



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

ANTONIO MARCOS DE OLIVEIRA SILVA

MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MOSSORÓ-RN

2013

ANTONIO MARCOS DE OLIVEIRA SILVA

MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

ANTONIO MARCOS DE OLIVEIRA SILVA

**Modelagem na Educação Matemática**

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre.

APROVADO EM \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues – UFERSA  
Presidente

---

Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal – UFERSA  
Primeiro Membro

---

Prof. Dr. Josildo José Barbosa da Silva – UERN  
Segundo Membro

Dedico este trabalho a minha esposa Aline Sonaly e a meu filho Bryan Matheus, que estiveram comigo, durante o tempo que durou este curso, sempre me dando força e incentivo.

Ao meu amigo, professor e orientador -----  
-----pela valiosa contribuição dada a este trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus por ter me dado o dom da vida, pois ele é a razão da nossa existência, e quem nos dá forças para enfrentar todas as dificuldades que surgem em nossa vida.

A minha esposa Aline Sonaly e meu filho Bryan Matheus pela paciência e compreensão pelos momentos que não puderam ser vividos com eles em virtude do tempo dedicado ao meu mestrado no PROFMAT.

A minha mãe, Maria do Carmo meu maior exemplo na vida, que sempre esteve ao meu lado e em memória a meu pai Arnaldo, pela educação que me deram e por todos os princípios e valores. As minhas irmãs Ana Letícia e Maria de Lurdes por todos os conselhos e pelos momentos que tivemos e ainda temos.

Ao coordenador do Curso (PROFMAT – UFRSA) Ronaldo Garcia por todo o incentivo, por não medir esforços para que seus alunos pudessem alcançar o sucesso tão desejado, pelo apoio e por acreditar em mim.

Ao meu Orientador, Professor \_\_\_\_\_ pela paciência que teve comigo e por todas as orientações tão valiosas para este trabalho.

A meus colegas de curso por todos os momentos difíceis que enfrentamos e vencemos juntos.

A meus alunos do 6º ano da Escola Estadual Valdemiro Pedro Viana por aceitar o convite em participar do meu projeto com o uso da modelagem em sala.

Mestre é aquele que às vezes para, para aprender.

(Guimarães Rosa)

## Resumo

Este trabalho tem por objetivo estudar a modelagem matemática e alguns de seus principais autores e como inserir a Modelagem Matemática como novo método de ensino. Os métodos que levaram a criação deste trabalho foram à leitura de diversos livros, sites, revistas e algumas pesquisas conforme a bibliografia a ser mencionada posteriormente. A efetivação deste trabalho teve como fundamentação teórica os autores; Burak, Biembengut, Caldeira, Barbosa e Bean dentre outros. Analisando as idéias dos autores citados pude perceber que a modelagem é necessária para melhorar o desenvolvimento do ensino e aprendizagem em Matemática, que com o uso da mesma podemos desenvolver no aluno o desejo pela aprendizagem de uma forma contextualizada, mais simples e com melhor resultado. Após a análise das idéias e de pesquisas sobre projetos em sala de aula, e diante das dificuldades encontradas para atingir meus objetivos junto aos alunos do 6º ano da Escola Estadual Valdemiro Pedro Viana, resolvi abordar o conteúdo () com o uso da Modelagem Matemática e comprovei que os resultados foram bem satisfatórios. Esta abordagem diferente descreve um pouco mais a frente contando o passo a passo do desenvolvimento.

Palavras chave; modelagem matemática no ensino, ensino por projetos, ensino e aprendizagem de matemática.

## **Abstract**

This work aims to study the mathematical modeling and some of its main authors and inserting Mathematical Modeling as a new teaching method. The methods that led to the creation of this work were to read many books, websites, magazines and some research with the literature to be mentioned later. The effectiveness of this work was theoretical authors, Burak, Biembengut, Boiler, Barbosa and Bean among others. Analyzing the ideas of these authors I realize that modeling is necessary to improve the development of teaching and learning in mathematics that using the same can develop in the student the desire for learning a contextualized way, simpler and with better results. Upon analysis of ideas and research projects in the classroom, and in the face of difficulties to achieve my goals with the students of the 6th year of the State School Valdemiro Pedro Viana, I decided to approach the content () with the use of mathematical modeling and confirmed it that the results were different approach very satisfactory. This describes a bit further forward step by step counting development.

**Keywords:** mathematical modeling in teaching, learning by projects, teaching and learning of mathematics.



## **SUMARIO**

### **1.INTRODUÇÃO**

### **2 O ENSINO POR MEIO DE PROJETOS**

### **3. MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM**

### **4.VISÃO DE ALGUNS PESQUISADORES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO; BURAK, BIEMBENGUT, CALDEIRA, BARBOSA E BEAN**

#### **4.1A VISÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA BURAK**

#### **4.2 O PONTO DE VISTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA BIEMBENGUT**

#### **4.3 A CONCEPÇÃO DE MODELAGEM DE CALDEIRA**

#### **4.4 A CONCEPÇÃO DE MODELAGEM DE BARBOSA**

#### **4.5 MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO CONCEPÇÕES DE BEAN**

### **5. A MODELAGEM SENDO UTILIZADA NA PRÁTICA DE SALA DE AULA**

### **6. O PROJETO**

### **7. CONCLUSÃO**

### **REFERENCIAS**

## INTRODUÇÃO

A busca por novas metodologias que atraiam o interesse dos alunos e melhorassem a qualidade do ensino, deve ser uma das principais preocupações dos professores de matemática, assim como a utilização de metodologias que envolvam os alunos ativamente no processo ensino-aprendizagem. O uso de projetos em modelagem vem se destacando como possibilidade significativa para o professor na sua prática educativa, pois os mesmos são capazes de ajudar o professor a modificar e melhorar a sua aula.

Atualmente, a modelagem matemática constitui um ramo próprio da matemática e vem ganhando espaço há pelo menos três décadas nas discussões sobre ensino e aprendizagem. Ela surgiu nos tempos primitivos e é tão antiga quanto à matemática. No começo do século 20 várias idéias surgiram na tentativa de juntar a Matemática do dia-a-dia à vida do aluno, isso seria a modelagem matemática. Em 1960, alguns pesquisadores da Dinamarca e Holanda começaram a discutir a modelagem matemática como uma ferramenta de ensino, que poderia melhorar as aulas e o ensino.

No Brasil a modelagem surgiu no final dos anos sessenta, por meio de matemáticos brasileiros que participaram de congressos internacionais da área, dentre eles o professor Aristides Camargo Barreto, da PUC do Rio de Janeiro e outros. A principal proposta desses pesquisadores era fazer o uso da modelagem na sala de aula, para que o aluno despertasse a aprendizagem da matemática e, ao mesmo tempo, fizesse pesquisa nesta área. Nas décadas de 80 e 90, as pesquisas em modelagem matemática se tornaram mais intensas e, em geral, estavam sempre associadas à criação de projetos, que consistiam em dividir os alunos em grupo e selecionar temas de interesse que deveriam ser investigados por meio da matemática. Conforme BIEMBENGUT:

“O professor deve começar apresentando o tema aos alunos e, a partir dele, reconstruir o modelo matemático que quer trabalhar. Como método de ensino, o professor pode usar a modelagem da seguinte maneira: expor o assunto, delimitar o problema, desenvolver o conteúdo, apresentar exemplos, resolver e interpretar o problema. Dessa forma, ele pode usar outro modelo matemático para outro conteúdo, ou o mesmo modelo para outro conteúdo.” (MARIA SALETE BIEMBENGUT - resenha da palestra matemática- história

da modelagem matemática no ensino brasileiro- na Bienal 14/03/2008).

A modelagem matemática é a uma área do conhecimento que visa estudar a simulação de sistemas reais a fim de prever o comportamento dos mesmos, sendo empregada em diversos campos de estudo, tais como física, química, biologia, economia e engenharia. Ou seja, modelagem matemática consiste na arte (ou tentativa) de se descrever matematicamente um fenômeno. Os modelos matemáticos apresentam uma série de aspectos úteis do ponto de vista científico. Além de apresentar naturalmente uma linguagem precisa, que pode vir a facilitar sua manipulação, um modelo matemático traz também aspectos como a possibilidade de confirmar ou rejeitar determinadas hipóteses, revelar contradições em dados obtidos e/ou hipóteses formuladas, prever o comportamento de um sistema sob condições não testadas ou ainda não “testáveis”, dentre outros.

Existem diferentes formas de entender uma atividade em modelagem, destacam-se a de Bassanezi (2002), que enfatiza a construção de modelos matemáticos; as de Borba, Meneghetti e Hermini (1997) que colocam em destaque a escolha do problema pelos alunos; a de Barbosa (2001) que destaca o envolvimento dos alunos em situações problemáticas com referência na realidade, dentre outras. Segundo Bassanezi (2002);

“a modelagem aplicada ao ensino pode ser um caminho para despertar maior interesse, ampliar o conhecimento do aluno e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir”.

Skovsmose (1990) distingue três tipos diferentes de conhecimento que podem ser relacionados à Modelagem Matemática:

- o conhecimento matemático em si;
- o conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- o conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

Compreendo que as atividades de Modelagem podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar críticas sobre as aplicações da matemática. Discussões na sala de aula podem constar questões como as seguintes: O que representam? Quais os

pressupostos assumidos? Quem as realizou? Para quem servem? Etc. Trata-se de uma dimensão dedicada a discutir a natureza das aplicações, os critérios a serem utilizados e o significado social, chamado por Skovsmose (1990) de conhecimento reflexivo.

A Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa para o ensino da Matemática explorada para tentar esclarecer estas dúvidas, ou seja, tem o objetivo de interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do nosso cotidiano; e se trabalhada de maneira criativa, motivadora e eficaz, ela pode proporcionar diversos benefícios, como por exemplo, motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para futuras profissões, desenvolvimento do raciocínio, desenvolvimento do aluno como cidadão crítico, compreensão do papel sócio-cultural da Matemática tornando-a mais importante e agradável.

A Modelagem Matemática deve utilizar um tema motivador para que desperte no aluno a aprendizagem de seu cotidiano, enfim um assunto de grande relevância para os mesmos. Deste modo, acredita-se que a modelagem, usada como uma metodologia poderá possibilitar a aproximação entre teoria e prática, venha satisfazer nossas expectativas, ou seja, melhorar o aprendizado de Matemática em todos os níveis de ensino desde as séries iniciais ao ensino superior.

A modelagem matemática ajuda o aluno a interpretar e compreender os diversos fenômenos do nosso habitual que podem ser representados de forma criativa, motivadora e eficaz. Propomos as atividades com modelagem Matemática a serem desenvolvidas com os alunos do 6º ano da Escola Estadual Valdemiro Pedro Viana do município Apodi, num período de aproximadamente um mês do 2º bimestre de 2013.

O conteúdo foi apresentado por meio de material organizado pelo professor e com auxílio de recursos dos livros didáticos, o que tornou o trabalho mais atrativo para os alunos. O tema a ser trabalhado foi definido previamente em sala de aula através de debates com os mesmos.

## **2.0 ENSINO POR MEIO DE PROJETOS.**

Para tornar aula mais dinâmica, o ensino vem se transformando bastante. Uma das coisas que se adéquo ao ensino foram os projetos, que visam à união de alunos e

professores e a valorização da organização de atividades de ensino e aprendizagem comum, ajudando no seu dia a dia.

De acordo com Fernando Hernandez e Montserrat Ventura a função de um projeto é;

Favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares em relação a; 1) o tratamento da informação, 2) a relação entre os diferentes conteúdos em torno de problemas ou hipóteses que facilitem os alunos a construção de seus conhecimentos, a transformação da informação procedente dos diferentes saberes disciplinares em conhecimento próprio. (Hernández; Ventura, 1998, p.61)

Os projetos além de serem versáteis, podem ser desenvolvidos de forma interdisciplinar com a ajuda de outros professores ou colaboradores, valorizando assim os conhecimentos prévios dos alunos.

A organização e o desenvolvimento de um projeto necessitam da compreensão de alguns aspectos diferentes. Segundo Guérios et al.,

Dependendo da temática, um projeto pode variar muito no que se refere a sua duração e abrangência. Há trabalhos que duram meses, outros podem ser finalizados em poucas aulas. O tempo varia conforme o planejamento proposto para o atendimento dos objetivos da investigação. (Guérios et al.,2005,p.39.)

Um projeto deve ser organizado nas seguintes etapas que variam de acordo com o número de alunos, o assunto...

\_a escolha da temática; assunto a ser investigado

\_Planejamento; fase de estruturação da proposta, definição de objetivos, seleção de matérias, atividades e delimitação do conteúdo curricular e atividades de avaliação

\_Desenvolvimento; realização das atividades pelos alunos

\_Análise; fase de autocrítica, de realização de possíveis ajustes e preparação da apresentação final.

\_Apresentação; exposição das descobertas, criação e conclusões;

\_Retrospecto; avaliação do projeto desenvolvido, buscando possíveis reformulações e novas perspectivas. (Ibid. p.40)

Para se começar um projeto é necessário primeiro a escolha do tema a ser investigado, depois o planejamento das atividades a serem realizadas, a análise autocrítica, apresentação e a avaliação do projeto em si.

Com o projeto o aluno tem a perspectiva de aprender por si só, pois os mesmos vivenciam a experiência, buscando seus próprios conhecimentos e conclusões sobre o tema. A busca do conhecimento dessa forma será bem mais proveitosa.

“Segundo Skovsmose;” a educação crítica tem se manifestado em uma variedade de palavras de ordem: orientação problemas, organização de projetos, (...) interdisciplinaridade, emancipação etc. ”Skovsmose, 2001, p.101.

Nesse sentido o autor ainda afirma;

Para que a educação, tanto como prática como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc. e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. Uma educação crítica não pode ser um simples prolongamento da relação social existente. não pode ser um acessório das desigualdades que prevalecem na sociedade. para ser crítica, a educação deve reagir às contradições sociais. (Id)

### **3. Etnomatemática**

O professor e pesquisador Ubiratan D'Ambrosio foi o idealizador da etnomatemática no Brasil, ele é professor de matemática da Unicamp, do Programa de Estudos Pós-Graduados de História da Ciência da PUC de São Paulo, é credenciado no

Programa de Pós Graduação da Faculdade de Educação da USP e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Unesp.

Ele afirma que o ensino de matemática não pode ser simples nem elitista. Deve levar em consideração a realidade sociocultural do aluno, o ambiente em que ele vive e o conhecimento que ele traz de casa. Essas afirmações fazem parte da etnomatemática, teoria defendida por ele. Segundo o autor, as crianças desde pequenas já consideram a matemática como uma disciplina difícil, sem saber que desde que nascemos já sabemos matemática, pois separamos, classificamos e organizamos coisas, como brinquedos, isso é matemática. “Olhar, classificar, comparar são princípios da matemática. Se alguém estender uma mão cheia de balas e outra com poucas para que uma criança escolha, ela reconhece a diferença de quantidades e vai optar pela mão cheia. Isso é uma aplicação cotidiana e prática da matemática.” Para Ubiratan, a escola optou por formalizar essas relações. “Pensar em números é abstrato, diferente de pensar em balas. O ensino da matemática assumiu a postura de se encaminhar para o abstrato e se libertar do espontâneo”. É daí que vem o distanciamento entre as crianças e a matemática.

A etnomatemática surgiu nos anos 70 com críticas sociais a matemática tradicional e o fracasso da matemática moderna e como a análise das práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais. Tendo Ubiratan D’Ambrósio como precursor e idealizador aqui no Brasil. A palavra foi cunhada da junção dos termos *techné*, *mátema* e *etno*. E acrescenta-se que:

Tem seu comportamento alimentado pela aquisição de conhecimento, de fazer (es) e de saber(es) que lhes permitam sobreviver e transcender, através de maneiras, de modos, de técnicas, de artes (*techné* ou ‘ticas’) de explicar, de conhecer, de entender, de lidar com, de conviver com (*mátema*) a realidade natural e sociocultural (*etno*) na qual ele, homem, está inserido. (D’AMBROSIO, 2005, p. 99-120).

Percebemos que a Etnomatemática é uma proposta educacional que estimula o desenvolvimento da [criatividade](#) de cada aluno, conduzindo a novas formas de relações interculturais. Isso se confirma neste argumento:

“é um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos”. (D'AMBRÓSIO, 2001).

D'Ambrósio assegura que é necessário um grande esforço dos educadores modernos para que a matemática deixe de parecer tão complexa e elitista e venha a se tornar mais acessível a todos. “Os professores precisam aproximar a disciplina do que é espontâneo, deixar a criança à vontade, propor jogos, distribuir balas, objetos, para que o aluno se sintam bem”. A criança adquire habilidades para a matemática em casa, no meio em que vive. Cada um tem um modo próprio de aplicá-la e ensiná-la. Só que na escola essa matemática aprendida em casa não é utilizada, utilizamos apenas regras e exercícios. criando no aluno um conflito de aprendizagem que poderia ser mais fácil. A etnomatemática para Ubiratan D`Ambrosio tem a seguinte proposta:

A utilização do cotidiano das compras para ensinar matemática revela práticas apreendidas fora do ambiente escolar, uma verdadeira etnomatemática do comércio. Um importante componente da etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de natureza matemática. Análise comparativa de preços, de contas, de orçamento, proporciona excelente material pedagógico (D`AMBROSIO. 2001, p.23).

A etnomatemática tem algumas características específicas. Ela valoriza a matemática dos diferentes grupos sócios culturais e propõe uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos alunos através de suas experiências, fora do contexto da escola. Conforme colocado por Ubiratan D`Ambrosio, que o estudo de atividades fora da sala de aula, proporciona uma construção por parte do educando, do conhecimento prático, mas que não perde o caráter acadêmico do ensino da Matemática. A etnomatemática, para D`Ambrosio, no que se refere à educação tem a seguinte proposta:

A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e agora. Ao fazer isso, mergulhamos nas raízes culturais e praticamos dinâmicas culturais.



Estamos, efetivamente, reconhecendo na educação a importância das várias culturas e tradições na formação de uma nova civilização, transcultural e transdisciplinar (D'AMBROSIO, 2001, p.47).

Para D'Ambrosio a etnomatemática tem três correntes internas. A primeira é a do educador que parte para conhecer um grupo social/cultural que propõe um modelo educacional para dialogar com o grupo estudado e conduzi-los à matemática escolar. Outro segmento é a descrição do grupo e, neste caso, o pesquisador não interferirá, mas tem a oportunidade de apresentar a seus pares, num diálogo acadêmico, os resultados da investigação. Na terceira linha, o estudo se dá com a descrição e a possível interpretação à partir da visão do grupo estudado. Neste caso, o grupo sócio cultural estudado continuará tomando suas próprias decisões, e o pesquisador apresentará a seus pares a compreensão dos dados levantados no diálogo, mas que esta compreensão seja a partir da visão dos sujeitos. Pensou-se na necessidade de uma metodologia onde o aluno estivesse mais perto do cotidiano do aprendiz e dos problemas que este enfrentava no seu cotidiano. Apareceu, então, a modelagem matemática, a modelação matemática e a teoria dos jogos que como a etnomatemática também ajudam a melhorar a aprendizagem pelo aluno...

A modelagem matemática e a modelação têm dado a oportunidade de melhorar a matemática da escola formal e a vida real. Quando existe a oportunidade de o educador levar os alunos até os problemas da vida real, como, por exemplo, na fábrica de produção de vinho, em uma plantação... O educador com os alunos, elaborar os modelos matemáticos para a resolução do problema apresentado; quando ele não tem essa oportunidade, ele apresenta um problema real na sala de aula e aí o resolve. ao resolver na prática real, é o que denominamos de modelagem matemática aula. O assunto a ser estudado de forma prática fica mais fácil a aquisição do conhecimento, pois ele aprendeu com a prática e não com regras e exercícios..

Da forma queremos desenvolver uma educação presente e que tenha como proposta também o futuro. Não podemos obter tal educação sem um olhar amplo, transdisciplinar na busca do todo. A Matemática presente nas profissões de grupos sociais pode nos remeter a uma educação contextualizada enriquecida de aspectos interessantes,

motivadas por razões em que o homem está inserido no processo, melhorando o conhecimento e a aquisição pelo aluno...

#### **4.MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM**

A educação em matemática tem se destacado com o uso de possibilidades significativas de projetos em modelagem.com o uso da modelagem o professor tornara a aula mais acessível a todos os alunos e ajudará na aquisição e construção do conhecimento.

A modelagem é uma das possibilidades de trabalho com projetos na disciplina matemática, pois pode ampliar a competência critica dos alunos. Apresentarei a seguir a visão de alguns autores acerca da modelagem matemática.

Para Barbosa modelagem''é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar a investigar, por meio da Matemática, situações com referencia na realidade''.

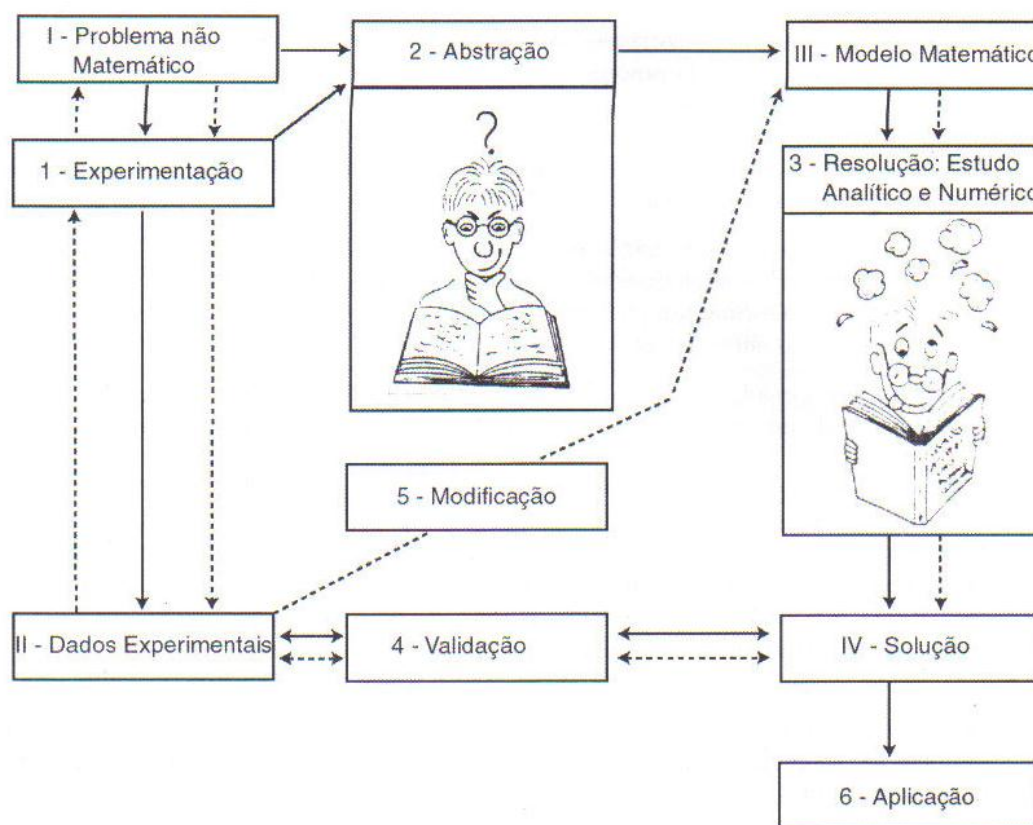
Já para Biembengut e Hein, modelagem matemática'' é o processo que envolve a obtenção de um modelo'', de modo que'' um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se modelo matemático. ''

Bassanezi define a modelagem matemática como:

Um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. a modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade,ou seja,que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele.

Esse autor visa à utilização de situações reais convertidas e explicadas por meio de situações matemáticas. 15

Para Bassanezi (2004), a Modelagem Matemática de uma situação problema real deve seguir uma sequência de etapas, de maneira simples visualizada e discriminada na figura abaixo



. Na figura 1 as setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas.

**1. Experimentação:** É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados;

**2. Abstração:** É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos;

**3. Resolução:** O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – é como num dicionário, a

linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural;

**4. Validação:** É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para validação;

**5. Modificação:** Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas, pois o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, pode-se dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos, sendo esta reformulação dos modelos uma das partes fundamentais do processo de modelagem.

De acordo com Bean,

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto a crítica e ao aperfeiçoamento.

Nas definições de modelagem citadas anteriormente foi possível identificar claramente que, a formulação e a resolução de problemas, são uma atividade existente no processo de modelagem que visa à resolução de problemas.

É importante destacar que um projeto de modelagem matemática pode ser desenvolvido em diferentes níveis de ensino, desde a educação infantil até o ensino superior. O que vai variar é os possíveis temas o nível de aprofundamento dos conhecimentos vindos da investigação do tema e o envolvimento dos alunos nas diferentes etapas do processo de aprendizagem.

## **5.VISÃO DE ALGUNS PESQUISADORES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO; BURAK, BIEMBENGUT, CALDEIRA, BARBOSA E BEAN.**

### 5.1 A visão de modelagem matemática para Burak

Nenhuma prática educativa está isenta de uma concepção de ensino e de aprendizagem, de educação, do seu objeto de estudo e, ainda mais do que se pretende com essa prática e, então vista dessa forma também não se subtrai uma concepção de homem que se deseja formar para este século XXI.  
(BURAK, 2010, p.12).

O pesquisador e professor Dr. Dionísio Burak foi o primeiro a desenvolver uma dissertação de mestrado na área de educação matemática sobre modelagem matemática na Universidade Estadual de São Paulo, UNESP, Rio Claro, em 1987, e fez uma tese de doutorado na área de Educação, também sobre modelagem matemática, no ano de 1992, na Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, SP.

Burak (1992, p. 62), em sua tese, compreende a modelagem matemática como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Durante a etapa do mestrado, Burak (1987, p. 37) indica o trabalho em termos de construção de modelo, inferindo que as “variáveis devem ser relacionadas para melhor exprimir o problema a ser estudado, é a construção do modelo”. A modelagem para o ensino de matemática ainda era bem simples, considera-se que essa prioridade da construção de modelos, deu-se em virtude dos referenciais teóricos originários da matemática aplicada empregados na época para a modelagem.

Burak idealizou a modelagem matemática, em sua dissertação de mestrado, com a construção de modelos e as etapas propostas nos mesmos moldes da ciência moderna, de cunho positivista, que priorizava a metodologia em relação aos objetos a serem estudados (Rius, 1989). Portanto, as atividades de modelagem eram pré-definidas e analisadas pelo pesquisador.

Assim, a modelagem matemática era apenas uma adaptação da modelagem utilizada por pesquisadores nas ciências naturais, a qual tinha poucos vínculos com as ciências humanas.

Burak tinha a preocupação em considerar a Modelagem como um conjunto de procedimentos que não fosse apenas técnico, mas que ocorresse de uma forma mais aberta e contextualizada, dando significado aos conteúdos matemáticos. Assim a aprendizagem seria mais contextualizada e todos conseguiriam entender a proposta da modelagem, como ela realmente é. 18

Na tese, Burak (1992) acrescenta dois princípios básicos em sua percepção de modelagem matemática: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o principal foco o interesse do grupo.

Em decorrência da continuidade da pesquisa com modelagem matemática, em doutoramento na área de Educação na Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Burak desenvolveu uma nova perspectiva de suas orientações. Dando ênfase no *o interesse dos participantes da atividade e o envolvimento dos grupos em busca de dados do ambiente* e argumenta que esses procedimentos são capazes de dar significado, bem como desenvolver a autonomia dos participantes, de forma a torná-los mais atuantes do processo de construção do conhecimento matemático.

Em artigos distintos, Burak (1998 e 2004) apresenta a modelagem em cinco etapas orientadas pelo interesse do aluno e pelas necessidades do nível de ensino a ser trabalhado, sendo elas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções.

Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados possíveis, que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, e sim o que os alunos querem pesquisar. Nessa fase o professor é o mediador, pois deverá dar a orientação para os alunos.

Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, conduzem-se os alunos para a pesquisa de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos possíveis, que contenham informações e noções prévias sobre o que vai ser pesquisar. A pesquisa pode

ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução de qualquer proposta a ser ensinada...

Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a procurarem tudo que pode ter uma possível relação com a matemática, com a elaboração de problemas simples ou complexos que permitam a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos de forma mais simples.

Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema buscam-se responder os problemas com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de varias maneiras extremamente acessíveis, para, depois ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder depois responder possíveis questões a serem trabalhadas.

Análise crítica das soluções – etapa marcada pela critica, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos. É a etapa em que se pensa nos resultados obtidos no processo e como esses podem tentar melhora as decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da sociedade em que são inseridos.

Podemos perceber que ocorreu um avanço teórico na concepção desse autor, que se direciona dos moldes usuais para um ensino por construção e, e depois um ensino contextualizado de influências recebidas das ciências humanas, como ele mesmo afirma, valendo-se das teorias de Piaget, Vygotsky e David Ausubel.

No artigo denominado “Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática”, Burak se desvincula da necessidade da formulação do modelo matemático exigida no momento inicial da sua concepção. Entretanto, não exclui a possibilidade dessa construção de modelos, que pode aparecer com o desenvolvimento do trabalho ou ainda para propósitos definidos na resolução ou explicação de uma dada situação, conduzindo sua concepção por pressupostos construtivistas, sócio inter-acionistas e de aprendizagem significativa (Burak, 1998, p. 32).

E, nas etapas propostas por Burak, o trabalho sempre se desenvolve em plena interação entre professor-aluno-ambiente, a sempre a interação entre as três dimensões, por que o aluno deve buscar, o professor deve mediar e o ambiente é a fonte de toda a pesquisa.

Desse artigo podemos concluir que os problemas levantados com a coleta de dados é que orientam quais são e como serão tratados os conteúdos ministrados, sem a

necessidade prévia de se ensinar conteúdos matemáticos. Esses conteúdos devem ser ministrados sob a forma de *unidades de conteúdo*, não simplesmente o conteúdo necessário para a resolução do problema, principalmente no nível da educação básica, mas ensinar todo um conteúdo, tais como os de função, matrizes, logaritmos, entre outros.

## 5.2 O PONTO DE VISTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA BIEMBENGUT

A arte de ensinar encontra-se no mais amplo sentido na arte de aprender a ensinar a cada dia. Aprender com as pessoas que estão ao nosso redor e, numa espécie de troca de saberes, vamos pouco a pouco aquilatando nossos saberes. Isso pode nos proporcionar todo encantamento por esta profissão – ser professor – que faz parte da vida ordinária das pessoas. E, por assim, ser lembrado, o que implica em estar em constante interação de ser pessoa, tornar-se lembrado por si e por outros.

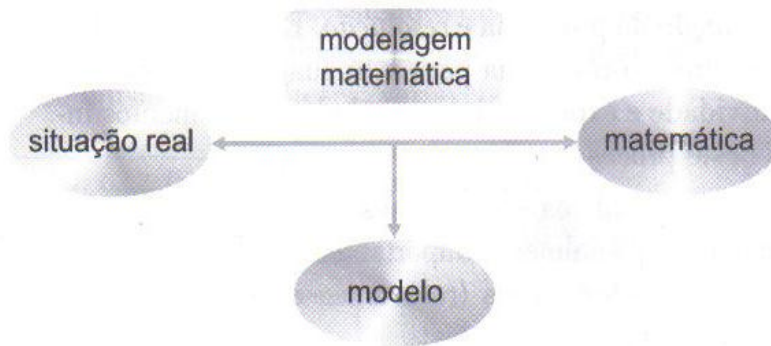
(Biembengut, 2011).

A Professora e doutora Maria Salett Biembengut, é um pesquisadora no campo da matemática. Possui mestrado em Educação Matemática pela UNESP de Rio Claro, SP, em 1990. Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas pela Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, SC, em 1997, e pós-doutorado em Metodologia de Ensino e Pesquisa pela Universidade de São Paulo, USP, em 2003.

Biembengut (1999, p. 20), em seu livro *Modelagem Matemática Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*, diz que a modelagem é “o processo que envolve a obtenção de um modelo”. E nesse processo a modelagem é apresentada como forma de interligar matemática e realidade em um único contexto, que, na visão da autora, são independentes.

Biembengut e Hein (2005), apresentam o modelo de Modelagem Matemática abaixo, no qual matemática e realidade são dois conjuntos independentes e a modelagem é o meio de fazê-los interagir. .(BEIMBENGUT;HEIN,2005,p.13)





Analisamos que a modelagem na educação matemática possui em sua totalidade a obtenção de um modelo. Isso porque os alunos vão precisar dominar antecipadamente uma ferramenta matemática e, acreditamos que a modelagem deve favorecer a aquisição dessa ferramenta e não apenas a sua aplicação. Por isso, a modelagem, como aqui apresentada, é um método externo que entra no ensino e na aprendizagem favorecendo a aquisição do conhecimento.

Para Biembengut, a modelagem segue alguns procedimentos (etapas), subdivididas em seis sub-etapas, sendo elas: 1) *interação* – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) *matematização* – formulação (hipótese) e resolução (do problema em termos matemáticos); 3) *Modelo matemático* – interpretação da solução e validação do modelo (uso).

*Interação* – quando a situação a ser estudada já está esquematizada, desenvolve-se uma pesquisa, de modo indireto (livros, revistas, entre outros) e/ou de modo direto (campo, dados empíricos, etc.); vale frisar que o *reconhecimento da situação-problema* e a *familiarização com o assunto* são subetapas que não obedecem a uma ordem

*Matematização* – etapa complexa, pois é nessa fase que se faz a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática, a partir da hipótese e possível identificar as variações para descrever as relações em termos matemáticos.

Elaborado o problema matemático, faz a análise, sempre buscando aproximações, que seria a resolução do problema em termos matemáticos.

*Modelo matemático* – para que se possa ter o modelo concluído, verificar se o nível de aproximação que este tem da situação-problema, com os dados obtidos da realidade através da interpretação da solução e validação do modelo.



(BEIMBENGUT; HEIN, 2005, p. 15)

É importante ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registre todas as fases do desenvolvimento, a fim de propiciar seu uso de forma adequada (Biembengut: 1999).

Para o ensino da matemática, Biembengut (1999, p. 36) cita que a modelagem pode ser “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente”.

A autora utiliza o termo “modelação matemática” para citar que no processo de modelagem em cursos regulares de qualquer nível (desde os níveis iniciais até a pós-graduação) podem e devem acontecer. Contudo, acrescenta que são necessárias algumas mudanças, da seguinte maneira: justificção do processo, escolha do tema, desenvolvimento do processo e avaliação.

A modelagem que é feita na escola não deve ter os mesmos parâmetros da modelagem experimental; nesta, os pesquisadores possuem um grande ferramental matemático para a resolução dos mais diferentes tipos de problemas que venham a surgir.

Os problemas que surgem na escola nem sempre são problemas que podem ser modelados com a mesma intensidade das ciências naturais ou modelados matematicamente, muitas vezes, os primeiros problemas requerem interpretações bem mais simples, contudo, não menos significativas, pois essas podem conferir outro significado. Biembengut afirma que o processo não deve ser rígido como no ensino tradicional, no qual o professor é o centro do processo e o aluno é apenas passivo ou reativo. O professor já “sabe” onde tem de chegar, não se geram muitos desafios, nem

para ele, nem para os alunos, já que o docente sabe de previamente quais serão os conteúdos matemáticos a serem ministrados.

Também os níveis de ensino devem ser levados em conta, a autora parece se voltar predominantemente para o ensino superior, no qual o grau de desenvolvimento dos alunos é diferente dos alunos da educação básica. No ensino superior, em tese, eles teriam maior facilidade de desenvolver modelos matemáticos na linha proposta por Biembengut.

### 5.3 A CONCEPÇÃO DE MODELAGEM DE CALDEIRA

O Professor e Doutor. Ademir Donizeti Caldeira é um dos pesquisadores da modelagem. Possui mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista, Unesp, em 1992. Doutor em Educação pela Unicamp, no ano de 1998. Ele compreende a modelagem como algo que vem de projetos, sem a preocupação de reproduzir os conteúdos colocados no currículo, mas sem perder os conceitos primordiais da matemática. Ele acredita no efeito da modelagem enquanto uma concepção de educação matemática que pode “oferecer aos professores e alunos um *sistema de aprendizagem* como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática” (Caldeira, 2005, p. 3, grifos do autor).

A visão da modelagem que o autor discute é a de que ela pode ser um forte instrumento de crítica que dá a oportunidade e a clareza da importância da matemática na vida das pessoas, porque as aplicações, por meio da modelagem, produzem aos conteúdos matemáticos, maior sentido e aprendizagem. A modelagem matemática possibilita condições para que professores e alunos questionem e entendam a educação, reconhecendo a realidade como um processo dinâmico, oportunizando, assim, a abertura com essa forma de conceber o currículo escolar.

Essas afirmações de Caldeira evidenciam o avanço no que diz respeito à modelagem. Destaca pontos novos, que ainda precisam ser mais estudados. Um exemplo é considerar a modelagem como um sistema de ensino e de aprendizagem que gera uma metodologia. Para Caldeira (ibid., p. 4), “trata-se de fazer da modelagem matemática um instrumento capaz de educar alguém que não se deixe enganar”. É entendida como uma concepção de ensino e aprendizagem e não como um método, na perspectiva da ciência moderna.

O pesquisador Barbosa (2004) reivindica que chegou o momento de encontrarmos um espaço próprio da modelagem para a educação matemática. Isso porque a concepção da ciência moderna, transposta para a escola, fragmenta o currículo. Os alunos aprendem em partes e, depois, têm a difícil tarefa de recompor o todo o conteúdo, o que nem sempre conseguem. Segundo Caldeira (2005), isso não ocorre com a modelagem matemática, justamente porque os conhecimentos não se apresentam fragmentados, mas sim interconectados e contínuos e também porque a modelagem, no contexto educacional, é sempre contextualizada. Pelo exposto, Caldeira enfatiza que a modelagem é mais que qualquer método ou metodologia. Ela geraria uma metodologia dinâmica e investigativa que é dirigida pela criticidade, pela dúvida, fundamentando, dessa forma, a concepção de modelagem matemática. Iniciando-se um problema que esteja na realidade, os alunos chegam a *respostas* e não a uma *única resposta*, rompendo de maneira suave com o currículo tradicional.

Pode-se concluir a não aceitabilidade dos atuais moldes de reprodução do currículo escolar, como o próprio autor expõe em seu artigo. Portanto, essa concepção de modelagem pode ser considerada adequada para a busca de um ensino de matemática com significado tanto para quem ensina e para quem aprende.

Consideramos que essa forma de conceber a modelagem mantém estreita relação com o que Freire (2004) diz: não há um educador do educando ou um educando do educador, e sim há o educador-educando e o educando-educador. Ambos são sujeitos do processo de ensino-aprendizagem. Com a proposta de Caldeira, ocorre uma abrangência maior do que o simples ensino de conteúdos de matemática. Incitam-se decisões relativas à participação dos alunos e professores como cidadãos e agentes de mudança da comunidade em que estão inseridos já que o sujeito o ambiente é marcado pela crítica e a oportunidade do diálogo entre eles. E ainda, algumas contribuições teóricas para a própria educação matemática. A visão de Caldeira, em linhas gerais, vai ao encontro da visão de Barbosa, que será discutida a seguir, e a de Burak, já abordada anteriormente.

#### 5.4 A CONCEPÇÃO DE MODELAGEM DE BARBOSA

Para uma atividade ser definida ou não como modelagem, é necessário que ela seja um problema para os alunos, ou seja, eles não devem ter estratégias prontas “às mãos”, e ela tenha referência na realidade (ou seja, extraída do dia-a-dia ou de outras ciências).

(BARBOSA, 2008, p. 48).

O Professor e Doutor Jonei Cerqueira Barbosa, do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana, UEFS, é o principal coordenador o Núcleo de Pesquisas em modelagem matemática, Nupemm, e atuante no Programa de Pós-Graduação em Ensino. Possui doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Unesp, Rio Claro, SP, no ano de 2001

Barbosa (2001) idealiza a modelagem matemática como uma oportunidade para os alunos averiguarem diferentes situações por intermédio da matemática, sem procedimentos estabelecidos previamente. Os conceitos e idéias matemáticas a serem estudadas se conduzem de acordo com o desenvolvimento das atividades.

Analisamos essa concepção de modelagem como apropriada para a educação matemática, pois, da forma como é apresentada, não se limita nem em conteúdos programáticos, nem no objetivo específico da construção de modelos e sim na aprendizagem. Segundo Machado (1995), é um dos maiores problemas no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem da matemática.

Percebemos que , quando os conteúdos a serem ensinados são definidos de previamente, o professor acaba por impedir a participação efetiva do aluno, que, nesse caso, apenas irá se condicionar com a proposta dada pelo professor. E, caso o objetivo do professor seja a construção de um modelo, pode ser que esse objetivo não atenda aos interesses e aos caminhos escolhidos pelo aluno.

O autor assume que a “modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (Barbosa, 2001, p. 6). O ambiente é concebido como um “convite” feito aos alunos, o que pode ocasionar que eles não se envolvam nas atividades. Sendo assim, os interesses dos alunos devem ser de acordo com a proposta colocada pelo professor.

O entendimento sobre modelagem é catalogado na indagação, que não é uma simples explicitação do problema proposto pelo professor para seus alunos, mas uma atitude que acompanha todo o processo de resolução. Essa indagação conduz à investigação, sendo essa “a busca, seleção, organização e manipulação de informações” (ibid., p. 7). Representa, nessa perspectiva, a dinamicidade do processo, podendo valer-se de procedimentos informais e da própria intuição dos envolvidos. Então, a

“indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida que a outra” (ibid.).

A modelagem matemática oportuniza que professor, aluno e ambiente interajam, construindo conhecimentos em conjunto, não havendo imposição da transmissão do conhecimento, mas sim diálogo e convite.

Segundo Barbosa (2001, 2003 e 2004), essa maneira de conceber a modelagem se orienta prioritariamente por situações da realidade e não por situações fictícias (semi-realidades). Porque estas servem quase sempre para atender aos propósitos do ensino da matemática pela matemática, porém, não são descartadas, uma vez que podem envolver os alunos em ricas discussões, inclusive não matemáticas, como questões de ordem econômica e política.

Em conjunto com o professor, os alunos aprenderem a matemática escolar de acordo com as suas possibilidades cognitivas, biológicas, culturais, sociais e outras. Essa concepção de convite aos alunos proporciona oportunidade de aprender muito mais matemática. Essa visão do autor parece ser consoante com a última visão proposta por Burak, quando o interesse dos alunos é que orienta o trabalho.

## 5.5 MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO CONCEPÇÕES DE BEAN

A modelagem é uma atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. O cerne da modelagem reside no recorte e na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de um fenômeno com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno quanto aos objetivos do modelador. (BEAN, 2009, p. 94).

Dale William Bean possui Graduação em História na Washington State University e com Licenciaturas em Matemática e Ciências Sociais, Mestrado Profissional em Educação Matemática em Portland State University (1995) e Doutorado em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (2004) na área de Educação Matemática. É coordenador do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto e também professor do Mestrado Profissional em Educação Matemática. As áreas de estudo e pesquisa são: Modelagem Matemática no âmbito educacional; Informática no âmbito educacional - com foco em Educação Matemática; Ensino e aprendizagem; Pragmatismo.

Dedicado ao estudo da Modelagem Matemática desde o final da década de 1990, Bean possui vários artigos publicados e destaca-se no meio acadêmico por promover uma concepção de modelagem diferente daquelas que remetem a metodologias ou métodos de ensino. O autor concebe *modelagem*, sem o adjetivo *matemática*, como uma atividade humana em suas atividades distintas e se manifesta em literatura, sociologia, artes, entre outras áreas.

Bean acredita que a ênfase colocada nas premissas e nos pressupostos é o que caracteriza suas idéias a respeito da modelagem em relação aos outros autores, mas entende que sua concepção é coerente com outras concepções enquanto atividade de modelar. De acordo com Bean (2011), “[...] a modelagem na concepção de premissas e pressupostos é a mesma modelagem do matemático aplicado, a mesma daquela que Skovsmose se refere ao discutir a formatação de atividades socioeconômicas e, ainda, a mesma daquela do estudante modelador do Ensino Fundamental”. Afirma ainda que “modelar é formatar e estruturar nossa realidade pela construção de modelos”. Essa concepção aponta para que modelos matemáticos sejam criados para orientar a interação humana com o mundo.

Fazer modelagem na concepção de Bean é a construção do modelo que depende dos objetivos de quem modela. As premissas podem ser consideradas como princípios que guiam o pensamento do modelador, consciente ou inconscientemente, na construção do modelo. Já um pressuposto é uma afirmação feita a respeito de um aspecto mais específico a uma dada situação que leva em consideração os objetivos do modelador. Podemos afirmar que uma premissa, na maioria dos casos, é uma idéia adotada pelo modelador, enquanto um pressuposto é formulado pelo modelador. E, segundo Bean (2011) “o modelador não tem pretensão de comprovar seus pressupostos, entretanto, eles devem ser coerentes com as premissas ou, pelo menos, não contradizê-las”.

Ao defender a inclusão da modelagem no currículo escolar, Bean contextualiza, que embora um dos objetivos da Educação é a reprodução das práticas socioculturais, que por sua vez são orientadas por modelos, sejam matemáticos ou outros; outro objetivo trata a transformação de práticas socioculturais. De acordo com o autor, quando propomos aos nossos estudantes que realizem atividades de modelagem, no sentido de “premissas e pressupostos”, estamos também propondo ensinar atitudes e valores que os conscientizem a respeito de premissas e pressupostos em modelos socioculturais e reconhecer que premissas e pressupostos podem ser diferentes daqueles presentes nos

modelos tradicionais. “Ao propor um conjunto de premissas e pressupostos diferente do que tradicionalmente empregado, eles estão propondo transformação” (BEAN, 2011).

“Quanto ao processo para se fazer modelagem na sala de aula, Bean (2011) considera que “ é importante criar um ambiente ou cenário propício para que os estudantes possam elaborar conceituações criativas”. A partir daí eles podem criar seus próprios modelos ao se encontrarem frente a situações problemáticas que abrem para a adoção de premissas e / ou a formulação de pressupostos.

As explicações de Bean nos remetem à importância de enxergar aos interesses e às necessidades que fundamentam os pressupostos que servem como base para os algoritmos matemáticos empregados em modelos. Além, disso, o autor aponta a importância de refletir que as premissas e os pressupostos, às vezes, por serem tão embutidos em nossa maneira de compreender e lidar com a realidade permanecem despercebidos e acabamos reproduzindo atividades tradicionais sem uma reflexão crítica.

## **6. A modelagem sendo utilizada na pratica de sala de aula**

A modelagem matemática ajuda o aluno a interpretar e compreender melhor os diversos fenômenos do nosso dia-a-dia que podem ser representados de forma criativa, motivadora e eficaz, para desenvolver nos nossos alunos o interesse pela disciplina matemática. Decidi utilizar a Modelagem Matemática dentro da sala de aula na 6º ano do ensino fundamental da Escola Estadual Valdemiro Pedro Viana no município de Apodi no estado do Rio Grande do Norte.

Por ser a primeira vez a utilizar o recurso da Modelagem Matemática em sala de aula foi definido, previamente, o tema a ser trabalhado com os alunos através de discussões acerca do tema. O tema escolhido: O Metro Quadrado e suas dimensões

Fez-se necessário um estudo detalhado do tema para limitar o que deveria ser estudado, pois poderiam ser enfatizados vários e diferentes aspectos. No entanto, neste trabalho o enfoque é noções básicas de medidas e superfície por meio de construções. A intenção é direcionar o trabalho na busca de um modelo, que será desenvolvido e estudado pelos mesmos.

Para iniciar as atividades com Modelagem Matemática conversei com os alunos sobre a forma que ia abordar o conteúdo, que seria desenvolvido de forma diferente da



habitual, com outra metodologia. Propôs-se um problema inicial devidamente relatado com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação e a resolução.

O projeto a seguir, é uma adaptação de um projeto publicado no site da NOVA ESCOLA.

Consultoria: **Professora Célia Maria Ribeiro Batista**

Professora de Matemática da EM Presidente Castello Branco, em Joinville, e vencedora do Prêmio Victor Civita Educador Nota 10 de 2011.

## **7.O projeto foi desenvolvido da seguinte forma:**

### **Objetivos**

- Desenvolver conceitos relacionados às medidas de superfície.
- Construir a imagem mental da superfície de  $1\text{m}^2$  de área por meio da representação de diferentes formas geométricas.

### **Conteúdos**

Superfície, área e metro quadrado.

### **Anos**

6º ano.

### **Tempo estimado**

6 ou 8 aulas.

### **Material**

Jornal, fita crepe, fita métrica ou trena, tesoura e calculadora



## **Desenvolvimento**

### **1ª etapa**

Comecei a sequência perguntando para a turma: o que é superfície? O que é metro quadrado? Questionei também se alguém sabe como representar geometricamente a superfície de  $1\text{m}^2$  de área. Fiz observações de acordo com as respostas dos alunos. Depois, dividi em grupos de quatro ou cinco alunos e pedi para que cada grupo construir um quadrado de jornal com 1m de lado. Assim que terminaram as construções, pedi que todos formassem um círculo, mantendo os quadrados no centro de modo que todos possam vê-los. Iniciei um debate sobre o material produzido, questionando os alunos sobre a unidade de medida utilizada para construir o quadrado e o que cada figura construída representa. Alguns concluíram que o quadrado representa uma superfície e fizeram uma associação à unidade fundamental de superfície " $\text{m}^2$ " - por se tratar de um quadrado com 1m de lado. Formalizei, então, os conceitos de superfície, metro quadrado e área. Ainda em círculo, solicitei aos alunos que observem o tamanho do quadrado, criando uma imagem mental dessa superfície, e que identifiquem, no espaço escolar, outras superfícies com aproximadamente  $1\text{m}^2$  de área. Finalizei essa etapa pedindo para todos registrarem, no caderno, com suas palavras, o que é  $\text{m}^2$  e como

é sua representação geométrica.



## 2ª etapa

Com os alunos em círculo e os quadrados feitos na primeira etapa ao centro, agrupei as figuras criando formas geométricas convexas (quadrados e retângulos) e não convexas. Fiz os seguintes questionamentos:

- Qual é a área da superfície construída?
- Como podemos calcular a área de um retângulo, sem precisar contar os quadrados?
- Como podemos calcular a área de uma forma geométrica não convexa?

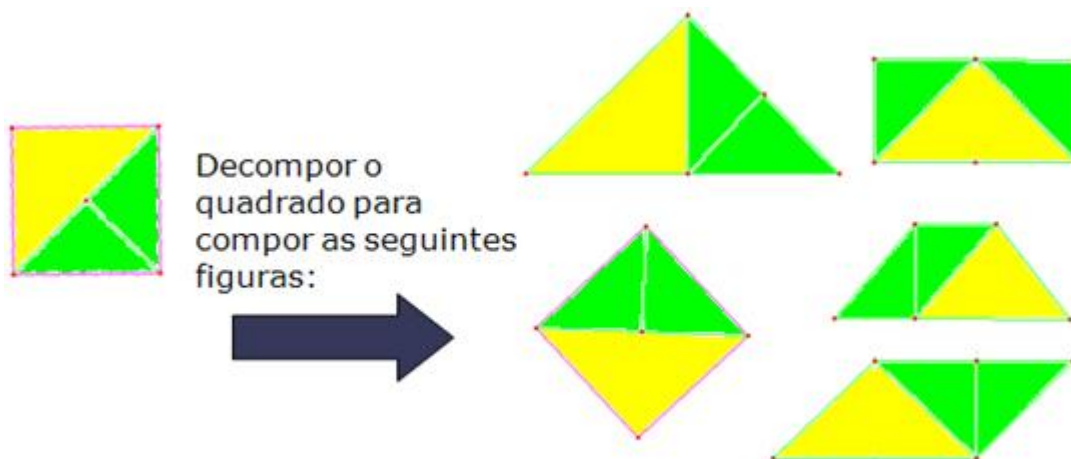


### 3ª etapa

Reuni os alunos em grupos, os mesmos formados na primeira etapa, cada um com o quadrado que foi confeccionado. Proponha que façam a decomposição da figura em três triângulos, cortando-o nas diagonais, sendo um corte em uma diagonal inteira e outro até a metade da outra diagonal - formando, assim, um triângulo com a metade da área do quadrado e cada um dos outros dois triângulos com  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado. O ideal é demonstrar na lousa essa decomposição:



Terminada a decomposição, peça que componham as formas geométricas identificadas como quadriláteros notáveis e triângulo retângulo isósceles. Oriente-os para que cada composição seja feita com todas as partes do quadrado:



Quando os alunos terminaram a tarefa, indiquei uma forma geométrica para cada grupo deixar construída, de forma a obter ao menos um quadrado, um losango, um retângulo, um paralelogramo, um trapézio e um triângulo. Solicitei que se organizem em roda, mantendo as formas geométricas ao centro, e propôs as questões:

- Qual é a área de cada uma dessas formas geométricas?
- Por que utilizamos o quadrado com 1m de lado como representação geométrica da unidade fundamental de superfície "m<sup>2</sup>"?

O objetivo é que os alunos percebam que as formas geométricas construídas têm 1m<sup>2</sup> de área porque partiram do quadrado com 1m<sup>2</sup> de área. É importante concluir que o "m<sup>2</sup>" pode ser representado com diferentes formas geométricas, ressaltando que o quadrado é a representação padronizada por ser um polígono regular.

#### 4ª etapa

Mantendo os alunos em círculo, com as formas geométricas no centro, fiz o seguinte questionamento: quantos alunos, do tamanho de vocês, cabem em 1m<sup>2</sup> de área? E se forem adultos? Faça, com a turma, a seguinte experiência: checar quantos alunos cabe em cada forma geométrica com 1m<sup>2</sup> de área. Comece colocando alunos em pé, sobre o quadrado, e transferindo-os às demais formas geométricas, comprovando que em todas as figuras cabe o mesmo número de alunos. Faça o experimento com alunos bem próximos e, depois, mais espaçados, de forma confortável. Retome a estimativa da área da sala, feita na segunda etapa, e peça que estimem quantos alunos cabem dentro da classe, considerando as duas situações: juntinhos e mais espaçados. Finalize essa etapa com a seguinte questão: como vocês acham que a polícia e os jornalistas calculam o número de pessoas em um show quando não há venda de ingressos?

#### 5ª etapa

Pedi que a turma se organizasse em grupos para pensar em um procedimento de cálculo da área da quadra da escola e da sala de aula, colocando-o em prática. Quando terminaram, pedi que calculassem também o número de alunos que cabe em cada um dos espaços, tendo como referência o número de alunos por m<sup>2</sup>, obtido na experiência da etapa anterior (tanto na opção muito próximos como na opção mais espaçados). Ao

final, orientei-os a comparar os resultados desta etapa e das anteriores e a registrar, no caderno, os procedimentos e cálculos usados. Socialize as conclusões na lousa, fiz as observações que julguei necessárias e sugeri que a turma verificasse com o professor de Educação Física, as medidas oficiais das quadras de esporte a fim de compararem com as medidas tomadas na quadra da escola.





### **6ª etapa**

Fiz uma reflexão com os alunos, destacando tudo o que eles aprenderam sobre medidas de superfície até o momento. Depois disso, pedi que respondessem no caderno, com as próprias palavras:

- O que é "m<sup>2</sup>"?
- O que é superfície?
- O que é área?
- Como você pode representar geometricamente a superfície de 1m<sup>2</sup>?
- De que forma você pode calcular a área de outras superfícies?
- Cite ao menos dois objetos do ambiente escolar que têm aproximadamente 1m<sup>2</sup> de área e dois objetos com área menor que a metade de 1m<sup>2</sup>.
- Que profissionais fazem uso do conceito de área? Dê exemplos.
- Para você, por que é importante aprender o conceito de área?
- Há policiais e jornalistas que calculam o número de pessoas presentes em eventos públicos considerando que, em média, cabem quatro pessoas por metro quadrado. Portanto, em uma área de 500m<sup>2</sup> quantas pessoas cabem aproximadamente?

### **7ª etapa**

Solicitei que alguns alunos apresentassem as respostas do questionário anterior. Em seguida, pedi que se reunisse em grupos e discutam:

- Quantos  $m^2$  quadrados têm  $1km^2$ ?
- Quantos  $cm^2$  há em  $1m^2$ ?

Oriei cada grupo a registrar e, em seguida, apresentar procedimentos e resultados. Fiz intervenções, quando necessário. Essa atividade teve como objetivo verificar se os alunos estão preparados para aplicar os conceitos construídos usando outras unidades de medida de forma abstrata.

### **Avaliação**

Apliquei uma avaliação escrita para obter e analisar o registro das aprendizagens em relação aos conceitos metro quadrado, superfície e área, verificando ainda a percepção de espaço adquirida pela turma. Considerei também, como parte do processo avaliativo, o desempenho e a participação dos alunos nas atividades práticas e o conteúdo dos registros feitos nos cadernos.



## **Conclusão**

Nos dias atuais o ensino da Matemática em muitas escolas do nosso país se apresenta de forma, inflexível e imutável, onde o aluno é, muitas vezes, um mero expectador e não um sujeito participante da sua própria construção do saber. Dessa forma o conteúdo a ser trabalhado e as metodologias apresentadas não ajudam na aprendizagem dos mesmos e na inserção social dos alunos. Diante dessa situação, busquei alguma forma de mudar tal cenário e foi aí que encontrei alguns trabalhos sobre Modelagem Matemática e comecei a me interessar pelo tema.

O interesse pela Modelagem Matemática me levou a desenvolver um projeto em sala de aula de aula. Mas, para desenvolver tal projeto, foi preciso fazer uma detalhada pesquisa de como elaborar um projeto, o que é modelagem e o que pensa alguns autores sobre ela. Um dos fatos que muito me impressionou ao trabalharmos com Modelagem Matemática foi: a resolução de problemas de forma mais fácil e acessível aos alunos e a possibilidade de outra postura em sala de aula, tanto em relação aos alunos quanto ao conteúdo, isso ocorreu porque a aula tornou-se bem mais atrativa para os alunos, pois o fato de ser uma novidade, os atrai mais do que as aulas tradicionais. Porém, nem tudo são flores, pois a falta de estrutura nas escolas dificulta muito esse tipo de trabalho. Ao concluir o projeto, percebi que os alunos estavam bem confiantes na hora de encarar as avaliações sobre o tema e confiantes em suas respostas.

Esperamos dar uma contribuição, por pequena que possa ser ao ensino e a aprendizagem da matemática...

## REFERENCIAIS BIBLIOGRAFICAS

- HERNANDEZ, F. Ventura, M. **A organização do currículo por projetos de trabalho**; o conhecimento é um caleidoscópio. Porto Alegre; Artmed,1998
- GUÉRIOS,E.et al.,**A avaliação em matemática nas series iniciais**.1.ed.Curitiba;UFPR,2005
- SKOVSMOSE, O. **Educação matemática critica**; a questão da democracia. Campinas;Papirus,2001
- BASSANEZI,R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002
- BIEMBENGUT,M.S.;HEIN,N.**Modelagem matemática no ensino**.3.ed. são Paulo;contexto,2000
- BEAN,D.O que é modelagem matemática?**Educação matemática em revista**. São Paulo, ano 8, n.9-10.p.49-57.abril.2001
- BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- BARBOSA J.C. Modelagem matemática na sala de aula.In:VIII encontro nacional de educação matemática,2004,Recife.**Anais do VII Enem**,Recife:Sbem-PE,2004.1 CD-ROM.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, Jussara de Loiola.**Modelagem matemática na educação matemática brasileira:pesquisa práticas educacionais**. Recife: Sbem, 2007. 256 p.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**; Saberes necessários á pratica educativa. São Paulo: Paz E Terra, 2003.
- RIBEIRO, F. D.**Jogos e modelagem na educação matemática** / Flávia Dias Ribeiro- São Paulo: Saraiva,2009.
- BASSANEZI, R.C.. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2004

-BIEMBENGUT, M. S.. **Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia**: uma proposta metodológica e curricular. Florianópolis: UFESC, 1997. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas

-D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: Um Programa. Educação Matemática em Revista, Blumenau, n. 1, p. 5-11, 1993.

-D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática se ensina?** BOLEMA, Rio Claro, n. 4, p. 13-16, 1988.

-D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: Arte ou técnica de explicar ou conhecer. 5a Edição. São Paulo: Ática, 1998. 88 p. (Série Fundamentos).

-D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**. Elo entre as tradições e a modernidade. 2a Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 110 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

-D'AMBRÓSIO, U. **As matemáticas e seu entorno sócio-cultural**. Memórias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Paris, 1991.

-ADAM, S. **Ethnomathematics in the Maldivian Curriculum**. In: CD ROM do II CIEM, 2002.

-BIEMBENGUT, Maria Salett / HEIN, Nelson. **Avaliação no ensino**. Artigo publicado na revista "Seminários em Revista" em Blumenau, 1999. Apresentado como Conferência no II Simpósio de Educação Matemática em Chivilcoy – ARG, 2000.

-BURAK, Dionísio. **Critérios norteadores para adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário**. Artigo (Revista Zetetiké, ano2, n° 2, pp 47 a 60)

-CALDEIRA, A.D. **Uma Proposta Pedagógica em Etnomatemática na Zona Rural da Fazenda Angélica em Rio Claro**. Rio Claro:UNESP, 1992. Dissertação (Mestrado) – igce, Universidade Estadual Paulista.

