetivos financeiros é preciso entender a diferença entre sonhos e projetos, Figura 18.

Figura 18: A relação entre sonhos e projetos



Fonte: Elaborado pelo autor

Todo indivíduo é movido por sonhos, eles fazem parte da essência humana, trazem esperança e motivação para seguir em frente, trazem um sentido para a vida e norteiam nossos desejos e anseios pelo futuro.

E por falar em sonhos, você já parou para pensar em quantos sonhos você possui? Mais que isso, você já pensou no que realmente você tem feito para realizá-los? Um problema que muitas pessoas enfrentam é não saber como transformar os sonhos em realidade. Ora porque falta uma visão clara do caminho a ser percorrido entre o sonho e a sua concretização, ora porque é necessário pensar no assunto e assumir uma posição ativa para transformar os sonhos em projetos. (BCB, Caderno de Educação Financeira, 2013, p.12)

Note que a falta de uma visão clara do caminho a ser percorrido para realizar um sonho está relacionado com as dificuldades em planejar e ter um projeto eficiente para a realização de sonhos e objetivos. De acordo com BCB os projetos eficazes se caracterizam pelos seguintes aspectos:

- São temporários – têm início, meio e fim definidos;
- São planejados, executados e controlados;
- Geram produtos, serviços ou resultados exclusivos;
- São desenvolvidos em etapas que se sucedem em uma sequência progressiva;
- São realizados e gerenciados por pessoas; e
- São executados com recursos limitados.

Sendo assim, o projeto é uma ação que viabiliza a realização dos sonhos, retirando-os do imaginário e trazendo-os para o mundo real. Existem alguns passos simples que, uma vez seguidos, podem ajudar a transformar sonhos em projetos, aproximando-os de sua realização, a seguir será apresentado alguns destes passos.

Conheça seus sonhos

Pare um minuto e anote no papel, por exemplo, três sonhos que gostaria de conquistar ao longo da vida. Inicialmente, não se preocupe como realizá-lo, apenas pense nos sonhos e anote.

Determine suas Prioridades

Uma vez criada a lista de sonhos, enumere os itens de forma crescente. Sendo o nº 1 o primeiro que se deseja conquistar e assim por diante. Ao determinar prioridades, você coloca foco e determina o que é mais importante.

Internalizar a visão de futuro trazida pela perspectiva de realização do projeto

Pense em tudo aquilo que a realização do sonho lhe trará de bom. Pense nos prazeres que se terá. Veja-se com o produto ou no lugar em que se sonha estar. Sintase com o sonho realizado. Muitas pessoas utilizam-se de imagens e informações ao seu redor que remetem ao sonho porque tais atitudes trazem motivação para seguir em busca da materialização do sonho, ajuda a manter o foco, não deixando desviar do caminho ou cair em tentações que podem deixar os objetivos mais distantes.

Verificar o custo da realização do primeiro sonho.

Sabe-se que nem todos os sonhos envolvem necessariamente a utilização de recursos financeiros, contudo mesmo esses sonhos precisam de planejamento e de um projeto bem determinado. No entanto, existem sonhos que precisam de recursos financeiros para sua realização, para estes, é necessário realizar pesquisas e descobrir quais são as condições necessárias para a realização dos projetos.

Definir a quantia exata do projeto para o objetivo financeiro

Dado que se sabe quanto custa realizar o sonho, avalie como será composta a quantia para realizar o seu objetivo financeiro, essa composição pode ser resultado do cálculo apresentado na Figura 19.

Figura 19: Composição do Objetivo Financeiro para a realização de um projeto



Fonte: Elaborado pelo autor

Estabeleça metas claras e objetivas para seu projeto.

Este é o passo em que se irá detalhar como será realizado o seu sonho. Procure planejar e descrever, de modo específico, as metas que se deverá alcançar para que o sonho seja realizado. Faça um controle periódico do andamento do projeto, as etapas no percurso servem para verificar o quanto se tem caminhado e, caso necessário, reavalie e direcione melhor o seu projeto sempre com o foco na realização de seu sonho. As situações podem se alterar ao longo do tempo, de forma positiva ou negativa, exigindo ou permitindo que o percurso inicialmente pensado seja alterado, o importante é sempre estar na direção certa e jamais desviar do percurso.

Comemorar os progressos intermediários

Para atingir um sonho, um projeto contém várias etapas sendo necessário um período longo para ser finalizado. Assim, até que se consiga os recursos econômicos necessários para que o sonho seja realizado, existe a possibilidade de desânimo, desmotivação ou desvio do foco o que pode afastar do objetivo de realizar um sonho. Por isso, é necessário estabelecer metas intermediárias e cada vez que uma delas é alcançada, tenha planejado uma comemoração. Note que é importante para se manter motivado comemorar os êxitos, esse sentimento de meio caminho andado ajuda a manter o foco e a perceber que se está cada vez mais próximo da realização do projeto.

Caso seja necessário um tempo maior para realizar o projeto, independente de quanto, tenha foco, coloque em seu orçamento os investimentos necessários para a realização desse sonho e continue a trabalhar em direção a realização do projeto. Ser perseverante e não desistir diante dos obstáculos é algo imprescindível e quanto menos se espera, cada etapa do projeto passará a ser alcançada e no final tem-se a realização do projeto. Tem-se assim um ciclo de realização de sonhos basta ser consciente e executar as etapas que se atingirá os sonhos 1 a 1.

Embora haja a tentação do consumo, influências internas e externas e as facilidades de compra, o planejamento pessoal produz certa resistência aos gastos imediatos, na medida em que evidencia benefícios maiores no futuro. Não se trata de uma renúncia completa aos prazeres do presente, mas de alguns, cuja espera pode trazer maior desfrute futuramente. Uma adequada gestão financeira pessoal aumenta as chances de realização dos sonhos, e a Educação Financeira apenas irá corroborar com esse objetivo.

5.2.2. Orçamento Doméstico

*“Pensamentos conduzem a sentimentos.
Sentimentos conduzem a ações.
Ações conduzem a resultados.”*

T. Harv Eker

Para começar o planejamento financeiro, é preciso dar o primeiro passo que é conhecer o orçamento doméstico, para isso é necessário criar o hábito de acompanhar os gastos (despesas) e ganhos (receitas), fazendo anotações de todas as entradas e saídas de caixa⁵¹, o que pode ser feito em um caderno, com o auxílio de uma calculadora, através do uso de planilhas eletrônicas ou com a utilização de aplicativos. No início da jornada de acompanhamento do fluxo diário ou mensal de entradas e saídas de dinheiro, inicialmente, é indicado considerar que todo gasto pode ser relevante, tenha domínio sobre eles.

O orçamento é o princípio de todo o planejamento de como economizar dinheiro. [...] Um orçamento bem-feito dá o suporte necessário para manter os gastos controlados e até mesmo ajuda a encontrar problemas de excesso de gastos nas despesas mensais (KRÜGER, 2014, p. 12).

Adquirir conhecimentos específicos, ter disciplina e principalmente estabelecer metas claras em relação ao que se almeja alcançar no decorrer da vida é fundamental. O que se pode dizer a respeito de metas é que elas devem ser traduzidas em forma de ações e fatos.

Receitas

Na primeira etapa é necessário fazer o levantamento de todos os valores que irão compor as receitas do orçamento doméstico, ou seja, serão analisados todos os recursos financeiros (rendas) que farão parte do orçamento.

⁵¹ Fluxo de caixa é o movimento das entradas (receitas) e saídas (pagamentos) de dinheiro.

De onde vem o dinheiro não costuma ser um mistério. Em geral, as pessoas naturalmente têm uma boa noção de onde vêm as suas receitas, pois esperam recebê-las pelo trabalho realizado, por algum investimento efetuado ou por benefícios recebidos. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 19)

Existem algumas formas de classificação de receitas (renda):

- Renda ativa: está relacionada ao ganho originado a partir de um determinado trabalho, normalmente designado por salário⁵². Esse tipo de renda é decorrente do trabalho. Na renda ativa⁵³, a pessoa que recebe o salário fixo sabe o dia que terá o pagamento. Entretanto caso a pessoa seja demitida ou impossibilitada de trabalhar, automaticamente, ela perde a renda ativa.
- Renda Passiva: rendimento derivado de um investimento. Exemplos desse tipo de renda são os rendimentos provenientes: da poupança, investimentos em renda fixa ou variável, aluguéis⁵⁴, dividendos⁵⁵ e direitos autorais⁵⁶. É o resultado de quando se coloca o dinheiro para trabalhar a nosso favor, ou seja, através de investimentos de seu capital tem-se em seus rendimentos uma nova fonte de renda. Por isso, a renda passiva é uma boa forma de complementar os rendimentos e garantir dinheiro para o futuro.

Despesas

Nessa segunda etapa é necessário identificar onde o dinheiro está sendo gasto.

Existem algumas formas de classificação de despesas (custos):

- Despesas Fixas: são aquelas que, independentemente do mês, estarão presentes no orçamento, elas podem ter valores fixos (aluguel, gastos com educação⁵⁷,

⁵² Prêmio recebido pelo trabalho realizado pode incluir remunerações variáveis, como comissões, honorários e bônus pagos pelo alcance de metas estabelecidas.

⁵³ A renda ativa pode ser segmentada em fixa ou variável. Entende-se por receita ativa variável, aquelas que variam de um mês para outro, como comissões por vendas ou aulas particulares.

⁵⁴ Renda obtida através da locação de bens, geralmente imóveis, sob contrato firmado por determinado período.

⁵⁵ Valores provenientes da divisão de lucros do exercício fiscal de uma companhia distribuída entre sócios e acionistas. Esse rendimento é comum para pessoas que investem em ações de empresas que pagam esse tipo de proventos.

⁵⁶ Direitos autorais são os direitos que todo criador de uma obra intelectual tem sobre a sua criação. A lei de direitos autorais brasileira garante ao criador a remuneração pelo uso de sua obra quando elas forem utilizadas por terceiros.

⁵⁷ Gastos com mensalidades escolares, além de cursos e programas relacionados à educação.

plano de internet, plano de saúde entre outras) ou variáveis (conta de luz, água, telefone, supermercado⁵⁸, combustível, condomínio entre outras).

- Despesas Sazonais: ocorrem em períodos específicos e geralmente seus valores são esperados, por exemplo, contas como IPVA, IPTU, seguros, matrícula escolar, material escolar para a volta às aulas entre outras. Essas despesas podem representar um gasto significativo e caso sejam deixadas de fora do orçamento poderão trazer problemas para a realização de planos estabelecidos.
- Despesas eventuais e necessárias: são aquelas que ocorrem casualmente, e seus valores não são esperados, por exemplo, custos com remédios, multas, consertos em geral entre outras.
- Pagamento de Empréstimos ou Financiamentos: compromissos financeiros são considerados como desembolsos fixos, inadiáveis e programados, por exemplo, pagamento de financiamento imobiliário, liquidação da fatura do cartão de crédito, compensação de cheques.
- Despesas Variáveis: são despesas não essenciais e não periódicas. Espera-se que tais despesas não comprometam a saúde do orçamento familiar, ou seja, não prejudiquem o cumprimento dos objetivos estabelecidos e por isso devem ser planejadas. São as despesas como lazer (cinemas, teatros, shows entre outros), restaurantes, gastos com cuidados pessoais (Salão de beleza, academia, entre outros), vestuário e calçados.

Em despesas variáveis pode-se colocar também outros gastos que não foram alocados nas categorias anteriores. Sugere-se classificar as despesas variáveis em necessárias, supérfluas e desperdícios. Essa divisão deve estar associada aos conceitos de necessidades e desejos. Avalie como necessários os gastos relacionados às necessidades básicas que se considera fundamental para se manter em condições dignas de vida social e mental, por exemplo, considera-se a fração direcionada para as atividades de lazer. Agora os gastos supérfluos estão relacionados aos desejos, ou seja, vão além de nossas necessidades, e desperdícios são aqueles gastos por impulso sem

⁵⁸ Referente às compras tipicamente feitas em supermercado, como alimentação, higiene e outros produtos para casa.

necessidade e que nem ao menos se deseja, muitas vezes são esquecidos e costumam ser apelidados no final como dinheiro “jogado no lixo”.

A seguir organize seus registros de modo que tudo faça sentido, compare as receitas com as despesas, afinal quando os custos fogem ao controle é muito comum o dinheiro faltar antes mesmo do final do mês, sendo esse, possivelmente, um primeiro sinal de que o controle começou tardiamente, o que não significa que é tarde demais, mais sim um alerta, de urgência, que está na hora de começar a organizar, focar e planejar, o futuro financeiro depende unicamente de você.

Há muitas maneiras de elaborar um orçamento financeiro, no caderno de Cidadania Financeira do BCB, orienta-se a utilizar quatro etapas: planejamento, registro, agrupamento e avaliação, apresentadas na Figura 20.

Figura 20: Quatro etapas para a elaboração do orçamento financeiro segundo BCB



Fonte: Elaborado pelo autor

Estando o orçamento mapeado, o indicado é realizar agrupamentos que facilitem as análises, como por exemplo, despesas com alimentação, transporte, lazer entre outras, não há um agrupamento ideal, mas sim o mais adequado para cada realidade, a partir das classificações realizadas passe a usá-las como orientador nas tomadas de decisões, analise criticamente e tente eliminar despesas desnecessárias, foque em guardar dinheiro e avalie: Quanto é preciso economizar para atingir as metas estipuladas? Quanto pode ser usado para o lazer?

Faça um balanceamento das receitas e despesas reservando uma parte das receitas para investimentos. Classifique mensalmente o balanço final de seu orçamento em superavitário, neutro ou deficitário, Tabela 6, ou seja, você gastou neste mês menos, o mesmo ou mais do que recebeu? É comum em meses de despesas sazonais, como por exemplo, janeiro/fevereiro, com pagamento de impostos, termos um orçamento mensal neutro ou deficitário o importante é estar preparado para essas despesas e não ser pego de surpresa, uma vez que estas já deveriam fazer parte do planejamento financeiro. Lembre-se sempre que a meta básica ideal mensal para uma boa organização financeira é, pelo menos, manter o orçamento superavitário.

Tabela 6: Gestão Orçamentária

Orçamento	Relação Despesa x Receita
Deficitário	Receita < Despesas
Neutro	Receita = Despesas
Superavitário	Receita > Despesas

Fonte: Elaborado pelo autor

Um bom orçamento financeiro irá ajudar a entender melhor os hábitos, a avaliar a realidade financeira, Figura 21, definir prioridades, a administrar imprevistos e a tomar melhores decisões, além de ajudar a manter as contas sempre no “azul”⁵⁹.

Figura 21: Orçamento Familiar



Fonte: BECK, Armandinho⁶⁰.

Qualquer que sejam os sonhos é necessário ter um controle efetivo das rendas e custos, bem como se organizar e definir os caminhos a serem trilhados de modo a alcançar os objetivos.

⁵⁹ Superavitária, ou seja, tendo suas receitas maiores que as despesas.

⁶⁰ <https://tirasarmandinho.tumblr.com/post/159500166909/tirinha-original>. Acesso em 6 de jun. de 2021.

Orçamento é coisa séria e tem graves consequências quando ignorado, é importante seguir à risca o planejado para que não haja frustrações, mas sim obtenha a satisfação em realizar anseios. Caso encontre dificuldades financeiras, buscar conhecimentos e ajuda pode ser o melhor caminho, concentre os esforços e retome o rumo do planejado, ser persistente é uma das principais competências da Educação Financeira, pode se aprender muito em momentos de dificuldades encarando os grandes desafios, nunca é tarde para aprender, mantenha-se ativo em relação ao ganho de conhecimento. O grande sucesso de um planejamento financeiro está na determinação em fazê-lo e na disciplina em segui-lo no decorrer do tempo. Uma educação com qualidade torna a mente esclarecida, nos livrando dos abismos da ignorância. Isso vale para a Educação Financeira.

Crie o hábito de fazer poupança, tanto para a realização de sonhos como para ter segurança, tenha clareza sobre a necessidade de uma reserva financeira, pois devemos ter orçamento para possíveis despesas eventuais, além das sazonais. Ter precaução é uma forma de se manter distante dos problemas financeiros.

Reserva Financeira

“A falta de dinheiro é raiz de todos os males”

Mark Twain

Uma reserva financeira é uma quantia separada, exclusivamente, para cobrir gastos de emergência⁶¹, que não estejam previstos no orçamento. Pretende-se com ela cobrir imprevistos tais como perda de emprego, emergências médicas, reparos da casa e do carro⁶², dificuldades no próprio negócio. Ela serve para auxiliar na reorganização de seu planejamento, caso alguma coisa errada aconteça sem prejudicar o orçamento doméstico.

Em tempos atuais, o cenário nacional vem sofrendo fortes modificações, ocasionadas por uma forte crise econômica. As pessoas que se beneficiaram da estabilidade estão tendo que aprender a reorganizar suas vidas. Em tempos de crise econômica obtém êxito aquele que melhor administra suas finanças. (PRIMON, 2017, p.23).

⁶¹ Note que as despesas eventuais e necessárias são inesperadas e podem ser enquadradas no uso da reserva financeira.

⁶² Devem-se contemplar reparos imprevistos tais como um estouro no encanamento ou uma batida no carro. Reformas previstas tais como pintura do imóvel, devem estar contempladas no orçamento doméstico em despesas eventuais e necessárias ou despesas variáveis.

Neste trabalho chamamos de “reserva financeira”, entretanto, há outras nomenclaturas, tais como “reserva de emergência” ou “fundo de emergência”.

A importância da reserva financeira é tão grande que se sugere a sua criação antes mesmo de comprar bens para usufruto, por exemplo, um carro ou uma casa, afinal imprevistos podem ocorrer a qualquer momento e devesse estar preparado para isso. O intuito da reserva é garantir tranquilidade e paz de espírito para encarar momentos não tão bons da vida.

A pesquisa da Anbima “Mais da metade dos brasileiros não tem reserva financeira”⁶³, em 2017, revelou que mais de 52% dos brasileiros não possuem dinheiro guardado para eventualidades apesar de 85% da população reconhecer a importância de guardar dinheiro para emergências. Embora pareça simples ter uma reserva financeira e sua necessidade estar clara tem-se um passo importante e necessário que é descobrir qual deve ser o seu tamanho ideal, ou seja, quanto dinheiro deve-se ter para suprir tais emergências. Apesar do montante variar de acordo com as características e necessidades de cada um, muitos autores trabalham com valores entre 3 e 12 meses das despesas mensais.

Logo para saber o valor ideal da reserva financeira é necessário conhecer o valor médio das despesas mensais, ou seja, ter o orçamento doméstico mensal. Então se o mapeamento das despesas está feito isto nos dará uma ideia de quanto deve estar reservado, caso já tenha o valor da reserva é interessante separá-lo das demais poupanças, caso contrário comece os esforços para constituí-la o quanto antes.

Lembre-se que esse é um dinheiro para suprir emergências e como não se sabe quando precisará acessar essa reserva, é imprescindível que ela esteja investida em operações com liquidez diária e de baixo risco, ou seja, em algum produto que se possa resgatar o dinheiro com facilidade e sem perda de principal, por exemplo, poupança, CDB, entre outros.

⁶³ < https://www.anbima.com.br/pt_br/imprensa/mais-da-metade-dos-brasileiros-nao-tem-reserva-financeira-2CA08A9A632885AD01632E6E4988505A.htm > Acesso em 12 jul. 2021.

5.2.3. Benefícios de ter planejamento financeiro

Ao se planejar e manter as finanças sob controle pode-se observar os seguintes benefícios: controle do endividamento pessoal, eliminação de gastos desnecessários, utilização dos juros de forma consciente e a seu favor e maximização de seus recursos disponíveis.

O planejamento financeiro possibilita consumir mais e melhor. Consumir “mais” por meio da potencialização do dinheiro e “melhor” via eliminação de desperdícios. (BCB, Caderno de Educação Financeira, 2013, p. 35)

Ao realizar o planejamento financeiro e perceber que as conquistas dos sonhos podem ser realizadas mais rapidamente e com menor custo, vive-se plenamente os conceitos da Educação Financeira valorizando a gestão dos recursos e as escolhas conscientes. Falar de Educação Financeira é muito mais do que simplesmente falar sobre dinheiro. A Educação Financeira pode ser sinônimo de liberdade.

5.3. As Recompensas da Disciplina Financeira e seus desafios

"Quem é firme em seus propósitos molda o mundo a seu modo."

Goethe

Muito se tem investido na criação de materiais e cursos sobre a Educação Financeira, principalmente no que se refere a finanças pessoais, tanto na mídia em geral como as próprias instituições financeiras e embora seja fácil encontrar informações sobre o tema, não é simples colocar em prática esses conhecimentos, uma vez que viver o Letramento Financeiro pode exigir uma grande mudança de hábitos, comportamento e inclusive tende a alterar a filosofia de vida do cidadão. Por exemplo, mesmo sabendo da importância do planejamento financeiro e da organização orçamentária o cidadão pode encontrar grandes dificuldades em gerenciar seus próprios recursos financeiros, assim como organizar suas entradas e saídas de caixa, além de não compreender a diversidade dos produtos financeiros e todas as implicações de seu uso, assim acaba caindo na armadilha de tomar dinheiro emprestado com juros altíssimos sem ao menos entender o efeito de tais decisões evidenciando o grande desafio de viver a Educação Financeira.

Contudo, mesmo sendo um processo trabalhoso, contínuo e complexo, a educação financeira é fundamental para que se possa entender o mundo em que vivemos e sermos cidadãos críticos e conscientes e, além disso, compreendermos os

riscos do sistema financeiro, lidando com os desafios da disciplina financeira e colhendo as recompensas dessa aprendizagem, deste modo defende-se que um indivíduo alfabetizado financeiramente toma decisões mais corretas, conscientes e enfrenta melhor as adversidades.

Nesse subcapítulo elenca-se e detalha-se algumas características bem como alguns conceitos comumente utilizadas no processo de aprendizagem e explanação da Educação Financeira em busca do Letramento Financeiro, são eles: os quatro pilares da educação financeira; o processo da tomada de decisões; o consumo consciente; o uso adequado das linhas de crédito; como lidar com o endividamento financeiro; a relação entre poupança e investimento; além do planejamento para a aposentadoria e a busca pela independência financeira.

Quatros pilares da administração do dinheiro

Ganhe tudo o que você puder [...] economize tudo o que puder [...] oferte tudo o que puder.”

John Wesley

D’Aquino (2009), umas das pioneiras em Educação Financeira no Brasil, afirma que ela não se deve ser confundida como um conjunto de técnicas ou macetes de como administrar o dinheiro, mas sim que o processo de educar para lidar com o dinheiro deve abranger quatro grandes temáticas apresentadas na Figura 22.

Figura 22: Quatro Pilares da administração do dinheiro



Fonte: Elaborado pelo autor

Com o aumento da expectativa de vida e a revolução tecnológica vivenciada nos últimos anos, muitas dúvidas surgem em relação ao “Como ganhar” dinheiro. Antigamente isso parecia estar diretamente relacionado com a educação recebida, contudo, no futuro, quais serão as exigências ou roteiros para esse dinâmico mercado de trabalho? É fácil notar que surgem novas profissões e outras esvanecem, entretanto, muitos estudiosos apontam para a redução do número de vagas em muitos setores do

mercado de trabalho levando então a uma reflexão sobre quais serão as formas de ganhar dinheiro.

Outro ponto relevante são as ressignificações das percepções de “como poupar” e “como gastar”. O prazer de poupar deve ser semelhante ao de gastar, altamente contrário a displicência em relação aos gastos existentes atualmente. Reconhecer a completude e os prazeres desses dois conceitos sabendo vivenciar o melhor de cada um, em cada momento, não pode ser uma tarefa árdua e quanto antes se descobre que fazer escolhas conscientes distinguindo as consequências de seguir essa ou aquela opção constrói-se cidadãos responsáveis pelo seu próprio destino.

A generosidade é a forma mais simples de “como doar”. Ao dedicar tempo, atenção e apreço ao próximo percebe-se o quão generosos podem-se ser. É essencial orientar que o ganho e uso do dinheiro devem ser regidos pela ética e responsabilidade social e é na manifestação cotidiana de atenção ao próximo e doação que o que se aprende sobre o dinheiro faz sentido e faz valer a pena.

O processo de tomada de decisão

"Não possuir algumas das coisas que desejamos é parte indispensável da felicidade."

Bertrand Russel

A vida é feita de escolhas, sejam elas conscientes ou inconscientes. Veja que pelo simples fato de não escolher, já tomamos uma decisão e fizemos uma escolha.

[...] O ser humano é o único que tem a capacidade de não se valer apenas dos instintos e das emoções para direcionar as suas escolhas. No entanto, há momentos em que tomamos atitudes ou efetuamos escolhas com base exclusivamente nas emoções. Não se pode dizer que isso, a princípio, seja bom ou ruim, mas, em regra, é importante cuidar para que nossas escolhas equilibrem emoção com razão. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 14)

O processo de escolha deve manter a emoção e razão de forma equilibrada, devesse pensar no ontem, no hoje e no futuro e ao planejar, se basear nas experiências conhecidas ou vividas para aprimorar o processo de tomada de decisão. O tempo passa e muitas vezes pensasse que tudo poderia ser diferente caso tivéssemos feito outras escolhas durante a jornada, contudo, não se pode voltar atrás, mas pode-se aprender que as escolhas de hoje e amanhã poderão nos trazer grandes feitos e são nessas que

se devem concentrar as escolhas com consciência, não apenas com o coração, mas também com a razão, pensando nos objetivos a curto, médio e longo prazo.

Pode-se definir necessidade como tudo aquilo de que precisamos, independentemente de nossos anseios. São coisas absolutamente indispensáveis para nossa vida. Por sua vez, os desejos podem ser definidos como tudo aquilo que queremos possuir ou usufruir, sendo essas coisas necessárias ou não. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p.16)

Durante o processo de tomada de decisão incidem influências de fatores individuais, sociais, culturais, ambientais e psicológicos, como, por exemplo, aborda a Figura 23, tornando difícil a separação entre necessidades e desejos, o que torna os cidadãos, muitas vezes, reféns do “golpe do merecimento”.

Figura 23: Mídia e meios de comunicação – O poder da mídia na influência do consumo.



Fonte: Quino. Mafalda⁶⁴

Ao não considerar a real necessidade de uma compra, por exemplo, sendo simplesmente o reflexo da emoção junto à felicidade momentânea da realização meramente de um desejo sem a menor necessidade está-se contrariando os quatro pilares da administração do dinheiro, pois não se considera a completude entre o “como gastar” e “como poupar”. Esse tipo de comportamento acarreta o distanciamento dos objetivos e faz com que se esteja sempre distante das realizações dos maiores sonhos.

Antes de tomar uma decisão, algumas análises são essenciais e devem ser feitas antes de adquirir qualquer produto ou serviço, fazer uma reflexão, avaliar se é um desejo ou uma necessidade pode não ser tarefa fácil, mas avaliar algumas questões pode

⁶⁴ <http://www.ufrgs.br/revistabemlegal/edicao-2018-1/significando-consumo-e-consumismo-nas-aulas-de-portugues-leitura-e-reflexao-linguistica-a-partir-de-tirinhas>. Acesso em 10 ago. 2021

tornar um pouco mais claro o processo de decisão trazendo um viés mais racional para a escolha.

Pergunte-se:

- Eu realmente preciso disso?
- Por que eu preciso disso?
- É necessário neste momento?
- Tenho algo similar que posso utilizar para a mesma função, gastando menos?
- O quanto meu planejamento será comprometido com isso?

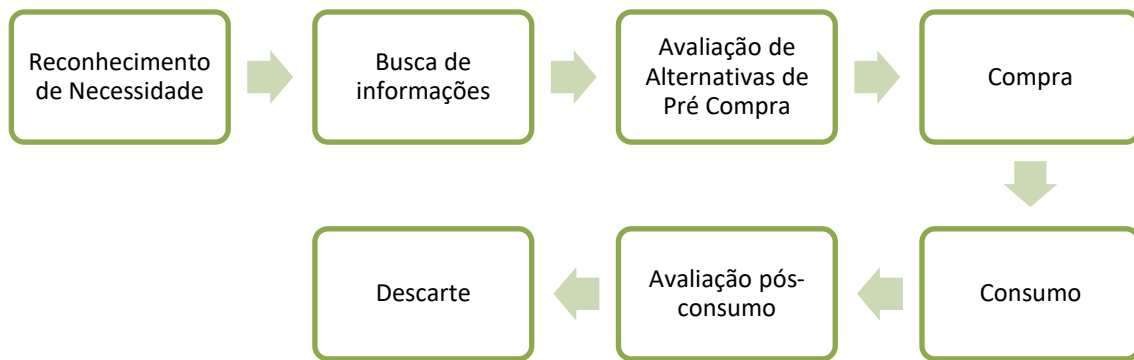
Ao refletir antes de tomar uma decisão, você economizará dinheiro e terá um maior controle de suas emoções o que impede que os impulsos sejam responsáveis pelas tomadas de decisões.

Ao se gastar um pouco mais de tempo para decidir, levantar mais alternativas e avaliar melhor as consequências de uma possível aquisição, espera-se que o ímpeto característico da compra por impulso seja reduzido, beneficiando indiretamente a gestão das finanças pessoais. (SOUZA; TORRALVO, 2008, p.63).

Deve-se ter sempre claro que consumir de maneira planejada e consciente não significa apenas uma restrição de desejos ou de gastos, não se trata somente de fazer menos de tudo, mas sim que se planejar, você pode consumir mais e melhor, tomar decisões no tempo certo, gastar menos para adquirir bens ou serviços com a mesma qualidade e com isso potencializar o seu dinheiro. Os desejos não são vilões, pelo contrário, é o que dá prazer e motiva em direção ao que se quer para o futuro, porém atendê-los na medida do possível e de forma racional é o mais adequado.

Kistermann Jr (2011) apresenta em seu trabalho um modelo esquematizado, Figura 24, que considera simples, passa por sete etapas, que pode vir a servir de discussão inclusive nos meios escolares sobre o processo de tomada de decisões. Esse esquema captura as atividades secundárias que devem ser avaliadas quando as decisões tendem a ser tomadas revelando as etapas que um consumidor pode passar no processo de escolha até o descartar do bem que desejou e adquiriu.

Figura 24: Como consumidores podem avaliar a tomada decisões



Fonte: (BLACKWELL, MINIARD e ENGEL, *apud* KISTERMANN JR, 2011, p. 118)

Na primeira etapa é avaliada a questão da necessidade de uma compra, segundo Kistermann Jr (2011) os consumidores adquirem aquilo que acreditam que o custo de comprar compensa a possibilidade do produto em solucionar problemas. No momento da busca de informações, segunda etapa, o consumidor busca informações afim de verificar essa necessidade, tão logo, na terceira etapa, são avaliadas as alternativas para essa compra considerando as opções disponíveis e as avaliações de qualidade buscando estreitar o campo de alternativas em direção a satisfação com a compra e o consumo, na quarta etapa, a compra é efetivada e com a posse do bem iniciasse o processo de uso do produto comprado, quinta etapa, experienciando a sexta etapa referente a satisfação ou insatisfação com a compra realizada.

[...] mesmo que o produto funcione bem, e gere a satisfação no individuo-consumidor, estes frequentemente repensam suas compras, especialmente em itens de alto valor, gerando nesses indivíduos-consumidores questionamentos profundos e detalhados acerca da tomada da melhor decisão. (KISTERMANN JR, 2011, p.124).

Finalizando, tem-se a última etapa referente ao descarte, que também é uma tomada de decisão uma vez que existem diversas formas de descartar desde a reciclagem até a possibilidade de revenda do bem, nessa etapa é de grande relevância considerar os fatores ecológicos implicando no consumo consciente.

Consumo Consciente

Considera-se que um cidadão é educado financeiramente quando, além de ter o controle financeiro de suas economias, fazendo um bom uso do seu dinheiro a médio e a longo prazo, age de forma responsável e consciente em relação ao mundo que o cerca, de modo sustentável, evitando desperdícios e o uso inadequado de recursos materiais.

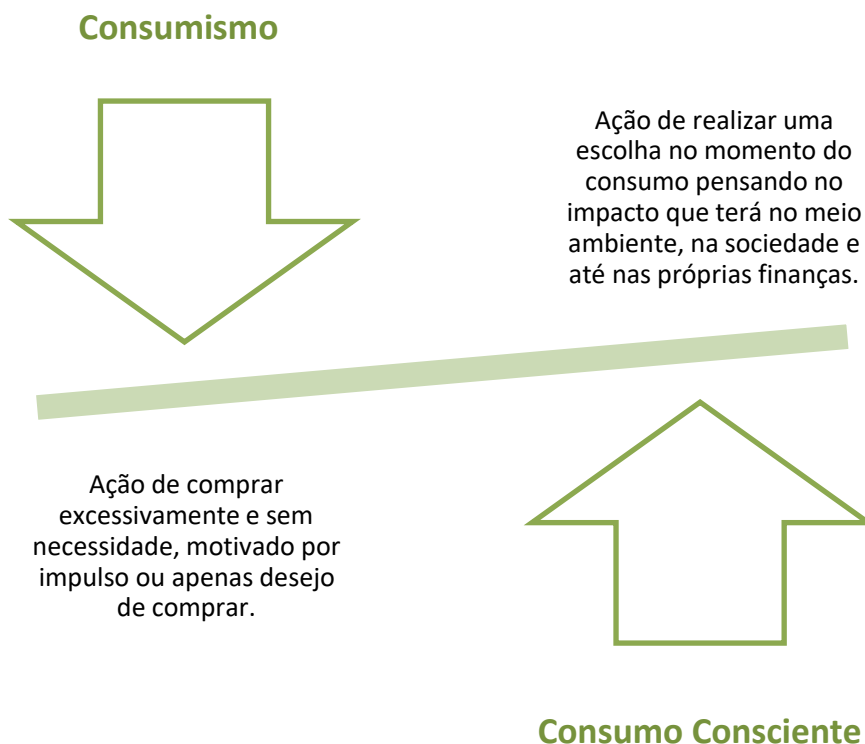
Por exemplo, no conceito de herança, uma sociedade é sustentável na medida em que cuida do meio ambiente e do meio social, visando o futuro das gerações que a sucederão no tocante à preservação do Planeta e ao respeito à vida, sem preconceitos e discriminações.

“Consumir tendo em conta as consequências desse consumo, em médio e longo prazo, para as populações do planeta, é usualmente chamado de “consumo consciente””. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p.39)

A sociedade atual vive de forma a não garantir a sustentabilidade, ou seja, pouco se pensa na capacidade de se regenerar de forma saudável e com usufruto das necessidades essenciais de todos os seres vivos do planeta desta geração e das próximas. Ao inserir o conceito de consumo consciente dentro da Educação Financeira, que é bem diferente do consumismo, Figura 25, tem-se a noção de que as escolhas de consumo estão além da satisfação pessoal e da realização de sonhos, dado que as decisões empreendidas afetam os recursos naturais disponíveis no planeta.

[...] Procura-se, assim, não transbordar problemas financeiros para o outro, não comprar produtos advindos de relações de exploração ou de empresas sem comprometimento socioambiental, reduzir o consumo desnecessário, ampliar a longevidade dos produtos possuídos, reduzir a produção de lixo e doar objetos úteis não desejados. (ENEF, 2010, p. 11).

Figura 25: Consumismo X Consumo Consciente



Fonte: Elaborado pelo autor

Ser cidadão com base no consumo consciente contribui para sustentabilidade nas dimensões ambientais, sociais e econômicas, ou seja, ao adquirir produtos e serviços de empresas com selo de sustentabilidade, pode se garantir um menor impacto para o meio ambiente, colaborando com uma sociedade mais justa e correta.

Trata-se de buscar o equilíbrio entre ter o que você precisa e ser um consumidor social, ambiental e economicamente sustentável. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 39)

Para refletir e avaliar sobre as diferenças entre consumidores conscientes e consumistas, apresenta-se a Tabela 7, proposta no Caderno de Educação Financeira – BCB.

Tabela 7: 12 princípios do consumo consciente da Akatu

Consumidor consumista	Consumidor consciente
Gasta compulsivamente.	Pondera antes de comprar.
Pensa apenas em si próprio.	Pensa em si e no resto da sociedade, inclusive as futuras, pensa no impacto sobre o meio ambiente antes de comprar.
Compra tudo o que deseja.	Compra apenas o necessário.
Joga todas as embalagens no lixo.	Reutiliza as embalagens.
Qualquer tipo de resíduo é considerado lixo.	Separa o que lixo orgânico do que é reciclável e dá a destinação correta.
Se estiver fácil para comprar e for barato não se preocupa se o produto é pirata ou contrabandeado.	Não compra produtos piratas e contrabandeados, mesmo os mais baratos.
Desperdiça. Deixa torneira aberta sem usar a água, deixa lâmpada acesa sem estar no ambiente, deixa os aparelhos elétricos e eletrônicos ligados sem estar em uso etc.	Evita desperdícios e utiliza efetivamente o que compra.
Orienta-se pelo status.	Orienta-se por um estilo de vida saudável.
Faz “shopping terapia”.	Satisfaz necessidades.
É imediatista e não se preocupa com o futuro.	É previdente e sabe que o futuro é consequência das escolhas de hoje.

Fonte: Adaptado dos 12 princípios do consumo consciente da Akatu⁶⁵.

⁶⁵ Disponível em www.akatu.org.br. Acesso em 11 jul. 2021

Segundo Kistermann Jr (2011) preparar um indivíduo para vivenciar uma cidadania crítica não é simplesmente apresentar ou promover acesso a regras de cálculo ou mecanismos para a sua tomada de decisão é “propiciar a cada um deles o acesso as regras do jogo financeiro-econômico, maior clareza nas propostas e mais visibilidade do ambiente em que ocorre o jogo das ações de consumo” (KISTERMANN JR, 2011, p. 97).

Consumo Consciente, então, é refletir sobre as escolhas e o seu impacto no futuro. É o uso consciente dos recursos naturais a disposição, avaliando as atitudes que podem gerar grandes consequências. Ter disciplina, compromisso e controle dos impulsos de consumo torna os consumidores conscientes, educados financeiramente, além de contribuir com a sustentabilidade mundial.

Uso adequado das linhas de crédito

Utilizar as modalidades de crédito tem suas vantagens e desvantagens, pode se utilizá-las tanto em momentos de emergências como para aproveitar uma boa oportunidade, em ambos os casos o crédito ajuda a resolver uma determinada situação. Ter conhecimento e saber escolher dentre as modalidades de crédito é muito importante para a vida financeira e com a devida compreensão das características e custos das linhas de crédito é possível utilizá-las sem ter surpresas no futuro.

Figura 26: Uso consciente das linhas de crédito



Fonte: OBEF I – 2019 – Nível II – Fase 3

Uma linha de crédito, empréstimo ou financiamento bancário, é um contrato entre o cliente e a instituição financeira pelo qual o primeiro recebe um montante que deverá ser devolvida ao banco em um prazo determinado, Figura 26, acrescida dos juros combinado. Os empréstimos são um crédito livre, ou seja, podem ser usados para qualquer objetivo, entretanto, os financiamentos, possuem um objetivo específico,

como por exemplo, comprar um veículo ou imóvel. Apresenta-se, a seguir, as principais linhas de crédito:

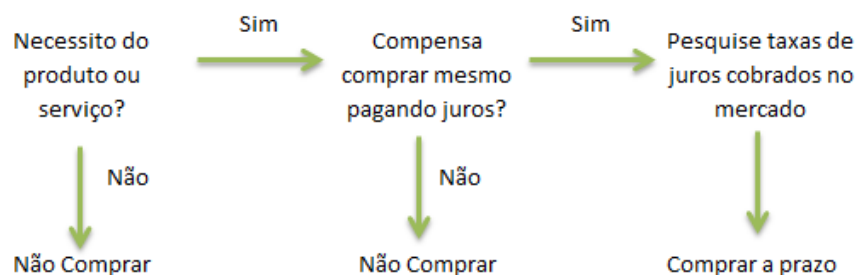
- **Cheque Especial:** é uma linha de crédito que fica atrelada a conta corrente na forma de limite, uma vez que a pessoa gasta mais do que ela tem disponível na conta corrente é feito automaticamente um empréstimo para que a conta não fique negativa, assim o banco empresta o dinheiro ao cliente mediante o pagamento de juros. É uma operação prática muitas vezes não recomendada, pois os juros são um dos mais altos do mercado.
- **Financiamentos:** são recursos financeiros destinados a compra de um objeto específico, muitas vezes para aquisição de bens, tais como imóveis e veículos. Existem várias opções no mercado, as mais comuns seguem as tabelas de amortização PRICE (Sistema Frances de Amortização) ou SAC (Sistema de Amortização Constante), contudo o indicado é conferir os juros e todas as taxas de cada operação, recomenda-se comparar os CETs (Custo Efetivo Total) das operações, para fazer a escolha mais adequada sendo necessário avaliar o enquadramento do pagamento das parcelas no orçamento uma vez que podem ser feitos a longos prazos.
- **Empréstimo Consignado:** nessa linha o dinheiro é disponibilizado ao cliente e o débito, para o pagamento das parcelas, é feito diretamente na folha de pagamento do cliente, é uma modalidade muito comum entre aposentados, pensionistas e funcionários públicos podendo também ser feito por assalariados da rede privada.
- **Empréstimo Pessoal:** nessa linha o dinheiro é disponibilizado ao cliente e este acorda diretamente com a instituição financeira, taxas e a forma de pagamento do montante emprestado acrescido de juros.
- **Cartão de Crédito:** umas das modalidades de empréstimo mais comuns, é utilizada para a aquisição de bens ou serviços sendo o pagamento efetuado apenas no fechamento da fatura.

Uma indicação para utilização das linhas de crédito é quando acredita-se ter encontrado uma boa oportunidade e não se tem recursos para adquiri-lo à vista, sendo assim partindo da reflexão sobre o quão necessário é a aquisição do produto ou serviço

e verificando se seus benefícios irão ser compensados pelo novo endividamento decide-se pelo uso da linha de crédito.

Na Figura 27 apresenta-se um fluxo para a avaliação da necessidade de uma compra.

Figura 27: Fluxo da necessidade de compra de produtos e o processo de avaliação



Fonte: (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.67).

Ao utilizar o crédito temos que fazer com consciência, uma prática comum e inadequada é verificar apenas se a prestação do empréstimo cabe no orçamento, não avaliando o quanto se está pagando por isso e qual a diferença se houvesse o pagamento à vista. O crédito “fácil” oferecido por lojas ou instituições financeiras geralmente tem juros mais altos do que as outras linhas de crédito, o indicado é sempre procurar se informar e entender os juros por traz daquela operação.

Valor do dinheiro no tempo

O conceito de valor do dinheiro no tempo mostra que o dinheiro no presente vale mais do que a mesma quantia no futuro. Existem alguns fatores que fazem com que o valor do dinheiro se altere com o passar do tempo, dentre eles temos a inflação, o custo de oportunidade e a diminuição do poder de compra.

A decisão de investimento consiste nos critérios pelos quais se opta ou não por fazer um determinado investimento. A menos que esteja sendo capitalizado, o dinheiro perde o seu valor ao longo do tempo devido ao efeito da inflação. Por isso é recomendável que o dinheiro poupado seja aplicado em uma das alternativas de investimento existentes no mercado, que deverão ser descritas e comparadas entre si. (ENEF, 2010, p. 21).

Ao investir a poupança adquirida, o esperado é que este investimento produza resultados superiores a eventuais perdas de seu poder de compra no tempo, ou seja, a diferença entre o rendimento da poupança investida deve ser maior que o aumento dos

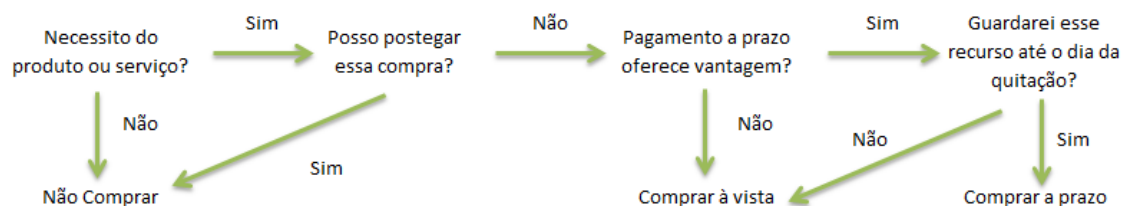
preços nesse mesmo período, logo, o rendimento do investimento precisa ser maior que a inflação do período.

Perder valor, entretanto, significa a circunstância mais penosa para quem sacrifica ou adia o prazer de consumir no presente e descobre, no futuro, que está em condições de consumir uma porção inferior de bens ou serviços do que já tinha assegurado. Isso significa empobrecimento decorrente do processo inflacionário em razão de aplicações inadequadas [...] ou do simples ato de poupar por poupar, sem a preocupação de que essa poupança não deve ficar ociosa, sob a pena de, no futuro, valer menos do que vale no presente. (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.44).

Veja a grande importância de entender sobre o valor do dinheiro no tempo para o seu planejamento financeiro, visto que ter essa noção de forma clara e objetiva pode significar obter vantagem ou desvantagem líquida, com os atos de postergar ou antecipar o consumo e de investir de forma apropriada. Quando se analisa uma compra pelo ponto de vista do valor do dinheiro no tempo, por exemplo, realizar uma compra a prazo, sem a incidência de juros, torna-se uma oferta mais atrativa, afinal dois pontos aqui são relevantes:

- o primeiro diz respeito ao valor da compra está claro que pagar à vista ou a prazo implicará do desembolso do mesmo montante, por isso temos no pagamento a prazo a vantagem, por não haver incidência de juros e ainda temos o valor dinheiro no tempo a nosso favor.
- o segundo ao optar pelo pagamento a prazo não se pode esquecer que se tem uma obrigação financeira no futuro e essa vantagem do valor do dinheiro no tempo só se dará se o valor da compra for investido até a data de quitação dos pagamentos programados, mantendo a disciplina do planejamento financeiro e não direcionando esse recurso para a satisfação de outros desejos.

Figura 28: Fluxo da necessidade de compra de produtos, processo de avaliação e a melhor forma de pagamento



Fonte: (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.66).

Considerando o consumo consciente, planejamento financeiro e o valor do dinheiro no tempo, pode se acrescentar no fluxo para avaliação da necessidade de uma compra, Figura 28, o processo de avaliação e a melhor forma de pagamento.

Se o uso da linha é crédito se ajusta às necessidades da família e ao orçamento, sendo utilizado com atenção e avaliando direito as taxas e as condições de pagamento, esse pode ser um endividamento positivo uma vez que poderá ser usado para financiar os projetos que irão auxiliar nas conquistas de sonhos ou até mesmo podem ser aproveitados para trocar dívidas caras por mais baratas.

Como cuidar do endividamento financeiro

Estar endividado significa, puramente, ter parcelas a vencer de compras ou crédito, sendo o endividamento pessoal nada mais do que a quantidade de compromissos parcelados que uma pessoa tem. Ter dívidas não implica, necessariamente, em ter um problema a questão é ter controle, planejamento, e não ter tantas parcelas que o orçamento não seja capaz de pagar, ou seja, é tomar cuidado com a proporção do endividamento no orçamento para que ele não se transforme em inadimplência.

O endividamento não está diretamente correlacionado com o uso do crédito, ele pode surgir de diversas formas, por exemplo, a falta de planejamento das despesas sazonais, pelo consumo sem controle, por querer um padrão de vida acima da renda que se possui ou por tratar desejos como necessidades, ou seja, as causas do endividamento podem ser variadas, entretanto, tem em comum a falta de planejamento e de educação financeira.

O fato de as pessoas desconhecerem produtos financeiros é também determinante para que fiquem endividadas. Não conhecer o impacto que o pagamento de juros pode causar no orçamento pessoal e familiar e a não leitura dos contratos firmados são situações que contribuem efetivamente para o processo de endividamento. (BCB, Caderno de Educação Financeira, 2013, p. 31)

O endividamento pode trazer consequências severas entre elas a necessidade de se desfazer do patrimônio, cadastro em instituições de restrição ao crédito⁶⁶, o famoso “nome sujo”, além do constrangimento de ser procurado por cobradores de

⁶⁶ Por exemplo: Serasa ou Serviço Central de Proteção ao Crédito (SCPC)

crédito, assim apresenta-se alguns pontos essenciais para evitar e controlar o endividamento financeiro sendo o processo de tomada de decisão e o consumo consciente, discutido anteriormente, um dos seus principais aliados.

Na Figura 29 apresenta-se um resumo de alguns pontos relevantes no processo de controle do endividamento financeiro, tais como inteligência emocional, conhecer sua carteira de dívidas, controlar gastos e caso o endividamento já tenha assumido proporções inadequadas sugere-se a procura de ajuda e auxílio para reavaliar a situação e torná-la sob controle e quando necessário, é possível buscar a renegociação das dívidas.

Figura 29: Passos para o controle do endividamento financeiro

Inteligência Emocional	Para lidar com situações de crises é essencial o desenvolvimento dessa habilidade, afinal uma pessoa que apresenta equilíbrio emocional é capaz de enfrentar situações graves sem perder o foco na solução do problema não se entregando ao acaso e ao desespero.
Conhecer suas dívidas	Quais são as dívidas? Quais estão em dia? Quais estão em atraso? Quais os prazos? e Quais os juros cobrados?
Cortar Gastos	Caso o endividamento esteja excessivo, nada melhor do que começar a minimizar essa situação cortando gastos não essenciais, eliminando desperdícios e avaliando as necessidade de consumo.
Procurar ajuda	Estude sobre o tema, busque informações, consulte pessoas que passaram por algo semelhante e procure saber o que foi feito para solucionar o problema, consulte os órgão de defesa do consumidor, caso necessário busque especialistas.
Renegociar as dívidas	Verifique condições para renegociação e caso sejam vantajosas e se encaixem em seu orçamento replaneje-se.

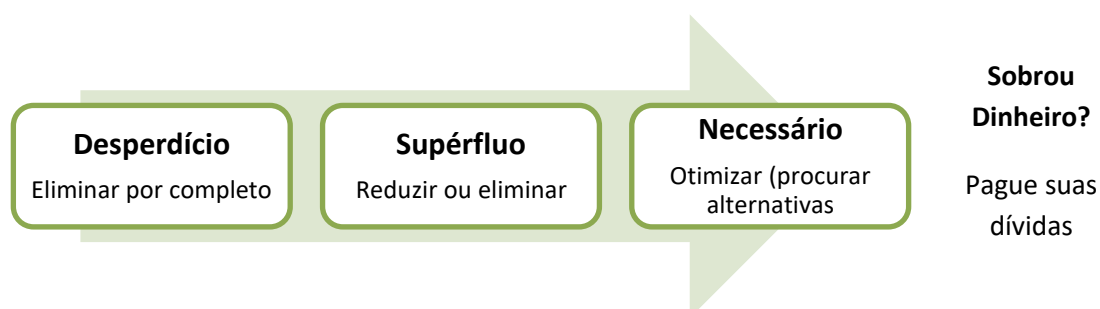
Fonte: Elaborado pelo autor

Ao perceber o aumento do comprometimento da renda e do endividamento no orçamento doméstico é fundamental que se trace estratégias para sair dessa situação, a princípio deve-se reconhecer o tamanho do problema, mapeando o valor, prazo e taxa de juros de todas as dívidas em seguida estudar a melhor estratégia para sair dessa

situação e principalmente não adquirir novas dívidas, além de que nesse momento é essencial o corte os gastos.

De acordo Caderno de Educação Financeira do BCB cortar gastos é uma ação necessária para sair do endividamento excessivo, sendo de extrema importância avaliar as despesas presentes no orçamento e classificá-las em: necessárias, supérfluas ou desperdícios, Figura 30, após a classificação é necessário tomar decisões para eliminá-las.

Figura 30: Avaliação de despesas para auxiliar na eliminação de dívidas.



Fonte: Adaptada BCB - Caderno de Educação Financeira, 2013, p. 33.

Contudo, caso ainda necessário, procure ajuda, seja de amigos que já vivenciaram um problema similar ou pessoas especializadas, como o seu gerente do banco, empresas de consultoria ou até mesmo leituras direcionadas. Uma pessoa endividada deve buscar renegociar suas dívidas buscando juros menores e lembre-se para eliminar suas dívidas será necessário, se possível, aumentar a renda e eliminar por completo as despesas variáveis desnecessárias.

A educação financeira é um dos grandes aliados para ter controle do endividamento, cidadãos letrados financeiramente tendem a ter uma vida financeira mais controlada, resultando em um menor endividamento, aliado com os quatro pilares da administração do dinheiro, influenciando diretamente na decisão de quanto poupar ou gastar, ou seja, ao sair das “dívidas excessivas” torna-se mais factível começar o processo de poupança e passar a ver o dinheiro economizado render.

A relação entre poupança e Investimento

O conceito de poupar está diretamente relacionado com guardar dinheiro visando o futuro, ou seja, guardar efetivamente uma parte do que se ganha, Figura 31,

contudo investir é a forma como se aplica os recursos guardados a fim de obter uma remuneração por essa aplicação.

Figura 31: Ato de poupar associado a simbologia do cofrinho



Fonte: pixabay⁶⁷

Por exemplo, quando uma pessoa deposita o dinheiro em um banco e o deixa lá por algum tempo em uma poupança diz-se que foi feita uma aplicação e por esse investimento irá receber juros.

Poupança é o acúmulo de capital para uso posterior, com ou sem rendimento. Para que o indivíduo realize a poupança consciente e responsável é necessário que ele compreenda o funcionamento e as opções de investimentos disponíveis. (ENEF, 2010, p. 20)

Quando se tem um planejamento financeiro, com metas estabelecidas, e objetivos para atingir, tem-se motivos para poupar. Sendo assim, pode-se utilizar das formas de investimentos para auxiliar de maneira mais organizada e precisa a forma de investir pensando na rentabilidade necessária para chegar a seus objetivos.

[...] Os valores poupados no presente e investidos durante um, dois ou mais anos poderão fazer uma diferença significativa na qualidade de vida do poupador no futuro. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 43)

Note que os atos de poupar e investir são conceitos complementares, caso se poupe sem investir, isso faz com que se perca dinheiro uma vez que a renda sofre os impactos da inflação, ou seja, o dinheiro que se deixa parado, “embaixo do colchão”, está perdendo seu poder de compra⁶⁸.

⁶⁷ Dentre as versões sobre a criação do cofre em formato de porquinho tem-se a do engenheiro e criador francês de porcos Sebastian La Pestre que associou a teoria da multiplicação, uma vez que uma porca durante o período de dez anos poderia gerar seis milhões de filhotes, ao intuito de que ter um cofre é uma forma de poupar/gerar dinheiro.

⁶⁸ O Poder de compra está relacionado com a capacidade de se adquirir bens e serviços com determinada unidade monetária. Por exemplo, se alguém entrasse em um supermercado com 1000 no ano de 2000

A formação de um patrimônio pessoal requer muita disciplina e determinação, quanto maior o potencial de poupança, maior poderá ser os rendimentos futuros, desencadeando assim um círculo incorruptível em que a renda produzida pelo trabalho e investida hoje se tornará receita passiva no futuro, ou seja, será o seu dinheiro trabalhando por você. “A poupança deve ser vista como um compromisso com você mesmo”. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 22)

Muitos brasileiros não distinguem o conceito de poupança, que é o acúmulo de capital para investimento, e a caderneta de poupança, que é uma das forma de investimentos disponível no país, sendo comum o uso indiscriminado do termo para referenciar ambos. A caderneta de poupança tornou-se, culturalmente, o investimento mais comum, popular e tradicional do país, pois carrega consigo o conceito de seguro e de fácil utilização, além de não incidir impostos e nem taxa de administração, contudo seu rendimento não é muito alto.

Investir tem como objetivo base ganhar dinheiro, e embora à caderneta de poupança seja a aplicação mais comum é importante saber que existem muitas outras formas de investimentos. Cada tipo de investimento tem um rendimento que depende da taxa de juros, taxas cobradas pela instituição e os diferentes impostos que podem incidir sobre o rendimento sendo o mais comum o IR (Imposto de Renda). Em geral, investimentos com maior rentabilidade são mais arriscados, sendo de fundamental importância conhecer as três principais características presentes na tríade dos investimentos, Figura 32.

Para fazer um investimento que atenda a suas necessidades, é importante que você conheça as três características dos investimentos: liquidez, risco (oposto de segurança) e rentabilidade. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 43)

conseguiria comprar uma quantidade maior de itens do que atualmente, ou seja, significa que essa unidade monetária (1000 reais) tinha um maior poder de compra no ano de 2000.

Figura 32: Tríade dos Investimentos



Fonte: Elaborado pelo autor

Todos os investimentos possuem as três características: liquidez, risco e rentabilidade que variam em grau e intensidade conforme o tipo de investimento. No livro do aluno, disponível no site da ENEF, *Educação Financeira nas Escolas, Ensino Médio, Bloco 1*, tem-se as seguintes informações:

O risco é a possibilidade de ocorrer algo que não estava previsto. Os investimentos seguros pagam taxas mais baixas porque é pequeno o risco de que o retorno obtido na aplicação seja diferente daquilo que é esperado. Esse é o caso da poupança. Os investimentos mais arriscados, em que há chance de perda de dinheiro, pagam mais. Quanto maior o risco, maior o retorno. Portanto, desconfie de ofertas em que o risco é baixo e o retorno é alto. No Brasil, as taxas de juros costumam ser mais altas para o cheque especial e o cartão de crédito, que chega a três dígitos (exemplos: 140%, 320% ao ano). Essa taxa é muito maior do que a cobrada pelo dinheiro emprestado para se comprar alguma coisa concreta, como um carro. A razão alegada é que, diferentemente de um carro, que pode ser penhorado pelo banco, o empréstimo para o cheque especial não tem nenhuma garantia material. Ou seja, o banco não tem como recuperar o dinheiro que empresta caso a pessoa não o pague de volta. Assim, o risco de emprestar o dinheiro é alto, então a taxa de juros cobrada por esse serviço também é alta. Outros fatores que compõem a taxa de juros são os impostos e os lucros das instituições financeiras (CONEF, 2013, p. 76).

Na hora de investir, é importante conhecer as características dos investimentos disponíveis e saber que as escolhas acerca dos investimentos precisam ser selecionadas de forma cuidadosa, pois investir envolve riscos de perdas, por isso existe uma classificação do “Perfil do Investidor” que indica quais os investimentos são mais apropriados para cada tipo de investidor, a depender do risco que se deseja correr para

obter maior rentabilidade, veja que ao deixar o dinheiro parado encontra-se exposto ao perigo de perder seu valor para inflação, contudo as quantias investidas podem estar expostas a outros tipos de risco também.

É importante que o indivíduo conheça o conceito de diversificação no que tange aos investimentos, e isso implica a análise de várias opções, identificando aquelas adequadas ao perfil de risco, à quantia aplicada e à disponibilidade do dinheiro. Essas determinantes influenciarão na escolha da aplicação, seja ela de curto ou longo prazo. (ENEF, 2010, p. 21)

Perfil do Investidor

O investidor pode ser classificado em três diferentes perfis, de acordo com a sua disposição para aceitar riscos, sua preferência por liquidez e expectativa de rentabilidade. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 44)

As combinações na tríade dos investimentos determinam qual o perfil do investidor classificando-o em: conservador, moderado ou arrojado, descritos na tabela a seguir.

Tabela 8: Perfis de Risco

Perfil de Risco	Descrição
Conservador	Investidor que privilegia a segurança, faz o possível para não incorrer em perdas, inclusive não pretende perder o capital investido e para isso aceita uma menor rentabilidade.
Moderado	Investidor que privilegia um equilíbrio entre segurança e rentabilidade e está disposto a correr certo risco para que seu dinheiro tenha um pouco mais de rentabilidade do que as aplicações mais seguras.
Arrojado	Investidor capaz de correr grandes riscos para ter o maior retorno possível.

Fonte: Elaborado pelo autor

Antes de começar a investir é indicado, pelos órgãos reguladores do SFN, compreender a tríade dos investimentos assim como realizar a avaliação do seu perfil de investidor, o ideal é que se busque investir a poupança de forma que essa esteja aplicada de forma consciente e objetiva sem grandes surpresas com as possíveis oscilações de preços e com os rendimentos incorridos.

Modalidades e tipos de investimento mais comuns

Conhecido o perfil de risco o próximo passo é conhecer as modalidades e os tipos de investimentos disponíveis no mercado e verificar o quão adequado podem ser para os seus objetivos. Os investimentos estão classificados em renda fixa e de renda variável.

- Renda fixa: são investimentos que pagam, em períodos definidos, a remuneração correspondente a determinada taxa de juros. Essa taxa é estipulada no momento da aplicação, podendo ser prefixada ou pós-fixada⁶⁹. Nessa modalidade de investimento, existe o risco de crédito.
- Renda variável: são investimentos cuja remuneração não pode ser mensurada no momento da aplicação. Envolve riscos maiores, pois, além do risco de crédito, existe também o risco associado à rentabilidade incerta, ou seja, é impossível prever qual será sua rentabilidade.

O regime de capitalização mais utilizado nos investimentos, segundo Securato (1999) é o regime de capitalização a juros compostos.

Os principais tipos de investimentos no Brasil são apresentados na Figura 33 de acordo com a sua classificação de risco.

Figura 33: Investimentos e o nível de risco atrelado.



Fonte: Elaborado pelo autor

A título de orientação, o portal do investidor da CVM informa que investimentos como caderneta de poupança, títulos públicos e fundos de curto prazo são mais compatíveis com investidores de perfil conservador. No outro extremo, os fundos multimercado são exemplos de investimento mais compatíveis com investidores de perfil arrojado, uma vez que, em busca de

⁶⁹ Pós-fixada baseia na variação de um indexador previamente definido, por exemplo, CDI, IPCA ou IGPM acrescido ou não de uma taxa de juros prefixada. Por exemplo, temos os CDBs, LCIs e LCAs.

maior rentabilidade, há muita liberdade na composição de suas carteiras e mais exposição ao risco. No entanto, alguns investimentos, tais como fundos cambiais, fundos de renda fixa, ações e debêntures, poderão ser considerados moderados ou arrojados, dependendo, entre outros fatores, da política de investimento constante do regulamento e do risco do emissor do título. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 45)

É possível diversificar os investimentos e de acordo com os objetivos utilizar diferentes modalidades aceitando ou não os diferentes tipos riscos e dependendo da necessidade de Liquidez, por exemplo, a reserva financeira deve estar aplicada em um investimento com alta liquidez e baixo risco, pois caso o indivíduo tenha a necessidade de utilizá-la é possível resgatá-la imediatamente e por possuir baixo risco não se deve ter perda de capital.

Fundo Garantidor de Créditos⁷⁰ (FGC)

O FGC, instituição privada⁷¹, sem fins lucrativos, foi criado em 1995 através da Resoluções 2.197 e 2.221 do Conselho Monetário Nacional (CMN), diante da crescente preocupação das autoridades com a estabilidade do sistema financeiro. É uma associação que tem por objetivo proteger o poupador de eventuais riscos, Figura 34, que as instituições possam trazer para o seu patrimônio.

Figura 34: Missão do FGC



Fonte: <https://www.fgc.org.br/sobre-o-fgc/quem-somos>. Acesso 26 jul. 2021

Atualmente o FGC cobre até R\$ 250 mil por CPF/CNPJ em cada instituição financeira, ou seja, caso um investidor tenha R\$ 600 mil em só uma instituição, só poderá receber R\$ 250 mil. Entretanto, se esses R\$ 600 mil estiverem aplicados em duas

⁷⁰ <https://www.fgc.org.br/>. Acesso em 26 jul. 2021

⁷¹ Esse fundo é formado com os recursos depositados periodicamente pelas instituições financeiras associadas: Caixa Econômica Federal, bancos múltiplos, bancos comerciais, bancos de investimento, bancos de desenvolvimento, sociedades de crédito, financiamento e investimento, sociedades de crédito imobiliário, companhias hipotecárias e associações de poupança e empréstimo.

instituições, ele poderá receber R\$ 250 mil de cada uma – em caso de quebra de ambas. Por isso, é estratégico que o investidor que tiver mais do que R\$ 250 mil em títulos de renda fixa cobertos pelo FGC, separe esse capital em operações oferecidas por diferentes instituições financeiras.

Muitos investidores, principalmente os mais conservadores, se prendem à existência do FGC para tomar decisões quanto a seus investimentos, Figura 35, uma vez que este garante ao investidor, para algumas operações financeiras, seu capital e os juros, mesmo se a instituição em que foi feita a operação venha a quebrar ou esteja impossibilitada de pagar.

Figura 35: Simbologia de Proteção ao seu dinheiro associado ao FGC



Fonte: (Imagem: GettyImages) - <https://www.infomoney.com.br/guias/fgc/>. Acesso em 12 set.2021

A maioria dos investimentos de renda fixa são cobertos pelo FGC sendo a lista das operações cobertas:

- Conta Corrente (de Bancos) - Depósitos à vista
- Poupança;
- CDB (Certificado de Depósito Bancário);
- LCI (Letras de Crédito Imobiliário);
- LCA (Letras de Crédito do Agronegócio);
- LC (Letras de Câmbio);
- LI (Letras imobiliárias);
- LH (Letras Hipotecárias).

As demais operações de Renda Fixa e todas as operações de renda variável não possuem cobertura do FGC, entretanto, alguns deles possuem garantias próprias, como, por exemplo, os Títulos do Tesouro, que têm como garantia a própria União, no caso de títulos como debêntures, suas garantias são dadas pela própria empresa emitente.

Vale ressaltar que o FGC não garante aplicações em fundos de investimentos de qualquer natureza, o que inclui, por exemplo, planos de previdência privada, como **VGBL** e **PGBL**, que normalmente são investimentos indicados como um plano complementar para a aposentadoria.

Planejamento para a Aposentadoria

Pensar na aposentadoria é um dos aspectos mais importantes da Educação Financeira, afinal envelhecer é natural e esperado, e com o passar do tempo há um grande aumento na expectativa de vida do cidadão brasileiro, mas, para se chegar lá e manter uma boa qualidade de vida é preciso se preparar, independente das escolhas para o futuro é necessário fazer um bom planejamento de longo prazo.

[...] Então deixa eu te contar mais uma coisa: se você gostaria de ter uma renda acima de R\$ 6.000 na aposentadoria, tal preocupação deve ser ainda maior. Sabe por quê? Porque o INSS tem um teto para o valor dos benefícios que ele paga (em 2020 o teto é de R\$ 6.101,06 – valor corrigido anualmente). (Previdência Complementar para todos, 2020, p.6)

Segundo os dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a expectativa de vida dos brasileiros, no último censo realizado em 2018, está em 76,3 anos, sendo que se espera uma maior longevidade para as mulheres de 79,9 anos e de 72,8 anos para os homens. Quando se pensa na preparação financeira para a aposentadoria é importante salientar que quanto antes começarmos a investir, mais os juros compostos irão trabalhar a seu favor e menor será o valor preciso poupar e investir todo mês para concretizar os seus sonhos de quando se aposentar.

A previdência privada ou complementar tem papel fundamental na manutenção de um nível mais elevado de renda na aposentadoria. Isso porque ao investir em uma previdência privada ao longo da vida, você terá uma renda para complementar a aposentadoria que você vai receber do INSS ou do RPPS. Então, a previdência complementar é essencial para o trabalhador que quer manter uma renda ao menos aproximada daquela no período ativo da vida laboral. (Previdência Complementar para todos, 2020, p.6)

Existem três pontos importantes que afetam a aposentadoria e que devem constar em todas as avaliações, o primeiro, como dizem os mais velhos, o futuro a Deus

pertence, ou seja, o futuro é cheio de incertezas, Figura 36, e com o aumento da expectativa de vida, planejar-se apenas com a previdência pública pode não ser suficiente para manter uma boa qualidade de vida.

O segundo baseia-se no aumento do custo de vida, não é de hoje que sabemos que os cuidados com a terceira idade geram custos onerosos, sejam com planos de saúde ou com medicamentos em geral. E o terceiro baseia-se na concretização de sonhos, muitas pessoas planejam se aposentar e então se dedicar a realização de seus sonhos, com uma boa qualidade de vida, seja ela uma viagem longa ou viver tranquilamente a beira mar.

Figura 36: Planejamento para a aposentadoria



Fonte: BECK, Armandinho⁷².

Agora pensar em reunir economias para ter segurança financeira após a aposentadoria, se é que esse conceito ainda irá existir, isso só será possível, se aprender a poupar, nem que seja um pouco por mês, e quanto antes começar, mais fácil será alcançar uma das metas fundamentais de um bom planejamento financeiro. Então, planeje a aposentadoria, o quanto antes, e caso queira uma previdência complementar o mais indicado é iniciar essa poupança quando se ingressa no mercado de trabalho e assim deixar os juros compostos trabalharem por ela.

A estabilidade e liberdade financeira são muito importantes na terceira fase da vida, elas que vão te garantir acesso à saúde, lazer, moradia e demais cuidados importantes. Como você quer aproveitar sua velhice? Qual o seu sonho? Para usufruir de qualidade de vida, tranquilidade e manter ou ao menos se aproximar do padrão de vida da fase ativa, o melhor momento para começar a poupar é agora. O seu futuro financeiro depende do que você faz hoje! (BCB. Previdência Complementar para todos, 2020, p.6)

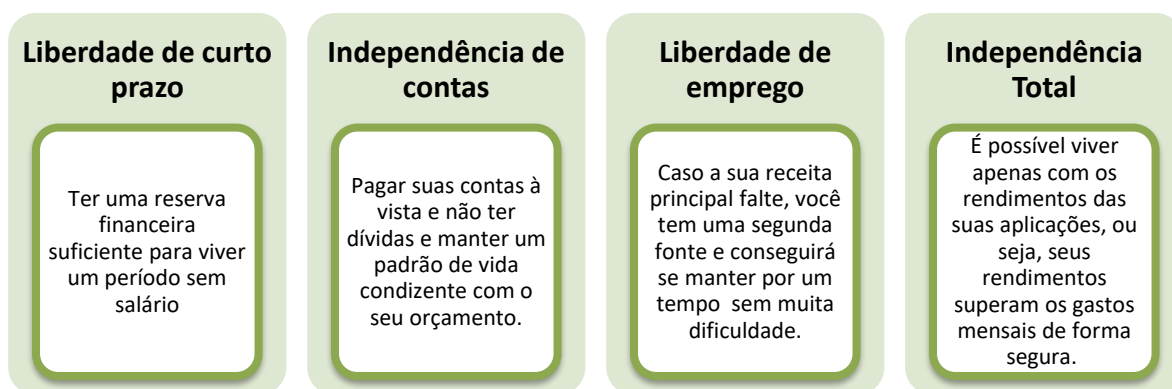
⁷² <https://tirasarmandinho.tumblr.com/post/159500166909/tirinha-original>. Acesso em 14 de jul. de 2021.

A estabilidade e a liberdade financeira

[...] a noção de liberdade financeira, ou a independência financeira, tem sua vertente principal na economia de parte de renda ganha em determinado período, materializando-se uma poupança que, depois de investida, passará a contribuir para que a renda, no período subsequente, seja superior a renda do período anterior. (SOUSA; TORRALVO, 2008, p.27).

Existem inúmeras interpretações sobre o que é ser independente financeiramente, muitas pessoas, associam a independência financeira ao fato de se ter rendimentos financeiros suficientes para não precisar mais trabalhar para se manter, ou seja, associa-se o termo a viver de renda e/ou à aposentadoria, representando a liberdade para escolher não trabalhar mais ou trabalhar no que deseja e usufruir do dinheiro investido, nesse caso, novas formas de receitas são utilizadas para aumentar o patrimônio. Pode-se dizer que a independência financeira é composta de quatro estágios apresentados na Figura 37.

Figura 37: Os quatro estágios da independência financeira



Fonte: Elaborado pelo autor

Inicialmente, para ter uma ideia próxima do valor necessário para alcançar a independência financeira, é necessário fazer o levantamento de alguns dados importantes, como custos mensais e objetivos de médio e longo prazo, além de acrescentar no cálculo uma margem de erro que deve estar baseada na inflação e nas estratégias financeiras que podem afetar o desempenho de seus investimentos.

Muitos educadores financeiros⁷³ assumem, que a partir de uma conta simples que consiste em multiplicar o valor desejado mensalmente por 300 é possível estimar o valor mensal que deverá ser aplicado para atingir a independência financeira. Por

⁷³ Baseados na teoria “Regra dos 4%” ou “Safemax” criada por Willian Bengen em que se pressupõem que uma carteira de investimentos diversificada com ativos de renda fixa e renda variável podem entregar uma rentabilidade média de 4% ao ano. Assim, quando se divide 12 meses por 4%, chega-se ao valor 300.

exemplo, se o desejo é ter uma renda mensal de R\$ 10 mil, precisa-se multiplicar por 300, chegando-se ao valor de R\$ 3 milhões investidos.

Assim como o planejamento da aposentadoria, a independência financeira também é um processo dinâmico e de longo prazo, que exige constante atenção, disciplina, comprometimento e estudo, note que o planejamento da aposentadoria pode estar contemplado na independência financeira. A partir do planejamento financeiro, ou seja, ao avaliar suas receitas e despesas é possível começar a organizar as contas e então iniciar o processo de poupança para sedimentar a independência financeira.

5.4. A Matemática Financeira para a Educação Financeira

Administrar bem os recursos financeiros requer um bom planejamento financeiro e para que se obtenha sucesso em seu planejamento é necessário ter conhecimentos específicos sobre o mercado financeiro, juros, inflação, formas de investimentos entre outros. Tais conceitos, presentes na matemática financeira, ampliam o conhecimento sobre finanças, facilitam a relação com o dinheiro e revelam uma cultura econômica do funcionamento do mercado financeiro, tais como: renda, consumo, poupança, investimento, além do aprendizado com relação a diferença entre valor presente e valor futuro do dinheiro e da observação do valor de uma satisfação.

[...] acredita-se ser oportuna a discussão acerca do ensino da matemática financeira sob dois aspectos: a sua relação direta com temas da matemática escolar, tais como proporções, médias, porcentagens, progressões, funções e logaritmos, bem como a possibilidade de os seus conteúdos serem utilizados no processo de melhoria dos direitos sociais e no papel da cidadania sob uma perspectiva crítico-reflexiva. (TEIXEIRA, 2015, p.15)

A Matemática Financeira é um campo da matemática, mais relacionado com a álgebra e aritmética, que fornece ferramentas para a compreensão e aplicação na Educação Financeira, diferente do que parece não são necessários conhecimentos avançados de matemática para resolver problemas envolvendo a matemática financeira, entretanto seu conteúdo conceitual, quando abordado pelas escolas, muitas vezes é desprezado do seu uso.

Contudo, o ensino de conteúdos de Matemática Financeira dentro da disciplina de Matemática em si não basta para cumprir o papel de formar cidadãos e promover a Educação Financeira se ele não for contextualizado em situações reais ou realísticas, próximas ao cotidiano do educando (CAMPOS, TEIXEIRA, COUTINHO, 2015, p. 564).

Não é de hoje o questionamento dos alunos sobre o porquê de aprender fórmulas “que nunca mais serão usadas”, portanto, tem-se na Educação Financeira uma das formas de ensinar o valor prático da matemática quebrando todos esses paradigmas. O aluno quando analisa uma situação cotidiana, proposta pelo professor, e indica os conhecimentos já desenvolvidos no seu processo de aprendizagem escolar para solucionar a questão, confirma que o que ele aprendeu está sendo exercitado e então tem-se um maior interesse pela disciplina, por exemplo, quando o professor, a partir da análise de um investimento, mostra como a mágica dos juros compostos podem fazer um investimento se multiplicar por um período de tempo tem-se uma forma atrativa de aprender os conteúdos matemáticos, ainda mais quando este pode estar relacionado com o planejamento do aluno para a realização de um sonho. Toda essa discussão vai muito além do que a rotina de decorar conceitos abstratos para simplesmente realizar avaliações e não compreender a real importância daquele conceito, essa aprendizagem traz o desenvolvimento de competências que serão utilizados na vida do cidadão consciente.

Certamente, da Matemática do Ensino Médio, a Financeira é a que mais está presente no cotidiano de todos. Entender de inflação, porcentagem, compra parcelada, financiamento, taxas de juros, descontos, capital, montante, localizar o dinheiro no tempo, são exemplos de assuntos que despertam grande interesse, e apropriar-se desses conceitos e procedimentos torna-se cada vez mais indispensável para o exercício pleno da cidadania. (PRIMON, 2017, p. 31)

Segundo o trabalho de Santos, Veiga e Sá (2012) considerando suas experiências e estudos com diversos grupo de professores de matemática as principais barreiras para os alunos no processo de aprendizagem de matemática financeira estão relacionadas a conteúdos que fazem parte da educação básica e a falta do desenvolvimento de algumas competências que impactam na resolução de problemas cotidianos sendo um dos principais gaps relacionados a dificuldade dos professores em entender **o efeito do dinheiro no tempo**.

A maior parte dos erros na resolução de problemas ocorre devido à comparação de quantias em datas distintas (considerar que parcelas iguais em datas distintas tenham o mesmo valor); a se considerar que taxas de acréscimos ou descontos acumulados podem ser somadas em lugar de ter seus fatores de correção multiplicados; a se considerar que o valor não se altera ao longo do tempo; à utilização de juros simples em vez de juros compostos; à utilização de fórmulas sem o devido entendimento de seu significado. (SANTOS, VEIGA, SÁ, 2012, p.7)

Os conceitos da Matemática Financeira contribuem para o entendimento de aspectos operacionais dos produtos financeiros assim como é possível, refletir, argumentar e negociar na hora de realizar uma compra e compreender o valor do dinheiro no tempo, entretanto, não basta conhecer as formas e fórmulas de cálculo, a sua importância tange o papel de cidadão inserido em uma sociedade capitalista além de se referir à aprendizagem significativa que permita usar tais conhecimentos em prol da vida social.

A Matemática Financeira permite, com professores bem-preparados e conscientes de sua ação política, o desenvolvimento da “matemacia” dos estudantes, entendendo, por esse termo, segundo Ole Skovsmose, uma forma de letramento matemático, provendo o suporte matemático e lógico para o exercício de uma cidadania crítica (SANTOS, VEIGA, SÁ, 2012, p.8)

Nessa dissertação não serão propostas sequências didáticas para uso dos professores em sala de aula, Sá (2012) evidencia o quanto os materiais disponíveis nas mídias, por exemplo, estão repletos de assuntos que envolvem a Educação Financeira, são de fácil acesso e podem estar relacionados com os temas do momento econômico, e estes podem servir como norteadores de atividades para o ensino.

[...] ação docente na Escola Básica com a Matemática Financeira constitui-se em jornais diários e revistas de circulação semanal, em suas versões impressas ou virtuais. As páginas dessas mídias estão repletas de assuntos presentes no cotidiano das pessoas. Assim, um estudo sobre porcentagens e juros, por exemplo, pode e deve ser iniciado de forma provocativa e contextualizada a partir de um texto, um gráfico ou uma manchete de um desses meios de comunicação. Trabalhando dessa forma, o educador matemático estará contribuindo para a formação crítica do educando/cidadão, que aprenderá a interpretar notícias que envolvem conceitos da Matemática Financeira, assim como saberá driblar as armadilhas existentes no noticiário e, principalmente, nas propagandas. (SÁ, 2012, p. 89)

Os problemas aqui apresentados irão partir de situações em que o uso da matemática financeira é importante para a sua resolução, sendo que, o objetivo desse capítulo é apoiar, apresentar e esclarecer como o uso da Matemática Financeira pode ser utilizado para a resolução problemas envolvendo situações do cotidiano que compõem os elementos da Educação Financeira. Situações econômicas cotidianas como a avaliação de pagamento de impostos (IPVA, IPTU, IRPF), fatores de correção, sistemas de amortização, juros compostos serão temas desse capítulo.

Pretende-se, com isso, dar um enfoque especial à Matemática Financeira, propondo estratégias de resolução de problemas práticos e a utilização de algumas

ferramentas que amplie a formação dos docentes e auxilie no seu Letramento Financeiro a partir do relacionamento entre a Matemática Financeira e a Educação Financeira já discutida nos capítulos anteriores. Algumas situações problemas aqui apresentadas são compostas de recortes de outros trabalhos.

O licenciando, como cidadão e futuro professor, precisa não apenas dominar conteúdos e algoritmos matemáticos, mas também desenvolver a compreensão sobre as relações entre o homem, a matemática e a sociedade. (SÁ, 2011, Prefácio IV)

Diante dos desafios da inserção da Educação Financeira no ensino médio, e do apoio a formação dos docentes, durante a elaboração desse trabalho, foi realizada a avaliação e a leitura dos livros propostos pela PNLD, sendo três dos projetos integradores e seis livros da área de conhecimento de Matemática e suas tecnologias voltados ao novo ensino médio, para avaliar a completude dos temas de matemática financeira abordados nesse trabalho, sendo assim todos os conceitos apresentados são necessários para que o professor seja um agente ativo no processo do ensino-aprendizagem e do Letramento Financeiro sendo capaz de planejar estratégias de ensino e formular (reformular) atividades que possam ser propostas em seu planejamento de aulas de acordo com os materiais disponíveis pela rede de ensino.

5.4.1. Porcentagem

O cálculo de porcentagens é um conceito matemático muito utilizada em todas as áreas de conhecimento e nas situações cotidianas. Ter domínio dessa operação é muito relevante para o desenvolvimento escolar e pessoal dos alunos. A porcentagem está presente em situações em que se quer estabelecer relações: seja para determinar um aumento, para calcular um desconto, dentro da probabilidade, para descobrir características de um determinado grupo, nas pesquisas de opinião pública, como por exemplo, determinar a preferência por determinado candidato em época de eleição, para identificar quanto do seu orçamento está comprometido com uma determinada despesa ou qual é a principal fonte de receita em termos percentuais.

Existem três formas de representar uma porcentagem: forma percentual, forma fracionária e forma decimal.

Forma percentual

A representação na forma percentual ocorre quando o número é seguido do símbolo % (por cento). Exemplos: 15%, 0,1% e 100%.

Forma fracionária

As frações representam partes de algo inteiro, são representantes dos números racionais, portanto possuem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão muito bem definidas. Exemplo: A expressão 25%, por exemplo, significa que foram selecionadas 25 partes de um total de 100 partes.

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Forma decimal

A forma decimal é uma possibilidade de representação também. Para encontrá-la, basta realizar a divisão. Exemplo: A forma decimal de 25% é obtida pela divisão de 25: 100 = 0,25.

Como calcular uma porcentagem?

Muitos problemas que envolvem porcentagem estão presentes nas situações que envolvem a Educação Financeira, portanto saber calculá-la é essencial. Costuma-se fazer o seu cálculo a partir de uma multiplicação de frações ou de números decimais, sendo então fundamental o domínio das quatro operações para a compreensão de como calcular corretamente uma porcentagem.

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Fatores de Correção

O conceito de **fator de correção** (para aumento ou redução) é, junto com o conceito de **valor do dinheiro no tempo**, a base matemática mais importante para todos os assuntos fundamentais da matemática financeira. (SÁ, 2011, p. 4)

Considere uma taxa i de 30%, por exemplo, essa taxa pode ser representada por:

$$30\% = \frac{30}{100} = 0,30$$

O fator de correção dá-se pelas expressões $(1 + i)$ e $(1 - i)$, em que o 1 é referente a 100% e i é referente a taxa a considerar sendo que se multiplica por $(1 + i)$ em caso de aumento e por $(1 - i)$ em caso de desconto.

Por exemplo, ao dizer que uma compra de 120 reais terá um desconto de 12%, pode se transformar em uma conta do tipo:

$$Valor_{com\ desconto} = Valor \times (1 - i_{desconto}) = 120 \times (1 - 0,12) = 120 \times 0,88 = 105,6$$

Similarmente, ao dizer que um produto de 120 reais terá um aumento de 12%, pode se transformar em uma conta do tipo:

$$Valor_{com\ acrescimo} = Valor \times (1 + i_{aumento}) = 120 \times (1 + 0,12) = 120 \times 1,12 = 134,4$$

Nestes dois casos, atrelou-se os cálculos a uma situação real de matemática financeira, tornando algo mais agradável e interessante para os alunos.

Acréscimos

Dar um acréscimo é o mesmo que acrescentar algo ao que já existia, sendo assim calcular um valor com acréscimo, é o mesmo que adicionar a esse valor, o valor percentual do acréscimo, ou seja, o produto antes do acréscimo correspondia a 100%, após o acréscimo corresponderá a 100% mais o percentual do acréscimo.

Portanto, para determinar o valor de um produto que teve seu preço corrigido em 20% basta saber que o novo valor do produto será 120% do valor anterior, ou seja, para determinar o valor de qualquer produto após um aumento de $i\%$ devemos multiplicar por $(1 + i)$.

$$Valor_{Reajustado} = Valor \times (1 + i_{aumento})$$

Exemplo: A loja "Paints" oferece ótimos preços nas compras à vista de todos os seus produtos. Porém, na compra de uma calça, que custa R\$ 190,00 para pagamento à vista, caso o pagamento seja realizado a prazo, seu valor sofrerá um acréscimo de 15%. Quanto custará essa calça para o pagamento a prazo?

Resolução: Como o aumento é de 15% significa que o novo valor será de 115% do valor anterior:

$$\begin{aligned} Valor_{com\ acrescimo} &= Valor \times (1 + i_{aumento}) = \\ 190 \times (1 + 0,15) &= 190 \times 1,15 = 218,5 \end{aligned}$$

Portanto, o valor da calça para o pagamento a prazo será de R\$ 218,50.

Descontos

Dar um desconto é o mesmo que subtrair algo do que já existia, sendo assim calcular um valor com desconto, é o mesmo que subtrair dessa quantia inicial o valor percentual do desconto, ou seja, o produto antes do desconto correspondia a 100%, após o desconto corresponderá a 100% menos o percentual do desconto.

Portanto, para determinar o valor de um produto que teve seu preço descontado em 20% basta saber que o novo valor do produto será 80% do valor anterior, ou seja, para determinar o valor de qualquer produto após um desconto de $i\%$ devemos multiplicar por $(1 - i)$.

$$Valor_{Descontado} = Valor \times (1 - i_{desconto})$$

Exemplo: Rita pretende realizar a leitura do Livro “*Ensino Híbrido: Personalização E Tecnologia Na Educação*” para aprimorar seus conhecimentos, sendo assim fez uma busca na internet e encontrou o livro por R\$ 46,99, no site da SUBMARINO, Figura 38, entretanto havia disponível um cupom de desconto de 20%, assim qual será o valor pago pelo livro?

Figura 38: Cupom de Desconto de 20% em compras de livros no site Submarino



Fonte: Anúncio publicado no site da Submarino⁷⁴

Resolução: Como o desconto é de 20% significa que Rita irá pagar 80% do valor atual do livro, sendo assim:

$$\begin{aligned} Valor_{Descontado} &= Valor \times (1 - i_{desconto}) = \\ &46,99 \times (1 - 0,2) = 46,99 \times 0,8 = 37,59 \end{aligned}$$

Portanto, o valor do livro com desconto será de R\$ 37,59.

⁷⁴ https://www.submarino.com.br/landingpage/cupom-grupo20?chave=prf_hs_bn_0_1_cuponeria-site-grupo20&pfm_carac=Cupons%20Geral&pfm_index=3&pfm_page=hotsite&pfm_pos=contenttop1&pfm_type=vit_spacey. Acesso em 17 jul. 2021.

Acréscimos e Descontos sucessivos

Acréscimos e descontos sucessivos são bastante comuns em nosso cotidiano. Como podemos utilizar os conceitos de fatores de correção para resolver essas questões?

Propor um problema baseado em uma situação real, por exemplo, partindo do preço de um produto inicialmente e determinando os valores dos aumentos sucessivos pode ser uma estratégia para instigar os alunos para a resolução do problema uma vez que se torna possível comparar o preço final com o preço inicial.

Exemplo: Uma lojista vendia uma calça jeans por R\$150,00, todavia com o aumento da Inflação os seus custos para manter a loja também aumentaram e então foi necessário realizar um aumento em seus produtos. Em um primeiro momento foi feito um aumento em 7% e após 10 dias foi necessário realizar um novo aumento em 12%. Após os aumentos qual foi a porcentagem real do aumento dos produtos? Qual o valor final da calça Jeans?

Resolução: Com um aumento de 7%, usando os fatores de correção, esse preço passaria a ser:

$$\begin{aligned} \text{Valor}_{\text{Reajustado}_1} &= \text{Valor} \times (1 + i_{\text{aumento}}) = 150,0 \times (1 + 0,07) = 150,0 \times (1,07) \\ &= 160,5 \end{aligned}$$

Com o segundo aumento de 12%, também utilizando os fatores de correção, esse preço passaria a ser:

$$\begin{aligned} \text{Valor}_{\text{Reajustado}_2} &= \text{Valor}_{\text{Reajustado}_1} \times (1 + i_{\text{aumento}}) = 160,5 \times (1 + 0,12) \\ &= 160,5 \times (1,12) = 179,76 \end{aligned}$$

Ou seja, a calça passou a custar R\$ 179,76, isto é, teve um reajuste de R\$ 29,76.

Comentários: Note que os dois aumentos sucessivos geraram uma multiplicação dos dois fatores de correção. Sendo assim uma outra forma de resolver essa questão seria:

$$\begin{aligned} \text{Valor}_{\text{Reajustado}} &= \text{Valor} \times (1 + i_{\text{aumento}_1}) \times (1 + i_{\text{aumento}_2}) = \\ \text{Valor}_{\text{Reajustado}} &= 150 \times (1 + 0,07) \times (1 + 0,12) = \\ \text{Valor}_{\text{Reajustado}} &= 150 \times (1,07) \times (1,12) = \\ \text{Valor}_{\text{Reajustado}} &= 150 \times 1,1984 = 179,60 \end{aligned}$$

Que poderia ser reescrito como:

$$Valor_{Reajustado} = 150 \times (1 + 0,1984) = 179,60$$

Ou seja, os dois aumentos sucessivos resultaram em um fator de 1,1984 o que corresponde a uma variação percentual de 19,84%.

“Aumentos Sucessivos (muito comuns em países como o Brasil) geram um aumento acumulado que pode ser obtido pelo **PRODUTO** dos Fatores de aumento correspondentes as taxas desses aumentos.” (SÁ, 2011, p. 9)

Um raciocínio muito parecido pode ser utilizado para os casos de reduções sucessivas.

Exemplo: A depreciação está relacionada com a desvalorização de um bem, por exemplo, um veículo, assim como qualquer outro equipamento, sofre desgastes ao longo do tempo, ou seja, com o tempo, os veículos vão perdendo seu valor de mercado tanto pelo desgaste natural, como pela própria ação do tempo em consequência das novas tecnologias que vão surgindo. Um novo veículo foi adquirido por R\$ 50.000,00, entretanto, sofreu duas depreciações uma 20% e outra de 15% nos primeiros anos. Qual é o valor do veículo após as depreciações?

Resolução: Com a depreciação de 20%, usando os fatores de correção, o valor do veículo passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Depreciado_1} &= Valor \times (1 - i_{desconto}) = 50000 \times (1 - 0,20) = 50000 \times (0,8) \\ &= 40000 \end{aligned}$$

Com a segunda depreciação de 15%, também utilizando os fatores de correção, o valor do veículo passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Depreciado_2} &= Valor_{Depreciado_1} \times (1 - i_{desconto}) = 40000 \times (1 - 0,15) \\ &= 40000 \times (0,85) = 34000 \end{aligned}$$

Ou seja, o valor do carro após as depreciações ficou em R\$ 34000 uma perda de valor de R\$ 16000.

Comentários: Note que as duas depreciações ou reduções sucessivas geraram uma multiplicação dos dois fatores de correção. Assim, uma forma de resolver essa questão também seria:

$$Valor_{Depreciado} = Valor \times (1 - i_{desconto_1}) \times (1 - i_{desconto_2}) =$$

$$Valor_{Depreciado} = 50000 \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,15) =$$

$$Valor_{Depreciado} = 50000 \times (0,8) \times (0,85) =$$

$$Valor_{Depreciado} = 50000 \times 0,68 = 34000$$

Que poderia ser reescrito como:

$$Valor_{Depreciado} = 50000 \times (1 - 0,32) = 34000$$

Ou seja, as duas reduções sucessivas resultaram em um fator de 0,68 o que corresponde a uma variação percentual de 32%.

“Reduções Sucessivas podem ser também calculadas pelo **PRODUTO** dos fatores de redução correspondentes as taxas dessas reduções.” (SÁ, 2011, p. 10)

Logo, derivado dos conhecimentos sobre os fatores de correção, pode-se abordar tanto os acréscimos como os descontos sucessivos, os quais estão bastante presentes em situações cotidianas e irão auxiliar o docente no processo de introdução da matemática financeira como ferramenta para a sua Educação Financeira.

No trabalho de Sousa e Santos (2015) foi apresentada uma atividade que mostra como é fácil cometer um erro simples quando se trata de fatores de correção.

Exemplo: (Fonte SOUZA, SANTOS, 2015, p.7)

Uma loja resolveu aumentar um de seus produtos em 20% no mês de julho de 2014 e no Dia dos Pais resolveu fazer uma promoção na qual esse mesmo produto recebeu um desconto de 15%. Nesse caso, se o produto custava R\$ 100,00 antes do aumento e eu o comprei na promoção do Dia dos Pais, por quanto comprei esse produto?

Resolução: Com o aumento de 20%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$Valor_{Reajustado} = Valor \times (1 + i_{acr\u00e9scimo}) = 100 \times (1 + 0,20) = 100 \times (1,2) = 120$$

Com o desconto de 15%, também utilizando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$Valor_{Descontado} = Valor_{Reajustado} \times (1 - i_{desconto}) = 120 \times (1 - 0,15) = 120 \times (0,85) \\ = 102$$

Ou seja, o valor do produto após o ajuste e o desconto ficou em R\$ 102, portanto o valor produto foi acrescido em R\$2.

Comentários: Note que o acréscimo e a redução sucessiva geraram uma multiplicação dos dois fatores de correção. Sendo assim uma forma de resolver essa questão também seria:

$$\text{Valor}_{\text{Ajustado}} = \text{Valor} \times (1 + i_{\text{acrécimo}}) \times (1 - i_{\text{desconto}}) =$$

$$\text{Valor}_{\text{Ajustado}} = 100 \times (1 + 0,2) \times (1 - 0,15) =$$

$$\text{Valor}_{\text{Ajustado}} = 100 \times (1,2) \times (0,85) =$$

$$\text{Valor}_{\text{Ajustado}} = 100 \times 1,02 = 102$$

Que poderia ser reescrito como:

$$\text{Valor}_{\text{Ajustado}} = 100 \times (1 + 0,02) = 102$$

Ou seja, o aumento e a redução sucessiva resultaram em um fator de 1,02 o que corresponde a uma variação percentual de 2%.

Sousa e Santos (2015) chama-nos a atenção no seguinte aspecto, ao ler a questão pode-se fazer a seguinte conta mental de $20\% - 15\% = 5\%$ e por consequência concluir que o custo final do produto seria de $(100\% + 5\%) \times 100 = 105$ o que não é verdade uma vez que o desconto de 15% é dado sobre o valor reajustado em 20%, ou seja, o desconto é dado considerando o valor reajustado de 120 reais.

Exemplo: Fonte (SÁ, 2011, p.17 – História 7)

Imaginemos um jogo no qual a pessoa, em cada rodada, se ganhar recebe metade do que possui na ocasião e se perder, perde metade do que tem no momento. Uma pessoa que entrou com R\$ 400 fez 6 apostas consecutivas, ganhando 3 e perdendo 3 dessas apostas. O que podemos afirmar sobre esse apostador?

- a) Que ele ganhou dinheiro
- b) Que ele não ganhou, nem perdeu dinheiro
- c) Que ele poderá ganhar, ou perder dinheiro, dependendo da ordem em que ocorrerem as 3 vitórias e as 3 derrotas.
- d) Que ele perdeu 231,25 reais, independentemente da ordem em que ocorrerem as vitórias e as derrotas.

Resolução: No enunciado não fica evidente qual foi a ordem em que as derrotas e vitórias aconteceram sendo assim vamos supor que tenha ocorrido alternadamente.

1ª Rodada: Supondo que tenha sido uma vitória tem-se um aumento de 50%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$Valor_{Rodada_1} = Valor \times (1 + i_{acr\acute{e}scimo}) = 400 \times (1 + 0,50) = 400 \times (1,5) = 600$$

2ª Rodada: Supondo que tenha sido uma derrota tem-se um desconto de 50%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Rodada_2} &= Valor_{Rodada_1} \times (1 - i_{desconto}) = 600 \times (1 - 0,50) = 600 \times (0,5) \\ &= 300 \end{aligned}$$

3ª Rodada: Supondo que tenha sido uma vitória tem-se um aumento de 50%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Rodada_3} &= Valor_{Rodada_2} \times (1 + i_{acr\acute{e}scimo}) = 300 \times (1 + 0,50) = 300 \times (1,5) \\ &= 450 \end{aligned}$$

4ª Rodada: Supondo que tenha uma derrota tem-se um desconto de 50%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Rodada_4} &= Valor_{Rodada_3} \times (1 - i_{desconto}) = 450 \times (1 - 0,50) = 450 \times (0,5) \\ &= 225 \end{aligned}$$

5ª Rodada: Supondo que tenha sido uma vitória tem-se um aumento de 50%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Rodada_5} &= Valor_{Rodada_4} \times (1 + i_{acr\acute{e}scimo}) = 225 \times (1 + 0,50) = 225 \times (1,5) \\ &= 337,5 \end{aligned}$$

6ª Rodada: Supondo que tenha uma derrota tem-se um desconto de 50%, usando os fatores de correção, o valor do produto passaria a ser:

$$\begin{aligned} Valor_{Rodada_6} &= Valor_{Rodada_5} \times (1 - i_{desconto}) = 337,5 \times (1 - 0,50) = 337,5 \times (0,5) \\ &= 168,75 \end{aligned}$$

Sendo assim ela terminou o jogo com R\$ 168,75, ou seja, perdeu R\$ 231,25

Comentários: Note que para cada rodada houve uma multiplicação por um fator de correção, como a multiplicação é comutativa (no conjunto dos números reais) a ordem dos eventos não altera o produto, sendo assim a resposta correta é a alternativa d)

“Aumentos ou reduções (ou mistura dos dois) consecutivos, devem ser calculados pelo PRODUTO DOS FATORES DE CORREÇÃO, e não pela soma das taxas a eles correspondentes.” (SÁ, 2011, p. 19)

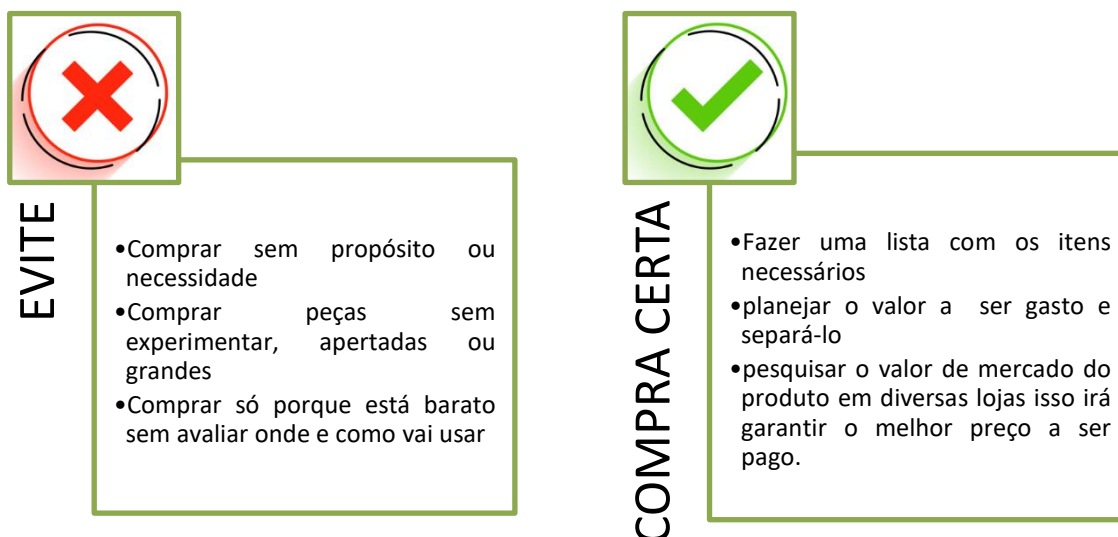
Liquidação em lojas

É muito comum encontrar diversas ações ao decorrer do ano com objetivo de aumentar vendas ou queimar os estoques. A possibilidade de pagar menos sempre irá atrair mais pessoas, seja uma promoção ou uma liquidação.

Já foi comprovado através de estudos que boa parte das compras que se faz são por impulso. As razões disso são as estratégias de marketing dos vendedores aliadas à falta de conhecimento dos consumidores. Muitos fatores determinam que um produto entre em oferta, sendo o principal a falta de procura. Tomando cuidado com a qualidade e a real necessidade pode-se aproveitar a oportunidade. (PRIMON, 2017, p.33)

É importante não fugir do planejamento e ter uma avaliação clara da necessidade de aquisição de um produto sabendo que faz parte da Educação Financeira saber avaliar as oportunidades e fazer a escolha mais adequada para pagamento da compra.

Figura 39: Dicas para aproveitar uma liquidação de forma consciente



Fonte: Elaborado pelo autor

É comum esperar a época de liquidações para comprar o que se precisa, isso pode ser muito bom no sentido de economizar, entretanto, pode ser que o item

desejado não esteja na promoção ou nem esteja mais disponível para a compra, ou seja, a escolha por esperar o período de liquidação pode inviabilizar a compra ou a até mesmo não ser passível de desconto.

No livro do aluno *Educação Financeira nas Escolas, Ensino Médio, Bloco 1*, encontramos o seguinte alerta que está de acordo com os eixos norteadores de Silva e Powell (2013), principalmente IV, e o conceito de Cidadania Financeira definido pelo BCB em seu Relatório de Cidadania Financeira (BCB, 2018a).

Muitas lojas não exibem o preço à vista, o que é ilegal, pois o Código de Defesa do Consumidor (www.planalto.gov.br/legislação) determina que ele seja mostrado. É direito do consumidor ser informado sobre as características dos produtos e serviços ofertados. Portanto, é dever do fornecedor mostrar o preço à vista. Nas compras parceladas o fornecedor é obrigado a informar o valor das parcelas e o total das prestações. Atenção! Os preços dos produtos e serviços devem ser informados de forma adequada, ou seja, correta, clara, precisa, ostensiva e legível. Além disso, os preços dos produtos e serviços expostos à venda devem ficar sempre visíveis aos consumidores enquanto o estabelecimento estiver aberto ao público (CONEF, 2013, p. 111).

Exemplo: Everton vem apresentando alterações em seus exames de Colesterol, sendo assim, seu médico indicou que ele iniciasse uma prática esportiva. Como ele não gosta muito de academias resolveu pensar em praticar corridas, contudo em suas pesquisas sobre a modalidade esportiva descobriu que é necessário adquirir um tênis específico para correr com conforto e segurança, e que escolher o melhor tênis para corrida envolve não só a questão estética, mas os benefícios que aquele calçado pode proporcionar. Depois de buscar modelos e avaliar os benefícios de cada produto escolheu o tênis CORRERMAIS que conta com diversas tecnologias para torná-lo seguro, resistente e absorve melhor os impactos, ou seja, alivia o estresse nas articulações, minimizando possíveis contusões. Sua intenção é comprar esse tênis à vista e avaliando seu orçamento doméstico seria possível gastar até 340 reais com essa compra. Assim verificou que esse tênis está sendo vendido em duas lojas do seguinte modo:

- 1) na primeira loja, sobre o preço de R\$ 332,40 será aplicado um desconto de 8% para o pagamento à vista;
- 2) na segunda loja, sobre o preço de R\$ 373,89 será aplicado um desconto de 25% para o pagamento à vista;

Qual dessas ofertas é a mais conveniente para o Everton?

Resolução:

1ª Opção: Sendo o valor do desconto de 8% pode-se por regra de três encontrar o valor descontado, sendo assim para saber o preço à vista basta encontrar o valor de 92% do preço original:

$$\frac{332,40}{x} = \frac{100\%}{92\%} \rightarrow 100\% \times x = 332,4 \times 92\% \rightarrow x = \frac{332,4 \times 92\%}{100\%} = 305,81$$

Portanto, o preço à vista na loja 1 seria de 305,81 reais e está dentro do orçamento de Everton.

2ª Opção: Sendo o valor do desconto de 20% pode-se por regra de três encontrar o valor descontado, sendo assim para saber o preço à vista basta encontrar o 80% do valor original:

$$\frac{373,89}{x} = \frac{100\%}{80\%} \rightarrow 100\% \times x = 373,89 \times 80\% \rightarrow x = \frac{373,89 \times 80\%}{100\%} = 299,11$$

Portanto o preço à vista na segunda loja será de 299,11 reais e, também, está dentro do orçamento de Everton.

A melhor opção será a segunda, porque embora o item seja mais caro, com o desconto para pagamento à vista de 20%, o valor pago será menor.

Comentários: Para resolução poderíamos ter usado os fatores de correção, entretanto optou-se por usar a regra de três simples uma vez que é muito habitual.

Salário Bruto x Salário Líquido

Há uma diferença prevista entre o salário pago aos trabalhadores (registrado em carteira de trabalho) e o quanto ele recebe no final do mês, são, respectivamente, o salário bruto e salário líquido.

A receita que deve estar prevista no orçamento doméstico mensal é o salário líquido, afinal ele é o que efetivamente estará disponível todo mês.

Perceber essa diferença auxilia na organização financeira além de entender como é calculado o salário líquido e quais os descontos previstos. Atualmente, existem dois descontos oficiais obrigatórios, o INSS (Instituto Nacional do Seguro Social) e o Imposto de Renda (IR), entretanto algumas empresas também realizam descontos referente a benefícios relacionados a vale-transporte, vale-refeição, planos de saúde

entre outros, todavia neste trabalho abordaremos somente os descontos obrigatórios uma vez que os demais variam de empresa para empresa. Os descontos oficiais são progressivos, ou seja: quanto maior for o salário, maior o imposto de renda retido na fonte e maior a contribuição com o INSS.

O recolhimento para o Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS), efetuado pelos empregadores, e o recolhimento da Contribuição Social (INSS), efetuado pelos trabalhadores e empregadores, também são merecedores de destaque nesse ponto, pois referendam recolhimentos feitos a órgãos públicos que geram benefícios diretos aos trabalhadores, como o direito à aposentadoria e à assistência médica pelo Sistema Único de Saúde (SUS), além da possibilidade de auxílio na aquisição ou construção da casa própria. (ENEf, 2010. p. 24)

Instituto Nacional do Seguro Social (INSS)

O INSS é responsável pelo pagamento da aposentadoria e alguns outros benefícios aos trabalhadores brasileiros, com exceção de servidores públicos. Para ter direito ao benefício, o trabalhador deverá pagar uma contribuição mensal durante um determinado período ao INSS, as regras para ser contemplado pelo benefício são revistas com o passar do tempo sendo necessário verificar a vigente para conhecimento e debate durante as aulas.

O INSS é o primeiro desconto a ser aplicado no salário bruto do trabalhador. É uma alíquota que varia de acordo com a faixa salarial, atualmente, as faixas variam entre 7,5%, para quem ganha o piso salarial (salário-mínimo⁷⁵), e terminam em 14% sobre o teto de R\$ 6.433,57. Calcular o INSS não é tão simples quanto parece: o cálculo deve ser feito faixa a faixa, progressivamente, e somado no final.

Tabela 9: Alíquota de contribuição do INSS por faixa salarial

Salário de contribuição	Alíquota
Até R\$ 1.100	7,5%
De R\$ 1.100,01 a R\$ 2.203,48	9,0%
De R\$ 2.203,49 até R\$ 3.305,22	12,0%
De R\$ 3.305,23 até R\$ 6.433,57	14,0%

Fonte: INSS

Exemplo: Qual a contribuição de INSS que será descontado de uma pessoa que tem um salário Bruto de R\$ 4000,00?

⁷⁵ Referência 2021 em R\$ 1100,00.

Resolução: Para realizar o cálculo da contribuição é necessário calcular o valor do INSS em todas as faixas, ou seja, considera-se o acréscimo de INSS por faixa e em seguida realizasse a soma de todas as faixas. Note que isso não é o mesmo que apenas utilizar a alíquota da última faixa (14%).

Tabela 10: Exemplo de cálculo de contribuição de INSS por faixa salarial

Faixa	Início da Faixa	Limite da Faixa ou do Salário Bruto	Valor de aplicação da Alíquota	Alíquota	Total por Faixa
1		1.100,00	1.100,00	7,5%	82,50
2	1.100,01	2.203,48	1.103,47	9,0%	99,31
3	2.203,49	3.305,22	1.101,73	12,0%	132,21
4	3.305,23	4.000,00	694,77	14,0%	97,27

INSS a ser descontado 411,29

Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto, o desconto de INSS para esse trabalhador seria de R\$ 411,29.

Comentário: Veja que é diferente do valor de R\$ 4000,00 x 0,14 = R\$ 560,00.

Outra forma muito comum de calcular o valor do INSS é utilizando a tabela com o valor a deduzir apresentada a seguir. Nesse caso para resolver o problema proposto é necessário verificar a alíquota da faixa salarial calcular o percentual sobre o salário bruto e então deduzir a parcela, ou seja, para o exemplo acima, tem-se R\$ 4000,00 x 0,14 – 148,71 = 560,00 – 148,71 = R\$411,29.

Tabela 11: Alíquota de contribuição do INSS por faixa salarial com parcela a deduzir

Salário de contribuição	Alíquotas	Parcelas a deduzir
Até R\$ 1.100,00	7,5%	–
De R\$ 1.100,01 até R\$ 2.203,48	9,0%	16,50
De R\$ 2.203,49 até R\$ 3.305,22	12,0%	82,60
De R\$ 3.305,23 até R\$ 6.433,57	14,0%	148,71

Fonte: INSS

O valor máximo do INSS é referente a um salário de R\$ 6.433,57, ou seja, qualquer trabalhador com salário bruto acima desse valor tem um desconto de R\$751,99. (6.433,57 x 0,14 – 148,71).

Sendo, o teto dos benefícios previdenciários de R\$ 6.433,57.

Por que essas duas tabelas são equivalentes?

Essa temática, assim como o IRRF, são excelentes temas para serem trabalhados nas aulas de Matemática Financeira, pois englobam diversos conteúdos, tais como: porcentagem, modelagem, função afim, função definida por várias sentenças, domínio de função e, inclusive, a ideia de continuidade, e fazem parte da Educação Financeira, uma vez que tem impacto direto na economia dos cidadãos.

O valor do INSS pago por uma pessoa que teve uma renda bruta x é calculada através de expressões da forma $y = ax - p$, onde a é a alíquota e p a parcela a deduzir e dependem da renda x dada pela Tabela 11, o imposto a pagar y varia continuamente com a renda, ou seja, não há saltos ao se passar de uma faixa de renda para outra sendo assim pode-se definir y :

$$y = \begin{cases} 0,075x, & \text{se } x \leq 1100 \\ 0,09x + b_1, & \text{se } 1100 < x \leq 2203,48 \\ 0,12x + b_2, & \text{se } 2203,48 < x \leq 3305,22 \\ 0,14x + b_3, & \text{se } 3305,22 < x \leq 6433,57 \end{cases}$$

Como y varia continuamente sabe-se que quando $x = 1100$ então $0,075x = 0,09x + b_1$ sendo assim:

$$0,075x = 0,09x + b_1 \leftrightarrow 0,075 \times 1100 = 0,09 \times 1100 + b_1 \leftrightarrow b_1 = -16,50$$

$$\therefore b_1 = -16,50$$

Analogamente tem-se:

$$0,09x - 16,50 = 0,12x + b_2 \leftrightarrow 0,09 \times 2203,48 - 16,50 = 0,12 \times 2203,48 + b_2$$

$$\therefore b_2 = -82,60$$

Assim como:

$$0,12x - 82,60 = 0,14x + b_3 \leftrightarrow 0,12 \times 3305,22 - 82,60 = 0,14 \times 3305,22 + b_3$$

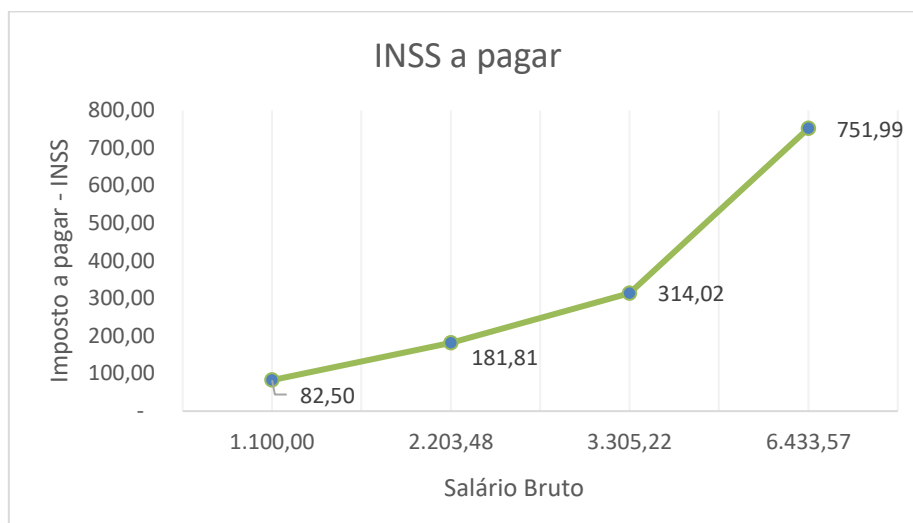
$$\therefore b_3 = -148,71$$

Logo:

$$y = \begin{cases} 0,075x, & \text{se } x \leq 1100 \\ 0,09x - 16,50, & \text{se } 1100 < x \leq 2203,48 \\ 0,12x - 82,60, & \text{se } 2203,48 < x \leq 3305,22 \\ 0,14x - 148,71, & \text{se } 3305,22 < x \leq 6433,57 \end{cases}$$

Ou seja, fornece os dados para a tabela com a parcela de dedução. Graficamente tem-se a Figura 40.

Figura 40: Contribuição do INSS por faixa salarial



Fonte: Elaborado pelo autor

Note-se que o domínio desta função, no contexto real, é formado por números reais não negativos representados com duas casas decimais, por representarem valores financeiros.

Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF)

O IRPF é também um desconto a ser aplicado no salário do trabalhador para se chegar no salário líquido. O valor devido não depende exclusivamente do salário bruto, mas sim de um valor de base de cálculo, dado por:

$$Base_{Cálculo} = Salário_{Bruto} - Contribuição_{INSS} - Pensão_{Alimentícia} - 189,59 \times Número_{Dependentes}$$

A partir da base de cálculo, é pago imposto referente a uma alíquota que varia de acordo com a faixa salarial do trabalhador, atualmente, as faixas de contribuição variam entre 7,5% e 27,5%, mas existe uma faixa que é isenta de imposto de renda.

Existe uma tendência equivocada de as pessoas acharem que o valor do imposto pago é exatamente a simples aplicação da alíquota referente à faixa de rendimento sobre o valor do rendimento obtido. Assim, é importante observar que o percentual da renda pago como imposto de renda, chamado de alíquota efetiva, é sempre menor que a alíquota da tabela, como consequência da existência de um limite de isenção (a parcela a deduzir) e do caráter progressivo da tabela do IRPF. (PRIMON, 2017, p.67)

A alíquota é progressiva, ou seja, quanto maior o salário do trabalhador maior a taxa, contudo, essa taxa não incide diretamente sobre o valor da base de cálculo deve-se considerar o valor de dedução, ou seja:

$$Valor_{IRPF} = Base_{cálculo} \times Alíquota - Parcela_{a\ deduzir}$$

Tabela 12: Alíquota de imposto de renda de acordo com a base de cálculo

Base de cálculo	Alíquota	Parcelas a deduzir
Até 1.903,98	isento	-
de 1.903,99 até 2.826,65	7,5%	142,80
de 2.826,66 até 3.751,05	15,0%	354,80
de 3.751,06 até 4.664,68	22,5%	636,13
acima de 4.664,68	27,5%	869,36

Fonte: Portal Tributário⁷⁶

Sendo assim para saber o salário líquido deve-se subtrair do salário bruto o valor da contribuição de INSS e o valor do IRPF desde que não se tenha dependentes financeiros.

Exemplo: Qual o salário líquido de uma pessoa sem dependentes que tem um salário Bruto de R\$ 4000,00?

Resolução: Do item anterior sabe-se que a contribuição do INSS é R\$411,29 sendo necessário saber a base de cálculo para verificar o desconto referente ao IR.

$$\text{Base de cálculo} = 4000 - 411,29 = 3588,71$$

Pela Tabela 12 tem-se que a alíquota de IR é de 15% com parcela a deduzir de R\$354,80, logo:

$$Valor_{IRRF} = 3588,71 \times 0,15 - 354,80 = 183,51$$

Logo, o salário líquido seria de R\$3405,20.

Comentários: A partir dessas questões algumas situações de investigação podem ser desenvolvidas para uso em sequências didáticas, tais como: qual a finalidade do pagamento dos impostos, quais as situações em que há a necessidade de fazer a declaração anual de imposto de renda, note que aqui foi feita a avaliação do IRPF referente a folha de pagamento (Salário Líquido) sendo possível realizar a conexão com

⁷⁶ <http://www.portaltributario.com.br/guia/tabelairf.html>. Acesso 30 jul. 2021

o IRRF anual, diferenças entre uma pessoa física e pessoa jurídica, inclusive a comparação entre as alíquotas de deduções das pessoas físicas (IRPF) com as alíquotas das pessoas jurídicas (IRPJ), além do efeito da inflação nas tabelas base de cálculo do INSS e IRPF.

5.4.2. Juros

Juro é a remuneração que um indivíduo paga a outro que lhe cedeu por certo tempo parte do seu capital. Taxa de Juros é a razão entre o valor dos juros (rendimento) de um período e o capital emprestado ou investido, respectivamente. Compreender o significado dos juros e da taxa de juros é de extrema importância na vida de qualquer pessoa que busca o Letramento Financeiro, porque a qualquer momento pode-se precisar adquirir um bem em que não se tem todo o capital necessário ou realizar um investimento.

Uma analogia interessante para entender o que significa juros é pensar nos juros como um aluguel, ou seja, quando alguém usa um imóvel ou um bem que não é seu, paga-se um aluguel, quando se toma dinheiro emprestado paga-se juros. Sendo assim, quando se empresta dinheiro deve-se pagar o capital principal e os juros, Tabela 13. Agora, caso o cidadão invista dinheiro em uma instituição financeira, por exemplo, esta instituição irá remunerar a pessoa, ou seja, além do valor investido serão auferidos os juros dessa operação, portanto a pessoa receberá os juros.

Tabela 13: Terminologias e Representações – conceitos básicos para cálculo de juros

Terminologia	Representação	Descrição
Capital ou Valor Inicial	C	É o valor que se pede emprestado ou que se investe.
Juros	J	Indica a renda proveniente de um investimento ou o custo de um empréstimo
Montante	M	É a soma do capital com os juros. Logo $M = C + J$
Taxa de Juros	i	É a razão entre o valor dos juros (rendimento) e o capital emprestado ou investido, respectivamente de um período.

Fonte: Elaborado pelo autor

O SFN atualmente utiliza como base os juros compostos, ou seja, são utilizados pelas instituições bancárias e financeiras na cobrança e no recebimento de juros essa forma de capitalização.

Taxa real de juros: Taxa nominal de juros descontada a taxa de inflação. Taxa de captação: Taxa de juros com a qual o banco capta dinheiro, isto é, persuade as pessoas a deixarem seu dinheiro com ele, em troca de uma remuneração por seus investimentos. Taxa de empréstimo: Taxa de juros cobrada dos tomadores de empréstimos pelas instituições financeiras. A diferença entre a taxa de captação e a taxa de empréstimo é o spread (palavra em inglês, pronuncia-se “spréd”) bancário (ENEF, 2018, p. 171).

A seguir será aprofundada a questão do cálculo dos juros assim como os regimes de capitalização a juros simples e a juros compostos. Na matemática financeira esses processos de crescimento podem estar associados aos conceitos de progressões aritméticas e geométricas.

Muitas vezes, em nossas aulas de matemática, ensinamos aos alunos do ensino médio o que são progressões, mostramos as fórmulas, resolvemos os exercícios de aplicação e, normalmente, não aproveitamos a oportunidade para trabalhar o conceito de juro, bem como suas aplicações em situações de empréstimos ou investimentos. (SÁ, 2011, p. 68)

Taxas equivalentes

É muito comum a divulgação de taxas anualizadas, entretanto, muitas vezes é necessário descobrir a taxa equivalente mensal para que possa ser feita comparações entre investimentos ou formas de empréstimos/financiamentos.

Taxas equivalentes são taxas que geram montantes idênticos quando aplicadas ao mesmo capital, em um mesmo período no regime de capitalização a juros compostos.

Como capitais e montantes são iguais, poderemos obter taxas equivalentes por meio de igualdades geradas pelos fatores de correção, elevados aos expoentes convenientes. [...] (SÁ, 2011, p. 77)

Ou seja, segundo Morgado e Carvalho (2015), a taxa de juros relativamente a um determinado período é igual a i , a taxa de juros relativamente a n períodos é I , logo:

$$1 + I = (1 + i)^n$$

Exemplo: Um investimento com liquidez diária de R\$20000 foi feito a uma taxa anual pré-fixada de 8,3%, esse investimento é isento de imposto de renda e taxas e tem vencimento de um ano, contudo houve a necessidade de o investidor resgatar esse investimento passado um semestre. Pergunta-se:

- a) Qual era o Montante esperado da aplicação ao final de um ano?

- b) Qual a taxa equivalente semestral?
- c) Qual o Montante resgatado?

Resolução: Primeiramente iremos calcular o valor esperado da operação em um ano, ou seja, caso o dinheiro fosse resgatado apenas no vencimento:

$$M_{12} = 20000 \times (1 + 0,083)^1 = 21660$$

Portanto, o Montante esperado ao final da aplicação seria de 21660 reais

Agora deve-se encontrar a taxa equivalente semestral para calcular o valor do Montante resgatado sendo assim:

$$1 + 0,083 = (1 + i)^2 \rightarrow$$

$$1 + i = \sqrt{1 + 0,083} \leftrightarrow$$

$$i = 1,0407 - 1 \leftrightarrow$$

$$i = 0,0407$$

Assim a taxa equivalente semestral é de 4,07% e o montante resgatado no semestre será dado por:

$$M_1 = 20000 \times (1 + 0,0407)^1 = 20814.$$

Logo o montante resgatado será de 20814 reais.

Comentários: Veja que era esperado em um ano um Juros de 1660, todavia como o resgate foi feito passado um semestre esses juros foi de 814, ou seja, o Juros de um semestre não é a metade do Juros anual, isso é uma consequência do efeito regime de capitalização a juros compostos.

Taxas Proporcionais não são equivalentes: Um (péssimo) hábito em matemática Financeira é o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes. Uma frase como “48% ao ano com capitalização mensal” significa que a taxa usada na operação não é a taxa de 48% anunciada e sim a taxa mensal que lhe é proporcional. Portanto, a tradução da expressão “48% ao ano, com capitalização mensal” é de “4% ao mês”. As pessoas menos educadas matematicamente podem pensar que os juros sejam realmente de 48% ao ano, mas não é verdade [...] (MORGADO e CARVALHO, 2015, p. 91)

Na verdade a taxa de juros cobrada na citação de Morgado e Carvalho (2015), utilizando fatores de correção, será de:

$$1 + I = (1 + 0,04)^{12} \rightarrow I = 1,6010 - 1 = 0,06010$$

Portanto a taxa de juros anual cobrada será de 60,10%.

O conceito de taxas proporcionais é utilizado somente para capitalização simples, no sentido de que o valor dos juros é linearmente proporcional ao tempo. Assim, a taxa proporcional de 3% ao mês, para 10 meses, é de 30%; a de 12% ao ano, para três meses, é de 4%, e assim sucessivamente.

Independentemente se a capitalização é simples ou composta, existem três tipos de taxas:

- A taxa nominal é aquela em que o período de formação e incorporação dos juros ao capital não coincide com aquele a que a taxa está referida. Geralmente, as taxas de juros contratuais divulgadas por instituições financeiras são nominais, quase sempre fornecidas em termos anuais.
- A taxa efetiva é aquela que o período de formação e incorporação dos juros ao capital coincide com aquele a que a taxa está referida.
- A taxa real é aquela que considera o efeito da inflação no período. Dependendo dos casos, a taxa real pode assumir valores negativos. Podemos afirmar que a taxa real corresponde à taxa efetiva corrigida pelo índice inflacionário do período.

A equação de Fisher é um conceito em economia que descreve a relação entre as taxas de juros efetiva e real sob o efeito da inflação. A equação afirma que a taxa de juros efetiva é igual à soma da taxa de juros real mais a inflacionária.

$$1 + i_{efetiva} = (1 + i_{real}) \times (1 + i_{inflacionária}) \text{ ou}$$

$$i_{real} = \frac{(1 + i_{efetiva})}{(1 + i_{inflacionária})} - 1$$

No entanto, também se pode usar a versão aproximada da fórmula anterior:

$$i_{efetiva} \approx i_{real} + i_{inflacionária}$$

Exemplo: Certa aplicação financeira obteve rendimento efetivo de 6% ao ano. Sabendo que a taxa de inflação no período foi de 4,9%, determine o ganho real dessa aplicação.

Resolução: Devemos determinar a taxa real de juros dessa aplicação financeira, considerando a expressão acima, tem-se:

$$1 + 0,06 = (1 + i_{real}) \times (1 + 0,049) \leftrightarrow$$

$$\frac{1,06}{1,049} = (1 + i_{real}) \leftrightarrow$$

$$i_{real} = 0,01$$

Portanto, o ganho real dessa aplicação financeira será de 1% ao ano.

Regime de capitalização à Juros Simples

A área de aplicação dos juros simples concentra-se, basicamente, nas operações financeiras ativas e passivas de curto prazo. No critério linear, os juros incidem unicamente sobre o principal e geram, em consequência, remunerações diretamente proporcionais ao capital e ao prazo envolvidos na operação (ASSAF-NETO, 2014 *apud* PRIMON, 2017, p. 37)

Os Juros Simples são aqueles pagos somente sobre o valor inicial, ou seja, a cada período são sempre acrescidos ao valor inicial um valor constante referente a $C \times i$, logo, ao final de n períodos tem-se um acréscimo de $(C \times i) \times n$.

Ao analisar a sequência formada de 1 a n períodos, Tabela 14, tem-se:

Tabela 14: Regime de Capitalização Simples

Período	Capital	Juros	Juros Acumulados	Montante
1	C	$C \times i$	$C \times i$	$C + C \times i$
2	C	$C \times i$	$2 \times (C \times i)$	$C + (C \times i) \times 2$
3	C	$C \times i$	$3 \times (C \times i)$	$C + (C \times i) \times 3$
4	C	$C \times i$	$4 \times (C \times i)$	$C + (C \times i) \times 4$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	C	$C \times i$	$n \times (C \times i)$	$C \times (1 + in)$

Fonte: Elaborado pelo Autor

$$\text{Ou seja, } M_n = C + (C \times i) \times n = C \times (1 + in)$$

Exemplo: Um capital de R\$1.000,00 é emprestado, por 6 meses, com taxa de juros simples de 5% a.m. (ao mês), ao final do período, qual será o valor a ser pago?

Resolução: No regime dos juros simples, os juros serão calculados multiplicando o capital ($C = 1000$) pela taxa de juros ($i = 5\%$) pelo período de 6 meses, pois os juros cobrados serão em relação ao capital inicial. Considerando a expressão sobre o cálculo dos juros simples o montante após os 6 meses será:

$$M_6 = 1000 \times (1 + 0,05 \times 6) = 1300$$

Ou seja, ao final de 6 meses terá uma dívida de R\$1.300,00.

Função Afim

A função afim ou função polinomial, é uma função $f: R \rightarrow R$, definida por $f(x) = ax + b$, sendo a e b números reais. O número a é o coeficiente de x e representa a taxa de crescimento ou taxa de variação da função e o número b é chamado de termo constante.

No sistema de juros simples os juros são obtidos em função do tempo.

Note que a relação entre os juros simples ($C \times i$) e o período n é uma função linear, com taxa de variação $a = (C \times i)$ e termo constante $b = C$.

Sendo assim a função afim que representa o Montante é dada por:

$$M(x) = (C \times i)x + C$$

Por questão de rigor matemático, vale ressaltar que $M(x)$, é uma função afim levando em consideração a definição, contudo o domínio das funções Juros Simples é o conjunto dos números naturais $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ e não todos os R . Ou seja, pode-se considerar a função $M(x)$ como uma função linear.

Exemplo: Fonte (TEIXEIRA, 2015, p. 109)

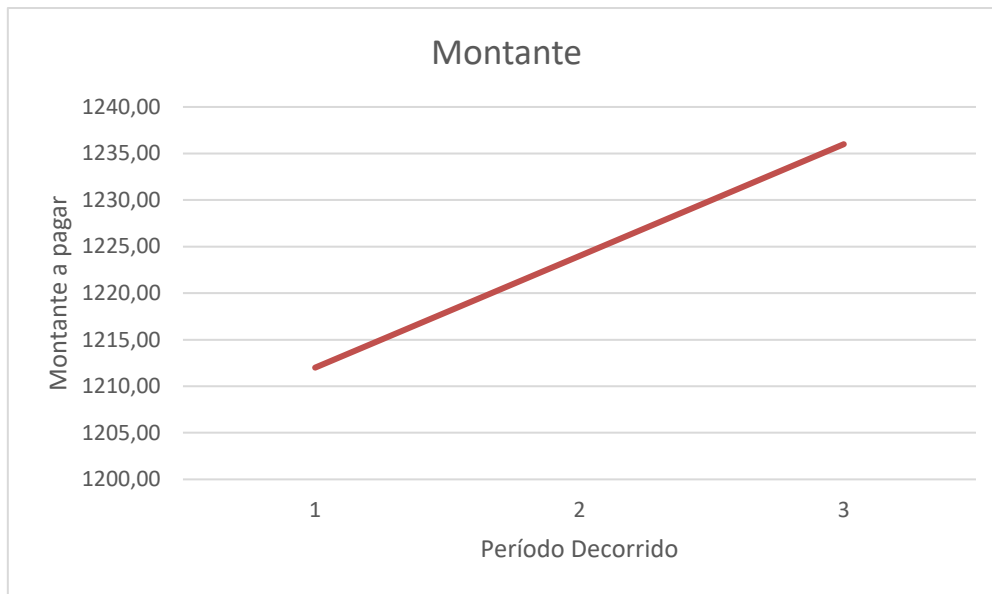
Uma pessoa precisa de R\$ 1.200,00 para pagar uma despesa inesperada. Para conseguir pagá-la, faz um empréstimo com seu tio, que lhe cobrará 1% por mês que essa pessoa demorar a lhe pagar, sendo que esse valor será calculado sempre sobre os R\$ 1.200,00 iniciais. Pergunta-se:

- a) Qual o valor cobrado a cada mês que a pessoa demora a devolver o dinheiro ao tio?
- b) Se a pessoa demora três meses para pagar ao tio que lhe emprestou, qual o valor além dos R\$ 1.200,00 que deverá desembolsar?
- c) Qual o valor total a ser desembolsado ao final desses três meses para o pagamento da dívida com esse tio?
- d) Supondo que o valor emprestado seja igual a P e que a porcentagem cobrada seja igual a i, calculada sempre sobre o valor emprestado P, e que o empréstimo será pago ao final de n meses, que expressão matemática pode expressar essa operação financeira?"

Resolução: Para solucionar o problema é necessário identificar qual o tipo de capitalização que está sendo utilizada, pela frase: “calculado sempre sobre os R\$ 1.200,00 iniciais” tem-se a primeira resposta que se trata de uma capitalização a juros simples.

- a) A cada mês que a pessoa demorar para devolver o dinheiro ao tio será acrescido o valor do $J = C \times i = 1200 \times 0,01 = 12$, ou seja, 12 reais a mais por mês.
- b) Dado que terão decorridos 3 meses tem-se um Juro de $J = C \times i \times n = 1200 \times 0,01 \times 3 = 36$, ou seja, serão pagos 36 reais além do valor de R\$ 1.200,00.
- c) O valor total desembolsado será o Capital Inicial mais os Juros referentes aos 3 meses, ou seja, $1200 + 36 = 1236$. Portanto, deverá desembolsar 1236 reais.

Período	Capital	Juros	Juros Acumulados	Montante
1	1200,00	12,00	12,00	1212,00
2	1200,00	12,00	24,00	1224,00
3	1200,00	12,00	36,00	1236,00



d) A expressão será: $E_n = P + (P \times i \times n) = P (1 + in)$

Juros Simples e Progressão Aritmética

Uma Progressão Aritmética (PA) é uma sequência numérica, em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao termo anterior adicionado de uma constante chamada razão. A sequência de termos formada, em uma capitalização a juros simples, pelo capital inicial e os montantes nos próximos períodos formam, nessa ordem, uma Progressão Aritmética, cuja razão é o Juro e o primeiro termo é o C sendo assim a progressão observada é dada por (C, M1, M2, M3, ...).

Exemplo: Fonte (PRIMON, 2017, p. 39)

Um jovem trabalhador percebe que está gastando tudo o que ganha. Após conversar com seu pai, decide que vai poupar dinheiro. Combina com o pai que lhe entregará a quantia de R\$ 250,00 todo dia 10 de cada mês. Então, como incentivo, seu pai lhe promete pagar juros simples de 2% ao mês. Iniciados os depósitos em 10 de janeiro e tendo cumprido integralmente o trato, qual o montante obtido no dia 10 de dezembro do mesmo ano com tais economias?

Resolução: Nas condições propostas tem-se os seguintes totais referentes ao Capital + Juros em cada data até a data de referência 10/dez.

	10-jan	10-fev	10-mar	10-abr	10-mai	10-jun	10-jul	10-ago	10-set	10-out	10-nov	10-dez
Depósitos	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250
Juros	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0
Total	305	300	295	290	285	280	275	270	265	260	255	250

Ou seja, para os 250 reais depositados em 10/jan tem-se o pagamento de 11 meses de juros, ou seja, $J = 250 \times 0,02 \times 11 = 55$ totalizando 305 reais em 10/dez, para os 250 depositados em 10/fev. tem-se o pagamento de 10 meses de juros, totalizando 300 reais em 10/dez e assim por diante até chegar ao depósito referente a 10/dez que não terá acréscimo de Juros. Note que todos os valores mensais estão sendo “levados” para a data de referência do resgate, ou seja, há uma correção temporal.

Assim, tem-se uma Progressão Aritmética: $PA = \{305, 300, \dots, 250\}$ de 12 termos referentes aos meses (janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro), ou seja, tem-se uma PA de primeiro termo igual a 305, último termo igual a 250 e de 12 termos, utilizando a fórmula da soma dos termos de uma PA tem-se o valor total acumulado.

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12})}{2} \times 12 = \frac{(305 + 250)}{2} \times 12 = 3330$$

Portanto, em 10 de dezembro o jovem terá conseguido acumular um montante de R\$ 3.330,00.

Comentários: O auxílio das TICs, quando possível, podem colaborar com o desenvolvimento dessa atividade e na resolução do problema.

Regime de capitalização à Juros Compostos

Os juros compostos têm grande aplicação prática em operações financeiras de médio e longo prazos. Nesse critério de capitalização os juros incidem sempre sobre o saldo acumulado e ocorre dessa forma juros sobre juros, ou seja, no regime de juros compostos o juro gerado em determinada operação é adicionado ao principal, e serve de base para o cálculo de juros para o período posterior. (PRIMON, 2017, p. 40)

Juros compostos são aqueles que, após cada período de capitalização, normalmente um mês, esses são incorporados ao capital principal e passam, por sua vez, a também render juros. Trata-se dos chamados “juros sobre juros” ou “juros capitalizados”.

Para calcular o valor final (montante) de um capital investido, com taxa fixa i , basta considerá-los como acréscimos sucessivos de uma mesma taxa i por n períodos, ou seja, utiliza-se o fator de correção $(1 + i)$ elevado a enésima potência.

Ao analisar a sequência formada de 1 a n períodos, Tabela 15, tem-se:

Tabela 15: Regime de Capitalização Composto

Período	Capital	Juros Acumulados	Montante
1	C	$C \times (1 + i)^1 - C$	$C \times (1 + i)^1$
2	$C \times (1 + i)^1$	$C \times (1 + i)^2 - C$	$C \times (1 + i)^2$
3	$C \times (1 + i)^2$	$C \times (1 + i)^3 - C$	$C \times (1 + i)^3$
4	$C \times (1 + i)^3$	$C \times (1 + i)^4 - C$	$C \times (1 + i)^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$C \times (1 + i)^{n-1}$	$C \times (1 + i)^n - C$	$C \times (1 + i)^n$

Fonte: Elaborada pelo Autor

Ou seja, $M_n = C \times (1 + i)^n$.

Assim ao final de n períodos tem-se um Juro acumulado de $C \times (1 + i)^n - C = C \times ((1 + i)^n - 1)$

A Tabela 15 evidencia-se que ao final de cada período, o juro produzido é incorporado ao capital, passando a render também Juros.

A noção de juros composto e o ‘poder’ deste tipo de juros passa despercebido para a maioria das pessoas. Em geral, as pessoas só tomam consciência das características dos juros compostos quando sofrem por ter perdido algum valor financeiro ou por ter que arcar com alguma dívida indexada através dessa forma de cobrança. (KISTEMANN, 2011, p.31)

Exemplo: Um capital de R\$1.000,00 é emprestado, por 6 meses, com taxa de juros compostos de 5% a.m. (ao mês), ao final do período, qual será o valor a ser pago?

Resolução: No regime dos juros compostos, os juros serão calculados multiplicando o capital ($C = 1000$) por $(1 + \text{taxa de juros } (i = 5\%))$ elevado pelo período de 6 meses pois os juros cobrados serão sempre em relação ao capital do mês anterior. Considerando a expressão do cálculo dos juros compostos o montante após os 6 meses será:

$$M_6 = C \times (1 + i)^n = 1000 \times (1 + 0,05)^6 = 1000 \times 1,3401 = 1340,10$$

Ou seja, ao final de 6 meses terá uma dívida de R\$1.340,10.

Um ponto importante que deve ser enfatizado é a questão dos juros sobre juros, ou seja, são acréscimos sucessivos de juros.

As pessoas menos educadas matematicamente têm tendência a achar que juros de 10% ao mês dão em dois meses juros de 20%. Note que juros de 10% ao mês dão em dois meses de juros de 21%. (MORGADO e CARVALHO, 2015, p.87)

esclarecendo a questão apresentada por Morgado e Carvalho (2015), e utilizando fatores de correção, tem-se que:

$$M_2 = C \times (1 + 0,1)^2 = C \times (1,1)^2 = C \times 1,21 = C \times (1 + 0,21)$$

Função Exponencial

No sistema de juros compostos os juros são obtidos em função do tempo. Conhecido o Capital C e a taxa de juros i , tem-se uma variação do tipo exponencial, em que $a = 1 + i$, fator de correção. Assim a função exponencial que representa o Montante é dada por:

$$M(x) = C \times (1 + i)^x$$

A função exponencial, é uma função $f: R \rightarrow R_+^*$, definida por $f(x) = a^x$, sendo a um número real positivo e diferente de 1. Por questão de rigor matemático, vale ressaltar que $M(x)$, é uma função exponencial e embora seu domínio seja o conjunto dos números reais, o domínio da função $M(x)$ é o conjunto dos números naturais $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ e não todos os R .

Exemplo: Fonte (Filho, 2018, p.85)

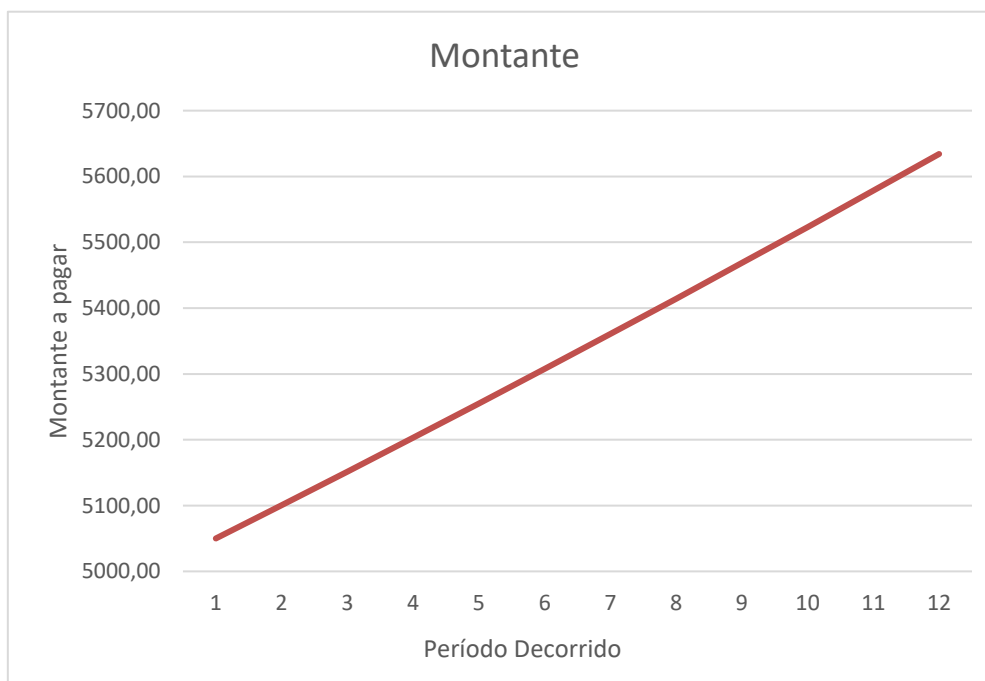
Suponha que Alberto empreste R\$ 5.000,00 para seu amigo Bruno e combinem que Bruno deve devolver o dinheiro depois de um ano com um acréscimo de uma taxa de juros compostos de 1% ao mês.

Resolução: Ao avaliar o enunciado nota-se que se trata de uma capitalização a juros composto para melhor compreender a resolução pode-se construir uma tabela avaliando os juros no tempo, como segue:

Período	Capital	Juros	Juros Acumulados	Montante
1	5000,00	50,00	50,00	5050,00
2	5050,00	50,50	100,50	5100,50
3	5100,50	51,01	151,50	5151,51
4	5151,51	51,52	203,02	5203,02
5	5203,02	52,03	255,05	5255,05
6	5255,05	52,55	307,60	5307,60
7	5307,60	53,08	360,68	5360,68
8	5360,68	53,61	414,28	5414,28
9	5414,28	54,14	468,43	5468,43
10	5468,43	54,68	523,11	5523,11
11	5523,11	55,23	578,34	5578,34
12	5578,34	55,78	634,13	5634,13

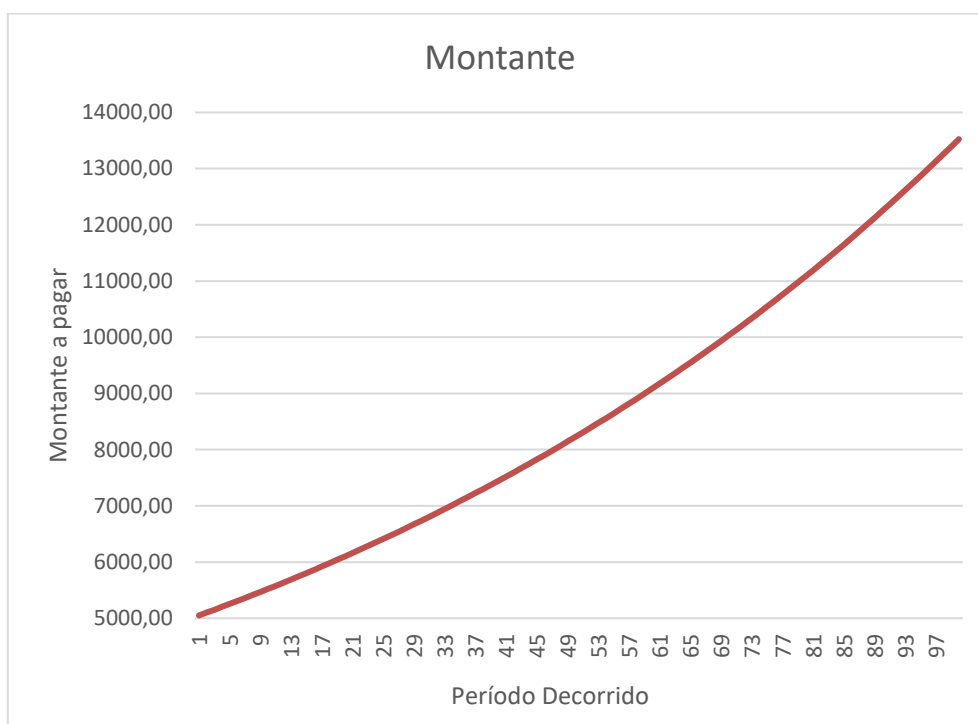
Sendo assim pela avaliação mensal conclui-se que o montante seria de aproximadamente R\$ 5.634,13. Contudo, seria possível utilizar a fórmula do montante dos juros compostos para solucionar a questão:

$$M(12) = 5000 \times (1 + 0,01)^{12} = 5000 \times 1,12682 = 5634,12$$



Comentários: Note que há uma pequena diferença nos valores finais isso ocorre devido aos arredondamentos que ocorrerão durante o processo. Outro ponto que deve ser

advertida é que no gráfico ilustrado acima há uma ilusão de ótica, uma vez que pode haver uma associação com um gráfico de uma função linear, entretanto, sabe-se que se trata de uma função exponencial, inclusive se houver um aumento do período é notável o comportamento exponencial da curva.



Juros Compostos e Progressão Geométrica

Uma Progressão Geométrica (PG) é uma sequência numérica, em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao termo anterior multiplicado por uma constante chamada de razão (q). A sequência de termos formada pelo capital inicial e os montantes nos próximos períodos formam, nessa ordem, uma Progressão Geométrica, cuja razão é o fator de Correção ($1 + i$), sendo assim a progressão observada é dada por $(C, M_1, M_2, M_3, \dots)$.

Exemplo: Fonte (PRIMON, 2017, p. 42)

Buscando realizar seu sonho, Ana encontrou em seu banco um Fundo de Investimento que, na data de adesão e na mesma data dos meses subsequentes, transfere da sua Conta Corrente para o Fundo a quantia de R\$ 300,00, valor que cabe dentro do seu orçamento. A vigência do Fundo é de 2 anos e o capital fica submetido a juros compostos de 1% ao mês, com resgate total do montante ao final do período, na data de aniversário. Obviamente, não existe débito no 24º mês a partir da adesão, pois esta é a

data de resgate do Fundo. Qual será o valor desse resgate caso Ana venha a optar por este investimento?

Resolução: Nas condições propostas serão exibidas duas tabelas que procuram facilitar o entendimento e a interpretação do problema, sendo assim tem-se os seguintes totais referentes ao Capital + Juros de cada data até a data final do 24º mês.

	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}
Depósitos	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
Meses de Rendimento	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13
Juros	81	77	73	70	66	62	59	55	52	48	45	41
Total	381	377	373	370	366	362	359	355	352	348	345	341

	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	d_{16}	d_{17}	d_{18}	d_{19}	d_{20}	d_{21}	d_{22}	d_{23}
Depósitos	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
Meses de Rendimento	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Juros	38	35	31	28	25	22	18	15	12	9	6	3
Total	338	335	331	328	325	322	318	315	312	309	306	303

Lê-se a tabela da seguinte forma:

- O primeiro depósito (d_0), que ocorreu na data de adesão ao fundo, renderá juros compostos de 1 % por 24 meses,
- o segundo(d_1), renderá juros compostos de 1 % por 23 meses, e assim sucessivamente,
- até o 24º depósito (d_{23}), que renderá apenas um mês.

Note que todos os depósitos mensais estão sendo “levados” para a data de vencimento do Fundo, ou seja, há uma correção temporal. Sendo assim os montantes referentes a cada um dos depósitos formarão a seguinte PG: (303, 306, ..., 381) cuja $q = 1,01$ e $a_1 = 303$

Utilizando a fórmula de soma de uma PG, tem-se:

$$S_{24} = a_1 \times \frac{(q^{24} - 1)}{(q - 1)} = 303 \times \frac{(1,01^{24} - 1)}{1,01 - 1} = 303 \times \frac{(1,01^{24} - 1)}{0,01} = 8172,96$$

Portanto, ao optar por esse Fundo de Investimento, ao findar dos 24 meses, Ana terá conseguido acumular um capital de R\$ 8.172,96.

Comparação entre juros simples e compostos

Tabela 16: Diferenças entre Juros Simples e Juros Compostos

Juros Simples	Juros Compostos
<ul style="list-style-type: none">• Significa que os juros serão cobrados sobre o capital inicial, ou seja, sobre o valor inicial da dívida ou aplicação financeira.• Costumam ser utilizados em processos de curto prazo• Uso comum: descontos simples ou acréscimo sobre uma dívida que foi paga com alguns dias de atraso.• Crescimento estável e linear do juros• Valor principal nunca muda	<ul style="list-style-type: none">• Significa que os juros serão cobrados sobre o saldo devedor anterior ou sobre o montante acumulado até aquele momento.• Costumam ser utilizados em processos de médio e longo prazo• Uso comum: empréstimos bancários e investimentos• Crescimento Exponencial• Valor principal aumenta com acréscimo do juros compostos

Fonte: Elaborada pelo Autor

Exemplo: Fonte (FILHO, 2018, p. 90)

Um empréstimo de R\$10.000,00 foi contratado a uma taxa de juros de 10% ao mês, para ser pago ao final de 2 anos.

- Analisar as duas possibilidades de regimes de juros, ou seja, analisar a situação se o regime de juros fosse composto e analisar a situação se o regime de juros fosse simples.
- Apresentar em forma de tabela, constando os valores devidos mês a mês nos dois regimes de tributação de juros e, posteriormente, um gráfico que compare as duas situações.

Resolução: primeiramente os pontos listados na Tabela 16 podem ser discutidos e retomados para então ser analisados os casos e a diferença significativa para cada forma de capitalização.

Tabela 17: Análise de Caso: Diferenças entre Juros Simples e Juros Compostos

Juros Simples

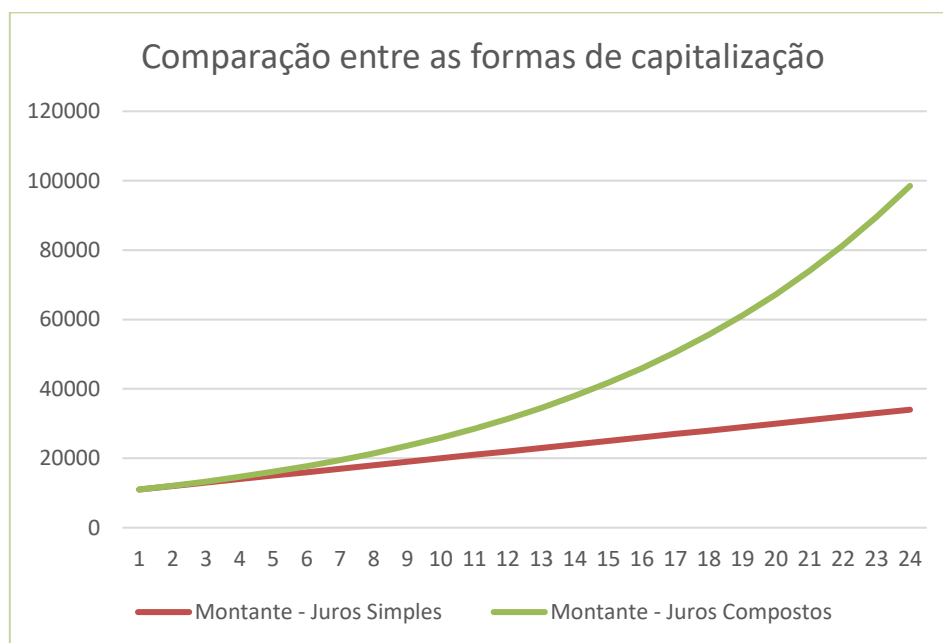
Período	Capital	Juros	Juros Acumulados	Montante
1	10.000	1.000	1.000	11.000
2	10.000	1.000	2.000	12.000
3	10.000	1.000	3.000	13.000
4	10.000	1.000	4.000	14.000
5	10.000	1.000	5.000	15.000
6	10.000	1.000	6.000	16.000
7	10.000	1.000	7.000	17.000
8	10.000	1.000	8.000	18.000
9	10.000	1.000	9.000	19.000
10	10.000	1.000	10.000	20.000
11	10.000	1.000	11.000	21.000
12	10.000	1.000	12.000	22.000
13	10.000	1.000	13.000	23.000
14	10.000	1.000	14.000	24.000
15	10.000	1.000	15.000	25.000
16	10.000	1.000	16.000	26.000
17	10.000	1.000	17.000	27.000
18	10.000	1.000	18.000	28.000
19	10.000	1.000	19.000	29.000
20	10.000	1.000	20.000	30.000
21	10.000	1.000	21.000	31.000
22	10.000	1.000	22.000	32.000
23	10.000	1.000	23.000	33.000
24	10.000	1.000	24.000	34.000

Juros Compostos

Período	Capital	Juros	Juros Acumulados	Montante
1	10.000	1.000	1.000	11.000
2	11.000	1.100	2.100	12.100
3	12.100	1.210	3.310	13.310
4	13.310	1.331	4.641	14.641
5	14.641	1.464	6.105	16.105
6	16.105	1.611	7.716	17.716
7	17.716	1.772	9.487	19.487
8	19.487	1.949	11.436	21.436
9	21.436	2.144	13.579	23.579
10	23.579	2.358	15.937	25.937
11	25.937	2.594	18.531	28.531
12	28.531	2.853	21.384	31.384
13	31.384	3.138	24.523	34.523
14	34.523	3.452	27.975	37.975
15	37.975	3.797	31.772	41.772
16	41.772	4.177	35.950	45.950
17	45.950	4.595	40.545	50.545
18	50.545	5.054	45.599	55.599
19	55.599	5.560	51.159	61.159
20	61.159	6.116	57.275	67.275
21	67.275	6.727	64.002	74.002
22	74.002	7.400	71.403	81.403
23	81.403	8.140	79.543	89.543
24	89.543	8.954	88.497	98.497

Fonte: Elaborada pelo Autor

Figura 41: Análise de Caso: Diferenças entre Juros Simples e Juros Compostos



Fonte: Elaborada pelo Autor

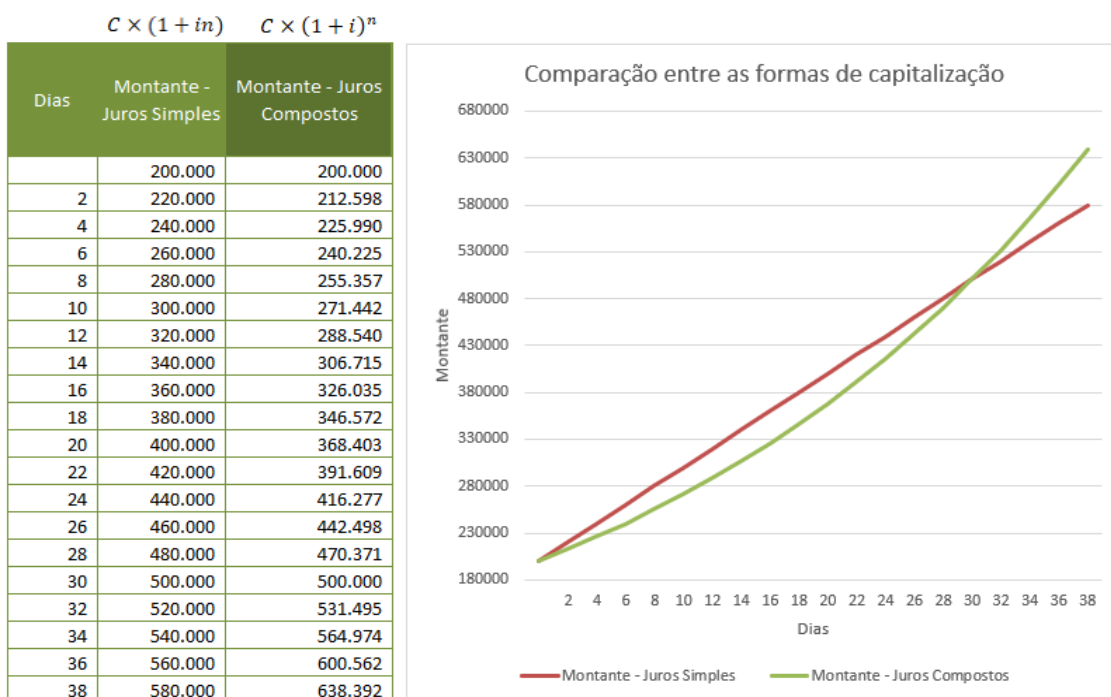
Comentários: O gráfico evidencia a diferença entre as funções associadas a cada forma de capitalização, ou seja, o crescimento dos juros simples é por meio de uma função linear e dos juros compostos pela função exponencial. Todavia é muito importante ressaltar aqui a comparação entre as duas funções e o que aconteceria se o intervalo fosse [0,1].

Normalmente as pessoas têm a impressão de que os juros compostos, por serem acumulativos, sempre superam os valores calculados a juros simples. Se analisarmos com atenção o gráfico seguinte, veremos que isso realmente ocorre a partir do segundo mês da data inicial. Verificamos que há igualdade entre os valores iniciais e os valores do montante após um mês do início do investimento. Mas o que ocorre entre esses dois primeiros valores? Será que o montante final obtido por juros composto é sempre maior do que o montante obtido por juros simples? (SÁ, 2011, p. 78)

No intervalo de tempo [0,1], os juros simples superam os juros compostos.

A figura abaixo ilustra essa situação, foram considerados um $C = 200000$ e $i = 150\%$ para a análise.

Figura 42: Capitalizações a Juros Simples e Compostos no intervalo [0, 1]



Fonte: Elaborada pelo Autor

Impactos dos Juros Compostos ao longo do tempo

Avaliar o impacto dos juros compostos quando realizasse um empréstimo com poucas parcelas pode não aparentar fazer grande diferença, entretanto nos casos de

prazos mais longos, qualquer ponto percentual a mais de diferença poderá significar um gasto significativamente grande considere o exemplo.

Exemplo: Um empréstimo de 100 reais, será avaliado utilizando três das linhas de crédito mais comuns, cheque especial, cartão de crédito rotativo e crédito pessoal, com um prazo de 36 meses.

Tabela 18: Taxas Médias para as linhas de Crédito

Modalidades de crédito	Taxa de Juros	
	% ao ano	% ao mês
Cheque Especial	117,06%	6,67%
Cartão de Crédito Rotativo	303,43%	12,33%
Crédito Pessoal	80,89%	5,06%

Fonte: Elaborada pelo Autor

Segundo dados do Banco Central do Brasil, divulgados em 26 de junho de 2020 referentes às taxas das operações de crédito em maio do mesmo ano, as taxas médias anuais, destes produtos são: Cheque Especial – 117,06% ao ano; Cartão de Crédito Rotativo – 303,43% ao ano e Crédito Pessoal – 80,89% ao ano.

Optando por utilizar o empréstimo por meio do cartão de crédito e não, por exemplo, do crédito pessoal, o consumidor pagará 7,26% ao mês a mais. Após um ano, essa diferença será de 222,53 %, ou seja, para um financiamento de valor inicial em 100 reais, teria uma diferença de juros, 222,53 reais pagos a mais, por ter optado pelo uso do cartão de crédito ao crédito pessoal. Caso esse empréstimo fosse de um valor maior a diferença percentual seria a mesma, embora o desembolso fosse bem maior. A opção pelo cheque especial ao invés do crédito pessoal traria uma diferença de juros de 186,37%.

Não se pode subestimar os efeitos dos juros compostos no longo prazo, lembre-se que ele tem um efeito de função exponencial, ao apresentar uma falta de familiaridade com esse conceito da matemática financeira um tomador de crédito facilmente pode perder o controle sobre a sua vida financeira, contraindo uma dívida cujo valor cresça mais rapidamente do que pode se esperar.

Na Tabela 19 apresenta-se o impacto dos juros compostos ao longo do tempo para cada uma das linhas de crédito.

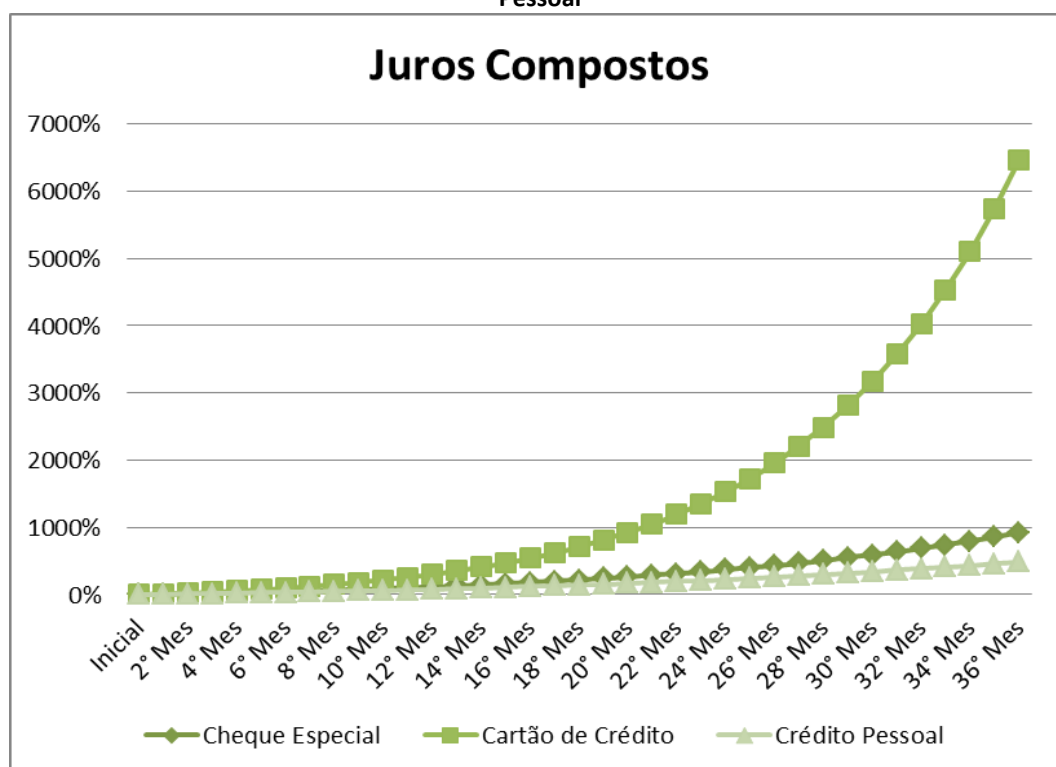
Tabela 19: Propostas de Empréstimos Cheque Especial, Cartão de Crédito e Crédito Pessoal e o montante devido.

	Montante devido		
	Cheque Especial	Cartão de Crédito	Crédito Pessoal
Inicial	100	100	100
1° Mes	106,67	112,56	105,06
2° Mes	113,78	126,70	110,38
3° Mes	121,37	142,61	115,96
4° Mes	129,47	160,52	121,83
5° Mes	138,11	180,68	127,99
6° Mes	147,32	203,38	134,47
7° Mes	157,14	228,92	141,27
8° Mes	167,62	257,68	148,42
9° Mes	178,81	290,04	155,93
10° Mes	190,73	326,47	163,82
11° Mes	203,45	367,47	172,11
12° Mes	217,02	413,63	180,82
13° Mes	231,50	465,58	189,97
14° Mes	246,94	524,06	199,58
15° Mes	263,41	589,88	209,68
16° Mes	280,98	663,97	220,29
17° Mes	299,72	747,36	231,44
18° Mes	319,71	841,23	243,15
19° Mes	341,04	946,89	255,45
20° Mes	363,79	1.065,81	268,38
21° Mes	388,05	1.199,68	281,96
22° Mes	413,93	1.350,36	296,23
23° Mes	441,54	1.519,97	311,21
24° Mes	470,99	1.710,87	326,96
25° Mes	502,41	1.925,76	343,51
26° Mes	535,92	2.167,64	360,89
27° Mes	571,67	2.439,89	379,15
28° Mes	609,80	2.746,34	398,33
29° Mes	650,47	3.091,28	418,49
30° Mes	693,86	3.479,55	439,66
31° Mes	740,14	3.916,58	461,91
32° Mes	789,50	4.408,50	485,28
33° Mes	842,16	4.962,21	509,84
34° Mes	898,33	5.585,46	535,64
35° Mes	958,25	6.286,99	562,74
36° Mes	1.022,17	7.076,64	591,22

Fonte: Elaborada pelo Autor

Assim ao final dos 36 meses, teríamos uma dívida de R\$ 591,22 se o valor tivesse sido financiado pelo crédito pessoal, R\$1.022,17 para o cheque especial e R\$ 7.076,64 para o cartão de crédito. Sendo clara a diferença financeira caso se tenha conhecimentos sobre as linhas de crédito e a necessidade de procurar um ente financeiro para negociar e procurar taxas menores, principalmente se terá que postergar o pagamento do empréstimo.

Figura 43: Comparação entre as linhas de crédito: Cheque Especial, Cartão de Crédito e Crédito Pessoal



Fonte: Elaborada pelo Autor

Ao utilizar uma linha de crédito que utiliza os juros compostos não se pode falhar em visualizar o seu crescimento exponencial e muito menos esquecer a importância do fator tempo, acima no gráfico, estão ilustradas as curvas exponenciais de cada uma das linhas de crédito, assim torna-se visual o crescimento da curva e a evidente diferença do efeito de cada uma das taxas ao longo do tempo.

Uso consciente das linhas de crédito

Exemplo: Um estudante, despreocupado em suas férias, gastou mais do que o planejado e quando verificou suas contas verificou que se optasse por pagar a parcela mínima do cartão de crédito iniciaria o segundo semestre de 2021 com um saldo negativo de 1000 reais. Preocupado com a situação e por não ter uma reserva financeira esse estudante resolveu entender melhor as linhas de crédito e buscar uma solução para essa situação. Sua bolsa de estágio é de 2400 reais e seu orçamento financeiro mostra que suas despesas mensais planejadas com a mensalidade da faculdade, transporte e alimentação consomem cerca de 1900 reais de sua bolsa, por sorte sua renda não está comprometida com outras obrigações/financiamentos.

Sendo assim verificou, junto ao seu banco, as taxas anuais cobradas pelas linhas de crédito, apresentadas a seguir:

Modalidades de crédito	Taxa de Juros	
	% ao ano	% ao mês
Cheque Especial	117,06%	6,67%
Cartão de Crédito Rotativo	303,43%	12,56%
Crédito Pessoal	80,89%	5,06%

Considerando o abatimento mensal de 500 reais na dívida o estudante avaliou qual seria sua melhor opção e chegou à seguinte análise:

Resultado Mensal por Linha de Crédito						
	Cheque Especial		Cartão de Crédito		Crédito Pessoal	
Inicial	-R\$	1.000,00	-R\$	1.000,00	-R\$	1.000,00
1° Mes	-R\$	566,70	-R\$	625,60	-R\$	550,60
2° Mes	-R\$	104,50	-R\$	204,18	-R\$	78,46
3° Mes	R\$	382,38	R\$	270,18	R\$	417,57

Optando por qualquer uma das três linhas de crédito a dívida já estaria paga no terceiro mês, entretanto optando pelo uso do crédito pessoal já teria uma poupança de 417,57 reais, logo 35,19 e 147,39 reais a mais que se optasse pelo cheque especial ou cartão de crédito, respectivamente.

5.4.3. Valor do dinheiro no tempo

De acordo com Sá (2011), o valor do dinheiro no tempo é o segundo assunto fundamental da Matemática Financeira, um docente com conhecimentos sobre fatores de correção e de progressões geométricas tem condições suficientes para resolver as principais questões relacionadas ao valor do dinheiro no tempo. O que será discutido a partir de agora.

É importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual está referida. Se eu consigo fazer com que meu dinheiro renda 10% ao mês, me é indiferente pagar agora R\$ 100,00 ou pagar R\$110,00 daqui a um mês. É mais vantajoso pagar R\$ 105,00 daqui a um mês do que pagar R\$ 100,00 agora. É mais vantajoso pagar R\$ 100,00 agora do que R\$ 120,00 daqui a um mês. No fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo. (MORGADO et.al., 2015, p. 87)

Existem situações em que as opções de usar o dinheiro agora ou no futuro podem ser equivalentes, nesses casos é irrelevante a forma escolhida. Sá (2011) apresenta o seguinte problema em que se tem situações equivalentes.

Ana conseguiu um tipo de investimento que lhe paga juros de 5% ao mês pelo dinheiro que aplicar. Ela entrou em uma loja e viu que uma calça jeans pode ser comprada à vista por 80 reais ou ser adquirida com um cheque pré-datado, para 30 dias, por 84 reais [...]. (SÁ, 2011, p. 42)

Investir 80 reais a uma taxa de rendimento de 5% ao mês é o mesmo que $80 \times (1+0,05) = 80 \times 1,05 = 84$, ou seja, optar pela compra à vista ou pela compra pré-datada são equivalentes à taxa de juros de 5% ao mês.

As decisões que envolvem o planejamento do uso do dinheiro, tanto em compras quanto em investimentos, sempre estarão apoiadas no fato do valor que o dinheiro terá ou teve em alguma data considerando a taxa de juros que incide sobre os valores. Quando se fala em poder de compra está se associando a inflação (taxa de juros) com o valor do dinheiro no tempo uma vez que com um mesmo Capital não se pode comprar os mesmos itens em uma data futura.

Conceitos da matemática financeira contribuem para o entendimento do aspecto operacional do investimento, porque permite o cálculo dos valores futuros e presentes e das taxas aplicadas aos investimentos realizados; sem essas informações as decisões de investimento ficam prejudicadas. (ENEF, 2010, p. 21).

Inflação

Para simplificar e facilitar o entendimento pode-se dizer que a inflação mede a variação dos preços dos produtos e serviços. A taxa de inflação é feita a partir de alguns cálculos que envolvem médias ponderadas sobre uma lista de produtos que fazem parte da cesta básica.

Para se compreender como o valor da moeda se altera e provoca impactos significativos na vida cotidiana é preciso estudar o conceito e a origem da inflação, assim como os seus mecanismos de controle. (ENEF, 2010, p 24)

Isso significa que deixar R\$ 100,00 por dois anos guardados em casa provavelmente valerão menos ao final desse período, ou seja, daqui a dois anos, esse valor não será mais suficiente para comprar as mesmas coisas. A noção de inflação na economia significa o aumento dos preços de forma persistente e que por consequência reduz o poder aquisitivo de uma moeda, ou seja, quanto maior for o índice da inflação, menor será o poder de compra da moeda.

Ao realizar um investimento é muito importante considerar a inflação e o poder de compra, pois, para calcular o retorno real de um investimento, é necessário desconsiderar a taxa de inflação de qualquer porcentagem de retorno recebido pelo seu

investimento. Se a taxa de retorno de um investimento for menor que a taxa de inflação, então, mesmo que o seu investimento mostre um rendimento nominal positivo, há uma perda de dinheiro em termos de poder de compra.

De forma simplificada, se foi feito um investimento que rendeu 10% ao ano, mas a taxa de inflação, do mesmo período foi de 15%, está sendo perdido 4,3% em poder de compra a cada ano.

$$1 + 0,1 = (1 + i_{real}) \times (1 + 0,15) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1,1}{1,15} = (1 + i_{real}) \Leftrightarrow$$

$$i_{real} \approx -0,0434$$

Em estudos e aplicações práticas envolvendo análise e comparação de valores monetários em períodos de tempos distintos, é necessário que esses valores, antes da análise, sejam corrigidos do efeito da inflação. É o que costumamos denominar de transformação de valores nominais em reais. (SÁ, 2011, p.26)

Reajuste Salarial Real

Exemplo: Juliano é um bancário que está planejando comprar seu primeiro imóvel por isso vem organizando seu planejamento financeiro e sabendo que a partir de setembro de 2021 haverá dissídio⁷⁷, ele pretende estimar qual será o valor do seu novo salário, atualmente o seu salário é de R\$ 5500. Qual será o salário de Juliano após o dissídio?

Figura 44: Acordo Coletivo para reajustes salariais dos bancários em 2021

CONVENÇÃO COLETIVA DE TRABALHO

Pelo presente instrumento, de um lado, representando a categoria econômica, a FEDERAÇÃO NACIONAL DOS BANCOS – FENABAN [...] e, de outro lado, representando a categoria profissional, [...], celebram Convenção Coletiva de Trabalho, nos seguintes termos:

CLÁUSULA 1ª - REAJUSTE SALARIAL

As partes estabelecem os seguintes parâmetros para reajuste de salários da categoria[...] em 1º de setembro de 2021, abrangendo o período de 1º.09.2020 a 31.08.2021:

a) [...];

b) em 1º.09.2021, os salários praticados em 31.08.2021 serão reajustados pelo INPC/IBGE acumulado de setembro de 2020 a agosto de 2021, acrescido do aumento real de 0,5% (zero vírgula cinco por cento), com as compensações previstas nesta Convenção;

Fonte: Sindicato dos bancários⁷⁸ convenção coletiva de trabalho.

⁷⁷ Aumento do salário dos funcionários acordado na Convenção Coletiva do Trabalho.

⁷⁸ https://spbancarios.com.br/sites/default/files/cct/arquivo/minuta_cct.pdf. Acesso 27 jul. 2021

Tabela 20: Valores mensais no INPC disponíveis

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
jul-21	Não divulgado até o momento pelo órgão responsável.
jun-21	0,60
mai-21	0,96
abr-21	0,38
mar-21	0,86
fev-21	0,82
jan-21	0,27
dez-20	1,46
nov-20	0,95
out-20	0,89
set-20	0,87
ago-20	0,36
jul-20	0,44
jun-20	0,30

Fonte: IBGE ⁷⁹

Resolução: De acordo com as informações presentes na convenção coletiva de trabalho, sabe-se que o aumento salarial será o INPC/IBGE acumulado de setembro 2020 a agosto 2021 acrescido de um aumento real de 0,5%. Sendo assim necessita-se consultar o valor da inflação INPC no período.

Ainda não se tem o valor da Inflação INPC entre setembro 2020 a agosto 2021, Tabela 20, entretanto pode-se calcular esse fator para o período Julho 2020 a junho 2021 e ter uma estimativa da inflação acumulada nos últimos doze meses para fazer uma projeção do salário de Juliano, na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta-se os valores para calcular a taxa acumulada.

Assim, a taxa acumulada é dada por: $\left(\sum_1^{12} \left(1 + \frac{i}{100}\right)\right) - 1 = 9,22\%$

Supondo então que o INPC acumulado será de 9,22% e como está previsto no acordo sindical um aumento real de 0,5% tem-se que o aumento de Juliano será de 9,72%, sendo assim seu novo salário será:

$$\begin{aligned} \text{Salário}_{\text{Corrigido}} &= \text{Salário}_{\text{Atual}} \times (1 + 0,0922) \times (1 + 0,005) = \\ &5500 \times 1,097661 = 6037,14 \end{aligned}$$

⁷⁹ <https://www.valor.srv.br/indices/inpc.php>. Acesso 27 jul. 2021

Portanto o novo salário de Juliano será de R\$ 6.037,14 com um aumento real de 0,5% e um aumento nominal de 9,77%.

Exemplo: No ano de 2021 o salário de Brian que era de R\$ 4800 passou a ser de R\$ 5300. Para o período correspondente, ao reajuste recebido, observou-se uma inflação acumulada de 8,90%. Qual é a taxa nominal de correção desse salário? Houve aumento real? Qual o percentual de aumento?

Resolução: Para determinar o ajuste nominal correspondente usando fatores de correção, tem-se:

$$Fator_{Correção} = \frac{Salário_{Reajustado}}{Salário_{Anterior}} = \frac{5300}{4800} = 1,1042 = (1 + 0,1042)$$

Ou seja, corresponde a um reajuste nominal de 10,42%.

O salário, corrigido pela inflação, seria de:

$$Salário_{Corrigido} = 4800 \times (1 + 0,0890) = 5227,20$$

Como o salário final ficou em 5300 significa que houve um aumento real que corresponde ao ganho acima da inflação, ou seja, a taxa real que transformou os R\$ 5.227,2 em R\$ 5.300. Para saber então o ganho real calcula-se o novo fator de correção:

$$Fator_{Correção} = \frac{Salário_{Reajustado}}{Salário_{Corrigido}} = \frac{5300}{5227,2} \approx 1,014 \approx (1 + 0,014)$$

Portanto, a taxa de ganho real foi de aproximadamente 1,40%.

Comentário: A taxa de ganho real pode ser obtida diretamente dos fatores de correção nominal e da inflação, mediante o uso da relação de Fisher:

$$i_{real} = \frac{(1 + i_{nominal})}{(1 + i_{inflação})} - 1$$

Para o exemplo acima ficaria:

$$i_{real} = \frac{1,1042}{1,089} - 1 \approx 0,0140$$

IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo)

O Índice IPCA é considerado a inflação oficial do país pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), órgão responsável por fazer o levantamento, análise e divulgação, esse indicador aponta mensalmente a variação do custo de vida

médio de famílias com renda mensal entre 1 e 40 salários-mínimos (aproximadamente 90% das famílias brasileiras) das principais regiões metropolitanas do país⁸⁰ e alguns municípios.

O IBGE é responsável por fazer a coleta das informações do dia 1º ao dia 30 ou 31 de cada mês em mais de 28 mil setores do comércio, prestadores de serviços, domicílios (para verificar valores de aluguel) e concessionárias de serviços públicos sobre as variações dos preços e então o cálculo é feito através de uma média ponderada dos produtos e serviços⁸¹, ou seja, cada item tem um peso na composição do cálculo como apresentado na Tabela 21.

Tabela 21: Peso de cada setor sobre o cálculo do IPCA

Tipo de gasto	Peso
Transportes	20,84%
Alimentação e bebidas	18,99%
Habitação	15,16%
Saúde e cuidados pessoais	13,46%
Despesas pessoais	10,60%
Comunicação	6,19%
Educação	5,95%
Vestuário	4,80%
Artigos de residência	4,02%

Fonte: IBGE

Veja que é possível que determinado produto tenha uma deflação (redução do preço) no período analisado e outros itens tenham uma alta mais expressiva em determinada região do país. É importante salientar que o IPCA é a média ponderada destes itens nas regiões mapeadas, o que não significa que todos os itens em todas as regiões sofreram a mesma variação.

Supondo, por exemplo, que uma pessoa recebia mensalmente R\$1.000,00 no início do ano e utilizava todo esse dinheiro com seus gastos mensais. Passado um ano, e supondo que o IPCA apontou que a inflação no período foi de 10%, para comprar os mesmos produtos e bens de serviço a pessoa necessitará agora de R\$ 1.100,00, e, se o seu salário não aumentar no mínimo na mesma proporção da inflação, essa pessoa não conseguirá comprar os mesmos bens

⁸⁰ Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Belo Horizonte, Vitória, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba, Porto Alegre, além do Distrito Federal e dos municípios de Goiânia e Campo Grande.

⁸¹ O cálculo é feito com base em uma cesta com cerca de 350 itens, a variação nos preços pode ser causada por fatores como resultado de safras, cotação do dólar, clima, custos de produção e de mão de obra.

e serviços que consumia um ano atrás. Agora, imagine se isso ocorrer seguidamente durante alguns anos – seu poder de consumo reduzirá drasticamente. (FILHO, 2018, p. 104)

Exemplo: Fonte: Adaptado de (FILHO, 2018, p. 109).

Samuel deixou seu dinheiro investido durante 3 anos e a rentabilidade acumulada neste período foi de 30%. Entretanto, a inflação no mesmo período foi de 25%. Qual foi a rentabilidade real de juros obtida por Samuel neste período?

Resolução: Considere que Samuel tinha X reais no início do período, então:

- tem-se juros nominais 30% no período de 3 anos e
- a inflação ocorrida no período foi de 25%, ou seja, a mesma cesta de produtos passou a custar 25% a mais.

$$i_{real} = \frac{(1 + 0,3)}{(1 + 0,25)} - 1 = \frac{(1,3)}{(1,25)} - 1 = 0,04$$

Ou seja, teve-se uma taxa de juros real de 4% no período de 3 anos.

Comentários: Atenção ao fato de que não é correto subtrair rentabilidades.

Em caso de dúvidas é recomendado utilizar um valor para realizar a simulação, por exemplo, suponha que o investimento fosse de R\$ 1000.

Capital	Taxa	Rendimento bruto	Inflação	Imposto de Renda	Valor Final sem inflação	Valor Final	Rendimento	Rendimento Real
1.000	30,00%	300,00	250,00	-	1.300	1.050	50	40

Logo, essa diferença de R\$ 50,00 em relação ao preço do produto atual de R\$1250,00 corresponde a um aumento de 4% em três anos.

Dois conceitos são fundamentais:

- Rendimento nominal é aquele que de fato vai aparecer no investimento,
- Rendimento real é aquele que dá o verdadeiro aumento da sua capacidade de fazer compras.

Comentários: Note que ao considerar a inflação e o rendimento do período se está fazendo a correção do valor do dinheiro no tempo, ou seja, o valor real do investimento após o período de 3 anos seria de 1300 reais, entretanto por causa dos efeitos da inflação do período, o poder de compra seria o equivalente a 1040 reais a 3 anos atrás.

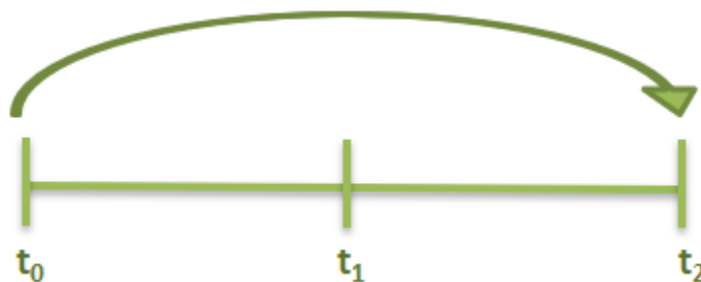
Note:

$$VP_{rendimento} = \frac{50}{(1 + 0,25)} = 40$$

Exemplo: Fonte: adaptado do *Livro Você Aqui e Agora do Ensino Médio* da (ENEF, 2013, p.74)

Suponha que você tenha deixado seu dinheiro em um investimento que pagou 10% ao ano. Ao final de dois anos os R\$ 200,00 tornaram-se R\$ 242,00.

$$M_2 = 200 \times (1 + 0,1)^2 = 200 \times (1,1)^2 = 200 \times 1,21 = 242$$



Mas esse rendimento não garante que você, se for usar o dinheiro, possa aumentar suas compras em 21%. Nesses dois anos em que o dinheiro ficou investido, os preços dos produtos subiram. Houve inflação. Para saber quanto o investimento rendeu em termo de compras de produtos é preciso calcular a taxa de juros real, que é a taxa nominal de juros descontada a taxa de inflação. (ENEF,2013, p.75)

Ou seja, se a inflação fosse de 5% ao ano, a taxa real de juros seria de 9,75% nos dois anos.

$$i_{real} = \frac{(1 + 0,1)^2}{(1 + 0,05)^2} - 1 = \frac{(1,21)}{(1,1025)} - 1 = 0,0975$$

Isso quer dizer que você só poderá aumentar o volume de suas compras em 9,75%.

Capital	Taxa	Rendimento bruto	Inflação	Imposto de Renda	Valor Final sem inflação	Valor Final	Rendimento	Rendimento Real
200	10,00%	42,00	20,50	-	242	221,50	21,50	19,50

Sendo assim ter R\$ 242,00 após 2 anos seria o mesmo que ter R\$ 219,50 dois anos atrás.

Uma parte do seu investimento foi corroída pela inflação. Mas não desanime. Você esperou e pode gastar mais do que se não tivesse poupado, pois a inflação comeria seu dinheiro do mesmo jeito. (ENEF,2013, p.75).

Exemplo: O IPCA é um fator indispensável no momento de calcular os rendimentos de uma aplicação, ainda mais se for um investimento a longo prazo, sendo necessário considerar a inflação para chegar à rentabilidade real de uma aplicação financeira. Juliana queria investir sua reserva financeira de R\$10 mil em junho de 2020, quando a

SELIC estava em 3,00% ao ano, ou seja, a taxa CDI estava em 2,90%. Na época havia disponível quatro tipos de investimentos de renda fixa, com baixo risco e boa liquidez, são eles: CDB 100% CDI, CDB 150% CDI (vencimento em 1 ano), LCI 94% CDI e Poupança. Juliana acabou optando pelo CDB 150% CDI, passado um ano analise sua escolha e avalie qual seria o rendimento real de cada uma das possibilidades de investimento.

Considere a alíquota de imposto de renda de 20%, e que não houve variações na SELIC, nos últimos 12 meses e a inflação do período apresentada na Tabela 22.

Tabela 22: IPCA mensal

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
jul-20	0,36
ago-20	0,24
set-20	0,64
out-20	0,86
nov-20	0,89
dez-20	1,35
jan-21	0,25
fev-21	0,86
mar-21	0,93
abr-21	0,31
mai-21	0,83
jun-21	0,53

Fonte: IBGE

Assim, a taxa acumulada é dada por: $\left(\sum_1^{12} \left(1 + \frac{i}{100}\right)\right) - 1 = 8,35\%$

Resolução: Considerando os dados fornecidos construiu-se a seguinte tabela:

Investimento	Capital	Taxa	Rendimento bruto	Inflação	Imposto de Renda**	Valor Final sem inflação	Valor Final
CDB 100% CDI	10.000	2,90%	290,00	835,00	58,00	10.232	9.397
CDB 150% CDI	10.000	4,35%	435,00	835,00	87,00	10.348	9.513
LCI 94%	10.000	2,73%	272,60	835,00	-	10.273	9.438
Poupança	10.000	2,10%	210,00	835,00	-	10.210	9.375

Sendo assim, em termos de rendimento, a escolha de Juliana foi assertiva, entretanto sua escolha não repôs a inflação do período, ou seja, houve diminuição no seu poder de compra. Além do que ela optou por uma operação sem liquidez diária o que não é indicado para reserva de emergência, afinal caso precise do dinheiro ele não estará disponível para uso.

Exemplo: Considere agora o mesmo exercício anterior, porém com as variações da SELIC nos últimos 12 meses, Tabela 23, como definiu o COPOM.

Tabela 23: Histórico das taxas de juros fixadas pelo Copom e evolução da taxa Selic no período

nº	data Reunião do COPOM	Período de Vigência	% a.a.	% a.m.
239º	16/06/2021	17/06/2021 -	4,25	0,35
238º	05/05/2021	06/05/2021 - 16/06/2021	3,50	0,29
237º	17/03/2021	18/03/2021 - 05/05/2021	2,75	0,23
236º	20/01/2021	21/01/2021 - 17/03/2021	2,00	0,17
235º	09/12/2020	10/12/2020 - 20/01/2021	2,00	0,17
234º	28/10/2020	29/10/2020 - 09/12/2020	2,00	0,17
233º	16/09/2020	17/09/2020 - 28/10/2020	2,00	0,17
232º	05/08/2020	06/08/2020 - 16/09/2020	2,00	0,17
231º	17/06/2020	18/06/2020 - 05/08/2020	2,25	0,19
230º	06/05/2020	07/05/2020 - 17/06/2020	3,00	0,25

Fonte: BCB

Tabela 24: Selic para o período de 12 meses considerando a premissa de primeiro dia útil

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
jul-20	0,19
ago-20	0,19
set-20	0,17
out-20	0,17
nov-20	0,17
dez-20	0,17
jan-21	0,17
fev-21	0,17
mar-21	0,17
abr-21	0,23
mai-21	0,23
jun-21	0,29

Fonte: Elaborado pelo autor

Assumindo a premissa da taxa referente ao primeiro dia útil do mês, Tabela 24, tem -se, a taxa acumulada dada por: $\left(\sum_1^{12} \left(1 + \frac{i}{100}\right)\right) - 1 = 2,29\%$

Resolução: Como pode ser observado na Tabela 23, nos últimos 12 meses, houve revisão no valor da SELIC meta, inclusive a menor do valor de quando Juliana realizou a escolha da aplicação, sendo assim a projeção inicial do valor do rendimento, sem considerar a

inflação, passou a não ser verdadeiro. Ou seja, a SELIC acumulada nos últimos 12 meses foi menor do que a suposta inicialmente por Juliana.

Para verificar o rendimento ocorrido será necessário verificar a taxa mensal da SELIC e fazer o acumulado no período, Tabela 24. (Note que os períodos de vigências das datas variam, o que de forma precisa exigiria um ajuste diário do processo, todavia adotasse nesse período a premissa de que o valor mensal é referente ao primeiro dia útil do mês).

Em seguida apresentasse a Tabela 25 com os resultados para o período.

Tabela 25: Rendimentos resultantes dos quatro investimentos avaliados

Investimento	Capital	Taxa	Rendimento bruto	Inflação	Imposto de Renda**	Valor Final sem inflação	Valor Final
CDB 100% CDI	10.000	2,19%	219,07	835,00	43,81	10.175	9.340
CDB 150% CDI	10.000	3,29%	328,60	835,00	65,72	10.263	9.428
LCI 94%	10.000	2,06%	205,92	835,00	-	10.206	9.371
Poupança	10.000	2,10%	210,00	835,00	-	10.210	9.375

Fonte: Elaborado pelo autor

Acompanhar os índices da economia e conhecer como o IPCA funciona não é interessante apenas para conduzir os investimentos, mas também para saber qual é a melhor forma de usar o dinheiro e, claro, fazê-lo render. Embora, em termos de rendimento, a escolha de Juliana foi a melhor, contudo não repôs a inflação do período, ou seja, houve diminuição no seu poder de compra.

Inflação sentida pelo consumidor

A maneira mais simples de entender o significado da inflação é compreender que ela sinaliza o aumento dos produtos básicos de consumo, ou seja, sem o mesmo aumento proporcional em seu salário a cada mês que passa fica mais difícil conseguir adquirir os mesmos produtos.

É importante lembrar que o poder da decisão da compra de determinado bem ou serviço está sempre com o consumidor. Caso este cidadão tenha conhecimento do índice da Inflação do período e verifique que determinado produto ou bem teve um aumento muito superior ao da inflação, caberia a ele refletir se realmente precisa deste produto, ou se poderia procurar por outro similar que não tivesse sofrido esse grande aumento.

Infelizmente, em alguns casos, não é possível fazer essa troca de forma simples, como por exemplo, contra os aumentos abusivos dos planos de saúde, ou de serviços de energia elétrica. No entanto, tendo consciência e constatando o aumento abusivo, estes cidadãos podem e devem procurar agências reguladoras para questionarem e manifestarem seu

descontentamento e a incoerência (ou solicitar uma explicação) dos aumentos abusivos por parte das empresas. (FILHO, 2018, p. 107)

A inflação não interfere somente nos salários das pessoas ou nos investimentos, ela é responsável por diversos reajustes nos valores das despesas que compõe o orçamento financeiro, por exemplo, nos reajustes previstos nos contratos como aluguel, mensalidades escolares, no poder de compra, no reajuste das tarifas de energia elétrica, entre outros fatores.

A percepção do aumento dos preços vai depender muito da sua própria cesta de consumo ou das despesas que compõe o orçamento doméstico. Assim, cada pessoa acaba tendo a sua própria inflação.

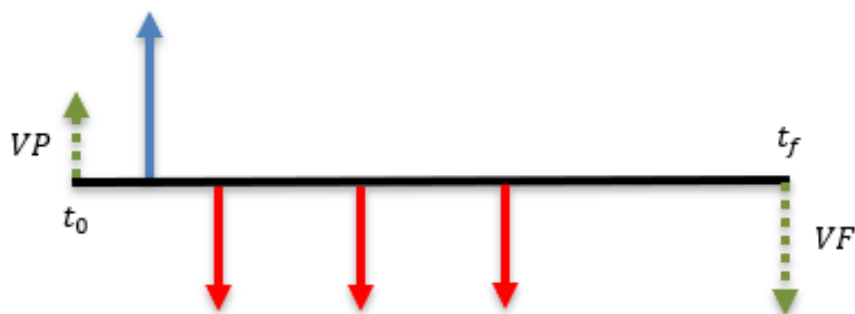
5.4.4. Fluxo de Caixa de uma operação

O fluxo de caixa, em matemática financeira, trata-se do controle das movimentações financeiras de uma empresa por um determinado período. Ele relaciona as previsões de todo o dinheiro que sai (despesas) e todo dinheiro que entra (receitas).

Numa análise de investimentos, compras a prazo e na matemática financeira em geral, o conceito de fluxo de caixa é de grande importância, pois, atualizando as entradas e saídas de dinheiro, fica fácil estimar se é ou não compensador um determinado investimento. (SÁ, 2011, p.44)

O Fluxo de caixa é uma representação gráfica, Figura 45, que exhibe as transações financeiras de modo que o eixo horizontal representa o tempo e o eixo vertical representa as transações, as entradas ou recebimentos são representados por setas verticais apontadas para cima e as saídas ou pagamentos são representados por setas verticais apontadas para baixo, como segue:

Figura 45: Representação gráfica de um Fluxo de Caixa



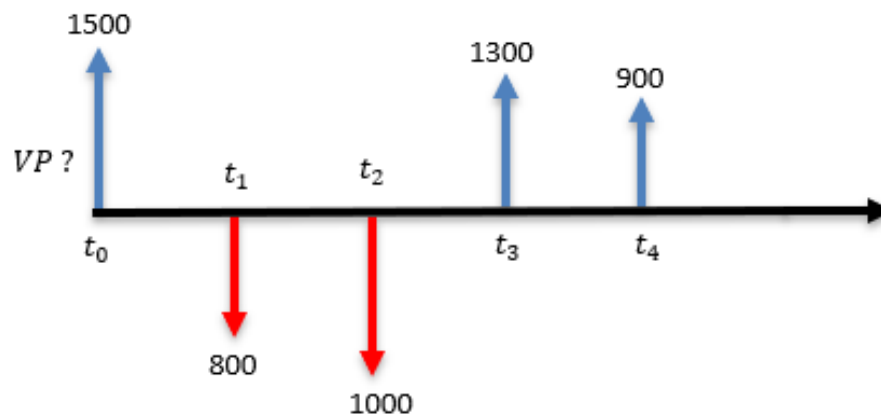
Fonte: Elaborado pelo autor

Chama-se de VP o valor presente, o que significa o valor que se tem em $t = 0$; VF é o valor futuro, que será igual ao valor que se terá no final do fluxo, após juros, entradas e saídas. Em geral essa ilustração é utilizada como facilitadora para o estudo e análise dos efeitos de uma certa aplicação, que pode ser um investimento, empréstimo, financiamento, entre outros.

Exemplo: Fonte (SÁ, 2011, p. 45)

A figura abaixo representa o fluxo de caixa previsto para os 4 primeiros meses de atuação de uma empresa. Supondo que a taxa dos juros compostos sobre o custo ou sobre a aplicação do dinheiro, seja de 3% ao mês, determine o valor líquido desse fluxo de caixa na data presente.

Figura 46: Representação gráfica para o exercício proposto de fluxo de Caixa



Fonte: Elaborado pelo autor

Resolução: Para determinar o valor presente desse fluxo de caixa é necessário “levar” todos os valores (entradas e saídas) para a data $t = 0$, seguindo a proposta Figura 45, tem-se:

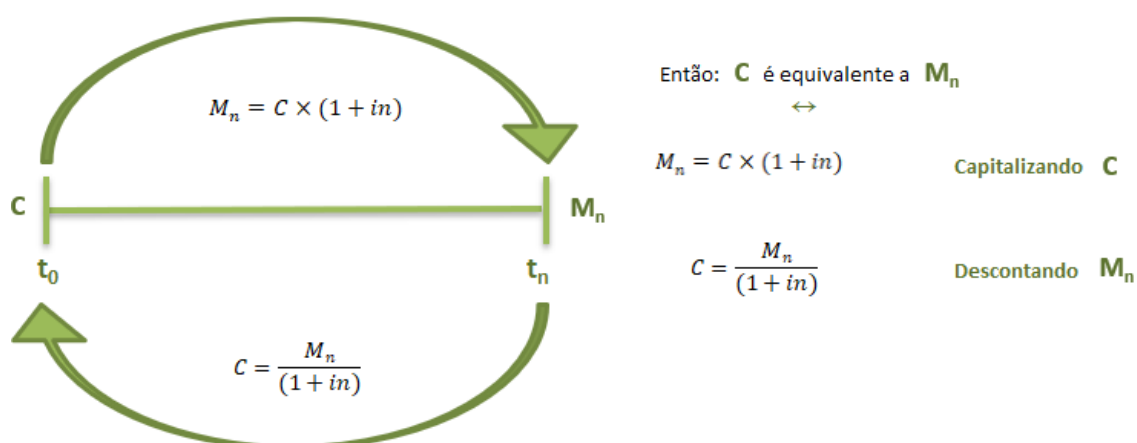
$$VF = 1500 - \frac{800}{(1 + 0,03)^1} - \frac{1000}{(1 + 0,03)^2} + \frac{1300}{(1 + 0,03)^3} + \frac{900}{(1 + 0,03)^4}$$

$$= 1770,03$$

Equivalência de Capitais a Juros Simples

Conceitualmente, dois capitais são equivalentes quando são iguais se comparados em uma mesma data com uma certa taxa de juros.

Figura 47: Representação gráfica da equivalência de capitais a Juros Simples



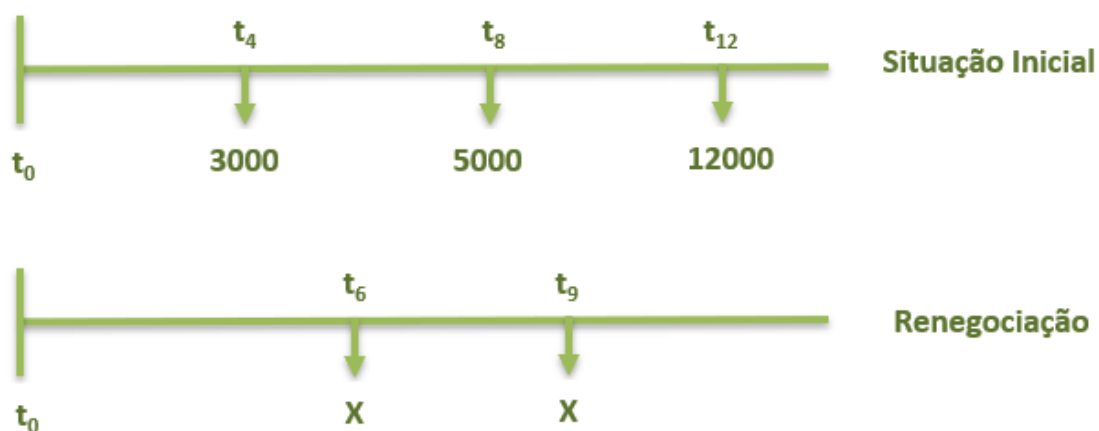
Fonte: Elaborado pelo autor

Exemplo: Um empresário tem os seguintes endividamentos pendentes:

- R\$ 3.000,00 com vencimento em 4 meses.
- R\$ 5.000,00 com vencimento em 8 meses.
- R\$ 12.000,00 com vencimento em 12 meses.

Contudo o empresário propõe renegociar essas dívidas trocando esses débitos por dois pagamentos iguais, um com vencimento em 6 meses e outro com vencimento em 9 meses. Considerando a taxa de juros simples de 5% a.m. e a data de referência no 9º mês, calcular o valor do novo pagamento do empresário dado que a dívida do cliente será mantida.

Resolução: Representando graficamente o fluxo de caixa das duas situações tem-se:



Utilizando a equivalência de capitais a juros simples com taxa de juros de 5% e data de referência no 9º mês, tem-se:

$$X \times (1 + i \times 3) + X = 3000 \times (1 + i \times 5) + 5000 \times (1 + i \times 1) + \frac{12000}{(1 + i \times 3)} \leftrightarrow$$

$$X \times (1 + 0,15) + X = 3000 \times (1 + 0,25) + 5000 \times (1 + 0,05) + \frac{12000}{(1 + 0,15)} \leftrightarrow$$

$$X \times 1,15 + X = 3000 \times 1,25 + 5000 \times 1,05 + \frac{12000}{1,15} \leftrightarrow$$

$$X \times 2,15 = 3750 + 5250 + 10434,78 \leftrightarrow$$

$$X \times 2,15 = 19434,78 \leftrightarrow$$

$$X = 9039,43$$

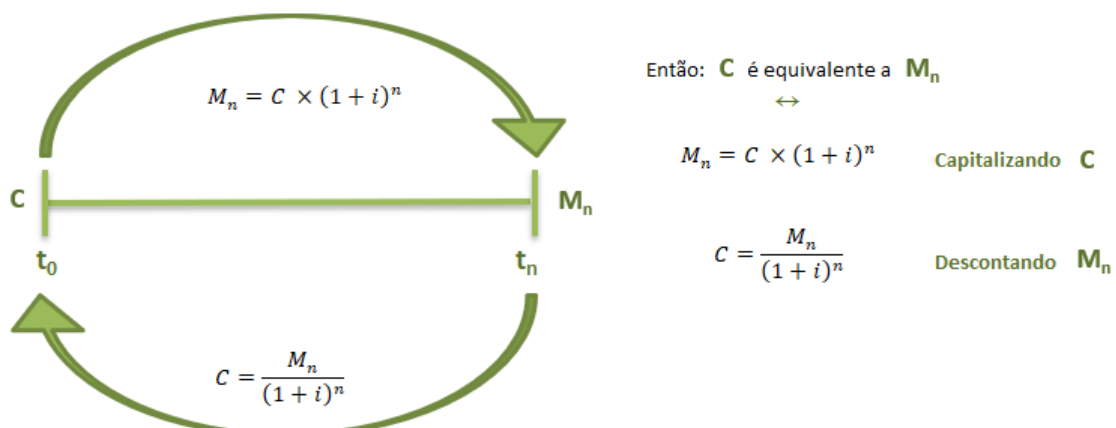
Portanto a nova dívida do cliente será de duas parcelas no valor de R\$ 9.039,43 uma para o 6º mês e outra para o 9º mês.

Equivalência de Capitais – Regime de Capitalização Composta

Esse conteúdo permite desmistificar a ideia de que a compra à vista é sempre mais rentável do que a prazo. Isso nem sempre é verdade pois depende de alguns fatores como, por exemplo, quanto vale seu dinheiro em tempos distintos e as taxas de juros aplicadas. Isso pode ser decisivo na hora de comparar as opções em uma compra ou formas de pagamento. (PRIMON, 2017, p.45)

Analogamente, dois capitais são equivalentes se comparados em uma mesma data de referência e descontados ou capitalizados a juros compostos por uma mesma taxa de juros produzem um mesmo valor, Figura 48.

Figura 48: Representação gráfica da equivalência de capitais a Juros Compostos



Fonte: Elaborado pelo autor

Hoje, um capital igual a C , é também comumente chamado de Valor Presente e no caso de uma capitalização a juros compostos será transformada, após n períodos, em

um montante igual a M_n , também chamado de Valor Futuro, considerando uma taxa i no período.

Exemplo: Fonte (PRIMON, 2017, p. 46)

Pedro recebeu de uma loja, um panfleto de ofertas que apresenta o notebook que ele quer comprar, com duas opções de pagamento, como segue:

- 1) À vista por R\$ 2.349,00;
- 2) A prazo, sem entrada em 16 parcelas fixas de R\$ 234,90.

Se Pedro tem seu dinheiro aplicado a uma taxa de 1% ao mês, qual das opções é mais vantajosa nessa compra? E se o dinheiro estivesse aplicado a uma taxa 7% ao mês?



Resolução: Avaliando o fluxo de caixa da opção parcelada e que Pedro tem seu dinheiro aplicado a uma taxa de 1% ao mês pode-se trazer cada uma das prestações a valor presente e comparar sua soma ao do preço à vista, sendo assim:

$$VP = \frac{234,90}{(1 + 0,01)^1} + \frac{234,90}{(1 + 0,01)^2} + \frac{234,90}{(1 + 0,01)^3} + \dots + \frac{234,90}{(1 + 0,01)^{16}} \leftrightarrow$$

$$VP = \frac{234,90}{1,01} \times \underbrace{\left[1 + \frac{1}{(1,01)^1} + \frac{1}{(1,01)^2} + \frac{1}{(1,01)^3} + \dots + \frac{1}{(1,01)^{15}} \right]}_{PG}$$

Note que se tem uma soma de progressão geométrica em que $q = \frac{1}{(1,01)}$ e $a_1 = 1$ e $n = 16$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$S_{16} = a_1 \times \frac{(q^{16} - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,01}\right)^{16} - 1\right)}{\frac{1}{1,01} - 1} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,01}\right)^{16} - 1\right)}{\frac{1}{1,01} - \frac{1,01}{1,01}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1,01}\right)^{16} - 1\right)}{-\frac{0,01}{1,01}}$$

$$= \frac{1,01}{0,01} \times \left(\left(\frac{1}{1,01}\right)^{16} - 1\right) = 14,8650$$

Retomando:

$$VP = \frac{234,90}{1,01} \times 14,8650 = 232,5743 \times 14,8650 = 3457,22$$

Como este valor é maior do que o preço à vista, o recomendado é retirar o dinheiro aplicado e comprar o notebook à vista.

Analogamente considerando a taxa de 7% ao mês, tem-se:

$$VP = \frac{234,90}{(1 + 0,07)^1} + \frac{234,90}{(1 + 0,07)^2} + \frac{234,90}{(1 + 0,07)^3} + \dots + \frac{234,90}{(1 + 0,07)^{16}} \leftrightarrow$$

$$VP = \frac{234,90}{1,07} \times \left[1 + \frac{1}{(1,07)^1} + \frac{1}{(1,07)^2} + \frac{1}{(1,07)^3} + \dots + \frac{1}{(1,07)^{15}}\right] \leftrightarrow$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1,07)}$ e $a_1 = 1$ e $n = 16$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$S_{16} = a_1 \times \frac{(q^{16} - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,07}\right)^{16} - 1\right)}{\frac{1}{1,07} - 1} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,07}\right)^{16} - 1\right)}{\frac{1}{1,07} - \frac{1,07}{1,07}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1,07}\right)^{16} - 1\right)}{-\frac{0,07}{1,07}}$$

$$= \frac{1,07}{0,07} \times \left(\left(\frac{1}{1,07}\right)^{16} - 1\right) = 10,10791$$

Retomando:

$$VP = \frac{234,90}{1,07} \times 10,10791 = 219,5327 \times 10,10791 = 2219,02$$

Como este valor é menor do que o preço à vista, o recomendado é comprar o notebook a prazo.

Exemplo: Fonte (MORGADO e CARVALHO, 2015, p. 88)

Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:

- i) Três prestações mensais de R\$ 160,00 cada

- ii) Sete prestações mensais de R\$ 70,00 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

Resolução: Nas opções de pagamentos apresentadas é importante notar que os fluxos não apresentam a mesma quantidade de parcelas, ou seja, a mesma periodicidade dos fluxos, assim para comparar os fluxos é necessário considerar todas as parcelas em uma mesma data.

Sendo possível duas propostas de resolução:

- i) considerar os fluxos em t_0 , ou seja, no momento da compra que coincide com o pagamento da primeira parcela, ou
- ii) considerar os fluxos em t_2 momento da finalização de pagamentos proposta pelo contrato de três prestações.

A seguir será apresentado o fluxo das duas propostas:

Proposta de solução i) considerar os fluxos em t_0



$$VP = 160 + \frac{160}{(1 + 0,02)^1} + \frac{160}{(1 + 0,02)^2} = 160 \times \left(1 + \frac{1}{1,02} + \frac{1}{(1,02)^2} \right)$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1,02)}$ e $a_1 = 1$ e $n = 3$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$\begin{aligned} S_3 &= a_1 \times \frac{(q^3 - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02} \right)^3 - 1 \right)}{\frac{1}{1,02} - 1} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02} \right)^3 - 1 \right)}{\frac{1 - 1,02}{1,02}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02} \right)^3 - 1 \right)}{-\frac{0,02}{1,02}} \\ &= \frac{1,02}{0,02} \times \left(\left(\frac{1}{1,02} \right)^3 - 1 \right) = 2,941560 \end{aligned}$$

Retomando:

$$VP = 160 \times 2,941560 = 470,65$$



$$VP = 70 + \frac{70}{(1 + 0,02)^1} + \frac{70}{(1 + 0,02)^2} + \dots + \frac{70}{(1 + 0,02)^7}$$

$$= 70 \times \left(1 + \frac{1}{1,02} + \frac{1}{(1,02)^2} + \dots + \frac{1}{(1,02)^7} \right)$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1,02)}$ e $a_1 = 1$ e $n = 7$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$S_7 = a_1 \times \frac{(q^7 - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right)}{\frac{1}{1,02} - 1} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right)}{\frac{1}{1,02} - \frac{1,02}{1,02}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right)}{-\frac{0,02}{1,02}}$$

$$= \frac{1,02}{0,02} \times \left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right) = 6,601430$$

Retomando:

$$VP = 70 \times 6,601430 = 462,10$$

Sendo assim a melhor proposta seria as 6 prestações de 70 reais.

Proposta de solução ii) considerar os fluxos em t_2



$$VP = 160 + 160 \times (1 + 0,02)^1 + 160 \times (1 + 0,02)^2 =$$

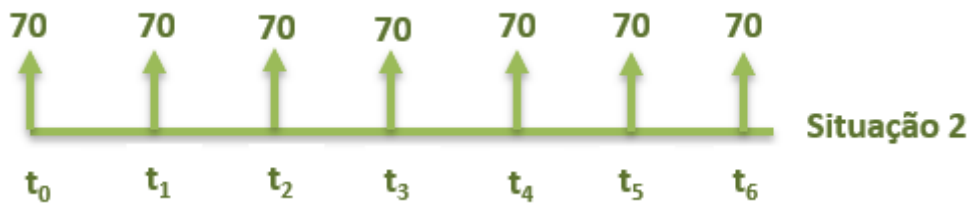
$$160 \times (1 + 1,02 + 1,02^2)$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = 1,02$ e $a_1 = 1$ e $n = 3$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$S_3 = a_1 \times \frac{(q^3 - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{(1,02^3 - 1)}{(1,02 - 1)} = \frac{(1,02^3 - 1)}{0,02} = 3,0604$$

Retomando:

$$VP = 160 \times 3,0604 = 489,664$$



$$VP = 70 \times (1 + 0,02)^2 + 70 \times (1 + 0,02) + 70 + \frac{70}{(1 + 0,02)^1} + \dots + \frac{70}{(1 + 0,02)^4} =$$

$$70 \times \left(1,02^2 + 1,02 + 1 + \frac{1}{1,02} + \frac{1}{(1,02)^2} + \frac{1}{(1,02)^3} + \frac{1}{(1,02)^4} \right)$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1,02)}$ e $a_1 = 1,02^2$ e $n = 7$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$S_7 = a_1 \times \frac{(q^7 - 1)}{(q - 1)} = 1,02^2 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right)}{\frac{1}{1,02} - 1} =$$

$$1,02^2 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right)}{\frac{1}{1,02} - \frac{1,02}{1,02}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right)}{-\frac{0,02}{1,02}} =$$

$$1,02^2 \times \frac{1,02}{0,02} \times \left(\left(\frac{1}{1,02}\right)^7 - 1\right) = 6,8681$$

Retomando:

$$VP = 70 \times 6,8681 = 480,77$$

Sendo assim a melhor proposta seria as 6 prestações de 70 reais, ou seja, independentemente da data de referência escolhida tem-se os mesmos resultados.

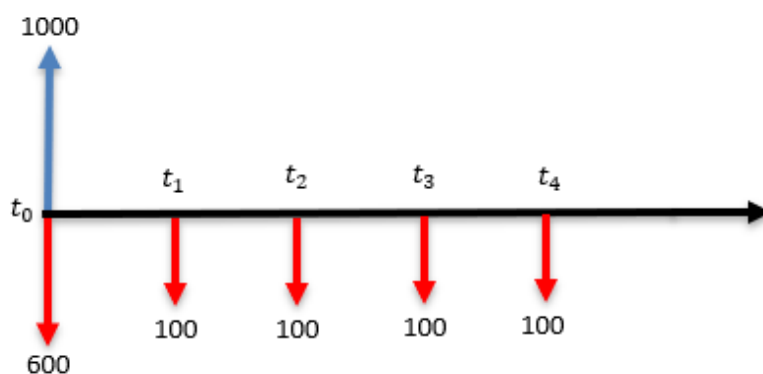
Comentários: Esse exemplo envolve muito dos tópicos de matemática financeira já apresentados tais como: fluxo de uma operação, equivalência de capitais e transitar com valores no tempo considerando o valor do dinheiro, nesse caso foi dada a taxa de referência do valor do dinheiro, entretanto em muitas situações cotidianas se considera a inflação para avaliação do valor do dinheiro no tempo. Fazer uso de planilhas eletrônicas para a construção dos fluxos e avaliação das somatórias é algo muito fácil de ser explorado nas avaliações de valor do dinheiro no tempo.

Troca Intertemporal uma questão de escolha

Perceba que possuímos, basicamente, duas opções ao lidar com o consumo no tempo. Essa é a escolha fundamental quando o assunto é gestão financeira: temos a opção de usufruir agora e pagar depois, assumindo uma posição devedora, ou seja, pagando juros; ou podemos optar por pagar agora e usufruir depois e assumir uma posição credora, recebendo juros. Atente para o fato de que não existe uma escolha correta ou errada. O importante é levar em consideração, em cada situação, o fenômeno da troca intertemporal e verificar se a antecipação ou postergação do consumo será mais ou menos vantajosa, prestando sempre atenção aos juros que pagaremos ou aos rendimentos que poderemos receber, a depender de nossas escolhas. (BCB, Caderno de Educação Financeira, 2013, p. 16)

Exemplo: Fonte (BCB, Caderno de Educação Financeira, 2013, p. 15)

Suponha que você deseje comprar um produto de informática no valor de R\$1.000,00 e você possui apenas R\$600,00, ou seja, faltam R\$400,00 para que você possa comprá-lo. Você faz um estudo de seu orçamento para avaliar se é possível comprar esse produto e verifica que consegue poupar R\$100,00 por mês.



Ao analisar esse planejamento, inicialmente, para uma pessoa pouco letrada financeiramente, pode-se interpretar que seriam necessários mais quatro meses para ter o dinheiro suficiente para adquirir o produto. Mas isso não é verdade, afinal, não se pode garantir que no quarto mês o produto ainda custará R\$1.000,00 ou se o investimento desses valores intermediários até o quarto mês também cobriria o valor futuro do produto sendo falho esses tipos de avaliação.

No entanto, a possível forma de adquirir o produto nesse momento (em $t = 0$) seria buscar outras fontes de renda, por exemplo, tomar um empréstimo de R\$400,00 e, com isso, adquiri-lo, mas a antecipação de consumo traz consigo o custo do “pagamento de juros”. Sendo assim o produto será obtido no presente, afinal houve antecipação do consumo sem ter o capital para isso, e então contrai-se um

endividamento iniciando um processo de pagamento de prestações que podem ser valores mensais maiores que R\$100,00, caso mantenha o prazo de quatro meses ou pagar um número maior de prestações dado que a poupança mensal possível seria de R\$100,00.

Vantagens da Compra à Vista e a Prazo

Qual a decisão mais assertiva: comprar uma mercadoria à vista ou a prazo? A decisão deverá depender de diversos conceitos já discutidos aqui, tais como taxas de juros, necessidade imediata para compra do bem, disponibilidade de caixa para efetuar a compra à vista, vantagens na compra à vista ou até mesmo disponibilidade de investimentos.

[..]Somos sempre tentados pela propaganda, com promoções do tipo “20% de desconto à vista ou em três parcelas sem acréscimos. (SÁ, 2011, p. 42)

Na maioria das compras de consumo constata-se que a compra à vista costuma ser mais vantajosa que a compra a prazo uma vez que compras à vista costumam ter um valor menor devido aos descontos concedidos e ao escolher uma compra a prazo geralmente, mesmo quando não explícitos, depara-se com o pagamento de juros.

É de extrema importância observar que a partir do momento que se obtém um desconto na compra à vista e a compra a prazo mantém seu valor inicial tem-se, no parcelamento, a incidência de taxa de juros.

Entretanto, o pagamento de uma compra a prazo, no cartão de crédito, por exemplo, torna-se atrativa quando não há incidência de juros, uma vez que o valor à vista e o valor total parcelado são os mesmos, isso acontece pelo ponto de vista do valor do dinheiro no tempo.

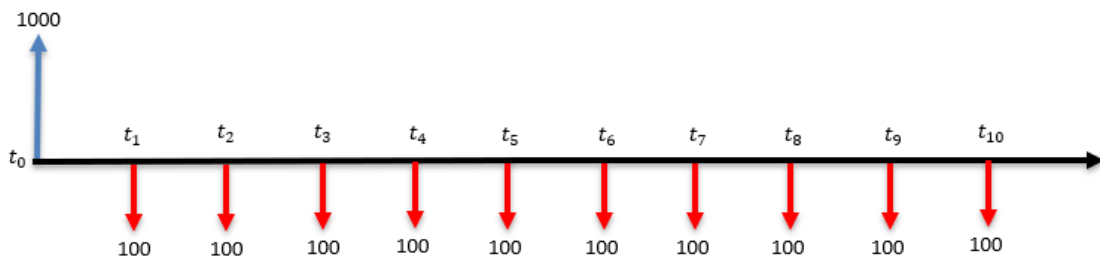
Fundamental, em matemática comercial e financeira, é o valor do dinheiro no tempo, conceito tão simples quanto negligenciado pela maioria das pessoas. Não podemos operar diretamente com valores monetários referentes a datas distintas. É necessário que coloquemos todos os valores numa mesma data, valorizando-os ou desvalorizando-os na linha do tempo. (SÁ, 2011, p. 56)

Exemplo: Wagner deseja comprar um produto que custa R\$1.000,00, e verifica sua conta e percebe que possui essa quantia. Contudo o vendedor da loja diz que o preço parcelado no cartão é de 10X sem juros e que não há descontos no pagamento à vista. Nessa situação, tem-se duas opções:

- comprar o produto hoje, gastando toda essa quantia, ou

- deixar para fazê-lo parcelado nos próximos 10 meses.

Resolução: Se Wagner escolher comprar parcelado, ele poderá colocar o seu dinheiro na poupança ou em outro investimento e passa a receber um prêmio por ter feito a escolha pelo pagamento parcelado. Considera-se, por exemplo, o rendimento da poupança de 2,97% ao ano para realizar a análise e verificar qual seria o valor presente do fluxo de pagamento parcelado.



O primeiro ponto de atenção é que o rendimento da poupança é de 2,97% ao ano, sendo necessária a taxa mensal para realizar a correção dos fluxos de caixa.

$$i_{Mensal} = \sqrt[12]{(1 + i_{anual})} - 1 = \sqrt[12]{(1 + 0,0297)} - 1 = 0,002442$$

Sendo assim o valor presente dos pagamentos será dado por:

$$VP = \frac{100}{(1 + 0,002442)^1} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^2} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^3} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^4} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^5} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^6} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^7} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^8} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^9} + \frac{100}{(1 + 0,002442)^{10}}$$

Manipulando a expressão tem-se:

$$VP = 100 \times \left(\frac{1}{(1 + 0,002442)^1} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^2} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^3} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^4} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^5} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^6} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^7} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^8} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^9} + \frac{1}{(1 + 0,002442)^{10}} \right)$$

Ou seja, tem-se uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1+0,002442)}$ e $a_1 = \frac{1}{(1+0,002442)}$ e $n = 10$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$\begin{aligned}
 S_{10} &= a_1 \times \frac{(q^{10} - 1)}{(q - 1)} = \frac{1}{(1 + 0,002442)} \times \frac{\left(\frac{1}{(1 + 0,002442)}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{(1 + 0,002442)} - 1} \\
 &= \frac{1}{(1 + 0,002442)} \times \frac{\left(\frac{1}{(1 + 0,002442)}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{(1 + 0,002442)} - \frac{(1 + 0,002442)}{(1 + 0,002442)}} \\
 &= \frac{1}{(1 + 0,002442)} \times \frac{\left(\frac{1}{(1 + 0,002442)}\right)^{10} - 1}{\frac{(0,002442)}{(1 + 0,002442)}} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{(1 + 0,002442)}\right)^{10} - 1}{(0,002442)} = \frac{\left(\frac{1}{(1,002442)}\right)^{10} - 1}{(0,002442)} \\
 &= -\frac{1}{0,002442} \times \left(\left(\frac{1}{(1,002442)}\right)^{10} - 1\right) = 9,867
 \end{aligned}$$

$$\therefore VF = 100 \times 9,867 = 986,7$$

Portanto, investindo em poupança os R\$1.000,00 e fazendo os resgates mensais para pagamento das prestações mensais Wagner terá economizado R\$13,3.

IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores)

Uma sequência didática sobre esse imposto pode partir de uma investigação assim como é proposto por Filho (2018) que indica instigar os alunos a procurarem respostas para alguns questionamentos:

- o que é IPVA?
- quem deve pagar?
- o porquê deve pagar?
- quanto pagar?
- quando deve ser pago?
- com que frequência?
- qual a finalidade deste imposto?
- Vale a pena pagar à vista?
- Será que vale a pena pedir um empréstimo para fazer o pagamento à vista com desconto?

- Será que vale a pena resgatar um investimento para efetuar o pagamento à vista com direito ao desconto?

Adquirir um carro acarreta uma série de despesas, todas elas devem ser pensadas antes mesmo de realizar a aquisição, considerando o orçamento disponível para isso. Temos o combustível, a manutenção e diversas outras despesas, dentre as quais está o IPVA. Trata-se de um tributo anual que deve ser pago pelo proprietário de qualquer tipo de veículo, exceto em situações de isenção ou imunidade⁸².

Normalmente, tende a ter isenção deste tributo as pessoas que possuem deficiência, doença crônica ou alguma limitação física ou mental. Além disso, a isenção também pode ser aplicada de acordo com a data de fabricação do veículo. Em São Paulo, Paraná, Mato Grosso do Sul, Acre, Alagoas e Rio Grande do Sul, a isenção do IPVA vale para carros com 20 anos ou mais de fabricação.

O valor é calculado com base no preço médio de venda do veículo (valor venal segue o presente na Tabela Fipe⁸³) multiplicado por uma alíquota que depende do local de residência de seu proprietário.

Em São Paulo, por exemplo, a alíquota corresponde a:

- 4% para picapes cabine dupla;
- 4% do valor venal em veículos a gasolina ou flex;
- 3% para carros somente a álcool, elétricos, híbridos ou gás;
- 2% para utilitários (cabine simples);
- 1,5% para caminhões e
- 1,5% do valor venal para veículos elétricos e híbridos.

A tabela com as datas de pagamentos programados não costuma mudar de um ano para outro, sendo, geralmente, esse imposto cobrado no início do ano, contudo os dias do vencimento variam de acordo com o final da placa do veículo.

⁸² Considera-se imunidade uma competência ou falta dela, sendo determinada pela Constituição Federal a tributação de certas pessoas ou certos fatos e isenção é meramente o exercício da competência do ente da federação. Nesse exemplo, o IPVA é pago pelo proprietário de veículo automotor, contudo, se esse veículo pertencer ao ente federativo não pode ser exigido – isso é imunidade. Por outro lado, caso o estado decida não exigir IPVA de veículos com mais de 25 anos, por exemplo, isso é isenção.

⁸³ <https://veiculos.fipe.org.br/>.

Apresenta-se as datas de pagamento das três parcelas (ou parcela única com desconto) referente ao IPVA 2021 em São Paulo:

Tabela 26: Datas de pagamentos do IPVA 2021.

PARCELA:	1ª Parcela ou cota única com Desconto	2ª Parcela ou cota única sem desconto	3ª Parcela
PLACA	DIA DO VENCIMENTO	DIA DO VENCIMENTO	VENCIMENTO
Final 1	07/01/2021	09/02/2021	09/03/2021
Final 2	08/01/2021	10/02/2021	10/03/2021
Final 3	11/01/2021	11/02/2021	11/03/2021
Final 4	12/01/2021	12/02/2021	12/03/2021
Final 5	13/01/2021	18/02/2021	15/03/2021
Final 6	14/01/2021	19/02/2021	16/03/2021
Final 7	15/01/2021	22/02/2021	17/03/2021
Final 8	18/01/2021	23/02/2021	18/03/2021
Final 9	19/01/2021	24/02/2021	19/03/2021
Final 0	20/01/2021	25/02/2021	22/03/2021

Fonte: Secretaria da Fazenda de São Paulo

Vale ressaltar que o pagamento desse imposto não é optativo uma vez que o não pagamento implica no impedimento de fazer o licenciamento do veículo e no pagamento de multa⁸⁴.

O Licenciamento Veicular, outra taxa para a qual os donos de automóveis devem se atentar, é um procedimento anual e obrigatório que autoriza o veículo a circular pelas vias locais. Seu propósito é dizer que o automóvel se encontra em conformidade com as normas de segurança e ambiental para o setor automotivo. As datas e procedimentos para o pagamento do licenciamento também variam de estado para estado podendo ser feito de forma antecipada, junto com o pagamento do IPVA. Para a emissão do Certificado de Registro e Licenciamento do Veículo (CRLV) é necessário que os débitos relativos ao carro estejam quitados isso inclui IPVA, seguro obrigatório - Danos Pessoais Causados por Veículos Automotores de Via Terrestre (DPVAT)⁸⁵ e eventuais multas de trânsito. Em 2021 os contribuintes foram isentos do pagamento do DPVAT e os valores para o licenciatura estão apresentados na Tabela 27.

⁸⁴ A multa pelo não pagamento do IPVA é de 0,33% por dia de atraso, além de juros de mora que incidem sobre o valor, com base na taxa Selic. Todavia, depois de 60 dias, o percentual da multa fixa-se em 20% do valor do imposto.

⁸⁵ É um seguro obrigatório de danos pessoais causados por veículos automotores de vias terrestres, ou por sua carga, a pessoas transportadas ou não, criado pela Lei n° 6.194/74 (última atualização Lei n° 11.945/09), com a finalidade de amparar as vítimas de acidentes de trânsito em todo o território nacional, não importando de quem seja a culpa do acidente.

Tabela 27: Valor do licenciamento 2021 para veículos.

Pagamento após 15/01	Pagamento até 14/01
R\$ 131,80	R\$ 98,91

Fonte: Elaborado pelo autor

Quem não optar pelo licenciamento antecipado 2021 pode aguardar o calendário anual, Tabela 28.

Tabela 28: Calendário de pagamento do licenciamento 2021 em São Paulo

Final de placa	Mês
1	Abril
2	Maio
3	Junho
4	Julho
5 e 6	Agosto
7	Setembro
8	Outubro
9	Novembro
0	Dezembro

Fonte: Elaborada pelo Autor

Transitar sem licenciamento é considerada uma infração gravíssima, segundo o Código de Trânsito Brasileiro, resultando em multa de R\$ 293,47 e sete pontos na carteira do condutor, sendo possível a apreensão⁸⁶ do veículo pela autoridade de trânsito.

Diante da compreensão de todo comprometimento de renda que se tem ao escolher ter um automóvel, ao planejar o orçamento doméstico deve-se lançar todas as despesas sazonais esperadas referente a propriedade do bem, sendo assim será proposto um exercício problema para análise e reflexão.

Exemplo: Lorena costuma organizar seu planejamento financeiro e sabendo do seu comprometimento de renda futuro com as despesas sazonais referentes ao seu automóvel ela se propõe a reservar uma parte do seu pagamento de férias, que ocorre no primeiro dia do mês de julho, para o pagamento das despesas esperadas para janeiro. Assim ela fez o levantamento de todas as informações necessárias para verificar o

⁸⁶ Caso ocorra a apreensão, além do pagamento dos débitos do veículo o, proprietário também terá que pagar a diária do Pátio do Detran.

possível valor que deve ser reservado para esse pagamento em relação às formas de rentabilidade coletadas no período disponível, isto é, em seis meses.

Resolução: A seguir nas Figura 49, Figura 50 e Figura 51 são apresentadas todas as informações levantadas por ela referentes as aplicações disponíveis como também as informações do carro para que possa ser feito o cálculo do possível valor do IPVA.

Figura 49: Informações das aplicações disponíveis para planejar o pagamento o IPVA 2022

Poupança						
A Selic meta hoje está em 4,25% ao ano, sendo assim o rendimento da poupança é de 70% da Selic over + TR. Como a TR = 0% tem-se o rendimento da poupança hoje de 2,97% ao ano.						
CDB 6 MESES						
Emissor	Liquidez	Vencimento	Indexador	Taxa	Imposto	Liquidação da Aplicação
[REDACTED]	No Vencimento	01/01/2022	%CDI	118%	20%	D+0
LCA 6 MESES						
Emissor	Liquidez	Vencimento	Indexador	Taxa	Imposto	Liquidação da Aplicação
[REDACTED]	No Vencimento	01/01/2022	%CDI	105%	Isento	D+0
LCI 1 ANO COM LIQUIDEZ 90 DIAS						
Emissor	Liquidez	Vencimento	Indexador	Taxa	Imposto	Liquidação da Aplicação
[REDACTED]	Diária	01/07/2022	%CDI	95%	Isento	D+0

Fonte: Elaborada pelo Autor

Figura 50: Informações do Veículo referente ao pagamento do IPVA 2021

IPVA 2021	
- O pagamento do imposto em atraso estará sujeito aos acréscimos legais (multa e juros de mora conforme Lei nº 13.296/2008, artigo 28); - O não pagamento do imposto motivará a inclusão do débito no Cadastro Informativo de Créditos não Quitados de Órgãos e Entidades Estaduais (CADIN ESTADUAL) nos termos da Lei nº 12.799/2008.	
(1) Base de Cálculo	R\$ 68.799,00
(2) Alíquota	4,0 %
(3) IPVA Apurado (3) = (1)*(2)	R\$ 2.751,96
(4) Crédito da Nota Fiscal Paulista	---
(5) IPVA devido (5)=(3)-(4)	R\$ 2.751,96
(6) Pagamento efetuado	R\$ 2.669,40
(7) Descontos e outros abatimentos	R\$ 82,56
(8) Saldo (8)=(5)-(6)-(7)	R\$ 0,00
(9) Acréscimos legais	---
(10) Valor a pagar (10)=(8)+(9)	R\$ 0,00
ATENÇÃO: PARA VEÍCULOS COM IMUNIDADE, ISENÇÃO OU DISPENSA DE PAGAMENTO DE IPVA, A FUTURA TRANSFERÊNCIA DE PROPRIEDADE PODERÁ GERAR DÉBITO DE IPVA.	

Fonte: Elaborada pelo Autor

Figura 51: Informações do modelo do Veículo.

Placa: [REDACTED]	Dados do veículo
Marca: TOYOTA/YARIS HB XLS15 AT	Renavam: [REDACTED]
Ano fabricação: 2019	Categoria: PARTICULAR
Cor: VERMELHO	Ano modelo: 2019
Tipo: AUTOMOVEL	Combustível: ALCO/GASOL

Fonte: Elaborada pelo Autor

Seguindo no levantamento das Informações complementares, tem-se:

- Avaliação do Valor Atual do Veículo: as informações, constantes na Figura 50, da marca, modelo e ano de fabricação são essenciais para a consulta na tabela FIPE para saber o valor atual do carro, Figura 52.

Figura 52: Valor Atual do Veículo - tabela FIPE⁸⁷

Mês de referência:	julho de 2021
Código Fipe:	002174-1
Marca:	Toyota
Modelo:	YARIS XLS 1.5 Flex 16V 5p Aut.
Ano Modelo:	2019 Gasolina
Autenticação	9v0bcsvsgh8q
Data da consulta	sexta-feira, 16 de julho de 2021 11:40
Preço Médio	R\$ 80.741,00

Fonte: Tabela FIPE

- Estimativa para IPVA 2022

A alíquota da região desse carro é de 4% sendo assim:

$$IPVA_{2022} = 80741 \times 0,04 = 3229,64$$

- Desconto dado em 2021 para pagamento à vista

Considerando que o percentual de desconto será o mesmo que em 2021, precisa-se descobrir qual o percentual de desconto:

$$\frac{2751,96}{82,56} = \frac{100\%}{x} \rightarrow x = 3\%$$

Atualmente, aplicações financeiras com taxas de rendimento de 3% ao trimestre são incomuns e/ou de alto risco. Desta forma, pode-se considerar que o desconto dado para o pagamento do IPVA à vista é excelente. Sendo assim, o valor para pagamento à vista será:

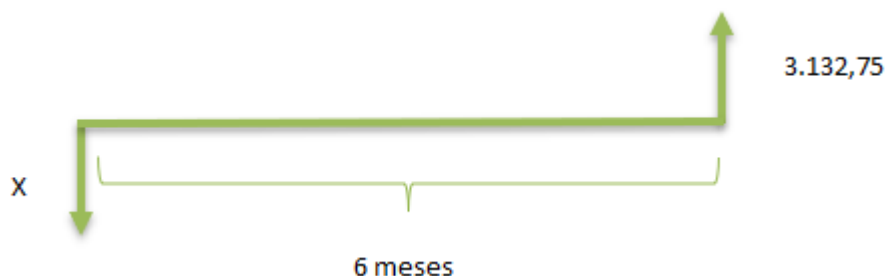
$$Desconto_{Estimado} = 3229,64 \times 0,03 = 96,89$$

⁸⁷ <https://veiculos.fipe.org.br/>. Acesso em 16 jul. 2021

Portanto, o valor previsto para pagamento à vista será $3229,64 - 96,89 = 3132,75$

- Percentual de rendimento para os investimentos apresentados

A proposta é que o dinheiro fique investido por apenas 6 meses. Assim, pelo mapeamento feito, pode-se verificar qual aplicação é mais vantajosa.



$$X = \frac{3132,75}{1 + i_{Semestral}}$$

O primeiro ponto de atenção é que todas as taxas são anuais, sendo assim há necessidade em transformá-las em semestrais, além disso deve-se considerar que esses investimentos seguem o regime de juros compostos. Assim, tem-se:

$$(1 + i_{anual}) = (1 + i_{Semestral})^2 \rightarrow i_{Semestral} = \sqrt{(1 + i_{anual})} - 1$$

1º Investimento: Poupança

O rendimento da poupança hoje de 2,97% ao ano.

$$i_{Semestral} = \sqrt{(1 + i_{anual})} - 1 = \sqrt{(1 + 0,0297)} - 1 = 0,0147$$

Ou seja, o valor a ser investido em poupança seria:

$$X = \frac{3132,75}{1 + i_{Semestral}} = \frac{3132,75}{1 + 0,0147} = 3087,24$$

2º Investimento: CDB de 6 Meses

O rendimento da CDB de 6 meses está com taxa de 118% do CDI. Aqui será considerado que o CDI não irá variar nos próximos 6 meses. A taxa CDI hoje é 4,15%. Logo, o rendimento anual esperado é de 4,90% ao ano.

$$i_{Semestral} = \sqrt{(1 + i_{anual})} - 1 = \sqrt{(1 + 0,0490)} - 1 = 0,0242$$

Lembrando que no CDB temos a incidência de 20% de IR sobre o rendimento, então a taxa será $2,42\% \times (1 - 20\%) = 2,42\% \times 0,8 = 1,94\%$

Ou seja, o valor a ser investido nesse CDB seria:

$$X = \frac{3132,75}{1 + i_{Semestral\ Corrigida}} = \frac{3132,75}{1 + 0,0194} = 3073,27$$

3º Investimento: LCA de 6 Meses

O rendimento da LCA de 6 meses está com taxa de 105% do CDI. Considerando que o CDI não irá variar nos próximos 6 meses, tem-se que a taxa CDI atual é 4,15%. Logo, o rendimento anual esperado é de 4,36% ao ano.

$$\begin{aligned} i_{Semestral} &= \sqrt{(1 + i_{anual})} - 1 = \\ &= \sqrt{(1 + 0,0436)} - 1 = \\ &= 0,0216 \end{aligned}$$

Ou seja, o valor a ser investido nesse LCA seria:

$$X = \frac{3132,75}{1 + i_{Semestral}} = \frac{3132,75}{1 + 0,0216} = 3066,65$$

4º Investimento: LCI de 1 ano com liquidez diária em 90 dias

O rendimento da LCI de 1 ano com liquidez diária em 90 dias está com taxa de 95% do CDI. Aqui será considerado que o CDI não irá variar nos próximos 6 meses. A taxa CDI hoje é 4,15%. Logo o rendimento anual esperado é de 3,94% ao ano.

$$i_{Semestral} = \sqrt{(1 + i_{anual})} - 1 = \sqrt{(1 + 0,0394)} - 1 = 0,0195$$

Ou seja, o valor a ser investido nesse LCI seria:

$$X = \frac{3132,75}{1 + i_{Semestral}} = \frac{3132,75}{1 + 0,0195} = 3072,76$$

Portanto, ao comparar os quatro tipos de investimentos avaliados, tem-se na Figura 53.

Figura 53: Comparação entre os investimentos avaliados

Investimento	Valor a ser investido
Poupança	3.087,24
CDB 118%	3.073,27
LCA 105%	3.066,65
LCI 95%	3.072,76

Fonte: Elaborada pelo Autor

Sendo assim, dentre as possibilidades de investimentos, o LCA de 105% seria a melhor alternativa.

Comentários: Note que para a proposta de resolução foi considerado que a SELIC meta não sofreu alteração no período, sendo também considerado que o valor do veículo não sofreu depreciação ou valorização.

IPTU (Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana)

Igualmente ao IPVA uma sequência didática sobre esse imposto pode partir de uma investigação dos alunos para procurarem respostas para alguns questionamentos:

- o que é IPTU?
- quem deve pagar?
- o porquê deve pagar?
- quanto pagar?
- quando deve ser pago?
- com que frequência?
- qual a finalidade deste imposto?
- Vale a pena pagar à vista?
- Será que vale a pena pedir um empréstimo para fazer o pagamento à vista com desconto?
- Será que vale a pena resgatar um investimento para efetuar o pagamento à vista com direito ao desconto?

Adquirir um imóvel também acarreta uma série de gastos, além das contas de consumo, tem-se as despesas com manutenção do bem e devem ser pensadas antes mesmo de realizar a aquisição, uma vez que irão compor as despesas do orçamento financeiro.

O IPTU - Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana⁸⁸ é um imposto brasileiro instituído pela Constituição Federal de 1988 pelo artigo 156, qualificado como um imposto municipal e a sua finalidade é a obtenção de recursos financeiros para os municípios para aplicar em melhorias para a própria população, como por exemplo: educação, Saúde, Saneamento básico, iluminação, sinalização entre

⁸⁸ Em caso de áreas rurais, o imposto sobre a propriedade do imóvel é o ITR (Imposto Territorial Rural).

outras . É um Tributo anual que deve ser pago por pessoas físicas ou pessoas jurídicas que possuem propriedades com construção⁸⁹ no meio urbano, exceto em situações de isenção⁹⁰.

Em Osasco, por exemplo, a isenção é concedida nos seguintes casos:

- Aposentados, pensionistas com mais de 60 anos;
- Pessoas incapacitadas definitivamente para o trabalho;
- Presos com sentenças de condenação transitada em julgado, enquanto permanecem reclusos.
- Menores de 18 anos órfãos de pai e mãe, desde que não recebam outro benefício e não possuam outro imóvel.

O valor é calculado com base no valor venal⁹¹ do imóvel sendo sobre ele realizado a aplicação de alíquotas, descontos e acréscimos definidos pelos municípios. Em Osasco, por exemplo, a alíquota corresponde a:

- 1,1% para prédios (com mais de 1 andar) e
- 2% para imóveis territoriais;

O Valor Venal pode ser revisado anualmente, de acordo com as mudanças do mercado (valorização da região, por exemplo) ou do próprio imóvel (como uma reforma de melhoria ou extensão da área construção).

O período de pagamentos do tributo não costuma mudar muito de um ano para outro, sendo, geralmente, a primeira parcela ou a parcela única com desconto cobrada no mês de fevereiro ou março. Para o município de Osasco o pagamento pode ser feito à vista com um desconto de 5% ou parcelado em até 10 meses. Vale ressaltar que o pagamento desse imposto não é optativo uma vez que o não pagamento pode chegar à penhora ou até ao leilão da propriedade e no pagamento de multa⁹².

⁸⁹ Se a propriedade for urbana, sem construção, paga-se o ITU (Imposto Territorial Urbano)

⁹⁰ As regras de isenção do IPTU também variam de uma cidade para outra sendo ideal verificar no município em que se quer adquirir uma propriedade as regras.

⁹¹ Valor de compra ou venda de um imóvel estabelecido pelo órgão público. Geralmente não guarda relação com o valor de mercado do imóvel que está relacionado a procura e oferta no município.


⁹² A multa pelo não pagamento do IPTU é de 0,33% por dia de atraso até o limite de 10% sendo que se o pagamento ocorrer apenas após o mês seguinte o acréscimo será de 1% ao mês sobre o valor com multa. (Não é permitido o pagamento após o último dia do ano).

Diante da compreensão de todo comprometimento de renda que se tem ao escolher ser proprietário de um imóvel, é necessário, no orçamento doméstico, lançar todas as despesas sazonais esperadas referente a propriedade do bem, sendo assim será proposto um exercício problema para análise e reflexão.

Exemplo: A Prefeitura Municipal de OSASCO - SP efetuará a cobrança do IPTU 2021 oferecendo ao cidadão duas opções de pagamento diferentes:

- 1) Para pagamento em cota única até 22 de março, desconto de 5%;
- 2) Para pagamento em 10 prestações mensais iguais, começando em 22 de março, não há desconto.

Figura 54: IPTU 2021

		Prefeitura do Município de Osasco SECRETARIA DE FINANÇAS EXTRATO PARA SIMPLES CONFERÊNCIA (*) IPTU - 2021		VIA CONTRIBUINTE		
				DATA DE EMISSÃO 27/07/2021		
CONTRIBUINTE/COMPROSSÁRIO			RITA MARIA		CPF	
LOCALIZAÇÃO					Nº CONTROLE	
INSCRIÇÃO CADASTRAL		TIPO LANÇAMENTO		OBSERVAÇÃO		
		Predial - NORMAL				
CARACTERÍSTICAS DO IMÓVEL						
ÁREA DO TERRENO	125,00	BASE DE CÁLCULO	182,71			
ÁREA TOTAL CONSTRUÍDA	203,70	ÁREA IDEAL	0,00			
TESTADA	6,25	TESTADA IDEAL	0,00			
VALOR VENAL DO TERRENO	24.591,67	VALOR VENAL DAS EDIFICAÇÕES	88.831,82			
VALOR VENAL DO EXCESSO	0,00	VALOR VENAL DO IMÓVEL	113.423,49			
IMPOSTO TERRITORIAL	0,00	IMPOSTO PREDIAL	1.247,66			
IMPOSTO EXCESSO	0,00	ZONA FISCAL	4			
VALOR TAXA	375,19	CATEGORIA DO PROPRIETÁRIO	Particular			
VALOR TOTAL LANÇADO	1.622,85	VALOR COMPENSADO	0,00			
CARACTERÍSTICAS DA EDIFICAÇÃO						
CONSTRUÇÃO	CATEGORIA DE USO	TIPO DE EDIFICAÇÃO	ÁREA EDIFICADA			
1	Residencial	Residencial Sobrado	203,70			
2	Residencial	Residencial Sobrado	203,75			
DEMONSTRATIVO FINANCEIRO						
DÉBITO	PARCELA	VENCIMENTO	VALOR PARCELA	ACRÉSCIMOS	VALOR ATUALIZADO	SITUAÇÃO
0-Normal0-Normal0	000	22/03/2021	1622,85	0,00	0,00	PAGA

Fonte: Carnê do Contribuinte

Supondo que o titular do carnê tenha recursos para pagar em qualquer uma das opções, qual é a mais viável economicamente, se seu dinheiro está aplicado com rendimento de 1% ao mês?

Resolução: Para comparar as opções, deve-se levar esses valores ao mesmo período (será considerado o mês de março).

Opção 1: Pagamento à vista

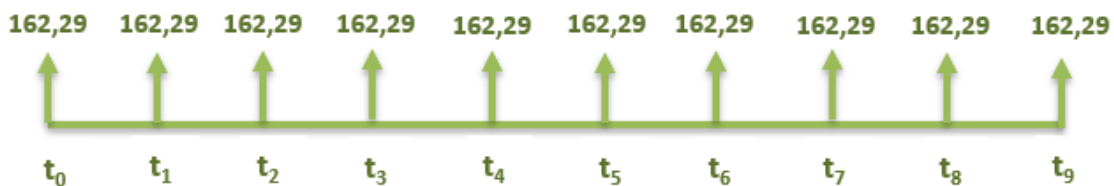
Pela Figura 54 tem-se que o pagamento do tributo seria de 1622,85 como tem-se 5% de desconto, ou seja:

$$\begin{aligned} Valor_{Descontado} &= Valor \times (1 - i_{desconto}) = 1622,85 \times (1 - 0,05) = 1622,85 \times 0,95 \\ &= 1541,71 \end{aligned}$$

Portanto o valor à vista é de R\$ 1.541,71

Opção 2: Pagamento a prazo em 10 parcelas iguais

Em março o valor a ser pago é R\$ 1622,85 dividido por 10, o que dá R\$ 162,29, ou seja, cada parcela será de R\$ 162,29 assim avalia-se o fluxo de caixa da opção parcelada.



Trazendo cada parcela dos próximos meses para março, e somando-as, tem-se:

$$\begin{aligned} VP &= 162,29 + \frac{162,29}{(1 + 0,01)^1} + \frac{162,29}{(1 + 0,01)^2} + \frac{162,29}{(1 + 0,01)^3} + \dots + \frac{162,29}{(1 + 0,01)^9} \leftrightarrow \\ VP &= 162,29 \times \left(1 + \frac{1}{(1 + 0,01)^1} + \frac{1}{(1 + 0,01)^2} + \dots + \frac{1}{(1 + 0,01)^9} \right) \leftrightarrow \\ VP &= 162,29 \times \left(1 + \frac{1}{(1,01)^1} + \frac{1}{(1,01)^2} + \dots + \frac{1}{(1,01)^9} \right) \leftrightarrow \end{aligned}$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1,01)}$ e $a_1 = 1$ e $n = 10$ utilizando a somatória da PG tem-se:

$$\begin{aligned} S_{10} &= a_1 \times \frac{(q^{10} - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,01} \right)^{10} - 1 \right)}{\frac{1}{1,01} - 1} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,01} \right)^{10} - 1 \right)}{\frac{1}{1,01} - \frac{1,01}{1,01}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1,01} \right)^{10} - 1 \right)}{-\frac{0,01}{1,01}} \\ &= -\frac{1,01}{0,01} \times \left(\left(\frac{1}{1,01} \right)^{10} - 1 \right) = -101 \times -0,09471 = 9,5660 \end{aligned}$$

Retomando:

$$VP = 162,29 \times 9,5660 = 1552,46$$

Comparando os resultados, conclui-se que a primeira opção representa uma economia em relação a outra opção, e, portanto, é a mais vantajosa.

Comentários: Note que o exercício propôs um rendimento de 1% ao mês, o que é um rendimento alto se considerar as linhas de investimento com baixo risco. Lembre-se que não é recomendado investir valores destinados a pagamento das despesas previstas no orçamento financeiro em investimento com baixa liquidez e com alto risco.

Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS) ⁹³

O FGTS foi criado pela Lei nº 5.107, de 13 de setembro de 1966 e tornou-se vigente a partir de 01 de janeiro de 1967, e tem por objetivo proteger o trabalhador demitido sem justa causa, essa forma de proteção, criada pelo governo federal, ocorre através da abertura de uma conta na Caixa Econômica Federal (CEF) vinculada ao contrato de trabalho⁹⁴ em que é feita uma reserva em dinheiro para o trabalhador.

Mensalmente, os empregadores, sem ônus ao trabalhador, depositam nessa conta na CEF, o valor relativo a 8% do salário mensal total bruto do trabalhador, ou seja, engloba todas as verbas salariais mensais recebidas pelo empregado (salário, horas extras, adicional noturno, entre outras). Para os contratos de menores aprendizes, o percentual é reduzido para 2% e no caso dos trabalhadores domésticos, de 11,2% (8% de depósito mensal e 3,2% referente a antecipação do recolhimento rescisório).

O FGTS é corrigido pela Taxa Referencial (TR) mais 3% ao ano, mais a possibilidade de pagamento de bônus anual⁹⁵. É possível consultar mensalmente o saldo total acumulado na conta do FGTS através de diversos meios eletrônicos como (sítio, aplicativos entre outros) ou em qualquer agência CEF.

A taxa referencial (TR), foi criada durante o governo Collor, com o objetivo de servir de referência para a economia brasileira e controlar a inflação. Atualmente, a TR é um indicador geral da economia e ainda tem impacto em algumas operações financeiras, entretanto, o controle da inflação passou a ser em função da taxa Selic. O cálculo da TR e a sua divulgação são feitos pelo BCB. Um conhecimento relevante sobre

⁹³ <https://www.fgts.gov.br/Pages/sou-trabalhador/o-que.aspx>. Acesso em 25 jul. 2021.

⁹⁴ Detalhes sobre os trabalhadores que tem direito ao FGTS estão no anexo 23.4

⁹⁵ Os recursos acumulados do FGTS, são utilizados pelo governo para financiar programas de desenvolvimento urbano, como casas populares, saneamento básico e obras de infraestrutura. Contudo esses projetos são financiados, ou seja, são cobrados juros sendo possível a obtenção de lucro. Assim o Conselho Curador do FGTS define anualmente o percentual do resultado a ser distribuído e essa distribuição é ocorre até o dia 31 de agosto com base no lucro do ano anterior e contempla todas as contas do FGTS com saldo positivo no ano de referência.

a TR é que seu valor mínimo é zero, ou seja, não é possível perdas de capital e inclusive, desde setembro de 2017 seu valor manteve-se constante em 0%.

[...] Conhecer as possibilidades de uso do FGTS e saber como aplicá-lo de forma adequada são aspectos importantes da Educação Financeira. (ENEF, 2010. p. 24)

As situações mais comuns em que o trabalhador pode sacar o FGTS são as seguintes:

- Aposentadoria;
- Compra da casa própria na hora da contratação⁹⁶ constituindo parte do pagamento ou do valor total ou, desde que o contrato de financiamento tenha sido assinado no âmbito do Sistema Financeiro Habitação (SFH), pode ser usado para quitar totalmente ou parcialmente sua dívida (a amortização será sobre o valor da dívida, o que impactará no valor das parcelas e/ou no prazo do contrato) ou para pagamento de parte do valor das prestações (pode ser usado para diminuir o valor de prestações em até 80% em 12 meses consecutivos). Respeitando intervalos de dois anos o fundo pode ser usado várias vezes para esses dois últimos tipos de amortização.
- Para ajudar a pagar imóvel comprado por meio de consórcio;
- Demissão sem justa causa;
- Rescisão por acordo;
- Morte do patrão e/ou fechamento da empresa;
- Término do contrato de trabalho de um trabalhador temporário;
- Falta de atividade remunerada para trabalhador avulso por 90 dias ou mais;
- Ter idade igual ou superior a 70 anos;
- Doenças graves do trabalhador, sua mulher ou filho, ou em caso de estágio terminal em qualquer doença;
- Rescisão por culpa recíproca ou força maior;
- Em caso de necessidade pessoal urgente e grave, decorrente de chuvas e inundações que tenham atingido a residência do trabalhador, quando a situação

⁹⁶ É preciso ter no mínimo três anos de trabalho sob o regime do FGTS para utilizar o valor disponível como parte do pagamento e não tenha outro imóvel em seu nome na cidade em que mora ou onde fica seu trabalho principal.

for de emergência ou calamidade pública reconhecida por portaria do governo federal;

- Quando a conta permanecer sem depósito por três anos ininterruptos;
- Dependentes ou herdeiros reconhecidos judicialmente, após a morte do trabalhador.

Além disso, em alguns momentos tem-se medidas provisórias governamentais que também autorizam o saque, logo é recomendado manter-se atualizado e sempre consultar o sítio da CEF ou do Governo Federal para conferir as alternativas momentâneas de saque do FGTS. Vale ressaltar que um trabalhador que foi demitido por justa causa ou pediu demissão não tem direito ao saque.

Exemplo: Maria Valentina ingressou em seu primeiro emprego registrado (regime CLT) em uma empresa dos sonhos com um salário bruto mensal de R\$ 6.700,00, reorganizando o seu planejamento financeiro notou que uma de suas metas a médio prazo seria adquirir a casa própria, dado seu conhecimento sobre a utilização do FGTS para dar entrada em um financiamento, resolveu verificar qual será o valor acumulado nos próximos 3 anos uma vez que é necessário dar uma entrada de 20% do valor do imóvel para ingressar em um financiamento imobiliário e ela quer saber o quanto de FGTS terá acumulado decorrido esse período. Qual o valor acumulado por Maria Valentina?

Resolução: Dado o conhecimento sobre o FGTS sabe-se que para os depósitos realizados mensalmente tem-se uma taxa de juros de 3% ao ano mais TR.

Como não há perda de capital, é válido supor que a TR = 0% se mantenha pelos próximos 3 anos, ou seja, o rendimento do FGTS será pré-fixado em 3% ao ano. A empresa que contratou Valentina deve fazer um depósito mensal na conta do FGTS no valor de 8% de seu salário bruto, ou seja:

$$\text{Valor}_{FGTS} = 6700 \times 0,08 = 536$$

Portanto, o empregador deve fazer depósitos de 536 reais mensais.

Como os depósitos são mensais é necessário considerar a correção mensal de cada um dos depósitos devido a análise temporal, ou seja, tem-se que encontrar a taxa equivalente mensal para calcular os valores futuros de cada um dos depósitos, portanto:

$$1 + 0,03 = (1 + i)^{12} \rightarrow 1 + i = \sqrt[12]{1 + 0,03} = 1,00246627 \rightarrow i = 0,00246627$$

Assim a taxa equivalente mensal é de 0,0247%.

Nas condições propostas e com os dados já calculados serão exibidas três tabelas que procuram facilitar o entendimento e a interpretação do problema, tem-se os seguintes totais referentes ao Capital + Juros de cada data até a data final no 36º mês.

	d ₀	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈	d ₉	d ₁₀	d ₁₁
Depósitos	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536
Meses de Rendimento	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25
Juros	50	48	47	45	44	43	41	40	38	37	35	34
Total	585,70	584,26	582,82	581,39	579,96	578,53	577,11	575,69	574,27	572,86	571,45	570,04

	d ₁₂	d ₁₃	d ₁₄	d ₁₅	d ₁₆	d ₁₇	d ₁₈	d ₁₉	d ₂₀	d ₂₁	d ₂₂	d ₂₃
Depósitos	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536
Meses de Rendimento	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13
Juros	33	31	30	28	27	26	24	23	22	20	19	17
Total	568,64	567,24	565,85	564,46	563,07	561,68	560,30	558,92	557,55	556,17	554,81	553,44

	d ₂₄	d ₂₅	d ₂₆	d ₂₇	d ₂₈	d ₂₉	d ₃₀	d ₃₁	d ₃₂	d ₃₃	d ₃₄	d ₃₅
Depósitos	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536	536
Meses de Rendimento	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Juros	16	15	13	12	11	9	8	7	5	4	3	1
Total	552,08	550,72	549,37	548,02	546,67	545,32	543,98	542,64	541,31	539,98	538,65	537,32

Note que todos os depósitos mensais estão sendo “levados” para a data de 36 meses após o primeiro depósito, ou seja, há uma correção temporal. Sendo assim os montantes referentes a cada um dos depósitos formarão a seguinte PG: (537,32; 538,65; ...; 537,32) cuja $q = 1,00246627$ e $a_1 = 537,32$ utilizando a fórmula de soma de uma PG tem-se:

$$S_{36} = a_1 \times \frac{(q^{36} - 1)}{(q - 1)} = 537,32 \times \frac{(1,00247^{36} - 1)}{1,00247 - 1} =$$

$$537,32 \times \frac{(1,00247^{36} - 1)}{0,00247} = 20202,27$$

Portanto, ao findar três anos Maria Valentina terá conseguido acumular um capital de R\$ 20.202,27.

Comentários: Note que além de considerar que não houve variação de TR no período também foi considerado um salário bruto mensal constante, ou seja, está implícito que não houve incidência de dissídios, promoções ou adicionais salariais em todo período

de estimação além de desconsiderar o pagamento do bônus anual do FGTS. Esse exemplo também poderia ser analisado considerando a taxa anual.

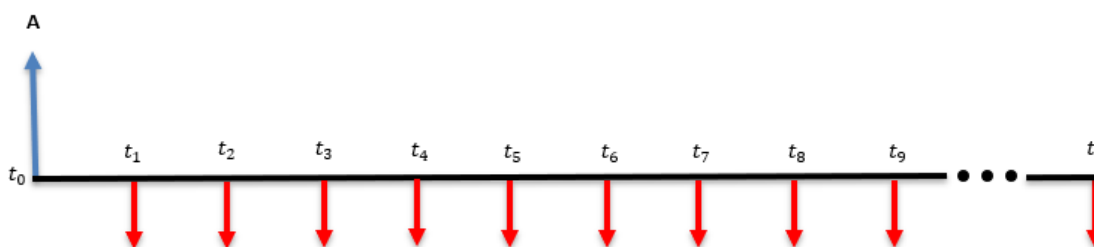
5.4.5. Séries Uniformes

Segundo Morgado e Carvalho (2015) um conjunto de quantias (chamadas usualmente de pagamentos, parcelas ou termos), referidas a épocas diversas, é chamada de série, anuidade ou ainda renda. Uma série é dita uniforme se os valores que a compõe forem iguais e igualmente espaçados no tempo. Quando se considera situações que envolvem empréstimos ou financiamentos é comum considerar pagamentos iguais com periodicidade constante.

Quanto a data do vencimento de cada parcela, a renda pode ser classificada em: **Imediata ou Postecipada** (quando as parcelas vencem no final de cada período, a partir do primeiro); **Antecipada** (quando as parcelas vencem no início de cada período, a partir do primeiro) ou **Diferida** (quando o vencimento do primeiro termo se dá no fim de um determinado número de períodos, denominado **carência**). (SÁ, 2011, p. 120)

Série Postecipado – Valor Presente

Determine o valor de uma série uniforme com n parcelas mensais e iguais a X sendo considerada a primeira parcela no mês posterior a compra, sendo i % a. m. a taxa de juros. Representando através de fluxo de caixa tem-se a seguinte situação:



O valor da série em t_0 é dado por:

$$A = \frac{X}{(1+i)^1} + \frac{X}{(1+i)^2} + \dots + \frac{X}{(1+i)^n} \leftrightarrow$$

$$A = \frac{X}{(1+i)^1} \times \underbrace{\left(1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n}\right)}_{PG} \leftrightarrow$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1}$ e $a_1 = 1$ e n parcelas utilizando a somatória da PG tem-se:

$$\begin{aligned}
S_n &= a_1 \times \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i} - 1} = \\
&1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i} - \frac{1+i}{1+i}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{-\frac{i}{1+i}} = \\
&-\frac{1+i}{i} \times \left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right) = \\
&\frac{1+i}{i} \times \left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right)
\end{aligned}$$

Substituindo na expressão anterior tem-se:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{X}{(1+i)^1} \times \frac{1+i}{i} \times \left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right) \leftrightarrow \\
A &= X \times \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right)}{i} \leftrightarrow \\
A &= X \times \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{i}
\end{aligned}$$

Esta igualdade é uma das mais importantes da Matemática Financeira e pode ser usada, por exemplo, para calcular o valor da prestação de um financiamento.

Exemplo: Uma bicicleta cujo preço à vista é R\$ 1.500, é vendida também em 10 prestações mensais iguais com a primeira parcela no mês posterior a compra, com juros de 0,5% a. m., determine o valor das prestações e o valor do Juro pela opção de comprar a prazo.

Resolução: Note que trata de uma série uniforme postecipada, podemos utilizar a expressão acima para calcular o valor da prestação como segue:

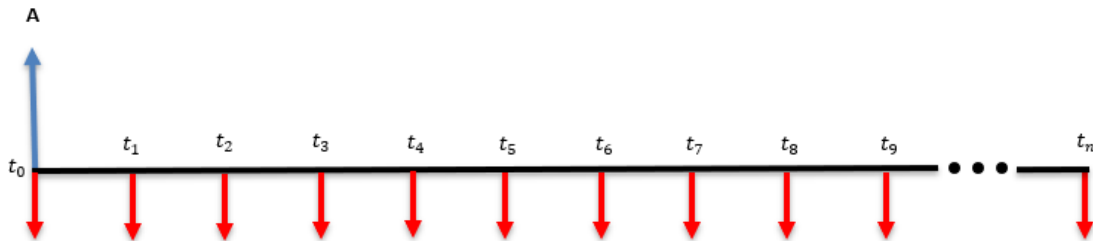
$$\begin{aligned}
A &= X \times \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{i} \leftrightarrow \\
1500 &= X \times \frac{(1 - (1 + 0,005)^{-10})}{0,005} \leftrightarrow \\
X &= \frac{1500}{\frac{(1 - (1 + 0,005)^{-10})}{0,005}} = 1500 \times \frac{0,005}{(1 - (1 + 0,005)^{-10})} = 154,16
\end{aligned}$$

Portanto, o valor da parcela será de 154,16 reais.

Série Antecipada – Valor Presente

Determine o valor de uma série uniforme com n parcelas mensais e iguais a X sendo considerada a primeira parcela no dia da compra, sendo i % a. m. a taxa de juros.

Representando através de fluxo de caixa tem-se a seguinte situação:



O valor da série em t_0 é dado por:

$$A = X + \frac{X}{(1+i)^1} + \frac{X}{(1+i)^2} + \dots + \frac{X}{(1+i)^n} \leftrightarrow$$

$$A = X \times \underbrace{\left(1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n}\right)}_{PG} \leftrightarrow$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = \frac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1}$ e $a_1 = 1$ e n parcelas utilizando a somatória da PG tem-se:

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 \times \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i} - 1} = \\ &= 1 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i} - \frac{1+i}{1+i}} = \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{-\frac{i}{1+i}} = \\ &= -\frac{1+i}{i} \times \left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right) = \frac{1+i}{i} \times \left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right) \end{aligned}$$

Substituindo na expressão anterior tem-se:

$$A = X \times \frac{1+i}{i} \times \left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right) \leftrightarrow$$

$$A = X \times \left(\frac{1+i}{i} - \frac{1+i}{i} \times \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right) \leftrightarrow$$

$$A = X \times \left(\frac{1+i}{i} - \frac{1}{i \times (1+i)^{n-1}}\right) = \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^{n-1}}\right)$$

Esta igualdade é uma das mais importantes da Matemática Financeira e pode ser usada, por exemplo, para calcular o valor da prestação de um financiamento com primeira parcela no ato do contrato.

Exemplo: Uma bicicleta cujo preço à vista é R\$ 1.500, é vendida também em 10 prestações mensais iguais com a primeira parcela no ato da compra, com juros de 0,5% a. m., determine o valor das prestações e o valor do Juro pela opção de comprar a prazo.

Resolução: Note que trata de uma série uniforme antecipada, podemos utilizar a expressão acima para calcular o valor da prestação como segue:

$$A = X \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^{n-1}} \right) \leftrightarrow$$

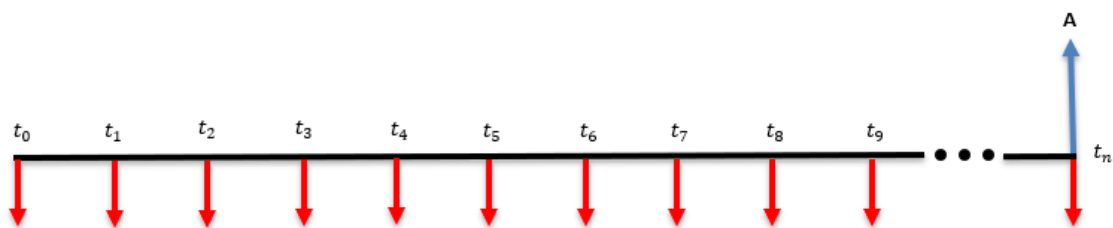
$$1500 = X \times \left(\frac{(1+0,005)^{10} - 1}{0,005 \times (1+0,005)^9} \right)$$

$$1500 = X \times \left(\frac{0,05114}{0,005230} \right) \leftrightarrow X = 153,39$$

Portanto, o valor da parcela será de 153,39 reais.

Montante de Séries Uniformes de pagamentos

Considere agora o valor A de uma série uniforme de n pagamentos iguais a P, na época do último pagamento, sendo i a taxa de juros. Representando através de fluxo de caixa tem-se a seguinte situação:



O valor da série em t_n é dado por:

$$A = P \times (1+i)^n + P \times (1+i)^{n-1} + P \times (1+i)^{n-2} + \dots + P \times (1+i) + P \leftrightarrow$$

$$A = P \times \underbrace{(1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n)}_{PG}$$

Note que se tem uma progressão geométrica de $q = (1+i)$ e $a_1 = 1$ e n parcelas utilizando a somatória da PG tem-se:

$$S_n = a_1 \times \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)} = 1 \times \frac{((1 + i)^n - 1)}{((1 + i) - 1)} = \frac{((1 + i)^n - 1)}{i}$$

Substituindo na expressão anterior tem-se:

$$A = P \times \frac{((1 + i)^n - 1)}{i}$$

Essa igualdade também é considerada muito importante dentro da Matemática Financeira, afinal pode ser utilizada para estimar uma quantia a ser acumulada no futuro a partir de depósitos regulares realizados por um determinado período.

Perpetuidade

Algumas situações financeiras podem prever durações indeterminadas, oriundas, por exemplo, da avaliação de ações, previdência ou ainda em locações. Um exemplo é quando se aluga um bem, cedendo-se a posse do mesmo em troca de um aluguel. Então o conjunto dos aluguéis constitui uma renda perpétua. (PRIMON, 2017, p.55)

Segundo Morgado e Carvalho (2015) o valor de uma perpetuidade de termos iguais a P , um tempo antes do primeiro pagamento, sendo i a taxa de juros, é obtido pelo valor da série uniforme:

$$A = X \times \frac{(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$$

quando n tende ao infinito, ou seja, $A = \frac{P}{i}$.

Exemplo: Um imóvel foi avaliado em R\$ 350.000,00, por quanto deve ser alugado esse imóvel se o dinheiro vale 0,5% a. m.?

Resolução: Quando se aluga um imóvel é cedida a posse do imóvel em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Então, o valor do imóvel deve ser igual ao valor do conjunto de aluguéis. Tem-se então que:

$$A = \frac{P}{i} \leftrightarrow$$

$$350000 = \frac{P}{0,005} \leftrightarrow P = 1750$$

Então, o valor do aluguel deve ser de R\$ 1.750.

Exemplo: Fonte (PRIMON, 2017, p. 55)

Sandro possui um apartamento que vale R\$ 360.000,00 e está em dúvida se vende o imóvel e aplica o dinheiro no Tesouro Direto, que lhe renderia aproximadamente 0,8% ao mês, ou aluga para um casal de amigos. Para que os rendimentos fossem equivalentes, por qual valor o apartamento deveria ser alugado?

Resolução: O aluguel de um apartamento pode ser considerado uma perpetuidade.

$$A = \frac{P}{i} \leftrightarrow 360000 = \frac{P}{0,008} \leftrightarrow P = 2880$$

Esse valor serve de referência, uma vez que os valores nos aluguéis dependem do mercado imobiliário, que oscila de acordo com o tempo, o lugar e a situação da Economia, entretanto essa análise serve de escolha para o que é preferível fazer, ter um imóvel alugado ou ter uma aplicação financeira, o que pode valer mais a pena.

5.4.6. Sistemas de Amortização

Os sistemas de amortização estão diretamente relacionados com a tomada de crédito, tanto para empréstimos como para financiamentos tais como: compra de um carro, aquisição de um imóvel ou até mesmo operações de crédito pessoal.

Amortização é um processo de extinção de uma dívida pelos pagamentos periódicos, que são realizados, em função de um planejamento [...]. (SÁ, 2011, p. 159)

Sempre que um financiamento ou empréstimo é contratado, todas as suas características e condições são previamente definidas desde o valor contratado, a taxa de juros aplicada, as formas para pagamento, o prazo para quitação, formas de amortização e antecipação de pagamentos.

Conceitos da matemática financeira contribuem para o entendimento do aspecto operacional do crédito. Devem ser abordados os métodos de amortização de empréstimos e financiamentos (Price, SAC, Sacre e Americano), assim como os conceitos de juros e amortização e o entendimento das taxas nominais e efetivas. (ENEF, 2010, p. 19).

Ao adquirir uma dívida, passasse a dever ao credor não apenas o capital inicial emprestado como também os valores referentes os juros acumulados durante todo o período da operação. Assim, o saldo devedor passa a ser capital emprestado + juros. Para que a dívida seja quitada, o tomador de crédito deve honrar com o pagamento do capital adicionado dos juros. A forma como o saldo devedor é atualizado é definido de

acordo com o sistema de amortização contratado caracterizando como a dívida vai ser diminuída até chegar a sua total liquidação.

Quando se paga parceladamente um débito, cada pagamento efetuado tem dupla finalidade. Uma parte do pagamento quita os juros e outra parte amortiza (abate) a dívida. (MORGADO e CARVALHO, 2015, p.99)

No Brasil, existem dois tipos mais comuns de sistema de amortização: o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema Francês da Amortização, mais conhecido como Tabela Price. Para financiamentos Imobiliários é comum ter o SAC enquanto para os demais financiamentos ou empréstimos o mais comum é o PRICE.

A seguir apresenta-se como cada um dos sistemas de amortização funciona.

Sistema de Amortização Constante (SAC)

Esse sistema consiste na amortização constante da dívida sendo os juros incidente no saldo devedor atual o que resulta em pagamentos periódicos decrescentes. Ou seja, o valor é amortizado de maneira constante em todos os períodos e quanto mais o tempo passa, menores ficam as parcelas para a quitação do contrato.

Sendo D_0 uma dívida contraída em um financiamento de n meses, a uma taxa mensal i , tem-se as amortizações constantes e então:

$$A_k = \frac{D_{k-1}}{n}$$

$$J_k = i \times D_{k-1}$$

$$P_k = A_k + J_k$$

$$D_k = \left(\frac{n-k}{n}\right) \times D_{k-1}$$

Exemplo: Um financiamento de R\$ 10000 foi adquirido por Lorenzo considerando um prazo para pagamento de 12 parcelas e com uma taxa de 1% a.m. pelo sistema de amortização constante. Qual o valor total de Juros pago por Lorenzo?

Resolução: Para facilitar a resolução de situações problemas que envolvem os sistemas de amortização é recomendado o uso de planilhas eletrônicas (TICs) uma vez que geralmente apresentam longos prazos, inclusive será usada uma tabela para a resolução desse exemplo.

Tabela 29: Parcelas considerando o sistema PRICE de amortização

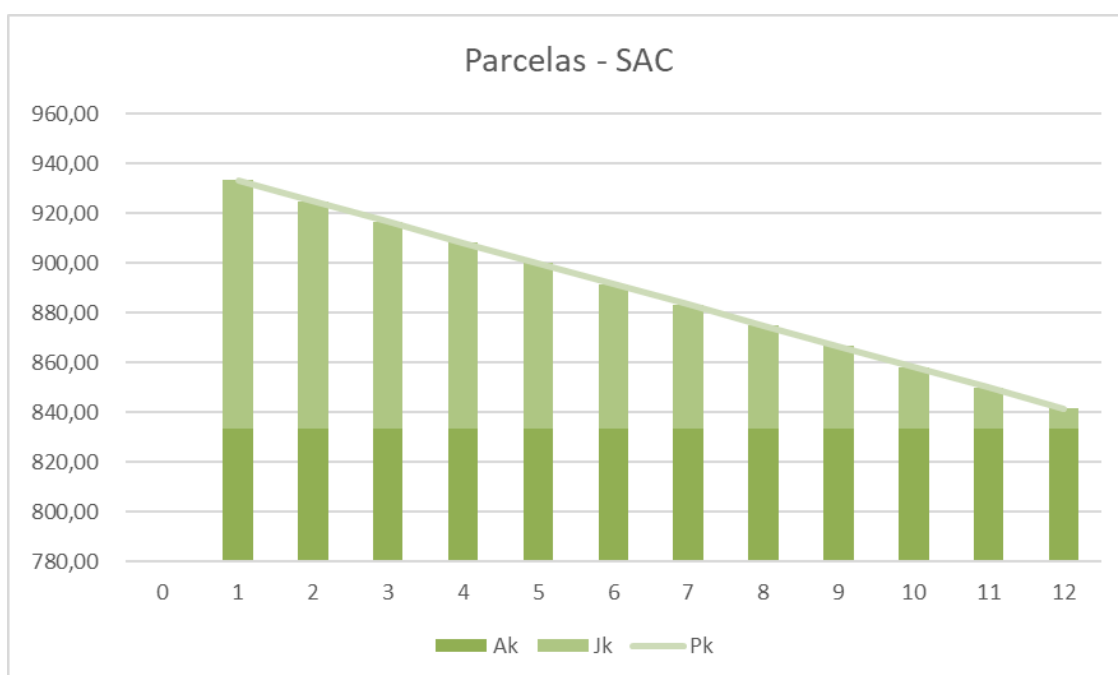
k	D_k	A_k	J_k	P_k
0	10.000,00			
1	9.166,67	833,33	100,00	933,33
2	8.333,33	833,33	91,67	925,00
3	7.500,00	833,33	83,33	916,67
4	6.666,67	833,33	75,00	908,33
5	5.833,33	833,33	66,67	900,00
6	5.000,00	833,33	58,33	891,67
7	4.166,67	833,33	50,00	883,33
8	3.333,33	833,33	41,67	875,00
9	2.500,00	833,33	33,33	866,67
10	1.666,67	833,33	25,00	858,33
11	833,33	833,33	16,67	850,00
12	-	833,33	8,33	841,67

10.000,00 650,00 10.650,00

Fonte: Elaborada pelo Autor

Note que no final, pelo financiamento, Lorenzo pagou R\$ 650 de Juros.

Figura 55: Parcelas considerando o sistema SAC de amortização



Fonte: Elaborada pelo Autor

O gráfico acima explicita a característica de decrescimento das parcelas no sistema de amortização constante.

Sistema Francês de Amortização (PRICE)

Esse sistema consiste em parcelas constantes ao longo do contrato, nesse caso o saldo devedor ativo é amortizado de forma crescente. Ou seja, o pagamento é feito através de um conjunto de prestações sucessivas e constantes.

Sendo D_0 uma dívida contraída em um financiamento de n meses, a uma taxa mensal i , sabe-se que são parcelas constantes, sendo assim tem-se grande relação com o tema já apresentado nessa dissertação em “Série Postecipado – Valor Presente”, e então:

$$P_k = D_{n-k} \times \frac{i}{(1 - (1 + i)^{-(n-k)})}$$

$$J_k = i \times D_{k-1}$$

$$A_k = P_k - J_k$$

$$D_k = D_{n-k} - A_k$$

Exemplo: Um financiamento de R\$ 10000 foi adquirido por Lívia considerando um prazo para pagamento de 12 parcelas e com uma taxa de 1% a.m. pelo sistema de amortização francês. Qual o valor total de Juros pago por Lorenzo?

Tabela 30: Parcelas considerando o sistema PRICE de amortização

k	D_k	A_k	J_k	P_k
0	10.000,00			
1	9.211,51	788,49	100,00	888,49
2	8.415,14	796,37	92,12	888,49
3	7.610,80	804,34	84,15	888,49
4	6.798,42	812,38	76,11	888,49
5	5.977,92	820,50	67,98	888,49
6	5.149,21	828,71	59,78	888,49
7	4.312,21	837,00	51,49	888,49
8	3.466,85	845,37	43,12	888,49
9	2.613,03	853,82	34,67	888,49
10	1.750,67	862,36	26,13	888,49
11	879,69	870,98	17,51	888,49
12	-	879,69	8,80	888,49

10.000,00 661,85 10.661,85

Fonte: Elaborada pelo Autor

Resolução: Para facilitar a resolução de situações problemas que envolvem os sistemas de amortização é recomendado o uso de planilhas eletrônicas (TICs) uma vez que

geralmente apresentam longos prazos, inclusive será usada uma tabela para a resolução desse exemplo.

Note que no final, pelo financiamento, Lívia pagou R\$ 661,85 de Juros.

Figura 56: Parcelas considerando o sistema PRICE de amortização



Fonte: Elaborada pelo Autor

O gráfico acima explicita a característica de crescimento das amortizações no sistema de amortização francês.

Comentários: Note que foi utilizado o mesmo exemplo apenas trocando a métrica de amortização e que no segundo caso paga-se um valor maior de Juros. O que pode ser motivo de discussão na sequência didática proposta pelo docente. Inclusive a discussão de não vermos operações de empréstimos com o sistema de amortização SAC.

Tabela SAC ou PRICE: qual é a melhor?

A escolha é sempre do comprador, novamente com o Letramento Financeiro, o tomador de crédito deve ter conhecimento do produto e optar pela forma de pagamento que mais se adequa à realidade financeira, pode-se optar por pagar parcelas menores no começo ao escolher pela tabela PRICE ou amortizar mais rapidamente a dívida ao optar pelo SAC a escolha deve ser aquela que faz mais sentido para o orçamento e está de acordo com o planejamento financeiro.

Independentemente da forma de amortização o melhor é sempre liquidar a dívida no menor prazo possível, afinal ao antecipar os pagamentos se paga menos juros. Um financiamento ou empréstimo não precisa ser pago no prazo contratado é possível fazer pré-pagamentos: ou com uso do FGTS⁹⁷, a cada dois anos, ou com aportes próprios ao antecipar as amortizações reduz-se a dívida no tempo sendo então os juros pago no findar do contrato menor.

O sonho da Casa Própria

Realizar o sonho da casa própria é uma das grandes conquistas almejadas por muitas pessoas. Contudo, essa tarefa pode não ser fácil uma vez que exige um alto capital. É possível realizar o sonho da casa própria sem passar anos juntando dinheiro, assumindo um financiamento imobiliário que é uma operação de crédito frequentemente utilizada, entretanto é necessário planejamento e entendimento das características dos financiamentos imobiliários.

Atualmente, no Brasil, os sistemas de amortização mais comuns são: SAC e o PRICE. O financiamento imobiliário pode durar até 30 ou 35 anos e suas taxas, dentre os outros tipos de empréstimos, costumam ser as menores do mercado.

Adquirir um endividamento financeiro tão alto e por um longo período possui um grande impacto no orçamento comprovando a necessidade de planejar muito bem antes de realizar a compra para evitar complicações no futuro. Assim, com Educação Financeira e organização, é possível planejar a compra da casa própria desde cedo, ou seja, uma pessoa disciplinada pode, inclusive, calcular quanto tempo será necessário para adquirir o imóvel próprio, além de criar uma poupança inicial para a entrada, afinal, quanto maior a entrada, menor será a dívida, o tempo de financiamento e os juros pago.

Financiamento de um veículo

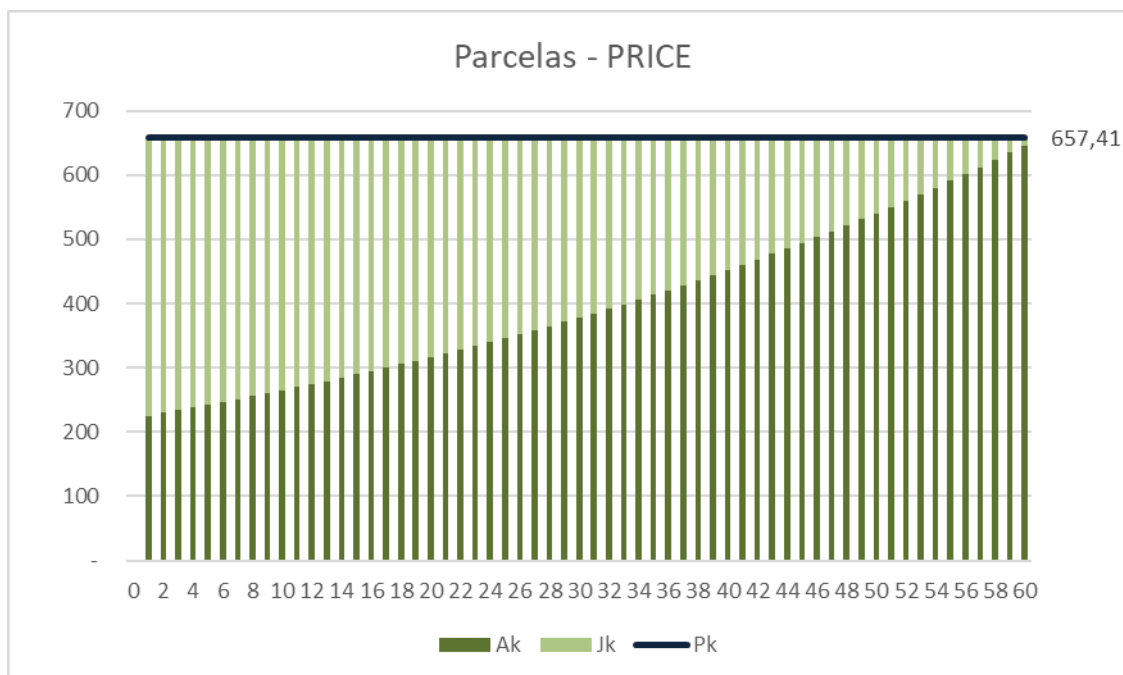
Exemplo: FONTE: (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 28)

Para entender melhor sobre as vantagens, as desvantagens e o custo do crédito, acompanhe o exemplo a seguir, sobre a compra de um veículo, com duas opções distintas de pagamento.

⁹⁷ Permitido apenas na categoria SFH como apresentado do tópico do FGTS.

Opção 1

- Carro adquirido hoje, parcialmente financiado:
- preço: R\$40.000,00;
- entrada (já tinha esse dinheiro poupado): R\$16.000,00 (40%);
- valor financiado: R\$24 mil (60%);
- prazo: 60 meses (5 anos);
- taxa do financiamento: 1,8% ao mês;
- prestação fixa: R\$657,41.



Fonte: Elaborada pelo Autor

No final, pelo financiamento, houve o pagamento de R\$ 15.444,43 de Juros, desembolso total para aquisição do veículo R\$ 55.444,43.

Opção 2

- O consumidor faz uma poupança para comprar o carro à vista após determinado período (somente irá à loja comprar o carro quanto tiver dinheiro suficiente para comprar à vista).
- Considere a existência de uma poupança inicial dos mesmos R\$16.000,00 e a realização de uma poupança mensal no mesmo valor da parcela do exemplo anterior, R\$657,41, além da rentabilidade de 0,5% ao mês.

Neste cenário, após o 31º mês, o valor acumulado atingirá o preço do carro.

Meses	Acumulado Poupança	Poupança Adicional	Total Poupado
0	16.000,00		16.000,00
1	16.080,00	657,41	16.737,41
2	16.160,40	1.318,11	17.478,51
3	16.241,20	1.982,11	18.223,31
4	16.322,41	2.649,43	18.971,84
5	16.404,02	3.320,09	19.724,11
6	16.486,04	3.994,10	20.480,14
7	16.568,47	4.671,48	21.239,95
8	16.651,31	5.352,24	22.003,56
9	16.734,57	6.036,41	22.770,98
10	16.818,24	6.724,01	23.542,25
11	16.902,33	7.415,04	24.317,37
12	16.986,84	8.109,52	25.096,37
13	17.071,78	8.807,48	25.879,26
14	17.157,14	9.508,93	26.666,07
15	17.242,92	10.213,88	27.456,81
16	17.329,14	10.922,36	28.251,50
17	17.415,78	11.634,38	29.050,17
18	17.502,86	12.349,96	29.852,83
19	17.590,38	13.069,12	30.659,50
20	17.678,33	13.791,88	31.470,21
21	17.766,72	14.518,25	32.284,97
22	17.855,55	15.248,25	33.103,81
23	17.944,83	15.981,90	33.926,73
24	18.034,56	16.719,22	34.753,78
25	18.124,73	17.460,23	35.584,96
26	18.215,35	18.204,94	36.420,29
27	18.306,43	18.953,37	37.259,80
28	18.397,96	19.705,55	38.103,51
29	18.489,95	20.461,49	38.951,44
30	18.582,40	21.221,21	39.803,61
31	18.675,31	21.984,72	40.660,04

Descontando

Sobrou

Fonte: Elaborada pelo Autor

Assim, o consumidor poderá efetuar a compra do carro à vista. Nessa opção, o consumidor continuará poupando até o 60º mês, quando ocorreria a quitação do veículo da opção 1.

Meses	Poupança Inicial	Poupança Adicional	Total Poupado
31	660,04		660,04
32	663,34	657,41	1.320,75
33	666,65	1.318,11	1.984,76
34	669,99	1.982,11	2.652,09
35	673,34	2.649,43	3.322,76
36	676,70	3.320,09	3.996,79
37	680,09	3.994,10	4.674,18
38	683,49	4.671,48	5.354,96
39	686,90	5.352,24	6.039,15
40	690,34	6.036,41	6.726,75
41	693,79	6.724,01	7.417,80
42	697,26	7.415,04	8.112,30
43	700,74	8.109,52	8.810,27
44	704,25	8.807,48	9.511,73
45	707,77	9.508,93	10.216,70
46	711,31	10.213,88	10.925,19
47	714,86	10.922,36	11.637,23
48	718,44	11.634,38	12.352,82
49	722,03	12.349,96	13.072,00
50	725,64	13.069,12	13.794,77
51	729,27	13.791,88	14.521,15
52	732,92	14.518,25	15.251,17
53	736,58	15.248,25	15.984,83
54	740,26	15.981,90	16.722,17
55	743,96	16.719,22	17.463,19
56	747,68	17.460,23	18.207,91
57	751,42	18.204,94	18.956,36
58	755,18	18.953,37	19.708,55
59	758,96	19.705,55	20.464,51
60	762,75	20.461,49	21.224,24

Fonte: Elaborada pelo Autor

Comentários: Na avaliação final do exercício foi considerada a depreciação veicular, ou seja, ao longo da vida útil veicular, é natural que haja uma desvalorização do carro e isso acontece, principalmente, devido ao desgaste na mecânica do veículo que ocorre com seu uso.

$$Depreciação_{Anual} = \frac{Custo_{Aquisição} - Valor_{Residual}}{Anos\ de\ vida\ útil}$$

A depreciação varia de um ano para outro como também depende do modelo do carro. No exercício proposto é assumido que na primeira opção o carro tem um valor de mercado de R\$ 24600 e na segunda opção de R\$ 29500, assim ao final, teremos a seguinte situação:

Figura 57: Comparação entre as duas propostas de compra



Fonte: Elaborada pelo Autor

Ou seja, a diferença entre o patrimônio da opção 1 e da opção 2 totaliza R\$26.124,24 e representa o custo da impaciência, ou seja, o custo da antecipação do consumo.

Qual a melhor escolha?
Depende o importante é compreender os fluxos e decidir conforme sua própria realidade.

Custo Efetivo Total

O Custo Efetivo Total (CET) é uma informação percentual que diz quanto efetivamente custa um empréstimo, ou financiamento, incluindo não só os juros, mas também tarifas, impostos e outros encargos cobrados do cliente. A vantagem do CET é a possibilidade de comparar o que duas ou mais instituições financeiras estão oferecendo e saber qual cobra menos pelo serviço. Assim, dependendo dos encargos cobrados por um banco em um empréstimo, seu CET pode acabar maior que o de outro banco, mesmo tendo uma taxa de juros menor. (BCB, Caderno de Educação Financeira, Brasília, 2013, p. 27)

Para saber qual instituição financeira está oferecendo o empréstimo ou financiamento com melhores condições é necessário comparar as simulações⁹⁸ o CET é apresentado na forma de taxa percentual anual, e traz a informação de quando efetivamente a instituição está cobrando pela operação, incluindo não só os juros, como também tarifas, impostos, seguros e outros encargos que estão diretamente sendo

⁹⁸ É essencial que as condições dos empréstimos pesquisados sejam idênticas.

cobrados do cliente. Vale ressaltar que dependendo dos encargos cobrados, o CET pode acabar sendo maior para uma instituição que apresentava uma menor taxa de juros para a operação.

5.4.7. Plano de Aposentadoria

A previdência ou plano de aposentadoria é uma poupança acumulada ao longo da vida ativa com o desígnio de ser utilizado durante a inatividade profissional, ou seja, é fonte de renda para quando o indivíduo não estiver exercendo mais um trabalho com renda ativa passando a viver apenas de renda passiva. Essa previdência pode ser social ou privada.

Previdência Social – INSS

Na Previdência Social, a contribuição é obrigatória, e o Contribuinte só terá direito ao recebimento do benefício quando se tornar elegível, ou seja, até que se cumpra os requisitos mínimos compostos por tempo de contribuição e/ou idade mínima. No Brasil, a Previdência Social é regulada pelo Governo Federal sendo um direito assegurado aos cidadãos brasileiros pelo artigo 6º da Constituição Federal de 1988, que garante ao trabalhador o benefício do recebimento de uma renda a partir do momento em que se aposenta por tempo de contribuição e/ou idade.

A Previdência Social, operada pelo INSS, é tida como um seguro obrigatório para à maioria dos brasileiros e é composta pelas contribuições mensais (INSS) que são descontadas de forma automática do salário dos trabalhadores ou através do pagamento do carne-leão. Periodicamente, acontecem Reformas da Previdência que alteram as regras de concessão do benefício e tornam cada vez mais difícil se aposentar pelo INSS, sendo outro ponto relevante é que, assim como a Contribuição ao INSS é limitada, os pagamentos do benefício também são limitados. Por exemplo, em 2021, o teto do INSS é de R\$6.433,57, ou seja, significa que nenhuma pessoa irá receber uma aposentadoria, auxílio ou pensão superior a esse valor e nenhuma contribuição pode ser calculada acima desse valor. Por isso que cada vez mais é defendido que depender unicamente do benefício do INSS é arriscado, tendo como premissa a manutenção do custo de vida pré-estabelecido. Por isso, que planos de previdência privada vem se tornando uma opção interessante e cada vez mais importante.

Previdência Privada (ou Previdência Complementar)

Os planos privados de aposentadoria, regulamentados pela lei nº6.435 de 1977, são pagos de maneira paralela e independente ao INSS, consiste em fundos oferecidos por instituições financeiras, por exemplo, em que o contribuinte escolhe um valor e prazo para fazer contribuições mensais ao final do ciclo programado, poderá receber o dinheiro investido de forma integral, mensal ou vitalício. Vale ressaltar que não é preciso escolher um dos tipos de previdências, elas não se anulam, e podem ser complementares.

O contratante pode contribuir da maneira que puder ou achar melhor, através de programas que melhor atendam suas necessidades e assim respeitando as condições de prazo e valores estabelecidos na assinatura do contrato, começar a reserva adicional para a aposentadoria. Assim, através de aportes mensais, durante um período de acumulação a reserva é constituída e, ao fim do contrato, o contribuinte recebe o valor investido e seu rendimento. Note que a previdência privada não apenas funciona como poupança, mas, também, como investimento, uma vez que essa classe de investimento também rende juros, vale ressaltar que os planos de previdência também têm relação com a tríade dos investimentos.

Basicamente os planos de previdência são divididos em duas fases:

Acumulação	Resgate
<ul style="list-style-type: none">• Período destinado ao aporte de dinheiro que será aplicado conforme as regras contratuais, com o objetivo de aumentar o capital investido.	<ul style="list-style-type: none">• Fase em o contribuinte poderá resgatar o valor de maneira integral ou mensal ou vitalícia.

A aposentadoria do INSS vem de uma contribuição obrigatória e suas regras de uso ficam sob as da Previdência Social. Entretanto, a previdência privada tem grande variedade de planos, que podem se ajustar aos seus objetivos e orçamentos. Caso necessário, é possível resgatar o dinheiro investido na Previdência Privada, no entanto, para isso, devesse assumir as possíveis perdas dos valores que foram projetados e estabelecidos na contratação desse serviço.

O enfoque está nos cálculos que o cidadão poderá fazer para, durante sua vida, acumular reserva financeira suficiente para viver sem depender de renda salarial, como consequência do seu trabalho. Isto porque, durante o ciclo da vida, existe um período no qual as pessoas gozam de boa saúde e energia para exercer o trabalho e, na terceira idade, a saúde tende a ficar debilitada e a energia vai diminuindo com o passar do tempo. (PRIMON, 2017, p.56)

O exemplo a seguir mostra uma situação realista de como seria possível realizar um planejamento a fim de construir uma reserva financeira que serviria como um planejamento para a aposentadoria, contudo, por simplicidade nos cálculos, não foi considerado o impacto da inflação no tempo.

Exemplo: Fonte (PRIMON, 2017, p.56)

Bruno pretende ingressar no mercado de trabalho aos 25 anos de idade e se aposentar aos 65 anos, contribuindo com uma Previdência Privada durante 40 anos.

a) Se ele depositar R\$ 400,00 por mês a juros de 0,3% ao mês durante 40 anos (ou 480 meses) e desejar receber aposentadoria até os 80 anos de idade, com o valor acumulado rendendo 0,4% ao mês, quanto receberá mensalmente depois de se aposentar?

b) Se ele depositar R\$ 400,00 por mês a juros de 0,3% durante 40 anos (ou 480 meses) e desejar receber aposentadoria perpétua, com o valor acumulado rendendo 0,4% ao mês quanto receberá mensalmente depois de se aposentar?

c) Se ele deseja se aposentar recebendo R\$ 5.000,00 por mês até completar 85 anos de idade, quanto deve investir mensalmente, a juros de 0,5% ao mês, durante os 40 anos de contribuição?

Resolução:

Item a) Neste caso, Bruno irá contribuir durante 40 anos (480 meses) à taxa de 0,3% e pretende receber durante 15 anos (180 meses) à taxa de 0,4%. Considerando as fórmulas apresentadas nos itens “Série Postecipado – Valor Futuro” (primeiro momento em que será feita a poupança, ou seja, quer-se fazer saber o valor futuro das aplicações mensais acumuladas) e “Série Postecipado – Valor Presente” (segundo momento, em que se tem o valor acumulado e pretende-se saber o valor da parcela recebida em 15 anos)

$$P \times \frac{((1+i)^n - 1)}{i} = Q \times \frac{(1 - (1+j)^{-m})}{j} \leftrightarrow$$

$$400 \times \frac{((1 + 0,003)^{480} - 1)}{0,003} = Q \times \frac{(1 - (1 + 0,004)^{-180})}{0,004} \leftrightarrow$$

$$Q = 3341,85$$

Logo, receberá R\$ 3.341,85 mensais pelos próximos 15 anos após a sua aposentadoria.

Item b) Neste caso, Bruno irá contribuir durante 40 anos (480 meses) à taxa de 0,3% e pretende receber perpetuamente à taxa de 0,4%.

$$P \times \frac{((1+i)^n - 1)}{i} = \frac{Q}{j} \leftrightarrow$$

$$400 \times \frac{((1 + 0,003)^{480} - 1)}{0,003} = \frac{Q}{0,004} \leftrightarrow$$

$$Q = 1712,86$$

Logo, receberá R\$ 1.712,86 mensais após se aposentar perpetuamente.

Item c) Neste caso, Bruno irá contribuir durante 40 anos (480 meses) à taxa de 0,5% um valor P mensal e pretende receber durante 20 anos (240 meses) à taxa de 0,5% o valor de R\$5000,00.

$$P \times \frac{((1+i)^n - 1)}{i} = Q \times \frac{(1 - (1+j)^{-m})}{j} \leftrightarrow$$

$$P \times \frac{((1 + 0,005)^{480} - 1)}{0,005} = 5000 \times \frac{(1 - (1 + 0,005)^{-240})}{0,005} \leftrightarrow$$

$$P = 350,44$$

Logo, deverá investir R\$ 350,44 mensais, por 40 anos a uma taxa de 0,5% a.m. para se aposentar recebendo R\$ 5.000,00, por 20 anos a uma taxa de 0,5% a.m.

Note-se que, nos itens a) e b) do exemplo anterior, o montante acumulado foi de R\$ 428.214,28, enquanto que no item c) foi de R\$ 9.957.453,67. Estes valores não são habitualmente intuitivos. (PRIMON, 2017, p.59)

Os cálculos acima não são simples e muito menos intuitivos sendo assim recomenda-se a utilização de calculadora e/ou planilhas eletrônicas para efetivação, Tabela 31.

Tabela 31: Avaliação das possibilidades de alguns planos de aposentadorias complementares.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Planilha de Simulação de Previdência					
3							
4		Aqui, calcula-se o Montante Acumulado e os valores P das rendas Perpétua e por					
5		Prazo Determinado de uma Aposentadoria, investindo-se mensalmente D.					
6							
7		N	40			Renda Perpétua investindo D	R\$ 1.712,86
8		D	R\$ 400,00				
9		M	15			Renda por Prazo investindo D	R\$ 3.341,85
10		i	0,30%				
11		j	0,40%			Montante Acumulado	R\$ 428.214,28
12							
13		Aqui, calcula-se o Montante Acumulado e o valor a ser investido mensalmente D					
14		para se obter renda Perpétua e por Prazo Determinado P de uma Aposentadoria.					
15							
16		N	40			Valor de D para Renda Perpétua P	R\$ 502,14
17		P	R\$ 5.000,00				
18		M	20			Valor de D para Renda por Prazo P	R\$ 350,44
19		i	0,50%				
20		j	0,50%			Montante Acumulado	R\$ 9.957.453,67

Fonte (PRIMON, 2017, p.59)

6. Considerações Finais

Essa dissertação consistiu-se em uma grande oportunidade uma vez que foi possível associar e compartilhar alguns conhecimentos profissionais a formação docente. A Educação Financeira representa uma filosofia de vida, ou seja, ela relaciona um conjunto de atitudes cotidianas que vão muito além do processo de saber calcular quanto se paga de juros em uma compra. O processo de Educação Financeira é uma aprendizagem constante, dinâmica e atual remetendo a uma relação saudável com dinheiro e as perspectivas de vida, ou seja, representa um letramento altamente significativo, conectado com o projeto de vida, uma vez que faz com que o dinheiro se torne um aliado para as realizações pessoais a curto, médio e principalmente de longo prazo.

As pesquisas citadas neste trabalho mostram que uma significativa parcela da população brasileira, incluindo os docentes, carecem dos conhecimentos necessários para gerir sua vida financeira de modo adequado quiçá repassar essa temática para os discentes, contudo, a partir de 2020, através da BNCC, o MEC tornou obrigatório o ensino de Educação Financeira em âmbito nacional, uma proposta muito positiva, já que inclui esse assunto na base curricular aumentando as chances dos brasileiros em saberem lidar melhor com o dinheiro, todavia torna-se ainda mais relevante habilitar os docentes em exercício para que esses possam levar a educação financeira para o ambiente escolar.

É de extrema importância a preocupação, presente nas pesquisas apresentadas, com a qualidade dos cursos de formação de profissionais da educação, uma vez que esses precisam de uma sólida formação não somente em conteúdo específico, mas também na sua contextualização e aplicabilidade na formação de cidadãos críticos e conscientes.

Essa carência na formação inicial, pode ser suprida por meio de cursos de formação continuada e capacitação, leitura de materiais direcionados que tornam esses profissionais capacitados com conhecimento para sua própria vida e para a docência. Enfatiza-se que ao formar professores letrados financeiramente e que compreendam a relação da Matemática Financeira como ferramenta dessa aprendizagem se está

colaborando com uma sociedade mais reflexiva e crítica, o que pode refletir positivamente na economia do país. Afinal, acredita-se que com o Letramento Financeiro tem-se grandes chances em diminuir o número de brasileiros endividados, aumentar o número de poupadores e inclusive orientar sobre o uso do dinheiro de maneira consciente.

Por isso, esse trabalho teve por objetivo oferecer um programa para a capacitação de docentes, levando-o a imersão no universo da Educação Financeira, o qual foi atingido através da discussão de estudos, pesquisas e conceitos que mostram a necessidade do letramento financeiro não só para o corpo docente como também para toda a sociedade. Por meio das discussões sobre como a falta de Educação Financeira pode trazer consequências à vida do cidadão, levou-se o conceito do letramento financeiro aos docentes, independentemente da matemática financeira, além de mostrar os benefícios para aqueles que utilizam a Educação Financeira em sua filosofia de vida. Note, que esse trabalho, buscou preparar os professores para a transformação proposta pela educação financeira.

Através da resolução de problemas procurou-se mostrar a aplicabilidade dos conceitos básicos de matemática financeira desenvolvidos no Ensino Médio, necessários no desenvolvimento das habilidades financeiras, a maioria das abordagens aqui apresentadas não constam em livros didáticos, muito embora todas estão relacionadas a situações reais e pertinentes que deveriam compor a avaliação do planejamento financeiro, tais como avaliação de fluxos de caixa, composição de dívidas, avaliação de produtos financeiros, avaliação do dinheiro no tempo e os impactos da inflação entre outros. Mostrou-se como a Educação Financeira tem na Matemática Financeira uma grande aliada no ensino, afinal traz uma grande contextualização de conteúdos que são fundamentais na aquisição de conhecimentos para o exercício de sua cidadania.

Espera-se que os docentes que se dedicarem a estudar os temas presentes nessa dissertação, levem a prática dessa filosofia de vida para seu cotidiano e, assim, possam contribuir na formação de discentes alfabetizados financeiramente.

Essa aprendizagem pode ser avaliada através da participação nas Olimpíadas Brasileira de Educação Financeira (OBEP), além desta competência também fazer parte da avaliação internacional do PISA, sendo também uma forma de avaliação.

Como projeto futuro espera-se utilizar essa proposta de capacitação em grupos docentes e avaliar, por meio de resultados, o quanto foi possível direcionar os docentes para o letramento financeiro e assim complementar esse material para torná-lo definitivamente um programa de capacitação e extensão.

7. Bibliografia

BARNABÉ, F.; COSTA, M. **Integração e Protagonismo: matemática e suas tecnologias.** Ensino Médio. São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

BCB. Banco Central do Brasil. **O Programa de Educação Financeira do Banco Central,** 2012. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/pefpublicoexterno.asp>
Acesso em: 14 fev. 2021.

BCB. Banco Central do Brasil. **Caderno de Educação Financeira.** 2013.

BCB. Banco Central do Brasil. **Relatório de Cidadania Financeira.** 2018a.

BCB. Banco Central do Brasil. **Jornada da cidadania financeira no Brasil.** 2018b.

BRAGA, H. **Como surgiu o cofre em forma de porquinho?** HQs com Café. <https://hqscomcafe.com.br/2021/01/28/como-surgiu-o-cofre-em-forma-de-porquinho/>. Acesso em: 3 de jun. de 2021.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil.** Brasília, DF, Senado, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. DCN - **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.** Brasília, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei 9.394/1996:** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF, Senado, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Economia, Secretaria de Previdência. **Previdência Complementar para Todos: Guia para a população brasileira se preparar melhor para a aposentadoria.** Brasília, 2020.

BRASIL. Decreto Nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010. **Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF).** Brasília, 2010.

BRASIL. **Portal Vida e Dinheiro.** Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/> Acesso em: 22 jul. 2020.

BRASIL. **Brasil: Implementando a estratégia Nacional de Educação Financeira.** Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF, 2010a). Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/> Acesso em: 22 jul. 2020.

BRASIL. **Orientações para Educação Financeira nas escolas.** Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF,2010b). Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/> Acesso em: 22 jul. 2020.

BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da Enef.** 2011a. Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/> Acesso em: 22 jul. 2020.

BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da Enef:** anexos. 2011b. Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/> Acesso em: 22 jul. 2020.

BRASIL. **Educação Financeira nas escolas: ensino médio:** livro do professor / elaborado pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF) – Brasília: CONEF, 2013.

BUENO, C. O. C.; **Mais Ação: Na escola e na Comunidade – Projetos Integradores.** Ensino Médio. Volume único. São Paulo: FTD, 2020.

CAMPOS, C.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C., **Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 556-557, maio. 2015.

CERBASI, G.; Dinheiro: Os Segredos de Quem Tem. Rio de Janeiro: Sextante, 2016.

CORREIA, F. W. de S. **Educação Financeira.** 2015, 42 p.: Monografia de conclusão de curso (Pós-Graduação em Gestão Financeira Moderna) - Universidade São Judas Tadeu. São Paulo, 2015.

COUTINHO, C. Q. S.; TEIXEIRA, J. **Letramento Financeiro: Um diagnóstico de saberes docentes.** Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 1-22, 2015.

D'AQUINO, Cássia. **Educação Financeira: Como educar seu filho.** Rio de Janeiro, Elsevier, 2008.

D'AQUINO, Cássia de. **Como Falar de Dinheiro com o seu filho.** Editora Saraiva,2017.

DINIZ, A.; SIQUEIRA, A. B.; PEREIRA, A. B.; PEREIRA, C. F. P.; BLANCO, A. P.; BAGGIO, L. **Matemática em Projeto Integradores.** Volume Único, Ensino Médio, Aracaju – Fênix Distribuidora, 2020.

FAUSTINO, M. P. **Ações de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de Presidente Prudente (SP) e saberes docentes.** 2011. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente/SP.

FILHO, M. L. F., **Uma proposta de atividades de Educação Financeira no Ensino Médio.** 2018, 168 p.: Dissertação (Mestrado em Matemática em rede nacional) – Instituto Federal de São Paulo, São Paulo, 2018.

HOFMANN, R. M.; MORO, M. L. F., **Educação matemática e Educação Financeira: perspectivas para a ENEF**. Revista Zetetiké – FE. UNICAMP, Campinas, São Paulo, v. 20, n. 38, 2012, p. 37-54.

KISTEMANN JÚNIOR, M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores**. 2011, 540 p.: Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Instituto de Geociências de Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista - Unesp, Rio Claro, 2011.

KOUNROUZAN, M. C. **Moeda Forte e Moeda Fraca** – 2010. Disponível em <<http://www.oswaldocruz.br/download/artigos/social25.pdf>> Acesso em jan de 2021.

KRÜGER, F. **Avaliação da Educação Financeira no Orçamento Familiar**, 2014, p. 101. Trabalho de Conclusão de Curso (Tecnólogo em Processos Gerenciais) - Faculdade de Tecnologia Pedro Rogério Garcia. Concordia - Santa Catarina, 2014.

MORGADO, A; CARVALHO, P. **Matemática discreta: Coleção Profmat**. 2 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2015. 294 p.

MENEZES, E. T.; SANTOS, T. H. **Verbete temas transversais. Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil**. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <<https://www.educabrazil.com.br/temas-transversais/>>. Acesso em: 30 de jun. 2020.

NAVARRO, C; MASSARO, A. **Dinheiro é um santo remédio - Cure sua vida financeira e nunca saia de forma**. São Paulo: Gente, 2013. p. 63-77. Disponível em <https://exame.com/invest/minhas-financas/as-6-causas-das-doencas-financeiras/>. Acesso em: 2 de jan. 2021.

NÓVOA, A. (Org.). **Vida de professores**. Porto: Porto, 2000.

OCDE - ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. **Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies**. Paris: Secretary General of the OECD, 2005a.

OCDE. **Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness**. Directorate for Financial and Enterprise Affairs. Jul. 2005b.

OLIVEIRA, B. **Os desafios da Educação Financeira no Brasil** – Parte 1 – Pensando o presente. <https://medium.com/finan%C3%A7as-tecnologia/os-desafios-da-educa%C3%A7%C3%A3o-financeira-no-brasil-8e35b0d04757>. Acessado em 26 de Jul de 2020.

OLIVEIRA, S. S.; STEIN, N. R. **A Educação Financeira na Educação Básica: um novo desafio na formação de professores**. Universo Acadêmico, Taquara, v. 8, n. 1, p 11 – 31, jan./dez. 2015.

PENA, R. F. A. "**O que é Capitalismo?**"; Brasil Escola, [200-]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/geografia/o-que-e-capitalismo.htm>. Acesso em 02 de jan de 2021.

PEREIRA, D.H.; FEITOSA, F.M.; SOUSA, R.C., SILVÉRIO, M.R. **A Educação Financeira infantil e seu impacto no consumo consciente**, 2009, 75 p.: Monografia de bacharelado - Faculdades Integradas Campos Salles. Zona Oeste. São Paulo, 2009.

PIRES, B. F. **Planejamento Financeiro Pessoal para estudantes Universitários que estão ingressando no mercado de trabalho**. 2008, 138 p.: Relatório de Estágio Supervisionado (Curso de Administração) – Pontifícia Universidade Católica – Campus Campinas. Campinas, 2008.

PRIMON, S. M. **Educação Financeira nas escolas: uma proposta de ensino**. 2017, 89 p.: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

QUINO. Tirinha: Mídia e meios de comunicação. Clube da Mafalda, 20 nov. 2010. <http://projetoclubedamafalda.blogspot.com/2010/11/> Acessado em: 6 de jun. de 2021.

SÁ, I. P. **A educação matemática crítica e a matemática financeira na formação de professores**. 2012, 150 p.: Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SÁ, I. P. **Matemática Financeira para educadores críticos**. Rio de Janeiro – Editora Ciência Moderna Ltda, 2011.

SECURATO, J. R., Cálculo Financeiro das Tesourarias. Editora. São Paulo – Editora Saint Paul, 1999.

SECCO, R. L., **Importância da Educação Financeira na infância: uma revisão de literatura**. In: Observatório de la Economía Latinoamericana, Número 203, 2014.

Serasa Ensina. **O que é e como fazer planejamento financeiro**. 2017. <https://www.serasa.com.br/ensina/suas-economias/planejamento-financeiro/> Acesso em 5 de jun. de 2021.

SILVA, A.; POWELL, A. **Um programa de Educação Financeira para a matemática escolar da educação básica**. Anais do XI Encontro de Educação Matemática: Retrospectivas e perspectivas. Curitiba, 2013.

SILVA, N. C. **Matemática Financeira – Economia Doméstica: Educação Financeira**. 2012, 25 p.: Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) - Universidade de Campinas. Campinas, 2012.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. Bolema, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. São Paulo: Papyrus, 2008. 144 p.

SOUSA, A. F.; TORRALVO, C. F. **Aprenda a administrar o próprio dinheiro: coloque em prática o planejamento financeiro pessoal e viva com mais liberdade**. São Paulo - Editora Saraiva, 2008.

TEIXEIRA, D. F., **Educação Financeira no Ensino Fundamental: conhecimentos identificados em um grupo de professores do quinto ano**. 2017, 118 p.: Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2017.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e matemática financeira**. 2015, 160p.: Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2015.

8. Anexos

8.1. Questão com baixa assertividade da pesquisa Teixeira (2015)

“Questão 30: Uma pessoa precisa de R\$ 1.200,00 para pagar uma despesa inesperada. Para conseguir pagá-la, faz um empréstimo com seu tio, que lhe cobrará 1% por mês que essa pessoa demorar a lhe pagar, sendo que esse valor será calculado sempre sobre os R\$ 1.200,00 iniciais. Pergunta-se:

- a) Qual o valor cobrado a cada mês que a pessoa demora a devolver o dinheiro ao tio?
- b) Se a pessoa demora três meses para pagar ao tio que lhe emprestou, qual o valor além dos R\$ 1.200,00 que deverá desembolsar?
- c) Qual o valor total a ser desembolsado ao final desses três meses para o pagamento da dívida com esse tio?

Supondo que o valor emprestado seja igual a P e que a porcentagem cobrada seja igual a i , calculada sempre sobre o valor emprestado P , e que o empréstimo será pago ao final de n meses, que expressão matemática pode expressar essa operação financeira?”

(TEIXEIRA, 2015, p. 109)

8.2. Ferramentas eletrônicas para auxílio na elaboração do orçamento familiar

Algumas sugestões de aplicativos e planilhas eletrônicas disponibilizadas por instituições reconhecidas no setor financeiro.

- Instituto Brasileiro de defesa ao consumidor. <https://idec.org.br/planilha/download>. Acesso em 6 de jun. de 2021.
- Guiabolso. <https://www.guiabolso.com.br/aplicativo>. Acesso em 6 de jun. de 2021.
- FEBRABAN. Federação Brasileira de Bancos. <https://meubolsoemdia.com.br/planilhas>. Acesso em 6 de jun. de 2021.
- B3. <https://edu.b3.com.br/para-voce/financas-pessoais/como-fazer-seu-planejamento-financeiro>. Acesso em 6 de jun. de 2021.

- Simulador de Taxas Equivalentes. <https://clubedospoupadores.com/simulador-taxas-equivalentes>. Acesso em 25 de jul. de 2021.
- Simulador de Salário Líquido. <https://valorinveste.globo.com/ferramentas/calculadoras/calculadora-salario-liquido/>. Acesso em 30 jul. 2021.

8.3. Indicações de filmes e séries

Para auxiliar os professores em seu processo de aprendizagem além de utilizar a tecnologia a seu favor segue algumas indicações de filmes que abordam temas relacionados a Educação Financeira e podem auxiliar em seus projetos de aula.

- Os delírios de consumo de Becky Bloom. Direção: P. J. Hogan. EUA: Touchstone Pictures, 2009. (106 min)
- A procura da Felicidade. Direção: G. Muccino. EUA: Columbia Pictures, 2006. (138 min)
- Até que a Sorte nos Separe. Direção: R. Santucci. Brasil: Paris Filmes; Globo Filmes; Rio Filme; Telecine Productions; Gullane Entretenimento, 2012. (124 min)
- Vivendo com Um Dólar. Direção: Chris Temple, Zach Ingrasci, Sean Leonard, Sean Kusanagi. EUA, Guatemala. 2013. (56 min)
- O Homem que Mudou o Jogo. Direção: B. Miller. EUA: Cloumbia Pictures, 2011. (133min)
- O homem que copiava. Direção: J. Furtado. Brasil: Globo Filmes, Casa de Cinema de Porto Alegre, United Artists, Metro-Goldwyn-Mayer, 2003. (123 min)
- Grande demais para quebrar. Direção: C. Hanson. EUA: HBO Films, 2011. (98 min)
- Girlboss. Direção: K. Cannon. Netflix, 2017.
- Campos dos sonhos. Direção: P. A. Robinson. EUA: Universal Pictures, 1989. (107 min)
- Minimalism: a documentary about the important things. Documentário. Netflix, 2015. (79 min)

8.4. Informações Adicionais referentes ao FGTS

Tem direito ao FGTS obrigatoriamente todos os trabalhadores regidos pela CLT que firmaram contrato de trabalho a partir de 05/10/1988. Antes dessa data, a opção pelo FGTS era facultativa.

Também têm direito ao FGTS:

- Trabalhadores rurais;
- Trabalhadores intermitentes (Lei nº 13.467/2017 - Reforma Trabalhista);
- Trabalhadores temporários;
- Trabalhadores avulsos;
- Safreiros (operários rurais, que trabalham apenas no período de colheita);
- Atletas profissionais (jogadores de futebol, vôlei, etc.);
- Diretor não-empregado poderá ser equiparado aos demais trabalhadores sujeitos ao regime do FGTS e;
- Empregados domésticos (de forma obrigatória desde 1º/10/2015)