



Universidade Do Estado de Mato Grosso
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO
OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM O USO DE JOGOS
MATEMÁTICOS E TECNOLOGIAS DIGITAIS**

RONALDO ALVES DOS SANTOS

Orientador: Prof. Dr. William Vieira Gonçalves

BARRA DO BUGRES 2021

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO
OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM O USO DE JOGOS
MATEMÁTICOS E TECNOLOGIAS DIGITAIS**

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação, devidamente corrigida e defendida por Ronaldo Alves dos Santos, e aprovada pela comissão julgadora.

Barra do Bugres, 27 de setembro
de 2021.

Prof. Dr. William Vieira Gonçalves.
Orientador

Banca examinadora:

Prof. Dr. William Vieira Gonçalves

Prof. Dr. Junior Cesar Alves Soares

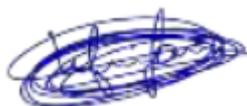
Prof. Dr. Vinicius Machado Pereira dos Santos

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT, da Universidade do Estado de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Matemática.**

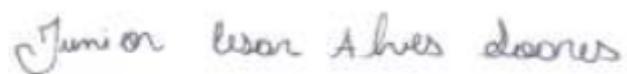
Luiz Kenji Umeno Alencar CRB 1/2037

S237u	<p>SANTOS, Ronaldo Alves dos.</p> <p>Uma Sequência Didática para o Ensino de Frações no Oitavo Ano do Ensino Fundamental com o Uso de Jogos Matemáticos e Tecnologias Digitais / Ronaldo Alves dos Santos - Barra do Bugres, 2021.</p> <p>60 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (sim)</p> <p>Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Mestrado Profissional em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Barra do Bugres, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2021.</p> <p>Orientador: William Gonçalves Vieira</p> <p>1. Matemática. 2. Frações. 3. Jogos. 4. Geogebra. 5. Dízimas Periódicas. I. Ronaldo Alves dos Santos. II. Uma Sequência Didática para o Ensino de Frações no Oitavo Ano do Ensino Fundamental com o Uso de Jogos Matemáticos e Tecnologias Digitais: .</p> <p>CDU 51(07)</p>
-------	--

Dissertação de mestrado defendida dia 27 de setembro de 2021 e aprovada pela banca examinadora composta pelos professores doutores:



Prof. Dr. William Vieira Gonçalves – UNEMAT



Prof. Dr. Junior Cesar Alves Soares – UNEMAT



Prof. Dr. Vinicius Machado Pereira dos Santos - UFMT

Dedico este trabalho a todos que, de alguma forma, tenham contribuído para o meu sucesso.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo, tenho que agradecer a Deus que me acompanhou, me deu a graça de seguir com saúde a fim de vencer mais esse obstáculo, me deu fé e principalmente me ajudou nos momentos mais difíceis.

Venho agradecer também a minha esposa Layla, que sempre esteve comigo, me motivando e dando forças para que pudesse chegar até aqui. Expresso também a minha gratidão a minha filha Isis Manuela, mesmo focado nos estudos, ela sempre se sentava perto de mim, somente pelo simples prazer de estar perto do pai.

Jamais poderia deixar de agradecer aos meus pais Boaventura e Regina e meus irmãos por me apoiarem na minha dedicação aos estudos, e por estarem sempre presentes nas horas mais difíceis.

Agradeço aqui também, ao meu amigo de viagem, tarefas e estudos, Whatilan Luciano, que sempre esteve me apoiando e me animando durante todo esse processo do mestrado, amizade que pretendo levar para a vida toda. Não posso deixar de citar meus colegas de turma, cada um tem sua parcela de contribuição nesta jornada e serei eternamente grato a cada um deles.

Também agradeço ao meu orientador professor Dr. William que sempre me deu todo o apoio para que este trabalho acontecesse, me auxiliando muito no que foi necessário, e em muitas ocasiões me animando e fomentando a minha esperança. Também, tenho gratidão a UNEMAT e seu corpo docente tão dedicado a melhoria do ensino e a nos incentivar a aprender sempre.

E, por fim, não posso deixar de agradecer à Sociedade Brasileira de Matemática que, sempre buscou a melhoria do ensino de Matemática na Educação Básica, e fomentou a implementação do PROFMAT.

“Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito”.

(Fenelon)

RESUMO

Este trabalho propõe uma sequência de atividades didáticas sobre frações para o oitavo ano do ensino fundamental, desde os conceitos iniciais, até a abordagem das dízimas periódicas usando jogos e o software GEOGEBRA.

Esta pesquisa ainda aborda o novo documento da Educação Básica Brasileira que é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e, com o objetivo de melhorar o ensino da Matemática Básica, apresenta sugestões de como pode ser feita a abordagem de frações em sala de aula para a melhora da didática, e possíveis recuperações no processo do ensino aprendizagem, pois a maior preocupação é a aprendizagem do aluno.

Dedica-se um capítulo à várias abordagens dos conceitos de frações na prática. É importante frisar, que este trabalho é um fator motivador a outros professores que passam as mesmas dificuldades em sala, dando um norte de como podemos usar jogos matemáticos e tecnologias digitais para recuperar habilidades na BNCC (Base Nacional Comum Curricular), bem como motivar os alunos a interagirem, trabalhar em grupo e estimular o cálculo mental.

Por fim, propõe atividade de um jogo sobre dízimas utilizando também a probabilidade como recurso para o entendimento de frações (jogo disponível na internet).

Palavras-chave: MATEMÁTICA - FRAÇÕES - JOGOS -BNCC – DÍZIMAS - GEOGEBRA.

ABSTRACT

This work proposes a sequence of activities on fractions for the eighth grade of elementary school, from initial concepts to the approach of periodic tithes using games and GEOGEBRA software. This research also addresses the new document on Brazilian Basic Education which is the Common National Curriculum Base (BNCC) and, with the objective of improving the teaching of Basic Mathematics, presents suggestions on how to approach fractions in the classroom for the improvement of didactics, and possible recovery in the teaching-learning process, as the greatest concern is the student's learning.

A chapter is dedicated to various approaches to the concepts of fractions in practice. It is important to emphasize, that this work is a motivating factor for other teachers who spend the same difficulties in the classroom, giving a north of how we can use mathematical games and digital technologies to recover skills in BNCC (Common National Curriculum Base), as well as motivate students to interact, work in groups and stimulate mental calculus.

Finally, it proposes an activity of a game about tithes also using probability as a resource for understanding fractions (a game available on the internet).

Keywords: MATHEMATICS – FRACTIONS – GAMES – BNCC – TITHES – GEOGEBRA.

LISTA DE FIGURAS

FRAÇÃO NO CÍRCULO.....	21
QUADRADO INTERATIVO.....	22
FRAÇÕES EM HEXÁGONOS.....	22
CARTAS DO JOGO DA MEMÓRIA.....	23
LÁPIS.....	24
ALGUMAS FRAÇÕES.....	25
RECORTES COM FRAÇÕES.....	26
FRAÇÃO NO QUADRADO.....	27
FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA.....	28
FRAÇÃO NO CÍRCULO.....	29
CARTAS DO JOGO DA COLHER.....	30
PRATICANDO O JOGO DA COLHER.....	32
TABELA DO JOGO SIMPLIFICANDO.....	34
NÚMERO SORTEADO.....	34
NÚMERO SORTEADO.....	35
SOMA DE FRAÇÕES.....	36
SOMA DE FRAÇÕES.....	37
JOGO DAS TORRES.....	38
PRATICANDO O JOGO DAS TORRES.....	39
MOEDAS.....	40
MOEDAS.....	41
APRESENTAÇÃO DO JOGO QUEM QUER SER UM MILIONÁRIO.....	49
PERGUNTA 1.....	50
PERGUNTA 2.....	51
PERGUNTA 3.....	52
PERGUNTA 4.....	53
PERGUNTA 5.....	54
PERGUNTA 6.....	56

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC- BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.

PCN-PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
CAPÍTULO 1.....	13
INVESTIGANDO DIFICULDADES.....	13
1.1 Reconhecendo as Formas de Representação de um Número Racional.....	14
1.2 Teste de Comparar Frações.....	15
1.3 Soma e Simplificação de Frações.....	16
1.4 Multiplicação de Frações.....	17
1.5 Aplicando o Conceito de Porcentagem.....	18
CAPÍTULO 2.....	19
O ESTUDO DOS NÚMEROS RACIONAIS NA B.N.C.C.....	19
2.1 Interagindo no GEOGEBRA.....	21
2.2 Jogo da Memória.....	22
2.3 Fracionando Quantidades.....	24
2.4 Frações na Reta Numérica.....	27
2.5 Frações Equivalentes.....	29
2.6 Jogo das Colheres.....	30
2.7 Jogo Simplificando.....	33
2.8 Adição e Subtração de Frações.....	36
2.9 Jogo das Torres.....	38
2.10 Fracionando 1 Real.....	39
CAPÍTULO 3.....	44
DÍZIMAS PERIÓDICAS.....	44
3.1 Jogo Quem Quer Ser um Milionário.....	50
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	55
REFERÊNCIAS.....	56
ANEXO A (Cartas).....	58

INTRODUÇÃO

Em mais de 15 anos de sala de aula, especialmente nos anos finais do ensino fundamental em escolas públicas e particulares, tenho observado tamanha dificuldade que os alunos trazem, revelando não conhecer e nem dominar o conceito de frações e sua aplicação prática. Em assuntos como o da probabilidade e da porcentagem em que as frações são elementos indispensáveis, nota-se a dificuldade dos alunos até em reconhecer quando uma fração é maior que outra. E isso vem acontecendo ano após ano, e se olharmos na BNCC de cada ano podemos notar como é construído o processo de ensino aprendizagem dos números racionais. Refazer este caminho de maneira simples e prática com a ajuda de jogos matemáticos e o uso do software GEOGEBRA é o objetivo deste trabalho, afim de que os alunos consigam aprender esses conceitos e sejam capazes de identificar, operar e comparar frações, fazer cálculos mentais, investigar e relacionar frações equivalentes, conheçam a beleza das dízimas periódicas com a introdução ao infinito, para que esses números tão especiais se tornem familiares.

Os jogos matemáticos são apreciados na educação, pois ajudam no entendimento de conceitos, desenvolve a lógica nos alunos, fomenta habilidades como trabalhar em grupo e estimula o pensamento, o cálculo mental. Propiciar atividades como essas aos nossos alunos dá trabalho, porém estimulam eles a entender assuntos que na lousa daria mais trabalho. Facilita a interação com os colegas, e mostra uma maneira prática de aplicar um conceito matemático. Mas como podemos desenvolver esses jogos? O conceito da dízima periódica, teria algum jogo que pudéssemos desenvolver em sala para facilitar o processo de ensino aprendizagem dos alunos nesse assunto? São perguntas que responderemos no trabalho, e é importante organizar essas ideias e mostrar que de maneira simples e com o auxílio de materiais de fácil acesso e o uso das tecnologias digitais podemos interagir com nossos alunos e propiciar novas vivências em sala de aula.

CAPÍTULO 1

INVESTIGANDO DIFICULDADES

O processo de ensino aprendizagem de frações começa nas séries iniciais, a partir do segundo ano do ensino fundamental (BNCC). A partir desse ano, os alunos deveriam desenvolver habilidades sobre o assunto, respeitando cada ano e a percepção dos alunos que se desenvolve junto com esse tema. Quando o aluno não aprende ou não desenvolve tal habilidade, isso acarretará em dificuldades em desenvolver novos conceitos sobre o assunto. Se ele não entender como interpretar uma fração, como poderá usá-la? De fato, esse assunto é corrente onde o aluno precisará do mesmo para a vida. Por isso, é importante recuperar e desenvolver novas habilidades sobre frações.

Para dar embasamento ao trabalho, cito abaixo uma dissertação de mestrado do PROFMAT onde mostra resultados de uma avaliação diagnóstica com alunos do ensino fundamental, em especial, alunos do sétimo ano. Entender essas dificuldades e procurar maneiras de recuperar habilidades usando jogos matemáticos e o GEOGEBRA é a proposta desse trabalho. Atualmente leciono para turmas do oitavo e nono ano do ensino fundamental, e assuntos como probabilidade ou porcentagem se baseiam no conceito de frações. Se o aluno não tem base sobre o assunto, com certeza ele terá dificuldades em estudar esses dois assuntos ou outras aplicações simples do conceito como localizar a posição de uma fração em uma reta numérica.

Em uma pesquisa feita por um professor de matemática, com atividades diagnósticas envolvendo alunos do ensino médio mostrou que essas dificuldades que os alunos apresentam durante sua jornada no ensino fundamental, se não for recuperada no ensino fundamental, esse aluno chegará ao ensino médio ainda com muita dificuldade sobre o assunto. Essas atividades, bem como outras análises sobre o assunto está disponível no trabalho *O Uso de Frações no Ensino Fundamental e seu Reflexo no Ensino Médio* (COSTA, 2014).

Para dar embasamento da dificuldade apresentada pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental, vou citar pesquisas feitas em outros trabalhos afim de provar que essa defasagem do ensino é geral.

1.1 Reconhecendo as formas de Representação de um Número Racional

A figura em sequência apresenta a questão 1 da avaliação.

Avaliação Diagnóstica do 7º Ano - Questão 1.

1) Aprendemos que fracionar é dividir, desta forma, observe as partes pintadas das figuras, as quais estão representadas na forma de fração, número decimal e porcentagem. Verifique qual delas apresenta todas as igualdades e formas de representações corretas.

a)  $= \frac{1}{2} = 0,5 = \frac{50}{100} = 50\%$

b)  $= \frac{1}{4} = 0,25 = \frac{40}{100} = 40\%$

c)  $= \frac{3}{3} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\%$

d)  $= \frac{1}{2} = 0,2 = \frac{20}{100} = 30\%$

Os resultados desta questão foram:

Distribuição das Respostas - Questão 1 - 7º Ano

	a)	b)	c)	d)	Não respondeu
Frequência	112	16	45	0	15
Percentual	59%	9%	24%	0%	8%

Fonte: BENINCÁ, M. (2020). *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II*. Dissertação, Dissertação (Dissertação do Mestrado Profmat) UFES (Universidade Federal do Espírito Santo), Vitória. Acesso em 2021.

A Referida pesquisa acima foi feita no trabalho *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II* (BENINCÁ, 2020), Mostra a dificuldade que os alunos do sétimo ano do ensino fundamental tem em interpretar frações e como pode representa-las. Podemos observar que mais de 40% da turma tem dificuldade em reconhecer como representar uma parcela de um todo por fração, bem como sua forma de fração centesimal e de encontrar seu valor decimal. Essas dificuldades seguem até os anos finais do ensino fundamental ou até mesmo ao ensino médio. Propor recuperar essas habilidades com a utilização de jogos matemáticos é uma proposta desse trabalho. Mas

antes, vamos ver outras questões que refletem as dificuldades dos alunos nesse campo de estudo.

1.2 Teste de Comparar Frações

Avaliação Diagnóstica do 7º Ano - Questão 8.

8) Compare as frações abaixo utilizando um dos sinais: >, < ou =.

a) $\frac{1}{7}$ — $\frac{2}{14}$

b) $\frac{3}{2}$ — $\frac{4}{3}$

c) $\frac{1}{2}$ — $\frac{4}{5}$

d) $\frac{1}{4}$ — $\frac{3}{12}$

Os resultados desta questão foram:

Distribuição das Respostas - Questão 8 - 7º Ano

	4 Acertos	3 Acertos	2 Acertos	1 Acertos	Nenhum Acerto
Frequência	39	17	35	67	51
Percentual	19%	8%	17%	32%	24%

Fonte: BENINCÁ, M. (2020). *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II*. Dissertação, Dissertação (Dissertação do Mestrado Profmat) UFES (Universidade Federal do Espírito Santo), Vitória. Acesso em 2021.

Ainda falando da pesquisa do mesmo trabalho *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II* (BENINCÁ, 2020), podemos notar a dificuldade dos alunos em comparar frações, identificando quando são equivalentes, ou no caso dizer qual delas é maior. Nessa abordagem mostra que mais de 80% dos alunos pesquisados tem alguma dificuldade em fazer essas comparações.

1.3 Soma e Simplificação de Fração

Avaliação Diagnóstica do 7º Ano - Questão 9.

9) Sara fez um bolo para seus filhos e o repartiu em 24 pedaços iguais. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Marta comeu 5 e Jorge não comeu nenhum pedaço. Que parte do bolo foi consumida?

a) $\frac{1}{24}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{2}$

Os resultados desta questão foram:

Distribuição das Respostas - Questão 9 - 7º Ano

	a)	b)	c)	d)	Não respondeu
Frequência	43	27	31	81	27
Percentual	21%	13%	15%	39%	12%

Fonte: BENINCÁ, M. (2020). *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II*. Dissertação, Dissertação (Dissertação do Mestrado Profmat) UFES (Universidade Federal do Espírito Santo), Vitória. Acesso em 2021.

Nesta terceira pergunta da pesquisa feita no trabalho *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II* (BENINCÁ, 2020), temos a soma simples de frações com o mesmo denominador e posterior simplificação da mesma. Por termos soma de frações com o mesmo denominador, podemos notar que mais de 60% apresentou dificuldade em efetuar essas operações. O que nos leva a pensar em como se sairiam, se a soma envolvesse frações com denominadores diferentes? É algo que temos que superar em sala de aula, e um jogo matemático sobre o assunto pode ajudar.

1.4 Multiplicação de Frações

A figura em sequência apresenta a questão 11 da avaliação diagnóstica.

Avaliação Diagnóstica do 7º Ano - Questão 11.

<p>11) Uma caixa de bolacha pesa $\frac{3}{4}$ kg. Qual é o peso de 8 caixas?</p> <p>a) 6 kg</p> <p>b) 12 kg</p> <p>c) 10 kg</p> <p>d) 5 kg</p>
--

Os resultados desta questão foram:

Distribuição das Respostas - Questão 11 - 7º Ano

	a)	b)	c)	d)	Não respondeu
Frequência	54	107	16	16	16
Percentual	25%	51%	8%	8%	8%

Fonte: BENINCÁ, M. (2020). *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II*. Dissertação, Dissertação (Dissertação do Mestrado Profmat) UFES (Universidade Federal do Espírito Santo), Vitória. Acesso em 2021.

Ainda referenciando o trabalho *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II* (BENINCÁ, 2020), podemos observar na questão acima a dificuldade que os alunos tem de fazer uma simples multiplicação de frações, ou simplesmente o produto de uma fração por um inteiro. Nesse caso, mais de 70% dos alunos apresentaram dificuldades nessa questão. Revelando que para trabalhar o conceito de multiplicação de frações com esses alunos, primeiro teremos que mostrar na prática como podemos multiplicar um inteiro por uma fração. Esse resgate pode ser feito por meio de fracionamento da nossa unidade monetária que é o Real. Mais à frente, veremos como isso pode ser feito.

1.5 Aplicando o conceito de Porcentagem

Avaliação Diagnóstica do 7º Ano - Questão 20.

20) José comprou uma camiseta de R\$ 80,00 e como ele fez o pagamento a vista conseguiu um desconto de 8%. Quanto José pagou pela camisa após o desconto?

a) R\$ 59,10
 b) R\$ 74,60
 c) R\$ 73,60
 d) R\$ 71,56

Os resultados desta questão foram:

Distribuição das Respostas - Questão 20 - 7º Ano

	a)	b)	c)	d)	Não respondeu
Frequência	16	66	66	27	34
Percentual	8%	32%	32%	13%	15%

Fonte: BENINCÁ, M. (2020). *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II*. Dissertação, Dissertação (Dissertação do Mestrado Profmat) UFES (Universidade Federal do Espírito Santo), Vitória. Acesso em 2021.

Esta é a quinta e última pergunta da pesquisa feita por *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II* (BENINCÁ, 2020), que apresento neste trabalho. O trabalho citado apresenta mais pesquisas, e é interessante observar as dificuldades dos alunos para se traçar meios de recuperar habilidades no estudo de frações, que os alunos ainda não possuem ou simplesmente esqueceram. Nesta pergunta, observamos o conceito de porcentagem e multiplicação de frações sendo abordado. Vale frisar que mais de 60% da turma apresentou dificuldades na resolução desta atividade, e como já citei, porcentagem e probabilidades são campos onde as frações são intrínsecas ao conceito.

CAPÍTULO 2

O ESTUDO DOS NÚMEROS RACIONAIS NA BNCC

O entender do conceito de frações vai mais além do que interpretar numerador e denominador. Na prática, observamos que os alunos de anos finais do fundamental trazem pouca ou quase nada de “conhecimento prévio do assunto”. Como seria introduzir a noção do infinito iniciando por frações geradoras de dízimas periódicas, se os alunos tem dificuldades de trabalhar com o finito? Essa é a proposta deste trabalho. Escolhemos o oitavo ano do ensino fundamental para esse processo, uma vez que a BNCC do referido ano diz:

- Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica (BNCC).

Antes de fazer essa abordagem temos que pensar no contexto da fração em sala, o que os alunos tem de conhecimento sobre. Isso vai além de parcelas coloridas de um todo, vamos ver o que a BNCC das series anteriores contam como elemento básico de aprendizagem sobre frações. Vamos ver ano a ano:

2ºano: Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

3ºano: Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

4ºano: Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/10$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica.

5ºano: Identificar e representar frações, associando-as ao resultado de um quociente ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica.

6ºano: Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

7º ano: Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração.

- Retirado da Revista Nova Escola Edição 315, 03 de setembro de 2018.

Antes de pensarmos em como fazer a abordagem do ensino de dízimas periódicas em frações é importante resgatar os conceitos anteriores. Para isso, vamos utilizar jogos, e tecnologias digitais como o programa GEOGEBRA.

Na primeira atividade vamos usar círculos de papel de seda, divididos em setores, com o objetivo do aluno se familiarizar com as frações usaremos também jogos de tabuleiro. Em ambos os casos, o processo tende a fazer com que o aluno se familiarize a representar parte/todo ou até mesmo entender que um número inteiro pode ser escrito em forma de uma fração (numerador e denominador inteiros). Fazer o mesmo ter noção de parcelas como um quinto, um terço ou até mesmo meio.

2.1 A Utilização de Jogos Como Ferramenta Para o Ensino

A pergunta que surge é: Por que utilizar jogos matemáticos para ensinar matemática?

Como professores, sabemos que situações lúdicas podem ajudar no processo de ensino – aprendizagem, e isso está embasado na dissertação ***JOGOS MATEMÁTICOS: UMA ALTERNATIVA PARA ESTIMULAR O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM*** (Coelho, 2016). Nesse trabalho, descreve como acontece a construção do conhecimento das crianças, reforça a importância do estímulo a aprendizagem usando as situações lúdicas, e ainda cita que o ato de brincar como um facilitador no processo de ensino- aprendizagem. Ainda na referida pesquisa, destaca a relevância do uso de jogos matemáticos segundo as PCN's para se aprender matemática. Vale destacar que o estímulo deve ser ao pensamento lógico, ao raciocínio e a interação com os alunos. Pois se trabalhado de forma errada, pode estimular apenas a competição e não ao aprendizado.

De forma análoga, já temos provas de que o software GEOGEBRA é um grande aliado no ensino de geometria, no campo das funções, e muitas outras formas de utilização que podem ajudar o aluno a interagir e aprender. Na pesquisa ***O Uso de Software na Educação Matemática*** (Oliveira, 2020), mostra como esses softwares podem ajudar em sala de aula, uma vez que a tecnologia se torna cada vez mais uma aliada do conhecimento quando usada de forma benéfica.

Aula 1: Interagindo no GEOGEBRA

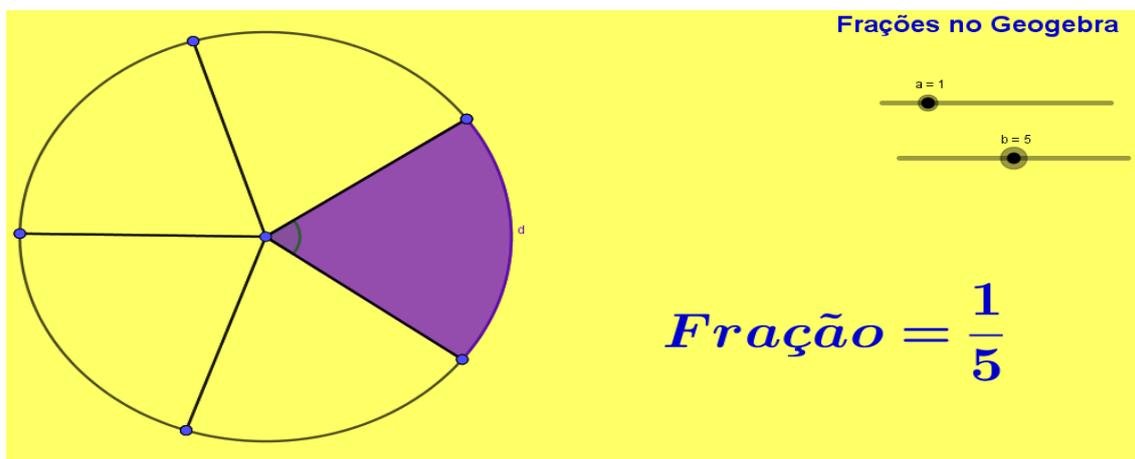
Objetivo: Familiarizar os alunos com as frações e mostrar como interpretar a mesma.

Nesta aula faremos uma abordagem simples, para que os alunos consigam aprender as seguintes habilidades:

2ºano: Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

3ºano: Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

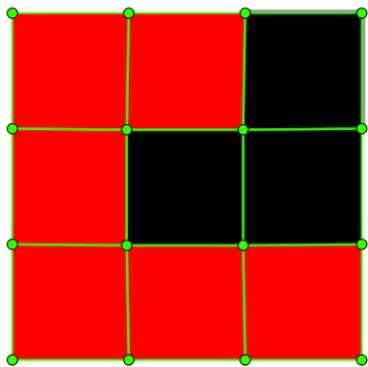
Vamos fazer uma atividade para trabalhar as habilidades descritas acima. Para isso, vamos usar um comando deslizante do GEOGEBRA que é simples de produzir. O mesmo mostra de maneira simples como uma fração representa uma parcela de um círculo subdividido.



Esse comando deslizante nos dá a possibilidade de interação com os alunos, mudando numerador e denominador e mostrando a elas como isso pode ser representado, dando noção de meio, um terço, um décimo, ...etc.

Como construir essa forma de representar fração usando o GEOGEBRA está disponível no vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=EBpvOo8Gng&t=30s>.

Podemos analisar a segunda figura criada com comando de interação no GEOGEBRA:



$$\text{Fração} : \frac{p}{9} + \frac{v}{9} = 1$$

Podemos passar a ideia aos alunos de que a quantidade de quadrados vermelhos e pretos se completam. Esse processo dá a possibilidade de interação com os alunos, e a noção de completude. Somando as partes vermelhas e pretas temos uma unidade.

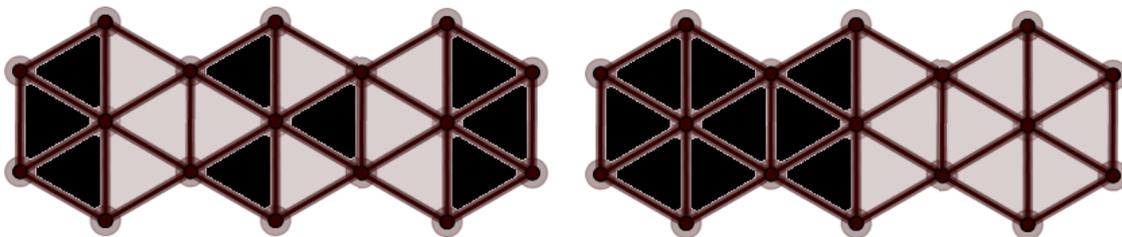
$$\text{Logo: } \frac{3}{9} + \frac{6}{9} = 1$$

Para construir esse comando interativo, basta seguir as instruções no vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=6wRCcaSaltg>.

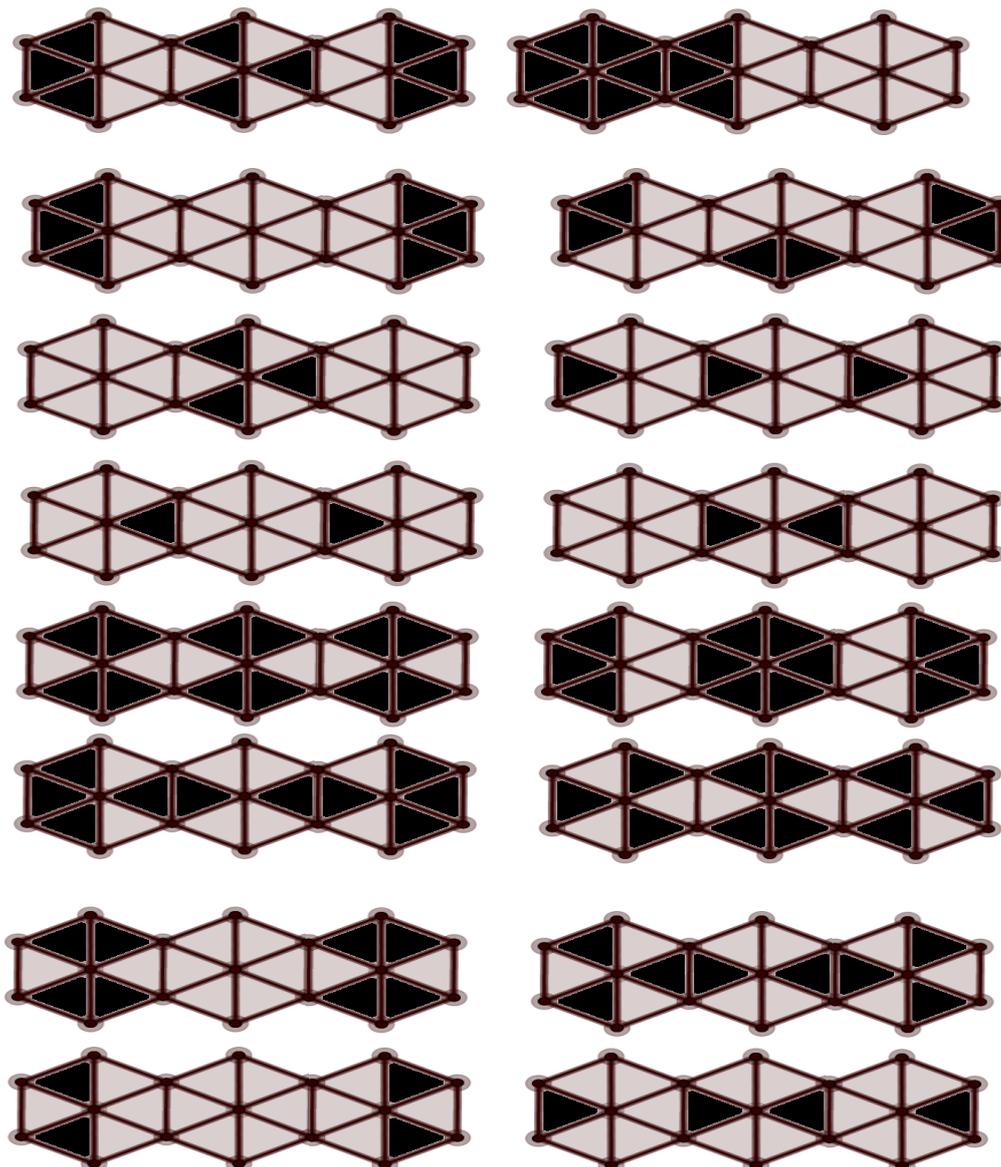
E para fixar esse conhecimento na representação de frações, proponho o jogo da memória.

2.2 Jogo da Memória

Esse jogo é antigo e nós professores já conhecemos, porém existe uma diferença nele. Se observarmos as cartas abaixo, podemos notar que temos 16 cartas e cada carta tem seu par correspondente. Visualmente não são idênticas, mas representam a mesma fração. Por exemplo, vamos observar essas duas:



As duas cartas representam a mesma fração, que é meio. Mentalmente os alunos terão que interpretar se as cartas representam as mesmas frações, se sim ponto para o aluno.



O primeiro aluno escolhe duas cartas que são viradas e ele observa se representam a mesma fração, se sim ponto para ele. Se não, vira novamente as cartas e passa a vez ao seu colega. Ganha o jogo o aluno que contabilizar mais pontos.

Com essa atividade, o aluno despertará o cálculo mental para entender que frações podem representar disposições diferentes na figura, porém o mesmo valor. Se ele comeu o primeiro pedaço de uma pizza que foi igualmente dividida ou o último não interfere na sua representação. Vale destacar que os três hexágonos regulares foram feitos no GEOGEBRA.

2.3 Aula 2: Fracionando Quantidades

Objetivo: Entender o conceito de frações aplicado a quantidades.

Habilidade trabalhada:

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.



Vamos mostrar que no caso dos lápis acima. Temos 8 deles, e quanto é $\frac{3}{4}$ desse total? Para isso vamos sugerir aos alunos que dividam os oito lápis em quatro grupos e depois agrupar 3 deles. Qual quantidade teremos? Isso também é uma prévia da multiplicação de frações. Podemos mostrar que o resultado acima obtido pode ser determinado pelo produto $8 \cdot \frac{3}{4}$. Depois disso, vamos aplicar o mesmo conceito usando outras quantidades de elementos e aplicando a multiplicação por uma fração.

Aula 3: Comparando frações

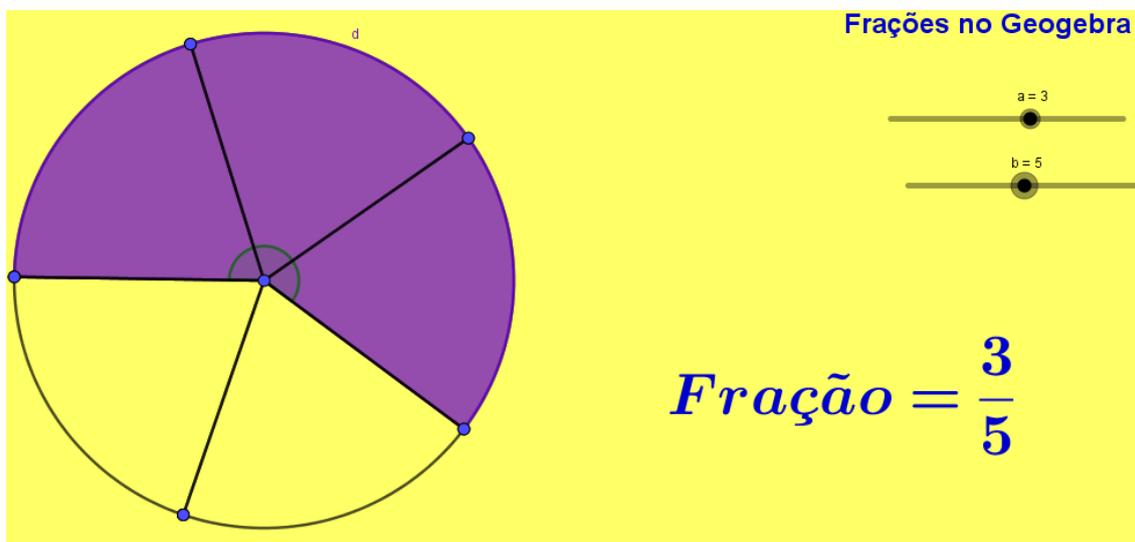
Objetivo: Fazer os alunos compararem frações e determinar um valor aproximado para cada fração.

Habilidade Trabalhada:

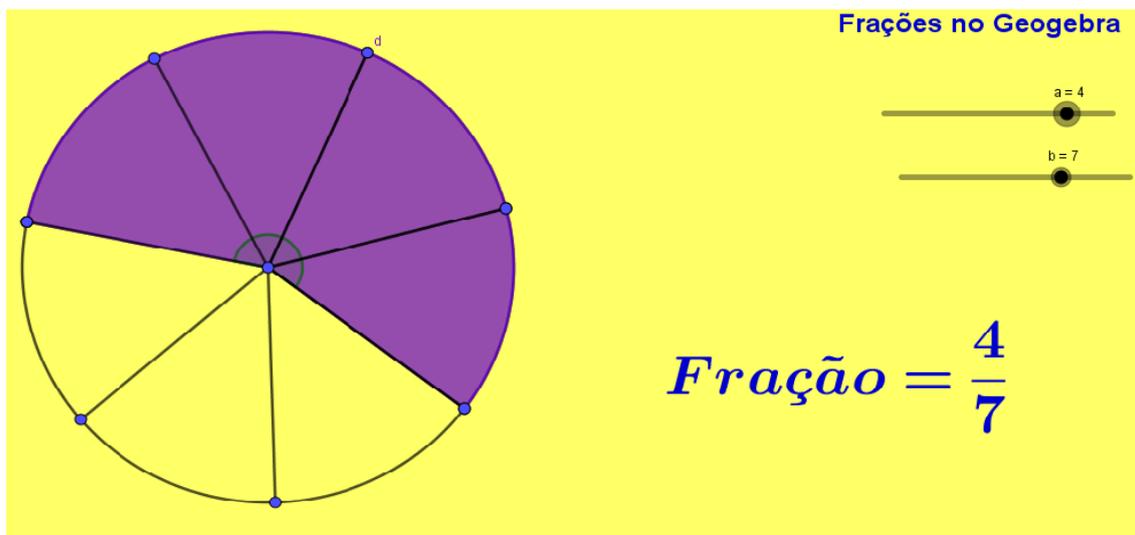
6ºano: Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. Outras habilidades sugeridas: EF06MA08, EF06MA09 e EF06MA10.

-Qual é maior, $\frac{3}{5}$ ou $\frac{4}{7}$?

Observando as figuras, temos:



ou



Com círculos pintados em papel de seda vamos sugerir aos alunos compararem as frações. A ideia é que eles os sobreponham observando que uma das regiões pintadas é maior que a outra. Para provar, usaremos a divisão.

Vale salientar que as figuras que estamos trabalhando nessa aula foram feitas no GEOGEBRA com o comando deslizante já explicado anteriormente.



Sobrepondo as figuras, podemos observar que $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$.

Usando as divisões, podemos provar: $\frac{3}{5}=0,6$ e $\frac{4}{7}=0,57$ aprox.

Depois disso, vamos propor novas comparações para que os alunos entendam como identificar quando uma fração é maior que outra.

2.4 Aula 4: Frações na Reta Numérica

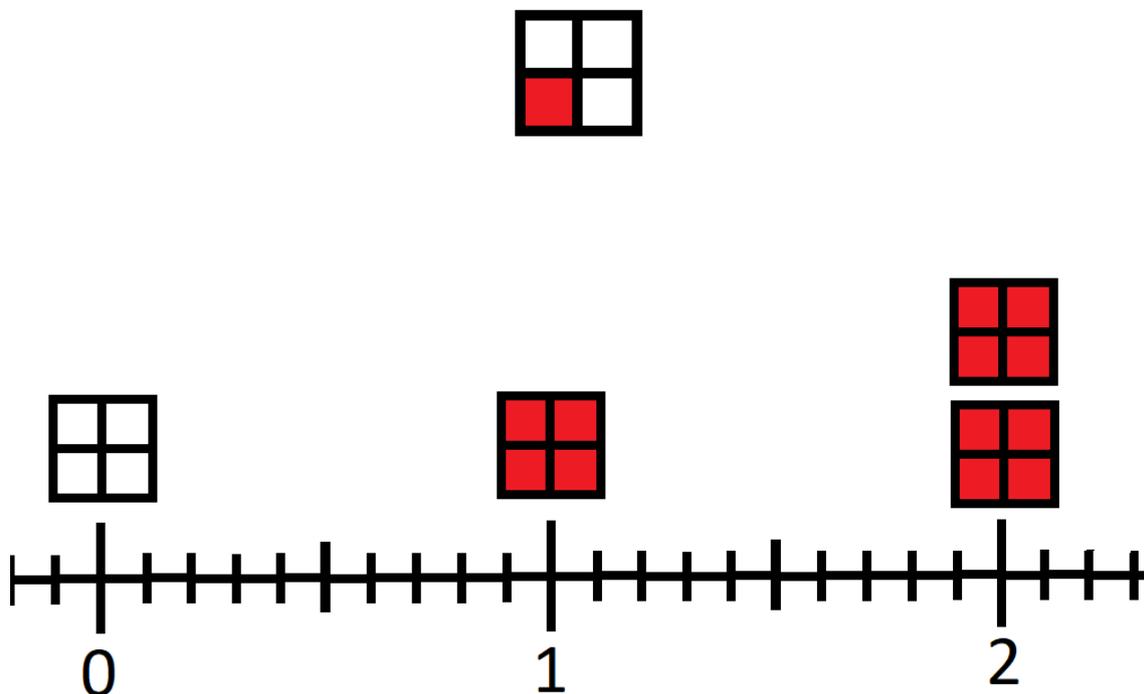
Objetivo: mostrar como representar uma fração na reta numérica e familiarizar os mesmos com o seu valor real.

Com a atividade abaixo, vamos trabalhar as seguintes habilidades:

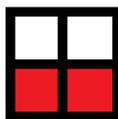
4ºano: Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/10$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica.

5ºano: Identificar e representar frações, associando-as ao resultado de um quociente ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica.

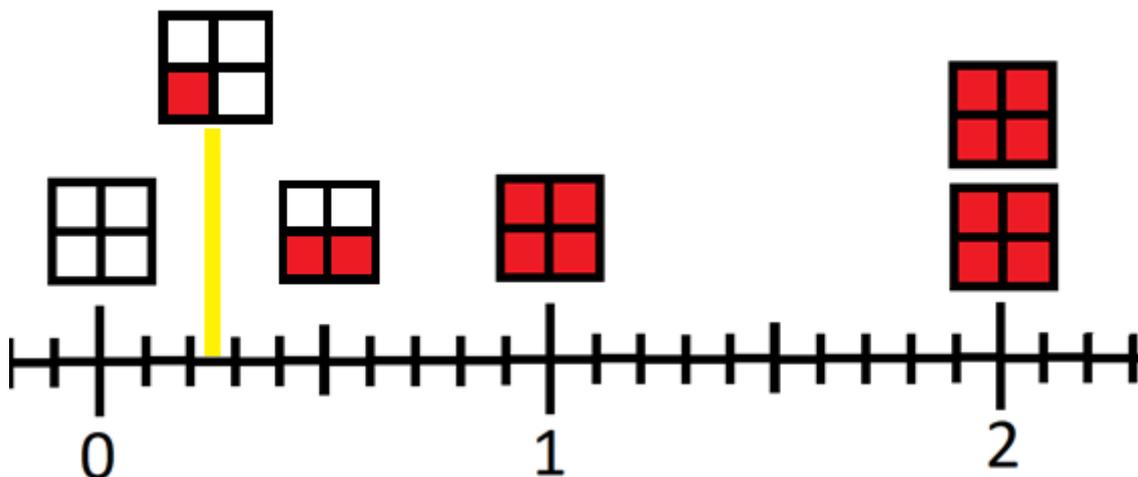
Pergunta: - Onde está posicionado na reta numérica a fração $1/4$? Podemos observar a fração como:



Vamos interpretar cada figura acima dando o sentido da fração que o representa. Depois vamos perguntar: Onde se posicionaria a fração $1/2$?



Eles entendendo que $2/4=1/2$ e que o mesmo se posiciona exatamente no meio entre zero e 1. Depois irão verificar que o $1/4$ está posicionado no meio entre 0 e $1/2$. Depois vamos interpretar seu valor na reta numérica.



Depois disso, poderíamos questionar, onde está localizado na reta numérica a fração $1/3$. Essa reflexão o professor poderá fazer com os alunos também.

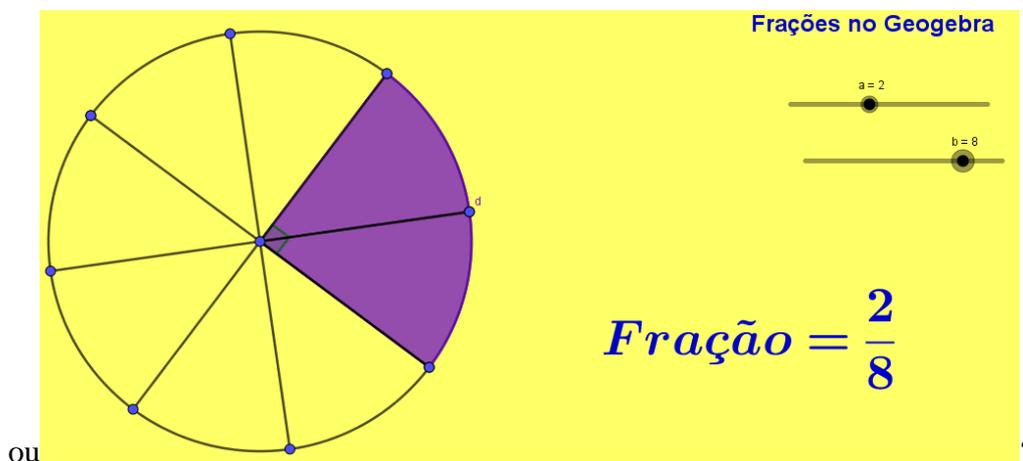
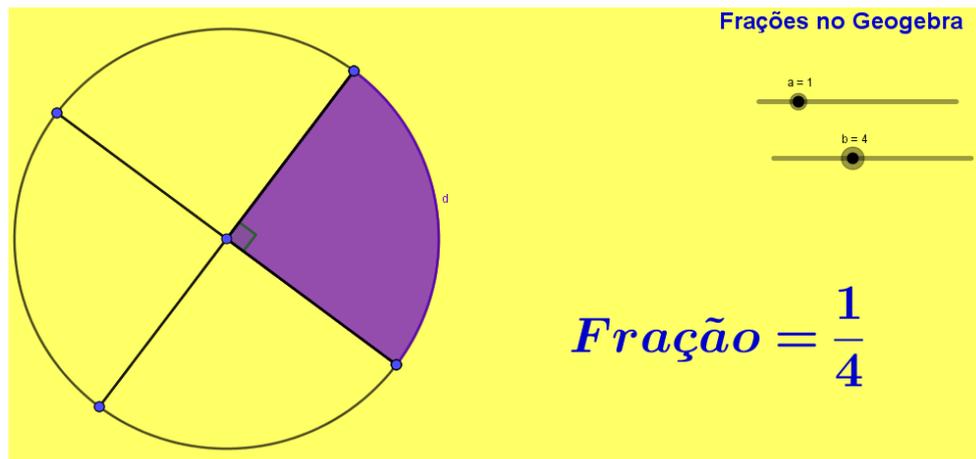
2.5 Aula 5: Frações Equivalentes

Objetivo: Que entendam o conceito de frações equivalentes e com o uso da simplificação consigam enxergar a equivalência.

Seguindo a sequência dessa atividade, vamos trabalhar bem esse conceito:

6º ano: Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Problema: Qual das frações é maior $1/4$ ou $2/8$?



Deixamos os alunos pensarem e opinarem sobre o assunto. Se fazermos a divisão da pizza em quatro partes e depois redividir cada pedaço ao meio, teremos a mesma fração (prova que são equivalentes). E como vamos encontrar frações equivalentes? Basta multiplicar numerador e denominador pelo mesmo número inteiro. Agora, a proposta é que os alunos descubram mais frações equivalentes às frações como $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{7}$ etc. Para que os alunos se familiarizem com as frações equivalentes, vamos usar o seguinte jogo:

2.6 Aula 6: Jogo das Colheres

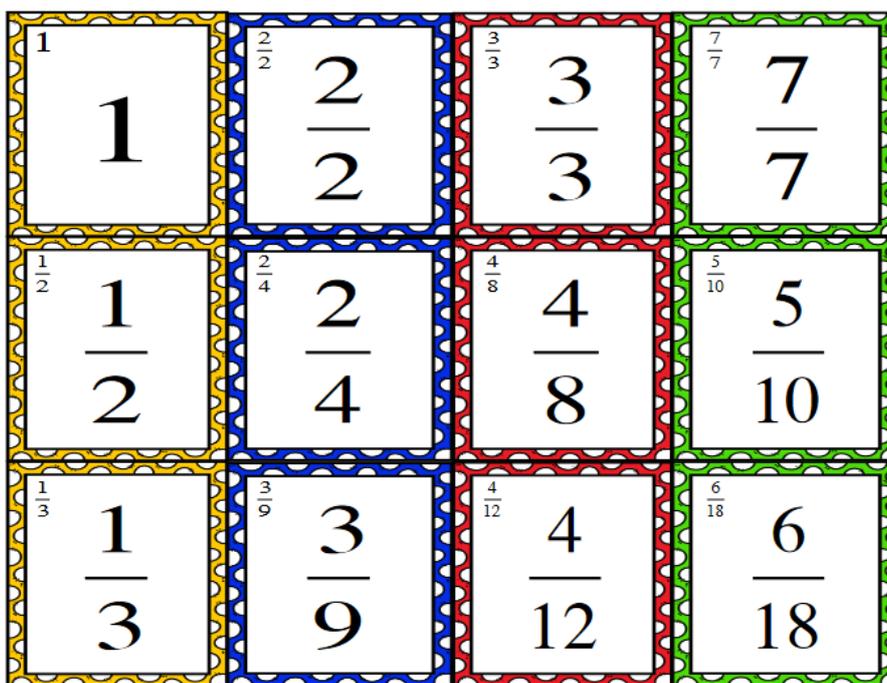
Número de jogadores: 4-6

Objetivo: Familiarizar e estimular o cálculo mental dos alunos para que percebam mais facilmente quando frações são equivalentes.

Cada jogador receberá 4 cartas, cada uma delas contendo uma fração. As cartas não devem ser mostradas aos seus adversários. O objetivo do jogo é formar um grupo com 4 cartas que todas são frações equivalentes entre si. No centro da mesa, um círculo contém

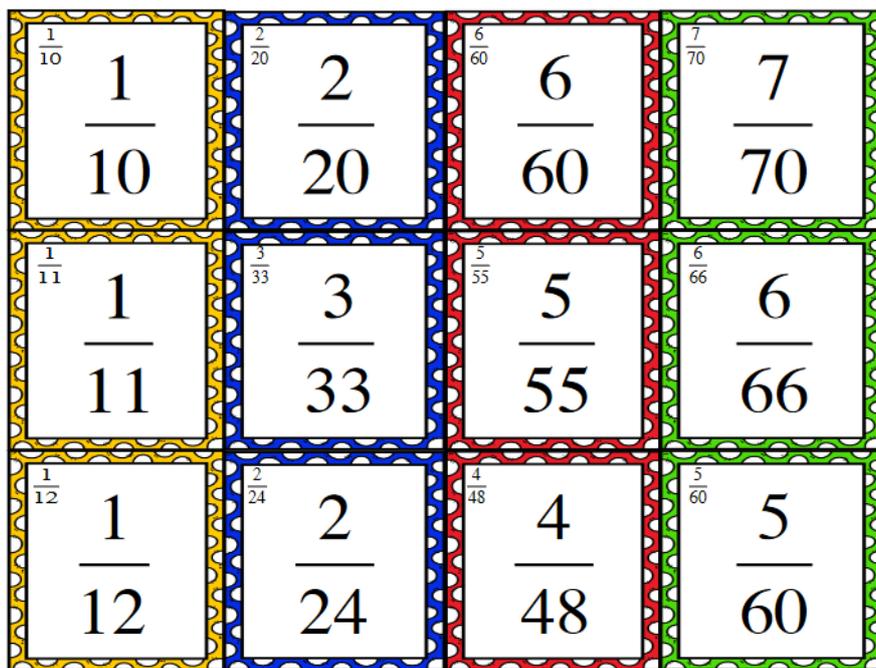
(n-1) colheres com n sendo o número de jogadores. Um dos jogadores é sorteado e pega uma carta do monte, verifica se a fração da carta é equivalente a alguma das que tem na mão e às agrupa, descartando uma carta passando-a para o próximo jogador com a face virada para baixo, que faz a mesma verificação e descarte passando para o próximo jogador, até chegar ao último jogador que fará o descarte de uma carta virada para baixo. Novamente o primeiro vai retirar uma carta e fazer o mesmo processo, e o primeiro jogador que formar as quatro cartas com frações equivalentes, mostra as cartas aos colegas e pega uma colher que dará passaporte para a próxima partida, até que sobre um jogador sem colher que irá sair do jogo. As cartas que foram descartadas são embaralhadas e colocadas no monte novamente. Na próxima partida terá um jogador a menos e conseqüentemente uma colher a menos. Ganha o jogo, o jogador que vencer todas as partidas.

Estas são as cartas do jogo:



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$ $\frac{3}{12}$	$\frac{5}{20}$ $\frac{5}{20}$	$\frac{6}{24}$ $\frac{6}{24}$
$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$ $\frac{2}{10}$	$\frac{3}{15}$ $\frac{3}{15}$	$\frac{7}{35}$ $\frac{7}{35}$
$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{3}{18}$ $\frac{3}{18}$	$\frac{4}{24}$ $\frac{4}{24}$	$\frac{7}{42}$ $\frac{7}{42}$

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$	$\frac{2}{14}$ $\frac{2}{14}$	$\frac{5}{35}$ $\frac{5}{35}$	$\frac{7}{49}$ $\frac{7}{49}$
$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$	$\frac{4}{32}$ $\frac{4}{32}$	$\frac{6}{48}$ $\frac{6}{48}$	$\frac{7}{56}$ $\frac{7}{56}$
$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$	$\frac{3}{27}$ $\frac{3}{27}$	$\frac{4}{36}$ $\frac{4}{36}$	$\frac{5}{45}$ $\frac{5}{45}$



Formando um total de 48 cartas. Esse material está disponível no site: <https://www.weareteachers.com/fraction-games/>, bem como outros materiais que podem ser usados em sala de aula.



No exemplo acima, falta apenas uma carta para o jogador terminar a rodada e, se o fizer antes que seus colegas, já terá vaga garantida na próxima rodada.

Para exercitar o cálculo mental para que o aluno veja de maneira simples quando duas frações são equivalentes ou simplesmente quando uma fração é simplificável, podemos usar o jogo a seguir:

2.7 Aula 7: Jogo Simplificando

Objetivo: Familiarizar os alunos com o conceito de simplificação de fração.

Depois que já trabalhamos frações equivalentes, podemos usar a ferramenta de simplificação de fração para que o processo de visualizar frações equivalentes se torne mais fácil.

O tabuleiro possui 15 frações numeradas, e uma outra tabela com 25 possíveis soluções para a fração equivalente sorteada.

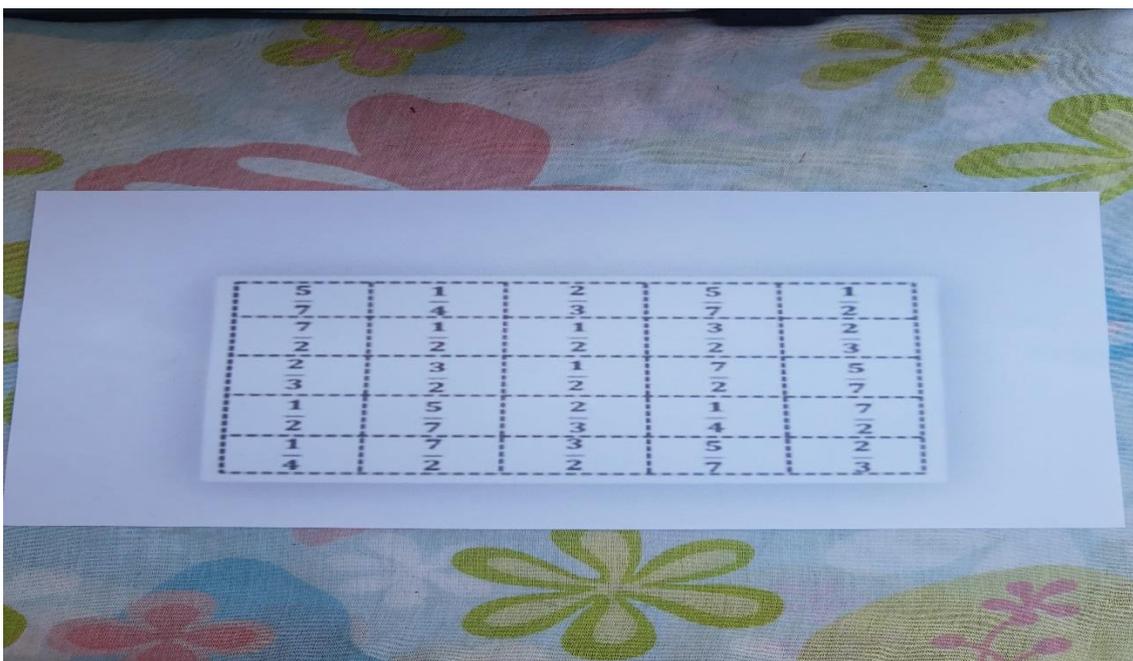
De dois em dois, os alunos vão sortear um quadrante, um por vez, (o professor pode fazer o sorteio por meio de um aplicativo de celular e mostrar aos alunos o número sorteado) e simplificar a fração mentalmente, e depois marcar o resultado na tabela.

Simplificando

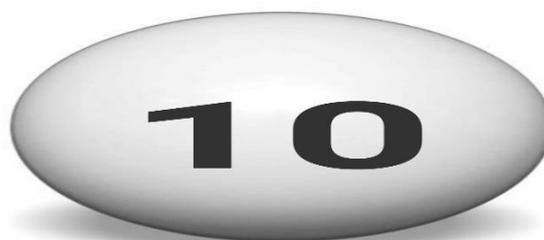
1 $\frac{9}{18}$	2 $\frac{25}{35}$	3 $\frac{4}{6}$	4 $\frac{14}{4}$	5 $\frac{10}{15}$
6 $\frac{2}{8}$	7 $\frac{9}{6}$	8 $\frac{50}{70}$	9 $\frac{15}{10}$	10 $\frac{20}{40}$
11 $\frac{14}{21}$	12 $\frac{8}{16}$	13 $\frac{8}{32}$	14 $\frac{49}{14}$	15 $\frac{30}{42}$

$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{2}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{3}$

Cada dupla de alunos receberá uma tabela onde registrarão suas respostas.



O professor pode fazer o sorteio da fração por meio de um aplicativo gratuito chamado Sorteio Rápido (disponível na Play store de forma gratuita), colocando sem repetição e para sortear números de 1 a 15.





Na tabela abaixo, já aparece as respostas dos alunos, referente aos sorteios acima. O professor pode conferir respostas com os alunos por rodada. Isso dará credibilidade ao processo.

5	1	2	5	1
7	4	3	7	2
7	1	1	3	2
2	2	2	2	3
2	3	1	7	5
3	2	2	2	7
1	5	2	1	7
2	7	3	4	2
1	7	3	5	2
4	2	2	7	3

Quem acertar mais resultados ganha o jogo.

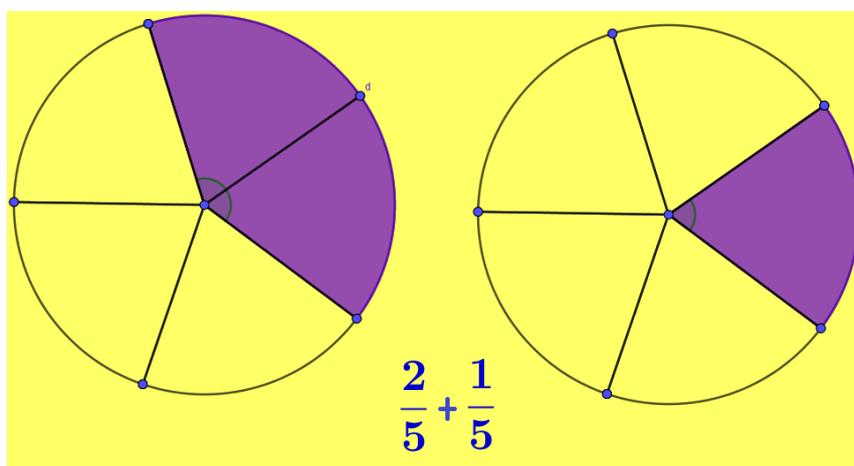
2.8 Aula 8: Adição e Subtração de Frações

Objetivo: Fazer uma abordagem não convencional o conceito de adição e subtração de frações.

Habilidade trabalhada:

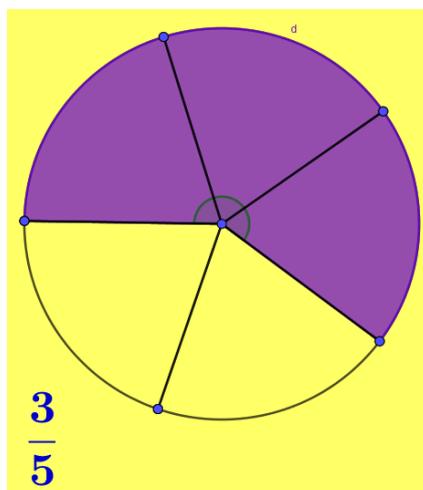
(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Quanto daria essa soma?



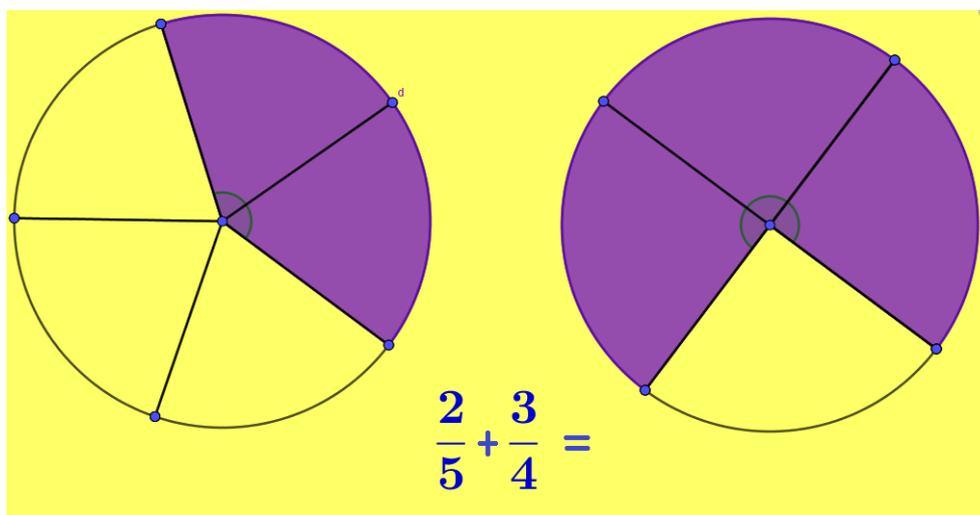
Podemos observar que os denominadores são iguais portanto, as parcelas tem mesma medida e podem ser somadas diretamente.

Logo, a resposta do problema será:



E quando encontramos situações em que na soma ou subtração de frações os denominadores são diferentes? Observe o próximo desafio.

Qual o valor dessa soma?



Podemos observar que o resultado da soma será maior que 1. Mas como proceder para efetuar essa soma? Primeiro, podemos notar que frações com denominadores diferentes não podem ser somadas diretamente, uma vez que as parcelas tem tamanhos diferentes. Então, vamos encontrar junto com os alunos, frações equivalentes às frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$.

Frações equivalentes a $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{20}, \frac{10}{25} \dots$

Frações equivalentes a $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20} \dots$

Observando então as frações equivalentes, podemos notar que $\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$ pode ser substituído por $\frac{8}{20} + \frac{15}{20}$ e, portanto, a soma terá como resultado $\frac{23}{20}$.

Agora é propor mais atividades, com o objetivo de os alunos observarem que sempre terão o M.M.C. dos denominadores no denominador da fração resultante.

2.9 Aula 9: Jogo das Torres

No passado, as torres eram erguidas com a função de defesa ou simplesmente de vigia. Hoje, você construirá a torre. O objetivo é formar uma torre de exatamente dois metros de altura. Você terá blocos de $\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{4}$ m, $\frac{1}{3}$ m e $\frac{2}{3}$ m.

Número de jogadores: 2

Objetivo: Mostrar na prática a importância de soma e subtração de frações.

Um de cada vez, lançará um dado que contém as seguintes faces: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ e o símbolo ?. Se sair a face $\frac{1}{2}$ o jogador pegará o pedaço correspondente a $\frac{1}{2}$ para formar sua muralha e o seu adversário joga logo em seguida, se aparecer o símbolo ? o aluno pode escolher qual o bloco pegar. Na segunda rodada, lançarão novamente e assim colocarão bloco sobre bloco. A partir da segunda rodada o ponto de interrogação significa que o jogador pode adicionar ou retirar o bloco que quiser, sendo apenas um. A muralha vai crescendo, e se passar de 2 unidades exato na próxima rodada jogará e a face que sair e tiver na muralha ele tirará, se o bloco cuja fração não estiver na torre passa a vez. Depois de retirado o bloco, o aluno deve pensar em qual fração ele precisa para chegar nas duas unidades, e caso ele tire o símbolo ? poderá escolher o que falta e ganhar o jogo. Se não sair o símbolo de interrogação, e sair um outro ele adicionará a sua muralha e se passar, deverá jogar novamente na próxima rodada. Ganha o jogo quem conseguir construir a muralha do tamanho de 2m exatos.





Podemos observar na imagem acima, que o primeiro jogador acaba de fazer sua segunda jogada com o resultado de $1/3$, e encaixou o segundo bloco em sua torre.

2.10 Aula 10: Fracionando 1 Real

Objetivo: Fazer com que os alunos entendam de maneira simples a multiplicação entre frações.

Habilidade trabalhada:

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Problema: Quanto é $1/4$ de $2/5$? Podemos sugerir aos alunos que interpretem uma das frações do problema como moeda. Por exemplo: se eles escolherem a de $1/4$, basta interpretar que 1 Real/4 ou seja $1/4$ representa 25 centavos então basta encontrarmos $2/5$

de 25 centavos. Dividindo 25 centavos em 5 grupos temos 5 de 5 centavos. E dois grupos desse dará 10 centavos que representa $1/10$. Portanto $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$.

Para facilitar o entendimento, vamos usar moedas.



dividido em 4, teremos:



Então $\frac{1}{4}$ é equivalente a 25 centavos. E agora vamos encontrar $\frac{2}{5}$ desse valor. Basta, primeiro dividir por 5.

Teremos:



Temos que 5 centavos representa $\frac{1}{5}$ de 25 centavos e então dois quintos equivalem a:



Basta representar esse resultado em forma de fração. Usando comparações podemos levar os alunos a entenderem que 10 centavos, representa $\frac{1}{10}$ do real inteiro. Portanto, a resposta é $\frac{1}{10}$. Isso também é válido para a recíproca:

Quanto vale $\frac{2}{5}$ de 1 real?



dividido em grupos de 5, teremos:



Teremos cinco grupos de 20 centavos, e pegando dois deles, teremos que $2/5 = 40$ centavos.



Agora, basta encontrarmos $1/4$ desse valor.



E temos novamente 10 centavos, que representa $1/10$ de real.

A partir disso, vamos propor atividades nesse sentido, para familiarizar os alunos a trabalharem com parcelas menores que 1. Depois das atividades, mostramos como a multiplicação direta das frações pode ser feita de maneira simples colhendo o mesmo resultado de maneira mais fácil.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Podemos questionar os alunos para calcular o produto $\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{5}$. Nesse caso, conseguiríamos fazer esse produto pensando no mesmo processo com as moedas?

Aula 11

Objetivo: Entender o processo de divisão de frações.

Na aula anterior, determinamos $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{5}$. E se, em vez de multiplicação a operação fosse de divisão? Como dividir $\frac{1}{4} / \frac{2}{5}$. Vimos a necessidade de trabalhar com denominadores iguais. Nesse caso, não é diferente. Por isso, vamos encontrar frações equivalentes para esses casos.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} \dots$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} \dots$$

Então, $\frac{1}{4} \div \frac{2}{5}$ é o mesmo que $\frac{5}{20} \div \frac{8}{20}$. Podemos simplificar denominadores comuns, uma vez que, pelo princípio da simplificação de frações estaremos multiplicando e dividindo pelo mesmo valor. Logo, o resultado será $\frac{5}{8}$. Depois disso, podemos deixar os alunos praticarem da mesma forma, levando-os a concluir que é mais simples para resolver a divisão de frações, conservar a primeira e multiplicar pela segunda invertida.

$$\frac{1}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

Aula 12

Objetivo: Adicionar o conceito de porcentagem ao próprio conceito de operações com frações.

Habilidade Trabalhada:

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Em um grupo de 8 alunos, a porcentagem de alunos que gostam de futebol está entre 60 e 70 por cento. Quantos são os alunos que gostam de futebol?

Representação percentual	60%	70%
Razão centesimal	$\frac{60}{100}$	$\frac{70}{100}$
Representação decimal	0,60	0,70

Observando as maneiras de representar os percentuais informados e usando comparações com as frações do problema, junto com os alunos, quantos alunos representam 50 % do grupo? Podemos escrever 50% como $\frac{50}{100}$, que caracteriza como o numerador sendo metade do denominador, então $\frac{4}{8}$ representa 50% da turma. E, portanto, 6 alunos representam 75 % dos alunos do grupo. Como a quantidade de alunos que gostam de futebol está entre 60 % e 70 %, podemos dizer que está entre 50% e 75%, em outras palavras, entre 4 e 6 alunos. Logo, a resposta do problema é 5 alunos. Podemos propor aos alunos descobrirem qual a porcentagem exata do grupo representa esses 5 alunos. E posteriormente completar a tabela abaixo com os fatores correspondentes aos 5/8.

Representação percentual	
Razão centesimal	
Representação decimal	

CAPÍTULO 3

DÍZIMAS PERIÓDICAS

Depois de estudarmos os números racionais, bem como aplicar seus conceitos, agora vamos abordar o conceito de dízima periódica. Dízima periódica tem por característica a parte decimal infinita e periódica, lembrando que o período é não nulo.

Exemplos: $2,44444\dots$ É uma dízima periódica de período igual a 4. O período é chamado de simples pois todos os termos decimais fazem parte do período. Portanto o número acima é do tipo dízima periódica simples. Assim, podemos escrever o mesmo número na forma simplificada $2,\overline{4}$.

$3,4565656\dots$ É uma dízima periódica de período igual a 56. Essa dízima periódica é chamada de composta, pois na parte decimal existe pelo menos um elemento diferente do período. Podemos escrever o mesmo número na forma simplificada $3,4\overline{56}$. Toda dízima periódica é resultado da divisão de dois números inteiros(fração). E essa fração recebe o nome de fração geratriz.

Vamos aprender a encontrar a fração geratriz de dízimas periódicas simples:

Observe a dízima $0,4444\dots$ vamos encontrar a fração geratriz dessa dízima.

$X=0,4444\dots$ como o período é 1, se repete de uma em uma casa, vamos multiplicar por 10 ambos os lados.

$10.X= 4,4444\dots$ subtraindo a primeira equação, temos:

$$\begin{array}{r} 10.X = 4,4444\dots \\ - 1.X = 0,4444\dots \\ \hline 9.X = 4 \end{array}$$

$$9.X = 4$$

$X = \frac{4}{9}$. Portanto, a fração geratriz da dízima periódica $0,4444\dots$ é $\frac{4}{9}$.

No segundo exemplo, vamos encontrar a fração geratriz da dízima periódica $5,676767\dots$

Para isso, temos que:

$X = 5,676767\dots$ como o período é de duas casas, vamos multiplicar ambos os lados por 100.

$100.X = 567,676767\dots$ subtraindo a primeira equação, temos:

$$\begin{array}{r}
 100.x = 567,\cancel{6767}\dots \\
 - 1.x = 5,\cancel{6767}\dots \\
 \hline
 99.x = 562
 \end{array}$$

$$99.X = 562$$

$$X = \frac{562}{99}$$

Podemos observar junto com os alunos algumas características dessas frações geratrizes de dízima periódica. Quando temos uma casa no período, podemos observar que o denominador da fração geratriz será um 9, e quando tem dois números o período, teremos 99 como denominador, três números, 999 como denominador e assim sucessivamente.

Fração geratriz de Dízima composta

Habilidade Trabalhada:

(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Como já vimos, uma dízima composta possui em sua parte decimal, pelo menos um elemento diferente do período. E assim como as dízimas periódicas simples, podemos encontrar sua fração geratriz. Ex: Observe o número $3,4565656\dots$, ele é uma dízima periódica composta, pois possui em sua parte decimal o algarismo 4 que é diferente do período 56. Vamos encontrar sua fração geratriz.

$X = 3,4565656\dots$ (multiplicamos ambos os lados por mil, a fim de chegar no segundo período).

$$1000.X = 3456,565656\dots$$

Agora multiplicamos a primeira equação por 10 a fim de chegar no primeiro período.

$$10.X = 34,565656\dots$$

Podemos observar que nas duas equações, temos apenas dízimas periódicas simples agora. Isso faz com que ao subtrair uma pela outra, as casas decimais se anulem, tornando o número um inteiro.

$$\begin{array}{r} 1000.X = 3456\cancel{56}\cancel{56}\dots \\ \hline 10.X = 34\cancel{56}\cancel{56}\dots \\ \hline 990.X = 3422 \end{array}$$

$990.X = 3422$ e, portanto, a fração geratriz da dízima periódica composta será $\frac{3422}{990}$.

Vamos encontrar a fração geratriz da dízima periódica $3,52666666\dots$

Observe que o período é 6 e como já vimos, esse número é uma dízima periódica composta.

$X = 3,52666666\dots$ para chegarmos até o período, temos duas casas no caminho, e por isso vamos multiplicar esse número por 100.

$$100.X = 352,666666\dots$$

Agora o número que está na direita se tornou uma dízima periódica simples. E para chegarmos até o segundo período, tem mais uma casa, então multiplicaremos a equação novamente por dez.

$$10.100.X = 3526,666666\dots$$

Formando a equação maior: $1000.X = 3526,666666\dots$

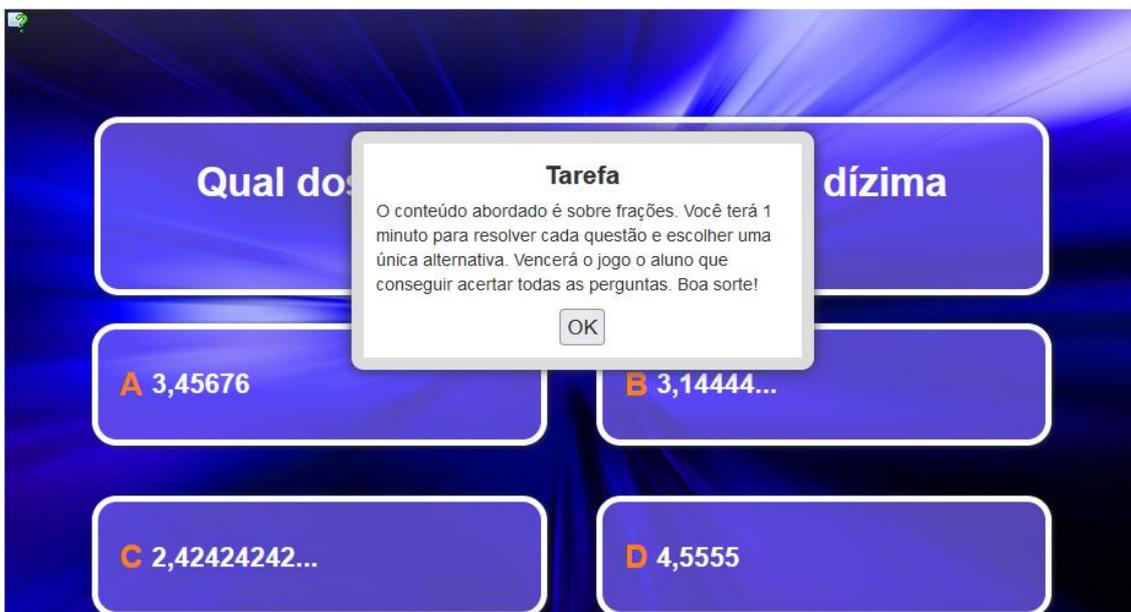
Fazendo a equação maior menos a menor, temos:

$$\begin{array}{r} 1000.X = 3526\cancel{,666666}\dots \\ \hline 100.X = 352\cancel{,666666}\dots \\ \hline 900.X = 3174 \end{array}$$

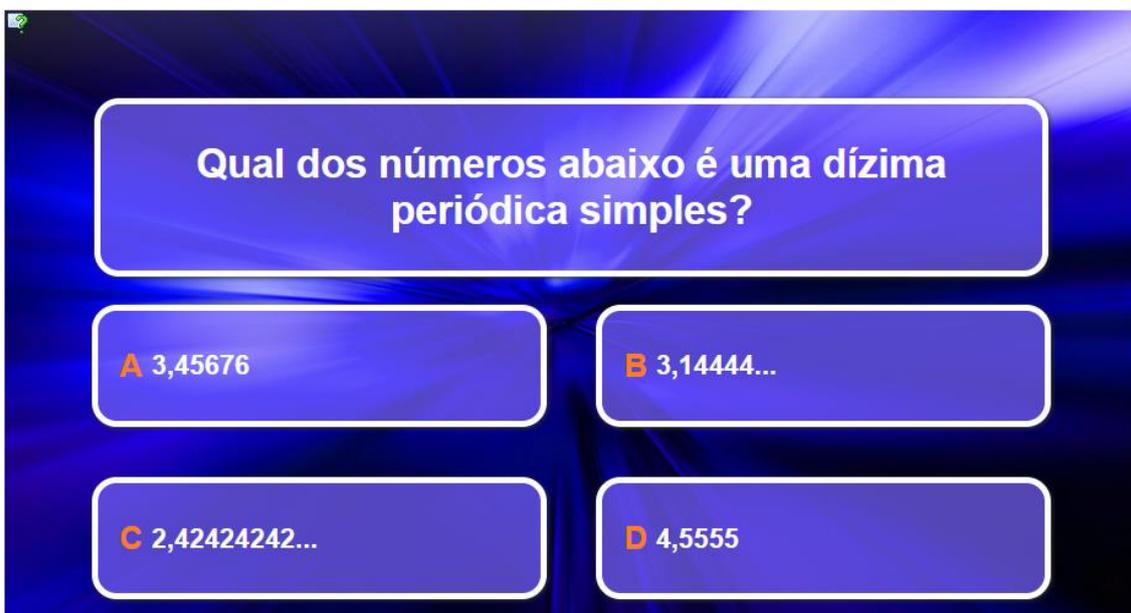
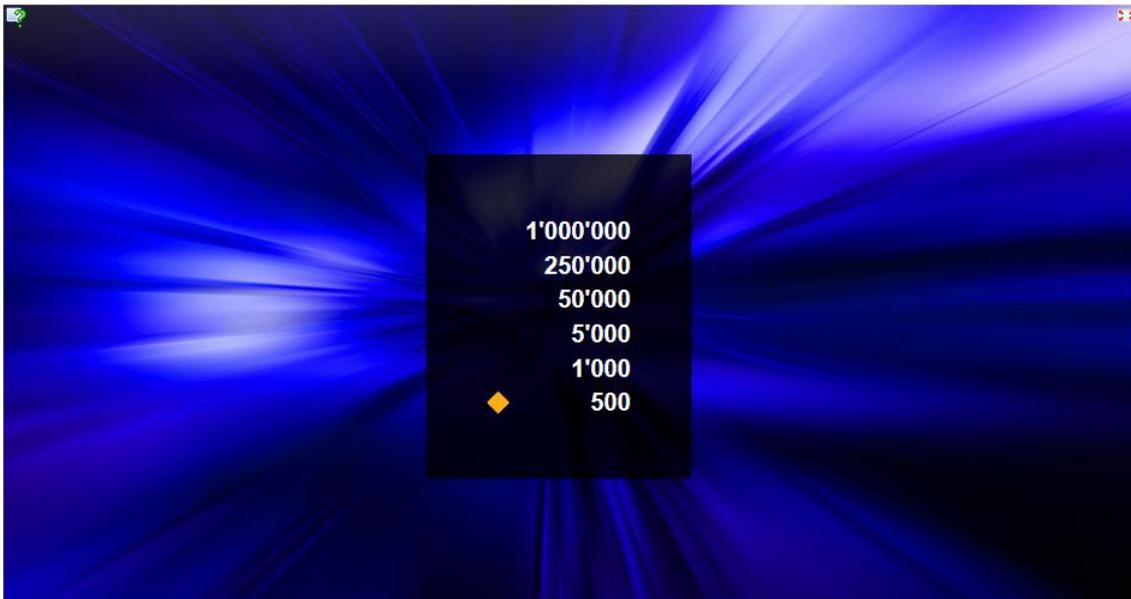
$900.X = 3174$, logo, a fração geratriz da dízima é $\frac{3174}{900}$.

3.1 Aula 14: Jogo Quem quer ser um Milionário

Objetivo: Acertar todas as perguntas para ganhar o prêmio. O jogo é composto de 6 perguntas com 4 alternativas de múltipla escolha. Os alunos que acertarem todas as perguntas vencerão o jogo. Durante o andamento do jogo, o professor será quem conduzirá o processo, poderá trabalhar o conceito de probabilidade durante o jogo. Por exemplo, na primeira pergunta, o professor pode mostrar que dentre as quatro alternativas, uma delas já está errada e ver com eles como ficou mais fácil de acertar, a chance era de um $\frac{1}{4}$ e agora a chance é de $\frac{1}{3}$.

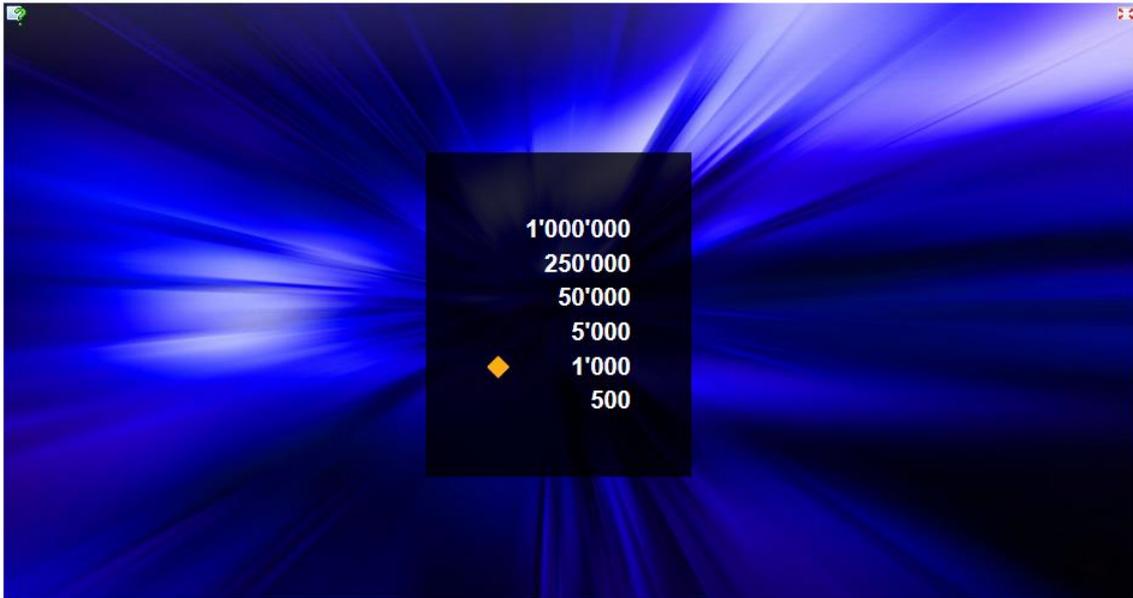


Agora, vamos a primeira pergunta, valendo 500 reais:

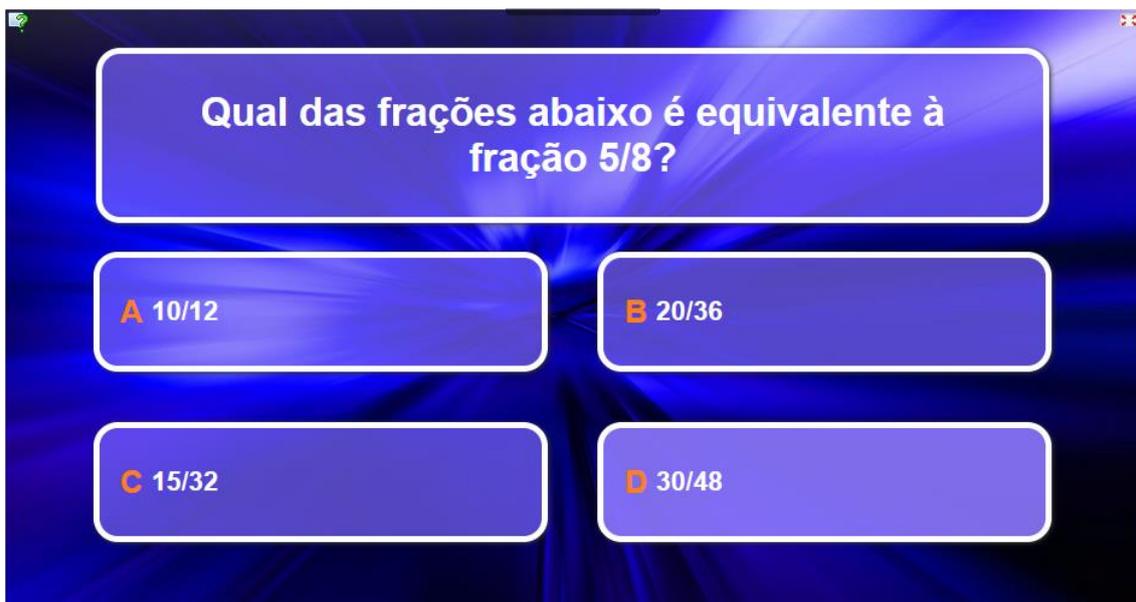


Nesse momento, o professor pode mostrar que a alternativa A é um número decimal exato e, portanto, não é a resposta correta. Agora o aluno tem três alternativas para sua escolha, gerando chances de $1/3$ que é fração geratriz de uma dízima periódica.

Vamos para a segunda pergunta, valendo mil reais:

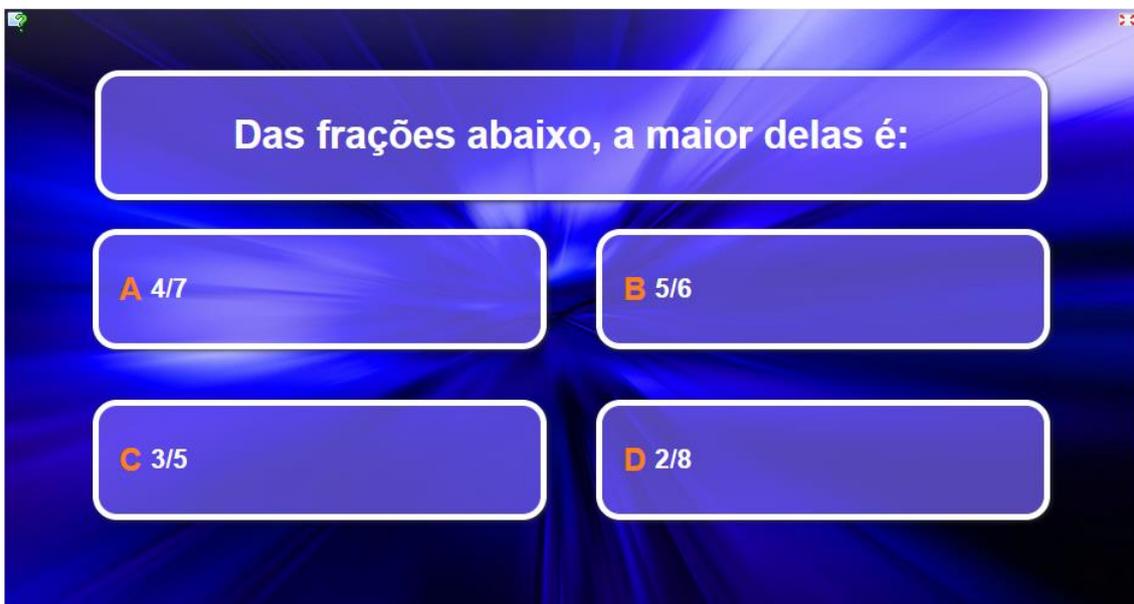
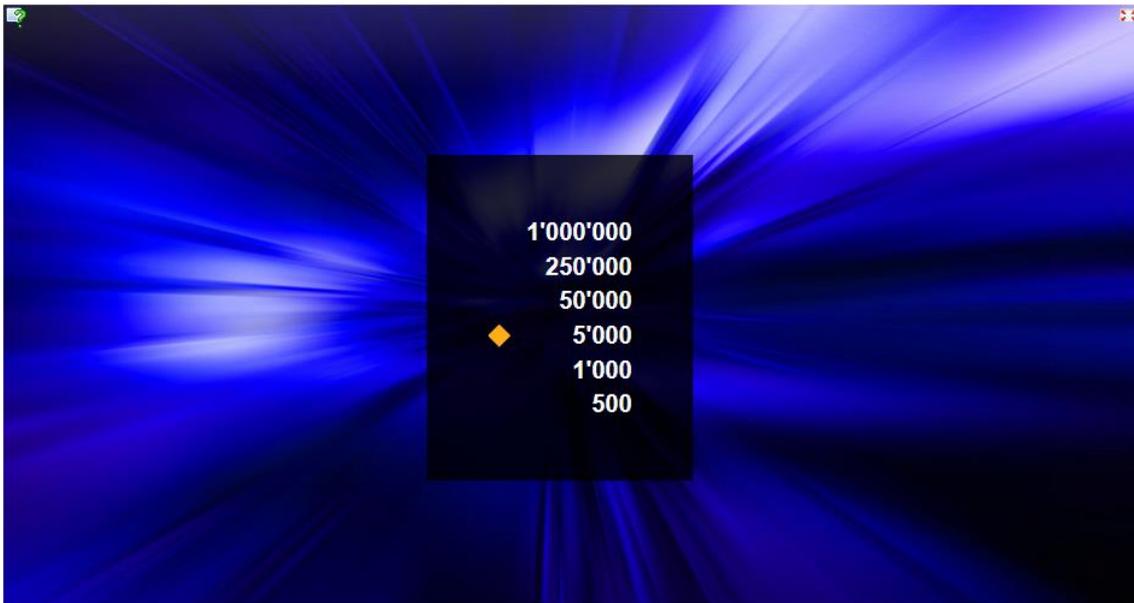


Ela aborda o conceito de frações equivalentes, e o professor pode falar como a multiplicação de numerador e denominador por um mesmo número inteiro, pode gerar infinitas frações equivalentes.



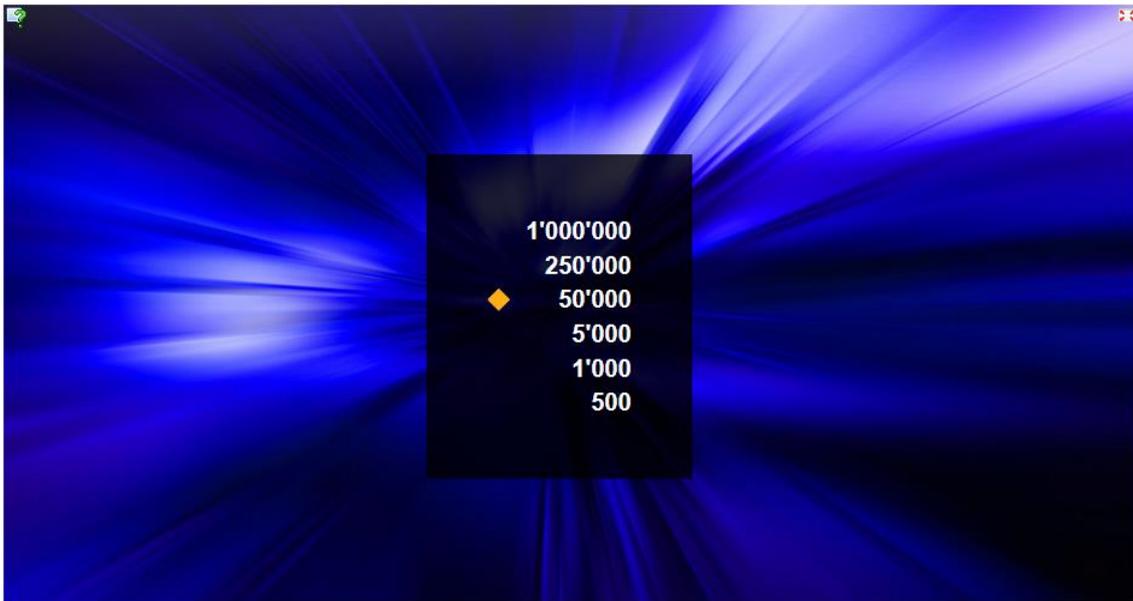
Vamos começar a explorar as operações e processos que aprendemos usando frações. Isso pedirá maior atenção dos alunos. É importante incentivá-los a praticar, seja no caderno ou no cálculo mental.

Agora é a terceira pergunta, valendo 5 mil reais.

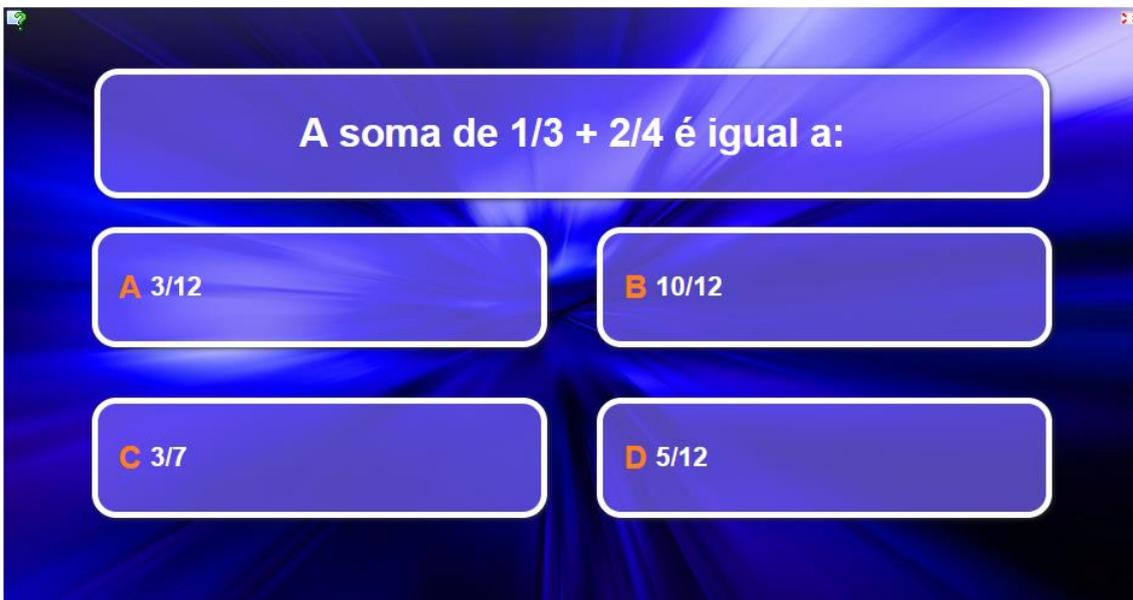


O professor pode sugerir, deles efetuarem as divisões, afim de descobrir qual das frações é maior.

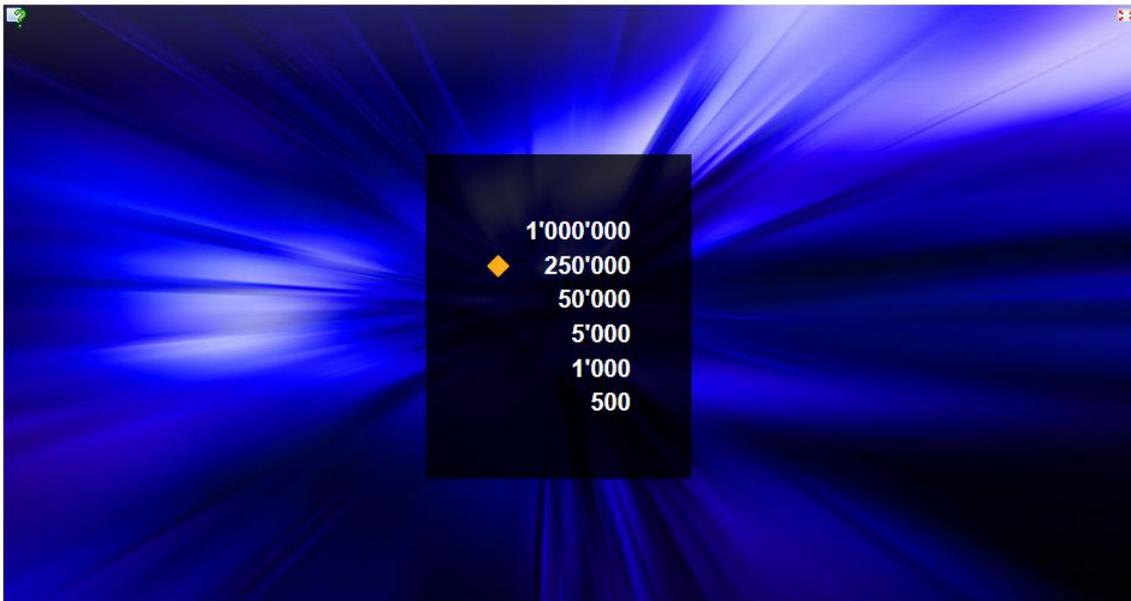
A quarta pergunta vale o prêmio de 50 mil reais.



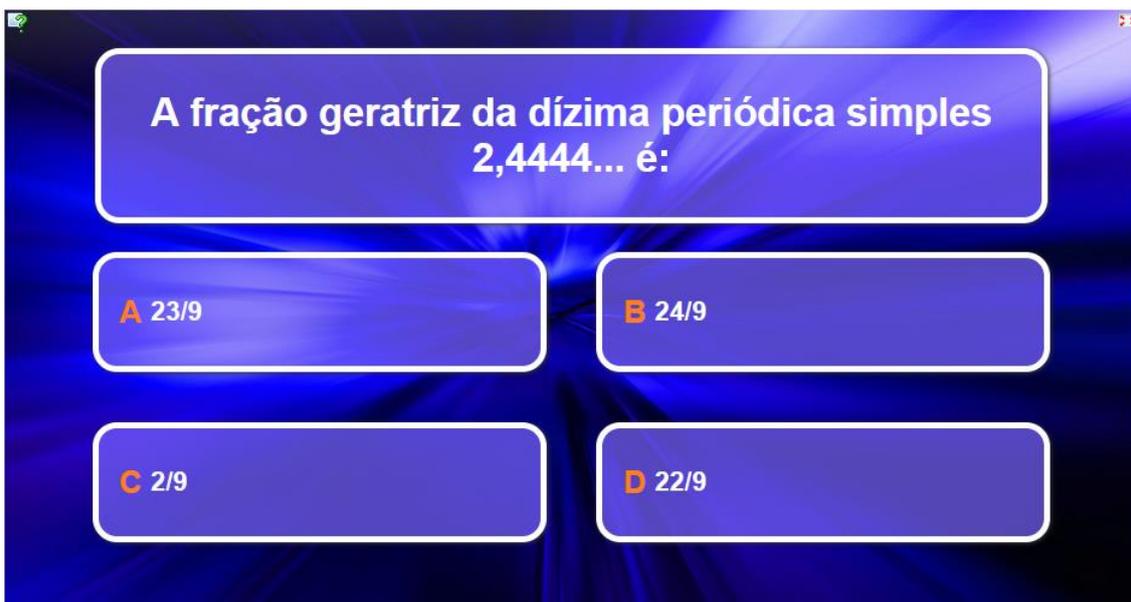
Ela aborda o conceito de soma de frações. Vale lembrar que transformando frações com denominadores diferentes, em frações com mesmo denominador, porém sendo elas frações equivalentes às anteriores. Esse conceito já foi estudado e pode ser abordado sempre.



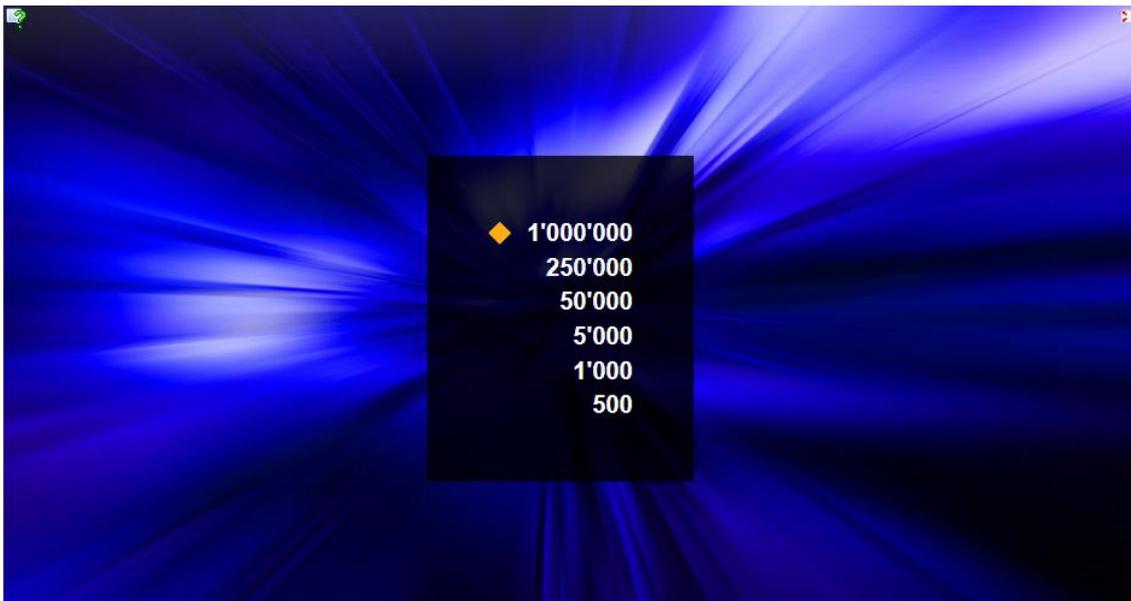
Para quem acertou, vamos para a quinta pergunta, valendo um prêmio de 125 mil reais.



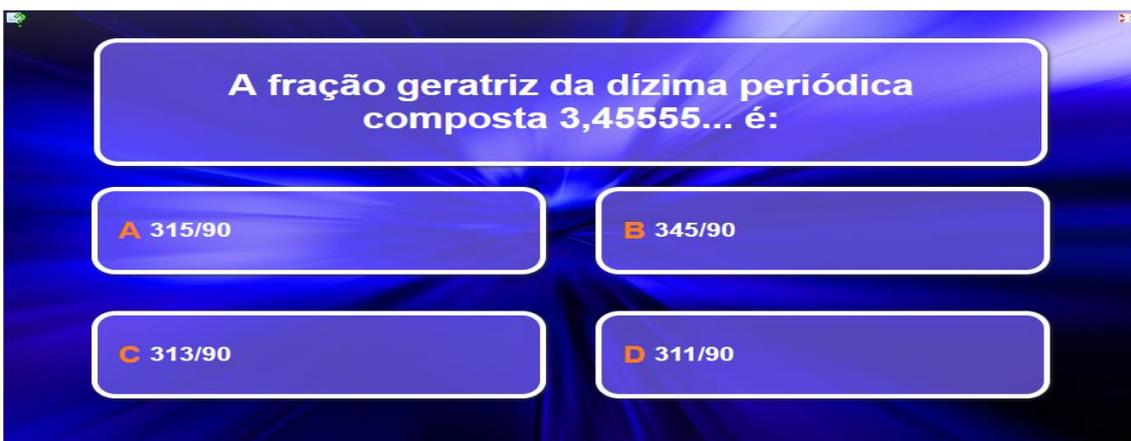
A pergunta foca no conceito de fração geratriz de uma dízima periódica simples. Os alunos poderão desenvolver os cálculos no caderno.



Chegamos então à última pergunta, que vale o grande prêmio de 1 milhão de reais.



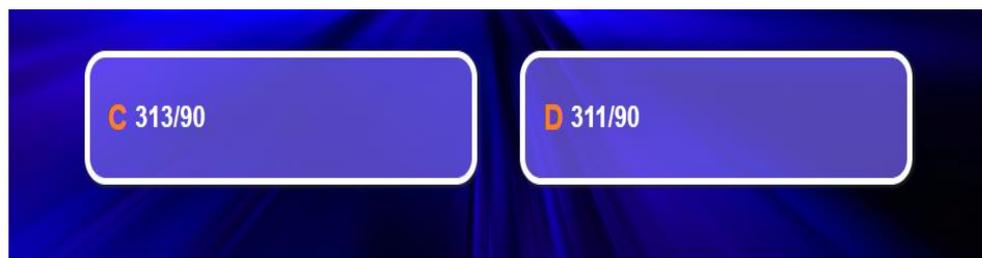
A última pergunta tem os mesmos parâmetros da pergunta anterior, porém aborda dízima periódica composta, o que dará um pouco mais de trabalho aos alunos.



Depois de terminado o jogo, podemos refazê-lo mostrando aos alunos qual a fração do prêmio corresponde o prêmio de cada pergunta.

O jogo está disponível no link: <https://learningapps.org/create?new=301#>, gratuitamente. Lá, o professor cria as perguntas e respostas, com um mínimo de 6 perguntas. É uma ferramenta interessante, que pode aguçar o interesse dos alunos em jogos, probabilidades e estudo de frações.

Depois de criado o jogo, o site disponibiliza o link do jogo, e o professor pode passar aos alunos que tem a possibilidade de acesso no celular. Isso facilita a interação com os alunos e desperta o interesse deles.

**Usar App****Reportar por direitos autorais ou mau uso**

Link: <https://learningapps.org/watch?v=p9mry15wj21>

inserir: `<iframe src="https://learningapps.org/watch?v=p9mry15wj21" style="border:0px;width:100%;height:500px" allowfu`

Share: <https://learningapps.org/display?v=p9mry15wj21>



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com mais de 15 anos trabalhando com alunos dos anos finais do ensino fundamental de escolas públicas e particulares, sempre observei dificuldades deles quanto a esse tema, e com a proposta de resgatar habilidades descritas na B.N.C.C de cada ano e com a fundamentação teórica que os jogos matemáticos podem agregar conhecimento, interação sobre o assunto e estimular o cálculo mental que surgiu a ideia de colocar alguns jogos que já trabalhei em sala, com novas criações e a possibilidade que o GEOGEBRA nos dá de facilitar a abordagem do assunto .

Esse estudo das frações no ensino fundamental tem sido bastante discutido nas mesas de educadores e especialistas na área. Como vimos nas citações de trabalhos sobre o assunto, os alunos trazem a dificuldade de uma habilidade não trabalhada ou esquecida e seguem com essas dificuldades até o ensino médio ou posterior. Quebrar paradigmas para mostrar praticidade, interação entre alunos ou exercitar o cálculo mental dos alunos sobre o assunto serão sempre desafios para os professores de matemática e esse trabalho colabora com sugestões de como podemos fazer isso. Os jogos matemáticos tem resultados bastante animadores quando se busca aplicabilidade de conceitos matemáticos, e em busca de resultados que propomos essa sequência didática.

O software GEOGEBRA se mostrou uma ferramenta de grande valia para facilitar a interação entre professor e alunos, principalmente falando sobre o conceito de frações. Cabe aos professores, buscarem novas formas de usar essa ferramenta e a internet está repleta de sugestões de como podemos usar essa ferramenta. As universidades disponibilizam frequentemente minicursos sobre o assunto, e é interessante estarmos sempre se atualizando sobre como as tecnologias digitais podem nos ajudar na interação entre professores e alunos.

Como vimos, o ensino de frações precisa de um uma dedicação que vai além do uso da lousa, e os jogos matemáticos junto com a interação que o GEOGEBRA possui, podem gerar resultados satisfatórios no resgate de habilidades matemáticas que os alunos ainda não possuem. Por isso, nessa pesquisa temos sugestões de como trabalhar cada conceito e os jogos que podemos usar em sala de aula para abordar cada habilidade específica. O professor pode criar seus próprios jogos matemáticos ou mesmo usar os já citados, procurando sempre analisar os aspectos de cada habilidade a ser abordada e possíveis resultados.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 ago. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO**. Brasília, DF, 2021. Disponível em: <https://www.fnede.gov.br/programas/programas-do-livro>. Acesso em 1 de set. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia Digital PNLD**. Brasília, DF, 2020 Disponível em: https://pnlid.nees.ufal.br/pnlid_2020/inicio. Acesso em 03 set. 2021.

PARÂMETROS Curriculares Nacionais: Matemática. Brasil. Ministério da Educação. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 05 set. 2021.

Araujo, M. C. (2021). *Uma discussão formal sobre frações na Educação Básica*. Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Blumenau.

BENINCÁ, M. (2020). *Investigando o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental II*. Dissertação, Dissertação (Dissertação do Mestrado Profmat) UFES (Universidade Federal do Espírito Santo), Vitória. Acesso em 2021.

Coelho, C. D. (2016). **JOGOS MATEMÁTICOS: UMA ALTERNATIVA PARA ESTIMULAR O PROCESSO DE ENSINO- APRENDIZAGEM**. DISSERTAÇÃO, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ (PROFMAT), ILHEUS.

COSTA, S. H. (2014). *O Uso de Frações no Ensino Fundamental e seu Reflexo no Ensino Médio*. DISSERTAÇÃO, UNIFAP (UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ), AMAPÁ. Acesso em 2021.

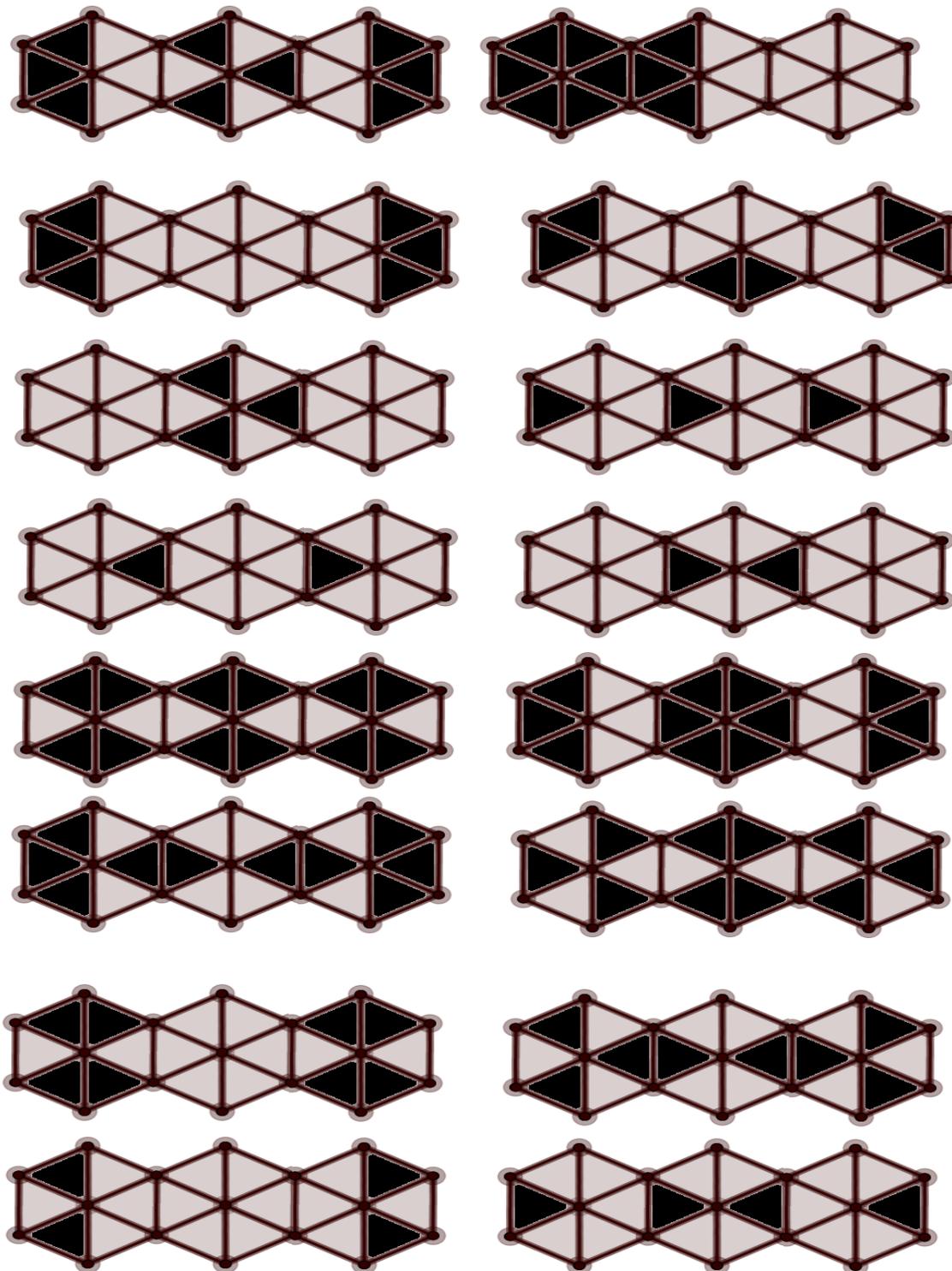
Cydara Cavedon Ripoll, H. B. (2016). *Frações no Ensino Fundamental*. IMPA.

Junior, J. R. (2020). *A CONQUISTA DA MATEMÁTICA* (Vol. 8). FTD.

Oliveira, E. d. (2020). *O Uso de Software na Educação Matemática*. Universidade Estadual do Piauí (PROFMAT), Piauí.

APÊNDICE A – CARTAS

CARTAS DO JOGO DA MEMÓRIA



CARTAS DO JOGO DA COLHER

$\frac{1}{1}$ 1	$\frac{2}{2}$ 2	$\frac{3}{3}$ 3	$\frac{7}{7}$ 7
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$ 2	$\frac{4}{8}$ 4	$\frac{5}{10}$ 5
$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{3}{9}$ 3	$\frac{4}{12}$ 4	$\frac{6}{18}$ 6

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$ 3	$\frac{5}{20}$ 5	$\frac{6}{24}$ 6
$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$ 2	$\frac{3}{15}$ 3	$\frac{7}{35}$ 7
$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{3}{18}$ 3	$\frac{4}{24}$ 4	$\frac{7}{42}$ 7

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$	$\frac{2}{14}$ $\frac{2}{14}$	$\frac{5}{35}$ $\frac{5}{35}$	$\frac{7}{49}$ $\frac{7}{49}$
$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$	$\frac{4}{32}$ $\frac{4}{32}$	$\frac{6}{48}$ $\frac{6}{48}$	$\frac{7}{56}$ $\frac{7}{56}$
$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$	$\frac{3}{27}$ $\frac{3}{27}$	$\frac{4}{36}$ $\frac{4}{36}$	$\frac{5}{45}$ $\frac{5}{45}$

$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$	$\frac{2}{20}$ $\frac{2}{20}$	$\frac{6}{60}$ $\frac{6}{60}$	$\frac{7}{70}$ $\frac{7}{70}$
$\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$	$\frac{3}{33}$ $\frac{3}{33}$	$\frac{5}{55}$ $\frac{5}{55}$	$\frac{6}{66}$ $\frac{6}{66}$
$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$	$\frac{2}{24}$ $\frac{2}{24}$	$\frac{4}{48}$ $\frac{4}{48}$	$\frac{5}{60}$ $\frac{5}{60}$