



Universidade do Estado de Mato Grosso
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



**ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS POR MEIO DE
UM OBJETO DIGITAL DE APRENDIZAGEM**

WANESSA HOFFMANN

Orientador: Prof. Dr(a). Minéia Cappellari Fagundes

**BARRA DO BUGRES
2021**

ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS POR MEIO DE UM OBJETO DIGITAL DE APRENDIZAGEM

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação, de Wanessa Hoffmann.

Barra do Bugres, 30 de julho de 2021.

Prof^ª. Dra. Minéia Cappellari Fagundes.
Orientadora

Banca examinadora:

Prof^ª. Dra. Minéia Cappellari Fagundes

Prof. Dr. Diego Piasson

Prof^ª. Dra. Cecilia Orellana Castro

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT, da Universidade do Estado de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Matemática**.

Walter Clayton de Oliveira CRB 1/2049

HOFFMANN, Wanessa.

H699e Ensino de Operações com Números Inteiros por Meio de um Objeto Digital de Aprendizagem / Wanessa Hoffmann - Barra do Bugres, 2021.

65 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (sim)

Trabalho de Conclusão de Curso
(Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Mestrado Profissional em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Barra do Bugres, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2021.

Orientador: Dra. Minéia Cappellari Fagundes

1. Jogos. 2. Scratch. 3. Adição. 4. Subtração. 5. Ensino. I. Wanessa Hoffmann. II. Ensino de Operações com Números Inteiros por Meio de um Objeto Digital de Aprendizagem: .

CDU 510

**Dissertação de Mestrado defendida em 30 de julho de 2021 e aprovada pela banca
examinadora composta pelos Professores Doutores**


Prof.^a. Dr.^a. Minéia Cappellari Fagundes – Orientadora -UNEMAT


Prof. Dr. Diego Piasson - UNEMAT


Prof.^a. Dr.^a. Cecilia Orellana Castro – UNIFESSPA

Dedico à minha família, em especial aos meus pais que sempre me motivaram a buscar meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

Aos meus pais pelo amor e carinho dedicados a mim. E também aos meus irmãos que sempre me apoiaram.

Ao meu namorado Dionata pela enorme ajuda e incentivo para realizar este trabalho.

Aos meus amigos André e Roselaine que me ajudaram em diversos momentos durante o curso.

Aos professores do PROFMAT, que se demonstraram prestativos durante o curso e contribuíram com a minha formação.

A minha orientadora pela dedicação, paciência e contribuições para o enriquecimento deste trabalho.

E aos meus colegas de trabalho, Eulene e Marcelo, pela parceria.

Muito obrigado!

“Só se pode alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos.”

Friedrich Nietzsche

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo elaborar um objeto digital de aprendizagem do tipo jogo para contribuir com o ensino e aprendizagem das operações de adição e subtração com números inteiros. Nesse sentido, abordamos o conceito de objeto digital de aprendizagem e suas características técnicas e pedagógicas, bem como as propriedades que caracterizam o conjunto dos números inteiros, de acordo com Braga (2014) e Hefez (2016). Para atingir tal objetivo foi utilizada a metodologia apresentada por Braga (2014), chamada INTERA que consiste em um arcabouço de processos para o desenvolvimento de conteúdos digitais utilizados para a aprendizagem. Considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos das séries finais do ensino fundamental ao abordarmos as operações com números inteiros, tornou-se necessário a busca por estratégias pedagógicas com o intuito de colaborar com essa situação. Sendo assim, isso nos levou a propor e desenvolver um jogo que proporcione aos alunos a exploração das operações de adição e subtração que envolvem números inteiros. O objeto digital de aprendizagem foi desenvolvido no *software* Scratch e chama-se “Labirinto dos Inteiros”. Ele foi inspirado no jogo Pac-Man e seu público alvo são os alunos do 7º ano do ensino fundamental.

Palavras-chave: Jogos; Scratch; Adição; Subtração; Ensino.

ABSTRACT

This research had the aim to develop a game as a digital learning object to contribute to the addition and subtraction of Integers Numbers. In that regard, we approach the digital learning object concept and its technical and pedagogical characteristics as well as the Integers Numbers properties, according to Braga (2014) and Hefez (2016). To aim the goal, it was used the methodology presented by Braga (2014), call INTERA, which consists of a framework of processes for developing digital content used in learning. Taking into account the teaching practice in the classroom, where we observe the difficulties presented by students in the final grades of elementary school when approaching operations with whole numbers, it is necessary to search for pedagogical strategies in order to collaborate with this situation. Therefore, this led us to propose and develop a game that allows students to explore addition and subtraction operations involving whole numbers. The digital learning object was developed in Scratch software, and is called “Labirinto dos Inteiros”. It is inspired by the Pac-Man game and it is for the 7th grader elementary school students.

Keywords: Game; Scratch; Addition, Subtraction; Teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrutura da dissertação.	12
Figura 2 - Características pedagógicas de um objeto de aprendizagem.	19
Figura 3 - Características técnicas de um objeto de aprendizagem.	20
Figura 4 - Ambiente de programação do Scratch.	39
Figura 5 - Cenário do jogo.	45
Figura 6 - Script que define o bloco Movimento do personagem do jogo.	46
Figura 7 - Scripts do personagem do jogo.	47
Figura 8 - Script do personagem do jogo.	48
Figura 9 - Script da seta "Cima".	49
Figura 10 - Script da seta "Baixo".	49
Figura 11 - Script da seta "Direita".	50
Figura 12 - Script da seta "Esquerda".	50
Figura 13 - Script que define o bloco Passos do personagem do jogo.	51
Figura 14 - Scripts do personagem do jogo.	51
Figura 15 - Script do palco.	52
Figura 16 - Script do monstro.	53
Figura 17 - Script da fruta com a resposta correta.	54
Figura 18 - Script da fruta com a resposta errada.	55
Figura 19 - Script do ator "Fim de Jogo".	56
Figura 20 - Script do ator "Sim".	56
Figura 21 - Script do ator "Não".	57
Figura 22 - Tela inicial do jogo.	57
Figura 23 - Nível 1 do jogo.	58
Figura 24 - Tela do jogo.	58

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Tipos de animações.	16
Quadro 2 - Vantagens e desvantagens do uso de jogos educacionais.....	23
Quadro 3 - Descrição dos papéis sugeridos pela metodologia INTERA.	36
Quadro 4 - Artefato da etapa de contextualização.	41
Quadro 5 - Descrição dos requisitos pedagógicos do objeto de aprendizagem.....	42
Quadro 6 - Descrição dos requisitos técnicos do objeto de aprendizagem.	43

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM	14
2.1 O uso de objetos digitais de aprendizagem no contexto educacional	17
2.2. Características de um objeto digital de aprendizagem	19
2.3. O uso de um ODA do tipo jogo no processo de ensino e aprendizagem	22
3. OS NÚMEROS INTEIROS	25
3.1. Uma breve história dos números inteiros	25
3.2. O conjunto dos números inteiros se suas propriedades	27
4. METODOLOGIA	36
4.1. Metodologia INTERA	36
4.2. Software Scratch	38
5. O JOGO LABIRINTO DOS INTEIROS	41
5.1. Contextualização	41
5.2. Requisitos	42
5.3. Arquitetura	44
5.4. Desenvolvimento	45
5.4.1. <i>Script</i> do personagem principal.....	46
5.4.2. <i>Script</i> das setas	49
5.4.3. <i>Script</i> do palco.....	51
5.4.4. <i>Scripts</i> dos personagens monstros.....	52
5.4.5. <i>Scripts</i> dos personagens frutas	54
5.4.6. Outros <i>scripts</i>	56
5.5. Testes e qualidade	59
5.6. Disponibilização	60
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62

1. INTRODUÇÃO

Considerando o grande interesse dos alunos em usar as tecnologias digitais (TD) em seu cotidiano, a possibilidade do uso de recursos tecnológicos no âmbito escolar pode tornar as aulas de Matemática mais atraente e também pode contribuir com a construção do conhecimento. Ao fazer uso de recursos tecnológicos, o professor pode tornar suas aulas mais dinâmicas, como aponta Henz (2008):

Uma das maneiras de tornarmos as aulas de Matemática mais atraentes é utilizarmos recursos tecnológicos como auxílio, pois através deles podemos desenvolver inúmeras atividades que possibilitem ao aluno pesquisar, observar, raciocinar e desenvolver principalmente métodos próprios de trabalhar com situações envolvendo a Matemática (HENZ, 2008, p. 11).

Dentro desse contexto, existem os objetos digitais de aprendizagem, que consistem em recursos digitais utilizados para colaborar com a aprendizagem, tendo o reuso como uma das suas principais características. (TAROUCO, FABRE, TAMUSIUNAS, 2003, p. 3). Tal característica permite que um objeto digital de aprendizagem seja reutilizado em diversos contextos.

Existem diversos tipos de recursos digitais que podem ser considerados objetos digitais de aprendizagem, como por exemplo, *softwares*, imagens, vídeos, animações, simulações, dentre outros. Além desses, os jogos digitais também podem ser considerados objetos digitais de aprendizagem quando utilizados para apoiar a aprendizagem (BRAGA; MENEZES, 2014, p. 29).

Os jogos digitais despertam a motivação e, conseqüentemente, a participação ativa dos alunos. Utilizar jogos educacionais torna a aprendizagem um processo dinâmico e pode contribuir com aluno na construção de seu conhecimento. Assim, o uso de um jogo educacional para o ensino das operações com números inteiros, é uma alternativa a ser utilizada na prática em sala de aula.

Enquanto professora de matemática no Ensino Fundamental, tenho observado as dificuldades apresentadas pelos alunos deste nível de ensino com relação às operações aritméticas com números inteiros. Diante delas, torna-se necessária a busca por estratégias pedagógicas com o intuito de contribuir com o aprendizado dos alunos.

De acordo com Neto (2010, p. 18):

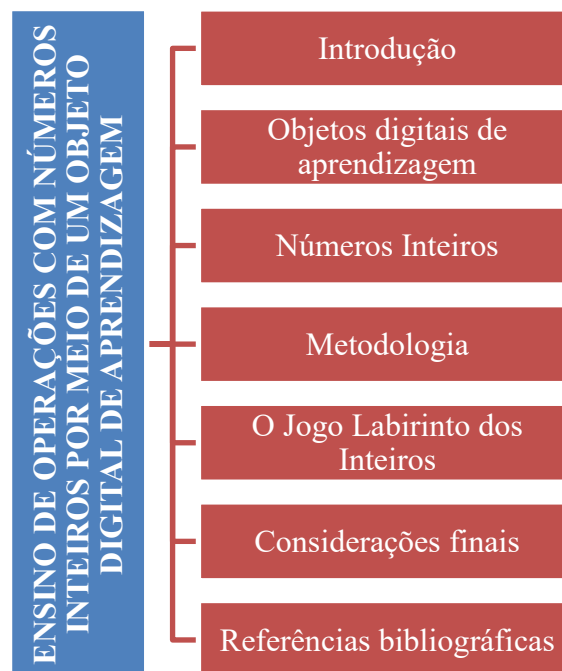
[...] para a aprendizagem operatória dos números inteiros se realizar é necessário um conjunto de valores, onde as propriedades que governam os inteiros devem ser assimiladas vagarosamente, partindo-se das extremidades para o centro, ou seja, no começo a compreensão se dá parcialmente, cada aluno aprende à medida que vai exercitando e vivenciando situações do seu dia-a-dia, para aos poucos ir se aprofundando nas regras do conteúdo (NETO, 2010, p. 18).

Assim, buscando motivar os alunos ao exercício dessas operações, desenvolvemos um objeto digital de aprendizagem do tipo jogo, o qual proporciona a exploração das operações de adição e subtração de números inteiros.

O jogo foi desenvolvido por meio do *software* Scratch e foi inspirado em um outro jogo muito difundido, o Pac-Man. O jogo foi chamado “Labirinto dos Inteiros” e consiste em conduzir o personagem “Steve”¹ por um labirinto para pegar a fruta que contém a resposta correta da operação com números inteiros que é proposta, ao mesmo tempo que deve desviar dos monstros “Creepers”² que vão surgindo no decorrer do tempo.

Neste trabalho é discutido o desenvolvimento deste objeto e os aspectos teóricos relacionados a números inteiros e objetos digitais de aprendizagem. O texto deste trabalho está estruturado em seis capítulos, conforme mostrado na Figura 1.

Figura 1 - Estrutura da dissertação.



Fonte: Própria autora.

O primeiro capítulo traz a presente introdução com as ideias iniciais da nossa pesquisa. No segundo capítulo é apresentado o conceito de objetos digitais de aprendizagem e suas características pedagógicas e técnicas. Ainda nesse capítulo, são abordadas brevemente

¹ Personagem principal do jogo Minecraft.

² Personagem do jogo Minecraft.

as vantagens de utilizar jogos educacionais, uma vez que eles podem contribuir tanto no ensino, quanto na aprendizagem do aluno.

O terceiro capítulo apresenta um breve contexto histórico dos Números Inteiros e, também, descreve algumas propriedades fundamentais para caracterizar esse conjunto numérico.

No quarto capítulo é abordada a metodologia INTERA, que esboça os processos para o desenvolvimento de qualquer tipo de conteúdo digital utilizado para a aprendizagem. Ainda neste capítulo, é apresentado o *software* Scratch que foi utilizado para elaborar o objeto digital de aprendizagem.

O quinto capítulo descreve o processo de desenvolvimento do objeto digital de aprendizagem “Labirinto dos Inteiros”, evidenciando cada fase da metodologia utilizada para o seu desenvolvimento.

No sexto capítulo é apresentada as considerações finais da pesquisa.

2. OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM

Diante da evolução tecnológica presente na sociedade atual, ocorreu a imersão de todos nesse contexto, ocasionando mudanças no comportamento da sociedade. Kenski (2012, p. 21) explica que “A evolução tecnológica não se restringe apenas aos novos usos de determinados equipamentos e produtos. Ela altera comportamentos. [...] impõem-se à cultura existente e transformam não apenas o comportamento individual, mas de todo o grupo social”.

No entanto, falar de novas tecnologias nos remete, principalmente, aos processos e produtos relacionados com os conhecimentos vindos da eletrônica, da microeletrônica e das telecomunicações. Essas tecnologias caracterizam-se por estarem em constante transformação e sua principal matéria-prima é a informação (KENSKI, 2012, p. 25).

No que tange o uso das tecnologias como recurso pedagógico, Tarouco et al. (2004, p. 1) afirmam que “a importância do uso dos computadores e das novas tecnologias na educação deve-se hoje não somente ao impacto desta ferramenta na nossa sociedade e às novas exigências sociais e culturais que se impõe, mas também ao surgimento da Tecnologia Educativa”.

Segundo Tarouco et al (2004, p. 1) “o computador se constitui numa ferramenta poderosa, que pode (e deve) ter todas as suas potencialidades utilizadas com propósitos educacionais, proporcionando ao professor a possibilidade de enriquecer sua prática pedagógica com recursos multimídia”.

Dessa forma, o uso do computador no espaço escolar contribui no ensino e aprendizagem uma vez que possibilita novas dinâmicas de aula que promovem maior interação do aluno e o professor passa a ser um mediador (MUELLER, 2013, p. 22).

Para o uso do computador nos espaços escolares, é possível encontrar uma grande e crescente quantidade de materiais educacionais na *internet*, como *softwares*, jogos, simulações, imagens, vídeos, dentre outros. Entretanto, ao buscar tais materiais, é apresentada ao usuário uma ampla quantidade de informações que pode causar confusão e dificultar a escolha desse material de acordo com as suas necessidades, devendo o professor sempre ter claro o objetivo que deseja alcançar (BRAGA; MENEZES, 2014, p. 19).

Por outro lado, muitos materiais foram desenvolvidos em grandes blocos como, por exemplo, alguns *softwares* e vídeos que abordam diversos conteúdos, limitando sua utilização, pois o professor pode querer aproveitar apenas parte desse material. Buscando superar essas barreiras, surgiu uma nova maneira de pensar o desenvolvimento e de organizar a descrição, a procura e a reutilização desses materiais educacionais, dando origem ao conceito de objetos

de aprendizagem (BRAGA; MENEZES, 2014, p. 20).

Os objetos digitais de aprendizagem (ODA) oferecem a possibilidade de auxiliar na aprendizagem mediada por computador, *smartphone* ou *tablet*, proporcionando organização e mais riqueza semântica aos conteúdos educacionais. Os objetos digitais de aprendizagem podem ser considerados uma tecnologia relativamente recente e ainda não há um consenso universalmente aceito sobre sua definição. Todavia, existe certo acordo na literatura sobre a concepção de que a reutilização seja considerada fundamental para compreender o significado de um objeto digital de aprendizagem. Sob o mesmo ponto de vista, um objeto digital de aprendizagem é uma espécie de “porção” reutilizável de conteúdo educacional (GALAFASSI *et al.* 2013, p. 42).

Para Wiley (2000 *apud* BRAGA; MENEZES, 2014, p. 21), um objeto digital de aprendizagem é “Qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para apoiar a aprendizagem”. Assim, existem diversos tipos de recursos digitais que podem ser considerados um objeto de aprendizagem como, por exemplo, *softwares*, imagens, vídeos, animações, simulações, dentre outros. A seguir serão descritos alguns tipos de objetos de aprendizagem baseados em Braga e Menezes (2014):

- **Imagem:** conforme a definição dada no Dicionário Dicio³, imagem é a “representação de uma pessoa ou coisa”.
- **Áudio:** conforme a definição dada no Dicionário Dicio⁴, som é a “uma faixa do espectro reservada ao som, em contraposição ao vídeo”.
- **Vídeo:** consiste em uma “gravação de imagens em movimento composta por fotos sequenciais que resultam em uma imagem animada (*Stop-motion*)”.
- **Animações:** considerando que animação significa “dar vida” a objetos estáticos, pode-se dizer que as animações são seqüências de imagens acompanhadas ou não de sons. Animações permitem modelar de eventos reais que progridem temporalmente e podem auxiliar alunos com dificuldade de abstrair conceitos. Existem três formas principais de animações: manual, *stop-motion* e animações computacionais. Além destas, há também vários subtipos, que são classificados de acordo com a forma de criação das imagens, os materiais envolvidos e a tecnologia utilizada, conforme é apresentado no Quadro 1.

³ <https://www.dicio.com.br/imagem/>

⁴ <https://www.dicio.com.br/audio/>

Quadro 1 - Tipos de animações.

Forma de animação	Características	Tipos	Exemplos
Manual (<i>Hand-drawn</i>)	Imagens são desenhadas a mão e digitalizadas para o computador.	Desenhos animados Personagens animados	A Turma da Mônica Flintstones Jetsons Rei Leão Desenhos da Disney
<i>Stop-motion</i>	Objetos, modelos ou imagens são criados e pequenos movimentos são feitos com a mão, e os modelos são fotografados individualmente.	Animação de argila Animação de cortes Animação de modelos Animação de objetos Animação de marionetes Animação de silhuetas	Wallace e Gromit Gumby A Fuga das Galinhas Os Muppets harvie krumpet
Animações computacionais	Imagens são criadas digitalmente e manipuladas pelo computador.	Animação 2D e 3D Animação com esqueleto Captura de movimento (ou <i>mocap</i>) Animação Morph (ou de metamorfose) Animação <i>Flash</i> Animação em Slides (ex.: Power Point)	Sherek Carros Procurando Nemo

Fonte: HOBAN, 2009 *apud* BRAGA, MENEZES, 2014, p. 24.

- **Simulação:** é uma técnica de estudo do comportamento de um sistema por meio de um modelo. Nesse sentido, a simulação é uma animação que ilustra um modelo da natureza. Existem sistemas computacionais para simulação que permitem estudar o modelo em ambientes controlados auxiliando desenvolvedores e pesquisadores. (NASCIMENTO *et al.*, 2013 *apud* BRAGA, MENEZES, 2014, p. 25).
- **Hipertexto:** conforme a definição dada no Dicionário Dicio⁵, hipertexto é uma “organização da informação, no qual certas palavras de um documento estão ligadas a outros documentos, exibindo o texto quando a palavra é selecionada”. O hipertexto é conhecido como páginas na Internet e podem-se inserir nessa categoria as aulas virtuais e os cursos a distância.
- **Softwares:** através de programas de computadores é possível executar determinadas tarefas e resolver problemas de forma automática (PIMENTEL; BRAGA, 2013 *apud*

⁵ <https://www.dicio.com.br/hipertexto/>

BRAGA, MENEZES, 2014, p. 25).

- **Jogos:** o significado de jogo apresentada pela autora converge para ideia de Brougère (1998 *apud* BRAGA, MENEZES, 2014, p. 108) onde “uma atividade é considerada jogo se assim ela for interpretada por seus participantes”. Este tipo de objeto digital de aprendizagem possui a capacidade de integração dinâmica de imagem e som que facilitam a contextualização dos conteúdos.

Um objeto digital de aprendizagem é uma forma de atividade para o ensino, contudo ele deve estar associado a uma estratégia pedagógica. Portanto, ao fazer uso de um objeto de aprendizagem, o professor deve escolher um tipo que seja adequado para o conteúdo que será abordado e para os objetivos de aprendizagem que ele deseja alcançar (BRAGA; MENEZES, 2014, p. 29).

É importante frisar que existem locais na internet dedicados ao armazenamento de objetos digitais de aprendizagem, chamados de repositórios. De acordo com RODRIGUES, BEZ e KONRATH (2014, p. 102) repositórios de objetos digitais de aprendizagem são espaços que permitem o armazenamento, pesquisa e a reutilização de tais objetos, e destaca que a “pesquisa nesses ambientes é realizada através de campos disponíveis, os quais representam informações a respeito dos próprios objetos, que são chamados de metadados”.

Alguns dos repositórios de objetos digitais de aprendizagem presentes no Brasil são: Currículo +⁶, Escola Digital⁷, Portal Domínio Público⁸, Matemática Multimídia (M³)⁹, Plataforma MEC de Recursos Educacionais Digitais (MEC RED)¹⁰, Portal eduCAPES¹¹, Lume¹² e RELiA¹³.

2.1 O uso de objetos digitais de aprendizagem no contexto educacional

Com o desenvolvimento tecnológico e aumento do acesso às redes, surgiram novas possibilidades para o desenvolvimento de materiais didáticos. Esses materiais envolvem recursos tecnológicos com a intenção de ampliar a interação entre o estudante e o material

⁶ <https://curriculomais.educacao.sp.gov.br>

⁷ <https://escoladigital.org.br>

⁸ <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp>

⁹ <https://m3.ime.unicamp.br/>

¹⁰ <https://plataformaintegrada.mec.gov.br/home>

¹¹ <https://educapes.capes.gov.br/>

¹² <https://www.lume.ufrgs.br/>

¹³ <https://relia.org.br/>

didático, bem como, apoiar o desenvolvimento das atividades de forma mais atrativa e lúdica. Dentro desse contexto encontram-se os objetos digitais de aprendizagem (CARNEIRO, SILVEIRA, 2014).

Segundo Damaceno e Santos (2013), para favorecer os processos de ensino e aprendizagem, o professor cria estratégias e adota metodologias buscando transmitir e compartilhar o seu conhecimento com os seus alunos. Os autores ainda apontam que:

Nessa perspectiva, o professor é desafiado em sala de aula, porque nem todos os alunos aprendem de forma linear. Alguns alunos têm a capacidade de fixar melhor um conteúdo lendo, outros escutando, outros criando mapas conceituais e outros escrevendo. Assim, é papel do professor adotar ações educativas planejadas, as quais atinjam todos os seus alunos. Ele deve saber ensinar, assim como deve saber “como aprender” – ensino e aprendizagem (DAMACENO, SANTOS, 2013, p.13).

Nesse contexto, o uso de objetos digitais de aprendizagem como recurso pedagógico exige do professor planejamento com objetivos definidos de modo a possibilitar a interação entre o educando e seu objeto de estudo.

O objeto digital de aprendizagem pode ser um recurso tecnológico vantajoso que o professor pode usar no processo de ensino e aprendizagem de diversos conteúdos e revisão de conceitos (AGUIAR, FLÔRES, 2014, p.12).

Sobre o uso de objetos de aprendizagem, Silva (2013, p. 40) afirma que “O emprego de OA permite ao aluno conhecer novas ferramentas, testar diferentes situações, arriscar, compreender a relação entre causa e efeito de conceitos e fenômenos, através de simulações, bem como despertar a curiosidade de resolver problemas matemáticos”.

Silva (2010 *apud* Silva, 2013, p. 40) aponta outras contribuições que os objetos digitais de aprendizagem podem proporcionar:

- Rápida atualização de conteúdos;
- As aulas podem ser agendadas em torno do trabalho da necessidade de cada aluno;
- O aluno pode definir o seu ritmo de aprendizagem;
- Os alunos podem ter a opção de selecionar materiais de aprendizagem que satisfaçam o seu nível de conhecimento e interesse de acordo com a disciplina abordada;
- Conteúdos permanentemente disponíveis; e
- Um maior número de alunos pode ter acesso aos mesmos OA simultaneamente.

Além disso, um objeto de aprendizagem também pode “tornar os processos de ensino e de aprendizagem mais prazerosos e, consecutivamente, estimular a maior participação do aluno em sala de aula” (COSTA, PAFUNDA, 2014, p. 124).

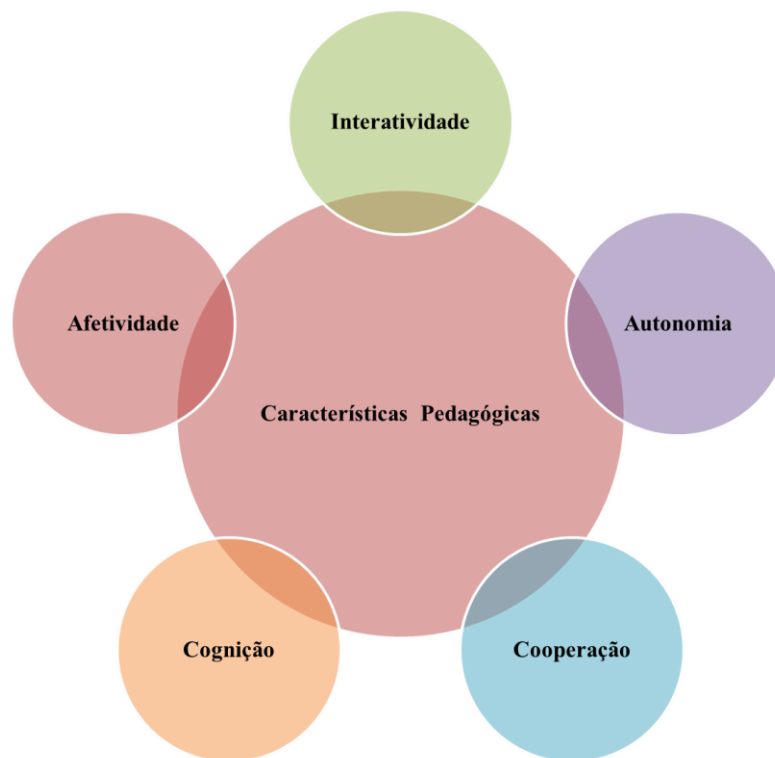
Entretanto, Aguiar e Flôres (2014, p.12) ressaltam que “A metodologia como o qual o OA é utilizado será um dos fatores-chave a determinar se a sua adoção pode ou não levar o

aluno ao desenvolvimento do pensamento crítico”. As autoras ainda destacam a necessidade do professor conhecer a definição, as formas de uso e os tipos de objetos digitais de aprendizagem para que possa selecionar esses objetos conforme seus objetivos.

2.2. Características de um objeto digital de aprendizagem

Os objetos digitais de aprendizagem possuem características de natureza pedagógica e técnica. Na Figura 2 apresenta-se as características pedagógicas dos objetos digitais de aprendizagem, que são a interatividade, autonomia, cooperação, cognição e afetividade.

Figura 2 - Características pedagógicas de um objeto de aprendizagem.



Fonte: Própria autora.

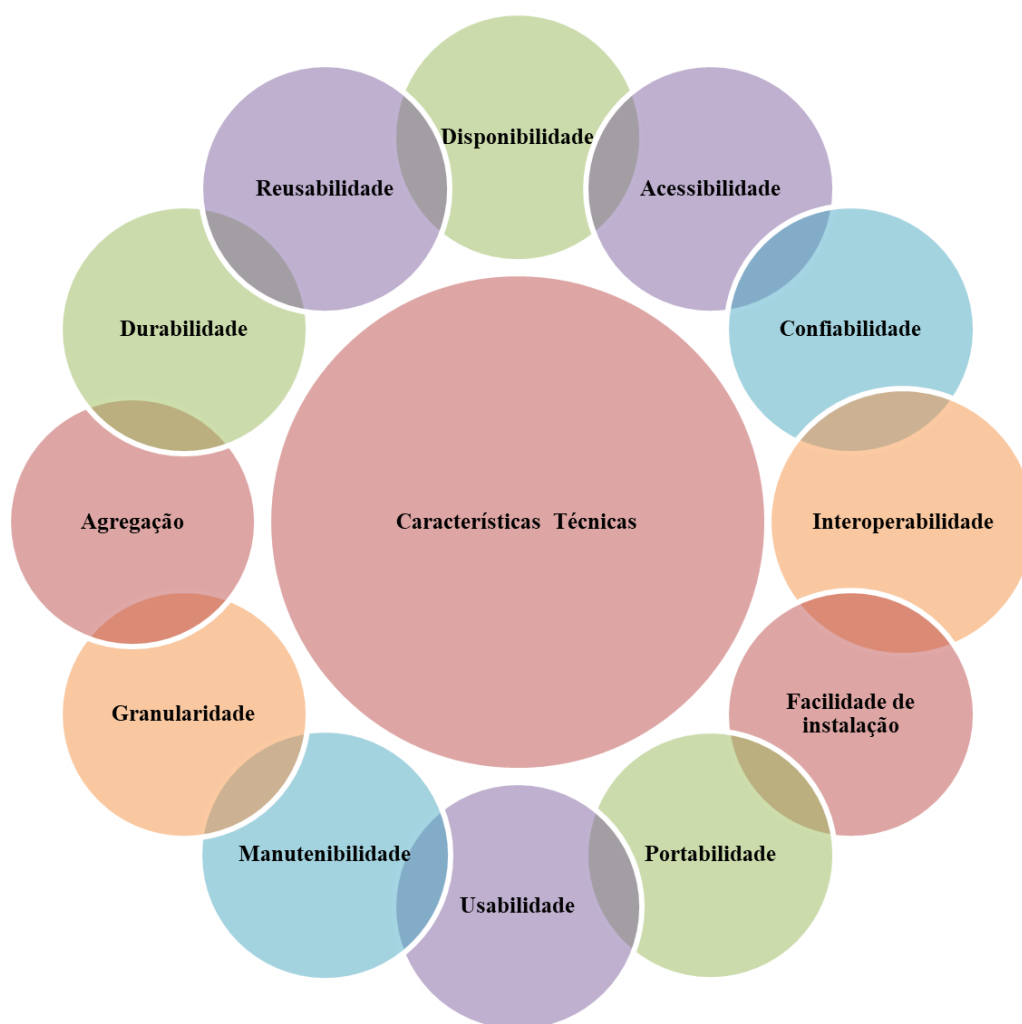
Conforme Nesi (2018, p. 46), “As características de caráter pedagógico são aquelas relacionadas aos objetos que auxiliam o trabalho do professor e do estudante, visando a construção do conhecimento”. São consideradas características pedagógicas, conforme Braga e Menezes (2014, p. 33):

- **Interatividade:** indica se o objeto de aprendizagem possui suporte às concretizações e ações mentais, propondo que o estudante interaja com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou responder algo.
- **Autonomia:** indica se o objeto digital de aprendizagem apoia a tomada de decisão e a iniciativa.

- **Cooperação:** indica se o objeto digital de aprendizagem apoia a troca de ideias e trabalho coletivo sobre o conceito apresentado.
- **Cognição:** refere-se às sobrecargas cognitivas que o objeto digital de aprendizagem dispõe na memória do estudante durante o processo de ensino e aprendizagem.
- **Afetividade:** refere-se aos sentimentos e motivações provocados no estudante durante a interação com o objeto digital de aprendizagem e com sua aprendizagem.

Na Figura 3 apresenta-se as características técnicas dos objetos digitais de aprendizagem, que são reusabilidade, disponibilidade, acessibilidade, confiabilidade, interoperabilidade, facilidade de instalação, portabilidade, usabilidade, manutenibilidade, granularidade, agregação e durabilidade.

Figura 3 - Características técnicas de um objeto de aprendizagem.



Fonte: Própria autora.

As características técnicas correspondem às demandas tecnológicas como, por

exemplo, acessibilidade, confiabilidade, usabilidade e granularidade. As características técnicas enfocadas por Braga e Menezes (2014, p. 33) são:

- **Disponibilidade:** indica se o objeto foi disponibilizado para uso.
- **Acessibilidade:** determina se o objeto permite o acesso de diferentes tipos de usuários como, por exemplo, idosos, deficientes visuais etc. Também indica a possibilidade de acesso ao objeto em diferentes lugares como, por exemplo, locais com ou sem acesso de internet etc., e por meio de diferentes tipos de dispositivos como computadores, celulares, tablets, entre outros.
- **Confiabilidade:** refere-se a ausência de defeitos técnicos ou problemas no conteúdo pedagógico.
- **Portabilidade:** indica se o objeto pode ser transferido para diferentes ambientes como, por exemplo, diferentes tipos de AVAs, ou ser instalado em diferentes sistemas operacionais.
- **Facilidade de instalação:** esta característica se aplica aos objetos que necessitam de instalação e indica a simplicidade do processo.
- **Interoperabilidade:** refere-se a capacidade do objeto ser integrado a vários sistemas.
- **Usabilidade:** indica a facilidade de utilização dos objetos por professores e alunos.
- **Manutenibilidade:** consiste na medida de esforço necessária para fazer alterações no objeto.
- **Granularidade:** “de maneira geral, a palavra granularidade origina-se da palavra grão, sendo que quanto maior o número de grãos de um sistema maior a sua granularidade”. No campo dos objetos de aprendizagem, a granularidade é a extensão de componentes menores e reutilizáveis que compõem um objeto.
- **Agregação:** indica se os componentes do objeto podem ser incorporados em conjuntos maiores de conteúdos.
- **Durabilidade:** indica se o objeto se mantém intacto quando o repositório em que ele está armazenado sofre mudanças ou problemas técnicos.
- **Reusabilidade:** essa é a principal característica de um objeto de aprendizagem e estabelece as possibilidades de reuso em diferentes contextos ou aplicações.

Braga e Menezes (2014) ainda explicam que a reusabilidade pode ser influenciada pelas demais características e, embora não seja obrigatório que todo objeto de aprendizagem possua todas as características listadas, quanto mais características ele tiver, maior a sua capacidade de reutilização.

2.3. O uso de um ODA do tipo jogo no processo de ensino e aprendizagem

Diante do exposto neste capítulo acerca dos objetos de aprendizagem, os jogos digitais podem ser considerados como tal quando utilizados para aprendizagem. Segundo Tarouco *et al* (2004), “os jogos fazem parte da nossa vida desde os tempos mais remotos, estando presentes não só na infância, mas como em outros momentos”.

Garcez (2021, p. 30) descreve que “a brincadeira é uma necessidade do ser humano, independentemente da idade”. Nessa perspectiva, tanto o brincar como o jogar constituem uma “atividade humana social com contexto cultural com indivíduos que utilizam a fantasia e a imaginação para interagir com a realidade que o cerca ou mesmo em um mundo intrassubjetivo produzindo, dessa forma, novas possibilidades”. A autora ainda reconhece que na infância, o ato de brincar não deve ser entendido apenas pelo aspecto da diversão, mas também, pelas potencialidades do desenvolvimento humano.

De acordo com Garcez (2021, p. 30):

Aliás, nesse ponto de estudo, torna-se importante diferenciar o brincar, o jogar, a brincadeira e o jogo. O ato de brincar corresponde a um comportamento que altera um contexto e o próprio indivíduo, não sendo uma resposta a determinado estímulo. Já o termo jogar, apesar de referenciar atividades lúdicas, é mais empregado em atividades ou jogos sujeitos a um sistema de regras identificáveis e evidentes. Nos jogos existem uma sequência de regras que os diferenciam e variam de acordo com a época e o meio cultural (GARCEZ, 2021, p. 30).

Quando os jogos são utilizados para aprendizagem, eles podem ser definidos como jogos educacionais (TAROUCO *et al*, 2004). O uso de jogos educacionais é capaz de potencializar a exploração e a construção do conhecimento por contar com a motivação, mas requer a oferta de estímulos externos e a sistematização de conceitos em situações que não envolvam jogos (KISHIMOTO, 2017, p. 26).

De acordo com Grandó (2000, p. 26)

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar (GRANDÓ, 2000, p. 26).

Contudo, apesar das vantagens trazidas pela inserção de jogos no contexto de ensino e aprendizagem, também há certas desvantagens. No Quadro 2 está organizada uma lista de vantagens e desvantagens dos jogos, segundo Grandó (2020).

Quadro 2 - Vantagens e desvantagens do uso de jogos educacionais.

Vantagens	Desvantagens
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; ✓ Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; ✓ Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); ✓ Aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; ✓ Significação para conceitos aparentemente incompreensíveis; ✓ Propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); ✓ O jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; ✓ O jogo favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe; ✓ A utilização dos jogos é um fator de motivação para os alunos; ✓ Dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; ✓ As atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; ✓ As atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam; ✓ O tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; ✓ As falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; ✓ A perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; ✓ A coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo; ✓ A dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: GRANDO, 2000, p. 35.

O uso de jogos educacionais proporciona ao aluno motivação e desenvolve hábitos de persistência no avanço de desafios e tarefas. Enquanto motivam, os jogos podem facilitar o aprendizado e aumentar a capacidade de retenção do que foi ensinado. Neste cenário, o professor assume o papel de mediador do processo, selecionando *softwares* adequados e dando orientações para que a atenção do aluno não seja destinada apenas para a competição, enfatizando os conceitos a serem desenvolvidos (TAROUCO *et al*, 2004). Porém, o jogo pode perder a ludicidade com a interferência constante do professor e esse tipo de atividade pode demandar mais tempo da aula do que outras atividades.

Portanto, a seleção do jogo e o seu modo de uso requerem o planejamento quanto a infraestrutura necessária e de uma dinâmica diferente de trabalho com a sala. (COSTA, PAFUNDA, 2014, p. 124).

3. OS NÚMEROS INTEIROS

Neste capítulo é apresentada brevemente a história dos números inteiros e, também, algumas definições e propriedades relacionadas ao estudo desse conjunto numérico.

3.1. Uma breve história dos números inteiros

O ser humano apresenta habilidades naturais para ponderar quantidades, como por exemplo, identificar a diferença de tamanho de objetos, estimar a velocidade dos animais, a abundância ou escassez de algo. Assim, nota-se que a Matemática surgiu inicialmente do cotidiano do homem. De acordo com Boyer (2010, p. 01), “Noções primitivas relacionadas com conceitos de número, grandeza e forma podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana”.

Entretanto, a evolução humana trouxe novos desafios, estimulando também o desenvolvimento da Matemática que, por sua vez, auxiliou na organização do espaço, na produção de alimentos e no comércio, entre outras demandas. De acordo com Mol (2013, p. 13), “o homem se viu assim diante da necessidade de pensar numericamente”. Jucá, Junior e Sá (2011, p. 4) destacam que

Segundo (EVES, 2004), quando o homem primitivo começou a perceber a necessidade de contagem de seu rebanho, ele começou a desenvolver uma forma de quantificar seu rebanho, surgindo assim às primeiras idéias de contagem. É provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio da correspondência biunívoca. Como a idéia de relacionar todos os carneiros do rebanho com uma pedrinha, nós em cordas, riscos nas pedras ou talhes em ossos, dessa forma, eles tinham a correspondência um a um.

Quando a necessidade de efetuar contagens mais extensas se fez necessária a evolução da idéia de contagem, levaram os povos antigos a desenvolver seus sistemas de numeração para facilitar seus cálculos. Assim, podemos encontrar na história das civilizações o sistema numérico dos egípcios, babilônicos, romanos, gregos, maias, dentre outros (JUCÁ; JUNIOR; SÁ, 2011, p. 4).

Percebemos que com isso, que com o passar do tempo, os algarismos utilizados para representar números passaram por transformações até chegar ao que conhecemos hoje. O sistema de numeração utilizado atualmente é o sistema decimal posicional e tem origem indiana. Segundo Aires (2010, p. 23): “Os símbolos actualmente em uso na comunicação internacional, baseada num sistema decimal, derivam de números ditos hindu-árabes para reflectir a sua origem na Índia e posterior desenvolvimento na região arábica”.

No sistema de numeração decimal, os números inteiros são escritos utilizando-se os algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. E todo número inteiro é representado por uma sequência formada por tais algarismos. O sistema é também chamado posicional, pois cada

algarismo, além do valor próprio, possui um peso que lhe é atribuído em função da posição que ocupa na sequência de algarismos que representa o número (HEFEZ, 2016, p. 58).

Contudo, a trajetória histórica dos números pode ser dividida em duas categorias: uma que tem sua origem por motivação externa, isto é, das atividades de contagem e medida, e outra que tem sua origem interna, isto é, das necessidades da própria Matemática. Os números naturais e as frações têm sua origem das atividades de contagem e medida, enquanto os números negativos, os irracionais e os complexos têm sua origem nas necessidades da própria Matemática, mais particularmente das manipulações algébricas (SÁ; ANJOS, 2011, p. 2).

De acordo com Neto (2010, p.11), os primeiros indícios dos números negativos na história da Matemática ocorreram na China antiga.

Dentro da cronologia dos algarismos os números negativos surgiram em primeiro lugar na China antiga, pois este povo calculava usando coleções de barras vermelhas para os números positivos e barras pretas para os números negativos, contudo, não aceitavam que um número negativo fosse solução de uma equação. Coube aos matemáticos indianos descobrirem os números negativos quando da tentativa de formular soluções de equações quadráticas (NETO, 2010, p.11).

Durante a Idade Média, o matemático indiano Brahmagupta¹⁴, escreveu a obra intitulada *BrahmasphutaSidd'hanta* (“A abertura do universo”), em 628 d.C. Nesse livro, ele aborda astronomia em vinte e um capítulos, dos quais o 12º e o 18º abordam a Matemática. A aritmética sistematizada dos números negativos e do zero foram encontradas pela primeira vez em sua obra, na qual ele também define o zero como resultado de uma subtração de um número por ele mesmo. Além de fornecer regras aritméticas de adição e multiplicação, Brahmagupta introduz os números negativos em termos de fortunas para os números positivos e débitos para os números negativos (SÁ; ANJOS, 2011, p. 2).

Contudo, o significado dos negativos, enquanto verdadeiros números, estava longe de se concretizar, pois estava preso ao critério de aceitação de novas ideias como boa matemática. Esse critério de tradição grega, “exigia para os negativos uma representação geométrica como a dos positivos de contagens ou medições”. (MEDEIROS, MEDEIROS, 1992, p. 3)

Segundo Medeiros e Medeiros (1992, p. 4), os “negativos, assim como outras contribuições dos hindus; foram passadas aos árabes que as transmitiram posteriormente aos europeus”. Mas apesar do uso crescente dos negativos, “as controvérsias sobre a sua natureza permaneceram acesas até o século XIX”. (MEDEIROS, MEDEIROS, 1992, p. 4)

¹⁴ Brahmagupta Sphuta Siddhânta nasceu em 598 a.C. e foi um dos matemáticos hindus mais importantes, sendo o primeiro a introduzir zero como dígito (ALVES, 2019).

Com o passar dos anos, o conceito de números inteiros foi se moldando e se tornando o que conhecemos na atualidade, como aponta Hefez (2016, p. 02):

A evolução da noção intuitiva de números inteiros para um conceito mais elaborado foi muito lenta. Só no final do século XIX, quando os fundamentos de toda a matemática foram questionados e intensamente repensados, é que a noção de número passou a ser baseada em conceitos da teoria dos conjuntos, considerados mais primitivos (HEFEZ, 2016, p.02).

O matemático alemão Edmund Landau (1877 - 1938) foi um dos matemáticos que ajudou a desenvolver o conceito do conjunto dos números inteiros e o batizou com a letra \mathbb{Z} que é a primeira letra da palavra número, em alemão *Zahlen*. Um grupo de matemáticos franceses, Grupo Bourbaki (1938), gostaram da ideia de Landau e ajudaram a difundir-la (FERNANDES, 2021).

3.2. O conjunto dos números inteiros se suas propriedades

O conjunto numérico chamado de inteiro e representado pela letra \mathbb{Z} , é escrito da seguinte maneira:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

As propriedades, proposições e definição apresentadas nesta seção foram extraídas de Hefez (2016), onde as propriedades dos números inteiros são consideradas como axiomas.

As operações de adição e de multiplicação em \mathbb{Z} possuem as seguintes propriedades:

- 1) A adição e a multiplicação são bem definidas:

Para todos $a, b, a', b' \in \mathbb{Z}$, se $a = a'$ e $b = b'$, então $a + b = a' + b'$ e $a \cdot b = a' \cdot b'$.

- 2) A adição e a multiplicação são comutativas:

Para todos $a, b \in \mathbb{Z}$, $a + b = b + a$ e $a \cdot b = b \cdot a$.

- 3) A adição e a multiplicação são associativas:

Para todos $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $(a + b) + c = a + (b + c)$ e $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

- 4) A adição e a multiplicação possuem elementos neutros:

Para todo $a \in \mathbb{Z}$, $a + 0 = a$ e $a \cdot 1 = a$.

- 5) A adição possui elementos simétricos:

Para todo $a \in \mathbb{Z}$, existe $b = (-a)$ tal que $a + b = 0$.

- 6) A multiplicação é distribuída com relação à adição:

Para todos $a, b, c \in \mathbb{Z}$, tem-se $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Cabe observar que o conjunto dos números inteiros é particionado em três subconjuntos, $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup (-\mathbb{N})$, onde $-\mathbb{N}$ é o conjunto dos simétricos dos elementos de

\mathbb{N} (conjunto dos números naturais). Representando por $-a$ o simétrico de a , seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que $-(-a) = a$.

Outros resultados envolvendo os números inteiros são apresentados abaixo como proposições.

Proposição 1. Para todo $a \in \mathbb{Z}$ tem-se que $a \cdot 0 = 0$.

Demonstração:

Da Propriedade 4 temos que:

$$a \cdot 0 = a(0 + 0).$$

E da Propriedade 6 temos que:

$$a \cdot 0 = a \cdot 0 + a \cdot 0.$$

Somando $-(a \cdot 0)$, em ambos os lados da igualdade, temos

$$-(a \cdot 0) + a \cdot 0 = -(a \cdot 0) + (a \cdot 0 + a \cdot 0)$$

Pelas Propriedades 3, 5, 2 e 4, obtemos:

$$\begin{aligned} -(a \cdot 0) + a \cdot 0 &= (-(a \cdot 0) + a \cdot 0) + a \cdot 0 = 0 + a \cdot 0 \\ 0 &= a \cdot 0. \end{aligned}$$

Observação¹⁵ 2. Para $a, b \in \mathbb{Z}$, tem-se que $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$.

Demonstração:

Da Propriedade 5 temos que $a + (-a) = 0$. Multiplicando por b ambos os lados da igualdade e pela Propriedade 6, obtemos $a \cdot b + (-a) \cdot b = 0 \cdot b = 0$

Como $a \cdot b + (-a) \cdot b = 0$ e o elemento oposto de um número é único, temos que $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$.

Proposição 3. A adição é compatível e cancelativa com respeito à igualdade:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, a = b \Leftrightarrow a + c = b + c.$$

Demonstração:

A implicação $a = b \Rightarrow a + c = b + c$ é consequência da Propriedade 1, que garante que a adição é bem definida, o que permite somar um dado número a ambos os lados de uma igualdade.

Supondo agora que $a + c = b + c$, e somando $(-c)$ em ambos os lados desta igualdade, temos

$$(a + c) + (-c) = (b + c) + (-c)$$

¹⁵ Item d do Problema 1.1 do livro de Aritmética de Abramo Hefez.

Pelas Propriedades 3, 5 e 4 obtemos

$$a + (c + (-c)) = b + (c + (-c))$$

$$a + (0) = b + (0)$$

$$a = b$$

A operação de adição permite definir uma nova operação chamada de subtração.

Definição: Dados dois números inteiros, a e b , define-se o número b *menos* a , denotado por $b - a$, como sendo $b - a = b + (-a)$. Logo, dizemos que $b - a$ é o resultado da subtração de a de b .

Além disso, no conjunto dos inteiros também valem as seguintes propriedades:

- 7) Fechamento de \mathbb{N} : O conjunto \mathbb{N} é fechado para adição e para a multiplicação, ou seja, para todos $a, b \in \mathbb{N}$, tem-se que $a + b \in \mathbb{N}$ e $ab \in \mathbb{N}$.
- 8) Tricotomia: Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, uma, e apenas uma, das seguintes possibilidades é verificada:
 - i. $a = b$;
 - ii. $b - a \in \mathbb{N}$;
 - iii. $-(b - a) = a - b \in \mathbb{N}$.

Desse modo, temos que a é *menor do que* b , simbolizado por $a < b$, toda vez que a propriedade (ii) acima for verificada, e temos ainda que a propriedade (iii) acima equivale a afirmar que $b < a$. Então, a tricotomia diz que, dados $a, b \in \mathbb{Z}$, uma, e somente uma das seguintes condições é verificada:

- i. $a = b$;
- ii. $a < b$;
- iii. $b < a$.

Para representar $a < b$ podemos utilizar a notação $b > a$, que se lê b é *maior do que* a .

Como $a - 0 = a$, decorre das definições que $a > 0$, se, e somente se, $a \in \mathbb{N}$. Portanto, $\{x \in \mathbb{Z}; x > 0\} = \mathbb{N}$ e $\{x \in \mathbb{Z}; x < 0\} = -\mathbb{N}$. Daí decorre que $a > 0$ se, e somente se, $-a < 0$.

Proposição 4. A relação “menor do que” é transitiva:

$$\forall a, b, c, \in \mathbb{Z}, a < b \text{ e } b < c \implies a < c.$$

Demonstração:

Supondo $a < b$ e $b < c$, temos que $b - a \in \mathbb{N}$ e $c - b \in \mathbb{N}$. Como \mathbb{N} é fechado para a adição, temos que

$$c - a = c + 0 - a = c + (-b + b) - a = (c - b) + (b - a) \in \mathbb{N}.$$

Logo, $a < c$.

Proposição 5. A adição é compatível e cancelativa com respeito à relação “menor do que”:

$$\forall a, b, c, \in \mathbb{Z}, a < b \Leftrightarrow a + c < b + c.$$

Demonstração:

Supondo que $a < b$, então $b - a \in \mathbb{N}$. Portanto,

$$\begin{aligned} (b + c) - (a + c) &= b + c + (-a - c) \\ &= b + c - a - c \\ &= b + 0 - a \\ &= b - a \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

Isso implica que $a + c < b + c$.

Reciprocamente, supondo que $a + c < b + c$ e, pela primeira parte da proposição, somando $(-c)$ a ambos os lados da desigualdade, obtemos

$$a + c + (-c) < b + c + (-c)$$

Pelas Propriedades 5 e 4 temos que

$$\begin{aligned} a + 0 &< b + 0 \\ a &< b. \end{aligned}$$

Proposição 6. A multiplicação por elementos de \mathbb{N} é compatível e cancelativa com respeito à relação “menor do que”:

$$\forall a, b, \in \mathbb{Z}, \forall c \in \mathbb{N}, a < b \Leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c.$$

Demonstração:

Supondo que $a < b$, então $b - a \in \mathbb{N}$. Assim, se $c \in \mathbb{N}$, pelo fato de \mathbb{N} ser fechado para a multiplicação, temos

$$b \cdot c - a \cdot c = (b - a) \cdot c \in \mathbb{N}.$$

Logo, $a \cdot c < b \cdot c$.

Reciprocamente, supondo que $a \cdot c < b \cdot c$, com $c \in \mathbb{N}$, temos, pela tricotomia, três possibilidades a analisar:

- (i) Caso $a = b$. Como a multiplicação é bem definida (Propriedade 1), isso acarretaria $a \cdot c = b \cdot c$, o que é falso.
- (ii) Caso $b < a$. Pela primeira parte da demonstração, isso acarretaria $b \cdot c < a \cdot c$, mas por hipótese $a \cdot c < b \cdot c$.
- (iii) Caso $a < b$. Este é o único caso válido.

Observação¹⁶ 7. Sejam $d, e \in \mathbb{Z}$, temos que $d < e$ se, e somente se, $-d > -e$.

Demonstração:

Somando $-(d + e)$ em ambos os lados da desigualdade $d < e$, obtemos

$$\begin{aligned} d + (-(d + e)) &< e + (-(d + e)) \\ d + (-d) + (-e) &< e + (-d) + (-e) \\ 0 + (-e) &< (-d) + 0 \\ -e &< -d, \text{ ou então, } -d > -e. \end{aligned}$$

Reciprocamente, somando $(d + e)$ em ambos os lados da desigualdade $-d > -e$, obtemos

$$\begin{aligned} -d + (d + e) &> -e + (d + e) \\ (-d + d) + e &> (-e + e) + d \\ 0 + e &> 0 + d \\ e &> d \text{ ou então } d < e. \end{aligned}$$

Proposição 8. A multiplicação é compatível e cancelativa com respeito à igualdade:

$$\forall a, b, \in \mathbb{Z}, \forall c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}, a = b \Leftrightarrow a \cdot c = b \cdot c.$$

Demonstração:

A implicação $a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$ vale também quando $c = 0$ e decorre do fato da multiplicação ser bem definida (Propriedade 1), que permite multiplicar ambos os lados de uma igualdade por um mesmo número.

Reciprocamente, supondo que $a \cdot c = b \cdot c$, temos duas possibilidades para analisar.

Caso $c > 0$. Pela tricotomia temos que $a < b$ ou $b < a$ ou $a = b$. Pela Proposição 3.6, se $a < b$ temos que $a \cdot c < b \cdot c$, o que é um absurdo. E pelo mesmo argumento, se $b < a$, temos que $b \cdot c < a \cdot c$, o que também é um absurdo. Portanto, a única alternativa válida é $a = b$.

¹⁶ Problema 1.4 do livro de Aritmética de Abramo Hefez.

Caso $-c > 0$. Pela Proposição 6, se $a < b$, temos que $a \cdot (-c) < b \cdot (-c)$, então, pela Proposição 3.2, obtemos $-a \cdot c < -b \cdot c$, isto implica em $a \cdot c > b \cdot c$ (Observação 7), o que é um absurdo. E pelo mesmo argumento, se $b < a$, temos que $b \cdot (-c) < a \cdot (-c)$, então $-b \cdot c < -a \cdot c$, isto implica em $b \cdot c > a \cdot c$, o que também é um absurdo. Portanto, a única alternativa válida é $a = b$.

Daí segue que \mathbb{Z} é um *domínio de integridade*, isto é, se a e b são inteiros tais que $a \cdot b = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$.

A relação $<$ não é uma relação de ordem, pois não é reflexiva. Mas, por meio dela, é possível obter uma relação de ordem.

Utilizando a notação $a \leq b$ ou $b \geq a$, se $a < b$ ou $a = b$, dizemos que a é menor ou igual do que b , ou que b é maior ou igual do que a .

Observando que $a \leq b$ se, e somente se, $b - a \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Assim, essa nova relação é efetivamente uma relação de ordem, pois possui as seguintes propriedades:

- 1) É reflexiva: $\forall a \in \mathbb{Z}, a \leq a$.
- 2) É antissimétrica: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \leq b \text{ e } b \leq a \Rightarrow a = b$.
- 3) É transitiva: $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, a \leq b \text{ e } b \leq c \Rightarrow a \leq c$.

A seguir é apresentado a definição de módulo ou valor absoluto.

Definição: Seja $a \in \mathbb{Z}$, definimos

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{se } a \geq 0 \\ -a, & \text{se } a < 0. \end{cases}$$

Para todo $a \in \mathbb{Z}$, tem-se que $|a| \geq 0$ e $|a| = 0$ se, e somente se, $a = 0$.

Proposição 9. Para $a, b \in \mathbb{Z}$ e $r \in \mathbb{N}$, temos

- i) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$;
- ii) $|a| \leq r$ se, e somente se, $-r \leq a \leq r$;
- iii) $-|a| \leq a \leq |a|$;
- iv) a desigualdade triangular

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

Demonstração:

i) Temos seis possibilidades a analisar de acordo com sinais de a e de b :

Caso 1: Se $a = 0$ temos que $a \cdot b = 0$ e $|a| = 0$. Então, $|a \cdot b| = |0| = 0$ e $|a| \cdot |b| = 0$. Logo, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

Caso 2: Se $b = 0$ temos que $a \cdot b = 0$ e $|b| = 0$. Então, $|a \cdot b| = |0| = 0$ e $|a| \cdot |b| = 0$. Logo, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

Caso 3: Se $a > 0$ e $b > 0$ temos que $a \cdot b > 0$, $|a| = a$ e $|b| = b$. Então $|a \cdot b| = a \cdot b = |a| \cdot |b|$.

Caso 4: Se $a > 0$ e $b < 0$ temos que $a \cdot b < 0$, $|a| = a$ e $|b| = -b$. Então, $|a \cdot b| = -(a \cdot b) = a \cdot (-b) = |a| \cdot |b|$. Logo, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

Caso 5: Se $a < 0$ e $b > 0$ temos que $a \cdot b < 0$, $|a| = -a$ e $|b| = b$. Então, $|a \cdot b| = -(a \cdot b) = (-a) \cdot b = |a| \cdot |b|$. Logo, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

Caso 6: Se $a < 0$ e $b < 0$ temos que $a \cdot b > 0$, $|a| = -a$ e $|b| = -b$. Então $|a \cdot b| = a \cdot b = (-a) \cdot (-b) = |a| \cdot |b|$. Logo, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

Portanto, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

ii) Supondo que $|a| \leq r$, então pela Observação 7 temos que $-|a| \geq -r$ ou $-r \leq -|a|$. Pelo item *(iii)* temos que $-|a| \leq a \leq |a|$. Logo, $-r \leq -|a| \leq a \leq |a| \leq r$.

Portanto, $-r \leq a \leq r$.

Reciprocamente, supondo que $-r \leq a \leq r$ temos duas possibilidades a analisar:

Caso 1: Se $a \geq 0$, então $|a| = a \leq r$. Logo, $|a| \leq r$.

Caso 1: Se $a < 0$ temos que $|a| = -a$. Como $-r \leq a$ equivale a $r \geq -a$ ou $-a \leq r$, então $|a| = -a \leq r$. Logo, $|a| \leq r$.

iii) Temos duas possibilidades a analisar:

Caso 1: Se $a > 0$ temos que $|a| = a$, $-|a| = -a$ e $-a \leq a$. Como $a = |a|$, então $a \leq |a|$. Assim, $-|a| = -a \leq a \leq |a|$. Portanto, $-|a| \leq a \leq |a|$.

Caso 2: Se $a < 0$ temos $|a| = -a$, $-|a| = a$ e $a \leq -a$. Como $-|a| = a$, então $-|a| \leq a$. Assim, $-|a| \leq a \leq -a = |a|$. Portanto, $-|a| \leq a \leq |a|$.

iv) Pelo item *iii)* temos que $-|a| \leq a \leq |a|$ e que $-|b| \leq b \leq |b|$. Somando estas duas desigualdades membro a membro obtemos

$$\begin{aligned} -|a| - |b| &\leq a + b \leq |a| + |b| \\ -(|a| + |b|) &\leq a + b \leq |a| + |b|, \end{aligned}$$

E pelo item *ii)* concluímos que $|a + b| \leq |a| + |b|$.

As propriedades descritas acima não são suficientes para caracterizar os inteiros, pois há outros conjuntos munidos de operações de adição e multiplicação que possuem as propriedades de 1 a 8 citadas acima. No entanto, só os inteiros possuem a propriedade descrita a seguir.

9) Princípio da Boa Ordenação: Se S é um subconjunto não vazio de \mathbb{Z} e limitado inferiormente, então S possui um menor elemento.

Com este axioma já é possível diferenciar os números inteiros dos racionais e reais. Só para exemplificar, o intervalo aberto $(0, 1)$, tanto em \mathbb{Q} quanto em \mathbb{R} é limitado inferiormente, mas não possui um menor elemento.

Logo, este é o único axioma que faltava para caracterizar o conjunto dos números inteiros e qualquer propriedade dos números inteiros pode ser deduzida por meio desses nove axiomas que foram apresentados.

Abaixo são descritas algumas propriedades de \mathbb{Z} que podem ser demonstradas com o uso do Princípio da Boa Ordenação.

Proposição 10. Não existe nenhum número inteiro n tal que $0 < n < 1$.

Demonstração:

Supondo por absurdo que exista n tal que $0 < n < 1$. Logo, o conjunto $S = \{x \in \mathbb{Z}; 0 < x < 1\}$ é não vazio, além de ser limitado inferiormente. Portanto, S possui um menor elemento a , com $0 < a < 1$. Multiplicando esta última desigualdade por a , obtemos $0 < a^2 < a < 1$, logo $a^2 \in S$ e $a^2 < a$, o que é uma contradição pois a é o menor elemento de S . Portanto, $S = \emptyset$.

Corolário 11. Dado um número inteiro n qualquer, não existe nenhum número inteiro m tal que $n < m < n + 1$.

Demonstração:

Supondo, por absurdo, que exista um número inteiro m tal que $n < m < n + 1$. Somando $-n$ em ambos os membros desta desigualdade, obtemos $n + (-n) < m + (-n) < n + 1 + (-n) \Rightarrow 0 < m - n < 1$. Como $m, n \in \mathbb{Z}$, então, $m - n \in \mathbb{Z}$, o que é uma contradição, pois não existe nenhum número inteiro entre 0 e 1 (Proposição 10).

Corolário 12. Se $a, b \in \mathbb{Z}$, com $b \neq 0$, então $|a \cdot b| \geq |a|$.

Demonstração:

Como $b \neq 0$ e pela Proposição 10 temos que $|b| \geq 1$. Multiplicando ambos os lados dessa desigualdade por $|a|$ e usando o item (i) da Proposição 9 obtemos

$$|a| \cdot |b| \geq |a| \cdot 1$$

$$|a \cdot b| \geq |a|$$

Corolário 13. (Propriedade Arquimediana). Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$, com $b \neq 0$. Então existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $n \cdot b > a$.

Demonstração:

Como $b \neq 0$, então $|b| \neq 0$ e pela Proposição 9 temos que $|b| \geq 1$. Multiplicando ambos os membros dessa igualdade por $|a| + 1$ obtemos

$$(|a| + 1) \cdot |b| > (|a| + 1) \cdot 1$$

$$(|a| + 1) \cdot |b| > |a| + 1 > |a| \geq a$$

$$(|a| + 1) \cdot |b| > a$$

Tomando $n = |a| + 1$, se $b > 0$ e $n = -(|a| + 1)$, se $b < 0$ temos que $n \cdot b > a$.

4. METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentados a metodologia adotada e o *software* utilizado para desenvolver o objeto digital de aprendizagem.

4.1. Metodologia INTERA

Visto que objetos digitais de aprendizagem são recursos eletrônicos utilizados para contribuir com a aprendizagem e que possuem características pedagógicas e técnicas, buscou-se por uma metodologia para desenvolvimento de um jogo para apoiar os processos de ensino e aprendizagem de adição e subtração de números inteiros.

A metodologia adotada foi a INTERA, que tem foco no reuso, na qualidade técnica e no *design* instrucional. Essa metodologia é “um arcabouço de processos para o desenvolvimento de qualquer tipo de conteúdo digital utilizado para a aprendizagem”. (BRAGA, 2015, p. 29)

Na metodologia INTERA são considerados os seguintes componentes, de acordo com Braga (2015):

1. **Fases:** são três: inicial, intermediária e de transição. Estas fases são os momentos em que cada uma das etapas da metodologia pode ocorrer e caracterizam-se por serem sequenciais e, normalmente, entregam algum componente do objeto digital de aprendizagem.
2. **Papéis:** descrevem as funções das pessoas envolvidas no projeto, sendo possível que uma pessoa assuma mais de um papel na metodologia. Os papéis sugeridos pela metodologia INTERA são: analista, conteudista, gerente de projetos, demandante, designer de interface, designer instrucional, equipe de desenvolvimento e equipe de teste. No Quadro 3, apresenta-se a descrição destes papéis.

Quadro 3 - Descrição dos papéis sugeridos pela metodologia INTERA.

<i>Papel</i>	<i>Descrição das atividades do papel</i>
Analista	Responsável por fazer o levantamento e análise do contexto e dos requisitos do OA. Também é responsável por elaborar o planejamento da qualidade e dos testes do OA.
Conteudista	Responsável pela elaboração do conteúdo, incluindo pesquisa de conteúdo, especificação de conteúdos adicionais e avaliação do conteúdo na etapa de testes. É também sua função manter a integridade do conteúdo do OA realizando nele várias revisões, se necessário. Deverá manter o OA dentro dos objetivos pedagógicos no qual ele foi concebido e garantir a qualidade e veracidade do conteúdo.

Demandante	Solicita o desenvolvimento do OA que será desenvolvido. Pode ser o principal responsável por fornecer a verba necessária para o desenvolvimento do OA.
Gerente de Projetos	Responsável por planejar e gerenciar o projeto de desenvolvimento do OA. Faz parte de suas atribuições: manter a comunicação entre a equipe, acompanhar o cronograma, o escopo e o custo do projeto, distribuir e gerenciar as atividades da equipe.
Designer de Interface	Projeta os componentes de interface do OA de forma a potencializar o entendimento do conteúdo (produzido pelo conteudista) a partir do uso de linguagens e formatos variados (hipertexto, da mixagem e da multimídia). Desenvolve a identidade visual do objeto.
Designer Instrucional (designer pedagógico)	Será o responsável por realizar o planejamento pedagógico e a avaliação pedagógica do OA.
Designer Técnico (ou Arquiteto)	Responsável pelas escolhas tecnológicas para o desenvolvimento do OA, de acordo com seu contexto e requisitos. Também é responsável por fornecer subsídios técnicos de forma a guiar a equipe de desenvolvimento. Exerce a função de um consultor técnico e necessita ter formação na área de computação ou similar.
Equipe de desenvolvimento	Responsável pelo desenvolvimento ou produção do OA. Essa equipe deverá ser formada por profissionais técnicos de acordo com o tipo de OA a ser desenvolvido. Exemplos: se o curso precisar de um vídeo, a equipe deverá possuir técnicos em produção de vídeo. Se a equipe precisar de um software, deverá poder contar com programadores.
Equipe de teste	Responsável por realizar diferentes tipos de testes ao longo do desenvolvimento do curso, garantindo assim sua qualidade. Faz parte de suas atribuições testar as funcionalidades, a acessibilidade, a confiabilidade etc.

Fonte: BRAGA, 2015, p. 30.

3. **Artefatos:** são todos os dados gerados ao longo das etapas da metodologia INTERA, desde documentos até código fonte.
4. **Etapas:** podem ocorrer concomitantemente ou não, as etapas são conjuntos de atividades ligadas a uma área de interesse principal.

As etapas que compõem a metodologia INTERA são interativas, permitindo o “ir e vir” entre elas, e são integradas pela gestão de projetos. As etapas da metodologia são:

- **Contextualização:** sugerida como a primeira etapa a ser realizada, na qual define-se o cenário pedagógico em que o objeto digital de aprendizagem será aplicado. Para isso, é realizado um levantamento de informações como: objetivos pedagógicos, área de conhecimento, ementa em que o objeto de aprendizagem se encaixa, público alvo, conhecimento prévio, possibilidade de ser acessado por diferentes dispositivos etc.
- **Requisitos:** listagem das características técnicas e pedagógicas que fazem parte do objeto digital de aprendizagem.

- **Arquitetura:** consiste na análise dos requisitos do objeto digital de aprendizagem e, juntamente com as informações obtidas na etapa de contextualização, é elaborado um esboço do objeto digital de aprendizagem. Ainda nesta etapa, são definidas as tecnologias mais adequadas para o desenvolvimento do objeto de aprendizagem e os componentes de reuso (manual de uso para o professor, manual de uso para o aluno, instalador, etc.).
- **Desenvolvimento:** esta etapa corresponde ao desenvolvimento do objeto de aprendizagem e seus componentes de reuso.
- **Testes e qualidade:** nesta etapa são realizados testes com intenção de validar as características técnicas e algumas das características pedagógicas do objeto digital de aprendizagem, verificando também sua qualidade.
- **Disponibilização:** corresponde a etapa publicação do objeto de aprendizagem.
- **Avaliação:** consiste em aplicar o objeto de aprendizagem em sala de aula com o objetivo de avaliar seu aprendizado.
- **Gestão de projetos:** corresponde a execução das atividades relacionadas à função do coordenador, que acompanha o desenvolvimento das outras etapas gerenciando a equipe.
- **Ambiente:** nesta etapa é feito o controle do ambiente técnico onde o objeto digital de aprendizagem é desenvolvido, como, por exemplo, a realização de *backups* de diferentes versões do objeto.

Seguir uma metodologia para desenvolver o objeto digital de aprendizagem pode resultar em um produto com grande número de características pedagógicas e técnicas, embora nem todos os objetos apresentem todas essas características. Por outro lado, quanto mais características um objeto tiver, maior a sua capacidade de reutilização. (BRAGA, MENEZES, 2014, p. 35)

Para desenvolver o objeto digital de aprendizagem foi escolhido o Scratch. Este *software* permite a criação de jogos, animações e histórias interativas, em ambiente de programação visual de fácil utilização. Na seção seguinte é apresentado o *software* Scratch e suas principais características.

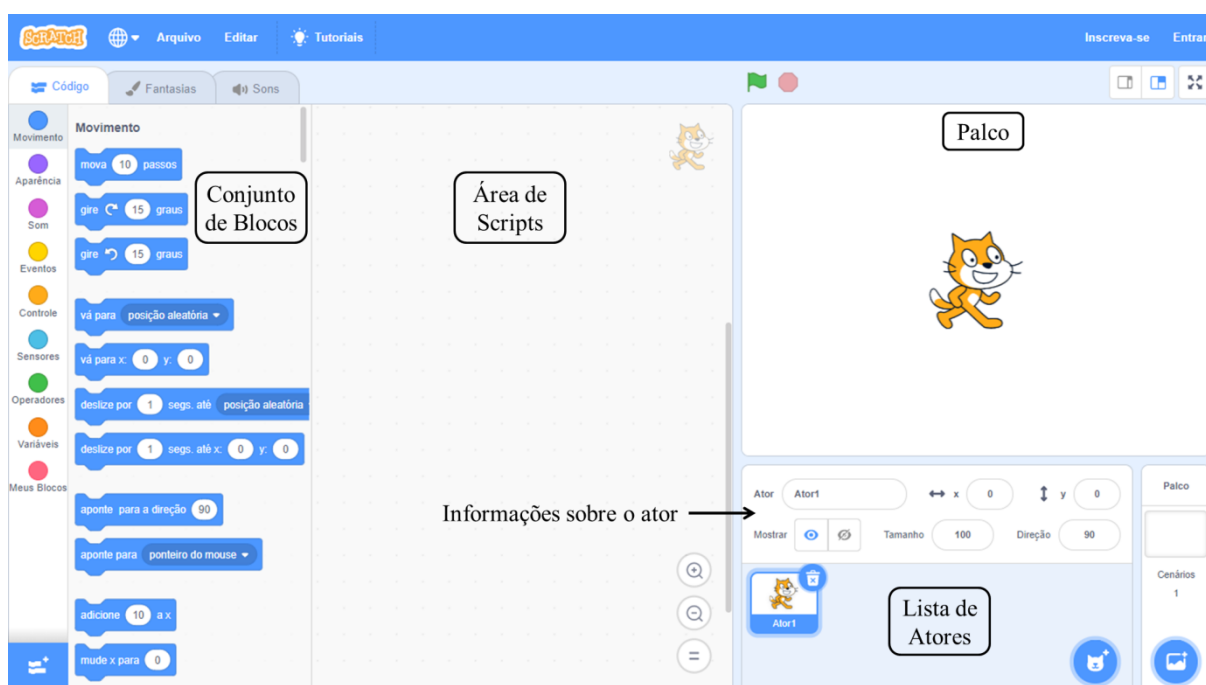
4.2. Software Scratch

O Scratch é um ambiente de programação visual desenvolvido no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) *Media Lab*. É gratuito e pode ser instalado no computador ou

ser usado de forma *online*, através do site <http://scratch.mit.edu>. A plataforma *online* permite o usuário compartilhar suas criações com outros usuários que podem copiar a sua criação e alterá-la da maneira que desejarem.

Segundo Marji (2014), um programa de computador é um conjunto de instruções que dizem o que um computador deve fazer e essas instruções são escritas por meio de uma linguagem de programação. Geralmente, as linguagens de programação são baseadas em texto, enquanto no Scratch são utilizados blocos que se encaixam, o que facilita a criação de programas. Na Figura 4, é apresentado a tela inicial do ambiente de programação do Scratch 3.0.

Figura 4 - Ambiente de programação do Scratch.



Fonte: Própria autora.

O conjunto de blocos para programação (indicado na Figura 4), fica do lado esquerdo da tela, na aba **código**. Estes blocos são organizados por cores para distinguir as funções que desempenham, como, por exemplo, os blocos que dão movimento aos atores são na cor azul e os blocos que alteram a sua aparência são na cor roxa.

O gato é chamado de ator, se encontra na Lista de atores (Figura 4) e pode ser substituído e/ou adicionado tantos atores quanto se deseja, os quais seguirão as instruções contidas nos blocos.

O quadro branco com um gato do lado direito da tela é o palco (Figura 4), onde podemos visualizar o resultado do que está sendo desenvolvido. Nele pode ser adicionado um

cenário, isto é, um plano de fundo. Abaixo da área do palco aparecem algumas informações do ator selecionado, como as coordenadas da posição e a direção para qual ele aponta (em graus), e há também uma lista de todos os atores utilizados.

E o espaço em branco no meio da tela (Figura 4) é o local disponível para montar a programação, onde os blocos são arrastados para compor o código do objeto.

5. O JOGO LABIRINTO DOS INTEIROS

Utilizando a metodologia INTERA, foi desenvolvido o objeto digital de aprendizagem, tipo jogo, chamado “Labirinto dos Inteiros”, o qual pode ser acessado através do link: <https://scratch.mit.edu/projects/562693401>. Neste capítulo, descrevemos cada etapa desse processo de desenvolvimento, definidas pela metodologia citada, e apresentamos as principais características do objeto.

Com relação aos papéis que descrevem as funções das pessoas envolvidas no projeto de desenvolvimento, a autora deste trabalho desempenhou os papéis de demandante, analista, conteudista e designer de interface. A orientadora do trabalho desempenhou os papéis de analista, gerente de projeto e integrou a equipe de teste, juntamente com outros dois professores de matemática.

5.1. Contextualização

A etapa de contextualização se caracterizou pela definição do público alvo e dos objetivos pedagógicos que se desejava atingir com o objeto digital de aprendizagem a ser desenvolvido. O Quadro 4 apresenta um relatório sobre aspectos da contextualização do objeto, com base no modelo sugerido pela metodologia INTERA.

Quadro 4 – Aspectos definidos na etapa de contextualização do objeto digital de aprendizagem.

Caracterização do AO	
Tipo de objeto de aprendizagem:	Jogo
Objetivos pedagógicos que se deseja atingir:	Proporcionar aos alunos o desenvolvimento de cálculos mentais de adição e subtração com números inteiros.
Área de conhecimento:	Matemática
Unidade temática:	Números
Objeto de conhecimento:	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.
Habilidade:	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
Descrição do objeto de aprendizagem:	O objeto é um jogo inspirado no Pac-Man, cujo objetivo é pegar a fruta que contém a resposta correta da operação com números inteiros ao mesmo tempo que desvia dos monstros que surgem no decorrer do

	tempo.
Público Alvo:	Alunos do 7º ano do ensino fundamental
Conhecimento prévio do público alvo:	Noção de operações de adição e subtração de números inteiros.
Grau de Acessibilidade:	O objeto de aprendizagem poderá ser acessado por meio de um computador, celular ou tablet. Não é adaptado para usuários deficientes visuais.
Fluência tecnológica:	Navegação na web.

Fonte: Própria autora.

Em síntese, o objeto de aprendizagem destina-se aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental como atividade ao estudo de operações de adição e subtração com números inteiros. Por conseguinte, optou-se por elaborar um jogo inspirado no Pac-Man que possui uma dinâmica simples: o jogador movimenta o personagem com o objetivo de “comer” todas as pastilhas do labirinto enquanto foge dos monstros do jogo. Já o objetivo do jogo desenvolvido será pegar a fruta que contém a resposta correta da operação com números inteiros e ao mesmo tempo o jogador desviará dos monstros que irão surgindo no decorrer do tempo.

5.2. Requisitos

Braga (2015, p. 72) explica que “por meio da etapa de requisitos, o entendimento sobre as características do OA perpassa o “que” deve ser feito e o “como” será feito, e possibilita que toda a equipe visualize como deve ser o OA, o que ele pretende alcançar e como”. Com base nessa definição da etapa de requisitos, foram elaborados os Quadros 5 e 6, nos quais são apresentadas as características pedagógicas e técnicas que nortearam o desenvolvimento do objeto de aprendizagem.

Quadro 5 - Descrição dos requisitos pedagógicos do objeto de aprendizagem.

Características pedagógicas	
Interatividade:	Durante o jogo aparecerá operações de adição e subtração de números inteiros que os alunos deverão calcular mentalmente e buscar a resposta correta para ganhar pontos.
Autonomia:	O aluno pode acessar o jogo sempre que desejar desde que tenha o link. E internamente tem as opções para escolha de qual operação (adição ou subtração)

	pretende jogar.
Cooperação:	O objeto digital de aprendizagem não tem suporte para os alunos trabalhar coletivamente.
Cognição:	O objeto não apresenta sobrecarga cognitiva, pois o jogo não apresenta informações irrelevantes, somente o que é necessário para o entendimento do mesmo.
Afetividade:	Como o objeto é do tipo jogo, este pode despertar o interesse e proporciona a competição e o desafio que motivam o jogador.

Fonte: Própria autora.

Com relação a iteratividade, “quanto mais o objeto permite que o aluno se aproprie de informações, reflita e seja ativo em seu processo de aprendizagem, mais interativo ele é” (BRAGA; MENEZES, 2014, p. 29). Por outro lado, quanto mais interativo for o objeto de aprendizagem, maior será a chance do estudante se envolver com o conteúdo de maneira ativa (ÁVILA; TAROUCO, 2014, p. 182).

Contudo, isso não significa que um tipo de objeto seja melhor ou pior que outro, pois “Tudo depende do objetivo de aprendizagem que se tem ao utilizá-lo e da estratégia pedagógica que será empregada para isso”. (BRAGA; MENEZES, 2014, p. 32)

E com relação as cargas cognitivas, Ávila e Tarouco (2014, p. 170) destacam que “deve-se levar em consideração o número de elementos que podem ser processados ao mesmo tempo, bem como a capacidade que o estudante tem de reter informação de maneira simultânea quando apresentadas em modo visual e auditivo”.

Quadro 6 - Descrição dos requisitos técnicos do objeto de aprendizagem.

Características técnicas	
Disponibilidade:	O jogo ficará disponível na plataforma on-line do Scratch.
Acessibilidade:	O objeto de aprendizagem poderá ser acessado por computadores, celular ou tablet. Pode ser usado na plataforma on-line, sendo necessária conexão com a internet. Não é acessível a deficientes visuais.
Confiabilidade:	O jogo deverá ter exatidão nos exercícios propostos e também equilíbrio para que os exercícios sejam resolvidos rapidamente.
Portabilidade:	A plataforma on-line do Scratch roda na maioria dos

	navegadores de internet em computadores.
Facilidade de instalação:	Não necessita de instalação.
Interoperabilidade:	O jogo é executado dentro da plataforma Scratch que está disponível on-line e também pode ser feito o download como um aplicativo para computador.
Usabilidade:	Terá instruções de uso na página do jogo.
Manutenibilidade:	É possível fazer alterações no jogo dentro da plataforma.
Granularidade:	O jogo apresenta certo grau de granularidade, pois ele apresenta as operações de adição com números inteiros no nível 1 e operações de subtração no nível 2.
Agregação:	A plataforma do Scratch permite que o jogo seja incorporado em uma página de internet ou seja disponibilizado por meio de um link.
Durabilidade:	O jogo será mantido dentro da plataforma do site http://scratch.mit.edu .
Reusabilidade:	O jogo não apresenta uma complexidade de conteúdos e pode ser usado em diferentes contextos.

Fonte: Própria autora.

5.3. Arquitetura

A partir da caracterização do objeto digital de aprendizagem, obtida na etapa de contextualização e análise dos requisitos obtidos na etapa de requisitos, é elaborado um esboço do objeto digital de aprendizagem. Por meio dos esboços é definida a arquitetura do objeto de aprendizagem a ser desenvolvido, neste caso, o jogo Labirinto dos Inteiros. Segundo Braga (2015, p. 87), a arquitetura de um objeto digital de aprendizagem pode ser considerada “[...] como sendo o projeto do OA por meio de esboços a serem criados independentes da tecnologia em que o OA será desenvolvido”.

O esboço exhibe o rascunho ou delineamento do objeto digital de aprendizagem a ser produzido (BRAGA, 2015, p. 88). Como neste caso os papéis de professor e desenvolvedor são funções de uma mesma pessoa, então o esboço do objeto digital de aprendizagem desenvolvido foi elaborado apenas mentalmente pensando nas funcionalidades, objetivos e público alvo.

Nesta etapa foi definido que a tecnologia a ser utilizada para o desenvolvimento do objeto seria o Scratch, que é uma plataforma de programação e construção de objetos digitais,

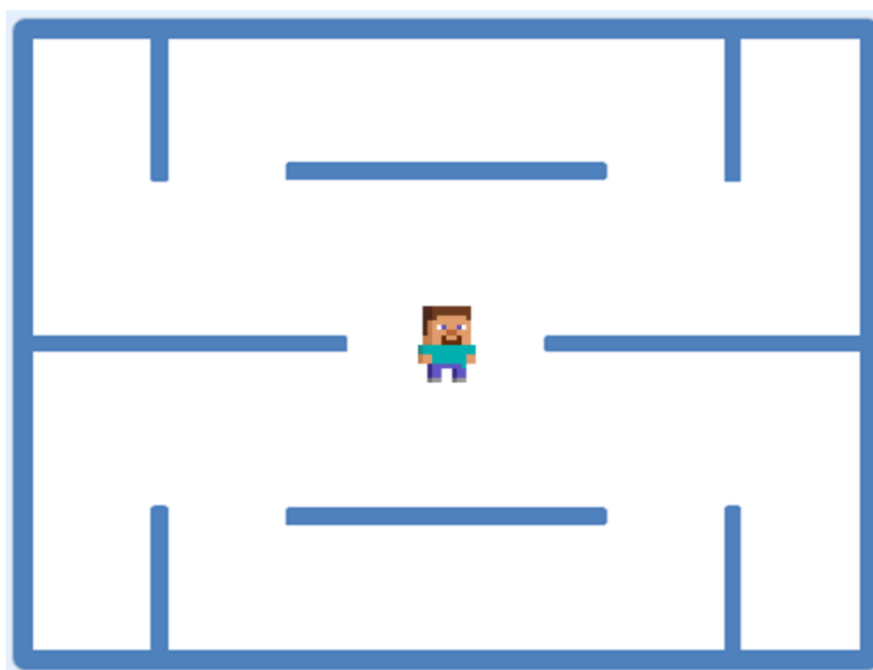
que usa linguagem de programação visual em blocos, conforme detalhado na Seção 4.1. Tais características, facilitam o seu uso sem a necessidade de conhecimentos avançados de programação computacional.

5.4. Desenvolvimento

O objeto digital de aprendizagem é um jogo inspirado no Pac-Man, lançado em 1980, onde o personagem tem que “comer” todas as pastilhas do labirinto enquanto foge dos fantasmas do jogo. Já em nosso ODA, a meta é pegar as frutas que contém a resposta correta da operação com números inteiros, ao mesmo tempo em que desvia dos monstros que vão surgindo no decorrer do jogo. Buscando tornar o jogo mais atrativo para o público-alvo, foi escolhido o personagem Steve do jogo Minecraft para ser o ator principal.

Para o cenário do jogo, foi desenhado um labirinto, conforme a imagem apresentada na Figura 5. Com base nas dimensões do labirinto projetado, foi definido o tamanho para o ator adequado ao cenário.

Figura 5 - Cenário do jogo.



Fonte: Própria autora.

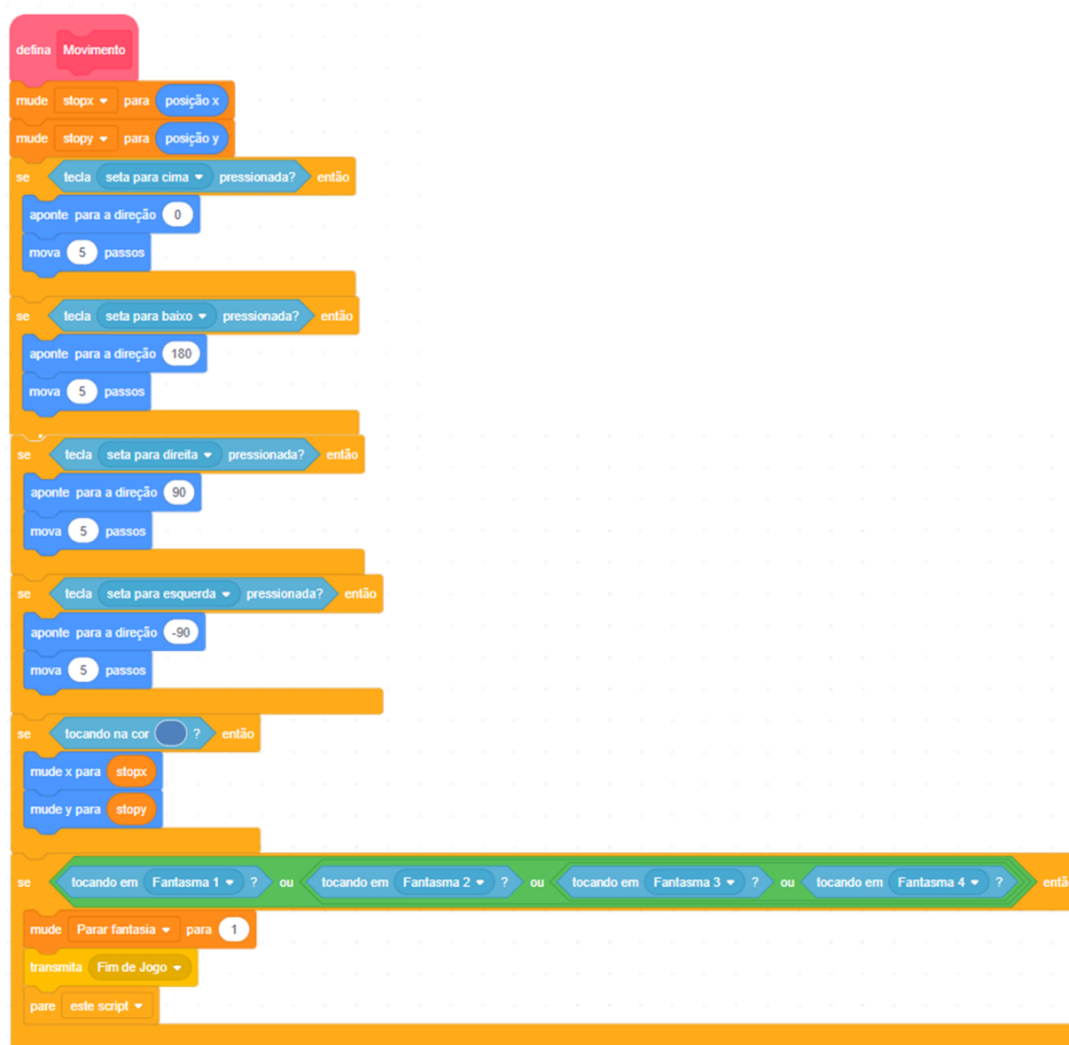
A seguir serão apresentados todos os *scripts*, ou seja, a programação dos personagens e objetos contidos no jogo. O desenvolvimento dos *scripts* de cada personagem ocorreu concomitantemente e são apresentados na sua versão final.

5.4.1. Script do personagem principal

Para dar movimento ao ator foi criado o bloco personalizado¹⁷ Movimento que será utilizado dentro de outros scripts para o ator. Uma das funções desse bloco é determinar a direção que o personagem deverá seguir dependendo da tecla pressionada e a quantidade de passos que ele deverá caminhar por vez.

O personagem também não deve ultrapassar as paredes do cenário, então foi inserida nesse bloco uma condição para que o ator permaneça na mesma posição caso tenha contato com a parede. Além disso, se um dos fantasmas tocar no personagem principal o jogo deverá parar e tocar uma música para indicar o final do jogo. A Figura 6 mostra como ficou definido o bloco “Movimento”.

Figura 6 - Script que define o bloco Movimento do personagem do jogo.

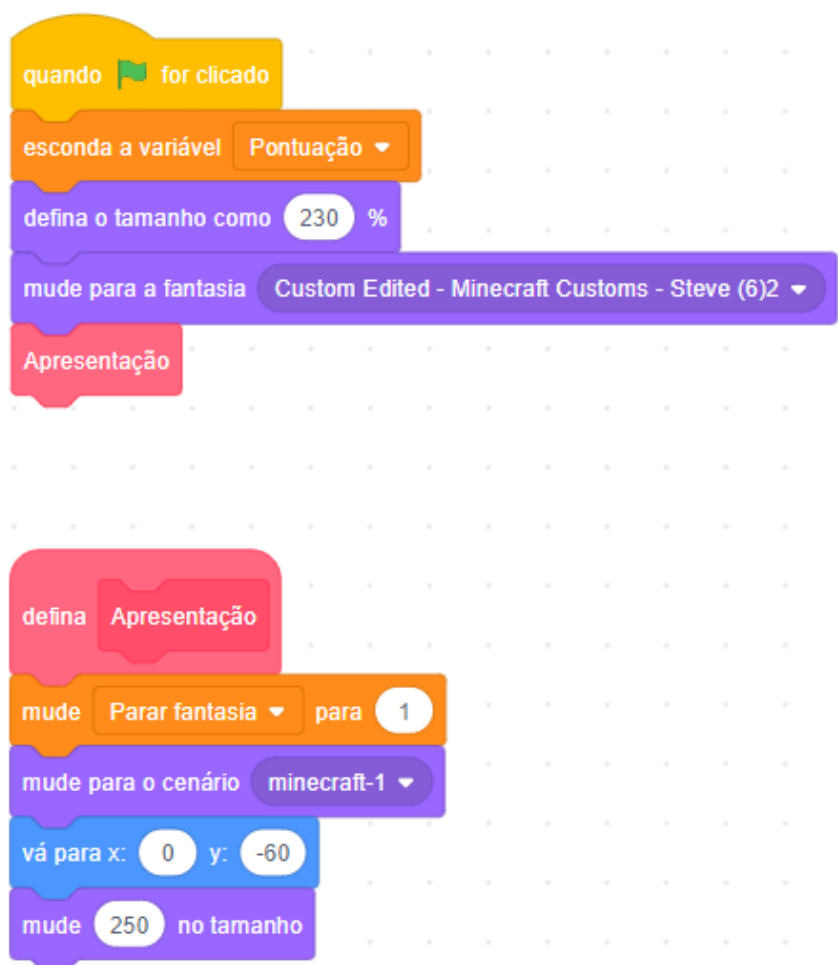


Fonte: Própria autora.

¹⁷ Meus Blocos é uma das categorias de blocos do Scratch e permite que o usuário crie seus próprios blocos personalizados que contém procedimentos para o ator selecionado. Com esse recurso, é possível criar pedaços de um script que possam ser reutilizados em outros scripts.

A tela inicial do jogo é composta por um cenário do Minecraft, pelo personagem e por botões que permitem ao jogador escolher entre as operações de adição e subtração, conforme o script exposto na Figura 7. Também foi criado o bloco personalizado “Apresentação” para controlar a troca de cenário e as mudanças na posição e tamanho do ator.

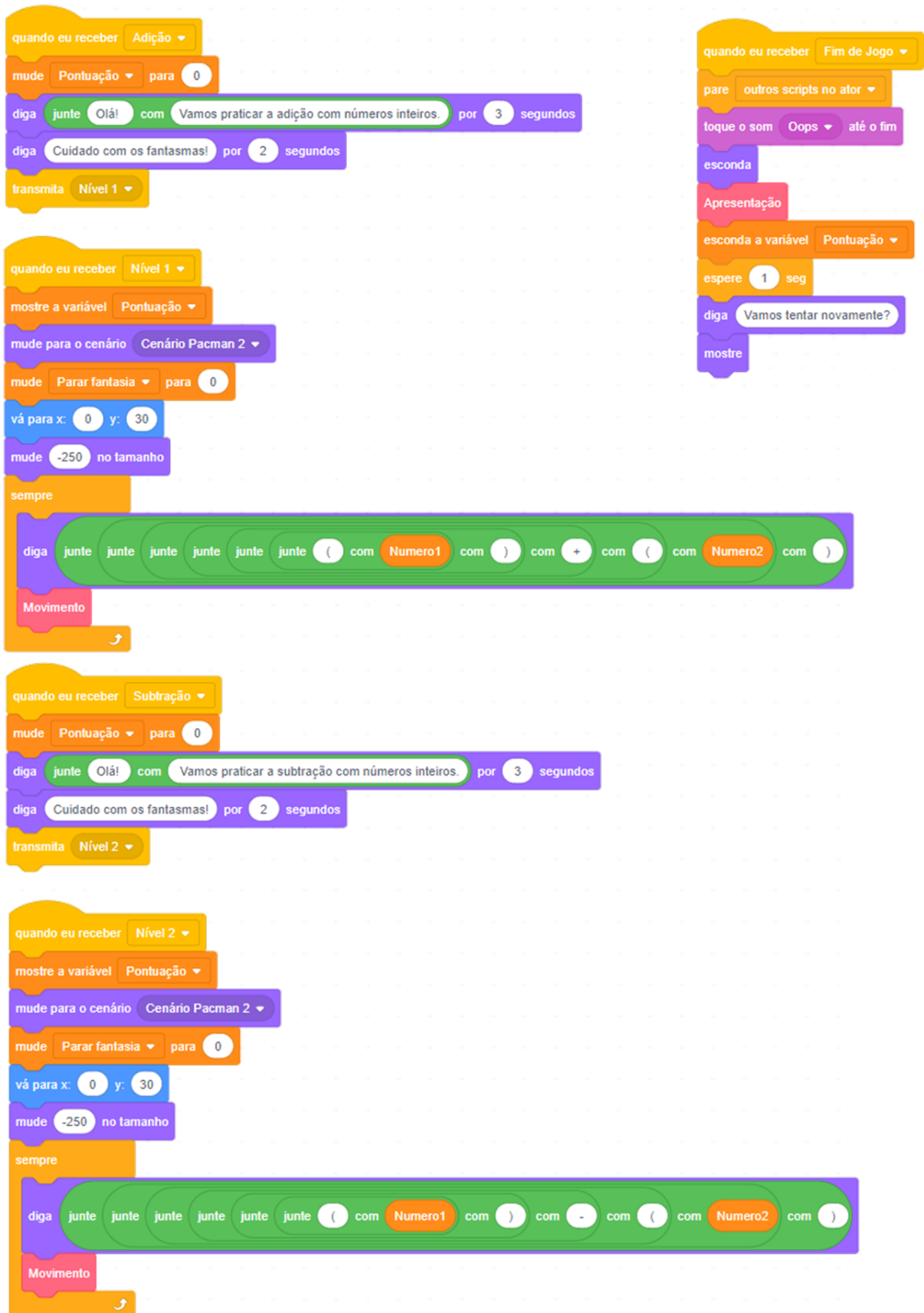
Figura 7 - Scripts do personagem do jogo.



Fonte: Própria autora.

Ainda na área de programação do personagem principal, foram inseridos outros scripts que controlarão os dois níveis contidos no jogo, enviando mensagens para que os outros atores entrem em cena. Na Figura 8, é apresentado como ficaram esses scripts que utilizam o bloco Movimento, blocos de controle, blocos que mudam a aparência, a posição inicial do ator e blocos que transmitem mensagens para outros atores. Também foi criado um script que permite ao jogador tentar novamente caso o personagem toque em um dos monstros.

Figura 8 - Script do personagem do jogo.



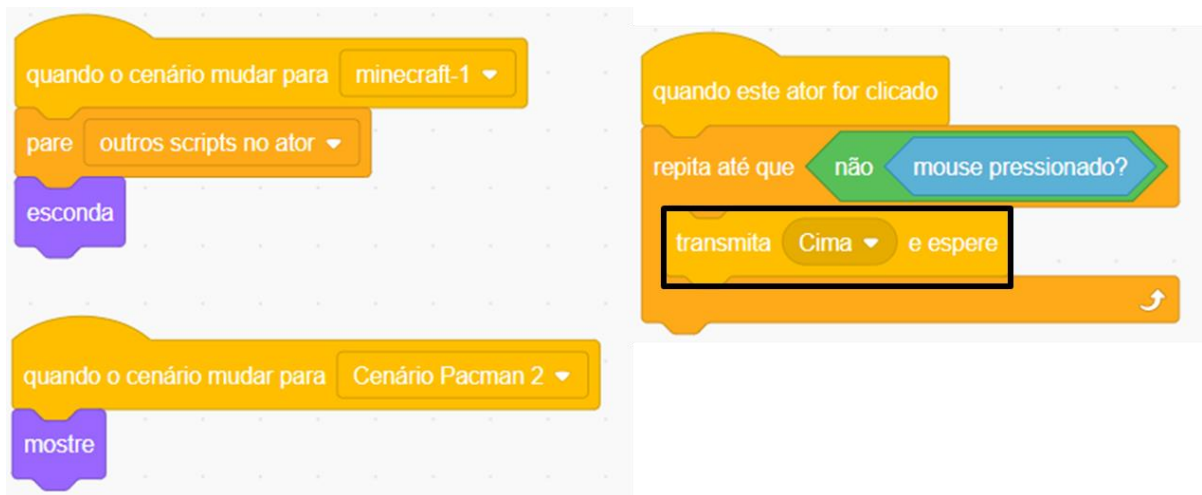
Fonte: Própria autora.

5.4.2. Script das setas

Com a finalidade de utilizar o jogo em dispositivos como *smartphone* e *tablet*, foram adicionadas ao cenário do jogo quatro setas. Essas setas devem apontar para cima, baixo, direita e esquerda e foram inseridas no projeto como atores, pois cada uma possui um script que envia mensagens diferentes para o personagem do jogo.

As Figuras 9, 10, 11 e 12 apresentam os scripts de cada seta.

Figura 9 - Script da seta "Cima".



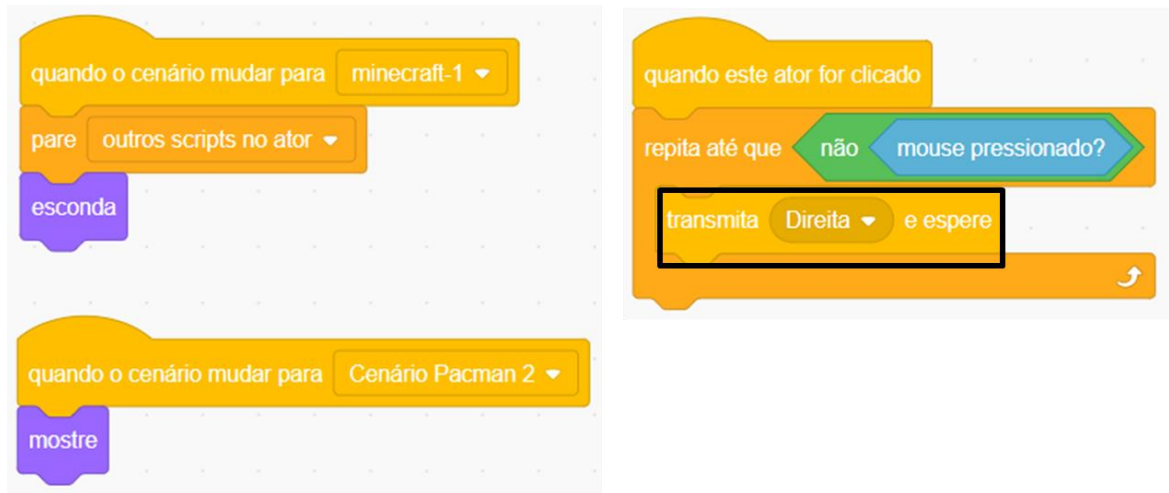
Fonte: Própria autora.

Figura 10 - Script da seta "Baixo".



Fonte: Própria autora.

Figura 11 - Script da seta "Direita".



Fonte: Própria autora.

Figura 12 - Script da seta "Esquerda".



Fonte: Própria autora.

Além dos scripts das setas, é necessário criar scripts dentro da área de programação do personagem do jogo para que ele se movimente de acordo com a mensagem que receber. Desse modo, foi criado o bloco personalizado “Passos” que define como o ator se move, com a condição de não ultrapassar a parede do labirinto, conforme mostra a Figura 13.

Figura 13 - Script que define o bloco Passos do personagem do jogo.



Fonte: Própria autora.

Na área de programação do personagem do jogo, também foram criados scripts que receberão as mensagens enviadas pelas setas e darão movimento ao ator, como mostra a Figura 14.

Figura 14 - Scripts do personagem do jogo.

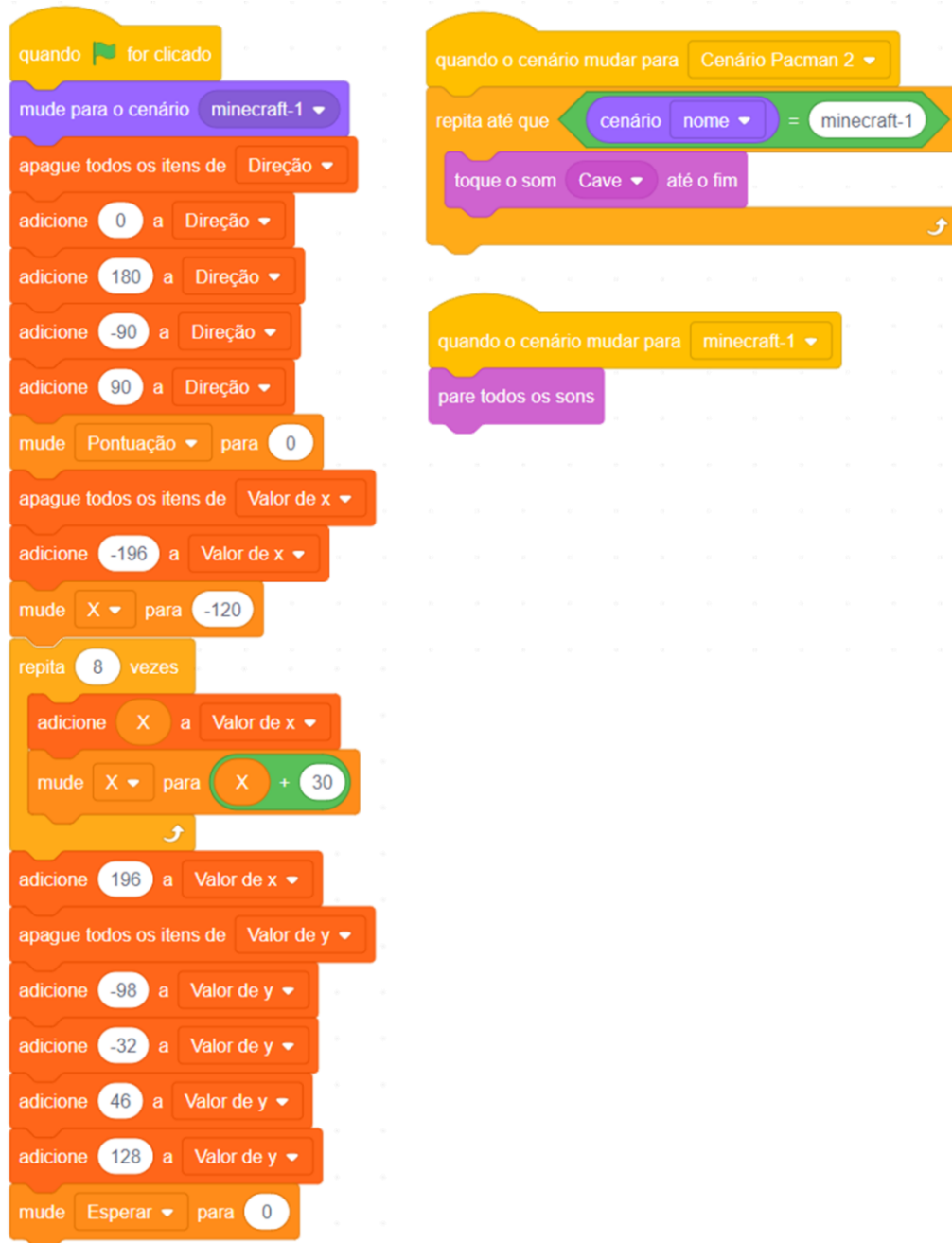


Fonte: Própria autora.

5.4.3. Script do palco

Dentro da área de programação do palco foi criada uma lista chamada de Direção que contém quatro direções para as quais os atores Monstros poderão apontar: 0°, 90°, 180°, -90°. E também foi criada a variável Pontuação que irá armazenar o total de pontos acumulados e que deverá iniciar com 0 e uma lista de valores de x e y que determinarão a posição das frutas. Na Figura 15, temos o script do palco.

Figura 15 - Script do palco.



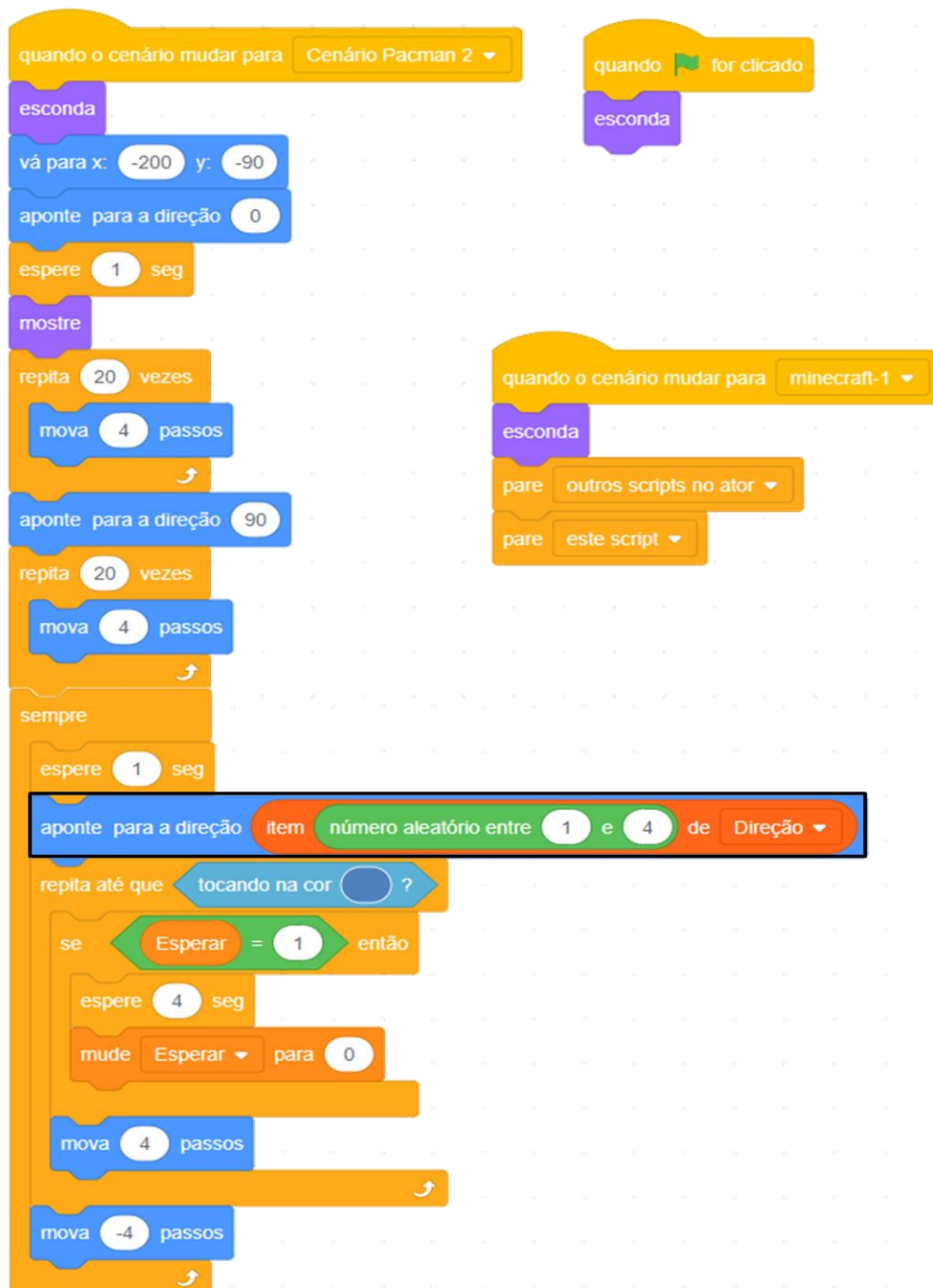
Fonte: Própria autora.

5.4.4. *Scripts* dos personagens monstros

Com intenção de trazer mais desafio ao jogo foi adicionado o monstro chamado Creeper, personagem do jogo Minecraft, como ator do qual o personagem deverá desviar para não morrer, parecido com o que acontece no jogo Pac-Man que serviu de inspiração. Esse novo ator deverá iniciar o jogo no canto inferior esquerdo do palco, subir e se movimentar de forma aleatória.

A fim de escolher uma das direções de modo aleatório, foi utilizado um bloco que escolherá um número entre 1 e 4 (Figura 16) que corresponde a posição do componente da lista Direção. Após escolher a direção, o ator deverá caminhar 5 passos até tocar em uma parede e a cada nova operação o ator deverá parar por alguns segundos. Além disso, este ator foi duplicado para obter mais personagens com a mesma função, modificando apenas a cor do personagem, a posição e o trajeto inicial. Na Figura 16, temos o script do movimento dos monstros.

Figura 16 - Script do monstro.



Fonte: Própria autora.

5.4.5. Scripts dos personagens frutas

Como o objetivo do jogo é pegar a fruta com a resposta certa, foram adicionados três atores com imagem de uma fruta, mas apenas um deles possui o resultado da operação. Esses atores devem mudar de posição a cada nova operação que será determinada pelo sorteio de um valor da lista “Valor de x” e outro valor da lista “Valor de y”. Como no nível 1 as operações são de adição e no nível 2 as operações são de subtração, então esses níveis foram separados em dois scripts na programação do ator com a resposta correta, conforme Figura 17.

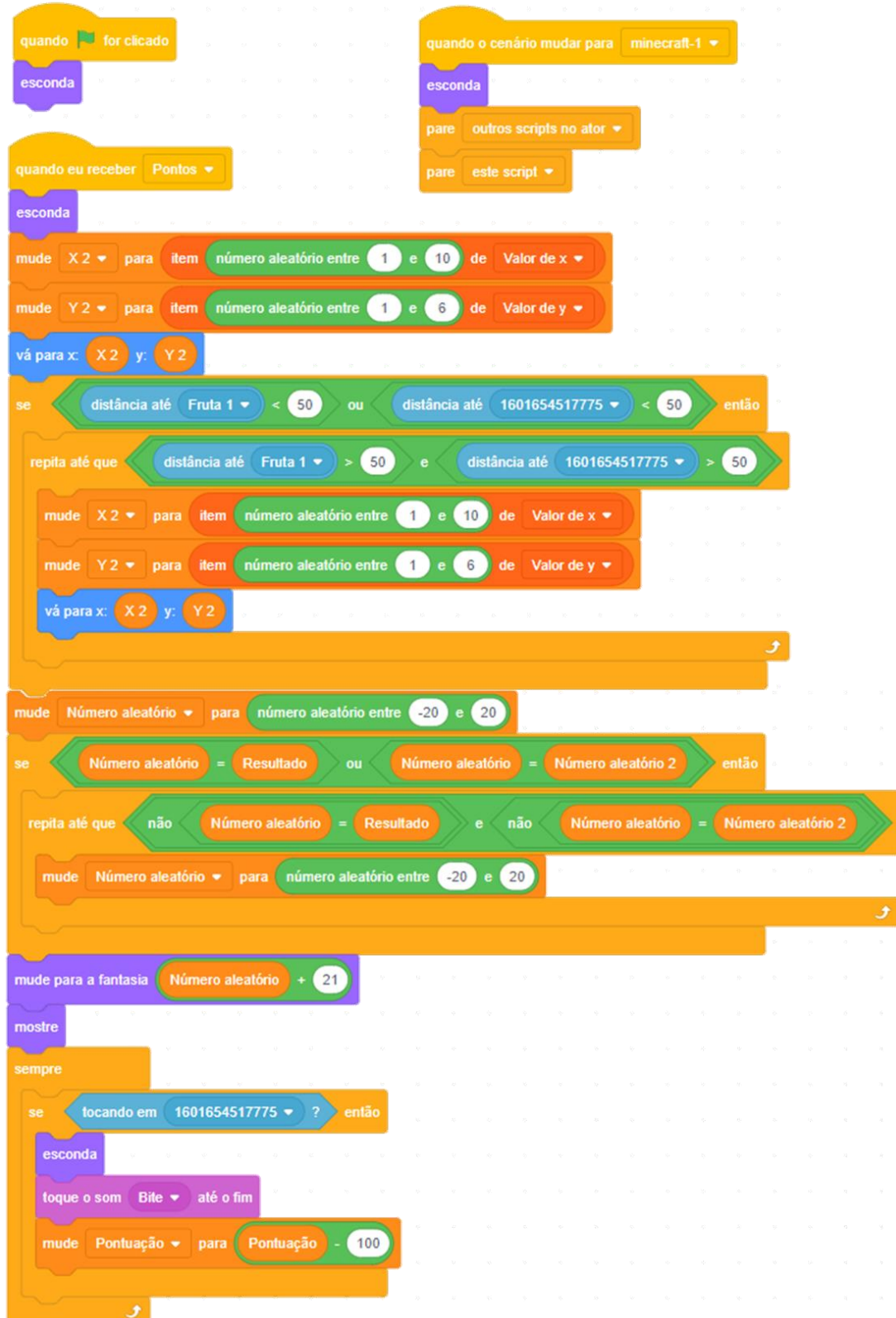
Figura 17 - Script da fruta com a resposta correta.



Fonte: Própria autora.

As outras frutas devem mostrar um número inteiro diferente do resultado da operação e também ocupar posições diferentes, então a programação ficou diferente como é mostrado na Figura 18.

Figura 18 - Script da fruta com a resposta errada.



Fonte: Própria autora.

5.4.6. Outros scripts

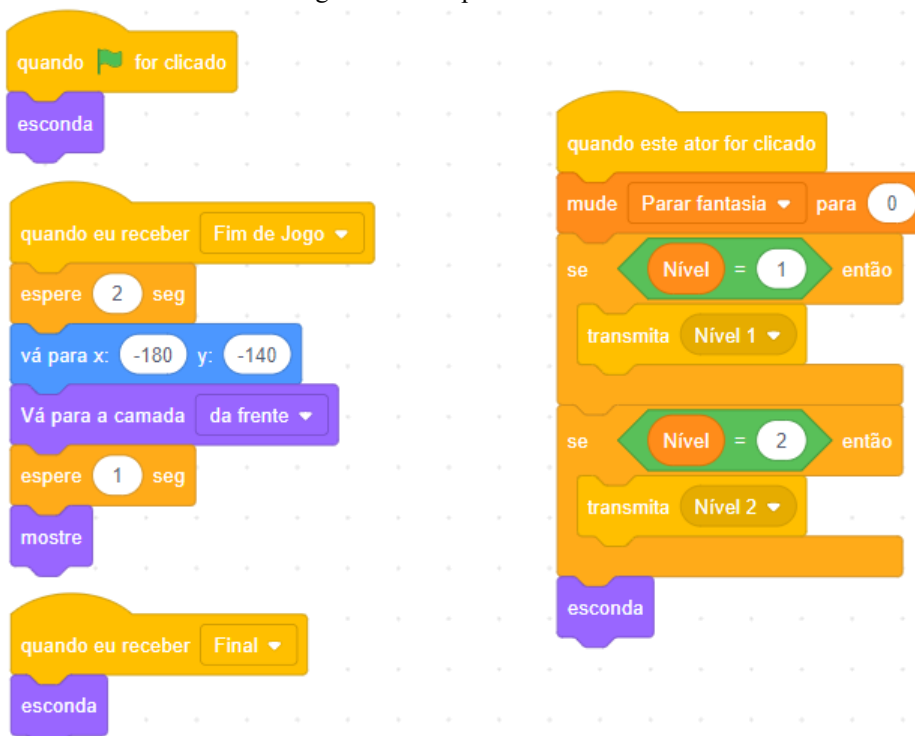
As palavras “Sim” e “Não”, bem como a frase “Fim de Jogo”, foram inseridas como atores, pois elas possuem algumas funções como mostrar-se somente quando for requerido e permitir que o jogador recomece ou finalize o jogo, respectivamente selecionando as palavras “Sim” ou “Não” no jogo. Nas figuras 19, 20 e 21 pode-se observar como ficaram os scripts desses atores.

Figura 19 - Script do ator “Fim de Jogo”.



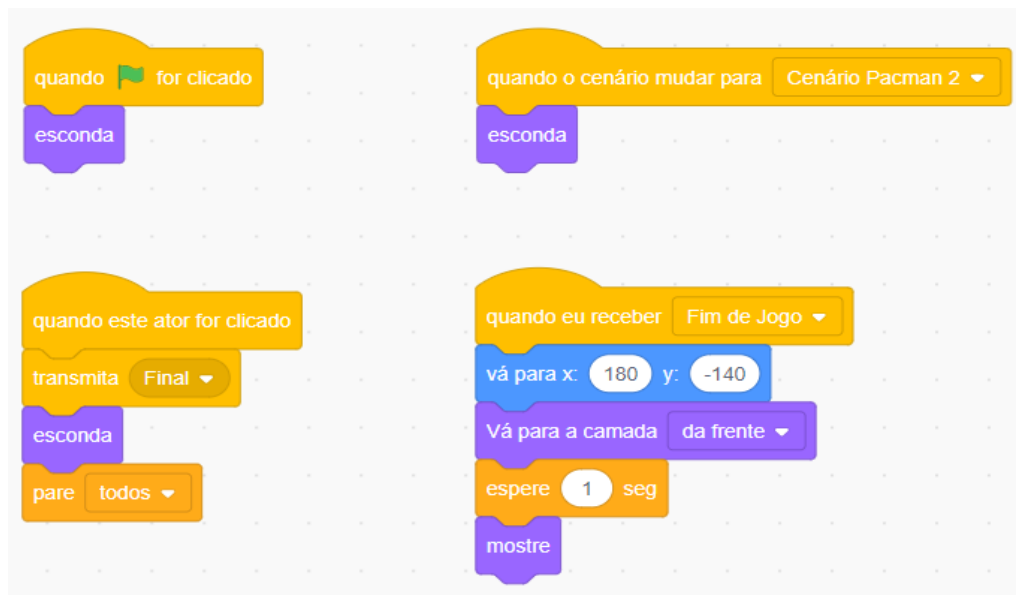
Fonte: Própria autora.

Figura 20 - Script do ator “Sim”.



Fonte: Própria autora.

Figura 21 - Script do ator “Não”.



Fonte: Própria autora.

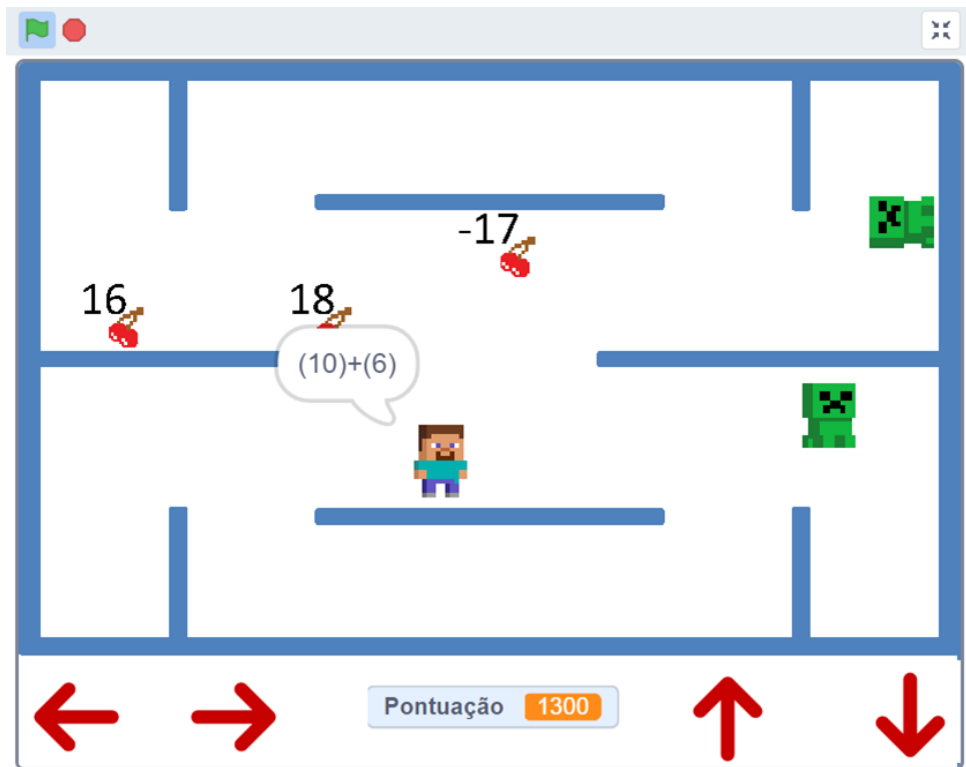
As figuras 22, 23 e 24, apresentam partes presentes no jogo. Na Figura 22, temos a tela inicial do jogo onde é possível escolher a operação, e na Figura 23 está representada a fase de adição de números inteiros. Já a Figura 24 mostra a tela que permite jogar novamente, no caso de o jogador falhar.

Figura 22 - Tela inicial do jogo.



Fonte: Própria autora.

Figura 23 - Nível 1 do jogo.



Fonte: Própria autora.

Figura 24 - Tela do jogo.



Fonte: Própria autora.

Na página do jogo há um campo para inserir as instruções, no qual também foi colocado o objetivo do jogo. Tais informações estão descritas abaixo:

- Resolva a operação para pegar a fruta com o resultado correto e ganhar 100 pontos. Caso seja o resultado errado, você perderá 100 pontos.
- Para mover o personagem utilize as teclas do computador seta para cima, seta para baixo, seta esquerda e seta direita, ou no *tablet* ou *smartphone* clique sobre as setas que aparecem na tela do jogo.

A elaboração deste jogo intitulado “Labirinto dos Inteiros”, levou em consideração a participação ativa dos estudantes durante a aprendizagem das operações aritméticas com números inteiros, partindo de casos com adição até chegar a casos com subtração separados por fases diferentes.

5.5. Testes e qualidade

Com a intenção de verificar se o objeto de aprendizagem entrega as funções esperadas e identificar a presença de falhas, devem ser realizados testes de validação e testes de defeitos antes de ser disponibilizado para uso. Desse modo, “espera-se garantir um equilíbrio técnico e pedagógico que resulte em um objeto capaz de ser reutilizado e de contribuir de maneira efetiva para o aprendizado” (BRAGA, 2015, p. 127 e 128).

A qualidade é incorporada ao OA durante todo o processo de sua produção. No entanto, a fase de Teste oferece efetivamente o último recurso no qual a qualidade pode ser avaliada e a forma mais prática em que os erros podem ser descobertos. No entanto, ressalta-se que não se pode testar a qualidade se ela não estiver lá antes de se começar a realizar os testes. Isso significa que o teste aumenta muito a qualidade do OA, mas a garantia da qualidade será dada durante a execução adequada do processo. (BRAGA, 2015, p. 128)

Para atingir os objetivos desta etapa, três professores de matemática colaboraram realizando uma série de testes. Esses professores jogaram e observaram alguns erros, como por exemplo: frutas que ficavam sobrepostas em alguns momentos; a falta de frutas com a resposta correta; e problemas com o personagem do jogo que, em certos momentos, atravessava as barreiras do labirinto.

Além disso, os professores fizeram algumas sugestões para melhorias no jogo, tais como: inserir uma pausa no jogo a cada nova operação, para dar tempo dos alunos pensarem na resposta e inserir uma opção para tentar novamente, caso o aluno não consiga finalizar o jogo.

Todas as sugestões e as resoluções dos problemas encontrados foram, posteriormente, implementadas.

5.6. Disponibilização

Na etapa de disponibilização o objeto de aprendizagem e seus componentes de reuso são enviados para um repositório onde professores e alunos possam ter acesso.

Assim sendo, o objeto digital de aprendizagem desenvolvido ficará disponível na plataforma do Scratch que, apesar de não ser um repositório especializado, permite que outros usuários copiem o código para alterar da maneira que desejarem. O Jogo “Labirinto dos Inteiros” pode ser acessado por alunos e professores através do link <https://scratch.mit.edu/projects/562693401>.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final deste trabalho acredita-se ter alcançado o objetivo de elaborar um objeto digital de aprendizagem do tipo jogo, com características que possam apoiar os processos de ensino e aprendizagem de operações de adição e subtração com números inteiros. Foram consideradas características pedagógicas e técnicas como, interatividade, autonomia, afetividade, cognição, disponibilidade, confiabilidade, portabilidade, interoperabilidade, usabilidade, manutenibilidade e reusabilidade.

Ao longo do estudo, notou-se a necessidade de tomar alguns cuidados no desenvolvimento de objetos de aprendizagem em busca de obter equilíbrio em características pedagógica e técnica. De acordo com Tarouco et al (2004), o uso de objetos de aprendizagem confere ao professor a possibilidade de enriquecer sua prática pedagógica por meio novas dinâmicas de aula, tais como jogos educacionais, vídeos, animações, gráficos e outros materiais, que proporcionem ao aluno aprender de forma prazerosa, cativante, divertida e motivadora, estimulando maior interação do aluno.

Nesse sentido, espera-se que o Jogo “Labirinto dos Inteiros” desenvolvido neste trabalho, possa auxiliar o professor no processo de ensino de operações de adição e subtração com números inteiros.

Para a elaboração deste jogo, utilizou-se o *software* Scratch como ferramenta para desenvolvimento do objeto digital de aprendizagem, o que proporcionou conhecimento sobre essa linguagem visual de programação. Cabe destacar que este *software* também pode contribuir com a aprendizagem dos alunos, seja através do uso de projetos prontos ou criando seus próprio projetos, pois possui linguagem de programação acessível, o que pode estimular a criatividade por meio de atividades como, por exemplo, a criação de histórias, jogos e animações.

Além disso, o jogo educacional desenvolvido ainda permite implementações futuras que busque ampliar através da inserção de novos níveis de jogo, níveis que envolvam multiplicação e divisão de números inteiros. O objeto de aprendizagem não foi testado em sala de aula, assim, também é possível desenvolver estudos futuros que buscam realizar a avaliação do jogo com o seu público-alvo.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, L. V. B.; FLÔRES, M. L. P. Objetos de aprendizagem: conceitos básicos. *In*: TAROUÇO, L. M. R.; COSTA, V. M.; ÁVILA, B. G.; BEZ, M. R.; SANTOS, E.F. *Objetos de Aprendizagem: Teoria e Prática*. Porto Alegre: Editora Evangraf, 2014.
- AIRES, L.M. *Uma História da Matemática - Dos Primeiros Agricultores a Alan Turing, dos Números ao Computador*. 1º ed. Lisboa: Edições Sílabo. 2010.
- ALVES, Francisco Regis Vieira. Brahmagupta e alguns elementos históricos da matemática hindu. *Revista Thema*, v.16, n.4, p.755-773, 2019. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.15536/thema.V16.2019.755-773.1564>>. Acesso em: 10 ago. 2021.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. 3 ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRAGA, J; MENEZES, L. Introdução aos Objetos de Aprendizagem. *In*: BRAGA, J. *Objetos de Aprendizagem: Vol. 1 - Introdução e Fundamentos*. Santo André : Editora da UFABC, 2014.
- BRAGA, J. *Objetos de Aprendizagem: Vol. 2 - Metodologia de desenvolvimento*. Santo André : Editora da UFABC, 2015.
- CARNEIRO, M. L. F.; SILVEIRA, M. S. Objetos de Aprendizagem como elementos facilitadores na Educação a Distância. *Educar em Revista*, Curitiba, n. 4, p. 235-260. 2014.
- COSTA, A. K. N.; PAFUNDA, R. A. Jogos Educacionais sob a Perspectiva de Objetos de Aprendizagem. *In*: BRAGA, J. *Objetos de Aprendizagem: Vol. 1 - Introdução e Fundamentos*. Santo André : Editora da UFABC, 2014.
- DAMACENO, D. V.; SANTOS, R. M. R. *Objetos de aprendizagem no contexto escolar*. Tear: *Revista de Educação Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, 2013.
- FERNANDES, Andrey Uchôa. Um breve comentário sobre números inteiros - Equações Diofantinas e Aplicações. 2021. 50 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.
- GALAFASSI, F. P.; GLUZ, J. C.; GALAFASSI, C. Análise Crítica das Pesquisas Recentes sobre as Tecnologias de Objetos de Aprendizagem e Ambientes Virtuais de Aprendizagem. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, v.21, n.3, p.41-52, 2013.
- GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de Jogos na sala de aula*. 2000. 239 f. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2000.
- GARCEZ, B. P. *Jogos de matemática voltados para a aprendizagem de números inteiros no ensino fundamental: propostas a partir da classificação ESAR*. 2021. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – UEMS, Dourados, 2021.

JUCÁ, R. S.; JUNIOR, L. J. F.; SÁ, P. F. O Sistema de Numeração: uma experiência usando a história da Matemática com os alunos da 6ª série do ensino fundamental. *In: IX Seminário Nacional de História da Matemática*, 2011, Aracaju. Anais... Aracaju: 2011.

HEFEZ, A. Aritmética, 2ª ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, Coleção PROFMAT, 2016.

HENZ, C. C. O Uso das Tecnologias no Ensino - Aprendizagem da Matemática. 2008. 29 f. Trabalho de Graduação – URI Campus de Erechim, 2008.

KENSKI, V. M. Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação. 8º ed. Campinas, SP: Papirus Editora, 2012.

MARJI, M. Aprenda a Programar com Scratch: Uma introdução visual à programação com jogos, arte, ciência e matemática. São Paulo: Novatec, 2014.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. Números Negativos: Uma história de incertezas. *Bolema*, ano 7, n.º 8, p. 49-59, 1992.

MOL, R. S. Introdução à História da Matemática. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MUELLER, L. C. Uso de Recursos Computacionais nas aulas de Matemática. 2013. 117 f. Dissertação de Mestrado – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

NESI, T. L. Reformulando um objeto de aprendizagem criado no Scratch: em busca de melhorias na usabilidade. 2018. 180 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

NETO, F. T. R. Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental. 2010, 81 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

RODRIGUES, A. P.; BEZ, M. R.; KONRATH, M. L. P. Repositório de objetos de aprendizagem. *In: TAROUCO, L. M. R.; COSTA, V. M.; ÁVILA, B. G.; BEZ, M. R.; SANTOS, E.F. Objetos de Aprendizagem: Teoria e Prática*. Porto Alegre: Editora Evangraf, 2014.

SÁ, P. F.; ANJOS, L. J. S. Números Negativos: Uma trajetória Histórica. *In: IX Seminário Nacional de História da Matemática*, 2011, Aracaju. Anais... Aracaju: 2011.

SILVA, T. R. OBA-MC: um modelo de objetos de aprendizagem centrado no processo de ensino-aprendizagem para o Moodle. 2013, 100 f. Dissertação – UERN, Mossoró, 2013.

TAROUCO, L. M. R.; FABRE, M. J. M.; TAMUSIUNAS, F. R. Reusabilidade de objetos educacionais. *Novas Tecnologias na Educação*, CINTED-UFRGS, v. 1, n. 1, fevereiro, 2003.

TAROUCO, L. M. R.; ROLAND, L. C.; FABRE, M. J. M.; KONRATH, M. L. P. Jogos educacionais. *Novas Tecnologias na Educação*, CINTED-UFRGS, v. 2, n. 1, março, 2004.